Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática
Programa de Mestrado Profissional em
Matemática em Rede Nacional

Algoritmos de multiplicação: uma experiência no Ensino Fundamental.

Cleudiana dos Santos Feitoza Zonzini

Brasília
2016

Cleudiana dos Santos Feitoza Zonzini

Algoritmos de multiplicação: uma experiência no Ensino Fundamental.

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos para obtenção do grau de

Mestre

.

Orientador: Prof. Dr. Rui Seimetz

Brasília
2016

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

Zonzini, Cleudiana dos Santos Feitoza
ZZ87a Algoritmos de multiplicação: uma experiência no Ensino Fundamental. / Cleudiana dos Santos Feitoza Zonzini; orientador Rui Seimetz. -- Brasília, 2016.
52 p.

Dissertação (Mestrado - Mestrado Profissional em Matemática) -- Universidade de Brasília, 2016.

1. Multiplicação. 2. Algoritmos . 3. Príncipio multiplicativo. I. Seimetz, Rui , orient. II. Título.

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

Algoritmos de multiplicação: uma experiência no Ensino Fundamental.

por

Cleudiana dos Santos Feitoza Zonzini *

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos do "Programa" de Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT, para obtenção do grau de

MESTRE

Brasília, 04 de julho de 2016.

Comissão Examinadora:

Rui Seimetz

Prof. Dr. Rui Seimetz – MAT/UnB (Orientador)

Prof. Dr. Raimundo de Araújo Bastos Júnior – MAT/UnB

Eudes

Prof. Dr. Eudes Antonio da Costa – UFT/TO

* O autor foi bolsista CAPES durante a elaboração desta dissertação.

Cleudiana dos Santos Feitoza Zonzini graduou-se em Matemática pela Universidade Católica de Brasília. Especializou-se em Letramento e Práticas Interdisciplinares nos anos finais pelo Centro de Formação Continuada de Professores em Alfabetização e Linguagem da Universidade de Brasília. Atualmente, trabalha como professora de matemática na Secretaria de Educação do Distrito Federal.

Dedicatória

Dedico este trabalho aos meus filhos, Ana Clara, Lucas, Ana Lidia e Enzo Gabriel. Dedico em especial ao meu esposo Ismael, que não me deixou desviar do caminho e me amparou nos momentos de dificuldade. Obrigado por compreenderem a importância desta estapa na minha vida, e por estarem sempre ao meu lado em cada momento.

Agradecimentos

Agradeço a DEUS por mais esta empreitada vencida.

Aos meus pais, pelo carinho e apoio.

Ao meu esposo, por seu companheirismo e dedicação.

Aos meus filhos, pela paciência e compreensão.

Ao meu orientador Professor Doutor Rui, que esteve ao meu lado ao longo desta caminhada disponibilizando o seu tempo, pela dedicação e paciência.

Agradeço às minhas amigas e companheiras Adriane e Susiane pela ajuda e grande apoio.

Agradeço a CAPES pelo suporte financeiro que foi de suma importância para a realização do mestrado.

Resumo

Este trabalho trata-se de algoritmos de multiplicação, que foi trabalhado juntamente com problemas envolvendo o princípio multiplicativo ou princípio fundamental da contagem. O objetivo deste trabalho é apresentar alguns dispositivos multiplicativos e estudar como os alunos se comportam perante problemas multiplicativos após conhecerem os algoritmos. Foi elaborada uma proposta pedagógica de apresentação e análise da utilização dos métodos,com alunos do 6º ano do ensino fundamental que participavam do projeto Escola Integral em uma escola na periferia de Brasília. Obtivemos resultados consideráveis com este trabalho. Está descrito as atividades desenvolvidas bem como as análises e observações das estratégias escolhidas.

Palavras-chave

Multiplicação, Príncipio Multiplicativo, Algoritmo.

Abstract

This work it is multiplication algorithm , which has been working together with problems involving multiplicative principle or rule of product . The aim of this paper is to present some multiplicative devices and study how students behave towards multiplicative problems after learning algorithms . an educational proposal was drawn up for presentation and analysis of the use of the methods by means of a qualitative research with students of the sixth year of elementary school participating in the Integral School project at a school on the outskirts of Brasilia. We obtained significant results with this job. It described the activities as well as the analyzes and observations of the chosen strategies .

Keywords

Multiplication, Multiplicative Principle , Algorithm.

Lista de Figuras

Lista de Tabelas

Sumário

Introdução

Escolhemos como tema do trabalho, algoritmos de multiplicação, que são métodos alternativos de fazer multiplicação de dois ou mais algarismos, juntamente com problemas que envolvam o princípio multiplicativo, em que a multiplicação é caminho para a resolução. O interesse neste assunto surgiu ao observar no livro didático[1] um texto sobre História da Matemática, pouco usado pelos professores, sobre um trecho falando do método Gelosia.

De acordo com [4], a maior preocupação no ensino da Matemática é com que o aluno decore fórmulas e símbolos, não que saibam de onde vem e nem como são usadas. Existem várias tendências que dizem que não se deve decorar a tabuada, deve-se entender o processo da multiplicação, que vem da adição de parcelas iguais, porém quando aprofundamos essa técnica de multiplicação com mais de dois algarismos percebemos uma dificuldade, pois após fazer a conta, erros pequenos são cometidos, modificando a resposta correta. Os algoritmos apresentados neste trabalho, podem facilitar o entendimento da multiplicação, auxiliar nos resultados, e até ser métodos rápidos e práticos.

Alguns livros didáticos do sexto ano do ensino fundamental trazem uma introdução de Análise Combinatória, com problemas elementares que podem ser resolvidos com o uso do princípio multiplicativo, sem que seja necessário defini-lo ou nomeá-lo. O princípio multiplicativo é um conteúdo que pode desenvolver no aluno a compreensão, interpretação, raciocínio e estratégias para a resolução de problemas.

Um dos própositos desta dissertação é proporcionar ao professor um material para a sala de aula com alternativas diferenciadas, pensando em práticas docentes, que visam melhorar o ensino, tornar o aprendizado mais significativo e enfatizar o pensamento matemático do aluno. Isso pode ser feito ao planejar as aulas sempre no intuito de tornar a Matemática mais atraente e o aprendizado satisfatório.

Deste modo elaboramos uma proposta pedagógica que foi aplicada em três turmas, cada turma com 15 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental do Centro Ensino Fundamental Doutora Zilda Arns, que se encontra na cidade satélite Itapoã do Distrito Federal.

O objetivo geral é estudar como os alunos se comportam perante problemas multiplicativos após conhecerem algoritmos da multiplicação.

Os objetivos específicos que se espera alcançar com este estudo são: mostrar mais

[1] A Conquista da Matemática, 6º ano / José Ruy Giovanni, Benedicto Castrucci, José Ruy Giovanni Júnior. -São Paulo: FTD,2012.

de uma maneira de resolver problemas com o uso do princípio multiplicativo; apresentar algoritmos de multiplicação; contextualizar historicamente os algoritmos; efetuar cálculos utilizando os algoritmos.

A estrutura da dissertação está descrita da seguinte forma:

No Capítulo 1 iniciaremos sobre algoritmos de multiplicação, apresentaremos a técnica convencional de multiplicação, descrevemos os algoritmos usados pelos chineses, egípcios, camponeses russos, gregos além dos algoritmos conhecidos como Varas de Napier e Gelosia. Trataremos sobre as origens, como utilizar cada técnica, algumas justificativas e vários exemplos.

No Capítulo 2 trataremos com a definição de Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem, com exemplos que demonstram sua utilização no cotidiano.

No Capítulo 3 relatamos os sujeitos do estudo e a proposta didática, descrevendo as atividades desenvolvidas no processo usado para a coleta de dados.

No Capítulo 4 descrevemos os resultados obtidos, analisando e observando as reações dos alunos perante as apresentações dos algoritmos.

Capítulo 1

Alguns Algoritmos

Neste capítulo apresentaremos os algoritmos de multiplicação escolhidos para a proposta. Como utilizar cada método, exemplos e algumas justificativas.

1.1 Algoritmos de Multiplicaçao

O uso de fatos da História da Matemática pode contribuir para a melhoria do ensino e da aprendizagem, tornando a matemática mais atrativa e relevante, motivando os alunos, enriquecendo as aulas, esclarecendo dúvidas.

A utilização da História da Matemática na sala de aula, permite que os alunos possam perceber as diferenças entre as culturas e os momentos históricos, mostrando a evolução das ideias e conceitos matemáticos com o passar do tempo.

> Em muitas situações, o recurso a História da Matemática pode esclarecer ideias matemáticas que estão sendo construídas pelo aluno, especialmente para dar respostas a alguns "porquês"e desse modo, contribuir para a constituição de um olhar mais crítico sobre os objetos de conhecimento. [1]

De acordo com [2], a história da matemática auxilia na forma de ver e pensar a matemática, contextualizando e integrando com as outras disciplinas, tornando-a mais humanizada e favorecendo a sua compreensão.

A operação de multiplicação fora realizada por meio de dispositivos de acordo com as civilizações e ao longo dos tempos.

Ao mostrar diferentes dispositivos utilizados no passado, permite que o aluno possa fazer uma comparação com a técnica convencional conhecida, possibilitando perceber as diferenças e semelhanças entre os métodos alternativos.

Vários povos possuíam sua forma própria de fazer a multiplicação, cada dispositivo com sua peculiaridade, porém todos com o intuito de agilizar a técnica convencional. A Etnomatemática procura valorizar o conhecimento matemático existente em distintos grupos sociais e etnias, e tem como um dos seus maiores estudiosos [4].

No Egito Antigo utilizavam a técnica chamada de multiplicação de dobras, já na Europa, durante a Idade Média, para efetuar multiplicações, era muito comum a utilização da chamada técnica camponesa. A técnica conhecida como "Varas de Napier", foi criada por um matemático Escocês, John Napier, em 1617 d.C.

Outras técnicas ainda podem ser encontradas nos livros, a técnica da multiplicação por decomposição e o método chamado Gelosia.

Antes de iniciarmos alguns algoritmos da multiplicação, é interessante que se retome ao algoritmo convencional ou tradicional.

Em [5], multiplicação é a operação elementar em que se calcula a soma de n parcelas iguais a um número m.

O primeiro fator da multiplicação é chamado de multiplicando, o segundo de multiplicador e o resultado da operação é conhecido por produto. A multiplicação pode ser representada por $a \times b$, $a \cdot b$ ou somente ab.

O Processo da Multiplicação é realizado da direita para esquerda, multiplicando-se em cada ordem, o dígito do multiplicador pelo dígito do multiplicando. O último algarismo deste resultado é colocado no produto parcial, se houver mais de um dígito, o outro será acrescido ao produto da próxima ordem do multiplicando, ou também no produto parcial se não houver mais dígitos no multiplicando. A cada ordem do multiplicador, o resultado parcial é deslocado uma posição à direita refletindo a posição relativa do algarismo do multiplicador. E finalmente todos os produtos parciais são somados a fim de obtermos o produto final da multiplicação.

Destacaremos as seguintes propriedade da multiplicação:

Propriedade 1.1. *Propriedade comutativa da multiplicação: Quaisquer que sejam os números inteiros a e b, temos que:*

$$a \times b = b \times a$$

Propriedade 1.2. *Propriedade associativa da multiplicação: Quaisquer que sejam os números inteiros a, b e c, temos que:*

$$a \times (b \times c) = (a \times b) \times c$$

Propriedade 1.3. *Elemento neutro da multiplicação: Qualquer que seja o número inteiro a, temos que:*

$$a \times 1 = a$$

Uma consequência das propriedades é a seguinte proposição:

Proposição 1.1. *Qualquer que seja o número inteiro a, temos:*

$$a \times 0 = 0$$

Em [8], tem-se um estudo detalhado sobre a operação de multiplicação e suas propriedades com demonstrações completas.

Após pequena explanação do processo da multiplicação, veremos alguns algoritmos.

1.2 Algoritmo multiplicativo usado pelos egípcios

Segundo [1], os egípcios possuíam grande conhecimento matemático, porém os únicos escritos encontrados da época foram os papiros. O Papiro de Rhind ou papiro de Ahmes é um documento egípcio de cerca de 1650 a.C., onde um escriba de nome Ahmes detalha a solução de 85 problemas de matemática. É um dos mais famosos e antigos documentos matemáticos. Para resolver a multiplicação os egípcios usavam a técnica baseada em achar o dobro.

