

**UM MODELO DSGE PARA ANÁLISE DE  
DESIGUALDADE DE RENDA**

**GIOVANNI SILVA BEVILÁQUA**

**TESE DE DOUTORADO EM ECONOMIA  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

**FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, CIÊNCIAS  
CONTÁBEIS E GESTÃO PÚBLICA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, CIÊNCIAS  
CONTÁBEIS E GESTÃO PÚBLICA  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

**UM MODELO DSGE PARA ANÁLISE DE  
DESIGUALDADE DE RENDA**

**GIOVANNI SILVA BEVILÁQUA**

**Orientador: DR. JOAQUIM PINTO DE ANDRADE, ECO/UNB**

**TESE DE DOUTORADO EM ECONOMIA**

**PUBLICAÇÃO PPG.ECO.TD -  
BRASÍLIA-DF, 03 DE AGOSTO DE 2017.**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, CIÊNCIAS  
CONTÁBEIS E GESTÃO PÚBLICA  
DEPARTAMENTO DE ECONOMIA**

**UM MODELO DSGE PARA ANÁLISE DE  
DESIGUALDADE DE RENDA**

**GIOVANNI SILVA BEVILÁQUA**

TESE DE DOUTORADO ACADÊMICO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ECONOMIA DA FACULDADE DE ECONOMIA, ADMINISTRAÇÃO, CIÊNCIAS CONTÁBEIS E GESTÃO PÚBLICA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ECONOMIA.

**APROVADA POR:**

Dr. JOAQUIM PINTO DE ANDRADE, ECO/UnB  
Orientador

Dr. RICARDO AZEVEDO ARAÚJO, ECO/UnB  
Examinador interno

Dr. JOSÉ ANGELO COSTA DO AMOR DIVINO, UCB  
Examinador externo

Dr. MANOEL CARLOS DE CASTRO PIRES, IBRE/FGV  
Examinador externo

**BRASÍLIA, 03 DE AGOSTO DE 2017.**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

GIOVANNI SILVA BEVILÁQUA

**UM MODELO DSGE PARA ANÁLISE DE DESIGUALDADE DE RENDA**

**2017xv, p., 201x297 mm**

(ECO/FACE/UnB, Doutor, Economia, 2017)

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília

Faculdade de Economia, Administração, Ciências Contábeis e Gestão Pública - Departamento de Economia

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

GIOVANNI SILVA BEVILÁQUA (2017) UM MODELO DSGE PARA ANÁLISE DE DESIGUALDADE DE RENDA. Tese de Doutorado em Economia, Publicação, Departamento de Economia, Universidade de Brasília, Brasília, DF, p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: GIOVANNI SILVA BEVILÁQUA

TÍTULO: UM MODELO DSGE PARA ANÁLISE DE DESIGUALDADE DE RENDA.

GRAU: Doutor ANO: 2017

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de Doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor se reserva a outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de Doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

GIOVANNI SILVA BEVILÁQUA

Universidade de Brasília, Campus Darcy Ribeiro, Asa Norte - Brasília/DF

# Agradecimentos

A elaboração e escrita de um trabalho acadêmico como esta tese de doutorado, ao apresentar somente o nome de seu autor na capa, não faz verdadeira justiça a grande rede de relações pessoais, acadêmicas e sociais que propiciaram a sua realização. Foram quatro anos de ausências e sacrifícios, mas também de muito aprendizado, amizades e grande alegria.

Nada disso seria possível sem o incentivo, o carinho e o constante apoio dos meus pais, José e Lilian Beviláqua, a quem agradeço por não terem medido os esforços em suas vidas para que eu tivesse não somente a educação acadêmica que eu tive, mas também por serem os grandes responsáveis por minha formação ética e cívica. Tudo que aprendi na vida não passam de notas de rodapé e anexos ao que eu aprendi com eles.

Ao Prof. Dr. Paulo Rogério Faustino Matos, meu orientador de mestrado na Universidade Federal do Ceará, agradeço por, para além do excelente professor que foi e de ter sido um grande incentivador da continuidade de meus estudos e da minha própria vinda à Brasília, ter se tornado um querido e estimado amigo, e importante conselheiro em muitos momentos que ultrapassaram os assuntos acadêmicos.

Ao Prof. Dr. Joaquim Pinto de Andrade agradeço, não somente pelo inestimável e rigoroso trabalho como orientador e supervisor principal desta pesquisa, mas principalmente por ter me acolhido como seu aluno e, ousado dizer, seu discípulo desde o início de meus estudos na Universidade de Brasília, por ter me incentivado e, sobretudo, por ter me dado a oportunidade de poder compartilhar de sua sabedoria, gentileza e conselhos.

Ao Prof. Dr. Ricardo Araújo, co-orientador desta pesquisa, agradeço, não somente por ter despertado em mim o interesse pelo tema desta pesquisa, mas também por sua incrível generosidade e suas valiosas orientações, para além do período em que fui seu aluno.

Aos professores Manoel Pires da Fundação Getúlio Vargas e José Angelo Divino da Universidade Católica de Brasília, que gentilmente aceitaram o convite para participarem da banca avaliadora desta tese e por suas pertinentes e valiosas considerações e importantes sugestões de melhoramentos e pesquisas posteriores.

Durante estes anos na Universidade de Brasília eu tive a oportunidade de ser aluno e ter contato com alguns grandes professores e respeitados pesquisadores que muito influenciaram meu pensamento, orientaram e incentivaram meus estudos e que me deram muitas oportunidades de pesquisas e trabalhos. Foram para mim verdadeiros modelos e a quem devo parte significativa

de minha própria formação como pesquisador e economista, como Vander Lucas, Roberto Elery Jr., Adriana Amado, Paulo Coutinho, Marcelo Torres, Jorge Arbache e Daniel Cajueiro. Em especial, agradeço ao Prof. Rodrigo Peñaloza que para além de excelente professor, tornou-se um verdadeiro mestre de pensamento e vida.

Aos meus colegas da UnB agradeço pelo amigável e estimulante ambiente de estudos e pelas importantes trocas de ideias e pelas leais amizades que construímos juntos nesses anos e que ultrapassaram os limites da academia: Allan Silveira, Bruno Furtado, Paulo Ernesto Gomes, Oliveira A.P. Filho, Patrick F. Alves, Fernanda Marciniuk, Pedro Ghiraldini, João Carlos Nicolini, Carolina Bernardo, Manuela Ramos, Rafael Moreira, Erica Gonzales, Rafael Sales, Caio Figueiredo, Claudiano Neto, Samuel Vasconcelos, Anderson Mutter Teixeira, Raphael Barcelos, Helano Borges Dias, Saulo Quadros Santiago e João Vítor Rego Costa. Sem a ajuda atenciosa e gentil de Rodrigo Miranda na etapa de programação computacional do modelo, o trabalho teria sido muito mais árduo e demorado.

Aos muitos amigos que fiz em Brasília, como Vanessa Campos, Evaldo Sampaio, Ednardo Ferreira, Marcelo Queiroz, José Carlos, Rachel Santana, Gisela Ceschin, Cecília Mantovan, Karina Oliveira, Geovana Bertussi, Clarissa Schlabitz, Daniella Pingret, Bruna Miranda, Gerlena Siqueira, Cíntia e Amanda Rebelo, Natasha Bennett e Indiara Oliveira agradeço pelo privilégio de tê-los como queridos amigos que tornam a vida em Brasília muito mais feliz.

Aos queridos e grandes amigos de Fortaleza e outros locais, como Gustavo Costa, Marília Bezerra, Luvercy Rodrigues, Ruy de Carvalho, Paulo Marcelo Siqueira, Antonio Neto, Mariana Tamas, Helena Félix, Gláucia Félix, Cristiane Marinho, Ricardo Moreira, Almir Bittencourt, Aline Teixeira, Ivânio Azevedo Jr, Janaína Martins Vasconcelos, Raphael Góes, Cláudia Falcão, Elidihara Trigueiro, Marcelo Peixoto, Luciana Campos, Kazuhito Shirasu Jr, Danúzio Magalhães, Pedro Lima, Liana Queiroz, Gilvânia Guedes, Felipe Gomes, Danielle Almeida, Bethânia Melo, Marcus Melo, bem como Carlos Márcio Nogueira, Marcelo Meneghessi, Marta Farias, Ivan Bezerra de Menezes Filho, João Calheiros e demais queridos amigos e colegas da TBM Têxtil Bezerra de Menezes agradeço pela amizade preciosa, pelo importante e inesquecível apoio que me deram quando eu vim para Brasília e pelo carinho e pela amizade durante esses anos.

Aos estimados amigos e colegas da Secretaria de Acompanhamento Econômico do Ministério da Fazenda do Brasil, Jossifram Soares, Aumara Feu Souza, Michelle Paionk, Alexandre Loyo, Pedro Câmara, Andrey Goldner, João Evangelista, Ricardo Coelho, Marcelo Ramos, Alexandre Manoel, Mansueto Almeida Jr., César Frade, Gustavo Manfrim e Erica Silva, pelo excelente ambiente de trabalho e por todos os aprendizados e oportunidades profissionais que me proporcionaram. Em especial agradeço a Bruno Rocha, Guilherme Cecatto, Alexandre Finéas e Roberto Taufick, meus amigos e colegas da Coordenação Geral de Monitoramento da Política Fiscal.

Ao CNPq pelo suporte material que me permitiu dedicar grande parte do meu tempo aos estudos e à elaboração desta pesquisa.

Esta tese de doutorado apresentada à Universidade de Brasília consiste na construção de um modelo Dinâmico de Equilíbrio Geral e Estocástico (DSGE) para analisar os efeitos da desigualdade de renda na economia brasileira. O modelo corresponde em uma aplicação para o Brasil do modelo desenvolvido por Kumhof and Ranciere (2010) e modificado por Troch (2014). O modelo irá caracterizar dois agentes heterogêneos que diferem entre si por suas preferências intertemporais e pela propriedade de capital na economia. Desta forma, utilizamos o já consagrado uso da modelagem DSGE a um dos problemas socioeconômicos mais relevantes de nosso tempo e pretendemos estudar como a desigualdade subjacente se manifesta em desigualdade de renda e consumo na economia e quais são os possíveis impactos sobre outras variáveis macroeconômicas e como a desigualdade de renda pode ser significativamente afetada pelas condições macroeconômicas. Adicionalmente, estaremos interessados no papel da política fiscal, empreendida pelo governo, em conter os possíveis efeitos negativos da desigualdade.

# SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>2</b>	<b>REVISÃO DA LITERATURA .....</b>	<b>4</b>
2.1	TIPOS DE DESIGUALDADE E SUA MODELAGEM ECONÔMICA .....	4
<b>3</b>	<b>MODELO DA ECONOMIA .....</b>	<b>8</b>
3.1	DESCRIÇÃO DOS AGENTES DA ECONOMIA.....	8
3.1.1	FIRMAS.....	9
3.1.2	FAMÍLIAS CAPITALISTAS .....	9
3.1.3	FAMÍLIAS DE TRABALHADORES .....	11
3.1.4	GOVERNO .....	12
3.2	AGREGAÇÃO E EQUILÍBRIO DO MODELO .....	13
3.3	MÉTODO DE SOLUÇÃO DO MODELO .....	14
3.4	SIMULAÇÃO DO MODELO DA ECONOMIA E CONSTRUÇÃO DE ÍNDICES DE DESIGUALDADE .....	16
3.4.1	ÍNDICE DE GINI .....	17
3.4.2	OUTROS INDICADORES DE DESIGUALDADE .....	17
3.4.3	METODOLOGIA DE GERAÇÃO DAS DISTRIBUIÇÕES PARA O CÁLCULO DOS ÍNDICES DE DESIGUALDADE .....	19
3.5	CALIBRAÇÃO DO MODELO BASE .....	21
3.6	RESULTADOS DO MODELO .....	23
3.6.1	EXPERIMENTO COM A CALIBRAÇÃO DO MODELO BASE .....	24
3.6.2	EXPERIMENTOS COM CALIBRAÇÕES ALTERNATIVAS DOS PARÂMETROS ...	27
<b>4</b>	<b>CONCLUSÃO .....</b>	<b>33</b>
	<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>36</b>
<b>5</b>	<b>APÊNDICES .....</b>	<b>41</b>
5.1	CÓDIGOS DE PROGRAMAÇÃO DO MODELO .....	41
5.2	TABELA - SIMULAÇÕES DO MODELO E CÁLCULO DOS ÍNDICES DE DE- SIGUALDADE .....	55
5.3	TABELA - ESTADOS ESTACIONÁRIOS DOS EXPERIMENTOS REALIZADOS .	55

5.4	GRÁFICOS DAS FUNÇÕES DE IMPULSO E RESPOSTA DOS EXPERIMENTOS (DYNARE) .....	56
-----	--	----

# LISTA DE FIGURAS

3.1	Funções de Impulso-Resposta - choque positivo de 1 desvio-padrão no emprego das famílias capitalistas .....	25
3.2	Funções de Impulso-Resposta - choque positivo de 1 desvio-padrão no emprego das famílias de trabalhadores .....	26
3.3	Funções de Impulso-Resposta - choque positivo de 1 desvio-padrão na produtividade da economia .....	26
3.4	Tabela de Experimentos.....	27
3.5	Estados Estacionários dos Experimentos .....	28
3.6	Funções de Impulso-Resposta aos choques na produtividade e no emprego.....	28
3.7	Funções de Impulso-Resposta - Introdução de impostos sobre a renda de capital..	29
3.8	Funções de Impulso-Resposta - Proporção de Capitalistas em 90 % .....	30
5.1	Tabela de Experimentos.....	55
5.2	Estados Estacionários dos Experimentos .....	55
5.3	Experimento 1 - Funções de Impulso-Resposta.....	56
5.4	Experimento 2 - Funções de Impulso-Resposta.....	57
5.5	Experimento 3 - Funções de Impulso-Resposta.....	57
5.6	Experimento 4 - Funções de Impulso-Resposta.....	58
5.7	Experimento 5 - Funções de Impulso-Resposta.....	58
5.8	Experimento 6 - Funções de Impulso-Resposta.....	59
5.9	Experimento 7 - Funções de Impulso-Resposta.....	59
5.10	Experimento 8 - Funções de Impulso-Resposta.....	60
5.11	Experimento 9 - Funções de Impulso-Resposta.....	60
5.12	Experimento 10 - Funções de Impulso-Resposta .....	61
5.13	Experimento 11 - Funções de Impulso-Resposta .....	61
5.14	Experimento 12 - Funções de Impulso-Resposta .....	62

# LISTA DE TABELAS

3.1	Modelo Base - Valores das Calibrações dos Parâmetros .....	21
3.2	Valores estacionários do Modelo Base .....	24

# Capítulo 1

## Introdução

*"The determination of the laws that govern distribution is the principal problem of the political economy"*

---

David Ricardo

Os estudos sobre distribuição de renda, desigualdade e suas relações com o desenvolvimento econômico e o crescimento são tão antigos quanto a própria Ciência Econômica e sempre estiveram no cerne de muitos conflitos políticos, constituindo-se como um dos mais preocupantes e urgentes problemas sociais e econômicos de nosso tempo (Frieden, 2007; Piketty, 2015).

Os estudos que tentaram investigar as causas e consequências do aumento da desigualdade de renda, notadamente nas economias desenvolvidas, geraram uma grande literatura nos anos recentes (Molander, 2014; Scheidel, 2017) e fizeram com que o tema se tornasse um dos mais debatidos no mundo.

Esse crescimento do debate ocorreu sobretudo a partir da publicação do livro "*Capital no Século XXI*" do economista francês Thomas Piketty (2014), que conseguiu atingir um público muito mais amplo que o dos economistas acadêmicos e profissionais. Esse alcance se deve principalmente às implicações políticas desses estudos, uma vez que o controle da distribuição de renda com o uso de impostos sobre a renda e outros instrumentos de política macroeconômica é, geralmente, percebido como efetivo na redução da distribuição de riqueza em uma sociedade. Entretanto, as pesquisas ainda não são conclusivas (Berman et al., 2016).

Considerando as diversas escolas do pensamento econômico, o tema apresenta-se como um importante e bem estabelecido tópico de pesquisas entre economistas ditos heterodoxos, como pós-keynesianos (Stockhammer, 2013; Hein, 2016; McCombie and Spreafico, 2017) e marxistas (Wright, 1994; Meszaros, 2000; Roberts, 2016). Mais recentemente o tema entrou na agenda de pesquisas de economistas ortodoxos, que passaram a aplicar seu instrumental analítico no estudo do tema. Os trabalhos de Rajan (2011), Stiglitz (2012, 2016) e Gabaix et al. (2016), bem como os estudos desenvolvidos em organismos internacionais, como Fundo Monetário Interna-

cional (FMI), por pesquisadores como Berg et al. (2012) e Kumhof et al. (2015), são alguns dos muitos exemplos que surgiram nos anos recentes.

A construção de modelos matemáticos que representam uma economia como um conjunto de equações dinâmicas e estocásticas em um enfoque de equilíbrio geral, os chamados modelos DSGE (*Dynamic Stochastic General Equilibrium*), da tradição Novo Keynesiana, já se tornaram uma das principais ferramentas analíticas à disposição da análise macroeconômica (Woodford, 2003; Canova, 2007; Heer and Maußner, 2009; Chacon, 2014). Nas versões mais comuns destes modelos, encontramos a conhecida caracterização dos principais agentes econômicos como *agentes representativos* e, desta forma, não são adequados para a análise de qualquer tipo de desigualdade entre os agentes que populam a economia, muito menos para descrever como a desigualdade surge, nem suas causas e efeitos, sendo portanto silenciosos quanto ao problema da desigualdade e seus efeitos. Para que possamos nos valer das vantagens analíticas desses modelos, é preciso que o modelo canônico seja modificado adequadamente para analisar uma economia com agentes heterogêneos (Bertola et al., 2006; Quadrini and Ríos-Hull, 2012; Gomes, 2015; Krueger et al., 2015). A razão para isto é que um modelo que utiliza somente um tipo de agente, os chamados agentes representativos, não faz sentido falarmos de desigualdade econômica entre os agentes, seja esta de renda, riqueza ou consumo. Somente quando consideramos agentes diferentes é que podemos decompor a renda total da economia (ou a riqueza e o consumo) e assim medirmos as proporções que são apropriadas por cada um deles. Do ponto de vista da modelagem matemática, ao diferenciarmos os agentes por alguma característica (preferência intertemporal ou acesso ao mercado financeiro, por exemplo) podemos também ajustar as distribuições de frequências de renda teóricas às distribuições que encontramos empiricamente no mundo <sup>1</sup> obtendo assim um maior poder analítico dos modelos.

Podemos classificar a literatura que incorpora a desigualdade nos modelos DSGE em duas categorias: aquela em que os modelos são construídos a partir da introdução de classes heterogêneas de agentes; e aquela cujos modelos apresentam agentes heterogêneos submetidos a choques idiossincráticos. Os primeiros modelos dividem a sociedade em classes heterogêneas de agentes e descrevem seus comportamentos separadamente. Entretanto, estas classes ainda são definidas como agentes representativos, sendo assim inadequados para reproduzir as medidas de desigualdade que se baseiam em rendas individuais como o Índice de Gini. O outro conjunto se constitui de modelos, chamados de "*modelos de mercado incompleto*", que abandonam a caracterização dos agentes representativos e descrevem uma economia em que cada agente tem preferências idiossincráticas ou está sujeito a choques idiossincráticos que não podem ser adequadamente segurados.

Seguindo Kumhof and Ranciere (2010) e introduzindo uma distinção entre as famílias no modelo de forma a conformá-lo à estrutura de mercados incompletos descrito acima, esta pesquisa irá fazer uso das vantagens dos dois tipos de modelos descritos acima e se propõe a construir um modelo do tipo DSGE com duas classes de agentes que diferem entre si na propriedade

---

<sup>1</sup>Os estudos empíricos de Piketty and Saez (2013), por exemplo, mostram que as distribuições de renda possuem caldas longas e não são nem mesmo únicas e dependem do extratos de renda que estão sendo analisados

de capital. Adicionalmente, cada classe é constituída por agentes heterogêneos que enfrentam choques idiossincráticos.

Desta forma, investigamos se o grau de desigualdade que observamos empiricamente pode ser explicado por variáveis reais e quais os efeitos sobre a desigualdade dos parâmetros individuais. A hipótese que queremos avaliar é a de que, se com competição perfeita no mercado de trabalho e de capitais, únicos salários e taxas de juros para todos os agentes, a desigualdade teórica será muito maior ou menor que é verificada empiricamente. Além disso, pretendemos fornecer recomendações políticas para os governantes por meio da introdução de uma redistribuição entre as duas classes de agentes e avaliar quais são os custos, em termos de perda de produto, de uma redução da desigualdade.

Acreditamos que uma importante contribuição apresentada nesta pesquisa é a aplicação da modelagem do tipo DSGE , já consagrada na análise macroeconômica, ao problema da desigualdade de renda no Brasil com o desenvolvimento de um modelo simples associado a um algoritmo de simulação da economia que permite o cálculo de métricas de desigualdade (de renda, riqueza e consumo) dentro de um arcabouço de modelos de equilíbrio geral. As pesquisas e análises mais comuns que utilizam estes tipos de modelos, de uma forma geral, descrevem como se comportam no tempo as principais variáveis macroeconômicas após a economia sofrer algum tipo de choque em seu estado estacionário. O que esta pesquisa se propôs a realizar foi dar um passo adicional na análise e complementá-la com o estudo de como estes choques afetam a distribuição de renda, riqueza e consumo das famílias desta economia. Por ser a desigualdade econômica um tema recorrente na economia brasileira, que vem sendo pesquisado intensamente nos últimos anos (Antunes, 2017; Barros et al., 2006; Medeiros et al., 2015), esperamos poder contribuir positivamente para o desenvolvimento de pesquisas que subsidiem a análise e o debate econômico e político em curso.

O trabalho está organizado da seguinte forma: o capítulo 2 apresentará uma breve revisão bibliográfica sobre a desigualdade e como ela é introduzida nos modelos macroeconômicos desenvolvidos nos últimos sete anos. O capítulo 3 apresentará a construção e descrição detalhada do modelo DSGE objeto desta pesquisa e seus resultados. O capítulo 4 apresenta as conclusões e indicações de pesquisas futuras. Nos anexos disponibilizamos os códigos de programação em **Matlab R2017a**, **Dynare 4.5.0** e **Julia v0.5.2** utilizados para a execução e análise do modelo proposto, bem como os resultados na forma de funções de impulso-resposta aos choques nas simulações executadas com algumas parametrizações do modelo.

