Universidade de Brasília
Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação (FACE)
Departamento de Economia (ECO)

A DINÂMICA DA MUDANÇA ESTRUTURAL E O DUALISMO ECONÔMICO:

UMA LEITURA PASINETTIANA DE ARTHUR LEWIS

LEOPOLDO COSTA JUNIOR

ORIENTADOR: PROF. DR. JOANILIO RODOLPHO TEIXEIRA

BRASÍLIA

2006

Universidade de Brasília
Faculdade de Economia, Administração, Contabilidade e Ciência da Informação e Documentação (FACE)
Departamento de Economia (ECO)

A DINÂMICA DA MUDANÇA ESTRUTURAL E O DUALISMO ECONÔMICO:

UMA LEITURA PASINETTIANA DE ARTHUR LEWIS

LEOPOLDO COSTA JUNIOR

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE MESTRADO EM ECONOMIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO REQUISITO PARCIAL PARA OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE.

ORIENTADOR: PROF. DR. JOANILIO RODOLPHO TEIXEIRA

BRASÍLIA

2006

COSTA Junior, Leopoldo. **A dinâmica da mudança estrutural e o dualismo econômico: uma leitura pasinettiana de Arthur Lewis**. Brasília, Universidade de Brasília, 2006. 201p. (Dissertação de Mestrado).

1. Teoria econômica. 2. Desenvolvimento econômico. 3. Mudança estrutural. 4. Dualismo econômico. 5. Pasinetti, Luigi L. 6. Lewis , W. Arthur. I. Costa Junior, Leopoldo. II. Teixeira, Joanilio Rodolpho. III. Dissertação de Mestrado. IV. Universidade de Brasília.

BANCA EXAMINADORA

PROF. DR. JOANILIO RODOLPHO TEIXEIRA - ORIENTADOR

PROF. DR. STEPHEN ANTHONY DE CASTRO – EXAMINADOR INTERNO

PROF. DR. RICARDO SILVA AZEVEDO ARAÚJO – EXAMINADOR EXTERNO

PROF. DR. RODRIGO ANDRÉS PEÑALOZA – EXAMINADOR INTERNO (SUPLENTE)

PROF. DR. CLÁUDIO HAMILTON M. DOS SANTOS – EXAMINADOR EXTERNO (SUPLENTE)

DEDICATÓRIA

AOS MEUS FILHOS.

AGRADECIMENTOS

A Deus, por tudo.

À minha esposa – Cleide - e aos meus filhos - Leopoldo, Eduardo e Raul -, que foram freqüentemente privados da minha presença e nem por isso deixaram de me incentivar.

Aos meus pais - Leopoldo e Adeci -, patrocinadores dessa aventura por um longo tempo e que nunca me deixaram desistir.

Aos meus irmãos – Adriano e Graziela, tios, primos, avós, sogros – Paulo (*in memoriam*) e Antônia, cunhados e sobrinhos, que sempre estiveram do meu lado.

Ao Prof. Joanilio Rodolpho Teixeira, meu orientador, que com seus questionamentos e incentivos, tornou possível concluir essa importante etapa da minha vida. Se essa dissertação tiver algum mérito, devo a ele.

Aos Profs. Stephen Anthony de Castro, Ricardo Silva Azevedo Araújo, Rodrigo Andrés Peñaloza e Cláudio Hamilton M. dos Santos, membros da banca examinadora desse trabalho, que com suas valiosas críticas e sugestões contribuíram de forma decisiva para o seu desenvolvimento e conclusão.

Aos demais professores e colegas do Departamento de Economia da FACE, pelo ambiente acadêmico desafiante e estimulador criado, responsável pela excelência do curso, em particular ao Prof. Maurício Barata, que, com as discussões promovidas na sala de aula e nos corredores do departamento, contribuiu para essa dissertação.

Aos meus colegas do Centro de Estudos do Terceiro Setor (CETS) da Escola de Administração de Empresas de São Paulo da Fundação Getúlio Vargas (EAESP-FGV) e demais colegas e professores da Escola, em especial aos Profs. Luiz Carlos Merege e Mário Aquino Alves e ao bibliotecário José Dionísio.

Aos meus colegas professores nas diversas instituições de ensino nas quais trabalhei, que sempre me engrandeceram com suas amizades.

Aos meus companheiros dos movimentos sociais (da Pastoral de Juventude, da Pastoral Universitária, do movimento estudantil e do movimento sindical). Amigos leais e verdadeiros, grandes fontes de inspiração.

Aos meus colegas, superiores e subordinados, tanto na Secretaria de Planejamento e Investimentos Estratégicos (SPI) do Ministério do Planejamento, Orçamento e Gestão

(MP), como na Subsecretaria de Planejamento, Orçamento e Administração (SPOA) e na Secretaria Nacional de Assistência Social (SNAS) do Ministério do Desenvolvimento Social e Combate à Fome (MDS), que entenderam a importância desse trabalho e o tornaram possível. Sou particularmente grato a Ronaldo Alves Nogueira, Coordenador Geral de Planejamento e Avaliação da SPOA; a Simone Aparecida Albuquerque, Diretora de Gestão do Sistema Único de Assistência Social da SNAS; e à equipe que trabalha comigo: Deusina, Eliana, Ieda, Maurício e Valdir.

A todos, o meu muito obrigado.

RESUMO

O objetivo dessa dissertação é explicar o fenômeno do desemprego e do subemprego e o papel dos setores de subsistência para o processo de desenvolvimento econômico. A existência de setores de subsistência, que podem absorver o excedente de mão-de-obra não ocupado pelos setores modernos, tem inspiração clara no artigo seminal de Lewis (1954).

Propomos uma extensão ao *modelo de produção com trabalho apenas* de Pasinetti (1981, 1993) para considerar a dualidade dos setores. Esse *modelo dualista de produção com trabalho apenas* constitui uma interpretação pasinettiana da contribuição teórica de Lewis para a teoria do desenvolvimento econômico sob o ponto de vista do modelo de mudança estrutural.

Como o comércio externo tem um papel importante para ambos os autores dada a relevância das transações internacionais para o desenvolvimento econômico, iremos propor um *modelo dualista de produção com trabalho apenas* tanto para economias fechadas (no Capítulo III) quanto para economias abertas (no Capítulo IV). Com isso esperamos verificar a relação entre o grau da abertura econômica, o papel dos setores de subsistência e o desenvolvimento econômico.

ABSTRACT

The purpose of this dissertation is to explain the phenomena of unemployment and underemployment and the role of subsistence sector for the process of economic development. Subsistence sector in which entrance and exit of workers is free has a clear inspiration on Lewis (1954) seminal paper.

Pasinetti's pure labour model proposed is extended to consider dualism among sectors. The dual pure labour model is a Pasinettian interpretation of Lewis' theoretical contribution to the theory of economic development inside structural change model point of view.

As international trade has an important role for both authors given international transactions relevance for economic development, we propose the dual pure labour model for both closed (in Chapter III) and open (in Chapter IV) economies. In doing so, we expect to verify the relationship among economic openness, subsistence sectors, and economic development.

ÍNDICE

LISTAS

DIAGRAMAS

FIGURAS

TABELAS

I. INTRODUÇÃO

> "This essay is written in the classical tradition, making the classical assumption, and asking the classical question. The classics, from Smith to Marx, all assumed, or agued, that an unlimited supply of labour was available at subsistence wages."
>
> Lewis (1954, p. 139)
>
> "In the present investigation, however, many of these ideas are taken from the original context at their source, at a stage at which they were susceptible of being developed in different directions from those along which they actually happen to have been developed."
>
> Pasinetti (1981, p. 1)

1. OBJETIVO

A economia, como um campo de conhecimento distinto da filosofia e das demais ciências humanas, só passou a existir com a emergência do modo de produção capitalista que, graças à acumulação de capital e ao progresso tecnológico, aumentou a produção de mercadorias de forma espetacular e alterou de maneira radical a estrutura da sociedade moderna. O formidável desenvolvimento das forças produtivas proporcionado por esse modo de produção, consolidado com a Revolução Industrial do século XVIII, abriu a possibilidade, pela primeira vez na história, de superar a escassez e garantir a todos os mínimos necessários à sobrevivência. Porém, isso não aconteceu: nunca se produziu tanto, mas também jamais houve tanta desigualdade interpessoal e inter-regional.

O objetivo dessa dissertação é explicar o fenômeno do desemprego e do subemprego e o papel dos setores de subsistência para o processo de desenvolvimento econômico. Para fazermos isso iremos propor uma extensão ao *modelo de produção com trabalho apenas* de Pasinetti (1993) para considerar a possibilidade de dualidade dos setores, isto é, a existência de setores modernos e de setores de subsistência, sendo que nesses últimos é possível haver mais trabalhadores do que aqueles que seriam socialmente necessários para um determinado nível de produção de mercadorias.

Fazer a hipótese de existência de setores de subsistência, que podem absorver o excedente de mão-de-obra não ocupado pelos setores modernos, tem inspiração clara no artigo seminal de Lewis (1954). Portanto, propor um *modelo dualista de produção com trabalho apenas* sugere fazer uma leitura pasinettiana de daquele autor, ou seja, considerar a sua contribuição teórica para a teoria do desenvolvimento econômico sob o ponto de vista do modelo de mudança estrutural de Pasinetti.

Como o comércio externo tem um papel importante para ambos os autores dada a relevância das transações internacionais para o desenvolvimento econômico, iremos propor um *modelo dualista de produção com trabalho apenas* tanto para economias fechadas quanto para abertas. Com isso esperamos verificar a relação entre o grau da abertura econômica, o papel dos setores de subsistência e o desenvolvimento econômico.

2. RELEVÂNCIA

A preocupação, tanto teórica como prática, com o desenvolvimento econômico é pelo menos tão antiga quanto o próprio capitalismo e está presente na literatura desde os escritos dos autores mercantilistas e fisiocratas, contudo foram os textos dos autores clássicos (Smith, Malthus, Ricardo) e de Marx que serviram de base para as modernas teorias do crescimento econômico.

O que caracteriza o processo do desenvolvimento econômico não é apenas o crescimento da economia, mas fundamentalmente a mudança estrutural pela qual a economia passa enquanto cresce: setores econômicos crescem, estagnam e, eventualmente, desaparecem dando lugar a outros setores. Teorias que pretendem explicar o desenvolvimento econômico devem considerar, no mínimo, a existência de múltiplos setores econômicos e a possibilidade de variação da participação dos mesmos na produção e no emprego.

É evidente que outros componentes podem ser adicionados a tais modelos, como é o caso da presença do desemprego e do subemprego (que é um fenômeno não apenas de economias subdesenvolvidas ou em desenvolvimento, mas também de economias desenvolvidas), ou mesmo disputa teórica a respeito de outros componentes essenciais das teorias de desenvolvimento econômico (moeda, por exemplo), mas se não houver a preocupação em considerar a mudança estrutural, essas teorias estarão desconsiderando um elemento essencial.

3. Aspectos Metodológicos

Como destaca Pasinetti (1993, p. 9), a mudança estrutural é uma característica inerente do processo de desenvolvimento econômico, que desde o começo a literatura nessa área se preocupou com esse aspecto:

> "The literature on 'development economics' has all inevitably been concerned in some way or another with problems of structural change. Concept such as 'big push' (Rosenstein-Rodan, 1943), 'unbalanced growth' (for example, Streeten, 1959), 'dual economies' (Lewis, 1954, Nurske, 1953), and so on, are all inevitably concerned with some changes in the system's structure. One may add that they have all indeed proved to be very hard to formalize, which may also help to explain the poor reputational standing that development economics has at present among theoretical economists. Not very different has been the fate of attempts at a grand historical generalization, such as the one on the 'stages of economic growth' by W. W. Rostow (1960)."

O modelo de produção de Pasinetti (1981, 1993) é uma abordagem adequada para lidar com a mudança estrutural e é com esse modelo que pretendemos construir uma interpretação do modelo com oferta ilimitada de trabalho de Lewis (1954). A origem clássica, de filiação ricardiana, de ambos os modelos é uma razão adicional para empregarmos dinâmica da mudança estrutural pasinettiana.

De acordo com Pasinetti (2005), uma investigação teórica no campo da economia pós-keynesiana deve ser conduzida em dois estágios, a "teoria pura", na qual o foco está nos elementos da realidade que apresentam grande persistência no tempo, e a "análise institucional", na qual podemos introduzir instituições e comportamentos diferentes e alternativos de organização da sociedade. Nesse sentido, a hipótese de dualidade organizacional - ou seja, a existência de dois tipos de setores (modernos ou de subsistência) com comportamentos diferentes - é uma forma interessante de fazer o fechamento do modelo de produção porque permite que o papel dos setores de subsistência para o processo de desenvolvimento econômico possa ser investigado.

Apesar de Lewis (1954) estar preocupado com economias em desenvolvimento, que estão se organizando no modo de produção capitalista e o mercado de trabalho está se estruturando, e de Pasinetti (1981, 1993) estar preocupado com economias razoavelmente diversificadas e com mercados de trabalho organizados, o problema do desemprego e do subemprego persiste. Ao invés de estudar esses fenômenos, com base nas abordagens marginalistas ou pós-walrasianas, preferimos seguir a sugestão de Pasinetti (1990, p. 10) e empregar a abordagem da dinâmica estrutural:

> "But economic analysis can go so much deeper into, and say so much more, on unemployment, by taking a more courageous jump into a full dynamic analysis. This courageous jump is what is being tried by those economists who are attempting a structural dynamics approach to the problem of unemployment."

O resultado dessa opção metodológica é que faremos uma leitura pasinettiana de Lewis. É uma novidade em termos de interpretação do dualismo econômico, mas que tem o seu preço: a preocupação primordial desse trabalho será com as chamadas características "naturais" do sistema econômico, ou seja, com aquelas que são duradouras e universais, em detrimento das transitórias e particulares. Portanto, não será dada às características institucionais da economia a mesma ênfase dada por Lewis.

4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Essa dissertação está estruturada em cinco capítulos. No capítulo I, "Introdução", apresentamos os objetivos da dissertação, a relevância do tema, as opções metodológicas feitas e a estrutura dos capítulos.

No capítulo II, "Problemas do desenvolvimento econômico", faremos uma exposição do modelo de oferta ilimitada de Lewis e do conceito central da sua teoria do desenvolvimento econômico que é a idéia de dualidade dos setores. Também apresentaremos as bases teóricas do modelo de mudança estrutural de Pasinetti (1981, 1993) que é a noção de *integração vertical*, que servirá de base para fazermos uma releitura da contribuição teórica de Lewis sob o paradigma da produção.

No capítulo III, "Dualismo econômico no modelo de produção com trabalho apenas de Pasinetti para economias fechadas", apresentaremos inicialmente o *modelo de produção com trabalho apenas* para economias fechadas de Pasinetti (1993), tanto na versão estática quanto na versão dinâmica. Em seguida, proporemos um *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, considerando a presença de setores modernos e de subsistência, também em versões estática e dinâmica.

No capítulo IV, "Dualismo econômico no modelo de produção com trabalho apenas de Pasinetti para economias abertas", apresentaremos o *modelo de produção com trabalho* *apenas* de Pasinetti (1993) para economias abertas nas versões estática e dinâmica. Da mesma forma que no capítulo anterior, proporemos um *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, com setores modernos e de subsistência, em versões estática e dinâmica.

No capítulo V, "Conclusão", apresentaremos as principais conclusões da dissertação e a importância dos resultados alcançados para se fazer uma leitura pasinettiana de Lewis, em particular para a questão do emprego. Sugestões de novas extensões e pesquisas promissoras também serão indicadas.

II. PROBLEMAS DO DESENVOLVIMENTO ECONÔMICO

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentaremos o modelo de oferta ilimitada de mão-de-obra de Lewis e apresentaremos as bases de uma releitura desse a partir de um novo paradigma, o modelo de mudança estrutural de Pasinetti (1981, 1993). Além dessa "Introdução" e da "Conclusão parcial", o capítulo está subdividido em outras duas seções.

A inclusão da hipótese da existência de setores de subsistência no *modelo de produção com trabalho apenas* de Pasinetti (1993) implica fazer uma leitura pasinettiana de Lewis, e isso somente pode ser feito de forma criteriosa a partir da apresentação do modelo de oferta ilimitada de mão-de-obra, que é um marco na literatura do desenvolvimento econômico que será feito na seção 2, "A contribuição teórica de Lewis". Pretendemos assim evidenciar a importância do modelo de oferta ilimitada de mão-de-obra para a teoria do desenvolvimento econômico e mostrar que as possibilidades de interpretação desse modelo do ponto de vista da mudança estrutural.

Na seção 3, "A contribuição teórica de Pasinetti, a dinâmica da mudança estrutural e o dualismo econômico", apresentaremos as bases teóricas do modelo de mudança estrutural de Pasinetti (1981, 1993). Iniciamos a discussão com a matriz de insumo-produto, consideramos em seguida a produção de mercadorias por meio de mercadorias até chegarmos, finalmente, à noção de integração vertical.

2. A CONTRIBUIÇÃO TEÓRICA DE LEWIS E O DUALISMO ECONÔMICO

De acordo com Kirkpatrick e Barrientos (2004, p. 679), Lewis (1954) "is widely regarded as the single most influential contribution to the establishment of development economics as an academic discipline". Findlay (1980) aponta que grande parte da literatura do desenvolvimento econômico pode ser vista como comentários e extensões do significado e das ramificações das idéias expostas nesse artigo seminal. Tignor (2004, p. 691) afirma que "the paper galvanized the new field of development economics, providing it with a legitimacy that it had not previously enjoyed".

Lewis (1954, p. 139) começa o seu artigo colocando a questão de que os clássicos (de Smith a Marx) assumiam e argumentavam com a hipótese de existia uma oferta ilimitada de mão-de-obra disponível com salários ao nível de subsistência para explicar o crescimento econômico, a distribuição da renda etc. Segundo o autor, os neoclássicos deixaram de usar essa hipótese quando a mão-de-obra se tornou escassa na Europa, mas essa hipótese continuaria válida em outras partes do mundo onde esse fenômeno ainda não aconteceu. Portanto, para ele, a teoria neoclássica não dá conta do problema do desenvolvimento econômico porque abandonou a hipótese de oferta ilimitada de mão-de-obra, tornando necessário retornar aos clássicos para explicar o fenômeno. Mas, a partir do momento que a mão-de-obra se torne escassa, a teoria neoclássica se torna válida, deixando a mão-de-obra de ser remunerada pelo salário de subsistência e passando a ser remunerada pelo produto marginal do trabalho.

A oferta ilimitada de mão-de-obra é uma suposição útil para países superpopulosos no qual a população é grande com relação ao capital e aos recursos naturais. Para tais países, as suposições feitas pela economia neoclássica (recursos escassos) e pela economia keynesiana (que assume que não apenas o trabalho, mas também terra e capital são recursos ilimitados) não são adequadas. Devido ao grande número de trabalhadores, existiriam setores na economia, chamados setores de subsistência, cuja entrada de mais trabalhadores faz com que os demais trabalhem menos tempo ou menos intensamente, enquanto a saída de trabalhadores (até certo limite, no qual a mão-de-obra se tornaria escassa) faz com que os demais trabalhem mais tempo ou mais intensamente. Nesses setores, cuja produtividade marginal do trabalho é muito pequena, zero ou mesmo negativa, os trabalhadores recebem salários de subsistência. Quando setores, denominados capitalistas (no qual a produtividade marginal do trabalho é positiva devido à presença de capital), precisam recrutar mão-de-obra podem obtê-la desses setores de forma praticamente ilimitada contanto que paguem salários maiores do que os praticados pelos setores de subsistência, o que apenas seria possível nesse caso se a produtividade marginal do trabalho fosse maior do que o salário de subsistência.

Lewis aponta fatores antropológicos, sociais e culturais para justificar a contratação de mão-de-obra nos setores de subsistência por salários superiores à produtividade marginal do trabalho, que, na prática estabelecem um piso para os salários dos setores capitalistas. A diferença de remuneração entre os trabalhadores dos setores de subsistência e capitalistas se justifica pelos níveis de habilidade, educação, prestígio, custos de vida mais elevados nos setores capitalistas etc. Ele também argumenta que firmas nos setores capitalistas, ao invés de competirem entre si, podem remunerar melhor e oferecer outros benefícios aos seus trabalhadores, contribuir com a comunidade etc. de forma que firmas mais e menos eficientes podem conviver no mesmo mercado.

O processo de expansão econômica acontece com o investimento do excedente capitalista, que faz o setor capitalista crescer e recrutar mais mão-de-obra do setor de subsistência até o ponto em que o excedente de trabalho deixa de existir. Mais capital e conhecimento técnico no setor capitalista contribuem para a sua expansão porque fazem crescer os salários pagos aos trabalhadores e o excedente capitalista. Contudo, se o crescimento técnico se der fora do setor capitalista, ele fará aumentar o nível dos salários de subsistência e reduzirá o excedente do setor capitalista. Enquanto houver excedente de mão-de-obra, sempre haverá emprego para qualquer montante de capital, o único limite no caso é a disponibilidade de recursos naturais. Porém, quando o trabalho se torna escasso, é imposto um limite à expansão econômica, não há razão para os capitalistas investirem todo o excedente gerado e eles aumentam o consumo, reduzindo ainda mais a taxa de crescimento da economia.

Lewis (1954, p. 155), então, aborda o que seria para ele o problema central da teoria do desenvolvimento econômico:

> “The central problem in the theory of economic development is to understand the process by which a community which was previously saving and investing 4 or 5 per cent of is national income or less, converts itself into an economy here voluntary saving is running at about 12 to 15 per cent of national income or more. This is the central problem because the central fact of economic development is rapid capital accumulation (including knowledge and skills with capital). We cannot explain any “industrial” revolution (as the economic historians pretend to do) until we can explain why saving increased relatively to national income.”

A explicação dada pelo autor não se baseia na presunção de que as pessoas passam a poupar mais por uma mudança psicológica que as torne mais econômicas, mas simplesmente porque elas passaram a ganhar mais. Como praticamente toda a poupança é feita pelos capitalistas e donos de terras (e não pelos trabalhadores), o problema é explicar como a participação dos lucros na renda nacional aumenta.

A explicação de Lewis é que, no começo do processo de desenvolvimento econômico, como quase toda a renda nacional é composta por salários de subsistência, a taxa de poupança é praticamente nula. Porém, à medida que o setor capitalista começa a se expandir, ele dispõe de um excedente de mão-de-obra no setor de subsistência que faz com que o excedente capitalista e os salários dos empregados nos setores capitalistas (desde que o emprego cresça menos do que o excedente, o que, em geral, é o caso) aumentem a sua participação na renda nacional e, com isso, façam crescer a taxa de poupança. Outra conseqüência desse processo é o aumento da desigualdade da renda entre os capitalistas (que poupam e, portanto, acumulam) e os trabalhadores.

Contudo, o capital não é criado apenas a partir dos lucros gerados, mas também por meio de crédito. No modelo neoclássico, capital somente pode ser criado retirando-se recursos da produção de bens de consumo. No modelo com excedente de mão-de-obra, capital pode ser criado sem redução do produto. A diferença entre o capital criado a partir de lucros ou de crédito são os efeitos imediatos nos preços e na distribuição de renda. O excedente de trabalho colocado na formação de capital fará com que os preços subam enquanto a produção de bens de consumo não for ampliada e causará ainda uma redistribuição dos bens de consumo entre os trabalhadores recentemente empregados. O processo inflacionário dura somente até que a poupança voluntária, que é função dos lucros, atinja o nível dos novos investimentos. Isso acontecerá tão logo os lucros cresçam o suficiente de modo que os capitalistas possam financiar uma taxa de financiamento mais alta sem precisar recorrer à expansão monetária.

Com a existência de crédito e de uma classe capitalista, a poupança voluntária e a formação de capital podem ser elevadas a qualquer nível que se queira desde que os conflitos pela gerados pela redução inicial no consumo e pela redistribuição de renda possam ser contornados. Portanto um equilíbrio jamais poderia ser atingido. Todavia, se o crédito criado demorar a retornar aos capitalistas na forma de lucros, o processo inflacionário pode perdurar por um período muito longo obrigando as autoridades monetárias a interromper ou diminuir a criação de crédito para evitar a perda de credibilidade na moeda. Esse argumento explicaria a existência de ciclos na economia.

O Estado afeta o processo de acumulação de várias maneiras, inclusive se valendo do excedente de mão-de-obra, atuando como empresário, fornecendo infra-estrutura etc. A utilização de impostos para financiar a formação de capital (desde que tais impostos taxem a renda marginal) tem efeitos semelhantes aos da utilização de crédito pelos capitalistas, ou seja, o produto não cai, mas enquanto ele não cresce o suficiente para atender a nova demanda, conflitos distributivos gerados pela redistribuição de renda e pelo processo inflacionário podem ocorrer. A diferença fundamental entre créditos e impostos, é que a redistribuição de renda, no primeiro caso, se dá apenas entre os capitalistas (que têm condições de poupar), ao contrário do que pode ocorrer quando são cobrados impostos.

O processo inflacionário é mais útil para a formação do capital em comunidades nas quais há um número considerável de capitalistas que irão investir em atividades produtivas (ao contrário do que fariam os proprietários de terra, comerciantes, banqueiros etc.), porém, se por ação ou omissão do Estado, os capitalistas não forem capazes de investir o suficiente, o processo inflacionário durará mais tempo (até porque são os capitalistas que mais poupam).

Resumindo a análise, se uma oferta ilimitada de trabalho existir a uma taxa de salário real constante, o excedente capitalista vai crescer continuamente e o investimento anual será uma proporção crescente da renda nacional. O processo pode ser interrompido quando não existir mais excedente de mão-de-obra ou se outros fatores não econômicos (como desastres naturais, pragas, revoluções sociais etc.) ocorrerem. Mas existe razão econômica que pode interromper o processo de crescimento sem que a oferta de mão-de-obra tenha ainda se esgotado: as taxas de salário se tornarem tão altas que façam com que a taxa de lucro caia a um nível no qual seja toda consumida e que não há investimento líqüido.

A primeira razão que pode levar à interrupção do processo de crescimento sem que a oferta de mão-de-obra tenha se esgotado é que o crescimento do setor capitalista seja maior do que o crescimento populacional e, com menos pessoas no setor de subsistência, a produtividade desse setor aumente. A segunda razão é que o aumento de tamanho do setor capitalista com relação ao setor de subsistência, faça com que os termos de comércio entre eles (se tiverem produzindo coisas diferentes) invertam, fazendo os capitalistas pagar uma taxa de salário maior aos seus trabalhadores para manter a participação desses trabalhadores na renda nacional constante. A terceira razão é que o setor de subsistência pode se tornar mais produtivo em termos técnicos (imitando técnicas existentes nos setores capitalistas, se aproveitando de benefícios de infra-estrutura etc.), tornando necessário aos capitalistas aumentar a taxa de salário dos seus trabalhadores. Finalmente, os trabalhadores do setor capitalista podem desejar imitar o estilo de vida dos capitalistas, pressionando as taxas de salário para cima e reduzindo a margem de lucro dos capitalistas.

Lewis (1954, p. 173) considera o caso em que os termos de comércio se movem contra o setor capitalista o mais interessante:

> "This assumes that the capitalist and subsistence sectors are producing different things. In practice this is a question of the relationship between industry and agriculture. If the capitalists are investing in plantation agriculture side by side with their investment in industry, we can think of the capitalist sector as self-contained. The expansion of this sector does not then generate any demand for anything produced in the subsistence sector, and there are therefore no terms of trade to upset the picture we have drawn. To bring the terms of trade in, the simplest assumption to make is that the subsistence sector consists of peasants producing food, while the capitalist sector produces everything else."

A expansão do setor capitalista demanda mais produtos do setor de subsistência que, caso não aumente a sua produção o suficiente, fará com que os preços das mercadorias produzidas cresçam, forçando os capitalistas a aumentar a taxa de salário pagas aos seus trabalhadores e, assim, a reduzir os lucros. Lewis destaca que o problema de redução de lucros nesse caso se deve a um aumento dos rendimentos fora do setor capitalista, e não a um aumento de rendimentos dentro do setor capitalista, que é outra causa da redução dos lucros apontada por Ricardo. Por outro lado, se o setor de subsistência aumenta a sua produtividade, isso também poderá prejudicar a lucratividade do setor capitalista se houver comércio entre ambos os setores ou se a demanda do setor capitalista pelos produtos do setor de subsistência for muito elástica. Como a demanda é crescente, os preços em geral não cairão à mesma proporção que cresce a produtividade.

De acordo com Lewis, os termos de comércio entre o setor capitalista e o setor de subsistência definem também o caso em que é verdadeiro dizer que a agricultura (considerando o setor de subsistência como o principal fornecedor de alimentos) financia a industrialização (considerando o setor capitalista como o principal fornecedor de produtos industrializados), que só acontecerá se os camponeses também forem capazes de produzir mais de forma que tais termos de comércio não se voltem contra o setor capitalista.

Portanto, existem três razões que podem brecar a expansão do setor capitalista: um aumento do preço dos bens de subsistência, ou a queda desses preços a uma taxa menor do que o aumento de produtividade do setor de subsistência, ou ainda um aumento do padrão de vida dos trabalhadores dos setores capitalistas. Qualquer uma dessas razões fará com que os salários cresçam em relação aos excedentes. Se nenhum desses processos for suficiente para brecar a acumulação capitalista, o setor capitalista continuará a expandir até que não exista mais excedente de mão-de-obra.

Quando o excedente de mão-de-obra desaparecer, os salários não estarão mais vinculados ao nível de subsistência e o modelo dualista não vale mais. Contudo, Lewis lembra que essas economias com escassez de trabalho não estão isoladas, mas cercadas por outras economias com abundância de trabalho, tornando-se necessário com a distribuição de renda e a taca de expansão do setor capitalista são afetadas pelo fato de haver trabalho abundante disponível em outras partes do mundo a salários de subsistência.

Quando a acumulação de capital alcança a oferta de trabalho, os salários começam a crescer acima do nível de subsistência e o excedente capitalista é afetado adversamente. Todavia, se ainda houver excedente de mão-de-obra em outros países, os capitalistas podem evitar isso encorajando a imigração ou exportando capital para os países onde ainda exista mão-de-obra excedente.

A imigração de mão-de-obra qualificada pode até mesmo reduzir a demanda doméstica de trabalhadores menos qualificados, mas isso é muito improvável. O mais provável é que essa imigração permita a realização de investimentos que não eram viáveis antes e, com isso, faça aumentar a demanda por todos os tipos de trabalho. No entanto, com relação à imigração em massa, a questão é diferente porque os trabalhadores menos qualificados pressionarão os salários para baixo até o nível de subsistência, motivando a reação dos sindicatos.

A exportação de capital reduz a formação de capital doméstica e, assim, mantém os salários baixos. Esse efeito é atenuado se a exportação de capital barateia as mercadorias que os trabalhadores importam ou se aumenta os custos dos salários nos países concorrentes, e é agravado se o contrário ocorre.

A importação de capital estrangeiro não aumenta os salários reais nos países em que existe excedente de trabalho, a menos que o capital resulte em aumento da produtividade das mercadorias que são produzidas para seu próprio consumo.

A principal razão pela qual os produtos tropicais são tão baratos com relação ao padrão de vida que mantêm é a ineficiência da produção per capita de alimentos tropicais. Praticamente todo benefício do aumento da eficiência das indústrias exportadoras vai para o consumidor estrangeiro, ao passo que o aumento na eficiência na produção de alimentos de subsistência automaticamente deixaria a produção comercial mais cara.

A Lei dos Custos Comparativos é válida tanto em países com excedente de trabalho como nos outros, mas enquanto nos últimos é um argumento para o livre comércio, nos primeiros é um argumento igualmente válido para a proteção do mercado interno.

Em Lewis (1958), o autor propõe um esquema com quatro classes: capitalistas e proprietários de terras; produtores de serviços e bens de luxo (bens supérfluos); produtores de bens de capital e produtores de bens de salários (bens de primeira necessidade). Segundo ele, o problema do desenvolvimento econômico é aumentar o número de produtores de bens de capital, ou seja, a formação de capital. No caso de uma economia com excedente de mão-de-obra, o capital pode ser acumulado sem diminuir a produção dos bens de primeira necessidade (ou seja, sem aumentar salários) até que deixe de existir oferta ilimitada de mão-de-obra. Quando esse excedente deixar de existir, os salários começam a subir e os lucros diminuem.

Graças à maior produtividade do setor capitalista, esse setor tem condição de gerar um excedente que pode ser acumulado. Portanto, a expansão do emprego no setor capitalista é a força dinâmica do seu modelo. Enquanto persistir o excedente de mão-de-obra, os salários permanecerão constantes e a acumulação de capital será feita sem necessidade de substituir capital por trabalho. Contudo, a mudança tecnológica pode afetar o emprego relativo àquela quantidade de capital dada, podendo gerar inclusive desemprego tecnológico e, ademais, na presença de oferta ilimitada de mão-de-obra todo benefício das inovações tecnológicas vai para os lucros.

Finalmente, Lewis relaciona a taxa de lucro com a acumulação de capital, fundamentado na idéia que são os capitalistas que mais poupam e investem. No primeiro estágio do desenvolvimento, existe excedente de mão-de-obra a taxa de salário fixa, a participação dos lucros na renda nacional irá aumentar e o setor capitalista irá se expandir. Todavia, quando a taxa de salário aumentar ou a taxa de lucro diminuir por razões exógenas, os termos de comércio se voltar contra o setor capitalista ou a oferta de trabalho se tornar inelástica, a economia entrará no segundo estágio do desenvolvimento econômico. Nesse estágio os benefícios de inovações não vão mais todos para os lucros e a margem de lucro não aumenta mais todo o tempo como no primeiro estágio.

Já em Lewis (1979), a preocupação é com a mecânica do modelo, bascamente, com três aspectos: os efeitos do setor moderno e tradicional um no outro; as fontes da abundância de trabalho e a manutenção de diferenciais no mercado de trabalho. A expansão do setor moderno pode beneficiar o setor de subsistência através da geração de empregos melhor remunerados, da divisão de infra-estrutura física (que, em geral, não são ou são pouco financiadas pelos setores de subsistência), da modernização de idéias e instituições e do comércio (por exemplo, provendo bens e serviços para o setor capitalista).

A taxa de expansão potencial do setor moderno depende de quanto de mão-de-obra ainda está disponível no setor tradicional. Quanto maior o excedente de mão-de-obra, mais facilmente o setor capitalista se expandirá: "The size of the reservoir of chap labour and the ease or otherwise of its absorption into the modern sector are therefore central to our understanding of the speed of development." (Lewis, 1979, p. 218). A abundância de trabalho irá depender do crescimento da população mas, dada a possibilidade de migração, a expansão do setor moderno não está ligada apenas ao crescimento da população do setor tradicional no mesmo país. Lewis (1979) aponta ainda outras fontes de abundância de trabalho, como a inserção da mulher no mercado de trabalho.

Finalmente, o autor argumenta que na sua forma original, os setores modernos irão absorver toda a mão-de-obra que necessitam uma vez que a sua taxa de salário é maior do que a taxa de salário dos setores tradicionais. Na prática, as taxas de salário são normalmente maiores nos setores modernos para trabalhos similares. A explicação para essa diferenciação de salários é baseada na idéia de trabalhos ruins (que não remuneram a experiência e não investem em capacitação, apesar de eventualmente terem salários maiores) e trabalhos bons (que apresentam um crescimento da remuneração da mão-de-obra de acordo com a experiência e a qualificação).

3. A CONTRIBUIÇÃO TEÓRICA DE PASINETTI, A DINÂMICA DA MUDANÇA ESTRUTURAL E O DUALISMO ECONÔMICO

Nessa seção pretendemos mostrar que o modelo de produção de Pasinetti (1981, 1993) é adequado para interpretar a contribuição teórica de Lewis para o desenvolvimento econômico porque é um modelo multi-setorial de crescimento no qual é considerada a mudança estrutural. Para fazermos isso, iremos considerar a abordagem da matriz de insumo-produto desenvolvida por Leontief (na subseção A), a produção de mercadorias por meio de mercadorias proposta por Sraffa (na subseção B) até chegarmos à noção de *integração vertical* na análise econômica apresentada por Pasinetti (na subseção C).

A análise que será conduzida nesse trabalho utiliza o conceito de *setores verticalmente integrados* tal como proposto por Pasinetti (1973, 1988) e utilizado para estudar a mudança estrutural e a dinâmica da economia em Pasinetti (1981, 1993).

A. Leontief e a matriz insumo-produto[1]

Suponha uma tabela de transações com $m+1$ linhas e $m+1$ colunas, representando insumos e produtos, respectivamente, de m indústrias e do setor final. Denotando por $q_{i,1}, q_{i,2}, \ldots, q_{i,j}, \ldots, q_{i,m}, q_{i,m+1}$ as quantidades físicas da i-ésima mercadoria que são utilizadas pelas indústrias $1,2,\ldots,j,\ldots,m,m+1$ e por p_i ($i = 1,2,\ldots,j,\ldots,m,m+1$), o preço da i-ésima mercadoria. Como $i, j = 1,2,\ldots,m,m+1$ (isto é, existem $m+1$ linhas e $m+1$ colunas), a tabela de transações tem o seguinte aspecto:

Tabela II-1: Tabela de transações

		Produtos						
		Indústria 1	*Indústria* 2	$\cdots$	*Indústria* j	$\cdots$	*Indústria* m	*Setor final*
Insumos	*Mercadoria* 1	$q_{1,1}p_1$	$q_{1,2}p_1$	$\cdots$	$q_{1,j}p_1$	$\cdots$	$q_{1,m}p_1$	$q_{1,m+1}p_1$
	Mercadoria 2	$q_{2,1}p_2$	$q_{2,2}p_2$	$\cdots$	$q_{2,j}p_2$	$\cdots$	$q_{2,m}p_2$	$q_{2,m+1}p_2$
		$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
	Mercadoria i	$q_{i,1}p_i$	$q_{i,2}p_i$	$\cdots$	$q_{i,j}p_i$	$\cdots$	$q_{i,m}p_i$	$q_{i,m+1}p_i$
		$\vdots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\ddots$	$\vdots$	$\vdots$
	Mercadoria m	$q_{m,1}p_m$	$q_{m,2}p_m$	$\cdots$	$q_{m,j}p_m$	$\cdots$	$q_{m,m}p_m$	$q_{m,m+1}p_m$
	Setor final	$q_{m+1,1}p_{m+1}$	$q_{m+1,2}p_{m+1}$	$\cdots$	$q_{m+1,j}p_{m+1}$	$\cdots$	$q_{m+1,m}p_{m+1}$	$q_{m+1,m+1}p_{m+1}$

[1] Utilizaremos Pasinetti (1977) como base para fazermos essa exposição.

Como podemos ver, aparecem $m+1$ preços e $(m+1)^2$ quantidades na Tabela II-1, que são classificados tanto pelo tipo de mercadorias (pelas linhas) quanto pelo tipo de indústrias (pelas colunas). As quantidades físicas que aparecem na mesma linha são homogêneas (trata-se da mesma mercadoria), mas as quantidades físicas que aparecem nas colunas são heterogêneas (são mercadorias diferentes que entram na produção de uma determinada mercadoria). Entretanto, uma vez que as quantidades físicas estão sendo multiplicadas pelos preços correspondentes, a magnitude que aparece em cada célula é expressa em valores correntes. Portanto, é possível somar tanto as linhas quanto as colunas.

Do ponto de vista puramente contábil, a soma de cada linha é identicamente igual à soma de cada coluna. Portanto, se denotarmos por $Q_1, Q_2, \ldots, Q_j, \ldots, Q_m, Q_{m+1}$ as quantidades totais das mercadorias $1,2,\ldots, j,\ldots, m, m+1$, temos:

$$\sum_{j=1}^{m+1} q_{i,j} = Q_i \text{, } 1,2,\ldots, j,\ldots, m, m+1 \qquad \text{(II.3.A.1)}$$

A Tabela II-1 pode ser representada por dois sistemas de identidades contábeis, o primeiro correspondente à soma de linhas:

$$\sum_{j=1}^{m+1} q_{i,j} p_i \equiv Q_i p_i \text{, } i = 1,2,\ldots, j,\ldots, m, m+1 \qquad \text{(II.3.A.2)}$$

E o segundo sistema de identidades contábeis, correspondente à soma de colunas:

$$\sum_{i=1}^{m+1} q_{i,j} p_i \equiv Q_j p_j \text{, } j = 1,2,\ldots, i,\ldots, m, m+1 \qquad \text{(II.3.A.3)}$$

Todavia, se definirmos:

$$a_{i,j} = \frac{q_{i,j}}{Q_j} \text{, } i, j = 1,2,\ldots, m, m+1 \qquad \text{(II.3.A.4)}$$

O sistema de identidade contábil correspondente à soma de linhas pode ser reformulado como:

$$\sum_{j=1}^{m+1} a_{i,j} Q_j \equiv Q_i \text{, } i = 1,2,\ldots, j,\ldots, m, m+1 \qquad \text{(II.3.A.5)}$$

Da mesma maneira, o sistema de identidade contábil correspondente à soma de colunas pode ser reformulado como:

$$\sum_{i=1}^{m+1} a_{i,j} p_i \equiv p_j, \;\; j = 1,2,\ldots,i,\ldots,m,m+1 \qquad \text{(II.3.A.6)}$$

Os dois sistemas de identidades contábeis agora são perfeitamente simétricos. O sistema correspondente às quantidades físicas (sistema fechado de Leontief para quantidades físicas) pode ser representado em notação matricial como:

$$\begin{bmatrix} (a_{1,1}-1) & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} & a_{1,m+1} \\ a_{2,1} & (a_{2,2}-1) & \cdots & a_{2,m} & a_{2,m+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & (a_{m,m}-1) & a_{m,m+1} \\ a_{m+1,1} & a_{m+1,2} & \cdots & a_{m+1,m} & (a_{m+1,m+1}-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \\ Q_{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.A.7)}$$

Que pode ser escrita de forma mais compacta como:

$$[\mathbf{I_{m+1}} - \mathbf{A_{m+1}}]\mathbf{Q_{m+1}} = \mathbf{0_{m+1}} \qquad \text{(II.3.A.8)}$$

Sendo:

$\mathbf{I_{m+1}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$: matriz-identidade $(m+1)x(m+1)$;

$\mathbf{A_{m+1}} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} & a_{1,m+1} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} & a_{2,m+1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,m} & a_{m,m+1} \\ a_{m+1,1} & a_{m+1,2} & \cdots & a_{m+1,m} & a_{m+1,m+1} \end{bmatrix}$: matriz $(m+1)x(m+1)$ de coeficientes;

$\mathbf{Q_{m+1}} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \\ Q_{m+1} \end{bmatrix}$: vetor-coluna $(m+1)x1$ das quantidades produzidas;

$$\mathbf{0_{m+1}} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \text{: vetor-coluna } (m+1)x1 \text{ nulo.}$$

Como o sistema é homogêneo e linear, a solução não trivial requer que a matriz $[\mathbf{I_{m+1}} - \mathbf{A_{m+1}}]$ seja singular, logo:

$$|\mathbf{I_{m+1}} - \mathbf{A_{m+1}}| = 0 \qquad \text{(II.3.A.9)}$$

Analogamente, o sistema correspondente aos preços (sistema fechado de Leontief para preços) também pode ser representado em notação matricial como:

$$\begin{bmatrix} (a_{1,1}-1) & a_{2,1} & \cdots & a_{m,1} & a_{m+1,1} \\ a_{1,2} & (a_{2,2}-1) & \cdots & a_{m,2} & a_{m+1,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ a_{1,m} & a_{2,m} & \cdots & (a_{m,m}-1) & a_{m+1,m} \\ a_{1,m+1} & a_{2,m+1} & \cdots & a_{m,m+1} & (a_{m+1,m+1}-1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \\ p_{m+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.A.10)}$$

Que pode ser escrita de forma mais compacta como:

$$[\mathbf{I_{m+1}} - \mathbf{A'_{m+1}}]\mathbf{p_{m+1}} = \mathbf{0_{m+1}} \qquad \text{(II.3.A.11)}$$

Sendo:

$$\mathbf{p_{m+1}} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \\ p_{m+1} \end{bmatrix} \text{: vetor-coluna } (m+1)x1 \text{ dos preços.}$$

Como o sistema é homogêneo e linear, a solução não trivial requer que a matriz $[\mathbf{I_{m+1}} - \mathbf{A'_{m+1}}]$ seja singular, logo:

$$|\mathbf{I_{m+1}} - \mathbf{A'_{m+1}}| = 0 \qquad \text{(II.3.A.12)}$$

As primeiras m colunas representam os coeficientes técnicos dos processos de produção, que são dados pela tecnologia. Portanto é bastante improvável que tais colunas sejam linearmente dependentes. Contudo, a $m+1$-ésima coluna pode ser linearmente dependente com as outras uma vez que contém um conjunto de magnitudes que se referem ao consumo que não são dadas tecnicamente e podem ser ajustadas. As condições acima para a existência de solução não trivial simplesmente estabelecem que coeficientes técnicos e de consumo sejam linearmente dependentes, ou seja, as possibilidades de consumo são limitadas pelas possibilidades técnicas: não é possível consumir mais do que pode ser produzido.

Se a condição para não trivialidade da solução é cumprida, a demanda final é tal que requer o pleno emprego da capacidade produtiva existente. Isso significa que tanto o sistema de preços quanto o de quantidades possuem $m+1$ equações independentes com $m+2$ incógnitas, tornando-se necessário fixar uma das incógnitas arbitrariamente em cada sistema. Portanto, os sistemas determinarão preços e quantidades relativos.

A idéia de preço relativo, expresso em ouro ou prata, por exemplo, é uma idéia intuitiva, ao contrário da idéia de quantidade relativa. O sistema de quantidades determina a estrutura do sistema econômico, mas não a sua escala (caso a suposição de retornos constantes de escala continue valendo). Mas, como uma das quantidades, a força de trabalho disponível (Q_{m+1}), é normalmente considerada exógena, o sistema de quantidades se torna determinado.

Finalmente, além de ter soluções diferentes de zero, o sistema tem soluções positivas. Isso é garantido porque a matriz de coeficientes dos dois sistemas de equações é não negativa e, se o determinante dessa matriz é igual a zero, ela também é uma matriz semipositiva e indecomponível, o que implica que a unidade é um dos autovalores da matriz de coeficientes, sendo fácil demonstrar que é o autovalor dominante (máximo). O teorema de Hawkins-Simon[2], então, garante que a solução para os dois sistemas, representada pelo autovetor associado, é não negativa.

Todavia, a assimetria existente entre as relações interindustriais (que, como vimos, são relações técnicas) e o setor final (relações de consumo) que, por envolverem diferentes princípios, requerem diferentes métodos. Podemos, portanto, definir a matriz quadrada $m\,x\,m$ de coeficientes interindustrais como:

[2] Vide Morishima (1964, Capítulo I, Seção 3).

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,m} \end{bmatrix} \tag{II.3.A.13}$$

E o vetor-linha $1xm$ de coeficientes de trabalho, que será chamado de vetor de coeficientes de trabalho direto, como:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{m+1,1} & a_{m+1,2} & \cdots & a_{m+1,m} \end{bmatrix} \tag{II.3.A.14}$$

Assim, podemos pensar na coluna de demanda final como termos conhecidos (ou determinados em uma investigação separada) que chamaremos $\overline{Y}_1, \overline{Y}_2, \ldots, \overline{Y}_j, \ldots, \overline{Y}_m$. Portanto, o sistema aberto de Leontief para as quantidades físicas pode ser escrito em forma matricial como:

$$\begin{bmatrix} (a_{1,1} - 1) & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & (a_{2,2} - 1) & \cdots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & (a_{m,m} - 1) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Y}_1 \\ \overline{Y}_2 \\ \vdots \\ \overline{Y}_m \end{bmatrix} \tag{II.3.A.15}$$

Que pode ser escrita de forma mais compacta como:

$$(\mathbf{I} - \mathbf{A})\mathbf{Q} = \overline{\mathbf{Y}} \tag{II.3.A.16}$$

Sendo:

$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$: matriz-identidade mxm;

$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $mx1$ das quantidades produzidas;

$\overline{\mathbf{Y}} = \begin{bmatrix} \overline{Y}_1 \\ \overline{Y}_2 \\ \vdots \\ \overline{Y}_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $mx1$ das demandas finais.

Definindo L como o número de trabalhadores empregados por ano, podemos escrever a equação:

$$\sum_{i=1}^{m} a_{m+1,i} Q_i = L \qquad \text{(II.3.A.17)}$$

Que pode ser escrita em forma matricial como:

$$\mathbf{aQ} = L \qquad \text{(II.3.A.18)}$$

De forma análoga ao procedimento adotado com as quantidades físicas, também podemos escrever o sistema aberto de Leontief para preços como um dual do sistema aberto de quantidades usando os preços como incógnitas e definindo $\overline{V}_1, \overline{V}_2, \ldots, \overline{V}_j, \ldots, \overline{V}_m$ como os valores adicionados. Na forma matricial esse sistema de equações pode ser escrito como:

$$\begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (a_{1,1}-1) & a_{2,1} & \cdots & a_{m,1} \\ a_{1,2} & (a_{2,2}-1) & \cdots & a_{m,2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{1,m} & a_{2,m} & \cdots & (a_{m,m}-1) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{V}_1 \\ \overline{V}_2 \\ \vdots \\ \overline{V}_m \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.A.19)}$$

Que pode ser escrita de forma mais compacta como:

$$\mathbf{p}(\mathbf{I} - \mathbf{A}') = \overline{\mathbf{V}} \qquad \text{(II.3.A.20)}$$

Sendo:

$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 & p_2 & \cdots & p_m \end{bmatrix}$: vetor-linha $1xm$ dos preços;

$\overline{\mathbf{V}} = \begin{bmatrix} \overline{V}_1 \\ \overline{V}_2 \\ \vdots \\ \overline{V}_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $mx1$ dos valores adicionados.

Todavia, ao contrário do sistema aberto de quantidades, o sistema aberto de preços não encontra qualquer aplicação prática na forma como foi apresentado.

Para todas as finalidades operacionais, conforme argumentado antes, os coeficientes técnicos são linearmente independentes, portanto a matriz $(\mathbf{I} - \mathbf{A})$ é de ordem m, assim como a matriz retangular $(\mathbf{I} - \mathbf{A})\overline{\mathbf{Y}}$, o que implica que o sistema aberto de quantidade tem apenas uma solução:

$$\mathbf{Q} = (\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \overline{\mathbf{Y}} \qquad \text{(II.3.A.21)}$$

A solução acima depende tanto do vetor $\overline{\mathbf{Y}}$ como da matriz $\mathbf{A}$, que são necessariamente não negativos. Como todos os elementos de $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ são não-negativos, então a não-negatividade de $\mathbf{Q}$ seria garantida por todos os possíveis vetores $\overline{\mathbf{Y}}$ não-negativos. Repetindo o mesmo raciocínio que foi feito para o caso do sistema fechado de quantidades, o teorema de Perron-Frobenius nos permite inferir que a condição necessária e suficiente para a não-negatividade de todos os elementos da matriz $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$, e também para todos os componentes de $\mathbf{Q}$, é que o autovalor dominante (máximo) é menor do que a unidade.

Essa formulação matemática implica que as propriedades técnicas do sistema econômico devem ser tais que permitam a produção de alguma quantidade de mercadoria além daquela necessária para a reposição dos meios de produção utilizados no processo produtivo, caso contrário esse sistema econômico (cujas soluções matemáticas podem apresentar elementos negativos, que não teriam sentido econômico) não é viável.

No sistema aberto de Leontief consideramos a coluna da demanda final como dada, desconsiderando a última linha, que também contém elementos de natureza técnica: os coeficientes de trabalho. Para o sistema não ficar sobredeterminado, é necessário incluir uma nova variável que será L, interpretado agora como o número de trabalhadores necessários e não mais como o número de trabalhadores disponíveis. Assim sendo, temos mais uma restrição:

$$L \leq \overline{Q}_{m+1} \tag{II.3.A.22}$$

Ou seja, a necessidade de trabalho do sistema econômico não pode superar a força de trabalho disponível.

A interpretação da matriz inversa está relacionada com as exigências diretas e indiretas do sistema produtivo. Para ver isso, denotamos por $\alpha_{i,j}$ $(i, j = 1,2,\ldots,m)$ os elementos da matriz inversa, podemos escrever $\mathbf{Q} = (\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}\overline{\mathbf{Y}}$ como:

$$\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_i \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \alpha_{1,1} & \alpha_{1,2} & \cdots & \alpha_{1,j} & \cdots & \alpha_{1,m} \\ \alpha_{2,1} & \alpha_{2,2} & \cdots & \alpha_{2,j} & \cdots & \alpha_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{i,1} & \alpha_{i,2} & \cdots & \alpha_{i,j} & \cdots & \alpha_{i,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \alpha_{m,1} & \alpha_{m,2} & \cdots & \alpha_{m,j} & \cdots & \alpha_{m,m} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \overline{Y}_1 \\ \overline{Y}_2 \\ \vdots \\ \overline{Y}_i \\ \vdots \\ \overline{Y}_m \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.A.23)}$$

Essa expressão mostra que as quantidades físicas $Q_1, Q_2, \ldots, Q_m$ das mercadorias $1,2,\ldots,m$ que devem ser produzidas no total se as mercadorias estejam disponíveis nas quantidades $\overline{Y}_1, \overline{Y}_2, \ldots, \overline{Y}_m$ para demanda final (isto é, consumo final e novos investimentos). Portanto, para cada conjunto possível de usos finais escolhidos, com a ajuda da matriz inversa podemos comutar diretamente as quantidades totais de todas as mercadorias que têm que ser produzidas. Todas as quantidades $Q_1, Q_2, \ldots, Q_m$ devem ser maiores ou iguais que as quantidades $\overline{Y}_1, \overline{Y}_2, \ldots, \overline{Y}_m$, que têm que ser suficientes para consumo e novos investimentos, além das quantidades $(Q_1 - \overline{Y}_1), (Q_2 - \overline{Y}_2), \ldots, (Q_m - \overline{Y}_m)$ necessárias para uso intermediário (isto é, reposição dos meios de produção usados no processo produtivo).

Como visto, cada elemento $a_{i,j}$ $(i, j = 1,2,\ldots,m)$ da matriz original $\mathbf{A}$ representa a quantidade física da i-ésima mercadoria necessária na j-ésima indústria para produção de uma unidade física da j-ésima mercadoria. Logo $a_{i,j}$ $(i, j = 1,2,\ldots,m)$ representa a exigência direta de mercadorias para a produção de mercadorias. Por outro lado, na matriz inversa $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$, cada elemento $\alpha_{i,j}$ $(i, j = 1,2,\ldots,m)$ representa a quantidade física da i-ésima mercadoria necessária para o sistema econômico como um todo para obter eventualmente a disponibilidade física de uma unidade física da j-ésima mercadoria como um bem final. Logo, os $\alpha_{i,j}$ $(i, j = 1,2,\ldots,m)$ representam as exigências totais (ou as exigências diretas e indiretas) de mercadorias para a produção de mercadorias finais (isto é, bens de consumo e novos bens de investimentos).

A j-ésima coluna da matriz inversa $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ representa o conjunto heterogêneo de mercadorias $1,2,\ldots,m$ necessário para produzir, no total, para fazer com que uma unidade física da j-ésima mercadoria disponível para uso final. Por outro lado, a i-ésima linha da matriz inversa $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ representa a quantidade da i-ésima mercadoria que tem que ser produzida para que uma unidade física de cada uma das mercadorias $1,2,\ldots,m$ esteja disponível para uso final.

As principais limitações do sistema de Leontief estão relacionadas com a suposição básica adotada na sua construção que são coeficientes técnicos constantes. A violação dessa suposição pode se dar tanto pela ocorrência de retornos de escala não constantes (crescentes ou decrescentes), quanto pelo progresso técnico. O primeiro caso não deve ser considerado uma restrição tão importante uma vez que boas aproximações podem ser feitas com funções lineares ou de graus maiores, mas o segundo caso já é mais complicado porque os coeficientes técnicos podem variar de forma autônoma, de forma independente ou não com os retornos de escala, e ao longo do tempo[3].

B. Sraffa e a produção de mercadorias por meio de mercadorias[4]

As relações consideradas no sistema de Leontief podem ser reformuladas em termos do esquema teórico apresentado por Sraffa (1960 [1985]), chamado de produção de mercadorias por meio de mercadorias. As suposições adotadas nesse esquema teórico são as seguintes:

(i) Estamos observando um sistema econômico que está em perfeito estado estacionário. Em cada período de tempo o sistema produz exatamente a mesma quantidade física de mercadorias que produziu no período anterior;

(ii) Os métodos de produção são tais que cada indústria produz uma única mercadoria usando uma certa quantidade física de trabalho e de mercadorias. Essas mercadorias (exigidas como meios de produção) são completamente usadas no período de tempo de tempo considerado tendo que ser completamente repostas (caso de indústria com produção simples). No final do período a produção total do sistema deve ser dividida em duas partes: a parte necessária para repor aquelas mercadorias que foram usadas no processo produtivo e a produção final liqüida (ou renda nacional líqüida ou produto

[3] A variação dos coeficientes técnicos pode até ser desprezada quando curtos períodos de tempo são considerados, mas que são absolutamente relevantes em sistemas econômicos dinâmicos.

