

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

MODELAGEM NUMÉRICA DE FRATURAMENTO
HIDRÁULICO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
ESTENDIDO

EDEL ROLANDO MARTÍNEZ CONCEPCIÓN

ORIENTADOR: MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD

CO-ORIENTADOR: FRANCISCO EVANGELISTA JR., PhD

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA

PUBLICAÇÃO: G.DM-253/2015

BRASÍLIA / DF: AGOSTO / 2015.

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**MODELAGEM NUMÉRICA DE FRATURAMENTO
HIDRÁULICO VIA MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS
ESTENDIDO**

EDEL ROLANDO MARTÍNEZ CONCEPCIÓN

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:

**PROF. MÁRCIO MUNIZ DE FARIAS, PhD (UnB)
(ORIENTADOR)**

**PROF. FRANCISCO EVANGELISTA JR., PhD (UnB)
(CO-ORIENTADOR)**

**PROF. JUAN FÉLIX RODRÍGUEZ REBOLLEDO, D.Sc. (UnB)
(EXAMINADOR INTERNO)**

**PROF. CARLOS ALEXANDER RECAREY MORFA, D.Sc. (UCLV/Cuba)
(EXAMINADOR EXTERNO)**

DATA: BRASÍLIA/DF, 31 de AGOSTO de 2015.

FICHA CATALOGRÁFICA

MARTÍNEZ CONCEPCIÓN, EDEL ROLANDO

Modelagem Numérica de Fraturamento Hidráulico via Método dos Elementos Finitos Estendido [Distrito Federal] 2015

xxi, 109 p., 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Geotecnia, 2015)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

1. Mecânica da Fratura

2. Método dos Elementos Finitos Estendido

3. Fraturamento Hidráulico

4. Enriquecimento

I. ENC/FT/UnB

II. Mestre

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

Martínez, E.R., (2015). Modelagem Numérica de Fraturamento Hidráulico via Método dos Elementos Finitos Estendido. Dissertação de Mestrado, Publicação G.DM-253/2015, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 109 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Edel Rolando Martínez Concepción

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Modelagem Numérica de Fraturamento Hidráulico via Método dos Elementos Finitos Estendido.

GRAU / ANO: Mestre / 2015

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Edel Rolando Martínez Concepción
edel.rolando@gmail.com

A vocês, que iluminaram meu caminho desde cedo, Sofia e Herminio

AGRADECIMENTOS

A realização desta investigação tornou-se possível devido à colaboração generosa de muitas pessoas;

Aos professores Márcio Muniz de Farias e Francisco Evangelista Jr. pela dedicada orientação e o contínuo estímulo à pesquisa;

Aos professores do Curso de Pós-Graduação em Geotecnia da Universidade de Brasília por compartilhar seus conhecimentos;

Aos meus amigos de estudos superiores, Yenys, Yosniel, Daimara, Joan e Yadián, pelos conselhos e o impulso para alcançar os melhores resultados acadêmicos;

Aos meus amigos, Enrique, Joao, Nelson e Edilberto, pelos gratos momentos em mais de 10 anos de amizade;

Aos meus amigos e professores de Cuba Elizabeth Zubeldia, Jorge de La Rosa, Liosber Medina, Elier e Oisy;

Aos empresários Renata e Rodrigo Rosa, pela grande oportunidade na Santa Helena, muitos desafios em tão pouco tempo, agradecido pela confiança depositada;

Ao professor M.M. Mesa da Universidade Central Marta Abreu das Villas, pelo tempo dedicado a me instruir sobre a utilização do cluster informático do INFRALAB;

Ao Conselho Nacional de Desenvolvimento Científico e Tecnológico (CNPq) pelo apoio financeiro que se fez possível desenvolver meus estudos no Brasil;

A minha família brasileira Marcia, Geraldo e Natalia, por me acolher e oferecer incondicional amizade;

A minha Marina, que com amor e dedicação revisou a redação, e ainda mais importante por seu amor, companhia, e alento todos os dias;

A meus pais Sofia e Herminio por me entregar seu amor, dar a coragem e apoio que necessitei durante este tempo.

RESUMO

Na presente pesquisa será desenvolvida uma análise numérica de fraturamento hidráulico utilizando o Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM). Com este método, pretende-se simular o mecanismo de início e propagação de trincas induzidas a partir da ponta de uma fratura inicial. O objetivo principal deste trabalho é aperfeiçoar a compreensão do fenômeno de fraturamento hidráulico. Entende-se que o problema de fraturamento hidráulico é um fenômeno que combina vários processos físicos, entre eles, o fluxo de um fluido, a deformação da matriz rochosa e a propagação das fraturas no meio, nesse sentido, as simplificações são imprescindíveis.

Utiliza-se o XFEM para realizar a discretização espacial dos modelos. Esse método é considerado uma robusta ferramenta numérica para resolver problemas de descontinuidades. O fundamento do XFEM é o chamado Método de Elementos Finitos, adicionando a este grau de liberdade e funções de enriquecimento, que servem para descrever as descontinuidades locais do modelo. No XFEM, a geometria da fratura se torna independente da malha, permitindo a ela se movimentar livremente através do domínio, sem que haja a necessidade de um passo para adaptar a malha à descontinuidade.

Realizou-se a validação do XFEM utilizando dois testes clássicos da Mecânica da Fratura: a viga apoiada em três pontos com carregamento centrado (SEN(B)); e o disco compacto submetido à tração (CDT). Adicionalmente um modelo de fraturamento hidráulico foi utilizado para estudar a influência de diferentes parâmetros do material e da geometria da fratura inicial. A simulação do início e propagação do fraturamento hidráulico realiza-se através de um modelo numérico bidimensional, em que o meio poroso é idealizado como linear elástico e o critério de propagação se baseia na taxa de energia liberada e nos fatores de intensidade de tensão. As soluções fornecidas pelo modelo numérico fundamentado no XFEM nos casos de validação e no caso de investigação são comparadas com os resultados obtidos a partir de dados experimentais e formulações analíticas, observando-se uma ótima concordância. Demonstrou-se a capacidade do XFEM para resolver complexos problemas de propagação de fraturas.

Palavras-chave: Mecânica da Fratura, fraturamento hidráulico, Método dos Elementos Finitos Estendido, XFEM, enriquecimento, fator de intensidade de tensão.

ABSTRACT

This research develops a numerical analysis of hydraulic fracturing using Extended Finite Element Method (XFEM). This method intend to simulate the initiation mechanism and propagation of cracks induced from the tip of an initial fracture. The main objective of this work is to improve the understanding of hydraulic fracturing phenomenon guided by an initial notch. It is understood that the hydraulic fracturing problem is a phenomenon that combines various physical process, including the fluid flow, the rock matrix deformation and the fracture propagation, however simplifications are essential.

The XFEM is used to perform spatial discretization of the models. This method is considered to be a robust tool to solve numerical discontinuities problems. XFEM is the basis of the Finite Element Method (FEM), adding degrees of freedom and enrichment functions to describe the local discontinuities of the model. Through XFEM, the geometry of the fracture becomes independent of the mesh, it allows to move freely through the area without a step to adapt the mesh to the discontinuity.

The validation of XFEM was performed using two classical tests of Fracture Mechanics: a single edge notched beam (SEN(B)) and the disk shaped compact tension test (CDT). Additionally, a hydraulic fracturing model is used to study the influence of various parameters of the material and geometry of the initial fracture. The simulation of hydraulic fracturing is accomplished by a two-dimensional numerical model, wherein the porous medium is idealized as linear elastic and the propagation criterion is based on the energy released rate and the stress intensity factors (SIF). The solutions provided by the numerical model based on XFEM are compared with experimental data and analytical formulations, giving it very good agreement. It has been shown the capability of the XFEM to solve complex fracture propagation problems.

Key-words: Fracture Mechanics, hydraulic fracturing, eXtended Finite Element Method, XFEM, enrichment, stress intensity factor.

SUMÁRIO

Capítulo 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 Objetivos	3
1.2 Estrutura da dissertação.....	3
Capítulo 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	5
2.1 Conceitos da Mecânica da Fratura	6
2.1.1 Avaliação integral do contorno	6
2.1.2 Modos de propagação das fraturas e fatores de intensidade de tensão	6
2.1.3. A Integral J	10
2.1.4. Extração do fator de intensidade de tensão	14
2.1.5 Aproximação de fraturas	16
2.2 Tensões <i>in situ</i> e modos de ruptura	17
2.3 Modelos analíticos de propagação de fraturamento hidráulico.....	18
2.3.1 Modelo PKN	18
2.3.2 Modelo KGD.....	19
2.3.3 Modelo Radial.....	20
2.3.4 Formulações dos modelos analíticos.....	20
2.4 Modelagem numérica de fraturamento hidráulico	22
2.5 Conclusões parciais	24
Capítulo 3 - EMBASAMENTO TEÓRICO.....	26
3.1 Solução ao problema de fratura via XFEM.....	27
3.1.1 Enriquecimento da aproximação dos deslocamentos.....	28
3.1.2. Incorporação das funções de enriquecimento	29
3.1.3 Método das curvas de nível.....	34
3.1.4 XFEM fundamentado no Método de Segmentos Coesivos	36
3.1.5 O módulo XFEM do programa Abaqus	37
3.1.6 Modelagem de fraturas estacionárias via XFEM em Abaqus	38
3.2 Equações governantes do problema de fraturamento hidráulico.....	42

3.2.1	Deformação do meio poroso	42
3.2.2	Fenômeno de início e propagação da fratura	43
3.3	Hipóteses preliminares dos modelos de fraturamento hidráulico	44
3.4	Conclusões parciais	45
Capítulo 4	– SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COM VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL	46
4.1	Aspectos gerais das simulações.....	46
4.2	Casos de referência para validação do XFEM	47
4.2.1	Disco compacto sujeito a tração (CDT)	47
4.2.2	Viga apoiada com entalhe centrado submetida a flexão SEN(B)	48
4.3	Análises de convergência	49
4.3.1	Tipos de elementos finitos disponíveis em Abaqus/XFEM	49
4.3.2	Estudo da densidade da discretização	50
4.4	Cálculos relativos aos modelos em 3D	51
4.5	Simulação numérica do modelo CDT	52
4.5.1	Estudo da densidade da discretização no modelo CDT	52
4.5.2	Resultados numéricos.....	54
4.6	Simulação numérica de viga apoiada em três pontos com entalhe SEN(B)	56
4.6.1	Estudo da densidade da discretização para o modelo SEN(B).....	56
4.6.2	Resultados numéricos.....	58
4.7	Conclusões parciais	65
Capítulo 5	- ANÁLISE NUMÉRICA DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO	66
5.1	Aspetos gerais do ensaio	66
5.1.1	Distância de realinhamento	67
5.1.2	Ângulo e comprimento da fratura inicial	67
5.1.3	Desvio de tensões horizontais	68
5.1.4	Simplificação do modelo por simetria	68
5.2	Descrição do modelo de referência	69
5.2.1	Modelo físico e constitutivo	69

5.2.2 Condições iniciais e de fronteiras.....	70
5.2.3 Condições de carregamento	70
5.2.4 Estudo da densidade da discretização	70
5.3 Resultados numéricos.....	73
5.3.1 Estado de tensões do modelo durante aplicação das cargas e após o bombeamento do fluido de fraturamento	73
5.3.2 Ângulo de entalhe induzido e pressão de ruptura	79
5.3.3 Raio de reorientação.....	81
5.3.4 Fatores de intensidade de tensão no modelo de fraturamento hidráulico	82
5.4. Soluções dos modelos KGD e XFEM.....	85
5.5 Análise paramétrica do Módulo de Young	89
5.6 Análises de sensibilidade das tensões	90
5.7 Conclusões parciais	92
Capítulo 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	95
6.1 Casos de fratura estudados via XFEM	95
6.1.1 Modelos de validação: CDT e SEN(B).....	95
6.1.2 Modelo de fraturamento hidráulico.....	96
6.2 Sugestões para pesquisas futuras.....	96
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	98
APÊNDICE A: CÓDIGO UTILIZADO PARA SIMULAR AS TENSÕES RADIAIS E TANGENCIAIS DEVIDO À APLICAÇÃO DE ESFORÇOS	104
APÊNDICE B: TENSÕES TANGENCIAIS E RADIAIS DE POÇOS PERFURADOS E SUBMETIDOS À PRESSÃO HIDRÁULICA	105

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Curvas de comportamento de materiais dúcteis e frágeis.....	5
Figura 2.2 Modos de propagação da fratura.....	6
Figura 2.3 Propagação da fratura no (a) modo puro de abertura (b) modo misto I e II (b) e (c) modo misto I e III (Modificado de Pollard e Aydin em Wu (2006)).....	7
Figura 2.4 Representação de um campo de tensões na vizinhança da ponta da fratura em 3D. 7	
Figura 2.5 Sistema de coordenadas polares na ponta da fratura e campo de tensões correspondentes.....	8
Figura 2.6 (a) Integral de Contorno 2D (b) Integral de contorno fechada (Modificado de Belytschko & Black, 1999).....	10
Figura 2.7 (a) Sistema de coordenadas locais em função da variável paramétrica s (b) Contorno integral para um frente de fratura em três dimensões (Modificado de Sukumar et al., 2000).....	13
Figura 2.8 Comportamento das tensões ao redor da fratura (Modificado de Keswani et al., 2012).....	16
Figura 2.9 Modos de ruptura na rocha devido às tensões <i>in situ</i>	17
Figura 2.10 Orientação da fratura influenciada pelo esforço principal menor (Modificado de Suthersan, 1999).....	18
Figura 2.11 Geometria de fratura no modelo PKN	19
Figura 2.12 Geometria de fratura no modelo KGD	20
Figura 2.13 Geometria de fratura no modelo radial	20
Figura 2.14 Evolução da poro-pressão durante o fraturamento hidráulico (Modificado de Zhao, 2010)	22
Figura 2.15 Propagação das fraturas a) FEM b) XFEM	24
Figura 3.1 Representação de um modelo fraturado em condições de contorno fixas e submetido a cargas	27
Figura 3.2 Representação das regiões enriquecidas ao redor da fratura	28
Figura 3.3 (a) Nós enriquecidos pelas funções especiais do XFEM nos elementos (b) Função de enriquecimento na descontinuidade (c) Função assintótica da ponta da fratura	29
Figura 3.4 Nós enriquecidos por funções singulares (Modificado de Fries, 2010)	30
Figura 3.5 (a) Representação da fratura (b) Malha de quatro elementos (Modificado de Moës et al., 1999).....	30
Figura 3.6 Sistema de coordenadas polares na ponta da fratura e coordenadas tangenciais na trajetória de propagação da fratura (Modificado de Dassault Systèmes, 2013).....	32

Figura 3.7 Funções de enriquecimento no espaço 3D da ponta da fratura (a) $rcos\theta^2$ (b) $r sen\theta^2$ (c) $r sen\theta^2 sen\theta$ (d) $rcos\theta^2 sen\theta$ (Gigliotti, 2012)	33
Figura 3.8 Definição da superfície e da ponta da fratura através de curvas de nível (Modificado de Dassault Systèmes, 2013).....	35
Figura 3.9 Representação da evolução linear da fratura através de uma lei de tração-separação (Modificado de Keswani et al., 2012).....	36
Figura 3.10 (a) Representação da abertura da fratura no modelo de disco compacto submetido à tração (b) Utilização de nós fantasmas no plano intermediário durante a modelagem via XFEM.....	37
Figura 3.11 Representação da geometria do domínio do contorno e posição dos anéis	39
Figura 3.12 Modelo de análises com respectivas partições	40
Figura 3.13 Relação constitutiva utilizada em XFEM para representar a separação por tração na interface (Modificado de Dassault Systèmes, 2013)	44
Figura 4.1 Dimensões do corpo de prova para ensaio CDT.....	48
Figura 4.2. Viga com entalhe apoiada em três pontos e solicitada a flexão SEN(B).....	48
Figura 4.3 Elementos isoparamétricas utilizados em XFEM (a) Tetraedro de primeira ordem (b) tetraedro de segunda ordem (c) hexaedro de primeira ordem.	50
Figura 4.4 Representação do modelo particionado e com tamanho de elemento prescrito no eixo da partição	51
Figura 4.5 Malha do modelo em 2D (a) grossa (b) intermediária (c) fina	52
Figura 4.6 Malha fina do modelo CDT em 3D (1 772 581 de nós e 1 732 700 elementos)	53
Figura 4.7 Linha de tendência durante o estudo de sensibilidade da discretização no modelo CDT em 3D	53
Figura 4.8 Representação dos elementos enriquecidos ao longo da fratura no modelo CDT/2D	54
Figura 4.9 Tensões de Von Mises e propagação da fratura para dois passos de tempo.....	54
Figura 4.10 Resultados experimentais e numéricos via XFEM no modelo CDT	55
Figura 4.11 Fatores de intensidade de tensão para os pontos de avaliação distribuídos ao longo do comprimento da fratura	55
Figura 4.12 Discretização da viga em elementos finitos tipo CPE4 (a) grossa (12 625 elementos) (b) intermediária (22 610 elementos) (c) fina (41 000 elementos).....	57
Figura 4.13 Representação do erro e do tempo de processamento em função da discretização do modelo SEN(B).....	58
Figura 4.14 Deformada da viga e representação da fratura ao centro do modelo SEN(B)	58

Figura 4.15 Representação das tensões de von Mises para diferentes comprimentos da fratura no modelo SEN(B) (a) $a = 0,1 \text{ mm}$ (b) $a = 5 \text{ mm}$ (c) $a = 22 \text{ mm}$ (d) $a = 54 \text{ mm}$	59
Figura 4.16 Avaliação da tensão em elementos adjacentes à fratura	60
Figura 4.17 Resultados experimentais e da simulação numéricas via XFEM em vigas com entalhe sometidas a flexão.....	60
Figura 4.18 Representação dos elementos enriquecidos ao longo da trinca	61
Figura 4.19 Comparação de curvas P-CMOD através de dos leis constitutivas utilizadas pelo XFEM.....	61
Figura 4.20 Propagação da fratura em diferentes momentos (a) $a = 0.1\text{mm}$ (b) $a = 22 \text{ mm}$ (c) $a = 54 \text{ mm}$	62
Figura 4.21 Malha do modelo SEN(B) em 3D com elementos tipo C3D8R (Quantidade de elementos 10 196 400 e de nós 10 396 836)	62
Figura 4.22 Fatores de intensidade de tensão para modelo SEN(B).....	63
Figura 4.23 Comparação das soluções numéricas e analíticas no cálculo do fator de intensidade de tensão no Modo I KI para diferentes comprimentos de trinca.....	64
Figura 4.24 Representação esquemática do erro do modelo numérico XFEM na aproximação do fator de intensidade no Modo I	65
Figura 5.1 Esquema da amostra e do ensaio de fraturamento hidráulico (a) 3D (b) 2D	66
Figura 5.2 Definição da distância de realinhamento	67
Figura 5.3 Ângulo da fratura inicial parâmetros do modelo	68
Figura 5.4 Orientação da perfuração utilizada nos modelos numéricos	69
Figura 5.5 Modelo em 2D com condições de contorno aplicadas	70
Figura 5.6 Discretização do modelo em elementos finitos (a) malha grossa (6 192 elementos) (b) intermediária (16 772 elementos) (c) fina (32 820 elementos)	71
Figura 5.7 Erro na aproximação numérica via XFEM da pressão de ruptura	71
Figura 5.8 Tempo de processamento respeito à quantidade de nós dos modelos	73
Figura 5.9 Tensões tangenciais e radiais ao redor do poço	74
Figura 5.10 Comparação de resultados analíticos e numéricos na distribuição de tensões radiais e tangenciais durante a aplicação de esforços	75
Figura 5.11 Estado tensional descrito por (a) Von Mises (b) Tresca (c) σ_{11} (d) σ_{22}	75
Figura 5.12 Representação tensorial das tensões principais	76
Figura 5.13 Representação das tensões principais durante o bombeamento do fluido de fraturamento numa fratura inicial com $\theta = 0^\circ$ (a) σ_{11} e (b) σ_{22}	77

Figura 5.14 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de entalhe de $\theta = 0^\circ$	77
Figura 5.15 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de entalhe de $\theta = 0^\circ$	78
Figura 5.16 Representação das tensões de contorno no poço durante o bombeamento do fluido para diferentes ângulos de entalhe inicial	78
Figura 5.17 Geometria da fratura e estado de tensões durante a etapa de injeção para diferentes ângulos de entalhe (a) $\theta = 0^\circ$ (b) $\theta = 30^\circ$ (c) $\theta = 45^\circ$ (d) $\theta = 60^\circ$ (e) $\theta = 90^\circ$..	79
Figura 5.18 Valores da pressão de ruptura em função do ângulo de fratura inicial obtidos no laboratório e via numérica XFEM.....	80
Figura 5.19 Erro do modelo numérico XFEM e os resultados experimentais	80
Figura 5.20 Efeito do ângulo de fratura inicial no raio de reorientação.....	81
Figura 5.21 Distribuição das tensões tangenciais ao redor do poço.....	82
Figura 5.22 Representação esquemática do modelo 3D de fraturamento hidráulico (a) posição da fratura estática através de um plano (b) discretização em elementos finitos tipo C3D8R (998 100 elementos e 1 028 483 de nós)	83
Figura 5.23 Fatores de intensidade de tensão nos três modos de propagação de fraturas do modelo de fraturamento hidráulico com diferentes ângulos de perfuração	84
Figura 5.24 Distribuição do KI ao longo do comprimento da fratura para diferentes comprimentos da fratura inicial.....	85
Figura 5.25 Representação do histórico da pressão através dos modelos numérico XFEM e analítico KGD	87
Figura 5.26 Comparação de resultados dos modelos XFEM e KGD referente à abertura da fratura ao longo da trajetória de propagação	88
Figura 5.27 Representação do erro relativo cometido durante as aproximações de abertura da fratura no modelo XFEM e KGD.....	88
Figura 5.28 Efeito do Módulo de Young no raio de realinhamento para um ângulo de fratura inicial $\theta = 0^\circ$	90
Figura 5.29 Distribuição das tensões tangenciais no teto do poço para diferentes esforços horizontais com um ângulo de fratura inicial $\theta = 0^\circ$	91
Figura 5.30 Variação das tensões induzidas pela injeção do fluido de fraturamento e para uma razão de tensão (a) $m = 0,28$ (b) $m = 0,48$ (c) $m = 1$	92

Figura A.1 Tensões principais σ_{11} e σ_{22} para diferentes ângulos de fratura inicial (a) $\theta = 90^\circ$ (b) $\theta = 60^\circ$ (c) $\theta = 45^\circ$ (d) $\theta = 30^\circ$	105
Figura A.2 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 30^\circ$	106
Figura A.3 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 30^\circ$	106
Figura A.4 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 45^\circ$	107
Figura A.5 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 45^\circ$	107
Figura A.6 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 60^\circ$	108
Figura A.7 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 60^\circ$	108
Figura A.8 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 90^\circ$	109
Figura A.9 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de fratura inicial o de $\theta = 90^\circ$	109

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Soluções analíticas do campo de tensões e deslocamentos para o problema de fraturamento hidráulico	21
Tabela 4.1 Parâmetros do material do disco compacto para ensaio CDT (Wagoner et al., 2005).....	48
Tabela 4.2 Características do material no modelo SEN(B) (Evangelista et al., 2013)	49
Tabela 4.3 Estudo da discretização e resultados das simulações do modelo SEN(B)	57
Tabela 4.4 Coeficientes da função adimensional de dependência geométrica	64
Tabela 5.1 Propriedades das testemunhas utilizadas nos ensaios de fraturamento hidráulico.	67
Tabela 5.2 Parâmetros da discretização e principais resultados das simulações numéricas via XFEM do modelo de fraturamento hidráulico	72
Tabela 5.3 Parâmetros de entrada do modelo KGD (Fallahzadeh et al. 2015)	86
Tabela 5.4 Valores de E utilizados nas análises paramétricas	89
Tabela 5.5 Valores dos esforços aplicados nas análises de sensibilidade do modelo de fraturamento hidráulico	91

LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

ABREVIATURAS

<i>2D</i>	<i>Bidimensional</i>
<i>3D</i>	<i>Tridimensional</i>
<i>ASTM</i>	<i>American Society of Testing Materials</i>
<i>BEM</i>	<i>Boundary Element Method</i>
<i>BK</i>	<i>Benzeggagh & Kenane</i>
<i>C3D8R</i>	<i>Continuum-3D-8 node-Reduced integration</i>
<i>CDT</i>	<i>Compact Disk Test</i>
<i>CMOD</i>	<i>Crack-Mouth Opening Displacement</i>
<i>CPE4</i>	<i>Continuum-Plane Strain-4 node</i>
<i>FEM</i>	<i>Finite Element Method</i>
<i>FMM</i>	<i>Fast Marching Method</i>
<i>HPC</i>	<i>High Performance Computer</i>
<i>INFRALAB</i>	<i>Laboratório de Infraestrutura da Universidade de Brasília</i>
<i>KGD</i>	<i>Khristianovic-Geertsma-de Klerk</i>
<i>LEFM</i>	<i>Linear Elastic Fracture Mechanics</i>
<i>LSM</i>	<i>Level Set Method</i>
<i>MatLab</i>	<i>Matrix Laboratory</i>
<i>PFP</i>	<i>Preferred Fracture Plane</i>
<i>PKN</i>	<i>Perkins-Kern-Nordgren</i>
<i>SEN(B)</i>	<i>Single Edge Notched Bend</i>
<i>SIF</i>	<i>Stress Intensity Factor</i>
<i>VCCT</i>	<i>Virtual Crack Closure Technique</i>
<i>XFEM</i>	<i>eXtend Finite Element Method</i>

PERIÓDICOS

<i>Comm Numer Meth Eng</i>	<i>Communications in Numerical Methods in Engineering</i>
<i>Compos. Sci. Technol.</i>	<i>Composites Science and Technology</i>
<i>Comput. Method Appl. Mech. Eng.</i>	<i>Computational Methods in Applied Mechanics and Engineering</i>
<i>Eng. Fracture Mech.</i>	<i>Engineering Fracture Mechanics</i>
<i>Finite Elem. Anal. Des.</i>	<i>Finite Elements in Analysis and Design</i>
<i>Int. J. Fracture</i>	<i>International Journal of Fracture</i>
<i>Int. J. Geomech.</i>	<i>International Journal of Geomechanics</i>
<i>Int. J. Numer. Anal. Met. Geomech.</i>	<i>International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics</i>
<i>Int. J. Numer. Meth. Eng.</i>	<i>International Journal for Numerical Methods in Engineering</i>
<i>Int. J. Rock Mech. Min. Sci.</i>	<i>International Journal of Rock Mechanics and Mining Sciences</i>
<i>Int. J. Solids Struct.</i>	<i>International Journal of Solids and Structures</i>
<i>J. Appl. Math.</i>	<i>Journal of Applied Mathematics</i>
<i>J. Appl. Mech.</i>	<i>Journal of Applied Mechanics</i>
<i>J. Appl. Phys.</i>	<i>Journal of Applied Physics</i>
<i>J. Basic Eng.</i>	<i>Journal of Basic Engineering</i>
<i>J. Coal Geol.</i>	<i>Journal of Coal Geology</i>
<i>J. Comput. Aided Eng. Sof.</i>	<i>Journal of Computer-Aided Engineering and Software</i>
<i>J. Geophys. Res.</i>	<i>Journal of Geophysical Research</i>
<i>J. Hazard Mater.</i>	<i>Journal of Hazardous Materials</i>
<i>J. Mech. Phy Solids</i>	<i>Journal of the Mechanics and Physics of Solids</i>
<i>J. Pet. Sci. Eng.</i>	<i>Journal of Petroleum Science and Engineering</i>
<i>J. Pet. Sci. Technol.</i>	<i>Journal of Petroleum Science and Technology</i>
<i>J. Pet. Technol.</i>	<i>Journal of Petroleum Technology</i>
<i>J. Struct. Eng.</i>	<i>Journal of Structural Engineering</i>
<i>Mater. Sci. Eng.</i>	<i>Materials Science and Engineering</i>
<i>Math. Comput. Simulat.</i>	<i>Mathematics and Computers in Simulation</i>
<i>Proc. Appl. Math. Mech</i>	<i>Proceedings in Applied Mathematics and Mechanics</i>
<i>Pure Appl. Geoph</i>	<i>Pure and Applied Geophysics</i>
<i>Rock Mech. Rock Eng.</i>	<i>Rock Mechanics and Rock Engineering</i>
<i>Soc. Petr. Engrs. J.</i>	<i>Society of Petroleum Engineers</i>

SIMBOLOGIA

LETRAS ARÁBICAS

A	Área do domínio
B	Matriz do fator de energia
$B(x)$	Função assintótica de enriquecimento de ponta de fratura
C_+ e C_-	Contornos ao longo das faces da fratura
dA	Infinitesimal de área
e	Erro relativo
E	Módulo de Young,
\bar{E}	Módulo de Young em estado plano de tensão
f	Forças de corpo
f_I, f_{II} e f_{III}	Funções diretamente proporcionais a $1/\sqrt{r}$ e dependentes do ângulo α
G	Módulo de cortante elástico
G	Taxa de liberação de energia
G_c	Energia coesiva
$H(x)$	Função de enriquecimento Heaviside
I	Tensor identidade
J	Integral J
k_V	Constante de Kolosov
k	Permeabilidade
K	Módulo volumétrico
K	Fator de intensidade de tensão
K_c	Resistência à fratura ou fator de intensidade de tensão crítico
K_I, K_{II} e K_{III}	Fatores de intensidade para os modos I, II e III
m	Vetor normal ao contorno
n	Vetor normal ao contorno
$N_i(x)$	Função contínua de forma
p_f	Pressão exercida pelo fluido na superfície da fratura
p_q	Pressão crítica o de colapso
p_w	Porosidade
P_c	Pressão de fechamento

$P_{m\acute{a}x}$	Carga máxima obtida do modelo XFEM
P_{prova}	Carga máxima obtida do ensaio
q	Vazão de injeao
q	Vetor unitário na direao de extensão da fratura
\bar{q}	Vetor unitário na direao da extensão da fratura virtual
Q_0	Taxa de injeao
r_w	Raio do poço
s	Coordenada curvilínea
t	Tempo
t	Força distribuída sobre as superfícies da fratura
T	Período
u	Vetor deslocamento
V	Volume
w	Abertura da fratura
$w_{w,0}$	Abertura da fratura
W	Energia de deformao elástica
x_f	Comprimento da fratura
$x_i x_j$	Planos perpendiculares  fratura
Z	Profundidade ou elevaao

LETRAS GREGAS

α	Parâmetro poro elástico de Biot
γ	Peso específico
δ	Deslocamento
$\delta\dot{\epsilon}$	Taxa de deformação virtual
Γ	Contorno em torno da ponta da fratura
$d\Gamma$	Arco incremento sobre Γ
Δa	Extensão virtual da fratura
ϵ_V	Deformação volumétrica
ϵ^m	Deformação mecânica
$\hat{\theta}$	Ângulo de propagação da fratura
Λ	Contorno
μ	Viscosidade do fluido
ν	Coefficiente de Poisson
π	Constante pi
ρ_1	Densidade do fluido
$\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$	Tensões principais
$\bar{\sigma}$	Tensão efetiva
σ_h e σ_H	Tensões horizontais mínima e máxima
σ_V	Tensão vertical
$\phi(x, t_0)$	Função de distância à interface
ψ	Função de nível
(r, θ)	Coordenadas polares com origem na ponta da fratura

CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO

A exploração de gás natural em rochas de folhelho passa por uma rápida expansão devido à demanda global de energia e isso está mudando o cenário energético em algumas regiões do mundo.

Através da geração de uma rede de fraturas hidráulicas na matriz sólida é possível extrair o gás natural. O fraturamento hidráulico é um processo pelo qual uma fratura se inicia e se propaga devido a carregamentos aplicados por um fluido no interior da fratura (Ptolemy em Adachi et al., 2007; Guangming et al., 2011; Li et al., 2012; Sarris & Papanastasiou, 2012). Durante a produção de gás natural de maneira não convencional, o fraturamento hidráulico é realizado em grandes profundidades, onde a permeabilidade é extremadamente baixa devido aos elevados níveis de tensão. A técnica melhora ativamente o fluxo nos reservatórios de baixa permeabilidade através da criação de uma rede interligada de fraturas, proporcionando um rápido acesso do gás até o poço produtor.

Utilizam-se as aplicações da técnica mencionada: (a) na indústria do petróleo, para a estimulação de reservatórios que apresentam uma baixa permeabilidade. Após o tratamento, logra-se aumentar a condutividade entre a formação rochosa e o poço produtor (Gandossi, 2013); (b) na engenharia geotécnica, como ferramenta para medir tensões *in situ* (Cornet & Valette, 1984; Haimson & Lee, 1984; ASTM, 2008; Moayed et al., 2012; Assis, 2013), onde estabelece-se um equilíbrio entre a pressão do fluido de fraturamento no interior da trinca e as tensões geostáticas; (c) na engenharia de minas, a injeção de um fluido a altas pressões, permite ativar falhas e realizar a escavação em rochas duras (Young em Lecampion & Detournay, 2007); (d) na área ambiental para a eliminação dos resíduos por injeção em formações rochosas profundas (Moschovidis em Adachi et al., 2007; Xia, 2007), onde uma suspensão de detritos de perfuração é injetada para atenuar o custo e risco da sua deposição na superfície. Outras aplicações com uma perspectiva ambiental são: (e) projetos de remediação de solos contaminados (Frank & Barkley, 1995); (f) e seu emprego em sistemas geotérmicos avançados, com o objetivo de extrair calor para produzir eletricidade (Sanjuan et al., 2006).

Durante a fase inicial bombeiam-se diferentes fluidos e realizam-se testes de calibração, com o objetivo de garantir o sucesso da operação de fraturamento hidráulico. Nessa fase injeta-se um fluido misturado com polímeros. Segundo Zhao (2010), esse procedimento facilita coletar de dados microssísmicos, proporcionando a pressão necessária para fraturar a formação. Já na etapa fundamental do tratamento, injeta-se o fluido a altas pressões e vazões, gerando assim

uma rede de fraturas, onde o gás é transportado até o poço. Em outra fase, as partículas de sustentação (propante) são adicionadas ao fluido injetado para ser distribuído entre as faces da fratura.

Para iniciar a execução do fraturamento hidráulico, é indispensável realizar uma análise da viabilidade do processo e da integridade das operações, no campo, através da determinação das dimensões e da geometria das fraturas, assim como da pressão exercida pelo fluido no interior do poço. Com base nisso, é importante prever a taxa de injeção do fluido de fraturamento, as tensões *in situ* atuantes na formação geológica, o volume necessário para injetar e gerar a rede de fraturas, as condições da matriz rochosa, assim como a potencialidade para induzir fraturas na rocha durante a perfuração do poço. Esse conjunto de parâmetros leva a utilização de modelos que sejam capazes de simular o início e progresso dos danos ocasionados pelo carregamento hidráulico. Ainda assim, outras pesquisas deverão analisar os parâmetros e tecnologias utilizados para induzir entalhes iniciais no fraturamento hidráulico.

A busca de um método para análise motivou importantes contribuições desde o final do século passado. Há pesquisas que se destacaram pelos fundamentos empíricos, analíticos e semi-analíticos (Berchenko et al., 1997; Mitchell et al., 2007). Esses métodos podem ser utilizados em problemas simples, para um número reduzido de camadas, sob condições de contorno e carregamento específicos (Economides & Nolte, 2000). Já para os mais complexos recorre-se a métodos numéricos devido à necessidade de se estabelecer várias simplificações nos modelos analíticos. Assim, diversos trabalhos foram publicados recentemente utilizando como ferramenta numérica o Método dos Elementos Finitos (FEM) nas análises do fraturamento hidráulico (Devloo et al., 2006; Guangming et al., 2011; Wangen, 2011 e 2013; Carrier & Granet, 2012; Li et al., 2012, Sarris & Papanastasiou, 2012). O Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM) permitiu desenvolver estratégias para analisar as fraturas provocadas pela injeção de um fluido (Lecampion, 2009; Gordeliy & Peirce, 2013a e 2013b; Mohammadnejad & Khoei, 2013a e 2013b, Chen, 2013).

O XFEM reproduz a descontinuidade do campo de deslocamentos ao longo da fratura, sem discretizar essa feição diretamente na malha. Apesar de ser uma valiosa ferramenta numérica para simular os mecanismos induzidos do fraturamento hidráulico, não foram realizadas importantes contribuições. Pode-se afirmar que o XFEM não há sido amplamente aplicado a estudar o fenômeno de fraturamento hidráulico, devido ao pouco tempo de existência do método e à falta de implementação em programas computacionais.

1.1 Objetivos

Tem-se como objetivo fundamental desenvolver uma metodologia de análise numérica via XFEM para estudar o início e a propagação das fraturas induzidas por carregamento hidráulico.

Os objetivos específicos são:

- Utilizar um modelo numérico fundamentado no XFEM para resolver o problema de fraturamento hidráulico;
- Validar a formulação matemática do XFEM por meio de simulações numéricas de problemas de fraturas com soluções conhecidas;
- Realizar análises numéricas via XFEM de fraturas estacionárias para determinar os fatores de intensidade de tensão;
- Determinar os efeitos da fratura inicial na geometria da fratura hidráulica para um modelo XFEM em duas dimensões;
- Comparar os resultados das análises numéricas (XFEM) e o modelo analítico formulado pelos pesquisadores Khristianovic e Zheltov e por Geertsma e Klekr (KGD);

1.2 Estrutura da dissertação

Capítulo 1 - *Introdução*: apresenta o tema fundamental da pesquisa, além dos objetivos e da metodologia.

Capítulo 2 - *Revisão Bibliográfica*: contém os conceitos básicos da Mecânica da Fratura e os fundamentos para o cálculo dos fatores de intensidade de tensão (SIF). Apresentam-se nesse capítulo os principais avanços científicos dos métodos analíticos e numéricos para a simulação de fraturas pressurizadas por um fluido.

Capítulo 3 - *Embasamento Teórico*: inclui uma descrição aprofundada das diferentes características presentes num modelo XFEM e como elas serão incorporadas nas análises de fraturas estudadas. Ao mesmo tempo, apresentam-se as equações governantes do problema de fraturamento hidráulico e as hipóteses assumidas ao analisar o fenômeno em estudo.

Capítulo 4 - *Simulações Numéricas com Validação Experimental*: desenvolve-se a validação do XFEM e explica-se o procedimento e os resultados obtidos das simulações de fraturas estacionárias e de propagação arbitrária com o programa Abaqus para os modelos de validação.

Capítulo 5 - *Análise Numérica do Fraturamento Hidráulico*: Através de simulações via XFEM foi realizado um estudo das principais propriedades e configurações do modelo de fraturamento hidráulico. Serão comparados os resultados de largura e comprimento da fratura induzida, assim como da pressão de ruptura, por meio das formulações numéricas (XFEM) e analíticas (KGD).

Capítulo 6 – *Conclusões*: finalmente, serão comentados os resultados obtidos na simulação numérica de fraturas via XFEM. Ademais, utilizam-se os resultados para estabelecer recomendações nas fases de projeto e execução de fraturamento hidráulico.

CAPÍTULO 2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Este segundo capítulo apresentará as noções básicas e as principais formulações da mecânica da fratura. Será realizada uma descrição dos modelos de propagação de fraturas hidráulicas, regimes de propagação das fraturas e modelos numéricos mais utilizados na representação do fenômeno.

A mecânica da fratura estuda soluções que permitam capturar o comportamento singular que acontece na ponta de uma trinca. A LEFM é uma das abordagens nessa área que será utilizado ao longo do trabalho. Na engenharia dos materiais, os campos de tensões se relacionam com os conceitos da Mecânica da Fratura Linear Elástica (LEFM) através dos fatores de intensidade de tensão (SIF).

De acordo com Dowling (2013), o estudo dos danos nas estruturas provocados por fraturas é pouco analisado durante a fase do projeto. O autor afirma que, o projeto das estruturas pode ser aperfeiçoado por meio do conhecimento das rupturas por fraturas, para carregamentos cíclicos ou estáticos.

Na etapa de projeto estrutural, o parâmetro de intensidade de tensão crítica ou resistência à fratura, K_{Ic} , pode ser utilizado para avaliar os fatores limitantes do material em uma estrutura sujeito a condições de contorno e submetido a cargas. Para isso realiza-se uma análise de estabilidade, em que se estabelece uma comparação entre K e K_{Ic} . A Mecânica da Fratura indica duas categorias de material: aqueles com capacidade de absorver uma maior quantidade de deformações plásticas são chamados de dúcteis; e se a fratura ocorre para valores insignificantes de deformação, o material chama-se frágil (Chaves, 2003). As curvas de comportamento para os materiais com ruptura dúctil e frágil são apresentadas na Figura 2.1.

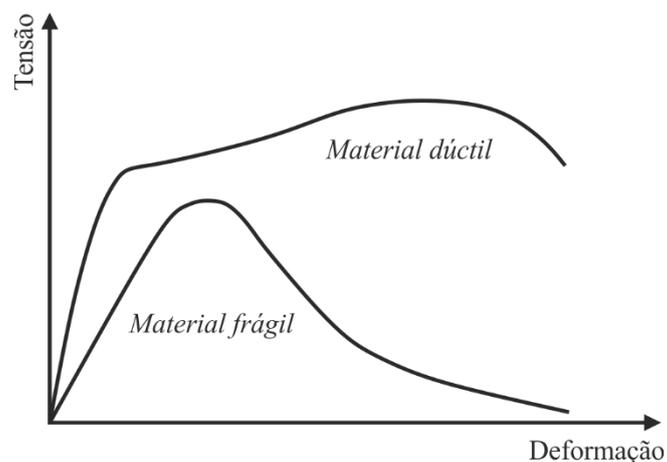


Figura 2.1 Curvas de comportamento de materiais dúcteis e frágeis

2.1 Conceitos da Mecânica da Fratura

2.1.1 Avaliação integral do contorno

Na mecânica da fratura, os fatores de intensidade de tensão, K , são extremamente úteis para caracterizar o campo de tensões na região ao redor da ponta da trinca e para simular as condições de propagação da fratura. Os fatores de intensidade de tensão (SIF) dependem do tamanho e posição da trinca, da geometria do modelo, e da magnitude das cargas. Para analisar o fenômeno e as leis que regem o início e propagação da fratura, deve-se determinar a tensão máxima tolerada pelo material.

Os fatores de intensidade de tensão poderão ser determinados a partir da Integral J mediante o método da integral de interação (Shih, 1985; Janssen et al., 2006). A Integral J é um método de contorno utilizado para calcular a taxa de liberação de energia de deformação, ou seja, a energia dissipada durante a propagação da fratura por cada unidade de área (Rice, 1968). O método da integral de interação é uma extensão da Integral J , a qual é calculada para os modos puros de propagação de fratura. Desta forma, para uma frente de trinca em 3D, a Integral J é primeiramente determinada e depois estendida com o método da integral de interação para extrair os SIF.

2.1.2 Modos de propagação das fraturas e fatores de intensidade de tensão

Os materiais experimentam três modos diferentes de propagação das fraturas. Os modos são conhecidos por Modo I, Modo II e Modo III, e estão representados na Figura 2.2.

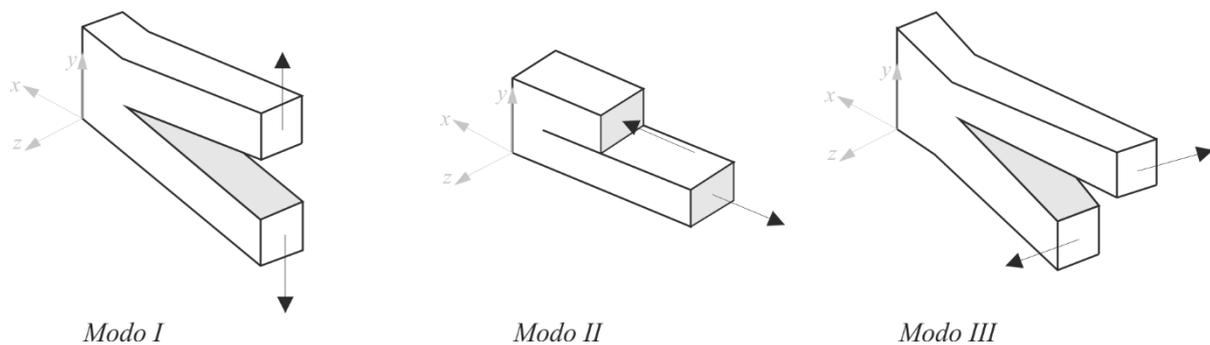


Figura 2.2 Modos de propagação da fratura

As relações de deslocamentos para todos os modos de propagação das fraturas utilizando um sistema de coordenadas locais (1,2,3), são os seguintes:

<i>Modo I</i>	$\begin{aligned} \llbracket u_1 \rrbracket &= 0 \\ \llbracket u_2 \rrbracket &\neq 0 \\ \llbracket u_3 \rrbracket &= 0 \end{aligned}$	<i>Modo II</i>	$\begin{aligned} \llbracket u_1 \rrbracket &\neq 0 \\ \llbracket u_2 \rrbracket &= 0 \\ \llbracket u_3 \rrbracket &= 0 \end{aligned}$	<i>Modo III</i>	$\begin{aligned} \llbracket u_1 \rrbracket &= 0 \\ \llbracket u_2 \rrbracket &= 0 \\ \llbracket u_3 \rrbracket &\neq 0 \end{aligned}$
---------------	---	----------------	---	-----------------	---

No Modo I as faces se afastam em uma direção normal ao plano de fratura, o que ocorre sob tensões de tração. No Modo II, também conhecido como modo de cisalhamento, ocorre quando as faces se deslizam sobre o plano de fratura, ou plano de deslizamento. O Modo III acontece quando as faces da fratura deslizam lateralmente sobre seu plano.

