

**APLICAÇÃO DE UM MODELO DE DANO ISOTRÓPICO
ESCALAR NA ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO
ARMADO**

SARA BRIGIDA SARAIVA DOS SANTOS

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**APLICAÇÃO DE UM MODELO DE DANO ISOTRÓPICO
ESCALAR NA ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO
ARMADO**

SARA BRIGIDA SARAIVA DOS SANTOS

ORIENTADOR: WILLIAM TAYLOR MATIAS SILVA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.DM – 017 A/15
BRASÍLIA/DF: SETEMBRO - 2015**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**APLICAÇÃO DE UM MODELO DE DANO ISOTRÓPICO ESCALAR
NA ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO**

SARA BRIGIDA SARAIVA DOS SANTOS

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

APROVADA POR:

Prof. William Taylor Matias Silva, Dr. Ing. (ENC-UnB)

(Orientador)

Prof. Francisco Evangelista Junior, PhD (ENC-UnB)

(Examinador Interno)

Prof. Eder Lima de Albuquerque, DSc (ENM-UnB)

(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 01 DE SETEMBRO DE 2015

FICHA CATALOGRÁFICA

SANTOS, SARA BRIGIDA SARAIVA DOS
Aplicação de um Modelo de Dano Isotrópico Escalar na Análise de Estruturas de Concreto Armado [Distrito Federal] 2015.

xviii, 80p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2015).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Mecânica do dano

2. Não linearidade

3. Elementos finitos

4. Modelo constitutivo

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

SANTOS, S. B. S. DOS (2015). Aplicação de um Modelo de Dano Isotrópico Escalar na Análise de Estruturas de Concreto Armado. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.DM-017A/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 80p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTORA: Sara Brigida Saraiva dos Santos.

TÍTULO: Aplicação de um Modelo de Dano Isotrópico Escalar na Análise de Estruturas de Concreto Armado.

GRAU: Mestre

ANO: 2015

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Sara Brigida Saraiva dos Santos
SCLN 413 Bloco A Sala 206
70.876-510 Brasília – DF – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a Deus, em quem acredito e deposito minha fé.

Agradeço a todos que contribuíram para a realização desse trabalho:

À minha família, especialmente à minha Mãe Maria por me incentivar a lutar por meus sonhos e acreditar que este trabalho seria possível.

À minha irmã Renata, pelo carinho e eterna amizade.

Ao Amir Filho, pelo amor, carinho e companheirismo em todas as horas; e por suas palavras de encorajamento nos momentos de dificuldades.

Ao Professor William Taylor Matias Silva pela orientação necessária ao desenvolvimento deste trabalho.

Aos meus amigos e colegas, que contribuíram para meu crescimento profissional.

Ao CNPQ, pelo apoio financeiro.

Dedicado à minha mãe, Maria Vaz dos Santos; ao meu saudoso pai, João Saraiva dos Santos; e aos meus tios Fukuiti Mori Massao e Geralda Saraiva.

RESUMO

APLICAÇÃO DE UM MODELO DE DANO ISOTRÓPICO ESCALAR NA ANÁLISE DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

Autora: Sara Brigida Saraiva dos Santos

Orientador: William Taylor Matias Silva

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Setembro de 2015

A presente dissertação apresenta a aplicação de um modelo constitutivo baseado na mecânica do dano contínuo para simulação numérica do comportamento de materiais quase-frágeis submetidos a ações mecânicas ou não mecânicas, por meio da redução de rigidez do material e de suas propriedades de resistência. O modelo de dano isotrópico apresentado utiliza duas variáveis escalares de danos, uma para representar a degradação do concreto quando sujeito a tensões de tração e outra para a mesma situação sobre compressão. O comportamento da armadura é simulado numericamente como um modelo elastoplástico unidimensional no qual são levados em consideração os efeitos do endurecimento isotrópico e cinemático do material. O modelo utiliza o algoritmo de integração implícita e explícita (IMPLEX); e é aplicado em análises de estruturas de concreto armado utilizando-se o método dos elementos finitos, no qual os elementos estruturais de concreto armado são discretizados através de uma malha com elementos finitos para representar o concreto, bem como as armaduras. Para a validação dos resultados quanto à capacidade do modelo computacional implementado de representar os principais aspectos do comportamento de materiais quase-frágeis, analisam-se testes numéricos comparando-os com resultados de ensaios experimentais realizados que serão apresentados e discutidos neste trabalho.