[4] Utilizaremos Pasinetti (1977) como base para fazermos essa exposição.

líqüido) e deve ser dirigido ao consumo (uma vez que estamos considerando o sistema econômico em estado estacionário).

Os métodos de produção podem ser representados por uma matriz quadrada $m\,x\,m$ de coeficientes interindustrais definida como:

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,m} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.B.1)}$$

$a_{i,j} \geq 0$, $i, j = 1,2,\ldots,m$

E por um vetor-linha $1\,x\,m$ de coeficientes de trabalho direto definido como:

$$\mathbf{a} = \begin{bmatrix} a_{m+1,1} & a_{m+1,2} & \cdots & a_{m+1,m} \end{bmatrix} \qquad \text{(II.3.B.2)}$$

$a_{m+1,j} \geq 0$, $j = 1,2,\ldots,m$

Chamaremos $[\mathbf{A},\mathbf{a}]'$ de técnica do sistema econômico[5];

(iii) O valor adicionado no sistema econômico, que é igual ao valor das mercadorias que compõem a renda nacional líqüida (ou produto líqüido), é distribuído aos membros da comunidade no final do período sob a forma de salários e lucros. Os salários são distribuídos na proporção na qual a quantidade física de trabalho tiver contribuído; os lucros são distribuídos na proporção de valor dos meios de produção. É feita a suposição de que o trabalho é de qualidade uniforme e que tanto a taxa de salário (w) quanto a taxa de lucro (π) são uniformes no sistema econômico.

Dadas a técnica do sistema econômico $[\mathbf{A},\mathbf{a}]'$ e a suposição da distribuição do valor adicionado no sistema econômico na forma de taxas de salário (w) e de taxas de lucro (π), preços serão definidos pelo sistema de equações abaixo:

$$\left[\sum_{i=1}^{m}\left(a_{i,j}p_i\right)\left(1+\pi\right)\right] + a_{m+1,j}w = p_j,\; j = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(II.3.B.3)}$$

Em uma notação um pouco mais compacta, o sistema pode ser reescrito como:

[5] É importante lembrar que, ao contrário de Leontief, Sraffa não introduziu a suposição de retornos constantes de escala. Pasinetti (1977, p. 72, n. 2) afirma que isso se deve à preocupação de Sraffa em estudar um sistema econômico no qual nada muda, exceto a distribuição de renda entre salários e lucros. Por outro lado, Samuelson e Etula (2006) afirmam que a suposição de retornos de escala constantes é necessária.

$$\mathbf{pA}(1+\pi)+\mathbf{a}w=\mathbf{p} \tag{II.3.B.4}$$

Sendo:

$\mathbf{p}=[p_1 \quad p_2 \quad \cdots \quad p_m]$: vetor-linha $1xm$ dos preços.

O sistema tem m equações e $m+2$ incógnitas, w, π e os preços $p_1, p_2, \ldots, p_m$. Portanto, temos duas incógnitas a mais do que equações, o que significa que essas incógnitas devem ser fixadas exogenamente. O preço de uma das mercadorias pode ser fixado arbitrariamente como numerário, restando ainda um grau de liberdade. Como não faz sentido econômico a fixação arbitrária do preço de outra mercadoria, deve-se escolher entre a taxa de salário e a taxa de lucro.

Ricardo e Marx, assim como outros autores clássicos, resolveram esse problema de indeterminação do sistema fixando a taxa de salário ao nível de subsistência[6]. A inclinação dos economistas contemporâneos, ao contrário dos clássicos, é procurar uma relação fora do sistema de equações que determine a taxa de lucro, e não a taxa de salário.

Examinemos o caso de uma teoria pura do valor trabalho, ou seja, vamos supor que $\pi=0$. Nesse caso, a equação acima pode ser escrita como:

$$\mathbf{p}(\mathbf{I}-\mathbf{A})=\mathbf{a}w \tag{II.3.B.5}$$

Sendo:

$\mathbf{I}=\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$: matriz-identidade mxm.

Uma vez que a matriz $(\mathbf{I}-\mathbf{A})$ é não-singular, podemos pós-multiplicar ambos os lados da equação por $(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}$ e obter:

$$\mathbf{p}=\mathbf{a}(\mathbf{I}-\mathbf{A})^{-1}w \tag{II.3.B.6}$$

No caso especial em que a taxa de salário é tomada como numerário ($w=1$), essa equação é:

[6] Pasinetti (1977, p. 74) afirma que a fixação dos salários ao nível de subsistência dificilmente é adotada hoje em dia, mesmo quando o nível de subsistência incorpora outras necessidades sociais além das necessidades biológicas. Contudo, como vimos na Seção 2, “A contribuição teórica de Lewis e o dualismo econômico”, página 6 e seguintes, esse procedimento é justamente o adotado por Lewis.

$$\mathbf{p} = \mathbf{a}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \qquad \text{(II.3.B.7)}$$

Como $\mathbf{a}$ é um vetor não-negativo e $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ é uma matriz não-negativa, o vetor $\mathbf{p}$ é não-negativo.

Cada componente do vetor $\mathbf{a}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ é o produto escalar do vetor de coeficientes de trabalho $\mathbf{a}$ e da matriz inversa $(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$, no qual a i-ésima coluna representa a quantidade física de mercadorias que tem que ser usadas, direta ou indiretamente pelo sistema econômico como um todo, para obter uma unidade física da i-ésima mercadoria como mercadoria final. Portanto $\mathbf{a}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ representa a quantidade de trabalho usada, direta ou indiretamente pelo sistema econômico como um todo, para obter uma unidade física da i-ésima mercadoria como mercadoria final ($i = 1,2,\ldots,m$). Portanto, podemos definir o vetor $\mathbf{v}$ como:

$$\mathbf{v} \equiv \mathbf{a}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \qquad \text{(II.3.B.8)}$$

O vetor $\mathbf{v}$, que contém os chamados *coeficientes de trabalho verticalmente integrado*, representa a quantidade de trabalho direta e indiretamente incorporada em cada unidade física das mercadorias que compõem o produto líqüido do sistema econômico (e que Marx define como valor). Portanto, quando $\pi = 0$, os preços são proporcionais às quantidades físicas de trabalho incorporado. Logo, no caso particular em que $w = 1$, os preços são precisamente iguais a essas quantidades físicas de trabalho. Concluímos assim que, se a taxa de lucro é igual a zero e todo o produto líqüido é absorvido pelos salários, os preços não podem ser outros que não proporcionais à quantidade de trabalho.

O outro caso extremo é que a taxa de lucro seja tão alta que absorvam todo o produto líqüido, fazendo com que a taxa de salário seja zero ($\Pi = \pi_{(w=0)}$). Fazendo $w = 0$, o sistema de equações de preço pode ser rescrito como:

$$\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1 + \Pi)\mathbf{A}] = \mathbf{0} \qquad \text{(II.3.B.9)}$$

Sendo:

$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ nulo.

Se, por conveniência, definirmos:

$$\lambda \equiv \frac{1}{1+\Pi} \tag{II.3.B.10}$$

E, assim, obtemos:

$$\mathbf{p}(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \mathbf{0} \tag{II.3.B.11}$$

Esse é um sistema homogêneo. Uma condição necessária para que ele tenha soluções não triviais é que o determinante da matriz de coeficientes $(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A})$ seja zero. Podemos encontrar os valores de λ que satisfazem essa condição resolvendo a equação característica:

$$\det(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = 0 \tag{II.3.B.12}$$

As raízes dessa equação são os autovalores da matriz $\mathbf{A}$. Existem m autovalores (embora alguns possam se repetir) e, além disso, existem de m valores λ que satisfazem o sistema de equações. Todavia, esses autovalores podem não ter sentido econômico. De fato, uma vez que $\mathbf{A}$ é uma matriz não-negativa, podemos dizer, graças ao teorema de Hawkins-Simon, que apenas um dos m autovalores (o autovalor máximo $\lambda_{\max}$) resulta, com certeza, em um autovetor com componentes não-negativos. Uma vez que, no presente contexto, os componentes desse autovetor são preços (e preços negativos não têm sentido econômico), podemos concluir que apenas as soluções correspondentes ao autovalor máximo terão com certeza um sentido econômico. Portanto, tomaremos Π como sendo a taxa de lucro associada com $\lambda_{\max}$.

Como $[\mathbf{I} - (1+\Pi)\mathbf{A}]$ é uma matriz $m x m$ com posto $m-1$ (em geral), isto é, o sistema $\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1+\Pi)\mathbf{A}] = \mathbf{0}$ contém $m-1$ equações independentes. Para encontrar soluções determinadas para os preços ($\mathbf{p}^*$), basta fixar arbitrariamente o preço de uma das mercadorias. Finalmente, substituindo Π em $\mathbf{p}[\mathbf{I} - (1+\Pi)\mathbf{A}] = \mathbf{0}$ e $\lambda_{\max}$ em $\mathbf{p}(\lambda \mathbf{I} - \mathbf{A}) = \mathbf{0}$, determinamos todos os $m-1$ preços relativos.

Uma última condição ainda precisa ser estabelecida: para que o sistema econômico seja viável, é necessário que $\Pi \geq 0$, o que é equivalente a $\lambda_{\max} \leq 1$.

Se admitirmos que os bens que constituem o salário de subsistência estão incluídos na matriz de coeficientes técnicos (de modo que $w = 0$ possa ser interpretado como salário com excedente nulo), as quantidades de trabalho podem ser tratadas com qualquer outra mercadoria. Os insumos do processo produtivo (inclusive os trabalhadores) são todos representados por mercadorias avaliadas apenas pelo seu custo de reprodução (o que tornaria essa economia uma economia escravista). Os preços se tornam proporcionais aos custos dos meios de produção, isto é, ao custo dos bens de capital. Assim, os preços $\mathbf{p}^*$ expressam uma teoria do valor na qual, tendo em mente a proporcionalidade com os custos dos bens de capital, pode ser chamada teoria pura do capital para o valor.

Pasinetti (1977, p. 78-80) destaca como Ricardo e Marx resolveram essas dificuldades teóricas, cada um a sua maneira: Ricardo usando o caso especial no qual a razão entre capital e trabalho é a mesma em todos os setores (os desvios seriam casos especiais); Marx, de forma equivalente do ponto de vista analítico, assumindo que a composição orgânica do capital é a mesma em todas as indústrias quando tratou do caso geral de transformação de preços em valores. Porém, fazendo $\pi = \overline{\pi}$, de forma que $0 < \overline{\pi} < \Pi$, podemos estudar o caso geral. O sistema de equações de preços pode ser escrito como:

$$\mathbf{p} = \frac{1}{1+\overline{\pi}}\mathbf{a}\left(\frac{1}{1+\overline{\pi}}\mathbf{I} - \mathbf{A}\right)^{-\mathbf{1}} w \qquad \text{(II.3.B.13)}$$

Para que o sistema se torne determinado, adotaremos a taxa de salário como numerário ($w = 1$). O sistema de equações, portanto, pode ser reescrito como:

$$\mathbf{p} = \mathbf{a}\left[\mathbf{I} - (1+\overline{\pi})\mathbf{A}\right]^{-1} \qquad \text{(II.3.B.14)}$$

Essa expressão é um sistema de equações determinado com os m preços expressos em termos da taxa de salário. Como $\overline{\pi} > 0$, $\mathbf{a} \geq 0$ e, além do mais, $\frac{1}{1+\overline{\pi}} \geq \lambda_{\max}$, o que implica:

$$\left(\frac{1}{1+\overline{\pi}}\mathbf{I} - \mathbf{A}\right)^{-\mathbf{1}} \geq \mathbf{0} \qquad \text{(II.3.B.15)}$$

Portanto, aplicando mais uma vez o teorema de Hawkins-Simon, concluímos que todos os preços são não-negativos.

Pelo sistema de equações de preços podemos concluir que, à medida que $\overline{\pi} > 0$, os preços não são mais proporcionais às quantidades de trabalho incorporado às mercadorias. As quantidades de trabalho indireto, calculadas com base na taxa de lucro, começam a ter uma participação cada vez maior com relação às quantidades de trabalho direto. Portanto, a teoria pura do valor trabalho, ou seja, de preços proporcionais ao trabalho incorporados às mercadorias, não vale mais, pois os preços dependem tanto dos coeficientes técnicos (trabalho incorporado às mercadorias) quanto do nível da taxa de lucro. É importante observar que a taxa de lucro é dada exogenamente e o numerário, no caso a taxa de salário, é escolhido arbitrariamente.

Para estudar os efeitos da mudança da taxa de lucro nos preços, consideremos a razão de preços da j-ésima mercadoria em termos da mercadoria 1 (adotando $w = 1$):

$$\frac{p_j}{p_1} = \frac{\left[\sum_{i=1}^{m} (a_{i,j} p_i)(1+\pi)\right] + a_{m+1,j}}{\left[\sum_{i=1}^{m} (a_{i,1} p_i)(1+\pi)\right] + a_{m+1,1}}, \quad j = 2,3,\ldots,m \tag{II.3.B.16}$$

Encontrando a derivada dessa razão de preços com relação à taxa de lucro π, obtemos:

$$\frac{d}{d\pi}\left(\frac{p_j}{p_1}\right) \gtrless 0, \quad j = 2,3,\ldots,m \tag{II.3.B.17}$$

Verificamos que o preço da j-ésima mercadoria em termos da mercadoria 1 aumentará ou diminuirá (se π aumentar) de acordo com:

$$\left[p_1 \sum_{i=1}^{m} a_{i,j} p_i - p_j \sum_{i=1}^{m} a_{i,1} p_i\right] + (1+\pi)\left[p_1 \sum_{i=1}^{m} a_{i,j} \frac{dp_i}{d\pi} - p_j \sum_{i=1}^{m} a_{i,1} \frac{dp_i}{d\pi}\right] \gtrless 0, \quad j = 2,3,\ldots,m \tag{II.3.B.18}$$

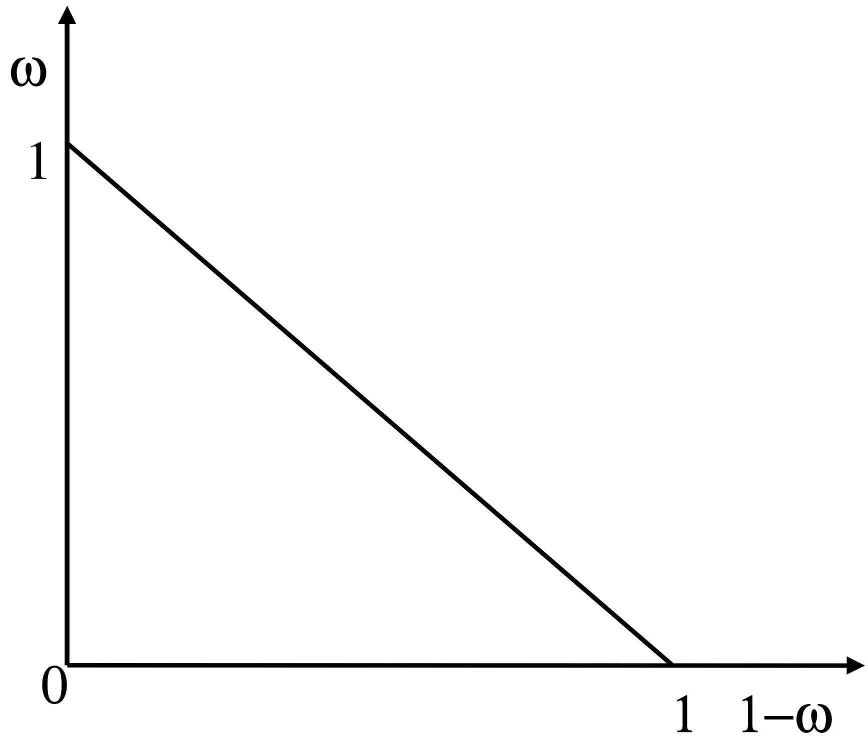
A expressão acima é bastante complexa, mas pode ser separada em duas partes contidas dentro dos colchetes. A parte dentro do primeiro colchete expressa uma comparação entre o preço da j-ésima mercadoria e a proporção do preço da mercadoria 1, que se devem ambas ao custo dos seus meios de produção. O efeito exercido na expressão acima pela parte dentro dos colchetes pode ser chamado de "efeito intensidade de capital". Esse efeito será sempre positivo para todas as mercadorias produzidas por processos técnicos que usam uma intensidade de capital maior do que aquele usado na produção da mercadoria 1 (usada como padrão de comparação ou numerário) e será sempre negativo para todas as mercadorias produzidas por processos técnicos que usam uma intensidade de capital menor do que aquele usado na produção da mercadoria 1.

Por outro lado, a parte dentro do segundo colchete não pode ser relacionada com nenhuma propriedade que possa ser definida de uma maneira simples. Ela depende de como todos os preços mudam no sistema como um todo. O efeito dessa parte na expressão acima pode ser chamado de “efeito preço”. Esse efeito pode ser negativo ou positivo dependendo de toda a rede de relacionamentos interindustriais, não sendo previsível no nível de nenhuma indústria em particular. Assim, o efeito preço pode reforçar (quando ocorre na mesma direção) ou enfraquecer e até mesmo inverter (quando ocorre na direção oposta) o efeito intensidade de capital.

Há uma importante relação entre a taxa de salário e a taxa de lucro que é influenciada de uma maneira bastante complicada pelo comportamento imprevisível dos preços. Como a estrutura de preços muda quando a taxa de lucro varia, a relação entre a taxa de salário e a taxa de lucro é influenciada por dois fenômenos diferentes: a mudança na distribuição de renda entre salários e lucros e a variação na estrutura de preços à medida que essa distribuição muda.

O papel da distribuição de renda fica claro se começarmos com um produto líqüido em particular, $(\mathbf{I}-\mathbf{A})\overline{\mathbf{Q}}$, e então considerarmos a distribuição das proporções desse produto líqüido, em termos físicos, para salários e lucros. Se denotarmos por ω a proporção de $(\mathbf{I}-\mathbf{A})\overline{\mathbf{Q}}$ distribuída para os salários, e por $(1-\omega)$ a proporção distribuída aos lucros, a reta na Figura II-1 representa todas as possibilidades de distribuição de renda:

Figura II-1: Distribuição do produto líqüido entre salários e lucros



Entretanto, à medida que deixamos de considerar apenas as proporções do produto líqüido que vão para salários e lucros (que podem ser pensadas em termos físicos), mas consideramos taxas de salário e taxas de lucro, a introdução do vetor de preços $\mathbf{p}$ se torna inevitável e a relação se torna imediatamente mais complicada.

Ainda é possível preservar a igualdade da taxa de salário e da participação do produto líqüido que vai para os salários (isto é, de ω e de w) fazendo o produto líqüido por trabalhador do sistema igual a 1, isto é, fazendo $\mathbf{p}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\mathbf{Q}=Q_{m+1}$. Mas, a transição para considerar a taxa de lucro ao invés da participação dos lucros requer a introdução do valor total do capital. De fato, a taxa de lucro é precisamente a razão entre o valor dessa parte e o produto líqüido que vai para os lucros e o valor total do capital. Em geral isso pode ser representado aqui como:

$$\pi=(1-\omega)\frac{\mathbf{p}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\overline{\mathbf{Q}}}{\mathbf{pA}\overline{\mathbf{Q}}} \tag{II.3.B.19}$$

Agora, quando $\omega=0$ e os preços se tornam aqueles dados pela solução de $\mathbf{p}[\mathbf{I}-(1+\Pi)\mathbf{A}]=\mathbf{0}$, isto é, $\mathbf{p}^*$, temos:

$$\frac{\mathbf{p}^{*}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\overline{\mathbf{Q}}}{\mathbf{p}^{*}\mathbf{A}\overline{\mathbf{Q}}}=\Pi \qquad \text{(II.3.B.20)}$$

Mas, quando $\omega > 0$, teremos $\mathbf{p} \neq \mathbf{p}^{*}$; e como a composição de capital, $\mathbf{A}\overline{\mathbf{Q}}$, é diferente da composição do produto líqüido, $(\mathbf{I}-\mathbf{A})\overline{\mathbf{Q}}$, a razão $\mathbf{p}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\overline{\mathbf{Q}}/\mathbf{p}\mathbf{A}\overline{\mathbf{Q}}$ irá variar continuamente, e a distribuição de renda mudará por causa das variações de $\mathbf{p}$. Isso significa que $\pi = (1-\omega)\dfrac{\mathbf{p}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\overline{\mathbf{Q}}}{\mathbf{p}\mathbf{A}\overline{\mathbf{Q}}}$ será influenciado tanto pela variação de ω quanto pela variação de $\mathbf{p}$.

Há um caso especial, considerado por Ricardo e Marx, no qual todas essas complicações desaparecem: que é aquele no qual o vetor de preços, que chamaremos $\overline{\mathbf{p}}$, não se altera com as mudanças na distribuição de renda: o caso da intensidade de capital uniforme ou da "composição orgânica de capital" constante. Nesse caso, uma vez que $\mathbf{p} = \overline{\mathbf{p}}$, para todos os valores de ω ($0 \le \omega \le 1$), e não apenas para $\omega = 0$, temos:

$$\frac{\overline{\mathbf{p}}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\overline{\mathbf{Q}}}{\overline{\mathbf{p}}\mathbf{A}\overline{\mathbf{Q}}}=\Pi \qquad \text{(II.3.B.21)}$$

Substituindo a expressão acima em $\pi = (1-\omega)\dfrac{\mathbf{p}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\overline{\mathbf{Q}}}{\mathbf{p}\mathbf{A}\overline{\mathbf{Q}}}$, ela fica reduzida a uma relação linear simples:

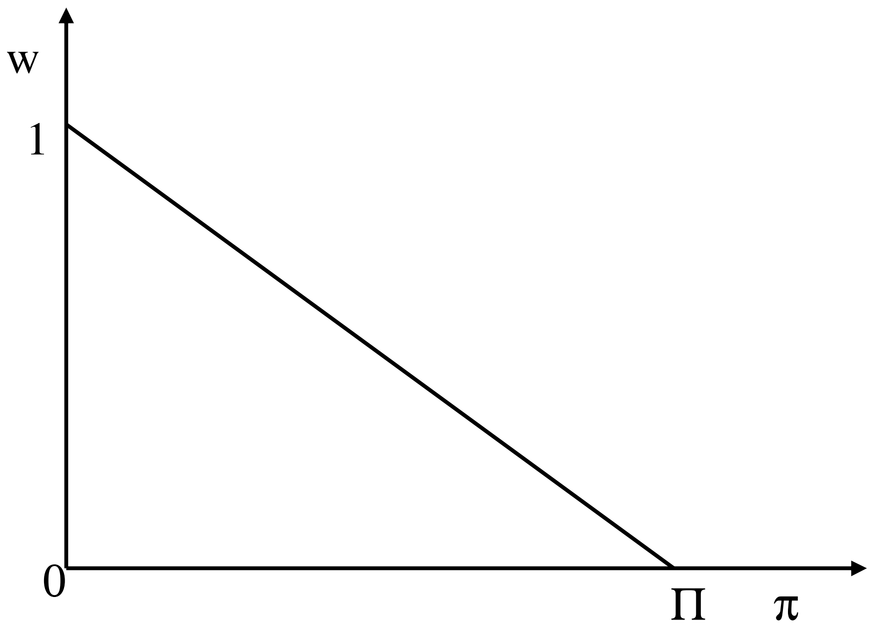
$$\pi = \Pi(1-\omega) \qquad \text{(II.3.B.22)}$$

Então, se adotarmos o produto líqüido por trabalhador do sistema como numerário, isto é, fazendo $\mathbf{p}(\mathbf{I}-\mathbf{A})\mathbf{Q} = Q_{m+1}$, ω coincidirá com w e a expressão acima se torna uma relação linear entre a taxa de lucro e a taxa de salário:

$$\pi = \Pi(1-w) \qquad \text{(II.3.B.23)}$$

Essa relação, representada na Figura II-2, reflete apenas o fenômeno da distribuição de renda, simplesmente porque a estrutura de preços permanece invariável a mudanças na distribuição de renda.

Figura II-2: Relação entre a taxa de salário e a taxa de lucro no caso especial de intensidade de capital uniforme



No caso geral a relação entre taxa de lucro e taxa de salário é bastante complicada. Para analisar as propriedades dessa relação, expressaremos novamente os preços em termos de uma mercadoria arbitrária, escolhida como numerário. Escolhendo, por exemplo, a mercadoria 1, isto é, fazendo $p_1 = 1$. Pós-multiplicando $\mathbf{p} = \mathbf{a}[\mathbf{I} - (1+\bar{\pi})\mathbf{A}]^{-1} w$ pelo primeiro vetor-coluna unitário $\mathbf{e}_1$, obtemos:

$$1 = \mathbf{a}[\mathbf{I} - (1+\bar{\pi})\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{e}_1 w^{(1)} \qquad \text{(II.3.B.24)}$$

Sendo:

$w^{(1)}$: taxa de salário expressa em termos da mercadoria 1;

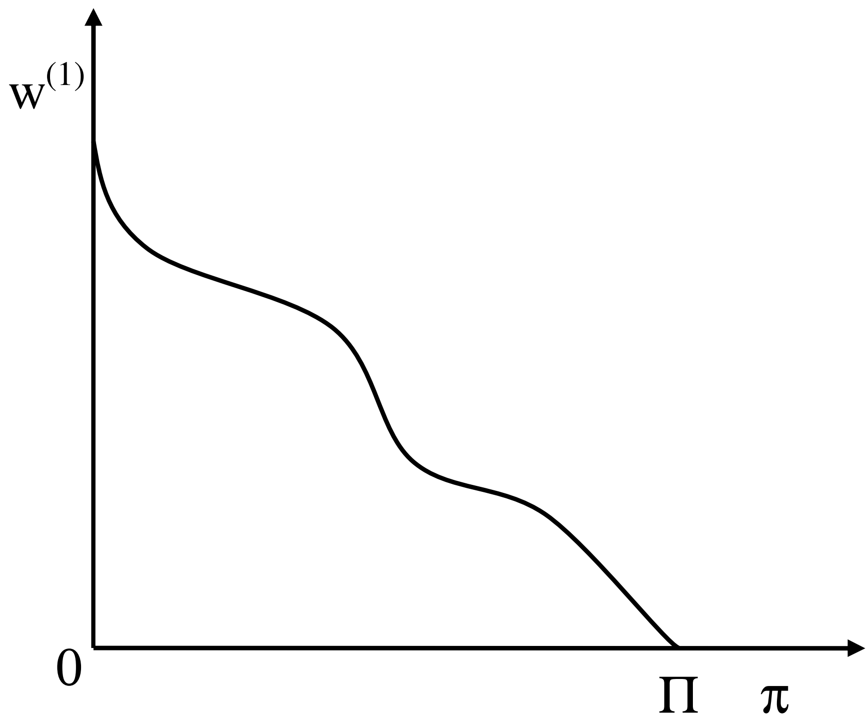
$\mathbf{e}_1 \equiv \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$: primeiro vetor-coluna unitário[7].

A expressão acima é uma função implícita de forma polinomial que relaciona π e $w^{(1)}$. Mais especificamente, a expressão acima é um polinômio de m-ésimo grau em π, no

[7] O vetor unitário ($\mathbf{e}_i, i = 1,2,\ldots,m$) é um vetor no qual o i-ésimo componente é um e todos os demais componentes são zero.

qual m é a ordem da matriz $\mathbf{A}$, que assumimos, por simplicidade, ser irredutível. Se o gráfico dessa polinomial for desenhado, a sua forma será bem mais complexa do que uma reta, sendo possível obter, por exemplo, uma curva como a mostrada na Figura II-3:

Figura II-3: Relação entre a taxa de salário e a taxa de lucro no caso geral



Infelizmente, podemos dizer muito pouco sobre o formato dessa curva. Na verdade, podemos dizer apenas que o intercepto no eixo horizontal é necessariamente Π (por definição) e a curva é estritamente decrescente no quadrante positivo. Na verdade, todo elemento da matriz $[\mathbf{I}-(1+\pi)\mathbf{A}]^{-1}$ é uma função estritamente crescente de π. Isso implica necessariamente que cada π e $w^{(1)}$ é uma função monotônica decrescente do outro.

Esse argumento com relação à mercadoria 1 pode ser repetido para qualquer mercadoria j ($j = 2,3,\ldots,m$). Em geral, para qualquer mercadoria j, $j = 1,2,\ldots,m$, obtemos uma relação particular do tipo da $1 = \mathbf{a}[\mathbf{I}-(1+\pi)\mathbf{A}]^{-1}\mathbf{e}_1 w^{(1)}$ e uma curva particular do tipo mostrado na Figura II-3. Cada uma dessas relações, e suas curvas correspondentes, são diferentes umas das outras, dependendo das condições de produção particulares de cada mercadoria em questão. Todas essas relações são funções polinomiais de grau m, que interceptam o eixo π em Π e são estritamente decrescentes no quadrante positivo. Contudo, nada mais pode ser dito em geral sobre o seu formato.

Resumindo esse ponto: em um sistema econômico com indústria com produção simples, a taxa de salário, expressa em termos de qualquer mercadoria, é uma função monotonicamente decrescente da taxa de lucro. Entretanto, essa relação é expressa por uma curva polinomial complicada que assume uma forma específica para cada mercadoria escolhida como numerário. Isso impede uma percepção clara do fenômeno da distribuição de renda entre salários e lucros, uma vez que esse fenômeno fica interligado com outros fenômenos complexos da variação de toda a estrutura de preços.

Apesar das dificuldades encontradas na tentativa de considerar o sistema de preços em termos de quantidade de trabalho, a equação $\mathbf{p} = \mathbf{a}[\mathbf{I} - (1+\bar{\pi})\mathbf{A}]^{-1}$ se presta a uma análise interessante que coloca a quantidade de trabalho no centro do palco mais uma vez. A matriz $[\mathbf{I} - (1+\pi)\mathbf{A}]^{-1}$ pode ser expandida como uma série de potências em $\mathbf{A}$ dado apenas que $(1+\pi) < 1/|\lambda_{\max}|$, sendo que $\lambda_{\max}$ é o autovalor de $\mathbf{A}$ com o maior módulo. No presente contexto o autovalor de maior módulo coincide com o máximo autovalor, e essa condição é satisfeita, portanto, para todo:

$$\pi < \Pi \equiv \frac{1}{\lambda_{\max}} - 1 \qquad \text{(II.3.B.25)}$$

Assim, a equação $\mathbf{p} = \mathbf{a}[\mathbf{I} - (1+\bar{\pi})\mathbf{A}]^{-1}$ pode ser escrita como:

$$\mathbf{p} = \mathbf{a}\left[\mathbf{I} + (1+\pi)\mathbf{A} + (1+\pi)^2\mathbf{A}^2 + (1+\pi)^3\mathbf{A}^3 + \ldots\right] \qquad \text{(II.3.B.26)}$$

Ou ainda:

$$\mathbf{p} = \mathbf{a} + (1+\pi)\mathbf{aA} + (1+\pi)^2\mathbf{aA}^2 + (1+\pi)^3\mathbf{aA}^3 + \ldots \qquad \text{(II.3.B.27)}$$

Consideremos primeiro o caso especial no qual quando $\pi = 0$. Desde que $w = 1$, de $\mathbf{v} \equiv \mathbf{a}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$ temos que $\mathbf{p} = \mathbf{v}$, e a equação acima se reduz a:

$$\mathbf{p} = \mathbf{v} = \mathbf{a} + \mathbf{aA} + \mathbf{aA}^2 + \mathbf{aA}^3 + \ldots \qquad \text{(II.3.B.28)}$$

Não é difícil perceber que a seqüência de potências de $\mathbf{A}$, pré-multiplicada por $\mathbf{a}$, tem um sentido econômico preciso. Na série de potências $\mathbf{I}, \mathbf{A}, \mathbf{A}^2, \mathbf{A}^3, \ldots$ as colunas de cada matriz representam as quantidades de cada mercadoria que são (conceitualmente) requeridas em cada rodada de produção para obter cada unidade das mercadorias correspondentes como mercadorias finais. A pré-multiplicação dessas matrizes pelo vetor de coeficientes de trabalho direto gera, portanto, uma série infinita de vetores que representam as quantidades de trabalho necessárias nas sucessivas rodadas de produção. Uma vez que os elementos da matriz $\mathbf{A}^s$, $s = 1,2,3,\ldots$, se tornam cada vez menores à medida que s aumenta, as necessidades de trabalho se tornam cada vez menores quanto mais rodadas se retorna no tempo, tendendo a zero quando s tende ao infinito. Logo, o primeiro termo do lado direito de $\mathbf{p} = \mathbf{v} = \mathbf{a} + \mathbf{aA} + \mathbf{aA}^2 + \mathbf{aA}^3 + \ldots$ é o vetor de trabalho direto necessário, enquanto que a soma de todos os termos seguintes é o vetor de trabalho indireto necessário. Portanto, a soma total representa o vetor de trabalho total (direto e indireto) necessário, isto é, o *vetor de coeficientes de trabalho verticalmente integrado* ou quantidade de trabalho incorporado, que foi obtido antes de forma compacta e atemporal de $\mathbf{v} \equiv \mathbf{a}(\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1}$.

Porém, cada uma dessas quantidades de trabalho aparece também em $\mathbf{p} = \mathbf{a} + (1+\pi)\mathbf{aA} + (1+\pi)^2\mathbf{aA}^2 + (1+\pi)^3\mathbf{aA}^3 + \ldots$, com a diferença que elas são multiplicadas por $(1+\pi)^s$, no qual s é a rodada de produção na qual a quantidade de trabalho é necessária. Portanto as mesmas quantidades de trabalho, que em $\mathbf{p} = \mathbf{v} = \mathbf{a} + \mathbf{aA} + \mathbf{aA}^2 + \mathbf{aA}^3 + \ldots$ são somadas como estão, em $\mathbf{p} = \mathbf{a} + (1+\pi)\mathbf{aA} + (1+\pi)^2\mathbf{aA}^2 + (1+\pi)^3\mathbf{aA}^3 + \ldots$ são datadas: um diferente peso é atribuído a cada quantidade de trabalho de acordo com uma data particular, no tempo em que ele é necessário. Deve ser notado que cada termo da série, assim como também a soma deles, é uma função crescente de π. Assim todos os preços crescem à medida que a taxa de lucro cresce. No limite, $\mathbf{p} = \mathbf{a} + (1+\pi)\mathbf{aA} + (1+\pi)^2\mathbf{aA}^2 + (1+\pi)^3\mathbf{aA}^3 + \ldots$ deixa de ser convergente, e os preços, em termos da taxa de salário, tendem para o infinito. Entretanto, isso ocorre em um caso extremo o qual a taxa de lucro atinge o seu limite máximo Π. Para todas as taxas de lucro no intervalo $0 \le \pi < \Pi$, a série $\mathbf{p} = \mathbf{a} + (1+\pi)\mathbf{aA} + (1+\pi)^2\mathbf{aA}^2 + (1+\pi)^3\mathbf{aA}^3 + \ldots$ é convergente e afeta a redução das quantidades de trabalho a diferentes datas, ponderando-os adequadamente pelo fator composto $(1+\pi)^s$.

Podemos mostrar o uso da série $\mathbf{p} = \mathbf{a} + (1+\pi)\mathbf{aA} + (1+\pi)^2\mathbf{aA}^2 + (1+\pi)^3\mathbf{aA}^3 + \ldots$ para ilustrar a asserção feita de que cada preço depende tanto da quantidade de trabalho direta e indiretamente incorporado na respectiva mercadoria quanto do nível particular da taxa de lucro. Escrevendo $\mathbf{p} = \mathbf{a} + (1+\pi)\mathbf{aA} + (1+\pi)^2\mathbf{aA}^2 + (1+\pi)^3\mathbf{aA}^3 + \ldots$ em termos de um numerário arbitrário pode se ver de uma vez que, com cada variação na distribuição da renda, cada termo da série é influenciado na direção oposta pelas variações na taxa de salário e na taxa de lucro:

$$\mathbf{p} = \mathbf{a}w + (1+\pi)\mathbf{aA}w + (1+\pi)^2\mathbf{aA}^2w + (1+\pi)^3\mathbf{aA}^3w + \ldots \qquad \text{(II.3.B.29)}$$

O resultado líqüido das influências opostas da taxa de salário e da taxa de lucro são diferentes de termo para termo e de mercadoria para mercadoria, dependendo das características particulares das várias potências da matriz $\mathbf{A}$. Se w e π variam em direções opostas, alguns termos irão aumentar enquanto outros irão diminuir e cada preço aumentará ou diminuirá de acordo com o efeito líqüido da soma de todas essas variações complicadas.

A expressão $\mathbf{p} = \mathbf{a}w + (1+\pi)\mathbf{aA}w + (1+\pi)^2\mathbf{aA}^2w + (1+\pi)^3\mathbf{aA}^3w + \ldots$ também pode ser pensada como uma representação da superposição (voltando no tempo) das infinitas camadas de lucros e salários nas quais consiste o preço de cada mercadoria. Para cada mercadoria cada camada de salários e lucros da proporção particular de trabalho e meios de produção necessários, e suas datas correspondentes, das características técnicas dos métodos de produção de cada mercadoria. A razão para as variações nos preços à medida que a distribuição de renda entre lucros e salários muda pode ser encontrada na proporção particular de trabalho e meios de produção de cada mercadoria em cada uma das infinitas camadas de salários e lucros que compõem o seu preço.

C. Pasinetti e a noção de integração vertical na análise econômica

De acordo com Pasinetti (1973, p. 1):

> "Very few notions in economic analysis are so seldom explicitly mentioned as the notion of vertical integration and are at the same time so widely used, implicitly or without full awareness."

E é justamente uma investigação geral e explícita do significado e da relevância da *integração vertical* na análise econômica o objetivo do autor em Pasinetti (1973). Os conceitos de *coeficiente de trabalho verticalmente integrado* e *unidade de capacidade produtiva verticalmente integrada*, desenvolvidos por ele nesse artigo, foram posteriormente estendidos em Pasinetti (1988).

Um sistema econômico será considerado no qual todas as mercadorias são produzidas por meio de mercadorias, usadas como bens de capital. As mercadorias entram no processo de produção no início de cada período como insumos, conjuntamente com o trabalho, e mercadorias são geradas no final do período como produtos. O sistema econômico é suposto viável no sentido de que é capaz de produzir uma quantidade de mercadorias maior do que aquela necessária para repor aquelas usadas como bens de capital.

As seguintes notações serão usadas:

$\mathbf{Q}(t) \equiv \begin{bmatrix} Q_1(t) \\ Q_2(t) \\ \vdots \\ Q_m(t) \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ das quantidades físicas das m mercadorias produzidas no período t;

$\mathbf{Y}(t) \equiv \begin{bmatrix} Y_1(t) \\ Y_2(t) \\ \vdots \\ Y_m(t) \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ do produto físico líqüido do sistema econômico no período t, isto é, o que está disponível para consumo e novos investimentos depois de deduzidas as a reposição de $\mathbf{Q}(t)$;

$\mathbf{C}(t) \equiv \begin{bmatrix} C_1(t) \\ C_2(t) \\ \vdots \\ C_m(t) \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ das quantidades físicas das m mercadorias destinadas ao consumo no período t;

$\mathbf{J}^{(d)}(t) \equiv \begin{bmatrix} J_1^{(d)}(t) \\ J_2^{(d)}(t) \\ \vdots \\ J_m^{(d)}(t) \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x1$ das quantidades físicas das m mercadorias destinadas ao investimento no período t;

$\mathbf{S}(t) \equiv \begin{bmatrix} S_1(t) \\ S_2(t) \\ \vdots \\ S_m(t) \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x1$ das quantidades físicas de mercadorias necessárias como bens de capital (estoque de capital) no início do período t, de forma a obter as quantidades $\mathbf{Q}(t)$ no final do período t;

$\mathbf{p}(t) \equiv [p_1(t) \quad p_2(t) \quad \cdots \quad p_m(t)]$: vetor-linha $1\,x\,m$ dos preços das m mercadorias produzidas no período t;

$L(t)$: força de trabalho necessária para o sistema econômico no período t (medido, digamos, em número de homens por período);

$\pi(t)$: taxa de lucro (uniforme) no período t;

$w(t)$: taxa de salário (uniforme) no período t.

Por definição, temos:

$$\mathbf{C}(t) + \mathbf{J}^{(d)}(t) \equiv \mathbf{Y}(t) \qquad \text{(II.3.C.1)}$$

A análise começa considerando bens de capital circulante (que são totalmente usados em um período) e bens de capital fixo (que duram mais que um período). A suposição simplificadora que será feita é que em cada indústria j uma proporção fixa δ_j, $j = 1,2,\ldots,m$, de todos os bens de capital fixo é retirada do processo produtivo em cada período. Além disso, por enquanto, todos os coeficientes técnicos serão supostos constantes ao longo do tempo. A técnica, para o sistema econômico como um todo, será representado por:

$\mathbf{a} = [a_{m+1,1} \quad a_{m+1,2} \quad \cdots \quad a_{m+1,m}]$: vetor-linha $1\,x\,m$ no qual cada $a_{m+1,j}$ ($j = 1,2,\ldots,m$), $a_{m+1,j} \geq 0$, representa o trabalho necessário como insumo em cada período de tempo para uma unidade física de mercadoria produzida pela indústria j;

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,m} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1} & a_{m,2} & \cdots & a_{m,m} \end{bmatrix}$$: matriz quadrada $m\,x\,m$, $a_{i,j} \geq 0 \;\; (i, j = 1,2,\ldots,m)$, na qual cada coluna j representa o estoque físico de bens de capital (tanto circulante quanto fixo) necessário para a produção de uma unidade física da mercadoria produzida pela indústria j.

A matriz quadrada $\mathbf{A}$ pode ser vista como a soma de duas matrizes quadradas não-negativas:

$$\mathbf{A}^{(C)} = \begin{bmatrix} a_{1,1}^{(C)} & a_{1,2}^{(C)} & \cdots & a_{1,m}^{(C)} \\ a_{2,1}^{(C)} & a_{2,2}^{(C)} & \cdots & a_{2,m}^{(C)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1}^{(C)} & a_{m,2}^{(C)} & \cdots & a_{m,m}^{(C)} \end{bmatrix}$$: matriz quadrada $m\,x\,m$, $a_{i,j}^{(C)} \geq 0 \;\; (i, j = 1,2,\ldots,m)$,

na qual cada coluna j representa o estoque físico de bens de capital circulante necessário para a produção de uma unidade física da mercadoria produzida pela indústria j;

$$\mathbf{A}^{(F)} = \begin{bmatrix} a_{1,1}^{(F)} & a_{1,2}^{(F)} & \cdots & a_{1,m}^{(F)} \\ a_{2,1}^{(F)} & a_{2,2}^{(F)} & \cdots & a_{2,m}^{(F)} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{m,1}^{(F)} & a_{m,2}^{(F)} & \cdots & a_{m,m}^{(F)} \end{bmatrix}$$: matriz quadrada $m\,x\,m$, $a_{i,j}^{(F)} \geq 0 \;\; (i, j = 1,2,\ldots,m)$,

na qual cada coluna j representa o estoque físico de bens de capital fixo necessário para a produção de uma unidade física da mercadoria produzida pela indústria j.

Portanto, por definição:

$$\mathbf{A} \equiv \mathbf{A}^{(C)} + \mathbf{A}^{(F)} \tag{II.3.C.2}$$

A cada período, em cada indústria j, o sistema econômico tem que repor todos os bens de capital circulante e uma fração δ_j ($j = 1,2,\ldots,m$) de todos os bens de capital fixo. Chamando:

$$\hat{\boldsymbol{\delta}} = \begin{bmatrix} \delta_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \delta_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \delta_m \end{bmatrix}$$: matriz diagonal $m x m$, na qual os δ_j ($j = 1,2,\ldots,m$) estão na diagonal principal.

Podemos definir $\mathbf{A}^{\Theta}$, matriz quadrada $m x m$ que representa a parte inicial do estoque de bens de capital que são realmente utilizadas em cada período pelo processo produtivo, como:

$$\mathbf{A}^{\Theta} \equiv \mathbf{A}^{(C)} + \mathbf{A}^{(F)}\hat{\boldsymbol{\delta}} \tag{II.3.C.3}$$

Por definição:

$$\mathbf{A}^{\Theta} + \mathbf{A}^{(F)}\left(\mathbf{I} - \hat{\boldsymbol{\delta}}\right) \equiv \mathbf{A} \tag{II.3.C.4}$$

Sendo:

$$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$$: matriz-identidade $m x m$.

O caso particular no qual todos os bens de capital são bens de capital circulante é representado por:

$$\mathbf{A}^{(F)} = \mathbf{0} \tag{II.3.C.5}$$

Sendo:

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}$$: matriz nula $m x m$.

Portanto, nesse caso:

$$\mathbf{A}^{\Theta} = \mathbf{A} \tag{II.3.C.6}$$

Com essa notação, o sistema econômico físico pode ser representado pelo seguinte sistema de equações:

$$\begin{cases} \left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)\mathbf{Q}(t) = \mathbf{Y}(t) \\ \mathbf{aQ}(t) = L(t) \\ \mathbf{AQ}(t) = \mathbf{S}(t) \end{cases} \tag{II.3.C.7}$$

As duas primeiras equações representam o fluxo de mercadorias e trabalho necessários no período t para produzir o produto líqüido $\mathbf{Y}(t)$ e a última equação representa os estoques de bens de capital necessários no início do período t para a produção ser efetivada. Ao mesmo tempo, os preços de equilíbrio são representados pelo seguinte sistema de equações:

$$\mathbf{p} = \mathbf{a}w + \mathbf{p}\mathbf{A}^{\Theta} + \mathbf{p}\mathbf{A}\pi \qquad \text{(II.3.C.8)}$$

Esse sistema determina todos os preços se um deles e a taxa de salário (ou então a taxa de lucro) são fixados exogenamente.

Na suposição feita referente aos bens de capital fixo, cada indústria j ($j = 1,2,\ldots,m$) produz apenas um bem: a mercadoria j; para produzir uma unidade física dessa mercadoria, necessita de uma quantidade de trabalho (representado pelo j-ésimo coeficiente do vetor $\mathbf{a}$) e uma série de estoques de bens de capital heterogêneos (representado pela j-ésima coluna da matriz $\mathbf{A}$). Portanto, a indústria j pode ser sinteticamente representada por um coeficiente de trabalho direto, o j-ésimo componente do vetor $\mathbf{a}$, e por uma unidade de capacidade produtiva direta, a mercadoria composta definida pela j-ésima coluna da matriz $\mathbf{A}$.

No sistema de equações acima, as quantidades físicas do sistema econômico são classificadas de acordo com o critério de indústria. Essa classificação tem a vantagem de ser imediatamente observável, mas mantém a nossa atenção em um nível bastante superficial. A reclassificação das mesmas quantidades físicas pode ser feita utilizando-se um critério conceitualmente mais complexo, mas analiticamente mais poderoso: o *setor verticalmente integrado*. Para chegar a esse conceito, iremos definir:

$\mathbf{Y}_i(t) \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ Y_i(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$, no qual todos os elementos são zero, exceto o i-ésimo componente, definido aqui como $Y_i(t)$, isto é, o i-ésimo componente do vetor $\mathbf{Y}(t)$;

$L^{(i)}(t)$: força de trabalho necessária no sistema econômico como um todo para obter a quantidade física $Y_i(t)$ do bem final i ($i = 1,2,\ldots,m$) no período t;

$\mathbf{Q}^{(i)}(t) \equiv \begin{bmatrix} Q_1^{(i)}(t) \\ Q_2^{(i)}(t) \\ \vdots \\ Q_m^{(i)}(t) \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x1$ das quantidades físicas das m mercadorias a ser produzidas para obter a quantidade física $Y_i(t)$ do bem final i ($i = 1,2,\ldots,m$) no período t;

$\mathbf{S}^{(i)}(t) \equiv \begin{bmatrix} S_1^{(i)}(t) \\ S_2^{(i)}(t) \\ \vdots \\ S_m^{(i)}(t) \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x1$ dos estoques de bens de capital necessários no início do período t, de forma a obter a quantidade física $Y_i(t)$ do bem final i ($i = 1,2,\ldots,m$) no final do período t.

Para cada produto líqüido particular $Y_i(t)$, obtemos, a partir do sistema de equações acima:

$$\begin{cases} \mathbf{Q}^{(i)}(t) = \left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\mathbf{Y}_i(t) \\ L^{(i)}(t) = \mathbf{a}\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\mathbf{Y}_i(t) \;,\; i = 1,2,\ldots,m \\ \mathbf{S}^{(i)}(t) = \mathbf{A}\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\mathbf{Y}_i(t) \end{cases} \qquad \text{(II.3.C.9)}$$

Na verdade, temos m subsistemas. Do sistema acima e da definição de $Y_i(t)$, segue-se que:

$$\begin{cases} \sum_{i=1}^{m} \mathbf{Y}_i(t) = \mathbf{Y}(t) \\ \sum_{i=1}^{m} \mathbf{Q}^{(i)}(t) = \mathbf{Q}(t) \\ \sum_{i=1}^{m} L^{(i)}(t) = L(t) \\ \sum_{i=1}^{m} \mathbf{S}^{(i)}(t) = \mathbf{S}(t) \end{cases} \qquad \text{(II.3.C.10)}$$

Ou seja, o sistema econômico completo original é obtido quando se somam os m subsistemas acima.

A matriz $\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}$ é conhecida na literatura econômica como a matriz inversa de Leontief (sua i-ésima coluna ($i=1,2,\ldots,m$) contém as séries de mercadorias heterogêneas que são direta e indiretamente necessárias ao sistema econômico como um todo para obter uma unidade física da mercadoria i como bem final). Com relação aos demais segundos membros dos subsistemas de equações acima, podemos definir:

$\mathbf{a}\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1} \equiv \mathbf{v} \equiv \begin{bmatrix} v_1 & v_2 & \cdots & v_m \end{bmatrix}$: vetor-linha $1xm$ dos *coeficientes de trabalho verticalmente integrado* para a mercadoria i ($i=1,2,\ldots,m$). Cada coeficiente v_i, $i=1,2,\ldots,m$, expressa a quantidade de trabalho direta e indiretamente necessária ao sistema econômico como um todo para obter uma unidade física da mercadoria i ($i=1,2,\ldots,m$) como bem final;

$\mathbf{A}\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1} \equiv \mathbf{H} \equiv \begin{bmatrix} h_{1,1} & h_{1,2} & \cdots & h_{1,m} \\ h_{2,1} & h_{2,2} & \cdots & h_{2,m} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ h_{m,1} & h_{m,2} & \cdots & h_{m,m} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{h_1} & \mathbf{h_2} & \cdots & \mathbf{h_m} \end{bmatrix}$: os $\mathbf{h}_i$, $i=1,2,\ldots,m$,

são vetores-coluna $m x 1$ ($\mathbf{h}_i \equiv \begin{bmatrix} h_{i,1} \\ h_{i,2} \\ \vdots \\ h_{i,m} \end{bmatrix}$) chamados *unidades de capacidade produtiva verticalmente integrada*, que expressam de maneira consolidada as séries de quantidades físicas das mercadorias heterogêneas $1,2,\ldots,m$ direta e indiretamente necessárias ao sistema econômico como um todo para obter uma unidade física da mercadoria i ($i=1,2,\ldots,m$) como bem final.

As duas últimas equações dos subsistemas acima podem ser reescritas, com base nessas definições, como:

$$\begin{cases} L^{(i)}(t)=\mathbf{v}\mathbf{Y}_i(t)\equiv v_i Y_i \\ \mathbf{S}^{(i)}(t)=\mathbf{H}\mathbf{Y}_i(t)\equiv \mathbf{h}_i Y_i \end{cases}, \ i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(II.3.C.11)}$$

O escalar v_i e o vetor-coluna $\mathbf{h}_i$, juntos, representam o *setor verticalmente integrado* para a produção da mercadoria i ($i=1,2,\ldots,m$) como bem final, seja para consumo ou para investimento. Um *setor verticalmente integrado* é uma forma compacta de representar um subsistema, já que sintetiza cada subsistema em um único coeficiente de trabalho v_i e em uma única mercadoria composta $\mathbf{h}_i$. Para um sistema econômico com m mercadorias, nós obteremos m coeficientes de trabalho (m componentes para o vetor-linha $\mathbf{v}$) e m unidades de capacidade produtiva (as m colunas da matriz $\mathbf{H}$), isto é, m *setores verticalmente integrados* para a produção de m mercadorias como bens finais.

Como podemos ver, o vetor $\mathbf{a}$ e a matriz $\mathbf{A}$ classificam a quantidade total de trabalho $L(t)$ e a quantidade total dos estoques de bens de capital $\mathbf{S}(t)$ de acordo com o critério de indústria, no qual todas essas quantidades são diretamente observáveis e diretamente quantificáveis:

$$\begin{cases} L(t) = \mathbf{aQ}(t) \\ \mathbf{S}(t) = \mathbf{AQ}(t) \end{cases} \tag{II.3.C.12}$$

Por outro lado, o vetor $\mathbf{v}$ e a matriz $\mathbf{H}$ reclassificam as mesmas quantidades físicas de acordo com o critério de *setor verticalmente integrado* para as quais essas quantidades são direta ou indiretamente necessárias[8]:

$$\begin{cases} L^{(i)}(t) = \mathbf{a}(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta})^{-1}\mathbf{Y}_i(t) = \mathbf{vY}_i(t) \\ \mathbf{S}^{(i)}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta})^{-1}\mathbf{Y}_i(t) = \mathbf{HY}_i(t) \end{cases}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{II.3.C.13}$$

$$L(t) = \sum_{i=1}^{m} L^{(i)}(t); \; \mathbf{S}(t) = \sum_{i=1}^{m} \mathbf{S}^{(i)}(t)$$

Segundo Pasinetti (1973, p. 7), quando Adam Smith formulou a proposição de que toda mercadoria é vendida por um preço suficiente para pagar salários, lucros e renda da terra[9], ele compreendeu o conceito básico de *integração vertical*. Essa idéia de Smith não fica clara se tomarmos o sistema de preços escrito na forma de magnitudes diretamente observáveis:

$$\mathbf{p} = \mathbf{a}w + \mathbf{pA}^{\Theta} + \mathbf{pA}\pi \tag{II.3.C.14}$$

Ou mesmo se tomarmos a sua solução:

$$\mathbf{p} = \mathbf{a}(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta} - \mathbf{A}\pi)^{-1} w \tag{II.3.C.15}$$

---

[8] Nem $\mathbf{v}$, nem $\mathbf{H}$ são diretamente observáveis, mas podem ser obtidos pós-multiplicando por $(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta})^{-1}$ as quantidades $\mathbf{a}$ e $\mathbf{A}$, que são diretamente observáveis. Portanto, eles são quantificáveis de maneira indireta.

[9] Vide Smith (1776 [1983]), Livro Primeiro, Capítulo VII.

Mas se fizermos algumas operações lógicas e reescrevermos o sistema de preços escrito na forma de magnitudes diretamente observáveis como:

$$\mathbf{p}\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\Theta}\right)=\mathbf{a}w+\mathbf{pA}\pi \tag{II.3.C.16}$$

$$\mathbf{p}=\mathbf{a}\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}w+\mathbf{pA}\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\pi \tag{II.3.C.17}$$

Podemos ver as duas noções que caracterizam um *setor verticalmente integrado* (o vetor $\mathbf{v}$ e a matriz $\mathbf{H}$) reaparecer. Fazendo a substituição pelas respectivas definições, obtemos:

$$\mathbf{p}=\mathbf{v}w+\mathbf{pH}\pi \tag{II.3.C.18}$$

Essa é uma expressão importante porque mostra que, em última análise, os preços têm apenas dois componentes: salários e lucros[10]. É precisamente a operação lógica de *integração vertical* que torna isso evidente ao consolidar todos os complexos estágios intermediários em um único coeficiente de trabalho e em uma única unidade de capacidade produtiva.

A expressão $\mathbf{p}=\mathbf{v}w+\mathbf{pH}\pi$ tem a propriedade de expor o antagonismo entre salários e lucros na distribuição de renda. Quando $\pi=0$, o segundo termo desaparece e os preços se tornam:

$$\mathbf{p}=\mathbf{v}w \tag{II.3.C.19}$$

Os salários estão no seu máximo e absorvem todo o poder de compra derivado dos preços.