Os modos de propagação das fraturas permitem representar a deformação da trinca durante a ruptura do material. A propagação da fratura acontece pela atuação pura ou mista desses modos, conforme a apresentado na Figura 2.3.

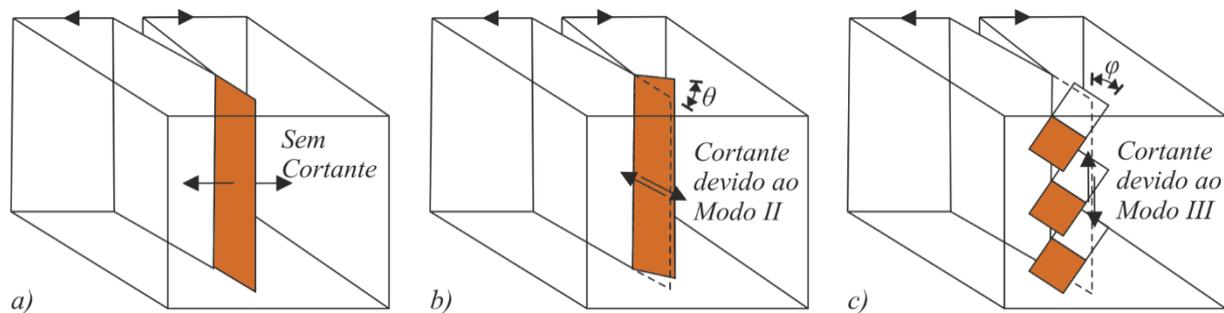


Figura 2.3 Propagação da fratura no (a) modo puro de abertura (b) modo misto I e II (b) e (c) modo misto I e III (Modificado de Pollard e Aydin em Wu (2006))

Na solução do campo de esforços apresentado na equação 2.1, σ_o é a tensão, r a distância desde o frente da fratura e α o ângulo medido na ponta da fratura. O campo de tensões e as variáveis geométricas são representados no espaço 3D conforme a Figura 2.4.

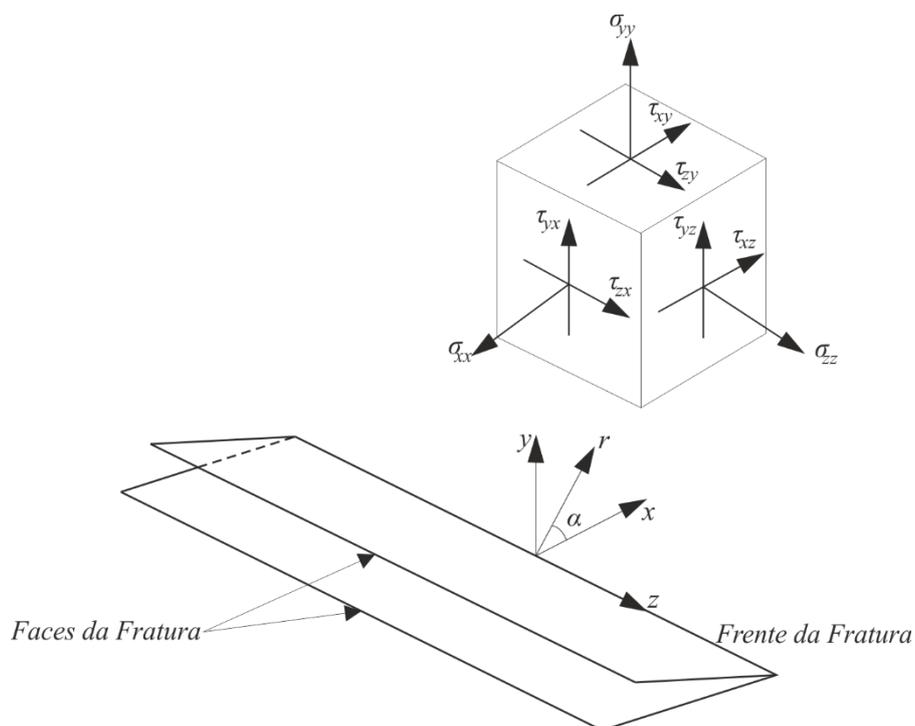


Figura 2.4 Representação de um campo de tensões na vizinhança da ponta da fratura em 3D

A solução para o campo de tensões na vizinhança da ponta da fratura, considerando os SIF nos três modos de propagação da fratura, é dado por:

$$\sigma = K_I f_I(r, \alpha) + K_{II} f_{II}(r, \alpha) + K_{III} f_{III}(r, \alpha) + \sigma_0 \quad (2.1)$$

onde K_I , K_{II} e K_{III} são os fatores de intensidade de tensão referentes a cada modo de propagação, enquanto que, os fatores f_I , f_{II} e f_{III} são diretamente proporcionais a $1/\sqrt{r}$. No caso específico do Modo I, este fator é dado por:

$$(f_I)_{xx} = \frac{1}{\sqrt{2\pi r}} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \left(1 - \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) \sin\left(\frac{3\alpha}{2}\right)\right) \quad (2.2)$$

Na expressão anterior o termo é singular quando $r \rightarrow 0$.

O sistema de coordenadas polares, (r, θ) , representou-se na Figura 2.5.

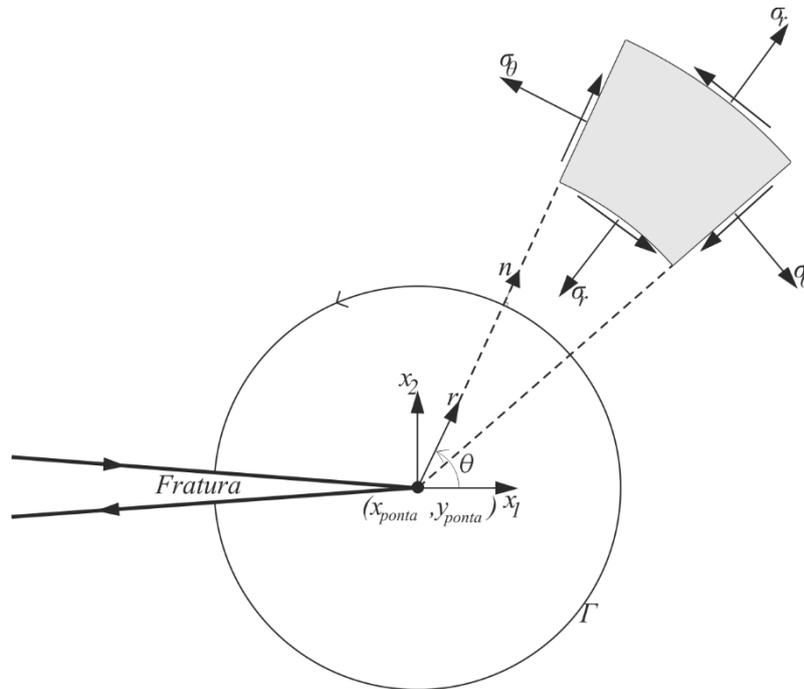


Figura 2.5 Sistema de coordenadas polares na ponta da fratura e campo de tensões correspondentes

Para um campo elástico de tensões na vizinhança da ponta da fratura Irwin (1957) definiu os fatores de intensidade de tensão K_I , K_{II} e K_{III} , através das expressões seguintes:

$$K_I = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{yy}(r, 0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mu}{k_V + 1} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \llbracket u_2(\theta = \pi) \rrbracket \quad (2.3)$$

$$K_{II} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{yx}(r, 0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mu}{k_V + 1} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \llbracket u_1(\theta = \pi) \rrbracket \quad (2.4)$$

$$K_{III} = \lim_{r \rightarrow 0} \sqrt{2\pi r} \sigma_{yz}(r, 0) = \lim_{r \rightarrow 0} \frac{\mu}{4} \sqrt{\frac{2\pi}{r}} \llbracket u_3(\theta = \pi) \rrbracket \quad (2.5)$$

onde σ_{ij} representa a tensão em determinada posição. A constante de Kolosov (k_V) é definida a seguir:

$$k_V = \begin{cases} 3 - 4\nu \\ (3 - \nu)/(1 + \nu) \end{cases} \quad (2.6)$$

As formulações do tipo assintótica de Westergard em termos de deslocamentos é apresentada a seguir (Bui em Elguedj, 2011):

$$u_1(r, \theta) = \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(K_I \cos \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) + K_{II} \sin \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta + 2) \right) \quad (2.7)$$

$$u_2(r, \theta) = \frac{1}{2\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(K_I \sin \frac{\theta}{2} (k - \cos \theta) - K_{II} \cos \frac{\theta}{2} (k + \cos \theta - 2) \right) \quad (2.8)$$

$$u_3(r, \theta) = \frac{2}{\mu} \sqrt{\frac{r}{2\pi}} \left(K_{III} \sin \frac{\theta}{2} \right) \quad (2.9)$$

Reeder e Crews (1990) demonstraram que, para gerar dados experimentais nos modos mistos de fratura, era necessária uma extensa campanha de laboratório. Dessa forma, desenvolveram critérios empíricos utilizados no cálculo da resistência à fratura para modos mistos. O programa Abaqus dispõe destas soluções para a modelagem numérica de fraturas via XFEM (Dassault Systèmes, 2013), entre elas: a lei de Potência, a lei BK e a Lei de Reeder. A lei de potência é dada por:

$$\left(\frac{G_I}{G_{IC}} \right)^\alpha + \left(\frac{G_{II}}{G_{IIC}} \right)^{\alpha\beta} + \left(\frac{G_{III}}{G_{IIIC}} \right)^\gamma = 1 \quad (2.10)$$

A lei de potência é uma expressão matemática empírica que representa as diferentes respostas dos materiais, onde o comportamento específico é idealizado, alterando os valores atribuídos dos parâmetros de ajuste, α, β, γ . Porém, para a seleção desses parâmetros deve-se realizar alguns ensaios de modo misto. Uma vez determinada a tenacidade à fratura do material (G_c), e utilizando os conceitos da Mecânica da Fratura, estabelece-se um critério de início e

propagação das trincas mediante a comparação de G_C com a taxa de liberação de energia (G). O início da fratura é dado quando $G > G_C$.

2.1.3. A Integral J

Diante da condição bidimensional e quase-estática, representada na Figura 2.6 (a), a Integral J é dada pela seguinte expressão: (Shih et al., 1985):

$$J = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} n \cdot H \cdot q d\Gamma \quad (2.11)$$

Essa abordagem pode ser estendida para as três dimensões, aproveitando-se, assim, o método integral de interação, para extrair os fatores de intensidade de tensão.

Na expressão anterior, Γ é o contorno ao redor da ponta da fratura, $d\Gamma$ é o arco incremental sobre Γ , n é o vetor normal saindo do contorno, enquanto que, q é o vetor unitário na direção de propagação da fratura.

A definição matemática de H é a seguinte:

$$H = WI - \sigma \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.12)$$

onde W é a energia de deformação elástica, I é o tensor identidade, σ é o tensor de tensões de Cauchy e u o vetor deslocamento. O conceito de energia de deformação pode ser ampliado para incluir a resposta de materiais elasto-plásticos.

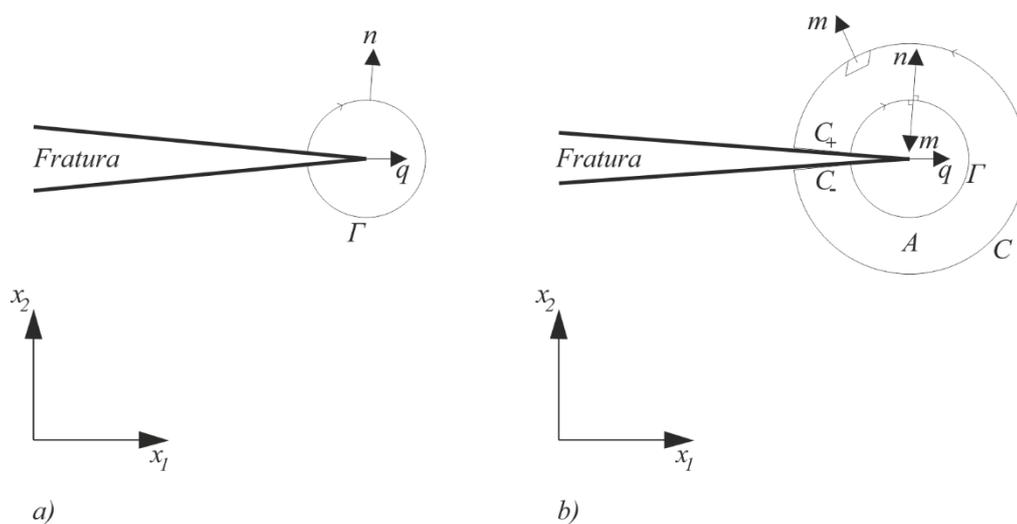


Figura 2.6 (a) Integral de Contorno 2D (b) Integral de contorno fechada (Modificado de Belytschko & Black, 1999).

O contorno Γ é integrado nas duas faces da fratura, envolvendo a ponta da trinca, conforme pode ser observado na Figura 2.6 (a) e (b). O contorno é reduzido de modo que inclua exclusivamente a ponta da trinca ($\Gamma \rightarrow 0$ na equação (2.11)). O vector n é posicionado normal e externo ao longo de todo o contorno, enquanto que, o vector unidade está localizado na ponta da trinca na direção de propagação da fratura virtual q .

Note-se como a Integral J representa uma trajetória independente para materiais elásticos na ausência de forças de corpo e forças de superfície na fratura. Isso significa que o contorno pode ser definido em qualquer ponto da ponta da fratura, sempre que fechada, e não está reduzido à região da ponta da trinca.

A integral de contorno regular definida em 2D pode ser reescrita como uma integral de contorno bidimensional fechada (Shih et al., 1985) pela expressão seguinte:

$$J = \oint_{C+C_++\Gamma+C_-} m \cdot h \cdot \bar{q} d\Gamma - \int_{C_++C_-} t \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \cdot \bar{q} d\Gamma \quad (2.13)$$

Na equação 2.13, t é a força distribuída sobre as superfícies da fratura, $t = m \cdot \sigma$, onde os segmentos inteiros são definidos como um contorno fechado e é estendido a partir de Γ , representado na Figura 2.6 (b). O contorno Γ permanece igual, enquanto que, C_+ e C_- são definidos como os contornos ao longo das faces da trinca respectivamente. C inclui Γ sobre a ponta da fratura desde C_+ até C_- . A unidade m é representada como um vector normal a C , significando que, para Γ a normal $m = -n$. Observe-se que a função de ponderação \bar{q} representa o vector unitário na direção de extensão da fratura virtual, $\bar{q} = q$, com início em Γ e final em C onde $\bar{q} = 0$.

Segundo Shih et al. (1985), a força de contato aplicada sobre nas superfícies da fratura pode ser desconsiderada, portanto o segundo termo da Integral J na equação 2.13 desaparece. Considerando isso Shih et al. (1985) transforma a Integral J numa integral de domínio por meio do teorema da divergência:

$$J = \int_A \left(\frac{\partial}{\partial x} \right) (H \cdot \bar{q}) dA \quad (2.14)$$

onde A é a área de domínio delimitada pelo contorno fechado, e dA é a área infinitesimal.

A equação de equilíbrio do problema é dada por:

$$\left(\frac{\partial}{\partial x}\right) \cdot \sigma + f = 0 \quad (2.15)$$

onde f é a força de massa.

Para um material homogêneo, com parâmetros do material constante, o gradiente da energia de deformação é representado pela equação seguinte:

$$\frac{\partial W(\epsilon^m)}{\partial x} = \frac{\partial W}{\partial \epsilon^m} : \frac{\partial \epsilon^m}{\partial x} = \sigma : \frac{\partial \epsilon}{\partial x} \quad (2.16)$$

onde ϵ^m é a deformação mecânica.

De acordo com Shih et al. (1985) a Integral J em duas dimensões pode ser reescrita da forma seguinte:

$$J = - \int_A \left[H : \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \left(f \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \right] dV \quad (2.17)$$

Para estender a Integral J de 2D para o espaço tridimensional da ponta da trinca, é preciso definir os pontos de avaliação com relação à variável paramétrica s ao longo da ponta da fratura, $J(s)$, conforme se observa na Figura 2.7 (a). Os cálculos em 3D são realizados de forma semelhante ao caso 2D. Não obstante, a taxa de energia liberada é calculada em relação a um segmento finito na frente de avanço da trinca, denotado \bar{J} . Esse conceito é utilizado pelo modelo discreto para alcançar um ótimo ponto da taxa de energia liberada $J(s)$ para cada nó ao longo da ponta da fratura.

As análises deverão ser realizadas em um sistema de coordenadas locais (x_1, x_2, x_3) , posicionado na frente da trinca em relação à variável s , como representada na Figura 2.7 (a). O eixo, x_3 , percorre tangencialmente a fratura, enquanto que, x_2 é definido perpendicular ao plano da trinca e x_1 normal à frente. Nesta representação gráfica, x_1 é direcionado na frente da ponta da fratura e paralelo ao plano que define a descontinuidade, coincidindo com a extensão da ponta da fratura para uma propagação linear. Ao mesmo tempo, x_1 em conjunto com x_2 formam um plano que se propaga perpendicularmente à ponta da trinca. Desta forma, $J(s)$ é descrito no plano x_1x_2 .

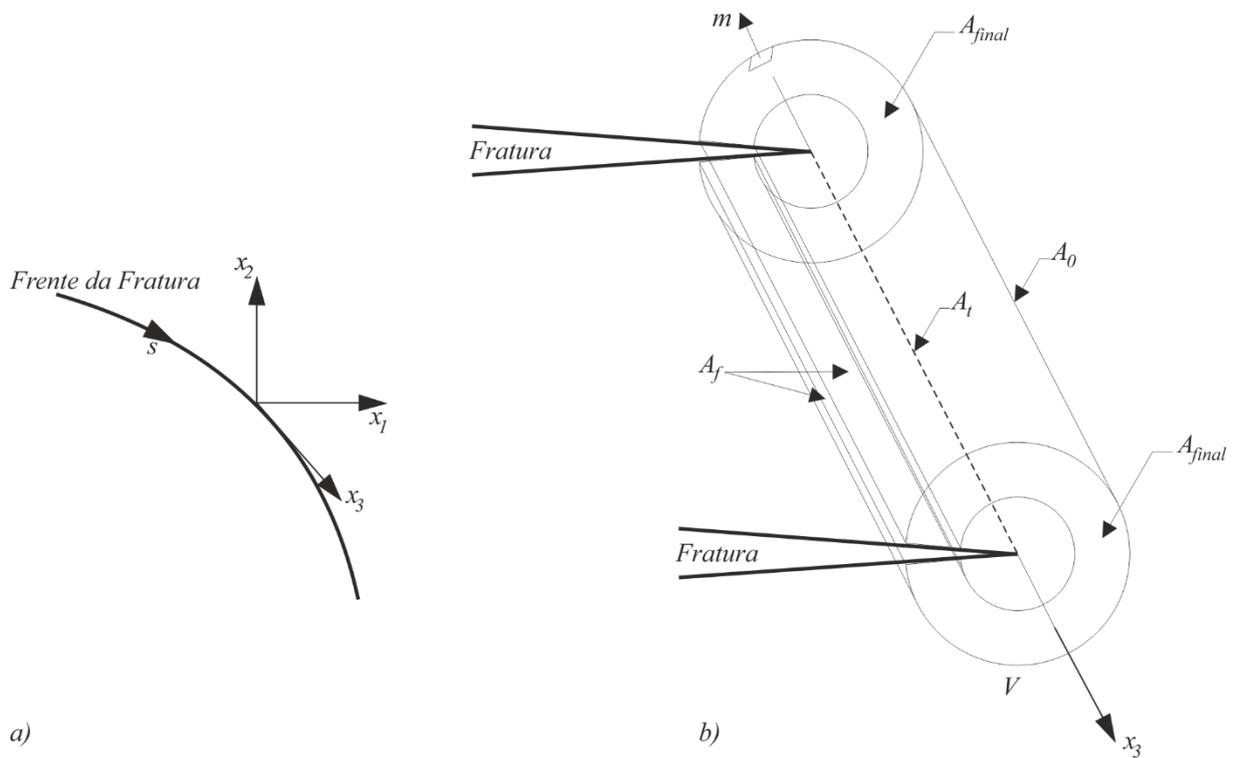


Figura 2.7 (a) Sistema de coordenadas locais em função da variável paramétrica s (b) Contorno integral para um frente de fratura em três dimensões (Modificado de Sukumar et al., 2000)

Para um modelo de propagação de fratura em 3D, a liberação de energia em relação a um segmento finito da ponta da fratura, \bar{J} , é definida por Shih et al. (1985) através da expressão seguinte:

$$\bar{J} = - \int_V \left[H: \frac{\partial \bar{q}}{\partial x} + \left(f \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \right) \cdot \bar{q} \right] dV \quad (2.18)$$

onde, H , f e u já foram definidos. No entanto, estas variáveis são aplicadas ao problema em 3D. Note-se que a função de ponderação \bar{q} é definida para várias superfícies. O ponto ótimo da Integral J , $J(s)$, para uma ponta da fratura em 3D, é determinado pela relação do aumento da área da fratura, devido ao seu avanço por um segmento finito.

No caso tridimensional se define uma integral de volume para o domínio V , como é mostrado na Figura 2.7 (b). Esse domínio é idealizado como um cilindro para um contorno fechado ao longo de um segmento finito na ponta da trinca. A superfície integral em 3D consiste das superfícies internas do cilindro, A_t , e a superfície externa do cilindro, A_0 , assim como das duas superfícies ao longo da face da trinca, A_f , e duas superfícies nos extremos, A_{final} , de acordo com o domínio de contorno. Observe-se que $\Gamma \rightarrow 0$ implica que $A_t \rightarrow 0$. A área do

domínio bidimensional ao longo do frente da trinca no plano x_1x_2 é conhecida como domínio do contorno.

2.1.4. Extração do fator de intensidade de tensão

Para um material isotrópico e linear-elástico Asaro et al., (1993) estabeleceu-se uma relação da Integral J com os fatores de intensidade de tensão dada pela expressão seguinte:

$$J = \frac{1}{8\pi} K^T \cdot B^{-1} \cdot K \quad (2.19)$$

onde $K = [K_I, K_{II}, K_{III}]^T$ e B é a matriz do fator de energia.

Para um material homogêneo a equação se simplifica para:

$$J = \frac{1}{\bar{E}} (K_I^2 + K_{II}^2) + \frac{1}{2G} K_{III}^2 \quad (2.20)$$

onde, para estado plano de tensão $\bar{E} = E$. Enquanto que, para o estado plano de deformação axissimétrico utiliza-se a relação seguinte:

$$E' = \frac{E}{1 - \nu^2} \quad (2.21)$$

Ademais, sob carregamento puro no Modo I em 3D, a relação da Integral J e o fator de intensidade K_I são definidos a seguir:

$$J_I = K_I^2 \left(\frac{1 - \nu^2}{E} \right) \quad (2.22)$$

O método da integral de interação é utilizado para avaliar as possíveis combinações dos modos de fatores de intensidade de tensão. Esse método oferece uma metodologia eficaz para calcular modos mistos de SIF em função das integrais de interação, por meio da Integral J . O método da integral de interação utiliza campos auxiliares sobrepostos aos campos reais. O campo auxiliar pode ser definido para tensões ou deformações em torno da ponta da fratura. A Integral J do campo real é denotada J , enquanto que, a Integral J relacionada com o campo auxiliar é denotada por J_{aux} . A Integral J é determinada a partir da integral de interação J_{int} . Essas variáveis são acopladas à integral total J_{tot}^I , através da soma das integrais J , $J_{tot} = J + J_{aux} + J_{int}$. A integral de interação para um Modo α de propagação pura pode ser resumida à seguinte soma:

$$J_{int}^\alpha = J_{tot}^\alpha + J_{au}^\alpha + J \quad (2.23)$$

A equação é utilizada para determinar de maneira individual os fatores de intensidade de tensão. A extração do fator de intensidade de tensão para o Modo I ($\alpha = 1$) é possível através do desenvolvimento da equação 2.23. A relação entre a Integral J e os fatores de intensidade de tensão é dada por:

$$J = \frac{1}{8\pi} (K_I B_{11}^{-1} K_I + 2K_I B_{12}^{-1} K_{II} + 2K_I B_{13}^{-1} K_{III}) + [\dots] \quad (2.24)$$

Para a Integral J de um campo auxiliar no Modo I é selecionado um fator de intensidade de tensão, k_I , do campo na ponta da trinca:

$$J_{aux}^I = \frac{1}{8\pi} (k_I \cdot B_{11}^{-1} \cdot k_I) \quad (2.25)$$

A superposição entre o campo auxiliar e o real resulta na equação seguinte:

$$J_{tot}^I = \frac{1}{8\pi} ([K_I + k_I] B_{11}^{-1} [K_I + k_I] + 2[K_I + k_I] B_{12}^{-1} K_{II} + 2[K_I + k_I] B_{13}^{-1} K_{III}) + [\dots] \quad (2.26)$$

Como as variáveis K_I e k_I são as mesmas para J e J_{tot}^I , a integral de interação pode ser expressa como:

$$J_{int}^I = J_{tot}^I - J_{aux}^I - J = \frac{k_I}{4\pi} (B_{11}^{-1} K_I + B_{12}^{-1} K_{II} + B_{13}^{-1} K_{III}) \quad (2.27)$$

Adotando o mesmo procedimento, podem-se obter as integrais para os Modo II e III. A equação para os três modos é formulada a seguir:

$$J_{int}^\alpha = \frac{k_\alpha}{4\pi} B_{\alpha\beta}^{-1} K_\beta \quad (2.28)$$

O fator de intensidade de tensão pode ser expresso em termos da integral de interação sugerindo valores unitários para k_α como:

$$K = 4\pi B \cdot J_{int} \quad (2.29)$$

onde:

$$J_{int} = [J_{int}^I, J_{int}^{II}, J_{int}^{III}]^T \quad (2.30)$$

A integral de interação é avaliada para os três modos $\alpha = I, II, III$ de forma semelhante como a Integral J , incluindo os campos auxiliares de tensão e deformação:

$$J_{int}^{\alpha} = \lim_{\Gamma \rightarrow 0} \int_{\Gamma} n \cdot M^{\alpha} \cdot q d\Gamma \quad (2.31)$$

onde M^{α} é dada a seguir:

$$M^{\alpha} = \sigma: \epsilon_{aux}^{\alpha} I - \sigma \left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)_{aux}^{\alpha} - \sigma_{aux}^{\alpha} \cdot \frac{\partial u}{\partial x} \quad (2.32)$$

Os modos auxiliares puros I, II e III correspondem aos campos na ponta da fratura. Para consultar as expressões em termos analíticos é recomendável uma leitura da documentação que oferece o programa Abaqus (Dassault Systèmes, 2013).

2.1.5 Aproximação de fraturas

Os fenômenos de início e propagação das fraturas podem ser compreendidos à luz da Mecânica da Fratura Linear Elástica (LEFM). Conforme essa teoria um entalhe induzido em um corpo sólido é um mecanismo que estimula a concentração de tensão.

Devido à configuração singular da ponta da fratura e ao comportamento do material às elevadas tensões, aparecem concentrações bruscas de tensão. Como consequência desses fenômenos, surge uma zona plástica na vizinhança da ponta. Esse comportamento é representado na Figura 2.8 para uma ponta da trinca localizada na origem do gráfico.

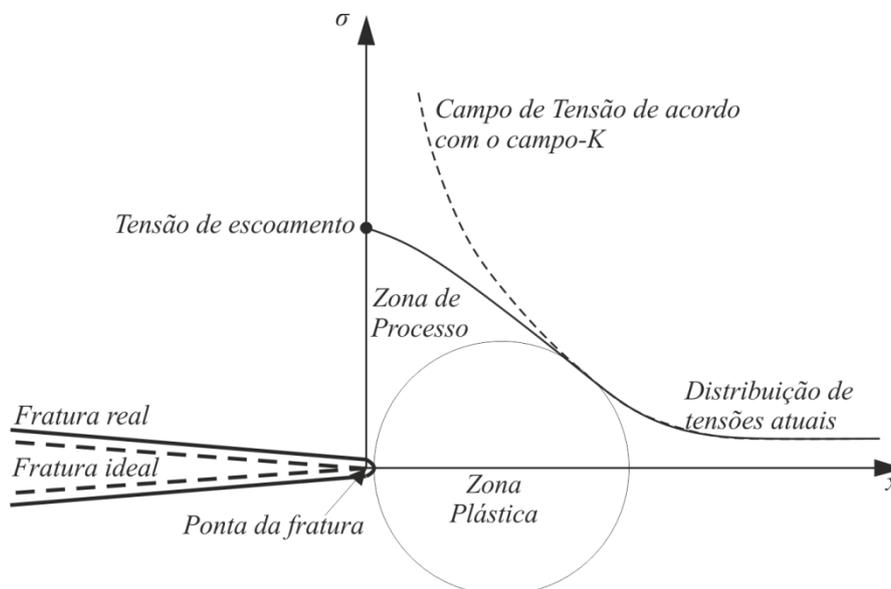


Figura 2.8 Comportamento das tensões ao redor da fratura (Modificado de Keswani et al., 2012)

A LEFM despreza o comportamento da plasticidade. Segundo essa abordagem, o campo de tensões é aproximado por uma lei de elasticidade linear. A fratura ideal está representada na Figura 2.8 por uma linha tracejada. Por conseguinte, a simplificação da LEFM constitui uma

distorção da realidade. Tendo conhecimento dos limites que determinam o tamanho da zona plástica, é possível lidar com a hipótese assumida na LEFM. Para Dowling (2013) o uso destes valores permite avaliar se o comportamento ideal representando a fratura real.

2.2 Tensões *in situ* e modos de ruptura

As formações que exponham hidrocarbonetos podem estar submetidas a um estado de tensão proveniente da sobrecarga de camadas superiores ou pela atuação de processos tectônicos. A perfuração do poço, no fraturamento hidráulico, implica uma transferência da porção sólida das camadas, originalmente carregadas por um fluido de perfuração que exercerá uma pressão hidrostática nas paredes de corte, levando à formação a um novo estado tensional. Isso de fato implica que a incorporação do fluido é incapaz de recompor o estado de tensão inicial e será gerado um campo de tensões tangenciais ao redor do poço.

Apesar de a maioria das formações serem profundas, a tensão vertical é a maior. Com isso, é importante lembrar que o regime de tensões *in situ* pode depender das forças tectônicas que atuam sobre a crosta terrestre. A magnitude das tensões *in situ* representada nas direções vertical e horizontal por σ_v , σ_H e σ_h , podem estar sujeitas a mudanças, implicando em três modos de ruptura, conforme apresentados na Figura 2.9 para um estado de tensões principais ($\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$).

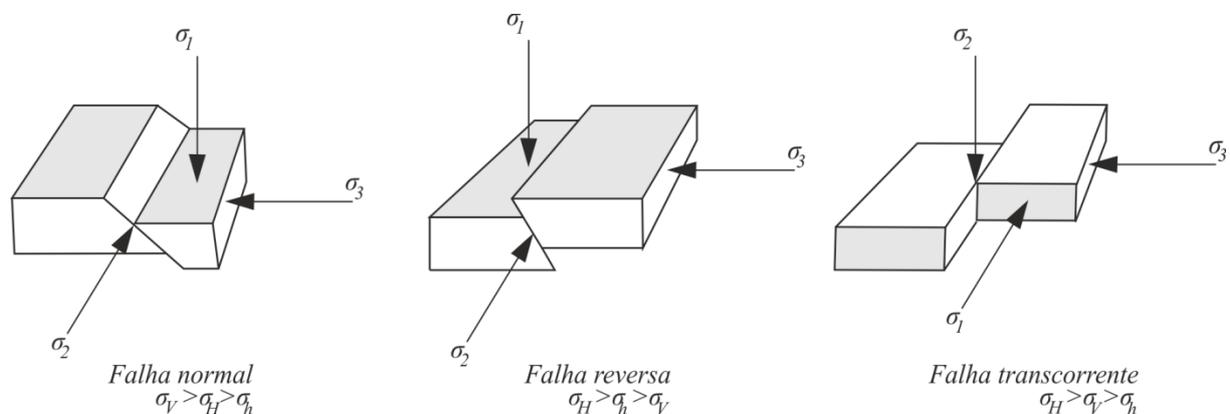


Figura 2.9 Modos de ruptura na rocha devido às tensões *in situ*

O conhecimento das tensões *in situ* é essencial para definir o modelo de fraturamento. A fratura hidráulica tende a desenvolver-se numa direção perpendicular à direção da tensão de compressão *in situ* principal mínima. Considerando um poço posicionado horizontalmente, a ruptura normal acontecerá quando a tensão principal vertical for predominante sobre as tensões horizontais principais. Assim, a propagação da fratura hidráulica será perpendicular à menor tensão *in situ*, originando fraturas verticais.

Como explicado anteriormente, as fraturas são influenciadas pelo caminho de menor resistência, propagando-se perpendicularmente à tensão principal menor, como é mostrado na Figura 2.10.

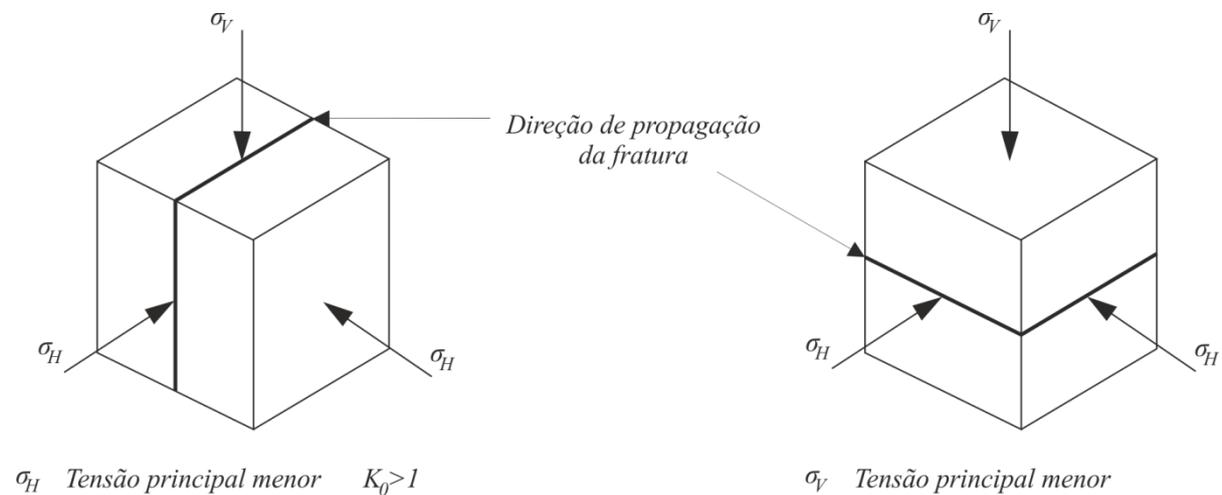


Figura 2.10 Orientação da fratura influenciada pelo esforço principal menor (Modificado de Suthersan, 1999)

2.3 Modelos analíticos de propagação de fraturamento hidráulico

A maioria dos modelos analíticos utilizados na simulação do fraturamento hidráulico são baseados na teoria da elasticidade. Esses modelos combinam o fluxo de fluidos, o balanço de massa e incorporam um critério de propagação. Existem três importantes: o modelo de *Khristianovic-Geertsma-de Klekr*, KGD (Geertsma & Klerk, 1969), o de *Perkins-Kern-Nordgren*, PKN (Perkins & Kern, 1961; Nordgren, 1972) e o modelo radial.

Eles devem prever o desenvolvimento das pressões no poço e o início e propagação da fratura hidráulica, segundo o histórico de injeção do fluido. O comprimento e abertura da fratura hidráulica, durante a injeção do fluido, são variáveis usadas para conhecer o posicionamento dos agentes de sustentação ou propantes, e para avaliação e controle da produção de gás. Esses modelos são bidimensionais e buscam determinar a relação geométrica da fratura, considerando constante a altura. Em resumo, os modelos prognosticam as dimensões das fraturas e a pressão no poço, segundo a evolução do tempo de injeção do fluido. As principais formulações dos modelos são resumidas ao final da seção.

2.3.1 Modelo PKN

Perkins e Kern (1961) formulam uma abordagem das fraturas hidráulicas através de um modelo desenvolvido como adaptação à solução clássica do estado plano de deformação de Sneddon, conhecido como Modelo PK. Norgren adaptou o modelo PK envolvendo o efeito da

perda de fluido (Guangming et al., 2011), o que deu origem ao modelo PKN. A geometria do modelo é apresentada na Figura 2.11. O modelo de *Perkins-Kern-Nordgren*, PKN, assume uma altura constante da fratura e considera que está submetida à condição de deformação plana no plano vertical. A seção transversal é idealizada como uma elipse, conforme se apresenta na Figura 2.11. A representação elíptica da trinca conta com $H/2$ como o semieixo maior da elipse e l o comprimento da fratura que se propaga na direção de l . A resistência à fratura não controla a geometria, ou seja, não é considerado o K_{IC} do meio rochoso. É considerável que o sólido possui um módulo de elasticidade constante.

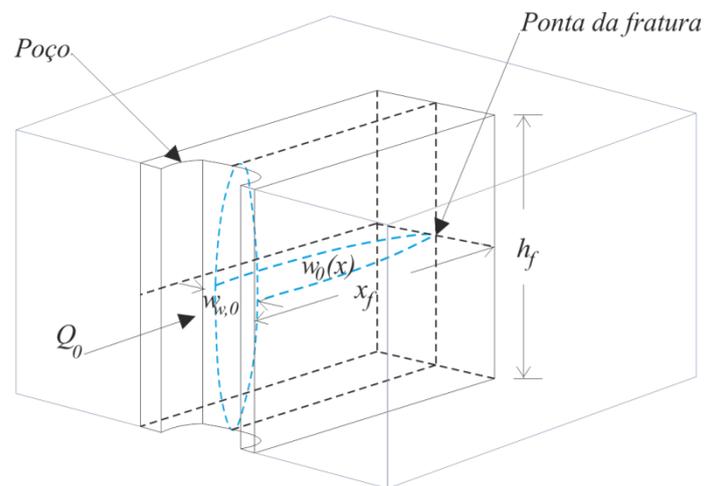


Figura 2.11 Geometria de fratura no modelo PKN

Desta forma, as hipóteses assumidas sugerem que o modelo PKN é aplicado a fraturas onde a relação entre a altura (H) e a largura (l) é muito pequena $H/l \ll 1$.

2.3.2 Modelo KGD

O modelo KGD foi desenvolvido primeiramente por Khristianovic e Zheltov (1955) e completado por Geertsma e Klekr (1969), sobre a hipótese de que a fratura é criada com a mesma abertura ao longo de todo o plano vertical, isto é, ao longo de toda a altura da fratura, de forma que a seção vertical resultante seja um retângulo, conforme mostrado na Figura 2.12. A hipótese é admissível para fraturas com altura muito maior que seu comprimento ou quando as faces da fratura deslizam no topo e na base do reservatório e. Dessa forma, a abertura passa a ser função apenas da coordenada lateral.

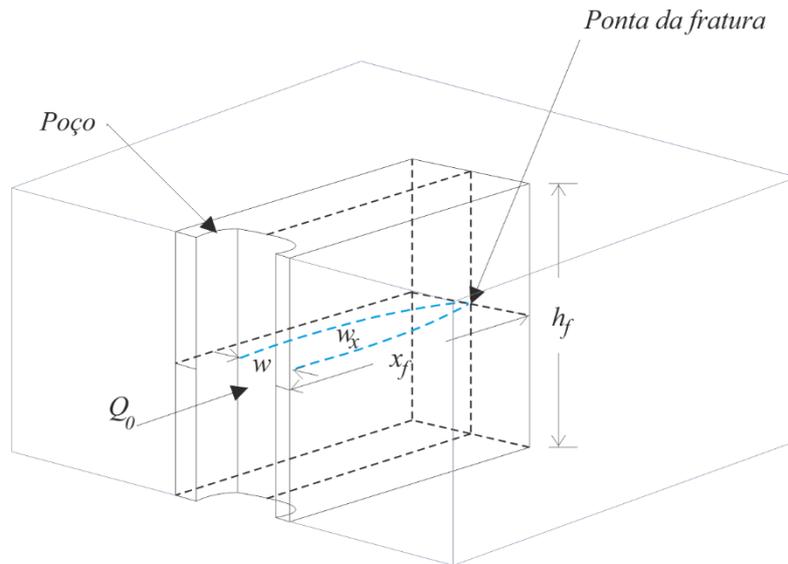


Figura 2.12 Geometria de fratura no modelo KGD

2.3.3 Modelo Radial

Esse modelo considera que as fraturas radiais se propagam livremente ao redor do poço, conforme representado na Figura 2.13. O modelo radial foi desenvolvido através de analogias matemáticas com os modelos PKN e KGD, usando como base as médias das aberturas de fraturas, em que o raio da fratura e o comprimento são iguais, e, simultaneamente, ambas as magnitudes são iguais à metade da altura ($R = x_f = h_f/2$). O modelo radial é aplicado quando a distribuição vertical do esforço menor *in-situ* é uniforme. As condições geométricas do modelo estão ilustradas na Figura 2.13.

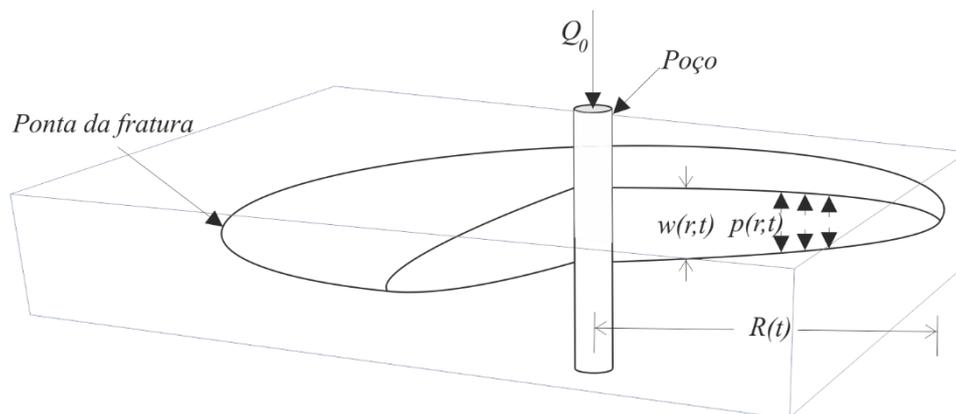


Figura 2.13 Geometria de fratura no modelo radial

2.3.4 Formulações dos modelos analíticos

Uma compilação das formulações utilizadas pelos métodos analíticos para resolver o problema da propagação de fraturas hidráulicas é apresentada na Tabela 2.1. As equações oferecidas pelos modelos, anteriormente apresentados visam gerar soluções em relação ao

comprimento da fratura, x_f , e abertura da fratura, $w_{w,0}$, assim como, da pressão líquida no interior da fratura, P_{liq} .

Tabela 2.1 Soluções analíticas do campo de tensões e deslocamentos para o problema de fraturamento hidráulico

Variável	Modelo PKN	Modelo KGD	Modelo Radial
Incógnita			
x_f	$0,54 \left(\frac{q^3 \bar{E}}{\mu h_f^4} \right)^{1/5} t^{4/5}$	$0,539 \left(\frac{q^3 \bar{E}}{\mu h_f^3} \right)^{1/5} t^{2/3}$	$0,572 \left(\frac{q^3 \bar{E}}{\mu} \right)^{1/9} t^{4/9}$
$w_{w,0}$	$3,04 \left(\frac{q^2 \mu}{\bar{E} h_f} \right)^{1/5} t^{1/5}$	$2,36 \left(\frac{q^3 \mu}{\bar{E} h_f^3} \right)^{1/5} t^{1/3}$	$1,95 \left(\frac{q^3 \mu^2}{\bar{E}^2} \right)^{1/5} t^{1/9}$
P_{liq}	$1,52 \left(\frac{\bar{E}^4 \mu q^2}{h_f^6} \right)^{1/5} t^{1/5}$	$1,09 (\bar{E}^2 \mu)^{1/3} t^{-1/3}$	$2,51 (\bar{E}^2 \mu)^{1/3} t^{-1/3}$

Nas expressões apresentadas, q é a taxa de injeção por unidade de comprimento da fratura, \bar{E} é o módulo de Young em estado plano de deformação, μ a viscosidade do fluido e h_f a altura da fratura.

O conceito de pressão líquida, P_{liq} faz uma relação entre a pressão no interior da fratura, P_f , e a pressão de fechamento, P_c , segundo a seguinte expressão:

$$P_{liq} = P_f - P_c \quad (2.33)$$

Para um eficaz controle do fraturamento hidráulico no campo, devem-se monitorar os valores de pressão líquida, ou seja, o esforço requerido para superar a resistência à tração na ponta da fratura e ela se propagar. Um registro típico da pressão do fluido, exercida próximo à entrada das fraturas, é apresentado na Figura 2.14.

Constata-se que, ao aplicar a carga hidráulica sobre as paredes do poço, produz-se uma força distribuída sobre a superfície, superando a pressão de poros existente no reservatório. Consequentemente inicia-se a fratura.