Palavras chave: Mecânica do dano, não linearidade, elementos finitos, modelo constitutivo.

ABSTRACT

AN ISOTROPIC SCALAR DAMAGE MODEL APPLICATION IN THE ANALYSIS OF REINFORCED CONCRETE STRUCTURES.

Author: Sara Brigida Saraiva dos Santos

Supervisor: William Taylor Matias Silva

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, September of 2015

This dissertation presents a constitutive model based on the Continuum Damage Mechanics to enable a numerical simulation of quasi-brittle materials behavior when submitted to mechanical and non mechanical actions through the reduction of the material stiffness and its resistance properties. The damage model presented makes use of two scalar damage variables, one to represent the degradation of concrete when under tensile stress and another one to represent the degradation of concrete when under compression stress. The reinforcement behavior is numerically simulated as a unidimensional elastoplastic model in which the effects of the material's isotropic and cinematic stiffness are taken into consideration. The model makes use of the algorithm of the explicit and implicit integration (IMPLEX) and it is applied in reinforced concrete structure analyses utilizing the finite element method. In this method, the structural elements of the reinforced concrete are discretized through a mesh of finite elements to represent both the concrete and the reinforcements. To validate the results regarding the capacity of the computational model implemented to represent the main aspects of quasi-brittle materials' behavior, numerical tests were analyzed comparing them to experimental test results that will be introduced and discussed in this paper.

Keywords: Damage mechanic, non linearity, finite elements, constitutive model.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	CONSIDERAÇÕES GERAIS	1
1.2	OBJETIVOS	2
1.2.1	Objetivo geral	2
1.2.2	Objetivos específicos	2
1.3	REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	3
1.4	ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO	7
2	MODELO CONSTITUTIVO DA ARMADURA	9
2.1	MODELO FRICCIONAL UNIDIMENSIONAL SEM ENDURECIMENTO	9
2.2	MODELO FRICCIONAL UNIDIMENSIONAL COM ENDURECIMENTO	13
2.3	INTEGRAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO DA ARMADURA	15
2.3.1	Problema de valor inicial incremental elastoplástico	15
2.3.2	Algoritmos <i>Return-mapping</i>	16
2.3.2.1	Estado elástico inicial	16
2.3.2.2	Algoritmo <i>return-mapping</i> unidimensional	19
3	MODELO CONSTITUTIVO DO CONCRETO	23
3.1	ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO	23
3.2	MECÂNICA DO DANO	23
3.2.1	Lei constitutiva não linear para o concreto	26
3.2.2	Critério de dano e lei de evolução do dano	27
3.2.3	Modelo de dano com duas variáveis	29

3.2.3.1	Tensões equivalentes de Tração	29
3.2.3.2	Tensões equivalentes de Compressão.....	31
3.2.3.3	Parâmetros r_0^+ e r_0^-	32
3.2.4	Lei de evolução do dano	32
3.2.4.1	Tração:	32
3.2.4.2	Compressão:.....	33
3.2.5	Critério de dano	33
3.2.6	Lei constitutiva.....	34
4	MÉTODO IMPLEX.....	35
4.1	APLICAÇÃO DO IMPLEX PARA INTERGRAÇÃO DO MODELO DE DANO	35
5	APLICAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO DE DANO NA ANÁLISE DE TIRANTES DE CONCRETO ARMADO.....	37
5.1	INTRODUÇÃO.....	37
5.2	MODELO NUMÉRICO APLICADO NA ANÁLISE DE TIRANTES DE CONCRETO ARMADO CONFORME CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993).....	40
5.2.1	Curvas tensão-deformação	42
6	APLICAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO DE DANO NA ANÁLISE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO	47
6.1	INTRODUÇÃO.....	47
6.2	MODELO NUMÉRICO APLICADO ÀS VIGAS DE CONCRETO ARMADO ENSAIADAS POR BRESLER E SCORDELIS (1963).....	47
6.3	CARACTERÍSTICAS DO ENSAIO EXPERIMENTAL.....	50
6.4	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS.....	51
6.5	APLICAÇÃO DO MODELO DE DANO NA ANÁLISE DAS VIGAS DA SÉRIE 0A DE BRESLER E SCORDELIS (1963).....	52
6.5.1	Deslocamento central das vigas de concreto armado da série 0A.....	54