Por outro lado, quando $w=0$, os lucros estão no seu máximo (Π) e a expressão $\mathbf{p}=\mathbf{v}w+\mathbf{pH}\pi$ se torna um sistema de equações homogêneo e linear:

$$\mathbf{p}\left[\mathbf{I}-(1+\Pi)\mathbf{H}\right]=\mathbf{0} \tag{II.3.C.20}$$

Uma vez que o sistema econômico é viável por hipótese, Π deve ser positiva. A taxa máxima de lucro também emerge de $\mathbf{p}\left[\mathbf{I}-(1+\Pi)\mathbf{H}\right]=\mathbf{0}$ como recíproco dos autovalores (que chamaremos λ) da matriz $\mathbf{H}$, soluções mão triviais requerem que:

$$\det(\lambda\mathbf{I}-\mathbf{H})=0 \tag{II.3.C.21}$$

[10] A renda da terra não é considerada nesse modelo.

Essa é uma equação algébrica que gera m raízes de λ. Entretanto, uma vez que $\mathbf{H}$ é uma matriz não-negativa[11], sabemos, graças ao teorema de Perron-Frobenius, que o seu maior autovalor $\lambda_{\max}$ é um número real e positivo, tem um autovetor não negativo (isto é, preços não negativos) associados com ele e é também o autovalor que é máximo em módulo (isto é, $\lambda_{\max} = |\lambda|_{\max}$). Essa é a única raiz de $\det(\lambda\mathbf{I} - \mathbf{H}) = 0$ que é economicamente relevante[12] e, portanto definiremos imediatamente:

$$\Pi = \frac{1}{\lambda_{\max}} \qquad \text{(II.3.C.22)}$$

Para qualquer π positivo menor que Π, nós também sabemos, graças ao teorema de Perron-Frobenius, que a matriz $(\mathbf{I} - \pi\mathbf{H})^{-1}$ é não negativa, de forma que a solução de $\mathbf{p} = \mathbf{v}w + \mathbf{pH}\pi$ gera preços não negativos e uma relação monotônica inversa entre π e w, independente dos termos em que w é medido[13]:

$$\mathbf{p} = \mathbf{v}(\mathbf{I} - \pi\mathbf{H})^{-1} w \qquad \text{(II.3.C.23)}$$

Os mesmos problemas podem ser olhados de uma maneira mais clássica se a taxa de salário for usada como numerário do sistema de preços ($w = 1$). Nesse caso todos os preços passam a ser expressos em termos da taxa de salário, isto é, do trabalho comandado. Mas os componentes do vetor $\mathbf{v}$ de *coeficientes de trabalho verticalmente integrado* expressam o que os economistas clássicos chamam de trabalho incorporado (e Marx chama simplesmente de valores). Portanto, os salários, sejam distribuídos em proporção ao trabalho incorporado como aparece em $\mathbf{p} = \mathbf{v}w + \mathbf{pH}\pi$, pode comandar apenas parte do poder de compra derivado dos preços. A diferença $\mathbf{p} - \mathbf{v} = \mathbf{pH}\pi$ é absorvida pelos lucros e a nova solução se torna:

---

[11] Ambas as matrizes $\mathbf{A}$ e $\mathbf{A}^{\Theta}$ são não negativas por hipótese e, além disso, a técnica é suposta viável, o que implica que $(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta})^{-1}$ é não negativa. Segue assim que $\mathbf{H}$ também é não negativa.

[12] A suposição é feita, seguindo Sraffa, de que a taxa interna de reprodução das mercadorias não básicas (se existir alguma) é maior do que a taxa interna de reprodução das mercadorias básicas.

[13] Uma vez que nenhum preço pode se tornar negativo em termos de nenhum padrão (dentro do intervalo $0 \le \pi \le \Pi$), nenhum preço pode cair mais rápido que w, à medida que π aumenta. Segue que π e w, em termos de qualquer padrão, devem ser inversamente e monotonicamente relacionados um com o outro. Para mais detalhes, vide Sraffa (1960 [1985]), Pasinetti (1977) e o capítulo II, seção 3, subseção B, “Sraffa e a produção de mercadorias por meio de mercadorias”, páginas 24 e seguintes dessa dissertação.

$$\mathbf{p} = \mathbf{v}(\mathbf{I} - \pi\mathbf{H})^{-1} \tag{II.3.C.24}$$

A expressão acima mostra a transformação de $\mathbf{v}$ em $\mathbf{p}$, isto é, de valores (conceito marxista) em preços. O operador linear $(\mathbf{I} - \pi\mathbf{H})^{-1}$, no qual as m *unidades de capacidade produtiva verticalmente integrada* desempenham um papel crucial, representam essa transformação em termos lógicos. Apenas quando $\pi = 0$, o trabalho comandado se torna igual ao trabalho incorporado (e preços se tornam valores), isto é:

$$\mathbf{p} = \mathbf{v} \tag{II.3.C.25}$$

Retornando ao sistema de quantidades físicas, todas as mercadorias foram medidas em unidades comumente usadas para fazê-lo, como dúzias, metros, quilos, litros etc. Mas as expressões $\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta})^{-1} \equiv \mathbf{H}$ e $\mathbf{S}^{(i)}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta})^{-1}\mathbf{Y}_i(t) = \mathbf{H}\mathbf{Y}_i(t)$ ($i = 1,2,\ldots,m$) sugerem como alternativa para medir as unidades físicas dos bens de capital a utilização da mercadoria composta particular que é a *unidade física de capacidade produtiva verticalmente integrada*.

Claramente existe apenas uma unidade física para cada bem final produzido. Se existem m bens finais, existirão m *unidades físicas de capacidade produtiva verticalmente integrada*, representadas pelas colunas da matriz $\mathbf{H}$, isto é, por:

$$\mathbf{h}_i = \mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta})^{-1}\mathbf{e}_i,\ i = 1,2,\ldots,m \tag{II.3.C.26}$$

Sendo:

$\mathbf{e}_i \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$: i-ésimo vetor-coluna unitário ($i = 1,2,\ldots,m$) [14].

Para os objetivos dessa análise, uma mercadoria composta não apresenta qualquer dificuldade conceitual. Portanto, quando essas unidades forem utilizadas, o estoque de bens de capital existente pode ser representado por:

---

[14] Vide nota de rodapé 7 à página 34.

$\mathbf{K}(t) \equiv \begin{bmatrix} K_1(t) \\ K_2(t) \\ \vdots \\ K_m(t) \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x1$ do estoque de bens de capital do sistema econômico no período t.

Segue da definição que, em equilíbrio:

$$K_i(t) \equiv Y_i(t),\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(II.3.C.27)}$$

É sempre possível traduzir os bens de capital expressos em termos de *unidades físicas de capacidade produtiva verticalmente integrada* em bens de capital expressos em unidades físicas ordinárias pela transformação:

$$\mathbf{S}(t) = \mathbf{HK}(t) \qquad \text{(II.3.C.28)}$$

Assim, a matriz $\mathbf{H}$ aparece como um operador linear que, quando aplicado ao vetor de quantidades físicas medido em termos de *capacidades produtivas verticalmente integradas*, reclassifica-o em termos de unidades ordinárias. Quando $\mathbf{H}$ for uma matriz não singular, existe uma única transformação inversa:

$$\mathbf{K}(t) = \mathbf{H}^{-1}\mathbf{S}(t) \qquad \text{(II.3.C.29)}$$

É claro que $\mathbf{H}^{-1}$ não existe necessariamente, ou seja, pode existir mais de uma maneira, ou maneira nenhuma, de formar *unidades de capacidade produtiva verticalmente integrada* de um estoque arbitrário existente de bens de capital ordinários.

Quando os bens de capital são medidos em *unidades físicas de capacidade produtiva verticalmente integrada*, novos investimentos (que são adições ao estoque de bens de capital existente) devem ser medidos na mesma unidade. Mas novos investimentos são considerados bens finais e sabemos que é possível construir conceitualmente um *setor verticalmente integrado* que corresponda a cada bem final. Essa construção lógica foi obtida anteriormente para bens finais medidos em unidades físicas ordinárias. Agora se torna logicamente possível obter construções lógicas similares para bens de investimento medidos em *unidades de capacidade produtiva verticalmente integrada*. Podemos denotar por:

$$\mathbf{J}^{(v)}(t) \equiv \begin{bmatrix} J_1^{(v)}(t) \\ J_2^{(v)}(t) \\ \vdots \\ J_m^{(v)}(t) \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos novos investimentos medidos em *unidades de capacidade produtiva verticalmente integrada* correspondentes aos bens finais $1,2,\ldots,m$ no período t;

$$\mathbf{J}_i^{(v)}(t) \equiv \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ 0 \\ J_i^{(v)}(t) \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$, no qual todos os elementos são zero, exceto o i-ésimo componente, definido aqui como $J_i^{(v)}(t)$, isto é, o i-ésimo componente do vetor $\mathbf{J}^{(v)}(t)$.

Obviamente:

$$\sum_{i=1}^{m} \mathbf{J}_i^{(v)}(t) = \mathbf{J}^{(v)}(t) \qquad \text{(II.3.C.30)}$$

Segue de $\mathbf{S}(t) = \mathbf{HK}(t)$ que $\mathbf{J}^{(v)}(t)$, os novos investimentos expressos em termos de *unidades físicas de capacidade produtiva verticalmente integrada*, e $\mathbf{J}^{(d)}(t)$, novos investimentos expressos em unidades físicas (diretas) ordinárias, são relacionados por:

$$\mathbf{J}^{(d)}(t) = \mathbf{HJ}^{(v)}(t) \qquad \text{(II.3.C.31)}$$

De modo análogo ao feito anteriormente, denotaremos por:

$L^{(k_i)}(t)$: força de trabalho necessária no sistema econômico como um todo para a produção do bem final $J_i^{(v)}(t)$, $i = 1,2,\ldots,m$ no período t;

$$\mathbf{Q}^{(k_i)}(t) \equiv \begin{bmatrix} Q_1^{(k_i)}(t) \\ Q_2^{(k_i)}(t) \\ \vdots \\ Q_m^{(k_i)}(t) \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ das quantidades físicas produzidas no sistema econômico como um todo para a produção do bem final $J_i^{(v)}(t)$, $i = 1,2,\ldots,m$ no período t;

$\mathbf{S}^{(k_i)}(t) \equiv \begin{bmatrix} S_1^{(k_i)}(t) \\ S_2^{(k_i)}(t) \\ \vdots \\ S_m^{(k_i)}(t) \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x\,1$ dos estoques de bens de capital necessários no sistema econômico como um todo para a produção do bem final $J_i^{(v)}(t)$, $i = 1,2,\ldots,m$ no período t.

Para cada quantidade física $J_i^{(v)}(t)$ podemos escrever o subsistema correspondente:

$$\mathbf{Q}^{(k_i)}(t) = \left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{J}_i^{(v)}(t),\; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(II.3.C.32)}$$

Da qual, após substituirmos em $\mathbf{aQ}(t) = L(t)$ e $\mathbf{AQ}(t) = \mathbf{S}(t)$, obtemos:

$$L^{(k_i)}(t) = \mathbf{a}\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{J}_i^{(v)}(t) \equiv \mathbf{vH}\mathbf{J}_i^{(v)}(t),\; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(II.3.C.33)}$$

$$\mathbf{S}^{(k_i)}(t) = \mathbf{A}\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\mathbf{H}\mathbf{J}_i^{(v)}(t) \equiv \mathbf{H}^2\mathbf{J}_i^{(v)}(t),\; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(II.3.C.34)}$$

Aqui, novamente, o escalar $L^{(k_i)}(t)$ é a quantidade de trabalho e o vetor-coluna $\mathbf{S}^{(k_i)}(t)$ é a série de estoques de bens de capital direta e indiretamente necessários no sistema econômico como um todo para produzir a quantidade $J_i^{(v)}(t)$ do bem de investimento (medido em termos de *unidades físicas de capacidade produtiva verticalmente integrada*) necessários para o bem final i. Portanto, chamaremos de *vetor de coeficientes de trabalho verticalmente integrado* o seguinte vetor:

$$\mathbf{v}_k \equiv \mathbf{vH} \equiv \mathbf{a}\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\mathbf{A}\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1} \qquad \text{(II.3.C.35)}$$

E a matriz cujas colunas representam as *unidades de capacidade produtiva verticalmente integrada* é:

$$\mathbf{H}^2 \equiv \mathbf{A}\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\mathbf{H} \equiv \mathbf{A}\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\mathbf{A}\left(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1} \qquad \text{(II.3.C.36)}$$

O vetor $\mathbf{v}_k$ e a matriz $\mathbf{H}^2$, juntos, representam os m *setores verticalmente integrados* para os m bens de investimento expressos em *unidades de capacidade produtiva verticalmente integrada*. Como era de se esperar, os *setores verticalmente integrados* para bens de investimento, expressos em *unidades físicas de capacidade produtiva verticalmente integrada*, foram obtidos através de uma operação lógica de *integração vertical* executada duas vezes.

Quando os bens de investimento são expressos em *unidades físicas de capacidade produtiva verticalmente integrada*, os seus preços são uma média ponderada dos preços $\mathbf{p}$ de seus componentes elementares, ou seja:

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{pH} \qquad \text{(II.3.C.37)}$$

Sendo:

$\mathbf{p}_k(t) \equiv \lfloor p_{k_1}(t) \quad p_{k_2}(t) \quad \cdots \quad p_{k_m}(t) \rfloor$: vetor-linha $1xm$ dos preços dos bens de investimento produzidos no período t.

Depois da substituição de $\mathbf{p} = \mathbf{v}w + \mathbf{pH}\pi$ e $\mathbf{v}_k \equiv \mathbf{vH} \equiv \mathbf{a}(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta})^{-1}\mathbf{A}(\mathbf{I} - \mathbf{A}^{\Theta})^{-1}$, obtemos:

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{v}_k w + \mathbf{p}_k \mathbf{H}\pi \qquad \text{(II.3.C.38)}$$

Esse é um novo sistema de preços no qual os preços, ao invés de se referirem às m mercadorias ordinárias como no sistema $\mathbf{p} = \mathbf{v}w + \mathbf{pH}\pi$, se referem às m mercadorias compostas obtidas pela reclassificação das m mercadorias ordinárias do sistema $\mathbf{p} = \mathbf{v}w + \mathbf{pH}\pi$ pela operação de *integração vertical* (isto é, pela multiplicação por $\mathbf{H}$). Sem dúvida, os sistemas de preços $\mathbf{p} = \mathbf{v}w + \mathbf{pH}\pi$ e $\mathbf{p}_k = \mathbf{v}_k w + \mathbf{p}_k \mathbf{H}\pi$ são equivalentes. Eles geram a mesma taxa de lucro máxima[15] e a mesma taxa de salário máxima em termos de qualquer padrão pré-estabelecido. Se fizermos $\pi = 0$ e $w = 1$, os componentes de $\mathbf{p}_k$ se tornam novamente iguais aos *coeficientes de trabalho verticalmente integrado* $\mathbf{v}_k$. Para todos os casos intermediários no qual $0 \leq \pi \leq \Pi$, temos:

$$\mathbf{p}_k = \mathbf{v}_k (\mathbf{I} - \pi\mathbf{H})^{-1} w \qquad \text{(II.3.C.39)}$$

A expressão acima dá para $\mathbf{p}_k$ o mesmo sentido que a expressão $\mathbf{p} = \mathbf{v}(\mathbf{I} - \pi\mathbf{H})^{-1} w$ dá para $\mathbf{p}$. Todas as observações e elaborações feitas anteriormente para $\mathbf{p}$, podem ser repetidas para $\mathbf{p}_k$.

Pasinetti (1973) mostra que a operação de *integração vertical* pode ser aplicada s ($s = 1,2,3,\ldots$) vezes, sendo que os m *setores verticalmente integrados* de s-ésima ordem

---

15 Como pode ser visto, Π emerge em $\mathbf{p}_k = \mathbf{v}_k w + \mathbf{p}_k \mathbf{H}\pi$, como em $\mathbf{p} = \mathbf{v}w + \mathbf{pH}\pi$, como a recíproca do autovalor máximo de $\mathbf{H}$.

pode ser representado pelo *vetor de coeficientes de trabalho verticalmente integrado* de s-ésima ordem, cujos componentes são os m *coeficientes de trabalho verticalmente integrado* de s-ésima ordem:

$$\mathbf{v}_{k^{s-1}} \equiv \mathbf{a}\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\underbrace{\mathbf{H}\ldots\mathbf{H}}_{(s-1)vezes} \equiv \mathbf{v}\mathbf{H}^{s-1} \equiv \mathbf{v}_{k^{s-2}}\mathbf{H} \qquad \text{(II.3.C.40)}$$

E pela matriz cujas colunas são as m *unidades físicas de capacidade produtiva verticalmente integrada* de s-ésima ordem:

$$\mathbf{A}\left(\mathbf{I}-\mathbf{A}^{\Theta}\right)^{-1}\underbrace{\mathbf{H}\ldots\mathbf{H}}_{(s-1)vezes} \equiv \mathbf{H}\mathbf{H}^{s-1} \equiv \mathbf{H}^{s} \qquad \text{(II.3.C.41)}$$

Cada uma dessas séries de m *unidades físicas de capacidade produtiva verticalmente integrada* tem a sua própria série de m preços:

$$\mathbf{p}_{k^{s-1}} = \mathbf{v}_{k^{s-1}}\left(\mathbf{I}-\pi\mathbf{H}\right)^{-1} w \qquad \text{(II.3.C.42)}$$

A generalização da operação de integração vertical, considerando bens de capital fixo em geral, progresso técnico e dinâmica temporal foi feita também por Pasinetti (1973 e 1988).

4. CONCLUSÃO PARCIAL

O processo de desenvolvimento econômico se caracteriza por uma transformação profunda na economia com o crescimento e surgimento de setores econômicos e a diminuição e o desaparecimento de outros setores. Usando a noção de *integração vertical*, apresentada nesse capítulo, Pasinetti construiu um modelo multi-setorial de crescimento que dá conta desses fenômenos de mudança da composição dos setores da economia.

O modelo de oferta ilimitada de mão-de-obra de Lewis (1954), por sua vez, também é um modelo de mudança estrutural porque considera as transformações que ocorrem com as economias quando elas se desenvolvem. Se, por um lado, Lewis não dispunha do instrumento analítico poderoso que é a noção de *integração vertical*, por outro lado, introduziu uma idéia que ganhou grande relevância na literatura do desenvolvimento econômico, que é o dualismo econômico.

A inclusão da hipótese da existência de setores de subsistência que absorvem o excedente de mão-de-obra não ocupado nos setores modernos no modelo de produção de Pasinetti permite combinar dois conceitos absolutamente relevantes para compreender o desenvolvimento econômico: crescimento desbalanceado e diferença de comportamento entre os setores econômicos.

Nos dois capítulos seguintes, iremos desenvolver um *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, para economias abertas e fechadas, e evidenciar todas as vantagens de combinar os conceitos de dualismo econômico e de *integração vertical* para compreender o processo de desenvolvimento econômico em geral e o fenômeno do desemprego e do subemprego em particular.

III. DUALISMO ECONÔMICO NO MODELO DE PRODUÇÃO COM TRABALHO APENAS DE PASINETTI PARA ECONOMIAS FECHADAS

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo examinaremos o *modelo de produção com trabalho apenas* proposto por Pasinetti (1993). Como advoga seu autor (1981, p. 19), trata-se de um modelo simples, mas que não sacrifica aspectos importantes da realidade econômica.

Ao contrário da teoria marginalista, baseada na escassez, o modelo de Pasinetti é fundamentado na produção, e é apropriado para dar conta dos problemas econômicos que emergiram com a Revolução Industrial porque se concentra no problema da produção, além de ser dominado por um princípio central que é representado pelo processo de aprendizado dos seres humanos, que se manifesta nas melhorias técnicas e na evolução das preferências do consumidor. O caso mais simples é justamente o *modelo de produção com trabalho apenas*, que será examinado nesse capítulo, que, de acordo com Scazzieri (1996, p. 123):

> "The consideration of structural dynamics on the basis of such a simple benchmark facilitates the identification of a number of 'natural' features and relationships, i.e. of properties that emerge within an economic system that is undergoing structural change and are not significantly dependent on any specific set of historical and institutional conditions."

Pasinetti (2001, p. 387) responde às objeções feitas a esse modelo argumentando que desenvolveu anteriormente um modelo em termos de trabalho e capital (Pasinetti, 1981) e que o conceito de *setores verticalmente integrados* (Pasinetti, 1973 e 1988) permite que o modelo seja amplamente generalizado. Além disso, a "teoria pura" seria apenas o primeiro estágio de análise do que seria a economia keynesiana da Escola de Cambridge, que deve ser complementada em um segundo estágio pela "análise institucional" (Pasinetti, 2005, p. 845-846).

Na seção 2, "Modelo original", serão reproduzidos os principais resultados alcançados por Pasinetti (1993): preços de mercadorias dados pela quantidade de trabalho incorporado na sua produção; emergência do princípio da demanda efetiva, independente do número de setores considerados; e a impossibilidade de manutenção das condições de pleno emprego quando considerado o caso de crescimento não proporcional, ou seja, quando as taxas de variação dos coeficientes de demanda e técnicos forem diferentes entre si e para cada setor.

Na seção 3, “Modelo dualista”, propomos um *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, composto por setores modernos e por setores de subsistência. Como a entrada de trabalhadores nos setores de subsistência é livre, em geral vai haver nos setores de subsistência um múltiplo dos trabalhadores que seriam necessários caso a entrada de trabalhadores não fosse livre, ou seja, se tais setores fossem modernos.

Estamos admitindo que os setores modernos estejam explorando a força de trabalho na intensidade máxima socialmente aceitável (ou, colocando em outros termos, usando a força de trabalho que é socialmente necessária), portanto tal múltiplo de trabalhadores necessários para os setores modernos é suposto sempre unitário. No caso dos setores de subsistência, como argumentado, isso não ocorre, pois existem mais trabalhadores do que seriam necessários (a força de trabalho está sendo explorada numa proporção menor do que aquela que seria socialmente aceitável).

2. MODELO ORIGINAL

Examinaremos o *modelo de produção com trabalho apenas* proposto por Pasinetti (1993), no qual ele considera um sistema econômico fechado, inicialmente num determinado ponto no tempo e, posteriormente, as mudanças que esse sistema sofre ao longo do tempo. Consideramos uma sociedade cujos indivíduos fazem basicamente duas atividades: produção e consumo. No início do período de tempo em consideração, as atividades produtividades produtivas são programadas da melhor maneira tecnicamente conhecida e, ao final desse período de tempo, todos os bens são produzidos e consumidos[16]. O conhecimento técnico é suposto avançado o suficiente de maneira que o processo produtivo requeira divisão de trabalho e grande especialização. Portanto, cada indivíduo consome uma pequena parte das mercadorias que produz, obtendo todas as demais através do mercado. Isso significa que produção e consumo são bastante diversificados: o sistema

[16] Não estamos considerando, nessa dissertação, a existência de bens de capital e nem de bens que duram mais que um período de tempo.

econômico produz tantos tipos de mercadorias quanto for preciso para satisfazer as necessidades e preferências de cada membro dessa sociedade.

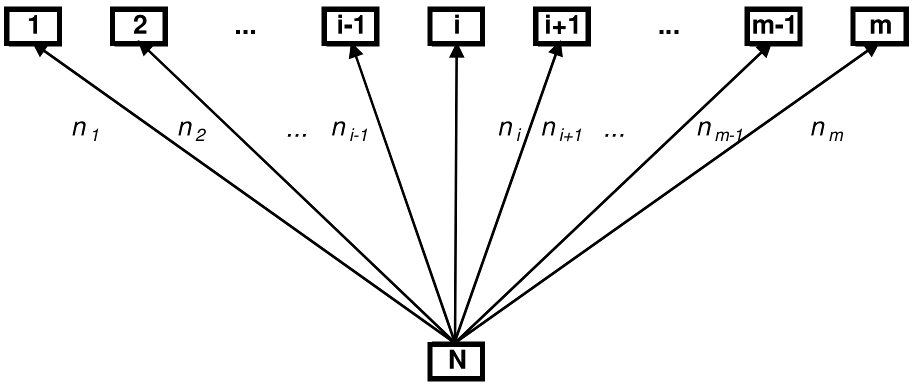
Nesse modelo apenas mercadorias finais são consideradas. Todos os processos produtivos são considerados verticalmente integrados, no sentido de que todos os insumos são reduzidos a insumos de trabalho. É importante notar que esse procedimento não representa nenhuma perda de generalidade, uma vez que é sempre possível, quando necessário, reintroduzir os estágios e mercadorias intermediários por meio de uma transformação algébrica linear[17].

A. Versão estática

Estamos supondo a existência de $m+1$ setores, sendo m *setores verticalmente integrados* (representando as mercadorias finais que são produzidas nessa economia) e o $m+1$-ésimo setor, que é o setor das famílias. As famílias fornecem trabalho para esses setores que produzem as mercadorias que elas desejam consumir, de forma que a soma das parcelas da força de trabalho empregadas em cada setor (n_i, $i=1,2,\ldots,m$) é igual à força de trabalho empregada (N). O Diagrama III-1 ilustra esse fato:

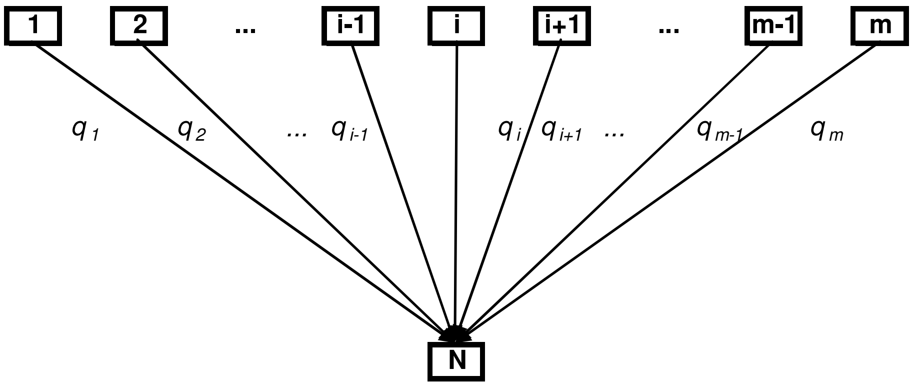
[17] A noção de setores verticalmente integrados foi discutida anteriormente no Capítulo II, Seção 3, Subseção C, "Pasinetti e a noção de integração vertical na análise econômica", pp. 38 e seguintes. A esse respeito, vide Pasinetti (1973, 1988).

Diagrama III-1: Relação física mão-de-obra versus setores econômicos



Do ponto de vista físico, a produção de cada mercadoria (Q_i, $i = 1,2,\ldots,m$) é identicamente igual à quantidade de mercadorias destinada ao setor das famílias (q_i, $i = 1,2,\ldots,m$). Vide o Diagrama III-2:

Diagrama III-2: Relação física mercadorias versus famílias



O sistema de quantidades físicas, portanto, pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{cases} Q_i - q_i = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ N - \sum_{i=1}^{m} n_i = 0 \end{cases} \tag{III.2.A.1}$$

Podemos reescrever o sistema de quantidades físicas na forma de coeficientes, como:

$$\begin{cases} Q_i - c_i N = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ N - \sum_{i=1}^{m} l_i Q_i = 0 \end{cases} \tag{III.2.A.2}$$

Sendo:

$c_i \equiv \dfrac{q_i}{N}$: coeficiente de demanda do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$);

$l_i \equiv \dfrac{n_i}{Q_i}$: coeficiente técnico relativo ao setor i ($i = 1,2,\ldots,m$).

$c_i, l_i \geq 0$, $i = 1,2,\ldots,m$

O coeficiente de demanda representa a quantidade de cada mercadoria que uma família, individualmente, consome. O coeficiente técnico, por sua vez, representa a quantidade de trabalho de cada família que é necessária para produzir uma unidade da mercadoria de um determinado setor.

Colocando esse sistema na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -c_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -c_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -c_m \\ -l_1 & -l_2 & \cdots & -l_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.2.A.3}$$

Que pode ser escrito de forma mais compacta como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{c} \\ -\mathbf{l}' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.2.A.4}$$

Sendo:

$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$: matriz-identidade $m x m$;

$\mathbf{c} = \begin{bmatrix} c_1 \\ c_2 \\ \vdots \\ c_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ dos coeficientes de demanda;

$$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_m \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos coeficientes técnicos;

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ das quantidades produzidas;

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ nulo.

Como o sistema é homogêneo e linear, a solução não trivial requer que a matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{c} \\ -\mathbf{l}' & 1 \end{bmatrix}$ seja singular, logo:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{c} \\ -\mathbf{l}' & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(III.2.A.5)}$$

Calculando-se o determinante, chega-se à seguinte condição:

$$\sum_{i=1}^{m} c_i l_i = 1 \qquad \text{(III.2.A.6)}$$

Do ponto de vista matemático, essa condição é uma condição necessária para que a resolução do sistema acima tenha uma solução não trivial. No entanto, isso não significa que o não cumprimento dessa condição não tenha sentido econômico. Cada parcela $c_i l_i$, $i = 1,2,\ldots,m$, indica a proporção do trabalho total que é empregada em cada setor, portanto a expressão acima é a condição para pleno emprego da mão-de-obra ($\sum_{i=1}^{m} n_i = N$), denominada condição da demanda efetiva. Como as quantidades físicas podem ser determinadas independentemente dessa condição, é perfeitamente possível haver uma situação de desemprego ($\sum_{i=1}^{m} n_i < N$), que ocorre quando $\sum_{i=1}^{m} c_i l_i < 1$. Finalmente, a terceira possibilidade é que a oferta de mão-de-obra não seja suficiente ($\sum_{i=1}^{m} n_i > N$), que pode ser representada, em termos relativos, quando $\sum_{i=1}^{m} c_i l_i > 1$.

Resolvendo o sistema das quantidades físicas, chega-se à seguinte solução:

$$Q_i = c_i \overline{N},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.A.7)}$$

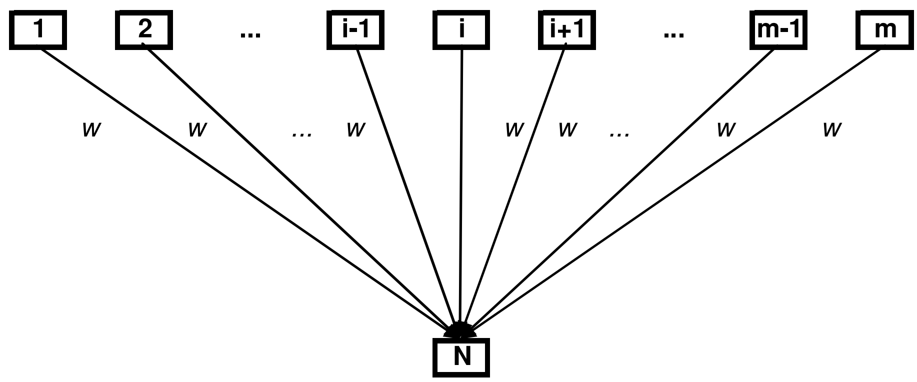
Sendo:

$\overline{N}$: quantidade total de trabalhadores disponível (fixa na unidade de tempo).

Observa-se que não há qualquer problema com a determinação das quantidades físicas, uma vez que os coeficientes de demanda (c_i, $i = 1,2,\ldots,m$) e a quantidade de trabalhadores disponíveis ($\overline{N}$) são exógenos ao modelo.

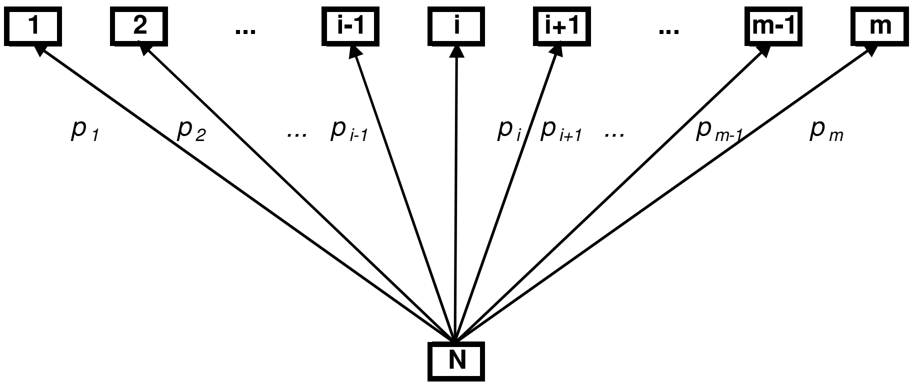
Após considerarmos os fluxos de mercadorias do ponto de vista físico, devemos considerá-lo também do ponto de vista monetário. As famílias fornecem mão-de-obra a cada um dos setores da economia (n_i, $i = 1,2,\ldots,m$), recebendo em troca uma taxa de salário (w), como mostra o Diagrama III-3:

Diagrama III-3: Relação monetária mão-de-obra versus setores econômicos



Por outro lado, o Diagrama III-4 indica que cada mercadoria (Q_i, $i = 1,2,\ldots,m$) é adquirida pelas famílias por seu respectivo preço (p_i, $i = 1,2,\ldots,m$):

Diagrama III-4: relação monetária mercadorias versus famílias



No sistema de quantidades monetárias, a preços correntes, a produção de cada mercadoria deve ser igual ao total de mão-de-obra empregada nesse setor multiplicada pela taxa de salário. Além disso, a soma da produção (a preços correntes) de todas as mercadorias deve ser igual aos salários distribuídos às famílias. O sistema de quantidades monetárias, portanto, pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{cases} Q_i p_i - n_i w = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ Nw - \sum_{i=1}^{m} q_i p_i = 0 \end{cases} \tag{III.2.A.8}$$

Também podemos reescrever o sistema de quantidades monetárias na forma de coeficientes:

$$\begin{cases} p_i - l_i w = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ w - \sum_{i=1}^{m} c_i p_i = 0 \end{cases} \tag{III.2.A.9}$$

Colocando esse sistema na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -l_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -l_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -l_m \\ -c_1 & -c_2 & \cdots & -c_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.2.A.10}$$

Que pode ser escrito de forma mais compacta como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{l} \\ -\mathbf{c}' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.2.A.11}$$

Sendo:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos preços.

De forma análoga ao que foi feito para resolução do sistema de quantidades físicas, o sistema de preços é homogêneo e linear, portanto a solução não trivial requer que a matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{l} \\ -\mathbf{c}' & 1 \end{bmatrix}$ seja singular. Assim:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{l} \\ -\mathbf{c}' & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(III.2.A.12)}$$

Calculando-se o determinante, temos:

$$\sum_{i=1}^{m} c_i l_i = 1 \qquad \text{(III.2.A.13)}$$

Assim, chega-se novamente à mesma condição de demanda efetiva que havia sido obtida anteriormente. Nesse caso, essa condição representa o pleno emprego da renda nacional, ou seja, $Nw = \sum_{i=1}^{m} q_i p_i$. Da mesma maneira que fizemos anteriormente, quando temos $\sum_{i=1}^{m} c_i l_i < 1$, a renda nacional não está totalmente empregada ($Nw < \sum_{i=1}^{m} q_i p_i$), e quando temos $\sum_{i=1}^{m} c_i l_i > 1$, significa que a economia está tendendo a utilizar mais do que a renda nacional disponível ($Nw > \sum_{i=1}^{m} q_i p_i$), o que geraria inflação.

Resolvendo o sistema de quantidades monetárias, chegamos à solução:

$$p_i = l_i \overline{w}\,,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.A.14)}$$

Sendo:

$\overline{w}$: taxa de salário (fixa na unidade de tempo, por conveniência $\overline{w} = 1$).

Esse resultado é perfeitamente compatível com a teoria do valor trabalho, uma vez que as quantidades relativas de trabalho incorporado em cada mercadoria regulam os preços relativos dessas mercadorias.

Observa-se, no entanto, que existe um grau de liberdade na determinação dos preços das mercadorias: os coeficientes técnicos são exógenos ao modelo, mas a taxa de salário é endógena porque é determinada pelas quantidades de mercadorias adquiridas e pelos seus respectivos preços. Portanto, a escolha da taxa de salário como numerário é arbitrária porque poderia ser escolhido o preço de uma mercadoria h qualquer ($\overline{p}_h$ fixa na unidade de tempo, por conveniência $\overline{p}_h = 1$) ou o preço de uma cesta de mercadorias ($\sum_{i=1}^{m} \gamma_i p_i$ - sendo γ_i a quantidade da mercadoria i, $i = 1,2,\ldots,m$, na cesta de mercadorias - fixa na unidade de tempo, por conveniência $\sum_{i=1}^{m} \gamma_i p_i = 1$) como numerário.

B. Versão dinâmica

Vamos considerar o que acontece com o *modelo de produção com trabalho apenas* com o correr do tempo. Mantendo todas as demais hipóteses da nossa análise, vamos supor inicialmente que a população varie a uma taxa percentual g constante ao longo do tempo, ou seja:

$$N(t) = N(0)e^{gt} \tag{III.2.B.1}$$

O que pode ser escrito da seguinte maneira:

$$g \equiv \frac{\dot{N}}{N} \tag{III.2.B.2}$$

Como $Q_i(t) = c_i(t)N(t)$, isso implica que $\dot{Q}_i = c_i\dot{N}$. Mas $\dot{N} = gN$, então:

$$\dot{Q}_i = gc_iN \text{ , } i = 1,2,\ldots,m \tag{III.2.B.3}$$

Ou seja, a quantidade produzida de cada mercadoria deverá crescer à mesma taxa que cresce a população. É importante frisar que o simples aumento ou decréscimo da população não afetará a condição de demanda efetiva a que chegamos anteriormente que, como foi visto, depende dos coeficientes de demanda e técnicos. A economia, portanto, crescerá à mesma taxa do crescimento populacional sem apresentar qualquer mudança estrutural.

Vamos considerar agora as variações nos coeficientes de demanda (r_i, $i = 1,2,\ldots,m$), que são determinadas no modelo através da seguinte expressão (Pasinetti, 1981, p. 82):

$$r_i(t) = f_i\left\{l_1,\ldots,l_m,\frac{d}{dt}[l_1,\ldots,l_m]\right\},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.4)}$$

Na verdade, o que está por trás da determinação dessas taxas de variação da demanda é a Lei de Engel. A demanda pelas mercadorias é diferente para cada consumidor dependendo do nível de renda em que ele se encontra. Inicialmente é de se supor que o consumo se concentre em bens de primeira necessidade, como alimentos, e, à medida que tais necessidades são satisfeitas, a demanda por esses bens de primeira necessidade atinge um ponto de saturação e aumenta a demanda por outros bens e novos bens podem fazer parte da cesta de consumo dessas famílias. Portanto, a um dado nível de renda, a proporção da renda gasta por cada consumidor em qualquer mercadoria específica pode ser diferente de uma mercadoria para outra; uma variação na renda afeta diferentemente o consumo de cada mercadoria por uma determinada família, inclusive fazendo com que o consumo dessa mercadoria não se altere (caso em que a demanda se encontra saturada) ou mesmo diminua (caso de bens inferiores, cujo consumo é substituído pelo de outros bens).

Todavia, como simplificação, será feita a suposição de que o coeficiente de demanda também varia a uma taxa percentual r_i constante ao longo do tempo, mas, em geral, diferente para cada mercadoria ($r_i \neq r_j$, $i, j = 1,2,\ldots,m$, $\forall i \neq j$). A trajetória temporal desses coeficientes, então, é a seguinte:

$$c_i(t) = c_i(0)e^{r_i t},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.5)}$$

Ou seja:

$$r_i \equiv \frac{\dot{c}_i}{c_i},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.6)}$$

Como $Q_i(t) = c_i(t)N(t)$, isso implica que $\dot{Q}_i = \dot{c}_i N + c_i \dot{N}$. Mas $\dot{c}_i = r_i c_i$ e $\dot{N} = gN$, então: $\dot{Q}_i = gc_i N + r_i c_i N$. Logo:

$$\dot{Q}_i = (g + r_i)c_i N,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.7)}$$

Ou seja, a quantidade produzida de cada mercadoria deverá crescer à soma das taxas de crescimento da população e do crescimento da demanda *per capita* de cada mercadoria em particular.

Vamos admitir a existência de progresso técnico na economia, ou seja, que o coeficiente técnico se altere ao longo do tempo a taxas percentuais constantes ρ_i, mas em geral diferentes para cada mercadoria ($\rho_i \neq \rho_j$, $i, j = 1,2,\ldots,m$, $\forall i \neq j$):

$$l_i(t) = l_i(0)e^{-\rho_i t},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.8)}$$

Ou seja:

$$\rho_i \equiv -\frac{\dot{l}_i}{l_i},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.9)}$$

Como $p_i(t) = l_i(t)w(t)$, se adotarmos a taxa de salário como numerário (ou seja, $w = \overline{w}$), teremos $\dot{p}_i = \dot{l}_i$. Portanto:

$$\dot{p}_i = -\rho_i l_i,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.10)}$$

Ou seja, os preços de cada mercadoria deverão variar à mesma taxa que o respectivo coeficiente técnico do setor que a produz.

Como a taxa de salário é determinada pela cesta de mercadorias que estas famílias irão adquirir, ela também sofrerá alterações ao longo do tempo (cuja taxa percentual de mudança denominaremos σ_w) de acordo com as variações de preço de cada mercadoria (determinadas pela variação dos respectivos coeficientes técnicos) e pelo o peso de cada uma dessas mercadorias na cesta das famílias (representado pelos coeficientes de demanda por cada mercadoria). Portanto:

$$w(t) = w(0)e^{\sigma_w t} \qquad \text{(III.2.B.11)}$$

Isso significa que, ao adotarmos a taxa de salário como numerário estamos fazendo, na verdade, duas suposições:

$$\begin{aligned} w(0) &= 1 \\ \sigma_w &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(III.2.B.12)}$$

Como:

$$p_i(t) = l_i(0)e^{-\rho_i t}w(0)e^{\sigma_w t},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.13)}$$

Isso significa que σ_i, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i, será igual a:

$$\sigma_i = \sigma_w - \rho_i, \; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.14)}$$

A taxa de inflação σ é igual à soma da taxa de variação percentual do preço das mercadorias produzidas na economia ($\sigma_i, i = 1,2,\ldots,m$) ponderadas pelas respectivas participações no produto total ($c_i l_i$, $i = 1,2,\ldots,m$):

$$\sigma = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i c_i l_i \qquad \text{(III.2.B.15)}$$

Após uma simples manipulação algébrica, expressamos a taxa de inflação como:

$$\sigma = \sigma_w - \sum_{i=1}^{m} \rho_i c_i l_i \qquad \text{(III.2.B.16)}$$

Definindo:

$\rho^* \equiv \sum_{i=1}^{m} \rho_i c_i l_i$: taxa "padrão" de crescimento da produtividade (Pasinetti, 1993, p. 69), isto é, a soma das taxas de variação do coeficiente técnico de cada mercadoria produzida na economia ($\rho_i, i = 1,2,\ldots,m$) ponderada pelas respectivas participações no produto total ($c_i l_i$, $i = 1,2,\ldots,m$).

A taxa de inflação pode ser reescrita como:

$$\sigma = \sigma_w - \rho^* \qquad \text{(III.2.B.17)}$$

Portanto, a taxa de inflação, quando a taxa de salário for escolhida como numerário ($w(0) = 1$ e $\sigma_w = 0$), será igual ao negativo da taxa "padrão" de crescimento da produtividade:

$$\sigma = -\rho^* \qquad \text{(III.2.B.18)}$$

De maneira análoga, se fosse escolhida uma mercadoria h qualquer como numerário, teríamos:

$$\begin{aligned} p_h(0) &= 1 \\ \sigma_h &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(III.2.B.19)}$$

Sendo:

σ_h: taxa de variação percentual do preço da mercadoria h.

A taxa de variação percentual do preço da mercadoria i seria igual a:

$$\sigma_i = \sigma_h - \rho_i \,,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.2.B.20)}$$

E a taxa de inflação seria:

$$\sigma = \sigma_h - \rho^* \qquad \text{(III.2.B.21)}$$

Portanto, a taxa de inflação, quando uma mercadoria h for escolhida como numerário ($p_h(0) = 1$ e $\sigma_h = 0$), seria novamente igual ao negativo da taxa "padrão" de crescimento da produtividade.

Independente da escolha do numerário recair sobre a taxa de salário ou sobre uma mercadoria h qualquer teremos sempre inflação originada das diferentes taxas de variação dos coeficientes técnicos das mercadorias produzidas na economia. Para termos estabilidade de preços ($\sigma = 0$) é encontrarmos uma mercadoria ou cesta de mercadorias cuja taxa de variação do coeficiente técnico seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade:

$$\sigma_h = \rho^* \qquad \text{(III.2.B.22)}$$

Essa mercadoria é justamente aquela que Pasinetti (1993, p. 70) chama de mercadoria-padrão dinâmica (h^*). Chamando de γ_i^* a quantidade da mercadoria i, $i = 1,2,\ldots,m$, na cesta de mercadorias que compõe a mercadoria-padrão dinâmica, podemos tomar o preço dessa mercadoria como numerário:

$$p_{h^*}(t) = \sum_{i=1}^{m} \gamma_i^* p_i(t) = 1 \qquad \text{(III.2.B.23)}$$

Por construção, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria-padrão dinâmica é:

$$\sigma_{h^*} = 0 \qquad \text{(III.2.B.24)}$$

Observe que a taxa de progresso técnico ρ_i é suposta constante ao longo do tempo, mas o coeficiente de demanda c_i e o coeficiente técnico l_i variam a taxas r_i e ρ_i, respectivamente. Portanto a cesta de mercadorias que compõe a mercadoria-padrão dinâmica deve ser recalculada a cada novo período de tempo. Pasinetti (1993, p. 71), contudo, argumenta que isso não é necessário, basta que a taxa de salário seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{w}^*(0)$, e que a taxa de variação percentual da taxa de salário σ_w seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade ρ^*:

$$\begin{aligned} w(0) &= \overline{w}^*(0) \\ \sigma_w &= \rho^* \end{aligned} \tag{III.2.B.25}$$

Analisaremos agora a versão dinâmica da condição de demanda efetiva, que é a seguinte:

$$\sum_{i=1}^{m} c_i(t) l_i(t) = 1 \tag{III.2.B.26}$$

Lembrando que $\dot{c}_i = r_i c_i$ e $\dot{l}_i = -\rho_i l_i$, podemos reescrever tal condição como:

$$\sum_{i=1}^{m} (r_i - \rho_i) c_i l_i = 1 \tag{III.2.B.27}$$

A proporção de mão-de-obra em cada setor em particular aumentará se a taxa de crescimento do coeficiente de demanda pelas mercadorias produzidas por este setor for maior do que a taxa de crescimento do coeficiente técnico desse mesmo setor ($r_i > \rho_i$); diminuirá se a sua a taxa de crescimento do coeficiente de demanda for menor do que a sua a taxa de crescimento do coeficiente técnico ($r_i < \rho_i$); e permanecerá a mesma se tais taxas de crescimento forem iguais ($r_i = \rho_i$). Portanto, somente não haverá mudança estrutural nessa economia se o crescimento do coeficiente de demanda de uma mercadoria for compensado pelo aumento da produtividade (representado pela redução do coeficiente técnico) da mesma mercadoria em todos os setores ($r_i = \rho_i$, $\forall i(i = 1,2,\ldots,m)$), uma situação bastante improvável de acontecer.

Para estudar como se comporta o nível de emprego da economia como um todo, podemos ordená-los em dois grupos, no primeiro grupo colocamos os h setores com aumento da utilização de mão-de-obra e, no segundo, os $m-h$ setores em que há diminuição ou manutenção da utilização de mão-de-obra. A manutenção do nível de emprego somente ocorrerá se os empregos gerados pelo primeiro grupo forem compensados pelo segundo ($\sum_{i=1}^{h}(r_i - \rho_i)c_i l_i + \sum_{j=h+1}^{m}(r_j - \rho_j)c_j l_j = 0$), o nível de emprego aumentará se o primeiro grupo for mais bem sucedido em gerar empregos do que o segundo grupo em reduzi-los ($\sum_{i=1}^{h}(r_i-\rho_i)c_i l_i+\sum_{j=h+1}^{m}(r_j-\rho_j)c_j l_j>0$) e o nível de emprego diminuirá caso o contrário ocorra ($\sum_{i=1}^{h}(r_i-\rho_i)c_i l_i+\sum_{j=h+1}^{m}(r_j-\rho_j)c_j l_j<0$). É importante notar que, se o nível de emprego for mantido de um determinado período para outro, isso certamente não ocorrerá novamente no período seguinte devido às diferentes coeficientes de demanda e técnicos e respectivas taxas de variação desses coeficientes em cada setor.

3. MODELO DUALISTA

Lewis (1954) distingue os setores capitalistas e tradicionais pela presença ou ausência de capital, respectivamente, mas toda uma literatura a respeito do dualismo econômico se desenvolveu considerando outros cortes. Um dos cortes mais comuns foi identificar setor capitalista e tradicional com indústria e agricultura, como faz, com certa cautela, Jorgenson (1961, p. 311):

> "Very briefly, the situation envisaged in the theory of a dual economy is this: The economic system may be divided into two sectors – the advanced or modern sectors, which we will call, somewhat inaccurately, the manufacturing sector, and the backward or traditional sector, which may be suggestively denoted agriculture."

Ou ainda, com menos cuidado, Ranis e Fei (1961, p. 533-534):

> "In his celebrated articles Lewis presents a two-sector model and investigates the expansion of the capitalistic or industrial sector as it is nourished by supplies of cheap labor from the subsistence or agricultural sector. Development consists of the re-allocation of surplus agricultural workers, whose contribution to output may have been zero or negligible, to industry where they become productive members of the labor force at a wage equal (or tied to) the institutional wage in agriculture."

Também foi comum a utilização do modelo de Lewis para estudar o problema da migração, mas identificando setor capitalista e tradicional com setor urbano e rural, como faz Todaro (1969, p. 139):

> "It is a well-known fact of economic history that material progress usually has been associated with the gradual but continuous transfer of economic agents from rural based traditional agriculture to rural oriented urban industry. It is not surprising, therefore, to find the literature of economic development stressing the importance of similar structural changes in contemporary less developed nations. In particular, with respect to the

occupational distribution of the indigenous labor force, economic development is often defined in terms of the transfer of workers from agricultural to industrial activities."

Muitas das críticas a Lewis partiram da concepção equivocada divulgada por esses e outros autores sobre a dualidade do sistema econômico.

Como usaremos o *modelo de produção com trabalho apenas*, não podemos fazer a distinção entre os setores modernos e de subsistência pela ausência ou presença de capital. Ao invés disso, a distinção pode ser feita pela presença de mão-de-obra qualificada que, como Lewis (1954, p. 145) destaca, é considerado um recurso escasso (ainda que seja um gargalo temporário, pois, com a presença de capital, os capitalistas poderiam demandar de seus governos treinamento para qualificar a mão-de-obra necessária):

> "There may at any time be a shortage of skilled workers of any grade-ranging from masons, electricians or welders to engineers, biologists or administrators. Skilled labour may be the bottleneck in expansion, just like capital or land. Skilled labour, however, is only what Marshall might have called a 'quasi-bottleneck', if he had not had so nice a sense of elegant language. For it is only a very temporary bottleneck, in the sense that if the capital is available for development, the capitalists or their government will soon provide the facilities for training more skilled people. The real bottlenecks to expansion are therefore capital and natural resources, and we can proceed on the assumption that so long as these are available the necessary skills will be provided as well, though perhaps with some time lag."

Isso significa que trabalhadores mais qualificados, se desempregados pelos setores modernos, podem encontrar ocupação nos setores de subsistência e, caso os setores modernos se expandam, eles teriam mais chances de obter um emprego nos setores modernos do que os não qualificados. A qualificação teria ainda o papel de aumentar a produtividade do trabalho, que poderia ser atribuída também ao capital se considerarmos um modelo de produção que envolva bens de capital.

Lewis destaca o papel da acumulação de capital no desenvolvimento econômico, dando pouca atenção ao progresso técnico, assim como fizeram os clássicos e boa parte das teorias econômicas desenvolvidas durante décadas. Contudo, ao adotarmos um *modelo de produção com trabalho apenas* não discutiremos o papel dos bens de capital em um modelo dualista. Como Pasinetti (1993, p. xiii), faremos uma inversão, atribuindo ao progresso técnico o papel central e deixando a discussão sobre a acumulação de capital para ser feita em outro trabalho. A virtude dessa abordagem será de mostrar que grande parte das conclusões a que Lewis chegou pode ser alcançada considerando-se apenas o papel do progresso técnico no *modelo dualista de produção com trabalho apenas*.

Não empregamos os termos capitalista e tradicional usados por Lewis porque estamos supondo, ao adotar o *modelo de produção com trabalho apenas* de Pasinetti (1993), uma economia razoavelmente avançada, com especialização dos setores produtivos, cesta de consumo das famílias bastante diversificada etc. Portanto, estamos supondo que ambos os setores, modernos e de subsistência, são capitalistas[18], uma hipótese que não poderia parecer plausível no início e em meados do século XX, mas que é bastante razoável no final do século XX e início do século XXI.

Um *modelo dualista de produção com trabalho apenas* assume basicamente as mesmas hipóteses da versão original proposta por Pasinetti (1993). Chamamos essa versão de dualista porque supomos a existência de $m+1$ setores, sendo m *setores verticalmente integrados*, que podem ser tanto modernos quanto de subsistência e o $m+1$-ésimo setor, que é o setor das famílias. Os setores de subsistência se caracterizam pela livre entrada de mão-de-obra, ou seja, aqueles trabalhadores que foram desempregados pelos setores modernos podem encontrar ocupação nos setores de subsistência.

Com relação às mercadorias produzidas nesta economia, não estamos supondo nenhuma diferença entre a mesma mercadoria produzida pelo setor moderno ou de subsistência, ou seja, se denominarmos esses setores de forma conveniente, a mercadoria 1 pode ser produzida tanto pelo setor moderno 1 quanto pelo setor de subsistência 1, e ambas são idênticas; a mercadoria 2 é produzida tanto pelo setor moderno 2 quanto pelo setor de subsistência 2, e ambas são idênticas; e assim por diante, até a mercadoria m. Isso não impede, naturalmente, a existência de determinadas mercadorias que sejam produzidas exclusivamente por setores modernos ou por setores de subsistência.

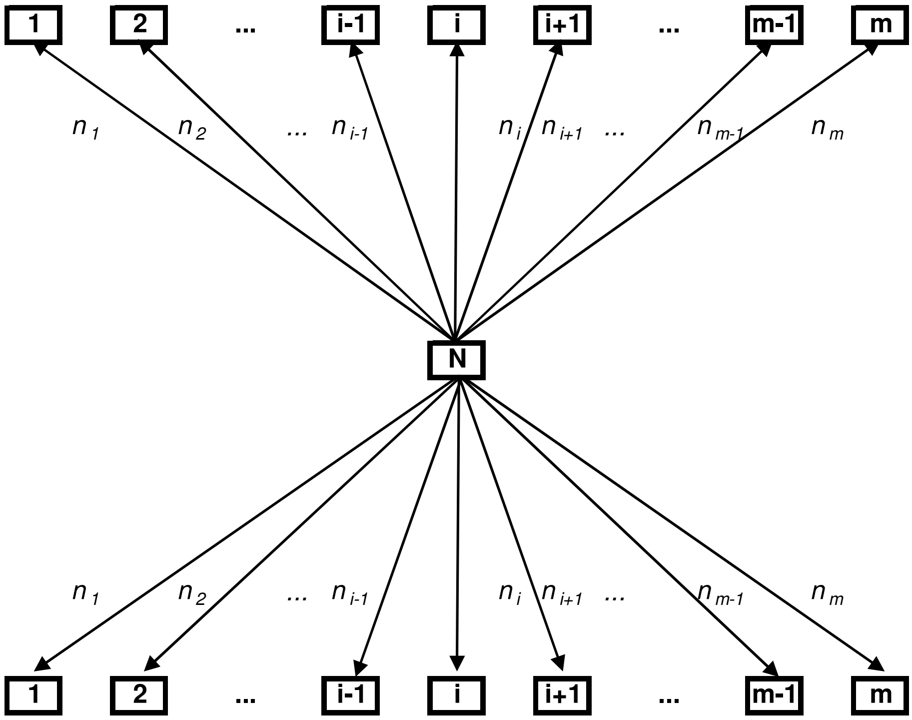
A. Versão estática

De forma análoga àquela feita anteriormente, a produção de cada mercadoria (Q_i, $i=1,2,\ldots,m$) é igual à quantidade de mercadorias destinada ao setor das famílias (N),

[18] Embora não estejamos considerando a presença de capital no *modelo de produção com trabalho apenas*.