# Capítulo 2

## Revisão da Literatura

Uma grande quantidade de evidências vêm se acumulando em muitas partes do mundo de que a desigualdade de renda está aumentando nos últimos anos, fazendo do tema um dos mais investigados, tanto por parte de economistas quanto por pesquisadores de outras áreas do conhecimento que empreendem esforços para examinar as causas e consequências desta crescente disparidade. Trata-se de um dos problemas políticos mais relevantes no futuro (Yates, 2016; Schutz, 2011).

A literatura sobre a desigualdade de renda e riqueza já alcança um grande número de artigos e livros em diversas áreas do conhecimento. Nesta seção realizamos uma breve revisão da literatura teórica e empírica sobre a desigualdade, com ênfase nos enfoques que possam subsidiar o nosso objetivo principal, que é a construção de um modelo econômico para análise da desigualdade, que estará, neste trabalho, circunscrita à desigualdade de renda.

### 2.1 Tipos de desigualdade e sua modelagem econômica

O tema da desigualdade, notadamente em sua vertente econômica, está longe de ser analisado completamente a partir de um conjunto inequívoco de definições, sendo necessário que se faça uma clara distinção sobre qual é o tipo de desigualdade que está sendo investigado (Sen, 1992; Milanovic et al., 2006; Atkinson, 2015). Portanto, os esforços empreendidos para redução da desigualdade são sempre relacionados aos de um tipo específico.

Uma distinção já tradicional na literatura que trata do tema opera-se entre a *desigualdade fundamental*, por um lado, e a *desigualdade de renda ou riqueza* por outro. A primeira é indicativa da própria natureza heterogênea dos seres humanos e abrangendo características como gênero, idade, saúde, capacidade física e intelectual; a segunda, um resultado de características que incluem riqueza, renda e consumo (Sen, 1973; Ravallion et al., 2004).

Um problema que surge dessas caracterizações é que, se, por um lado, as metodologias de mensuração da desigualdade, em termos de renda e consumo, estão relativamente bem estabele-

cidas, como por meio do Coeficiente de Gini (Gastwirth, 1972; Yitzhaki, 1983; Chattopadhyay and De, 2016), por exemplo, a medição de coisas como estado de saúde e habilidades humanas em geral, que poderia servir de métrica válida para a avaliação e comparação da desigualdade, ainda carece de definições e metodologias consensuais.

Ao restringirmos a análise ao âmbito da macroeconomia, as evidências empíricas sugerem que as diferenças encontradas na distribuição de renda entre os países podem, ao menos em parte, explicar as diferenças entre as rendas per capita entre os países (Galor and Zeira, 1993), algo já identificado por Kuznets na década de 1950 (Kuznets, 1955). Essa constatação gerou não somente uma importante agenda de pesquisas, mas também uma extensa literatura (Salverda et al., 2011; Shaw et al., 2007; Cornia and Stewart, 2014), sendo importante destacar as pesquisas já citadas de Thomas Piketty (2014; 2015), que são um de seus desdobramentos recentes conhecidos por uma audiência mais ampla.

No caso de estudos que se utilizam do enfoque de modelagem macroeconômica, como os dos modelos dinâmicos de equilíbrio geral e estocástico (DSGE), a distinção acima indicada aparece na forma como as variáveis que representam a economia são introduzidas no modelo. A desigualdade fundamental é introduzida no modelo representando a heterogeneidade dos agentes econômicos, influenciando, assim, a seleção do modelo, as variáveis utilizadas e as hipóteses comportamentais, notadamente as relacionadas com as funções utilidade. Assim, a desigualdade de renda aparece como variável endógena e um resultado de equilíbrio. Dessa forma, o modelo é simplesmente um mecanismo transmissor da desigualdade que já estava estabelecida desde o início (Troch, 2014). A clara definição sobre o tipo de desigualdade que é introduzida no modelo adquire importante relevância para a investigação.

Os primeiros tipos de modelos considerados são conhecidos como *Modelos de Mercado Incompleto* (Ljungqvist and Sargent, 2012) ou *Modelo de Bewley* (Bewley, 1977; Benhabib et al., 2014; De Nardi, 2015; De Nardi et al., 2015). Neles, os agentes econômicos, especificamente as famílias, apresentam-se como sendo fundamentalmente iguais, onde todos têm, de saída, iguais oportunidades na sociedade e a desigualdade entre eles surge devido a choques idiossincráticos estocásticos na renda ou nas horas trabalhadas que se traduzem em renda. Uma característica interessante destes modelos diz respeito a como é tratada a mobilidade dos agentes dentro da distribuição de renda, pois, a depender de como a formação de capital é caracterizada, o modelo prevê que os indivíduos, que no início tiveram um choque positivo na renda e acumularam capital, acabam por adquirir, com o passar do tempo, uma espécie de seguro contra os choques, aumentando a probabilidade de permanecerem no topo da distribuição de renda (Den Haan and Oaktan, 2009; Den Haan and Rendahl, 2010). Claramente o modelo tem seu poder explicativo reduzido, uma vez que o resultado é determinado pelo tipo de desigualdade entre os agentes que encontramos em seu início. Entretanto, apresenta a importante característica de conseguir replicar o Coeficiente de Gini para qualquer combinação de parâmetros de estado estacionário da economia e uma simples implicação política para o papel do governo como provedor de seguros contra choques.

Um subconjunto importante desses modelos apresenta a heterogeneidade dos agentes em relação ao mercado de trabalho, de tal forma que alguns trabalhadores são contratados e outros demitidos de seus empregos, como em Postel-Vinay and Turon (2010) e Lise (2011). A literatura que aborda e tenta caracterizar diferentes tipos de heterogeneidade entre os agentes em modelos macroeconômicos é relativamente recente, mas crescente, especialmente em relação aos modelos de mercados incompletos. Para uma descrição detalhada desses modelos, ver o levantamento feito por Heathcote et al. (2009).

Uma importante fonte de desigualdade entre os agentes pode ser atribuída às suas diferentes capacidades, isto é, o que eles podem fazer ou os objetivos que podem alcançar variam de forma significativa (Sen, 2011). Essas diferenças em habilidades e competências entre os indivíduos resultariam em diferenças de nível de produtividades e, conseqüentemente, em salários que dariam origem às desigualdades de renda e riqueza.

Um tipo específico de capacidade que daria origem à desigualdade refere-se ao acesso que alguns agentes têm aos mercados financeiros, por exemplo, onde alguns indivíduos podem obter empréstimo, seguros, comprar e vender ativos financeiros, enquanto outros não, gerando assim dois tipos de agentes, os chamados "ricardianos", que conseguem suavizar seu nível de consumo ao serem capazes de constituir poupança por meio de ativos financeiros, e os "não-ricardianos", que gastam toda sua renda em consumo (Colciago, 2011; Motta and Tirelli, 2013; Chacon, 2014). Uma clara desvantagem desses modelos é que a determinação dos agentes entre ricardianos e não-ricardianos é feita de forma exógena, o que não encontra respaldo na realidade, uma vez que todos os agentes em uma economia possuem o mesmo acesso legal aos mercados financeiros.

Outras caracterizações comuns da desigualdade de capacidades entre os indivíduos envolvem a modelagem da escolha entre eles se tornarem trabalhadores ou empreendedores, bem como a escolha entre trabalhar e estudar e assim acumularem capital intelectual, como feito por Huggett et al. (2011). Outros trabalhos que analisam os efeitos da acumulação de capital humano, como Heathcote et al. (2010), enfatizam que a escolha dos indivíduos por um nível maior de educação depende dos custos associados.

Claramente, a listagem feita aqui dos tipos de desigualdade de capacidades entre os agentes e suas modelagens não é exaustiva e há, também, um tipo dessas desigualdades que surge como resultado das preferências dos agentes ao invés de choques externos ou de alguma circunstância qualquer. Por exemplo, alguns indivíduos podem trabalhar mais e acumular mais riquezas que outros pelo fato de que são mais pacientes e valorizam menos o seu tempo livre. Da mesma forma que os jovens diferem dos velhos, bem como homens de mulheres em relação ao nível de aversão ao risco ou qualquer outro parâmetro. Essas diversas caracterizações dos agentes podem ser vistas como complementares e as diversas modelagens devem ser feitas visando ao objetivo da investigação a ser realizada, já que diferentes caracterizações irão apresentar efeitos diferentes sobre as variáveis econômicas em análise (Krusell and Smith, 1997; Klein et al., 1999; Bertola et al., 2006; Junior, 2016).

Pelo exposto até aqui, podemos classificar, em síntese, os modelos em dois principais tipos. O primeiro deles apresenta agentes heterogêneos submetidos a choques idiossincráticos que afetam o seu nível de renda e cujo resultado é uma distribuição de renda que pode ser comparada com o coeficiente de Gini (Cagetti and De Nardi, 2006; Heathcote et al., 2009). O segundo é constituído por modelos que apresentam tipos ou classes de agentes representativos, modelados como um contínuo, de tal forma que uma parcela deles pertence a uma classe e o restante a outra <sup>1</sup>, estando submetidos a choques agregados específicos, como na caracterização entre agentes ricardianos e não-ricardianos acima descrita. Podemos notar que os modelos, assim divididos, por sua própria especificação, apresentam resultados diferentes em relação à desigualdade, sendo os primeiros mais adequados para a análise da desigualdade dentro de uma classe de agentes e os segundos para a análise desta entre as diferentes classes. O que propomos aqui é a combinação dos dois tipos de modelos acima descritos, de forma que possamos analisar os efeitos da desigualdade tanto entre as classes, quanto dentro delas, seguindo os exemplos de Kumhof and Ranciere (2010) e Troch (2014).

---

<sup>1</sup>Na modelagem que será apresentada a seguir, optamos por dividir as famílias entre duas classes de agentes de forma exógena, determinando a proporção de cada uma delas no total da economia a priori, desta forma simplificando a modelagem matemática, sem perda de generalidade.

# Capítulo 3

## Modelo da Economia

Neste capítulo apresentaremos o modelo DSGE com agentes heterogêneos para a análise da desigualdade de renda. O modelo será descrito em detalhes, com a caracterização dos agentes e as equações do modelo. Apresentaremos, também, as estratégias utilizadas para a estimação e calibração dos seus parâmetros, bem como a discussão do comportamento do modelo base e de parametrizações alternativas.

### 3.1 Descrição dos Agentes da Economia

A economia é do tipo com governo e fechada, isto é, sem relações com o resto do mundo e é composta por firmas que produzem bens e serviços para duas classes de famílias, cada uma delas consistindo de um contínuo de agentes heterogêneos que estão sujeitos a choques idiossincráticos no emprego.

A primeira classe de famílias é chamada de **capitalista** e a segunda, de **trabalhadora**<sup>1</sup>. Definimos por capitalistas os agentes que, além da renda advinda do trabalho, são capazes de acumular participações de capital (ou ativos), enquanto, por trabalhadores, a classe de agentes que obtém renda somente do trabalho e não possui nenhum ativo de capital. A seguir, começando pelas firmas, iremos descrever em detalhes os agentes desta economia.

---

<sup>1</sup>A adoção destes termos tem aqui uma função puramente retórica, pois estamos cientes que seu uso já consagrado na Economia Política apresenta conotações mais amplas. Aqui fazemos uma pequena e proposital modificação dos termos empregados por Kumhof & Rancière (2010), que em seu modelo divide as classes de agentes entre investidores e trabalhadores. Salientamos que a possível distinção dessas famílias em ricardianas e não-ricardianas não é totalmente precisa, uma vez que nesta economia aqui retratada não há um setor financeiro que justificasse de forma rigorosa o emprego desta classificação, então, desta forma, optamos pelos termos mais gerais de capitalistas e trabalhadores, mesmo reconhecendo que possamos estar sujeitos à interpretações equivocadas sobre a natureza dos agentes.

### 3.1.1 Firms

No modelo, as firmas são caracterizadas, como usual na literatura <sup>2</sup>, na forma de uma empresa representativa que maximiza seus lucros. As firmas contratam capital e trabalho das famílias, produzem os bens e serviços da economia e pagam juros sobre o capital e salários às famílias. O problema de otimização das firmas pode ser descrito como:

$$\max_{l_t, k_t} \Pi_t = y_t - r_t k_t - w_t l_t \quad (3.1)$$

onde  $\Pi_t$  são os lucros,  $r_t$  os juros sobre o capital e  $w_t$  os salários,  $k_t$  e  $l_t$  são o capital e o trabalho agregados e  $y_t$  é o produto da economia dado pela função de produção Cobb-Douglas:

$$y_t = z_t k_t^\alpha l_t^{1-\alpha} \quad (3.2)$$

onde  $z_t$  é a produtividade <sup>3</sup> total dos fatores e  $\alpha$  a participação do capital no produto total.

Podemos notar que, mesmo sendo as firmas modeladas como um agente representativo podemos entender que elas formam um mercado perfeitamente competitivo de pequenas firmas, onde a oferta de trabalho é inelástica. Dessa forma, a taxa de juros e os salários são dados pelas produtividades marginais do capital e do trabalho. Além disso, as firmas, nessa especificação, não fazem nenhuma distinção entre o trabalho ofertado pelas famílias capitalistas e aquele ofertado pelas famílias trabalhadoras (que serão descritas na próxima seção), existindo, assim, somente um salário na economia.

### 3.1.2 Famílias Capitalistas

Dentro do arcabouço de agentes maximizadores, cada família capitalista, cujas variáveis são identificadas com o subscrito "c", deve resolver o seguinte problema de maximização da sua utilidade:

$$\max_{c_{c,i,t}, a_{i,t+1}} U_{c,i} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta_c^t \left( \frac{c_{c,i,t}^{1-\gamma_c}}{1-\gamma_c} - P(a_{i,t+1}) \right) \quad (3.3)$$

onde  $c_{c,i,t}$  e  $a_{i,t+1}$  representam os fluxos de consumo e de acumulação de ativos para a família  $i$ .

Como neste modelo somente as famílias capitalistas são detedoras de ativos, não é necessário utilizarmos nenhum subscrito nessa variável. Os parâmetros  $\beta$  e  $\gamma$  determinam as preferências temporais e de aversão ao risco, respectivamente.

<sup>2</sup>Ver, por exemplo, Junior (2016) e Barro and Sala-i Martín (2003)

<sup>3</sup>Na seção 3.1.2 descrevemos como a produtividade será modelada para representar seu comportamento ao longo do tempo.

A função-utilidade é do tipo CRRA (*constant relative risk aversion*), em relação ao consumo, e  $P(a_{i,t+1})$  é uma função-penalidade proposta por Preston and Roca (2007) e também utilizada por Troch (2014) na caracterização das famílias capitalistas, que restringe o acúmulo de dívidas, ao punir as famílias em termos de utilidade, por deterem poucos ativos<sup>4</sup>. Ademais, se não houvesse nenhuma restrição ao acúmulo de ativos, os agentes tenderiam a acumulá-los indefinidamente, impedindo que a economia tivesse algum ponto de equilíbrio estacionário. A função-penalidade possui a seguinte especificação:

$$P(a_{i,t+1}) = \frac{\phi}{(a_{i,t+1} + b)^2} \quad (3.4)$$

onde  $b$  é o limite para o endividamento. O coeficiente  $\phi$  é chamado de parâmetro de barreira e é calibrado de forma tal que a restrição ao endividamento não seja violada e que tenha pequeno efeito sobre a alocação ótima dos ativos. Adicionalmente notamos que nessa caracterização da função-penalidade de forma quadrática em seu denominador, quando a posse ativos ( $a_{i,t+1}$ ) se aproxima da restrição ao endividamento ( $-b$ ), a penalidade tende ao infinito, reduzindo fortemente a utilidade das famílias.

A cada período, as famílias capitalistas enfrentam a seguinte restrição orçamentária:

$$c_{c,i,t} + a_{i,t+1} = (1 - \tau)r_t(k_t, l_t, z_t)a_{i,t} + w_t(k_t, l_t, z_t)e_{i,t} + (1 - \delta)a_{i,t} \quad (3.5)$$

onde  $r_t$  e  $w_t$  são a taxa de juros e o salário que dependem do capital agregado  $k$ , do trabalho agregado  $l$  e da produtividade  $z_t$ .<sup>5</sup> O parâmetro  $\delta$  é a taxa de depreciação dos ativos e  $e_{c,i,t}$  é uma oportunidade de emprego idiossincrático que segue um processo estocástico contínuo do tipo autoregressivo descrito por:

$$e_{c,i,t+1} = (1 - \rho_e)\mu_e + \rho_e e_{c,i,t} + \epsilon_{c,i,t}^e \quad (3.6)$$

onde  $\epsilon_{c,i,t}^e \sim N(0; \sigma_{c,c}^2)$ . Esta especificação indica que as famílias não escolhem a quantidade de horas que elas desejam trabalhar, sendo, desta forma, a oferta de trabalho exógena e não dependente do salário. Isto é, os agentes caracterizados aqui estão empregadas pelo tempo determinado pelo empregador, que tem o poder de aumentar ou diminuir as horas de trabalho de acordo com seus critérios<sup>6</sup>.

Nessa especificação de mercado incompleto, os choques sobre o emprego não podem ser assegurados e criam uma significativa variação nas rendas dos indivíduos, sendo a única forma de seguro contra choques negativos no emprego o acúmulo de ativos.

<sup>4</sup>Além disso, a inclusão dessa função permite a formulação da restrição do problema de otimização como sendo irrestrita (Preston and Roca, 2007; Troch, 2014).

<sup>5</sup>É importante mencionar que todas essas variáveis agregadas não dependem de nenhuma realização da detenção de ativos das famílias individuais, mas somente da média transversal de toda a população. Isto significa que nenhuma família individualmente é capaz de influenciar a taxa de juros de seus ativos.

<sup>6</sup>Ver a caracterização das Firms abaixo, na seção 3.1.3.

A produtividade agregada da economia também é modelada como um processo autoregressivo descrito por:

$$z_{t+1} = (1 - \rho_z)\mu_z + \rho_z z_t + \epsilon_{t+1}^z \quad (3.7)$$

onde  $\epsilon_{t+1}^z \sim N(0; \sigma_z^2)$  e  $cov(\epsilon_t^z, \epsilon_{c,i,t}^e) = 0$ , o que implica que  $cov(e_{c,i,t}, z_t) = 0$ , o que significa que a oferta de trabalho dos capitalistas não depende da performance da economia, isto é, em outras palavras, as famílias capitalistas não são afetadas pelo desemprego cíclico.

Finalmente, o parâmetro  $\tau$  representa a taxa de impostos sobre os juros aplicada pelo governo às famílias.

Em resumo, as famílias definidas aqui capitalistas são compostas por um tipo de trabalhadores que se utilizam do acúmulo de ativos como forma de seguro contra choques negativos no emprego. Sua renda advém do trabalho ofertado pelas firmas e dos juros auferidos pelo acúmulo de ativos. Adicionalmente, o seu nível de consumo é menor que o nível de renda, com acesso aos mercados financeiros, poupando o excedente de renda por meio da aquisição de ativos financeiros ou de capital.

### 3.1.3 Famílias de Trabalhadores

O comportamento das famílias de trabalhadores, cujas variáveis são identificadas com o subscrito " $w$ ", é relativamente mais simples do que o das famílias capitalistas, uma vez que, dada a sua renda advinda somente do trabalho, eles não escolhem seu uso entre o consumo e a alocação de ativos. Toda a sua renda é consumida e o modelo não permite que estas famílias possam obter recursos emprestados das famílias capitalistas, isto é, não há um setor financeiro onde estas trocas poderiam ser efetivadas. Dessa forma, seu problema de otimização pode ser descrito simplesmente por:

$$\max_{c_{w,i,t}} U_{w,i} = E_0 \sum_{t=0}^{\infty} \beta_w^t \left( \frac{c_{w,i,t}^{1-\gamma_w}}{1-\gamma_w} \right) \quad (3.8)$$

onde  $c_{w,i,t}$  representa o consumo do trabalhador  $i$ . Como no caso das famílias capitalistas, os parâmetros  $\beta$  e  $\gamma$  representam os coeficientes das preferências temporais e de aversão ao risco, respectivamente.

A cada período as famílias de trabalhadores enfrentam a seguinte restrição orçamentária:

$$c_{w,i,t} = w_t(k_t, l_t, z_t)e_{w,i,t} + T_t \quad (3.9)$$

onde  $w_t$  é a taxa de salário, que é a mesma para os trabalhadores e capitalistas e depende somente das variáveis agregadas. Adicionalmente, o trabalho das famílias de trabalhadores e

das famílias capitalistas são substitutos perfeitos<sup>7</sup>. A variável  $e_{w,i,t}$  é a oportunidade de trabalho idiossincrático para os trabalhadores que segue o processo autoregressivo descrito por:

$$e_{w,i,t+1} = (1 - \rho_e)\mu_e + \rho_e e_{w,i,t} + \rho_{ez}(z_t - \mu_z) + \epsilon_{w,i,t+1}^e \quad (3.10)$$

onde  $\mu_e$  é o trabalho de estado estacionário,  $\rho_e$  é o coeficiente de ajustamento e  $\epsilon_{w,i,t}^e \sim N(0; \sigma_{w,i,t+1}^e)$ ,  $\rho_{ez}$  é a sensibilidade do emprego ao ciclo de negócio,  $z_t$  é a produtividade agregada e  $\mu_z$  seu valor em estado estacionário. Nesta especificação continua sendo válido que  $cov(\epsilon_t^z, \epsilon_{w,i,t}^e) = 0$ , porém a especificação do choque idiossincrático agora implica que  $cov(e_{w,i,t}, z_t) > 0$ .

Podemos notar que, desta forma, ao contrário do que ocorre com os capitalistas, o emprego dos trabalhadores está sujeito à flutuação do ciclo de negócios, gerando desemprego cíclico, definido como o desvio negativo do emprego em relação ao seu estado estacionário. Ademais, pelo fato de que o trabalho é a única fonte de renda dos trabalhadores, um choque no emprego é verdadeiramente não-segurado e pode criar muito mais variação no consumo do que no caso dos capitalistas.

Finalmente,  $T_t$  são transferências *lump-sum* do governo, ou transferências de bem-estar.

### 3.1.4 Governo

O governo, na economia representada pelo modelo, arrecada impostos sobre a renda de capital e a redistribui entre os trabalhadores na forma de transferências *lump-sum*.

Nesta especificação do comportamento do governo, podemos notar que ele efetivamente atua na economia com o objetivo de reduzir a desigualdade, uma vez que só há impostos sobre a renda de capital, mas é fácil ver que sua atuação poderia ser oposta, uma vez que os impostos poderiam ser aplicadas à renda dos trabalhadores, reduzindo, assim, sua renda disponível para o consumo e aumentando os ganhos de capital dos capitalistas.