7	APLICAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO DE DANO NA ANÁLISE DE VIGA PAREDE DE CONCRETO ARMADO.....	57
7.1	INTRODUÇÃO.....	57
7.1.1	Mecanismos de ruptura	58
7.1.2	Resistências	60
7.2	MODELO NUMÉRICO DA VIGA PAREDE B1	62
7.3	CARACTERÍSTICAS DO ENSAIO EXPERIMENTAL.....	64
7.3.1	Instrumentação	64
7.3.1.1	Medição dos deslocamentos	64
7.4	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS.....	65
7.5	APLICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO NA ANÁLISE DA VIGA B1, ENSAIADA POR GUIMARÃES (1980)	67
7.5.1	Curvas carga-deslocamento.....	68
7.5.1.1	Deslocamento D1	69
7.5.1.2	Deslocamento D2.....	69
7.5.1.3	Deslocamento D3.....	70
7.5.1.4	Deslocamento D4.....	70
7.5.2	Resistência última:.....	71
7.5.3	Mecanismo de ruptura:.....	71
7.5.4	Curva carga deslocamento:	72
8	CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS	73
8.1	CONCLUSÕES	73
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	76

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Situações de carregamento para o modelo de elastoplasticidade	12
Tabela 2.2 - Sumário das principais equações governantes do modelo friccional Unidimensional com endurecimento (Taylor e Silva, 2010).....	14
Tabela 5.1 - Propriedades do concreto	41
Tabela 5.2 - Propriedades do aço	41
Tabela 6.1 - Detalhes das vigas da série 0A, ensaiadas por Bresler e Scordelis (1963)	50
Tabela 6.2 - Propriedades do concreto	51
Tabela 6.3 - Propriedades do aço	52
Tabela 6.4 - Carga de ruptura – Experimental e numérica	55
Tabela 7.1 - Propriedades do concreto	65
Tabela 7.2 - Propriedades dos aparelhos de apoio	66
Tabela 7.3 - Propriedades da Armadura Longitudinal	66
Tabela 7.4 - Propriedades da Armadura Principal dos Pilares	66
Tabela 7.5 - Propriedades da Armadura dos Estribos dos Pilares	67

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Dispositivo friccional de Coulomb (adaptada – Simo e Hughes, 1997).....	10
Figura 2.2 - Exemplo de um passo elástico incremental de um estado plástico, (adaptada – Simo e Hughes, 1997)	18
Figura 2.3 - Exemplo de processo incremental plástico violando $f(\sigma, \alpha) \leq 0$, (adaptada – Simo e Hughes, 1997).	19
Figura 3.1 - Elemento de volume com dano (Pituba, 1998).....	25
Figura 3.2 - Hipótese da equivalência de tensões (Adaptada - Pituba, 2003)	26
Figura 5.1 - Curva tensão-deformação média do concreto armado submetido à tração uniaxial	37
Figura 5.2 - Tirante de Concreto Armado (Bono, 2008).....	41
Figura 5.3 - Malha que representa os tirantes de concreto armado	42
Figura 5.4 - Comparação entre curva carga-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 0,50\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$	43
Figura 5.5 - Comparação entre curva carga-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 0,75\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$	43
Figura 5.6 - Comparação entre curva carga-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 1,00\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$	44
Figura 5.7 - Comparação entre curva carga-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 1,50\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$	44
Figura 5.8 - Comparação entre curva carga-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 3,00\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$	45
Figura 6.1 - Detalhes das seções transversais das vigas da série 0A, Bresler e Scordelis (1963)	49