> A operação aritmética fundamental no Egito era a adição, e nossas operações de multiplicação e divisão eram efetuadas no tempo de Ahmes por sucessivas "duplicações". Nossa palavra de multiplicação na verdade sugere o processo egípcio.[1]

A técnica consiste em escolher um dos fatores da multiplicação desejada, recomenda-se escolher o maior em valor absoluto. Em duas colunas, escreve-se o número 1 na primeira coluna e o fator escolhido na outra. O próximo passo é ir dobrando os valores das duas colunas até que na coluna que se iniciou pelo algarismo 1 seja igual ou maior ao outro fator da multiplicação. Na primeira coluna, escolher as linhas cuja soma seja igual ao menor fator da multiplicação, determinada as linhas somar os valores correspondentes as linhas selecionadas, esta soma total da segunda coluna é o resultado procurado, ou seja, o produto da multiplicação.

Exemplo 1.1. *Calcular* 18×53*;*

Passo 1: Escolhe um dos fatores da multiplicação desejada. Neste exemplo escolheremos o 53, seguindo a dica de escolher o maior número. Escrever duas colunas, a primeira sempre começando pelo número 1 e a outra coluna o fator escolhido, como demonstrado na tabela 1.1.

1	53

Tabela 1.1: Passo 1

Passo 2: Dobra-se os valores das duas colunas até que o valor da primeira coluna seja maior ou igual ao outro fator, que no caso é 18, segue tabela 1.2.

1	53
2	106
4	212
8	424
16	848
32	1696

Tabela 1.2: Passo 2

Passo 3: Escolher na primeira coluna os valores que somados dão exatamente 18.

1	53
2	106
4	212
8	424
16	848
32	1696

Tabela 1.3: Passo 3

Escolheremos a segunda e a quarta linha cujo somatório resulta no valor desejado, $18 = 2 + 16$.

Passo 4: Somar os valores correspondentes das linhas escolhidas na tabela 1.4.

1	53
2	106
4	212
8	424
16	848
32	1696

Tabela 1.4: Passo 4

$106 + 848 = 954$

Logo, $18 \times 53 = 954$.

Exemplo 1.2. *Calcular* 26×147

Escolher um dos fatores da multiplicação desejada. Neste exemplo escolheremos o 147, seguindo a dica de escolher o maior número. Escrever duas colunas, a primeira sempre começando pelo número 1 e a outra coluna o fator escolhido. Dobra-se os valores das duas coluna até que o valor da primeira coluna seja maior ou igual a 26. Veja tabela 1.5.

1	147
2	294
4	588
8	1176
16	2352
32	4704

Tabela 1.5: Multiplicação com método egípcio

Escolher na primeira coluna os valores que somados dão exatamente 26. Somar os valores correspondentes das linhas escolhidas, conforme tabela 1.6.

1	147
2	294
4	588
8	1176
16	2352
32	4704

Tabela 1.6: Multiplicação com método egípcio

$26 = 2 + 8 + 16$

$294 + 1176 + 2352 = 3822$

Logo, $26 \cdot 147 = 3822$.

A justificativa do método se dá pelo pela propriedade 1.2 e o corolário 1.1:

Corolário 1.1. *Todo número natural se escreve de modo único como soma de potências distintas de 2.*

Uma demonstração desse fato o leitor encontra em [8].

Vejamos a justificativa do método usando o exemplo acima.

$26 = 2^1 + 2^3 + 2^4$, como descrito no corolário 1.1.

$26 \times 147 = (2^1 + 2^3 + 2^4) \times 147 =$

Usando a propriedade 1.2 temos:

$2^1 \times 147 + 2^3 \times 147 + 2^4 \times 147 =$

$2 \times 147 + 8 \times 147 + 16 \times 147 =$

$294 + 1176 + 2352 = 3822$.

1.3 Algoritmo multiplicativo usado pelos camponeses russos

Este método é uma variação do método egípcio. Os camponeses praticavam a matemática voltada a suas necessidades e trabalhos diários.

O algoritmo é simples, usa-se reduzir à metade, dobrar e somar. Coloca-se os dois fatores da multiplicação desejada em duas colunas. O valor da coluna da direita, será dobrado e paralelamente a coluna da esquerda será dividido a metade até que se obtenha como resposta o número 1. Quando a divisão não for exata deve-se desconsiderar a parte fracionaria. Após este passo, devemos desconsiderar as linhas cujo número que se encontra na coluna da esquerda for par. Em seguida, soma-se os resultados da coluna da direita, a soma final é o resultado da multiplicação. Ilustrando estes passos, veja exemplos 1.3 e 1.4 .

Exemplo 1.3. *Calcule 64* $\times 53$.

Os dois fatores serão colocados em duas colunas, na esquerda o multiplicando e na direita o multiplicador, como está ilustrado na tabela 1.7.

64	53

Tabela 1.7: Passo 1

Na coluna da esquerda, os valores serão reduzidos à metade até que se encontre o número 1. Paralelamente a coluna da direita o valor será dobrado, segue tabela 1.8.

64	53
32	106
16	212
8	424
4	848
2	1696
1	3392

Tabela 1.8: Passo 2

As linhas cujo número que se encontra na coluna da esquerda sejam par serão descartados. E a soma das linhas restantes será o produto procurado.

~~64~~	~~53~~
~~32~~	~~106~~
~~16~~	~~212~~
~~8~~	~~424~~
~~4~~	~~848~~
~~2~~	~~1696~~
1	3392

Tabela 1.9: Passo 3

Como temos somente uma linha, logo $64 \times 53 = 3392$. Isto ocorreu pelo fato que o multiplicando é uma potência de 2, $64 = 2^6 oquenoocorrenoexemplo 1.4$.

Exemplo 1.4. *Calcular 123* $\times 85$.

Os dois fatores serão colocados em duas colunas, na esquerda o multiplicando e na direita o multiplicador, como está ilustrado na tabela 1.10.

123	85

Tabela 1.10: Camponeses russo: passo 1

Na coluna da esquerda, os valores serão reduzidos à metade até que se encontre o número 1. Paralelamente a coluna da direita o valor será dobrado. Como o valor do multiplicando é 123, ou seja, ao ser dividido por 2, não terá um resultado exato, para continuar a preencher a tabela devemos desconsiderar a parte fracionária, segue tabela 1.11.

123	85
61	170

Tabela 1.11: Camponeses russo: passo 2

Na tabela 1.12 segue as divisões na coluna da esquerda e as multiplicações na coluna da direita.

123	85
61	170
30	340
15	680
7	1360
3	2720
1	5440

Tabela 1.12: Camponeses russo: passo 3

As linhas cujo número que se encontra na coluna da esquerda seja par será descartada, ou seja, terceira linha do exemplo será descartada .

123	85
61	170
~~30~~	~~340~~
15	680
7	1360
3	2720
1	5440

Tabela 1.13: Camponeses russo: passo 4

E a soma das linhas restantes será o produto procurado, logo temos:

$85 + 170 + 680 + 1360 + 2720 + 5440 = 10.455$.

Então $123 \times 85 = 10.455$.

Uma forma de justificar este método é utilizar a unidade de área para demonstrar. Também foi optado esta justificativa por ser considerada mais didática e lúdica .Vejamos um exemplo para ilustrar.

Consideremos uma figura geométrica com 15 unidades de comprimento e 12 unidades de largura, a área da figura é o produto 15×12, ou seja, 180 unidades de área, segue figura 1.1.

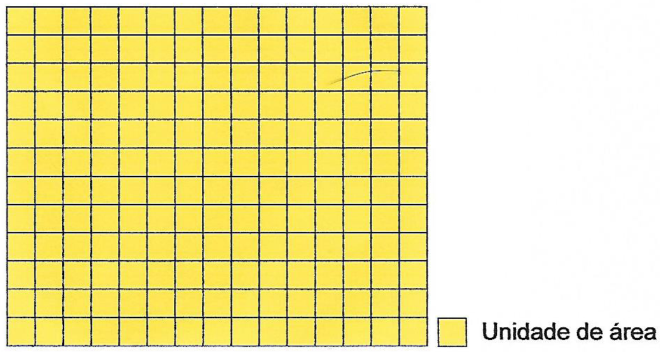

Figura 1.1: Área inicial

Como no algoritmo russo, vamos dobrar um lado e reduzir à metade o outro lado da figura 1.1.

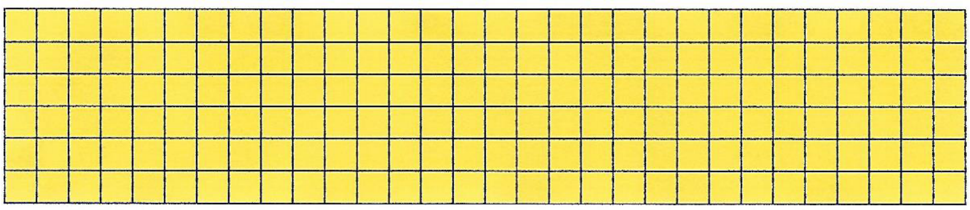

Figura 1.2: Nova área: dobro do comprimento e a metade da largura

Podemos verificar que a área continua sendo a mesma já que $6 \times 30 = 180$, o que nos assegura fazer este processo sucessivas vezes.

1.4 Algoritmo multiplicativo usado pelos chineses

Na China a multiplicação era feita com um método muito prático, com o auxílio de varetas de bambu. As varetas que ficam dispostas na horizontal representam o multiplicador, e na vertical as varetas representam o multiplicando. Para chegar ao produto os pontos de interseção das varetas são levados em consideração e contados.

Exemplo 1.5. *Calcular 12* $\times 13$;

Temos que representar com varetas o multiplicando e o multiplicador, conforme figura 1.10 .

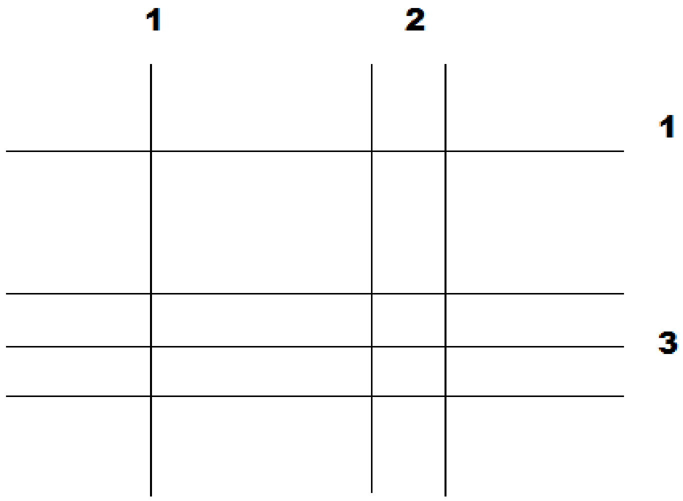

Figura 1.3: Varetas de bambu

As interseções das varetas são destacadas, veja figura 1.4 .

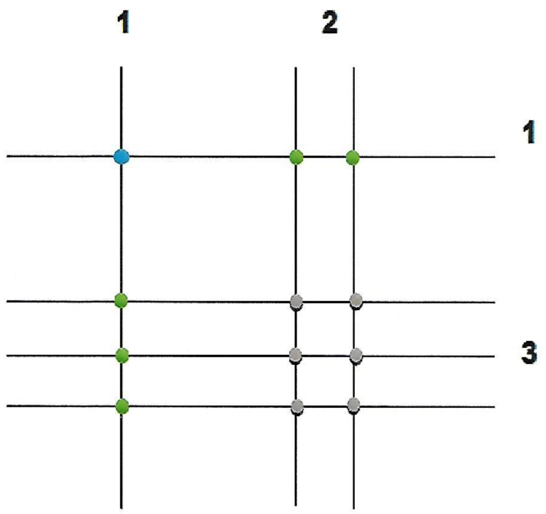

Figura 1.4: Interseções marcadas

Deve somar as interseções nas diagonais, iniciando pela diagonal da esquerda, que nos dará o algarismo da unidade do produto procurado, como determinam as figuras 1.5, 1.6 e 1.7.