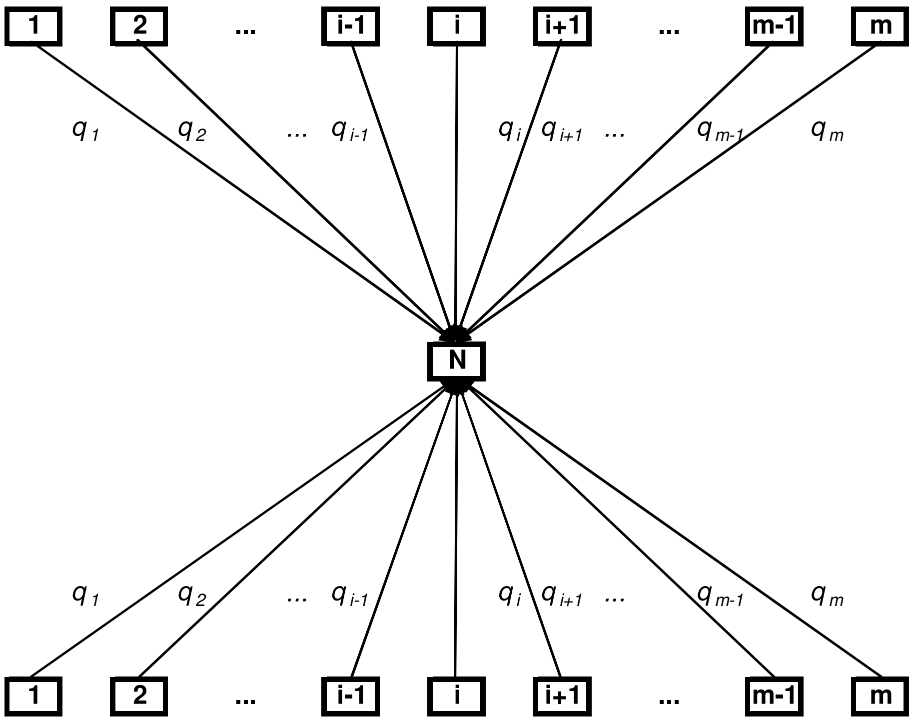
devemos apenas ter o cuidado adicional de distinguir aquelas famílias que estão empregadas nos setores modernos (n_i^m, $i = 1,2,\ldots,m$) daquelas empregadas nos setores de subsistência (n_i^s, $i = 1,2,\ldots,m$). O Diagrama III-5 ilustra esse fato:

Diagrama III-5: Relação física mão-de-obra versus setores modernos e de subsistência



Como não existe diferença entre a mesma mercadoria produzida por um setor moderno (q_i^m, $i = 1,2,\ldots,m$) e por um setor de subsistência (q_i^s, $i = 1,2,\ldots,m$), não há necessidade de que mercadorias consumidas dos setores modernos (${}^m q_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) sejam iguais à produção de mercadorias pelas famílias que trabalham nesses setores ($q_i^m \neq {}^m q_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) e nem que mercadorias consumidas pelas famílias que trabalham nos setores de subsistência (${}^s q_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) sejam iguais à produção de mercadorias pelas famílias que trabalham nos setores de subsistência ($q_i^s \neq {}^s q_i$, $i = 1,2,\ldots,m$). Vide o Diagrama III-6:

Diagrama III-6: Relação física setores modernos e de subsistência versus famílias



Em termos algébricos, isso significa que:

$$\begin{cases} Q_i - q_i^m - q_i^s = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ Q_i - {}^m q_i - {}^s q_i = 0 & i = 1,2,\ldots,m \end{cases} \qquad \text{(III.3.A.1)}$$

Como a entrada de trabalhadores nos setores de subsistência é livre, em geral vai haver nos setores de subsistência um múltiplo dos trabalhadores ($\lambda_i,\ i = 1,2,\ldots,m$) que seriam necessários caso a entrada de trabalhadores não fosse livre, ou seja, se tais setores fossem modernos. Essa abordagem, inclusive, é sustentada por Lewis (1954, p. 141):

> "Several writers have drawn attention to the existence of such 'disguised' unemployment in the agricultural sector, demonstrating in each case that the family holding is so small that if some members of the family obtained other employment the remaining members could cultivate the holding just as well (of course they would have to work harder: the arguments includes the proposition that they would be willing to work harder in these circumstances). The phenomenon is not, however, by any means confined to the countryside. Another large sector to which it applies is the whole range of casual jobs – the workers on the docks, the young men who rush forward asking to carry your bag as you appear, the jobbing gardener, and the like. These occupations usually have a multiple of the number they need, each of

them earning very small sums from occasional employment; frequently their number could be halved without reducing output in this sector."

Estamos admitindo, nesse modelo, que os setores modernos estão explorando a força de trabalho na intensidade máxima socialmente aceitável (ou, colocando em outros termos, usando a força de trabalho que é socialmente necessária), portanto tal múltiplo de trabalhadores necessários para os setores modernos é suposto sempre unitário. No caso dos setores de subsistência, como argumentado, isso não ocorre, pois existem mais trabalhadores do que seriam necessários (a força de trabalho está sendo explorada numa proporção menor do que aquela que seria socialmente aceitável). Entretanto deve existir um limite máximo de trabalhadores dada a tecnologia empregada pelo setor de subsistência na produção daquela mercadoria, que chamaremos de $\overline{\lambda_i}$. Feitas essas considerações, podemos admitir que $1 \le \lambda_i \le \overline{\lambda_i}$, $i = 1,2,\ldots,m$.

Além disso, a soma das parcelas da força de trabalho empregadas nos setores modernos ($N^m = \sum_{i=1}^{m} n_i^m$) ou de subsistência ($N^s = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i n_i^s$) é igual ao total da força de trabalho empregada, respectivamente, em cada setor ($N = N^m + N^s$).

Portanto, o sistema de quantidades físicas pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{cases} Q_i - {}^m q_i - {}^s q_i = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ N^m + N^s - \sum_{i=1}^{m} n_i^m - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i n_i^s = 0 \end{cases} \qquad \text{(III.3.A.2)}$$

Devido à livre entrada de mão-de-obra, os setores de subsistência se organizam para produzir de forma diferente daquela empregada pelos setores modernos. Além disso, a qualificação da mão-de-obra dos setores modernos é suposta maior (na média) que a qualificação da mão-de-obra dos setores de subsistência. Estes fatores fazem com que os coeficientes técnicos de ambos os tipos de setores, conforme definido abaixo, sejam, em geral, diferentes:

$l_i^m \equiv \dfrac{n_i^m}{q_i^m}$: coeficiente técnico relativo ao setor moderno i ($i = 1,2,\ldots,m$);

$\dfrac{l_i^s}{\lambda_i} \equiv \dfrac{n_i^s}{q_i^s}$: coeficiente técnico relativo ao setor de subsistência i ($i = 1,2,\ldots,m$).

$$l_i^m, \frac{l_i^s}{\lambda_i} \geq 0, \; i = 1,2,\ldots,m$$

É importante observar que optamos por definir o coeficiente técnico relativo aos setores de subsistência considerando os respectivos múltiplos de trabalhadores necessários, que representam a intensidade com que o trabalho está sendo utilizado nesses setores.

Observe que um acréscimo no número de trabalhadores empregados nos setores modernos implicará aumento da quantidade produzida na mesma proporção desse acréscimo. Contudo, isso não acontecerá necessariamente caso esse aumento no número de trabalhadores se dê nos setores de subsistência. Dependendo do crescimento do múltiplo de trabalhadores, a quantidade produzida nos setores de subsistência pode permanecer inalterada ou até mesmo diminuir com o aumento no número de trabalhadores empregados nesses setores. Esse fenômeno é expresso por Lewis (1954, p. 141) quando afirma que "the marginal productivity of labour is negligible, zero, or even negative".

Colocando em outros termos, estamos admitindo duas possibilidades dos setores de subsistência ampliarem a sua produção, a forma extensiva (empregando mais trabalhadores, ou seja, aumentando n_i^s) e a forma intensiva (fazendo os trabalhadores empregados trabalharem mais, ou seja, aumentando λ_i). Há uma similaridade desse argumento com o empregado por Ricardo (1817 [1982]) quando formulou a teoria diferencial da renda e a lei dos rendimentos decrescentes (com relação à extensão do cultivo da terra).

A versão extensiva da teoria diferencial da renda fundiária estabelece que a origem da renda fundiária decorre dos diferentes graus de fertilidade da terra, que faz com que os proprietários de terras mais férteis tenham um ganho diferencial com relação aos proprietários de terras menos férteis (que estão na margem entre terras cultivadas e não cultivadas). No caso do *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, isso significa que seria necessário um número menor de trabalhadores mais qualificados para produzir a mesma quantidade de mercadorias que seria produzida por um determinado número de trabalhadores menos qualificados.

A versão extensiva da teoria diferencial da renda fundiária é suplementada por uma versão intensiva: qualquer terra cultivada mais fértil que a terra marginal pode também absorver doses adicionais de outros fatores de produção (capital e trabalho) para produzir mais, também com retornos decrescentes, até o ponto no qual o ganho diferencial com relação à terra marginal é reduzido a zero. No caso do *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, isso significa que trabalhadores mais qualificados precisam trabalhar menos intensamente para produzir a mesma quantidade de mercadorias que seria produzida por trabalhadores menos qualificados.

Outro aspecto importante decorrente da existência de múltiplos de trabalhadores necessários é a possibilidade de existir mais de uma técnica de produção (isto é, diferentes l_i^s) no mesmo setor de subsistência. Para vermos isso, basta admitirmos que existam duas técnicas de produção disponíveis para os setores de subsistência, denominadas I e II, sendo que a técnica de produção I é mais eficiente que a técnica II ($l_i^{s(I)} < l_i^{s(II)}$). Para ambas as técnicas coexistirem no mesmo setor de subsistência, basta que elas sejam igualmente competitivas ($\frac{l_i^{s(I)}}{\lambda_i^{(I)}} = \frac{l_i^{s(II)}}{\lambda_i^{(II)}}$). Se admitirmos que apenas trabalhadores mais qualificados tenham condições de aprender a técnica de produção I (mas que não os impede de usar a técnica II) e que os trabalhadores menos qualificados, se desejarem produzir essa mercadoria, terão de se valer da técnica de produção II, a coexistência de técnicas de produção distintas no mesmo setor de subsistência se resume à existência de trabalhadores com condição de aprender as técnicas mais eficientes.

Se o número de trabalhadores mais qualificados for muito grande, os trabalhadores mais qualificados excedentes sempre poderão usar técnicas menos eficientes para produzir ou então produzir outras mercadorias. Se o número de trabalhadores mais qualificados for pequeno, trabalhadores mais qualificados poderão ser atraídos de outros setores de subsistência. Caso não existam trabalhadores mais qualificados disponíveis que dominem a técnica de produção mais eficiente (ou seja, aquela que $l_i^{s(I)} < l_i^{s(II)}$), essa técnica de produção pode se tornar menos competitiva com relação à técnica menos eficiente devido ao maior múltiplo de trabalhadores dessa última (isto é, $\frac{l_i^{s(I)}}{\lambda_i^{(I)}} > \frac{l_i^{s(II)}}{\lambda_i^{(II)}}$).

Como não há necessidade de que mercadorias produzidas pelos setores modernos sejam consumidas pelas famílias que trabalham nos setores modernos e nem que mercadorias produzidas pelos setores de subsistência sejam consumidas pelas famílias que trabalham nos setores de subsistência, será conveniente definirmos a relação entre as quantidades produzidas, tanto pelas famílias dos setores modernos quanto pelas famílias dos setores de subsistência, e as quantidades produzidas (e consumidas) de cada mercadoria:

$\beta_i \equiv \frac{q_i^m}{Q_i}$: proporção entre a quantidade produzida do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$) pelas famílias empregadas nos setores modernos e a quantidade total produzida deste mesmo bem.

$0 \leq \beta_i \leq 1$, $i = 1,2,\ldots,m$

Como as mesmas mercadorias produzidas pelos setores modernos ou pelos setores de subsistência são supostas indistingüíveis, independente da sua origem, vamos supor que as famílias têm uma probabilidade de consumir mercadorias produzidas pelos setores modernos igual à proporção em que elas foram produzidas (β_i), o mesmo valendo para as mercadorias produzidas pelos setores de subsistência.

A diferença entre os coeficientes técnicos deverá causar, graças a preços das mercadorias e taxas de salário diversos, diferentes coeficientes de demanda para as famílias empregadas nos setores modernos e para as famílias empregadas nos setores de subsistência. Os coeficientes de demanda são definidos como:

$c_i^m \equiv \frac{{}^m q_i}{N^m}$: coeficiente de demanda do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$) das famílias empregadas nos setores modernos;

$c_i^s \equiv \frac{{}^s q_i}{N^s}$: coeficiente de demanda do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$) das famílias empregadas nos setores de subsistência.

$c_i^m, c_i^s \geq 0$, $i = 1,2,\ldots,m$

O sistema de quantidades físicas pode ser reescrito na forma de coeficientes como:

$$\begin{cases} Q_i - c_i^m N^m - c_i^s N^s = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ N^m + N^s - \sum_{i=1}^{m} l_i^m \beta_i Q_i - \sum_{i=1}^{m} l_i^s (1 - \beta_i) Q_i = 0 & \end{cases} \tag{III.3.A.3}$$

Ao contrário do que ocorre com o sistema de equações para as quantidades físicas no modelo original de Pasinetti (1993), que é perfeitamente determinado ($m+1$ equações e $m+1$ incógnitas), o sistema de equações acima é indeterminado porque tem $m+1$

equações e $m+2$ incógnitas: N^m, N^s e as quantidades $Q_1, Q_2, \ldots, Q_m$. Em geral, esse grau de liberdade é preenchido fixando-se arbitrariamente uma das incógnitas ou tomando-se uma relação exógena às equações do sistema e, assim, acrescentar mais uma equação.

Fixar arbitrariamente uma das quantidades não faria sentido em um modelo que pretende trabalhar com mudança estrutural porque precisaríamos assumir retornos constantes de escala o que implicaria dizer que, independente do porte, cada um dos *setores verticalmente integrados* desse sistema econômico teria a mesma participação relativa. Nesse caso, vamos admitir que os trabalhadores não possam estar empregados simultaneamente nos setores modernos e de subsistência. Formalmente, isso significa que dividiremos a última equação do sistema em duas, passando a ter tantas equações quanto incógnitas:

$$\begin{cases} Q_i - c_i^m N^m - c_i^s N^s = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ N^m - \sum_{i=1}^{m} l_i^m \beta_i Q_i = 0 \\ N^s - \sum_{i=1}^{m} l_i^s (1-\beta_i) Q_i = 0 \end{cases} \tag{III.3.A.4}$$

Colocando esse sistema na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -c_1^m & -c_1^s \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -c_2^m & -c_2^s \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \ldots & 1 & -c_m^m & -c_m^s \\ -\beta_1 l_1^m & -\beta_2 l_2^m & \cdots & -\beta_m l_m^m & 1 & 0 \\ -(1-\beta_1) l_1^s & -(1-\beta_2) l_2^s & \cdots & -(1-\beta_m) l_m^s & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \\ N^m \\ N^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.3.A.5}$$

Que pode ser escrita de forma mais compacta como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{c^m} & -\mathbf{c^s} \\ -(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l^m})' & 1 & 0 \\ -[(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta})\mathbf{l^s}]' & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ N^m \\ N^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.3.A.6}$$

Sendo:

$$\mathbf{I}=\begin{bmatrix}1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & 1 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & 1\end{bmatrix}$$: matriz-identidade $m\,x\,m$;

$$\mathbf{c^m}=\begin{bmatrix}c_1^m\\ c_2^m\\ \vdots\\ c_m^m\end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos coeficientes de demanda das famílias empregadas nos setores modernos;

$$\mathbf{c^s}=\begin{bmatrix}c_1^s\\ c_2^s\\ \vdots\\ c_m^s\end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos coeficientes de demanda das famílias empregadas nos setores de subsistência;

$$\mathbf{l^m}=\begin{bmatrix}l_1^m\\ l_2^m\\ \vdots\\ l_m^m\end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos coeficientes técnicos relativos aos setores modernos;

$$\mathbf{l^s}=\begin{bmatrix}l_1^s\\ l_2^s\\ \vdots\\ l_m^s\end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos coeficientes técnicos relativos aos setores de subsistência;

$$\boldsymbol{\beta}=\begin{bmatrix}\beta_1 & 0 & \cdots & 0\\ 0 & \beta_2 & \cdots & 0\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ 0 & 0 & \cdots & \beta_m\end{bmatrix}$$: uma matriz-diagonal $m\,x\,m$ das proporções entre a quantidade produzida dos bens de consumo pelas famílias empregadas nos setores modernos e a quantidade total produzida destes mesmos bens;

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ das quantidades produzidas;

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ nulo.

Como o sistema é homogêneo e linear, a solução não trivial requer que a matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{c^m} & -\mathbf{c^s} \\ -(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l^m})' & 1 & 0 \\ -[(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta})\mathbf{l^s}]' & 0 & 1 \end{bmatrix}$ seja singular, ou seja:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{c^m} & -\mathbf{c^s} \\ -(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l^m})' & 1 & 0 \\ -[(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta})\mathbf{l^s}]' & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(III.3.A.7)}$$

Calculando-se o determinante, chega-se à condição da demanda efetiva:

$$\sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) c_i^s l_i^s = 1 \qquad \text{(III.3.A.8)}$$

Cada parcela $\beta_i c_i^m l_i^m$ e $(1-\beta_i)c_i^s l_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$, indica, respectivamente, a proporção do trabalho dos setores modernos e de subsistência que é empregada em cada setor. Portanto a expressão acima é a condição para pleno emprego da mão-de-obra, que pode ser expressa como:

$$\begin{cases} N^m = \sum_{i=1}^{m} n_i^m \\ N^s = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i n_i^s \end{cases} \qquad \text{(III.3.A.9)}$$

Os múltiplos de trabalhadores necessários aparecem explicitamente na expressão do pleno emprego da mão-de-obra, destacando o seu papel estabilizador. Se, em algum momento, os setores modernos precisarem recrutar mais trabalhadores, esses trabalhadores poderão ser recrutados nos setores de subsistência, fazendo os λ_i diminuir. Da mesma forma, se trabalhadores forem dispensados pelos setores modernos eles encontrarão ocupações nos setores de subsistência, fazendo os λ_i aumentar.

Mesmo que certos limites sejam estabelecidos para os múltiplos de trabalhadores, haverá uma diminuição da probabilidade da ocorrência de desemprego nessa economia que, mesmo que ocorra, será em menor proporção do que o que seria esperado no modelo de Pasinetti (1993). Entretanto, no caso contrário, ou seja, quando a demanda por mão-de-obra tende a superar a mão-de-obra disponível, o múltiplo de trabalhadores necessários não exerce influência dada a impossibilidade de assumir valores inferiores à unidade.

A solução para as quantidades físicas é a seguinte:

$$Q_i = c_i^m N^m + c_i^s N^s \text{ , } i = 1,2,\dots,m \qquad \text{(III.3.A.10)}$$

Alternativamente, para destacar que a população total é fixa numa dada unidade de tempo, podemos definir:

$\alpha = \dfrac{N^m}{N}$: proporção entre o tamanho da força de trabalho empregada nos setores modernos e o tamanho da força de trabalho total.

Então, essa solução pode ser expressa como:

$$Q_i = \left[\alpha c_i^m - (1-\alpha) c_i^s\right]\overline{N} \text{ , } i = 1,2,\dots,m \qquad \text{(III.3.A.11)}$$

Sendo:

$\overline{N}$: quantidade total de trabalhadores disponível (fixa na unidade de tempo).

Os coeficientes de demanda das famílias empregadas nos setores modernos (c_i^m, $i = 1,2,\dots,m$) e das famílias empregadas nos setores de subsistência (c_i^s, $i = 1,2,\dots,m$), assim como a quantidade de trabalhadores disponíveis ($\overline{N}$) são exógenos ao modelo, contudo a proporção entre o tamanho da força de trabalho empregada nos setores modernos e o tamanho da força de trabalho total (α) é endógena.

Determinar a proporção α significa determinar o tamanho da força de trabalho empregada nos setores modernos (N^m) já que a quantidade $\overline{N}$ é dada. Lembrando que $N^m = \sum_{i=1}^{m} n_i^m$, o problema se torna quantificar as famílias que estão empregadas em cada setor moderno (n_i^m, $i = 1,2,\dots,m$). Ora, como a parcela $\beta_i c_i^m l_i^m$, $i = 1,2,\dots,m$, indica a proporção do trabalho dos setores modernos que é empregada em cada setor, basta que multipliquemos por $\overline{N}$ para obter n_i^m:

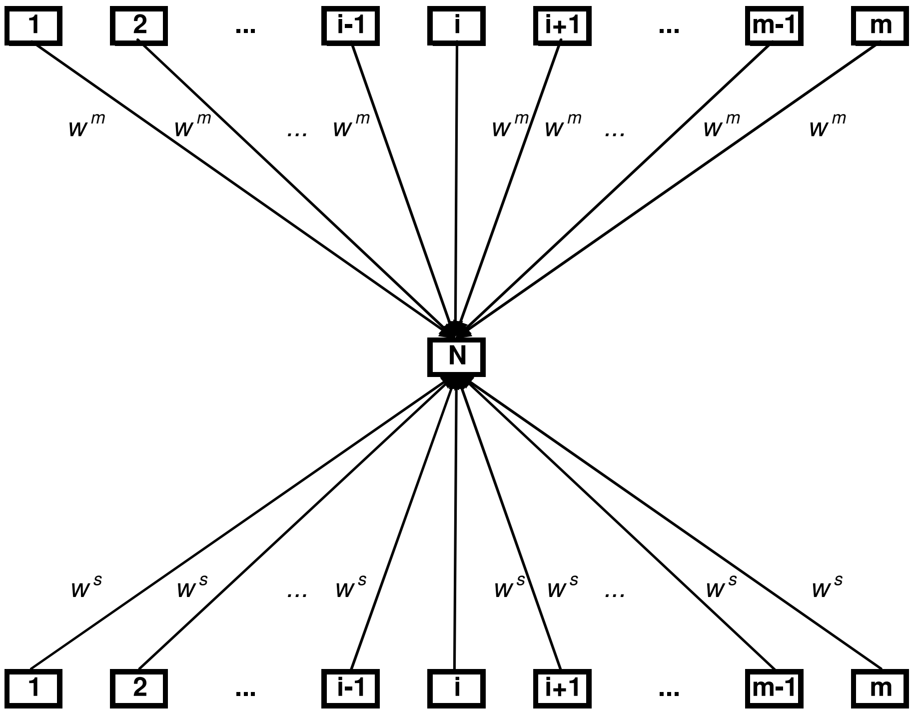
$$n_i^m = \beta_i c_i^m l_i^m \overline{N}, \ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.A.12)}$$

Novamente aparecem os coeficientes de demanda c_i^m e a quantidade $\overline{N}$, além dos coeficientes técnicos relativos ao setor moderno (l_i^m, $i = 1,2,\ldots,m$) que são exógenos ao modelo, contudo as proporções entre as quantidades produzidas de cada bem de consumo pelas famílias empregadas nos setores modernos e a quantidade total produzida destes mesmos bens (β_i, $i = 1,2,\ldots,m$) são endógenas. Esse é o limite que a análise do sistema de quantidades físicas pode nos levar, para determinar as proporções β_i é preciso investigar o sistema de quantidades monetárias, o que faremos agora.

Na versão dualista para o sistema de quantidades monetárias supomos que a taxa de salário dos setores modernos (w^m) é a mesma para todos os setores modernos e que a taxa de salário dos setores de subsistência (w^s) é a mesma para todos os setores de subsistência. Além disso, a taxa de salário dos setores de subsistência é menor que a taxa de salário dos setores modernos ($w^s < w^m$), sob pena de haver migração de trabalhadores dos setores modernos para os setores de subsistência cuja entrada de mão-de-obra é livre.

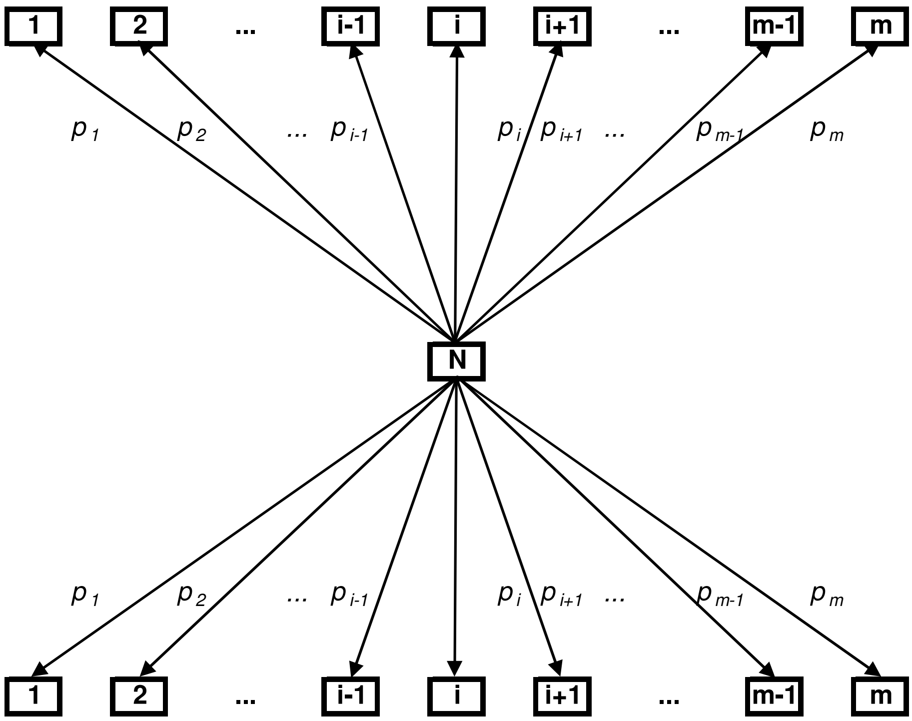
A receita total com a produção de cada mercadoria ($Q_i p_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) deve ser igual ao total de mão-de-obra empregada no setor moderno responsável pela produção dessa mercadoria multiplicada pela taxa de salário dos setores modernos ($n_i^m w^m$, $i = 1,2,\ldots,m$) mais o total de mão-de-obra empregada no setor de subsistência responsável pela produção dessa mercadoria multiplicada pela respectiva taxa de salário ($\lambda_i n_i^s w^s$, $i = 1,2,\ldots,m$), como mostra o Diagrama III-7:

Diagrama III-7: Relação monetária mão-de-obra versus setores modernos e de subsistência



Além disso, a soma da produção (a preços correntes) de todas as mercadorias, produzida pelos setores modernos (${}^{m}q_i p_i,\ i = 1,2,\ldots,m$) ou pelos setores de subsistência (${}^{s}q_i p_i,\ i = 1,2,\ldots,m$), deve ser igual à soma dos salários distribuídos às famílias, tanto dos setores modernos ($N^m w^m$) quanto dos setores de subsistência ($N^s w^s$), conforme mostra o Diagrama III-8:

Diagrama III-8: relação monetária setores modernos e de subsistência versus famílias



O sistema de quantidades monetárias, portanto, pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{cases} Q_i p_i - n_i^m w^m - \lambda_i n_i^s w^s = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ N^m w^m + N^s w^s - \sum_{i=1}^{m} {}^m q_i p_i - \sum_{i=1}^{m} {}^s q_i p_i = 0 \end{cases} \tag{III.3.A.13}$$

Assim como fizemos com o sistema de equações para as quantidades físicas, vamos reescrever o sistema de equações monetárias na forma de coeficientes:

$$\begin{cases} p_i - \beta_i l_i^m w^m - (1-\beta_i) l_i^s w^s = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ \alpha w^m + (1-\alpha) w^s - \sum_{i=1}^{m} \left[\alpha c_i^m + (1-\alpha) c_i^s \right] p_i = 0 \end{cases} \tag{III.3.A.14}$$

Mais uma vez temos um sistema de equações indeterminado (com $m+1$ equações e $m+2$ incógnitas: w^m, w^s e os preços $p_1, p_2, \ldots, p_m$), ao contrário do que ocorre com o sistema de equações para as quantidades monetárias no modelo original de Pasinetti (1993), que é perfeitamente determinado (com $m+1$ equações e $m+1$ incógnitas). Em geral, esse grau de liberdade é preenchido fixando-se arbitrariamente uma das incógnitas ou tomando-se uma relação exógena às equações do sistema, aumentando o número de equações.

Da forma como foi expresso o sistema de quantidades monetárias, a massa salarial dos trabalhadores dos setores modernos não precisa ser igual à soma das cestas de consumo adquiridas pelas famílias dos setores modernos ($w^m = \sum_{i=1}^{m} c_i^m p_i$), o mesmo valendo para os setores de subsistência ($w^s = \sum_{i=1}^{m} c_i^s p_i$). Na verdade, duas outras hipóteses existem: a primeira, de que os trabalhadores dos setores modernos recebem mais do que as cestas que adquirem ($w^m > \sum_{i=1}^{m} c_i^m p_i$); e a segunda, de que eles recebem menos ($w^m < \sum_{i=1}^{m} c_i^m p_i$). Como não existe possibilidade de transferir recursos no tempo em um *modelo de produção com trabalho apenas* (ou seja, não há poupança para o sistema econômico como um todo), quando os trabalhadores dos setores modernos recebem mais do que gastam, os trabalhadores dos setores de subsistência necessariamente recebem menos ($w^s < \sum_{i=1}^{m} c_i^s p_i$); e, quando os trabalhadores dos setores modernos recebem menos do que gastam, os trabalhadores dos setores de subsistência recebem mais ($w^s > \sum_{i=1}^{m} c_i^s p_i$). A diferença do perfil de consumo entre as famílias dos setores modernos e as famílias dos setores de subsistência explicita mais uma possibilidade de poupança e despoupança interpessoal que acrescentamos além daquelas já aventadas por Pasinetti (1993, p. 84):

> "Individuals have natural lives that are longer than their active lives; moreover they normally have families whose components vary in age, requirements, and number, in each particular time period. This means that the time profile of each family's consumption needs will normally differ from the time profile of the same family's incoming income, even when their total sums coincide."

Com isso, concluímos que o tipo de solução adotada para o sistema de quantidades monetárias tem uma implicação importante: estamos admitindo que as diferenças de perfil de consumo das famílias dos setores modernos e dos setores de subsistência são resolvidas internamente pelas famílias dos respectivos setores, ou, pelo menos, que tais diferenças de perfil de consumo se cancelam dentro dos respectivos setores quando considerados no seu conjunto, mesmo que poupanças de famílias do outro setor possam ser usadas (uma hipótese que se tornaria mais razoável à medida que o período de tempo em consideração aumentasse).

Poderíamos chamar as taxas de salário obtidas dessa forma, seguindo Pasinetti (1993), de taxas naturais de salários. Ao adotar essa solução, o sistema de equações para quantidades monetárias seria expresso assim:

$$\begin{cases} p_i - \beta_i l_i^m w^m - (1-\beta_i) l_i^s w^s = 0 \quad i = 1,2,\dots,m \\ w^m - \sum_{i=1}^{m} c_i^m p_i = 0 \\ w^s - \sum_{i=1}^{m} c_i^s p_i = 0 \end{cases} \tag{III.3.A.15}$$

Colocando esse sistema na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -\beta_1 l_1^m & -(1-\beta_1) l_1^s \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -\beta_2 l_2^m & -(1-\beta_2) l_2^s \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & -\beta_m l_m^m & -(1-\beta_m) l_m^s \\ -c_1^m & -c_2^m & \cdots & -c_m^m & 1 & 0 \\ -c_1^s & -c_2^s & \cdots & -c_m^s & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \\ w^m \\ w^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.3.A.16}$$

Que pode ser escrito de forma mais compacta como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l^m}) & -[(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta})\mathbf{l^s}] \\ -\mathbf{c^m}' & 1 & 0 \\ -\mathbf{c^s}' & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ w^m \\ w^s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{III.3.A.17}$$

Sendo:

$$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m x 1$ dos preços.

Como o sistema é homogêneo e linear, a solução não trivial requer que a matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l^m}) & -[(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta})\mathbf{l^s}] \\ -\mathbf{c^m}' & 1 & 0 \\ -\mathbf{c^s}' & 0 & 1 \end{bmatrix}$ seja singular, isto é:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{I} & -(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l^m}) & -[(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta})\mathbf{l^s}] \\ -\mathbf{c^m}' & 1 & 0 \\ -\mathbf{c^s}' & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(III.3.A.18)}$$

Calculando-se o determinante, chega-se novamente à condição da demanda efetiva:

$$\sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) c_i^s l_i^s = 1 \qquad \text{(III.3.A.19)}$$

Como podemos ver, a condição de demanda efetiva é a mesma que a obtida anteriormente para o sistema de quantidades físicas. Só que agora a condição de demanda efetiva expressa em termos monetários requer que as massas salariais recebidas nos setores modernos e de subsistência sejam suficientes para adquirir as respectivas cestas de consumo, ou seja:

$$\begin{cases} N^m w^m = \sum_{i=1}^{m} {}^m q_i p_i \\ N^s w^s = \sum_{i=1}^{m} {}^s q_i p_i \end{cases} \qquad \text{(III.3.A.20)}$$

Da maneira como a equação de quantidades monetárias foi construída, podemos ver que os preços praticados nessa economia são, na verdade, preços médios:

$$p_i = \beta_i l_i^m w^m + (1-\beta_i) l_i^s w^s,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.A.21)}$$

No entanto, sabemos que isso não é uma situação que dure muito tempo, se houver mão-de-obra disponível as empresas que praticam preços menores aumentarão a sua produção para dar conta da demanda. A mercadoria i será fabricada somente pelo i-ésimo setor moderno ($\beta_i = 1$) se esse setor moderno conseguir produzir com custos menores do que o setor de subsistência que produziria essa mercadoria ($l_i^m w^m < \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$), caso contrário ($\frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s < l_i^m w^m$), essa mercadoria será produzida somente pelo i-ésimo setor de subsistência ($\beta_i = 0$). A mercadoria somente será fabricada por ambos os setores ($0 \le \beta_i \le 1$) se os custos forem iguais ($l_i^m w^m = \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$).

Quando os custos dos setores modernos e de subsistência são iguais na fabricação de uma mercadoria ($l_i^m w^m = \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$), não haverá migração de trabalhadores originada por esses setores. Entretanto, nos demais casos, isso ocorrerá. Se setor com menor custo na fabricação de uma mercadoria for um setor moderno ($l_i^m w^m < \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$) ele irá absorver apenas parcialmente os trabalhadores do outro setor responsável pela fabricação da mesma mercadoria, graças justamente à sua maior produtividade. Se setor com menor custo na fabricação de uma mercadoria for um setor de subsistência ($\frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s < l_i^m w^m$), a quantidade de trabalhadores que ele irá absorver irá depender do múltiplo de trabalhadores com relação ao socialmente necessário naquele setor.

Os trabalhadores que não puderem ser aproveitados pelos setores modernos (ou pelos setores de subsistência com múltiplo de trabalhadores muito baixo) migrarão para setores de subsistência. Da mesma forma, se mais trabalhadores forem necessários (pelos setores de subsistência com múltiplo de trabalhadores muito alto), eles se originarão dos setores de subsistência. Fica claro assim o papel dos setores de subsistência como reserva de mão-de-obra.

Como a taxa de salário é a mesma em todos os setores de subsistência, a migração desses trabalhadores, tendo como origem ou destino esses setores, se dará de forma proporcional aos respectivos coeficientes técnicos daqueles setores que estiverem produzindo. Caso trabalhadores migrem para os setores de subsistência, haverá uma diminuição da taxa de salário do setor de subsistência, que irá reduzir os preços das mercadorias fabricadas pelos setores de subsistência e diminuirá o custo da cesta de mercadorias (e, assim, a taxa de salário) para as famílias dos setores modernos e de subsistência. Caso trabalhadores migrem para os setores modernos, haverá um aumento da taxa de salário do setor de subsistência, que irá aumentar os preços das mercadorias fabricadas pelos setores de subsistência e aumentará o custo da cesta de mercadorias (e, assim, a taxa de salário) para as famílias dos setores modernos e de subsistência.

As mudanças de preços das mercadorias e de taxa de salário poderão fazer com que mercadorias que antes eram fabricadas por setores modernos passem a ser fabricadas por setores de subsistência, e vice-versa, gerando novos deslocamentos de trabalhadores e novas mudanças de preços das mercadorias e de taxa de salário. Isso acontece porque o deslocamento de trabalhadores de um determinado setor de subsistência torna o preço da mercadoria por ele fabricada cada vez mais cara, reforçando ainda mais a saída de trabalhadores desse setor, mas esses trabalhadores, caso não sejam absorvidos pelos setores modernos, irão aumentar o múltiplo de trabalhadores necessários dos demais setores de subsistência tornando os preços das mercadorias que fabricam (ou fabricariam) mais baratos, podendo fazer com que algum desses setores de subsistência que não eram capazes de produzir as respectivas mercadorias a custos iguais ou menores do que os respectivos setores modernos agora consigam fazê-lo.

A relação entre as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência tem um papel decisivo na relação entre os setores modernos e de subsistência. Ela deve ser alta o suficiente para atrair mão-de-obra dos setores de subsistência para os setores modernos. Todavia, se ela se torna muito alta os setores modernos se tornam menos competitivos e deixam de produzir determinadas mercadorias que passam a ser produzidas pelos setores de subsistência.

Para Lewis, a relação entre as taxas de salário é definida exogenamente, assim o sistema de equações para quantidades monetárias ficaria sem as duas últimas equações, restando apenas as m equações de determinação dos preços das mercadorias, $p_i = \beta_i l_i^m w^m + (1-\beta_i) l_i^s w^s$, $i = 1,2,\dots,m$. Esse sistema de equações nos oferece um problema, que é a existência de dois graus de liberdade: os coeficientes técnicos, tanto dos setores modernos quanto dos setores de subsistência, são exógenos ao modelo, mas as taxas de salário para os setores modernos e de subsistência devem ser determinadas por outra relação que não as quantidades de mercadorias adquiridas e pelos seus respectivos preços pelas famílias dos setores modernos e de subsistência. Ou seja, temos m equações e $m+2$ incógnitas.

Para fechar o sistema, podemos escolher fixar arbitrariamente o preço de uma mercadoria h qualquer ($\overline{p}_h$ fixa na unidade de tempo, por conveniência $\overline{p}_h = 1$) para preencher um desses graus de liberdade[19]. Como não há razão econômica para fixarmos um preço relativo, somente nos resta escolher entre a taxa de salário dos setores modernos e a taxa de salário dos setores de subsistência. Preencheremos esse último grau de liberdade usando a solução adotada por Lewis (1954, p. 150) ao estabelecer uma relação exógena entre as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência[20]:

> "Earnings in the subsistence sector set a floor to wages in the capitalist sector, but in practice wages have to be higher than this, and there is usually a gap of 30 per cent or more between capitalist wages and subsistence earnings. This gap may be explained in several ways. Part of the difference is illusory, because of the higher cost of living in the capitalist sector. This may be due to the capitalist sector being concentrated in congested towns, so that rents and transport costs are higher. All the same, there is also usually a substantial difference in real wages. This may be required because of the psychological cost of transferring from the easy going way of life of the subsistence sector to the more regimented and urbanised environment of the capitalist sector. Or it may be a recognition of the fact that even the unskilled worker is of more use to the capitalist sector after he has been there for some time than is the raw recruit from the country. Or it may itself represent a difference in conventional standards, workers in the capitalist sector acquiring tastes and a social prestige which have conventionally to be recognised by higher real wages. That this last may be the explanation is suggested by cases where the capitalist workers organise themselves into trade unions and strive to protect or increase their differential. But the differential exists even where there are no unions."

Formalmente, isso pode ser expresso como:

$\omega \equiv \frac{w^m}{w^s}$: relação entre as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência.

$\omega \geq 1$

---

[19] Ao invés de escolhermos o preço de uma mercadoria poderíamos também escolher fixar o preço de uma cesta de mercadorias ($\sum_{i=1}^{m} \gamma_i p_i$ - sendo γ_i a quantidade da mercadoria i, $i = 1,2,\ldots,m$, na cesta de mercadorias - fixa na unidade de tempo, por conveniência $\sum_{i=1}^{m} \gamma_i p_i = 1$) como numerário. Seria mais laborioso, mas teria os mesmos efeitos práticos.

[20] Na verdade, a solução proposta por Lewis equivale a fixar a taxa de salário dos setores de subsistência como numerário (ao nível de subsistência, que convencionaremos como sendo $\overline{w}^s = 1$) e estabelecer uma relação entre essa taxa de salário e a taxa de salário dos setores modernos, portanto, fixar também a taxa de salário dos setores modernos.

Dessa maneira, o sistema de equações para as quantidades monetárias ficaria da seguinte forma:

$$\begin{cases} p_i - \beta_i l_i^m w^m - (1-\beta_i) l_i^s w^s = 0 \quad i = 1,2,\ldots,m \\ \omega = \dfrac{w^m}{w^s} \end{cases} \tag{III.3.A.22}$$

Logo, fatores não contemplados (ao menos explicitamente) no modelo, como custos psicológicos com a mudança no estilo de vida, reconhecimento por trabalho mais qualificado e organização dos trabalhadores (diferenças de custos de vida e de preferências dos trabalhadores e suas famílias são considerados no modelo) explicam a diferença entre as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência.

Para continuar usando as equações $w^m - \sum_{i=1}^{m} c_i^m p_i = 0$ e $w^s - \sum_{i=1}^{m} c_i^s p_i = 0$ (ao invés de usar $\omega = \frac{w^m}{w^s}$ e escolher um numerário) para fechar o sistema de equações para as quantidades monetárias, incorporaremos de forma explícita os custos psicológicos com a mudança no estilo de vida e o reconhecimento por trabalho mais qualificado nos coeficientes de demanda. A organização dos trabalhadores, de fato, está em outro nível de preocupação que é a relação da taxa de salário natural e a taxa de salário real, ou seja, por estar relacionada com o papel das instituições (sindicatos, associações patronais, governo), ela é um dos elementos que ajudam a explicar as variações de curto prazo da taxa de salário.

B. Versão dinâmica

Vamos considerar agora o que acontece com o *modelo dualista de produção com trabalho apenas* com o correr do tempo. Mantendo todas as demais hipóteses da nossa análise, vamos supor novamente que a população varie a uma taxa percentual g constante ao longo do tempo, ou seja:

$$N(t) = N(0)e^{gt} \tag{III.3.B.1}$$

O que pode ser escrito da seguinte maneira:

$$g \equiv \frac{\dot{N}}{N} \tag{III.3.B.2}$$

Como $Q_i(t) = \left[\alpha c_i^m(t) - (1-\alpha)c_i^s(t)\right]N(t)$, isso implica que $\dot{Q}_i = \left[\alpha c_i^m - (1-\alpha)c_i^s\right]\dot{N}$. Mas $\dot{N} = gN$, então:

$$\dot{Q}_i = g\left[\alpha c_i^m - (1-\alpha)c_i^s\right]N\ ,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.3)}$$

Substituindo a proporção entre o tamanho da força de trabalho empregada nos setores modernos e o tamanho da força de trabalho total (α), podemos reescrever a expressão como:

$$\dot{Q}_i = gc_i^m N^m + gc_i^s N^s\ ,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.4)}$$

O simples aumento ou decréscimo da população não afetará a condição de demanda efetiva a que chegamos anteriormente que, como foi visto, depende dos coeficientes de demanda e técnicos dos setores modernos e dos setores de subsistência. A economia, portanto, crescerá à mesma taxa do crescimento populacional sem apresentar qualquer mudança estrutural.

Vamos considerar agora as variações na demanda dos setores modernos (r_i^m, $i = 1,2,\ldots,m$) e dos setores de subsistência (r_i^s, $i = 1,2,\ldots,m$), entretanto, são determinadas no modelo através das seguintes expressões[21]:

$$r_i^m(t) = f_i^m\left\{l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\frac{d}{dt}\left[l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega\right]\right\},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.5)}$$

$$r_i^s(t) = f_i^s\left\{l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\frac{d}{dt}\left[l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega\right]\right\},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.6)}$$

Como discutimos anteriormente, o que está por trás da determinação dessas taxas de variação da demanda é a Lei de Engel, só que agora não estamos considerando apenas os coeficientes técnicos (dos setores modernos e dos setores de subsistência) e suas variações ao longo do tempo, mas também a relação entre as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência, que pretende dar conta de outras variáveis não contempladas no modelo (habilidade dos trabalhadores, seu grau de organização etc.), o que torna essa

---

[21] No caso do *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, a taxa de variação da demanda se comporta como previsto por Pasinetti (1981, p. 82), mas com o acréscimo da relação entre as taxas de salário dos setores modernos e de subsistência que levam em conta fatores como os custos psicológicos com a mudança do estilo de vida, o reconhecimento por trabalho qualificado e a organização dos trabalhadores. Essas funções são diferentes para cada mercadoria tanto para os setores modernos quanto para os setores de subsistência, levando, em geral, a taxas de variação distintas.

relação bem mais complexa. Contudo, para simplificar, vamos admitir que o coeficiente de demanda dos setores modernos e dos setores de subsistência varie, respectivamente, a taxas percentuais r_i^m e r_i^s, constantes ao longo do tempo, mas, em geral, diferentes entre si ($r_i^m \neq r_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$) e para cada mercadoria ($r_i^m \neq r_j^m$ e $r_i^s \neq r_j^s$, $i, j = 1,2,\ldots,m$, $\forall i \neq j$). A trajetória temporal desses coeficientes, então, é a seguinte:

$$c_i^m(t) = c_i^m(0)e^{r_i^m t},\ i = 1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.7}$$

$$c_i^s(t) = c_i^s(0)e^{r_i^s t},\ i = 1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.8}$$

Ou seja:

$$r_i^m \equiv \frac{\dot{c}_i^m}{c_i^m},\ i = 1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.9}$$

$$r_i^s \equiv \frac{\dot{c}_i^s}{c_i^s},\ i = 1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.10}$$

Como as quantidades consumidas de cada mercadoria são dadas por $Q_i(t) = [\alpha(t)c_i^m(t) - (1-\alpha(t))c_i^s(t)]N(t)$, temos: $\dot{Q}_i = [\alpha c_i^m - (1-\alpha)c_i^s]\dot{N} + [\alpha\dot{c}_i^m - (1-\alpha)\dot{c}_i^s]N$. Mas $\dot{c}_i^m = r_i^m c_i^m$, $\dot{c}_i^s = r_i^s c_i^s$ e $\dot{N} = gN$, então:

$$\dot{Q}_i = (g + r_i^m)c_i^m N^m + (g + r_i^s)c_i^s N^s,\ i = 1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.11}$$

Ou seja, a quantidade produzida de cada mercadoria deverá crescer à soma das taxas de crescimento da população e do crescimento da demanda *per capita* de cada mercadoria em particular pelas famílias dos setores modernos e dos setores de subsistência, ponderadas pelos respectivos coeficientes de demanda.

Vamos admitir a existência de progresso técnico na economia, ou seja, que o coeficiente técnico se altere ao longo do tempo a uma taxa percentual ρ_i^m, para os setores modernos, e ρ_i^s, para os setores de subsistência. Essas taxas são, em geral, diferentes entre si ($\rho_i^m \neq \rho_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$) e diferentes para cada mercadoria ($\rho_i^m \neq \rho_j^m$ e $\rho_i^s \neq \rho_j^s$, $i, j = 1,2,\ldots,m$, $\forall i \neq j$):

$$l_i^m(t) = l_i^m(0)e^{-\rho_i^m t},\ i = 1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.12}$$

$$l_i^s(t) = l_i^s(0)e^{-\rho_i^s t},\ i = 1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.13}$$

Ou seja:

$$\rho_i^m \equiv -\frac{\dot{l}_i^m}{l_i^m}, \; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.14)}$$

$$\rho_i^s \equiv -\frac{\dot{l}_i^s}{l_i^s}, \; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.15)}$$

A coexistência de diferentes técnicas de produção e de trabalhadores com diferentes níveis de qualificação nos setores de subsistência explica porque uma expansão dos setores modernos pode prejudicar a produtividade dos setores de subsistência. Se os trabalhadores mais qualificados são aqueles que são preferencialmente recrutados pelos setores modernos, as técnicas de produção mais eficientes ($l_i^{s(I)} < l_i^{s(II)}$), que estariam disponíveis aos setores de subsistência, podem se tornar menos competitivas devido ao baixo múltiplo de trabalhadores ($\frac{l_i^{s(I)}}{\lambda_i^{(I)}} > \frac{l_i^{s(II)}}{\lambda_i^{(II)}}$), fazendo com que prevaleçam técnicas menos eficientes nos setores de subsistência (ρ_i^s deve diminuir).

O papel dos setores de subsistência no desenvolvimento e aprimoramento de técnicas de produção também pode ser explicado pela coexistência de diferentes técnicas de produção porque tais técnicas podem, inclusive, ser até mesmo mais eficientes do que as atualmente disponíveis aos setores modernos ($l_i^s < l_i^m$). Como os trabalhadores mais qualificados em geral trabalham nos setores modernos e são também aqueles com mais facilidade para aprender novas técnicas, essa oportunidade de aprendizagem deve afetar positivamente a taxa de crescimento dos coeficientes técnicos dos setores modernos (ρ_i^m deve aumentar).

Por outro lado, a possibilidade de coexistência de técnicas de produção torna menos restritiva as experimentações nos setores de subsistência: novas técnicas de produção não precisam ser as mais eficientes ($l_i^{s(I)} < l_i^{s(II)}$), basta que exista certo número de trabalhadores em condição de usá-las para torná-las competitivas ($\frac{l_i^{s(I)}}{\lambda_i^{(I)}} > \frac{l_i^{s(II)}}{\lambda_i^{(II)}}$). Com isso, as experimentações são estimuladas e podem afetar positivamente a taxa de crescimento dos coeficientes técnicos dos setores de subsistência (ρ_i^s deve aumentar).

Como os preços são dados por $p_i(t)=\beta_i l_i^m(t)w^m(t)+(1-\beta_i)l_i^s(t)w^s(t)$, teremos $\dot{p}_i=\beta_i \dot{l}_i^m w^m+(1-\beta_i)\dot{l}_i^s w^s$, ou seja:

$$\dot{p}_i=\rho_i^m \beta_i l_i^m w^m(t)+\rho_i^s(1-\beta_i)l_i^s w^s(t),\ i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.16)}$$

No modelo original de Pasinetti (1993) tínhamos apenas uma taxa de salário, que tomávamos como numerário para descrever a dinâmica dos preços. Agora temos taxas de salário diferentes para os setores modernos (w^m) e de subsistência (w^s), além das proporções entre a quantidade produzida dos bens de consumo pelas famílias empregadas nos setores modernos e a quantidade total produzida destes mesmos bens (β_i). Já discutimos anteriormente como a escolha das técnicas de menor custo determina os β_i para cada mercadoria. No caso das taxas de salário diferentes, usaremos a relação ω entre as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência, conforme definida anteriormente, e, agora sim, tomaremos a taxa de salário dos setores de subsistência como numerário ($\overline{w}^s=1$)[22] para reescrever as equações dos preços como:

$$\dot{p}_i=\rho_i^m \beta_i l_i^m \omega(t)+\rho_i^s(1-\beta_i)l_i^s,\ i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.17)}$$

Ou seja, os preços de cada mercadoria deverão variar à mesma taxa que o respectivo coeficiente técnico do setor (moderno ou de subsistência) que a produz. Como as taxas de salário dos setores modernos e de subsistência são determinadas pela cesta de mercadorias que as famílias que trabalham nesses setores, respectivamente, irão adquirir, elas também sofrerão alterações ao longo do tempo (cujas taxas percentuais de mudança denominaremos σ_{w^m} e σ_{w^s}, respectivamente, para as taxas de salário dos setores modernos e de subsistência) de acordo com as variações de preço de cada mercadoria (determinadas pela variação dos respectivos coeficientes técnicos) e pelo o peso de cada uma dessas mercadorias na cesta das famílias (representado pelos coeficientes de demanda por cada mercadoria). Portanto:

$$w^m(t)=w^m(0)e^{\sigma_{w^m}t} \qquad \text{(III.3.B.18)}$$

$$w^s(t)=w^s(0)e^{\sigma_{w^s}t} \qquad \text{(III.3.B.19)}$$

---

[22] Portanto, estamos fazendo com que $w^m(t)=\omega(t)$.

Isso significa que, ao adotarmos a taxa de salário dos setores de subsistência como numerário estamos fazendo, na verdade, duas suposições:

$$\begin{aligned} & w^s(0)=1 \\ & \sigma_{w^s}=0 \end{aligned} \tag{III.3.B.20}$$

Como:

$$p_i(t)=\beta_i l_i^m(0)e^{-\rho_i^m t}w^m(0)e^{-\sigma_{w^m}t}+(1-\beta_i)l_i^s(0)e^{-\rho_i^s t}w^s(0)e^{-\sigma_{w^s}t},\ i=1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.21}$$

Isso significa que a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i, quando a mercadoria for fabricada pelo setor moderno ($\beta_i=1$) será igual a:

$$\sigma_i=\sigma_{w^m}-\rho_i^m,\ i=1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.22}$$

E, quando a mercadoria for fabricada pelo setor de subsistência ($\beta_i=0$), será igual a:

$$\sigma_i=\sigma_{w^s}-\rho_i^s,\ i=1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.23}$$

Portanto, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i pode ser expressa como:

$$\sigma_i=\beta_i\left(\sigma_{w^m}-\rho_i^m\right)+(1-\beta_i)\left(\sigma_{w^s}-\rho_i^s\right),\ i=1,2,\ldots,m \tag{III.3.B.24}$$

A taxa de inflação σ é igual à soma da taxa de variação percentual do preço das mercadorias produzidas na economia ($\sigma_i, i=1,2,\ldots,m$) ponderadas pelas respectivas participações no produto total dos setores modernos e dos setores de subsistência ($\beta_i c_i^m l_i^m$ e $(1-\beta_i)c_i^s l_i^s,\ i=1,2,\ldots,m$), dependendo de qual setor for responsável pela fabricação da mercadoria:

$$\sigma=\sum_{i=1}^{m}\sigma_i\beta_i c_i^m l_i^m+\sum_{i=1}^{m}\sigma_i(1-\beta_i)c_i^s l_i^s \tag{III.3.B.25}$$

Como nessa economia há dois grupos de famílias, as que trabalham nos setores modernos e as que trabalham nos setores de subsistência, com taxas de salário e coeficientes de demanda diferentes para cada mercadoria, existirão também taxas de inflação diferentes para as famílias dos setores modernos:

$$\sigma^m=\sum_{i=1}^{m}\sigma_i\beta_i c_i^m l_i^m+\frac{1}{\omega}\sum_{i=1}^{m}\sigma_i(1-\beta_i)c_i^m l_i^s \tag{III.3.B.26}$$

E para as famílias dos setores de subsistência[23]:

$$\sigma^s = \omega \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i c_i^s l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) c_i^s l_i^s \quad \text{(III.3.B.27)}$$

Essas taxas de inflação mostram que o aumento da relação entre as taxas de salário dos setores modernos e de subsistência diminui a taxa de inflação para as famílias dos setores modernos porque diminui o peso das mercadorias produzidas pelos setores de subsistência na sua cesta de consumo. Quando a relação entre as taxas de salário dos setores modernos e de subsistência aumenta são as famílias dos setores de subsistência que se beneficiam de uma inflação menor. Apesar de complicadas, essas expressões se relacionam com a taxa da inflação da economia como um todo de maneira simples:

$$\sigma = \sigma^m \sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m l_i^m + \sigma^s \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) c_i^s l_i^s \quad \text{(III.3.B.28)}$$

Substituindo $\sigma_i = \beta_i \left(\sigma_{w^m} - \rho_i^m\right) + (1-\beta_i)\left(\sigma_{w^s} - \rho_i^s\right)$ em $\sigma = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) c_i^s l_i^s$, expressamos a taxa de inflação como:

$$\sigma = \sum_{i=1}^{m} \left[\beta_i \left(\sigma_{w^m} - \rho_i^m\right) + (1-\beta_i)\left(\sigma_{w^s} - \rho_i^s\right)\right]\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \left[\beta_i \left(\sigma_{w^m} - \rho_i^m\right) + (1-\beta_i)\left(\sigma_{w^s} - \rho_i^s\right)\right](1-\beta_i) c_i^s l_i^s \quad \text{(III.3.B.29)}$$

Se desconsiderarmos os casos intermediários, e pouco prováveis, de uma mercadoria produzida tanto pelos setores modernos quanto pelos setores de subsistência (ou seja, $0 < \beta_i < 1$), podemos simplificar a expressão escrevendo:

$$\sigma = \sum_{i=1}^{m} \left(\sigma_{w^m} - \rho_i^m\right)\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \left(\sigma_{w^s} - \rho_i^s\right)(1-\beta_i) c_i^s l_i^s \quad \text{(III.3.B.30)}$$

Portanto, a taxa de inflação, quando a taxa de salário dos setores de subsistência for escolhida como numerário ($w^s(0) = 1$ e $\sigma_{w^s} = 0$), será igual a:

$$\sigma = \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m l_i^m - \sum_{i=1}^{m} \rho_i^m \beta_i c_i^m l_i^m - \sum_{i=1}^{m} \rho_i^s (1-\beta_i) c_i^s l_i^s \quad \text{(III.3.B.31)}$$

Definindo:

---

[23] O aparecimento das parcelas $c_i^m l_i^s$ na expressão para σ^m e $c_i^s l_i^m$ na expressão para σ^s podem causar estranheza, mas elas surgem justamente porque as quantidades consumidas e produzidas pelos setores modernos são, em geral, diferentes ($q_i^m \neq {}^m q_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), e o mesmo ocorre com as quantidades consumidas e produzidas pelos setores de subsistência ($q_i^s \neq {}^s q_i$, $i = 1,2,\ldots,m$).