Por conseguinte, acontece a propagação da fratura como consequência da permanência do bombeamento do fluido. Simultaneamente perde-se uma parte do fluido pela filtração dele no meio rochoso circundante. Quando a pressão líquida mantém aberta a fratura, acontece a filtração pela face dessa fratura.

A pressão de ruptura, P_b , é a pressão necessária para iniciar o fraturamento. Quando atingida, registra-se uma queda da pressão devido à manifestação de fraturas na parede do poço. A pressão de propagação, P_{prop} , é representada por um trecho horizontal na curva da figura abaixo, fazendo com que a fratura se estenda por todo o reservatório.

Após finalizada a injeção do fluido de fraturamento, a pressão cai subitamente para um valor inferior. Depois desce vagarosamente devido à infiltração, até se equilibrar com a pressão do reservatório. Esse declínio de pressão foi um efeito bem analisado no trabalho de Fernandes (1998).

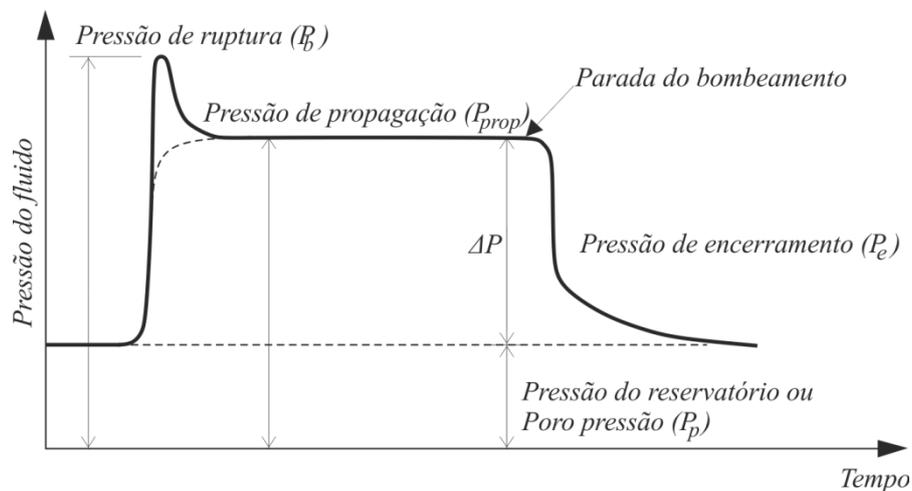


Figura 2.14 Evolução da poro-pressão durante o fraturamento hidráulico (Modificado de Zhao, 2010)

2.4 Modelagem numérica de fraturamento hidráulico

Entre os processos físicos que têm lugar no fraturamento hidráulico estão: as deformações da rocha, o fluxo do fluido fraturante e o fluxo do fluido no interior dos poros da rocha. Esses processos encontram-se acoplados e são de difícil simulação. Os métodos e ferramentas computacionais aperfeiçoam o desenho de fraturamento hidráulico, aceleram os estudos futuros de desenvolvimento de bacias e, conseqüentemente, esclarecem algumas das preocupações sobre o potencial impacto ambiental do tratamento.

As ferramentas numéricas são uma parte fundamental das simulações das fraturas, principalmente durante o aprendizado dos complexos mecanismos de fraturamento hidráulico. É possível simular fraturas naturais, fuga de fluido durante a injeção, modelos físicos de várias camadas de rocha com diferentes propriedades físicas e mecânicas, entre outros. Não obstante, devido à forte não linearidade durante o acoplamento do fluxo de fluido no interior

da fratura e à propagação da fratura, a simulação numérica pode ser um problema árduo e custoso.

A partir do trabalho pioneiro de Khristianovic e Zheltov (1955), diversos trabalhos foram realizados utilizando os métodos analíticos e numéricos para representar e resolver os fenômenos de início e propagação de fraturas hidráulicas. O Método dos Elementos Finitos (FEM) e o Método de Elementos de Contorno (BEM) foram implementados para simular a fratura hidráulica de complexos modelos (Papanastasiou, 1997). Outras pesquisas de fraturamento hidráulico aplicaram o Método dos Elementos Discretos (DEM) (Al-Busaidi, 2005; Shimizu et al. 2011; Wang et al., 2014; Zhao, 2010), onde o domínio é discretizado em partículas. Esses trabalhos necessitam ser complementados por análises de alcance e viabilidade da aplicação do DEM, desde uma perspectiva de custo computacional, almejando um modelo mais funcional.

Portanto, o FEM tem-se mostrado mais eficiente, em comparação com o BEM e o DEM, para resolver a equação de elasticidade-plasticidade da pressão do fluido e abertura da fratura. Através do FEM é possível modelar a propagação de fraturas hidráulicas, incluindo propriedades mecânicas não lineares e condições de contorno não convencionais (Boone e Detournay, 1990; Devloo et al., 2006; Zhang et al., 2010; Carrier & Granet, 2012; Li et al., 2012). No entanto, o modelo de elementos finitos convencional requer a adaptação da malha, o que significa que o primeiro cálculo é realizado para uma malha inicial e, em seguida, uma malha nova é confeccionada para assumir a projeção da fratura no passo de tempo, de acordo com o modelo de propagação selecionado. O processo é repetido para cada campo de propagação. Assim, a solução do problema requer de grandes tempos de cálculo e, ainda podem acontecer problemas de convergência.

Lecampion (2009) evitou a remalhagem através do uso do Método dos Elementos Finitos Estendido (XFEM) para um problema de fratura hidráulica. O XFEM foi introduzido por Belytschko e Black (1999) e Moës et al. (1999) através da implementação de funções de forma especiais enriquecidas e graus de liberdade adicionais à aproximação padrão de elementos finitos. Uma apropriada aproximação do fenômeno de fraturas via XFEM sugere a construção de malhas densas na ponta da trinca, que implica alto custo computacional. O XFEM ultrapassa as desvantagens associadas à utilização do FEM e permite a representação da fratura sem discretizar as superfícies. Com base nisso, a geometria da fratura é completamente independente da configuração de malha de elementos finitos empregada.

Como resultado, a remalhagem não é necessária, o que acelera a simulação da propagação da fratura.

O XFEM oferece vantagens em relação ao clássico FEM, principalmente em problemas em que acontecem mudanças nas fronteiras. Por exemplo: no avanço temporal da fratura. Ele também apresenta várias melhorias ao FEM, entre elas a flexibilidade oferecida no alinhamento da descontinuidade com os eixos dos elementos, conforme Figura 2.15 (b), o qual era uma limitação do FEM, como pode ser observado na Figura 2.15 (a).

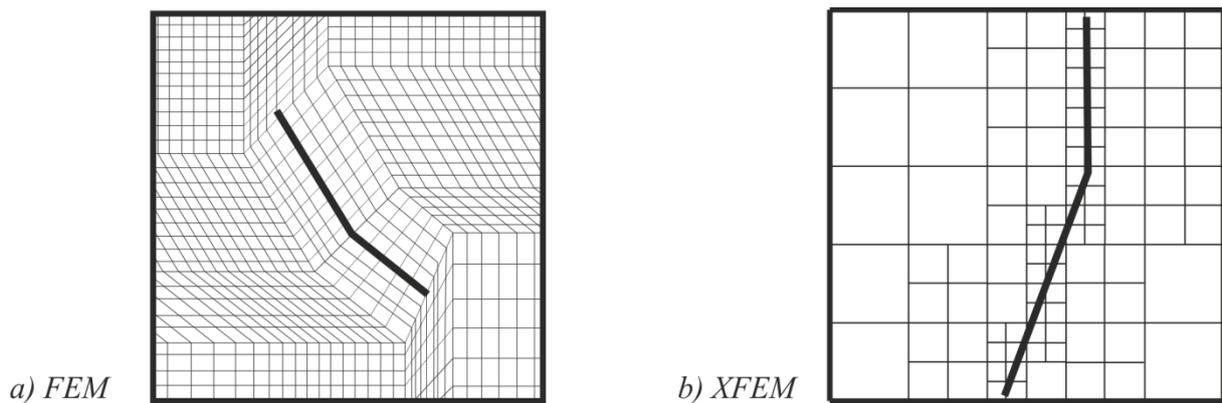


Figura 2.15 Propagação das fraturas a) FEM b) XFEM

Desde a introdução do XFEM, novas formulações e aplicações têm aparecido na literatura (Pais et al, 2010). Esse método foi usado para investigar problemas de fratura hidráulica em várias pesquisas (Lecampion, 2009; Weber et al., 2013; Chen, 2013; Mahdavi & Mohammadi, 2013).

2.5 Conclusões parciais

Existem na literatura especializada diversos modelos analíticos utilizados para descrever a geometria e evolução de pressão durante o fraturamento hidráulico, dentre os quais o PKN, o KGD e o radial. Um estudo prévio do problema deve ser realizado, com o objetivo de avaliar as vantagens e desvantagens que podem apresentar tais modelos. Assim sendo, pode-se escolher o simulador mais adequado ao caso em análise. Apesar disso, esses modelos são considerados simplificados e, para tentar diminuir as hipóteses simplificadoras, apareceram outros simuladores de fraturas hidráulicas (Adachi et al. 2007; Li et al. 2012).

Muitos avanços científicos foram alcançados com a simulação numérica do fraturamento hidráulico. Os métodos FEM e, recentemente, o XFEM exerceram a maior contribuição nessa área, como na simulação das fraturas em rochas heterogêneas, em modelos com propriedades

mecânicas não lineares e nos modelos submetidos a mais complexas condições de contorno possíveis.

O FEM exige que a malha seja adaptada à descontinuidade em cada passo de tempo, e isto impacta em um alto consumo de processamento e problemas de convergência. Por outro lado, o XFEM faz a geometria da fratura independente da configuração da malha, e se mostra uma poderosa ferramenta para estudar os mecanismos que acontecem durante o fraturamento hidráulico.

CAPÍTULO 3 - EMBASAMENTO TEÓRICO

Os modelos analíticos mais utilizados para resolver o problema de fraturamento hidráulico se valem de uma série de considerações. Essas considerações visam simplificar o problema, como, por exemplo, no material isotrópico e homogêneo e na adoção de condições de contorno simples. Através de métodos numéricos pode-se realizar uma análise mais real da fratura. Eles foram desenvolvidos para lidar com geometrias e condições de contorno complexas, e com propriedades heterogêneas dos materiais. Segundo Zienkiewicz e Taylor (2005), as simulações do início e propagação de fraturas dependem da implementação de modelos numéricos.

O Método de Elementos Finitos (FEM) é utilizado para resolver uma ampla gama de problemas e aplicações da Mecânica da Fratura. Vale lembrar que, às vezes, o aumento nos graus de liberdade e no tempo de simulação são indispensáveis para se obter campos de tensões e deformações com uma suave distribuição e sem oscilações na região ao redor da ponta da trinca. Essa ação pode trazer como consequência a inviabilidade computacional.

Por outro lado, o Método de Elementos Finitos Estendido (XFEM) aparece como uma poderosa ferramenta numérica, podendo ser aplicada à solução de problemas de fraturas (Belytschko & Black, 1999; Moës et al., 1999). Esse método se fundamenta no enriquecimento do modelo convencional de elementos finitos e na adição de graus de liberdade nos elementos atravessados pela descontinuidade. A discretização gerada de elementos é completamente independentemente da fratura. Uma breve explicação do método, as principais contribuições desde sua criação em 1999, assim como aspectos de sua implementação no programa Abaqus, são apresentados na primeira seção do capítulo.

Entender e implementar um modelo não-linear de acoplamento fluido-sólido, onde o meio poroso é representado por elementos finitos é imprescindível para a simulação do fraturamento hidráulico. Isso porque a propagação das fraturas hidráulicas depende da solução das formulações acopladas do problema.

A propagação de fraturas hidráulicas é um problema que depende de diversos fenômenos e nessa trinca interagem vários materiais. O acoplamento do fluxo do fluido de fraturamento no interior da trinca, o fluxo do fluido no interior dos poros, a deformação do meio poroso, e a configuração da fratura, requerem a solução de um sistema de equações que governam o problema. As equações correspondentes são: o balanço de massa do fluido na fratura, o balanço de massa do fluido nos poros, o equilíbrio do meio poroso, e os critérios de iniciação

e propagação da fratura. Algumas dessas formulações serão apresentadas na seção dois do capítulo.

Os parâmetros do material, a geometria da amostra e a metodologia dos ensaios utilizados para validar o XFEM serão explicados na penúltima seção do capítulo.

3.1 Solução ao problema de fratura via XFEM

A implementação numérica do XFEM deve incluir a simulação da geometria da fratura, o controle do crescimento da fratura e o acoplamento de equações. O XFEM é considerado uma extensão do método convencional FEM e está fundamentado no conceito de partição da unidade (i.e. soma das funções de forma deve ser igual à unidade). Foi desenvolvido por Ted Belytschko et al. (1999). Seu uso possibilita modelar descontinuidades e singularidades independentemente da malha, uma vez que não é necessário atualizar a malha para representar a geometria atual da descontinuidade. Os pontos mais importantes na implementação do XFEM consistem em definir o conjunto de nós que serão enriquecidos, além de definir e avaliar as funções de enriquecimento e realizar a integração numérica.

A seguir são apresentadas as equações fundamentais do problema de fratura na forma fraca desenvolvida por Moës et al. (1999). Na Figura 3.1 considera-se Γ o domínio do problema, restrito pelo contorno Λ que por sua vez consiste de quatro conjuntos; Λ_t com força de superfície prescrita \bar{t} , Λ_u com os deslocamentos prescritos e duas superfícies livres da fratura Λ_c^+ e Λ_c^- .

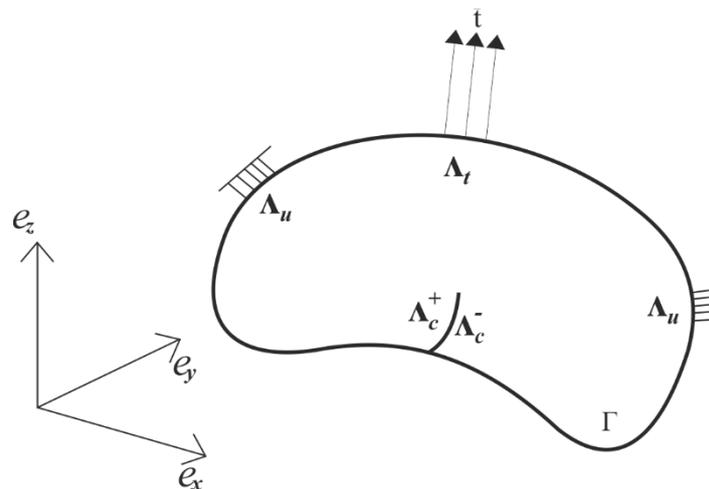


Figura 3.1 Representação de um modelo fraturado em condições de contorno fixas e submetido a cargas

São estabelecidas as seguintes condições de equilíbrio e de contorno:

$$\nabla \cdot \boldsymbol{\sigma} + \mathbf{b} = \mathbf{0} \text{ em } \Gamma \quad (3.1)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \bar{\mathbf{t}} \text{ em } \Lambda_t \quad (3.2)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0} \text{ em } \Lambda_c^+ \quad (3.3)$$

$$\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} = \mathbf{0} \text{ em } \Lambda_c^- \quad (3.4)$$

$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_{pres} \text{ em } \Lambda_u \quad (3.5)$$

onde vectores e tensores de segunda ordem são representados em negrito, ∇ é o operador gradiente e o ponto (\cdot) representa a operação de contração simples.

3.1.1 Enriquecimento da aproximação dos deslocamentos

O XFEM incorpora funções de enriquecimento e graus de liberdade adicionais à aproximação convencional dos elementos finitos, na região em que a fratura está localizada, para simular as descontinuidades e singularidades. As funções de enriquecimento são de tipo assintóticas (captam a singularidade na ponta da fratura) e descontínuas (representam a abertura entre as superfícies da fratura). As zonas enriquecidas na ponta da fratura e ao longo desta são representadas na Figura 3.2.

A formulação matemática para aproximar o campo de deslocamentos através de uma descrição implícita-explicita foi apresentada por Baydoun e Fries (2012) através da formulação seguinte:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}(x) = & \sum_{i \in I} N_i(x) \mathbf{u}_i + \sum_{i \in I^{desc.}} N_i^*(x) [H(x) - H(x_i)] \mathbf{a}_i + \\ & \sum_{i \in I^{ponta}} N_i^*(x) \left[\sum_{m=1}^4 (B^m(x) - B^m(x_i)) \mathbf{b}_i^m \right] \end{aligned} \quad (3.6)$$

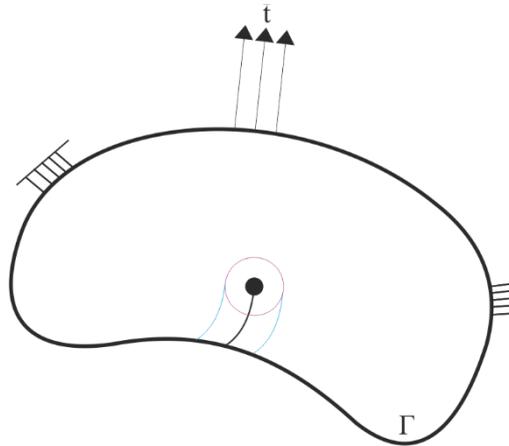


Figura 3.2 Representação das regiões enriquecidas ao redor da fratura

O primeiro termo da expressão (3.6) representa a aproximação clássica do FEM, descrito por uma função de forma contínua $N_i(x)$ e as incógnitas u_i nos pontos nodais. A descontinuidade no campo de deslocamentos da fratura, assim como o comportamento especial na ponta da fratura são consideradas, respectivamente, pelos segundo e terceiro termos. Dois tipo de funções de enriquecimento estão implementadas na formulação, a função Heaviside, $H(x)$, e a função assintótica de ponta de fratura, $B(x)$, conforme apresentados na Figura 3.3 (b) e (c).

3.1.2. Incorporação das funções de enriquecimento

Através do estudo de fraturas em duas dimensões, Moës et al. (1999) explicaram como são adicionadas as funções de descontinuidade à aproximação por elementos finitos. Observando a Figura 3.3 (a), os nós enriquecidos pertencem àqueles elementos atravessados pela interface da fratura, assim como os nós de elementos onde se localiza a ponta. Os nós ao longo da descontinuidade são enriquecidos com a função de grau (Heaviside) quando os lados dos elementos são totalmente cortados pela fratura, enquanto que os nós dos elementos em torno da ponta da trinca são enriquecidos com as funções de ponta de fratura. Ambas serão descritas mais adiante. Na Figura 3.3 (a) os nós circulados são enriquecidos com as funções Heaviside e os nós com símbolos quadrados são enriquecidos com as funções da ponta da trinca.

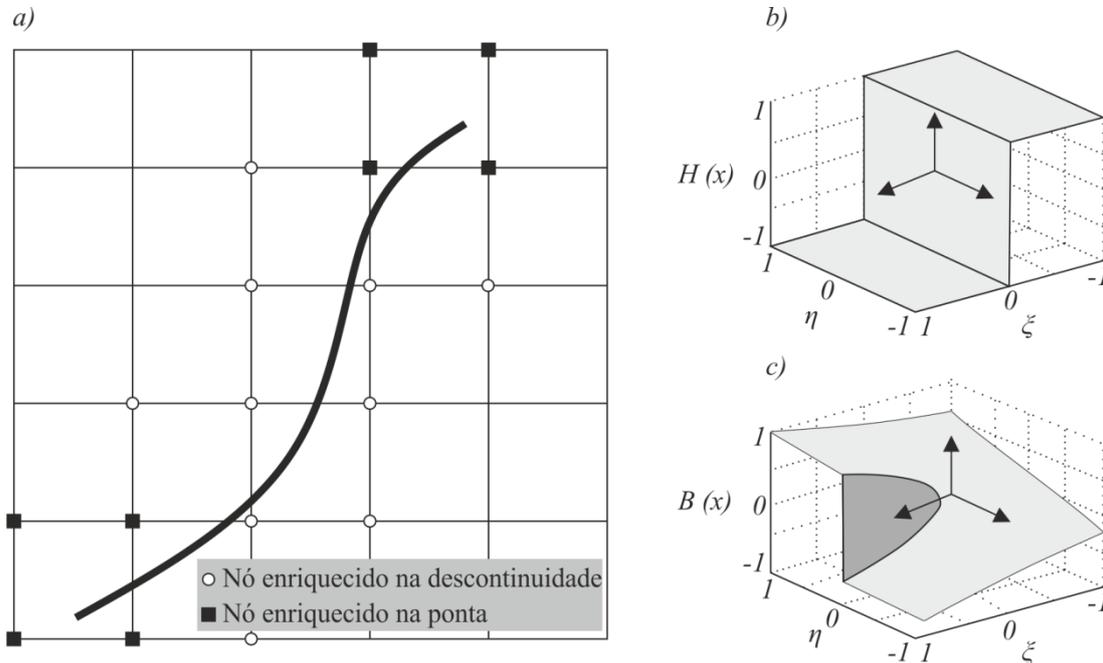


Figura 3.3 (a) Nós enriquecidos pelas funções especiais do XFEM nos elementos (b) Função de enriquecimento na descontinuidade (c) Função assintótica da ponta da fratura

3.1.2.1 Enriquecimento geométrico

O enriquecimento geométrico se aplica aos nós localizados dentro de uma determinada região ao redor da ponta da descontinuidade. Desde a criação do XFEM, definiu-se um critério

geométrico para a zona de enriquecimento, $r_{máx}$, com o objetivo de determinar os nós que serão enriquecidos pelas funções singulares, conforme ilustrado na Figura 3.4.

$$L = \{Nós\ com\ r < r_{máx}\} \quad (3.7)$$

Em particular, a estratégia de incluir funções de enriquecimento é útil para aproximar de maneira eficiente as singularidades ou descontinuidades associadas às fraturas, assim como as mudanças da face.

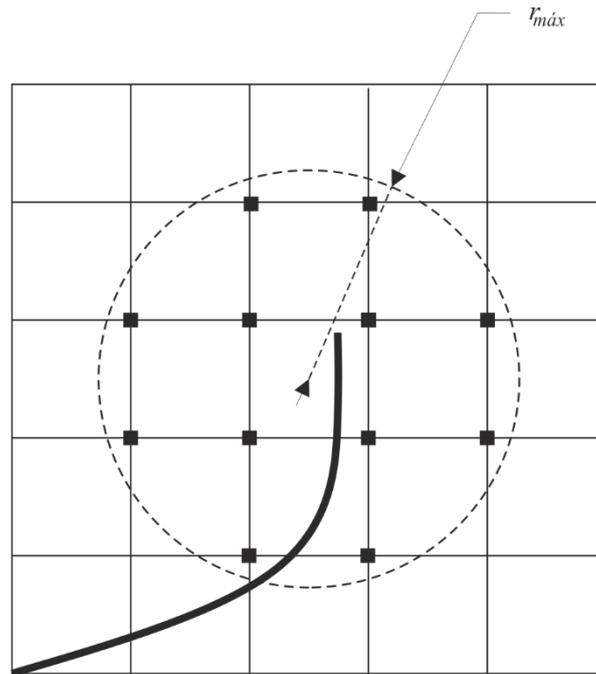


Figura 3.4 Nós enriquecidos por funções singulares (Modificado de Fries, 2010)

3.1.2.2 Enriquecimento com a função Heaviside

Analisando uma malha de quatro elementos que apresenta uma descontinuidade no contorno, conforme apresentado na Figura 3.5, a aproximação por elementos finitos na malha é:

$$u^h(x) = \sum_{i=1}^{10} N_i(x)u_i \quad (3.8)$$

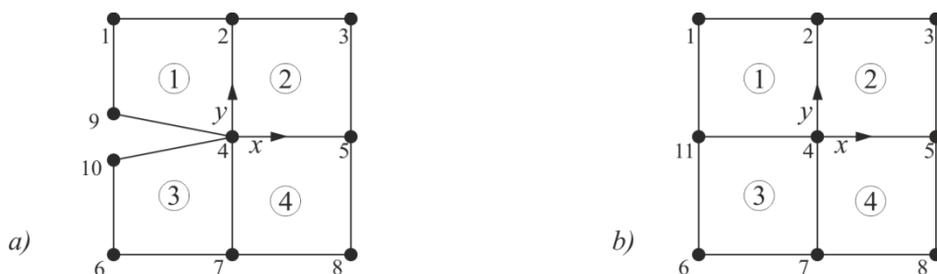


Figura 3.5 (a) Representação da fratura (b) Malha de quatro elementos (Modificado de Moës et al., 1999)

Definindo as variáveis k e l como as relações de deslocamentos a seguir:

$$k = \frac{u_9 + u_{10}}{2}, \quad l = \frac{u_9 - u_{10}}{2} \quad (3.9)$$

Ou seja, k é a média entre os deslocamentos u_9 e u_{10} e l é a metade do deslocamento relativo entre u_9 e u_{10} .

Inversamente pode-se expressar que u_9 e u_{10} são funções de k e l como:

$$u_9 = k + l, \quad u_{10} = k - l \quad (3.10)$$

Substituindo as expressões anteriores na equação 3.7 obtém-se:

$$u^h = \sum_{i=1}^8 N_i u_i + k(N_9 + N_{10}) + l(N_9 - N_{10})H(x) \quad (3.11)$$

onde a função descontínua ou degrau $H(x)$ é introduzida como:

$$H(x) = \begin{cases} 1, & \text{se } (x - x^*) \cdot n > 0 \\ -1, & \text{se } (x - x^*) \cdot n < 0 \end{cases} \quad (3.12)$$

Sendo x^* o ponto sobre a fratura mais próximo a x e n o vector normal à descontinuidade a partir de x^* .

Então a soma de $(N_9 + N_{10})$ pode ser substituída por N_{11} e k por u_{11} , conforme apresentados na Figura 3.5 (b). Sendo assim a aproximação por elementos finitos se expressa da forma seguinte:

$$u^h = \sum_{i=1}^8 N_i u_i + N_{11} u_{11} + l N_{11} H(x) \quad (3.13)$$

Na equação 3.12, os primeiros termos no lado direito representam a aproximação clássica de elementos finitos, e a terceira parte é o enriquecimento adicionado pela presença da descontinuidade. A função de enriquecimento Heaviside é determinada através da abordagem matemática apresentada, a qual fornece uma solução numérica capaz de capturar o salto do campo de deslocamentos provocado pela descontinuidade.

3.1.2.3 Enriquecimento através de funções singulares

A adição de funções descontínuas e assintóticas de ponta de fratura permite capturar adequadamente a singularidade nesta região e nos nós que a rodeiam (Moës et al., 1999). Se a ponta não termina em elementos do contorno, as funções também descreverão a descontinuidade sobre as superfícies da fratura.

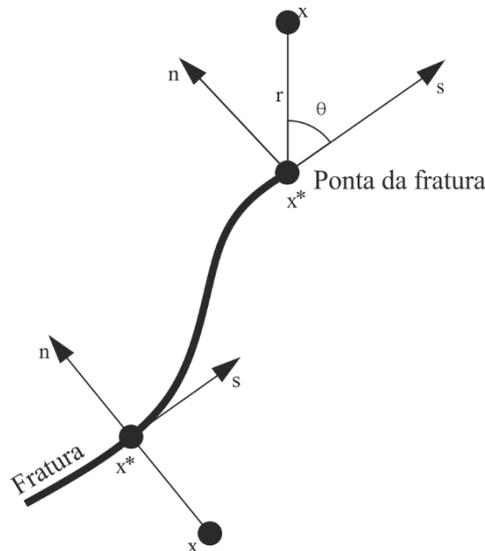


Figura 3.6 Sistema de coordenadas polares na ponta da fratura e coordenadas tangenciais na trajetória de propagação da fratura (Modificado de Dassault Systèmes, 2013)

Adota-se um sistema de coordenadas polares com origem na ponta da fratura, o qual é representado na Figura 3.6, onde r é o comprimento do menor vector que se estende a partir da ponta da fratura e θ é o ângulo medido a partir de coordenadas retangulares para polares.

As funções de enriquecimento de ponta de fratura para um material elástico e isotrópico, foram definidas por Sukumar et al. (2000) da forma seguinte:

$$\{B(x)\}_{i=1}^4 = \left(\sqrt{r} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \operatorname{cos}\left(\frac{\theta}{2}\right), \sqrt{r} \operatorname{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}(\theta), \sqrt{r} \operatorname{cos}\left(\frac{\theta}{2}\right) \operatorname{sen}(\theta) \right) \quad (3.14)$$

O uso da função de enriquecimento apresentada na equação anterior permite adicionar quatro graus de liberdade em todos os nós favorecidos. Para cada grau de liberdade, há um termo da função B associado. A expressão 3.14 representa os quatro termos da função B . Observe-se que as funções de enriquecimento podem ser representadas num espaço 3D conforme aparece na Figura 3.7.

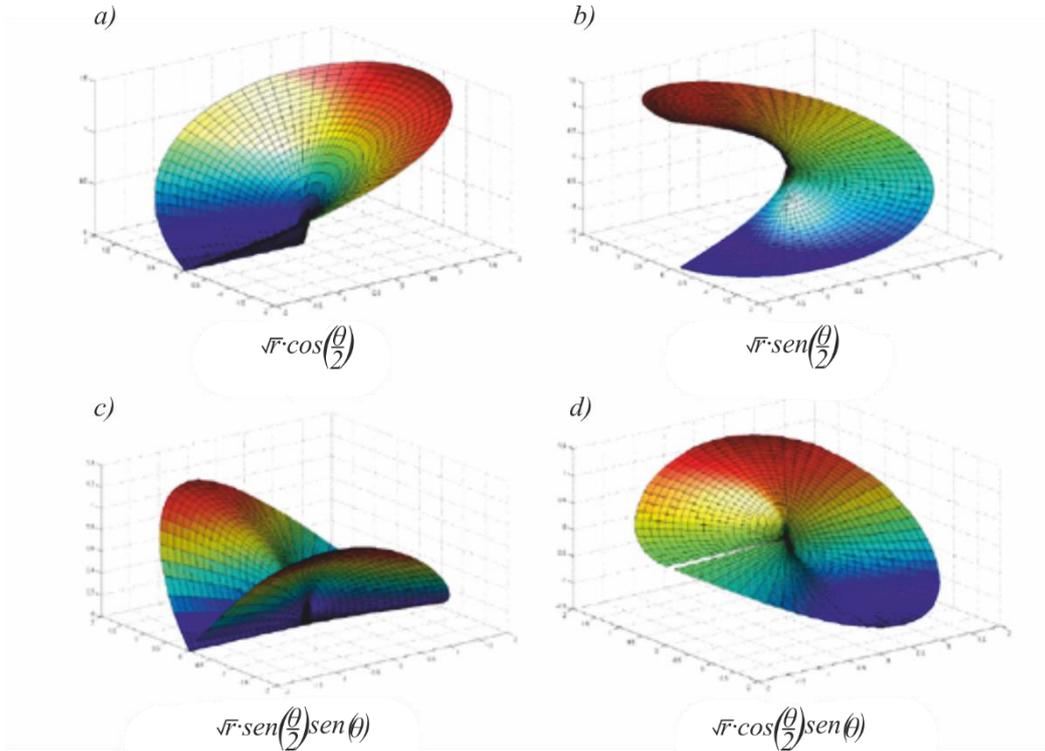


Figura 3.7 Funções de enriquecimento no espaço 3D da ponta da fratura (a) $\sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (b) $\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ (c) $\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta)$ (d) $\sqrt{r} \cos\left(\frac{\theta}{2}\right) \sin(\theta)$ (Gigliotti, 2012)

onde (r, θ) representam as coordenadas polares locais na ponta da trinca para o intervalo de $-\pi \leq \theta \leq \pi$. Os termos na equação 3.13 se referem à singularidade no campo de tensões, devendo-se comparar com solução analítica do campo de tensões apresentada no capítulo II, equação 2.22. O termo $\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ é fundamental na formulação da função $B(x)$ pois ele descreve a descontinuidade sobre as superfícies da fratura. Ademais é o responsável pela representação do fenômeno ao longo de seu comprimento, enquanto acontece a aproximação ao longo da fratura. As outras funções são aproveitadas para melhorar a aproximação da solução na vizinhança da ponta da fratura. O termo fundamental $\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right)$ é definido para as condições seguintes:

$$\sqrt{r} \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = \begin{cases} \sqrt{r}, & \text{se } \theta = \pi \\ -\sqrt{r}, & \text{se } \theta = -\pi \end{cases} \quad (3.15)$$

onde θ é 0 rad na direção da ponta da fratura e $\theta = \pi$ para a superfície superior da trinca e $\theta = -\pi$ na superfície inferior da trinca.

A formulação geral do XFEM pode ser representada considerando que todos os nós da malha são definidos pelo conjunto S . Em particular os nós em torno da ponta da trinca são definidos

pelo conjunto S_c , e os nós dos elementos cortados pela fratura (excluindo os nós em S_c) serão considerados por S_h . Numa aproximação de elementos finitos pode ler-se a expressão seguinte:

$$u = \sum_{I \in S} N_I(x) \left[u_I + H(x)a_I + \sum_{i=1}^4 B_i(x)b_i^i \right] \quad (3.16)$$

$I \in S_h \qquad I \in S_c$

onde u_I é o vetor de deslocamento nodal. O grau de liberdade do enriquecimento nodal vector a_I junto à função de salto $H(x)$ concebem a diferença entre as superfícies da fratura. Por outro lado, o grau de liberdade nodal b_i^i das funções de ponta de trinca $B(x)$ representam a singularidade na ponta da fratura.

Para uma fratura arbitrária com dois extremos se estabelece a seguinte aproximação:

$$u = \sum_{I \in S} N_I(x) \left[u_I + H(x)a_I + \sum_{i=1}^4 B_i(x)b_i^{i1} + \sum_{i=1}^4 B_i(x)b_i^{i2} \right] \quad (3.17)$$

$I \in S_h \qquad I \in S_{c1} \qquad I \in S_{c2}$

onde o conjunto de nós S_{c1} são definidos na primeira ponta da trinca e S_{c2} na segunda ponta da trinca, no mesmo elemento. As funções B_i^1 e B_i^2 são iguais, porém, em coordenadas polares (r_I, θ_I) e (r_{II}, θ_{II}) , respectivamente. A derivação completa e as definições das equações discretizadas estão detalhadas nos trabalhos de Sukumar et al. (2003) e Belytschko et al. (2009).

3.1.3 Método das curvas de nível

Durante a representação da descontinuidade, o XFEM faz uso de curvas de níveis que permitem descrever a geometria desta, sem a necessidade de fazê-la coincidir com os contornos do elemento (Sukumar et al., 2001).

Antes do início da ruptura do elemento, a função de enriquecimento se degenera no elemento finito convencional; assim que o elemento apresenta o dano, se ativa o Método das Curvas de Nível (LSM) o qual está baseado em funções de enriquecimentos que assumirão a modelagem das descontinuidades. O LSM foi introduzido no marco da mecânica dos fluidos para representar a evolução das interfaces. Atualmente a utilização do LSM em conjunto com o XFEM facilita o tratamento de fraturas analisadas em 2D. Este método é eficaz para representar a propagação de uma fratura em 3D segundo as pesquisas recentes de Baydoun e

Fries (2012), em que o LSM foi utilizado em conjunto com o Método de Marcha Rápida (FMM).

A modelagem numérica via XFEM com LSM permite simular as descontinuidades que apresentem mudanças no tempo, como, por exemplo, o movimento de curvas e superfícies numa malha fixa. A complexidade matemática do problema de representação da fratura é assumida pelo LSM. Conforme a direção da propagação da fratura, o XFEM programa funções em curvas de níveis para rastrear a superfície da fratura em cada passo de tempo (Stolarska et al., 2001). O LSM é utilizado para descrever a posição das faces sem precisar que a linha da interface coincida com os lados do elemento, ou que a superfície da interface coincida com as faces do elemento. O LSM introduz uma função de nível $\phi(x)$, tal que:

$$\phi(x) = \begin{cases} > 0, & x \in \Omega_1 \\ = 0, & x \in \Gamma_{int} \\ < 0, & x \in \Omega_2 \end{cases} \quad (3.18)$$

A função $\phi(x)$ representa a distância medida até a interface. Generalizando, o LSM propõe para a superfície inicial da fratura a formulação seguinte:

$$\phi(x, t_0) = \pm \min \|x - x^*\|, x^* \in \Gamma \quad (3.19)$$

onde Γ descreve a superfície inicial, $\|x - x^*\|$, a distância euclidiana, ϕ é calculada como a menor distância do ponto x à superfície Γ . O sinal de ϕ é diferente nos dois lados da superfície Γ . A superfície da fratura é descrita por $\phi = 0$. A função do LSM é definida para uma interface fechada e infinita, o qual faz com que Γ se estenda além dos limites da ponta da fratura. A frente da fratura é definida mediante a interseção das superfícies Γ e S , através da função de nível ψ . A disposição das superfícies pode ser observada na Figura 3.8.

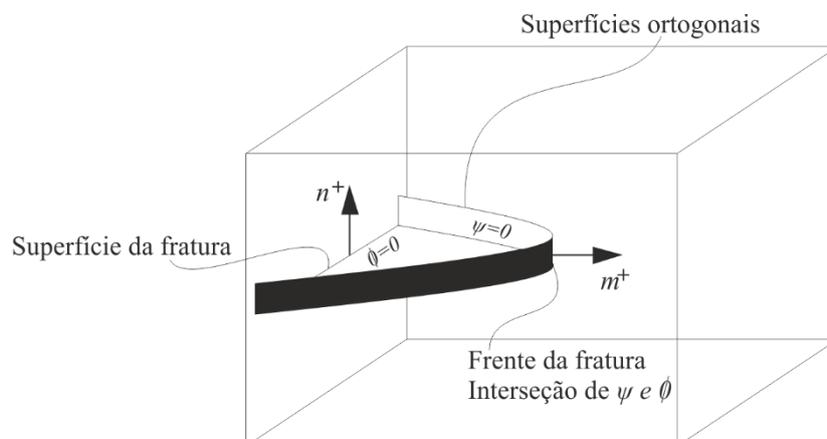


Figura 3.8 Definição da superfície e da ponta da fratura através de curvas de nível (Modificado de Dassault Systèmes, 2013)

As funções ϕ e ψ são determinadas para cada passo de tempo sendo importante o emprego de uma malha fina para obter resultados de precisão. Geralmente durante a atualização das funções de curvas de níveis grandes tempos de processamento são requeridos. Para resolver tal Sukumar et al. (2003) aplicaram o FMM com bastante sucesso.

3.1.4 XFEM fundamentado no Método de Segmentos Coesivos

A implementação do XFEM no programa Abaqus requer a codificação das características de enriquecimento para simular o início e propagação arbitrária das fraturas. O XFEM pode ser analisado adotando a abordagem energética da Mecânica da Fratura Linear Elástica. As variáveis t_n^0 , t_s^0 e t_t^0 representam os valores máximos das tensões nominais, uma vez que a deformação é normal na interface ou nas duas direções principais de cisalhamento. Igualmente, as variáveis (δ_n^f) , (δ_s^f) , e (δ_t^f) , representam os valores máximos finais do deslocamento quando a deformação é normal à interface ou nas duas direções principais de cisalhamento. Com o comportamento elástico bidimensional é dado por:

$$\begin{Bmatrix} t_n \\ t_s \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} k_{nn} & 0 \\ 0 & k_{ss} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_n \\ \delta_s \end{Bmatrix} \quad (3.20)$$

A descontinuidade é considerada através da degradação de parâmetros e pela ruptura de elementos enriquecidos. O mecanismo de ruptura é resultado do acoplamento de um critério de iniciação e uma lei de evolução do dano. Na Figura 3.9 se representa o comportamento característico da lei linear de tensão-abertura com mecanismo de ruptura.

O crescimento da fratura provoca um aumento inicial da tensão de Mises até atingir o valor máximo admissível a partir do qual a tensão começa a diminuir de maneira gradual até alcançar a ruptura. O método baseado em zonas coesivas desconsidera a singularidade assintótica na vizinhança da ponta da fratura e considera apenas o salto do campo de deslocamento em elementos atravessados pela fratura. Sendo assim, a fratura é forçada a se propagar em todo o elemento finito evitando-se a presença de outra descontinuidade.

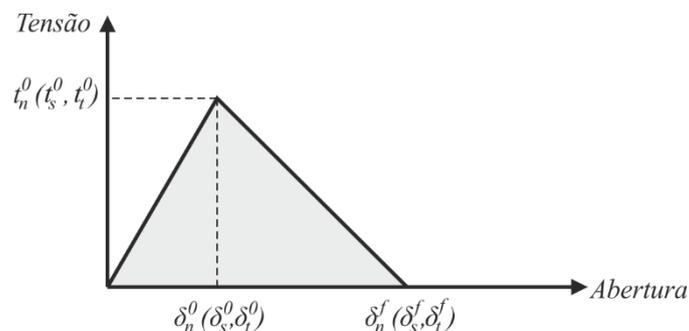


Figura 3.9 Representação da evolução linear da fratura através de uma lei de tração-separação (Modificado de Keswani et al., 2012)

3.1.5 O módulo XFEM do programa Abaqus

Os conceitos e parâmetros fundamentais do módulo XFEM do programa Abaqus serão aqui abordados, entre eles, a extração dos fatores de intensidade de tensão (SIF), as características da discretização do domínio em elementos finitos, formas de simplificação do modelo e procedimentos realizados durante o pós-processamento. No Abaqus, o XFEM emprega o Método de Marcha Rápida (FMM) para simular fraturas em três dimensões através do posicionamento arbitrário da superfície. Outra característica do XFEM no Abaqus é a implementação da abordagem conhecida como nós fantasmas (Song et al., 2006; Dassault Systèmes, 2013). Tal artifício matemático é baseado na duplicação interna de cada elemento enriquecido com a adição de nós fantasmas, conforme ilustrado na Figura 3.10 (b). A fratura discretizada na Figura 3.10 (b) é representada pelo plano intermediário do modelo de disco sob tração apresentado na Figura 3.10 (a). Os nós originais da superfície são representados com círculos pretos enquanto que os nós fantasmas adicionados estão representados com círculos brancos.

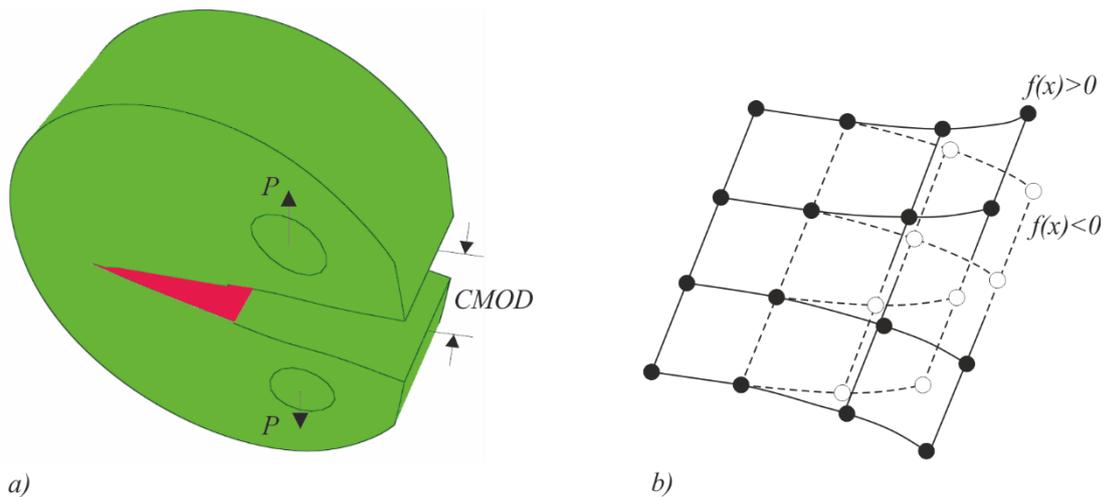


Figura 3.10 (a) Representação da abertura da fratura no modelo de disco compacto submetido à tração (b) Utilização de nós fantasmas no plano intermediário durante a modelagem via XFEM

Uma cópia do elemento é ativada antes de se iniciar a fratura, e quando esta começa aparecer são acionados deslocamentos e graus de liberdades associados aos nós fantasmas. Dessa forma, as duas cópias do elemento podem deformar-se de maneira independente, conseqüentemente o comportamento formulado na interface se impõe através de uma lei coesiva de tensão-abertura.

3.1.6 Modelagem de fraturas estacionárias via XFEM em Abaqus

Esta seção é dedicada a apresentar as diferentes características utilizadas pelo *software* Abaqus para modelar fraturas estacionárias, assim como explicar como será realizada a discretização espacial dos modelos. No cálculo de fraturas estacionárias via XFEM com o programa Abaqus é indispensável adotar alguns procedimentos, entre eles, deve-se definir a posição da trinca, selecionar corretamente o domínio da fratura, determinar o raio de enriquecimento e solicitar as variáveis de cálculo da simulação. Esses passos serão explicados através das características e as capacidade do módulo XFEM do programa Abaqus (Dassault Systèmes, 2013).