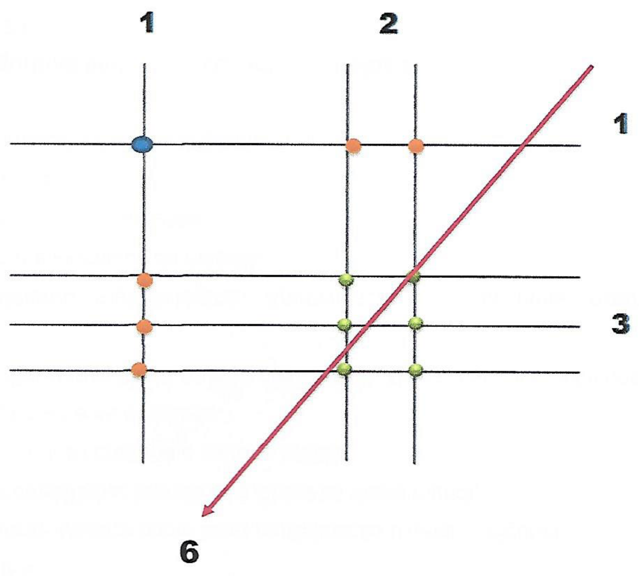

Figura 1.5: Soma das interseções que representam as unidades

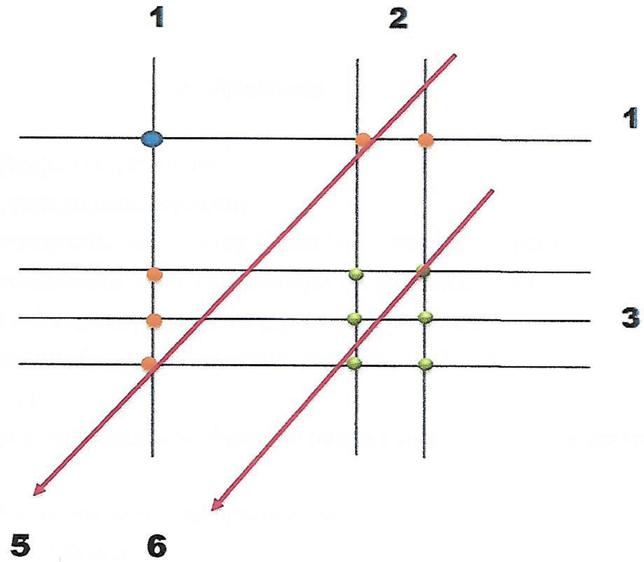

Figura 1.6: Soma das interseções que representam as dezenas

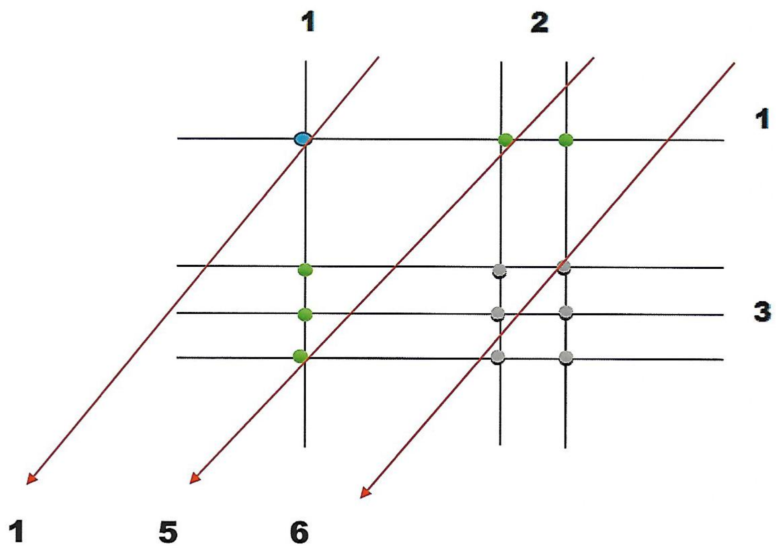

Figura 1.7: Soma das interseções que representam as centenas

Logo temos que $12 \times 13 = 156$.

Exemplo 1.6. *Calcular 241* $\times 32$;

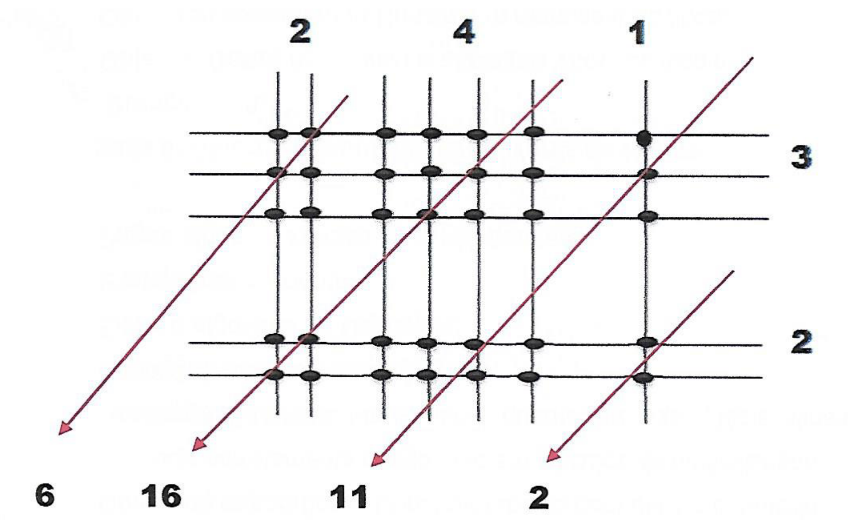

Figura 1.8: Varetas de bambu

Neste exemplo temos que a soma da diagonal excede a classe das unidades, então o algarismo que representa a dezena deve ser somado a próxima diagonal a esquerda.

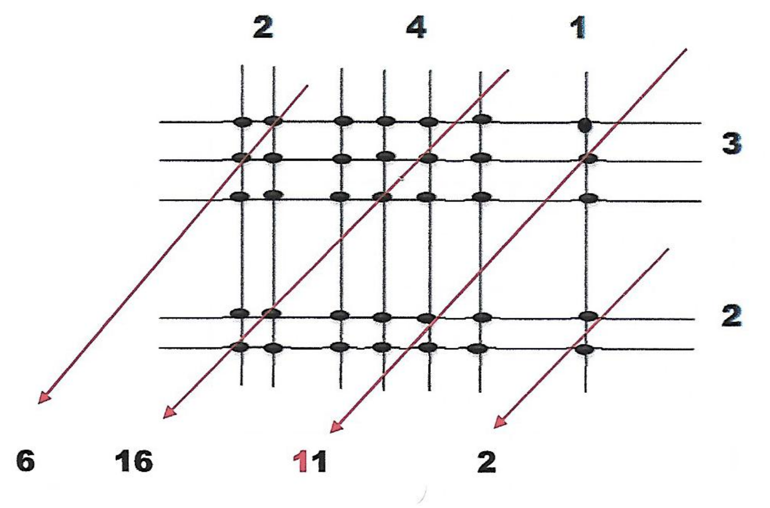

Figura 1.9: Somando as interseções

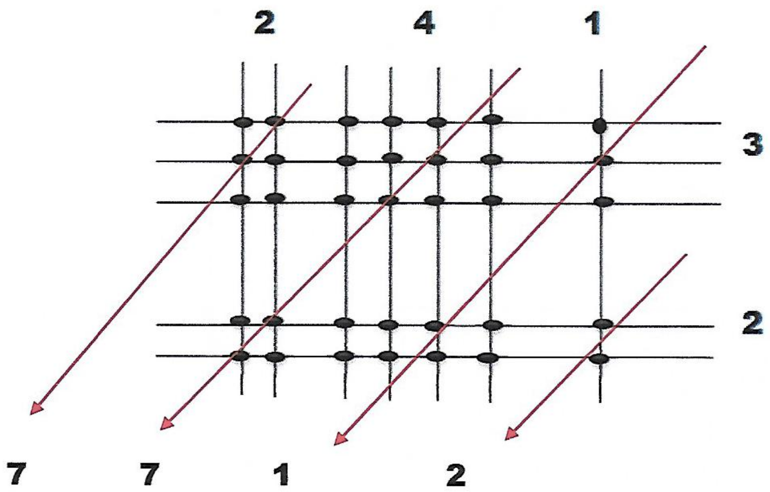

Figura 1.10: Resultado final

Logo temos $241 \times 32 = 7712$.

1.5 Algoritmo multiplicativo usado pelos gregos

> A diferença entre a matemática dos egípcios e a dos gregos era que, para os primeiros, tratava-se de uma arte que os auxiliava em seus trabalhos de engenharia e de agrimensura, enquanto que, com os segundos, assumia um caráter científico, dada a atitude filosófica e especulativa que os gregos tinham face à vida.[8]

O algoritmo grego é o que mais se assemelha ao algoritmo convencional usado atualmente. A diferença entre ambos é que no convencional ao anotarmos os produtos o fazemos de forma simplificada. Este método possui semelhança com o processo realizado ao multiplicar usando a decomposição e a propriedade distributiva da multiplicação.

O método consiste em multiplicar cada algarismo do multiplicador, iniciando com o de maior ordem, com o multiplicando também de maior ordem. Após as multiplicações deve-se somar os valores anteriormente obtidos.

Exemplo 1.7. *Calcular 147* $\times 23$;

$$
\begin{array}{cccccl}
 & 1 & 4 & 7 & & \\
\times & & 2 & 3 & & \\
\hline
2 & 0 & 0 & 0 & & (100\ \times 20) \\
 & 8 & 0 & 0 & & (\ 40\ \times 20) \\
 & 1 & 4 & 0 & & (\ 7\ \times 20) \\
 & 3 & 0 & 0 & & (100\ \times 3) \\
 & 1 & 2 & 0 & & (\ 40\ \times 3) \\
+ & & 2 & 1 & & (\ 7\ \times 3) \\
\hline
3 & 3 & 8 & 1 & &
\end{array}
$$

Exemplo 1.8. *Calcular 238* $\times 146$;

$$
\begin{array}{cccccccl}
 & & 2 & 3 & 8 & & \\
 & \times & 1 & 4 & 6 & & \\
\hline
2 & 0 & 0 & 0 & 0 & & (200\ \times 100) \\
 & 3 & 0 & 0 & 0 & & (\ 30\ \times 100) \\
 & & 8 & 0 & 0 & & (\ 8\ \times 100) \\
 & 8 & 0 & 0 & 0 & & (200\ \times 40) \\
 & 1 & 2 & 0 & 0 & & (\ 30\ \times 40) \\
 & & 3 & 2 & 0 & & (\ 8\ \times 40) \\
 & 1 & 2 & 0 & 0 & & (200\ \times 6) \\
 & & 1 & 8 & 0 & & (\ 30\ \times 6) \\
 & + & & 4 & 8 & & (\ 8\ \times 6) \\
\hline
3 & 4 & 7 & 4 & 8 & &
\end{array}
$$

1.6 Algoritmo multiplicativo Gelosia

Não há como afirmar onde foi inventado este método multiplicativo. Acredita-se que foi descoberto na Índia, pela necessidade de fazer contas rápidas pelos mercadores, por volta do século XII a.C. já que não se tinham maquinas de calcular. Segundo [9], esse método foi levado a Europa através da expansão do comércio das especiarias, onde foi bastante utilizado.

De acordo com [11], "dos árabes passou para a Itália nos séculos XIV e XV a.C. e lá o nome gelosia lhe foi associado por causa da semelhança com os gradeados colocados em frente as janelas em Veneza e em outros lugares".

A palavra "gelosia"é oriunda do idioma francês, jalousies ou do inglês jealous, que significa "ciúmes".

Gelosia é uma estrutura com forma de treliças de madeira, utilizada em janelas, que são capazes de vedar, formando uma espécie de gaiola, cujo objetivo principal era proteger as mulheres casadas em suas casas. A gelosia evita que quem está fora consiga ver quem está dentro. Este tipo de janela era muito utilizado pelos maridos árabes como forma de resguardar suas esposas dos olhares de outros homens, ou de pessoas que passavam nas ruas.

E esse método foi inventado para criar um processo mais rápido e simples de fazer multiplicação com mais de dois algarismos. Também há indícios de uso pelos chineses e persas. É o favorito dos árabes, pela simplicidade de sua aplicação, não fora a necessidade de desenhar uma rede de segmentos de reta. Por isso alguns autores afirmam que é chamado método árabe de multiplicação. O modelo lembra uma grade de janela chamada gelosia.

O método ou dispositivo Gelosia, consiste em uma técnica de multiplicação quando se tem dois ou mais algarismos no multiplicador, que é o segundo fator de uma multiplicação. Para o uso da técnica primeiramente é necessário a construção de uma tabela. O número de colunas é dado por meio do número de algarismos do multiplicando, que é o primeiro fator de uma multiplicação, e o número de linhas é o mesmo número de algarismos do multiplicador. Sendo assim, ao multiplicar 24×12, devemos construir uma tabela com 2 linhas e 2 colunas, conforme a figura 1.11.

$$\begin{array}{ccc l l}
 & 2 & 4 & \longrightarrow \textit{multiplicando} & (\text{ } 1^{\text{o}} \text{ fator}) \\
\times & 1 & 2 & \longrightarrow \textit{multiplicador} & (\text{ } 2^{\text{o}} \text{ fator}) \\
\hline
 & & & \longrightarrow \textit{Produto} &
\end{array}$$

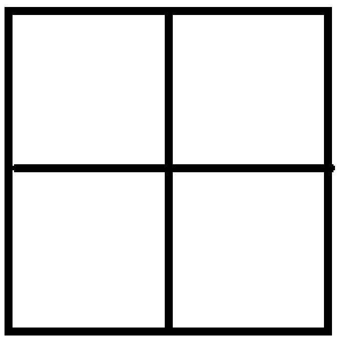

Figura 1.11: Tabela para o algoritmo Gelosia

Os algarismos do multiplicando serão escritos sobre as colunas, e os algarismos do multiplicador sobre as linhas, conforme figura 1.12. Em cada quadrado, que corresponde a um algarismo que se quer multiplicar, deve-se traçar a diagonal da direita para a esquerda, conforme figura 1.12.