O governo atua sob orçamento equilibrado e obedece a seguinte restrição orçamentária:

$$\lambda \tau r_t \int_0^1 a_{i,t} di = (1 - \lambda) T_t \quad (3.11)$$

onde  $\lambda$  é a proporção de capitalistas na economia,  $\tau$  é a taxa de impostos,  $r_t$  é a taxa de juros,  $a_{i,t}$  são os ativos e  $T_t$  são as tranferências *lump-sum* per capita.

Com essa especificação, podemos observar que o governo atua para reduzir a desigualdade. Porém, como os impostos introduzem uma distorção e reduzem o capital, o governo enfrenta um trade-off entre equidade e eficiência. Além disso, o governo atua, neste modelo, de forma

---

<sup>7</sup>Notamos que, claramente, esta é uma caracterização difícil de ser encontrada na realidade, uma vez que encontramos uma maior diversidade de salários entre os indivíduos devida, principalmente, às suas diferentes produtividades.

que a redistribuição ocorra entre as classes, e não dentro de cada classe <sup>8</sup>.

## 3.2 Agregação e Equilíbrio do Modelo

As variáveis agregadas da economia são dadas pelas seguintes equações:

$$k_t = \lambda \int_0^1 a_{i,t} di \quad (3.12)$$

$$l_t = \lambda \int_0^1 e_{c,i,t} di + (1 - \lambda) \int_0^1 e_{w,i,t} di \quad (3.13)$$

$$c_t = \lambda \int_0^1 c_{c,i,t} di + (1 - \lambda) \int_0^1 c_{w,i,t} di \quad (3.14)$$

$$y_t = \lambda \int_0^1 y_{c,i,t} di + (1 - \lambda) \int_0^1 y_{w,i,t} di \quad (3.15)$$

Usando as equações (3.4) e (3.8) podemos simplificar a equação de agregação do trabalho:

$$l_t = \mu_e + \frac{(1 - \lambda)\rho_{ez}}{1 - \rho_e} (z_t - \mu_z) \quad (3.16)$$

Essa simplificação advém da sugestão de Den Haan and Oaktan (2009), que usando a lei dos grandes números, prova que  $\forall t : \int_0^1 \epsilon_{c,i,t}^e di \simeq \int_0^1 \epsilon_{w,i,t}^e di \simeq 0$ . Isto é, uma vez que todos os choques idiossincráticos no emprego se cancelam na média, o trabalho agregado é dado por uma constante mais o desvio de produtividade do estado-estacionário multiplicado por algum parâmetro positivo. Desta forma, o trabalho agregado é pró-cíclico e é dado por um processo estocástico exógeno.

O equilíbrio da economia é definido pelo conjunto das condições de primeira ordem dos problemas de otimização das famílias capitalistas e firmas:

$$c_{c,i,t}^{-\gamma_c} = \frac{2\phi}{a_{i,t+1}^3} + \beta_c c_{c,i,t+1}^{-\gamma_c} (1 + (1 - \tau)r_{t+1} - \delta) \quad (3.17)$$

$$r_t = \alpha z_t k_t^{\alpha-1} l_t^{1-\alpha} \quad (3.18)$$

$$w_t = (1 - \alpha) z_t k_t^\alpha l_t^{-\alpha} \quad (3.19)$$

---

<sup>8</sup>Obviamente, poder-se-ia pensar em uma atuação do governo de forma tal que tentasse reduzir a desigualdade dentro de uma classe, como sugerido por Bohacek and Kejak (2005), mas não é este o nosso objetivo de análise neste estudo.

Estas condições de primeira ordem, as restrições orçamentárias, as regras de agregação e as equações dos processos autoregressivos formam o conjunto que descreve o estado estacionário e a dinâmica da economia.

O caráter heterogêneo do modelo apresenta uma complicação adicional, que deve ser devidamente abordada, quando tratamos da caracterização do estado-estacionário e da dinâmica da economia nesse tipo de modelagem.

Para prever a evolução dos salários e das taxas de juros, as famílias precisam saber como é que o estoque de capital evolui ao longo do tempo. Troch (2014) observa que, uma vez que as famílias não consigam caracterizar completamente a distribuição de probabilidade do capital por esta ser um objeto de dimensão infinita, elas se valem de um comportamento racional limitado e tentam caracterizar esta distribuição com poucos momentos de forma a tentar prever a evolução dos salários e juros, notadamente somente as suas médias, como sugerido por Krusell and Smith (1997). Este propõe a seguinte lei de movimento do capital agregado:

$$k_{t+1} = \zeta_0 + \zeta_1 k_t + \zeta_2 z_t \quad (3.20)$$

Podemos notar que essa especificação não depende de qualquer choque e utilizando-a, as famílias podem prever o salário e os juros futuros para tomarem suas decisões. Den Haan and Oaktan (2009), por exemplo, inclui outros momentos da distribuição no problema de otimização. De qualquer forma, segundo os autores, o número de momentos que devem ser incluídos depende do método escolhido para a determinação da lei de movimento do capital agregado.

### 3.3 Método de Solução do Modelo

Nesta seção delineamos as principais características do algoritmo de solução do modelo, que, de uma forma geral é constituído por três etapas distintas, mas interconectadas. Inicialmente devemos determinar a ordem de aproximação da solução, depois decidir qual método deve ser usado para calcular a função-política e, por último, determinar a lei de movimento do capital agregado.

A questão subjacente aqui é como os agentes realizam as previsões dos preços futuros (salários e juros). Krusell and Smith (1997) argumentam que é suficiente para as famílias utilizarem somente a média, o primeiro momento da distribuição de capital, o que gera previsões relativamente bem acuradas. A justificativa para essa estratégia é que a propensão marginal a poupar das famílias é quase independente do nível de renda, exceto para o caso dos níveis mais baixos de renda. Mesmo que alguns agentes tenham propensões diferentes, o nível de renda é tão baixo que a parcela da poupança do conjunto desses agentes é muito pequena no agregado da economia. Dessa forma, a inclusão de outros momentos não afetaria o padrão de acumulação do capital agregado.

A solução do modelo segue a estratégia já bem estabelecida para modelos DSGE, que podemos denominar de método de perturbação (Canova, 2007; Chacon, 2014; Junior, 2016) e consiste em aproximar a solução ao redor do estado estacionário da economia usando a expansão de Taylor ou algum outro método de linearização das equações do modelo <sup>9</sup>.

A última parte da solução consiste na derivação da lei de movimento do capital agregado. Devemos recordar que o comportamento dos agentes individuais em modelos DSGE com risco agregado e idiossincrático depende de leis percebidas de movimentos de preços e/ou de variáveis agregadas que sejam consistentes com o comportamento dos indivíduos (Den Haan and Rendahl, 2010).

O método mais comumente utilizado na literatura de modelos heterogêneos é o que foi apresentado por Krusell & Smith (1997). Ele é baseado em simulações e regressões e consiste na determinação uma distribuição inicial de ativos e simulações do comportamento de um grande número de agentes em vários períodos de tempo e na regressão do estoque médio de ativos no período  $t$  sobre o estoque no período  $t - 1$  e o choque de produtividade agregada. Esta regressão fornece, então, os coeficientes da equação de evolução do capital agregado. O processo é iterativo e a cada simulação a função é reescrita até que não haja nenhuma diferença entre a nova função e a anterior.

O método acima apresenta a desvantagem de ser computacionalmente muito intensivo. Ademais, um método alternativo foi proposto por Den Haan and Rendahl (2010), o qual consiste em um algoritmo para resolver modelos com agentes heterogêneos muito mais simples e que estabelece a consistência entre o comportamento individual e o agregado, sem a necessidade de simulações ou parametrizações da distribuição para a obtenção das leis de movimento das variáveis agregadas, que são obtidas diretamente da aproximação da regra de política individual por agregação explícita.

Seguindo o modelo desenvolvido e descrito detalhadamente em Den Haan and Oaktan (2009)<sup>10</sup>, consideremos a seguinte função política para a detenção individual de ativos, em que todos os agentes são iguais com exceção de seu estoque inicial de ativos,  $a_{i0}$  e seu status de

---

<sup>9</sup>Há outros métodos de solução, como os métodos de projeção, baseados em aproximações numéricas da função, desenvolvidos, por exemplo, por Bohacek & Kejak (2005) para modelos com agentes heterogêneos, que estão sendo pesquisados e desenvolvidos recentemente, mas que ainda apresentam a desvantagem de não serem amplamente difundidos ou contarem com pacotes computacionais padronizados, como os métodos de perturbação. O estudo e aplicações desses métodos de projeção poderiam constituir uma possível extensão deste trabalho.

<sup>10</sup>O artigo citado apresenta detalhadamente um modelo que não apresenta solução analítica para a determinação da lei de movimentação de capital ou ativos, sendo assim necessário o emprego de métodos numéricos de solução, assumindo que os os agentes somente usam o primeiro momento da distribuição de riqueza para perceber os preços correntes e futuros. Isso, explicam os autores, significa que os agentes têm acesso à lei de movimento do estoque de ativos e, dado esta lei, cada agente pode calcular a sua escolha ótima de ativos. O algoritmo de solução segue as seguintes etapas explicitadas no artigo: (i) selecione a ordem  $I$  do momento da distribuição; (ii) escolha a forma funcional para a lei agregada de movimento; (iii) resolva o problema da lei para o indivíduo; (iv) use o problema de decisão individual para atualizar a lei agregada de movimento; (v) dado o passo (ii) iterar até obter a convergência

emprego,  $e_{i,t}$  :

$$a_{i,t+1} = \theta_0 + \theta_1 a_{i,t} + \theta_2 e_{c,i,t} + \theta_3 z_t + \theta_4 k_t \quad (3.21)$$

Assumimos desta forma que a regra de política individual é representada por um polinômio de grau 1 em  $a$ ,  $e$ ,  $z$  e  $k$ . Podemos notar que esta função determina a alocação ótima individual de ativos em  $t + 1$  baseada nas variáveis em  $t$  e que os coeficientes são os mesmos para todos os valores de  $a_{i,t}$ . Para obtermos a lei agregada de movimentação dos ativos, integramos esta equação,

$$\int_0^1 a_{i,t+1} di = \theta_0 + \theta_1 \int_0^1 a_{i,t} di + \theta_2 \int_0^1 e_{c,i,t} di + \theta_3 z_t + \theta_4 k_t \quad (3.22)$$

e fazendo  $\lambda \int_0^1 a_{i,t+1} di = k_{t+1}$ ,  $\lambda \int_0^1 a_{i,t} di = k_t$  e  $\int_0^1 e_{c,i,t} di = \mu_e$ , a equação pode ser reescrita como:

$$k_{t+1} = \lambda(\theta_0 + \theta_2 \mu_e) + (\theta_1 + \lambda \theta_4) k_t + \lambda \theta_3 z_t \quad (3.23)$$

Por último, podemos fazer  $\lambda(\theta_0 + \theta_2 \mu_e) = \zeta_0$ ,  $(\theta_1 + \lambda \theta_4) = \zeta_1$  e  $\lambda \theta_3 = \zeta_2$ . Desta forma obtemos uma equação idêntica à equação 3.20, a qual descreve a lei de movimento do capital agregado.

Esta forma de derivar a lei de movimento do capital agregado nos permite, segundo os autores citados, evitar que tenhamos de simular todo o modelo a cada iteração como no método empregado por Krussell & Smith, o que torna o processo computacionalmente muito mais rápido de ser executado e sem perda de generalidade <sup>11</sup>.

### 3.4 Simulação do Modelo da Economia e Construção de Índices de Desigualdade

Com o modelo proposto, podemos analisar qual o comportamento das principais variáveis macroeconômicas quando são submetidas aos choques na produtividade e no emprego, como vimos na seção anterior. Adicionalmente, ele permite que seja dado um passo em direção à análise de como estes choques e diferentes parametrizações das equações que representam a economia impactam diretamente a distribuição de renda. Para isto, utilizaremos o modelo para simularmos a economia com o objetivo de construirmos alguns índices de desigualdade que serão descritos brevemente nesta seção.

<sup>11</sup>Na execução do modelo, conseguimos a convergência da distribuição dos coeficientes com aproximadamente 60 iterações.

### 3.4.1 Índice de Gini

O Índice (ou coeficiente) de Gini, criado pelo estatístico italiano Conrado Gini no início do século XX, é um indicador para medir o grau de concentração de renda em determinado grupo. Basicamente ele indica qual é a diferença entre os rendimentos dos mais pobres e dos mais ricos<sup>12</sup>. Numericamente, varia de zero a um (alguns estudos o apresentam de zero a cem). O valor zero representa a situação de igualdade, ou seja, todas os elementos da distribuição (indivíduos, famílias ou outros agrupamentos) têm a mesma renda. O valor um (ou cem) está no extremo oposto, ou seja, representaria o máximo de desigualdade onde um elemento da população detém toda a riqueza. Desta forma, em outras palavras, quanto menor for o Índice de Gini, mais igualitária é a distribuição de renda medida.

O índice para um período de tempo  $t$  qualquer pode ser calculado utilizando a seguinte equação:

$$G_t^y = \frac{1}{n} \left( n + 1 - 2 \left( \frac{\sum_{i=1}^n (n + 1 - i) y_{i,t}}{\sum_{i=1}^n y_{i,t}} \right) \right) \quad (3.24)$$

onde,  $G_t^y$  é o valor do coeficiente de Gini para a renda,  $n$  é o número de indivíduos ou famílias na economia e  $y_{i,t}$  são as rendas das famílias na economia ordenadas da menor para a maior, isto é  $y_{i,t} \leq y_{i+1,t}$ . Analogamente, podemos utilizar a mesma formulação para calcularmos o Índice de Gini para outras variáveis como o consumo ( $G_t^c$ ) e a riqueza ( $G_t^a$ ).

### 3.4.2 Outros indicadores de desigualdade

Além do Índice de Gini, a simulação do modelo da economia nos permite o cálculo de outros índices de desigualdade comuns na literatura econômica. Nessa seção, analisaremos brevemente duas outras medidas da desigualdade: o Índice de Theil e as razões de renda.

O Índice (ou coeficiente) de Theil, criado pelo economista Henri Theil na década de 1960, é baseado no conceito de entropia de uma distribuição<sup>13</sup> e é calculado como o logaritmo neperiano da razão entre as médias aritmética e geométrica da renda e representa a falta de diversidade dos dados. O Índice de Theil é definido por:

$$T_t = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \left( \frac{y_{i,t}}{\bar{y}_t} \ln \frac{y_{i,t}}{\bar{y}_t} \right) \quad (3.25)$$

onde  $T_t$  é o coeficiente de Theil,  $y_{i,t}$  é a renda do agente (indivíduo ou família)  $i$  e  $\bar{y}_t$  é a

---

<sup>12</sup>Na prática, o Índice de Gini costuma comparar os rendimentos dos 20% mais pobres com os dos 20% mais ricos da população. IPEA - Índice de Gini - [http://www.ipea.gov.br/desafios/index.php?option=com\\_content&id=2048:catid=28&Itemid=23](http://www.ipea.gov.br/desafios/index.php?option=com_content&id=2048:catid=28&Itemid=23)

<sup>13</sup>Para qualquer distribuição de probabilidades, é possível definir uma quantidade denominada "entropia", que é a medida de incerteza de uma variável aleatória, dada pela equação  $H = \sum p_i \log(1/p_i)$ , em que  $p_i$  indica a probabilidade de evento da distribuição de probabilidades de uma variável aleatória discreta.

renda média. Os seus valores variam entre 0, o que representa a total igualdade de renda ou a falta completa de diversidade da renda, e  $\ln(n)$ , que representa a perfeita desigualdade, isto é, quando somente um indivíduo possui toda a renda da economia.

Para que o índice seja utilizado para comparar economias com diferentes tamanhos de população, o índice costuma ser padronizado, sendo dividido por  $\ln(n)$  e, assim, assume valores somente entre 0 e 1. Entre suas qualidades, enumeram-se que é simétrico (tem a propriedade de invariância em caso de permuta de indivíduos), é invariante à replicação (é independente de replicações de população), independente da média (tem a propriedade de ser invariante em caso de alteração da escala da renda) e satisfaz ao Princípio de Pigou-Dalton, isto é, a desigualdade cresce como resultado de transferências regressivas entre os indivíduos na economia<sup>14</sup>. Podemos notar que, pela própria definição do cálculo do Índice de Theil, ele não pode ser empregado para medir a desigualdade de riqueza, pois não existe logaritmo de zero ou de números negativos. Portanto, ele só pode ser empregado para a medição da desigualdade considerando variáveis que assumem valores estritamente positivos.

Uma propriedade interessante do coeficiente de Theil é que ele pode ser decomposto em subgrupos, permitindo, assim, identificarmos quanto da desigualdade total é causada pela desigualdade entre as famílias capitalistas e famílias de trabalhadores, por exemplo. Podemos escrever a decomposição do índice da seguinte forma:

$$T_t = s_{w,t}T_{w,t} + s_{c,t}T_{c,t} + s_{w,t} \ln \frac{y_{w,t}^-}{\bar{y}_t} + s_{c,t} \ln \frac{y_{c,t}^-}{\bar{y}_t} \quad (3.26)$$

onde a primeira parcela corresponde à desigualdade nas famílias de trabalhadores, a segunda parcela corresponde à desigualdade nas famílias capitalistas e as duas últimas parcelas correspondem à desigualdade entre as duas famílias. As variáveis  $s_{w,t}$  e  $s_{c,t}$  são as proporções das rendas das famílias capitalistas e de trabalhadores na renda total,  $T_{w,t}$  e  $T_{c,t}$  os coeficiente de Theil para cada tipo de família,  $y_{w,t}^-$  e  $y_{c,t}^-$  as rendas médias de cada tipo de família e  $\bar{y}_t$  a média das rendas da economia como um todo.

Outras medidas que são comuns na literatura sobre a desigualdade de renda são as conhecidas razões entre os percentis de renda. Após a simulação da economia, foram calculadas as razões 90/10, 50/10 e 90/50 entre os percentis de renda. Estes quocientes comparam as rendas no nonagésimo, cinquentésimo e no décimo percentil entre si.

---

<sup>14</sup>O Princípio de Pigou-Dalton diz que uma transferência de renda de um indivíduo mais rico para um indivíduo mais pobre, desde que essa transferência não inverta a posição social entre os dois, resulta em uma maior igualdade social.

### 3.4.3 Metodologia de geração das distribuições para o cálculo dos índices de desigualdade

Para o cálculo dos índices de desigualdade realizamos a simulação do modelo da economia usando as funções de política e os choques idiossincráticos. Essencialmente o processo consiste em gerarmos uma quantidade grande de valores da renda total da economia. Como a renda total é composta pela renda das famílias capitalistas e pela renda das famílias de trabalhadores, podemos, simular o modelo para gerarmos estas rendas e assim podermos calcular as proporções de renda de cada uma delas.

Cada simulação da economia foi realizada com a utilização do estado estacionário da economia calculado para cada parametrização das equações. Isto nos permite, em outras palavras, encontrar o valor de estado estacionário do estoque de ativos da economia e os coeficientes da lei de movimentação de capital para os diversos valores dos parâmetros da economia. Portanto, cada experimento de simulação representa uma economia. Desta forma, dada a economia, podemos simulá-la para calcular os índices de desigualdade.

Consideramos uma economia com  $n$  famílias<sup>15</sup> e estabelecemos que inicialmente a distribuição de renda entre elas fosse completamente uniforme, com a importante diferenciação de que uma parcela das famílias é de capitalistas e possuem ativos ( $\lambda$ ) e a parcela restante de trabalhadores ( $1 - \lambda$ ) que consomem toda a sua renda. Em outras palavras, estabelecemos que todas as famílias partem do mesmo ponto e com o passar do tempo elas vão sendo submetidas a choques aleatórios no emprego advindos de uma distribuição normal<sup>16</sup>, de forma tal que ao final do período podemos identificar as distribuições de riqueza, renda e consumo resultantes da sequência de choques ao longo do tempo.

Dada a distribuição inicial uniforme, a cada período, a economia é submetida ao choque agregado de produtividade e aos choques idiossincráticos no emprego. Como as famílias de trabalhadores não possuem ativos, os choques afetam simplesmente seu consumo e a sua parcela da riqueza total permanece igual a zero. Com o passar do tempo, a distribuição de renda entre as famílias vai mudando por causa dos choques.

Verificamos que o processo de convergência das distribuições partindo da distribuição uniforme inicial só ocorre após cerca de 10.000 períodos. Optamos portanto por simular a economia por 15.000 períodos para garantir a estabilidade da distribuição. Claramente a riqueza das famílias capitalistas é normalmente distribuída com média igual ao valor de estado estacionário dos ativos da economia, o que reflete a parametrização da distribuição normal dos choques no emprego.

Após o processo de convergência das distribuições, notamos que algumas poucas famílias

---

<sup>15</sup>Na execução do modelo fizemos  $n = 5000$ , mas este número só precisa ser grande o suficiente para gerarmos as distribuições contínuas de renda, riqueza e consumo para os experimentos realizados.

<sup>16</sup>Obviamente, se escolhêssemos outra distribuição para representarmos os choques, a distribuição final da riqueza teria outra forma. A escolha aqui reflete a estratégia de tornar a modelagem mais simples e computacionalmente mais tratável.

(cerca de 2% delas) apresentaram valores negativos de riqueza, o que claramente viola a restrição ao empréstimo. Podemos explicar este resultado da seguinte forma: a) a função de penalidade na caracterização da utilidade das famílias capitalistas assegura que somente um número crítico de famílias não tenha sua riqueza negativa e assim a economia estaria operando em um esquema Ponzi; b) as funções de política individuais são lineares e por isso não podem mudar significativamente o comportamento das famílias em ambos os lados da distribuição de riqueza, isto é, sob a hipótese de linearidade, as famílias, em lados opostos da distribuição não podem ter propensões diferentes à poupança.

O modelo construído está preparado para calcular o Índice de Gini e outras métricas de desigualdade para qualquer conjunto de parâmetros da economia, uma vez que precisamos somente simular a renda (ou o consumo e a riqueza). O principal problema surge quando tentamos parametrizar o modelo de forma tal que os índices de desigualdade resultantes das simulações seja exatamente igual aos observados na economia brasileira. Ao tentarmos configurar o modelo de forma que o Índice de Gini, por exemplo, seja igual ao da economia brasileira<sup>17</sup>, por exemplo, que em 2014 era de 0,49, a combinação dos parâmetros que representam as características da economia pode apresentar valores irrealistas, como, por exemplo, a proporção de capitalistas na economia ser menor que 3%.