Figura 6.2 - Desenho esquemático das vigas ensaiadas por Bresler e Scordelis (1963).....	50
Figura 6.3 - Malha que representa a viga 0A1	52
Figura 6.4 - Malha que representa a viga 0A2	53
Figura 6.5 - Malha que representa a viga 0A3	53
Figura 6.6 - Comparação entre curva carga-deslocamento central experimental e numérica da viga 0A1, para $s = 1,85 \times 10^{-5}$	54
Figura 6.7 - Comparação entre curva carga-deslocamento central experimental e numérica da viga 0A2, para $s = 1,75 \times 10^{-5}$	54
Figura 6.8 - Comparação entre curva carga-deslocamento central experimental e numérica da viga 0A3, para $s = 3,05 \times 10^{-5}$	55
Figura 7.1 - Viga B1 (Guimarães, 1980).....	63
Figura 7.2 - Viga B1 – dimensões em centímetros (Guimarães, 1980).....	63
Figura 7.3 - Localização dos deflectômetros - dimensões em centímetros (Guimarães, 1980)	64
Figura 7.4 - Malha que representa a viga B1	68
Figura 7.5 - Curva carga-deslocamento – Comparação entre curva experimental D1 e numérica para $s = 5,00 \times 10^{-7}$	69
Figura 7.6 - Curva carga-deslocamento – Comparação entre curva experimental D2 e numérica para $s = 5,00 \times 10^{-7}$	69
Figura 7.7 - Curva carga-deslocamento – Comparação entre curva experimental D3 e numérica para $s = 5,00 \times 10^{-7}$	70
Figura 7.8 - Curva carga-deslocamento – Comparação entre curva experimental D4 e numérica para $s = 5,00 \times 10^{-7}$	70

LISTA DE QUADROS

Quadro 2.1 - Resumo da integração do modelo constitutivo da armadura	22
Quadro 4.1 - Método IMPLEX	36

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

a	- Distância entre o ponto de aplicação da carga e o apoio mais próximo
A_c	- Área da seção do concreto tracionado
A_s	- Área de seção da armadura
A^+	- Parâmetro de tração do modelo de dano
A^-, B^-	- Parâmetros de compressão do modelo de dano
b	- Espessura
b	- Parâmetro de ponderação
d	- Altura útil
d	- Variável de dano
d^+	- Variável de dano à tração
d^-	- Variável de dano à compressão
D_0	- Tensor constitutivo linear-elástico
E	- Módulo de elasticidade
E_c	- Módulo de elasticidade longitudinal do concreto integro
E_s	- Módulo de elasticidade longitudinal do aço
E_σ	- Domínio elástico
f	- Vetor de forças externas
$f(\sigma)$	- Função de escoamento
f'_c	- Resistência à compressão do concreto
f_{tk}	- Resistência à tração uniaxial do concreto
f_{yk}	- Tensão de escoamento do aço
f_{01D}^-	- Máximas tensões elásticas de compressão uniaxial

$f_{0\ 2D}^-$	- Máximas tensões elásticas de compressão biaxial
$g(\tau(\bar{\sigma}), r)$	- Critério de dano
$G(\cdot)$	- Função escalar monotônica
G_f	- Energia de fratura do concreto
h	- Altura total
H	- Módulo de endurecimento cinemático
K	- Módulo plástico
K, R_0	- Parâmetros que consideram a diferença do comportamento do concreto sobre ensaio uniaxial e biaxial
l	- Comprimento do vão entre apoios
L	- Vão entre apoios
N	- Carga axial aplicada
N_r	- Carga axial atuante imediatamente após a formação da primeira fissura
p_i	- Vetor unitário associado a i -ésima direção principal
q	- Variável interna de endurecimento plástico cinemático
r	- Dano escalar limite
\mathbf{r}	- Vetor de forças residuais
r_0	- Dano escalar limite inicial
r_0^+	- Dano escalar limite inicial à tração
r_0^-	- Dano escalar limite inicial à compressão
r^+	- Dano escalar limite à tração
r^-	- Dano escalar limite à compressão
s	- Tamanho do passo de carga
S	- Área representativa
S_0	- Área efetiva desconsiderando-se microvazios

$sign(\sigma)$	- Função sinal
x_n^i	- Deslocamento no passo de carga n e na iteração i
α	- Variável interna de endurecimento plástico isotrópico
α	- Relação entre o módulo de elasticidade do aço E_s e do concreto E_c
β_t	- Coeficiente que leva em consideração a duração da aplicação da carga
γ	- Constante de escoamento
δ	- Coeficiente que leva em conta a proporção da relação entre a resistência à tração uniaxial do concreto e a tensão de escoamento do aço
ε	- Deformação total
ε_e	- Deformação elástica
ε_p	- Deformação plástica
ε_{S1}	- Deformação específica no concreto antes de sofrer fissuração
ε_{S2}	- Deformação específica da armadura no estágio II
ε_{Sr1}	- Deformação específica da armadura correspondente à tensão σ_{Sr1} no estágio I
ε_{Sr2}	- Deformação específica da armadura no estágio II no instante da primeira fissura
λ	- Parâmetro escalar
$\dot{\mu}$	- Parâmetro de dano consistente
ξ	- Variável auxiliar
ρ_s	- Taxa de armadura
σ	- Tensor de tensões de Cauchy
σ_y	- Tensão de escoamento
$\bar{\sigma}$	- Tensor de tensões efetivas
$\bar{\sigma}_i$	- i -ésima tensão principal do tensor de tensões $\bar{\sigma}$
$\bar{\sigma}_{oct}^-$	- Tensão octaédrica normal