$\rho^* \equiv \sum_{i=1}^{m} \rho_i^m \beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \rho_i^s (1-\beta_i) c_i^s l_i^s$: taxa "padrão dualista" de crescimento da produtividade[24], isto é, a soma das taxas de variação do coeficiente técnico de cada mercadoria produzida pelos setores modernos ($\rho_i^m, i = 1,2,\ldots,m$) e pelos setores de subsistência ($\rho_i^s, i = 1,2,\ldots,m$), ponderadas pelas respectivas participações no produto total ($\beta_i c_i^m l_i^m$ e $(1-\beta_i) c_i^s l_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$).

Logo, podemos escrever a taxa de inflação como:

$$\sigma = \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m l_i^m - \rho^* \qquad \text{(III.3.B.32)}$$

Alternativamente, se fosse escolhida a taxa de salário dos setores modernos como numerário ($w^m(0) = 1$ e $\sigma_{w^m} = 0$), a taxa de inflação seria igual a:

$$\sigma = \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) c_i^s l_i^s - \rho^* \qquad \text{(III.3.B.33)}$$

De maneira análoga, se fosse escolhida uma mercadoria h qualquer como numerário, teríamos:

$$\begin{aligned} p_h(0) &= 1 \\ \sigma_h &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(III.3.B.34)}$$

Sendo:

σ_h: taxa de variação percentual do preço da mercadoria h.

A taxa de variação percentual do preço da mercadoria h é igual a:

$$\sigma_h = \beta_h (\sigma_{w^m} - \rho_h^m) + (1-\beta_h)(\sigma_{w^s} - \rho_h^s) \qquad \text{(III.3.B.35)}$$

Subtraindo a expressão acima de $\sigma_i = \beta_i (\sigma_{w^m} - \rho_i^m) + (1-\beta_i)(\sigma_{w^s} - \rho_i^s)$ e rearranjando os termos, reescrevemos a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i como:

$$\sigma_i = \sigma_h - (\beta_h - \beta_i)(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}) + \beta_h \rho_h^m - \beta_i \rho_i^m + (1-\beta_h)\rho_h^s - (1-\beta_i)\rho_i^s, \; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.36)}$$

[24] Vide Pasinetti (1993, p. 69).

Existem quatro situações possíveis. A primeira situação é a mercadoria h ser fabricada pelo setor moderno ($\beta_h = 1$) e a mercadoria i também ($\beta_i = 1$). Nesse caso, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i será:

$$\sigma_i = \sigma_h + \rho_h^m - \rho_i^m \,,\; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.37)}$$

A segunda situação é a mercadoria h ser fabricada pelo setor de subsistência ($\beta_h = 0$) e a mercadoria i também ($\beta_i = 0$). Nesse caso, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i será:

$$\sigma_i = \sigma_h + \rho_h^s - \rho_i^s \,,\; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.38)}$$

A terceira situação é a mercadoria h ser fabricada pelo setor moderno ($\beta_h = 1$) e a mercadoria i pelo setor de subsistência ($\beta_i = 0$). Nesse caso, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i será:

$$\sigma_i = \sigma_h - \sigma_{w^m} + \sigma_{w^s} + \rho_h^m - \rho_i^s \,,\; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.39)}$$

Finalmente, a quarta situação é a mercadoria h ser fabricada pelo setor de subsistência ($\beta_h = 0$) e a mercadoria i pelo setor moderno ($\beta_i = 1$). Nesse caso, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i será:

$$\sigma_i = \sigma_h + \sigma_{w^m} - \sigma_{w^s} + \rho_i^m - \rho_h^s \,,\; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(III.3.B.40)}$$

Substituindo $\sigma_i = \sigma_h - (\beta_h - \beta_i)(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}) + \beta_h\rho_h^m - \beta_i\rho_i^m + (1-\beta_h)\rho_h^s - (1-\beta_i)\rho_i^s$ em $\sigma = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) c_i^s l_i^s$ e desconsiderando o caso pouco provável em que $0 < \beta_i < 1$, a taxa de inflação pode ser escrita como[25]:

---

[25] O primeiro somatório resulta em:

$$\sum_{i=1}^{m}\left[\sigma_h + (\beta_h - \beta_i)(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}) - \beta_h\rho_h^m + \beta_i\rho_i^m - (1-\beta_h)\rho_h^s + (1-\beta_i)\rho_i^s\right]\beta_i c_i^m l_i^m$$

, enquanto

$$\sigma_h \sum_{i=1}^{m}\beta_i c_i^m l_i^m + \beta_h(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s})\sum_{i=1}^{m}\beta_i c_i^m l_i^m - (\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s})\sum_{i=1}^{m}\beta_i\beta_i c_i^m l_i^m - \beta_h\rho_h^m \sum_{i=1}^{m}\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m}\beta_i\beta_i\rho_i^m c_i^m l_i^m - (1-\beta_h)\rho_h^s \sum_{i=1}^{m}\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m}(1-\beta_i)\beta_i\rho_i^s c_i^m l_i^m$$

$$\left[\sigma_h + \beta_h(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}) - (\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}) - \beta_h\rho_h^m - (1-\beta_h)\rho_h^s\right]\sum_{i=1}^{m}\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m}\beta_i\rho_i^m c_i^m l_i^m$$

$$\left[\sigma_h - \beta_h\rho_h^m - (1-\beta_h)(\rho_h^s + \sigma_{w^m} - \sigma_{w^s})\right]\sum_{i=1}^{m}\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m}\beta_i\rho_i^m c_i^m l_i^m$$

o segundo somatório resulta em:

$$\sigma = \sigma_h - \rho^* + \sigma_w^* - \beta_h\left(\sigma_{w^m} - \rho_h^m\right) - \left(1-\beta_h\right)\left(\sigma_{w^s} - \rho_h^s\right) \qquad \text{(III.3.B.41)}$$

Sendo:

$\sigma_w^* \equiv \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m l_i^m + \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \left(1-\beta_i\right) c_i^s l_i^s$: taxa “padrão dualista” da variação das taxas de salário, isto é, a média de variação das taxas de salários dos setores modernos e de subsistência ponderada pelas respectivas participações no produto total.

Existem dois casos a serem examinados aqui. No primeiro, a mercadoria h é fabricada pelo setor moderno ($\beta_h = 1$). Então a taxa de inflação é expressa como:

$$\sigma = \sigma_h - \left(\rho^* - \rho_h^m\right) + \left(\sigma_w^* - \sigma_{w^m}\right) \qquad \text{(III.3.B.42)}$$

No segundo caso, a mercadoria h é fabricada pelo setor de subsistência ($\beta_h = 0$). Então a taxa de inflação pode ser escrita como:

$$\sigma = \sigma_h - \left(\rho^* - \rho_h^s\right) + \left(\sigma_w^* - \sigma_{w^s}\right) \qquad \text{(III.3.B.43)}$$

Portanto, a taxa de inflação, quando uma mercadoria h for escolhida como numerário ($p_h(0) = 1$ e $\sigma_h = 0$) é igual ao negativo da taxa “padrão” de crescimento da produtividade deduzida da taxa de crescimento da produtividade da mercadoria h somada à taxa “padrão dualista” de crescimento das taxas de salário descontada a taxa de crescimento da taxa de salário do setor (moderno ou de subsistência) que produz a mercadoria h :

$$\sigma = -\rho^* + \sigma_w^* - \beta_h\left(\sigma_{w^m} - \rho_h^m\right) - \left(1-\beta_h\right)\left(\sigma_{w^s} - \rho_h^s\right) \qquad \text{(III.3.B.44)}$$

Independente da escolha do numerário recair sobre a taxa de salário do setor moderno, sobre a taxa de salário do setor de subsistência ou sobre uma mercadoria h qualquer haverá sempre inflação originada das diferentes taxas de variação dos coeficientes técnicos das mercadorias produzidas na economia e da outra taxa de salário não utilizada como numerário. Para termos estabilidade de preços nessa economia ($\sigma = 0$) é preciso que:

$$\sigma_h = \rho^* - \sigma_w^* + \beta_h\left(\rho_h^m - \sigma_{w^m}\right) + \left(1-\beta_h\right)\left(\rho_h^s - \sigma_{w^s}\right) \qquad \text{(III.3.B.45)}$$

$$\sum_{i=1}^{m}\left[\sigma_h + \left(\beta_h - \beta_i\right)\left(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}\right) - \beta_h\rho_h^m + \beta_i\rho_i^m - \left(1-\beta_h\right)\rho_h^s + \left(1-\beta_i\right)\rho_i^s\right]\left(1-\beta_i\right)c_i^s l_i^s \;.$$

$$\sigma_h\sum_{i=1}^{m}\left(1-\beta_i\right)c_i^s l_i^s + \beta_h\left(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}\right)\sum_{i=1}^{m}\left(1-\beta_i\right)c_i^s l_i^s - \left(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}\right)\sum_{i=1}^{m}\beta_i\left(1-\beta_i\right)c_i^s l_i^s - \beta_h\rho_h^m\sum_{i=1}^{m}\left(1-\beta_i\right)c_i^s l_i^s + \sum_{i=1}^{m}\beta_i\rho_i^m\left(1-\beta_i\right)c_i^s l_i^s - \left(1-\beta_h\right)\rho_h^s\sum_{i=1}^{m}\left(1-\beta_i\right)c_i^s l_i^s + \sum_{i=1}^{m}\left(1-\beta_i\right)\left(1-\beta_i\right)\rho_i^s c_i^s l_i^s$$

$$\left[\sigma_h + \beta_h\left(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}\right) - \beta_h\rho_h^m - \left(1-\beta_h\right)\rho_h^s\right]\sum_{i=1}^{m}\left(1-\beta_i\right)c_i^s l_i^s + \sum_{i=1}^{m}\left(1-\beta_i\right)\rho_i^s c_i^s l_i^s$$

$$\left[\sigma_h - \beta_h\left(\rho_h^m - \sigma_{w^m} + \sigma_{w^s}\right) - \left(1-\beta_h\right)\rho_h^s\right]\sum_{i=1}^{m}\left(1-\beta_i\right)c_i^s l_i^s + \sum_{i=1}^{m}\left(1-\beta_i\right)\rho_i^s c_i^s l_i^s$$

Combinando ambos chegamos ao resultado a seguir.

Podemos construir uma mercadoria-padrão dinâmica (h^*), ou seja, uma mercadoria ou cesta de mercadorias cuja taxa de variação do coeficiente técnico seja igual à taxa "padrão dualista" de crescimento da produtividade[26]. Chamando de γ_i^* a quantidade da mercadoria i, $i = 1,2,\ldots,m$, na cesta de mercadorias que compõe a mercadoria-padrão dinâmica, podemos tomar o preço dessa mercadoria como numerário:

$$p_{h^*}(t) = \sum_{i=1}^{m} \gamma_i^* p_i(t) = 1 \qquad \text{(III.3.B.46)}$$

Por construção, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria-padrão dinâmica é:

$$\sigma_{h^*} = -\sigma_w^* + \beta_{h^*}\sigma_{w^m} + \left(1 - \beta_{h^*}\right)\sigma_{w^s} \qquad \text{(III.3.B.47)}$$

A mercadoria-padrão dinâmica não é uma mercadoria propriamente dita, mas uma cesta de mercadorias, composta por mercadorias produzidas pelos setores modernos e pelos setores de subsistência na proporção em que participam do produto total. Portanto, $\beta_{h^*} = \sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m l_i^m$ e $\left(1 - \beta_{h^*}\right) = \sum_{i=1}^{m} \left(1 - \beta_i\right) c_i^s l_i^s$. Assim:

$$\sigma_{h^*} = -\sigma_w^* + \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m l_i^m + \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \left(1 - \beta_i\right) c_i^s l_i^s \qquad \text{(III.3.B.48)}$$

Logo:

$$\sigma_{h^*} = 0 \qquad \text{(III.3.B.49)}$$

Portanto, a mercadoria-padrão dinâmica, quando usada como numerário, garante a estabilidade de preços no *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para economias fechadas.

Observe que as taxas de progresso técnico ρ_i^m e ρ_i^s são supostas constantes ao longo do tempo, mas os coeficientes de demanda c_i^m e c_i^s variam a taxas r_i^m e r_i^s, respectivamente, e os coeficientes técnicos l_i^m e l_i^s variam a taxas ρ_i^m e ρ_i^s, respectivamente. Portanto, a cesta de mercadorias que compõe a mercadoria-padrão dinâmica deve ser recalculada a cada novo período de tempo. Pasinetti (1993, p. 71), contudo, argumenta que isso não é necessário, basta que a taxa de salário seja expressa em

[26] Pasinetti (1993, p. 70).

termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero. Como no *modelo dualista de produção com trabalho apenas* temos as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência, com suas respectivas participações no produto total e taxas de crescimento de produtividade, iremos definir:

$\rho^{m^*} \equiv \sum_{i=1}^{m} \rho_i^m \beta_i c_i^m l_i^m$: taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores modernos, isto é, a média das taxas de crescimento da produtividade dos setores modernos ponderadas pelas respectivas participações no produto total desses setores;

$\rho^{s^*} \equiv \sum_{i=1}^{m} \rho_i^s (1-\beta_i) c_i^s l_i^s$: taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores de subsistência, isto é, a média das taxas de crescimento da produtividade dos setores de subsistência ponderadas pelas respectivas participações no produto total desses setores.

Portanto, a taxa de crescimento da produtividade pode ser escrita como:

$$\rho^* = \rho^{m^*} \sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m l_i^m + \rho^{s^*} \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) c_i^s l_i^s \qquad \text{(III.3.B.50)}$$

Usando a taxa "padrão" de crescimento das taxas de salário, podemos concluir que, para haver estabilidade de preços, é preciso, em primeiro lugar, que a taxa de salário dos setores modernos seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{w}^{m^*}(0)$, e que a taxa de variação percentual da taxa de salário dos setores modernos σ_{w^m} seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade desses setores ρ^{m^*} :

$$\begin{aligned} w^m(0) &= \overline{w}^{m^*}(0) \\ \sigma_{w^m} &= \rho^{m^*} \end{aligned} \qquad \text{(III.3.B.51)}$$

Em segundo lugar, é preciso que a taxa de salário dos setores de subsistência seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{w}^{s^*}(0)$, e que a taxa de variação percentual da taxa de salário dos setores de subsistência σ_{w^s} seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade desses setores ρ^{s^*} :

$$\begin{aligned} w^s(0) &= \overline{w}^{s^*}(0) \\ \sigma_{w^s} &= \rho^{s^*} \end{aligned} \qquad \text{(III.3.B.52)}$$

Colocando em outros termos, a condição de estabilidade de preços no *modelo dualista de produção com trabalho apenas* exige que a relação entre a taxa de salário dos setores modernos e de subsistência seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{\omega}^*(0)$, e que a taxa de variação percentual da relação entre a taxa de salário dos setores modernos e de subsistência σ_ω seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores modernos, ρ^{m^*}, menos a taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores de subsistência, ρ^{s^*}:

$$\begin{aligned} \omega(0) &= \overline{\omega}^*(0) \\ \sigma_\omega &= \rho^{m^*} - \rho^{s^*} \end{aligned} \qquad \text{(III.3.B.53)}$$

A versão dinâmica da condição de demanda efetiva é a seguinte:

$$\sum_{i=1}^{m} \beta_i c_i^m(t) l_i^m(t) + \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) c_i^s(t) l_i^s(t) = 1 \qquad \text{(III.3.B.54)}$$

Lembrando que $\dot{c}_i^m = r_i^m c_i^m$, $\dot{c}_i^s = r_i^s c_i^s$, $\dot{l}_i^m = -\rho_i^m l_i^m$ e $\dot{l}_i^s = -\rho_i^s l_i^s$, podemos reescrever tal condição como:

$$\sum_{i=1}^{m} (r_i^m - \rho_i^m) \beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} (r_i^s - \rho_i^s)(1-\beta_i) c_i^s l_i^s = 1 \qquad \text{(III.3.B.55)}$$

A proporção de mão-de-obra do i-ésimo setor moderno aumentará se o coeficiente de demanda pelas mercadorias produzidas por este setor for maior do que o coeficiente técnico desse mesmo setor ($r_i^m > \rho_i^m$); diminuirá se o seu coeficiente de demanda for menor do que o seu coeficiente técnico ($r_i^m < \rho_i^m$); e permanecerá a mesma se tais coeficientes forem iguais ($r_i^m = \rho_i^m$). Isso tudo, é claro, desde que o setor moderno continue a manter o menor custo com relação ao i-ésimo setor de subsistência ($l_i^m w^m < \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$), pois, caso contrário, a mão-de-obra empregada nesse setor moderno será zero, pois a mercadoria passará a ser produzida pelo respectivo setor de subsistência ($\beta_i = 0$). Para que o i-ésimo setor moderno permaneça competitivo não basta apenas que a taxa de crescimento do coeficiente técnico do setor moderno seja maior do que o do setor de subsistência para a produção dessa mercadoria ($\rho_i^m > \rho_i^s$), mas é preciso também que o múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) não cresça a ponto de compensar essa diferença entre as taxas de crescimento.

Portanto, somente não haverá mudança estrutural nessa economia se o crescimento do coeficiente de demanda de uma mercadoria for compensado pelo aumento da produtividade (representado pela redução do coeficiente técnico) da mesma mercadoria em todos os setores, tanto modernos como de subsistência ($r_i^m = \rho_i^m$ e $r_i^s = \rho_i^s$, $\forall i = 1,2,\ldots,m$), uma situação bastante improvável de acontecer.

Para estudar como se comporta o nível de emprego como um todo, podemos dividir a economia em dois grupos, no primeiro grupo colocamos os h setores modernos e de subsistência com aumento da utilização de mão-de-obra e, no segundo, os $m-h$ setores modernos e de subsistência em que há diminuição ou manutenção da utilização de mão-de-obra. A manutenção do nível de emprego somente ocorrerá se os empregos gerados pelo primeiro grupo forem compensados pelo segundo, tanto para os setores modernos ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^m - \rho_i^m\right)\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^m - \rho_j^m\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^m l_j^m = 0$), quanto para os setores de subsistência ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^s - \rho_i^s\right)\beta_i c_i^s l_i^s + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^s - \rho_j^s\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^s l_j^s = 0$). Se, eventualmente, o grupo dos setores de subsistência com aumento da utilização de mão-de-obra requisitar mais trabalhadores do que o grupo dos setores de subsistência com diminuição da utilização de mão-de-obra puder liberar ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^s - \rho_i^s\right)\beta_i c_i^s l_i^s + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^s - \rho_j^s\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^s l_j^s > 0$), o efeito será o incremento do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) no primeiro grupo e o decréscimo do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) no segundo grupo. Caso contrário ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^s - \rho_i^s\right)\beta_i c_i^s l_i^s + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^s - \rho_j^s\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^s l_j^s < 0$), o incremento do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) será no segundo grupo e o decréscimo do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) será no primeiro grupo.

Se o grupo dos setores modernos com aumento da utilização de mão-de-obra for mais bem sucedido em gerar empregos do que o grupo dos setores modernos com diminuição da utilização de mão-de-obra em reduzi-los

($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^m-\rho_i^m\right)\beta_i c_i^m l_i^m+\sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^m-\rho_j^m\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^m l_j^m>0$), a mão-de-obra adicional será recrutada dos setores de subsistência, contribuindo para a redução do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) nesses setores.

Se o grupo dos setores modernos com aumento da utilização de mão-de-obra for gerar menos empregos do que o grupo dos setores modernos com diminuição da utilização de mão-de-obra ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^m-\rho_i^m\right)\beta_i c_i^m l_i^m+\sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^m-\rho_j^m\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^m l_j^m>0$), a mão-de-obra desempregada encontrará ocupação nos setores de subsistência, contribuindo para o aumento do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) nesses setores.

4. CONCLUSÃO PARCIAL

Nesse capítulo desenvolvemos o *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para economias fechadas, uma versão do modelo de mudança estrutural de Pasinetti (1981, 1993) considerando a noção de dualismo econômico de Lewis (1954).

Como os clássicos de maneira geral, Lewis destacou o papel da acumulação de capital em detrimento do progresso técnico, seguindo Pasinetti, fizemos a inversão até porque no *modelo dualista de produção com trabalho apenas* não são considerados bens de capital. A conseqüência disso ao aplicar a noção de dualidade foi fazer a distinção entre os setores modernos e de subsistência não pela ausência ou presença de capital, mas pela necessidade de qualificação para obter ocupação no setor moderno.

Além disso, as quantidades produzidas e consumidas dentro dos setores modernos e de subsistência não coincidem porque uma mercadoria produzida por um setor (moderno ou de subsistência) será consumida (em quantidades diferentes) por famílias dos setores modernos e de subsistência.

Os coeficientes técnicos diferentes entre setores modernos e de subsistência e a existência de múltiplos de trabalhadores nos setores de subsistência causa fenômenos interessantes como a produtividade marginal negligenciável, nula ou negativa do trabalho nos setores de subsistência. Na verdade o que ocorre é que a exploração de mão-de-obra pode se dar de forma extensiva (aumento no número de trabalhadores empregados em determinado setor) e intensiva (aumento do múltiplo de trabalhadores).

Outro fenômeno gerado pelo múltiplo de trabalhadores é a possibilidade de coexistência de diferentes técnicas de produção nos setores de subsistência, o que pode influenciar o progresso técnico porque amplia as possibilidades de experimentação e desenvolvimento de novas técnicas (que não precisam necessariamente ser mais eficientes que as atuais, basta que sejam mais competitivas).

Trabalhadores expulsos de setores que se modernizaram, ao migrar para setores de subsistência, irão afetar o coeficiente técnico desses setores tornando-os mais competitivos, tornando mais lento e difícil o processo de modernização. Isso tudo sem falar do surgimento de novos setores de subsistência e da reversão de setores que antes eram considerados modernos em setores de subsistência.

No modelo dualista, a taxa de salário dos setores modernos deve ser maior do que a taxa de salário dos setores de subsistência sob pena dos trabalhadores preferirem ocupações nos setores de subsistência, mas essa diferença não pode ser muito grande porque afeta negativamente a competitividade dos setores modernos.

Os preços continuam regulados pela quantidade relativa de trabalho incorporado em cada mercadoria, de forma coerente com a teoria do valor trabalho, com a única diferença que o grau de exploração da força de trabalho é maior para trabalhadores dos setores modernos do que para trabalhadores dos setores de subsistência.

Também se destacou o papel do múltiplo de trabalhadores como fator de ajustamento na manutenção da condição de demanda efetiva. O pleno emprego é alcançado (muito embora nem todos os empregos gerados sejam de qualidade) através do ajustamento desse múltiplo. Portanto, teremos na economia, num dado momento do tempo, uma parcela da população empregada nos setores modernos e outra parte empregada nos setores de subsistência. Dentro dos limites máximos do múltiplo de trabalhadores, não ocorrerá desemprego.

Finalmente, com relação ao nível geral de preços, se mostrou que a estabilidade de preços pode ser alcançada através da mercadoria-padrão dinâmica (desde que definida de forma a dar conta da dualidade dos setores), só que a implantação da solução requer que as taxas de salário dos setores modernos e de subsistência sejam fixadas em termos dessa mercadoria-padrão dinâmica, mas a taxa de variação seja igual à taxa de produtividade “padrão” dos setores modernos e de subsistência, respectivamente. Sem dúvida, é uma condição mais difícil de ser alcançada uma vez que a taxa de salário do setor de subsistência está associada com o múltiplo de trabalhadores existentes nesses setores.

IV. DUALISMO ECONÔMICO NO MODELO DE PRODUÇÃO COM TRABALHO APENAS DE PASINETTI PARA ECONOMIAS ABERTAS

1. INTRODUÇÃO

Neste capítulo, apresentaremos o *modelo de produção com trabalho apenas* de Pasinetti (1993) para economias abertas. Da mesma forma que no capítulo anterior, proporemos um *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, com setores modernos e de subsistência, em versões estática e dinâmica. Além dessa "Introdução" e da "Conclusão parcial", o capítulo é composto por duas outras seções.

Na seção 2, "Modelo original", apresentaremos a extensão do *modelo de produção com trabalho apenas* proposto por Pasinetti (1993) para economias abertas, tanto na sua versão estática quanto na sua versão dinâmica. Serão reproduzidos alguns dos principais resultados alcançados por esse autor.

Como foi feito no capítulo anterior, na seção 3, "Modelo dualista", propomos um *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, mas agora considerando o caso de economias abertas. As mesmas hipóteses feitas para o caso com economias fechadas foram feitas com a intenção de discutir a validade das conclusões obtidas por Lewis (1954) e Pasinetti (1993) para o caso dualista, assim como diferenças observadas quando essas conclusões são comparadas com o modelo para economias fechadas.

2. MODELO ORIGINAL

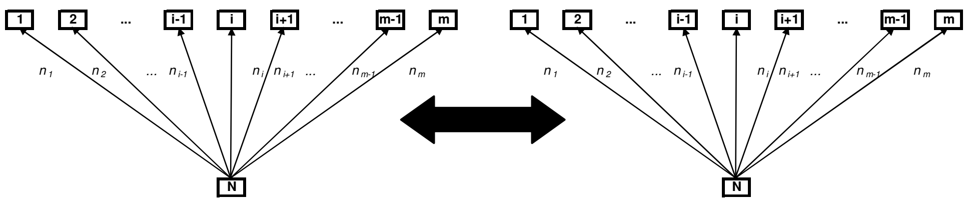
Nesta seção continuamos a examinar o *modelo de produção com trabalho apenas* tal como proposto por Pasinetti (1993), agora considerando um sistema econômico aberto, inicialmente num determinado momento do tempo e, posteriormente, considerando a sua dinâmica. Todas as suposições que fizemos para o caso da economia fechada com relação ao funcionamento da economia continuam valendo, mas agora iremos admitir que existam mais economias como aquelas que modelamos anteriormente e que estas economias se relacionam, existindo fluxo de mercadorias e fluxo financeiro entre elas[27].

A. Versão estática

Estamos supondo que nas economias em questão, existem m *setores verticalmente integrados* que representam as mercadorias finais produzidas nessas economias. Essa suposição não impede que determinadas mercadorias sejam produzidas por algumas economias apenas, enquanto outras sejam produzidas por todas as economias. O $m+1$-ésimo setor de cada economia continua representando o (respectivo) setor de famílias.

Da mesma forma que no caso de economia fechada, as famílias fornecem trabalho para os setores que produzem as mercadorias que elas desejam consumir, de forma que a soma das parcelas da força de trabalho doméstica empregadas em cada setor (n_i, $i = 1,2,\ldots,m$) é igual à força de trabalho empregada (N) na economia nacional. Vide o Diagrama IV-1:

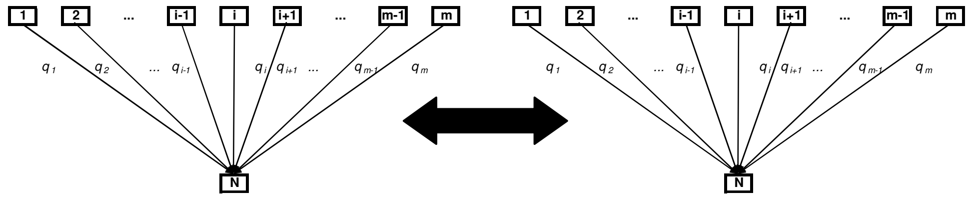
Diagrama IV-1: Relação física mão-de-obra versus setores econômicos (para economias abertas)



Com relação às quantidades produzidas (Q_i, $i = 1,2,\ldots,m$), elas podem se destinar tanto às famílias dos setores domésticos ($\vec{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) quanto à exportação ($\vec{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), quando serão consumidas pelas famílias do país estrangeiro ($\hat{N}$). O Diagrama IV-2 ilustra esse fato:

[27] A formalização adotada para lidar com a economia aberta é inspirada na empregada por Sarquis (1995), Gonçalves (2002) e Araújo (2004). Consultar também Araújo e Teixeira (2003, 2004a e 2004b). Para outras formalizações do modelo de mudança estrutural para economias abertas, vide Milberg (1987) e Elmslie (1988).

Diagrama IV-2: Relação física mercadorias versus famílias (para economias abertas)



O sistema de quantidades físicas pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{cases} Q_i - \overleftrightarrow{q}_i - \vec{q}_i = 0 \quad i = 1,2,\ldots,m \\ N - \sum_{i=1}^{m} n_i = 0 \end{cases} \qquad \text{(IV.2.A.1)}$$

Podemos reescrever o sistema de quantidades físicas na forma de coeficientes:

$$\begin{cases} Q_i - \overleftrightarrow{c}_i N - \vec{c}_i \hat{N} = 0 \quad i = 1,2,\ldots,m \\ N - \sum_{i=1}^{m} l_i Q_i = 0 \end{cases} \qquad \text{(IV.2.A.2)}$$

Sendo que:

$\overleftrightarrow{c}_i \equiv \dfrac{\overleftrightarrow{q}_i}{N}$: coeficiente de demanda doméstica do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$);

$\vec{c}_i \equiv \dfrac{\vec{q}_i}{\hat{N}}$: coeficiente de demanda externa do i-ésimo bem de consumo exportado ($i = 1,2,\ldots,m$);

$l_i \equiv \dfrac{n_i}{Q_i}$: coeficiente técnico relativo ao setor i ($i = 1,2,\ldots,m$).

$\overleftrightarrow{c}_i, \vec{c}_i, l_i \geq 0$, $i = 1,2,\ldots,m$

Para facilitar a manipulação algébrica, definiremos:

$\xi \equiv \dfrac{\hat{N}}{N}$: proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica.

$\xi > 0$

Usando essa proporção entre as mãos-de-obra, obtemos:

$$\begin{cases} Q_i - \left(\overleftrightarrow{c}_i + \xi \vec{c}_i\right) N = 0 \quad i = 1,2,\ldots,m \\ N - \sum_{i=1}^{m} l_i Q_i = 0 \end{cases} \qquad \text{(IV.2.A.3)}$$

Colocando esse sistema na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -\left(\overleftrightarrow{c}_1 + \xi\vec{c}_1\right) \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -\left(\overleftrightarrow{c}_2 + \xi\vec{c}_2\right) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -\left(\overleftrightarrow{c}_m + \xi\vec{c}_m\right) \\ -l_1 & -l_2 & \cdots & -l_m & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(IV.2.A.4)}$$

Que pode ser escrita de forma mais sintética como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\left(\overleftrightarrow{\mathbf{c}} + \xi\vec{\mathbf{c}}\right) \\ -\mathbf{l}' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix} \qquad \text{(IV.2.A.5)}$$

Sendo:

$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$: matriz-identidade $m\,x\,m$;

$\overleftrightarrow{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \overleftrightarrow{c}_1 \\ \overleftrightarrow{c}_2 \\ \vdots \\ \overleftrightarrow{c}_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x\,1$ dos coeficientes de demanda;

$\vec{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1 \\ \vec{c}_2 \\ \vdots \\ \vec{c}_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x\,1$ dos coeficientes de demanda externa pelos bens de consumo exportados;

$\mathbf{l} = \begin{bmatrix} l_1 \\ l_2 \\ \vdots \\ l_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x\,1$ dos coeficientes técnicos;

$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x\,1$ das quantidades produzidas;

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ nulo.

Como o sistema é homogêneo e linear, a solução não trivial requer que a matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -(\vec{\mathbf{c}} + \xi\vec{\mathbf{c}}) \\ -\mathbf{l}' & 1 \end{bmatrix}$ seja singular, logo:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{I} & -(\vec{\mathbf{c}} + \xi\vec{\mathbf{c}}) \\ -\mathbf{l}' & 1 \end{vmatrix} = 0 \quad \text{(IV.2.A.6)}$$

Calculando-se o determinante, obtemos a condição de demanda efetiva:

$$\sum_{i=1}^{m} (\vec{c}_i + \xi\vec{c}_i) l_i = 1 \quad \text{(IV.2.A.7)}$$

Cada parcela $(\vec{c}_i + \xi\vec{c}_i) l_i$, $i = 1,2,\ldots,m$, indica a proporção do trabalho total que é empregada em cada setor, tanto para atender a demanda por mercadorias da população doméstica, quanto para atender a demanda por mercadorias da população estrangeira. Portanto, a expressão acima é a condição para pleno emprego da mão-de-obra ($\sum_{i=1}^{m} n_i = N$), denominada condição da demanda efetiva, que, no caso de economias abertas, pode ser complementada pela possibilidade de exportação. Como as quantidades físicas podem ser determinadas independentemente dessa condição, é perfeitamente possível haver uma situação de desemprego ($\sum_{i=1}^{m} n_i < N$), que ocorre quando $\sum_{i=1}^{m} (\vec{c}_i + \xi\vec{c}_i) l_i < 1$. Finalmente, a terceira possibilidade é que a oferta de mão-de-obra não seja suficiente ($\sum_{i=1}^{m} n_i > N$), que pode ser representada, em termos relativos, quando $\sum_{i=1}^{m} (\vec{c}_i + \xi\vec{c}_i) l_i > 1$.

Resolvendo o sistema das quantidades físicas, chega-se à seguinte solução:

$$Q_i = (\vec{c}_i + \xi\vec{c}_i)\overline{N}, \; i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.2.A.8)}$$

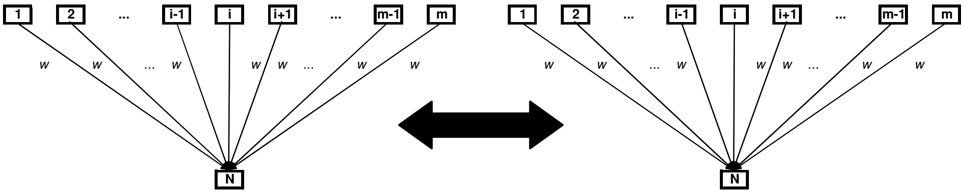
Sendo:

$\overline{N}$: quantidade total de trabalho disponível (fixa na unidade de tempo).

Observa-se que não há qualquer problema com a determinação das quantidades físicas, uma vez que os coeficientes de demanda doméstica e externa ($\vec{c}_i, \overleftarrow{c}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) e a quantidade de trabalhadores disponíveis ($\overline{N}$) são exógenos ao modelo.

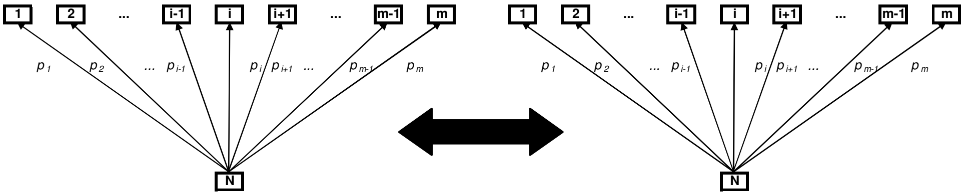
Após considerarmos os fluxos de mercadorias do ponto de vista físico, devemos considerá-lo também do ponto de vista monetário. As famílias fornecem mão-de-obra a cada um dos setores da economia (n_i , $i = 1,2,\ldots,m$), recebendo em troca uma taxa de salário (w), como mostra o Diagrama IV-3:

Diagrama IV-3: Relação monetária mão-de-obra versus setores econômicos (para economias abertas)



Cada mercadoria (Q_i , $i = 1,2,\ldots,m$) é adquirida pelas famílias por seu respectivo preço (p_i , $i = 1,2,\ldots,m$), sejam elas produzidas pelos setores domésticos ($\vec{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) ou importadas ($\overleftarrow{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), como indica o Diagrama IV-4:

Diagrama IV-4: relação monetária mercadorias versus famílias (para economias abertas)



Portanto, o sistema de quantidades monetárias pode ser escrito como:

$$\begin{cases} Q_i p_i - n_i w = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ Nw - \sum_{i=1}^{m} \vec{q}_i p_i - \sum_{i=1}^{m} \overleftarrow{q}_i p_i = 0 & \end{cases} \qquad \text{(IV.2.A.9)}$$

O sistema de quantidades monetárias pode ser reescrito na forma de coeficientes da seguinte maneira:

$$\begin{cases} p_i - l_i w = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ w - \sum_{i=1}^{m} \overleftrightarrow{c}_i p_i - \sum_{i=1}^{m} \overleftarrow{c}_i p_i = 0 & \end{cases} \tag{IV.2.A.10}$$

Sendo que:

$\overleftarrow{c}_i \equiv \dfrac{\overleftarrow{q}_i}{N}$: coeficiente de demanda doméstica do i-ésimo bem de consumo importado ($i = 1,2,\ldots,m$).

$\overleftarrow{c}_i \geq 0$, $i = 1,2,\ldots,m$

Colocando esse sistema na forma matricial, temos:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 & -l_1 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 & -l_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 & -l_m \\ -(\overleftrightarrow{c}_1 + \overleftarrow{c}_1) & -(\overleftrightarrow{c}_2 + \overleftarrow{c}_2) & \cdots & -(\overleftrightarrow{c}_m + \overleftarrow{c}_m) & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \tag{IV.2.A.11}$$

Que pode ser escrita de forma mais sintética como:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{l} \\ -(\overleftrightarrow{\mathbf{c}} + \overleftarrow{\mathbf{c}})' & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ w \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \end{bmatrix} \tag{IV.2.A.12}$$

Sendo:

$\overleftarrow{\mathbf{c}} = \begin{bmatrix} \overleftarrow{c}_1 \\ \overleftarrow{c}_2 \\ \vdots \\ \overleftarrow{c}_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x1$ dos coeficientes de demanda doméstica pelos bens de consumo importados;

$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m\,x1$ dos preços.

Como o sistema é homogêneo e linear, a solução não trivial requer que a matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{l} \\ -(\overleftrightarrow{\mathbf{c}} + \overleftarrow{\mathbf{c}})' & 1 \end{bmatrix}$ seja singular, logo:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{I} & -\mathbf{l} \\ -(\overleftrightarrow{\mathbf{c}} + \overleftarrow{\mathbf{c}})' & 1 \end{vmatrix} = 0 \tag{IV.2.A.13}$$

Calculando-se o determinante, chega-se novamente à condição de demanda efetiva:

$$\sum_{i=1}^{m}\left(\vec{c}_i + \bar{c}_i\right) l_i = 1 \qquad \text{(IV.2.A.14)}$$

Assim, chega-se novamente à condição de demanda efetiva. Nesse caso, essa condição representa o pleno emprego da renda nacional, seja comprando produtos domésticos ou importando produtos estrangeiros, isto é, $Nw = \sum_{i=1}^{m} \vec{q}_i p_i + \sum_{i=1}^{m} \bar{q}_i p_i$. Assim, a condição de demanda efetiva pode ser complementada pela possibilidade de importação. Da mesma maneira que fizemos anteriormente, quando temos $\sum_{i=1}^{m}\left(\vec{c}_i + \bar{c}_i\right) l_i < 1$, a renda nacional não está totalmente empregada ($Nw < \sum_{i=1}^{m} \vec{q}_i p_i + \sum_{i=1}^{m} \bar{q}_i p_i$), e quando temos $\sum_{i=1}^{m}\left(\vec{c}_i + \bar{c}_i\right) l_i > 1$, significa que a economia está tendendo a utilizar mais do que a renda nacional disponível ($Nw > \sum_{i=1}^{m} \vec{q}_i p_i + \sum_{i=1}^{m} \bar{q}_i p_i$), o que geraria inflação.

Chega-se à seguinte solução para as quantidades monetárias:

$$p_i = l_i \overline{w}\,,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.A.15)}$$

Sendo:

$\overline{w}$: taxa de salário (fixa na unidade de tempo).

Novamente, chegamos à mesma expressão obtida para o caso com economias fechadas que evidencia a compatibilidade da abordagem de mudança estrutural com a teoria do valor trabalho uma vez que são as quantidades relativas de trabalho incorporado em cada mercadoria que regulam os preços relativos dessas mercadorias. Essa expressão vale também para as demais economias. Para o país estrangeiro podemos escrevê-la como:

$$\hat{p}_i = \hat{l}_i \hat{w},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.A.16)}$$

Sendo:

$\hat{p}_i$: preço da mercadoria i ($i = 1,2,\ldots,m$) na economia estrangeira;

$\hat{l}_i \equiv \frac{\hat{n}_i}{\hat{Q}_i}$: coeficiente técnico relativo ao setor estrangeiro i ($i = 1,2,\ldots,m$);

$\hat{w}$: taxa de salário na economia estrangeira.

Obviamente, os preços praticados na economia estrangeira aparecem, para as famílias que vivem na economia nacional, como $\varepsilon\hat{p}_i$, sendo ε o inverso da taxa de câmbio.

Em qualquer caso, observa-seque existe um grau de liberdade na determinação dos preços das mercadorias: os coeficientes técnicos são exógenos ao modelo, mas a taxa de salário é endógena porque é determinada pelas quantidades de mercadorias adquiridas e pelos seus respectivos preços. Portanto, a escolha da taxa de salário como numerário é arbitrária porque poderia ser escolhido o preço de uma mercadoria h qualquer ($\overline{p}_h$ fixa na unidade de tempo, por conveniência $\overline{p}_h = 1$) ou o preço de uma cesta de mercadorias ($\sum_{i=1}^{m} \gamma_i p_i$ - sendo γ_i a quantidade da mercadoria i, $i = 1,2,\ldots,m$, na cesta de mercadorias - fixa na unidade de tempo, por conveniência $\sum_{i=1}^{m} \gamma_i p_i = 1$) como numerário.

É interessante observar que, nesse caso, as duas condições de demanda efetiva são diferentes. Subtraindo a condição de demanda efetiva para o sistema de quantidades físicas da condição obtida para as quantidades monetárias, obtemos:

$$\sum_{i=1}^{m} (\xi \vec{c}_i - \bar{c}_i) l_i = 0 \qquad \text{(IV.2.A.17)}$$

A interpretação dessa condição é que a proporção de trabalho dispensada em uma economia, dadas as suas importações, deve ser compensada pela proporção de trabalho criada pelas exportações.

Podemos expressar essa condição em termos de quantidades monetárias lembrando que $p_i = l_i w$, portanto $l_i = \frac{p_i}{w}$. Logo:

$$\sum_{i=1}^{m} (\xi \vec{c}_i - \bar{c}_i) p_i = 0 \qquad \text{(IV.2.A.18)}$$

Portanto, se a proporção de trabalho dispensada em uma economia, dadas as suas importações é maior que a proporção de trabalho criada pelas exportações ($\sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i l_i > \sum_{i=1}^{m} \xi \vec{c}_i l_i$) haverá um déficit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m} (\xi \vec{c}_i - \bar{c}_i) p_i < 0$). Caso contrário, ou seja, se a proporção de trabalho dispensada em uma economia, dadas as suas importações é menor que a proporção de trabalho criada pelas exportações ($\sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i l_i < \sum_{i=1}^{m} \xi \vec{c}_i l_i$) haverá um superávit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m} (\xi \vec{c}_i - \bar{c}_i) p_i > 0$).

B. Versão dinâmica

Com o passar do tempo, a população nacional e a população do país estrangeiro crescem, respectivamente, a taxas $g, \hat{g} > 0$ constantes ao longo do tempo, ou seja:

$$N(t) = N(0)e^{gt} \tag{IV.2.B.1}$$

$$\hat{N}(t) = \hat{N}(0)e^{\hat{g}t} \tag{IV.2.B.2}$$

O crescimento populacional da população doméstica e estrangeira pode ser escrito da seguinte maneira:

$$g \equiv \frac{\dot{N}}{N} \tag{IV.2.B.3}$$

$$\hat{g} \equiv \frac{\dot{\hat{N}}}{\hat{N}} \tag{IV.2.B.4}$$

Portanto, a proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica se altera de acordo com as taxas de crescimento das populações dos dois países:

$$\xi(t) = \frac{\hat{N}(t)}{N(t)} = \frac{\hat{N}(0)e^{\hat{g}t}}{N(0)e^{gt}} = \xi(0)e^{(\hat{g}-g)t} \tag{IV.2.B.5}$$

Como $Q_i(t) = \bar{c}_i(t)N(t) + \vec{c}_i(t)\hat{N}(t)$, isso implica que $\dot{Q}_i = \bar{c}_i\dot{N} + \vec{c}_i\dot{\hat{N}}$. Mas $\dot{N} = gN$ e $\dot{\hat{N}} = g\hat{N}$, então:

$$\dot{Q}_i = g\bar{c}_i N + \hat{g}\vec{c}_i \hat{N}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.2.B.6}$$

Ou seja, a quantidade produzida de cada mercadoria deverá crescer à mesma taxa que cresce a população doméstica e estrangeira, ponderadas pelos respectivos coeficientes de demanda e considerada a proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica.

Ao contrário do que ocorria quando consideramos economias fechadas, as taxas de crescimento das populações doméstica e estrangeira afetam as condições de demanda efetiva. Há três casos a serem examinados aqui. O primeiro ocorre quando a proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica se mantém inalterada ($g = \hat{g}$); nesse caso não há mudança estrutural porque a composição dos setores e a participação doméstica e estrangeira não se alterarão.

O segundo caso ocorre quando a população doméstica cresce em relação à população estrangeira ($g > \hat{g}$); nesse caso, a demanda doméstica crescerá mais rapidamente do que a demanda estrangeira para cada mercadoria ($g\vec{c}_i N > \hat{g}\vec{c}_i \hat{N}$). Como $\xi(t)$ estará diminuindo, isso fará com que a proporção de trabalho dispensada pelas importações seja cada vez maior com relação à proporção de trabalho criada pelas exportações ($\sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i l_i > \sum_{i=1}^{m} \xi\vec{c}_i l_i$), o que eventualmente causará um déficit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m} (\xi\vec{c}_i - \bar{c}_i) p_i < 0$).

Finalmente, o terceiro caso ocorre quando a população estrangeira cresce em relação à população doméstica ($\hat{g} > g$); nesse caso, a demanda doméstica crescerá mais lentamente do que a demanda estrangeira para cada mercadoria ($g\vec{c}_i N < \hat{g}\vec{c}_i \hat{N}$). Como $\xi(t)$ estará aumentando, isso fará com que a proporção de trabalho dispensada pelas importações seja cada vez menor com relação à proporção de trabalho criada pelas exportações ($\sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i l_i < \sum_{i=1}^{m} \xi\vec{c}_i l_i$), o que eventualmente causará um superávit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m} (\xi\vec{c}_i - \bar{c}_i) p_i > 0$).

Vamos considerar agora as variações nos coeficientes de demanda domésticos (r_i, $i = 1,2,\dots,m$) e estrangeiros ($\hat{r}_i$, $i = 1,2,\dots,m$), que são determinadas no modelo através das seguintes expressões[28]:

$$r_i(t) = f_i\left\{l_1,\dots,l_m,\hat{l}_1,\dots,\hat{l}_m,\frac{d}{dt}\left[l_1,\dots,l_m,\hat{l}_1,\dots,\hat{l}_m\right]\right\},\ i = 1,2,\dots,m \qquad \text{(IV.2.B.7)}$$

[28] No caso de economias abertas, a taxa de variação da demanda se comporta como previsto por Pasinetti (1981, p. 82), mas para cada economia essas funções são diferentes para cada mercadoria, levando, em geral, a taxas de variação distintas. A esse respeito, vide Araújo e Teixeira (2004a, em especial pp. 713-714), contudo salientamos que as taxas de variação da demanda interna dependem dos coeficientes técnicos domésticos e estrangeiros e dos respectivos comportamentos ao longo do tempo, o mesmo valendo para as taxas de variação da demanda externa.

$$\hat{r}_i(t) = \hat{f}_i\left\{l_1,\ldots,l_m,\hat{l}_1,\ldots,\hat{l}_m,\frac{d}{dt}\left[l_1,\ldots,l_m,\hat{l}_1,\ldots,\hat{l}_m\right]\right\},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.8)}$$

Na verdade, o que está por trás da determinação dessas taxas de variação da demanda é a Lei de Engel, conforme discutimos quando tratamos da economia fechada.

Contudo, para simplificar, será feita a suposição de que os coeficientes de demanda domésticos e estrangeiros variam a taxas percentuais r_i e $\hat{r}_i$, respectivamente, constantes ao longo do tempo, mas, em geral, diferentes entre si ($r_i \neq \hat{r}_i,\ i = 1,2,\ldots,m$) e para cada mercadoria ($r_i \neq r_j$ e $\hat{r}_i \neq \hat{r}_j,\ i,j = 1,2,\ldots,m,\ \forall i \neq j$). Caso os preços internos sejam inferiores aos preços externos ($p_i < \varepsilon\hat{p}_i,\ i = 1,2,\ldots,m$), a trajetória temporal desses coeficientes é a seguinte:

$$\overleftrightarrow{c}_i(t) = \overleftrightarrow{c}_i(0)e^{r_i t},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.9)}$$

$$\vec{c}_i(t) = \vec{c}_i(0)e^{\hat{r}_i t},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.10)}$$

$$\overleftarrow{c}_i(t) = 0,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.11)}$$

Caso contrário, ou seja, se os preços internos forem superiores aos preços externos ($p_i > \varepsilon\hat{p}_i,\ i = 1,2,\ldots,m$), a trajetória temporal desses coeficientes será:

$$\overleftrightarrow{c}_i(t) = 0,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.12)}$$

$$\vec{c}_i(t) = 0,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.13)}$$

$$\overleftarrow{c}_i(t) = \overleftarrow{c}_i(0)e^{r_i t},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.14)}$$

Ou seja:

$$r_i \equiv \frac{\dot{\overleftrightarrow{c}}_i}{\overleftrightarrow{c}_i} = \frac{\dot{\overleftarrow{c}}_i}{\overleftarrow{c}_i},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.15)}$$

$$\hat{r}_i \equiv \frac{\dot{\vec{c}}_i}{\vec{c}_i},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.16)}$$

Como $Q_i(t) = \overleftrightarrow{c}_i(t)N(t) + \vec{c}_i(t)\hat{N}(t)$, isso implica que $\dot{Q}_i = \dot{\overleftrightarrow{c}}_i N + \overleftrightarrow{c}_i\dot{N} + \dot{\vec{c}}_i\hat{N} + \vec{c}_i\dot{\hat{N}}$. Mas $\dot{\overleftrightarrow{c}}_i = r_i\overleftrightarrow{c}_i$, $\dot{\vec{c}}_i = \hat{r}_i\vec{c}_i$, $\dot{N} = gN$ e $\dot{\hat{N}} = \hat{g}\hat{N}$, então: $\dot{Q}_i = g\overleftrightarrow{c}_i N + \hat{g}\vec{c}_i\hat{N} + r_i\overleftrightarrow{c}_i N + \hat{r}_i\vec{c}_i\hat{N}$. Logo:

$$\dot{Q}_i = (g + r_i)\overleftrightarrow{c}_i N + (\hat{g} + \hat{r}_i)\vec{c}_i\hat{N},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.17)}$$

Ou seja, a quantidade produzida de cada mercadoria deverá crescer à soma das taxas de crescimento da população e crescimento da demanda *per capita* de cada mercadoria em particular, para a economia doméstica e estrangeira, ponderadas pelos respectivos coeficientes de demanda. Isso tudo, claro, desde que os preços internos sejam inferiores aos preços externos ($p_i < \varepsilon\hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), caso os preços internos sejam superiores aos preços externos ($p_i > \varepsilon\hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), teremos $Q_i = 0$.

Vamos admitir a existência de progresso técnico em ambas as economias, ou seja, que o coeficiente técnico se altere ao longo do tempo a taxas percentuais constantes ρ_i, para a economia nacional, e $\hat{\rho}_i$, para a economia estrangeira. Essas taxas são, em geral, diferentes entre si ($\rho_i \neq \hat{\rho}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) e diferentes para cada mercadoria ($\rho_i \neq \rho_j$ e $\hat{\rho}_i \neq \hat{\rho}_j$, $i, j = 1,2,\ldots,m$, $\forall i \neq j$):

$$l_i(t) = l_i(0)e^{-\rho_i t}, \ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.18)}$$

$$\hat{l}_i(t) = \hat{l}_i(0)e^{-\hat{\rho}_i t}, \ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.19)}$$

Ou seja:

$$\rho_i \equiv -\frac{\dot{l}_i}{l_i}, \ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.20)}$$

$$\hat{\rho}_i \equiv -\frac{\dot{\hat{l}}_i}{\hat{l}_i}, \ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.21)}$$

Como $p_i = l_i w$, se adotarmos a taxa de salário como numerário (ou seja, $w = 1$), teremos $\dot{p}_i = \dot{l}_i$. Portanto:

$$\dot{p}_i = -\rho_i l_i, \ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.22)}$$

De forma análoga:

$$\dot{\hat{p}}_i = -\hat{\rho}_i \hat{l}_i, \ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.23)}$$

Ou seja, os preços de cada mercadoria, tanto na economia nacional como na estrangeira, deverão decrescer à mesma taxa que os respectivos coeficientes técnicos dos setores que as produzem. Como a taxa de salário é determinada pela cesta de mercadorias que estas famílias irão adquirir, ela também sofrerá alterações ao longo do tempo (cujas taxas percentuais de mudança denominaremos σ_w, para a economia doméstica, e $\hat{\sigma}_w$, para a economia estrangeira) de acordo com as variações de preço de cada mercadoria (determinadas pela variação dos respectivos coeficientes técnicos, tanto da economia nacional quanta da estrangeira) e pelo o peso de cada uma dessas mercadorias na cesta das famílias (representado pelos coeficientes de demanda por cada mercadoria das famílias que trabalham na economia nacional e na estrangeira). Portanto:

$$w(t) = w(0)e^{\sigma_w t} \quad \text{(IV.2.B.24)}$$

$$\hat{w}(t) = \hat{w}(0)e^{\hat{\sigma}_w t} \quad \text{(IV.2.B.25)}$$

Isso significa que, ao adotarmos a taxa de salário como numerário estamos fazendo, na verdade, duas suposições:

$$\begin{aligned} w(0) &= 1 \\ \sigma_w &= 0 \end{aligned} \quad \text{(IV.2.B.26)}$$

O mesmo vale para a economia estrangeira:

$$\begin{aligned} \hat{w}(0) &= 1 \\ \hat{\sigma}_w &= 0 \end{aligned} \quad \text{(IV.2.B.27)}$$

Como:

$$p_i(t) = l_i(0)e^{-\rho_i t} w(0)e^{\sigma_w t} \quad \text{(IV.2.B.28)}$$

$$\hat{p}_i(t) = \hat{l}_i(0)e^{-\hat{\rho}_i t} \hat{w}(0)e^{\hat{\sigma}_w t} \quad \text{(IV.2.B.29)}$$

Caso os preços internos sejam inferiores aos preços externos ($p_i < \varepsilon\hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i na economia nacional, será igual a:

$$\sigma_i = \sigma_w - \rho_i,\ i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.2.B.30)}$$

E, caso os preços internos sejam superiores aos preços externos ($p_i > \varepsilon\hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i na economia nacional será igual à taxa de variação percentual do preço da mercadoria i na economia estrangeira:

$$\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \hat{\sigma}_w - \hat{\rho}_i,\ i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.2.B.31)}$$

A taxa de inflação σ é igual à soma da taxa de variação percentual do preço das mercadorias produzidas domesticamente ($\sigma_i, i = 1,2,\ldots,m$) ponderadas pelas respectivas participações no produto total nacional destinado ao mercado interno ($\vec{c}_i l_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) e da taxa de variação percentual do preço das mercadorias importadas ($\hat{\sigma}_i, i = 1,2,\ldots,m$)

ponderadas pelas respectivas participações no produto total estrangeiro destinado ao mercado nacional ($\bar{c}_i l_i$, $i = 1,2,\ldots,m$):

$$\sigma = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \bar{c}_i l_i + \sum_{i=1}^{m} \hat{\sigma}_i \bar{c}_i l_i \qquad \text{(IV.2.B.32)}$$

Observe que a taxa de inflação é composta por dois somatórios, o primeiro somatório ($\sum_{i=1}^{m} \sigma_i \bar{c}_i l_i$) representa a inflação das mercadorias produzidas domesticamente e o segundo somatório ($\sum_{i=1}^{m} \hat{\sigma}_i \bar{c}_i l_i$), a inflação das mercadorias produzidas externamente que abastecem a economia nacional.