Ao calcularmos os índices de Theil considerando o modelo proposto e suas diferentes especificações implementadas nos experimentos realizados<sup>18</sup>, podemos verificar que a decomposição do índice sugere que a desigualdade causada pelos choques idiossincráticos no emprego das famílias de trabalhadores não consegue gerar uma desigualdade de longo prazo significativa, mesmo o este choque seja maior do que o que atinge as famílias capitalistas.

Adiantamos aqui um resultado das simulações realizadas: se as famílias capitalistas podem adquirir ativos ao pouparem uma parte da renda adicional, isto pode criar uma desigualdade persistente, uma vez que mais ativos permitiriam às famílias um maior nível de renda. Porém, mesmo assim, a maior parte da desigualdade advém da própria diferença entre as famílias, o que reflete os valores diferentes das médias das rendas das duas famílias. Isto significa que mesmo que o governo tentasse reduzir a desigualdade de renda entre as famílias, tal como medido pelo Índice de Theil, por meio das transferências *lump-sum* descritas anteriormente, isto não seria suficiente para eliminar totalmente a desigualdade. Bohacek and Kejak (2005) sugerem que, para que a desigualdade fosse totalmente mitigada, seria necessário que o governo aplicasse algum tipo de tributação mais progressiva ou promovesse algum tipo de transferência dentro de cada classe das famílias.

Adicionalmente podemos identificar que existe um *trade-off* entre replicarmos as desigualdades de renda e riqueza de uma economia real e replicarmos os momentos das variáveis macroeconômicas. Deve-se salientar que não conseguimos replicar acuradamente os momentos das variáveis macroeconômicas e o índice de desigualdade ao mesmo tempo, mesmo empregando

---

<sup>17</sup>Ministério da Fazenda - <https://goo.gl/nmdBQ7>

<sup>18</sup>Ver anexo 5.2 para a tabela com todos os índices de desigualdade calculados para cada experimento realizado

métodos de estimação bayesianos, por exemplo, comuns atualmente na modelagem do tipo DSGE. Além do exposto até agora, identificamos também que quando a economia é submetida a choques muito grandes ou quando apresenta uma grande desigualdade, a restrição imposta aos empréstimos (a barreira, acima descrita) torna-se inativa e encontramos uma grande quantidade de famílias com valores negativos de ativos<sup>19</sup>.

### 3.5 Calibração do Modelo Base

Nesta etapa da pesquisa, após termos especificado o modelo da economia, é necessário que os parâmetros de suas equações sejam determinados para que possamos simular o comportamento das variáveis ao longo do tempo. Em modelos do tipo DSGE com agentes representativos já tradicionais no campo de análise macroeconômica, o emprego de estimações dos parâmetros por meio de métodos bayesianos tornou-se forma dominante nos últimos anos (Herbst, 2016). Na literatura dedicada ao estudo de modelos com agentes heterogêneos, que seguem principalmente os trabalhos pioneiros de Preston and Roca (2007) e Den Haan and Ocaktan (2009), entretanto, o método mais empregado é o da calibração dos parâmetros para que o modelo tente replicar as características de uma economia real.

Tabela 3.1: Modelo Base - Valores das Calibrações dos Parâmetros

Parâmetro	Descrição	Valor
<b>gamma</b>	Aversão ao risco	2,00
<b>delta</b>	Depreciação	0,03
<b>beta</b>	Preferência temporal	0,98
<b>alfa</b>	Share de capital	0,36
<b>miz</b>	Produtividade (estado estacionário)	1,00
<b>roz</b>	Ajuste de produtividade	0,75
<b>sigmaz</b>	Volatilidade da produtividade	0,01
<b>phi</b>	Barreira ao ativos	0,05
<b>rok</b>	Valor inicial para a lei de movimentação do capital	0,70
<b>mie</b>	Emprego (estado estacionário)	1,00
<b>roe</b>	Ajuste do emprego	0,70
<b>sigmae1</b>	Volatilidade do emprego - capitalistas	0,05
<b>sigmae2</b>	Volatilidade do emprego - trabalhadores	0,10
<b>roez</b>	Ciclicidade do emprego - trabalhadores	0,30
<b>lambda</b>	Proporção de capitalistas	0,80
<b>tau</b>	Taxa de impostos	0,00

No modelo que servirá de base para as simulações ao longo da pesquisa optamos por tentar calibrar o modelo de forma que ele pudesse replicar o comportamento da economia brasileira, o máximo possível. Os modelos do tipo DSGE são extremamente sensíveis aos parâmetros

<sup>19</sup>Nossa hipótese é que somente uma extensão do modelo com a inclusão explícita do setor financeiro seria adequada para contornar este problema.

utilizados, nem sempre conseguindo atingir um estado estacionário. Após alguns testes iniciais chegamos aos valores apresentados na Tabela 3.1, seguindo também a literatura disponível.

A proporção de trabalhadores na economia foi estabelecida em 20%. Galí et al. (2007) utiliza a proporção de 50% em seu modelo para analisar os efeitos dos gastos do governo sobre o consumo em economias avançadas. Em alguns estudos sobre a desigualdade de renda no Brasil, como em Barros et al. (2006) e Medeiros et al. (2015), é comum encontrarmos estatísticas relacionadas aos 20% mais pobres e nossa hipótese é que este grupo é composto pelo estrato da população que não possui nenhum ativo e que consome a totalidade de sua renda, podendo, assim, ser representados como as famílias de trabalhadores descritas no modelo. Além disso, devido aos nossos objetivos de pesquisa, o estabelecimento da proporção da famílias de trabalhadores em somente 20% no modelo base, nos permite analisar os efeitos das ações do governo que pretendem melhorar as condições sócio-econômicas do quintil mais pobre da população e como isso afetaria o produto agregado da economia.

A proporção do capital no produto é de aproximadamente um terço e a taxa de depreciação do capital, em torno de 3% - valores igualmente comuns em estudos empíricos e que implicam, conjuntamente com outros parâmetros, uma taxa de retorno sobre o capital de cerca de 4,5%.

Os coeficientes que representam as preferências intertemporais das famílias capitalistas e de trabalhadores são, propositalmente, diferentes, uma vez que este parâmetro introduz uma heterogeneidade entre os agentes no modelo da economia e permite que analisemos o comportamento das variáveis em cada uma das famílias. Como postulamos que as famílias capitalistas são as únicas detentoras de ativos, isso, em termos de preferências intertemporais, pode ser interpretado como elas sendo mais pacientes que as famílias de trabalhadores, então sempre que  $\beta_c > \beta_w$ , introduzimos a heterogeneidade e o valor exato de  $\beta_w$  não é relevante para a modelagem.

O coeficiente de aversão ao risco está longe de ser um parâmetro sem controvérsias na literatura macroeconômica e normalmente tem sido calibrado como 1, o que permite a utilização de uma função de utilidade logarítmica que é muito mais simples de ser manipulada que outras formas funcionais. Algumas pesquisas mais recentes, como em Schechter (2007), sugerem que este valor seja em torno de 2 ou mesmo maior. Devemos também considerar se a aversão ao risco é correlacionada com o nível de riqueza, o que implicaria que as famílias capitalistas e de trabalhadores teriam coeficientes diferentes de aversão ao risco, sendo as primeiras menos avessas ao risco justamente por possuírem ativos que serviriam como uma espécie de seguro contra choques no emprego. Dessa forma, calibramos, de forma ad hoc, no modelo base, os valores de 2 para as famílias capitalistas e 5 para as famílias de trabalhadores.

Padronizamos os processos estocásticos para os choques no emprego e na produtividade no estado estacionário para 1, com coeficientes de ajustamento em 0,75 e 0,70, respectivamente. Postulamos que o emprego das famílias de trabalhadores é mais volátil, com coeficiente de 0,10, que o das famílias de trabalhadores, com coeficiente igual a 0,05, e calibramos o coeficiente de ciclicidade do emprego em 0,30.

O parâmetro de barreira foi calibrado em 0,05 seguindo Preston and Roca (2007). Para evitarmos que a quantidade de ativos em posse das famílias capitalistas seja negativo, impusemos que o limite ao endividamento  $b$  seja igual a zero. Por fim, no modelo base a taxa de impostos é igual a zero, não havendo nenhuma transferência de recursos entre as famílias. Dessa forma, podemos analisar os efeitos distributivos ao introduzirmos os impostos no modelo.

Na próxima seção, apresentaremos os resultados obtidos após a execução do modelo base bem como os obtidos das simulações de suas caracterizações alternativas em alguns experimentos desenvolvidos.<sup>20</sup> . Salientamos que a execução do modelo segue duas etapas: a primeira é a execução do modelo DSGE e análise das reações das variáveis macroeconômicas aos choques aos quais a economia é submetida e que é o resultado padrão deste tipo de modelagem, em grande parte dos estudos. A segunda etapa, aqui mais importante, consiste na análise da desigualdade que surge nessa economia submetida aos choques ao longo do tempo.

### 3.6 Resultados do Modelo

Para que o modelo possa ser executado, faz-se necessário que, inicialmente seja determinada a lei de movimentação do capital agregado, como foi explicado na seção 3.5. O procedimento consistiu na execução um algoritmo iterativo para a obtenção dos coeficientes da equação 3.20. Para iniciarmos o algoritmo, precisamos indicar valores iniciais destes coeficientes. Considerando, então, a equação de movimentação de capital abaixo:

$$k_{t+1} = (1 - \rho_{kk})\bar{k} + \rho_{kk}k_t + \rho_{kz}(z_t - \mu_z) \quad (3.27)$$

onde  $\bar{k}$  é o valor de estado estacionário do capital,  $\mu_z$  é o da produtividade,  $\rho_{kk}$  e  $\rho_{kz}$  são os coeficientes de ajuste que fixamos em 0,70 no início do processo de iteração. Obviamente após o processo de iteração, os coeficientes irão convergir para outro valor. Podemos notar que esta equação é equivalente, após simples manipulações algébricas, à equação 3.20, proposta por Krusell and Smith (1997). Além disso, estabelecemos a velocidade de convergência em 10%. Dessa forma, a cada passo do processo, os novos coeficientes da lei de movimentação do capital são dados pelas combinações lineares abaixo, propostas por Den Haan and Ocktan (2009):

$$\delta_0^n = 0.9\delta_0^v + 0.1\lambda(\theta_0 + \theta_2\mu_e) \quad (3.28)$$

$$\delta_1^n = 0.9\delta_1^v + 0.1(\theta_1 + \lambda\theta_4) \quad (3.29)$$

$$\delta_2^n = 0.9\delta_2^v + 0.1\lambda\theta_3 \quad (3.30)$$

---

<sup>20</sup>No anexo 5.2 apresentamos a tabela completa dos experimentos.

onde os coeficientes *theta* são os coeficientes da equação 3.21, que é a função política para o acúmulo de ativos e  $\lambda$  é a proporção de famílias capitalistas na economia. Após 100 iterações do modelo, a lei de movimentação do capital para o modelo base<sup>21</sup> é dada por:

$$k_{t+1} = -1,24 + 0,97k_t + 1,95z_t \quad (3.31)$$

### 3.6.1 Experimento com a calibração do Modelo Base

Os valores de estado estacionário de todas as variáveis do modelo base são apresentados na tabela abaixo:

Tabela 3.2: Valores estacionários do Modelo Base

Variável	Descrição	Valor
<b>cc</b>	consumo das famílias capitalistas	2,6995
<b>cw</b>	consumo das famílias de trabalhadores	2,0516
<b>a</b>	ativos	31,7861
<b>r</b>	taxa de juros	0,0454
<b>w</b>	salários	2,0516
<b>z</b>	produtividade	1,0000
<b>k</b>	capital	25,4271
<b>l</b>	emprego (horas trabalhadas)	1,0000
<b>yc</b>	renda das famílias capitalistas	3,4942
<b>yw</b>	renda das famílias de trabalhadores	2,0516
<b>i</b>	investimento	0,7947

As funções de impulso-resposta do modelo nos permitem analisar o comportamento das variáveis da economia ao serem submetidas a choques exógenos que nela se propagam. O que pretendemos nesta etapa, ao contrário da metodologia que utiliza a técnica de vetores autoregressivos para ajustar o modelo de acordo com os dados de uma economia real, foi avaliarmos a consistência interna do modelo. Analisemos, inicialmente, a reação da economia ao choque idiossincrático ( $\epsilon_{c,i,t}$ ) nas famílias capitalistas, ilustrada nos gráficos das funções de impulso-resposta da Figura 3.1 abaixo.

Um choque positivo no emprego, que corresponde a um aumento nas horas trabalhadas no modelo, nas famílias capitalistas aumenta o nível de emprego que depois decai exponencialmente, conforme a equação 3.4, sendo completamente dissipado em torno de dez períodos. Com um maior nível de emprego, ocorre um aumento da renda destas famílias devido ao crescimento dos salários. Note que, da forma como o modelo é constituído, com a oferta individual

<sup>21</sup>Para esclarecermos o processo desenvolvido, devemos salientar que cada estado estacionário neste modelo possui somente um valor real e positivo de ativos, o que nos permite a determinação de uma única lei de movimentação de capital para cada uma das simulações. Na Tabela 5.3 dos anexos, apresentamos os valores dos estados estacionários das variáveis da economia, bem como os valores dos coeficientes **theta** da lei de movimentação de capital para cada um dos modelos executados nesta pesquisa.

de trabalho infinitesimalmente pequena por parte das famílias, um aumento idiossincrático do emprego não implica, necessariamente, uma redução dos salários. Dessa forma, ocorre um aumento no nível de renda destas famílias maior que o nível de emprego.

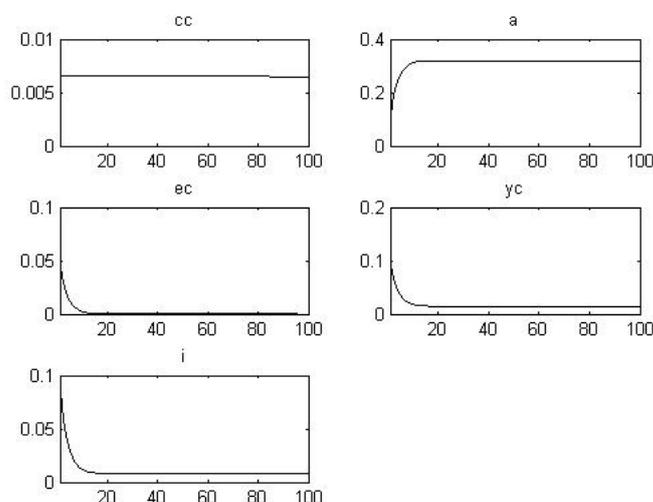


Figura 3.1: Funções de Impulso-Resposta - choque positivo de 1 desvio-padrão no emprego das famílias capitalistas

Podemos observar que tanto o consumo quanto o investimento possuem características de um comportamento de renda permanente. As famílias tendem a suavizar o seu nível de consumo, que atinge um novo estado estacionário após o choque. Como uma parte da renda advinda do trabalho dessas famílias não é consumida, a economia atinge também um novo nível de estoque de ativos, cuja renda decorrente dos juros é, por sua vez, utilizada como um fundo de recursos extra, o qual permite o aumento do consumo, mesmo após o choque no emprego ter sido completamente dissipado. Isto só é possível porque, nessa configuração da economia com agentes heterogêneos, as famílias capitalistas, em seu nível individual, podem aumentar o seu estoque de ativos sem que ocorra uma redução das taxas de juros. Obviamente, no nível agregado, se a família representativa aumenta o seu estoque de ativos, o nível da taxa de juros será reduzido. Notamos que o choque demora muito tempo para ser dissipado. O processo de convergência é muito lento. Barro and Sala-i Martin (2003) explicam, ao analisarem as propriedades do coeficiente de convergência do modelo Solow-Swan, que a velocidade de convergência do nível de capital (os ativos aqui representados) e de renda não é constante e depende da distância em relação ao estado estacionário, o que pode explicar o comportamento observado nas funções impulso-resposta aqui ilustradas.

O efeito do choque no emprego sobre as famílias de trabalhadores ( $\epsilon_{w,i,t}$ ) é bem mais simples e pode ser analisado com o auxílio dos gráficos das funções de impulso-resposta da Figura 3.2 abaixo. Nas famílias de trabalhadores, um aumento do nível de emprego leva a um aumento do nível de salários e uma conseqüente elevação do nível de consumo, uma vez que, por definição, estas famílias consomem toda a sua renda. Dado que estas famílias não possuem ativos, elas não conseguem suavizar seu consumo como as famílias capitalistas, não apresentando, assim, o

mesmo comportamento de renda permanente observado anteriormente.

Ao calcularmos os índices de desigualdade dessa economia, verificamos que, como já esperado, um alto nível de desigualdade da riqueza em relação à desigualdade de consumo e de renda, uma vez que somente as famílias de capitalistas acumulam ativos.

Consideremos, agora, o comportamento da economia ao ser submetida a um choque agregado na produtividade ( $\epsilon_t^z$ ), cujas funções impulso-resposta são ilustradas pela Figura 3.3.

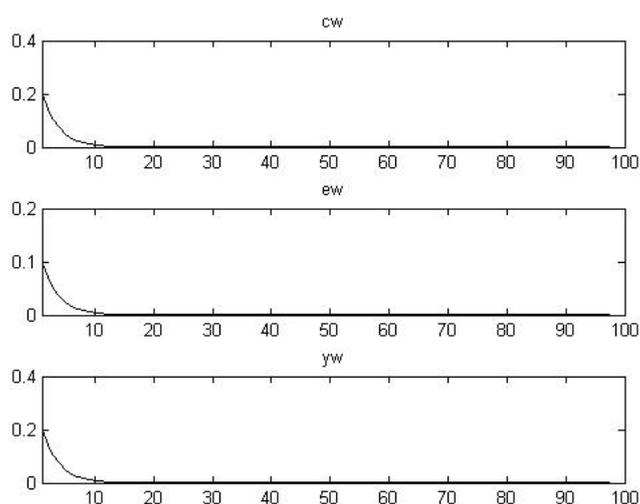


Figura 3.2: Funções de Impulso-Resposta - choque positivo de 1 desvio-padrão no emprego das famílias de trabalhadores

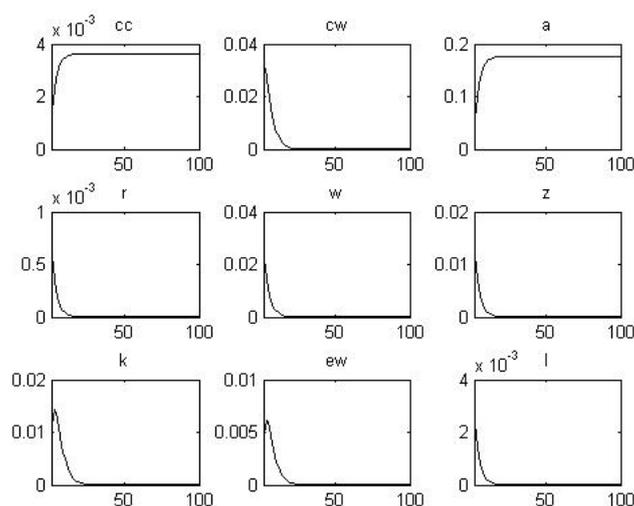


Figura 3.3: Funções de Impulso-Resposta - choque positivo de 1 desvio-padrão na produtividade da economia

Um aumento na produtividade eleva os produtos marginais, tanto do trabalho, quanto do capital, levando, assim, ao aumento dos salários e das taxas de juros sobre o capital, que por sua vez incrementa o nível de renda das duas famílias da economia. Porém, devido à configuração aqui proposta para o comportamento dos capitalistas e dos trabalhadores, esse incremento

implica consequências diversas.

As famílias de trabalhadores consomem toda sua renda adicional, enquanto as famílias capitalistas utilizam uma parcela desta renda adicional para a aquisição de ativos. Desse modo, o aumento no consumo das famílias de trabalhadores é bem maior que o das famílias capitalistas. Um incremento do nível de estoques de ativos, quando consideramos agora a economia agregada, leva a uma redução das taxas de juros. Mesmo que o padrão de acumulação de capital no nível agregado seja semelhante ao observado no nível individual, podemos observar uma importante diferença entre eles, uma vez que as famílias capitalistas são penalizadas (em termos de taxas de juros menores), caso acumulem infinitamente o seu estoque de ativos. Dessa forma, no nível agregado, não verificamos características de um comportamento de renda permanente em resposta a um aumento da produtividade e todas as variáveis tendem a retornar ao seu estado estacionário inicial após o choque ser dissipado. Ainda nesta configuração, a desigualdade originada da posse de ativos por parte das famílias capitalistas se mantém, como era de se esperar pela simples análise do modelo.

### 3.6.2 Experimentos com calibrações alternativas dos parâmetros

Foram realizados 12 experimentos com o modelo proposto. A Figura 3.4 abaixo apresenta a tabela com os valores dos parâmetros e os resultados de cada um dos experimentos<sup>22</sup>. O primeiro deles corresponde ao modelo base analisado acima, com os parâmetros calibrados para a reprodução aproximada da economia brasileira. O restante dos experimentos constitui-se de modificações dos parâmetros para a análise de suas implicações sobre os índices de desigualdade.