σ_{Sr1}	- Tensão na armadura imediatamente após a formação da primeira fissura
σ_{Srn}	- Tensão na armadura no instante da formação da última fissura
$\tau(\bar{\sigma})$	- Tensão equivalente
$\bar{\tau}^+$	- Tensão equivalente à tração
$\bar{\tau}^-$	- Tensão equivalente à compressão
$\bar{\tau}_{oct}^-$	- Tensão octaédrica tangencial
ν	- Coeficiente de Poisson
$\boldsymbol{\varphi}$	- Vetor de forças internas
$\langle \cdot \rangle$	- Função de MacAuley
\otimes	- Produto tensorial
Δy	- Multiplicador Lagrangeano
$\Delta \varepsilon(x)$	- Incremento de deformação

1 INTRODUÇÃO

1.1 CONSIDERAÇÕES GERAIS

Em diversas situações, é necessário avaliar estruturas a fim de determinar a carga máxima que pode ser resistida, ou carga de colapso. A análise computacional de estruturas de concreto armado bem como a precisão de seus resultados depende, fundamentalmente, de modelos numéricos que representem adequadamente o comportamento dos materiais.

A análise numérica de estruturas de concreto armado apresenta grande complexidade devido ao fato do concreto ser um material heterogêneo composto por diversos materiais que, por sua vez, apresentam propriedades diferentes. Devido à baixa resistência à tração, o concreto apresenta fissuração quando submetido a baixos carregamentos, ocasionando redução da rigidez da estrutura e redistribuição das tensões caracterizando um comportamento não linear físico que também é verificado pela plastificação do concreto, bem como pelo escoamento do aço.

A resposta não linear observada macroscopicamente no concreto decorre de processos irreversíveis que ocorrem em sua microestrutura que caracterizam a degradação do material e a perda de suas propriedades mecânicas. Nesta situação, a mecânica do dano é uma ferramenta importante pois, leva em conta os efeitos da degradação difusa e progressiva de sólidos submetidos a ações mecânicas ou não mecânicas, por meio da redução de rigidez do material e de suas propriedades de resistência.

Neste contexto, o presente trabalho apresenta a aplicação de um modelo constitutivo baseado na mecânica do dano contínuo, conforme descrito por Cervera *et al* (1996) para simulação numérica do comportamento de materiais quase-frágeis, que utiliza duas variáveis escalares de danos; uma para representar a degradação do concreto quando sujeito a tensões de tração e outra para a mesma situação sob compressão. O comportamento da armadura é simulado numericamente como um modelo elastoplástico unidimensional no qual são levados em consideração os efeitos do endurecimento isotrópico e cinemático do material. Os modelos são aplicados utilizando-se o método de elementos finitos para discretizar estruturas de concreto armado.

Este trabalho tem como ponto de partida a dissertação de mestrado desenvolvida por Fernandes (2010), na qual a autora implementou, no programa de elementos finitos 2D_CONCRETE_NL.f90 desenvolvido pelo professor William Taylor Matias Silva da Universidade de Brasília, o modelo de dano que utiliza duas variáveis escalares.

Em seu trabalho, Fernandes (2010) utilizou o programa 2D_CONCRETE_NL.f90 aplicado a análise numérica de uma viga parede de concreto armado biapoiada, sem armadura de alma; que foi ensaiada experimentalmente por Guimarães (1980).

1.2 OBJETIVOS

1.2.1 Objetivo geral

Este trabalho tem como objetivo geral avaliar a capacidade do modelo numérico constitutivo apresentado de simular o comportamento real de estruturas de concreto armado sob aplicação de cargas.