Após uma simples manipulação algébrica, expressamos a taxa de inflação como:

$$\sigma = \sigma_w \sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i l_i - \sum_{i=1}^{m} \rho_i \bar{c}_i l_i + \hat{\sigma}_w \sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i l_i - \sum_{i=1}^{m} \hat{\rho}_i \bar{c}_i l_i \qquad \text{(IV.2.B.33)}$$

Definindo:

$\rho^* = \sum_{i=1}^{m} \rho_i \bar{c}_i l_i + \sum_{i=1}^{m} \hat{\rho}_i \bar{c}_i l_i$: taxa "padrão" de crescimento da produtividade para economias abertas, isto é, a média das taxas de variação do coeficiente técnico de cada mercadoria produzida domesticamente e externamente que abastecem o mercado nacional ponderadas pelas respectivas participações no produto total[29].

Podemos reescrever a expressão como:

$$\sigma = \sigma_w \sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i l_i + \hat{\sigma}_w \sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i l_i - \rho^* \qquad \text{(IV.2.B.34)}$$

Portanto, a taxa de inflação, quando a taxa de salário doméstica for escolhida como numerário ($w(0) = 1$ e $\sigma_w = 0$), será igual à taxa de variação da taxa de salário estrangeira ponderada pela participação das mercadorias importadas no produto nacional menos a taxa "padrão" de crescimento da produtividade:

$$\sigma = \hat{\sigma}_w \sum_{i=1}^{m} \bar{c}_i l_i - \rho^* \qquad \text{(IV.2.B.35)}$$

---

[29] Vide Pasinetti (1963, p. 69).

E, quando a taxa de salário estrangeira for escolhida como numerário ($\hat{w}(0)=1$ e $\hat{\sigma}_w = 0$), a taxa de inflação será igual à taxa de variação da taxa de salário doméstica ponderada pela participação das mercadorias produzidas domesticamente que abastecem o mercado nacioanl no produto nacional menos a taxa "padrão" de crescimento da produtividade:

$$\sigma = \sigma_w \sum_{i=1}^{m} \ddot{c}_i l_i - \rho^* \qquad \text{(IV.2.B.36)}$$

De maneira análoga, se fosse escolhida uma mercadoria h qualquer como numerário, teríamos:

$$\begin{aligned} p_h(0) &= 1 \\ \sigma_h &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(IV.2.B.37)}$$

Sendo:

σ_h: taxa de variação percentual do preço da mercadoria h.

Caso o preço interno da mercadoria h seja inferior ao preço externo ($p_h < \varepsilon\hat{p}_h$), a taxa de variação percentual do preço dessa mercadoria na economia nacional será igual a:

$$\sigma_h = \sigma_w - \rho_h \qquad \text{(IV.2.B.38)}$$

E, caso o preço interno da mercadoria h seja superior ao preço externo ($p_h > \varepsilon\hat{p}_h$), a taxa de variação percentual do preço dessa mercadoria na economia nacional será igual à taxa de variação percentual do preço dela na economia estrangeira:

$$\sigma_h = \hat{\sigma}_h = \hat{\sigma}_w - \hat{\rho}_h \qquad \text{(IV.2.B.39)}$$

Subtraindo $\sigma_i = \sigma_w - \rho_i$ de $\sigma_h = \sigma_w - \rho_h$ quando $p_h < \varepsilon\hat{p}_h$, podemos escrever a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i como:

$$\sigma_i = \sigma_h - \rho_i + \rho_h,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.40)}$$

Subtraindo $\sigma_i = \hat{\sigma}_w - \hat{\rho}_i$ de $\sigma_h = \hat{\sigma}_w - \hat{\rho}_h$ quando $p_h > \varepsilon\hat{p}_h$, podemos escrever a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i como:

$$\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \sigma_h - \hat{\rho}_i + \hat{\rho}_h,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.2.B.41)}$$

Substituindo $\sigma_i = \sigma_h - \rho_i + \rho_h$ no primeiro somatório e $\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \sigma_h - \hat{\rho}_i + \hat{\rho}_h$ no segundo somatório de $\sigma = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \vec{c}_i l_i + \sum_{i=1}^{m} \hat{\sigma}_i \vec{c}_i l_i$, podemos reescrever a taxa de inflação como:

$$\sigma = \sigma_h - \rho^* + \rho_h \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i l_i + \hat{\rho}_h \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i l_i \qquad \text{(IV.2.B.42)}$$

Portanto, a taxa de inflação, quando uma mercadoria h for escolhida como numerário ($p_h(0) = 1$ e $\sigma_h = 0$), será igual ao negativo da taxa "padrão" de crescimento da produtividade somado à taxa de crescimento da produtividade da mercadoria h ponderado pela sua participação no produto total. Se a mercadoria h for produzida domesticamente (isto é, se $p_h < \varepsilon \hat{p}_h$), a taxa de inflação será:

$$\sigma = -\rho^* + \rho_h \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i l_i \qquad \text{(IV.2.B.43)}$$

Se a mercadoria h for produzida externamente (isto é, se $p_h > \varepsilon \hat{p}_h$), a taxa de inflação será:

$$\sigma = -\rho^* + \hat{\rho}_h \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i l_i \qquad \text{(IV.2.B.44)}$$

Independente da escolha do numerário recair sobre a taxa de salário ou sobre uma mercadoria h qualquer teremos sempre inflação originada das diferentes taxas de variação dos coeficientes técnicos das mercadorias produzidas domesticamente ou importadas. Para termos estabilidade de preços nessa economia ($\sigma = 0$) é preciso que:

$$\sigma_h = \rho^* - \rho_h \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i l_i - \hat{\rho}_h \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i l_i \qquad \text{(IV.2.B.45)}$$

Podemos construir uma mercadoria-padrão dinâmica (h^*), ou seja, uma mercadoria ou cesta de mercadorias cuja taxa de variação do coeficiente técnico seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade (Pasinetti, 1993, p. 70). Chamando de γ_i^* a quantidade da mercadoria i, $i = 1,2,\ldots,m$, na cesta de mercadorias que compõe a mercadoria-padrão dinâmica, podemos tomar o preço dessa mercadoria como numerário:

$$p_{h^*}(t) = \sum_{i=1}^{m} \gamma_i^* p_i(t) = 1 \qquad \text{(IV.2.B.46)}$$

Por construção, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria-padrão dinâmica é:

$$\sigma_{h^*} = 0 \qquad \text{(IV.2.B.47)}$$

Portanto, a mercadoria-padrão dinâmica, quando usada como numerário, garante a estabilidade de preços no *modelo de produção com trabalho apenas* para economias abertas.

Observe que as taxas de progresso técnico ρ_i e $\hat{\rho}_i$ são supostas constantes ao longo do tempo, mas os coeficientes de demanda $\overleftarrow{c}_i$ e $\overrightarrow{c}_i$ variam a taxas r_i[30] e o coeficiente técnico l_i varia a taxa ρ_i. Portanto, a cesta de mercadorias que compõe a mercadoria-padrão dinâmica deve ser recalculada a cada novo período de tempo. Pasinetti (1993, p. 71), contudo, argumenta que isso não é necessário, basta que a taxa de salário seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{w}^*(0)$, e que a taxa de variação percentual da taxa de salário σ_w seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade ρ^*:

$$\begin{aligned} w(0) &= \overline{w}^*(0) \\ \sigma_w &= \rho^* \end{aligned} \qquad \text{(IV.2.B.48)}$$

Devido aos diferentes coeficientes técnicos, taxas de variação dos coeficientes técnicos e taxas de salário, os preços praticados pelas mesmas mercadorias, interna e externamente, também não são, em geral, iguais ($p_i \neq \varepsilon \hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$). Se o comércio internacional for permitido, aquelas mercadorias cujo preço interno for superior ao preço externo ($p_i > \varepsilon \hat{p}_i$) serão importadas, e aquelas outras cujo preço interno for inferior ao preço externo ($p_i < \varepsilon \hat{p}_i$) serão exportadas.

Para estudar como se comporta a balança comercial da economia, vamos ordenar as mercadorias consumidas domesticamente em ordem decrescente de acordo com a relação entre o custo de produção doméstico e externo. Renumerando os setores de forma conveniente, temos[31]:

---

[30] Lembramos que $\overleftarrow{c}_i = \overrightarrow{c}_i$ quando $p_i > \varepsilon \hat{p}_i$ ($i = 1,2,\ldots,m$).

[31] Essa abordagem está baseada no princípio das vantagens comparativas, enunciado originalmente por Ricardo (1817 [1982], Capítulo 7). Milberg (1987, Capítulo 2) apresenta as vantagens da aplicação da noção

$$\frac{l_1 w}{\hat{l}_1 \hat{w}} < \frac{l_2 w}{\hat{l}_2 \hat{w}} < \ldots < \frac{l_{h-1} w}{\hat{l}_{h-1} \hat{w}} < \frac{l_h w}{\hat{l}_h \hat{w}} < \frac{l_{h+1} w}{\hat{l}_{h+1} \hat{w}} < \ldots < \frac{l_{m-1} w}{\hat{l}_{m-1} \hat{w}} < \frac{l_m w}{\hat{l}_m \hat{w}} \quad \text{(IV.2.B.49)}$$

Vamos supor que a taxa de câmbio atual (ou a sua inversa ε) foi fixada de tal forma que temos h mercadorias fabricadas domesticamente, isto é:

$$\frac{l_1 w}{\hat{l}_1 \hat{w}} < \frac{l_2 w}{\hat{l}_2 \hat{w}} < \ldots < \frac{l_{h-1} w}{\hat{l}_{h-1} \hat{w}} < \frac{l_h w}{\hat{l}_h \hat{w}} < \varepsilon \quad \text{(IV.2.B.50)}$$

E, além disso, outras $m-h$ mercadorias importadas, isto é:

$$\varepsilon < \frac{l_{h+1} w}{\hat{l}_{h+1} \hat{w}} < \frac{l_{h+2} w}{\hat{l}_{h+2} \hat{w}} < \ldots < \frac{l_{m-1} w}{\hat{l}_{m-1} \hat{w}} < \frac{l_m w}{\hat{l}_m \hat{w}} \quad \text{(IV.2.B.51)}$$

Analisando o caso de uma mercadoria i qualquer, ela será exportada se:

$$l_i w < \varepsilon \hat{l}_i \hat{w},\ i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.2.B.52)}$$

E será importada se:

$$l_i w > \varepsilon \hat{l}_i \hat{w},\ i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.2.B.53)}$$

Tomando a derivada com relação ao tempo, obtemos a condição que preserva os termos de troca entre a economia nacional e estrangeira com relação à mercadoria i:

$$r_i + \sigma_w = \hat{r}_i + \hat{\sigma}_w + \sigma_\varepsilon,\ i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.2.B.54)}$$

Sendo:

σ_ε: taxa de variação de ε (inverso da taxa de câmbio).

Se essa condição continuar valendo, a mercadoria i, que é exportada (ou importada), continuará a sê-lo. Por outro lado:

$$r_i + \sigma_w < \hat{r}_i + \hat{\sigma}_w + \sigma_\varepsilon,\ i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.2.B.55)}$$

Se essa condição prevalecer e a mercadoria i atualmente for importada, ela eventualmente (quando $l_i w < \varepsilon \hat{l}_i \hat{w}$) deixará de sê-lo. Finalmente:

$$r_i + \sigma_w > \hat{r}_i + \hat{\sigma}_w + \sigma_\varepsilon,\ i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.2.B.56)}$$

Se essa condição prevalecer e a mercadoria i atualmente for exportada, ela eventualmente (quando $l_i w > \varepsilon \hat{l}_i \hat{w}$) deixará de sê-lo.

---

de *integração vertical* para o estudo das vantagens comparativas. Sobre a noção de *integração vertical*, vide Pasinetti (1973 e 1988) e o Capítulo II, Seção 3, Subseção C, "Pasinetti e a noção de integração vertical na análise econômica", páginas 38 e seguintes dessa dissertação.

Obviamente, se houver uma depreciação cambial (isto é, aumento de ε), as mercadorias importadas se tornarão mais caras e, portanto, menor número de mercadorias será importado e maior número será exportado. Se houver uma apreciação cambial (isto é, diminuição de ε), as mercadorias importadas se tornarão mais baratas e, portanto, maior número de mercadorias será importado e menor número será exportado.

Além disso, se a taxa de salário da economia nacional crescer mais do que a taxa de salário da economia estrangeira (isto é, $\sigma_w > \hat{\sigma}_w$), as mercadorias produzidas domesticamente se tornarão mais caras e, portanto, maior número de mercadorias será importado e menor número será exportado. Caso contrário (isto é, $\sigma_w < \hat{\sigma}_w$), as mercadorias produzidas domesticamente se tornarão mais baratas e, portanto, menor número de mercadorias será importado e maior número será exportado.

Como as duas condições de demanda efetiva são diferentes, obtivemos uma outra expressão subtraindo a condição de demanda efetiva para o sistema de quantidades físicas da condição obtida para as quantidades monetárias:

$$\sum_{i=1}^{m} \left[\xi(t)\vec{c}_i(t) - \bar{c}_i(t)\right] l_i(t) = 0 \qquad \text{(IV.2.B.57)}$$

Lembrando que $\dot{\xi} = (\hat{g} - g)\xi$, $\dot{\vec{c}}_i = \hat{r}_i \vec{c}_i$, $\dot{\bar{c}}_i = r_i \bar{c}_i$ e $\dot{l}_i = -\rho_i l_i$, e rearranjando os termos, essa condição pode ser reescrita como:

$$\hat{g}\sum_{i=1}^{m} \hat{r}_i \vec{c}_i = g\sum_{i=1}^{m} r_i \bar{c}_i \qquad \text{(IV.2.B.58)}$$

Portanto, a condição de demanda efetiva somente será preservada se a taxa de crescimento dos coeficientes de demanda externa de cada um dos bens de consumo exportados ponderados pelos respectivos coeficientes de demanda externa de cada um dos bens de consumo exportados e pela taxa de crescimento da população estrangeira for igual à taxa de crescimento dos coeficientes de demanda doméstica dos bens de consumo importados ponderados pelos respectivos coeficientes de demanda doméstica dos bens de consumo importados e pela taxa de crescimento da população nacional. Se $\hat{g}\sum_{i=1}^{m} \hat{r}_i \vec{c}_i > g\sum_{i=1}^{m} r_i \bar{c}_i$,eventualmente teremos um déficit em termos monetários

($\sum_{i=1}^{m}(\xi\bar{c}_i - \bar{c}_i)p_i < 0$). Por outro lado, se $\hat{g}\sum_{i=1}^{m}\hat{r}_i\bar{c}_i < g\sum_{i=1}^{m}r_i\bar{c}_i$, teremos eventualmente um superávit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m}(\xi\bar{c}_i - \bar{c}_i)p_i > 0$).

Desde que os preços internos sejam menores que os preços externos ($p_i < \varepsilon\hat{p}_i$), a proporção de mão-de-obra em cada setor em particular aumentará se o coeficiente de demanda doméstico pelas mercadorias produzidas por este setor for maior do que o coeficiente técnico doméstico desse mesmo setor ($r_i > \rho_i$); diminuirá se o seu coeficiente de demanda doméstico for menor do que o seu coeficiente técnico doméstico ($r_i < \rho_i$); e permanecerá a mesma se tais coeficientes forem iguais ($r_i = \rho_i$). No caso em que os preços internos são maiores que os preços externos ($p_i > \varepsilon\hat{p}_i$), a proporção de mão-de-obra nesse setor em particular será zero. Portanto, somente não haverá mudança estrutural nessa economia se o crescimento do coeficiente de demanda de uma mercadoria for compensado pelo aumento da produtividade (representado pela redução do coeficiente técnico) da mesma mercadoria em todos os setores ($r_i = \rho_i$, $\forall i(i = 1,2,\ldots,m)$) e se as mercadorias produzidas domesticamente permanecerem sendo mais baratas que as similares importadas e que as mercadorias atualmente importadas continuem sendo mais baratas que as similares domésticas, uma situação bastante improvável de acontecer.

Para estudar como se comporta o nível de emprego da economia como um todo, podemos ordená-los em dois grupos, no primeiro grupo colocamos os *h* setores com aumento da utilização de mão-de-obra e, no segundo, os *m-h* setores em que há diminuição ou manutenção da utilização de mão-de-obra. Desde que os preços internos sejam menores que os preços externos ($p_i < \varepsilon\hat{p}_i$), a manutenção do nível de emprego somente ocorrerá se os empregos gerados pelo primeiro grupo forem compensados pelo segundo ($\sum_{i=1}^{h}(r_i - \rho_i)c_i l_i = \sum_{j=h+1}^{m}(r_j - \rho_j)c_j l_j$), o nível de emprego aumentará se o primeiro grupo for mais bem sucedido em gerar empregos do que o segundo grupo em reduzi-los ($\sum_{i=1}^{h}(r_i - \rho_i)c_i l_i > \sum_{j=h+1}^{m}(r_j - \rho_j)c_j l_j$) e o nível de emprego diminuirá caso o contrário ocorra

($\sum_{i=1}^{h}(r_i - \rho_i)c_i l_i < \sum_{j=h+1}^{m}(r_j - \rho_j)c_j l_j$). No caso em que os preços internos são maiores que os preços externos ($p_i > \varepsilon \hat{p}_i$), o setor doméstico não empregará trabalhador nenhum. É importante notar que, se o nível de emprego for mantido de um determinado período para outro, isso certamente não ocorrerá novamente no período seguinte devido às diferentes coeficientes de demanda e técnicos e respectivas taxas de variação desses coeficientes em cada setor.

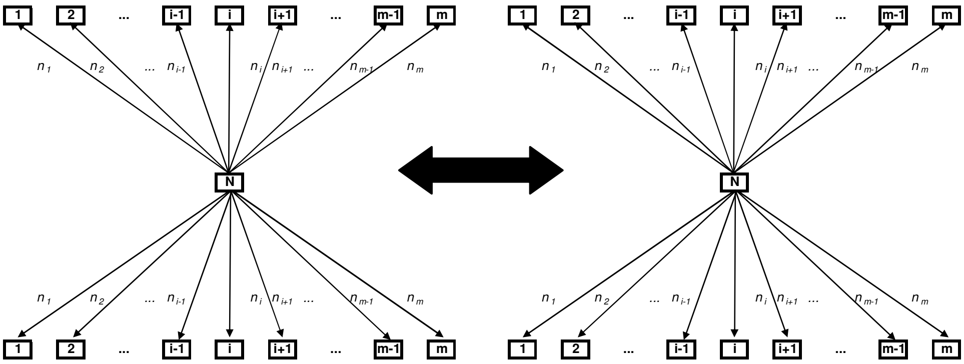
3. MODELO DUALISTA

A. Versão estática

No *modelo dualista de produção com trabalho apenas* em economias abertas, as famílias na economia doméstica (N) podem estar empregadas nos setores domésticos modernos (N^m) ou nos setores domésticos de subsistência (N^s). Como a entrada de trabalhadores nos setores de subsistência é livre, em geral vai haver nos setores de subsistência um múltiplo dos trabalhadores (λ_i, $i = 1,2,\ldots,m$) que seriam necessários caso a entrada de trabalhadores não fosse livre, ou seja, se tais setores fossem modernos. Além disso, a soma das parcelas da força de trabalho empregadas nos setores domésticos modernos ($N^m = \sum_{i=1}^{m} n_i^m$) ou de subsistência ($N^s = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i n_i^s$) é igual ao total da força de trabalho empregada, respectivamente, em cada setor ($N = N^m + N^s$).

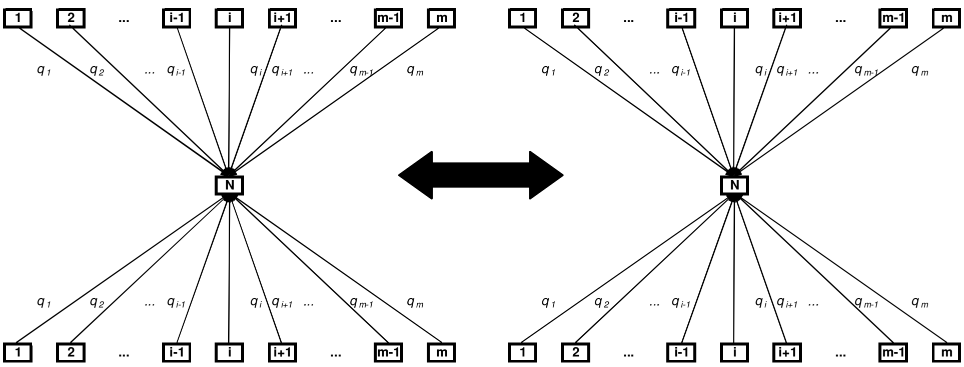
De forma análoga, as famílias na economia estrangeira ($\hat{N}$) podem estar empregadas nos setores estrangeiros modernos ($\hat{N}^m$) ou nos setores estrangeiros de subsistência ($\hat{N}^s$). Também vai haver nos setores estrangeiros de subsistência um múltiplo dos trabalhadores necessários ($\hat{\lambda}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), que, em geral, vai ser diferente do múltiplo de trabalhadores necessários da economia doméstica ($\hat{\lambda}_i \neq \lambda_i$, $i = 1,2,\ldots,m$). Finalmente, a soma das parcelas da força de trabalho empregadas nos setores estrangeiros modernos ($\hat{N}^m = \sum_{i=1}^{m} \hat{n}_i^m$) ou de subsistência ($\hat{N}^s = \sum_{i=1}^{m} \hat{\lambda}_i \hat{n}_i^s$) é igual ao total da força de trabalho empregada, respectivamente, em cada setor ($\hat{N} = \hat{N}^m + \hat{N}^s$). Vide o Diagrama IV-5:

Diagrama IV-5: Relação física mão-de-obra versus setores modernos e de subsistência (para economias abertas)



Já as mercadorias consumidas na economia nacional podem ser produzidas tanto pelos setores domésticos modernos ($\overleftrightarrow{q}_i^m$, $i = 1,2,\ldots,m$) quanto pelos respectivos setores domésticos de subsistência ($\overleftrightarrow{q}_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$), como também pode ser importadas dos setores estrangeiros modernos ($\overleftarrow{q}_i^m$, $i = 1,2,\ldots,m$) ou de subsistência ($\overleftarrow{q}_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$). Por outro lado, as mercadorias produzidas na economia nacional podem ser consumidas pelas famílias dos setores domésticos modernos (${}^m\overleftrightarrow{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) e de subsistência (${}^s\overleftrightarrow{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), como também podem ser exportadas e, portanto, consumidas pelas famílias dos setores estrangeiros modernos (${}^m\vec{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) e de subsistência (${}^s\vec{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$). Como supomos não ser possível distinguir a mesma mercadoria, independente dela ser produzida pelos setores modernos ou de subsistência, domésticos ou estrangeiros, a produção dos setores domésticos modernos ($Q_i^m \equiv \overleftrightarrow{q}_i^m + \vec{q}_i^m$, $i = 1,2,\ldots,m$) e o consumo desses mesmos setores (${}^mQ_i \equiv {}^m\overleftrightarrow{Q}_i + {}^m\overleftarrow{Q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) não é igual ($Q_i^m \neq {}^mQ_i$, $i = 1,2,\ldots,m$); da mesma forma, a produção dos setores domésticos de subsistência ($Q_i^s \equiv \overleftrightarrow{q}_i^s + \vec{q}_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$) e o consumo desses mesmos setores (${}^sQ_i \equiv {}^s\overleftrightarrow{Q}_i + {}^s\overleftarrow{Q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) também não é igual ($Q_i^s \neq {}^sQ_i$, $i = 1,2,\ldots,m$). O Diagrama IV-6 ilustra esse fato:

Diagrama IV-6: Relação física setores modernos e de subsistência versus famílias (para economias abertas)



A quantidade de mercadorias produzidas pela economia nacional (Q_i , $i = 1,2,\ldots,m$) pode ser representada em termos algébricos como:

$$\begin{cases} Q_i - \overset{\leftrightarrow}{\vec{q}}{}_i^m - \overset{\leftrightarrow}{\vec{q}}{}_i^s = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ Q_i - {}^m\overset{\leftrightarrow}{\vec{q}}_i - {}^s\overset{\leftrightarrow}{\vec{q}}_i - {}^m\vec{q}_i - {}^s\vec{q}_i = 0 & i = 1,2,\ldots,m \end{cases} \qquad \text{(IV.3.A.1)}$$

Portanto, o sistema de quantidades físicas pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{cases} Q_i - {}^m\overset{\leftrightarrow}{\vec{q}}_i - {}^s\overset{\leftrightarrow}{\vec{q}}_i - {}^m\vec{q}_i - {}^s\vec{q}_i = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ N^m + N^s - \sum_{i=1}^{m} n_i^m - \sum_{i=1}^{m} \lambda_i n_i^s = 0 & \end{cases} \qquad \text{(IV.3.A.2)}$$

Como em cada economia, nacional ou estrangeira, há livre entrada de mão-de-obra nos seus respectivos setores de subsistência e as tecnologias disponíveis são diferentes, os setores domésticos e estrangeiros de subsistência se organizam para produzir de forma diferente daquela empregada pelos setores domésticos e estrangeiros modernos. Além disso, a qualificação da mão-de-obra dos setores domésticos e estrangeiros modernos é suposta maior (na média) que a qualificação da mão-de-obra dos setores domésticos e estrangeiros de subsistência. Estes fatores fazem com que os coeficientes técnicos de todos esses setores, conforme definido abaixo, sejam, em geral, diferentes:

$l_i^m \equiv \dfrac{n_i^m}{Q_i^m}$: coeficiente técnico relativo ao setor doméstico moderno i ($i = 1,2,\ldots,m$);

$\dfrac{l_i^s}{\lambda_i} \equiv \dfrac{n_i^s}{Q_i^s}$: coeficiente técnico relativo ao setor doméstico de subsistência i ($i = 1,2,\ldots,m$).

$l_i^m, \dfrac{l_i^s}{\lambda_i} \geq 0, \ i = 1,2,\ldots,m$

Essa diferença entre os coeficientes técnicos deverá causar, graças a preços das mercadorias e taxas de salário diversos, diferentes coeficientes de demanda para as famílias empregadas nos setores modernos e para as famílias empregadas nos setores de subsistência, seja na economia nacional ou na economia estrangeira. Os coeficientes de demanda são definidos como:

$\vec{c}_i^m \equiv \dfrac{{}^m\vec{q}_i}{N^m}$: coeficiente de demanda doméstica do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$) das famílias empregadas nos setores modernos;

$\vec{c}_i^s \equiv \dfrac{{}^s\vec{\vec{q}}_i}{N^s}$: coeficiente de demanda doméstica do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$) das famílias empregadas nos setores de subsistência;

$\vec{c}_i^m \equiv \dfrac{{}^m\vec{q}_i}{\hat{N}^m}$: coeficiente de demanda externa do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$) das famílias empregadas nos setores modernos;

$\vec{c}_i^s \equiv \dfrac{{}^s\vec{q}_i}{\hat{N}^s}$: coeficiente de demanda externa do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$) das famílias empregadas nos setores de subsistência.

$\vec{c}_i^m, \vec{c}_i^s, \vec{c}_i^m, \vec{c}_i^s \geq 0, \ i = 1,2,\ldots,m$

Como fizemos para o caso com economias fechadas, definiremos a relação entre as quantidades produzidas, tanto pelas famílias dos setores modernos quanto pelas famílias dos setores de subsistência, e as quantidades produzidas (e consumidas) de cada mercadoria:

$\beta_i \equiv \dfrac{q_i^m}{Q_i}$: proporção entre a quantidade produzida do i-ésimo bem de consumo ($i = 1,2,\ldots,m$) pelas famílias empregadas nos setores domésticos modernos e a quantidade total produzida pela economia nacional deste mesmo bem.

$0 \leq \beta_i \leq 1, \ i = 1,2,\ldots,m$

Como as mercadorias são supostas indistingüíveis, independente da sua origem, vamos supor que as famílias da economia nacional e da economia estrangeira têm probabilidade de consumir mercadorias produzidas pelos setores domésticos modernos igual à proporção em que elas foram produzidas pela economia nacional (β_i), o mesmo valendo para as mercadorias produzidas pelos setores domésticos de subsistência.

Para facilitar a manipulação algébrica, definiremos:

$\xi^m \equiv \dfrac{\hat{N}^m}{N^m}$: proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica empregadas nos setores modernos;

$\xi^s \equiv \dfrac{\hat{N}^s}{N^s}$: proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica empregadas nos setores de subsistência.

$\xi^s, \xi^m > 0$

Com base nessas considerações, o sistema de quantidades físicas pode ser reescrito da seguinte forma:

$$\begin{cases} Q_i - \left(\vec{c}_i^{\,m} + \xi^m \vec{c}_i^{\,m}\right) N^m - \left(\vec{c}_i^{\,s} + \xi^s \vec{c}_i^{\,s}\right) N^s = 0 \qquad i = 1,2,\ldots,m \\ N^m + N^s - \sum_{i=1}^{m} l_i^m \beta_i Q_i - \sum_{i=1}^{m} l_i^s \left(1-\beta_i\right) Q_i = 0 \end{cases} \tag{IV.3.A.3}$$

Como já havia ocorrido no modelo de produção dualista em economias fechadas, o sistema de equações acima é indeterminado porque tem $m+1$ equações e $m+2$ incógnitas: N^m, N^s e as quantidades $Q_1, Q_2, \ldots, Q_m$. Resolveremos esse problema da mesma forma que fizemos antes, ou seja, vamos assumir que os trabalhadores não podem estar empregados simultaneamente nos setores domésticos modernos e de subsistência. Conseqüentemente, dividiremos a última equação do sistema em duas, passando a ter tantas equações quanto incógnitas:

$$\begin{cases} Q_i - \left(\vec{c}_i^{\,m} + \xi^m \vec{c}_i^{\,m}\right) N^m - \left(\vec{c}_i^{\,s} + \xi^s \vec{c}_i^{\,s}\right) N^s = 0 \quad i = 1,2,\ldots,m \\ N^m - \sum_{i=1}^{m} l_i^m \beta_i Q_i = 0 \\ N^s - \sum_{i=1}^{m} l_i^s \left(1-\beta_i\right) Q_i = 0 \end{cases} \tag{IV.3.A.4}$$

Colocando esse sistema na forma matricial, temos:

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0 & \cdots & 0 & -\left(\vec{c}_1^m + \xi^m \vec{c}_1^m\right) & -\left(\vec{c}_1^s + \xi^s \vec{c}_1^s\right) \\
0 & 1 & \cdots & 0 & -\left(\vec{c}_2^m + \xi^m \vec{c}_2^m\right) & -\left(\vec{c}_2^s + \xi^s \vec{c}_2^s\right) \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & \ldots & 1 & -\left(\vec{c}_m^m + \xi^m \vec{c}_m^m\right) & -\left(\vec{c}_m^s + \xi^s \vec{c}_m^s\right) \\
-\beta_1 l_1^m & -\beta_2 l_2^m & \cdots & -\beta_m l_m^m & 1 & 0 \\
-(1-\beta_1) l_1^s & -(1-\beta_2) l_2^s & \cdots & -(1-\beta_m) l_m^s & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \\ N^m \\ N^s \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\qquad \text{(IV.3.A.5)}
$$

Que pode ser escrita de forma mais compacta como:

$$
\begin{bmatrix}
\mathbf{I} & -\left(\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}} + \xi^{\mathbf{m}} \vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}}\right) & -\left(\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}} + \xi^{\mathbf{s}} \vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}}\right) \\
-\left(\boldsymbol{\beta} \mathbf{l}^{\mathbf{m}}\right)' & 1 & 0 \\
-\left[(\mathbf{I} - \boldsymbol{\beta}) \mathbf{l}^{\mathbf{s}}\right]' & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \mathbf{Q} \\ N^m \\ N^s \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\qquad \text{(IV.3.A.6)}
$$

Sendo:

$\mathbf{I} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}$: matriz-identidade $m x m$;

$\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1^m \\ \vec{c}_2^m \\ \vdots \\ \vec{c}_m^m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ dos coeficientes de demanda das famílias empregadas nos setores domésticos modernos;

$\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1^s \\ \vec{c}_2^s \\ \vdots \\ \vec{c}_m^s \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ dos coeficientes de demanda das famílias empregadas nos setores domésticos de subsistência;

$\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1^m \\ \vec{c}_2^m \\ \vdots \\ \vec{c}_m^m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ dos coeficientes de demanda externa das famílias empregadas nos setores domésticos modernos pelos bens de consumo exportados;

$$\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \vec{c}_1^{\,s} \\ \vec{c}_2^{\,s} \\ \vdots \\ \vec{c}_m^{\,s} \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos coeficientes de demanda externa das famílias empregadas nos setores domésticos modernos pelos bens de consumo exportados;

$$\mathbf{l}^{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} l_1^m \\ l_2^m \\ \vdots \\ l_m^m \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos coeficientes técnicos relativos aos setores domésticos modernos;

$$\mathbf{l}^{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} l_1^s \\ l_2^s \\ \vdots \\ l_m^s \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ dos coeficientes técnicos relativos aos setores domésticos de subsistência;

$$\boldsymbol{\beta} = \begin{bmatrix} \beta_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \beta_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \beta_m \end{bmatrix}$$: uma matriz-diagonal $m\,x\,m$ das proporções entre a quantidade produzida dos bens de consumo pelas famílias empregadas nos setores domésticos modernos e a quantidade total produzida destes mesmos bens pela economia nacional;

$$\mathbf{Q} = \begin{bmatrix} Q_1 \\ Q_2 \\ \vdots \\ Q_m \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ das quantidades produzidas;

$$\mathbf{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$: vetor-coluna $m\,x1$ nulo.

Como o sistema é homogêneo e linear, a solução não trivial requer que a matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\left(\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}} + \xi^{\mathbf{m}} \vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}}\right) & -\left(\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}} + \xi^{\mathbf{s}} \vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}}\right) \\ -\left(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l}^{\mathbf{m}}\right)' & 1 & 0 \\ -\left[(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta})\mathbf{l}^{\mathbf{s}}\right]' & 0 & 1 \end{bmatrix}$ seja singular, ou seja:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{I} & -\left(\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}} + \xi^{\mathbf{m}} \vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}}\right) & -\left(\vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}} + \xi^{\mathbf{s}} \vec{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}}\right) \\ -\left(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l}^{\mathbf{m}}\right)' & 1 & 0 \\ -\left[(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta})\mathbf{l}^{\mathbf{s}}\right]' & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(IV.3.A.7)}$$

Calculando-se o determinante, chega-se à condição da demanda efetiva:

$$\sum_{i=1}^{m} \beta_i \left(\vec{c}_i^{\,m} + \xi^m \vec{c}_i^{\,m}\right) l_i^m + \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i)\left(\vec{c}_i^{\,s} + \xi^s \vec{c}_i^{\,s}\right) l_i^s = 1 \qquad \text{(IV.3.A.8)}$$

Cada parcela $\beta_i \left(\vec{c}_i^{\,m} + \xi^m \vec{c}_i^{\,m}\right) l_i^m$ e $(1-\beta_i)\left(\vec{c}_i^{\,s} + \xi^s \vec{c}_i^{\,s}\right) l_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$, indica, respectivamente, a proporção do trabalho dos setores domésticos modernos e de subsistência que é empregada em cada setor, tanto para atender a demanda por mercadorias da população doméstica, quanto a demanda por mercadorias da população estrangeira. Portanto, a expressão acima é a condição para pleno emprego da mão-de-obra, que pode ser expressa como:

$$\begin{cases} N^m = \sum_{i=1}^{m} n_i^m \\ N^s = \sum_{i=1}^{m} \lambda_i n_i^s \end{cases} \qquad \text{(IV.3.A.9)}$$

Os múltiplos de trabalhadores necessários aparecem, mais uma vez, explicitamente na expressão do pleno emprego da mão-de-obra, destacando o seu papel estabilizador. Se, em algum momento, os setores domésticos modernos precisarem recrutar mais trabalhadores, esses trabalhadores poderão ser recrutados nos setores domésticos de subsistência, fazendo os λ_i diminuir. Da mesma forma, se trabalhadores forem dispensados pelos setores domésticos modernos eles encontrarão ocupações nos setores domésticos de subsistência, fazendo os λ_i aumentar.

Resolvendo o sistema das quantidades físicas, chega-se à seguinte solução:

$$Q_i = \left(\vec{c}_i^{\,m} + \xi^m \vec{c}_i^{\,m}\right) N^m + \left(\vec{c}_i^{\,s} + \xi^s \vec{c}_i^{\,s}\right) N^s, \; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.A.10)}$$

Definindo:

$\alpha = \frac{N^m}{N}$: proporção entre o tamanho da força de trabalho empregada nos setores domésticos modernos e o tamanho da força de trabalho total na economia nacional;

$\hat{\alpha} = \frac{\hat{N}^m}{\hat{N}}$: proporção entre o tamanho da força de trabalho empregada nos setores estrangeiros modernos e o tamanho da força de trabalho total na economia estrangeira.

Com uma simples manipulação algébrica podemos expressar a proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica empregadas nos setores modernos como:

$$\xi^m = \frac{\hat{\alpha}\hat{N}}{\alpha N} \qquad \text{(IV.3.A.11)}$$

E a proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica empregadas nos setores de subsistência como:

$$\xi^s = \frac{(1-\hat{\alpha})\hat{N}}{(1-\alpha)N} \qquad \text{(IV.3.A.12)}$$

Substituindo essas expressões no sistema de equações de quantidades físicas, ele pode ser reescrito da seguinte maneira:

$$Q_i = \vec{c}_i^m N^m + \vec{c}_i^m \hat{N}^m + \vec{c}_i^s N^s + \vec{c}_i^s \hat{N}^s,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.A.13)}$$

Alternativamente, para destacar que a população total é fixa numa dada unidade de tempo, podemos expressar essa solução como:

$$Q_i = \left[\alpha\left(\vec{c}_i^m + \xi^m \vec{c}_i^m\right) + (1-\alpha)\left(\vec{c}_i^s + \xi^s \vec{c}_i^s\right)\right]\overline{N},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.A.14)}$$

Sendo:

$\overline{N}$: quantidade total de trabalho disponível (fixa na unidade de tempo).

Os coeficientes de demanda doméstica das famílias empregadas nos setores modernos ($\vec{c}_i^m$, $i = 1,2,\ldots,m$) e das famílias empregadas nos setores de subsistência ($\vec{c}_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$), os coeficientes de demanda externa das famílias empregadas nos setores modernos ($\vec{c}_i^m$, $i = 1,2,\ldots,m$) e das famílias empregadas nos setores de subsistência ($\vec{c}_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$), assim como a quantidade de trabalhadores disponíveis ($\overline{N}$) são exógenos ao modelo, contudo a proporção entre o tamanho da força de trabalho empregada nos setores modernos e o tamanho da força de trabalho total (α), a proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica empregadas nos setores modernos (ξ^m) e a proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica empregadas nos setores de subsistência (ξ^s) são endógenas.

Determinar a proporção α significa determinar o tamanho da força de trabalho empregada nos setores modernos (N^m) já que a quantidade $\overline{N}$ é dada. Lembrando que $N^m = \sum_{i=1}^{m} n_i^m$, o problema se torna quantificar as famílias que estão empregadas em cada setor moderno (n_i^m, $i = 1,2,\ldots,m$). Ora, como a parcela $\beta_i\left(\vec{c}_i^m + \xi^m \vec{c}_i^m\right)l_i^m$, $i = 1,2,\ldots,m$, indica a proporção do trabalho dos setores modernos que é empregada em cada setor, basta que multipliquemos por $\overline{N}$ para obter n_i^m:

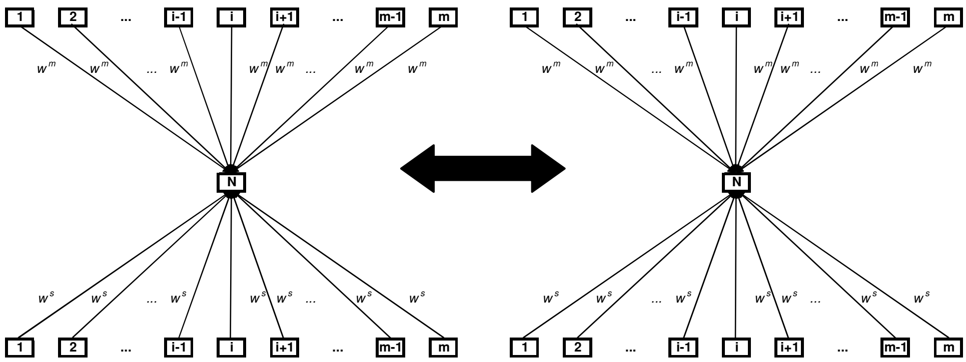
$$n_i^m = \beta_i\left(\vec{c}_i^m + \xi^m \vec{c}_i^m\right)l_i^m \overline{N}\ ,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.A.15)}$$

Novamente aparecem os coeficientes de demanda $\vec{c}_i^m$ e $\vec{c}_i^m$, e a quantidade $\overline{N}$, além dos coeficientes técnicos relativos ao setor moderno (l_i^m, $i = 1,2,\ldots,m$) que são exógenos ao modelo, contudo as proporções entre as quantidades produzidas de cada bem de consumo pelas famílias empregadas nos setores modernos e a quantidade total produzida destes mesmos bens (β_i, $i = 1,2,\ldots,m$) são endógenas. Esse é o limite que a análise do sistema de quantidades físicas pode nos levar, para determinar as proporções β_i é preciso investigar o sistema de quantidades monetárias, o que faremos agora.

Na versão dualista para o sistema de quantidades monetárias supomos que a taxa de salário dos setores modernos (w^m) é a mesma para todos os setores modernos e que a taxa de salário dos setores de subsistência (w^s) é a mesma para todos os setores de subsistência. Além disso, a taxa de salário dos setores de subsistência é menor que a taxa de salário dos setores modernos ($w^s < w^m$), sob pena de haver migração de trabalhadores dos setores modernos para os setores de subsistência cuja entrada de mão-de-obra é livre.

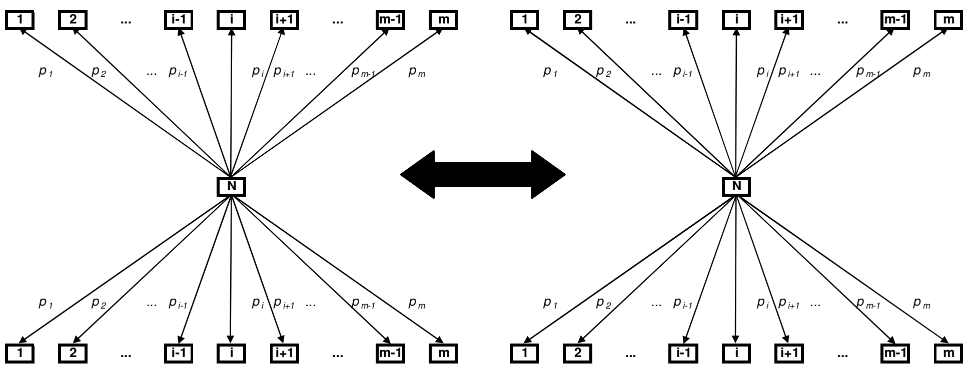
A receita total com a produção de cada mercadoria ($Q_i p_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) deve ser igual ao total de mão-de-obra empregada no setor moderno responsável pela produção dessa mercadoria multiplicada pela taxa de salário dos setores modernos ($n_i^m w^m$, $i = 1,2,\ldots,m$) mais o total de mão-de-obra empregada no setor de subsistência responsável pela produção dessa mercadoria multiplicada pela respectiva taxa de salário ($\lambda_i n_i^s w^s$, $i = 1,2,\ldots,m$). Vide o Diagrama IV-7:

Diagrama IV-7: Relação monetária mão-de-obra versus setores modernos e de subsistência (para economias abertas)



Além disso, a soma dos preços de todas as mercadorias disponíveis na economia nacional, sejam elas produzidas pelos setores domésticos modernos (${}^m\vec{q}_i p_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) ou pelos setores domésticos de subsistência (${}^s\vec{q}_i p_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), ou ainda importadas dos setores estrangeiros modernos (${}^m\vec{q}_i p_i$, $i = 1,2,\ldots,m$) ou dos setores estrangeiros de subsistência (${}^s\vec{q}_i p_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), deve ser igual à soma dos salários distribuídos às famílias, tanto dos setores modernos ($N^m w^m$) quanto dos setores de subsistência ($N^s w^s$). O Diagrama IV-8 ilustra esse fato:

Diagrama IV-8: relação monetária setores modernos e de subsistência versus famílias (para economias abertas)



O sistema de quantidades monetárias, portanto, pode ser representado da seguinte forma:

$$\begin{cases} Q_i p_i - n_i^m w^m - n_i^s w^s = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ N^m w^m + N^s w^s - \sum_{i=1}^{m} {}^m\overleftrightarrow{q}_i p_i - \sum_{i=1}^{m} {}^m\overleftarrow{q}_i p_i - \sum_{i=1}^{m} {}^s\overleftrightarrow{q}_i p_i - \sum_{i=1}^{m} {}^s\overleftarrow{q}_i p_i = 0 & \end{cases} \quad \text{(IV.3.A.16)}$$

De forma semelhante à que foi feita para o sistema de quantidades físicas, podemos reescrever o sistema de quantidades monetárias na forma de coeficientes:

$$\begin{cases} p_i - \beta_i l_i^m w^m - (1-\beta_i) l_i^s w^s = 0 & i = 1,2,\ldots,m \\ \alpha w^m + (1-\alpha) w^s - \sum_{i=1}^{m} \left[\alpha \left(\overleftrightarrow{c}_i^m + \overleftarrow{c}_i^m \right) + (1-\alpha)\left(\overleftrightarrow{c}_i^s + \overleftarrow{c}_i^s \right) \right] p_i = 0 & \end{cases} \quad \text{(IV.3.A.17)}$$

Sendo que:

$\overleftarrow{c}_i^m \equiv \dfrac{{}^m\overleftarrow{q}_i}{N^m}$: coeficiente de demanda doméstica do *i*-ésimo bem de consumo importado ($i = 1,2,\ldots,m$) pelas famílias empregadas nos setores domésticos modernos;

$\overleftarrow{c}_i^s \equiv \dfrac{{}^s\overleftarrow{q}_i}{N^s}$: coeficiente de demanda doméstica do *i*-ésimo bem de consumo importado ($i = 1,2,\ldots,m$) pelas famílias empregadas nos setores domésticos de subsistência.

$\overleftarrow{c}_i^m, \overleftarrow{c}_i^s \geq 0$, $i = 1,2,\ldots,m$

Mais uma vez temos um sistema de equações indeterminado (com $m+1$ equações e $m+2$ incógnitas: w^m, w^s e os preços $p_1, p_2, \ldots, p_m$). Faremos a suposição que as diferenças de perfil de consumo das famílias dos setores domésticos modernos e dos setores domésticos de subsistência são resolvidas internamente pelas famílias dos respectivos setores, ou, pelo menos, que tais diferenças de perfil de consumo se cancelam dentro dos respectivos setores quando considerados no seu conjunto, mesmo que poupanças de famílias do outro setor possam ser usadas. Com essa hipótese, que se torna mais razoável à medida que o período de tempo em consideração aumenta, preencheremos o grau de liberdade que temos no sistema de equações para quantidades monetárias, que seria expresso assim:

$$
\begin{cases}
p_i - \beta_i l_i^m w^m - (1-\beta_i) l_i^s w^s = 0 \quad i = 1,2,\ldots,m \\
w^m - \sum_{i=1}^{m} \left(\overleftrightarrow{c}_i^m + \overleftarrow{c}_i^m \right) p_i = 0 \\
w^s - \sum_{i=1}^{m} \left(\overleftrightarrow{c}_i^s + \overleftarrow{c}_i^s \right) p_i = 0
\end{cases}
\tag{IV.3.A.18}
$$

Colocando esse sistema na forma matricial, temos:

$$
\begin{bmatrix}
1 & 0 & \cdots & 0 & -\beta_1 l_1^m & -(1-\beta_1) l_1^s \\
0 & 1 & \cdots & 0 & -\beta_2 l_2^m & -(1-\beta_2) l_2^s \\
\vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\
0 & 0 & \ldots & 1 & -\beta_m l_m^m & -(1-\beta_m) l_m^s \\
-\left(\overleftrightarrow{c}_1^m + \overleftarrow{c}_1^m\right) & -\left(\overleftrightarrow{c}_2^m + \overleftarrow{c}_2^m\right) & \cdots & -\left(\overleftrightarrow{c}_m^m + \overleftarrow{c}_m^m\right) & 1 & 0 \\
-\left(\overleftrightarrow{c}_1^s + \overleftarrow{c}_1^s\right) & -\left(\overleftrightarrow{c}_2^s + \overleftarrow{c}_2^s\right) & \cdots & -\left(\overleftrightarrow{c}_m^s + \overleftarrow{c}_m^s\right) & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \\ w^m \\ w^s \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\tag{IV.3.A.19}
$$

Que pode ser escrita de forma mais compacta como:

$$
\begin{bmatrix}
\mathbf{I} & -\left(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l^m}\right) & -\left[(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta})\mathbf{l^s}\right] \\
-\left(\overleftrightarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}} + \overleftarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}}\right)' & 1 & 0 \\
-\left(\overleftrightarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}} + \overleftarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}}\right)' & 0 & 1
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ w^m \\ w^s \end{bmatrix}
=
\begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}
\tag{IV.3.A.20}
$$

Sendo:

$\overleftarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}} = \begin{bmatrix} \overleftarrow{c}_1^m \\ \overleftarrow{c}_2^m \\ \vdots \\ \overleftarrow{c}_m^m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ dos coeficientes de demanda doméstica pelos bens de consumo importados pelas famílias empregadas nos setores domésticos modernos;

$\overleftarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}} = \begin{bmatrix} \overleftarrow{c}_1^s \\ \overleftarrow{c}_2^s \\ \vdots \\ \overleftarrow{c}_m^s \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ dos coeficientes de demanda doméstica pelos bens de consumo importados pelas famílias empregadas nos setores domésticos de subsistência;

$\mathbf{p} = \begin{bmatrix} p_1 \\ p_2 \\ \vdots \\ p_m \end{bmatrix}$: vetor-coluna $m x 1$ dos preços.

Como o sistema é homogêneo e linear, a solução não trivial requer que a matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{I} & -\left(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l}^{\mathbf{m}}\right) & -\left[\left(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta}\right)\mathbf{l}^{\mathbf{s}}\right] \\ -\left(\overleftrightarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}}+\overleftarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}}\right)' & 1 & 0 \\ -\left(\overleftrightarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}}+\overleftarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}}\right)' & 0 & 1 \end{bmatrix}$ seja singular. Isto é:

$$\begin{vmatrix} \mathbf{I} & -\left(\boldsymbol{\beta}\mathbf{l}^{\mathbf{m}}\right) & -\left[\left(\mathbf{I}-\boldsymbol{\beta}\right)\mathbf{l}^{\mathbf{s}}\right] \\ -\left(\overleftrightarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}}+\overleftarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{m}}\right)' & 1 & 0 \\ -\left(\overleftrightarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}}+\overleftarrow{\mathbf{c}}^{\mathbf{s}}\right)' & 0 & 1 \end{vmatrix} = 0 \qquad \text{(IV.3.A.21)}$$

Calculando-se o determinante, chega-se novamente à condição da demanda efetiva:

$$\sum_{i=1}^{m} \beta_i \left(\overleftrightarrow{c}_i^{m} + \overleftarrow{c}_i^{m}\right) l_i^{m} + \sum_{i=1}^{m} \left(1-\beta_i\right)\left(\overleftrightarrow{c}_i^{s} + \overleftarrow{c}_i^{s}\right) l_i^{s} = 1 \qquad \text{(IV.3.A.22)}$$

A condição de demanda efetiva já não é a mesma que a obtida anteriormente para o sistema de quantidades físicas. Agora a condição de demanda efetiva expressa em termos monetários requer que a soma das massas salariais recebidas nos setores domésticos modernos e de subsistência seja suficiente para adquirir as cestas de mercadorias consumidas, comprando produtos domésticos ou importando produtos estrangeiros dos setores modernos ou dos setores de subsistência, isto é:

$$\begin{cases} N^{m} w^{m} = \sum_{i=1}^{m} \left({}^{m}\overleftrightarrow{q}_i + {}^{m}\overleftarrow{q} \right) p_i \\ N^{m} w^{m} = \sum_{i=1}^{m} \left({}^{s}\overleftrightarrow{q}_i + {}^{s}\overleftarrow{q} \right) p_i \end{cases} \qquad \text{(IV.3.A.23)}$$

Da maneira como a equação de quantidades monetárias foi construída, podemos ver que os preços praticados nessa economia são, na verdade, preços médios:

$$p_i = \beta_i l_i^{m} w^{m} + \left(1-\beta_i\right) l_i^{s} w^{s},\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.A.24)}$$

No entanto, sabemos que isso não é uma situação que dure muito tempo, se houver mão-de-obra disponível as empresas que praticam preços menores aumentarão a sua produção para dar conta da demanda. A mercadoria i será fabricada somente pelo *i*-ésimo setor doméstico moderno ($\beta_i = 1$) se esse setor moderno conseguir produzir com custos menores do que o setor doméstico de subsistência que produziria essa mercadoria ($l_i^{m} w^{m} < \frac{l_i^{s}}{\lambda_i} w^{s}$) e se o preço interno for inferior ao preço externo ($p_i < \varepsilon \hat{p}_i$). Se o setor doméstico de subsistência produzir com custos menores do que o setor doméstico moderno ($\frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s < l_i^m w^m$), essa mercadoria será produzida somente pelo *i*-ésimo setor de subsistência ($\beta_i = 0$), desde que o preço interno permaneça menor do que o preço externo ($p_i < \varepsilon \hat{p}_i$). A mercadoria somente será fabricada por ambos os setores domésticos ($0 \leq \beta_i \leq 1$) se os custos forem iguais ($l_i^m w^m = \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$) e os preços internos forem menores do que os externos ($p_i < \varepsilon \hat{p}_i$). Finalmente, se o preço externo for inferior ao preço interno ($p_i > \varepsilon \hat{p}_i$), essa mercadoria será produzida externamente.

Desde que os preços internos sejam inferiores aos externos ($p_i < \varepsilon \hat{p}_i$), quando os custos dos setores domésticos modernos e de subsistência são iguais na fabricação de uma mercadoria ($l_i^m w^m = \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$), não haverá migração de trabalhadores originada por esses setores. Entretanto, nos demais casos, isso ocorrerá. Se setor doméstico com menor custo na fabricação de uma mercadoria for um setor moderno ($l_i^m w^m < \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$) ele irá absorver apenas parcialmente os trabalhadores do outro setor responsável pela fabricação da mesma mercadoria, graças justamente à sua maior produtividade. Se setor doméstico com menor custo na fabricação de uma mercadoria for um setor de subsistência ($\frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s < l_i^m w^m$), a quantidade de trabalhadores que ele irá absorver irá depender do múltiplo de trabalhadores com relação ao socialmente necessário naquele setor. Se os preços internos se tornarem superiores aos externos ($p_i > \varepsilon \hat{p}_i$), essa mercadoria não será produzida domesticamente.

Os trabalhadores que não puderem ser aproveitados pelos setores domésticos modernos (ou pelos setores domésticos de subsistência com múltiplo de trabalhadores muito baixo) migrarão para setores de subsistência. Da mesma forma, se mais trabalhadores forem necessários (pelos setores domésticos de subsistência com múltiplo de trabalhadores muito alto), eles se originarão dos setores domésticos de subsistência. Como o mesmo raciocínio vale para a economia estrangeira, fica claro o papel dos setores de subsistência como reserva de mão-de-obra.

Como a taxa de salário é a mesma em todos os setores domésticos de subsistência, a migração desses trabalhadores, tendo como origem ou destino esses setores, se dará de forma proporcional aos respectivos coeficientes técnicos daqueles setores que estiverem produzindo. Caso trabalhadores migrem para os setores domésticos de subsistência, haverá uma diminuição da taxa de salário do setor de subsistência, que irá reduzir os preços das mercadorias fabricadas pelos setores domésticos de subsistência e diminuirá o custo da cesta de mercadorias (e, assim, a taxa de salário) para as famílias dos setores domésticos modernos e de subsistência. Caso trabalhadores migrem para os setores domésticos modernos, haverá um aumento da taxa de salário do setor de subsistência, que irá aumentar os preços das mercadorias fabricadas pelos setores domésticos de subsistência e aumentará o custo da cesta de mercadorias (e, assim, a taxa de salário) para as famílias dos setores domésticos modernos e de subsistência.