Para os casos em 3D, a trinca é idealizada como uma superfície que se impõe no lugar pretendido da avaliação, o Abaqus automaticamente localiza a posição da fratura no modelo utilizando o LSM, no qual define a fratura usando os isoplanos ϕ que definem a face e ψ que define a ponta, o qual deve ser ortogonal a ϕ . O isoplane ϕ é chamado de PHILSM no Abaqus e é uma variável que deve de ser solicitada para poder visualizar a abertura da fratura durante a etapa de pós-processamento. O domínio da fratura define os elementos finitos que serão considerados para enriquecimento da aproximação, ou seja, a região onde pode ser descrita a trinca por meio do XFEM. O raio de enriquecimento determina os nós dos elementos que serão beneficiados pelas funções assintóticas de ponta de trinca. Essa característica geométrica é virtualmente projetada a partir da ponta da fratura. O raio pode ser solicitado no Abaqus ou esperar o cálculo do programa que o determina como três vezes o comprimento característico do elemento finito representativo. No último passo se especifica o número de contornos a serem incluídos no domínio durante o cálculo dos fatores de intensidade de tensão (SIF).

O cálculo da integral de contorno é um dos aspectos mais importantes na análise de fraturas estacionárias, uma vez que oferece a medida para avaliar o tamanho crítico da fratura. Os fatores de intensidade de tensão são calculados ao longo do frente da trinca para um número finito de posições designados como pontos de avaliação da integral do contorno. Esses pontos são automaticamente determinados pelo Abaqus quando o frente da trinca atravessa o contorno do elemento. Para o domínio de contorno da integral de volume, o cálculo é realizado a partir dos anéis que rodeiam o elemento onde está a ponta da trinca, chamado de elemento de ponta da fratura. Os anéis abrangem completamente o elemento da ponta da fratura desde uma face até a outra. Um esquema destes contornos num corte da malha transversal à ponta da fratura pode ser observado na Figura 3.11.

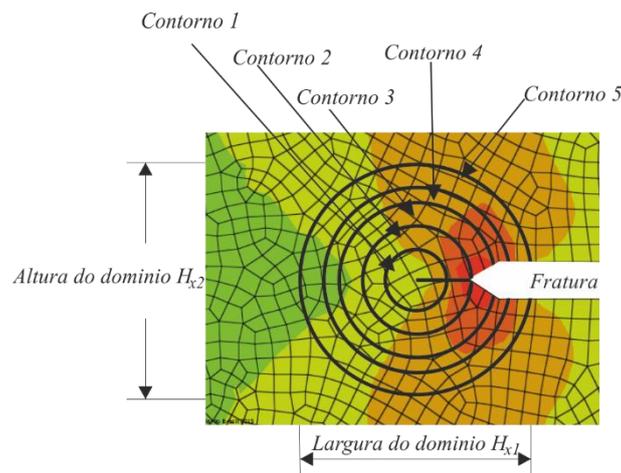


Figura 3.11 Representação da geometria do domínio do contorno e posição dos anéis

Para cada ponto de avaliação são executadas várias iterações das integrais de contorno, repetindo-se o processo para todos os contornos requeridos. O primeiro domínio de contorno abarca os elementos que envolvem o elemento da ponta da fratura, o domínio de contorno seguinte contém o primeiro domínio e o próximo anel conectado diretamente a este. Cada domínio de contorno subsequente é construído adicionando o próximo anel ao domínio do contorno anterior. Portanto, o tamanho do domínio de contorno total é determinado pelo número de contornos que estão incluídos nos cálculos da integral de contorno. Teoricamente, o cálculo da integral de contorno é independente do tamanho do domínio do contorno desde que seja válida a hipótese de paralelismo nas faces da fratura. Entretanto, por causa da aproximação da solução de elementos finitos, os fatores mudam em cada contorno e devem convergir com o aumento do domínio requisitado. Por conseguinte, devido ao grande desvio dos fatores nos primeiros elementos de contorno estes são rejeitados na análise.

3.1.6.1 Configuração da discretização espacial

Nesta seção serão explicadas as técnicas de discretização e os parâmetros correspondentes que são utilizados na modelagem geométrica das fraturas em 3D. Os casos de referência são discretizados tridimensionalmente com elementos hexaédricos. Tomando como exemplo o ensaio da viga com entalhe submetida a flexão mediante carregamento centrado, faz-se uma descrição da abordagem principal utilizada na discretização de todos os modelos.

O domínio do problema pode ser dividido em três regiões como diferentes densidades de elementos: (a) a região global longe da trinca; (b) a zona de propagação da trinca; (c) a região da ponta da trinca.

lado H_{x1} , H_{x2} e H_{x3} representam as dimensões de partição da ponta da trinca de forma análoga à partição anterior e conforme o sistema de coordenadas locais (x_1 , x_2 e x_3) ao longo do frente da fratura representado na Figura 3.12. A dimensão da malha da fratura p e a dimensão da malha na ponta da fratura h , se relacionam com as dimensões da partição utilizando a mesma notação descrita anteriormente como função da direção. Finalmente a partição global G inclui as dimensões gerais da malha que são definidas nas direções W , H e B . Desta maneira, para cada ponto de avaliação ao longo do frente da fratura, o domínio do contorno coincidirá com a partição da ponta da fratura.

Uma análise com alta densidade na ponta se restrita para determinadas condições de contornos dos modelos e configurações das fraturas uma vez que demanda maior tempo de processamento para alcançar os resultados. Em geometrias complexas, onde adaptar a malha para acompanhar a frente da fratura pode ser difícil, é interessante buscar uma técnica mais simples para a discretização do domínio em elementos finitos, por exemplo, através de uma distribuição desestruturada na ponta da fratura. Uma análise com este tipo de malha e uma discretização de baixa densidade se unem ao objetivo de uma modelagem flexível de fraturas via XFEM. Esta abordagem oferece um benefício fundamental que consiste numa construção fácil da malha e a flexibilidade no posicionamento da fratura dentro do domínio. A colocação livre de fraturas é uma das principais vantagens oferecidas pelo XFEM, sendo que uma abordagem flexível da malha é muito interessante do ponto de vista prático da modelagem em comparação com a análise de alta densidade, onde é preciso realizar várias partições com diferentes graus de complexidade.

Outros aspectos importantes do modelo são o tamanho do domínio para as integrais de contorno e o número de anéis selecionados. Os elementos anéis deverão permanecer dentro da partição da trinca onde o tamanho da malha é controlado, da mesma. Da mesma forma, as dimensões do domínio de contorno poderão ser otimizadas pela escolha apropriada do número de anéis a incluir na simulação.

3.1.6.2 Procedimento de pós-processamento

Durante o procedimento de pós-processamento são necessários alguns passos para extrair os dados das simulações. As diferentes variáveis solicitadas nas simulações devem ser avaliadas individualmente, considerando para isto possíveis configurações das fraturas. A partir dos pontos de avaliação do domínio de contorno são estimados os fatores de intensidade de tensão para todos os contornos incluídos nas integrais. Esse aspecto é considerado o mais relevante

desta etapa pois é possível avaliar a convergência das soluções em relação à quantidade de contornos solicitados e densidade da malha utilizada.

3.2 Equações governantes do problema de fraturamento hidráulico

A simulação do modelo de fraturamento hidráulico é fundamentada nas equações que regem o fenômeno as quais são definidas através de leis físicas e leis constitutivas que representam quatro fenômenos envolvidos: a deformação mecânica da matriz rochosa, o fluxo do fluido nos poros, o fluxo do fluido de fraturamento e a propagação da fratura (Carrier & Granet, 2012; Zielonka et al., 2014). São conhecidas as equações e relações constitutivas governantes deste acoplamento de processos com origem em: a teoria da poro-elasticidade para meios porosos de Biot, a Lei de Darcy para o fluxo de um fluido percolado pelos poros, a teoria de lubrificação de Reynold para o fluxo de fluido fraturante e o XFEM. Todas estas formulações estão disponíveis no Abaqus (Dassault Systèmes, 2013), e serão apresentadas de maneira resumida as equações que fundamentam o fenômeno sem considerar o fluido pois este será ignorado no modelo de fraturamento hidráulico estudado. Para o acoplamento dos comportamentos entre a rocha e o fluido é possível utilizar a simulação numérica via XFEM do fraturamento hidráulico, como tem sido comprovado em distintas pesquisas que garantem ter alcançado ótimos resultados na modelagem do problema (Segura & Carol, 2005; Naranjo & Soto, 2007; Adachi et al., 2007; Li et al., 2012; Sarris & Papanastasiou, 2012; Mohammadnejad & Khoei, 2013a e 2013b, Zielonka et al., 2014)

A equação do equilíbrio pode ser escrita com base no princípio do trabalho virtual, para um determinado volume na configuração atual do tempo t , como a seguinte expressão (Zhang et al., 2010; Zienkiewicz Taylor, 2005):

$$\int_v (\bar{\sigma} - p_w \mathbf{I}) \delta \dot{\epsilon} dV = \int_S \mathbf{t} \cdot \delta \mathbf{v} dS + \int_v \mathbf{f} \delta \mathbf{v} dV \quad (3.21)$$

onde, $\bar{\sigma}$ é a tensão, $\delta \dot{\epsilon}$ taxa de deformação virtual, $\delta \mathbf{v}$ é o vetor de incrementos de deslocamento virtual, p_w poropressão, \mathbf{I} é a matriz identidade, \mathbf{t} e \mathbf{f} representam as forças superficiais por área unitária e as forças de corpo, respectivamente.

3.2.1 Deformação do meio poroso

O meio poroso é idealizado como um material isotrópico e poro elástico sujeito a deformações quase estáticas. Sendo assim, a equação de equilíbrio considerada é:

$$\sigma_{ij,j} = 0 \quad (3.22)$$

Para pequenas deformações a lei constitutiva poro elástica é estabelecida a seguir:

$$\sigma_{ij} - \sigma_{ij}^0 = 2G\varepsilon_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon_{kk} - \alpha(p - p_0)\delta_{ij} \quad (3.23)$$

onde:

$$2G = \frac{E}{1 + \nu} \quad (3.24)$$

$$3K = \frac{E}{1 + \nu} \quad (3.25)$$

Nessas expressões tem-se que α é o coeficiente de Biot, G e K são os módulos elásticos cisalhante e volumétrico, respectivamente, enquanto E é o módulo de Young e ν o coeficiente de Poisson. Para um meio saturado é possível aceitar a equação de Terzaghi em tensões efetivas (Helwany, 2007; Dassault Systèmes, 2013):

$$\sigma'_{ij} = \sigma_{ij} + p\delta_{ij} \quad (3.26)$$

Considerando esta relação, a lei constitutiva apresentada na equação 3.26, pode ser rescrita:

$$\sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^0 = 2G\varepsilon_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon_{kk}\delta_{ij} - (\alpha - 1)(p - p_0)\delta_{ij} \quad (3.27)$$

As deformações efetivas são dadas pela expressão seguinte:

$$\varepsilon'_{ij} = \varepsilon_{ij} - \frac{\alpha - 1}{3K}(p - p_0)\delta_{ij} \quad (3.28)$$

Assim a relação constitutiva simplifica-se para:

$$\sigma'_{ij} - \sigma_{ij}^0 = 2G\varepsilon'_{ij} + \left(K - \frac{2}{3}G\right)\varepsilon'_{kk}\delta_{ij} \quad (3.29)$$

A equação anterior representa a lei constitutiva para materiais elásticos lineares expressados em tensões efetivas σ' e deformações efetivas ε' .

3.2.2 Fenômeno de início e propagação da fratura

O fraturamento pode ser definido como uma transição entre dois estados limites: o estado onde não existe dano que é caracterizado por deslocamentos contínuos e tensões em todas as direções e o estado de total dano onde aparece uma descontinuidade ao longo da interface do material com tensões nulas na direção normal à sua superfície. A simulação desse processo precisa da definição de uma lei de coesão ou uma relação constitutiva de abertura-tensão na interface (Dassault Systèmes, 2013). A Figura 3.13 representa o princípio adotado pelo XFEM segundo uma lei de amolecimento linear.

Assim, a curva é definida pela energia coesiva G_c representada pela área abaixo desta e a resistência coesiva ou efetiva. O descarregamento da curva de tração é descrito linearmente

através da rigidez de dano K_p . As forças de contato na interface de uma fratura hidráulica estão dadas pela relação seguinte:

$$T = K_p w \quad \text{com } 0 \leq w \leq w_p \quad (3.30)$$

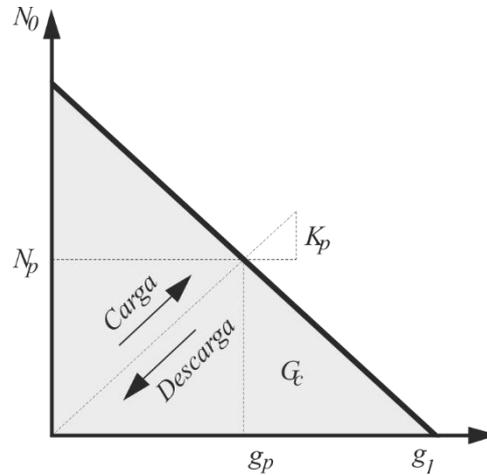


Figura 3.13 Relação constitutiva utilizada em XFEM para representar a separação por tração na interface (Modificado de Dassault Systèmes, 2013)

Um instante após aparecerem as trinca, serão pressurizadas pelo fluido de fraturamento, p_f . A tração máxima que os elementos da interface terão que resistir se escreve a seguir:

$$T = K_p w - p_f \quad \text{com } 0 \leq w \leq w_p \quad (3.31)$$

3.3 Hipóteses preliminares dos modelos de fraturamento hidráulico

Devido à complexa propagação da geometria da fratura hidráulica, além de diferentes condições de tensão *in situ* e outras dificuldades que apresentam o problema, é imprescindível estabelecer determinadas suposições para conseguir desenvolver a simulação:

- O meio é considerado isotrópico;
- O maciço rochoso está totalmente saturado;
- O escoamento é governado pela lei de Darcy;
- O processo de acoplamento entre tensão e fluxo de fluido no maciço rochoso deformável é governado pela teoria de consolidação de Biot (Biot, 1941);
- A permeabilidade não varia com a tensão;
- O fluxo do fluido nas fraturas é governado pela teoria de lubrificação.

Essas hipóteses não são válidas para a maioria das rochas que compõem os reservatórios, as quais são consideradas como uma grande massa naturalmente fraturada.

3.4 Conclusões parciais

Foi brevemente explicado o XFEM através da implementação das funções de forma enriquecidas e graus de liberdade adicionados à aproximação padrão de elementos finitos. O XFEM permite a representação de trincas sem precisar discretizar nas superfícies da fratura, por conseguinte, a geometria da fratura é completamente independente da configuração de malha e como resultado não é necessário de remalhagem. Através do XFEM é realizada uma simulação mais rápida do início e propagação da fratura. O XFEM foi usado para investigar problemas de fratura hidráulica em pesquisas recentes (Lecampion, 2009; Weber et al, 2013; Chen, 2013). Para além de contar com a ferramenta numérica para realizar um projeto de fraturamento hidráulico, é importante conhecer as equações que governam o fenômeno, assim como as simplificações que podem ser assumidas.

CAPÍTULO 4 – SIMULAÇÕES NUMÉRICAS COM VALIDAÇÃO EXPERIMENTAL

Para testar a eficácia e aplicabilidade da simulação numérica de fraturas baseada no XFEM, é necessário realizar uma comparação com resultados conhecidos. As comparações realizadas neste trabalho são divididas em dois grupos fundamentais: no primeiro verifica-se o desempenho numérico do XFEM para simulação da propagação de fraturas arbitrárias da situação de laboratório; o segundo grupo tem por objetivo determinar os fatores de intensidade de tensão para estabelecer uma comparação com modelos analíticos, no caso da fratura estacionária. Serão abordados dois casos de validação que visam examinar a precisão do XFEM na representação da curva de carga-abertura, no cálculo dos fatores de intensidade e na reprodução da direção da fratura durante a propagação. Os casos de fratura analisados são: o ensaio em discos compactos submetidos à tração, CDT, (ASTM D7313, 2013) e o teste da viga apoiada em três pontos, com entalhe, submetida à flexão, SEN(B) (ASTM E399, 2012). Nos modelos numéricos serão realizadas análises de sensibilidade da discretização, o qual é um aspecto de interesse na simulação de fraturas via XFEM.

Sendo assim, será discutida brevemente a metodologia seguida para analisar a convergência das soluções, onde se explicam as características e parâmetros da discretização dos modelos CDT e SEN(B). Os principais parâmetros e técnicas utilizados nas análises de convergência, dos casos de referência simulados, serão descritos, assim como o procedimento utilizado para avaliar as fraturas estacionárias. Finalmente, mostram-se as análises e resultados das simulações numéricas representativas, com o objetivo de debater o desempenho do XFEM.

4.1 Aspectos gerais das simulações

O primeiro modelo de validação é o disco compacto submetido à tração, utilizado para avaliar a energia de fratura dos pavimentos por Wagoner et al. (2005) (ASTM D7313, 2013). O corpo de prova em forma de disco tem a vantagem de ser facilmente fabricado no laboratório ou extraído por testemunho *in loco*. Wagoner et al. (2005) investigou o comportamento à fratura de amostras CDT extraídas de um pavimento de concreto asfáltico. O trabalho dos pesquisadores descreve a geometria e configuração do ensaio CDT e as curvas carga-abertura obtidas, assim como os valores de energia de fratura correspondentes, garantindo estatisticamente a confiabilidade nos resultados. Nesse sentido, o segundo modelo de validação é o ensaio da viga apoiada em três pontos com entalhe e carga centrada, o qual foi realizado por Evangelista et al. (2013) para caracterizar os parâmetros de fratura de diferentes grupos de concretos no laboratório.

No programa Abaqus o módulo de XFEM permite a simulação de fraturas em propagação arbitrária ou estacionária, aspecto que foi aproveitado para validar a ferramenta numérica em ambos modelos de validação estudados. Os ensaios numéricos mediante XFEM para fraturas de propagação arbitrárias serão abordados em duas dimensões, adotando a hipótese de estado plano de deformação, em um material elástico e isotrópico.

A convergência do fator de intensidade de tensão com a densidade da malha é analisado na simulação do CDT em 3D, enquanto que, no modelo SEN(B) é pesquisada a convergência da malha para os ensaios de propagação arbitrária em 2D, em relação à aproximação da carga pico.

A simulação numérica de fraturas estacionárias em 3D será comparada através dos fatores de intensidade de tensão no modelo SEN(B) com uma solução analítica do problema. A equação do fator de intensidade no modelo SEN(B) via analítica é uma solução definida e de uso generalizado na comparação com resultados de métodos baseados em elementos finitos.

4.2 Casos de referência para validação do XFEM

Para avaliar a eficiência do XFEM em problemas de fraturas foram aproveitados os dados de experimentos em discos sob tração compactos (Disk-Shaped Compact Tension Test ou CDT) publicados por Wagoner et al. (2005) e em vigas de concreto testadas a flexão (SEN(B)), explicado no trabalho de Evangelista et al. (2013). Além disso, será apresentado o modelo de fraturamento hidráulico em escala reduzida implementado no laboratório por Fallahzadeh et al. (2015) para estudar os efeitos da fratura inicial.

4.2.1 Disco compacto sujeito a tração (CDT)

O primeiro modelo de validação é representado na Figura 4.1. Trata-se de uma amostra cilíndrica extraída de um pavimento e submetida à tração uniaxial seguindo a normativa ASTM D7313 (Wagoner et al., 2005; ASTM D7313, 2013). A amostra apresenta as seguintes dimensões $D = 150 \text{ mm}$, $\phi = 25 \text{ mm}$, $d_a = 25 \text{ mm}$, $C = 35 \text{ mm}$ e $W = 110 \text{ mm}$, o comprimento do entalhe induzido é $a + C = 62,5 \text{ mm}$, enquanto que, a espessura é $e = 50 \text{ mm}$.

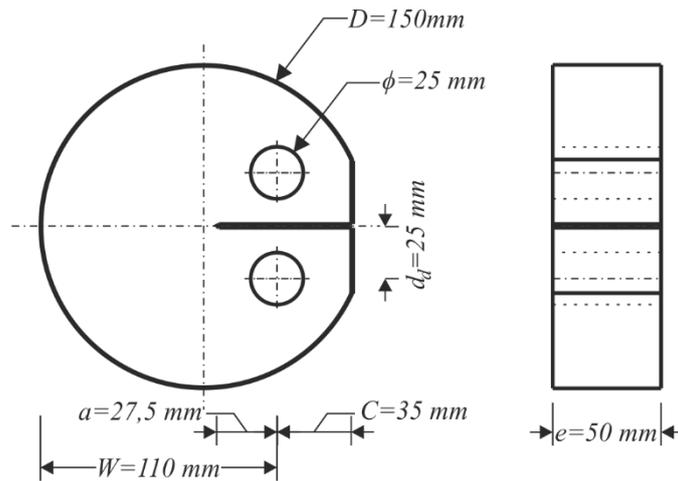


Figura 4.1 Dimensões do corpo de prova para ensaio CDT

As propriedades do material utilizado no disco são apresentadas na Tabela 4.1.

Tabela 4.1 Parâmetros do material do disco compacto para ensaio CDT (Wagner et al., 2005)

Parâmetros	Valores
Energia de fratura	$G_F = 328N/m$
Resistência à tração	$f'_t = 3.56MPa$
Módulo de Young	$E = 14.2GPa$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0.35$

4.2.2 Viga apoiada com entalhe centrado submetida a flexão SEN(B)

Este clássico teste foi recentemente realizado por Evangelista et al. (2013) e seus resultados servirão para simular o ensaio via XFEM. As dimensões da viga testada, a posição do entalhe, as condições de contorno, assim como a metodologia do ensaio SEN(B) estão representados conforme a Figura 4.2.

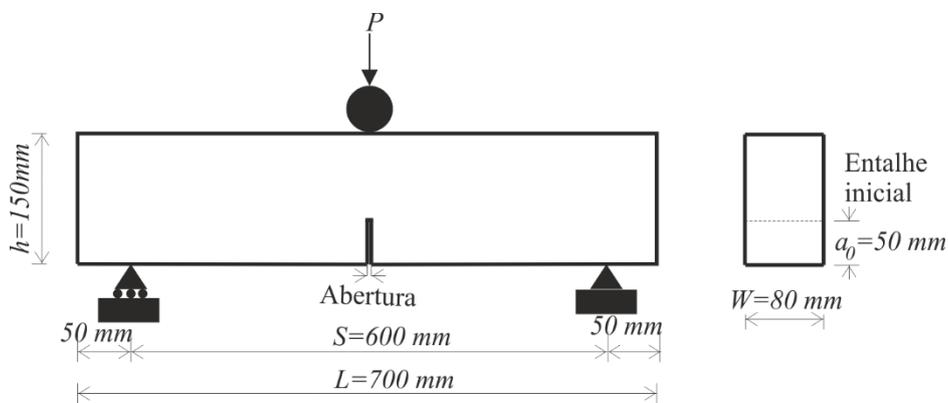


Figura 4.2. Viga com entalhe apoiada em três pontos e solicitada a flexão SEN(B)

Os parâmetros do material considerados nas vigas são apresentados na Tabela 4.2.

Tabela 4.2 Características do material no modelo SEN(B) (Evangelista et al., 2013)

Parâmetros	Valores
Energia de fratura	$G_F = 99N/m$
Resistência à tração	$f'_t = 5.04MPa$
Módulo de Young	$E = 27GPa$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0.19$
Densidade do concreto	$\rho_{conc} = 2400kg/m^3$

4.3. Análises de convergência

As análises de convergência são realizadas para cada parâmetro de interesse utilizado na discretização espacial com elementos finitos, tais como o tamanho da malha e o tipo de elemento. Esse estudo é realizado a propósito da precisão do modelo.

4.3.1 Tipos de elementos finitos disponíveis em Abaqus/XFEM

A escolha do tipo de elemento é uma tarefa de grande importância para realizar uma análise com XFEM. O conjunto de elementos controla a forma discreta do modelo e sobre eles resolvem-se as equações de comportamento. Por isso, uma escolha inadequada do elemento pode levar a erros numéricos na solução.

Para a modelagem de fraturas estacionárias no programa Abaqus via XFEM estão disponíveis dois tipos de elementos 3D: elemento tetraédrico e o elemento hexaédrico, conforme se apresenta na Figura 4.3. Os elementos tetraédricos podem ser utilizados para aproximações de primeira ordem (linear) e segunda ordem (quadráticas), enquanto que os elementos hexaédricos estão limitados à primeira ordem no modelo XFEM. O elemento tetraédrico linear utiliza um único ponto de integração para calcular a rigidez, enquanto que, o elemento de segunda ordem utiliza quatro pontos de integração para determinar a matriz rigidez. O elemento hexaédrico de integração completa utiliza oito pontos de integração, e o elemento hexaédrico com integração reduzida utiliza somente um. O elemento hexaédrico de primeira ordem é representado no Abaqus como C3D8 com plena integração e C3D8R para integração reduzida. O elemento tetraédrico de primeira ordem representa-se como C3D6 e de segunda ordem como C3D10.

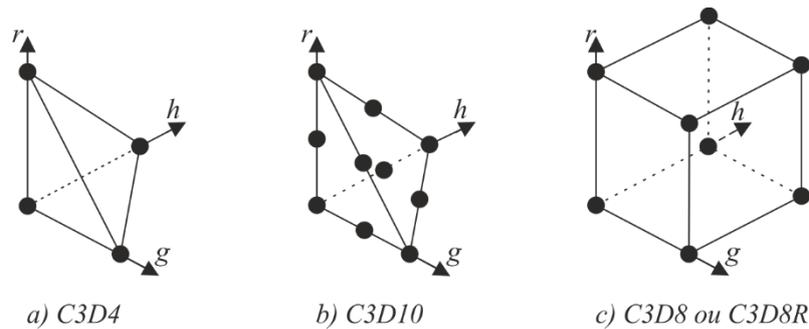


Figura 4.3 Elementos isoparamétricos utilizados em XFEM (a) Tetraedro de primeira ordem (b) tetraedro de segunda ordem (c) hexaedro de primeira ordem.

É relevante a seleção do tipo de elemento, embora este aspecto não vai ser objeto de discussão na apresentação das simulações, porque foi considerado mais importante estudar a densidade da malha dos modelos.

4.3.2 Estudo da densidade da discretização

Serão realizados ao longo deste estudo dois tipos de análises da densidade da malha de modo a garantir resultados com precisão. No modelo CDT as análises estão baseadas em modelos tridimensionais, enquanto que, no modelo SEN(B), a densidade da malha é estudada para condições em 2D. O objetivo da primeira investigação é observar o efeito da densidade de malha nos resultados do fator de intensidade de tensão do modelo CDT. Na segunda análise se observa como a quantidade de elementos finitos afeta a aproximação da carga máxima obtida no laboratório.

A geometria dos modelos é dividida em diversas seções denominadas partições. Essa definição é extremamente útil para especificar particularidades nas propriedades, especialmente o tamanho da malha, mas também podem ser especificadas diferentes propriedades dos materiais, cargas e condições de contorno, entre outras. Para controlar a discretização, o tamanho da malha deverá ser especificado nas bordas da partição conforme se apresenta na Figura 4.4.

As análises de malha realizadas neste trabalho são fundamentadas em uma alta densidade de elementos finitos, adotando as recomendações do manual do programa Abaqus em relação ao tamanho da malha na ponta da trinca e o tamanho do domínio de contorno (Dassault Systèmes, 2013). Além de configurar a discretização, é preciso dizer que ela é motivada pela complexidade do problema de fraturas, o qual está sujeito à grande influência do tamanho dos elementos na ponta e os parâmetros do domínio de contorno.

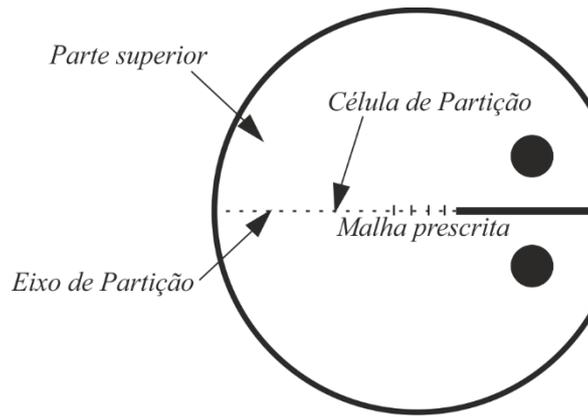


Figura 4.4 Representação do modelo particionado e com tamanho de elemento prescrito no eixo da partição

Para geometrias complexas sugere-se investigar uma malha menos densa e desestruturada, que não precise adaptar-se à direção da ponta da trinca.

4.4 Cálculos relativos aos modelos em 3D

Para cada contorno, o programa Abaqus realiza uma avaliação da integral de contorno correspondente e se determina o fator de intensidade de tensão, $K_{i,anel}$. Nas simulações de fraturas estacionárias dos modelos analisados neste trabalho será possível estimar para cada ponto de avaliação as seguintes variáveis:

- K_i , estimativa do fator de intensidade de tensão nos modos I, II e III
- ϵ_{rel} , erro relativo do fator de intensidade de tensão em relação à solução de referência.

Note-se que apenas os pontos de avaliação ao longo do frente da fratura são considerados no relatório. A estimativa de K_i é realizada a partir do valor do fator de intensidade de tensão em cada ponto de avaliação do contorno $K_{i,anel}$ utilizando a seguinte expressão:

$$K_i = \frac{1}{N - n} \sum_{anel=n+1}^N K_{i,anel} \quad (4.1)$$

onde n que o número de anéis excluídos e N é o total de contornos solicitados na integral de contorno. A variável *anel* especifica o número desses elementos utilizados no cálculo das integrais de contorno. O fator de intensidade de tensão é estimado como o valor médio, onde os primeiros contornos n geralmente são divergentes e não serão considerados.

Dessa forma, calcula-se o erro para avaliar a oscilação numérica da solução pelo XFEM em relação a uma formulação de referência, para representar uma medida de convergência. O erro relativo para o fator de intensidade de tensão é calculado via XFEM como:

$$\epsilon_{rel} = (K_I - K_{ref})/K_{ref} \quad (4.2)$$

onde K_{ref} é a solução de referência especificada na análise. Para uma análise de convergência o modelo mais utilizado para a análise de casos de referência K_{ref} é a solução de forma fechada. A determinação do erro foi necessária na aproximação do K_I no modelo da viga SEN(B) por ser o único caso para o qual existe uma solução analítica de referência para este fator de intensidade de tensão.

4.5 Simulação numérica do modelo CDT

Essa simulação desenvolve-se com a finalidade de obter a validação do XFEM no ensaio numérico de fraturas do modelo de disco em forma compacta submetido à tração.

4.5.1 Estudo da densidade da discretização no modelo CDT

Tanto para os modelos em 2D como em 3D analisaram-se três configurações da malha: grossa, intermediária e fina, conforme é representado na Figura 4.5 no modelo plano. Os resultados numéricos do modelo CDT em 2D e 3D, apresentados na pesquisa, correspondem à discretização aprimorada.

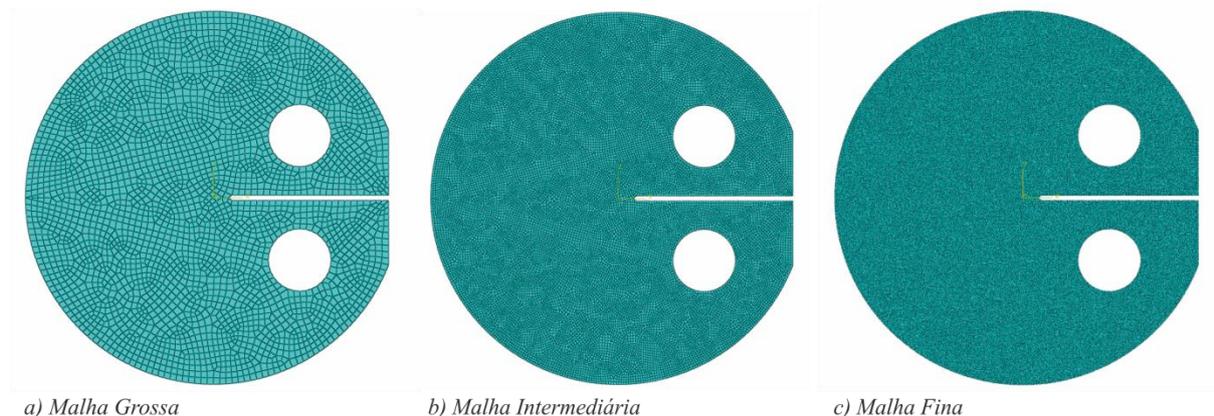


Figura 4.5 Malha do modelo em 2D (a) grossa (b) intermediária (c) fina

Um estudo da convergência, em função da densidade da malha, foi realizado no modelo de fratura estacionária em 3D conforme se observa na Figura 4.6 para uma malha fina. Na modelagem em três dimensões do CDT foram utilizados elementos do tipo C3D8R, como é apresentado na Figura 4.6.

Iniciou-se a análise com aproximadamente $5 \cdot 10^5$ de elementos e chegou-se até $75 \cdot 10^5$ elementos. À medida que se aumentava a densidade da malha nas simulações, ou seja, diminuía-se o tamanho dos elementos, se observava que o fator de intensidade de tensão no

segundo modo (K_{II}) estava convergindo para um mínimo, conforme representado na Figura 4.7.

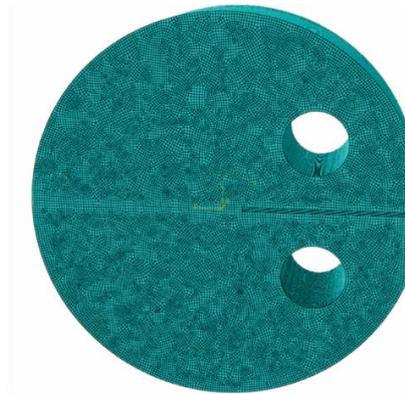


Figura 4.6 Malha fina do modelo CDT em 3D (1 772 581 de nós e 1 732 700 elementos)

Na primeira simulação obteve-se um K_{II} de $0.10 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$ e nas outras simulações o valor diminuiu até aproximadamente $K_{II} = 0.4 \text{ MPa}\sqrt{\text{m}}$, ou seja, o aumento do número de elementos sugere uma melhor aproximação nas magnitudes dos fatores de intensidade de tensão. Essa afirmação se deve a que no ensaio CDT deverá predominar uma propagação de fraturas no modo de abertura puro (K_I). A partir de aproximadamente $17 \cdot 10^5$ elementos finitos o valor do fator de intensidade no Modo II de propagação começa a diminuir em incrementos menores, conforme a Figura 4.7, porquanto esta quantidade de elementos foi considera apropriada para realizar todas as simulações seguintes de fratura estacionária.

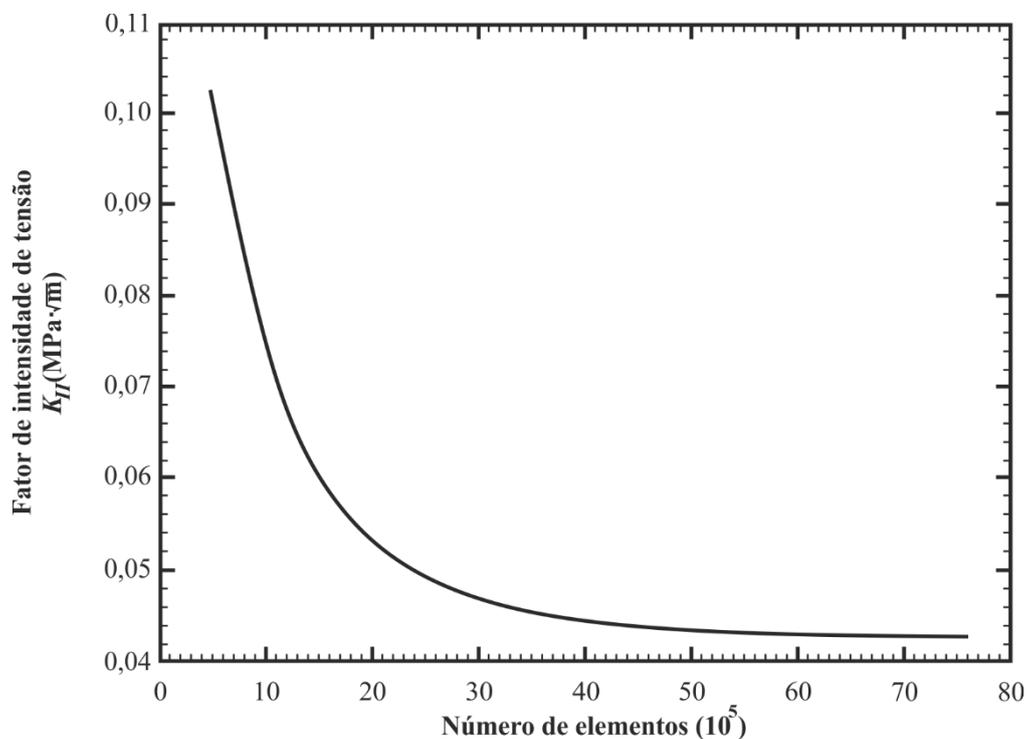


Figura 4.7 Linha de tendência durante o estudo de sensibilidade da discretização no modelo CDT em 3D

4.5.2 Resultados numéricos

Tem-se especial atenção à presença do entalhe no elemento ensaiado, e note-se que o desvio na trajetória da fratura advirta a presença do modo puro de abertura. Na Figura 4.8 apresentam-se os elementos enriquecidos que definem as faces da fratura.

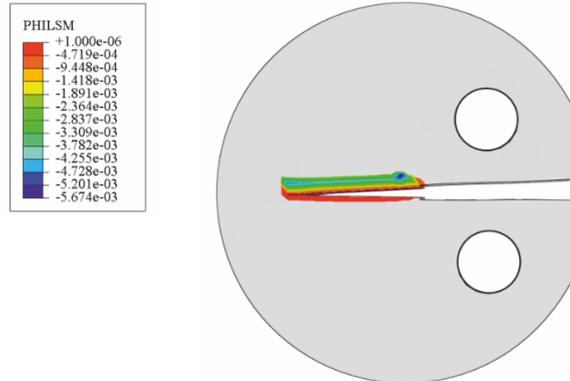


Figura 4.8 Representação dos elementos enriquecidos ao longo da fratura no modelo CDT/2D. Apesar de se apresentar um predomínio da propagação no Modo I das simulações em 2D, deparou-se com resultados onde a trajetória da fratura desviava-se do eixo horizontal do modelo, conforme apresentado na Figura 4.9. As simulações numéricas demonstraram a capacidade do método na detecção de mudanças na energia de fratura. Na figura abaixo, se representam as tensões equivalentes de Von Mises nos pontos de Gauss da malha. Como se pode observar, as tensões assumem valores máximos em torno do vértice do entalhe.

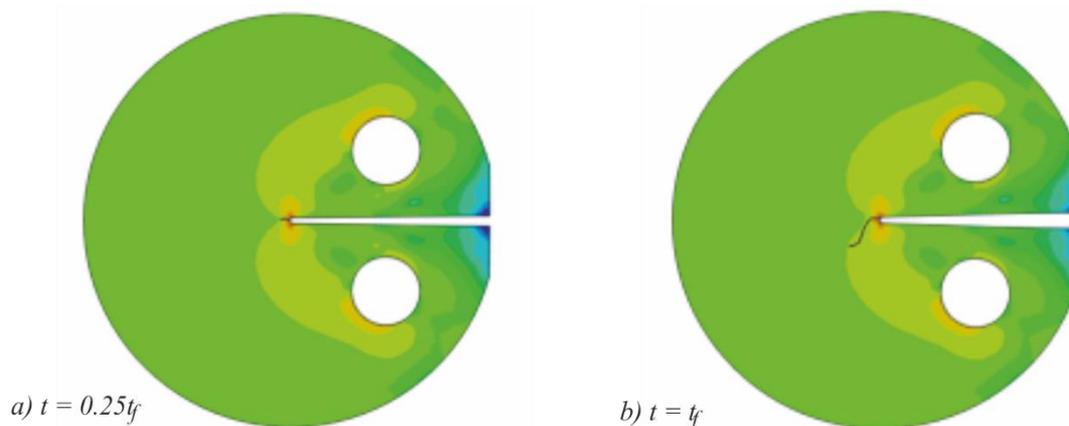


Figura 4.9 Tensões de Von Mises e propagação da fratura para dois passos de tempo
(a) $t = 0,25t_f$ (b) $t = t_f$

O resultado do comportamento representado pela curva carga-abertura foi comparado com os resultados experimentais na Figura 4.10. Observa-se uma boa correspondência do modelo XFEM com os resultados no laboratório. É notável que a inclinação da curva durante o carregamento no ensaio numérico coincide com os resultados experimentais. O valor de carga

máxima obtido pelo XFEM é um pouco maior que os resultados de Wagoner et al. (2005). Após o pico, os resultados numéricos são intermediários em relação às curvas experimentais.

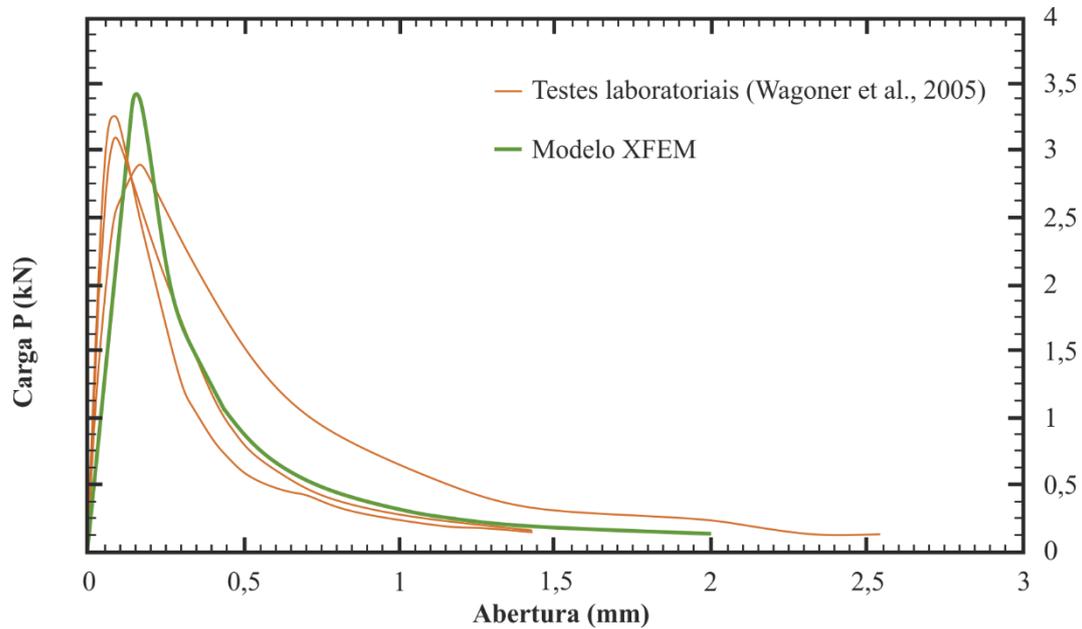


Figura 4.10 Resultados experimentais e numéricos via XFEM no modelo CDT

Para o modelo em 3D estuda-se a propagação da fratura estacionária. Na Figura 4.11 apresenta-se a distribuição dos fatores de intensidade de tensão ao longo do comprimento da fratura. Observe-se que a quantidade de pontos plotados corresponde ao número de pontos de avaliação utilizados no modelo XFEM. As simulações numéricas em 3D foram realizadas utilizando os mesmos parâmetros do material do modelo bidimensional. É notável o predomínio do Modo I na propagação da fratura, conforme apresentado na Figura 4.11.

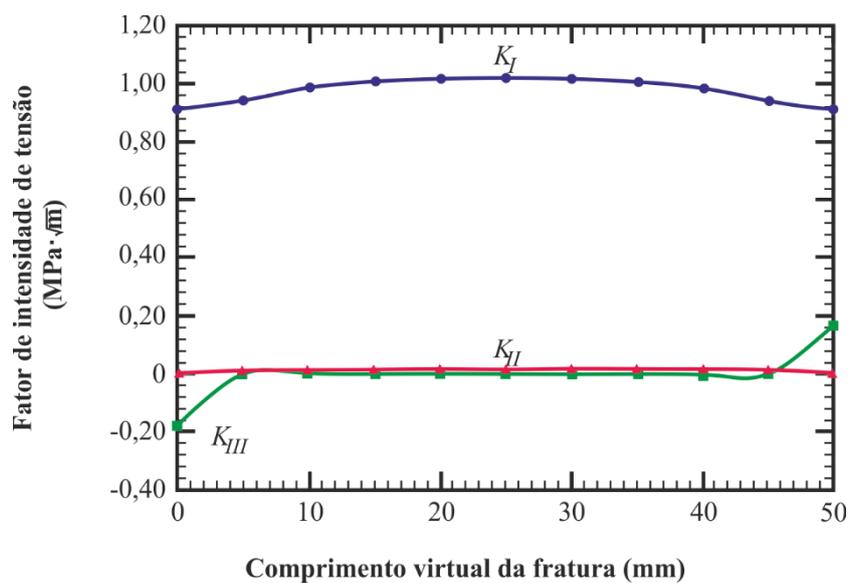


Figura 4.11 Fatores de intensidade de tensão para os pontos de avaliação distribuídos ao longo do comprimento da fratura

4.6 Simulação numérica de viga apoiada em três pontos com entalhe SEN(B)

A seguir são apresentados os resultados numéricos obtidos com o XFEM para o modelo experimental descrito por Evangelista et al. (2013). Como no primeiro modelo de validação, nesse ensaio numérico se considera a hipótese de deformação plana para resolver o problema de propagação arbitrária da fratura em 2D. Se realizará uma comparação das soluções numéricas e analíticas através de um análise de fratura estática com o modelo em 3D. A viga em 3D é idealizada como um sólido homogêneo e que não apresenta fratura. Em 2D e 3D o aumento da força provoca um aumento da tensão ao redor da ponta da trinca de forma linear até alcançar a resistência à tração do material. A zona de processo da fratura começa a se desenvolver em seguida levando a um comportamento não linear do modelo, onde aumentos da carga nesta etapa podem levar a uma propagação arbitrária da fratura.