1.2.2 Objetivos específicos

- Aplicar o modelo de dano implementado no programa 2D_CONCRETE_NL.f90 na análise de estruturas de concreto armado submetidas a diferentes estados de tensões;
- Estimar a carga de ruptura das estruturas de concreto armado e compará-la com valores experimentais;
- Avaliar a capacidade do modelo em determinar a perda de rigidez da estrutura;
- Avaliar a performance do método de integração implícita e explícita IMPLEX;

1.3 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A mecânica do dano em meio contínuo teve origem no modelo proposto para redução da rigidez originalmente introduzida por Kachanov (1958), *apud* Araújo (2003). Segundo essa teoria, as equações constitutivas são escritas incluindo-se uma variável, chamada *variável de dano*, que quantifica o processo de deterioração em uma etapa preliminar à formação das fissuras.

Desse modo, a mecânica do dano, estabelece a premissa de que o modelo de dano deve ser capaz de representar a perda de rigidez do material. Para o caso do concreto, isso deve ser feito admitindo-se, na curva que representa o comportamento tensão-deformação do material, a presença de um ramo de queda de tensões com aumento de deformações, conhecido como *softening* ou amolecimento, representando a degradação das propriedades do material.

Proença (2001), *apud* Grossi (2006), afirma que as dimensões de um elemento de “volume representativo” são grandes o suficiente para garantir a homogeneidade na distribuição de defeitos nele contidos, ao mesmo tempo em que são suficientemente pequenas para se evitar gradientes elevados nas grandezas locais de interesse, como a deformação, por exemplo.

A garantia de um estado homogêneo, elástico e isotrópico nem sempre pode se manter válida durante toda a análise. Com a aplicação das cargas, em nível macroscópico, tende a se desenvolver um processo de deterioração da estrutura, traduzido em termos da ocorrência de danos em tração ou em compressão nas regiões mais solicitadas, ocasionando fenômenos de *softening* no diagrama tensão-deformação. Pode-se dizer então que, na prática, a garantia de um meio contínuo e homogêneo nem sempre é válida durante todo o processo de carregamento da estrutura.

Ressalta-se ainda que, mesmo que a resposta global do material se mantenha sob o regime elástico e homogêneo, a existência de danos iniciais não impede que, macroscopicamente, a danificação influencie diretamente as propriedades elásticas, ocasionando redução da rigidez do material. Em estágios avançados de carregamento, esse processo de danificação pode levar, inclusive, à formação de novos defeitos, Grossi (2006).

Araújo e Proença (2003) apresentaram uma modelagem do amortecimento da resposta dinâmica de estruturas em concreto armado, em decorrência da evolução do estado de fissuração do material. Tal modelo constitutivo baseia-se na mecânica do dano e propõe reproduzir laços de histerese pela modelagem da dissipação conjunta decorrente do dano evolutivo e do fenômeno de fricção interna nas faces das fissuras. O dano é quantificado por meio de uma variável escalar. Por outro lado, o fenômeno de fricção interna está relacionado à suposição de que as fissuras não se abrem simplesmente por separação formando faces lisas, mas sim, tendem a combinar modos de separação e deslizamento segundo superfícies com uma certa rugosidade. O deslizamento entre as superfícies das fissuras dá origem, no modelo, a uma deformação por escorregamento responsável por um comportamento plástico com encruamento cinemático não linear do meio. A formulação do modelo segue uma abordagem termodinâmica aplicada aos sólidos. Segundo os autores, tal formulação apresenta boa capacidade do modelo em simular o amortecimento na resposta dinâmica exclusivamente em decorrência da danificação do meio.

Mazars (1984), *apud* Pituba (1998), propôs um modelo no qual, localmente, o dano é devido a extensões ou alongamentos, evidenciados por sinais positivos, ao menos um deles, das componentes de deformação. Em tal modelo o dano é representado por uma variável escalar d , contida em um intervalo que varia de 0 a 1, cuja evolução ocorre quando um valor de referência para o alongamento equivalente é superado. Segundo o autor, análises experimentais evidenciam que, em geral, o dano conduz a uma anisotropia do concreto.

O concreto com dano comporta-se como meio elástico. Portanto, deformações permanentes evidenciadas experimentalmente numa situação de descarregamento são desprezadas.