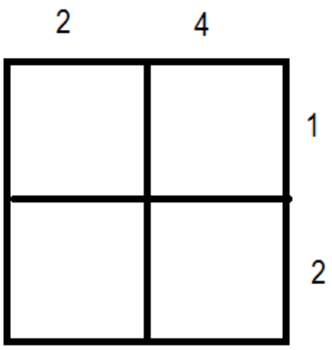

Figura 1.12: Organizando multiplicando e multiplicador

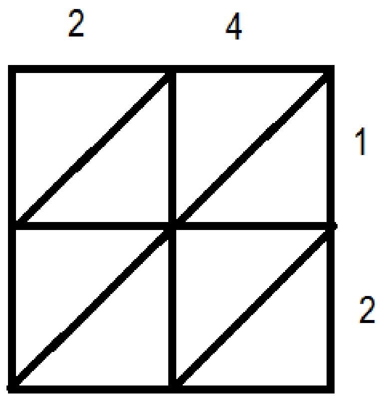

Figura 1.13: Traçando diagonais

Multiplicamos cada par de números, escrevendo o produto em cada célula, sendo cada um dos algarismos posicionados em um dos lados da diagonal. A diagonal de cada quadrado separa em duas células que serão usadas para separar a unidade da dezena do produto obtido. Na parte da célula abaixo da diagonal escreve-se o número correspondente as unidades, e na parte da célula acima da diagonal o número correspondente as dezenas. As figuras 1.14 e 1.15 ilustram o exemplo.

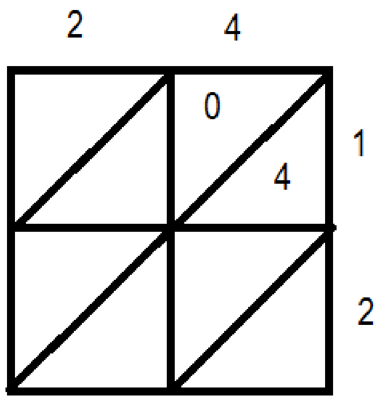

Figura 1.14: Efetuando as multiplicações

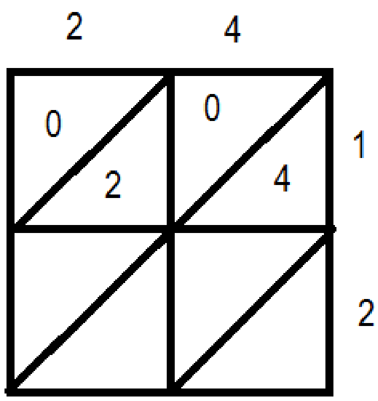

Figura 1.15: Efetuando as multiplicações

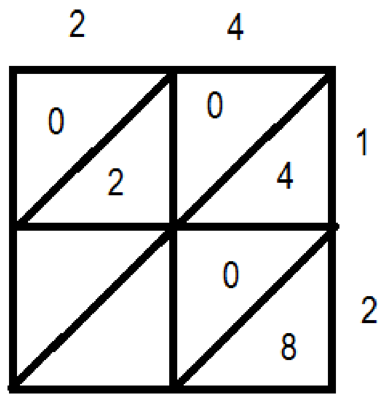

Figura 1.16: Efetuando as multiplicações

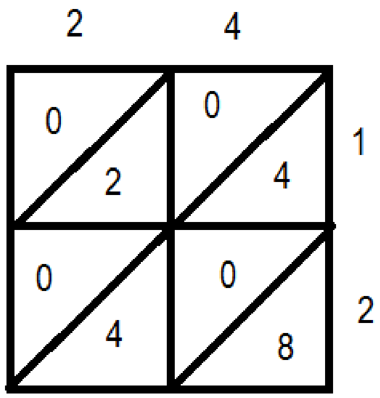

Figura 1.17: Efetuando as multiplicações

Para obter o resultado da multiplicação, adicionamos todos os números das células, começando direita para a esquerda e escrevemos o resultado na parte inferior e esquerda da grade.

É interessante que se pinte as células para a melhor visualização das parcelas a serem somadas. Ver figura 1.18.

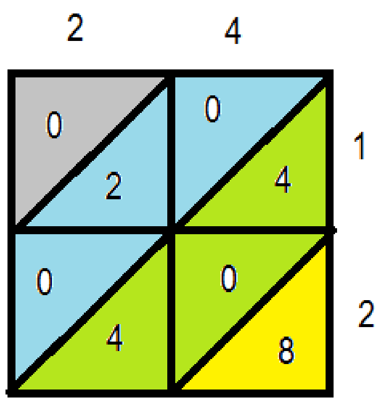

Figura 1.18: Células pintadas

Nas figuras 1.19, 1.20, 1.21 e 1.22 mostra-se a sequencia dos passos descritos.

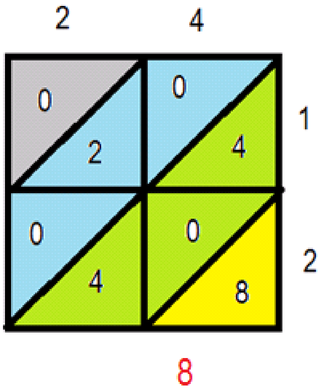

Figura 1.19: Algarismo da unidade

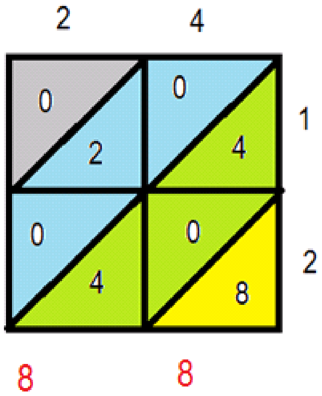

Figura 1.20: Algarismo da dezena

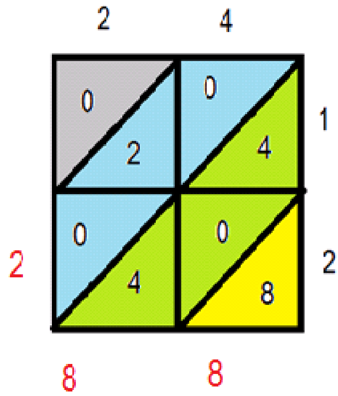

Figura 1.21: Algarismo da centena

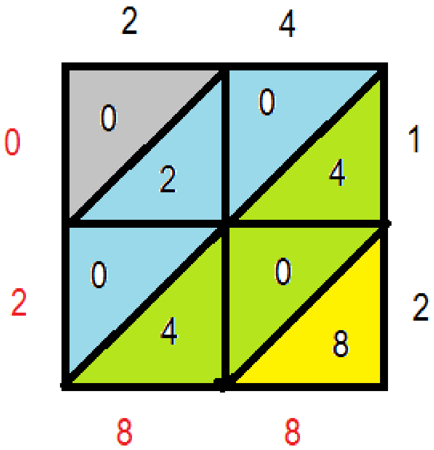

Figura 1.22: Multiplicação usando método Gelosia

$$
\begin{array}{rr}
 & 24 \\
\times & 12 \\
\hline
 & 48 \\
+ & 24 \\
\hline
 & 288
\end{array}
$$

Figura 1.23: Multiplicação método tradicional

Após o somatório das células encontra-se o resultado da multiplicação. Despreza-se o 0 a esquerda.

Exemplo 1.9. *Deseja-se multiplicar 254* $\times 69$.

Como temos 3 algarismos no multiplicando e 2 algarismos no multiplicador, a tabela a ser construída deve ter 3 colunas e 2 linhas. Dispondo dos algarismos ao lado de cada quadrado, traçando as diagonais. Fazemos a multiplicação de par de números, somamos as células. Ver figura 1.24.

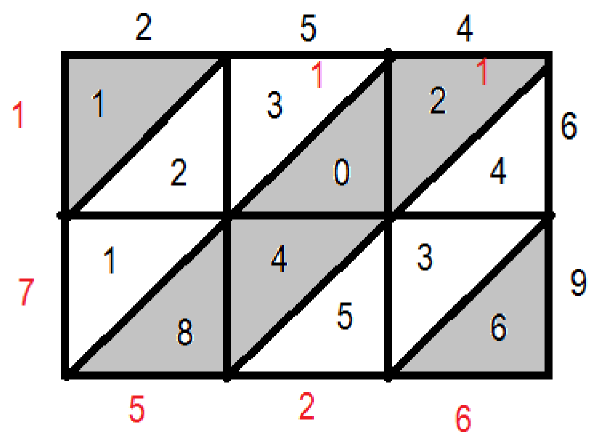

Figura 1.24: Multiplicação com Gelosia

Ao somar as células se o valor possuir dezenas, o valor correspondente deve ser acrescentado na próxima célula. Logo $254 \times 69 = 17.526$.

Neste dispositivo a propriedade da comutatividade da multiplicação permanece válida, por gerar um resultado final igual ao se comutar os fatores, o exemplo 1.10 conforme a afirmativa.

Exemplo 1.10. *Calcularemos* 26×32*, e depois verificaremos se ao calcular* 32×26 *chega-se ao mesmo produto.*

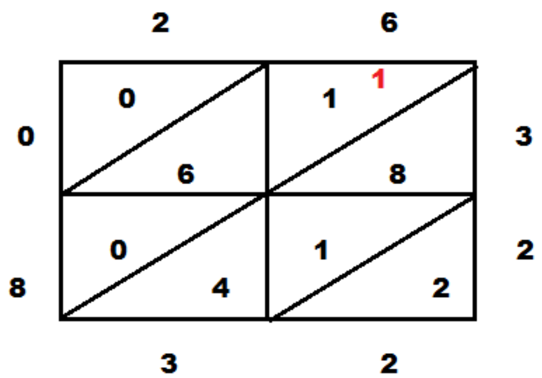

Figura 1.25: $26 \times 32 = 832$

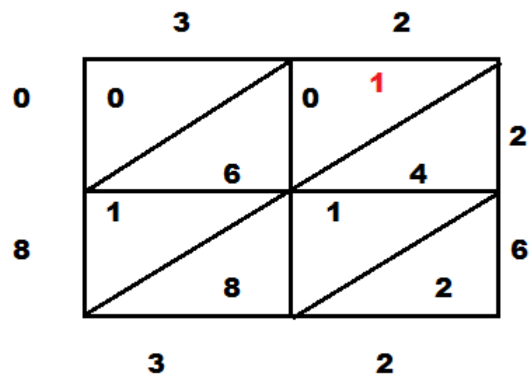

Figura 1.26: $32 \times 26 = 832$

Logo a propriedade comutativa é valida.

Este método também poderá ser usado para multiplicação com números decimais, conforme o desenvolvimento do exemplo 1.11.

Exemplo 1.11. *Calcular* $0,54 \times 1,3$.

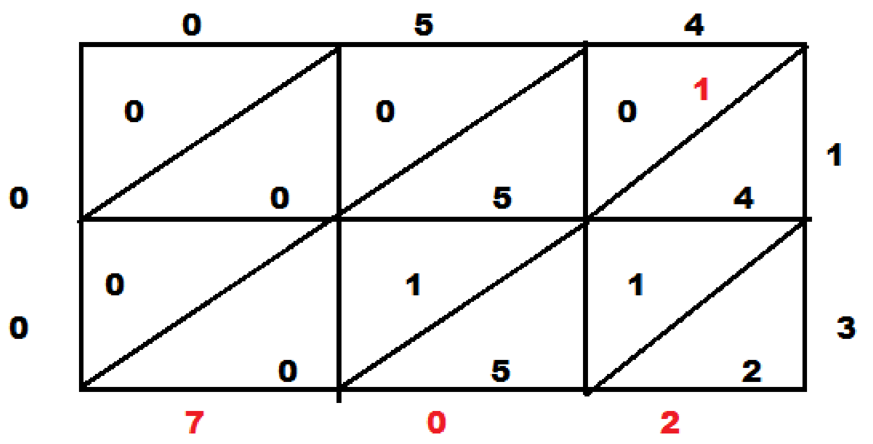

Figura 1.27: Gelosia com números decimais

Para finalizarmos basta contarmos quantas casas decimais temos no multiplicador e no multiplicando. Logo $0,54 \times 1,3 = 0,702$.