4.6.1 Estudo da densidade da discretização para o modelo SEN(B)

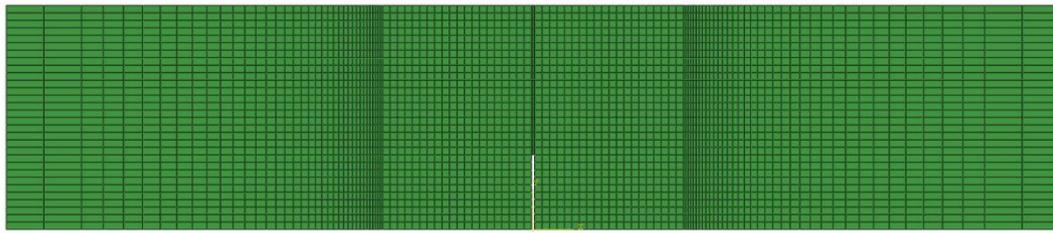
Foi realizado um estudo de convergência da malha para determinar o número de elementos que compõem uma ótima discretização sob o ponto de vista de precisão das simulações. Nesse estudo foram consideradas malhas estruturadas de elementos de deformação plana mais refinadas na região da fratura, como se pode observar na Figura 4.12. Foram computadas as cargas máximas obtidas para um mesmo deslocamento aplicado com diferentes densidades de malhas, conforme se apresenta na Figura 4.12. Para avaliar o desempenho da densidade da malha consideraram-se os quatro casos listados na Tabela 4.3, onde é apresentado a configuração da discretização, a evolução do erro relativo e o tempo de processamento das diferentes simulações.

O erro relativo à aproximação da carga pico do ensaio foi calculado segundo a equação:

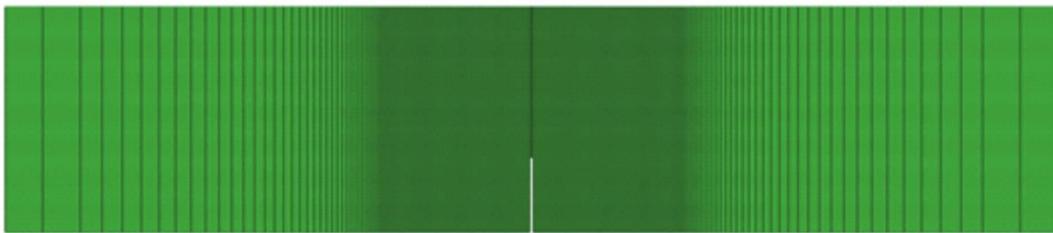
$$e = \frac{P_{m\acute{a}x} - P_{prova}}{P_{prova}} \cdot 100 \quad (4.3)$$

Na Figura 4.13 apresenta-se a magnitude dos erros com base na aproximação à carga máxima via XFEM. No eixo das abcissas é representada a quantidade de nós utilizados no modelo, o que foi tomado como parâmetro de caracterização da densidade da malha, enquanto que no eixo das ordenadas é representado o tempo de processamento consumido para a simulação, assim como o erro relativo alcançado durante aproximação da $P_{m\acute{a}x}$ via XFEM. Como se pode observar, o aumento da quantidade de nós implica em maiores tempos de processamento e uma redução significativa do erro relativo, que atinge o valor de 0,30 % no modelo de mais refinada discretização. É razoável que os erros no modelo XFEM sejam desprezíveis, uma vez

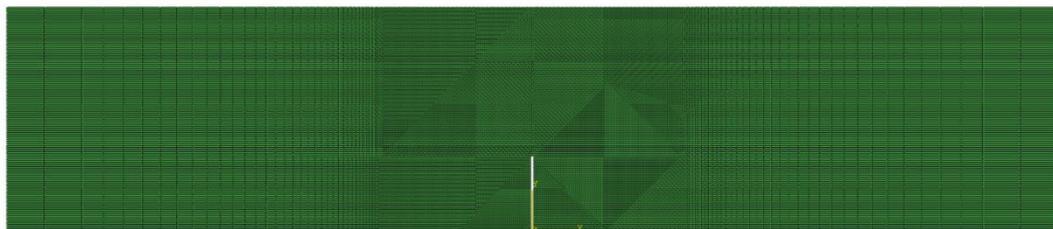
que o método implanta funções de enriquecimentos ao redor da fratura para obter melhores aproximações das singularidades no campo de forças de reação.



a) Malha Grossa



b) Malha Intermediária



c) Malha Fina

Figura 4.12 Discretização da viga em elementos finitos tipo CPE4 (a) grossa (12 625 elementos) (b) intermediária (22 610 elementos) (c) fina (41 000 elementos)

Tabela 4.3 Estudo da discretização e resultados das simulações do modelo SEN(B)

Caso	Tipo de elemento	Número elementos	Número de Nós	Tempo CPU (min)	$P_{m\acute{a}x}$ Nodal (kN)	Erro respeito a $P = 3,56 \text{ kN}$ (%)
1	CPE4	12625	12895	18	3,33	6,46
2	CPE4	22610	22967	76	3,47	2,52
3	CPE4	33678	33966	112	3,50	1,69
4	CPE4	41000	41475	130	3,55	0,30

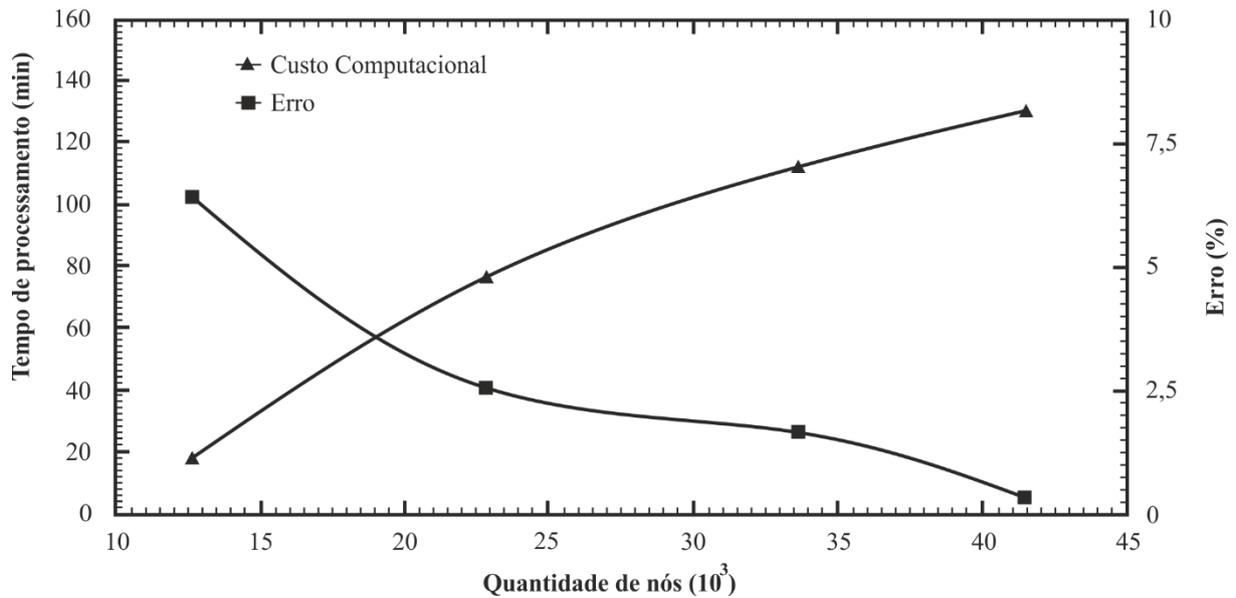


Figura 4.13 Representação do erro e do tempo de processamento em função da discretização do modelo SEN(B)

4.6.2 Resultados numéricos

Baseado na metodologia do ensaio, esperar-se que a simulação da fratura apresente uma propagação dominada pelo Modo I, como pode ser observado na Figura 4.14 pelos resultados de deformação da viga e pela propagação da fratura no final da análise. O comprimento total da fratura foi registrado no centro da viga, atingindo aproximadamente a metade da distância entre a ponta do entalhe e o topo do modelo.

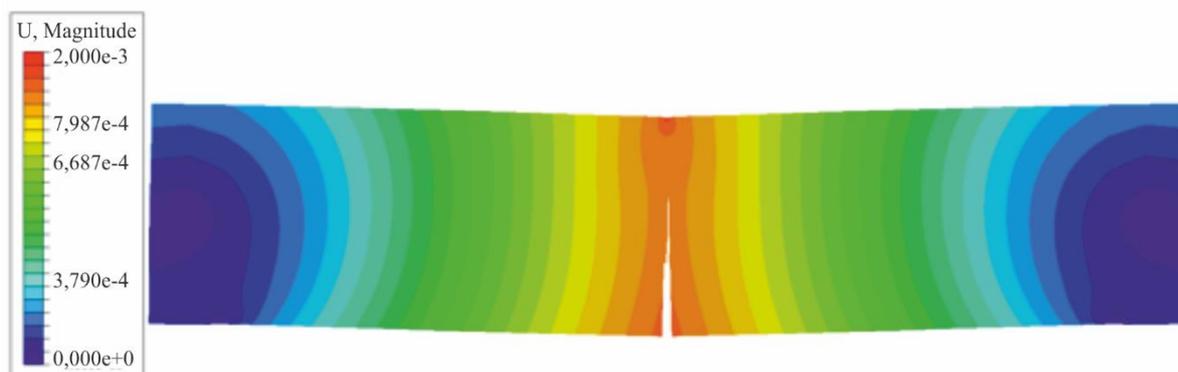
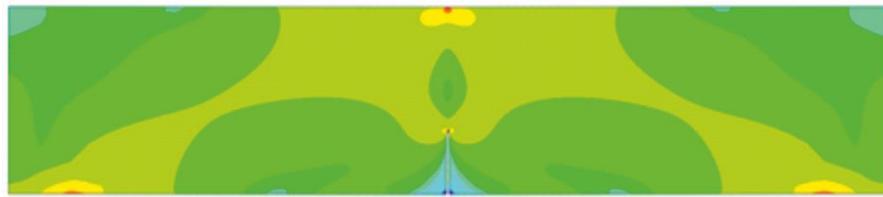
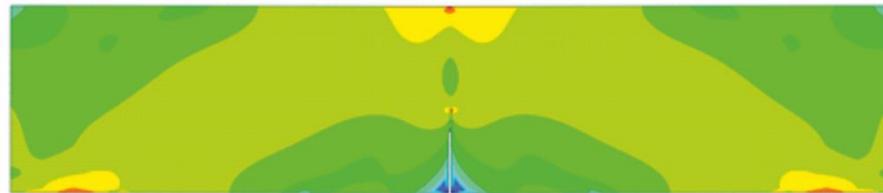


Figura 4.14 Deformada da viga e representação da fratura ao centro do modelo SEN(B)

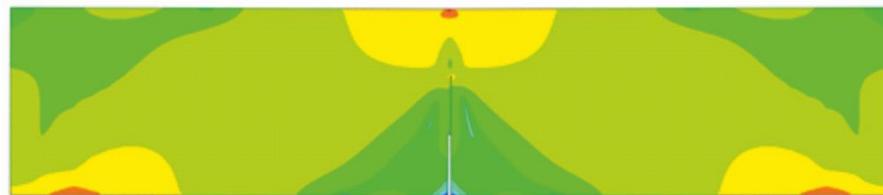
Da mesma maneira que no campo de deslocamentos, as tensões são simétricas devido à geometria e condições de contorno do modelo, assim como a posição da carga. A tensão é máxima na ponta da fratura ao final da propagação é apresentada na Figura 4.15.



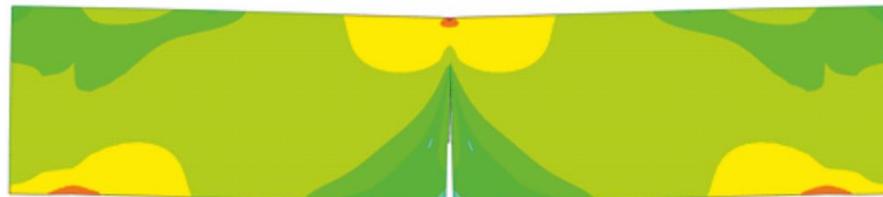
a)



b)



c)



d)

Figura 4.15 Representação das tensões de von Mises para diferentes comprimentos da fratura no modelo SEN(B) (a) $a = 0,1 \text{ mm}$ (b) $a = 5 \text{ mm}$ (c) $a = 22 \text{ mm}$ (d) $a = 54 \text{ mm}$

Ao longo de uma trajetória próxima à linha de fratura é analisado o desenvolvimento do estado de tensões de Mises, considerou-se a distribuição das tensões no centro da viga desde o entalhe até a superfície carregada ($50 \text{ mm} \leq h \leq 150 \text{ mm}$). A tensão final nos pontos de integração para cada elemento da interface foi plotada e comparada com o resultados determinados por Evangelista et al. (2013), para o estágio de carga $0,5 P_{m\acute{a}x}$ pós-pico conforme se observa na Figura 4.16. A diferença existente no trecho de 75 a 85 mm da altura da viga é devido às considerações do modelo numérico de elementos coesivos utilizados na pesquisa de referência. Observa-se que o valor mais alto da tensão está localizado no ponto de carga do modelo.

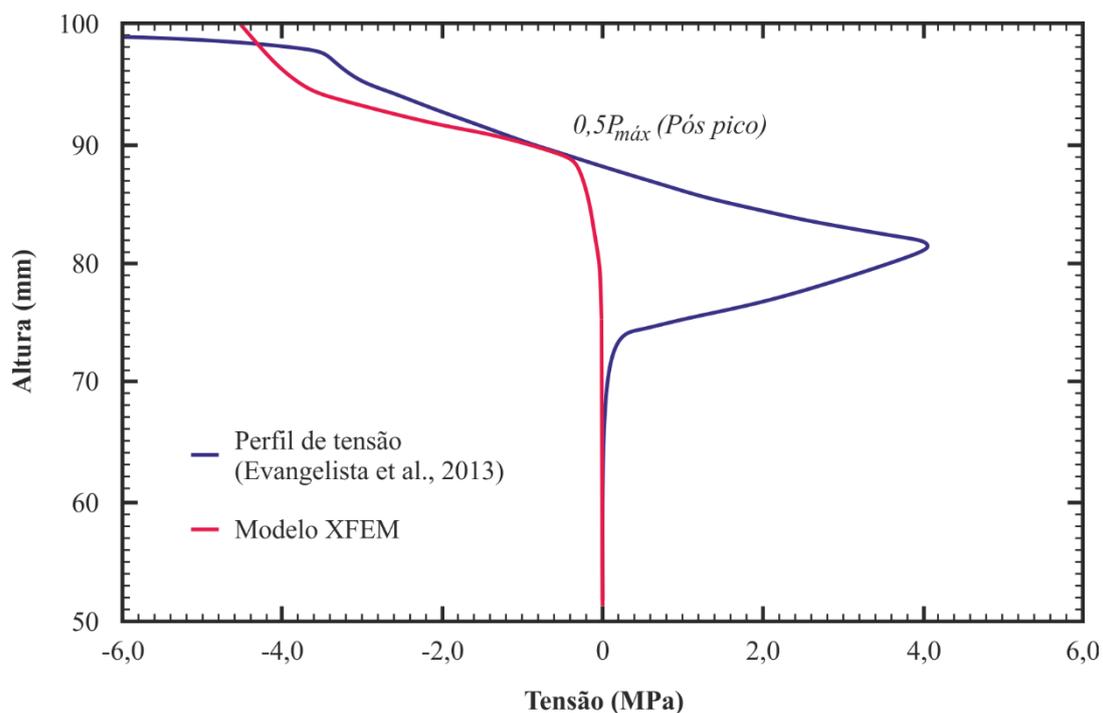


Figura 4.16 Avaliação da tensão em elementos adjacentes à fratura

As curvas de carga-abertura obtidas pelo modelo XFEM são comparadas com as experimentais na Figura 4.17. Nota-se que a carga máxima alcançada pelo XFEM representa a força de reação atuante no nó central do topo para um deslocamento controlado. Observa-se uma mudança prematura na inclinação da curva do modelo numérico durante a fase de carregamento e início da fratura, mas no geral os resultados são satisfatórios.

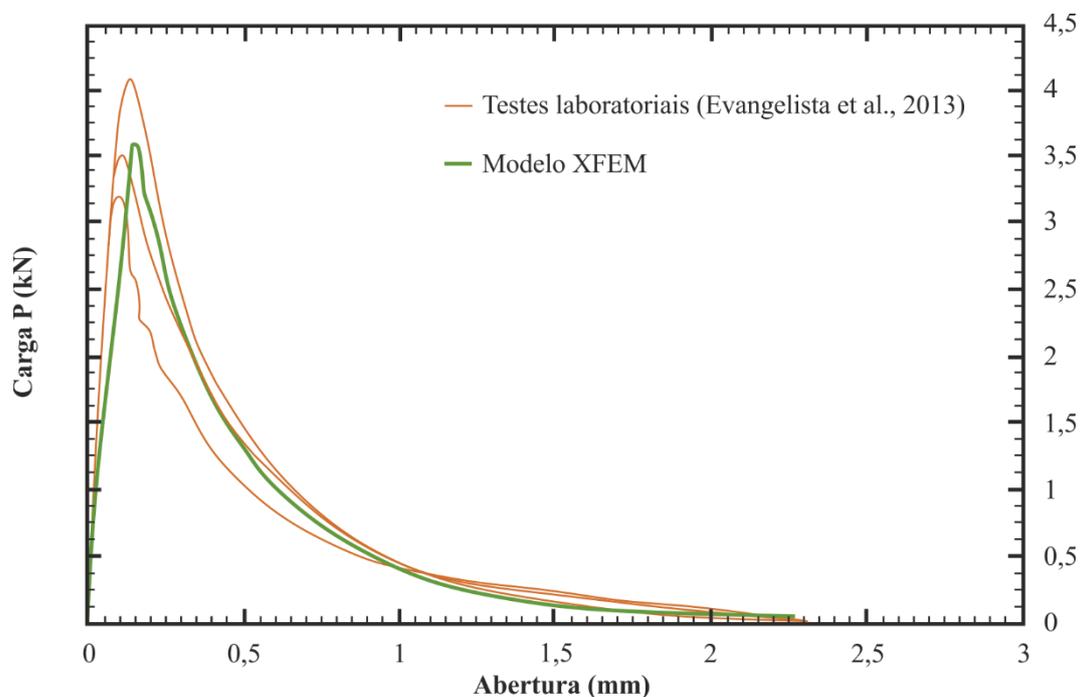


Figura 4.17 Resultados experimentais e da simulação numéricas via XFEM em vigas com entalhe submetidas a flexão

O programa Abaqus permite representar os elementos enriquecidos, assim como os valores de distância e sinal (positivo o negativo) destes elementos, conforme apresentado na Figura 4.18. A transição entre os elementos positivos e negativos indica a posição da superfície da fratura.

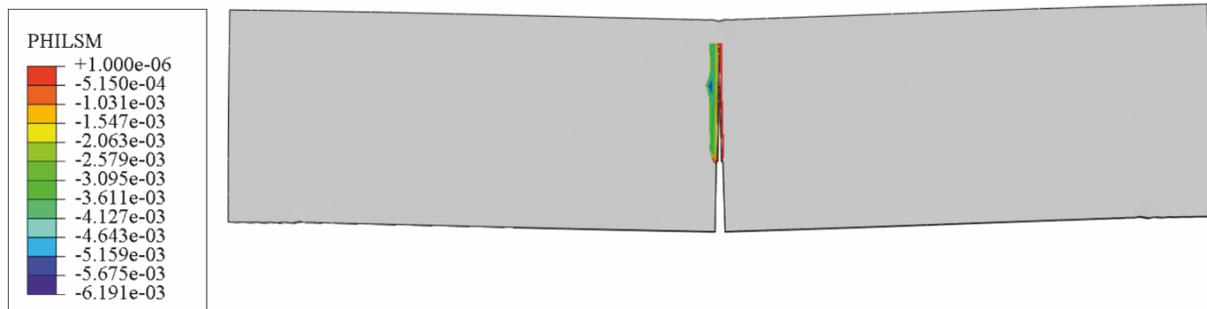


Figura 4.18 Representação dos elementos enriquecidos ao longo da trinca

As curvas de força de reação, correspondente ao deslocamento, aplicado versus a abertura são determinadas para as leis de amolecimento linear e exponencial, conforme se apresenta na Figura 4.19. A curva correspondente ao amolecimento exponencial apresenta melhor aproximação da carga limite nos resultados experimentais. Apesar disso, a utilização do amolecimento linear faz com que a curva mostre uma maior flexibilidade no regime pós-crítico. Essas duas abordagens do XFEM no Abaqus mostraram resultados semelhantes aos obtidos experimentalmente.

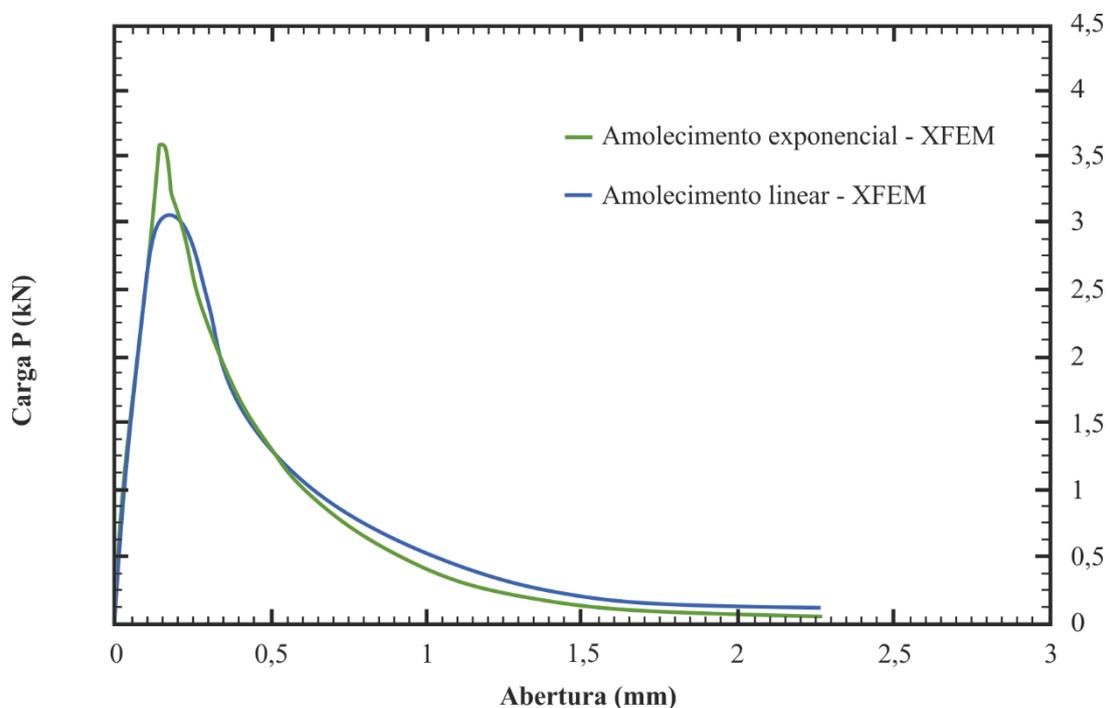


Figura 4.19 Comparação de curvas P-CMOD através de dois leis constitutivas utilizadas pelo XFEM

Um estudo mais detalhado dos contornos de deformação na região da fratura durante três posições do avanço da trinca é apresentado na Figura 4.20.

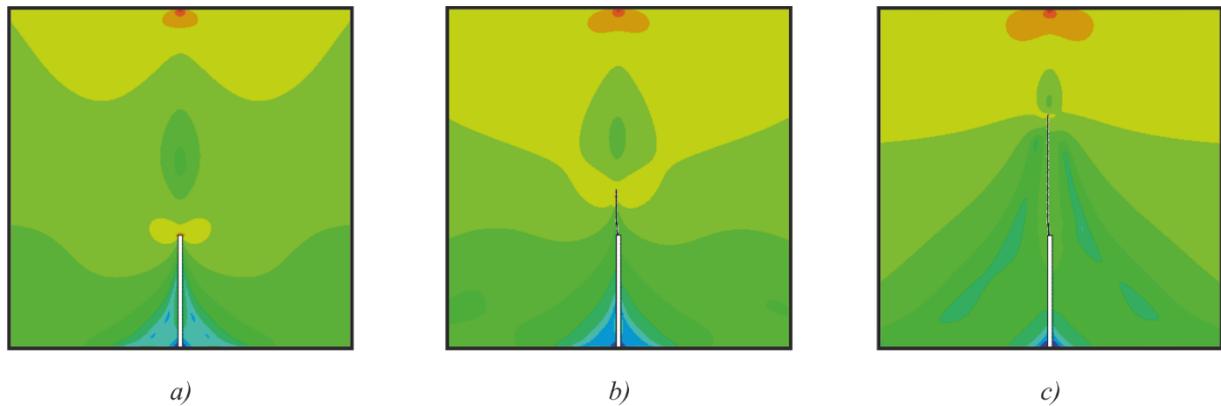


Figura 4.20 Propagação da fratura em diferentes momentos (a) $a = 0.1\text{mm}$ (b) $a = 22\text{ mm}$
(c) $a = 54\text{ mm}$

A distribuição dos fatores de intensidade de tensão é determinada com um modelo 3D da viga, contendo uma fratura vertical, representada por um plano na mesma direção de aplicação da carga e posicionada sobre o entalhe na metade do vão livre. O modelo discretizado com uma densidade acurada de elementos utilizados na simulação com aproximadamente $1 \cdot 10^7$ nós está representado na Figura 4.21.

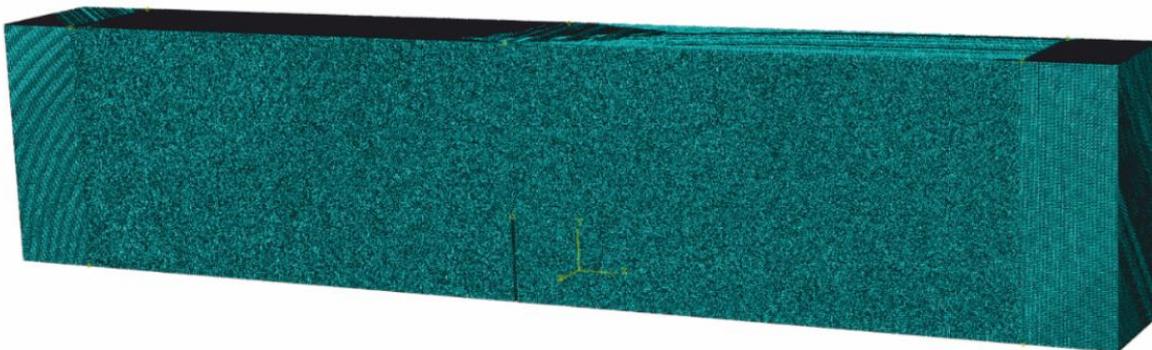


Figura 4.21 Malha do modelo SEN(B) em 3D com elementos tipo C3D8R (Quantidade de elementos 10 196 400 e de nós 10 396 836)

O cálculo do fator de intensidade de tensões K através do XFEM está representado na Figura 4.22. Note-se que o chamado comprimento virtual da fratura é a largura da viga, igual a 80 mm . Observe-se que era esperado o predomínio da propagação no modo puro de abertura, devido à configuração do ensaio, o que está de acordo com os resultados obtidos nas simulações em 3D.

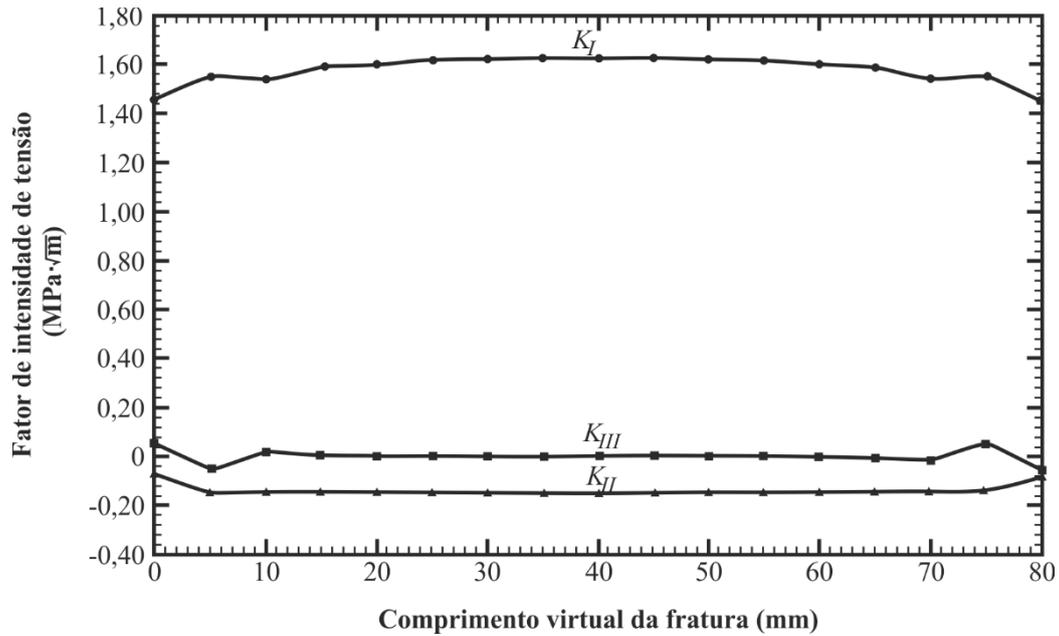


Figura 4.22 Fatores de intensidade de tensão para modelo SEN(B)

Uma análise comparativa do fator de intensidade de tensão pelas vias analítica e numérica foi estabelecida através do cálculo do comprimento de fratura a , observando-se a convergência dos modelos na determinação do K_I . O modelo analítico é baseado no cálculo da energia de deformação explicada por Broek (1986). A formulação analítica é utilizada para determinar o fator de intensidade de tensão K_I em vigas solicitadas à fratura no Modo I e a seguir sua expressão:

$$K_I = \frac{1,5 \cdot P \cdot S \cdot \sqrt{\pi a}}{B \cdot W^2} f(\alpha) \quad (4.4)$$

onde P é a carga aplicada, a é a extensão total da fratura, α a extensão relativa da fratura, S espaçamento entre os apoios, B largura da base e W altura. A função adimensional de dependência geométrica, $f(\alpha)$, foi ajustada por Broek (1986) para melhorar a precisão numérica, de acordo com as equações seguintes:

$$f(\alpha) = f_1(\alpha) + f_2(\alpha) \quad (4.5)$$

$$f_1(\alpha) = \frac{(a + b \cdot \alpha)}{1 + c \cdot \alpha + d \cdot \alpha^2} \quad (4.6)$$

$$f_2(\alpha) = A + B \cdot \alpha + C \cdot \alpha^2 + D \cdot \alpha^3 + E \cdot \alpha^4 \quad 0,05 \leq \alpha \leq 0,8 \quad (4.7)$$

$$f_2(\alpha) = 0 \quad 0,8 \leq \alpha \leq 0,9 \quad (4.8)$$

Os coeficientes utilizados nestas equações são apresentados na Tabela 4.4.

Tabela 4.4 Coeficientes da função adimensional de dependência geométrica

<i>a</i>	<i>b</i>	<i>c</i>	<i>d</i>	
0,68037896	-0,74414798	-2,1551066	1,1610678	
<i>A</i>	<i>B</i>	<i>C</i>	<i>D</i>	<i>E</i>
0,36600854	-2,0887596	4,6108028	-6,4989059	2.2317536

Observa-se na Figura 4.23 que os valores de K_I obtidos via XFEM para fraturas curtas são ligeiramente menores que os calculados pela equação analítica determinada por Broek (1986). A relação se inverte para fraturas mais compridas, onde o XFEM estima valores inferiores dos fatores de intensidade de tensão aos calculados com o modelo analítico. A diferença entre os modelos pode estar influenciada pelos coeficientes da função adimensional assumidos.

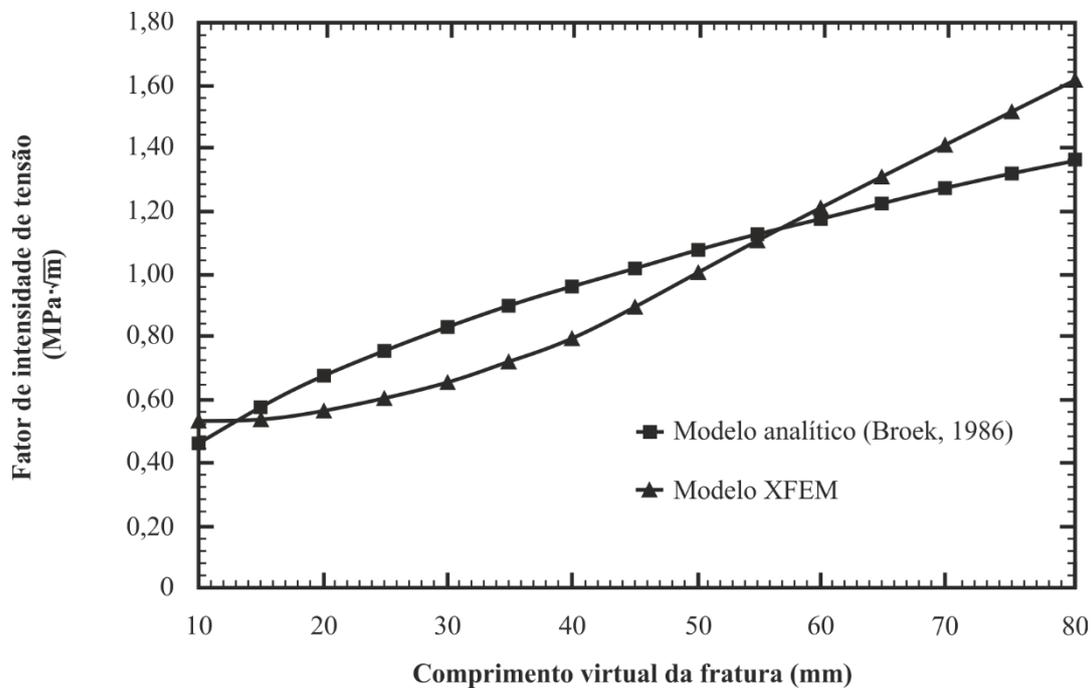


Figura 4.23 Comparação das soluções numéricas e analíticas no cálculo do fator de intensidade de tensão no Modo I K_I para diferentes comprimentos de trinca

Na Figura 4.24 estão plotados os erros de aproximação do fator de intensidade no modo puro de abertura, obtido através das abordagens analítica e numérica via XFEM. Segundo Sabsabi (2010), as diferenças obtidas na aproximação do XFEM e o resultado analítico podem ser atribuídos ao fato de que o modelo numérico considera a interação entre trinca e o contato, ou seja, a influência da fratura na distribuição de tensões ao longo do contato, enquanto que o método analítico desconsidera este fenômeno.

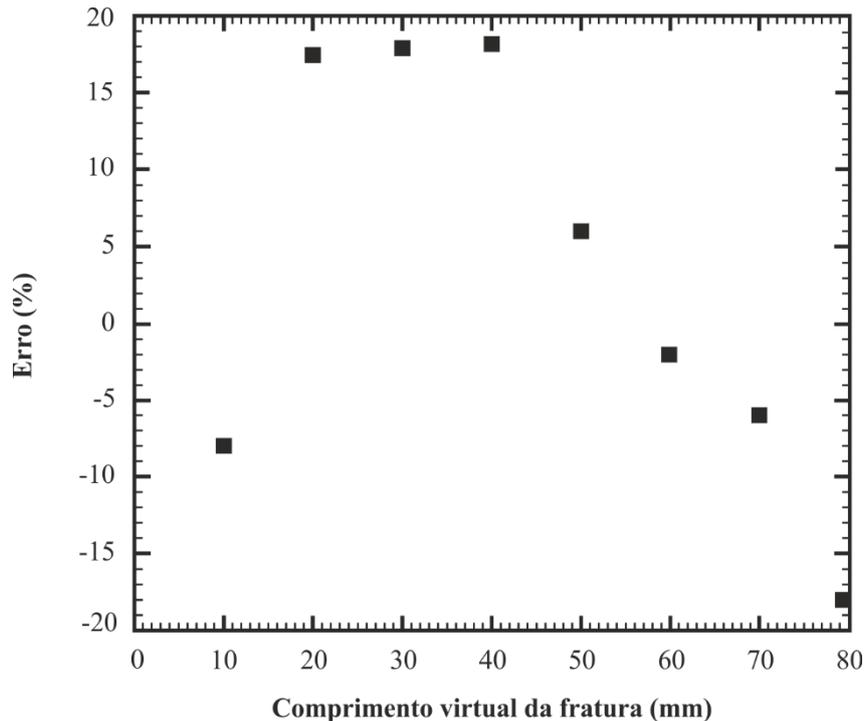


Figura 4.24 Representação esquemática do erro do modelo numérico XFEM na aproximação do fator de intensidade no Modo I

4.7 Conclusões parciais

Demonstrou-se nos dois casos de validação que a força máxima alcançada nos modelos numéricos bidimensionais está próxima dos valores experimentais. De forma similar, o início e a propagação da fratura indicaram que a direção seguida pelo modelo é semelhante à obtida no laboratório. O método XFEM se mostrou-se preciso para prever o início e crescimento de fraturas arbitrárias e estáticas nos modelos de validação. A investigação da convergência através do refinamento na malha permitiu obter resultados com a maior precisão possível. Porém, os parâmetros fundamentais da discretização devem ser selecionadas com atenção, de modo a otimizar a velocidade do cálculo e reduzir o custo de monitoramento.

Os modelos SEN(B) e CDT permitiram estudar, mediante fraturas estacionárias os valores dos fatores de intensidade de tensão numa geometria 3D. Ambos modelos revelaram o predomínio do fator de intensidade de tensão no Modo I. O estudo numérico via XFEM poderá ser estendido para o caso da combinação de modos de fratura, tornando a simulação do problema mais realista. A implementação do XFEM em Abaqus permitiu analisar parametricamente a variação do comprimento da fratura de forma simples e rápida, uma vez que o método numérico não necessita adaptar a malha à configuração da fratura.

CAPÍTULO 5 - ANÁLISE NUMÉRICA DO FRATURAMENTO HIDRÁULICO

Primeiramente, serão apresentados os aspectos gerais das simulações, a descrição do modelo e a estratégia de modelagem utilizada. A descrição do modelo inclui a sua geometria, as condições de contorno, as propriedades do material, propriedades da malha de elementos finitos e especificações do módulo XFEM em Abaqus. Os resultados das simulações numéricas são comparados com dados experimentais obtidos por Fallahzadeh et al. (2015). Foi utilizado o modelo constitutivo linear elástico e, como modelo de propagação das fraturas, foram usados o XFEM e o modelo analítico KGD (Geertsma & Klerk, 1969; Yew, 1997). Durante a etapa de avaliação do modelo analítico KGD, serão proporcionados os resultados de abertura de fratura, pressão e comprimento da fratura. Por conseguinte, estudam-se as configurações e parâmetros obtidos de ensaios experimentais para realizar a validação do XFEM no modelo de fraturamento hidráulico. Entre esses parâmetros estão as propriedades mecânicas do material e o estado de esforços induzidos ao modelo.

5.1 Aspectos gerais do ensaio

O experimento foi conduzido numa câmara tri-axial em escala de laboratório pelos pesquisadores Fallahzadeh et al. (2015) para estudar a influência da tensão confinante, o efeito da posição do poço e o ângulo do entalhe sobre a iniciação e propagação de fraturas hidráulicas. A geometria e parâmetros apresentados no experimento são utilizados na investigação numérica via XFEM. O esquema da amostra utilizada nos experimentos é ilustrado na Figura 5.1 (a) e as propriedades físicas e mecânicas estão listadas na Tabela 5.1. Pela secção tubular centrada na amostra é aplicada uma pressão de fluido, P_w , conforme se observa na Figura 5.1 (b).

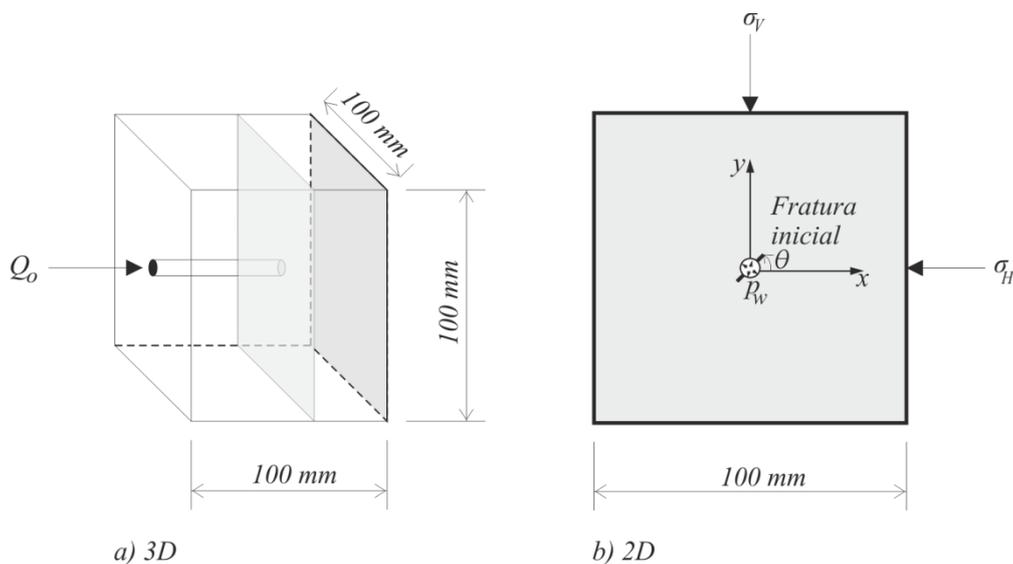


Figura 5.1 Esquema da amostra e do ensaio de fraturamento hidráulico (a) 3D (b) 2D

Tabela 5.1 Propriedades das testemunhas utilizadas nos ensaios de fraturamento hidráulico

Parâmetros	Valores
Resistência à compressão uniaxial	$f'_c = 79,5 \text{ MPa}$
Resistência à tração	$f'_t = 3.5 \text{ MPa}$
Módulo de Young	$E = 27.74 \text{ GPa}$
Coefficiente de Poisson	$\nu = 0.19$
Porosidade	$f = 14.7 \%$
Permeabilidade	$K = 0.018 \text{ mD}$
Tenacidade à fratura	$K_{IC} = 0.78 \text{ MPa} \cdot \text{m}$

A partir do contorno do poço se induz uma fratura inicial para facilitar o início e propagação da trinca. O meio é assumido como linear elástico, homogêneo e impermeável, sobre a condição de deformação plana. Devido à simetria do problema apenas um quadrante do domínio bidimensional é considerado, conforme é representado na Figura 5.2.

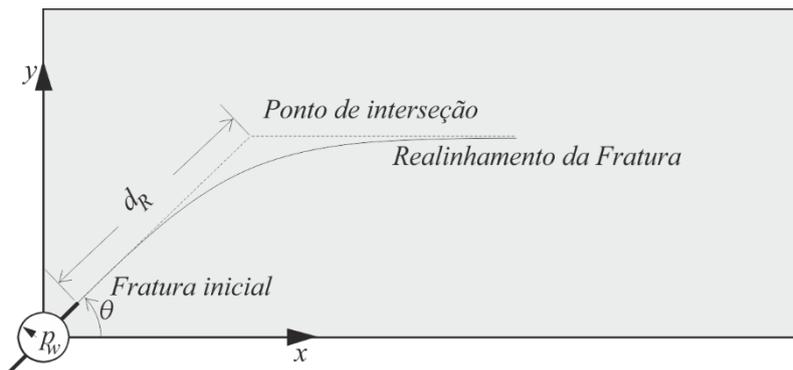


Figura 5.2 Definição da distância de realinhamento

5.1.1 Distância de realinhamento

A distância de realinhamento é definida pelo cálculo do comprimento medido desde o ponto de início da fratura até o ponto de interseção com a direção realinhada, conforme é apresentado na Figura 5.2. O realinhamento da fratura hidráulica vai depender do comprimento e orientação da fratura inicial, sendo que, geralmente a distância em que a fratura se alinha com o plano de fratura preferencial (PFP) é de várias vezes o raio do poço.

5.1.2 Ângulo e comprimento da fratura inicial

O modelo analisado neste trabalho idealiza a perfuração como um entalhe que se estende desde o contorno do poço, e direção dada pelo ângulo de fratura induzida θ , medido a partir da direção horizontal e sentido anti-horário. O início e propagação da fratura acontecem a

partir da ponta do entalhe, uma vez que a superfície do poço não é considerada revestida. O ângulo da fratura inicial θ é medido entre a perfuração induzida no sólido e a direção da tensão principal mínima, localizada na direção horizontal conforme é representado na Figura 5.3. Realizou-se uma simulação para diferentes combinações do ângulo e comprimento da trinca induzida inicialmente, onde o ângulo pode variar entre 0° e 90° , enquanto que os limites estudados do comprimento de fratura inicial mudam entre r_w e $4r_w$, sendo r_w o raio do poço.