Quando carregado por uma tensão de tração, o concreto usualmente exhibe microfissuras geralmente perpendiculares à direção da tensão e sua rigidez diminui naquela direção. Estas microfissuras se fecham se uma compressão é subsequentemente aplicada, recuperando-se então a rigidez inicial. Mazars propôs um modelo aplicável a uma situação geral de carregamento multiaxial que considera duas variáveis escalares independentes de dano, sendo uma para o dano à tração e outra para o dano à compressão, associadas respectivamente, aos estados de esforço de tração e de compressão, Pituba (1998).

Dada a independência dessas variáveis é necessário estabelecer duas superfícies de evolução de dano e duas leis de evolução distintas para os parâmetros de dano à tração e de dano à compressão.

Segundo o autor, os valores das variáveis dependem das parcelas positiva e negativa do tensor de tensões devidamente particionado. O modelo constitutivo é colocado de tal maneira que o estado de deformação é determinado em função do estado de tensão e dos valores das variáveis de dano. Ressalta-se que nessas condições, pode manifestar-se uma perda de unicidade de solução em correspondência a valores particulares das variáveis de dano, que decorre do fato de que o modelo é baseado numa partição artificial do tensor de tensões.

Papa e Proença (1992), *apud* Pituba (1998) desenvolveram um estudo sobre a perda de unicidade de solução na simulação da resposta unilateral do concreto através do modelo de Mazars. A característica de perda de unicidade é apresentada de maneira simples, propondo-se um critério complementar para indicar a solução correta do modelo constitutivo. O critério adotado é baseado numa minimização da energia de deformação e decorre da ideia de que a solução correta é aquela que proporciona maior dissipação. A aplicação do critério é exemplificada num caso simples de compressão uniaxial e a extensão a estados multiaxiais é discutida removendo-se, portanto, uma dificuldade que se manifestaria na fase de resolução numérica.

Segundo Botta (1998), o modelo original de Mazars é um modelo simplificado uma vez não incorpora deformações permanentes nas suas hipóteses básicas; porém aplica-se muito bem ao material já que esse apresenta ruptura por crescimento de fissuras, fenômeno microscópico que procura explicar as leis constitutivas teóricas do modelo. Tal modelo é formulado para carregamento crescente e proporcional, porém nos casos onde se deseja considerar descarregamentos deve-se levar em conta o comportamento unilateral do concreto, ou seja, a recuperação da rigidez quando um elemento de concreto é tracionado e comprimido em seguida. Em sua formulação, o modelo de dano de Mazars supõe que a degradação do material está associada à presença de deformações de alongamento em pelo menos uma das direções principais.

Na análise computacional de estruturas de concreto armado utilizando o Método dos Elementos Finitos, as fissuras tanto podem ser modeladas como fissuras discretas, quanto como fissuras distribuídas ou ainda como fissuras incorporadas. Tanto os modelos de

fissuras discretas quanto de fissuras distribuídas, empregados para representar o processo de fratura do concreto, apresentam inconvenientes.

Os modelos que consideram a fissura discreta, por sua vez, são modelados como descontinuidades de deslocamento entre os elementos. Como as fissuras se desenvolvem ao longo do contorno dos elementos, gera-se uma restrição na direção de propagação da fissura. Esse tipo de modelo, quando utilizado para representar o comportamento do material na presença de um número elevado de fissuras distribuídas numa região, requer alto custo computacional para a reordenação da malha de elementos finitos na região fissurada.

Os modelos de fissuras distribuídas por sua vez, sofrem fortes dependências da orientação da malha de elementos finitos, nos quais a formação de microfissura é modelada mediante a localização de deformação, já que as deformações tendem a concentrar ao longo de um elemento finito. Além disso, deve-se considerar o fato de não representar adequadamente fissuras localizadas, como em estruturas de concreto simples, ou mesmo estruturas armadas que rompem por cisalhamento, Manzoli (2006).

Devido às limitações dos modelos de fissuras discretas e distribuídas, desenvolveram-se novas formulações com fissuras incorporadas no interior do elemento finito segundo Oliver (1996), *apud* Rodrigues (2011).