Comparando métodos:

Usaremos como exemplo 156×73, para compararmos os métodos Gelosia com a técnica convencional.

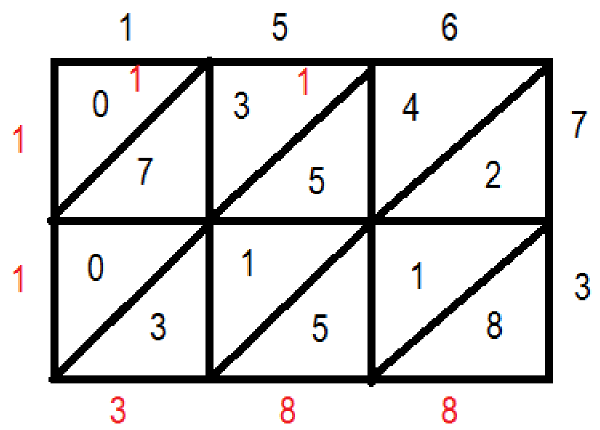

Figura 1.28: Método Gelosia

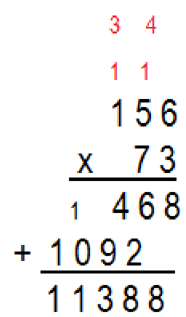

Figura 1.29: Método tradicional

Cada multiplicação corresponde a uma célula da tabela, ou seja, o método é válido para qualquer multiplicação que se queira fazer, pois os algarismos correspondentes a cada ordem ficarão em uma célula, conforme o exemplo acima.

1.7 Algoritmo multiplicativo Varas de Napier

Este método foi desenvolvido pelo matemático escocês John Napier[1] em 1617 d.C. Esta técnica tem o objetivo de agilizar e simplificar a técnica de multiplicação Gelosia. De fato, este método é muito mais simples. Usando as fichas, multiplicação pode ser reduzida a operação de adição.

É composto por 10 fichas correspondentes aos dígitos de 0 a 9. A ficha 0, embora possa parecer desnecessário, é necessário para multiplicadores ou multiplicações possuindo 0 neles.

Para executar o método é necessário construir fichas, que chamaremos de varas. Cada vara é dividida em 10 quadrados. Estes, por sua vez, são cortadas a partir de um diagonal, acima do qual os números que são inseridos, eles representam dezenas, enquanto abaixo, escreva os números correspondente às unidades. A figura 1.30 é a ficha do número 2 e seus respectivos múltiplos.

[1] John Napier foi um matemático, físico, astrônomo, astrólogo e teólogo escocês. É mais conhecido como o decodificador do logaritmo natural (ou neperiano) e por ter popularizado o ponto decimal. Na decodificação dos logaritmos naturais, Napier usou uma constante que, embora não a tenha descrito, foi a primeira referência ao notável "e", descrito quase 100 anos depois por Leonhard Euler e que se tornou conhecido como número de Euler ou número de Napier.

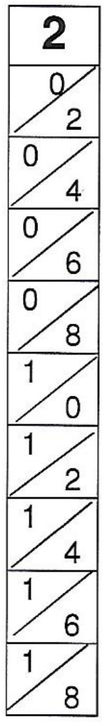

Figura 1.30: Ficha do 2 e alguns múltiplos

As figuras 1.31 e 1.32 ilustram as varas necessárias para utilizar o método.

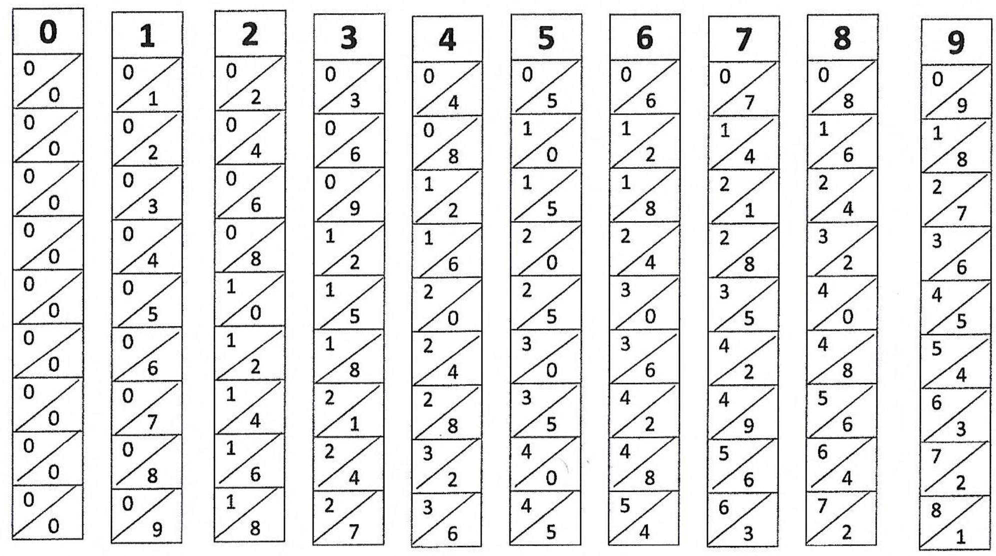

Figura 1.31: Varas de Napier

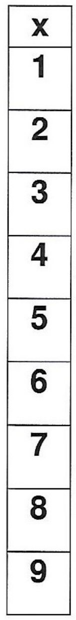

Figura 1.32: Ficha de Multiplicação

Exemplo 1.12. *Calcular 37* $\times 58$;

Passo 1: selecionar as fichas correspondentes ao multiplicando e dispor uma ao lado da outra. Ainda ao lado das fichas relacionadas, coloca-se a ficha da multiplicação.

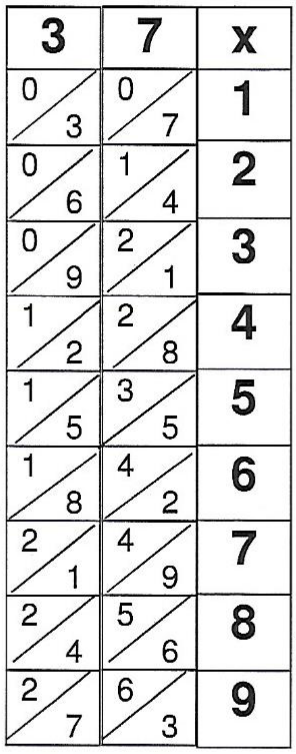

Figura 1.33: Passo 1: Varas de Napier

Passo 2: O multiplicador é 58, então vamos que destacar as linhas 5 e 8.

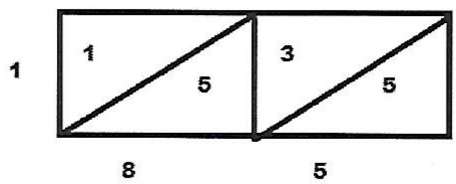

Figura 1.34: Passo 2: 5º linha

Ao analisarmos a 5º linha, temos que proceder como no método Gelosia, logo $37X5 = 185$. Porém o 5 está na classe das dezenas do multiplicador então deveremos acrescentar o zero ao final da soma, assim obteremos o produto $37 \times 50 = 1850$.

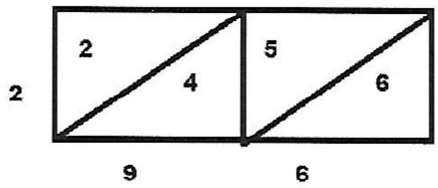

Figura 1.35: Passo 2: 8º linha

Agora analisando a 8º linha, temos que $37 \times 8 = 296$

Resumindo, para o produto de $37\ \times 58 temos$:

$37 \times 58 = 37 \times (50 + 8) = (37 \times 50) + (37 \times 8)$

Considerando o resultado analisado nas fichas temos:

$37 \times 58 = (37 \times 50) + (37 \times 8)$

$37\ \times 58 = 1850 + 296$

$37\ \times 58 = 2146.$

Vejamos outro exemplo para fixarmos o algoritmo.

Exemplo 1.13. *Calcular 604* $\times 29$;

As fichas são dispostas conforme figura

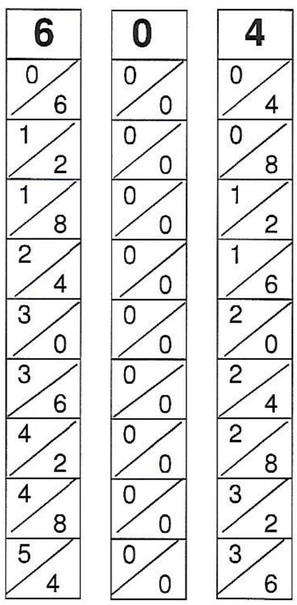

Figura 1.36: Varas de Napier

Analisando a 2º linha, temos:

$604 \times 2 = 1208$, por ser dezena deve ser acrescentando o zero, logo 12080.

Analisando a 9^o linha, temos:

$604 \times 9 = 5436$.

Para o produto de 604 $\times 29 temos$:

$604 \times 29 = 604 \times (20 + 9) = (604 \times 20) + (604 \times 9)$

Considerando o resultado analisado nas fichas temos:

$604 \times 29 = 604 \times (20 + 9) = (604 \times 20) + (604 \times 9)$

604 $\times 29 = (604 \times 20) + (604 \times 9)$

604 $\times 29 = 12080 + 5436$

604 $\times 29 = 17516$.

Capítulo 2

Princípio Multiplicativo

Neste capítulo encontra-se uma breve definição de Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem, no nível de Ensino Fundamental com situações-problema do cotidiano.

2.1 Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem

Na Matemática, o raciocínio denominado "Principio multiplicativo", tem como base a multiplicação. Tal princípio, possibilita a resolução de problemas de contagem, sem que haja necessidade de enumerar todos os elementos envolvidos.

Segundo [10], o Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem, diz que, se há x modos de tomar a decisão $D1$ e tomada a decisão $D1$ há y modos de tomar a decisão $D2$, então o número de modos de tomar sucessivamente as decisões $D1$ e $D2$ é $x \cdot y$.

Segue a resolução de alguns problemas.

Exemplo 2.1. *Uma pessoa deseja ir de Brasília a Caldas Novas passando por Goiânia. Porém de Brasília a Goiânia temos 3 caminhos possíveis e de Goiânia para Caldas Novas temos 4 caminhos possíveis. Quantas maneiras possíveis essa pessoa poderá viajar de Brasília a Caldas Novas? Considere que só poderá escolher um caminho indo de Brasília a Goiânia e novamente um único caminho de Goiânia a Caldas Novas.*

Considere a decisão $D1$ a quantidade de caminhos possíveis de Brasília a Goiânia, ou seja, $D1 = 3$. Escolhido um dos três caminhos possíveis consideremos $D2$ a quantidade de caminhos possíveis de Goiânia a Caldas Novas, ou seja, $D2 = 4$. Então o número de o número de modos de tomar sucessivamente as decisões $D1$ e $D2$ é $3 \cdot 4 = 12$.

Para facilitar a compreensão, observe figura **??**:

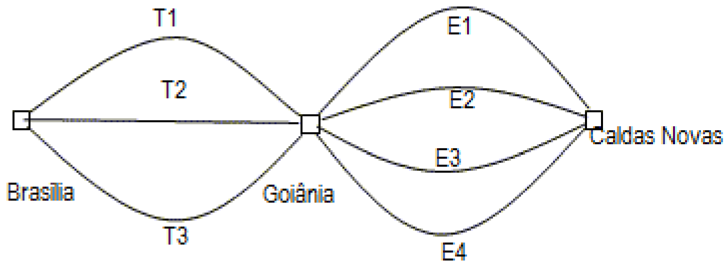

Figura 2.1: Caminhos possíveis

De Brasília a Goiânia temos 3 caminhos possíveis, onde foi representado pela letra T de trajeto, logo temos $T1, T2$ e $T3$. De Goiânia a Caldas Novas temos 4 caminhos possíveis, onde foi representado pela letra E de estrada, logo temos $E1, E2, E3$ e $E4$. De acordo com o que se pede no exemplo escolhe-se um dos trajetos e uma das estradas. Os possíveis caminhos conforme o esquema são:

$T1, E1$	$T2, E1$	$T3, E1$
T1,E2	T2,E2	T3,E2
T1,E3	T2,E3	T3,E3
T1,E4	T2,E4	T3,E4

Exemplo 2.2. *No restaurante Cheiro Verde, há* 2 *tipos de salada,* 4 *tipos de pratos quentes e* 2 *tipos de sobremesa. Quantas possibilidades temos para fazer uma refeição com um tipo de salada, um tipo de prato quente e um tipo de sobremesa?*

Observe que o evento tem três etapas. Consideremos $D1$ a decisão de escolher uma salada, ou seja, $D1 = 2$. Chamemos $D2$ a decisao de escolher um prato quente, ou seja, $D2 = 4$, e $D3$ as possibilidades de escolhermos a sobremesa, ou seja, $D3 = 2$. Então o número de o número de modos de tomar sucessivamente as decisões $D1, D2$ e $D3$ é $2 \cdot 4 \cdot 2 = 16$.