Figura 3.4: Tabela de Experimentos

Parâmetros	Descrição	Experimento											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
gamma	Aversão ao risco	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
delta	Depreciação	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
beta	Preferência temporal	0,980	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990
alfa	Shore de capital	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360
miz	Produtividade (estado estacionário)	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
roz	Ajuste de produtividade	0,750	0,750	0,750	0,750	0,750	0,750	0,500	0,750	0,750	0,750	0,750	0,750
sigmaz	Volatilidade da produtividade	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
phi	Barreira ao ativos	0,050	0,050	0,050	0,050	0,150	0,150	0,150	0,300	0,300	0,050	0,050	0,050
rok	Valor inicial para a lei de movimentação do capital	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700
mie	Emprego (estado estacionário)	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
roe	Ajuste do emprego	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700
sigmae1	Volatilidade do emprego - capitalistas	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050
sigmae2	Volatilidade do emprego - trabalhadores	0,100	0,100	0,100	0,200	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
roez	Ciclicidade do emprego - trabalhadores	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,600	0,600	0,600	0,600	0,600	0,600	0,600
lambda	Proporção de capitalistas	0,800	0,800	0,500	0,500	0,500	0,500	0,200	0,900	0,100	0,100	0,050	0,050
tau	Taxa de impostos	0,000	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,300	0,300	0,300	0,000	0,000	0,300
ass	Ativos (estado estacionário)	31,784	30,320	48,482	48,482	48,506	48,506	108,802	24,393	217,593	379,894	759,784	435,168
kss	Capital (estado estacionário)	25,427	24,256	24,241	24,241	24,253	24,253	21,760	21,953	21,759	37,989	37,989	21,758
n	Número total de famílias	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
t	Número de períodos da simulação	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
giniY	Gini de Renda	0,093	0,040	0,110	0,110	0,125	0,124	0,217	0,094	0,257	0,366	0,388	0,280
giniC	Gini de Consumo	0,476	0,365	0,118	0,118	0,049	0,050	0,086	0,016	0,028	0,181	0,194	0,133
giniA	Gini de Riqueza (Ativos)	0,223	0,215	0,506	0,506	0,576	0,574	0,818	0,108	0,900	0,903	0,951	0,951
theilY	Coefficiente de Theil de Renda	0,020	0,003	0,019	0,019	0,024	0,024	0,093	0,026	0,181	0,362	0,542	0,296
theilC	Coefficiente de Theil de Consumo	0,001	0,001	0,001	0,001	0,009	0,008	0,007	0,001	0,000	0,001	0,000	0,001
theilW	Coefficiente de Theil do Salário	0,010	0,003	0,006	0,006	0,006	0,006	0,007	0,001	0,007	0,010	0,010	0,007
theilCW	Theil Total	0,020	0,003	0,019	0,019	0,024	0,024	0,093	0,026	0,181	0,362	0,542	0,296
ratio1	P90/P10	1,798	1,191	1,640	1,640	1,764	1,755	2,827	1,261	1,674	1,827	1,488	1,401
ratio2	P90/P50	1,072	1,109	1,157	1,157	1,372	1,364	2,363	1,175	1,409	1,484	1,216	1,183
ratio3	P50/P10	1,678	1,074	1,417	1,417	1,287	1,288	1,196	1,073	1,188	1,231	1,224	1,184

<sup>22</sup>Partindo do modelo base, foram modificados os parâmetros e novamente o modelo foi executado. As células marcadas indicam qual parâmetro foi modificado em relação a simulação anterior.

A tabela abaixo (Figura 3.5) apresenta os estados estacionários dos modelos nos experimentos realizados.

Figura 3.5: Estados Estacionários dos Experimentos

Variável	Experimento											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
cc	2,6995	4,2324	2,5062	2,5062	2,5062	2,5062	3,0384	2,1874	2,5185	6,2072	10,0433	6,3343
cw	2,0516	2,0171	2,5838	2,5838	2,5842	2,5842	2,3489	5,2296	2,3034	2,3706	2,3706	2,2842
a	31,7861	109,4610	48,4956	48,4956	48,5196	48,5196	108,7930	24,3947	57,3063	379,8210	759,6030	435,0750
r	0,0454	0,0468	0,0468	0,0468	0,0468	0,0468	0,0501	0,0499	0,0501	0,0351	0,0351	0,0501
w	2,0516	2,0171	2,0166	2,0166	2,0170	2,0170	1,9397	1,9459	1,9397	2,3706	2,3706	1,9397
z	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
k	25,4271	24,2562	24,2411	24,2411	24,2531	24,2531	21,7605	21,9533	21,7593	37,9894	37,9893	21,7584
ec	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
ew	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
l	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
yc	3,4942	9,8476	3,7186	3,7186	3,7192	3,7192	5,7582	2,7973	3,9511	15,7027	29,0334	17,2112
yw	2,0516	2,0171	2,5838	2,5838	2,5842	2,5842	2,3489	5,2296	2,3034	2,3706	2,3706	2,2842
i	0,7947	4,6152	1,2124	1,2124	1,2130	1,2130	2,7198	0,6099	1,4327	9,4955	18,9901	10,8769

Lei de Movimentação de Capital	Experimento											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	11
vtheta1	-3,6035	2,5757	-3,8783	-3,8783	-3,8746	-4,0356	-3,7894	-3,4118	0,3037	-10,6912	-18,3171	-11,3858
vtheta2	0,9997	0,9886	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	1,0000	0,9980	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
vtheta3	1,3436	1,2662	1,3655	1,3655	1,3655	1,3655	1,3136	1,3100	1,3136	1,6054	1,6054	1,3135
vtheta4	2,3493	7,9048	2,9289	2,9289	2,9287	3,0897	4,2415	2,0559	-4,1477	16,6707	32,6466	19,0112
vtheta5	-0,0032	-2,2292	-0,0171	-0,0171	-0,0171	-0,0171	-0,0811	0,0043	0,1163	-0,1997	-0,4195	-0,4108

No primeiro experimento, que corresponde ao modelo base, o governo não teve nenhuma participação na reação da economia aos choques, uma vez que a taxa de impostos é igual a zero. Para analisarmos, então, como a economia se comporta com a presença de um governo que taxa a renda advinda da posse de ativos e transfere esta renda para a família de trabalhadores, introduzimos uma taxa de impostos positiva em alguns experimentos.

No segundo experimento, alteramos a taxa de impostos sobre a renda. Ao introduzirmos uma taxa de impostos positiva no modelo, verificamos uma mudança no padrão da renda, tanto nas famílias capitalistas, quanto nas famílias de trabalhadores - como, por exemplo, na economia modelada com uma taxa de impostos de 25%, ilustrada pelos gráficos das funções de impulso-resposta aos choques na produtividade (à esquerda) e no emprego na Figura abaixo.

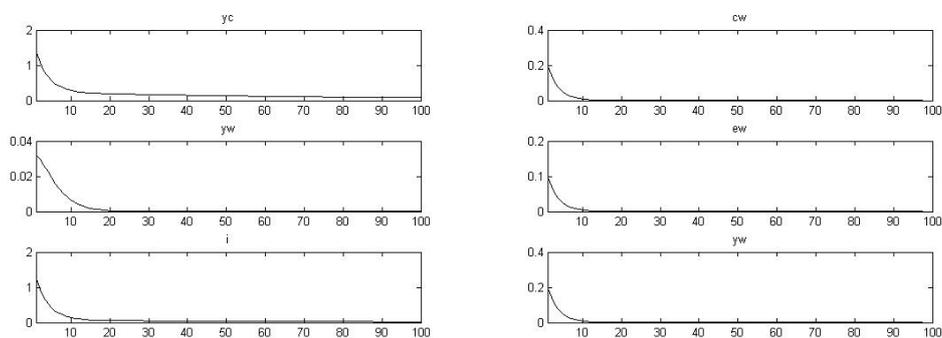


Figura 3.6: Funções de Impulso-Resposta aos choques na produtividade e no emprego

Podemos verificar que a introdução de impostos no modelo, por um lado, redistribui os ganhos de capital das famílias capitalistas para as famílias de trabalhadores que apresentam agora um nível maior de renda, uma vez que, agora, elas se beneficiam da acumulação de

ativos realizada pelas famílias capitalistas. Porém, por outro lado, verificamos uma redução no nível de investimentos, uma vez que agora as famílias capitalistas não são recompensadas pelo acúmulo de ativos da mesma forma que anteriormente, quando não havia nenhuma tributação sobre sua riqueza por parte do governo. Os gráficos das funções de impulso-resposta na Figura 3.5 abaixo ilustram os efeitos sobre as variáveis macroeconômicas da introdução de impostos.

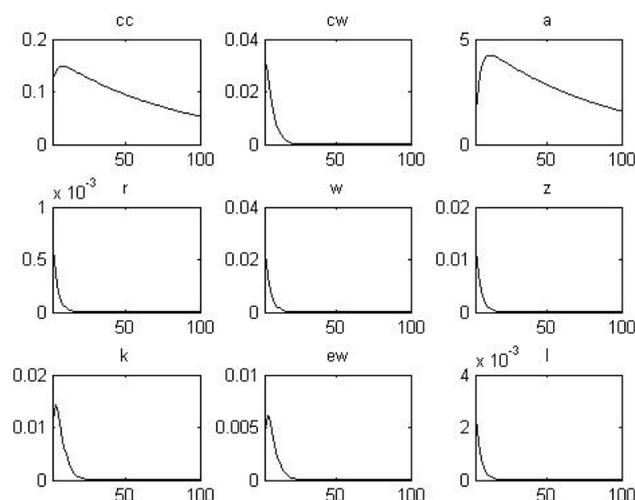


Figura 3.7: Funções de Impulso-Resposta - Introdução de impostos sobre a renda de capital

O modelo apresentado nos permite avaliar a reação da economia aos choques no emprego e na produtividade sob diversas parametrizações de suas equações e analisar a desigualdade de renda subjacente à sua configuração com agentes heterogêneos. Considerando que a renda das famílias, tanto capitalistas quanto de trabalhadores, advém, inicialmente, somente do trabalho e a economia aqui descrita não apresenta salários diferentes para cada tipo de família, a única fonte da desigualdade de renda resultante advém de suas preferências intertemporais e dos ganhos de juros decorrentes da posse de ativos.

Quando analisamos os efeitos sobre os índices de desigualdade, verificamos que a introdução dos impostos e da consequente transferência de renda efetuada pelo governo entre as famílias, reduz a desigualdade de consumo entre as famílias, o que já era esperado, uma vez que as família de trabalhadores, neste modelo, consomem toda a sua renda, independentemente dessa advir de seu trabalho ou de transferências recebidas do governo. O Índice de Gini de consumo passa de 0,476 para 0,365 com a introdução do imposto, o índice de renda reduz de 0,093 para 0,040.

Quando, agora analisamos as participações em relação ao consumo, verificamos algo diferente. A participação das famílias de trabalhadores no consumo total oscila em torno de 16%. As famílias capitalistas são mais pacientes (como medido pelo parâmetro  $\beta_c$ ) e, por isso, tendem a aceitar taxas de juros menores e, ao longo do tempo, vão acumulando capital, que, por sua vez, aumenta o produto marginal do trabalho e, assim, o nível de salários. Disto resulta que, mesmo que a distribuição de renda entre as duas famílias permaneça intacta, a participação dos capitalistas no consumo da economia decai, uma vez que eles precisam manter o seu estoque de

capital não depreciado. Em consequência, quanto maior for a taxa de depreciação da economia, mais as famílias capitalistas necessitam investir para manter a capacidade produtiva; logo, o seu nível de consumo deve cair.

Quando alteramos a proporção de famílias capitalistas na economia, isto é, aquelas que acumulam ativos, verificamos que as funções de impulso-resposta aos choques do consumo se tornam mais suaves. O que era esperado, uma vez que nesta economia aqui representada, somente o acúmulo de ativos permite às famílias suavizarem o seu nível de consumo e protegerem de choques adversos no emprego e na produtividade. Entretanto, essa posse de ativos aumenta significativamente a desigualdade entre as famílias, ainda mais se a proporção de capitalistas é pequena.

Ao modificarmos a proporção de capitalistas na economia de 50% para 20% e a taxa de impostos sobre o capital de 25% para 30%, verificamos um aumento de todos os Índices de Gini - renda, consumo e riqueza - que passam, respectivamente de 0,124 para 0,217, de 0,005 para 0,086 e de 0,574 para 0,818. Em outras palavras, como agora temos menos capitalistas, mesmo que o governo imponha uma taxa maior de impostos, ainda ocorre uma maior concentração de riqueza, pois agora temos menos famílias com uma quantidade maior de ativos. Adicionalmente, notamos que na economia com 90% de capitalistas ainda sendo taxados em 30% verificamos que os Índices de Gini são drasticamente reduzidos caindo de 0,217 para 0,094 (Gini de renda), de 0,086 para 0,016 (Gini de consumo) e de 0,818 para 0,108 (Gini de riqueza).

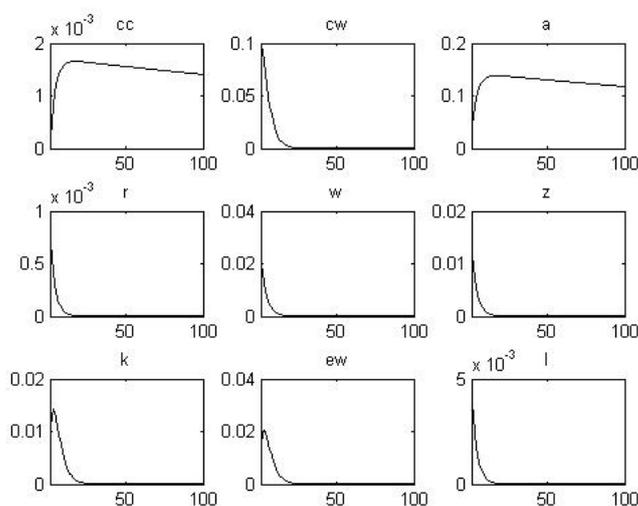


Figura 3.8: Funções de Impulso-Resposta - Proporção de Capitalistas em 90 %

Alterações nos valores do parâmetro de aversão do risco ( $\gamma_c$ ) afetam somente a dinâmica do modelo e não apresentam efeito significativo sobre o estado estacionário do capital e, consequentemente, sobre as distribuições de consumo e de renda, o mesmo ocorrendo com a proporção de famílias de trabalhadores na economia, representada por  $(1 - \lambda)$ .

Consideremos como a participação do governo na economia, ao introduzir impostos sobre a renda, tem implicações sobre os níveis de desigualdade de renda e consumo segundo o modelo

proposto. Como observamos na caracterização desse agente, o governo atua na economia tribuando as famílias capitalistas e redistribuindo renda por meio de transferências para as famílias de trabalhadores. Notamos que um aumento das taxas de impostos reduz o acúmulo de capital na economia, o que por sua vez, reduz o nível do produto. Portanto, como era de se esperar, o governo enfrenta aqui um importante *trade-off* entre equidade e eficiência. Entretanto, podemos observar que mesmo sob a imposição de uma taxa de impostos de somente 10% sobre os ganhos de capital, a desigualdade de consumo entre as famílias é quase que totalmente eliminada. Contudo, a queda no produto da economia é de cerca de somente 6% se comparamos com a parametrização do modelo sem nenhum imposto. Desse modo verificamos que o governo pode, nesse modelo, desempenhar um importante papel na redução da desigualdade na economia sem que suas ações levem a uma redução muito grande no produto.

No modelo não há, como já salientamos anteriormente, nenhuma diferenciação entre as famílias capitalistas e de trabalhadores quanto à sua renda advinda do trabalho. Só há um salário nessa economia. Portanto, nesse modelo não podemos verificar um importante fato do mundo que consiste na existência de salários diferentes para trabalhos diversos, que, seguindo a teoria econômica ortodoxa, refletiria níveis diferentes de produtividade. Neste modelo, entretanto, podemos introduzir uma desigualdade nos salários ao impormos uma tributação negativa. Uma vez que todos os trabalhadores desta economia, sejam eles vindos da família de capitalistas ou da família de trabalhadores, recebem o mesmo salário, uma tributação negativa reduz efetivamente os salários e devido a oferta de trabalho ser exogenamente dada, não há nenhuma diferença entre a tributação da renda do trabalho das famílias de trabalhadores e a aplicação de um imposto do tipo *lump-sum*. Dessa forma, a introdução de uma taxa negativa no modelo acarreta em uma diferenciação nos salários das duas classes de famílias<sup>23</sup>.

O papel do governo para a redução da desigualdade de renda e consumo entre as famílias é, portanto, de grande importância, porém não devemos extrapolar a análise sem os devidos cuidados analíticos. Salientamos que o governo aqui representado é de um tipo muito simples, atuando, simplesmente, como um agente que transfere renda de uma classe à outra. O que precisa ser melhor investigado é como realmente se dão essas transferências efetivadas pelo governo com o objetivo último de reduzir a desigualdade de consumo e de renda entre as famílias, uma vez que nas economias reais existem diferentes tipos de esquemas de tributações e transferências.

O modelo nos permite considerar que uma economia com alta volatilidade no emprego, tanto das famílias capitalistas quanto das famílias de trabalhadores, tende a ser mais desigual, com maiores prejuízos para as famílias de trabalhadores. Considerando uma economia com

---

<sup>23</sup>Não consideramos nesta pesquisa imperfeições no mercado de trabalho nem que a economia seja de tal forma que apresente diferenciais de produtividade entre os agentes e conseqüente diferenciais de salários. Um modelo que caracterize estas propriedades da economia, certamente, poderia replicar de forma mais aproximada as economias reais. Salientamos aqui somente que uma possível interpretação das taxas negativas seria a de que estas taxas introduzem um diferente esquema de tributação sobre o trabalho e o capital, sendo a renda do trabalho submetida a uma carga maior de tributação do que o capital, uma vez que este é bem mais difícil de ser taxado por parte do governo se comparamos com a renda do trabalho, o que se constitui uma característica facilmente observada nas economias reais.

50% de capitalistas, uma taxa de impostos de 25%, o modelo indica que quanto maior a volatilidade do emprego das famílias de trabalhadores, maior é o índice de Gini. Por exemplo, com volatilidades de 0,05 e 0,10 para os empregos das famílias capitalistas e de trabalhadores, respectivamente, esta economia apresenta um índice de Gini de 0,2978. Quando a volatilidade do emprego das famílias de trabalhadores é de 0,20 e a de capitalistas é mantida em 0,05, o índice de Gini calculado passa a ser de 0,3421. Mantendo os mesmos parâmetros anteriores e modificando somente a volatilidade do emprego das famílias capitalistas para 0,10, o índice de Gini aumenta de 0,2978 para 0,3127. Estes valores para o índice de Gini nas especificações apresentadas pode ser explicado pela forma como os ativos são aqui representados. As famílias capitalistas ao acumularem ativos ao longo do tempo adquirem assim um seguro que as permitem suavizar seu consumo ao longo do tempo e, obviamente, quanto menos volátil é o emprego nessa economia, mais elas conseguem obter renda do trabalho. Para as famílias de trabalhadores, que não possuem ativos e consomem toda a sua renda, choques negativos no emprego representam um problema muito maior, pois elas simplesmente perdem a renda que financia o seu consumo e bem-estar. Ao compararmos as economias reais, notamos que as economias com menor volatilidade no emprego, como as economias avançadas, como Estados Unidos e Alemanha, por exemplo, tendem a apresentar valores menores do índice de Gini do que economias emergentes como o Brasil e Chile, o que corrobora o resultado do modelo aqui apresentado: economias com maior volatilidade de emprego tendem a ser mais desiguais.

Concluimos esta seção notando que outra característica das economias reais não se encontra representada no modelo e consiste na atuação do setor financeiro na economia. Vimos que a desigualdade surge devido a presença de ganhos de juros sobre a posse de ativos.

Os ativos aqui representados são modelados de forma muito genérica e não, especificamente, correspondem a ativos financeiros, o que é óbvio, uma vez que não há um setor financeiro sendo considerado no modelo apresentado. A introdução do setor financeiro no modelo da economia onde os agentes pudessem transacionar ativos entre si no qual seriam determinados os preços dos ativos se aproximaria mais da representação de uma economia real. Uma extensão possível deste modelo com agentes heterogêneos e que incorporasse o setor financeiro poderia tornar o papel do governo, sob certas condições, até redundante, uma vez que, se a fonte da desigualdade de renda (e de consumo) advém da posse de ativos, o próprio mercado financeiro poderia ser o provedor destes ativos que atuam como seguros contra os choques, como caracterizamos acima, deixando ao governo um papel mais orientado à regulação e controle da economia e não como o provedor destes tipos de produtos e serviços à população.

# Capítulo 4

## Conclusão

O modelo proposto e descrito nesse estudo foi construído com o propósito de contribuir para a ampliação do escopo das pesquisas em macroeconomia e modelagem macroeconômica no Brasil, ao trazer para o ambiente dos modelos do tipo DSGE uma das questões mais importantes e urgentes das economias na atualidade: os estudos e propostas de ações e políticas para a redução da desigualdade de renda. Ao utilizarmos um instrumental já consagrado na teoria macroeconômica para a análise de um importante problema do mundo real, acreditamos poder contribuir positivamente para o desenvolvimento de outros estudos e para as tomadas de decisão de políticas públicas.

A construção de modelos com agentes heterogêneos aplicados ao estudo da desigualdade é recente na literatura econômica e enfrenta muitas dificuldades de implementação. A própria modelagem matemática da economia é uma tarefa complexa e a representação de toda complexidade encontrada nas economias reais em um modelo é uma atividade que exige muito cuidado da parte do pesquisador para que enfrente o *tradeoff* entre a simplicidade do modelo e seu poder de explicação dos fenômenos do mundo. Optamos nesta pesquisa por construir um modelo que fosse o mais simples e transparente possível, sem que sua capacidade de explicação lógica e rigorosa de como os agentes econômicos se comportam e interagem fosse prejudicada.

A economia foi modelada com agentes heterogêneos e com um governo com uma função simples e bastante limitada, se compararmos com a atuação real dos governos e, até mesmo, com outros modelos mais complexos. Aqui o governo arrecada impostos sobre o capital acumulado por uma parcela da população que possui preferências intertemporais mais propensas à poupança, cujo acesso à aquisição de ativos funciona como uma espécie de seguro contra choques negativos no emprego; do outro lado, há uma parcela constituída por agentes que têm comportamento bem mais simples: consome toda a sua renda e é mais vulnerável ao desemprego. Verificamos que mesmo que estes agentes partam das mesmas condições sociais e econômicas, somente esta característica de acesso aos ativos já faz, com o passar do tempo, com que surja a desigualdade de renda. Adicionalmente, o modelo sugere que economias com emprego mais volátil apresentam maiores desigualdades. Desta forma, o acesso à aquisição de ativos e uma maior estabilidade do emprego podem permitir uma menor desigualdade econômica e social

entre as famílias.

Não levamos em consideração outras fontes de desigualdade que poderiam diferenciar os agentes à priori, como habilidades inatas, capital social, etc. A incorporação destas características certamente tornaria o modelo da economia mais realista, mas também o tornaria muito mais complexo e difícil de ser tratado matematicamente e computacionalmente.

O objetivo último do governo aqui modelado é reduzir a desigualdade, porém a sua ação não é isenta de problemas, já que ele enfrenta o *tradeoff* entre equidade e eficiência. O modelo indica que a ação do governo só é eficaz se a quantidade de pobres for muito baixa, de forma que as transferências de renda executadas tenham um impacto positivo em reduzir a desigualdade de consumo entre as famílias, sem que isto tenha como consequência uma queda muito grande no produto agregado da economia. Além disso, esta ação do governo somente consegue reduzir a desigualdade que surge do fato de um dos tipos de famílias poder adquirir ativos, tornando o governo um provedor de seguros. A ação do governo visando reduzir a desigualdade não consegue, porém, reduzir a disparidade que surge por causa dos choques no emprego.