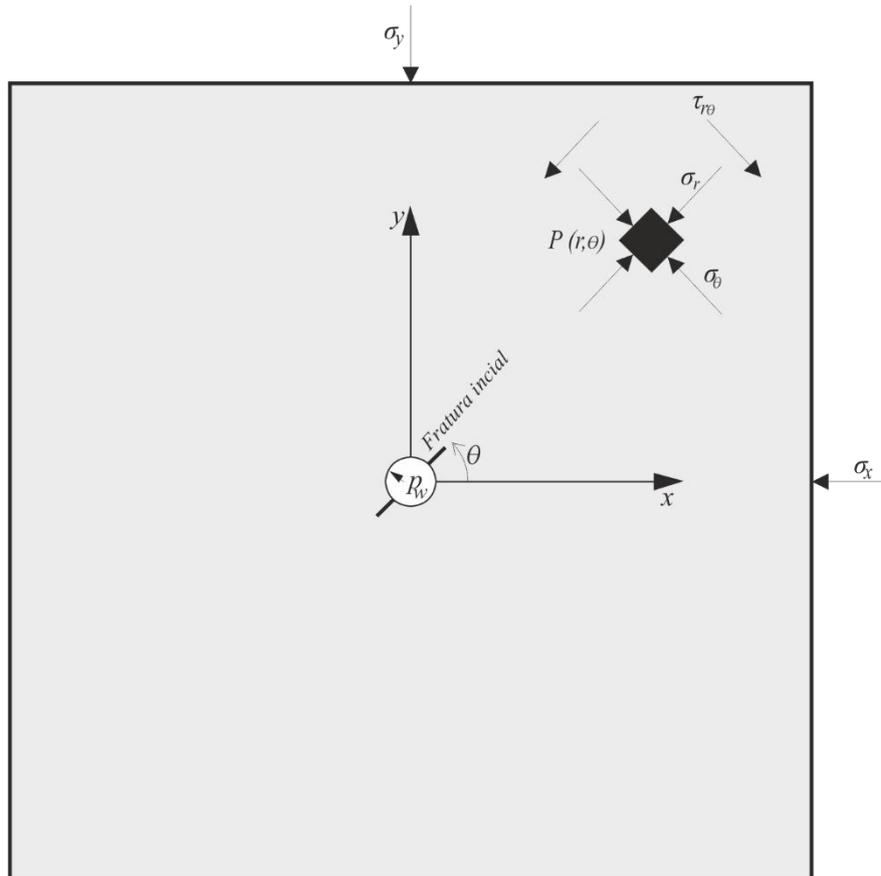


Figura 5.3 Ângulo da fratura inicial parâmetros do modelo

5.1.3 Desvio de tensões horizontais

Estuda-se o efeito da tensão horizontal na distribuição de tensões na parede do poço. Para analisar a consequência do desvio nas tensões horizontais manteve-se a magnitude do esforço vertical $\sigma_V = 20,68 \text{ MPa}$ enquanto que se produzem mudanças na tensão horizontal através do uso da razão de tensões m , que relaciona a σ_V e σ_H .

5.1.4 Simplificação do modelo por simetria

Este estudo é conduzido com a finalidade de reduzir o número de elementos finitos e, conseqüentemente, o tempo de processamento. Também está intensamente motivada pelas exigências da malha e pela técnica de discretização dos elementos. Nos modelos analisados

no Abaqus foi estabelecida a simplificação tirando proveito da simetria da geometria, conforme é apresentado na Figura 5.4, obtivendo-se simulações de fraturas mais flexíveis.

5.2 Descrição do modelo de referência

5.2.1 Modelo físico e constitutivo

O modelo é utilizado para estudar o efeito da orientação da fratura inicial induzida e está explicado com detalhes na pesquisa de Fallahzadeh et al. (2015), as dimensões e parâmetros utilizados nas simulações de fraturas são extraídos do artigo publicado pelos pesquisadores. Nos ensaios de laboratório foram utilizadas amostras cúbicas de 10 *cm* de lado. O material utilizado é uma argamassa elaborada e comprimida no laboratório. A dosagem do material foi confeccionada como uma pasta de cimento na proporção de um de cimento e areia, enquanto que a percentagem de água em peso de cimento foi de 40 %. Para representar o poço na amostra foi realizada uma perfuração centrada de diâmetro 6,5 *mm*. Um tubo de aço inoxidável de diâmetro 6 *mm* foi inserido no espaço perfurado; as parede e o fundo foram selados com cola de alta resistência.

O ângulo da fratura inicial θ foi definido entre a fratura inicial e o plano horizontal, onde atua a menor tensão principal. Para analisar o alinhamento da fratura com o PFP foram consideradas mudanças na orientação do entalhe no intervalo de $\theta = 0^\circ$ a 90° , como é apresentado na Figura 5.4. O poço possui um raio de 3 *mm* e a geometria da fratura inicial é de 1 *mm* de largura e 3 *mm* de comprimento.

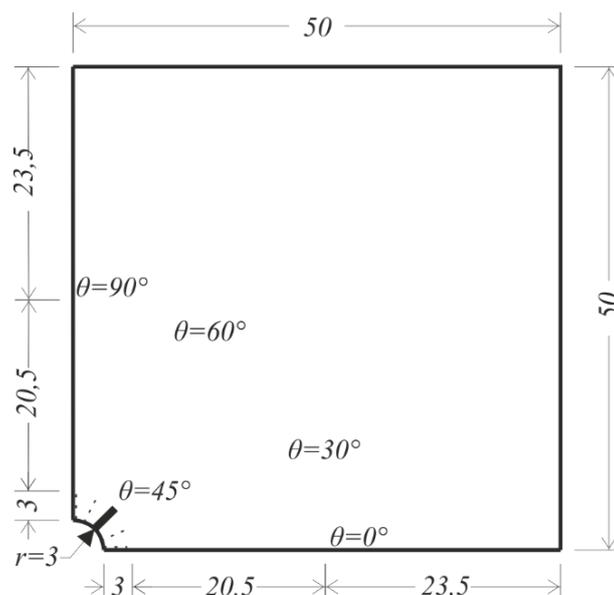


Figura 5.4 Orientação da perfuração utilizada nos modelos numéricos

5.2.2 Condições iniciais e de fronteiras

No programa Abaqus se estabelecem as condições de contorno aplicando deslocamentos. As condições de contorno devem estar em equilíbrio com as tensões iniciais e as cargas aplicadas. Simulando as características do ensaio, onde a amostra é confinada utilizando a câmara de tensões do equipamento tri-axial verdadeiro, aplica-se a condição de deslocamento/rotação para simular as fronteiras do modelo, conforme é representado na Figura 5.5. O modelo bidimensional é o quadrante de cinco centímetros de lado e as condições de contorno simuladas estão representadas na Figura 5.5.

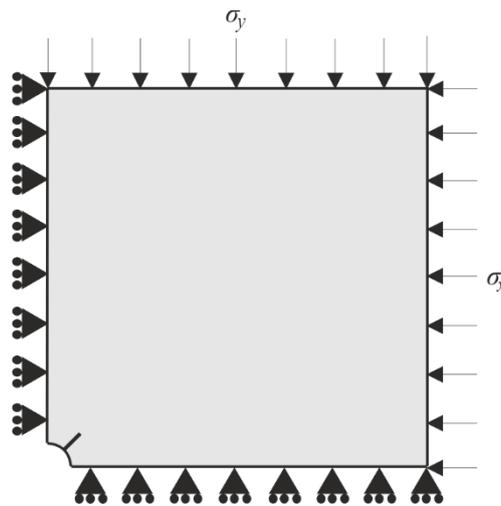


Figura 5.5 Modelo em 2D com condições de contorno aplicadas

5.2.3 Condições de carregamento

Durante o ensaio realizado em laboratório, foram controladas, independentemente, as tensões nas três dimensões mediante uma câmara do equipamento tri-axial verdadeiro com o seguinte estado: $\sigma_1 = 20,68 \text{ MPa}$, $\sigma_2 = 13,79 \text{ MPa}$ e $\sigma_3 = 6,89 \text{ MPa}$. Tal estudo numérico de caráter bidimensional considera σ_1 e σ_3 como as tensões verticais e horizontais, respectivamente.

5.2.4 Estudo da densidade da discretização

O XFEM simula a fratura independente da configuração da malha e do tipo de elemento. Esse aspecto é significativo, pois não é preciso reconfigurar a malha e não se requer um alinhamento da fratura com os lados do elemento finito. Não obstante, a configuração da malha impacta a convergência da simulação e a precisão dos resultados.

A configuração da malha é avaliada em função do tempo de simulação da fratura e da acurácia dos resultados. Devido à simetria intrínseca do modelo geométrico em relação aos planos $x = 0$ e $y = 0$, para realizar as análises apenas o primeiro quadrante é discretizado, conforme se observa na Figura 5.6. Os modelos 2D são discretizados tomando especial

atenção quanto à direção do entalhe induzido. Realizaram-se três configurações de malha para cada modelo, definido pelo ângulo do entalhe. A malha mais densa, com 32 469 elementos finitos, foi obtida para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 45^\circ$. Na Figura 5.6 são ilustradas as três malhas analisadas para $\theta = 45^\circ$.

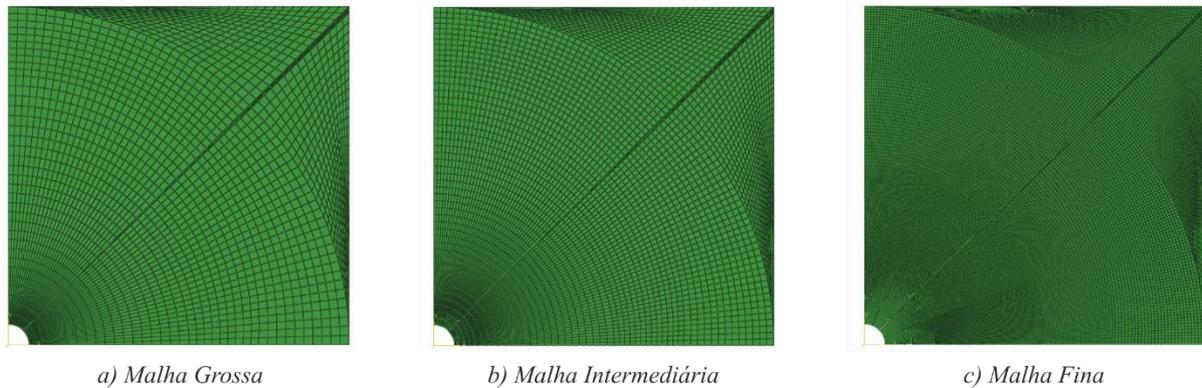


Figura 5.6 Discretização do modelo em elementos finitos (a) malha grossa (6 192 elementos) (b) intermediária (16 772 elementos) (c) fina (32 820 elementos)

Baseado na experiência obtida com a simulação de vários modelos optou-se por utilizar o elemento finito quadrilateral de deformação plana, denotado no Abaqus como CPE4, com intuito de avaliar a densidade da malha estruturada. Na Tabela 5.2 resume-se a quantidade de elementos e nós utilizados nas três densidades de malhas estudadas, assim como os resultados da aproximação da pressão de ruptura do ensaio. Este último aspecto foi utilizado como referência para avaliar a densidade de malha, através da determinação do erro apresentado pelos modelos numéricos na aproximação, conforme se apresenta na Figura 5.7.

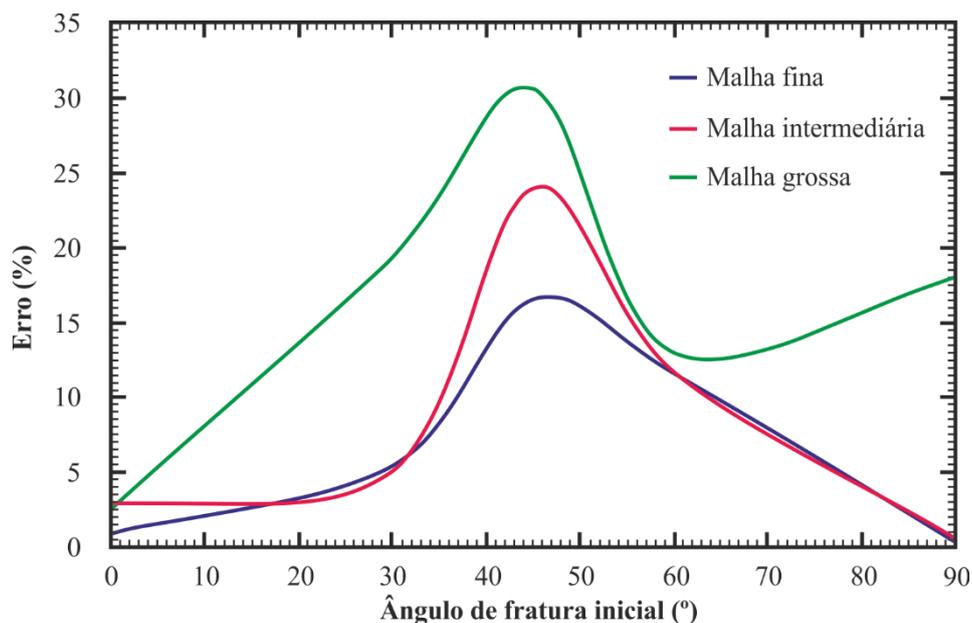


Figura 5.7 Erro na aproximação numérica via XFEM da pressão de ruptura

Tabela 5.2 Parâmetros da discretização e principais resultados das simulações numéricas via XFEM do modelo de fraturamento hidráulico

Ângulo de fratura inicial (°)	Parâmetro avaliado	Malha		
		Fina	Intermediária	Grossa
$\theta = 0^\circ$	Elementos	26555	13064	6800
	Nós	26877	13301	6973
	Tempo uso CPU (s)	1028	236.8	130.8
	p_q (MPa)	20.95	20.59	20.61
	Erro (%)	1.00%	2.77%	2.67%
$\theta = 30^\circ$	Elementos	25934	11622	6562
	Nós	26236	11824	6714
	Tempo uso CPU (s)	1005	285.5	155.9
	p_q (MPa)	13.54	13.58	17.69
	Erro (%)	5.39%	5.08%	-19.33%
$\theta = 45^\circ$	Elementos CPE4	32469	16772	6192
	Nós	32820	17039	6258
	Tempo uso CPU (s)	696.7	355	122.5
	p_q (MPa)	10.64	10.01	9.5
	Erro (%)	16.64%	23.98%	30.63%
$\theta = 60^\circ$	Elementos	34218	12322	5754
	Nós	34563	12530	5898
	Tempo uso CPU (s)	704	250	132.7
	p_q (MPa)	8.58	8.59	8.71
	Erro (%)	-11.66%	-11.76%	-12.97%
$\theta = 90^\circ$	Elementos	35507	12955	6800
	Nós	35859	13167	6973
	Tempo uso CPU (s)	797	258.6	174.4
	p_q (MPa)	6.93	6.94	5.84
	Erro (%)	-0.58%	-0.72%	17.98%

As simulações numéricas foram desenvolvidas em um cluster de computadores unidos numa rede de alta velocidade, o que aprimora a obtenção de resultados. O tempo de processamento utilizado nas modelagens dos problemas de fraturas desenvolvidos nesta pesquisa, e mostrado na Figura 5.8, corresponde ao cluster instalado no Laboratório de Infraestruturas (INFRALAB) da Universidade Brasília (UnB).

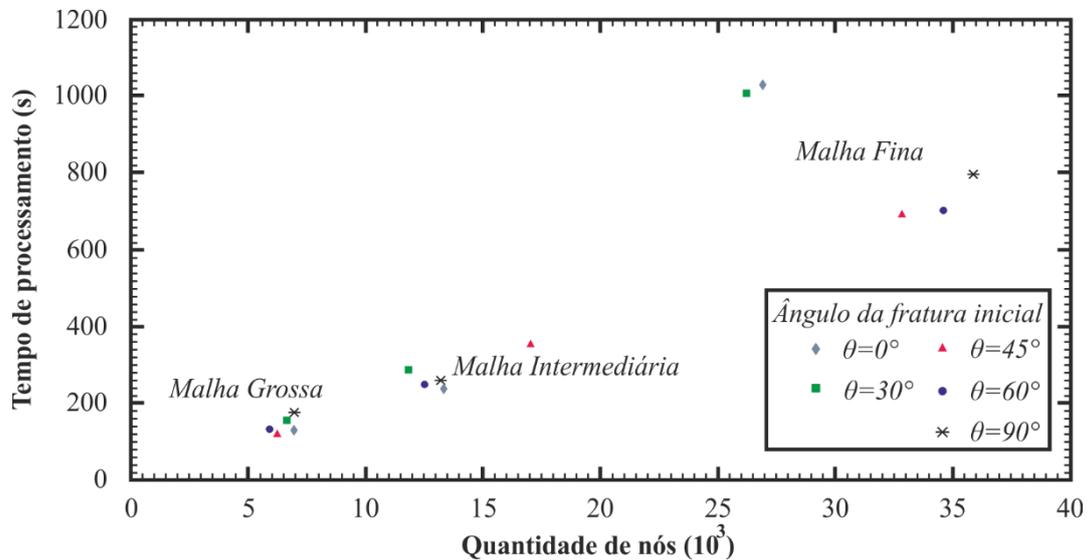


Figura 5.8 Tempo de processamento respeito à quantidade de nós dos modelos

5.3 Resultados numéricos

5.3.1 Estado de tensões do modelo durante aplicação das cargas e após o bombeamento do fluido de fraturamento

As condições de contorno a que o modelo está submetido antes da injeção do fluido são utilizadas pelo Abaqus para estimar as tensões iniciais, o que permite começar a análise. Essa consideração possui um efeito significativo nos passos seguintes das análises. Um desvio nos valores iniciais de tensão pode levar a exagerados deslocamentos do modelo e conseqüentemente pode gerar instabilidades numéricas e interrupção do cálculo.

O comportamento linear elástico permite implementar uma solução analítica para o problema de estabilidade mecânica de poços, o anterior é utilizado para descrever a relação entre tensão e deformação (Fjaer, 2008). Para tornar isto possível, o estado de tensões se define como uma função dos esforços principais e deve ser considerada a formação como um material sólido, desprezando-se os efeitos relativos à poro-elasticidade e à plasticidade. A solução de Kirsch é utilizada para expressar a distribuição de tensões em coordenadas cilíndricas (r, θ, z) de um modelo de poço circular em condições de deformação plana, onde r é a distância medida

desde o poço, θ é o azimute medido em relação ao eixo x , e z é a distância na direção no eixo do poço. Consequentemente as tensões σ_r e σ_θ em coordenadas cilíndricas são dadas por:

$$\sigma_r = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \left(1 - \frac{r_w^2}{r^2}\right) - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \left(1 + 3\frac{r_w^4}{r^4} - 4\frac{r_w^2}{r^2}\right) \cos 2\theta \quad (5.1)$$

$$\sigma_\theta = \frac{\sigma_x + \sigma_y}{2} \left(1 + \frac{r_w^2}{r^2}\right) - \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \left(1 + 3\frac{r_w^4}{r^4}\right) \cos 2\theta \quad (5.2)$$

Nessas equações a variável r_w representa o raio do poço. As expressões acima podem ser simplificadas na parede do poço onde se cumpre que $r = r_w$ para:

$$\sigma_r = p_w \quad (5.3)$$

$$\sigma_\theta = \sigma_x + \sigma_y - 2(\sigma_x - \sigma_y) \cos 2\theta \quad (5.4)$$

As formulas 5.1 e 5.2 foram implementadas num código simples do MatLab, a qual podem ser consultado no Apêndice A. Observa-se a variação das tensões radiais e tangenciais em função do raio e o ângulo de avaliação do poço horizontal localizado numa formação isotrópica com comportamento linear elástico conforme se apresenta na Figura 5.9.

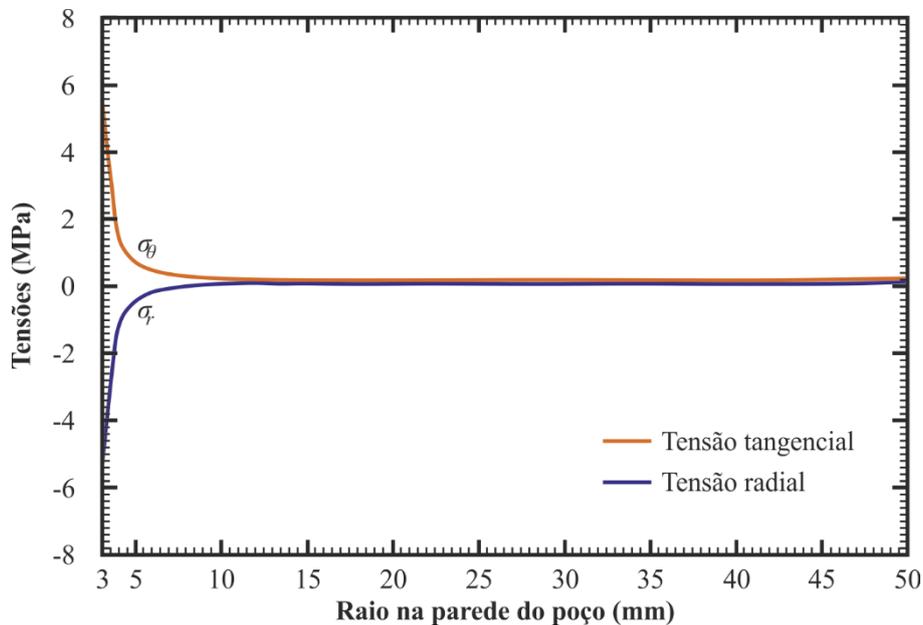


Figura 5.9 Tensões tangenciais e radiais ao redor do poço

As soluções numéricas são comparadas com os resultados analíticos na Figura 5.10. Observa-se uma compatibilidade dos resultados obtidos nos modelos, apesar de algumas diferenças nas curvas da análise via XFEM em relação à solução analítica. A convergência para o estado de

tensão original do modelo pode ser definida pela solução analítica numa distância de aproximadamente 3,5 vezes o raio do poço.

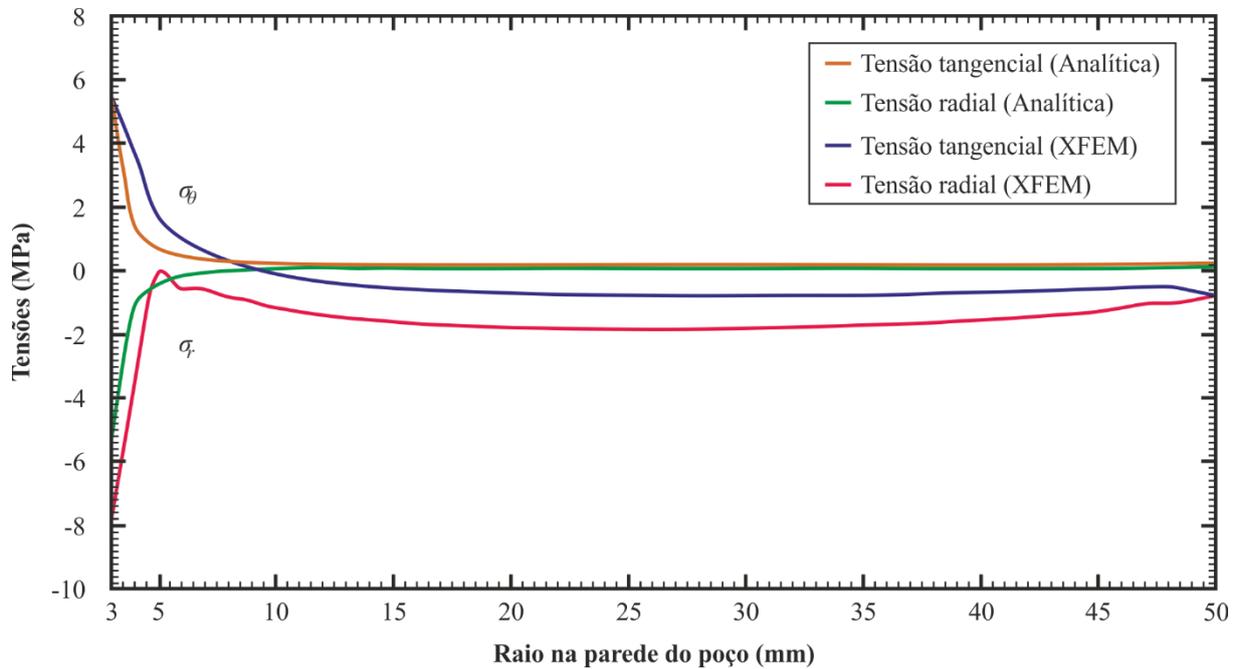


Figura 5.10 Comparação de resultados analíticos e numéricos na distribuição de tensões radiais e tangenciais durante a aplicação de esforços

Durante o bombeamento do fluido no interior do poço gera-se um aumento da pressão nas paredes levando a uma alteração nas tensões tangenciais, ou seja, uma redução dos esforços atuantes que poderão transformar os campos de tensão compressivos para um estado de tração. Esse fenômeno observado nas simulações numéricas, e ilustrado na Figura 5.11, permite representar a distribuição das tensões e a pressão do fluido aplicados no modelo. Conforme se observa, a tensão horizontal inicial foi redistribuída em torno do poço.

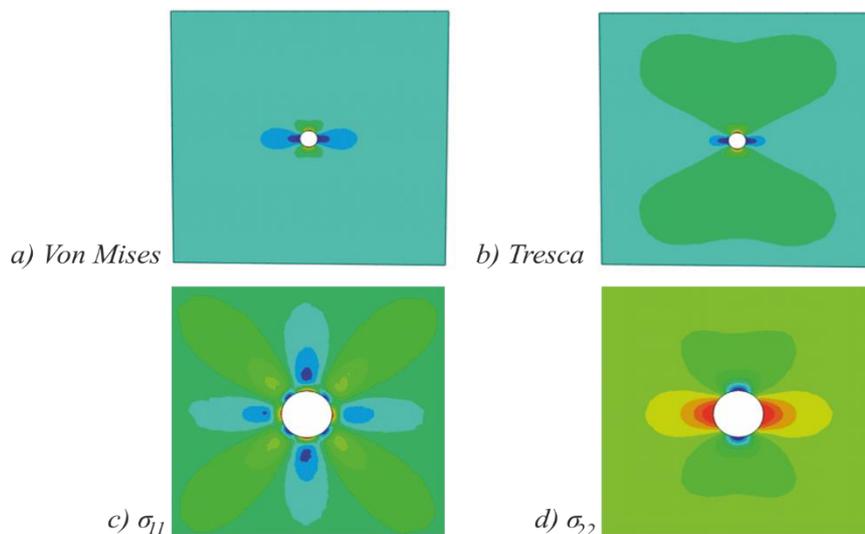


Figura 5.11 Estado tensional descrito por (a) Von Mises (b) Tresca (c) σ_{11} (d) σ_{22}

Em outra etapa do carregamento hidráulico a fratura é iniciada quando a tensão tangencial de tração alcança a resistência de tração do material. Porém, o processo é dependente dos esforços que atuam ao redor do poço. A pressão hidráulica é representada esquematicamente através de um tensor de tensões principais no modelo conforme a Figura 5.12. Em tal gráfico indica-se em vermelho as tensões principais máximas de tração e as tensões principais mínimas de compressão em azul. Ainda nele, pode-se observar o efeito provocado pela concentração de tensões nas paredes do poço, em que se observa que não existe um avanço significativo no interior do modelo. Esse fenômeno pode ser explicado pela inexistência de uma superfície de escoamento que defina os limites plásticos do material no modelo elástico. O problema anterior pode ser resolvido ao utilizar outro modelo constitutivo, como, por exemplo, o modelo plástico perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb.

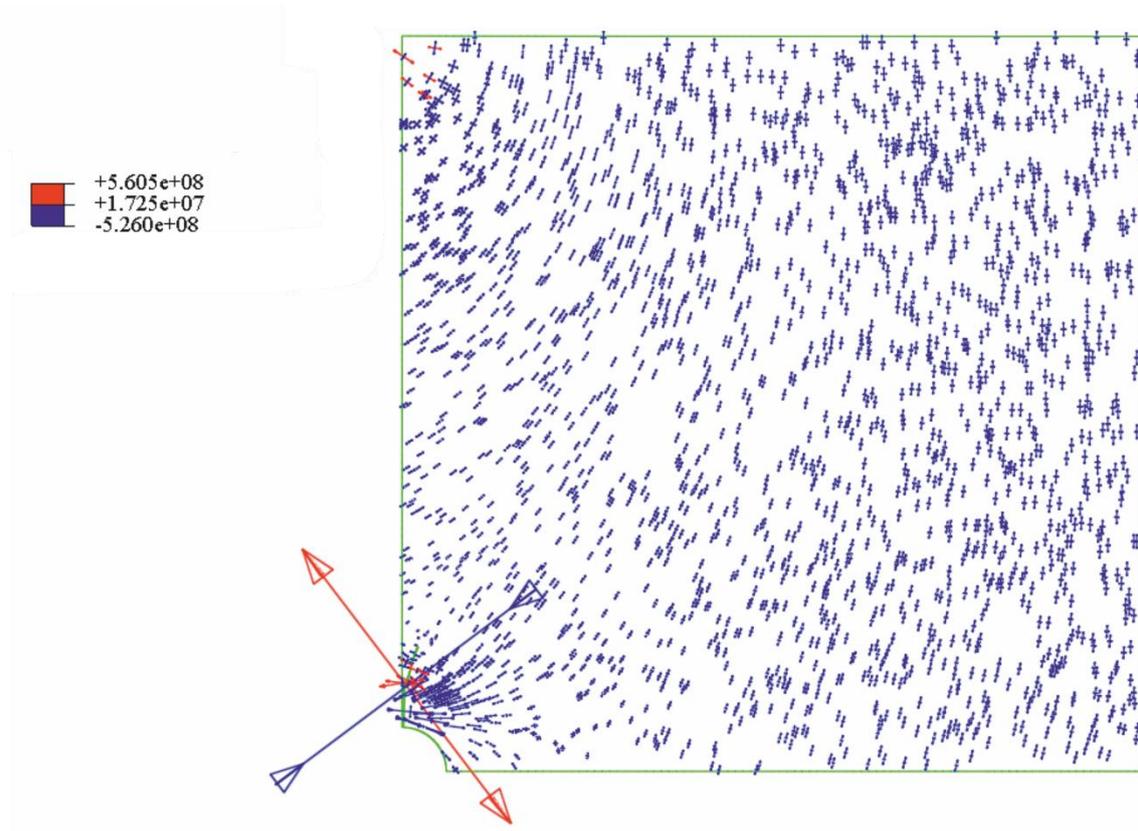


Figura 5.12 Representação tensorial das tensões principais

Quando é aplicada a pressão hidráulica no poço, as tensões radiais e tangenciais sofrem alterações. O efeito foi representado em termos das tensões na parede e no teto do poço, respectivamente, conforme indicado nas Figuras 5.13, 5.14 e 5.15 para um ângulo de fratura inicial $\theta = 0^\circ$. Observou-se uma mudança brusca nas tensões da parede do poço, onde foi induzida a fratura inicial. Outras configurações de tensões em função do ângulo de entalhe poderão ser consultadas no Apêndice B.

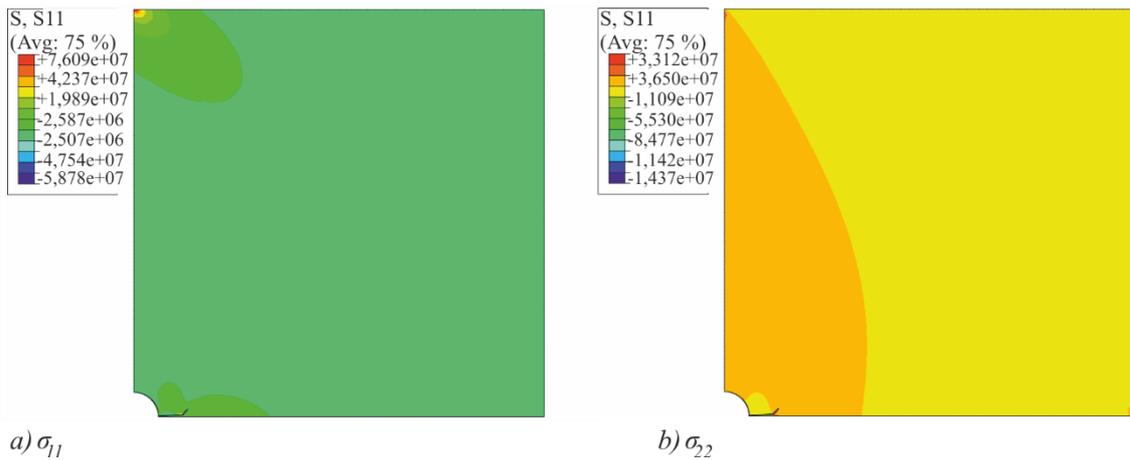


Figura 5.13 Representação das tensões principais durante o bombeamento do fluido de fraturamento numa fratura inicial com $\theta = 0^\circ$ (a) σ_{11} e (b) σ_{22}

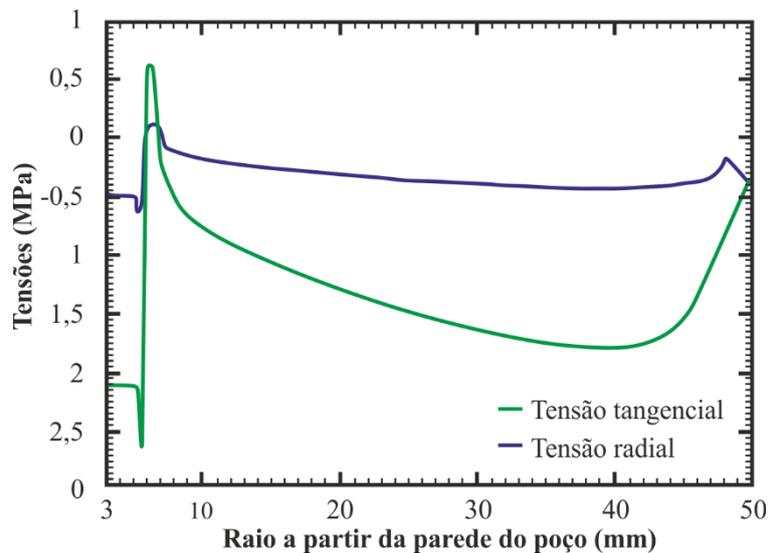


Figura 5.14 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de entalhe de $\theta = 0^\circ$

Outra parte do projeto de fraturamento hidráulico é dedicada a realizar uma análise de estabilidade da parede do poço com a finalidade de determinar a distribuição de tensões no contorno. Na Figura 5.16 se representam os esforços no contorno do poço para diferentes ângulos de fratura inicial. Observou-se nas análises que, para um ângulo de entalhe $\theta = 45^\circ$, as tensões no contorno sofrem uma brusca mudança na proximidade da parede e do teto do poço. As análises de estabilidade de poços são de grande importância, a considerar em conjunto com as análises de sensibilidade das tensões horizontais.

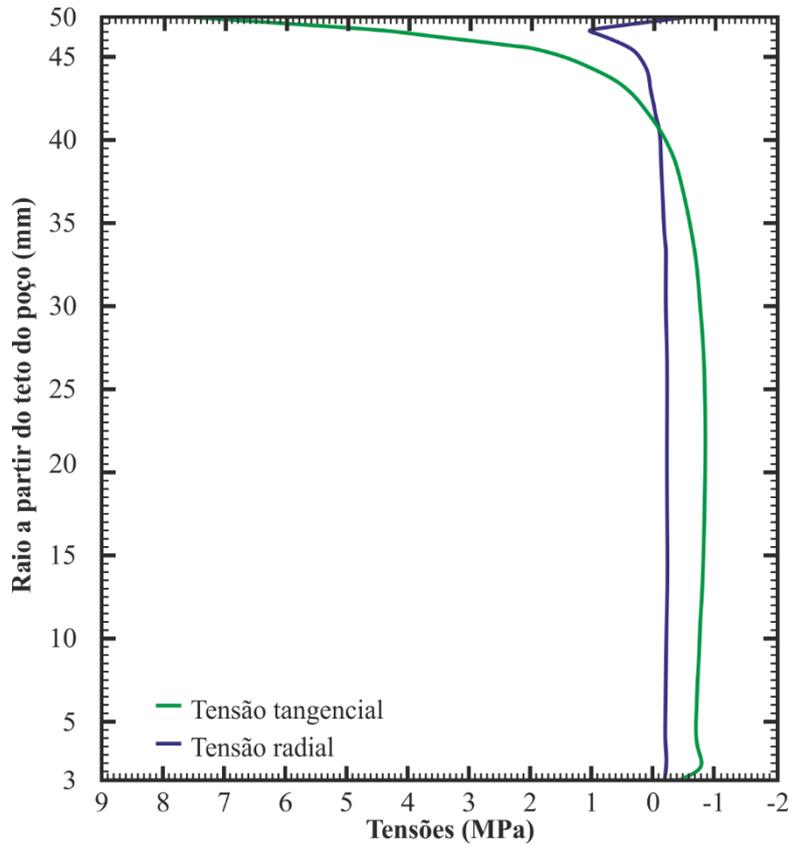


Figura 5.15 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de entalhe de $\theta = 0^\circ$

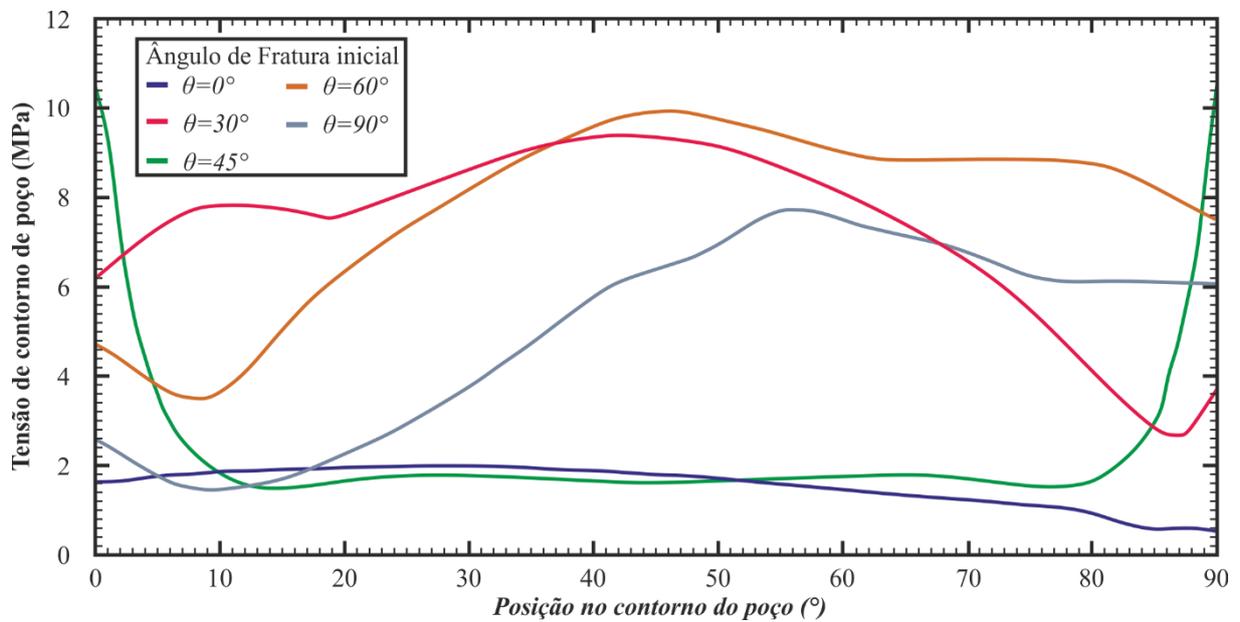


Figura 5.16 Representação das tensões de contorno no poço durante o bombeamento do fluido para diferentes ângulos de entalhe inicial

5.3.2 Ângulo de entalhe induzido e pressão de ruptura

Neste estudo considera-se que o entalhe possui um comprimento igual ao raio do poço. Em segundo lugar, é estabelecido que durante a etapa de injeção a fratura hidráulica se inicia e se propaga a partir da ponta da fratura, continuando a se alinhar na direção do PFP. Durante o bombeamento do fluido, as fraturas seguem um caminho que depende da trajetória que proporciona menor resistência. As análises realizadas na etapa de injeção demonstraram o efeito do ângulo de fratura inicial induzida na geometria da fratura o qual é representado na Figura 5.17.

Durante as simulações, observou-se que o PFP estava localizado a um ângulo aproximado de 55°. A discretização mais fina dos modelos foi utilizada para determinar a tensão de ruptura do elemento. Várias simulações foram realizadas para determinar a menor pressão que provoca ruptura. Os resultados experimentais são comparados com a solução aproximada do XFEM na Figura 5.18.

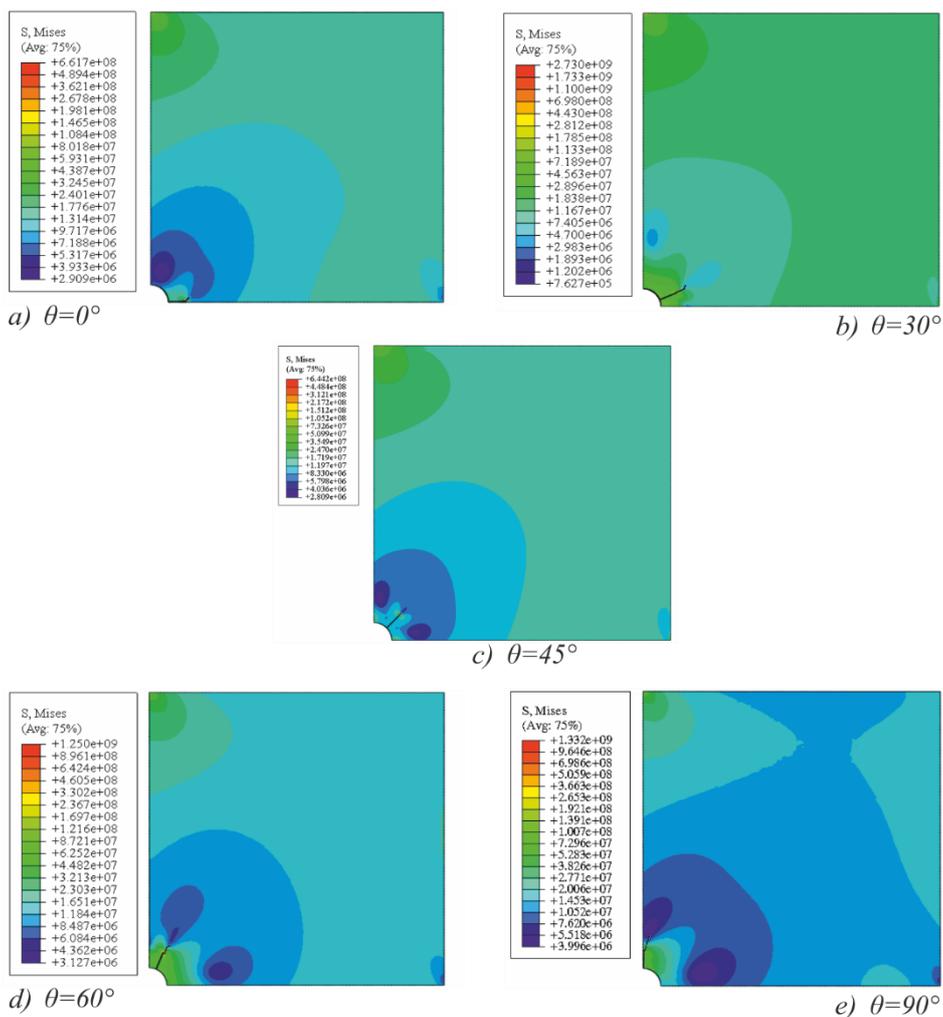


Figura 5.17 Geometria da fratura e estado de tensões durante a etapa de injeção para diferentes ângulos de entalhe (a) $\theta = 0^\circ$ (b) $\theta = 30^\circ$ (c) $\theta = 45^\circ$ (d) $\theta = 60^\circ$ (e) $\theta = 90^\circ$

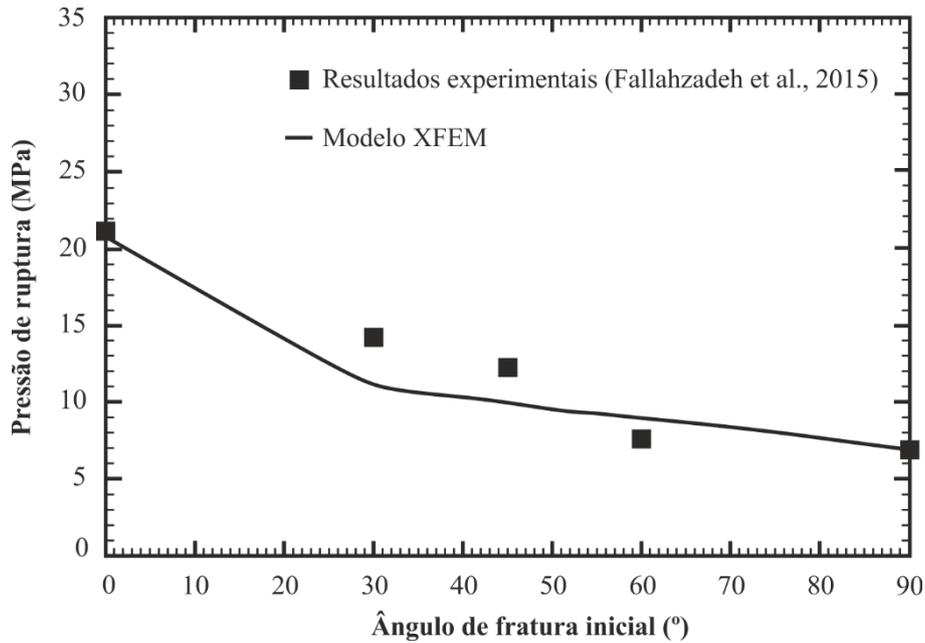


Figura 5.18 Valores da pressão de ruptura em função do ângulo de fratura inicial obtidos no laboratório e via numérica XFEM

A fratura iniciada a um ângulo de $\theta = 45^\circ$ apresenta uma pressão de ruptura maior que a observada experimentalmente em $1,77 \text{ MPa}$. As diferenças da aproximação na solução via XFEM podem estar associadas à desconsideração do revestimento do poço ou a erros numéricos induzidos pelas condições de fronteira. As análises sobre o ângulo do entalhe induzido demonstraram que incrementos deste implicam em menores pressões de ruptura para superar a tensão tangencial existente no poço. Considera-se que existe uma boa concordância entre os resultados de pressão de ruptura obtidos por Fallahzadeh et al. (2015) e a solução do modelo numérico baseado no XFEM. Os erros obtidos entre ambos resultados são representados na Figura 5.19, observou-se um valor máximo de $14,16 \%$.