O esquema que está representado nas figuras 2.2 e 2.3, também é conhecido como diagrama de árvore ou árvore das possibilidades, é uma maneira de organizar todas as possibilidades de um evento. Nos diagramas, S1 e S2 representam os tipos de saladas; P1, P2, P3 e P4, representam os tipos de pratos quentes e finalmente s1 e s2, os tipos de sobremesa.

Por meio dos diagramas representados nas figuras 2.2 e 2.3 é possível ver as possibilidades da montagem do prato:

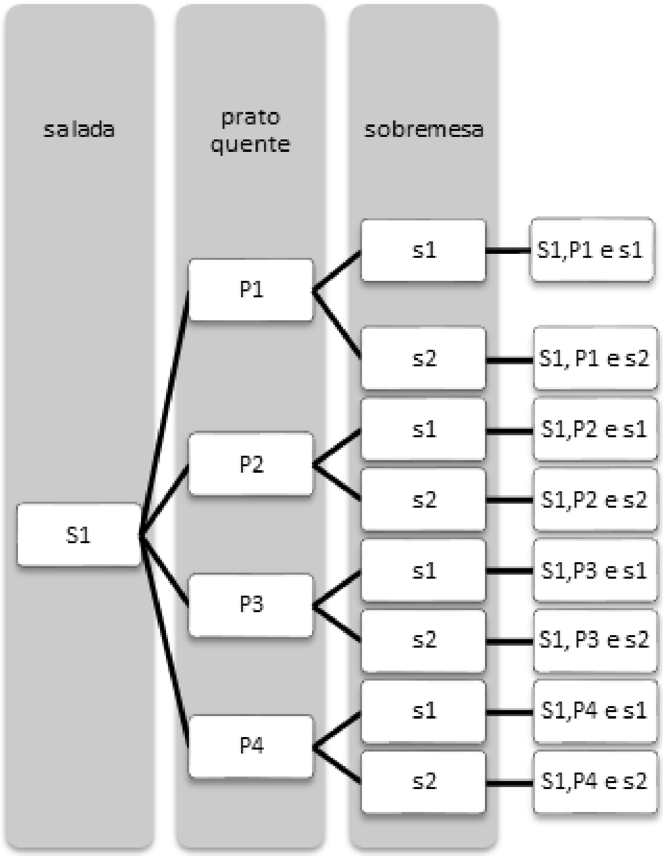

Figura 2.2: Diagrama de árvore (1)

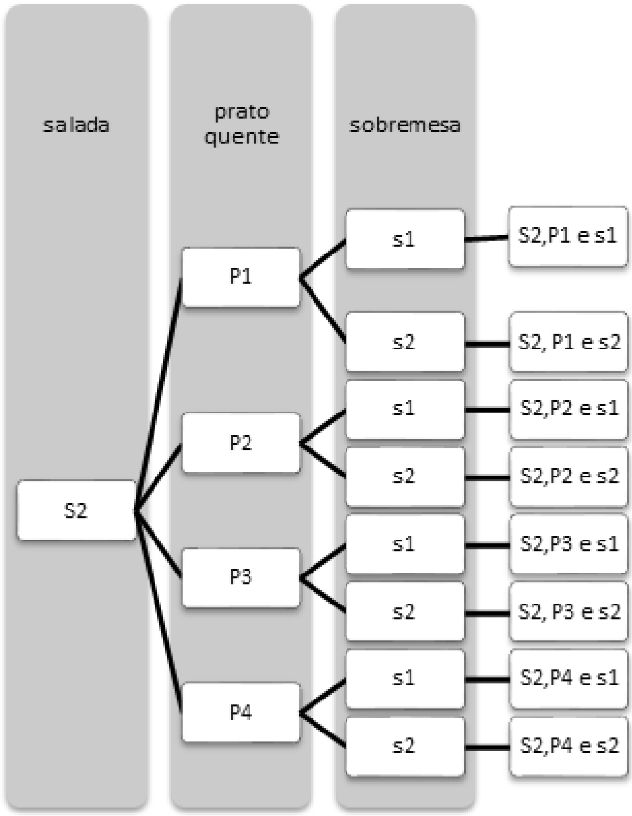

Figura 2.3: Diagrama de árvore (2)

Outra forma de expressar o princípio multiplicativo é:

> Se um evento é composto de duas etapas sucessivas e independentes de tal maneira que o número de possibilidades na 1ª etapa é m e para cada possibilidade da 1ª etapa o número de possibilidades na 2ª etapa é n, então o número de possibilidades de o evento ocorrer é dado pelo produto $m \cdot n$. [3]

Exemplo 2.3. *Maria estuda na Escola Novo Caminho, e foi escolhida por sua professora para ser a oradora de sua turma na festa de encerramento. Maria está muito feliz e indecisa, pois ainda não decidiu qual a roupa que vai usar. Ao olhar em seu armário verificou que possui 4 blusas novas e 3 calças. Quantas são as formas que Maria tem para se vestir usando somente estas roupas mencionadas?*

O evento é composto por duas etapas sucessivas e independentes. A 1ª etapa é a escolha da blusa, o número de possibilidades é 4, ou seja $m = 4$. A 2ª etapa é a escolha da calça, e o número de possibilidades na 2ª etapa é 3, ou seja, $n = 3$. Então o número de possibilidades de o evento ocorrer é dado pelo produto $m \cdot n$, logo o número de possibilidades de Maria se vestir é $4 \cdot 3 = 12$ maneiras diferentes.

Enumerando as blusas como B1, B2, B3 e B4; e as calças como C1, C2 e C3, teremos como opções:

$$\begin{array}{ccc} B1C1 & B1C2 & B1C3 \\ \text{B2C1} & \text{B2C2} & \text{B2C3} \\ \text{B3C1} & \text{B3C2} & \text{B3C3} \\ \text{B4C1} & \text{B4C2} & \text{B4C3} \end{array}$$

Contando todas as possíveis combinações confirmamos as 12 maneiras diferentes de Maria se vestir.

Anagrama é uma transposição ou rearranjo de letras de uma palavra ou frase, com o intuito de formar outras palavras (com ou sem sentido) usando todas as letras da palavra original. A quantidade de anagramas de uma palavra é calculada através do princípio fundamental da contagem ou princípio multiplicativo.

Exemplo 2.4. *Calcule a quantidade de anagramas da palavra GELO.*

Teremos então 4 etapas: Na primeira etapa temos quatro letras disponíveis; na segunda etapa restam-se três letras, pois uma já foi usada na primeira etapa, na terceira etapa restam-se duas letras, pois um a letra já foi escolhida na etapa anterior, e assim sucessivamente.

$$\begin{array}{ccccl} 4\cdot & 3\cdot & 2\cdot & 1 & = 24 \text{ anagramas} \\ 1^{\text{a}} & 2^{\text{a}} & 3^{\text{a}} & 4^{\text{a}} & \longrightarrow \textit{etapas} \end{array}$$

Observe o diagrama de árvore deste exemplo nas figuras 2.4 à 2.7:

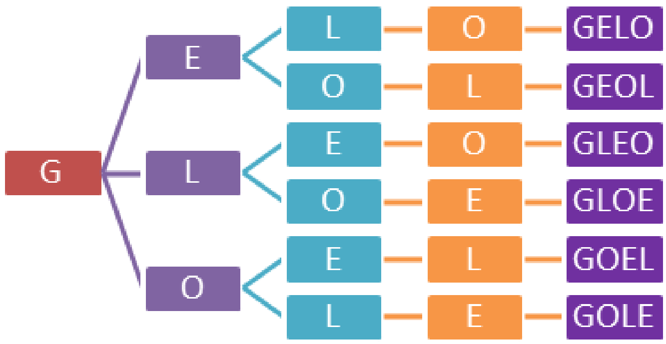

Figura 2.4: Anagramas palavra GELO iniciando com G

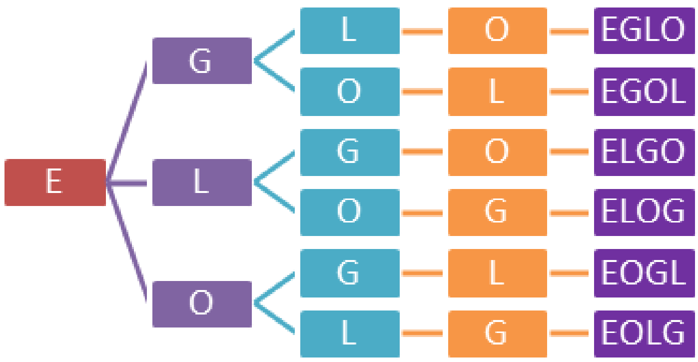

Figura 2.5: Anagramas palavra GELO iniciando com E

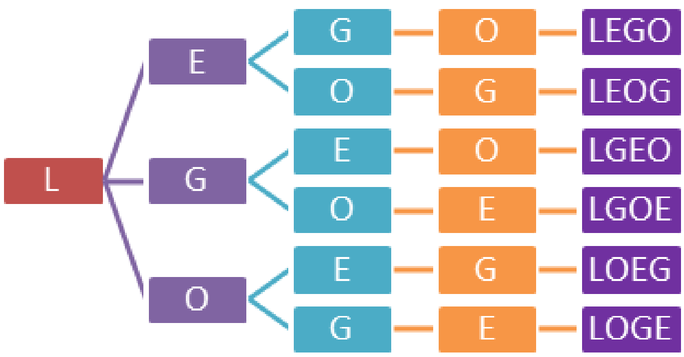

Figura 2.6: Anagramas palavra GELO iniciando com L

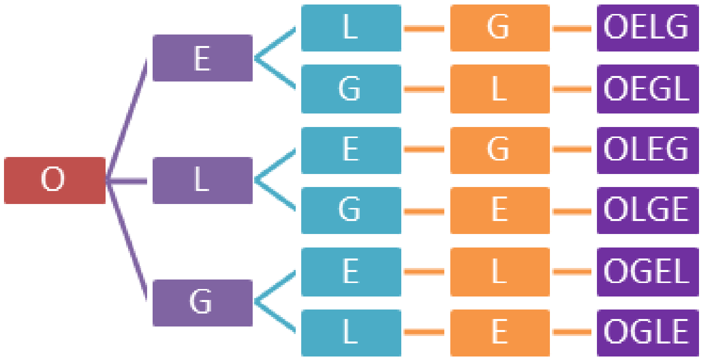

Figura 2.7: Anagramas palavra GELO iniciando com O

O princípio multiplicativo facilita e auxilia, pois não é necessário a descrição de todas as possibilidades como foi feito acima.

Exemplo 2.5. *No sistema de emplacamento atual, as placas de identificação veicular são constituídas por três letras no alfabeto seguidos de 4 algarismos, exemplo BSB 2016. Em maio de 2014, o Distrito Federal recebeu a liberação da terceira sequência de letras, de OZW 0001 a PBZ 9999, (a combinação 0000 não é usada). Quantas placas distintas podem ser fabricadas no Distrito Federal, que iniciem com as letras de identificação PAZ?*

Figura 2.8: Placas de carro

Como as três letras que constituem a placa já estão definidas, ou seja, PAZ, temos que calcular a possibilidade dos quatro algarismos; para a escolha do primeiro algarismo temos 10 possibilidades pois temos de 0 a 9 para ser o primeiro dígito; da mesma forma temos para os outros três dígitos. Logo, pelo Princípio Fundamental da Contagem, temos $10.10.10.10 = 10^4 = 10.000$. Porém devemos excluir a combinação PAZ 0000 que não é usada, então temos $10.000 - 1 = 9.999$.

Como podemos perceber no exemplo 5, a quantidade de possibilidades é um número muito grande, o que torna inviável que se faça o diagrama de árvore ou a descrição de todas as possibilidades.

Este trabalho não pretende esgotar os assuntos abordados, tornando sua abordagem superficial. Além disso não é possível cobrir todos os campos que envolvem o Princípio Fundamental da Contagem, pelo fato de se estender além do seus objetivos.

Capítulo 3

Metodologia

Neste capítulo descrevemos quem são os sujeitos que participaram do estudo. Detalharemos a proposta relacionada ao estudo e a metodologia usada.