Utilizando a decomposição do Índice de Theil, notamos que em todos os experimentos realizados com o modelo, a maior parte da desigualdade decorre daquela que já existe entre as famílias, deixando, então, ao governo um poder muito limitado em reduzi-la. Ele consegue reduzir a desigualdade de consumo, contudo não consegue reduzir a desigualdade de renda, uma vez que, no modelo, as famílias de trabalhadores não detêm ativos, cabendo, portanto, às famílias capitalistas todo o investimento da economia. Cumpre destacar que as políticas e ações do governo podem desestimular a ação dos capitalistas, notadamente no que diz respeito à implementação de seus projetos de investimentos.

Reconhecemos que o modelo pode ser significativamente aprimorado para dotá-lo de um maior poder explicativo, quando utilizado para a análise das economias reais, e indicamos alguns possíveis programas de pesquisas futuras para o estudo da desigualdade em modelos macroeconômicos, de forma que possamos entender melhor como se dão as relações entre a desigualdade de renda e as variáveis macroeconômicas, bem como seus impactos sobre o crescimento e desenvolvimento econômico. A incorporação de diferenciais de produtividade entre as famílias poderia tornar o modelo mais ajustado aos dados das economias reais, incorporando desde o início um diferencial de rendimentos.

A inclusão de algumas características presentes nos modelos novos-keynesianos - que apresentam imperfeições de mercado, preços viscosos e introduzem outros agentes na economia como uma autoridade monetária, o setor externo e um governo fiscalmente mais atuante ou sujeito à restrições em seu limite de gastos ou outros mecanismos de controle fiscal - permitiria um maior realismo e forneceria um importante instrumento para a criação de políticas públicas e de uma organização tributária que reduzisse a desigualdade. Ademais, o modelo poderia ser ampliado pela inclusão de um outro tipo de família que, por falta de um nome melhor, será denominada de rica e que pode ser caracterizada como uma família do tipo capitalista, como a descrita no modelo proposto nesta pesquisa, mas que teriam a propriedade de possuírem uma

quantidade muito maior de ativos. Assim, o modelo incorporaria, explicitamente, um setor financeiro que permitiria que os agentes pudessem transacionar ativos e dívidas entre si.

# Referências Bibliográficas

- Amarante, V. (2014). Income inequality in latin america: Data challenges and availability. *Social Indicators Research*, 119(3):1467.
- Antunes, D. (2017). The brazilian economy at the end of the 20th century. In *The New Brazilian Economy*. Springer.
- Atkinson, A. B. (2015). *Inequality*. Harvard University Press.
- Balke, N., Canova, F., Milani, F., and Wynne, M. (2013). *DSGE Models in Macroeconomics: Estimation, Evaluation and New Developments*. EMERALD GROUP PUB.
- Barro, R. J. and Sala-i Martin, X. (2003). *Economic growth*. The MIT Press, 2nd edition.
- Barros, R. P. d., Foguel, M. N., and Ulyseia, G., editors (2006). *Desigualde de Renda no Brasil : uma análise da queda recente*, volume 1. IPEA : Instituto de Pesquisa Econômica Aplicada.
- Benhabib, J., Bisin, A., and Zhu, S. (2014). The wealth distribution in bewley models with investment risk. Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Berg, A., Ostry, J. D., and Zettelmeyer, J. (2012). What makes growth sustained? *Journal of Development Economics*, 98(2):149–166.
- Berman, Y., Ben-Jacob, E., and Shapira, Y. (2016). The dynamics of wealth inequality and the effect of income distribution. *PLoS one*, 11(4):e0154196.
- Bertola, G., Foellmi, R., and Zweimüller, J. (2006). *Income Distribution in Macroeconomic Models*. Princeton University Press.
- Bewley, T. (1977). The permanent income hypothesis: A theoretical formulation. *Journal of Economic Theory*, 16(2):252–292.
- Bohacek, R. and Kejak, M. (2005). Optimal government policies in models with heterogeneous agents. *CERGE-EI Working Paper No. 272*.
- Cagetti, M. and De Nardi, M. (2006). Wealth inequality: Data and models. Technical report, National Bureau of Economic Research.

- Canova, F. (2007). *Methods for Applied Macroeconomic Research*. University Press Group Ltd.
- Chacon, J. L. T. (2014). *Introduction to Dynamic Macroeconomic General Equilibrium Models (Vernon Series in Economic Methodology)*. Vernon Press.
- Chattopadhyay, B. and De, S. K. (2016). Estimation of gini index within pre-specified error bound. *Econometrics*, 4(3):30.
- Colciago, A. (2011). Rule-of-thumb consumers meet sticky wages. *Journal of money, credit and banking*, 43(2-3):325–353.
- Cornia, G. A. and Stewart, F. (2014). *Towards Human Development: New Approaches to Macroeconomics and Inequality*. Oxford University Press, 1 edition.
- de Haan, P. (2016). *From Keynes to Piketty: The Century that Shook Up Economics*. Palgrave Macmillan.
- De Nardi, M. (2015). Quantitative models of wealth inequality: A survey. Technical report, National Bureau of Economic Research.
- De Nardi, M., Fella, G., and Yang, F. (2015). Piketty's book and macro models of wealth inequality. Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Den Haan, W. J. and Oaktan, T. (2009). Solving dynamic models with heterogeneous agents and aggregate uncertainty with dynare or dynare++. *London School of Economics, WP series*.
- Den Haan, W. J. and Rendahl, P. (2010). Solving the incomplete markets model with aggregate uncertainty using explicit aggregation. *Journal of Economic Dynamics and Control*, 34(1):69–78.
- Frieden, J. A. (2007). *Global Capitalism: Its Fall and Rise in the Twentieth Century*. W. W. Norton & Company.
- Gabaix, X., Lasry, J.-M., Lions, P.-L., and Moll, B. (2016). The dynamics of inequality. *Econometrica*, 84(6):2071–2111.
- Galí, J., López-Salido, J. D., and Vallés, J. (2007). Understanding the effects of government spending on consumption. *Journal of the European Economic Association*, 5(1):227–270.
- Galor, O. and Zeira, J. (1993). Income distribution and macroeconomics. *The Review of Economic Studies*, v. 60:35–52.
- Gastwirth, J. L. (1972). The estimation of the lorenz curve and gini index. *The review of economics and statistics*, pages 306–316.
- Gomes, O. (2015). Heterogeneous wage setting and endogenous macro volatility. *Journal of Economic Interaction and Coordination*, pages 1–31.

- Heathcote, J., Storesletten, K., and Violante, G. L. (2009). Quantitative macroeconomics with heterogeneous households. *Annual Review of Economics*, 1(1):319–354.
- Heathcote, J., Storesletten, K., and Violante, G. L. (2010). The macroeconomic implications of rising wage inequality in the united states. *Journal of political economy*, 118(4):681–722.
- Heer, B. and Maubner, A. (2009). *Dynamic General Equilibrium Modeling*. Springer-Verlag GmbH.
- Hein, E. (2016). *Distribution and Growth After Keynes: A Post-keynesian Guide*. Edward Elgar Pub.
- Herbst, E. P. (2016). *Bayesian Estimation of DSGE Models*. University Press Group Ltd.
- Huggett, M., Ventura, G., and Yaron, A. (2011). Sources of lifetime inequality. *The American Economic Review*, 101(7):2923–2954.
- Junior, C. J. C. (2016). *Understanding DSGE models : Theory and Applications*. Vernon Press.
- Klein, L. R., Welfe, W., and Welfe, A. (1999). *Principles of Macroeconometric Modeling*. ELSEVIER SCIENCE & TECHNOLOGY.
- Krueger, D., Mitman, K., and Perri, F. (2015). Macroeconomics and heterogeneity, including inequality. *Prepared for Handbook of Macroeconomics, draft April*.
- Krusell, P. and Smith, A. A. (1997). Income and wealth heterogeneity, portfolio choice, and equilibrium asset returns. *Macroeconomic dynamics*, 1(02):387–422.
- Kumhof, M. and Ranciere, R. (2010). Inequality, leverage and crises. IMF Working Paper WP/10/268, International Monetary Fund.
- Kumhof, M., Rancièrè, R., and Winant, P. (2015). Inequality, leverage, and crises. *The American Economic Review*, 105(3):1217–1245.
- Kuznets, S. (1955). Economic growth and income inequality. *The American economic review*, pages 1–28.
- Lise, J. (2011). On-the-job search and precautionary savings: Theory and empirics of earnings and wealth inequality. Technical report, IFS Working Papers.
- Ljungqvist, L. and Sargent, T. J. (2012). *Recursive Macroeconomic Theory (MIT Press)*. The MIT Press.
- McCombie, J. and Spreafico, M. (2017). On income inequality: The 2008 great recession and long-term growth. In *The Crisis Conundrum*, pages 41–63. Springer.
- Medeiros, M., Souza, P. H. G. F. d., and Castro, F. v. d. (2015). A estabilidade da desigualdade de renda no brasil, 2006 a 2012: estimativa com dados do imposto de renda e pesquisas domiciliares. *Ciência & Saúde Coletiva*, 20(4):971–986.

- Meszaros, I. (2000). *Beyond Capital: Toward a Theory of Transition*. Monthly Review Press.
- Milanovic, B. et al. (2006). *Global income inequality: What it is and why it matters*. World Bank Washington, DC.
- Molander, P. (2014). *The Anatomy of Inequality - Its Social and Economic Origins and Solutions*. Melville House Publishing.
- Motta, G. E. and Tirelli, P. (2013). Limited asset market participation, income inequality and macroeconomic volatility. *University of Milan Bicocca Department of Economics, Management and Statistics Working Paper*, v.1(261).
- Piketty, T. (2014). *Capital in the Twenty-First Century*. Harvard University Press.
- Piketty, T. (2015). *The Economics of Inequality*. Harvard University Press.
- Piketty, T. and Saez, E. (2013). Top incomes and the great recession: Recent evolutions and policy implications. *IMF Economic Review*, 61(3):456.
- Postel-Vinay, F. and Turon, H. (2010). On-the-job search, productivity shocks, and the individual earnings process. *International Economic Review*, 51(3):599–629.
- Preston, B. and Roca, M. (2007). Incomplete markets, heterogeneity and macroeconomic dynamics. Technical report, National Bureau of Economic Research.
- Quadrini, V. and Ríos-Hull, J.-V. (2012). Inequality in macroeconomics. *University of Pennsylvania - School of Arts & Sciences*.
- Rajan, R. G. (2011). *Fault Lines: How Hidden Fractures Still Threaten the World Economy*. Princeton University Press.
- Ravallion, M. (2016). *The Economics of Poverty : History, Measurement and Policy*. Oxford University Press.
- Ravallion, M., Thorbecke, E., and Pritchett, L. (2004). Competing concepts of inequality in the globalization debate [with comments and discussion]. In *Brookings trade forum*, pages 1–38. JSTOR.
- Roberts, M. (2016). *The Long Depression: Marxism and the Global Crisis of Capitalism*. Haymarket Books.
- Salverda, W., Nolan, B., and Smeeding, T. M. (2011). *The Oxford Handbook of Economic Inequality (Oxford Handbooks)*. Oxford University Press.
- Schechter, L. (2007). Risk aversion and expected-utility theory: A calibration exercise. *Journal of Risk and Uncertainty*, 35(1):67–76.

- Scheidel, W. (2017). *The Great Leveler: Violence and the History of Inequality from the Stone Age to the Twenty-First Century (The Princeton Economic History of the Western World)*. Princeton University Press.
- Schutz, E. A. (2011). *Inequality and Power: The Economics of Class*. Routledge, 1 edition.
- Sen, A. (1973). *On economic inequality*. Oxford University Press.
- Sen, A. (1992). *Inequality reexamined*. Clarendon Press.
- Sen, A. (2011). *Development as Freedom*. Anchor.
- Shaw, M., Galobardes, B., Lawlor, D. A., Lynch, J., Wheeler, B., and Smith, G. D. (2007). *The handbook of inequality and socioeconomic position: Concepts and measures (Health & Society Series)*. Policy Press.
- Stiglitz, J. E. (2012). Macroeconomic fluctuations, inequality, and human development. *Journal of Human Development and Capabilities*, 13(1):31–58.
- Stiglitz, J. E. (2016). *The Great Divide: Unequal Societies and What We Can Do About Them*. Norton & Company.
- Stockhammer, E. (2013). Why have wage shares fallen : A panel analysis of the determinants of functional income distribution. *ILO, Conditions of Work and Employment Series*, 35:61.
- Troch, T. (2014). Wealth inequality in dynamic stochastic general equilibrium models. Master's thesis, Charles University in Prague.
- Woodford, M. (2003). *Interest and Prices*. Princeton University Press.
- Wright, E. O. (1994). *Interrogating Inequality: Essays on Class Analysis, Socialism, and Marxism*. Verso.
- Yates, M. D. (2016). *The Great Inequality (Critical Interventions)*. Routledge.
- Yitzhaki, S. (1983). On an extension of the gini inequality index. *International economic review*, pages 617–628.

# **Capítulo 5**

## **Apêndices**

### **5.1 Códigos de Programação do Modelo**

# 1 Códigos de Programação

Nesta seção apresentamos o conjunto de códigos de programação utilizados nesta pesquisa. Para o modelo DSGE foram escritos dois códigos para o **Matlab R2017a**<sup>1</sup>. O primeiro deles calcula o estado estacionário da economia (código "estadoestacionario") e o segundo (código "principal") efetivamente executa a modelagem DSGE a partir de dois programas escritos em **Dynare 4.5.0**<sup>2</sup> (códigos "teseunb1" e "teseunb2") acionados em seu código. Utilizamos a linguagem de programação **Julia v0.5.2**<sup>3</sup> para a simulação da economia e o cálculo dos índices de desigualdade (código "desigualdade")<sup>4</sup>

## 1.1 Código "estadoestacionario.m" : Cálculo do Estado Estacionário

```
1 % Calculo do Estado Estacionario -----
2
3 % Inserir os valores dos parametros da economia.
4 % Este codigo ira calcular os valores do estado estacionario.
5 % Escolha o valor real e positivo a variavel "a" calculado nesta etapa e
6 % o insira nos proximos codigos (variavel "ass")
7
8     gamma = ;           % aversao ao risco
9     delta = ;          % depreciacao
10    betta = ;           % preferencia intertemporal
11    alfa = ;            % parcela do capital no produto
12    miz = ;             % estado estacionario da produtividade
13    roz = ;             % ajuste da produtividade
14    sigmaz = ;          % volatilidade da produtividade
15    phi = ;             % parametro de barreira (ativos)
16    rok = ;             % parametro inicial da lei de movimentacao de capital
17    mie = ;             % estado estacionario do emprego
18    roe = ;             % ajuste emprego
19    sigmae1 = ;         % volatilidade do emprego das familias capitalistas
20    sigmae2 = ;         % volatilidade do emprego das familias trabalhadoras
21    roez = ;            % ciclicidade do emprego das familias trabalhadoras
22    lambda = ;          % proporcao de familias capitalistas na economia
23    tau = ;             % taxa de impostos (ou carga tributaria)
24
```

<sup>1</sup>Matlab - <https://www.mathworks.com/products/matlab.html>

<sup>2</sup>Dynare - <http://www.dynare.org/>

<sup>3</sup>Julia Language - <https://julialang.org/>

<sup>4</sup>O **Dynare** é capaz de realizar o cálculo do estado estacionário da economia diretamente a partir do código que efetivamente executa o modelo DSGE. Porém, a depender do modelo que está sendo executado, este procedimento é realizado com um grande e demorado esforço computacional. Optamos por escrever os programas separadamente com o objetivo de tornar o processo de simulação da economia mais rápido e controlável. Para o cálculo dos índices de desigualdade a partir deste modelo precisamos de uma grande quantidade de simulações da economia para que as distribuições de probabilidade das variáveis converjam. Como esse procedimento no Matlab mostrou ser muito lento, optamos por reescrever o código em **Julia**. O procedimento no Matlab demorou cerca de 5 horas e 30 minutos para simular somente 1000 períodos e mesmo assim não houve a convergência da distribuição de probabilidade. Por sua vez, com o código em **Julia** o mesmo procedimento conseguiu simular 15000 períodos em cerca de 2 minutos.

```

25 pi = (1-alfa)*lambda^alfa + (1-tau)*alfa*lambda^(alfa-1);
26
27 syms a
28
29 solve(2*phi*((a^alfa)*pi - delta*a)^gamma + (a^3)*(beta - beta*delta -1)
30 + beta*alfa*(1-tau)*(lambda^(alfa-1))*a^(alfa+2) == 0, a)
31 % -----

```

## 1.2 Código "principal.m" : Execução do Modelo DSGE

```

1 % Codigo Principal - Modelo DSGE -----
2 % Insira os valores dos parametros necessarios. O valor de "ass" corresponde ao
3 % valor real e positivo calculado pelo codigo "estadoestacionario.m".
4 % Este codigo executa os arquivos "teseunb1" e "teseunb2" escritos no Dynare,
5 % portanto basta executar somente este programa "principal.m".
6 % Alem de simular o comportamento da economia quando submetida aos choques, este
7 % codigo ira fornecer os valores dos parametros da lei de movimentacao de capital
8 % (variaveis "vtheta") que serao utilizados na etapa de calculo dos indices de desigualdade.
9
10 ass = ; % estado estacionario dos ativos
11 lambda = ; % proporcao das familias capitalistas na economia
12 kss = lambda*ass; % estado estacionario do capital
13 rok = 0.7; % valor inicial da lei de movimentacao do capital
14 vzetaold = ones(1,3); % variavel que armazena os coeficientes anteriores
15 vzetaold(1) = (1-rok)*kss - rok; % - da lei de movimentacao do capital
16 vzetaold(2) = rok;
17 vzetaold(3) = rok;
18 vzetanew = ones(1,3); % variavel que armazena os coeficientes novos
19 convergence = ones(3,2,100); % variaveis para o processo de convergencia
20 dlambda = 0.1; % velocidade de convergencia
21 vtheta = ones(1,5); % variavel para os coeficientes na lei de
22 pzeta0 = vzetaold(1); % movimentacao de capital
23 pzeta1 = vzetaold(2);
24 pzeta2 = vzetaold(3);
25
26 save InitParams.mat pzeta0 pzeta1 pzeta2; % salva os coeficientes para o Dynare
27
28 % Os comandos a seguir resolvem o modelo iterativamente usando velhos coeficientes
29 % da lei de movimentacao do capital e calcula e armazena os novos:
30
31 for i = 1:100
32
33 dynare teseunb1.mod noclearall; % executa o primeiro programa Dynare
34
35 vzetanew(1) = lambda*(vtheta(1) + vtheta(3));
36 vzetanew(2) = vtheta(2) + lambda*vtheta(5);
37 vzetanew(3) = lambda*vtheta(4);
38
39 convergence(1,1,i) = vzetaold(1);
40 convergence(2,1,i) = vzetaold(2);
41 convergence(3,1,i) = vzetaold(3);
42 convergence(1,2,i) = vzetanew(1);
43 convergence(2,2,i) = vzetanew(2);
44 convergence(3,2,i) = vzetanew(3);
45
46 vzetaold = dlambda * vzetanew + (1-dlambda) * vzetaold;

```

```

47 pZeta0 = vzetaold(1);
48 pZeta1 = vzetaold(2);
49 pZeta2 = vzetaold(3);
50
51 delete InitParams.mat; % apaga os valores antigos
52 save InitParams.mat pzeta0 pzeta1 pzeta2; % armazena os novos valores
53 end % fim do loop de convergencia
54
55 % Os novos coeficientes apos o processo de convergencia sao utilizados para
56 % a simulacao final da economia com o segundo programa em Dynare que apresentara
57 % os resultados das simulacoes dos choques.
58
59 dynare teseunb2.mod noclearall; % executa o segundo programa Dynare
60
61 %-----

```

### 1.2.1 Códigos Dynare

Nesta seção apresentamos os códigos em Dynare que são executados dentro do programa "principal".