As mudanças de preços das mercadorias e de taxa de salário poderão fazer com que mercadorias que antes eram fabricadas por setores domésticos modernos passem a ser fabricadas por setores domésticos de subsistência ou mesmo deixem de ser fabricados pela economia nacional, gerando novos deslocamentos de trabalhadores e novas mudanças de preços das mercadorias e de taxa de salário. Isso acontece porque o deslocamento de trabalhadores de um determinado setor doméstico de subsistência torna o preço da mercadoria por ele fabricada cada vez mais cara, reforçando ainda mais a saída de trabalhadores desse setor, mas esses trabalhadores, caso não sejam absorvidos pelos setores domésticos modernos, irão aumentar o múltiplo de trabalhadores necessários dos demais setores domésticos de subsistência tornando os preços das mercadorias que fabricam (ou fabricariam) mais baratos, podendo fazer com que algum desses setores domésticos de subsistência que não eram capazes de produzir as respectivas mercadorias a custos iguais ou menores do que os respectivos setores domésticos modernos ou setores estrangeiros (modernos ou de subsistência) conseguiriam fazê-lo.

A relação entre as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência tem um papel decisivo na relação entre os setores modernos e de subsistência. Ela deve ser alta o suficiente para atrair mão-de-obra dos setores de subsistência para os setores modernos. Todavia, se ela se torna muito alta os setores modernos se tornam menos competitivos e deixam de produzir determinadas mercadorias que passam a ser produzidas pelos setores de subsistência.

Para Lewis, a relação entre as taxas de salário é definida exogenamente, assim o sistema de equações para quantidades monetárias ficaria sem as duas últimas equações, restando apenas as m equações de determinação dos preços das mercadorias, $p_i = \beta_i l_i^m w^m + (1-\beta_i) l_i^s w^s, \quad i = 1,2,\dots,m$. Esse sistema de equações nos oferece um problema, que é a existência de dois graus de liberdade: os coeficientes técnicos, tanto dos setores modernos quanto dos setores de subsistência, são exógenos ao modelo, mas as taxas de salário para os setores modernos e de subsistência devem ser determinadas por outra relação que não as quantidades de mercadorias adquiridas e pelos seus respectivos preços pelas famílias dos setores modernos e de subsistência. Ou seja, temos m equações e $m+2$ incógnitas. Preencheremos esses graus de liberdade, seguindo Lewis (1954, p. 150), estabelecendo uma relação exógena entre as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência, que pode ser formalmente expressa como:

$\omega \equiv \frac{w^m}{w^s}$: relação entre as taxas de salário dos setores domésticos modernos e dos setores domésticos de subsistência.

$\omega \geq 1$

Dessa maneira, o sistema de equações para as quantidades monetárias ficaria da seguinte forma:

$$\begin{cases} p_i - \beta_i l_i^m w^m - (1-\beta_i) l_i^s w^s = 0 \quad i = 1,2,\dots,m \\ \omega = \dfrac{w^m}{w^s} \end{cases} \qquad \text{(IV.3.A.25)}$$

Logo, fatores não contemplados (ao menos explicitamente) no modelo, como custos psicológicos com a mudança no estilo de vida, reconhecimento por trabalho mais qualificado e organização dos trabalhadores (diferenças de custos de vida e de preferências dos trabalhadores e suas famílias são considerados no modelo) explicam a diferença entre as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência.

Para continuar usando as equações $w^m - \sum_{i=1}^{m} c_i^m p_i = 0$ e $w^s - \sum_{i=1}^{m} c_i^s p_i = 0$ (ao invés de usar $\omega = \frac{w^m}{w^s}$ e escolher um numerário) para fechar o sistema de equações para as quantidades monetárias, incorporaremos de forma explícita os custos psicológicos com a mudança no estilo de vida e o reconhecimento por trabalho mais qualificado nos coeficientes de demanda. A organização dos trabalhadores, de fato, está em outro nível de preocupação que é a relação da taxa de salário natural e a taxa de salário real, ou seja, ela é um dos elementos que ajudam a explicar as variações de curto prazo da taxa de salário.

É interessante observar que, nesse caso, as duas condições de demanda efetiva são diferentes. Subtraindo a condição de demanda efetiva para o sistema de quantidades físicas da condição obtida para as quantidades monetárias, obtemos:

$$\sum_{i=1}^{m} \left(\xi \bar{c}_i^m - \bar{c}_i^m\right) l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \left(\xi \bar{c}_i^s - \bar{c}_i^s\right) l_i^s = 0 \qquad \text{(IV.3.A.26)}$$

A interpretação dessa condição é que a proporção de trabalho dispensada na economia nacional (pelos setores modernos e de subsistência), dadas as suas importações, deve ser compensada pela proporção de trabalho criada pelas exportações.

Podemos expressar essa condição em termos de quantidades monetárias lembrando que $p_i = \beta_i l_i^m w^m + (1-\beta_i) l_i^s w^s$, que $\beta_i = 1$ quando $l_i^m w^m < \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$ e que $\beta_i = 0$ quando $\frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s < l_i^m w^m$ e, portanto, $l_i^m = \frac{p_i}{w^m}$ e $\frac{l_i^s}{\lambda_i} = \frac{p_i}{w^s}$. Logo:

$$\sum_{i=1}^{m} \left(\xi \bar{c}_i^m - \bar{c}_i^m\right) \frac{p_i}{w^m} + \sum_{i=1}^{m} \left(\xi \bar{c}_i^s - \bar{c}_i^s\right) \frac{\lambda_i p_i}{w^s} = 0 \qquad \text{(IV.3.A.27)}$$

Portanto, se a proporção de trabalho dispensada em uma economia, dadas as suas importações é maior que a proporção de trabalho criada pelas exportações ($\sum_{i=1}^{m} \left(\xi \bar{c}_i^m - \bar{c}_i^m\right) l_i^m > \sum_{i=1}^{m} \left(\xi \bar{c}_i^s - \bar{c}_i^s\right) l_i^s$) haverá um déficit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m} \left(\xi \bar{c}_i^m - \bar{c}_i^m\right) \frac{p_i}{w^m} + \sum_{i=1}^{m} \left(\xi \bar{c}_i^s - \bar{c}_i^s\right) \frac{\lambda_i p_i}{w^s} < 0$). Caso contrário, ou seja, se a proporção de trabalho dispensada em uma economia, dadas as suas importações é menor que a proporção de trabalho criada pelas exportações ($\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\vec{c}_i^{\,m}-\bar{c}_i^{\,m}\right)l_i^m<\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\vec{c}_i^{\,s}-\bar{c}_i^{\,s}\right)l_i^s$) haverá um superávit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\vec{c}_i^{\,m}-\bar{c}_i^{\,m}\right)\frac{p_i}{w^m}+\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\vec{c}_i^{\,s}-\bar{c}_i^{\,s}\right)\frac{\lambda_i p_i}{w^s}>0$).

B. Versão dinâmica

Com o passar do tempo, a população nacional e a população do país estrangeiro crescem, respectivamente, a taxas $g,\hat{g}>0$, ou seja:

$$N(t)=N(0)e^{gt} \tag{IV.3.B.1}$$

$$\hat{N}(t)=\hat{N}(0)e^{\hat{g}t} \tag{IV.3.B.2}$$

O crescimento populacional da população doméstica e estrangeira pode ser escrito da seguinte maneira:

$$g\equiv\frac{\dot{N}}{N} \tag{IV.3.B.3}$$

$$\hat{g}\equiv\frac{\dot{\hat{N}}}{\hat{N}} \tag{IV.3.B.4}$$

As proporções entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica empregadas nos setores modernos (ξ^m) e empregadas nos setores de subsistência (ξ^s) também se alteram dependendo das taxas de crescimento das populações dos dois países:

$$\xi^m(t)=\frac{\hat{\alpha}\hat{N}(t)}{\alpha N(t)}=\frac{\hat{\alpha}\hat{N}(0)e^{\hat{g}t}}{\alpha N(0)e^{gt}}=\frac{\hat{\alpha}}{\alpha}\xi(0)e^{(\hat{g}-g)t} \tag{IV.3.B.5}$$

$$\xi^s(t)=\frac{(1-\hat{\alpha})\hat{N}(t)}{(1-\alpha)N(t)}=\frac{(1-\hat{\alpha})\hat{N}(0)e^{\hat{g}t}}{(1-\alpha)N(0)e^{gt}}=\frac{(1-\hat{\alpha})}{(1-\alpha)}\xi(0)e^{(\hat{g}-g)t} \tag{IV.3.B.6}$$

A expressão $Q_i(t)=\left[\alpha\left(\bar{c}_i^{\,m}(t)+\xi^m\vec{c}_i^{\,m}(t)\right)+(1-\alpha)\left(\bar{c}_i^{\,s}(t)+\xi^s\vec{c}_i^{\,s}(t)\right)\right]N(t)$ pode ser reescrita como:

$$Q_i(t)=\left[\alpha\vec{c}_i^{\,m}(t)+(1-\alpha)\vec{c}_i^{\,s}(t)\right]N(t)+\left[\hat{\alpha}\vec{c}_i^{\,m}(t)+(1-\hat{\alpha})\vec{c}_i^{\,s}(t)\right]\hat{N}(t) \tag{IV.3.B.7}$$

Temos, portanto, que $\dot{Q}_i=\left[\alpha\vec{c}_i^{\,m}+(1-\alpha)\vec{c}_i^{\,s}\right]\dot{N}+\left[\hat{\alpha}\vec{c}_i^{\,m}+(1-\hat{\alpha})\vec{c}_i^{\,s}\right]\dot{\hat{N}}$. Mas $\dot{N}=gN$ e $\dot{\hat{N}}=\hat{g}\hat{N}$, então:

$$\dot{Q}_i=g\left[\alpha\vec{c}_i^{\,m}+(1-\alpha)\vec{c}_i^{\,s}\right]N+\hat{g}\left[\hat{\alpha}\vec{c}_i^{\,m}+(1-\hat{\alpha})\vec{c}_i^{\,s}\right]\hat{N},\ i=1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.8}$$

Substituindo a proporção entre o tamanho da força de trabalho empregada nos setores modernos e o tamanho da força de trabalho total na economia nacional (α) e na economia estrangeira ($\hat{\alpha}$), podemos reescrever a expressão como:

$$\dot{Q}_i = g\vec{c}_i^m N^m + g\vec{c}_i^s N^s + \hat{g}\vec{c}_i^m \hat{N}^m + \hat{g}\vec{c}_i^s \hat{N}^s,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.9)}$$

Ou seja, a quantidade produzida de cada mercadoria deverá crescer à mesma taxa que cresce a população doméstica e estrangeira, ponderadas pelos respectivos coeficientes de demanda (das famílias empregadas nos setores modernos e de subsistência) e considerada a proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica.

Ao contrário do que ocorria quando consideramos economias fechadas, as taxas de crescimento das populações doméstica e estrangeira afetam as condições de demanda efetiva. Há três casos a serem examinados aqui. O primeiro ocorre quando a proporção entre as mãos-de-obra estrangeira e doméstica se mantém inalterada ($g = \hat{g}$); nesse caso não há mudança estrutural porque a composição dos setores e a participação doméstica e estrangeira não se alterarão.

O segundo caso ocorre quando a população doméstica cresce em relação à população estrangeira ($g > \hat{g}$); nesse caso, a demanda doméstica crescerá mais rapidamente do que a demanda estrangeira para cada mercadoria ($g\vec{c}_i^m N^m + g\vec{c}_i^s N^s > \hat{g}\vec{c}_i^m \hat{N}^m + \hat{g}\vec{c}_i^s \hat{N}^s$). Como $\xi(t)$ estará diminuindo, isso fará com que a proporção de trabalho dispensada pelas importações seja cada vez maior com relação à proporção de trabalho criada pelas exportações ($\sum_{i=1}^{m}\left(\vec{c}_i^m - \vec{c}_i^s\right)l_i^s > \xi\sum_{i=1}^{m}\left(\vec{c}_i^m - \xi\vec{c}_i^s\right)l_i^m$), o que eventualmente causará um déficit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\vec{c}_i^m - \vec{c}_i^m\right)\frac{p_i}{w^m} + \sum_{i=1}^{m}\left(\xi\vec{c}_i^s - \vec{c}_i^s\right)\frac{\lambda_i p_i}{w^s} < 0$).

Finalmente, o terceiro caso ocorre quando a população estrangeira cresce em relação à população doméstica ($\hat{g} > g$); nesse caso, a demanda doméstica crescerá mais lentamente do que a demanda estrangeira para cada mercadoria ($g\vec{c}_i^m N^m + g\vec{c}_i^s N^s < \hat{g}\vec{c}_i^m \hat{N}^m + \hat{g}\vec{c}_i^s \hat{N}^s$). Como $\xi(t)$ estará aumentando, isso fará com que a proporção de trabalho dispensada pelas importações seja cada vez menor com relação à proporção de trabalho criada pelas exportações ($\sum_{i=1}^{m}\left(\vec{c}_i^{\,m}-\vec{c}_i^{\,s}\right)l_i^s<\xi\sum_{i=1}^{m}\left(\vec{c}_i^{\,m}-\xi\vec{c}_i^{\,s}\right)l_i^m$), o que eventualmente causará um superávit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\vec{c}_i^{\,m}-\vec{c}_i^{\,m}\right)\frac{p_i}{w^m}+\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\vec{c}_i^{\,s}-\vec{c}_i^{\,s}\right)\frac{\lambda_i p_i}{w^s}>0$).

Vamos considerar agora as variações nos coeficientes de demanda domésticos para as famílias empregadas nos setores modernos ($r_i^m,\ i=1,2,\ldots,m$) e empregadas nos setores de subsistência ($r_i^s,\ i=1,2,\ldots,m$) e as variações nos coeficientes de demanda estrangeiros para as famílias empregadas nos setores modernos ($\hat{r}_i^m,\ i=1,2,\ldots,m$) e empregadas nos setores de subsistência ($\hat{r}_i^s,\ i=1,2,\ldots,m$) são determinadas no modelo através das seguintes expressões[32]:

$$r_i^m(t)=f_i^m\left\{l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\hat{l}_1^m,\ldots,\hat{l}_m^m,\frac{\hat{l}_1^s}{\hat{\lambda}_1},\ldots,\frac{\hat{l}_m^s}{\hat{\lambda}_m},\hat{\omega},\frac{d}{dt}\left[l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\hat{l}_1^m,\ldots,\hat{l}_m^m,\frac{\hat{l}_1^s}{\hat{\lambda}_1},\ldots,\frac{\hat{l}_m^s}{\hat{\lambda}_m},\hat{\omega}\right]\right\},\quad i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.10)}$$

$$r_i^s(t)=f_i^s\left\{l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\hat{l}_1^m,\ldots,\hat{l}_m^m,\frac{\hat{l}_1^s}{\hat{\lambda}_1},\ldots,\frac{\hat{l}_m^s}{\hat{\lambda}_m},\hat{\omega},\frac{d}{dt}\left[l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\hat{l}_1^m,\ldots,\hat{l}_m^m,\frac{\hat{l}_1^s}{\hat{\lambda}_1},\ldots,\frac{\hat{l}_m^s}{\hat{\lambda}_m},\hat{\omega}\right]\right\},\quad i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.11)}$$

$$\hat{r}_i^m(t)=\hat{f}_i^m\left\{l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\hat{l}_1^m,\ldots,\hat{l}_m^m,\frac{\hat{l}_1^s}{\hat{\lambda}_1},\ldots,\frac{\hat{l}_m^s}{\hat{\lambda}_m},\hat{\omega},\frac{d}{dt}\left[l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\hat{l}_1^m,\ldots,\hat{l}_m^m,\frac{\hat{l}_1^s}{\hat{\lambda}_1},\ldots,\frac{\hat{l}_m^s}{\hat{\lambda}_m},\hat{\omega}\right]\right\},\quad i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.12)}$$

$$\hat{r}_i^s(t)=\hat{f}_i^s\left\{l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\hat{l}_1^m,\ldots,\hat{l}_m^m,\frac{\hat{l}_1^s}{\hat{\lambda}_1},\ldots,\frac{\hat{l}_m^s}{\hat{\lambda}_m},\hat{\omega},\frac{d}{dt}\left[l_1^m,\ldots,l_m^m,\frac{l_1^s}{\lambda_1},\ldots,\frac{l_m^s}{\lambda_m},\omega,\hat{l}_1^m,\ldots,\hat{l}_m^m,\frac{\hat{l}_1^s}{\hat{\lambda}_1},\ldots,\frac{\hat{l}_m^s}{\hat{\lambda}_m},\hat{\omega}\right]\right\},\quad i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.13)}$$

Na verdade, o que está por trás da determinação dessas taxas de variação da demanda é a Lei de Engel, conforme discutimos quando tratamos da economia fechada.

Contudo, para simplificar, será feita a suposição de que os coeficientes de demanda domésticos e estrangeiros das famílias empregadas nos setores modernos e os coeficientes de demanda domésticos e estrangeiros das famílias empregadas nos setores de subsistência variam a taxas percentuais r_i^m, $\hat{r}_i^m$, r_i^s e $\hat{r}_i^s$, respectivamente. Essas taxas de variação são supostas constantes ao longo do tempo, mas, em geral, diferentes entre si ($r_i^m\neq\hat{r}_i^m\neq r_i^s\neq\hat{r}_i^s,\quad i=1,2,\ldots,m$) e para cada mercadoria ($r_i^m\neq r_j^m$, $\hat{r}_i^m\neq\hat{r}_j^m$, $r_i^s\neq r_j^s$ e

[32] No caso de economias abertas, a taxa de variação da demanda se comporta como previsto por Pasinetti (1981, p. 82), mas as famílias empregadas nos setores modernos e de subsistência e para cada economia essas funções são diferentes para cada mercadoria, levando, em geral, a taxas de variação distintas.

$\hat{r}_i^s \neq \hat{r}_j^s$, $i, j = 1,2,\ldots,m$, $\forall i \neq j$). Caso os preços internos sejam inferiores aos preços externos ($p_i < \varepsilon\hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), a trajetória temporal desses coeficientes é a seguinte:

$$\overleftrightarrow{c}_i^m(t) = \overleftrightarrow{c}_i^m(0)e^{r_i^m t}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.14}$$

$$\overleftrightarrow{c}_i^s(t) = \overleftrightarrow{c}_i^s(0)e^{r_i^s t}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.15}$$

$$\vec{c}_i^m(t) = \vec{c}_i^m(0)e^{\hat{r}_i^m t}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.16}$$

$$\vec{c}_i^s(t) = \vec{c}_i^s(0)e^{\hat{r}_i^s t}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.17}$$

$$\overleftarrow{c}_i^m(t) = 0, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.18}$$

$$\overleftarrow{c}_i^s(t) = 0, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.19}$$

Caso contrário, ou seja, se os preços internos forem superiores aos preços externos ($p_i > \varepsilon\hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), a trajetória temporal desses coeficientes será:

$$\overleftrightarrow{c}_i^m(t) = 0, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.20}$$

$$\overleftrightarrow{c}_i^s(t) = 0, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.21}$$

$$\vec{c}_i^m(t) = 0, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.22}$$

$$\vec{c}_i^s(t) = 0, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.23}$$

$$\overleftarrow{c}_i^m(t) = \overleftarrow{c}_i^m(0)e^{r_i^m t}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.24}$$

$$\overleftarrow{c}_i^s(t) = \overleftarrow{c}_i^s(0)e^{r_i^s t}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.25}$$

Ou seja:

$$r_i^m \equiv \frac{\dot{\overleftrightarrow{c}}_i^m}{\overleftrightarrow{c}_i^m} = \frac{\dot{\overleftarrow{c}}_i^m}{\overleftarrow{c}_i^m}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.26}$$

$$\hat{r}_i^m \equiv \frac{\dot{\vec{c}}_i^m}{\vec{c}_i^m}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.27}$$

$$r_i^s \equiv \frac{\dot{\overleftrightarrow{c}}_i^s}{\overleftrightarrow{c}_i^s} = \frac{\dot{\overleftarrow{c}}_i^s}{\overleftarrow{c}_i^s}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.28}$$

$$\hat{r}_i^s \equiv \frac{\dot{\vec{c}}_i^s}{\vec{c}_i^s}, \; i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.29}$$

A expressão $Q_i(t)=\left[\alpha\left(\vec{c}_i^{\,m}(t)+\xi^m\vec{c}_i^{\,m}(t)\right)+(1-\alpha)\left(\vec{c}_i^{\,s}(t)+\xi^s\vec{c}_i^{\,s}(t)\right)\right]N(t)$, após substituir α, ξ^m e ξ^s, e a realização de suma simples manipulação algébrica, pode ser reescrita como:

$$Q_i(t)=\vec{c}_i^{\,m}(t)N^m(t)+\vec{c}_i^{\,s}(t)N^s(t)+\vec{c}_i^{\,m}(t)\hat{N}^m(t)+\vec{c}_i^{\,s}(t)\hat{N}^s(t),\ i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.30)}$$

Isso implica que $\dot{Q}_i=\dot{\vec{c}}_i^{\,m}\dot{N}^m+\dot{\vec{c}}_i^{\,s}\dot{N}^s+\dot{\vec{c}}_i^{\,m}\dot{\hat{N}}^m+\dot{\vec{c}}_i^{\,s}\dot{\hat{N}}^s$. Mas $\dot{\vec{c}}_i^{\,m}=r_i^m\vec{c}_i^{\,m}$, $\dot{\vec{c}}_i^{\,m}=\hat{r}_i^m\vec{c}_i^{\,m}$, $\dot{\vec{c}}_i^{\,s}=r_i^s\vec{c}_i^{\,s}$, $\dot{\vec{c}}_i^{\,s}=\hat{r}_i^s\vec{c}_i^{\,s}$, $\dot{N}^m=gN^m$, $\dot{\hat{N}}^m=\hat{g}\hat{N}^m$, $\dot{N}^s=gN^s$, $\dot{\hat{N}}^s=\hat{g}\hat{N}^s$, então: $\dot{Q}_i=r_i^m\vec{c}_i^{\,m}N^m+g\vec{c}_i^{\,m}N^m+r_i^s\vec{c}_i^{\,s}N^s+g\vec{c}_i^{\,s}N^s+\hat{r}_i^m\vec{c}_i^{\,m}\hat{N}^m+\hat{g}\vec{c}_i^{\,m}\hat{N}^m+\hat{r}_i^s\vec{c}_i^{\,s}\hat{N}^s+\hat{g}\vec{c}_i^{\,s}\hat{N}^s$. Logo:

$$\dot{Q}_i=\left(g+r_i^m\right)\vec{c}_i^{\,m}N^m+\left(g+r_i^s\right)\vec{c}_i^{\,s}N^s+\left(\hat{g}+\hat{r}_i^m\right)\vec{c}_i^{\,m}\hat{N}^m+\left(\hat{g}+\hat{r}_i^s\right)\vec{c}_i^{\,s}\hat{N}^s,\ i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.31)}$$

Ou seja, a quantidade produzida de cada mercadoria deverá crescer à soma das taxas de crescimento da população e crescimento da demanda *per capita* de cada mercadoria em particular, tanto das famílias empregadas nos setores modernos quanto das famílias empregadas nos setores de subsistência, para a economia nacional e estrangeira, ponderadas pelos respectivos coeficientes de demanda. Isso tudo, claro, desde que os preços internos sejam inferiores aos preços externos ($p_i<\varepsilon\hat{p}_i$, $i=1,2,\ldots,m$), caso os preços internos sejam superiores aos preços externos ($p_i>\varepsilon\hat{p}_i$, $i=1,2,\ldots,m$), teremos $Q_i=0$.

Vamos admitir a existência de progresso técnico em ambas as economias, ou seja, que o coeficiente técnico se altere ao longo do tempo a taxas percentuais constantes ρ_i^m e $\hat{\rho}_i^m$, para cada setor doméstico e estrangeiro moderno, respectivamente, e a taxas percentuais constantes ρ_i^s e $\hat{\rho}_i^s$, para cada setor doméstico e estrangeiro de subsistência, respectivamente. Essas taxas são, em geral, diferentes entre si ($\rho_i^m\neq\hat{\rho}_i^m\neq\rho_i^s\neq\hat{\rho}_i^s$, $i=1,2,\ldots,m$) e diferentes para cada mercadoria ($\rho_i^m\neq\rho_j^m$, $\hat{\rho}_i^m\neq\hat{\rho}_i^m$, $\rho_i^s\neq\rho_j^s$ e $\hat{\rho}_i^s\neq\hat{\rho}_i^s$, $i,j=1,2,\ldots,m$, $\forall i\neq j$):

$$l_i^m(t)=l_i^m(0)e^{-\rho_i^m t},\ i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.32)}$$

$$\hat{l}_i^m(t)=\hat{l}_i^m(0)e^{-\hat{\rho}_i^m t},\ i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.33)}$$

$$l_i^s(t)=l_i^s(0)e^{-\rho_i^s t},\ i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.34)}$$

$$\hat{l}_i^s(t)=\hat{l}_i^s(0)e^{-\hat{\rho}_i^s t},\ i=1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.35)}$$

Ou seja:

$$\rho_i^m \equiv -\frac{\dot{l}_i^m}{l_i^m},\ i=1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.36}$$

$$\hat{\rho}_i^m \equiv -\frac{\dot{\hat{l}}_i^m}{\hat{l}_i^m},\ i=1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.37}$$

$$\rho_i^s \equiv -\frac{\dot{l}_i^s}{l_i^s},\ i=1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.38}$$

$$\hat{\rho}_i^s \equiv -\frac{\dot{\hat{l}}_i^s}{\hat{l}_i^s},\ i=1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.39}$$

Como os preços são dados por $p_i(t)=\beta_i l_i^m(t)w^m(t)+(1-\beta_i)l_i^s(t)w^s(t)$, teremos $\dot{p}_i=\beta_i\dot{l}_i^m w^m+(1-\beta_i)\dot{l}_i^s w^s$, ou seja:

$$\dot{p}_i=\rho_i^m\beta_i l_i^m w^m(t)+\rho_i^s(1-\beta_i)l_i^s w^s(t),\ i=1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.40}$$

No modelo original de Pasinetti (1993) tínhamos apenas uma taxa de salário, que tomávamos como numerário para descrever a dinâmica dos preços. Agora temos taxas de salário diferentes para os setores domésticos modernos (w^m) e de subsistência (w^s), além das proporções entre a quantidade produzida dos bens de consumo pelas famílias empregadas nos setores domésticos modernos e a quantidade total produzida destes mesmos bens (β_i). Já discutimos anteriormente como a escolha das técnicas de menor custo determina os β_i para cada mercadoria. No caso das taxas de salário diferentes, usaremos a relação ω entre as taxas de salário dos setores domésticos modernos e dos setores domésticos de subsistência, conforme definida anteriormente, e, agora sim, tomaremos a taxa de salário dos setores domésticos de subsistência como numerário ($\overline{w}^s=1$)[33] para reescrever as equações dos preços como:

$$\dot{p}_i=\rho_i^m\beta_i l_i^m\omega(t)+\rho_i^s(1-\beta_i)l_i^s,\ i=1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.41}$$

Ou seja, se os preços internos forem inferiores aos preços externos ($p_i<\varepsilon\hat{p}_i$, $i=1,2,\ldots,m$), os preços de cada mercadoria deverão decrescer à taxa ponderada pela

[33] Portanto, estamos fazendo com que $w^m(t)=\omega(t)$.

contribuição de cada setor na produção daquela mercadoria e das respectivas taxas de salário do respectivo coeficiente técnico. Se a mercadoria for produzida apenas pelo setor doméstico moderno ($\beta_i = 1$), a dinâmica do preço daquela mercadoria irá depender apenas dos coeficientes técnicos e taxas de salário dos setores domésticos modernos, desde que $l_i^m w^m < \frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s$ naquele período de tempo. Por outro lado, se a mercadoria for produzida apenas pelo setor doméstico de subsistência ($\beta_i = 0$), a dinâmica do preço daquela mercadoria irá depender apenas dos coeficientes técnicos e taxas de salário dos setores domésticos de subsistência, desde que $\frac{l_i^s}{\lambda_i} w^s < l_i^m w^m$ naquele período de tempo. Caso os preços internos sejam superiores aos preços externos ($p_i > \varepsilon \hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), a mercadoria será importada.

De forma análoga:

$$\dot{p}_i = \hat{\rho}_i^m \hat{\beta}_i \hat{l}_i^m \hat{\omega}(t) + \hat{\rho}_i^s \left(1 - \hat{\beta}_i\right) \hat{l}_i^s , \; i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.42)}$$

Como as taxas de salário naturais dos setores domésticos modernos e de subsistência são determinadas pela cesta de mercadorias que as famílias que trabalham nesses setores, respectivamente, irão adquirir, elas também sofrerão variações de acordo com as variações de preço de cada mercadoria (determinadas pela variação dos respectivos coeficientes técnicos, tanto dos setores domésticos modernos quanto dos setores domésticos de subsistência, caso $p_i < \varepsilon \hat{p}_i$, ou dos setores estrangeiros modernos quanto dos setores estrangeiros de subsistência, caso $p_i > \varepsilon \hat{p}_i$) e pelo o peso de cada uma dessas mercadorias na cesta das famílias (representado pelos coeficientes de demanda das famílias que trabalham nos setores domésticos modernos e de subsistência por cada mercadoria).

Ou seja, os preços de cada mercadoria, tanto na economia doméstica como na estrangeira, deverão decrescer à mesma taxa que os respectivos coeficientes técnicos dos setores (modernos ou de subsistência) que as produzem.

Como as taxas de salário são determinadas pelas cestas de mercadorias que as famílias irão adquirir, elas também sofrerão alterações ao longo do tempo (cujas taxas percentuais de mudança denominaremos σ_{w^m} e σ_{w^s}, respectivamente, para as taxas de salário dos setores domésticos modernos e de subsistência, e $\hat{\sigma}_{w^m}$ e $\hat{\sigma}_{w^s}$, respectivamente, para as taxas de salário dos setores domésticos modernos e de subsistência) de acordo com as variações de preço de cada mercadoria (determinadas pela variação dos respectivos coeficientes técnicos) e pelo o peso de cada uma dessas mercadorias na cesta das famílias (representado pelos coeficientes de demanda por cada mercadoria). Portanto:

$$w^m(t) = w^m(0)e^{\sigma_{w^m} t} \tag{IV.3.B.43}$$

$$w^s(t) = w^s(0)e^{\sigma_{w^s} t} \tag{IV.3.B.44}$$

$$\hat{w}^m(t) = \hat{w}^m(0)e^{\hat{\sigma}_{w^m} t} \tag{IV.3.B.45}$$

$$\hat{w}^s(t) = \hat{w}^s(0)e^{\hat{\sigma}_{w^s} t} \tag{IV.3.B.46}$$

Isso significa que, ao adotarmos a taxa de salário dos setores de subsistência como numerário, na economia nacional, estamos fazendo, na verdade, duas suposições:

$$\begin{aligned} w^s(0) &= 1 \\ \sigma_{w^s} &= 0 \end{aligned} \tag{IV.3.B.47}$$

O mesmo vale para a economia estrangeira:

$$\begin{aligned} \hat{w}^s(0) &= 1 \\ \hat{\sigma}_{w^s} &= 0 \end{aligned} \tag{IV.3.B.48}$$

Como:

$$p_i(t) = \beta_i l_i^m(0)e^{-\rho_i^m t} w^m(0)e^{-\sigma_{w^m} t} + (1-\beta_i)l_i^s(0)e^{-\rho_i^s t} w^s(0)e^{-\sigma_{w^s} t},\ i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.49}$$

$$\hat{p}_i(t) = \hat{\beta}_i \hat{l}_i^m(0)e^{-\hat{\rho}_i^m t} \hat{w}^m(0)e^{-\hat{\sigma}_{w^m} t} + (1-\hat{\beta}_i)\hat{l}_i^s(0)e^{-\hat{\rho}_i^s t} \hat{w}^s(0)e^{-\hat{\sigma}_{x^s} t},\ i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.50}$$

Caso os preços internos sejam inferiores aos preços externos ($p_i < \varepsilon \hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i na economia nacional, quando a mercadoria for fabricada pelo setor doméstico moderno ($\beta_i = 1$) será igual a:

$$\sigma_i = \sigma_{w^m} - \rho_i^m,\ i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.51}$$

E, quando a mercadoria for fabricada pelo setor de subsistência ($\beta_i = 0$), será igual a:

$$\sigma_i = \sigma_{w^s} - \rho_i^s,\ i = 1,2,\ldots,m \tag{IV.3.B.52}$$

Portanto, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i quando $p_i < \varepsilon \hat{p}_i$ pode ser expressa como:

$$\sigma_i = \beta_i \left(\sigma_{w^m} - \rho_i^m \right) + \left(1 - \beta_i \right) \left(\sigma_{w^s} - \rho_i^s \right),\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.53)}$$

E, caso os preços internos sejam superiores aos preços externos ($p_i > \varepsilon \hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i na economia nacional será igual à taxa de variação percentual do preço da mercadoria i na economia estrangeira, que, quando a mercadoria for fabricada pelo setor estrangeiro moderno ($\hat{\beta}_i = 1$) será igual a:

$$\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_i^m,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.54)}$$

E, quando a mercadoria for fabricada pelo setor estrangeiro de subsistência ($\hat{\beta}_i = 0$), será igual a:

$$\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_i^s,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.55)}$$

Portanto, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i quando $p_i > \varepsilon \hat{p}_i$ pode ser expressa como:

$$\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \hat{\beta}_i \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_i^m \right) + \left(1 - \hat{\beta}_i \right) \left(\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_i^s \right),\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.56)}$$

A taxa de inflação σ é igual à soma da taxa de variação percentual do preço das mercadorias produzidas domesticamente ($\sigma_i, i = 1,2,\ldots,m$) ponderadas pelas respectivas participações no produto total nacional destinado ao mercado interno dos setores domésticos modernos ($\beta_i \vec{c}_i^m l_i^m$, $i = 1,2,\ldots,m$) e de subsistência ($\left(1 - \beta_i\right) \vec{c}_i^s l_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$) e da taxa de variação percentual do preço das mercadorias importadas ($\hat{\sigma}_i, i = 1,2,\ldots,m$) ponderadas pelas respectivas participações no produto total estrangeiro destinado ao mercado nacional dos setores estrangeiros modernos ($\beta_i \vec{c}_i^m l_i^m$, $i = 1,2,\ldots,m$) e de subsistência ($\left(1 - \beta_i\right) \vec{c}_i^s l_i^s$, $i = 1,2,\ldots,m$):

$$\sigma = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \left(\vec{c}_i^m + \vec{c}_i^m \right) l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \left(1 - \beta_i \right) \left(\vec{c}_i^s + \vec{c}_i^s \right) l_i^s \qquad \text{(IV.3.B.57)}$$

Ou ainda:

$$\sigma = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \vec{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \left(1 - \beta_i \right) \vec{c}_i^s l_i^s + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \vec{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \left(1 - \beta_i \right) \vec{c}_i^s l_i^s \qquad \text{(IV.3.B.58)}$$

Observe que a taxa de inflação é composta por quatro somatórios. O primeiro somatório ($\sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \overleftrightarrow{c}_i^{m} l_i^m$) representa a inflação das mercadorias produzidas internamente pelos setores domésticos modernos. O segundo somatório ($\sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) \overleftrightarrow{c}_i^{s} l_i^s$) representa a inflação das mercadorias produzidas internamente pelos setores domésticos de subsistência. O terceiro somatório ($\sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \overleftarrow{c}_i^{m} l_i^m$) representa a inflação das mercadorias produzidas externamente pelos setores estrangeiros modernos para abastecer a economia nacional. Finalmente, o quarto somatório ($\sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) \overleftarrow{c}_i^{s} l_i^s$) representa a inflação das mercadorias produzidas externamente pelos setores estrangeiros de subsistência para abastecer a economia nacional.

Como nessa economia há dois grupos de famílias, as que trabalham nos setores domésticos modernos e as que trabalham nos setores domésticos de subsistência, com taxas de salário e coeficientes de demanda diferentes para cada mercadoria, existirão também taxas de inflação diferentes para as famílias dos setores modernos:

$$\sigma^m = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \left(\overleftrightarrow{c}_i^{m} + \overleftarrow{c}_i^{m} \right) l_i^m + \frac{1}{\omega} \sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) \left(\overleftrightarrow{c}_i^{m} + \overleftarrow{c}_i^{m} \right) l_i^s \qquad \text{(IV.3.B.59)}$$

E para as famílias dos setores de subsistência[34]:

$$\sigma^s = \omega \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \left(\overleftrightarrow{c}_i^{s} + \overleftarrow{c}_i^{s} \right) l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) \left(\overleftrightarrow{c}_i^{s} + \overleftarrow{c}_i^{s} \right) l_i^s \qquad \text{(IV.3.B.60)}$$

Essas taxas de inflação mostram que o aumento da relação entre as taxas de salário dos setores domésticos modernos e de subsistência diminui a taxa de inflação para as famílias dos setores domésticos modernos porque diminui o peso das mercadorias produzidas pelos setores de subsistência na sua cesta de consumo. Quando a relação entre

---

[34] O aparecimento das parcelas $\overleftrightarrow{c}_i^{m} l_i^s$ e $\overleftarrow{c}_i^{m} l_i^s$ na expressão para σ^m e das parcelas $\overleftrightarrow{c}_i^{s} l_i^m$ e $\overleftarrow{c}_i^{s} l_i^m$ na expressão para σ^s podem causar estranheza, mas elas surgem justamente porque as quantidades consumidas e produzidas pelos setores domésticos modernos são, em geral, diferentes ($\overleftrightarrow{q}_i^{m} + \overleftarrow{q}_i^{m} \neq {}^{m}\overleftrightarrow{q}_i + {}^{m}\overleftarrow{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$), e o mesmo ocorre com as quantidades consumidas e produzidas pelos setores domésticos de subsistência ($\overleftrightarrow{q}_i^{s} + \overleftarrow{q}_i^{s} \neq {}^{s}\overleftrightarrow{q}_i + {}^{s}\overleftarrow{q}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$).

as taxas de salário dos setores domésticos modernos e de subsistência aumenta são as famílias dos setores domésticos de subsistência que se beneficiam de uma inflação menor. Apesar de complicadas, essas expressões se relacionam com a taxa da inflação da economia como um todo de maneira simples:

$$\sigma = \sigma^s \sum_{i=1}^{m} \beta_i \left(\overleftrightarrow{c}_i^m + \overleftarrow{c}_i^m \right) l_i^m + \sigma^s \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) \left(\overleftrightarrow{c}_i^s + \overleftarrow{c}_i^s \right) l_i^s \qquad \text{(IV.3.B.61)}$$

Substituindo $\sigma_i = \beta_i \left(\sigma_{w^m} - \rho_i^m \right) + (1-\beta_i)\left(\sigma_{w^s} - \rho_i^s \right)$ nos dois primeiros somatórios e $\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \hat{\beta}_i \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_i^m \right) + \left(1-\hat{\beta}_i\right)\left(\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_i^s \right)$ nos dois últimos somatórios de $\sigma = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \overleftrightarrow{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) \overleftrightarrow{c}_i^s l_i^s + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \overleftarrow{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) \overleftarrow{c}_i^s l_i^s$, e desconsiderando os casos intermediários, e pouco prováveis, de uma mercadoria produzida tanto pelos setores (domésticos ou estrangeiros) modernos quanto pelos setores (domésticos ou estrangeiros) de subsistência (ou seja, $0 < \beta_i < 1$), podemos escrever a expressão da taxa de inflação como:

$$\sigma = \sum_{i=1}^{m} \left(\sigma_{w^m} - \rho_i^m \right) \beta_i \overleftrightarrow{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_i^m \right) \beta_i \overleftarrow{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \left(\sigma_{w^s} - \rho_i^s \right)(1-\beta_i) \overleftrightarrow{c}_i^s l_i^s + \sum_{i=1}^{m} \left(\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_i^s \right)(1-\beta_i) \overleftarrow{c}_i^s l_i^s \qquad \text{(IV.3.B.62)}$$

Após uma simples manipulação algébrica, podemos reescrever a expressão:

$$\sigma = \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \overleftrightarrow{c}_i^m l_i^m + \hat{\sigma}_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \overleftarrow{c}_i^m l_i^m + \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \overleftrightarrow{c}_i^s l_i^s + \hat{\sigma}_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \overleftarrow{c}_i^s l_i^s - \rho^* \qquad \text{(IV.3.B.63)}$$

Sendo:

$\rho^* = \sum_{i=1}^{m} \rho_i^m \beta_i \overleftrightarrow{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \hat{\rho}_i^m \beta_i \overleftarrow{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \rho_i^s (1-\beta_i) \overleftrightarrow{c}_i^s l_i^s + \sum_{i=1}^{m} \hat{\rho}_i^s (1-\beta_i) \overleftarrow{c}_i^s l_i^s$: taxa "padrão dualista" de crescimento da produtividade para economias abertas, isto é, a média das taxas de variação do coeficiente técnico de cada mercadoria produzida domesticamente e externamente (pelos setores modernos e de subsistência) que abastecem o mercado nacional ponderadas pelas respectivas participações no produto total[35].

Portanto, a taxa de inflação, quando a taxa de salário dos setores domésticos de subsistência for escolhida como numerário ($w^s(0) = 1$ e $\sigma_{w^s} = 0$), será igual a:

[35] Vide Pasinetti (1963, p. 69).

$$\sigma = \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \hat{\sigma}_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \hat{\sigma}_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s - \rho^* \qquad \text{(IV.3.B.64)}$$

A taxa de inflação, quando a taxa de salário dos setores domésticos modernos for escolhida como numerário ($w^m(0)=1$ e $\sigma_{w^m}=0$), será igual a:

$$\sigma = \hat{\sigma}_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s + \hat{\sigma}_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s - \rho^* \qquad \text{(IV.3.B.65)}$$

A taxa de inflação, quando a taxa de salário dos setores estrangeiros de subsistência for escolhida como numerário ($\hat{w}^s(0)=1$ e $\hat{\sigma}_{w^s}=0$), será igual a:

$$\sigma = \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \hat{\sigma}_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s - \rho^* \qquad \text{(IV.3.B.66)}$$

Finalmente, a taxa de inflação, quando a taxa de salário dos setores estrangeiros modernos for escolhida como numerário ($\hat{w}^m(0)=1$ e $\hat{\sigma}_{w^m}=0$), será igual a:

$$\sigma = \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \hat{\sigma}_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s - \rho^* \qquad \text{(IV.3.B.67)}$$

Podemos reescrever a expressão como:

$$\sigma = \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \hat{\sigma}_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s + \hat{\sigma}_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s - \rho^* \qquad \text{(IV.3.B.68)}$$

Ou seja, quando uma determinada taxa de salário é escolhida como numerário, a taxa de inflação será igual às soma das demais taxas de salário ponderadas pelas respectivas participações no produto total menos a taxa "padrão dualista" de crescimento da produtividade para economias abertas.

De maneira análoga, se fosse escolhida uma mercadoria h qualquer como numerário, teríamos:

$$\begin{aligned} p_h(0) &= 1 \\ \sigma_h &= 0 \end{aligned} \qquad \text{(IV.3.B.69)}$$

Sendo:

σ_h: taxa de variação percentual do preço da mercadoria h.

Caso o preço interno da mercadoria h seja inferior ao preço externo ($p_h < \varepsilon\hat{p}_h$), a taxa de variação percentual do preço dessa mercadoria na economia nacional é igual a:

$$\sigma_h = \beta_h\left(\sigma_{w^m} - \rho_h^m\right) + \left(1-\beta_h\right)\left(\sigma_{w^s} - \rho_h^s\right) \qquad \text{(IV.3.B.70)}$$

Subtraindo a expressão acima de $\sigma_i = \beta_i(\sigma_{w^m} - \rho_i^m) + (1-\beta_i)(\sigma_{w^s} - \rho_i^s)$, quando $p_i < \varepsilon\hat{p}_i$, reescrevemos a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i como[36]:

$$\sigma_i = \sigma_h - (\beta_h - \beta_i)(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}) + \beta_h\rho_h^m - \beta_i\rho_i^m + (1-\beta_h)\rho_h^s - (1-\beta_i)\rho_i^s,\ i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.3.B.71)}$$

Subtraindo a expressão $\sigma_h = \beta_h(\sigma_{w^m} - \rho_h^m) + (1-\beta_h)(\sigma_{w^s} - \rho_h^s)$ de $\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \hat{\beta}_i(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_i^m) + (1-\hat{\beta}_i)(\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_i^s)$, quando $p_i > \varepsilon\hat{p}_i$, reescrevemos a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i como[37]:

$$\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \sigma_h - \beta_h(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}) + \hat{\beta}_i(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\sigma}_{w^s}) + \beta_h\rho_h^m - \hat{\beta}_i\hat{\rho}_i^m + (1-\beta_h)\rho_h^s - (1-\hat{\beta}_i)\hat{\rho}_i^s,\ i = 1,2,\ldots,m \quad \text{(IV.3.B.72)}$$

Substituindo $\sigma_i = \sigma_h - (\beta_h - \beta_i)(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}) + \beta_h\rho_h^m - \beta_i\rho_i^m + (1-\beta_h)\rho_h^s - (1-\beta_i)\rho_i^s$ nos dois primeiros somatórios e $\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \sigma_h - \beta_h(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s}) + \hat{\beta}_i(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\sigma}_{w^s}) + \beta_h\rho_h^m - \hat{\beta}_i\hat{\rho}_i^m + (1-\beta_h)\rho_h^s - (1-\hat{\beta}_i)\hat{\rho}_i^s$ nos dois últimos somatórios de $\sigma = \sum_{i=1}^{m}\sigma_i\beta_i\overleftrightarrow{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m}\sigma_i(1-\beta_i)\overleftrightarrow{c}_i^s l_i^s + \sum_{i=1}^{m}\sigma_i\beta_i\overleftarrow{c}_i^m l_i^m + \sum_{i=1}^{m}\sigma_i(1-\beta_i)\overleftarrow{c}_i^s l_i^s$, e desconsiderando o caso pouco provável em que $0 < \beta_i < 1$, a taxa de inflação pode ser escrita como[38]:

$$\sigma = \sigma_h - \rho^* + \sigma_w^* - \beta_h\left[(\sigma_{w^m} - \rho_h^m)\sum_{i=1}^{m}\overleftrightarrow{c}_i^m l_i^m + (\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_h^m)\sum_{i=1}^{m}\overleftarrow{c}_i^m l_i^m\right] - (1-\beta_h)\left[(\sigma_{w^s} - \rho_h^s)\sum_{i=1}^{m}\overleftrightarrow{c}_i^s l_i^s + (\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_h^s)\sum_{i=1}^{m}\overleftarrow{c}_i^s l_i^s\right] \quad \text{(IV.3.B.73)}$$

Sendo:

$\sigma_w^* \equiv \sigma_{w^m}\sum_{i=1}^{m}\beta_i\overleftrightarrow{c}_i^m l_i^m + \hat{\sigma}_{w^m}\sum_{i=1}^{m}\beta_i\overleftarrow{c}_i^m l_i^m + \sigma_{w^s}\sum_{i=1}^{m}(1-\beta_i)\overleftrightarrow{c}_i^s l_i^s + \hat{\sigma}_{w^s}\sum_{i=1}^{m}(1-\beta_i)\overleftarrow{c}_i^s l_i^s$: taxa "padrão dualista" da variação das taxas de salário para a economia aberta, isto é, a média de variação das taxas de salários dos setores (domésticos e estrangeiros) modernos e de subsistência ponderada pelas respectivas participações no produto total.

---

[36] A expressão abaixo representa quatro situações possíveis, os dois casos nos quais a mercadoria h é fabricada pelo setor doméstico moderno ($\beta_h = 1$) ou de subsistência ($\beta_h = 0$) combinado com os dois casos nos quais a mercadoria i pelo setor doméstico moderno ($\beta_i = 1$) ou de subsistência ($\beta_i = 0$).

[37] A expressão abaixo representa mais quatro situações possíveis, os dois casos nos quais a mercadoria h é fabricada pelo setor doméstico moderno ($\beta_h = 1$) ou de subsistência ($\beta_h = 0$) combinado com os dois casos nos quais a mercadoria i pelo setor estrangeiro moderno ($\hat{\beta}_i = 1$) ou de subsistência ($\hat{\beta}_i = 0$).

[38] A manipulação algébrica é semelhante à adotada para o caso do *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para economias fechadas. Vide nota de rodapé 25, à página 101.

Existem dois casos a serem examinados aqui. No primeiro, a mercadoria h é fabricada pelo setor moderno ($\beta_h = 1$). Então a taxa de inflação é expressa como:

$$\sigma = \sigma_h - \left(\rho^* - \rho_h^m \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m - \hat{\rho}_h^m \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m \right) + \left(\sigma_w^* - \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m - \hat{\sigma}_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m \right) \quad \text{(IV.3.B.74)}$$

No segundo caso, a mercadoria h é fabricada pelo setor de subsistência ($\beta_h = 0$). Então a taxa de inflação pode ser escrita como:

$$\sigma = \sigma_h - \left(\rho^* - \rho_h^s \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s - \hat{\rho}_h^s \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s \right) + \left(\sigma_w^* - \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s - \hat{\sigma}_{w^s} \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s \right) \quad \text{(IV.3.B.75)}$$

Caso o preço interno da mercadoria h seja superior ao preço externo ($p_h > \varepsilon \hat{p}_h$), a taxa de variação percentual do preço dessa mercadoria na economia nacional será igual à taxa de variação percentual do preço dela na economia estrangeira:

$$\sigma_h = \hat{\sigma}_h = \hat{\beta}_h \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_h^m \right) + \left(1 - \hat{\beta}_h \right) \left(\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_h^s \right) \quad \text{(IV.3.B.76)}$$

Subtraindo a expressão acima de $\sigma_i = \beta_i \left(\sigma_{w^m} - \rho_i^m \right) + \left(1 - \beta_i \right) \left(\sigma_{w^s} - \rho_i^s \right)$, quando $p_i < \varepsilon \hat{p}_i$, reescrevemos a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i como[39]:

$$\sigma_i = \sigma_h - \hat{\beta}_h \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\sigma}_{w^s} \right) + \beta_i \left(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s} \right) + \hat{\beta}_h \hat{\rho}_h^m - \beta_i \rho_i^m + \left(1 - \hat{\beta}_h \right) \hat{\rho}_h^s - \left(1 - \beta_i \right) \rho_i^s, \; i = 1, 2, \ldots, m \quad \text{(IV.3.B.77)}$$

Subtraindo a expressão $\sigma_h = \hat{\sigma}_h = \hat{\beta}_h \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_h^m \right) + \left(1 - \hat{\beta}_h \right) \left(\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_h^s \right)$ de $\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \hat{\beta}_i \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_i^m \right) + \left(1 - \hat{\beta}_i \right) \left(\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_i^s \right)$, quando $p_i > \varepsilon \hat{p}_i$, reescrevemos a taxa de variação percentual do preço da mercadoria i como[40]:

$$\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \sigma_h - \left(\hat{\beta}_h - \hat{\beta}_i \right) \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\sigma}_{w^s} \right) + \hat{\beta}_h \hat{\rho}_h^m - \hat{\beta}_i \hat{\rho}_i^m + \left(1 - \hat{\beta}_h \right) \hat{\rho}_h^s - \left(1 - \hat{\beta}_i \right) \hat{\rho}_i^s, \; i = 1, 2, \ldots, m \quad \text{(IV.3.B.78)}$$

Substituindo $\sigma_i = \sigma_h - \hat{\beta}_h \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\sigma}_{w^s} \right) + \beta_i \left(\sigma_{w^m} - \sigma_{w^s} \right) + \hat{\beta}_h \hat{\rho}_h^m - \beta_i \rho_i^m + \left(1 - \hat{\beta}_h \right) \hat{\rho}_h^s - \left(1 - \beta_i \right) \rho_i^s$ nos dois primeiros somatórios e $\sigma_i = \hat{\sigma}_i = \sigma_h - \left(\hat{\beta}_h - \hat{\beta}_i \right) \left(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\sigma}_{w^s} \right) + \hat{\beta}_h \hat{\rho}_h^m - \hat{\beta}_i \hat{\rho}_i^m + \left(1 - \hat{\beta}_h \right) \hat{\rho}_h^s - \left(1 - \hat{\beta}_i \right) \hat{\rho}_i^s$ nos dois

---

[39] A expressão abaixo representa outras quatro situações possíveis, os dois casos nos quais a mercadoria h é fabricada pelo setor estrangeiro moderno ($\hat{\beta}_h = 1$) ou de subsistência ($\hat{\beta}_h = 0$) combinado com os dois casos nos quais a mercadoria i pelo setor doméstico moderno ($\beta_i = 1$) ou de subsistência ($\beta_i = 0$).

[40] A expressão abaixo representa as últimas quatro situações possíveis, os dois casos nos quais a mercadoria h é fabricada pelo setor estrangeiro moderno ($\hat{\beta}_h = 1$) ou de subsistência ($\hat{\beta}_h = 0$) combinado com os dois casos nos quais a mercadoria i pelo setor estrangeiro moderno ($\hat{\beta}_i = 1$) ou de subsistência ($\hat{\beta}_i = 0$).

últimos somatórios de $\sigma = \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) \vec{c}_i^{\,s} l_i^s + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i \beta_i \overleftarrow{c}_i^{\,m} l_i^m + \sum_{i=1}^{m} \sigma_i (1-\beta_i) \overleftarrow{c}_i^{\,s} l_i^s$, e desconsiderando o caso pouco provável em que $0 < \beta_i < 1$, a taxa de inflação pode ser escrita como[41]:

$$\sigma = \sigma_h - \rho^* + \sigma_w^* - \hat{\beta}_h \left[(\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_h^m) \sum_{i=1}^{m} \hat{\overleftrightarrow{c}}_i^{\,m} \hat{l}_i^m + (\sigma_{w^m} - \rho_h^m) \sum_{i=1}^{m} \hat{\overleftrightarrow{c}}_i^{\,m} \hat{l}_i^m \right] - (1-\hat{\beta}_h) \left[(\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_h^s) \sum_{i=1}^{m} \hat{\overleftrightarrow{c}}_i^{\,s} \hat{l}_i^s + (\sigma_{w^s} - \rho_h^s) \sum_{i=1}^{m} \hat{\overleftrightarrow{c}}_i^{\,s} \hat{l}_i^s \right] \quad \text{(IV.3.B.79)}$$

A expressão acima é equivalente à que foi obtida anteriormente quando a mercadoria h era produzida internamente.

Portanto, a taxa de inflação, quando uma mercadoria h for escolhida como numerário ($p_h(0) = 1$ e $\sigma_h = 0$) é igual ao negativo da taxa "padrão" de crescimento da produtividade deduzida da taxa de crescimento da produtividade da mercadoria h somada à taxa "padrão dualista" de crescimento das taxas de salário para economia aberta descontada a taxa de crescimento da taxa de salário do setor (moderno ou de subsistência) que produz a mercadoria h:

$$\sigma = -\rho^* + \sigma_w^* - \beta_h \left[(\sigma_{w^m} - \rho_h^m) \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + (\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_h^m) \sum_{i=1}^{m} \overleftarrow{c}_i^{\,m} l_i^m \right] - (1-\beta_h) \left[(\sigma_{w^s} - \rho_h^s) \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s + (\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_h^s) \sum_{i=1}^{m} \overleftarrow{c}_i^{\,s} l_i^s \right] \quad \text{(IV.3.B.80)}$$

Independente da escolha do numerário recair sobre a taxa de salário (doméstica ou estrangeira) do setor moderno, sobre a taxa de salário (doméstica ou estrangeira) do setor de subsistência ou sobre uma mercadoria h qualquer haverá sempre inflação originada das diferentes taxas de variação dos coeficientes técnicos das mercadorias produzidas domesticamente ou importadas e das outras taxas de salário não utilizadas como numerário. Para termos estabilidade de preços nessa economia ($\sigma = 0$) é preciso que:

$$\sigma_h = \rho^* - \sigma_w^* + \beta_h \left[(\sigma_{w^m} - \rho_h^m) \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,m} l_i^m + (\hat{\sigma}_{w^m} - \hat{\rho}_h^m) \sum_{i=1}^{m} \overleftarrow{c}_i^{\,m} l_i^m \right] + (1-\beta_h) \left[(\sigma_{w^s} - \rho_h^s) \sum_{i=1}^{m} \vec{c}_i^{\,s} l_i^s + (\hat{\sigma}_{w^s} - \hat{\rho}_h^s) \sum_{i=1}^{m} \overleftarrow{c}_i^{\,s} l_i^s \right] \quad \text{(IV.3.B.81)}$$

Podemos construir uma mercadoria-padrão dinâmica (h^*), ou seja, uma mercadoria ou cesta de mercadorias cuja taxa de variação do coeficiente técnico seja igual à taxa "padrão dualista" de crescimento da produtividade para economias abertas[42]. Chamando de

---

[41] A manipulação algébrica é semelhante à adotada para o caso do *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para economias fechadas. Vide nota de rodapé 25, à página 101.