3.1 Sujeitos de pesquisa

A pesquisa foi feita através da abordagem qualitativa, de acordo com [7], "preocupa-se com a compreensão, com a interpretação do fenômeno, considerando o significado que os outros dão a sua prática". Trata-se de um estudo de caso, que [7] define como um tipo de pesquisa que privilegia um caso particular, uma unidade significativa, considerada suficiente para a análise de um fenômeno.

O estudo feito na escola Centro de Ensino Fundamental Doutora Zilda Arns. O CEF Doutora Zilda Arns foi inaugurado em dez de fevereiro de dois mil e dez, e era denominado Centro de Ensino Fundamental 01 do Itapoã. No dia cinco de fevereiro de dois mil e dez teve a denominação alterada para Centro de Ensino Fundamental Drª Zilda Arns, em homenagem à fundadora e coordenadora da Pastoral da Criança, ilustre brasileira e cidadã do mundo, falecida no terremoto do Haiti em janeiro de dois mil e dez deixando como legado a importância da solidariedade para a construção de um mundo melhor. Está situada na Quadra 378, conjunto N, Área Especial - Del Lago - Itapoã - DF. A escola atende séries finais, 6º ano ao 9º ano, e Educação de Jovens e Adultos (EJA) no período noturno.

A pesquisa foi realizada com alunos que cursavam o 6º ano do ensino fundamental. Foram escolhidos alunos que participam da Escola Integral. Em um turno frequentam o ensino regular e no contra turno frequentam aulas extras, cuja proposta é a participação em Oficinas de Reforço de Matemática, Português, frequentam aula de violão, ballet, entre outras. Para a execução deste estudo, foi optado por utilizar o período em que participam das aulas extras, com o intuito de agregar ainda mais às oficinas de Matemática.

3.2 Procedimento na coleta de dados

A proposta pedagógica consiste em 10 encontros, cujo planejamento está descrito neste trabalho.

Encontro 1: Princípio Multiplicativo

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Introduzir o conceito do Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem.

Objetivos específicos: Promover um exemplo de uma situação-problema que pode ser resolvido com o uso do princípio fundamental da contagem.

Estimular o pensamento de quantidade de agrupamentos possíveis em uma situação-problema.

Recursos didáticos: cadeado, caixa, bombons, quadro negro, giz.

Desenvolvimento metodológico: Dinâmica "O segredo da caixa"

Explanação oral sobre o tema.

No primeiro encontro, foi realizado a dinâmica "O segredo da caixa", que consiste em um jogo para adivinhar a sequência correta do cadeado que abre a caixa. A turma foi dividida em três grupos de cinco alunos, e cada grupo por vez tem a chance de tentar um palpite, seguindo as dicas que foram que dadas. A cada palpite os alunos devem escrever a sequência de números no quadro e tentar abrir o cadeado. E o jogo continua até que um dos grupos consiga descobrir o segredo do cadeado e abrir a caixa, como motivação e premiação, o grupo ganhará o que contiver na caixa.

Encontro 2: Princípio multiplicativo

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Introduzir o conceito do Princípio Multiplicativo ou Princípio Fundamental da Contagem.

Objetivos específicos: Promover exemplos de situações-problema que podem ser resolvidos com o uso do princípio fundamental da contagem.

Estimular o pensamento de quantidade de agrupamentos possíveis em uma situação-problema.

Recursos didáticos: papel, lápis, quadro negro, giz, slides.

Desenvolvimento metodológico:Expor problemas no Datashow.

Questionar e propor possíveis resoluções.

Explanação oral sobre o tema.

No segundo encontro foram levados exemplos de problemas de Principio Multiplicativo, para que os alunos discutissem e tentassem resolver.

Encontro 3: Sondagem ou Atividadade Diagnóstica

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Verificar o nível de conhecimento dos alunos com relação a operação de multiplicação.

Objetivos específicos: Identificar se os alunos possuem o conhecimento de armar e efetuar cálculo de multiplicação.

Analisar a leitura e interpretação de problemas matemáticos.

Recursos didáticos: atividade complementar de estudo, folha xerocada, lápis, caneta.

Desenvolvimento metodológico: Aplicar a atividade de sondagem.

No terceiro encontro foi feita uma sondagem ou diagnóstico, com o intuito de verificar o conhecimento dos alunos em relação a multiplicação, que consiste em quatro situações-problemas de princípio fundamental da contagem e três contas de multiplicação para armar e efetuar. Nos problemas propostos, foi avaliado a interpretação, resolução e resposta. Nas contas de multiplicação será avaliado se o aluno sabe armar e efetuar corretamente. Após a aplicação da sondagem, foi feito uma análise da mesma, obtivemos uma visão de como está o nível da turma em relação ao conhecimento da multiplicação, que é o foco da pesquisa.

Encontro 4: Algoritmo multiplicativo egípcio

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Apresentar o algoritmo usado pelos egípcios.

Objetivos específicos: Localizar o Egito no mapa mundi.

Executar corretamente o algoritmo em cálculos de multiplicação.

Recursos didáticos: Mapa mundi, quadro, giz, papel, lápis, slides.

Desenvolvimento metodológico:Expor o algoritmo no Datashow.

Exemplificar o algoritmo.

Propor algumas atividades complementares.

Encontro 5: Algoritmo multiplicativo usado pelos camponeses russos

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Apresentar o algoritmo usado pelos egípcios.

Objetivos específicos: Localizar a Rússia no mapa mundi.

Executar corretamente o algoritmo em cálculos de multiplicação.

Recursos didáticos: Mapa mundi, quadro, giz, papel, lápis, slides.

Desenvolvimento metodológico: Expor o algoritmo no Datashow.

Exemplificar o algoritmo.

Propor algumas atividades complementares.

Encontro 6: Algoritmo multiplicativo usado pelos chineses

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Mostrar como fazer multiplicação usando o algoritmo chinês

Objetivos específicos: Identificar a China no mapa mundi;

Dispor os canudos conforme o método solicita.

Executar corretamente o método.

Recursos didáticos: Mapa mundi, quadro, giz, slides, canudos coloridos, papel e lápis.

Desenvolvimento metodológico: Apresentação oral do tema, exposição do procedimento e exemplos do método.

Expor o algoritmo no Datashow.

Exemplificar o algoritmo.

Propor algumas atividades complementares.

Encontro 7: Algoritmo multiplicativo indiano - Gelosia

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Apresentar o algoritmo Gelosia

Objetivos específicos: Construir tabelas para utilizar o método.

Executar corretamente o algoritmo em cálculos de multiplicação.

Recursos didáticos: Mapa mundi, quadro, giz, papel, lápis, slides.

Desenvolvimento metodológico: Expor o algoritmo no Datashow.

Exemplificar o algoritmo.

Propor algumas atividades complementares.

Encontro 8: Algoritmo multiplicativo - Varas de Napier

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Apresentar o algoritmo Varas de Napier.

Objetivos específicos: Construir e manusear as fichas.

Executar corretamente o algoritmo em cálculos de multiplicação.

Recursos didáticos: Mapa mundi, quadro, giz, cartolinas, papel contact, canetinha, slides.

Desenvolvimento metodológico: Expor o algoritmo no Datashow.

Exemplificar o algoritmo.

Propor algumas atividades complementares.

Encontro 9: Algoritmo multiplicativo usado pelos gregos

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Apresentar o algoritmo usado pelos gregos

Objetivos específicos: Executar corretamente o algoritmo em cálculos de multiplicação.

Recursos didáticos: Mapa mundi, quadro, giz, papel, lápis, slides.

Desenvolvimento metodológico: Expor o algoritmo no Datashow.

Exemplificar o algoritmo.

Propor algumas atividades complementares.

Do quarto ao nono encontro, os alunos foram levados até a sala de informática para a apresentação expositiva dos algoritmos da multiplicação, com os aspectos históricos, geográfico, caracterizando traços interdisciplinares na pesquisa. O mapa mundi foi exposto em todas as aula para que os alunos pudessem visualizar e identificar o local de origem de cada algoritmo estudado. Após alguns exemplos os alunos foram estimulados a tentar com o auxílio da pesquisadora a fazer alguns exercícios utilizando os algoritmos, para isso os alunos foram divididos em grupos, trabalhando um algoritmo por oficina.

Encontro 10: sondagem final e revisão dos algoritmos

Duração: 2 h.

Objetivo Geral: Verificar o nível de conhecimento dos alunos com relação a operação de multiplicação após as oficinas.

Recursos didáticos: atividade complementar de estudo, folha xerocada, lápis, caneta e cartolina.

Desenvolvimento metodológico: Aplicar a atividade de sondagem.

Dividir em grupos. Propor a resolução de problemas com o uso dos algoritmos estudados.

Apresentação dos grupos identificando qual método escolhido para usar e o motivo.

No décimo encontro, fizeram atividades similares a sondagem inicial para que se tenha um documento de comparação do nível de conhecimento da multiplicação do início das oficinas até a apresentação dos algoritmos. Os alunos foram separados em grupos para a realização de uma atividade. Ao término, devendo escolher um dos algoritmos apresentados para a resolução, cada grupo pode expor os exercícios resolvidos, através de cartazes, e mostrar qual o algoritmo foi escolhido para a resolução do mesmo.

Capítulo 4

Descrição e Análise de dados

Neste capítulo consta a descrição dos dados colhidos nas oficinas e uma análise dos mesmos.

4.1 Descrição dos dados coletados

O estudo foi feito com três turmas, cada turma com 15 alunos do 6º ano do Ensino Fundamental.

Iniciamos as oficinas com a dinâmica "Segredo da caixa". O cadeado usado na dinâmica possui três algarismos como segredo. E foram dadas as seguintes dicas:

- O primeiro número era primo;
- O último número era par;
- A sequência era constituída de três algarismos diferentes.

Ao se deparar com as dicas, aproveitou-se para relembrar alguns conteúdos matemáticos como números primos, pares e impares, diferença entre número e algarismo, valores absolutos e relativos.

Alguns questionamentos foram colocados aos alunos, antes que fosse iniciado a dinâmica, como por exemplo: quantos segredos seriam possíveis para este cadeado, seguindo as dicas?

A turma foi divida em tres grupos com cinco alunos. Cada grupo teria um palpite do segredo, sendo que o aluno que representasse o grupo deveria, primeiro anotar a sequência escolhida no quadro e ir até o cadeado tentar a sequência, se o cadeado nao fosse aberto passaria a vez para o proximo grupo.

A medida que os grupos iam colocando no quadro as possíveis sequencias, estava se descrevendo as possibilidades para o problema. Após abrir a caixa, era questionado se havia ainda outras possibilidades e contava-se quantas tinham sido tentadas e quantas não haviam sido. Depois foi revelado como poderia ser feito através do princípio multiplicativo.Nas três turmas, a dinâmica ocupou bastante tempo, deixando os alunos entusiasmados e curiosos.

Antes de iniciar a sondagem, que foi um exercício de 5 questões para saber como estava o nível da turma em relação a multiplicação, a pesquisadora explicou no que consistia a sondagem, e por qual o motivo que ela deveria ser feita com toda a atenção e seriedade. Aproveitou-se também para fazer alguns questionamentos: Quem sabe a tabuada decorada levanta o dedo? E observou-se que nenhum aluno levantou a mão. Outro questionamento feito: Quem faz contas de multiplicar contando nos dedos? Alguns se manifestaram, em média 12 alunos por turma.

O resultado observado nesta atividade está descrito na tabela 4.1:

Questão da Sondagem	Total de acertos	% de acertos
1)a)	15	33,33
1)b)	24	53,33
1)c)	36	80
2)	27	60
3)	27	60
4)	18	40
5)	30	66,66

Tabela 4.1: Resultados da sondagem

4.2 Análise dos dados coletados

Analisando os números fornecidos na tabela, podemos concluir que a questão que os alunos tiveram menos dificuldade com 80 % de acerto foi a questão 1 letra c $(24 \cdot 12)$. E a questão com mais dificuldade foi a questão 1 letra a $(254 \cdot 69)$ com apenas 33,33% de acerto. Também foi observado que todos os alunos possuíam o conhecimento de armar corretamente a multiplicação.

Erros mais comuns

Ao analisar os erros cometidos pelos alunos podemos verificar que:

a) Produto de dezena por unidade.