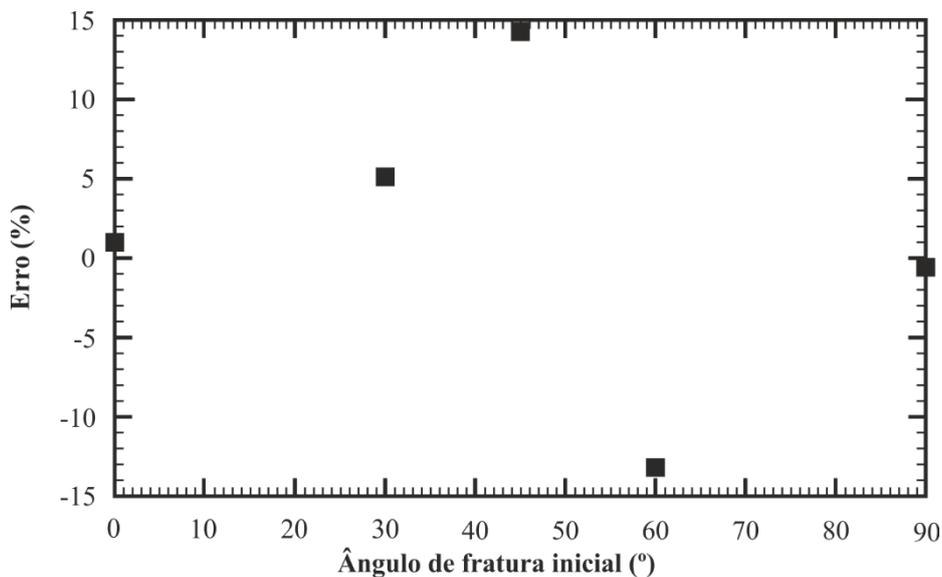


Figura 5.19 Erro do modelo numérico XFEM e os resultados experimentais

5.3.3 Raio de reorientação

A fratura se propaga a uma distância do poço, onde se depreciam os efeitos sobre o contorno da estrutura. É importante considerar-se que o padrão de reorientação pode ser afetado pela distribuição de tensões ao redor do poço. O estado de tensão inicial é alterado devido à perfuração do poço na região próxima ao seu contorno e abarca uma distância aproximada de três vezes o raio perfurado. Portanto, é preciso garantir que a fratura permaneça livre das fortes mudanças de tensões que acontecem nessa zona, e deve-se realizar uma maior fratura inicial a partir do contorno do poço. As mudanças do ângulo de orientação provocam variações na distância de realinhamento, obtendo-se maiores realinhamentos para fraturas iniciais mais desviadas do PFP. Para as simulações numéricas realizadas nos modelos de fraturas hidráulicas se obtiveram os raios de reorientação conforme se apresenta na Figura 5.20.

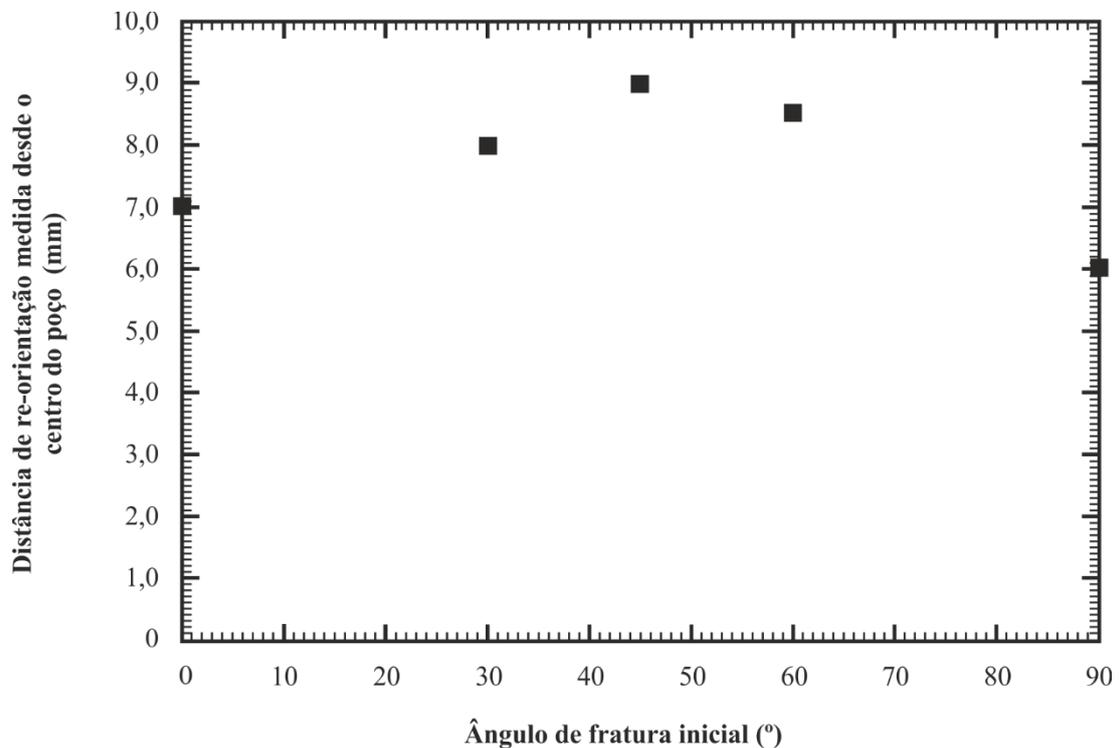


Figura 5.20 Efeito do ângulo de fratura inicial no raio de reorientação

O raio de reorientação é determinado graficamente pela solicitação das coordenadas do ponto de realinhamento. Observou-se que, quando o ângulo de entalhe coincide com a direção das maiores tensões ao redor do poço, pode-se esperar um maior raio de reorientação. A distribuição de tensões tangenciais ao redor do poço permite compreender esse fenômeno, conforme representado na Figura 5.21.

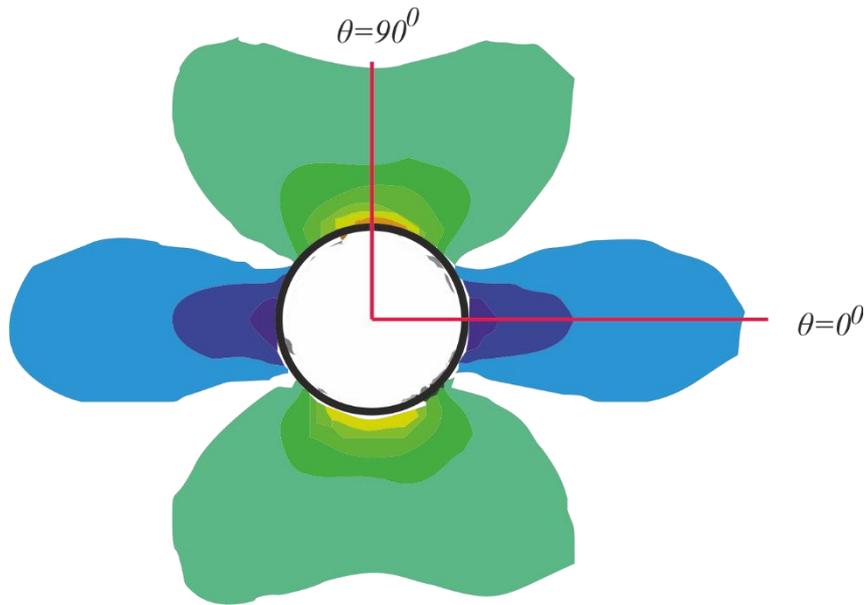


Figura 5.21 Distribuição das tensões tangenciais ao redor do poço

5.3.4 Fatores de intensidade de tensão no modelo de fraturamento hidráulico

O modelo 3D utilizado nas análises de fraturas estáticas está representado como um oitavo do cubo de lado 10 *cm*.

Uma avaliação do fator de intensidade de tensão no modelo de fraturamento hidráulico sugere que a região da integral de contorno seja idealizada através de um volume cilíndrico localizado ao redor da ponta da trinca, conforme se observa na Figura 5.22 (a).

Uma importante concentração de tensões acontece na ponta da fratura estacionária, o que condiciona a discretização na região ao redor pela maior densidade possível de elementos finitos, e com isto se obteve mais acurácia nos resultados.

A disposição da malha e a posição do frente da fratura são representados na Figura 5.22 (b), os contornos distribuídos ao longo da largura e a direção de extensão da descontinuidade são representados nas faces do modelo, conforme a Figura 5.22 (a). O entalhe foi idealizado como uma fratura interna insertada no modelo 3D por um plano localizado no contorno do poço e de orientação pré-definida, na Figura 5.22 $\theta = 45^\circ$. As simulações realizadas para determinar os fatores de intensidade de tensão utilizaram o comprimento da fratura inicial igual ao raio do poço.

Para cada ponto de avaliação dos contornos se determinam os fatores de intensidade de tensão nos três modos de propagação, conforme se apresenta na Figura 5.23. Os modelos consideraram diferentes ângulos de entalhe inicial.

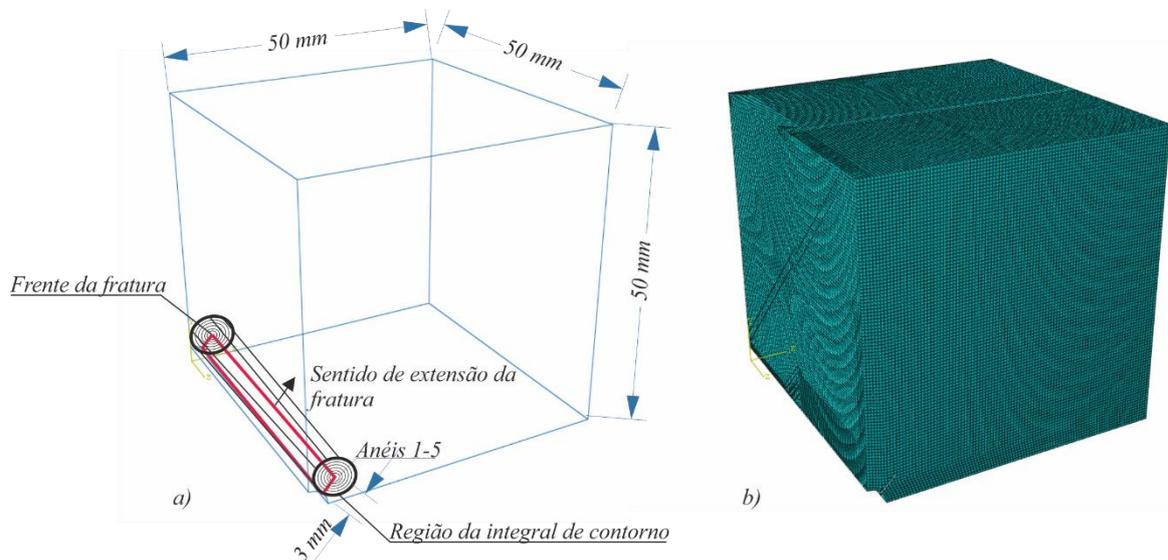


Figura 5.22 Representação esquemática do modelo 3D de fraturamento hidráulico (a) posição da fratura estática através de um plano (b) discretização em elementos finitos tipo C3D8R (998 100 elementos e 1 028 483 de nós)

Uma análise da distribuição dos fatores de intensidade de tensão ao longo do comprimento da fratura despontou que os maiores valores do fator de intensidade correspondem à propagação no Modo II, este fenômeno demonstra a complexidade da propagação das fraturas hidráulicas. O Modo I mostrou-se significativo para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 0^\circ$ enquanto que as magnitudes dos fatores de intensidade de tensão no Modo III são consideradas insignificantes em todas as simulações. Os resultados destas análises indicam que para as mesmas superfícies de tração da trinca a resistência necessária para fraturar hidráulicamente o meio é superior para um ângulo de perfuração de $\theta = 0^\circ$.

O domínio do Modo II ou modos mistos durante a propagação da fratura adverte que a trajetória da trinca não é retilínea. Para estes casos, no manual do Abaqus se sugere que a fratura seguirá um caminho baseado no critério de tensão máxima tangencial (Dassault Systèmes, 2013). A direção da fratura pode ser encontrada utilizando a expressão seguinte:

$$\hat{\theta} = \cos^{-1} \left(\frac{3K_{II}^2 + \sqrt{K_I^4 + 8K_I^2 K_{II}^2}}{K_I^2 + 9K_{II}^2} \right) \quad (5.5)$$

onde $\hat{\theta}$ é o ângulo de propagação da fratura mensurado em relação ao seu plano.

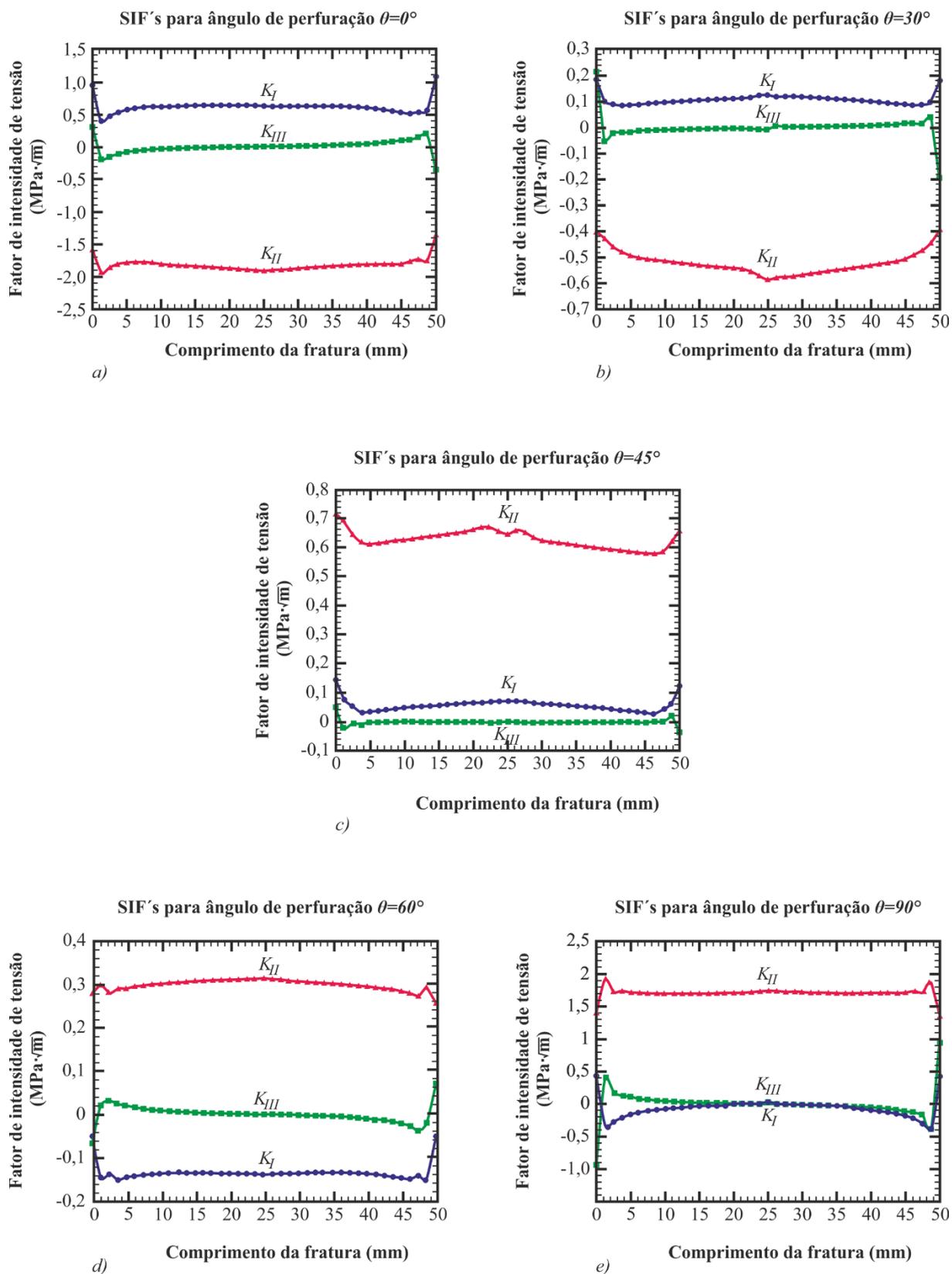


Figura 5.23 Fatores de intensidade de tensão nos três modos de propagação de fraturas do modelo de fraturamento hidráulico com diferentes ângulos de perfuração

a) $\theta = 0^\circ$ b) $\theta = 30^\circ$ c) $\theta = 45^\circ$ d) $\theta = 60^\circ$ e) $\theta = 90^\circ$

O efeito do comprimento da fratura inicial é um aspecto relevante no projeto do fraturamento hidráulico. Para realizar esta simulação foi considerado o modelo 3D de fratura estática, onde é idealizado uma fratura inicial que facilita o início e propagação da trinca. O comprimento da fratura inicial é avaliado em função dos fatores de intensidade de tensão e o ângulo de fratura inicial como é mostrado na Figuras 5.24, para realizar esta comparação utilizou-se um a relação entre o comprimento do entalhe induzido e o raio do poço na relação $L/r_w = 1 \sim 4$. Como resultado das análises observou-se que o fator de intensidade no Modo I aumenta com sinal contrário à medida que o comprimento inicial da trinca aumenta.

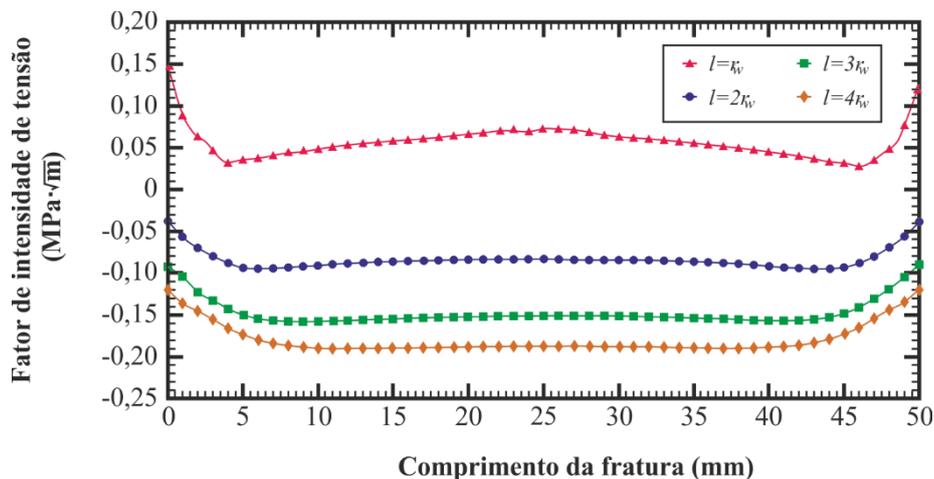


Figura 5.24 Distribuição do K_I ao longo do comprimento da fratura para diferentes comprimentos da fratura inicial

5.4. Soluções dos modelos KGD e XFEM

Nesta seção é apresentado um estudo comparativo das soluções ao problema de fraturamento hidráulico pela via analítica KGD e através do modelo numérico XFEM. Uma revisão bibliográfica dos trabalhos publicados sobre as formulações analíticas utilizadas para resolver o fenômeno de fraturas pressurizadas foi apresentado na seção 2.3 do Capítulo II. Os resultados do modelo KGD e as simulações numéricas via XFEM da configuração KGD são discutidas.

O domínio do problema de fraturamento hidráulico é configurado segundo o modelo de deformação plana KGD, o qual está baseado num prisma poro-elástico retangular com lado de 10 cm de acordo com o ensaio de Fallahzadeh et al. (2015). A propagação acontece de maneira ideal em um meio impermeável, ou seja, sem vazamento de fluido, a sua vez a trinca é impulsionada por um fluido bombeado a vazão constante.

As relações do modelo KGD permitem determinar o comprimento, abertura e pressão líquida da fratura em função do tempo de bombeamento, conforme as formulações resumidas no Capítulo II. Os parâmetros de entrada utilizados no modelo foram completamente obtidos dos experimentos de Fallahzadeh et al. (2015) e a continuação são apresentados na Tabela 5.3.

O cálculo da taxa de injeção por unidade de comprimento da fratura, q_0 , é utilizada a seguinte expressão:

$$q_0 = \frac{Q_0}{h_f} \quad (5.6)$$

Tabela 5.3 Parâmetros de entrada do modelo KGD (Fallahzadeh et al. 2015)

Parâmetros	Valores
Viscosidade do fluido	$\mu = 97,7 \text{ cP}$
Taxa de bombeamento	$Q_0 = 0,05 - 0,1 \text{ cc/min}$
Módulo Elástico em deformação plana	$E' = 27.74 \text{ GPa}$
Altura do domínio	$h_f = 6 \text{ mm}$
Tempo de injeção	$t = 150 \text{ s}$

Os resultados numéricos e analíticos da pressão do fluido na fratura são comparados conforme se apresenta na Figura 5.25. Observa-se uma queda da pressão líquida durante a propagação da fratura. Este fenômeno é fundamentalmente uma consequência da simplificação estabelecida pelo modelo KGD, em relação da consideração de que a fratura possui altura infinita, o que implica que, para trincas compridas, não são necessárias altas pressões para manter a mesma abertura. A hipótese é válida para a maioria das fraturas uma vez que seu comprimento é geralmente maior que sua altura e, conseqüentemente, a altura restringe a largura da trinca. O modelo KGD mostrou como o ensaio experimenta uma queda abrupta no gradiente de pressão e durante a próxima etapa alcança um valor quase constante. Os resultados numéricos e analíticos de pressões líquidas estão em boa concordância.

Em segundo lugar foi estudada a variação da largura e comprimento da fratura durante um tempo de injeção do fluido de 150 s. Os resultados são apresentados na Figura 5.26. A discretização temporal pode ter ocasionado a maior fonte de erro para esse modelo. Quanto se aumenta o passo de tempo, notou-se diferenças entre as soluções numéricas e analíticas. A diferença dos valores de largura com a propagação da fratura pode ser devido à não consideração do armazenamento do fluido na fratura por parte do método analítico.

A curva do modelo XFEM foi obtida através da avaliação de diferentes valores de pressão de injeção, que foram aplicadas diretamente no poço e no interior da fratura inicial. Durante as simulações se obteve uma solução numérica que melhor aproximou os resultados do cálculo analítico.

Observe-se como existe uma boa correlação entre resultados numéricos e analíticos KGD, alcançando um erro menor do 10 % na aproximação da abertura da fratura, conforme se apresenta na Figura 5.27.

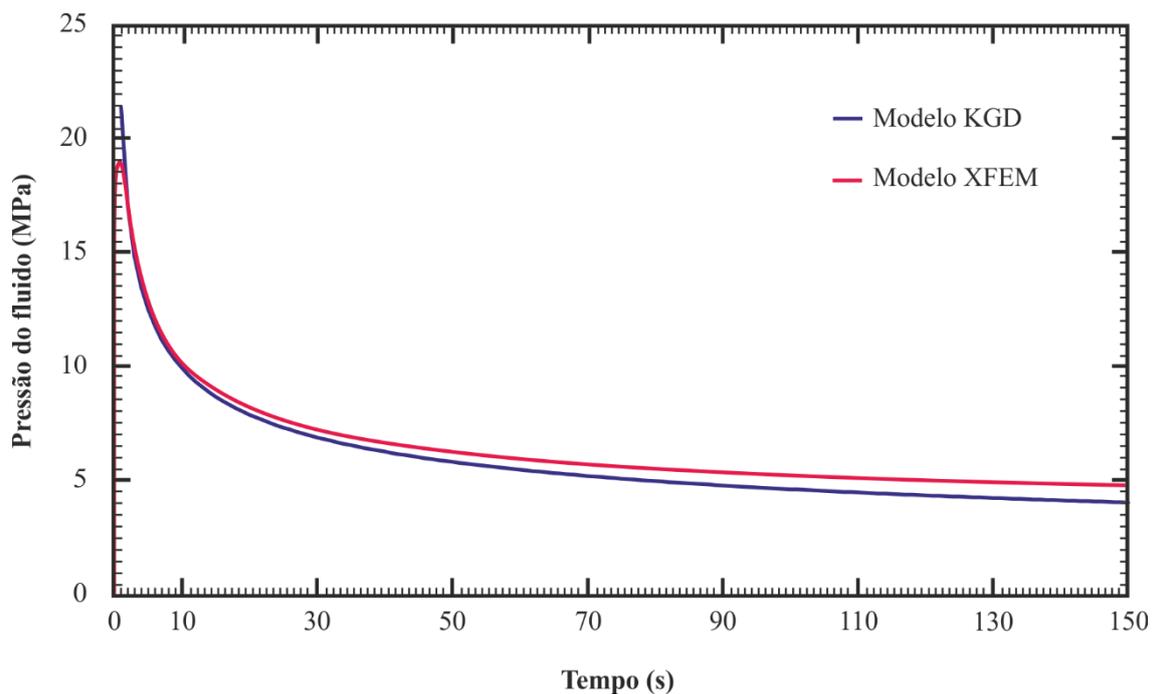


Figura 5.25 Representação do histórico da pressão através dos modelos numérico XFEM e analítico KGD

Finalmente, pode-se afirmar que outros erros podem ter sido consequência da diferença na consideração das leis constitutivas implementadas pelos modelos, por exemplo, o analítico considera os efeitos da poro-elasticidade, enquanto que no modelo numérico a formação é idealizada como um meio elástico linear.

Apesar de determinadas diferenças observadas durante as simulações mostrou-se que a modelagem numérica está em concordância com a solução analítica do modelo KGD.

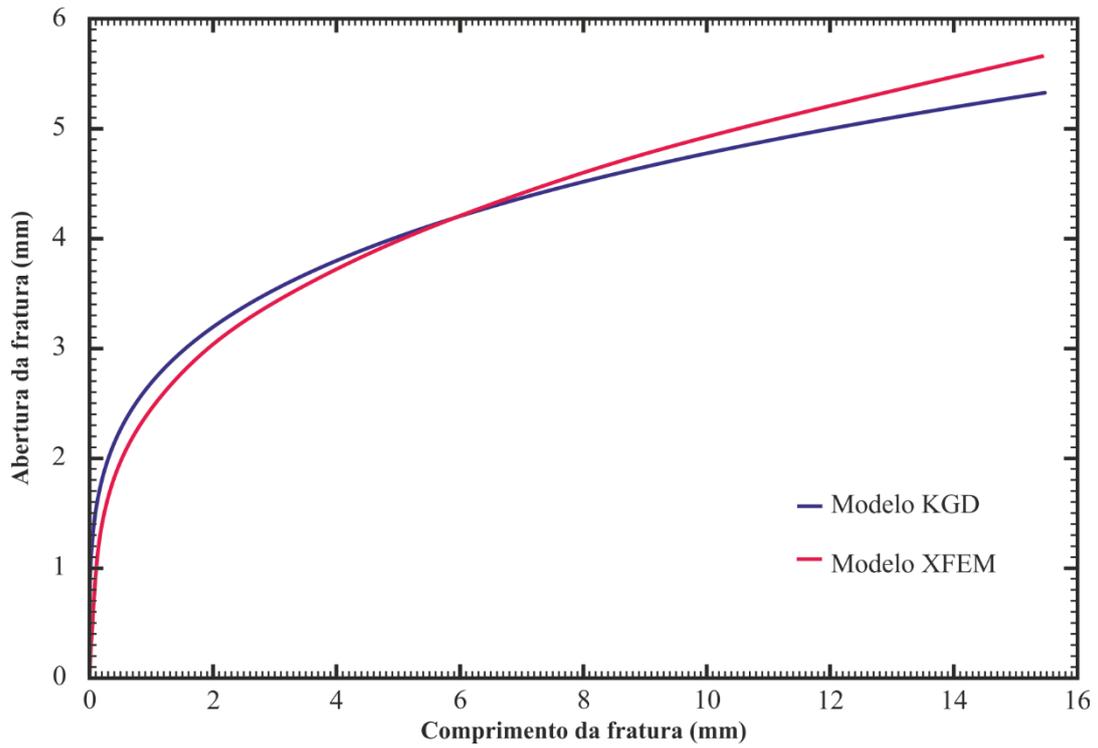


Figura 5.26 Comparação de resultados dos modelos XFEM e KGD referente à abertura da fratura ao longo da trajetória de propagação

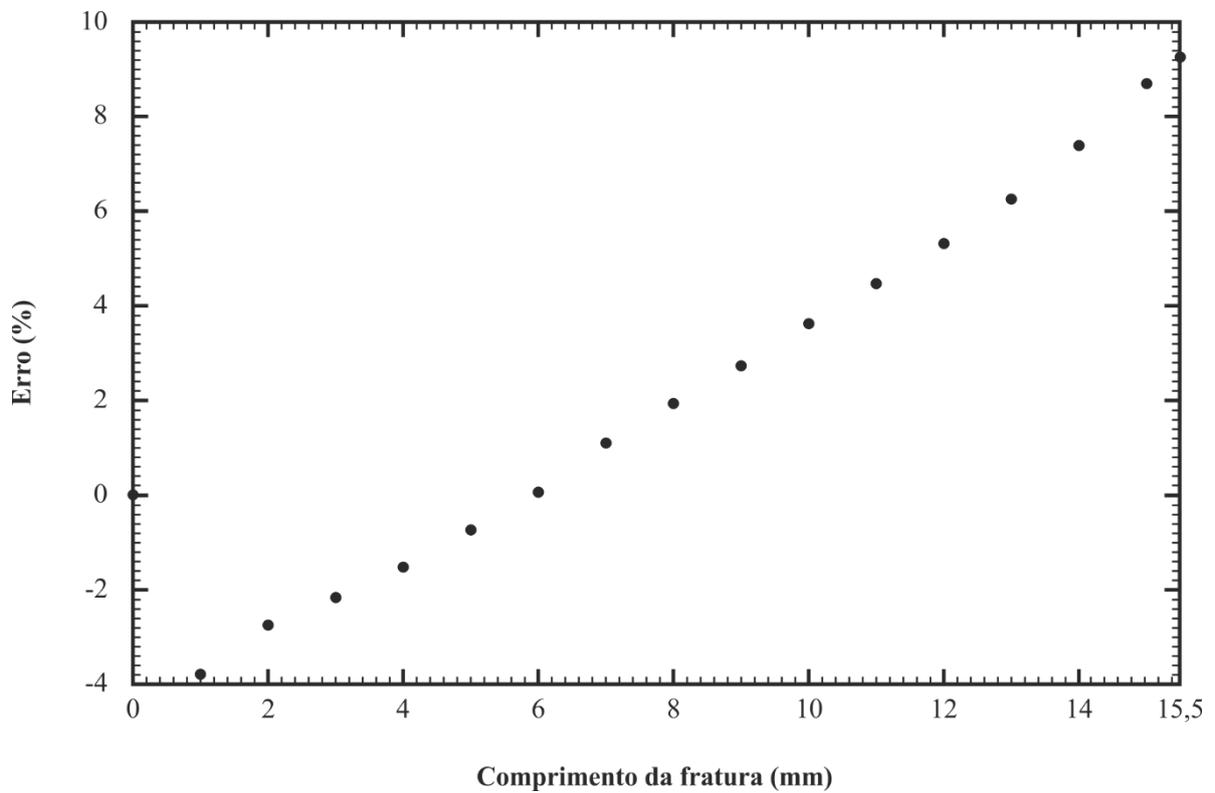


Figura 5.27 Representação do erro relativo cometido durante as aproximações de abertura da fratura no modelo XFEM e KGD

5.5 Análise paramétrica do Módulo de Young

Uma vez validado o modelo numérico XFEM no problema de fratura hidráulica, foi realizada uma análise paramétrica com a finalidade de estudar a influência do Módulo de Young E no fenômeno de propagação, especificamente, na trajetória da fratura hidráulica. A influência do Módulo de Young na distribuição de tensões iniciais não foi significativo. Essa propriedade mostrou influencia durante a trajetória de realinhamento da fratura hidráulica. Geralmente, maiores valores de E provocam incrementos no raio de realinhamento.

Nas análises numéricas foram utilizados incrementos de 2 GPa no Módulo de Young, totalizando seis modelos para um ângulo de fratura inicial $\theta = 0^\circ$ conforme é apresentado na Tabela 5.4.

Tabela 5.4 Valores de E utilizados nas análises paramétricas

	$E' = 27,74\text{ GPa}$
	$E' = 29,74\text{ GPa}$
Módulo de Young E	$E' = 31,74\text{ GPa}$
(Deformação Plana)	$E' = 33,74\text{ GPa}$
	$E' = 35,74\text{ GPa}$
	$E' = 37,74\text{ GPa}$

Na última simulação realizada percebeu-se que o realinhamento estendeu-se aproximadamente em 1,3 vezes o valor inicial, conforme se observa na Figura 5.28.

O estudo confirma que o aumento do módulo de elasticidade causa que a propagação da fratura aconteça com uma maior distância de realinhamento. Portanto, infere-se que a velocidade de propagação tenha aumentado. A maior velocidade alcançada pela trinca pode ser explicada por meio do conceito da energia crítica necessária para propagar a fratura, onde se estabelece a seguinte relação:

$$G_{IC} = \frac{K_{IC}^2}{E'} \quad (5.7)$$

Segundo essa formulação, um aumento de módulo (E') provocaria uma diminuição da energia crítica e, simultaneamente, aumentaria a velocidade de propagação e o raio de realinhamento.

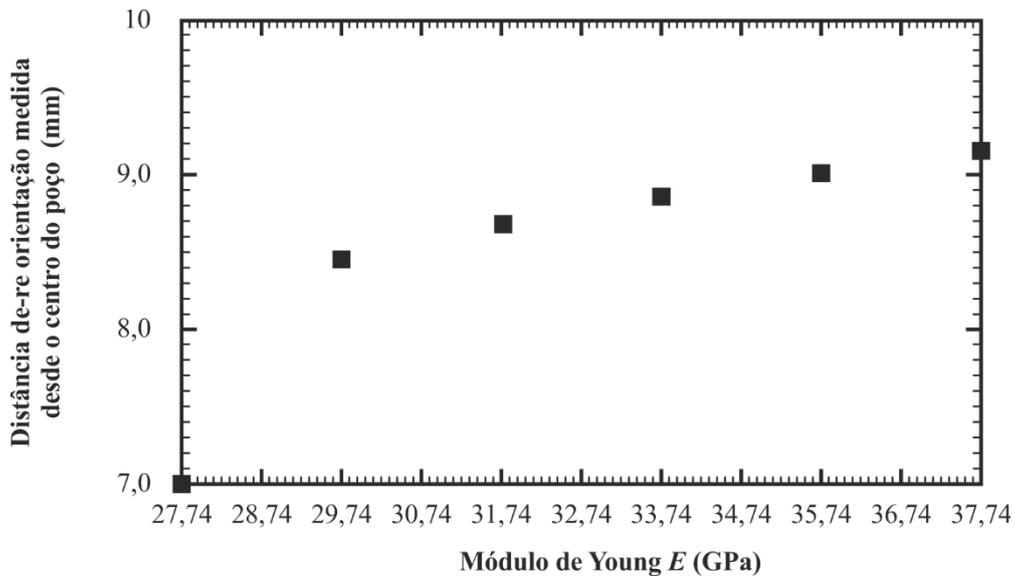


Figura 5.28 Efeito do Módulo de Young no raio de realinhamento para um ângulo de fratura inicial $\theta = 0^\circ$

5.6 Análises de sensibilidade das tensões

Nesta seção é apresentado o efeito provocado pela diferença das cargas horizontais na configuração da propagação da fratura hidráulica.

Considere-se que σ_V e σ_H são as cargas maiores e menores, respetivamente, uma mudança destas magnitudes provocam uma redistribuição das tensões e mudanças no caminho de propagação.

O campo de esforços biaxial é determinado através da razão de tensões m , definida pela divisão dos esforços verticais e horizontais conforme a seguinte expressão:

$$m = \frac{\sigma_V}{\sigma_H} \quad (5.8)$$

Foram configuradas sete simulações para diferentes valores de razões de tensões, conforme se apresenta na Tabela 5.5. A modelagem numérica em todos os casos utiliza o mesmo ângulo de fratura inicial $\theta = 0^\circ$.

Os resultados em relação à tensão tangencial no teto do poço foram representados na Figura 5.29. Observa-se uma queda na tensão tangencial a medida que se aumenta o esforço horizontal aplicado.

Tabela 5.5 Valores dos esforços aplicados nas análises de sensibilidade do modelo de fraturamento hidráulico

σ_V (MPa)	σ_H (MPa)	Razão de tensões (m)
20,68	5,89	0,28481625
20,68	6,89	0,33317215
20,68	7,89	0,38152805
20,68	8,89	0,42988395
20,68	9,89	0,47823985
20,68	10,00	0,48355899
20,68	20,68	1

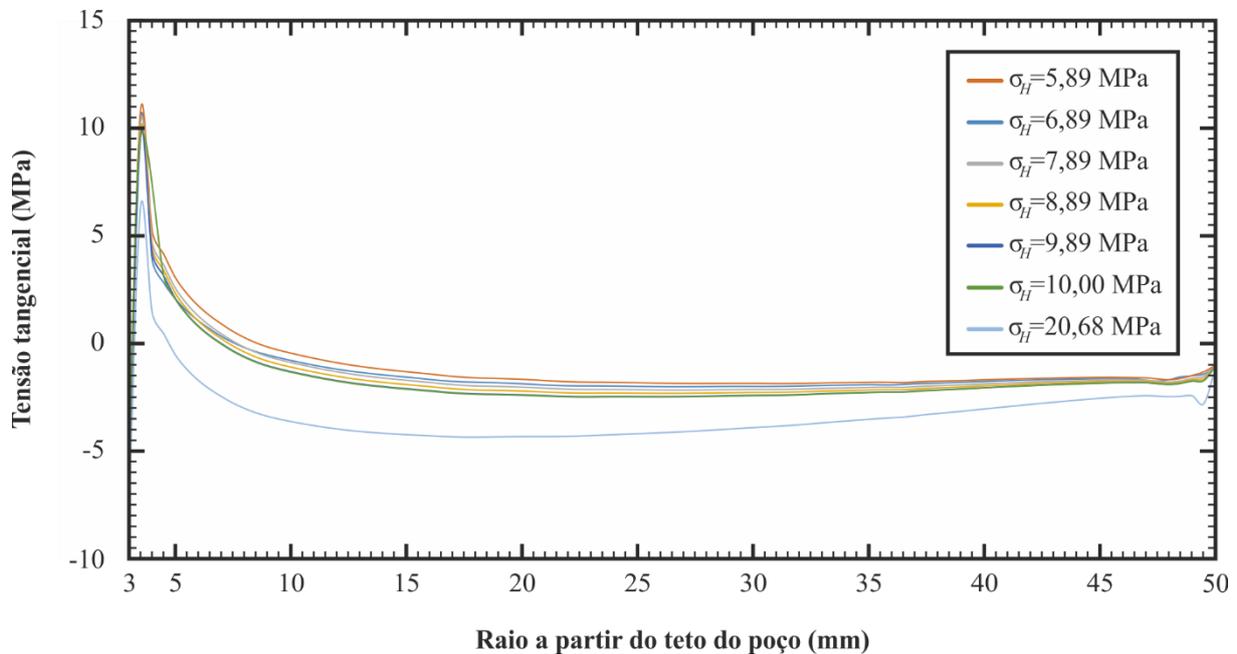


Figura 5.29 Distribuição das tensões tangenciais no teto do poço para diferentes esforços horizontais com um ângulo de fratura inicial $\theta = 0^\circ$

As tensões principais induzidas durante a propagação da fratura hidráulica nos modelos numéricos XFEM com diferentes esforços horizontais aplicados são representadas em termos de contornos de tensões equivalentes de Von Mises conforme a Figura 5.30. Observa-se que a representação das tensões e a propagação da fratura correspondem ao último estágio da aplicação de pressão hidráulica. Assim sendo, uma análise destes gráficos indica que, à medida que a fratura se realinha, as máximas descompressões se direcionam perpendicularmente à menor tensão aplicada. Observou-se também que um aumento no valor da tensão principal menor provoca um alongamento no campo de esforços induzidos.

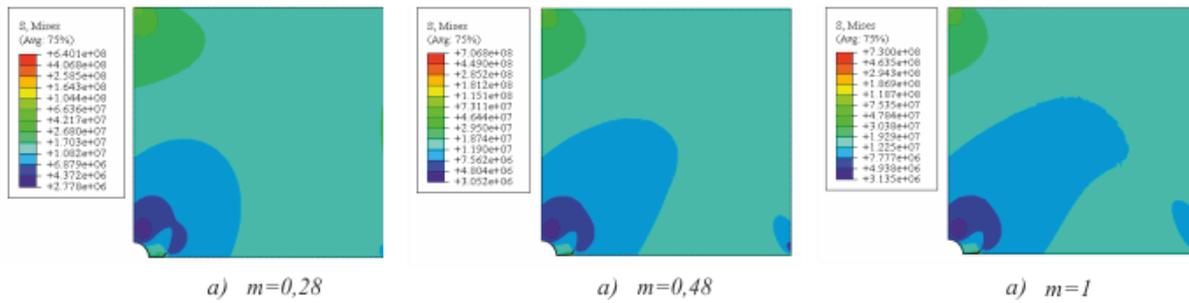


Figura 5.30 Variação das tensões induzidas pela injeção do fluido de fraturamento e para uma razão de tensão (a) $m = 0,28$ (b) $m = 0,48$ (c) $m = 1$

Para uma razão de tensão $m = 1$, se observa uma propagação contínua das tensões, assim como maiores valores de esforços induzidos em relação às simulações com razões $m < 1$. Também pode-se confirmar que para outros valores de m , a propagação e velocidade não são similares devido às mudanças na trajetória da fratura no campo de esforços induzidos, e à adição de esforços tangenciais, em algumas zonas da descontinuidade, que não podem ser desconsiderados. As simulações sugerem que durante a propagação da fratura, ocorre uma diminuição da tensão de confinamento ao redor da sua ponta e, assim, um aumento da velocidade, o que pode gerar uma propagação instável da trinca. O fenômeno de instabilidade de fraturas hidráulicas deve de ser objeto de estudo, e pode ser atenuado aumentando o tempo de injeção do fluido.

As análises realizadas permitiram determinar que maiores valores de anisotropia das tensões exercessem um efeito na rápida reorientação da fratura através de um raio menor de realinhamento. O efeito é fácil de compreender para os casos onde o ângulo de fratura inicial é mais desviado do PFP, e, por essa razão, o estudo de sensibilidade foi realizado no modelo de fraturamento com entalhe a $\theta = 0^\circ$.

Na escala de reservatórios, uma formação com alta anisotropia de tensões horizontais pode apresentar fraturas induzidas de acelerada propagação, o que denotaria um incremento da tortuosidade da fratura limitando a largura. Esse efeito não pode ser negligenciado no projeto de fraturamento hidráulico.

5.7 Conclusões parciais

Durante a modelagem foi necessário simular combinações de parâmetros com o objetivo de compreender os processos envolvidos durante todo o fenômeno e evitar erros de interpretação quando apenas uma aproximação, ou apenas algumas partes do teste são simulados.

O estado de tensões antes e após o bombeamento do fluido foi objeto de análises, observando-se um gradual acúmulo de esforços na ponta da fratura inicial, que vai formando uma área maior de tensões principais mínimas. Em outras etapas notou-se que, devido à baixa resistência à tração do material utilizado, comparado com a resistência à compressão, a iniciação das fraturas ocorre na ponta do entalhe induzido devido ao surgimento de uma tensão de tração maior que o valor admissível.