- Código Dynare : "*teseunb1.mod*"

```

1
2 // Modelo Dynare 1 – teseunb1.mod – Modelo Simplificado //
3
4 var cc cw a r w z k ec ew l;
5
6 varexo epsz epsel epse2;
7
8 parameters gamma delta betta alfa miz roz sigmaz phi cssc cssw ass wss rss kss rok mie
9 roe roez sigmae1 sigmae2 pzeta0 pzeta1 pzeta2 lambda tau;
10
11 gamma = ; //risk aversion
12 delta = ; //depreciation
13 betta = ; //time preference
14 alfa = ; //share of capital on output
15 miz = ; //steady state productivity
16 roz = ; //adjustment productivity
17 sigmaz = ; //volatility productivity
18 phi = ; //barrier parameter
19 rok = ; //initial parameter for law of motion
20 mie = ; //steady state employment
21 roe = ; //adjustment employment
22 sigmae1 = ; //volatility employment capitalists
23 sigmae2 = ; //volatility employment workers
24 roez = ; //cyclicality of employment workers
25 lambda = ; //share of capitalists
26 tau = ; //tax rate
27
28 ass = ; //steady state assets
29 kss = lambda*ass; //steady state capital
30 rss = alfa*(kss)^(alfa-1); //steady state interest rate
31 wss = (1-alfa)*(kss)^(alfa); //steady state wage
32 cssc = ((ass)^(alfa))*(1-tau*alfa)-delta*ass; //steady state consumption capitalists
33 cssw = wss+tau*rss*kss/(1-lambda); //steady state consumption workers
34

```

```

35 // Coeficientes para a Lei de Movimentacao do Capital
36
37 load InitParams;
38 set_param_value('pzeta0',pzeta0);
39 set_param_value('pzeta1',pzeta1);
40 set_param_value('pzeta2',pzeta2);
41
42 model;
43
44 //(1) Euler equation capitalists
45
46  $cc^{(-\gamma)} = \phi * 2 / (a^3) + \beta * (cc(+1))^{(-\gamma)} * (1 + (1 - \tau) * r(+1) - \delta);$ 
47
48 //(2) Interest Rate
49
50  $r = \alpha * z * ((k(-1))^{\alpha - 1}) * l^{(1 - \alpha)};$ 
51
52 //(3) Wage
53
54  $w = (1 - \alpha) * z * ((k(-1))^{\alpha}) * l^{(-\alpha)};$ 
55
56 //(4) Budget constrain capitalists
57
58  $cc + a = (1 - \tau) * r * a(-1) + w * ec + (1 - \delta) * a(-1);$ 
59
60 //(5) Budget constrain workers
61
62  $cw = w * ew + \tau * r * k(-1) / (1 - \lambda);$ 
63
64 //(6) Aggregate shock
65
66  $z = (1 - \rho_z) * miz + \rho_z * z(-1) + \epsilon_{sz};$ 
67
68 //(7) Law of motion for capital
69
70  $k = \text{pzeta0} + \text{pzeta1} * k(-1) + \text{pzeta2} * z;$ 
71
72 //(8) Law of motion for labor
73
74  $l = mie + ((1 - \lambda) * \rho_{ez} / (1 - \rho_e)) * (z - 1);$ 
75
76 //(9) Idiosyncratic shock capitalists
77
78  $ec = (1 - \rho_e) * mie + \rho_e * ec(-1) + \epsilon_{sel};$ 
79
80 //(10) Idiosyncratic shock workers
81
82  $ew = (1 - \rho_e) * mie + \rho_e * ew(-1) + \rho_e * (z - 1) + \epsilon_{se2};$ 
83
84 end;
85
86 initval;
87
88 cc = cssc; //consumption capitalists
89 cw = cssw; //consumption workers
90 a = ass; //assets
91 r = rss; //interest rate

```

```

92 w = wss;           //wage
93 z = 1;             //productivity
94 k = kss;           //capital
95 ec = 1;            //employment capitalists
96 ew = 1;            //employment workers
97 l = 1;             //total labor
98
99 end;
100
101 steady;
102
103 check;
104
105 shocks;
106 var epsz = sigmaz^2;
107 var epse1 = sigmae1^2;
108 var epse2 = sigmae2^2;
109 end;
110
111 stoch_simul(order=1,nocorr,noprint,nomoments,IRF=0);
112
113 //Leitura dos coeficientes da lei de movimento individual
114
115 mPolicy = [oo_.dr.y's'; oo_.dr.ghx'; oo_.dr.ghu'];
116 mPolA = mPolicy(:,4);
117 mPolA(1) = mPolicy(1,3);
118
119 //Reorganizando os parametros
120
121 dTheta0 = mPolA(1)-mPolA(2)*mPolA(1)-mPolA(5)-mPolA(3)-mPolA(4)*mPolicy(1,7);
122 dTheta1 = mPolA(2);
123 dTheta2 = mPolA(5);
124 dTheta3 = mPolA(3);
125 dTheta4 = mPolA(4);
126
127 //Salvar os parametros
128 vtheta = [dTheta0 dTheta1 dTheta2 dTheta3 dTheta4];

```

- Código Dynare : "*teseunb2.mod*"

```

1
2 // Modelo Dynare 2 - teseunb2.mod - Modelo Completo //
3
4 var cc cw a r w z k ec ew l yc yw i;
5
6 varexo epsz epse1 epse2;
7
8 parameters gamma delta betta alfa miz roz sigmaz phi cssc cssw ass wss rss kss rok mie
9 roe roez sigmae1 sigmae2 pzeta0 pzeta1 pzeta2 lambda tau;
10
11 gamma = ; // risk aversion
12 delta = ; // depreciation
13 betta = ; // time preference
14 alfa = ; // share of capital on output
15 miz = ; // steady state productivity
16 roz = ; // adjustment productivity

```

```

17 sigmaz = ; // volatility productivity
18 phi = ; // barrier parameter
19 rok = ; // initial parameter for law of motion
20 mie = ; // steady state employment
21 roe = ; // adjustment employment
22 sigmae1 = ; // volatility employment capitalists
23 sigmae2 = ; // volatility employment workers
24 roez = ; // cyclicalilty of employment workers
25 lambda = ; // share of capitalists
26 tau = ; // tax rate
27
28 ass = ; // steady state assets
29 kss = lambda*ass; // steady state capital
30 rss = alfa*(kss)^(alfa-1); // steady state interest rate
31 wss = (1-alfa)*(kss)^(alfa); // steady state wage
32 cssc = (ass^alfa)*(1-tau*alfa) - delta*ass; // steady state consumption capitalists
33 cssw = wss + tau*rss*kss/(1-lambda); // steady state consumption workers
34 ycss = wss + (1-tau)*rss*ass; // steady state income capitalists
35 ywss = wss + tau*rss*kss/(1-lambda); // steady state income workers
36 iss = delta*ass; // investment
37
38 // load coefs for aggregate law of motion
39
40 load InitParams;
41 set_param_value('pzeta0',pzeta0);
42 set_param_value('pzeta1',pzeta1);
43 set_param_value('pzeta2',pzeta2);
44
45 model;
46 //(1) euler equation capitalists
47
48 cc^(-gamma) = phi*2/(a^3) + betta*(cc(+1))^(gamma)*(1 + (1-tau)*r(+1) - delta);
49
50 //(2) interest rate
51
52 r = alfa*z*((k(-1))^(alfa-1))*l^(1-alfa);
53
54 //(3) wage
55
56 w = (1-alfa)*z*((k(-1))^(alfa))*l^(-alfa);
57
58 //(4) budget constraint capitalists
59
60 cc + a = (1-tau)*r*a(-1) + w*ec + (1-delta)*a(-1);
61
62 //(5) budget constraint workers
63
64 cw = w*ew + tau*r*k(-1)/(1-lambda);
65
66 //(6) aggregate shock
67
68 z = (1-roz)*miz + roz*z(-1) + epsz;
69
70 //(7) law of motion for capital
71
72 k = pzeta0 + pzeta1*k(-1) + pzeta2*z;
73

```

```

74 // (8) law of motion for labor
75
76 l = mie + ((1-lambda)*roez/(1-roe))*(z - 1);
77
78 // (9) idiosyncratic shock capitalists
79
80 ec = (1-roe)*mie + roe*ec(-1) + epsel;
81
82 // (10) idiosyncratic shock workers
83
84 ew = (1-roe)*mie + roe*ew(-1) + roez*(z-1) + epse2;
85
86 // (11) income capitalists
87
88 yc = (1-tau)*r*a(-1) + w*ec;
89
90 // (12) investment
91
92 i = yc - cc;
93
94 // (13) income workers
95
96 yw = w*ew + tau*r*k(-1)/(1-lambda);
97
98 end;
99
100 initval;
101
102 cc = cssc; // consumption capitalists
103 cw = cssw; // consumption workers
104 a = ass; // assets
105 r = rss; // interest rate
106 w = wss; // wage
107 z = 1; // productivity
108 k = kss; // capital
109 ec = 1; // employment capitalists
110 ew = 1; // employment workers
111 l = 1; // total labor
112 yc = ycsc; // income capitalists
113 yw = ywss; // income workers
114 i = iss; // investment
115
116 end;
117
118 steady;
119
120 check;
121
122 shocks;
123
124 var epsz = sigmaz^2;
125 var epse1 = sigmael^2;
126 var epse2 = sigmae2^2;
127 end;
128
129 stoch_simul(periods=2100, order = 1, irf =100);
130

```

Após executar os programas anteriores e, sobretudo, determinar a lei de movimentação do capital, é possível simular a economia e calcular vários índices de desigualdade usando o seguinte código escrito na linguagem de programação **Julia**.

### 1.3 Código ”*desigualdade.jl*” : Simulação da Economia e Cálculo de Índices de Desigualdade.

```

1
2 using Distributions
3 using DataFrames
4
5 # n = numero de familias
6 # t = numero de periodos para simulacao
7
8 function inequality2(;n = , t = )
9
10 # Simulador de Economia e Gerador de Indices de Desigualdade %%
11
12     # Parametros da Economia
13
14     gamma = ; # aversao ao risco
15     delta = ; # depreciacao
16     betta = ; # preferencia intertemporal
17     alfa = ; # parcela do capital no produto
18     miz = ; # estado estacionario da produtividade
19     roz = ; # ajuste da produtividade
20     sigmaz = ; # volatilidade da produtividade
21     phi = ; # parametro de barreira (ativos)
22     rok = ; # parametro inicial da lei de movimentacao de capital
23     mie = ; # estado estacionario do emprego
24     roe = ; # ajuste emprego
25     sigmae1 = ; # volatilidade do emprego das familias capitalistas
26     sigmae2 = ; # volatilidade do emprego das familias trabalhadoras
27     roez = ; # ciclicidade do emprego das familias trabalhadoras
28     lambda = ; # proporcao de familias capitalistas na economia
29     tau = ; # taxa de impostos (ou carga tributaria)
30     ass = ; # estado estacionario dos ativos
31     kss = lambda*ass; # estado estacionario do capital
32     vtheta1 = ; # parametro 1 da equacao de movimentacao de capital
33     vtheta2 = ; # parametro 2 da equacao de movimentacao de capital
34     vtheta3 = ; # parametro 3 da equacao de movimentacao de capital
35     vtheta4 = ; # parametro 4 da equacao de movimentacao de capital
36     vtheta5 = ; # parametro 5 da equacao de movimentacao de capital
37
38
39     n_lambda = trunc(Int, lambda * n)
40
41     eshocks1= rand(Normal(0.0,sigmae1), n_lambda, t); # choque sobre capitalistas
42     eshocks2= rand(Normal(0.0,sigmae2), n - n_lambda, t); # choque sobre trabalhadores
43     zshocks = rand(Normal(0.0, sigmaz), 1, t); # choque produtividade
44
45     # Variaveis:

```

```

46     a = ones(t,n);
47     c = ones(t,n);
48     y = ones(t,n);
49     k = ones(t);
50     w = ones(t);
51     r = ones(t);
52     z = ones(t);
53     l = ones(t);
54     e = ones(t,n);
55
56
57     # Valores iniciais das variaveis:
58
59     a[1:2,1:n_lambda] = ass;
60     a[1:t,(n_lambda+1):n]=0;
61     k[1:2] = lambda*ass;
62     c[1:n_lambda,1] = (ass^alfa)*(1-tau*alfa) - delta*ass;
63
64     # Loop de Simulacao
65
66     for i = 2:(t-1)
67         k[i] = lambda*mean(a[i,1:n_lambda]);
68         z[i] = (1-roz) + roz*z[i-1]+zshocks[i];
69         l[i] = 1 + (1-lambda)*roez*(z[i]-1)/(1-roe);
70         w[i] = (1-alfa)*z[i]*((k[i])^(alfa))*l[i]^(-alfa);
71         r[i] = alfa*z[i]*((k[i])^(alfa-1))*l[i]^(1-alfa);
72         for j = 1:n_lambda
73             e[i,j] = (1-roe) + roe*e[i-1,j]+eshocks1[j,i];
74
75             a[i+1,j] = (vtheta1) + (vtheta2)*a[i,j]+ (vtheta3)*e[i,j]
76             + (vtheta4)*z[i] + (vtheta5)*k[i];
77
78             c[i,j] = (1-tau)*r[i]*a[i,j] + w[i]*e[i,j]+ (1-delta)*a[i,j]
79             - a[i+1,j];
80
81             y[i,j] = (1-tau)*r[i]*a[i,j] + w[i]*e[i,j];
82         end
83
84         for m = 1:(n - n_lambda)
85             e[i,m+n_lambda] = (1-roe) + roe*e[i-1,m+n_lambda]+ roez*(z[i]-1)
86             + eshocks2[m,i];
87
88             c[i,m+n_lambda] = w[i]*e[i,m+n_lambda]+ tau*r[i]*k[i]/(1-lambda);
89
90             y[i,m+n_lambda] = c[i,m+n_lambda];
91         end
92     end
93
94     # Preparacao das variaveis para o calculo do Indice de Gini
95
96     asort = ones(t,n);
97     csort = ones(t,n);
98     ysort = ones(t,n);
99     for i = 1:(t-1)
100         asort[i,:]=sort(a[i,:]);
101         csort[i,:]=sort(c[i,:]);
102         ysort[i,:]=sort(y[i,:]);

```

```

103     end
104
105     # Calculo do Gini de Riqueza
106
107     giniA = ones(t);
108     for i = 1:(t-1)
109         sum1 = 0.0;
110         sum2 = 0.0;
111         for j = 1:n
112             sum1 = (n+1-j)*asort[i,j] + sum1;
113             sum2 = asort[i,j] + sum2;
114         end
115         giniA[i] = (n+1-2*(sum1/sum2))/n;
116     end
117
118     # Calculo do Gini de Consumo
119
120     giniC = ones(t);
121     for i = 1:(t-1)
122         sum1 = 0;
123         sum2 = 0;
124         for j = 1:n
125             sum1 = (n+1-j)*csort[i,j] + sum1;
126             sum2 = csort[i,j] + sum2;
127         end
128         giniC[i] = (n+1-2*(sum1/sum2))/n;
129
130     end
131
132     # Calculo do Gini de Renda
133
134     giniY = ones(t);
135     for i = 1:(t-1)
136         sum1 = 0;
137         sum2 = 0;
138         for j = 1:n
139             sum1 = (n+1-j)*ysort[i,j] + sum1;
140             sum2 = ysort[i,j] + sum2;
141         end
142         giniY[i] = (n+1-2*(sum1/sum2))/n;
143     end
144
145     # Calculo da Curva de Lorenz (lor)
146
147     sum = 0;
148     lor = ones(n);
149     atrim = asort[t-1,1:n];
150     atrim[1:350]=0;
151     for i = 1:n
152         sum = atrim[i] + sum;
153     end
154     cum = 0;
155     ind = 1:n;
156     for i = 1:n
157         cum = atrim[i]+cum;
158         lor[i] = cum/sum;
159     end

```

```

160
161 # Calculo do Coeficiente de Theil
162
163 theilY = ones(t);
164 for i = 1:(t-1)
165     ybar = mean(y[i, :]);
166     sum1 = 0;
167     for j = 1:n
168         sum1 = (y[i, j]/ybar)*log(y[i, j]/ybar)+sum1;
169     end
170     theilY[i] = sum1/n;
171 end
172
173 # Calculo de Razoes de Percentis de Renda
174
175 ratio1 = ones(t);
176 r_n = trunc(Int, 0.9 * n)
177 for i = 1:(t-1)
178     ratio1[i] = ysort[i, r_n]/ysort[i, n - r_n];
179 end
180
181 ratio2 = ones(t);
182 half_n = trunc(Int, 0.5 * n)
183 for i = 1:(t-1)
184     ratio2[i] = ysort[i, r_n]/ysort[i, half_n];
185 end
186
187 ratio3 = ones(t);
188 for i = 1:(t-1)
189     ratio3[i] = ysort[i, half_n]/ysort[i, n - r_n];
190 end
191
192 # Calculo da Decomposicao do Coeficiente de Theil
193
194 theilC = ones(t);
195 ytotalC = ones(t);
196 for i = 1:(t-1)
197     ybarC = mean(y[i, 1:n_lambda]);
198     sum1 = 0;
199     sum2 = 0;
200     for j = 1:n_lambda
201         sum1 = (y[i, j]/ybarC)*log(y[i, j]/ybarC)+sum1;
202         sum2 = y[i, j] + sum2;
203     end
204     ytotalC[i] = sum2;
205     theilC[i] = sum1/(lambda*n);
206 end
207
208 theilW = ones(t);
209 ytotalW = ones(t);
210 for i = 1:(t-1)
211     ybarW = mean(y[i, (1+n_lambda):n]);
212     sum1 = 0;
213     sum2 = 0;
214     for j = 1:(n - n_lambda)
215         sum1 = (y[i, j+n_lambda]/ybarW)*log(y[i, j+n_lambda]/ybarW)+sum1;
216         sum2 = y[i, j+n_lambda] + sum2;

```

```

217         end
218         ytotalW[i] = sum2;
219         theilW[i] = sum1/((1-lambda)*n);
220     end
221
222     ytotal = ones(t);
223     for i = 1:(t-1)
224         sum1 = 0;
225         for j = 1:n
226             sum1 = y[i,j] + sum1;
227         end
228         ytotal[i]=sum1;
229     end
230
231     shareC = ones(t);
232     shareW = ones(t);
233     meanC = ones(t);
234     meanW = ones(t);
235     meantotal = ones(t);
236     theilCW = ones(t);
237     for i = 1:(t-1)
238         shareC[i] = ytotalC[i]/ytotal[i];
239         shareW[i] = ytotalW[i]/ytotal[i];
240         meanC[i] = mean(y[i,1:n_lambda]);
241         meanW[i] = mean(y[i,(1+n_lambda):n]);
242         meantotal[i] = mean(y[i,:]);
243
244         theilCW[i] = shareC[i]*theilC[i] + shareW[i]*theilW[i]
245         + shareC[i]*log(meanC[i]/meantotal[i])
246         + shareW[i]*log(meanW[i]/meantotal[i]);
247     end
248
249     # Criacao de Tabela com os Resultados da Simulacao.
250     # Cada execucao do codigo gera os indices de desigualdade
251     # considerando os parametros estruturais da economia.
252
253
254     tab = DataFrame()
255     tab[:periodos] = 15000
256     tab[:familias] = 5000
257     tab[:gamma] = gamma
258     tab[:delta] = delta
259     tab[:beta] = beta
260     tab[:alfa] = alfa
261     tab[:miz] = miz
262     tab[:roz] = roz
263     tab[:sigmaz] = sigmaz
264     tab[:phi] = phi
265     tab[:rok] = rok
266     tab[:mie] = mie
267     tab[:roe] = roe
268     tab[:sigmae1] = sigmae1
269     tab[:sigmae2] = sigmae2
270     tab[:roez] = roez
271     tab[:sigmae1] = sigmae1
272     tab[:sigmae2] = sigmae2
273     tab[:roez] = roez

```

```

274     tab[:lambda] = lambda
275     tab[:tau] = tau
276     tab[:ass] = ass
277     tab[:kss] = kss
278     tab[:GiniY] = mean(giniY) # valor medio das t simulacoes
279     tab[:GiniC] = mean(giniC) # valor medio das t simulacoes
280     tab[:GiniA] = mean(giniA) # valor medio das t simulacoes
281     tab[:TheilY] = mean(theilY) # valor medio das t simulacoes
282     tab[:TheilC] = mean(theilC) # valor medio das t simulacoes
283     tab[:TheilW] = mean(theilW) # valor medio das t simulacoes
284     tab[:TheilCW] = mean(theilCW) # valor medio das t simulacoes
285     tab[:Ratio1] = mean(ratio1) # valor medio das t simulacoes
286     tab[:Ratio2] = mean(ratio2) # valor medio das t simulacoes
287     tab[:Ratio3] = mean(ratio3) # valor medio das t simulacoes
288     tab[:ShareC] = mean(shareC) # valor medio das t simulacoes
289     tab[:ShareW] = mean(shareW) # valor medio das t simulacoes
290     tab[:MeanC] = mean(meanC) # valor medio das t simulacoes
291     tab[:MeanW] = mean(meanW) # valor medio das t simulacoes
292     tab[:MeanTotal] = mean(meantotal) # valor medio das t simulacoes
293
294     return tab
295 end
296
297 @time tab = inequality2(n = , t = );
298
299 writetable("experimento.csv", tab, separator=';')
300
301 %-----

```

## 5.2 Tabela - Simulações do Modelo e Cálculo dos Índices de Desigualdade

Figura 5.1: Tabela de Experimentos

Parâmetros	Descrição	Experimento											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
gamma	Aversão ao risco	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000	2,000
delta	Depreciação	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025	0,025
beta	Preferência temporal	0,980	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990	0,990
alfa	Shore de capital	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360	0,360
miz	Produtividade (estado estacionário)	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
roz	Ajuste de produtividade	0,750	0,750	0,750	0,750	0,750	0,750	0,500	0,750	0,750	0,750	0,750	0,750
sigmaz	Volatilidade da produtividade	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013	0,013
phi	Barreira ao ativos	0,050	0,050	0,050	0,050	0,150	0,150	0,150	0,300	0,300	0,050	0,050	0,050
rok	Valor inicial para a lei de movimentação do capital	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700
mie	Emprego (estado estacionário)	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000	1,000
roe	Ajuste do emprego	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700	0,700
sigmae1	Volatilidade do emprego - capitalistas	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050	0,050
sigmae2	Volatilidade do emprego - trabalhadores	0,100	0,100	0,100	0,200	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100	0,100
roez	Ciclicidade do emprego - trabalhadores	0,300	0,300	0,300	0,300	0,300	0,600	0,600	0,600	0,600	0,600	0,600	0,600
lambda	Proporção de capitalistas	0,800	0,800	0,500	0,500	0,500	0,500	0,200	0,900	0,100	0,100	0,050	0,050
tau	Taxa de impostos	0,000	0,250	0,250	0,250	0,250	0,250	0,300	0,300	0,300	0,000	0,000	0,300
ass	Ativos (estado estacionário)	31,784	30,320	48,482	48,482	48,506	48,506	108,802	24,393	217,593	379,894	759,784	435,168
kss	Capital (estado estacionário)	25,427	24,256	24,241	24,241	24,253	24,253	21,760	21,953	21,759	37,989	37,989	21,758
n	Número total de famílias	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000	5000
t	Número de períodos de simulação	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000	15000
giniY	Gini de Renda	0,093	0,040	0,110	0,110	0,125	0,124	0,217	0,094	0,257	0,366	0,388	0,280
giniC	Gini de Consumo	0,476	0,365	0,118	0,118	0,049	0,050	0,086	0,016	0,028	0,181	0,194	0,133
giniA	Gini de Riqueza (Ativos)	0,223	0,215	0,506	0,506	0,576	0,574	0,818	0,108	0,900	0,903	0,951	0,951
theilY	Coefficiente de Theil de Renda	0,020	0,003	0,019	0,019	0,024	0,024	0,093	0,026	0,181	0,362	0,542	0,296
theilC	Coefficiente de Theil de Consumo	0,001	0,001	0,001	0,001	0,009	0,008	0,007	0,001	0,000	0,001	0,000	0,001
theilW	Coefficiente de Theil do Salário	0,010	0,003	0,006	0,006	0,006	0,006	0,007	0,001	0,007	0,010	0,010	0,007
theilCW	Theil Total	0,020	0,003	0,019	0,019	0,024	0,024	0,093	0,026	0,181	0,362	0,542	0,296
ratio1	P90/P10	1,798	1,191	1,640	1,640	1,764	1,755	2,827	1,261	1,674	1,827	1,488	1,401
ratio2	P90/P50	1,072	1,109	1,157	1,157	1,372	1,364	2,363	1,175	1,409	1,484	1,216	1,183
ratio3	P50/P10	1,678	1,074	1,417	1,417	1,287	1,288	1,196	1,073	1,188	1,231	1,224	1,184