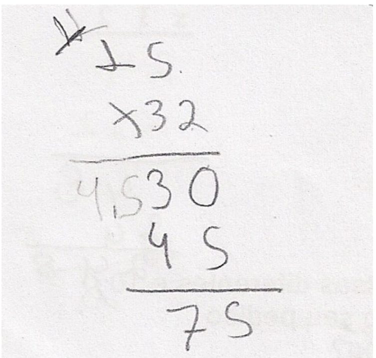

Figura 4.1: Exercício feito por aluno

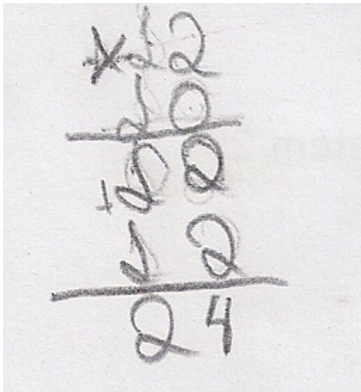

Figura 4.2: Exercício feito por aluno

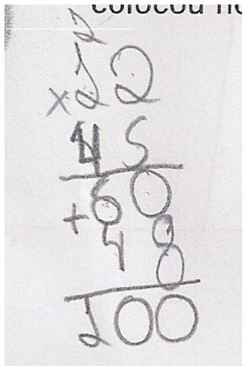

Figura 4.3: Exercício feito por aluno

O problema mais verificado foi com relação ao valor posicional, muitos alunos não pulam a casa das unidades ao multiplicar pelo número da dezena, e este erro faz com que as respostas fiquem incorretas, apesar de terem optado pelo algoritmo multiplicativo mais utilizado nas escolas a questão posicional não se apresenta corretamente, como está exposto nas figuras 4.1,4.2 e 4.3, que representam as produções dos sujeitos participantes deste estudo.

Ao terminar de efetuar a multiplicação da unidade do multiplicador pelo multiplicando, e iniciar o produto da dezena do multiplicador pela unidade do multiplicando o resultado obtido é em dezenas, portanto a casa da unidade, neste momento, deve ser pulada, ou seja, deixada em branco, ou então completada por zero.

b) A troca de ordem do resultado

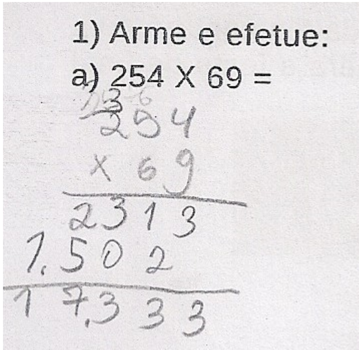

Figura 4.4: Exercício feito por aluno

Neste caso, representado na figura 4.4, o aluno ao fazer a multiplicação de $4 \cdot 9 = 36$, elevou o 6 para a casa seguinte, trocando a ordem para 63, assim comprometendo o resultado da sua operação.

c) O zero na multiplicação

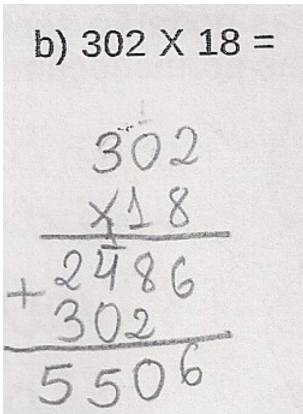

Figura 4.5: Exercício feito por aluno

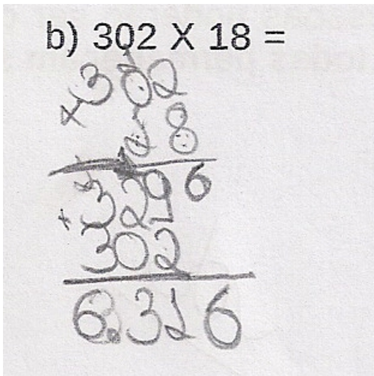

Figura 4.6: Exercício feito por aluno

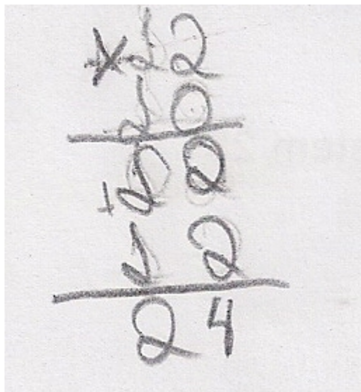

Figura 4.7: Exercício feito por aluno

Podemos observar aqui nestes exemplos que os alunos ao multiplicarem o 0 por um algarismo, o resultado é o algarismo. No primeiro exemplo, figura 4.5, o erro está ao multiplicar o 0 por 8, que no cálculo deste aluno deu como resultado 8. No segundo exemplo, figura 4.6, segue a mesma idéia ao multiplicar, acrescentado o um que foi reagrupado no $8 \cdot 0 = 8 + 1 = 9$. E no terceiro exemplo, figura 4.7, temos que $2 \cdot 0 = 2$.

d) O reagrupamento

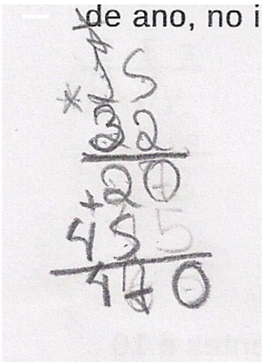

Figura 4.8: Exercício feito por aluno

Neste exemplo, figura 4.8, não houve o reagrupamento do número 1 que foi elevado a casa das dezenas, o que pode ser considerado que o aluno realiza a multiplicação por partes e não compreende a operação como um processo contínuo.

Após as análises dos dados, e a verificação do nível da turma em questão, os alunos foram levados para a sala de informática.

No momento da explicação dos métodos, foram necessários alguns exemplos para que as técnicas fossem compreendida.

Foram fornecidos aos alunos tabelas prontas para facilitar o treino das operações. A oficina de treino necessitou muito da observação e da explicação da professora. Alguns alunos demoraram um pouco para conseguir atingir o nível esperado. Porém os resultados no final foram excelentes conforme era esperado.

A porcentagem de erro na sondagem foi de aproximadamente 43%. Após a apresentação dos algoritmos da multiplicação, foi aplicado atividades complementares e o erro caiu para 28%.

O método que os alunos mais se identificaram foi o de duplicar, usado pelos egípcios, por ser o mais simples e usar basicamente a adição, a operação que consideram a mais fácil, e também por não necessitar de muitas (outras) construções.

Quando questionados se usariam alguns dos métodos apresentados, para resolver multiplicação daqui por diante, 60% dos alunos responderam que pretendiam utilizar e ainda ensinar para os demais de suas turmas. Fato que nos trouxe satisfação, pois é uma explicitação da adequação do método explorado neste estudo com o público escolhido e suas dificuldades multiplicativas.

Considerações Finais

Ao final das atividades propostas foi observado que a maioria dos alunos aprenderam a usar pelo menos uma técnica proposta. Com o uso da sala de informática, os slides usados na introdução da aula, os alunos se motivaram mais. Saindo da rotina de sala de aula, a mudança de ambiente favoreceu o processo de aprendizagem.

Os algoritmos apresentados não devem ser usado para substituição da técnica convencional da multiplicação, deve ser usado como uma complementação, dando ao aluno abordagens diferentes em que eles possam além de treinar a técnica convencional, escolher o melhor algoritmo para fazê-lo. Também pode ser usado para a verificação do resultado, quando a multiplicação tenha sido feita usando outra técnica.

A maioria dos algoritmos requer do usuário uma organização dos valores multiplicando e multiplicador distintos do algoritmo tradicional, e nessa nova organização não há necessidade de pular casas de ordens numéricas. Tal característica veio ao encontro das necessidades do público alvo investigado, que possui tanta dificuldade neste passo da técnica convencional, como foi possível verificar na sondagem.

A desvantagem descrita pelos alunos é que em muitos algoritmos temos a construção das tabelas, colunas que são necessários para a utilização dos métodos. Para facilitar, o professor que preferir utilizar estas técnicas, pode fornecer aos alunos as tabelas prontas para uso em sala de aula.

Os resultados alcançados foram que os alunos que participaram da atividade pedagógica conseguiram chegar ao resultado correto, elogiaram as aulas, por ser diferente e interessante.

Em relação a vantagem para os professores, podemos verificar que os erros foram detectados com mais facilidade em alguns algoritmos, do que no uso da técnica convencional. Estás técnicas permitem auxiliar o estudante a chegar ao resultado mais rápido e correto. Ao executar este trabalho, professores de Matemática da Instituição em que a pesquisa foi realizada, que não conheciam os algoritmos, quiseram conhecer, ficaram motivados e pediram para aplicar em suas turmas, o que nos deixou bastante gratificado.

No término da pesquisa consideramos que os objetivos foram alcançados por uma grande parte da turma. Foram obtidos resultados bastante significativos, os alunos mostraram interesse a todo momento. De acordo com [4], a história da Matemática é um exemplo fundamental para perceber como teoria e prática Matemática foram criadas, desenvolvidas e utilizadas num contexto de sua época. E a junção de teoria e prática causou o entusiasmo nos alunos.

Vale salientar ainda, que apesar de não fazer parte do público alvo da pesquisa, os monitores das Oficinas da Escola Integral que em sua maioria, são estudantes do Ensino Médio, acompanharam os alunos. Participaram das oficinas, fizeram o diagnóstico. Foram detectados erros comuns dos encontrados nos diagnósticos dos alunos do 6º ano, o que deixa o seguinte questionamento: Estes erros ou dificuldades não estão sendo sanados com o avançar da series escolares?

Finalizando este estudo, refletimos sobre a experiência e o conhecimento adquirido durante a trajetória, proporcionando um crescimento profissional e uma satisfação na melhora do processo ensino aprendizagem tornando a Matemática mais prazerosa e presente na vida dos estudantes.

Referências Bibliográficas

[1] BOYER, Carl Benjamim., *História da Matemática.*, Edgard Blücher, tradução: Elza F. Gomide, (1974).

[2] BRASIL, Secretaria de Educação Fundamental., *Parâmetros Curriculares Nacionais: Matemática.*, Secretaria de Educação Fundamental. Brasilia:MEC/ SEF,1998.

[3] DANTE, Luiz Roberto., *Matemática Dante.*, Volume Único. São Paulo. Editora Ática. 1ª edição. 2009.

[4] D´AMBROSIO, Ubiratam., *História da Matemática e Educação.*, História e Educação Matemática. 1ª ed. Campinas, SP: Papirus, p.7-17., (1996).

[5] FERREIRA, Aurélio Buarque de Holanda., *Dicionário Aurélio Básico da Língua Portuguesa.*, Rio de Janeiro: Nova Fronteira, 1988.

[6] GIOVANNI, Jose Ruy., *A Conquista da Matemática,*, 6º ano / José Ruy Giovanni, Benedicto Castrucci, José Ruy Giovanni Júnior. -São Paulo: FTD,2012.

[7] GONSALVES, Elisa Pereira., *Conversas sobre a iniciação à pesquisa científica.*, 4ª Ed. Campinas, SP: Editora Alínea, 2005.

[8] HEFEZ, A., *Aritmética.*, SBM, Coleção PROFMAT, (2013).

[9] LARA, Isabel Cristina Machado de., *Ensino da Matemática por meio da História da Matemática: possíveis articulações com a etnomatemática.*, Vidya, v. 33, n. 2, p. 51-62, jul./dez., 2013.

[10] MORGADO, Augusto César; CARVALHO, Paulo Cezar Pinto., *Matemática Discreta.*, SBM (Coleção PROFMAT), (2013).

[11] REIS, Ismael., *Fundamentos da Matemática.*, Volume 6. Editora Moderna, 1996.

Apêndice A

SONDAGEM

1) Arme e efetue:

a) $254 \times 69 =$

b)$302 \times 18 =$

c)$24 \times 12 =$

2) Ao visitar um restaurante João tem 12 opções de massas diferentes e 10 tipos de molhos. De quantas formas João poderá fazer o seu pedido sabendo que ele poderá escolher uma massa e um molho?

3) Uma pessoa deseja ir de Brasília a Caldas Novas passando por Goiânia. Porém de Brasília a Goiânia temos 3 caminhos possíveis e de Goiânia para Caldas Novas temos 4 caminhos possíveis. Quantas maneiras possíveis essa pessoa poderá viajar de Brasília a Caldas Novas? Considere que só poderá escolher um caminho indo de Brasília a Goiânia e novamente um único caminho de Goiânia a Caldas Novas.

4) Maria estuda na Escola Novo Caminho, e foi escolhida por sua professora para ser a oradora de sua turma na festa de encerramento. Maria está muito feliz e indecisa, pois ainda não decidiu qual a roupa que vai usar. Ao olhar em seu armário verificou que possui 4 blusas novas e 3 calças. Quantas são as formas que Maria tem para se vestir usando somente estas roupas mencionadas?

5) Na escola de Laís existem 15 salas de aula e em cada uma existem 32 cadeiras. Quantas cadeiras existem na escola de Laís?