As avaliações da influência do ângulo da fratura inicial na propagação demonstraram que, para ângulos mais desviados do PFP, se necessitam maiores pressões de ruptura e conseqüentemente o realinhamento da fratura com o PFP atinge uma maior distância. Os modelos despontaram que existe um padrão de reorientação da fratura em função da distribuição das tensões. Recomenda-se no modelo analisado induzir fraturas iniciais com ângulos de $\theta = 30^\circ$ ou $\theta = 60^\circ$, porquanto os valores de pressão de ruptura foram pequenos. O estudo deverá ser estendido às análises de projeto na escala de reservatório, de maneira a ajudar a reduzir o custo e aumentar a eficiência do fraturamento hidráulico. As simulações sugerem que a modelagem numérica é capaz de prever as pressões de iniciação e de ruptura de um reservatório e indicar uma melhor configuração para a fratura inicial. Em formações com indícios de anisotropia de tensões horizontais a orientação da fratura inicial, passa a ser um parâmetro relevante e deve de ser considerado. O efeito acoplado do ângulo de fratura inicial e a anisotropia de tensões representam importantes mudanças nas tensões de contorno do poço.

Demonstrou-se a importância de estudar o efeito da anisotropia das tensões horizontais sobre a distribuição de esforços tangenciais para formações de alto grau de anisotropia na fase de projeto de fraturamento hidráulico.

Outras análises foram destinadas a estudar o efeito do comprimento da fratura inicial e o estado de tensões nos modelos de fraturas estáticas. O estudo tridimensional demonstra a complexidade da propagação das fraturas hidráulicas devido ao predomínio de modos mistos. Os fatores de intensidade de tensão confirmaram ser uma importante ferramenta para avaliar a propagação de fraturas pressurizadas por um fluido num meio elástico.

A comparação de resultados dos modelos KGD e XFEM despontou uma concordância nas curvas de abertura e comprimento das fraturas, assim como no histórico da pressão líquida no interior da fratura.

Demostrou-se que o XFEM consegue simular a propagação de fraturas sob pressão hidráulica através da comparação de resultados numéricos e experimentais com satisfatória precisão.

CAPÍTULO 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

O problema de descontinuidade abordado com XFEM elimina a necessidade de re-discretizar as superfícies da fratura, mitigando assim os custos computacionais e erros de projeção na malha, associados ao método convencional de elementos finitos. No contexto, a solução numérica do XFEM fornece resultados mais precisos do que o FEM. Entretanto, devido ao aspecto da singularidade, a taxa de convergência do XFEM é um problema a ser considerado, e em ocasiões o XFEM pode levar a uma convergência menor do que a esperada.

Nesta pesquisa foram simulados modelos de fraturas em 2D e 3D utilizando os recursos disponíveis em Abaqus para o XFEM. Mediante o devido uso do XFEM e refinando a malha na região da fratura e na sua ponta, foram obtidos excelentes resultados nas aproximações de dados experimentais. O modelo bidimensional teve um importante papel como passo inicial para compreender a simulação do problema, e foi utilizado para estudar a propagação arbitrária da fratura, devido ao baixo tempo de processamento. Os modelos em 2D apresentaram resultados aceitáveis quando se comparam com os resultados de laboratório. No modelo em 3D, para análise de fratura estacionária, a determinação do fator de intensidade de tensão foi um aspecto relevante para a validação do método numérico.

A pesquisa apresenta conceitos teóricos e práticos que podem servir nas fases de projeto de fraturamento hidráulico e para a otimização dos principais parâmetros que intervêm no processo.

6.1 Casos de fratura estudados via XFEM

Nesta pesquisa avaliou-se a capacidade do XFEM na simulação de fraturas de três modelos de referência com disponibilidade de resultados experimentais. Com o método numérico utilizado obteve-se excelentes resultados nos estudos de convergência e na comparação com os dados obtidos nos ensaios de laboratório.

6.1.1 Modelos de validação: CDT e SEN(B)

O XFEM permitiu a modelagem de fraturas de uma forma flexível em relação à geração da malha. A precisão da solução é função desta, o que significa que a experiência do projetista é fundamental para enfrentar o problema. Uma discretização densa em torno da ponta da trinca ofereceu bons resultados, mas esse tipo de refinamento de malha é de difícil execução em estruturas mais complexas.

As simulações de fraturas estacionárias nos modelos CDT e SEN(B) mostraram o total domínio do fator de intensidade de tensão no modo puro de abertura, o qual foi avaliado ao longo do comprimento da fratura. Teve-se uma boa correlação de K_I mediante uma acertada implementação do XFEM no modelo SEN(B) quando é comparada com uma formulação analítica de K_I .

6.1.2 Modelo de fraturamento hidráulico

O modelo é utilizado para investigar o efeito da orientação da fratura inicial e o regime de tensões na região próxima do poço antes e durante a indução de fraturas hidráulicas pela injeção de fluidos. A interação de parâmetros estudados afeta tanto a propagação da trinca como a sua geometria. Por outro lado, a modelagem numérica de fraturas hidráulicas utilizando o XFEM mostrou uma dependência da densidade da malha na ponta da trinca maior do que o esperado, sendo este o aspecto que mais afetou a precisão.

Baseado nos resultados obtidos no modelo, são oferecidas as seguintes recomendações para considerar em projetos de fraturamento hidráulicos:

1. Monitorar possíveis anisotropias das tensões horizontais na camada alvo do tratamento. Este efeito desempenha uma importante função no raio de realinhamento e, conseqüentemente, na tortuosidade da fraturas. Nas análises deve-se determinar o PFP para evitar fraturas iniciais muito desviadas deste plano. O desvio do ângulo de fratura inicial deve ter uma menor tolerância em formações de alta anisotropia.
2. Determinar o efeito que das tensões aplicadas nos modelos sobre a trajetória das fraturas.

6.2 Sugestões para pesquisas futuras

Recomenda-se desenvolver pesquisas relacionadas aos benefícios oferecidos pelos métodos numéricos na modelagem do fraturamento hidráulico. Também é preciso ampliar o entendimento do fenômeno através da implementação das seguintes linhas de trabalho:

1. Utilizar relações constitutivas elasto-plástica para o cálculo da abertura da fratura via XFEM, de modo a se entender o efeito da plasticidade na etapa de iniciação da fratura, assim como avaliar o erro cometido ao idealizar o modelo regido por uma lei elástico linear;

2. Comparar os resultados numéricos de K_I obtidos no modelo CDT com a solução analítica oferecida por Lei (2008) para tal fator de intensidade de tensão em condições de deformação plana;
3. Investigar o comportamento de modos mistos na propagação de fraturas hidráulicas através da implementação do critério de fratura BK (Benzeggagh & Kenane, 1996);
4. Executar as simulações de propagação arbitrária de fraturas hidráulicas no modelo 3D, de modo a se obter uma melhor visão sobre os efeitos relativos ao entalhe inicial e, dessa forma, a propagação de fraturas hidráulicas. Um modelo tridimensional também oferece a possibilidade de estudar a altura da fratura durante a propagação e o efeito das camadas sobrejacentes e subjacentes;
5. Incluir o efeito do fluxo de injeção no comportamento hidromecânico da fratura. O fluxo no interior do reservatório é influenciado pela velocidade de injeção do fluido de fraturamento;
6. Simular o efeito da anisotropia das propriedades mecânicas numa mesma seção do modelo de fraturamento hidráulico. A propagação e realinhamento da fratura devem acontecer mais rapidamente na zona de maior Módulo de Young ou maior resistência. Segundo Naranjo e Soto (2007) em poucas pesquisas trata-se a influência da anisotropia de parâmetros geomecânicos;
7. Estudar o efeito do atraso do fluido na ponta da fratura pela via numérica XFEM;
8. Avaliar fraturas pré-existentes nos modelos. Esta consideração é significativa no desenvolvimento do fraturamento hidráulico pois durante a propagação da fratura hidráulica é possível induzir à abertura de pré-descontinuidades existentes;
9. Considerar o vazamento do fluido para o meio rochoso no fenômeno de propagação de fraturas hidráulicas;
10. Aplicar métodos destinados a alcançar uma melhor taxa de convergência do XFEM. Estudar o XFEM com uma zona de enriquecimento constante e o XFEM com alta ordem de enriquecimento (Laborde et al., 2005; Xiao e Karihaloo, 2006), assim como a construção modificada de elementos mistos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- ADACHI, J., SIEBRITS, E., PEIRCE, A. & DESROCHES, J. (2007). Computer simulation of hydraulic fractures. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 44: 19.
- AL-BUSAIDI, A. (2005). Distinct element modeling of hydraulically fractured Lac du Bonnet granite. *J. Geophys. Res.* 110: 1-14.
- ASARO, R. J., O'DOWD, N. P. & SHIH, C. F. (1993). Elastic-plastic analysis of cracks on bimaterial interfaces: interfaces with structure. *Mater. Sci. Eng. A162(1)*: 175-192.
- ASSIS, A. P. (2013). *Obras Subterrâneas: Tensões Naturais*. Aula, Universidade de Brasília, PPG, Brasília, DF.
- ASTM (2008). Standard Test Method for Determination of In-Situ Stress in Rock Using Hydraulic Fracturing Method. D4645. United States, ASTM Int.: 7.
- ASTM (2012). Standard Test Method for Linear-Elastic Plane-Strain Fracture Toughness K_{Ic} of Metallic Materials. E399. West Conshohocken, United States, ASTM Int.: 33
- ASTM (2013). Standard Test Method for Determining Fracture Energy of Asphalt-Aggregate Mixtures Using the Disk-Shaped Compact Tension Geometry. D7313. West Conshohocken, United States, ASTM Int.: 9.
- BAYDOUN, M. & FRIES, T.P. (2012). Crack propagation criteria in three dimensions using the XFEM and an explicit–implicit crack description. *Int. J. Fracture* 178: 20.
- BELYTSCHKO, T. & BLACK, T. (1999). Elastic crack growth in finite elements with minimal remeshing. *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 45: 601-620.
- BELYTSCHKO, T., GRACIE, R. & VENTURA, G. (2009). A Review of XFEM/GFEM for Material Modelling. D. o. M. Engineering. Illinois, United States, Northwestern University.
- BENZEGGAGH, M. L. & M. KENANE (1996). Measurement of mixed-mode delamination fracture toughness of unidirectional glass/epoxy composites with mixed-mode bending apparatus. *Compos. Sci. Technol.* 56(1): 11.
- BERCHENKO, I., DETOURNAY, E. & CHANDLER, N. (1997) Propagation of Natural Hydraulic Fractures. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 34(3): 11
- BIOT, M. A. (1941). General theory of three-dimensional consolidation. *J. Appl. Phys.* 12(2): 155-164.
- BOONE, T. J. & E. DETOURNAY (1990). Response of a Vertical Hydraulic Fracture Intersecting a Poroelastic Formation Bounded by Semi-Infinite Impermeable Elastic Layers. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 27(3): 189-197.
- BROEK, D. (1986). *Elementary Engineering Fracture Mechanics*. Dordrecht, Netherlands.
- CARRIER, B. & GRANET, S. (2012). Numerical modeling of hydraulic fracture problem in permeable medium using cohesive zone model. *Eng. Fracture Mech.* 79: 17.

CHAVES, E. W. (2003). A Three Dimensional Setting for Strong Discontinuities Modelling in Failure Mechanics. Departament de Resistència de Materials i Estructures a L'Enginyeria. Barcelona, Universitat Politècnica de Catalunya. Doctoral Thesis: 207.

CHEN, Z. (2013). Implementation of the XFEM for Hydraulic Fracture Problems. 13th International Conference on Fracture. Beijing, China, CSIRO: 10.

CORNET, F. H. & B. VALETTE (1984). *In Situ* Stress Determination from Hydraulic Injection Test Data. J. Geophys. Res.: 527-537

DEVLOO, P. R. B., FERNANDES, P.D., GOMES, S.M., BRAVO, C.A. & DAMASA, R.G (2006). A finite element model for three dimensional hydraulic fracturing. Math. Comput. Simulat. 73: 14.

DOWLING, N. E. (2013). Mechanical behavior of materials: engineering methods for deformation, fracture, and fatigue. Boston: Pearson, Virginia Polytechnic Institute & State University.

ECONOMIDES, J. M. & NOLTE, G. K. (2000). Reservoir Simulation. Londres, England, 856 p.

EVANGELISTA, F., ROESLER, J. R. & PROENÇA, S. P. (2013). Three-dimensional cohesive zone model for fracture of cementitious materials based on the thermodynamics of irreversible processes. Eng. Fracture Mech. 97: 261–280.

FALLAHZADEH, S. H., RASOULI, V. & SARMADIVALEH, M. (2015). An Investigation of Hydraulic Fracturing Initiation and Near-Wellbore Propagation from Perforated Boreholes in Tight Formations. Rock Mech. Rock Eng. 48: 573-584.

FERNANDES, P. D. (1998). Modelagem Semi-Analítica Pseudo Tridimensional de Propagação e Fechamento de Fraturas Induzidas em Rochas. Pós Graduação Engenharia do Petróleo. Campinas, Universidade Estadual de Campinas. Tese de Doutorado: 168.

FJÆR, E., HOLT, R.M., HORSRUD, P., RAAN, A.M. & RISNES R. (2008). Petroleum Related Rock Mechanics. Amsterdam, Elsevier.

FRANK, U. & BARKLEY, N. (1995). Remediation of low permeability subsurface formations by fracturing enhancement of soil vapor extraction. J. Hazard Mater. 40: 11.

FRIES, T. P. & T. BELYTCHKO (2010). The extended/generalized finite element method: An overview of the method and its applications. Int. J. Numer. Meth. Eng. 84: 253–304.

GANDOSSO, L. (2013). An overview of hydraulic fracturing and other formation stimulation technologies for shale gas production. J. R. Centre. Luxembourg, Institute for Energy and Transport. JRC Technical Report: 64.

GEERTSMA, J. & KLERK, F. (1969). A Rapid Method of Predicting Width and Extent of Hydraulically Induced Fractures. J. Pet. Technol. 21: 1571-1581.

- GIGLIOTTI, L. (2012). Assessment of the applicability of XFEM in Abaqus for modeling crack growth in rubber. Master Thesis, KTH School of Engineering Sciences.
- GORDELIY, E. & PEIRCE, A. (2013a). Coupling schemes for modeling hydraulic fracture propagation using the XFEM. *Comput. Method Appl. Mech. Eng.* 253: 18.
- GORDELIY, E. & PEIRCE, A. (2013b). Implicit level set schemes for modeling hydraulic fractures using the XFEM. *Comput. Method Appl. Mech. Eng.* 266: 19.
- GUANGMING, Z., CHUNMING, X., JIANDONG, L., JUAN, J. & LUHE, S. (2011). Finite element analysis method for horizontal well hydraulic fracturing. *SREE Conference on Engineering Modeling and Simulation* 12: 8.
- HAIMSON, B. C. & M. Y. LEE (1984). Development of a Wireline Hydrofracturing Technique and Its Use at a Site of Induced Seismicity. 25th Symposium on Rock Mechanics. Evanston, Illinois, AIME. *Rock Mechanics in Productivity and Protection*: 194-203.
- HELWANY, S. (2007). *Applied Soil Mechanics with Abaqus Applications*. New Jersey, John Wiley & Sons, 385 p.
- IRWIN, G. (1957). Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. *J. Appl. Mech.* 24: 361-364.
- JANSSEN, M., J. ZUIDEMA & WANHILL, R. (2006). *Fracture Mechanics*. The Netherlands, VSSD.
- KESWANI, K., SINGH, K. L. & AROKKIASWAMY, A. (2012). Computation of SIF and crack growth simulation using XFEM techniques. *International Conference on Advanced Research in Mechanical Engineering*.
- KHRISTIANOVITCH, S. A. & Y. P. ZHELTOV (1955). Formation of Vertical Fractures by Means of Highly Viscous Fluids. 4th World Petroleum Congress: 2:579-586.
- LABORDE, P., POMMIER, J., RENARD, Y. & SALAÜN, M. (2005). High-Order Finite Element Method for Cracked Domains. *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 64(3): 354–381.
- LECAMPION, B. (2009). An extended finite element method for hydraulic fracture problems. *Comm Numer Meth Eng* 25: 13.
- LECAMPION, B. & DETOURNAY, E. (2007). An implicit algorithm for the propagation of a hydraulic fracture with a fluid lag. *Comput. Method Appl. Mech. Eng.* 196: 18.
- LEI, Y. (2008). Finite element crack closure analysis of a compact tension specime. *Int. J. Fracture* 30: 21-31.
- LI, L. C., TANG, C.A, LI, G., WANG, S.G., LIANG, Z.Z. & ZHANG, Y.B. (2012). Numerical simulation of 3D hydraulic fracturing based on an improved flow-stress-damage model and a parallel FEM technique. *Rock Mech. Rock Eng.* 45: 18.

- MAHDAVI, A. & S. MOHMMADI (2013). Numerical Hydraulic Fracture Model Using the Extended Finite Element Method. International Conference on Mechanical and Industrial. Penang, Malaysia, ICMIE2013.
- MOAYED, R. Z., IZADI, E. & FAZLAVI, M. (2012). *In situ* stress measurements by hydraulic fracturing method at Gotvand Dam site, Iran. Turkish Journal of Engineering & Environmental Sciences 36(1): 16.
- MOËS, N., DOLBOW, J. & BELYTSCSKO, T. (1999). A Finite Element Method for crack growth without remeshing. Int. J. Numer. Meth. Eng. 46: 131-150.
- MOHAMMADNEJAD, T. & KHOEI, A. R (2013a). Hydro-mechanical modeling of cohesive crack propagation in multiphase porous media using the extended finite element method. Int. J. Numer. Anal. Met. Geomech. 37: 33.
- MOHAMMADNEJAD, T. & KHOEI, A. R. (2013b). An extended finite element method for hydraulic fracture propagation in deformable porous media with the cohesive crack model. Finite Elem. Anal. Des. 73: 19.
- NARANJO, A. & SOTO, C.M. (2007). Effect of geomechanical parameters in the hydraulic fracturing of hydrocarbon reservoirs sensitive to stress (in Spanish). Boletín de Ciencias de la Tierra 21: 14.
- PAIS, M. J., KIM, N. H. & DAVIS, T. (2010). Reanalysis of the Extended Finite Element Method for Crack Initiation and Propagation. AIAA SDM Student Symposium. A. SDM. University of Florida, Gainesville.
- PAPANASTASIOU, P. C. (1997). A coupled elastoplastic hydraulic fracturing model. Int. J. Rock Mech. & Min. Sci. 34(3-4): 15.
- PERKINS, T. K. & KERN, L.R. (1961). Widths of Hydraulic Fracture. J. Pet. Sci. Technol. 89: 937-949.
- REEDER, J. R. & J. H. CREWS (1990). Mixed-mode bending method for delamination testing. AIAA J. 28: 1270-1276.
- RICE, J. R. (1968a). A Path Independent Integral and the Approximate Analysis of Strain Concentration by Notches and Cracks. J. Appl. Mech. 36(2): 379-386.
- SABSABI, M. (2010). Crack modeling and life estimation in fretting fatigue by Extend Finite Element Method X-FEM (in Spanish). Departamento de Ingeniería Mecánica y de Materiales. Valencia, Universidad Politécnica de Valencia. Tesis Doctoral: 221.
- SANJUAN, B., PINAULT, J-L., ROSE, P., GÉRARD, A., BRACH, M., BRAIBANT, G., CROUZET, C., FOUCHER, J-C., GAUTIER, A. & TOUZELET, S. (2006). Tracer testing of the geothermal heat exchanger at Soultz-sous-Forêts (France) between 2000 and 2005. Geothermics 36: 32.
- SARRIS, E. & PAPANASTASIOU, P. (2012). Modeling of hydraulic fracturing in a poroelastic cohesive formation. Int. J. Geomech. 12: 8.

- SEGURA, J. M. & CAROL, I. (2005). Hydraulic fracture simulation using discrete crack approach. *Anales de Mecánica de la fractura*. 22: 547-552.
- SHIH, C. F. & MORAN, B. (1985). Energy release rate along a three-dimensional crack front in a thermally stressed body. *Int. J. Fracture* 30(1): 79-102.
- SHIMIZU, H., MURATA, S. & ISHIDA, T. (2011). The distinct element analysis for hydraulic fracturing in hard rock considering fluid viscosity and particle size distribution. *Int. J. Rock Mech. Min. Sci.* 48: 16.
- SONG, J. H., AREIAS, P.M.A. & BELYTSCHKO, T. (2006). A method for dynamic crack and shear band propagation with phantom nodes. *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 67: 868–893.
- STOLARSKA, M., CHOPP, D. L., MOËS, N. & BELTYSCHKO, T. (2001). Modelling crack growth by level sets. *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 51(8): 943-960.
- SUKUMAR, N., CHOPP, D. L., MOES, N. & BELYTSCHKO, T. (2001). Modeling holes and inclusions by level sets in the extended finite-element method. *Comput. Method Appl. Mech. Eng.* 190: 6183-6200.
- SUKUMAR, N., CHOPP, D. L. & MORAN, B. (2003). Extended finite element method and fast marching method for three-dimensional fatigue crack propagation. *Eng. Fracture Mech.* 70: 29-48.
- SUKUMAR, N., MOËS, N., MORAN, B. & BELYTSCHKO, T. (2000). Extended finite element method for three-dimensional crack modelling. *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 48: 1549-1570.
- SUTHERSAN, S. S. (1999). Hydraulic and pneumatic fracturing. *Remediation Engineering : Design Concepts*. C. P. LLC. Boca Raton, CRC Press LLC: 19.
- SYSTÈMES, D. (2013). Abaqus 6.13. Example Problems Manual. D. Systèmes. Providence. Volume I-V.
- WAGONER, M. P., BUTTLAR, W.G. & PAULINO, G.H. (2005). Disk-shaped Compact Tension Test for Asphalt Concrete Fracture. *Experimental Mechanics* 45(3): 8.
- WANG, T., ZHOU, W., CHEN, J., XIAO, X., LI, Y. & ZHAO, X. (2014). Simulation of hydraulic fracturing using particle flow method and application in a coal mine. *J. Coal Geol.* 121: 1-13.
- WANGEN, M. (2011). Finite element modeling of hydraulic fracturing on a reservoir scale in 2D. *J. Pet. Sci. Eng.* 77: 12.
- WANGEN, M. (2013). Finite element modeling of hydraulic fracturing in 3D. *Computers & Geosciences*. 17: 13.
- WEBER, N. & FRIES, T. P. (2013). The XFEM with an Implicit-Explicit Crack Description for a Plane-Strain Hydraulic Fracture Problem. *Proc. Appl. Math. Mech* 13(1): 83-84.

- WU, R. (2006). Some Fundamental Mechanisms of Hydraulic Fracturing. School of Civil and Environmental Engineering. Georgia, Georgia Institute of Technology. PhD: 280 p.
- XIA, G. (2007). Volume Changes During Fracture Injection of Biosolids. Civil Engineering. Ontario, University of Waterloo. Master of Applied Science in Civil Engineering: 108 p.
- XIAO, Q. Z. & KARIHALOO, B. L. (2006). Improving the accuracy of XFEM crack tip fields using higher order quadrature and statically admissible stress recovery. *Int. J. Numer. Meth. Eng.* 66(9): 1378-1410.
- YEW, C. H. (1997). *Mechanics of Hydraulic Fracturing*. Houston, Texas, Gulf Publishing Company.
- ZHANG, G. M., LIU, H., ZHANG, J., WU, H.A. & WANG, X.X. (2010). Three-dimensional finite element simulation and parametric study for horizontal well hydraulic fracture. *J. Pet. Sci. Eng.*: 8.
- ZHAO, X. (2010). *Imaging the Mechanics of Hydraulic Fracturing in Naturally-Fractured Reservoirs Using Induced Seismicity and Numerical Modeling*. Department of Physics. Toronto, University of Toronto. Doctor of Philosophy: 285.
- ZIELONKA, M. G., SEARLES, K. H., NING, J. & BUECHLER, S. R. (2014). Development and Validation of Fully-Coupled Hydraulic Fracturing Simulation Capabilities. 2014 SIMULIA Community Conference: 1-31.
- ZIENKIEWICZ, O. C. & TAYLOR, R.L. (2005). *The Finite Element Method*, Elsevier.

APÊNDICE A: CÓDIGO UTILIZADO PARA SIMULAR AS TENSÕES RADIAIS E TANGENCIAIS DEVIDO À APLICAÇÃO DE ESFORÇOS

```
H=6.89;
h=20.68;
w=6;

[r,s] = meshgrid(-0.07:0.001:0.07, -0.07:0.01:0.07);
f = ((H+h)/2)*(1.-(w^2.*r.^-2))-((H-h)/2)*(1+3*(w^4*r.^-4)-4*(w^2.*r.^-2)).*cos(2.*s);
[X,Y,Z] = pol2cart(r,s,f);
figure(1), surf(X,Y,Z);

g = ((H+h)/2)*(1.+(w^2./r.^2))-((H-h)/2)*(1+3*(w^4./r.^4)).*cos(s*2);
figure(2), surf(r,s,g);

% plot (H,h,r,w,s,f);
% grid on
```

APÊNDICE B: TENSÕES TANGENCIAIS E RADIAIS DE POÇOS PERFORADOS E SUBMETIDOS À PRESSÃO HIDRÁULICA

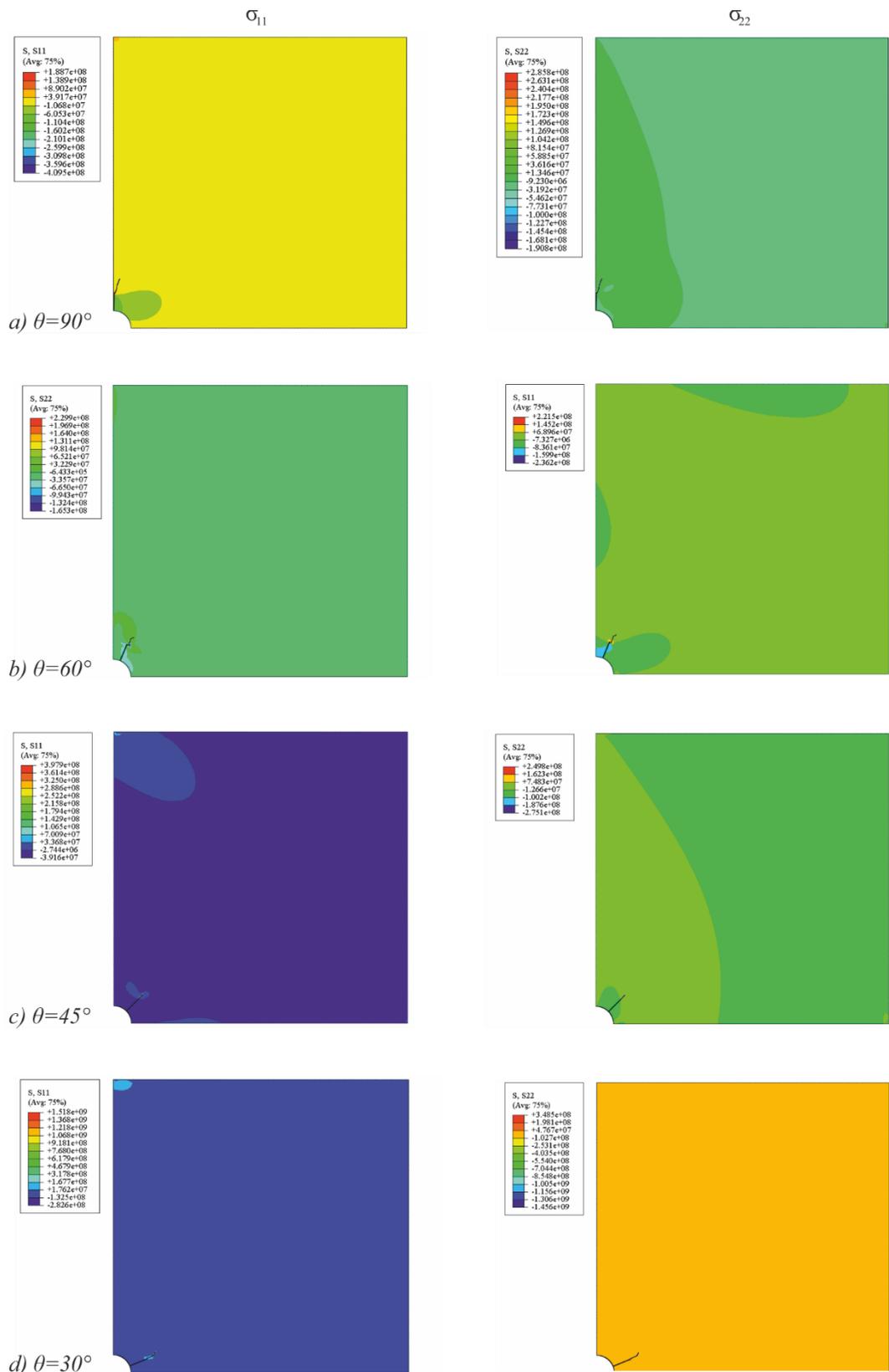


Figura A.1 Tensões principais σ_{11} e σ_{22} para diferentes ângulos de fratura inicial (a) $\theta = 90^\circ$ (b) $\theta = 60^\circ$ (c) $\theta = 45^\circ$ (d) $\theta = 30^\circ$

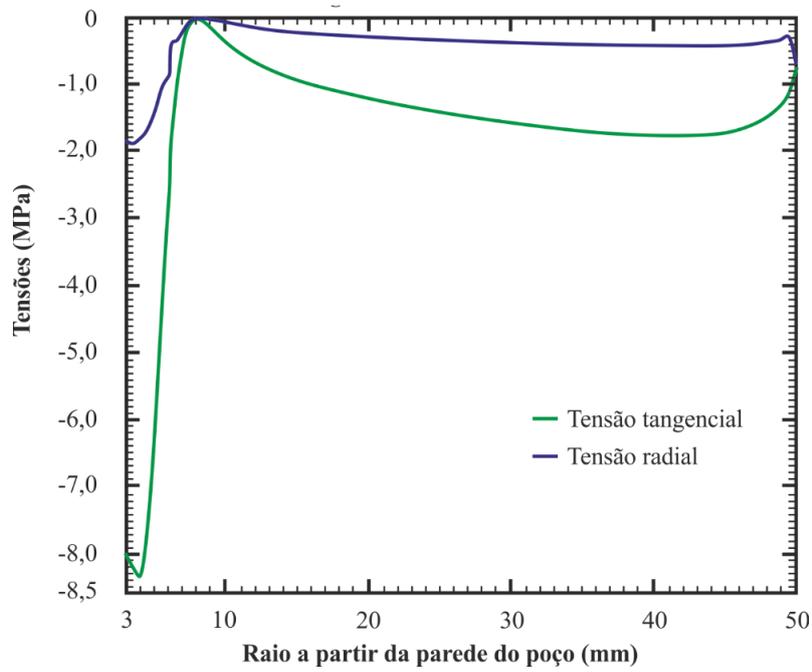


Figura A.2 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 30^\circ$

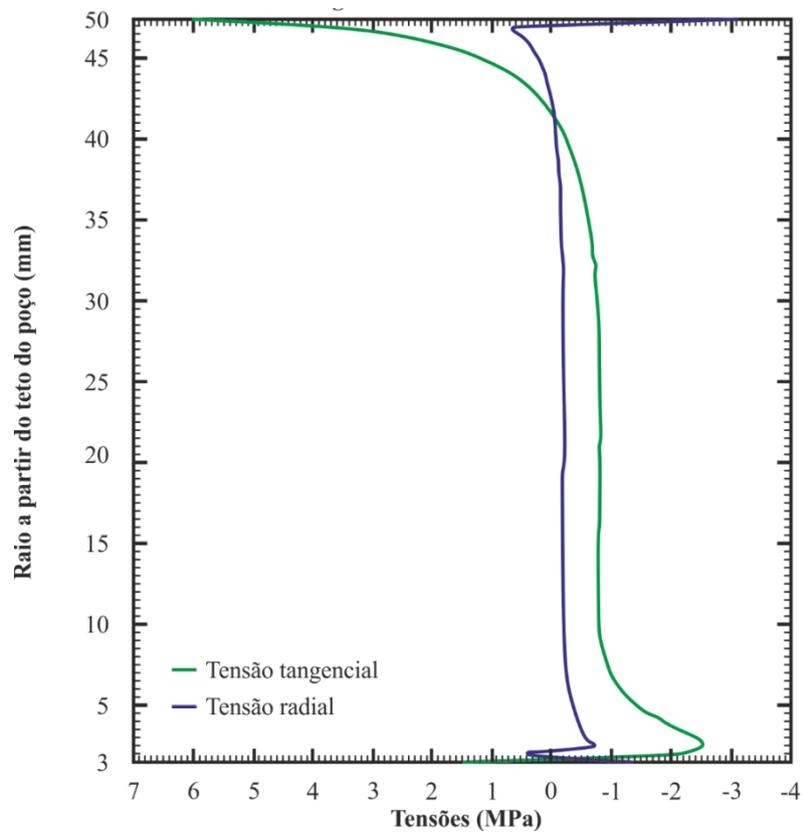


Figura A.3 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 30^\circ$

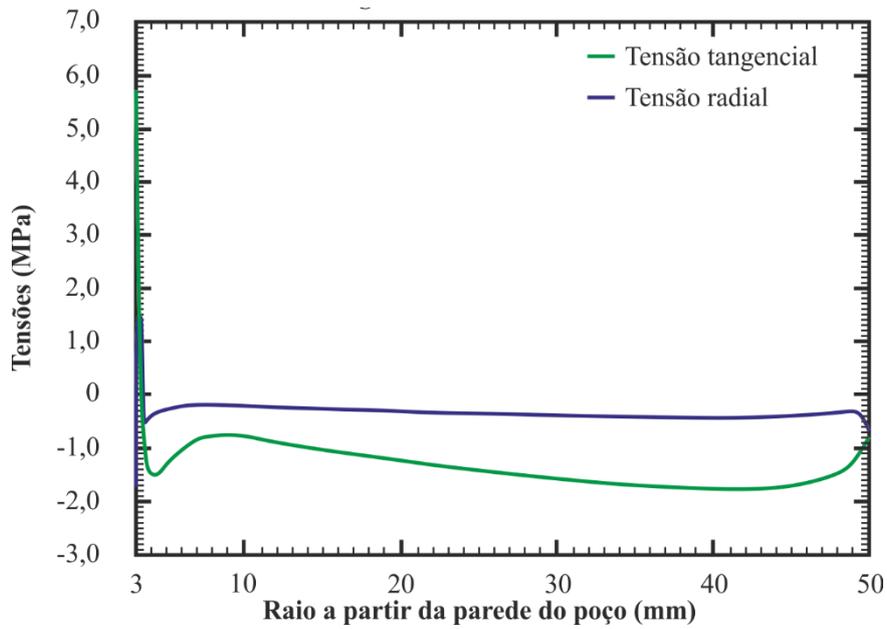


Figura A.4 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 45^\circ$

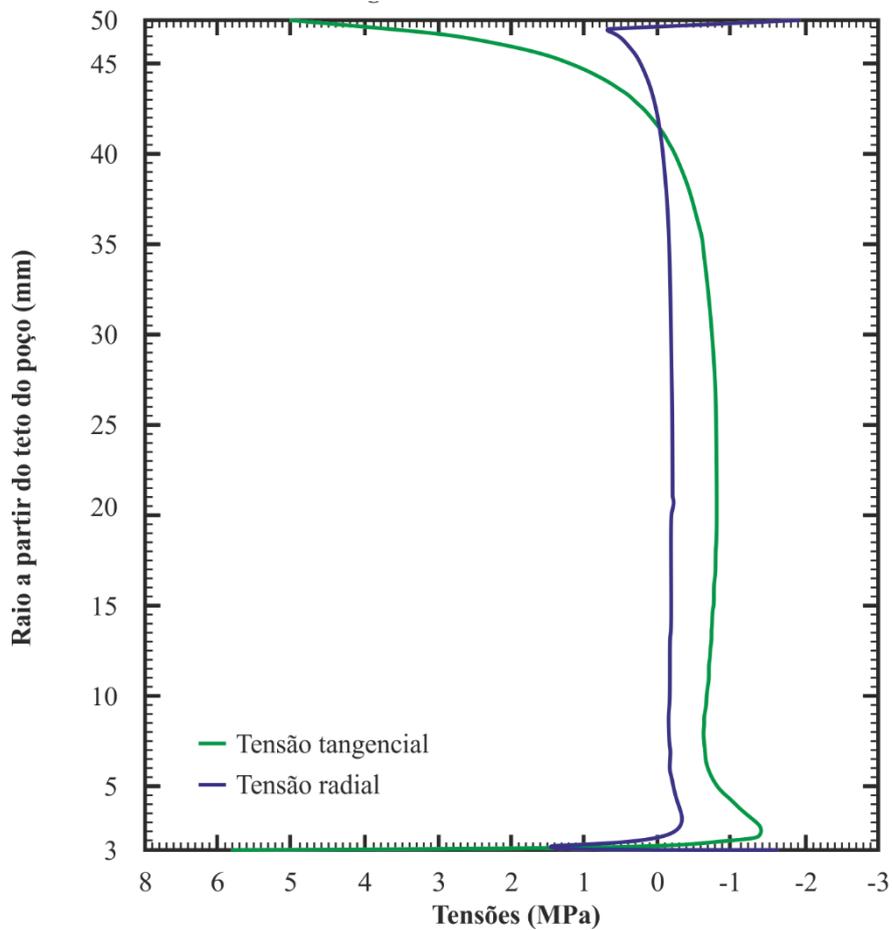


Figura A.5 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 45^\circ$

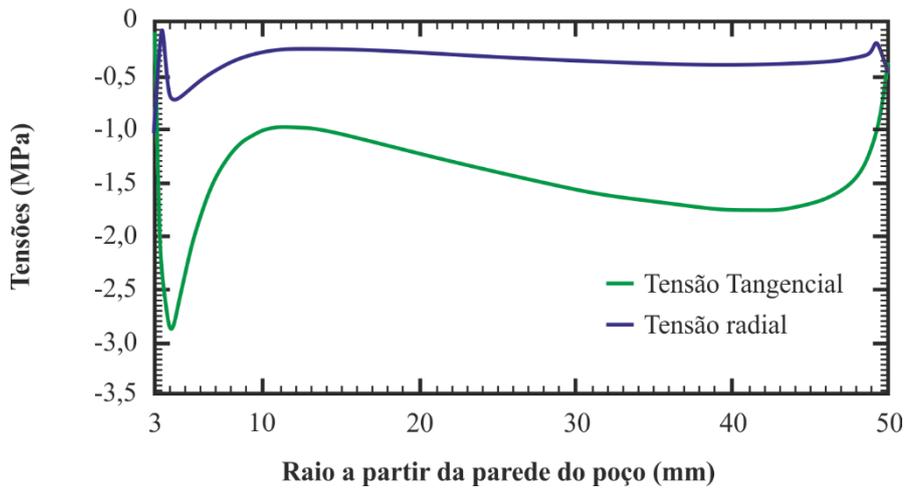


Figura A.6 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 60^\circ$

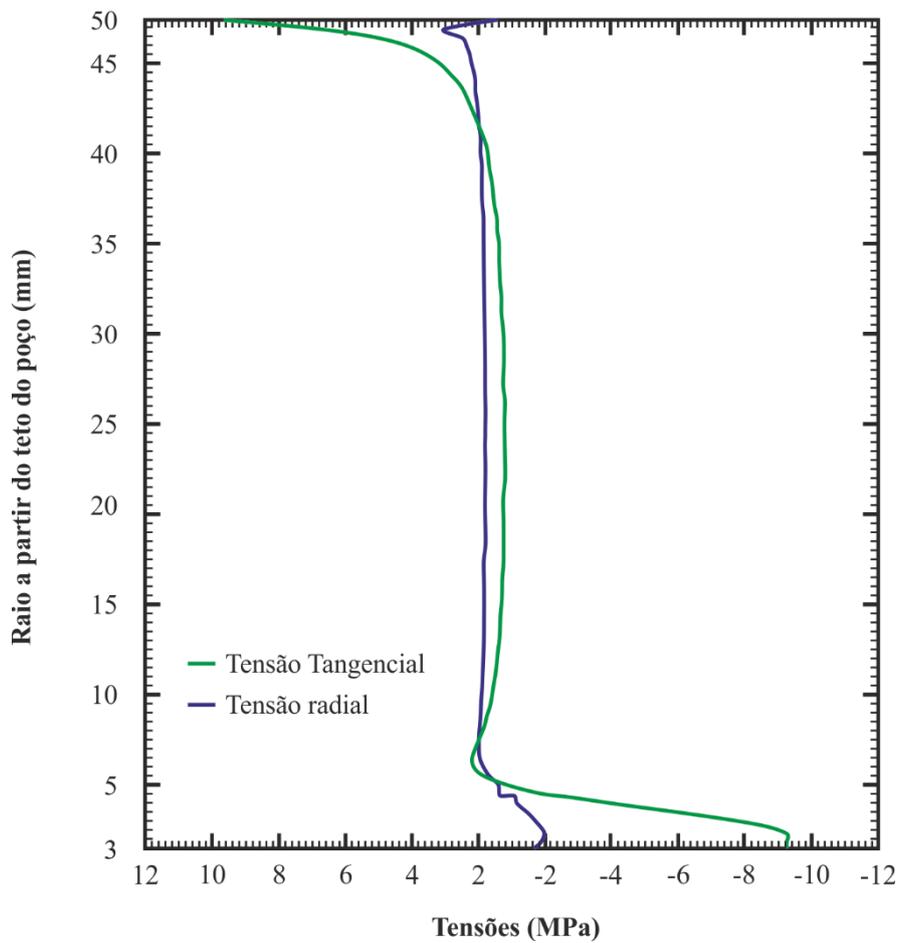


Figura A.7 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 60^\circ$

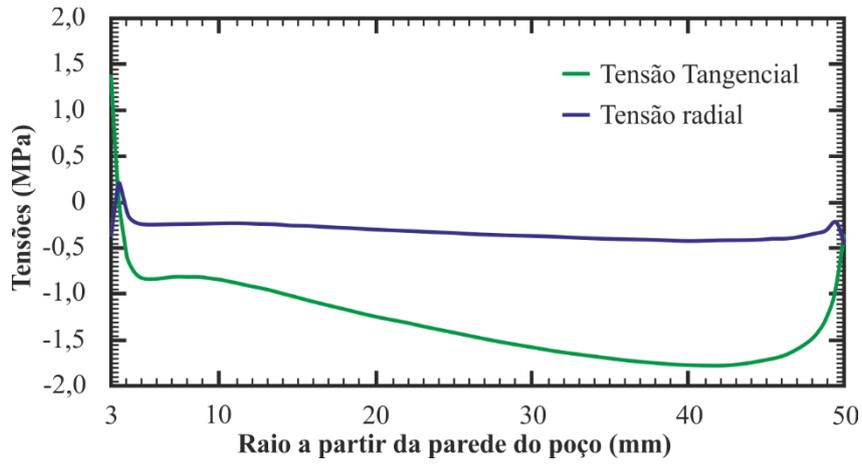


Figura A.8 Variação da tensão radial e tangencial na parede do poço para um ângulo de fratura inicial de $\theta = 90^\circ$

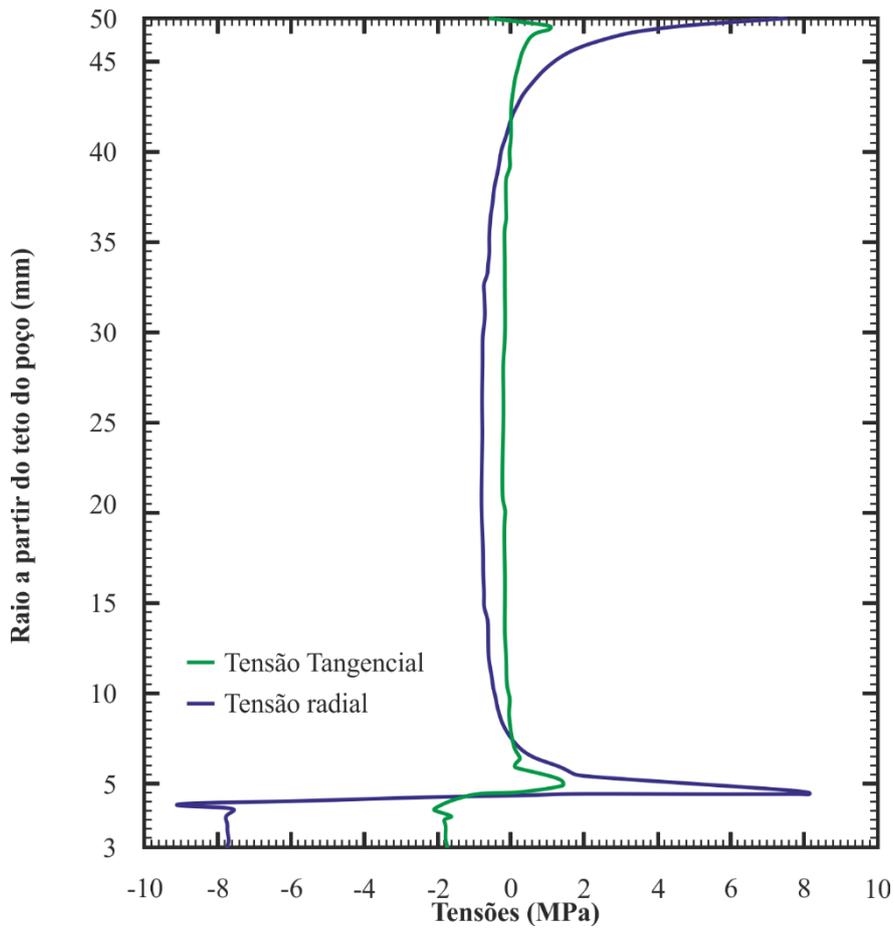


Figura A.9 Variação da tensão radial e tangencial no teto do poço para um ângulo de fratura inicial o de $\theta = 90^\circ$