[42] Pasinetti (1993, p. 70).

γ_i^* a quantidade da mercadoria i, $i = 1,2,\ldots,m$, na cesta de mercadorias que compõe a mercadoria-padrão dinâmica, podemos tomar o preço dessa mercadoria como numerário:

$$p_{h^*}(t) = \sum_{i=1}^{m} \gamma_i^* p_i(t) = 1 \qquad \text{(IV.3.B.82)}$$

Por construção, a taxa de variação percentual do preço da mercadoria-padrão dinâmica é:

$$\sigma_{h^*} = -\sigma_w^* + \beta_{h^*}\sigma_{w^m} + \hat{\beta}_{h^*}\hat{\sigma}_{w^m} + \left(1-\beta_{h^*}\right)\sigma_{w^s} + \left(1-\hat{\beta}_{h^*}\right)\hat{\sigma}_{w^s} \qquad \text{(IV.3.B.83)}$$

A mercadoria-padrão dinâmica não é uma mercadoria propriamente dita, mas uma cesta de mercadorias, composta por mercadorias produzidas pelos setores (domésticos e de estrangeiros) modernos e pelos setores (domésticos e de estrangeiros) de subsistência na proporção em que participam do produto total. Portanto, $\beta_{h^*} = \sum_{i=1}^{m} \beta_i \overleftrightarrow{c}_i^m l_i^m$, $\hat{\beta}_{h^*} = \sum_{i=1}^{m} \beta_i \overleftarrow{c}_i^m l_i^m$, $\left(1-\beta_{h^*}\right) = \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) \overleftrightarrow{c}_i^s l_i^s$ e $\left(1-\hat{\beta}_{h^*}\right) = \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) \overleftarrow{c}_i^s l_i^s$. Assim:

$$\sigma_{h^*} = -\sigma_w^* + \sigma_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \beta_i \overleftrightarrow{c}_i^m l_i^m + \hat{\sigma}_{w^m} \sum_{i=1}^{m} \beta_i \overleftarrow{c}_i^m l_i^m + \sigma_{w^s} \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) \overleftrightarrow{c}_i^s l_i^s + \hat{\sigma}_{w^s} \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) \overleftarrow{c}_i^s l_i^s \qquad \text{(IV.3.B.84)}$$

Logo:

$$\sigma_{h^*} = 0 \qquad \text{(IV.3.B.85)}$$

Portanto, a mercadoria-padrão dinâmica, quando usada como numerário, garante a estabilidade de preços no *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para economias abertas.

Observe que as taxas de progresso técnico ρ_i^m, $\hat{\rho}_i^m$, ρ_i^s e $\hat{\rho}_i^s$ são supostas constantes ao longo do tempo, mas os coeficientes de demanda $\overleftrightarrow{c}_i^m$ e $\overleftarrow{c}_i^m$ variam a taxas r_i^m, os coeficientes de demanda $\overleftrightarrow{c}_i^s$ e $\overleftarrow{c}_i^s$ variam a taxas r_i^s [43] e os coeficientes técnicos l_i^m e l_i^s variam a taxas ρ_i^m e ρ_i^s, respectivamente. Portanto, a cesta de mercadorias que compõe a mercadoria-padrão dinâmica deve ser recalculada a cada novo período de tempo. Pasinetti (1993, p. 71), contudo, argumenta que isso não é necessário, basta que a taxa de salário seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero. Como no *modelo*

[43] Lembramos que $\overleftarrow{c}_i^m = \overleftrightarrow{c}_i^m$ e $\overleftarrow{c}_i^s = \overleftrightarrow{c}_i^s$ quando $p_i > \varepsilon\hat{p}_i$ ($i = 1,2,\ldots,m$).

dualista de produção com trabalho apenas para economias abertas temos as taxas de salário domésticas e externas dos setores modernos e dos setores de subsistência, com suas respectivas participações no produto total e taxas de crescimento de produtividade, iremos definir:

$\rho^* \equiv \sum_{i=1}^{m} \rho_i^m \beta_i \bar{c}_i^m l_i^m$: taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores domésticos modernos, isto é, a média das taxas de crescimento da produtividade dos setores domésticos modernos ponderadas pelas respectivas participações no produto total desses setores;

$\rho^{s^*} \equiv \sum_{i=1}^{m} \rho_i^s (1-\beta_i) \bar{c}_i^s l_i^s$: taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores domésticos de subsistência, isto é, a média das taxas de crescimento da produtividade dos setores domésticos de subsistência ponderadas pelas respectivas participações no produto total desses setores;

$\hat{\rho}^{m^*} \equiv \sum_{i=1}^{m} \rho_i^m \beta_i \bar{c}_i^m l_i^m$: taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores externos modernos, isto é, a média das taxas de crescimento da produtividade dos setores externos modernos ponderadas pelas respectivas participações no produto total desses setores;

$\hat{\rho}^{s^*} \equiv \sum_{i=1}^{m} \rho_i^s (1-\beta_i) \bar{c}_i^s l_i^s$: taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores externos de subsistência, isto é, a média das taxas de crescimento da produtividade dos setores externos de subsistência ponderadas pelas respectivas participações no produto total desses setores.

Portanto, a taxa de crescimento da produtividade pode ser escrita como:

$$\rho^* = \rho^{m^*} \sum_{i=1}^{m} \beta_i \bar{c}_i^m l_i^m + \hat{\rho}^{m^*} \sum_{i=1}^{m} \beta_i \bar{c}_i^m l_i^m + \rho^{s^*} \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) \bar{c}_i^s l_i^s + \rho^{s^*} \sum_{i=1}^{m} (1-\beta_i) \bar{c}_i^s l_i^s \quad \text{(IV.3.B.86)}$$

Usando a taxa "padrão" de crescimento das taxas de salário, podemos concluir que, para haver estabilidade de preços, é preciso, em primeiro lugar, que a taxa de salário dos setores domésticos modernos seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{w}^{m^*}(0)$, e que a taxa de variação percentual da taxa de salário dos setores domésticos modernos σ_{w^m} seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade desses setores ρ^{m^*} :

$$\begin{aligned} w^m(0) &= \overline{w}^{m^*}(0) \\ \sigma_{w^m} &= \rho^{m^*} \end{aligned} \tag{IV.3.B.87}$$

Em segundo lugar, é preciso que a taxa de salário dos setores domésticos de subsistência seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{w}^{s^*}(0)$, e que a taxa de variação percentual da taxa de salário dos setores domésticos de subsistência σ_{w^s} seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade desses setores ρ^{s^*} :

$$\begin{aligned} w^s(0) &= \overline{w}^{s^*}(0) \\ \sigma_{w^s} &= \rho^{s^*} \end{aligned} \tag{IV.3.B.88}$$

Em terceiro lugar, é preciso que a taxa de salário dos setores externos modernos seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{\hat{w}}^{m^*}(0)$, e que a taxa de variação percentual da taxa de salário dos setores externos modernos $\hat{\sigma}_{w^m}$ seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade desses setores $\hat{\rho}^{m^*}$:

$$\begin{aligned} \hat{w}^m(0) &= \overline{\hat{w}}^{m^*}(0) \\ \hat{\sigma}_{w^m} &= \hat{\rho}^{m^*} \end{aligned} \tag{IV.3.B.89}$$

Em quarto lugar, é preciso que a taxa de salário dos setores externos de subsistência seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{\hat{w}}^{s^*}(0)$, e que a taxa de variação percentual da taxa de salário dos setores externos de subsistência $\hat{\sigma}_{w^s}$ seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade desses setores $\hat{\rho}^{s^*}$:

$$\begin{aligned} \hat{w}^s(0) &= \overline{\hat{w}}^{s^*}(0) \\ \hat{\sigma}_{w^s} &= \hat{\rho}^{s^*} \end{aligned} \tag{IV.3.B.90}$$

Colocando em outros termos, a condição de estabilidade de preços no *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para economias abertas exige que a relação entre a taxa de salário dos setores domésticos modernos e de subsistência seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{\varpi}^*(0)$, e que a taxa de variação percentual da relação entre a taxa de salário dos setores domésticos modernos e de subsistência σ_ω seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores modernos, ρ^{m^*}, menos a taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores de subsistência, ρ^{s^*}:

$$\begin{aligned} &\omega(0) = \overline{\omega}^*(0) \\ &\sigma_\omega = \rho^{m^*} - \rho^{s^*} \end{aligned} \qquad \text{(IV.3.B.91)}$$

Além dessa condição, é exigido também que a relação entre a taxa de salário dos setores externos modernos e de subsistência seja expressa em termos da mercadoria-padrão dinâmica no tempo zero, $\overline{\hat{\omega}}^*(0)$, e que a taxa de variação percentual da relação entre a taxa de salário dos setores externos modernos e de subsistência $\hat{\sigma}_\omega$ seja igual à taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores modernos, $\hat{\rho}^{m^*}$, menos a taxa "padrão" de crescimento da produtividade dos setores de subsistência, $\hat{\rho}^{s^*}$:

$$\begin{aligned} &\hat{\omega}(0) = \overline{\hat{\omega}}^*(0) \\ &\hat{\sigma}_\omega = \hat{\rho}^{m^*} - \hat{\rho}^{s^*} \end{aligned} \qquad \text{(IV.3.B.92)}$$

Devido aos diferentes coeficientes técnicos, taxas de variação dos coeficientes técnicos e taxas de salário, os preços praticados pelas mesmas mercadorias, interna e externamente, também não são, em geral, iguais ($p_i \neq \varepsilon\hat{p}_i$, $i = 1,2,\ldots,m$). Se o comércio internacional for permitido, aquelas mercadorias cujo preço interno for superior ao preço externo ($p_i > \varepsilon\hat{p}_i$) serão importadas, e aquelas outras cujo preço interno for inferior ao preço externo ($p_i < \varepsilon\hat{p}_i$) serão exportadas.

Para estudar como se comporta a balança comercial da economia, vamos ordenar as mercadorias consumidas domesticamente em ordem decrescente de acordo com a relação entre o custo de sua fabricação doméstico e externo. Renumerando os setores de forma conveniente, temos[44]:

$$\frac{\beta_1 l_1^m w^m + (1-\beta_1) l_1^s w^s}{\hat{\beta}_1 \hat{l}_1^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_1)\hat{l}_1^s \hat{w}^s} < \ldots < \frac{\beta_h l_h^m w^m + (1-\beta_h) l_h^s w^s}{\hat{\beta}_h \hat{l}_h^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_h)\hat{l}_h^s \hat{w}^s} < \ldots < \frac{\beta_m l_m^m w^m + (1-\beta_m) l_m^s w^s}{\hat{\beta}_m \hat{l}_m^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_m)\hat{l}_m^s \hat{w}^s} \qquad \text{(IV.3.B.93)}$$

[44] Essa abordagem está baseada no princípio das vantagens comparativas, enunciado originalmente por Ricardo (1817 [1982], Capítulo 7), a respeito da sua aplicação ao modelo de mudança estrutural, vide nota de rodapé 31, à página 127.

Vamos supor que a taxa de câmbio atual (ou a sua inversa ε) foi fixada de tal forma que temos h mercadorias fabricadas domesticamente, isto é:

$$\frac{\beta_1 l_1^m w^m + (1-\beta_1) l_1^s w^s}{\hat{\beta}_1 \hat{l}_1^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_1)\hat{l}_1^s \hat{w}^s} < \ldots < \frac{\beta_h l_h^m w^m + (1-\beta_h) l_h^s w^s}{\hat{\beta}_h \hat{l}_h^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_h)\hat{l}_h^s \hat{w}^s} < \varepsilon \qquad \text{(IV.3.B.94)}$$

E, além disso, outras $m-h$ mercadorias importadas, isto é:

$$\varepsilon < \frac{\beta_{h+1} l_{h+1}^m w^m + (1-\beta_{h+1}) l_{h+1}^s w^s}{\hat{\beta}_{h+1} \hat{l}_{h+1}^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_{h+1})\hat{l}_{h+1}^s \hat{w}^s} < \ldots < \frac{\beta_m l_m^m w^m + (1-\beta_m) l_m^s w^s}{\hat{\beta}_m \hat{l}_m^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_m)\hat{l}_m^s \hat{w}^s} \qquad \text{(IV.3.B.95)}$$

Analisando o caso de uma mercadoria i qualquer, ela será exportada se:

$$\beta_i l_i^m w^m + (1-\beta_i) l_i^s w^s < \varepsilon\left[\hat{\beta}_i \hat{l}_i^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_i)\hat{l}_i^s \hat{w}^s\right],\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.96)}$$

E será importada se:

$$\beta_i l_i^m w^m + (1-\beta_i) l_i^s w^s > \varepsilon\left[\hat{\beta}_i \hat{l}_i^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_i)\hat{l}_i^s \hat{w}^s\right],\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.97)}$$

Tomando a derivada com relação ao tempo, obtemos a condição que preserva os termos de troca entre a economia nacional e estrangeira com relação à mercadoria i:

$$\beta_i\left(r_i^m + \sigma_{w^m}\right) + (1-\beta_i)\left(r_i^s + \sigma_{w^s}\right) = \hat{\beta}_i\left(\hat{r}_i^m + \hat{\sigma}_{w^m}\right) + (1-\hat{\beta}_i)\left(\hat{r}_i^s + \hat{\sigma}_{w^s}\right) + \sigma_\varepsilon,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.98)}$$

Sendo:

σ_ε: taxa de variação de ε (inverso da taxa de câmbio).

Se essa condição continuar valendo, a mercadoria i, que é exportada (ou importada), continuará a sê-lo. Por outro lado:

$$\beta_i\left(r_i^m + \sigma_{w^m}\right) + (1-\beta_i)\left(r_i^s + \sigma_{w^s}\right) < \hat{\beta}_i\left(\hat{r}_i^m + \hat{\sigma}_{w^m}\right) + (1-\hat{\beta}_i)\left(\hat{r}_i^s + \hat{\sigma}_{w^s}\right) + \sigma_\varepsilon,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.99)}$$

Se essa condição prevalecer e a mercadoria i atualmente for importada, ela eventualmente (quando $\beta_i l_i^m w^m + (1-\beta_i) l_i^s w^s < \varepsilon\left[\hat{\beta}_i \hat{l}_i^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_i)\hat{l}_i^s \hat{w}^s\right]$) deixará de sê-lo. Finalmente:

$$\beta_i\left(r_i^m + \sigma_{w^m}\right) + (1-\beta_i)\left(r_i^s + \sigma_{w^s}\right) > \hat{\beta}_i\left(\hat{r}_i^m + \hat{\sigma}_{w^m}\right) + (1-\hat{\beta}_i)\left(\hat{r}_i^s + \hat{\sigma}_{w^s}\right) + \sigma_\varepsilon,\ i = 1,2,\ldots,m \qquad \text{(IV.3.B.100)}$$

Se essa condição prevalecer e a mercadoria i atualmente for exportada, ela eventualmente (quando $\beta_i l_i^m w^m + (1-\beta_i) l_i^s w^s > \varepsilon\left[\hat{\beta}_i \hat{l}_i^m \hat{w}^m + (1-\hat{\beta}_i)\hat{l}_i^s \hat{w}^s\right]$) deixará de sê-lo.

Obviamente, se houver uma depreciação cambial (isto é, aumento de ε), as mercadorias importadas se tornarão mais caras e, portanto, menor número de mercadorias será importado e maior número será exportado. Se houver uma apreciação cambial (isto é, diminuição de ε), as mercadorias importadas se tornarão mais baratas e, portanto, maior número de mercadorias será importado e menor número será exportado.

Além disso, se a taxa de salário da economia nacional crescer mais do que a taxa de salário da economia estrangeira (isto é, $\sigma_w > \hat{\sigma}_w$), as mercadorias produzidas domesticamente se tornarão mais caras e, portanto, maior número de mercadorias será importado e menor número será exportado. Caso contrário (isto é, $\sigma_w < \hat{\sigma}_w$), as mercadorias produzidas domesticamente se tornarão mais baratas e, portanto, menor número de mercadorias será importado e maior número será exportado.

Como as duas condições de demanda efetiva são diferentes, obtivemos uma outra expressão subtraindo a condição de demanda efetiva para o sistema de quantidades físicas da condição obtida para as quantidades monetárias:

$$\sum_{i=1}^{m}\left[\xi^m(t)\vec{c}_i^{\,m}(t)-\bar{c}_i^{\,m}(t)\right]l_i^m(t)+\sum_{i=1}^{m}\left[\xi^s(t)\vec{c}_i^{\,s}(t)-\bar{c}_i^{\,s}(t)\right]l_i^s(t)=0 \qquad \text{(IV.3.B.101)}$$

Lembrando que $\dot{\xi}^m=(\hat{g}-g)\xi^m$, $\dot{\xi}^s=(\hat{g}-g)\xi^s$, $\dot{\vec{c}}_i^{\,m}=\hat{r}_i^m\vec{c}_i^{\,m}$, $\dot{\vec{c}}_i^{\,s}=\hat{r}_i^s\vec{c}_i^{\,s}$, $\dot{\bar{c}}_i^{\,m}=r_i^m\bar{c}_i^{\,m}$, $\dot{\bar{c}}_i^{\,s}=r_i^s\bar{c}_i^{\,s}$, $\dot{l}_i^s=-\rho_i^s l_i^s$ e $\dot{l}_i^m=-\rho_i^m l_i^m$, e rearranjando os termos, essa condição pode ser reescrita como:

$$\hat{g}\sum_{i=1}^{m}\left(\hat{r}_i^m\vec{c}_i^{\,m}+\hat{r}_i^s\vec{c}_i^{\,s}\right)=g\sum_{i=1}^{m}\left(r_i^m\bar{c}_i^{\,m}+r_i^s\bar{c}_i^{\,s}\right) \qquad \text{(IV.3.B.102)}$$

Portanto, a condição de demanda efetiva somente será preservada se a taxa de crescimento dos coeficientes de demanda externa das famílias empregadas nos setores modernos e de subsistência de cada um dos bens de consumo exportados ponderados pelos respectivos coeficientes de demanda externa das famílias empregadas nos setores modernos e de subsistência de cada um dos bens de consumo exportados e pela taxa de crescimento da população estrangeira for igual à taxa de crescimento dos coeficientes de demanda doméstica dos bens de consumo importados das famílias empregadas nos setores modernos e de subsistência ponderados pelos respectivos coeficientes de demanda doméstica das famílias empregadas nos setores modernos e de subsistência dos bens de consumo importados e pela taxa de crescimento da população nacional. Se $\hat{g}\sum_{i=1}^{m}\left(\hat{r}_i^m\vec{c}_i^{\,m}+\hat{r}_i^s\vec{c}_i^{\,s}\right)>g\sum_{i=1}^{m}\left(r_i^m\bar{c}_i^{\,m}+r_i^s\bar{c}_i^{\,s}\right)$,eventualmente teremos um déficit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\bar{c}_i^m-\bar{c}_i^m\right)\frac{p_i}{w^m}+\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\bar{c}_i^s-\bar{c}_i^s\right)\frac{\lambda_i p_i}{w^s}<0$). Por outro lado, se $\hat{g}\sum_{i=1}^{m}\left(\hat{r}_i^m\bar{c}_i^m+\hat{r}_i^s\bar{c}_i^s\right)<g\sum_{i=1}^{m}\left(r_i^m\bar{c}_i^m+r_i^s\bar{c}_i^s\right)$, teremos eventualmente um superávit em termos monetários ($\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\bar{c}_i^m-\bar{c}_i^m\right)\frac{p_i}{w^m}+\sum_{i=1}^{m}\left(\xi\bar{c}_i^s-\bar{c}_i^s\right)\frac{\lambda_i p_i}{w^s}>0$).

Desde que os preços internos sejam menores que os preços externos ($p_i<\varepsilon\hat{p}_i$), a proporção de mão-de-obra do i-ésimo setor doméstico moderno aumentará se o coeficiente de demanda pelas mercadorias produzidas por este setor for maior do que o coeficiente técnico desse mesmo setor ($r_i^m>\rho_i^m$); diminuirá se o seu coeficiente de demanda for menor do que o seu coeficiente técnico ($r_i^m<\rho_i^m$); e permanecerá a mesma se tais coeficientes forem iguais ($r_i^m=\rho_i^m$). Isso tudo, é claro, desde que o setor doméstico moderno continue a manter o menor custo com relação ao i-ésimo setor doméstico de subsistência ($l_i^m w^m<\frac{l_i^s}{\lambda_i}w^s$), pois, caso contrário, a mão-de-obra empregada nesse setor doméstico moderno será zero, pois a mercadoria passará a ser produzida pelo respectivo setor doméstico de subsistência ($\beta_i=0$). Para que o i-ésimo setor doméstico moderno permaneça competitivo não basta apenas que a taxa de crescimento do coeficiente técnico do setor doméstico moderno seja maior do que o do setor doméstico de subsistência para a produção dessa mercadoria ($\rho_i^m>\rho_i^s$), mas é preciso também que o múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) não cresça a ponto de compensar essa diferença entre as taxas de crescimento. No caso em que os preços internos são maiores que os preços externos ($p_i>\varepsilon\hat{p}_i$), a proporção de mão-de-obra nesse setor doméstico em particular (seja ele moderno ou de subsistência) será zero. Portanto, somente não haverá mudança estrutural nessa economia se o crescimento do coeficiente de demanda de uma mercadoria for compensado pelo aumento da produtividade (representado pela redução do coeficiente técnico) da mesma mercadoria em todos os setores domésticos ($r_i^m=\rho_i^m$ e $r_i^s=\rho_i^s$, $\forall i(i=1,2,\ldots,m)$) e se as mercadorias produzidas domesticamente permanecerem sendo mais baratas que as similares importadas e que as mercadorias atualmente importadas continuem sendo mais baratas que as similares domésticas, uma situação bastante improvável de acontecer.

Para estudar como se comporta o nível de emprego da economia nacional como um todo, podemos ordená-los em dois grupos, no primeiro grupo colocamos os *h* setores domésticos com aumento da utilização de mão-de-obra e, no segundo, os *m-h* setores domésticos em que há diminuição ou manutenção da utilização de mão-de-obra. Desde que os preços internos sejam menores que os preços externos ($p_i < \varepsilon\hat{p}_i$), a manutenção do nível de emprego somente ocorrerá se os empregos gerados pelo primeiro grupo forem compensados pelo segundo, tanto para os setores domésticos modernos ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^m - \rho_i^m\right)\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^m - \rho_j^m\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^m l_j^m = 0$), quanto para os setores domésticos de subsistência ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^s - \rho_i^s\right)\beta_i c_i^s l_i^s + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^s - \rho_j^s\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^s l_j^s = 0$). Se, eventualmente, o grupo dos setores domésticos de subsistência com aumento da utilização de mão-de-obra requisitar mais trabalhadores do que o grupo dos setores domésticos de subsistência com diminuição da utilização de mão-de-obra puder liberar ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^s - \rho_i^s\right)\beta_i c_i^s l_i^s + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^s - \rho_j^s\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^s l_j^s > 0$), o efeito será o incremento do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) no primeiro grupo e o decréscimo do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) no segundo grupo. Caso contrário ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^s - \rho_i^s\right)\beta_i c_i^s l_i^s + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^s - \rho_j^s\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^s l_j^s < 0$), o incremento do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) será no segundo grupo e o decréscimo do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) será no primeiro grupo.

Se o grupo dos setores domésticos modernos com aumento da utilização de mão-de-obra for mais bem sucedido em gerar empregos do que o grupo dos setores domésticos modernos com diminuição da utilização de mão-de-obra em reduzi-los ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^m - \rho_i^m\right)\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^m - \rho_j^m\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^m l_j^m > 0$), a mão-de-obra adicional será recrutada dos setores domésticos de subsistência, contribuindo para a redução do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) nesses setores.

Se o grupo dos setores domésticos modernos com aumento da utilização de mão-de-obra for gerar menos empregos do que o grupo dos setores domésticos modernos com diminuição da utilização de mão-de-obra ($\sum_{i=1}^{h}\left(r_i^m - \rho_i^m\right)\beta_i c_i^m l_i^m + \sum_{j=h+1}^{m}\left(r_j^m - \rho_j^m\right)\left(1-\beta_i\right)c_j^m l_j^m > 0$), a mão-de-obra desempregada encontrará ocupação nos setores domésticos de subsistência, contribuindo para o aumento do múltiplo de trabalhadores necessários (λ_i) nesses setores.

No caso em que os preços internos são maiores que os preços externos ($p_i > \varepsilon\hat{p}_i$), o setor doméstico (seja ele moderno ou de subsistência) não empregará trabalhador nenhum. É importante notar que, se o nível de emprego for mantido de um determinado período para outro, isso certamente não ocorrerá novamente no período seguinte devido às diferentes coeficientes de demanda e técnicos e respectivas taxas de variação desses coeficientes em cada setor.

4. CONCLUSÃO PARCIAL

Nesse capítulo desenvolvemos o *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para economias abertas, uma versão do modelo de mudança estrutural de Pasinetti (1981, 1993) considerando a noção de dualismo econômico de Lewis (1954) e as relações econômicas internacionais.

Para conduzir a nossa análise, como no capítulo anterior, fizemos a distinção entre setores modernos e de subsistência, pela necessidade de maior nível de qualificação para encontrar ocupação nos primeiros e não pela presença ou ausência de capital (como faz Lewis) por não estarmos considerando bens de capital nesse modelo.

Também foi mantida a hipótese de que quantidades produzidas e consumidas dentro dos setores modernos e de subsistência não coincidem porque uma mercadoria produzida por um setor (moderno ou de subsistência) será consumida (em quantidades diferentes) por famílias dos setores modernos e de subsistência. No caso de economias abertas isso foi estendido para outras economias, ou seja, a produção interna não coincide com o consumo interno porque algumas mercadorias estão sendo exportadas, ao passo que outras estão sendo importadas.

A existência de múltiplos de trabalhadores nos setores domésticos e externos de subsistência retrata a exploração extensiva e intensiva de mão-de-obra, como no modelo com economias fechadas, mas agora essa exploração se dá em escala internacional. A influência sobre o progresso técnico resultante da competição entre setores domésticos modernos e de subsistência é ampliada com a inclusão dos respectivos setores externos.

A migração de trabalhadores não ocorre mais apenas entre os setores domésticos modernos e de subsistência, mas pode ocorrer também entre as economias. Quando produtos importados se tornam mais baratos com relação aos produzidos domesticamente, eles deslocam os trabalhadores que antes estavam ocupados nos setores que fabricavam estas mercadorias. Estes trabalhadores serão absorvidos internamente, por outros setores (modernos ou de subsistência), mas caso exista a possibilidade de migração eles poderão ser absorvidos por setores externos.

No modelo dualista, a taxa de salário dos setores modernos deve ser maior do que a taxa de salário dos setores de subsistência sob pena dos trabalhadores preferirem ocupações nos setores de subsistência, mas essa diferença não pode ser muito grande porque afeta negativamente a competitividade dos setores modernos. A mesma relação vale quando pensamos em economias diferentes: se a taxa de salário doméstica for muito maior do que a externa, ela será um atrativo para imigração de trabalhadores. Se o contrário ocorrer, ou seja, se a taxa de salário doméstica for muito menor que a externa, o efeito será a emigração de trabalhadores.

Os preços continuam regulados pela quantidade relativa de trabalho incorporado em cada mercadoria, de forma coerente com a teoria do valor trabalho, dentro de cada economia. Contudo, quando essas economias transacionam entre si, elas estão trocando quantidades diferentes de trabalho incorporado.

O múltiplo de trabalhadores continua a ser relevante como fator de ajustamento na manutenção da condição de demanda efetiva, permitindo (dentro dos limites máximos do múltiplo de trabalhadores) a manutenção de uma parcela da população empregada nos setores modernos e outra parte empregada nos setores de subsistência, mas as exportações (que geram mais empregos na economia nacional) e as importações (que geram mais emprego na economia estrangeira) também desempenham um papel importante.

Finalmente, com relação ao nível geral de preços, se mostrou que a estabilidade de preços pode ser alcançada através da mercadoria-padrão dinâmica (desde que definida de forma a dar conta da dualidade dos setores e da interação entre setores domésticos e externos), só que a implantação da solução requer que as taxas de salário dos setores (domésticos e externos) modernos e de subsistência sejam fixadas em termos dessa mercadoria-padrão dinâmica, mas a taxa de variação seja igual à taxa de produtividade "padrão" dos setores (domésticos e externos) modernos e de subsistência, respectivamente. Trata-se, sem dúvida, de um desafio formidável dada a associação da taxa de salário (doméstica e externa) do setor de subsistência com os respectivos múltiplos de trabalhadores existentes nesses setores e a relação com a economia estrangeira, que coloca variáveis externas fora do controle do formulador de política.

V. CONCLUSÃO

Nessa dissertação estudamos a dinâmica da mudança estrutural com a hipótese de dualismo econômico, ou seja, da existência de setores modernos e de subsistência com comportamentos diferentes. O nosso ponto de partida foi o *modelo de produção com trabalho apenas* de Pasinetti (1981, 1993), para o qual desenvolvemos uma versão dualista e procuramos estabelecer os principais resultados e comparar com o modelo original.

No Capítulo II, "Problemas do desenvolvimento econômico", apresentamos as bases que fundamentam os modelos propostos nesta Dissertação: a noção do dualismo econômico e de *integração vertical*. No Capítulo III, "Dualismo econômico no modelo de produção com trabalho apenas de Pasinetti para economias fechadas", aplicamos estes dois conceitos fazendo uma extensão do modelo de Pasinetti que chamamos de *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para economias fechadas. No Capítulo IV, "Dualismo econômico no modelo de produção com trabalho apenas de Pasinetti para economias abertas", ampliamos o modelo dualista para dar conta das relações econômicas internacionais.

O resultado do esforço teórico que empreendemos nesta Dissertação de Mestrado foi a construção de um modelo que tenta captar o crescimento desigual e o comportamento heterogêneo dos setores econômicos que são características do processo de desenvolvimento econômico. Com isso esperamos ser capazes de fazer duas coisas: uma leitura pasinettiana do dualismo econômico proposto por Lewis (1954) do ponto de vista do paradigma da produção e discutir a questão do emprego no *modelo dualista de produção com trabalho apenas*.

Essa "Conclusão" é composta por três seções. Na Seção 1, "Uma leitura pasinettiana de Arthur Lewis", faremos uma releitura de Lewis (1954) usando o *modelo dualista de produção com trabalho apenas*. Na Seção 2, "A questão do emprego", mostraremos como o modelo proposto consegue captar aspectos importantes da dinâmica do emprego que não foram valorizados no modelo original de Pasinetti. Na Seção 3, "Novas extensões e pesquisas promissoras", procuraremos evidenciar as possibilidades de ampliação do *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, assim como chamar a atenção sobre outros aspectos do desenvolvimento econômico que podem ser proveitosamente estudados usando essa abordagem.

1. Uma leitura pasinettiana de Arthur Lewis

Faremos uma leitura de Lewis (1954) usando o *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para ilustrar como ele ajuda a iluminar as principais hipóteses e conclusões do autor. Para fazer isso usaremos como ponto de partida o sumário que o próprio autor preparou ao final do seu artigo.

> "1. In many economies an unlimited supply of labour is available at a subsistence wage. This was the classical model. The neo-classical model (including the Keynesian) when applied to such economies gives erroneous results." (Lewis, 1954, p. 189)

Lewis escreve esse artigo seminal dentro da tradição dos clássicos (inclusive Marx), que é também a orientação da produção teórica de Pasinetti. Nessa Dissertação tivemos o intuito de mostrar que é possível desenvolver um modelo de inspiração keynesiana que dê conta da oferta ilimitada de mão-de-obra e consiga explicar aspectos importantes do desenvolvimento econômico usando essa idéia. Colocando de outra forma, tomamos o conceito de excedente de trabalhadores da sua fonte original e procuramos desenvolvê-lo em direções diferentes das imaginadas por seu autor, mas preservando a tradição clássica, notadamente ricardiana, que a inspirou.

> "2. The main sources from which workers come as economic development proceeds are subsistence agriculture, casual labour, petty trade, domestic service, wives and daughters in the household, and the increase of population. In most but not all of these sectors, if the country is overpopulated relatively to its natural resources, the marginal productivity of labour is negligible, zero, or even negative." (Lewis, 1954, p. 189)

A existência de setores de subsistência, nos quais a entrada e saída de trabalhadores é livre e que absorvem toda a mão-de-obra que não está ocupada nos setores modernos, foi a novidade introduzida no modelo de produção de Pasinetti para dar conta do dualismo econômico. As demais fontes de trabalhadores estão relacionadas com o tamanho da população econômica ativa e do crescimento populacional que, ao lado do tempo de vida útil do trabalhador e do tamanho da jornada de trabalho, já estavam contemplados no modelo original.

O *modelo dualista de produção com trabalho apenas* foi capaz de mostrar como a produtividade marginal muito baixa, nula ou mesmo negativa dos setores de subsistência, relacionando o fato com a teoria diferencial da renda de Ricardo, mostrando que a mão-de-obra pode ser explorada de forma extensiva (aumento do número de trabalhadores) ou de forma intensiva (fazendo os trabalhadores empregados trabalharem mais).

> "3. The subsistence wage at which this surplus labour is available for employment may be determined by a conventional view of the minimum required for subsistence; or it may be equal to the average product per man in subsistence agriculture, plus a margin." (Lewis, 1954, p. 189)

A idéia de taxa de salário associada com o nível de subsistência foi paulatinamente ganhando menos importância para os economistas contemporâneos. Na formulação que usamos, as taxas de salário são determinadas pelas cestas de mercadorias que as famílias adquirem, sendo necessário que os setores modernos ofereçam uma taxa de salário maior para poder recrutar mão-de-obra. Como os preços são regulados pela quantidade relativa de trabalho incorporado nas mercadorias, podemos relacionar as taxas de salário com o produto médio do trabalhador, não necessariamente da agricultura, mas dos setores econômicos dos quais o trabalhador adquire as mercadorias que consome.

> "4. In such an economy employment expands in a capitalist sector as capital formation occurs." (Lewis, 1954, p. 190)

No *modelo dualista de produção com trabalho apenas* não trabalhamos com bens de capital, ao contrário, nos concentramos na questão do progresso técnico, ao invés da acumulação de capital, como motores do desenvolvimento econômico. Uma vez que o progresso técnico nesse modelo é poupador de mão-de-obra, a ampliação do emprego nos setores modernos se dá através do crescimento populacional e da demanda pelas mercadorias que esses setores produzem. Contudo a demanda pelas mercadorias não cresce indefinidamente, graças à Lei de Engel, sabemos que mais cedo ou mais tarde as taxas de crescimento vão diminuir ou até mesmo se tornar negativas. Voltaremos a esse ponto na seção seguinte.

> "5. Capital formation and technical progress result not in raising wages, but in raising the share of profits in the national income." (Lewis, 1954, p. 190)

No *modelo dualista de produção com trabalho apenas* não trabalhamos com bens de capital, portanto não temos taxas de lucro, todavia, como temos as taxas de salário dos setores modernos e dos setores de subsistência, podemos discutir como o progresso técnico afeta as taxas de salário e discutir a questão da distribuição da renda entre as famílias que trabalham nos setores modernos e nos setores de subsistência.

Como sabemos, o progresso técnico nesse modelo é poupador de mão-de-obra: ao reduzir a quantidade de trabalho relativo incorporado nas mercadorias, o progresso técnico faz com que seu preço caia. Como a taxa de salário está associada com a cesta de mercadorias que são adquiridas, a taxa de salário também cai. Duas observações se fazem necessárias: em primeiro lugar, o valor relativo da taxa de salário permaneceu inalterado pois o trabalhador está trocando menos trabalho por mercadorias que exigiram também menos trabalho; em segundo lugar, se o trabalhador continua trabalhando o mesmo número de horas e com a mesma intensidade que antes, o excedente de trabalho (uma vez que não há quem se aproprie deste excedente) será dirigido para o consumo de mais ou novas mercadorias.

Com relação à questão distributiva, vamos supor que o progresso técnico, em geral, é maior nos setores modernos devido à maior qualificação da mão-de-obra desse setor que tem melhores condições de absorver novas tecnologias. Como sabemos, os trabalhadores dos setores modernos têm menos flexibilidade com relação ao número de horas ou intensidade do trabalho, portanto, se o excedente de trabalho não se transformar em mais consumo, resultará em salários menores ou desemprego e conseqüente migração de trabalhadores para os setores de subsistência.

Por outro lado, os setores de subsistência, que em geral apresentam progresso técnico menor, apresentam redução da taxa de salários menor, todavia o excedente de trabalhadores dos setores modernos pode fazer com que os trabalhadores dos setores de subsistência trabalhem menos horas ou de forma menos intensa, forçando as taxas de salário para baixo. Portanto, a melhora relativa da taxa de salário dos setores de subsistência com relação à taxa de salário dos setores modernos irá depender do múltiplo de trabalhadores não crescer a ponto de compensar o progresso técnico menor dos setores de subsistência.

> “6. The reason why savings are low in an undeveloped economy relatively to national income is not that the people are poor, but that capitalist profits are low relatively to national income. As the capitalist sector expands, profits

> grow relatively, and an increasing proportion of national income is re-invested." (Lewis, 1954, p. 190)

Não temos como avaliar essa proposição usando o *modelo dualista de produção com trabalho apenas* porque não trabalhamos com bens de capital. Embora exista a possibilidade de poupança nesse modelo, ela se destina a ajustar os diferentes perfis de consumo existentes entre as famílias que podem consumir mais em certos momentos do seu ciclo de vida ou de acordo com situações específicas e consumir menos em outras ocasiões. Todavia, como não existem bens duráveis nessa economia, a cada poupança (consumo menor do que a renda disponível) corresponde uma despoupança (consumo maior do que a renda disponível), de forma que não existe poupança líqüida na economia como um todo.

> "7. Capital is formed not only out of profits but also out of credit creation. The real cost of capital created by inflation is zero in this model, and this capital is just as useful as what is created in more respectable fashion (i.e. out of profits)." (Lewis, 1954, p. 190)

A criação de capital, seja por que meio for criado, não tem como ser avaliada usando esse modelo. A discussão sobre o papel da inflação será feita no próximo tópico.

> "8. Inflation for the purpose of getting hold of resources for war may be cumulative; but inflation for the purpose of creating productive capital is self-destructive. Prices rise as the capital is created, and fall again as its output reaches the market." (Lewis, 1954, p. 190)

O *modelo dualista de produção com trabalho apenas* evidenciou que a inflação afeta de forma diferente as famílias dos setores modernos e de subsistência. Se a taxa de variação dos salários dos setores modernos e de subsistência for fixada em valores diferentes das respectivas taxas "padrão dual" de produtividade, causará conflitos distributivos, beneficiando (se a taxa de variação for maior) ou prejudicando (se for menor) as famílias que trabalham nesses setores. Porém, fixar uma taxa de variação para as taxas de salário dos setores de subsistência, devido à influência dos múltiplos de trabalhadores, não é uma tarefa fácil de executar.

> "9. The capitalist sector cannot expand in these ways indefinitely, since capital accumulation can proceed faster than population can grow. When the surplus is exhausted, wages begin to rise above the subsistence level." (Lewis, 1954, p. 190)

O crescimento da demanda pelas mercadorias produzidas pelos setores modernos tem que compensar o trabalho poupado com o progresso técnico e o aumento de trabalhadores resultante do crescimento populacional para que o volume de empregos dos setores modernos aumente, mas o ponto principal aqui é outro. A proposição de Lewis é que os princípios clássicos que orientam o modelo de oferta ilimitada de mão-de-obra valem enquanto existir excedente de trabalhadores, quando esse excedente deixar de existir começam a valer os princípios neoclássicos, ou seja, os salários, que antes estavam associados ao nível de subsistência, passam a ser dados pela produtividade marginal do trabalho. Por outro lado, a nossa proposição é que, enquanto existir excedente de mão-de-obra vale o *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, mas quando esse excedente deixar de existir o *modelo de produção com trabalho apenas* passa a valer, mas os princípios clássicos não deixam, em nenhum momento, de orientar o funcionamento da economia.

> "10. The country is still, however, surrounded by other countries which have surplus labour. Accordingly as soon as its wages begin to rise, mass immigration and the export of capital operate to check the rise." (Lewis, 1954, p. 190)

Havendo a possibilidade de migração, uma diferença entre as taxas de salário domésticas e externas irá atrair mão-de-obra para o país que tiver maior taxa de salário. O aumento de trabalhadores no país irá aumentar a demanda por mercadorias produzidas domesticamente, inclusive aquelas produzidas pelos setores modernos. Contudo, se os setores modernos não absorverem toda essa mão-de-obra que migrou, ela irá para os setores de subsistência, fazendo diminuir as suas taxas de salário e também o custo das mercadorias que esses setores fabricam. Essa redução do custo pode fazer com que os setores de subsistência se tornem competitivos na fabricação de algumas mercadorias que antes eram fabricadas pelos setores modernos ou pelos setores externos, causando redução das taxas de salário dos setores cujas famílias adquirem essas mercadorias. A redução das taxas de salário, eventualmente, fará diminuir ou reverter o fluxo migratório.

A questão da exportação de capital (para aproveitar mão-de-obra mais barata no exterior) não pode ser analisada usando esse modelo, mas podemos fazer o raciocínio considerando o progresso técnico. Taxas de salário maiores levam a preços maiores para as mercadorias fabricadas na economia, dado o coeficiente técnico (ou seja, a tecnologia disponível). Como o progresso técnico é poupador de mão-de-obra, um aumento de produtividade torna as mercadorias mais baratas, reduz a taxa de salários e, dessa forma, diminui ou inverte o fluxo migratório.

> "11. Mass immigration of unskilled labour might even raise output per head, but its effect would be to keep wages in all countries near the subsistence level of the poorest countries." (Lewis, 1954, p. 190)

O trabalhador pouco qualificado, quando migra, vai encontrar ocupação nos setores externos de subsistência. Se o aumento das mercadorias produzidas pelos setores externos de subsistência compensar o aumento do múltiplo dos trabalhadores existentes nesses setores, o produto médio irá aumentar, mas nesse caso a taxa de salários também. Porém, se de fato ocorrer uma imigração em massa, o efeito do crescimento do múltiplo de trabalhadores irá prevalecer sobre o coeficiente de demanda e a taxa de salário do setor externo de subsistência irá cair.

> "12. The export of capital reduces capital formation at home, and so keeps wages down. This is offset if the capital export cheapens the things which workers import, or raises wage costs in competing countries. But it is aggravated if the capital export raises the cost of imports or reduces costs in competing countries." (Lewis, 1954, p. 190)

Ao invés de analisar a exportação de capital, que não pode ser feita usando esse modelo, vamos analisar a ocorrência de progresso técnico na economia estrangeira. Nesse caso, as mercadorias importadas ficam mais baratas, reduzindo as taxas de salário doméstica e externa na proporção em que as famílias da economia nacional e estrangeira consomem dessas mercadorias. Mas o progresso técnico também pode fazer com que mercadorias que antes eram produzidas domesticamente passem a ser importadas, deslocando a mão-de-obra que trabalhava nos setores domésticos responsáveis pela produção dessas mercadorias. Esse deslocamento pode fazer com que mercadorias fabricadas pelos setores de subsistência fiquem mais baratas. De qualquer modo, a taxa de salário cairá.

> "13. The importation of foreign capital does not raise real wages in countries which have surplus labour, unless the capital results in increased productivity in the commodities which they produce for their own consumption." (Lewis, 1954, p. 191)

O aumento de produtividade (no nosso caso gerado pelo progresso técnico) somente gerará aumento da taxa de salário se for compensado pelo aumento da demanda. Se esse aumento de demanda ocorrer em mercadorias fabricadas pelos setores de subsistência, o múltiplo de trabalhadores irá diminuir, reforçando os efeitos do progresso técnico.

> "14. The main reason why tropical commercial produce is so cheap, in terms of the standard of living it affords, is the inefficiency of tropical food production per man. Practically all the benefit of increasing efficiency in export industries goes to the foreign consumer; whereas raising efficiency in subsistence food production would automatically make commercial produce dearer. (Lewis, 1954, p. 191)

Apesar da produtividade de um setor de subsistência ser baixa, ela pode ser compensada pelo múltiplo de trabalhadores, que pode tornar a mercadoria fabricada por ele competitiva, contudo a taxa de salários será pressionada para baixo. Se essa mercadoria for exportada e ocorrer um aumento na sua produtividade, o preço para o consumidor externo irá cair.

> "15. The Law of Comparative Costs is just as valid in countries with surplus labour as it is in others. But whereas in the latter it is a valid foundation of arguments for free trade, in the former it is an equally valid foundation of arguments for protection." (Lewis, 1954, p. 191)

A Lei dos Custos Comparativos é um argumento para a proteção comercial nos países com excedente de mão-de-obra porque nesses países a competitividade na fabricação das mercadorias se dá por conta do aumento do múltiplo de trabalhadores, o que torna a taxa de salário menor em termos relativos. Por outro lado, a Lei dos Custos Comparativos é um argumento para o livre comércio nos países com mão-de-obra escassa, a fabricação de mercadorias, ao se tornar mais competitiva, não deprime a taxa de salário em termos relativos.

2. A QUESTÃO DO EMPREGO

O *modelo de produção com trabalho apenas* estabelece a condição de demanda efetiva na qual deve ser assegurado tanto o pleno emprego da renda como o pleno emprego de mão-de-obra. Porém, as suas características são de um modelo de crescimento multi-setorial desbalanceado, ou seja, um modelo no qual os setores crescem a taxas diferentes uns dos outros e essa condição, uma vez atingida em um período de tempo, não é preservada no momento seguinte.

O progresso técnico é o motor do desenvolvimento econômico nesse modelo em que não consideramos a existência de bens de capital. E é um progresso técnico poupador de mão-de-obra, quer dizer, quanto mais avançada a tecnologia de produção, menos trabalhadores serão necessários para produzir uma dada quantidade de mercadoria. Além disso, a demanda pelas mercadorias não cresce indefinidamente. Graças à Lei de Engel, sabemos que mais cedo ou mais tarde as taxas de crescimento da demanda irão diminuir ou até mesmo se tornar negativas, mercadorias vão desaparecer ou estagnar. Portanto, o *modelo de produção com trabalho apenas* gera desemprego estrutural.

A condição de desequilíbrio permanente do modelo requer a atuação permanente do formulador de política para contrabalançar a tendência ao desemprego. A introdução de novas mercadorias tem que ser feita de forma permanente para ocupar a mão-de-obra deslocada com o aumento da produtividade e o esgotamento da demanda das mercadorias antigas. Essa política tem que ser complementada pelo estímulo permanente ao consumo das mercadorias novas e antigas. Com relação ao mercado de trabalho, precisam ser desenvolvidas políticas que retardem a entrada dos trabalhadores no mercado de trabalho (restrições ao trabalho de menores, exigência de qualificação etc.), programas de aposentadoria que antecipem a sua saída e a redução da jornada de trabalho (menos horas de trabalho, ampliação de férias etc.) que fazem com que aumente a necessidade de trabalhadores.

No entanto, os instrumentos que o formulador de política dispõe nesses casos não são muito flexíveis. Além disso, o modelo, apesar de considerar crescimentos diferenciados, não leva em conta a heterogeneidade do mercado de trabalho. O *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, ao considerar a noção de dualidade dos setores, abre a possibilidade de usar outros instrumentos para formulação de políticas para assegurar o pleno emprego.

A existência de setores de subsistência, nos quais a entrada e saída de trabalhadores é livre e que absorvem toda a mão-de-obra que não está ocupada nos setores modernos, confere ao modelo uma certa estabilidade que não existia no modelo original. Em primeiro lugar, dentro dos limites máximos dos múltiplos de trabalhadores, a condição de demanda efetiva será sempre assegurada. É claro que isso tem o seu custo: nem todos os empregos são da mesma qualidade, pois agora temos trabalhadores melhor remunerados nos setores modernos e pior remunerados nos setores de subsistência. Por outro lado, essa hipótese permite discutir questões como distribuição de renda (entre os trabalhadores), segmentação do mercado de trabalho, formalização das relações de trabalho etc.

Em segundo lugar, a existência de famílias que trabalham nos setores modernos e famílias que trabalham nos setores de subsistência permite considerar a diferenciação dos trabalhadores pelo seu perfil de consumo, tornando mais interessantes as abordagens que se relacionam ao desenvolvimento de novas mercadorias e estímulo ao consumo de mercadorias.

Em terceiro lugar, a consideração da heterogeneidade torna mais realista a formulação de políticas para o mercado de trabalho. O retardo na entrada e antecipação da saída do mercado de trabalho tem que levar em consideração a existência de setores de subsistência. Restrições mal desenhadas de acesso ao mercado de trabalho podem simplesmente deslocar esses trabalhadores para os setores de subsistência.

Em síntese, o *modelo dualista de produção com trabalho apenas*, além de retratar com mais fidelidade as características do mercado de trabalho, dá ao formulador de política instrumentos com maior flexibilidade para lidar com a questão do emprego. O problema não é mais apenas garantir o pleno emprego, mas garantir que os trabalhadores tenham ocupações com um mínimo de qualidade.

3. NOVAS EXTENSÕES E PESQUISAS PROMISSORAS

O desenvolvimento de extensões ao modelo de mudança estrutural, como a que foi feita nesse trabalho para considerar a heterogeneidade dos setores e não apenas o crescimento diferenciado deles, evidencia as amplas possibilidades de considerar os problemas econômicos usando o paradigma da produção.

O uso do *modelo dualista de produção com trabalho apenas* para interpretar Lewis ou para discutir a questão do emprego são apenas dois exemplos de aplicação entre as várias possibilidades existentes. Outros pontos como o papel do progresso técnico e a questão da estabilidade de preços, por exemplo, também merecem ser discutidos.

Ao formular o *modelo dualista de produção com trabalho apenas* fizemos uso de conceitos de segmentação de consumo (trabalhadores com perfis de consumo diferentes) e de trabalho (trabalhadores com níveis de qualificação ou habilidades distintos) que podem ser ampliados e usados para lidar com outros fenômenos como discriminação de trabalhadores e diferenciação de produtos, por exemplo, mesmo no âmbito do *modelo de produção com trabalho apenas*.

A formulação de um *modelo dualista de produção com trabalho e bens de capital* para que se possa lidar com a acumulação de capital, o investimento e a incorporação de progresso técnico nos bens de capital é um desenvolvimento quase natural dessa Dissertação de Mestrado porque poderemos lidar com a acumulação de capital, que é o motor do desenvolvimento econômico para Lewis.

BIBLIOGRAFIA

AGARWALA, Amar. N. e SINGH, Sampat. P. (Ed.) (1964). **The economics of underdevelopment**. New York: Oxford University Press.

ARAÚJO, Ricardo S. A. (2004). **Algumas implicações da análise dinâmica de mudança estrutural na teoria e na prática do desenvolvimento econômico**. Brasília: Universidade de Brasília. (Tese de Doutorado).

ARAÚJO, Ricardo S. A. e TEIXEIRA, Joanilio R (2003). “An extension of the structural change model to international economic relations”. **Metroeconomica**, 54 (4): 458-473.

ARAÚJO, Ricardo S. A. e TEIXEIRA, Joanilio R (2004a). “Structural economic dynamics: an alternative approach to North-South models”. **Cambridge Journal of Economics**, 28: 705-717.

ARAÚJO, Ricardo S. A. e TEIXEIRA, Joanilio R (2004b). “A Pasinettian approach to international economic relations: the pure labour case”. **Review of Political Economy**, 16: 117-129.

ELMSLIE, Bruce T. (1988). **Theory and evidence of the relationship between international trade and technological change: a Cambridge contribution**. Salt Lake City, Utah, EUA: The University of Utah. (Ph. D. Dissertation).

FINDLAY, Ronald. (1980). “On W. Arthur Lewis’ contributions to economics”. **The Scandinavian Journal of Economics**, 82 (1): 62-79. Posteriormente republicado em GERSOVITZ, Mark, DIAZ-ALEJANDRO, Carlos F, RANIS, Gustav e ROSENZWEIG, Mark R. (1982).

GERSOVITZ, Mark, DIAZ-ALEJANDRO, Carlos F, RANIS, Gustav e ROSENZWEIG, Mark R. (Ed.) (1982). **The theory and experience of economic development. Essays in honour of Sir W. Arthur Lewis**. London: George Allen & Unwin.

GONÇALVES, Flávio de O. (2002). **Progresso técnico, distribuição de renda e comércio internacional: uma abordagem pasinettiana**. Brasília: Universidade de Brasília. (Tese de Doutorado).

JORGENSON, Dale W. (1961). “The development of a dual economy”. **The Economic Journal**, 71 (282): 309-334.

KIRKPATRICK, Collin e BARRIENTOS, Armando (2004). “The Lewis model after 50 years”. **The Manchester School**, 72 (6): 679-690.

LEWIS, W. Arthur. (1954). “Economic development with unlimited supplies of labour”. **The Manchester School**, 22 (2): 139-191 Posteriormente republicado em AGARWALA, Amar. N. e SINGH, Sampat. P. (1964).

LEWIS, W. Arthur. (1958). “Unlimited labour: further notes”. **The Manchester School**, 26 (1): 1-32.

LEWIS, W. Arthur. (1979). “The dual economy revisited”. **The Manchester School**, 47 (3): 211-229.

MILBERG, William S. (1987). **Innovation and international trade: theory and application**. New Brunswick, New Jersey, EUA: The State University of New Jersey. (Ph. D. Dissertation).

MORISHIMA, MIchio. (1964). **Equilibrium, stability and growth: a multi-sectoral analysis**. London: Oxford University Press.

PASINETTI, Luigi L. (1973). “The notion of vertical integration in economic analysis”. **Metroeconomica**, XXV (1): 1-29.

PASINETTI, Luigi L. (1977). **Lectures on the Theory of Production**. Tradução de *Lezioni di teoria della produzione*. New York: Columbia University Press.

PASINETTI, Luigi L. (1981). **Structural change and economic growth: a theoretical essay on the dynamics of the wealth of nations**. Cambridge: Cambridge University Press.

PASINETTI, Luigi L. (1988). “Growing subsystems, vertically hyper-integrated sectors and the labour theory of value”. **Cambridge Journal of Economics**, 12: 125-134.

PASINETTI, Luigi L. (1990). “Structural change and unemployment”. **Structural Change and Economic Dynamics**, 1 (1): 7-13.

PASINETTI, Luigi L. (1993). **Structural economic dynamics: a theory of the economic consequences of human learning**. Cambridge: Cambridge University Press.

PASINETTI, Luigi L. (2005). “The Cambridge School of Keynesian Economics”. **Cambridge Journal of Economics**, 29: 837-848.

RANIS, Gustav e FEI, John C. F. (1961). “The theory of economic development”. **The American Economic Review**, 51 (4): 533-565.

RICARDO, David. (1817 [1982]). **Princípios de Economia Política e Tributação**. Introdução de Piero Sraffa. Apresentação de Paul Singer. Tradução de Paulo Henrique Ribeiro Sandroni. São Paulo: Abril Cultural.

SAMUELSON, Paul A. e ETULA, Erkko M. (2006). “Testing to confirm that Leontief-Sraffa matrix equations for input/output must obey constancy of returns to scale”. **Economics Letters**, 90 (2): 183-188.

SARQUIS, Sarquis José B. (1995). **Dinâmica estrutural de uma economia aberta: uma teoria pasinettiana das relações econômicas internacionais**. Brasília: Universidade de Brasília. (Dissertação de Mestrado).

SCAZZIERI, Roberto. (1996). “Pasinetti’s structural economic dynamics: a symposium”. **Structural Change and Economic Dynamics**, 7: 147-162.

SRAFFA, Piero. (1960 [1985]). **Produção de mercadorias por meio de mercadorias: prelúdio a uma crítica da teoria econômica**. Apresentação de Mario Luiz Possas. Tradução de Elizabeth Machado de Oliveira. 2ª edição. São Paulo: Abril Cultural.

TIGNOR, Robert. (2004). “Unlimited supplies of labor”. **The Manchester School**, 72 (6): 691-711.

TODARO, Michael P. (1969). “A model of labor migration and urban unemployment in less developed countries”. **The American Economic Review**, 59 (1): 138-148.