## 5.3 Tabela - Estados Estacionários dos Experimentos Realizados

Figura 5.2: Estados Estacionários dos Experimentos

Variável	Experimento											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
cc	2,6995	4,2324	2,5062	2,5062	2,5062	2,5062	3,0384	2,1874	2,5185	6,2072	10,0433	6,3343
cw	2,0516	2,0171	2,5838	2,5838	2,5842	2,5842	2,3489	5,2296	2,3034	2,3706	2,3706	2,2842
a	31,7861	109,4610	48,4956	48,4956	48,5196	48,5196	108,7930	24,3947	57,3063	379,8210	759,6030	435,0750
r	0,0454	0,0468	0,0468	0,0468	0,0468	0,0468	0,0501	0,0499	0,0501	0,0351	0,0351	0,0501
w	2,0516	2,0171	2,0166	2,0166	2,0170	2,0170	1,9397	1,9459	1,9397	2,3706	2,3706	1,9397
z	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
k	25,4271	24,2562	24,2411	24,2411	24,2531	24,2531	21,7605	21,9533	21,7593	37,9894	37,9893	21,7584
ec	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
ew	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
l	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
yc	3,4942	9,8476	3,7186	3,7186	3,7192	3,7192	5,7582	2,7973	3,9511	15,7027	29,0334	17,2112
yw	2,0516	2,0171	2,5838	2,5838	2,5842	2,5842	2,3489	5,2296	2,3034	2,3706	2,3706	2,2842
i	0,7947	4,6152	1,2124	1,2124	1,2130	1,2130	2,7198	0,6099	1,4327	9,4955	18,9901	10,8769
Lei de Movimentação de Capital	Experimento											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	11
vtheta1	-3,6035	2,5757	-3,8783	-3,8783	-3,8746	-4,0356	-3,7894	-3,4118	0,3037	-10,6912	-18,3171	-11,3858
vtheta2	0,9997	0,9886	1,0000	1,0000	0,9999	0,9999	1,0000	0,9980	1,0000	1,0000	1,0000	1,0000
vtheta3	1,3436	1,2662	1,3655	1,3655	1,3655	1,3655	1,3136	1,3100	1,3136	1,6054	1,6054	1,3135
vtheta4	2,3493	7,9048	2,9289	2,9289	2,9287	3,0897	4,2415	2,0559	-4,1477	16,6707	32,6466	19,0112
vtheta5	-0,0032	-2,2292	-0,0171	-0,0171	-0,0171	-0,0171	-0,0811	0,0043	0,1163	-0,1997	-0,4195	-0,4108

## 5.4 Gráficos das Funções de Impulso e Resposta dos Experimentos (Dynare)

Figura 5.3: Experimento 1 - Funções de Impulso-Resposta

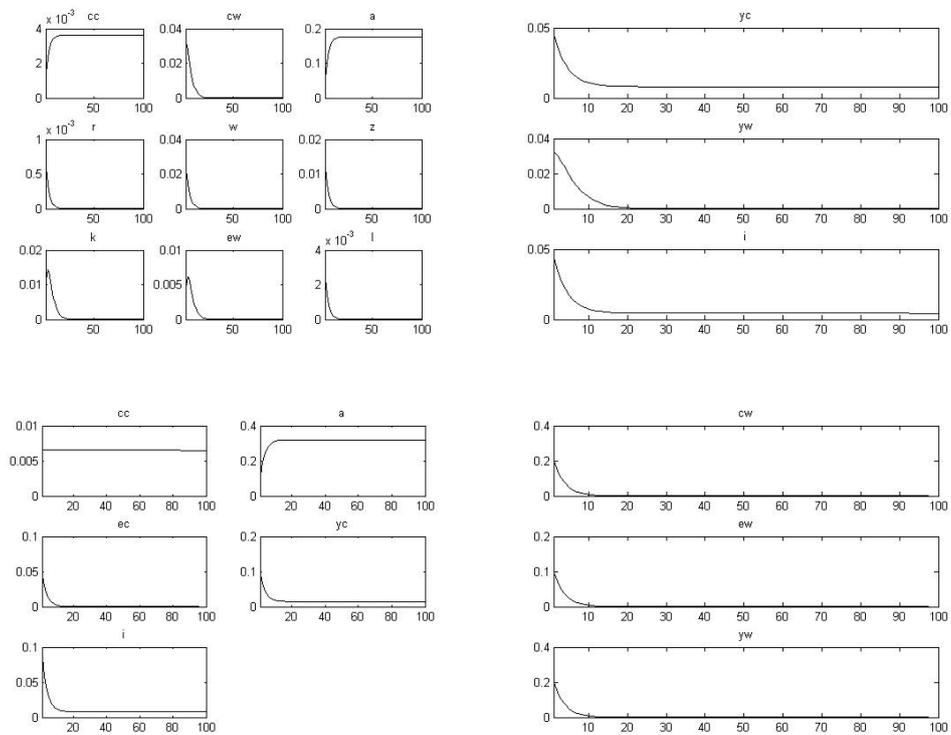


Figura 5.4: Experimento 2 - Funções de Impulso-Resposta

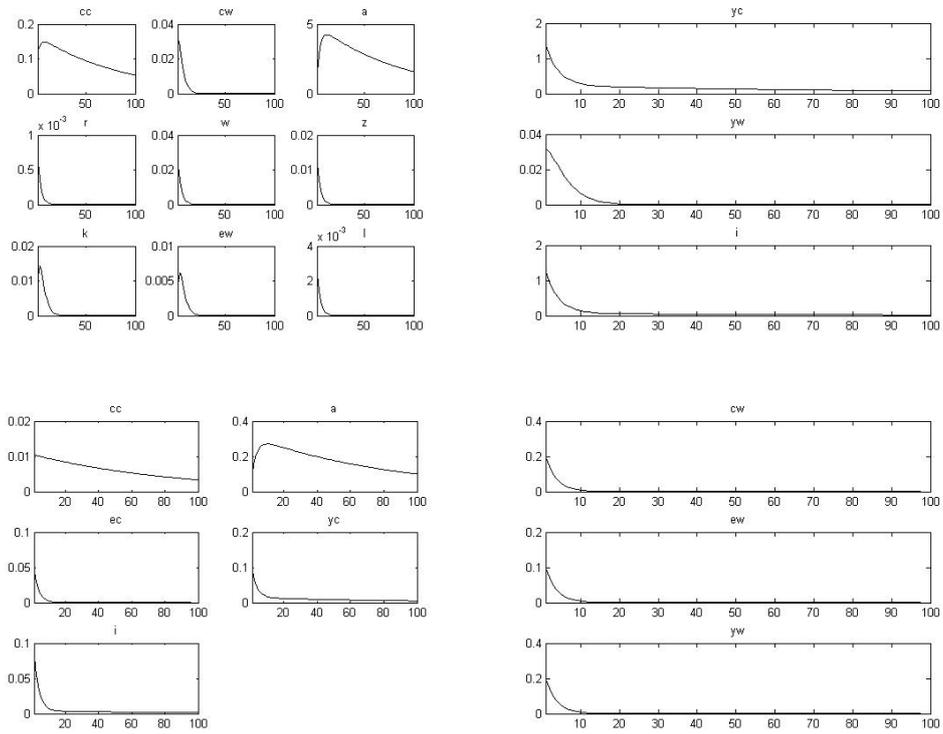


Figura 5.5: Experimento 3 - Funções de Impulso-Resposta

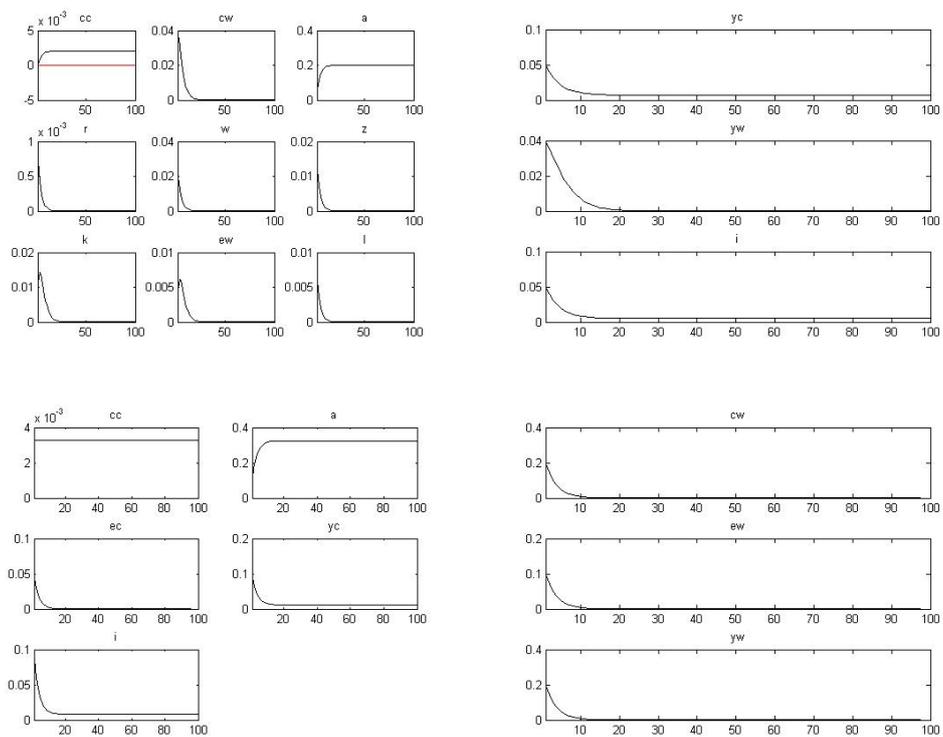




Figura 5.8: Experimento 6 - Funções de Impulso-Resposta

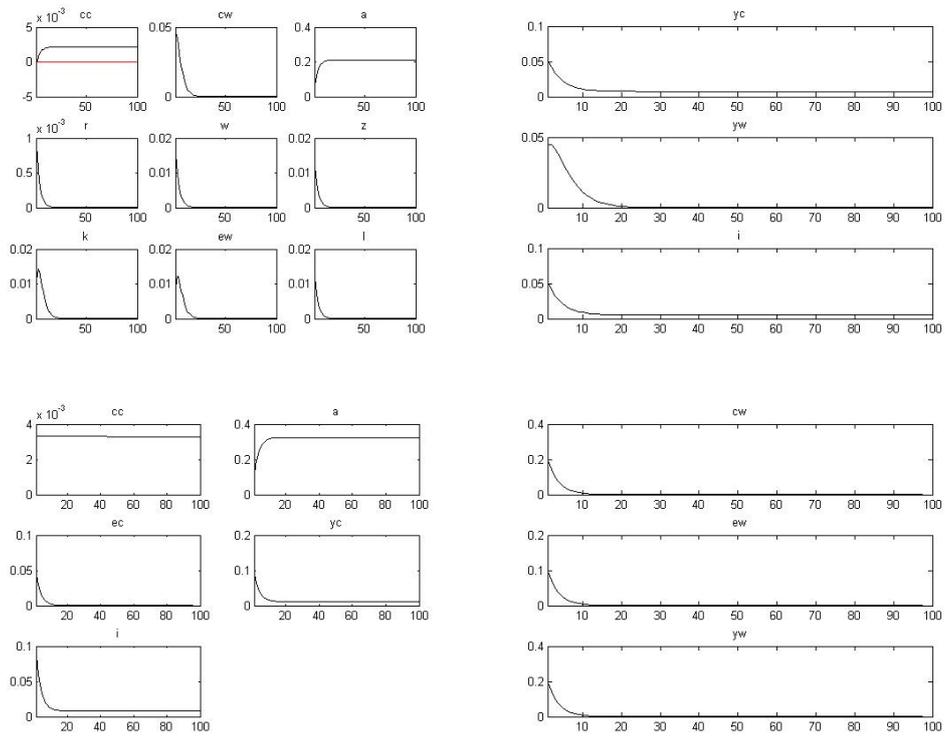


Figura 5.9: Experimento 7 - Funções de Impulso-Resposta

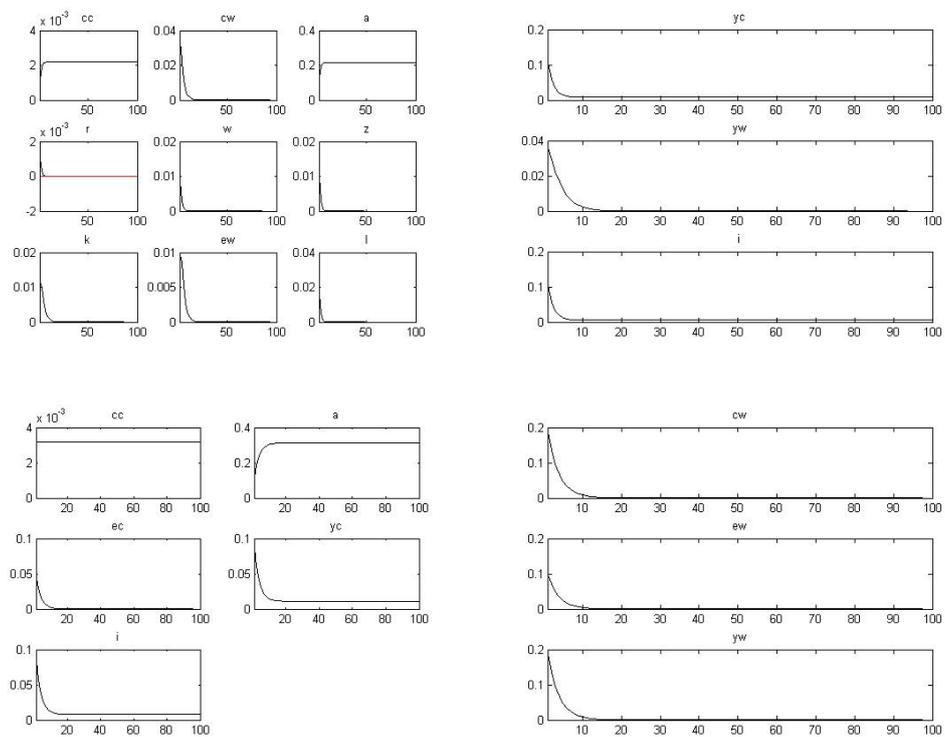


Figura 5.10: Experimento 8 - Funções de Impulso-Resposta

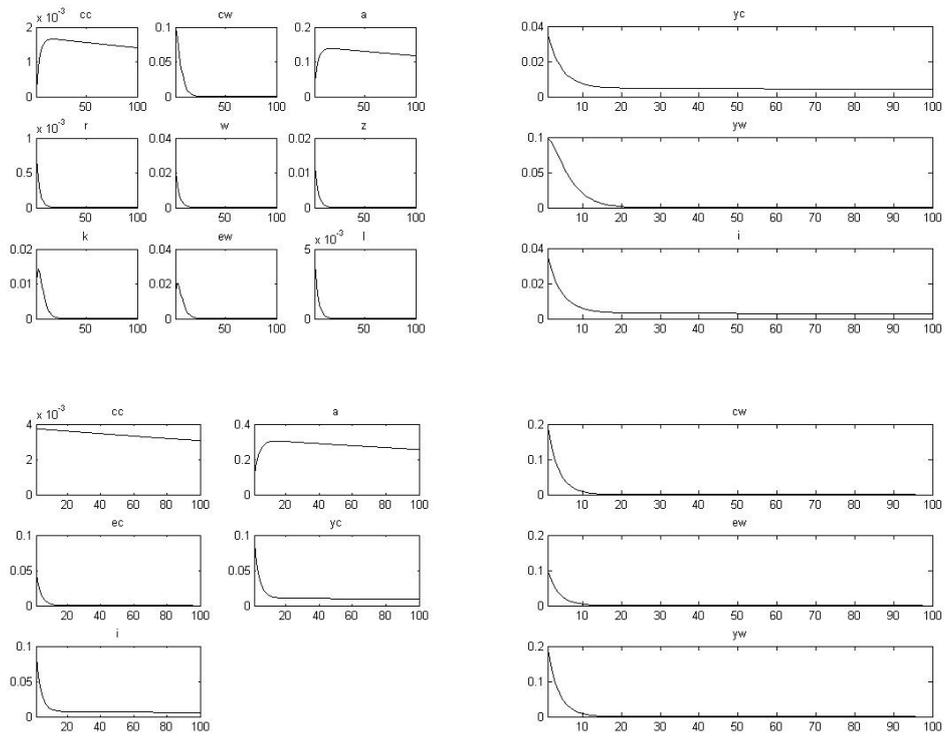


Figura 5.11: Experimento 9 - Funções de Impulso-Resposta

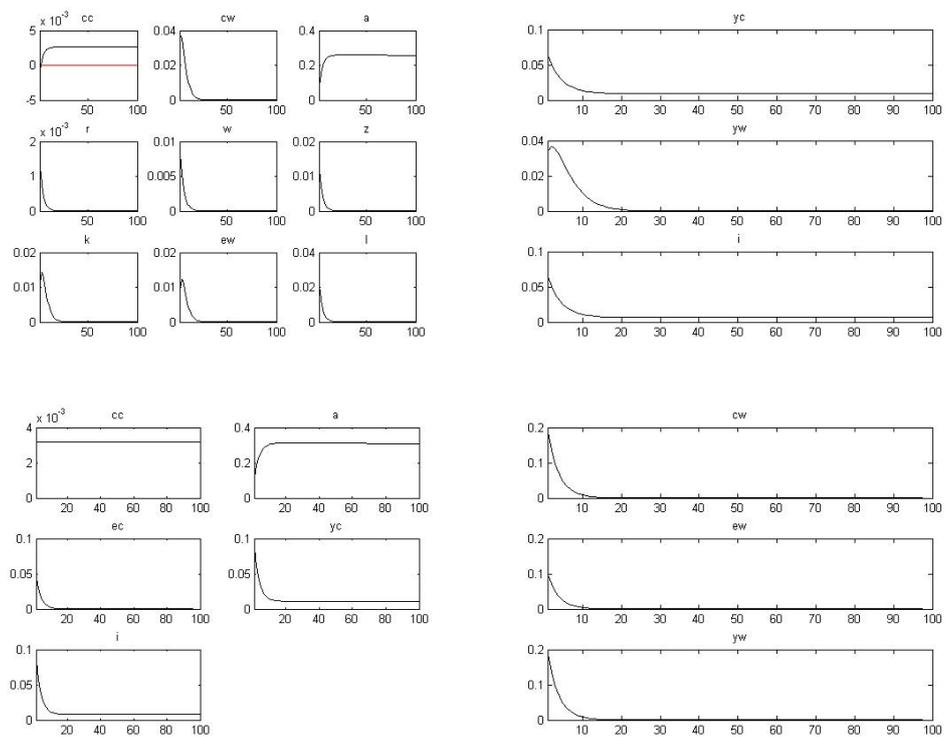


Figura 5.12: Experimento 10 - Funções de Impulso-Resposta

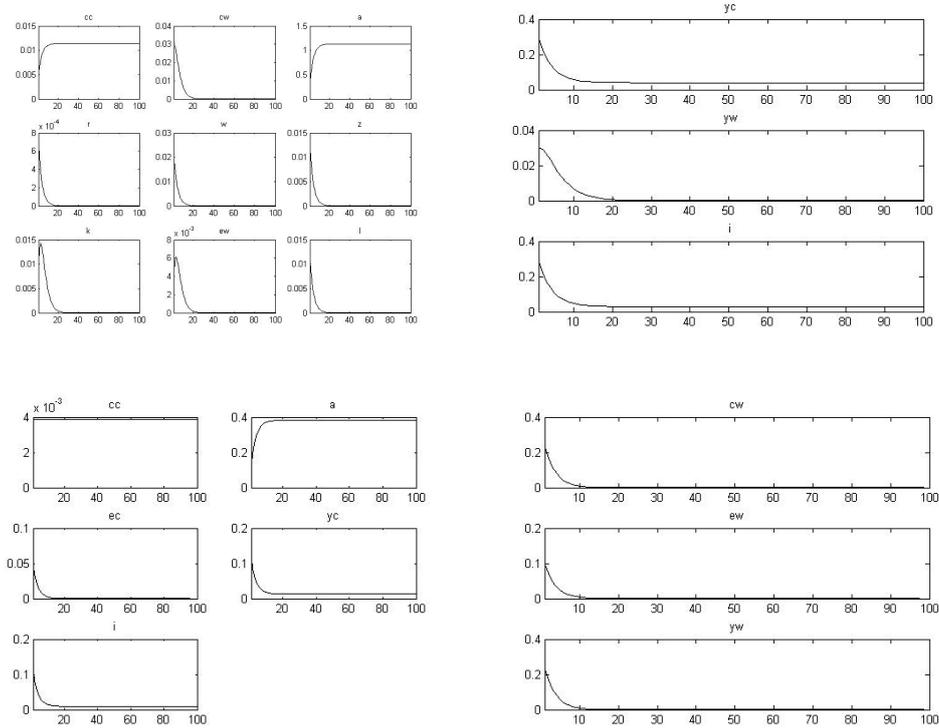


Figura 5.13: Experimento 11 - Funções de Impulso-Resposta

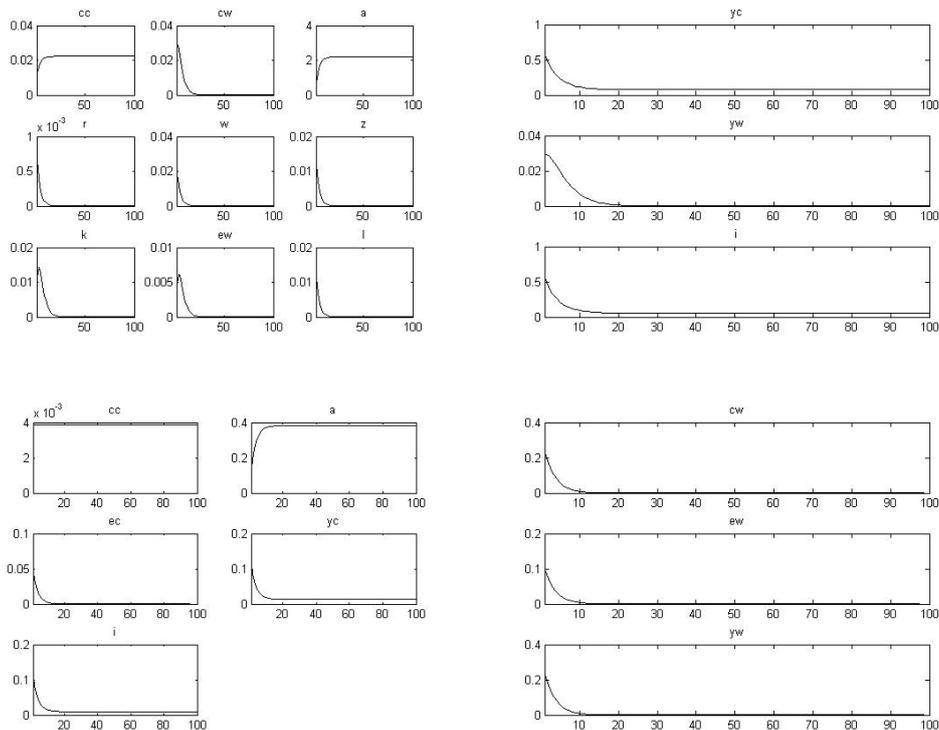


Figura 5.14: Experimento 12 - Funções de Impulso-Resposta