Essa técnica combina os pontos favoráveis dos dois modelos anteriores, posto que as fissuras podem se propagar em qualquer direção e os resultados obtidos são independentes da malha de elementos finitos utilizada. Ainda neste contexto, Manzoli e Shing (2006), *apud* Rodrigues (2011), formularam uma técnica geral para incorporar descontinuidade de deslocamento no interior do elemento finito, baseado no método de enriquecimento de elementos.

Modelos baseados na teoria da plasticidade também têm sido propostos para representar os efeitos associados a solicitações por compressão ou cisalhamento Cervenka e Papanikolaou (2008).

Segundo Lemaître (1992), a mecânica do dano contínuo lida com a capacidade de carga de sólidos sem fissuras principais, mas onde o próprio material é danificado devido à presença de microfissuras e microvazios, que são denominados como dano. Neste caso, o dano é o processo progressivo pelo qual os materiais se degradam e rompem.

O modelo de dano isotrópico que será apresentado neste trabalho foi descrito por CERVERA *et al.* (1996) e propõem uma formulação que utiliza duas variáveis escalares de dano e, tal como postulado no modelo de Mazars, considera uma separação do tensor de tensões efetivas numa parte positiva com as tensões de tração e em outra negativa com as de compressão. A divisão do tensor de tensões é idêntica àquela formulada no modelo de Mazars; a parte positiva do tensor de tensões reúne as tensões principais de tração; enquanto a parte negativa do tensor de tensões reúne as tensões principais negativas do tensor de tensões efetivo.

Enquanto as variáveis de dano do modelo de Cervera *et al* (1996) aparecem de forma explícita na formulação para o tensor de tensões reais; no modelo de Mazars uma única variável de dano “*d*” contém implicitamente as contribuições do dano no concreto à tração e à compressão, Botta (1998).

Desse modo, no modelo de dano apresentado por Cervera *et al* (1996) define-se o conceito de tensor de tensões efetivas elásticas, que é dividido em função das componentes principais positivas e de suas componentes principais negativas. Cada parte é utilizada para o cálculo da correspondente variável de dano à tração, bem como à compressão. O tensor de tensões é então calculado somando-se as componentes positivas e negativas das tensões efetivas, considerando o dano correspondente a elas associadas.

Deve-se considerar que esse modelo representa as fissuras de maneira distribuídas e vale destacar que tal modelo é capaz de representar o processo de esmagamento, em situações confinadas. Sobre as limitações relacionadas ao tratamento de fissuras de maneira distribuída dos modelos de dano contínuos, alguns passos importantes já foram dados para que os mesmos pudessem ser empregados na aproximação contínua de descontinuidades fortes proposto por Oliver *et al.* (2008); Manzoli (1998) e Manzoli e Shing (2006); e, conseqüentemente, adaptados para representar fissuras localizadas com elementos finitos com descontinuidades incorporadas, Rodrigues (2011).

1.4 ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

A presente dissertação foi desenvolvida em oito capítulos, descritos como segue.

No capítulo 2, apresenta-se o desenvolvimento das equações governantes do modelo constitutivo da armadura baseadas no modelo friccional unidimensional de Coulomb e suas hipóteses básicas. Apresenta-se também o algoritmo de integração implícita *Backward-Euler*, assim como a utilização do preditor elástico durante o processo iterativo de retorno à superfície de escoamento para plasticidade associada.

No capítulo 3, apresentam-se definições sobre modelos constitutivos baseados na mecânica do dano contínuo bem como sobre a utilização de modelos isotrópicos na análise não linear de estruturas de concreto armado. Apresentam-se também conceitos como parâmetro de dano, tensões efetivas e tensões equivalentes.

No capítulo 4 é apresentada uma breve explanação sobre o método de integração IMPLEX utilizado na integração do modelo de dano para o concreto.

No capítulo 5 é apresentada a aplicação numérica do modelo de dano isotrópico escalar na análise de uma série de cinco tirantes de concreto armado, comparando-se os resultados numéricos com resultados obtidos por meio do Modelo de cálculo proposto por CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993).

No capítulo 6 é apresentada a aplicação numérica do modelo de dano isotrópico escalar na análise de uma série de três vigas de concreto armado, comparando-se os resultados numéricos com resultados experimentais obtidos por Bresler e Scordelis (1963).

No capítulo 7 é apresentada a aplicação numérica do modelo de dano isotrópico escalar na análise de uma viga parede de concreto armado, comparando-se os resultados numéricos com resultados experimentais obtidos por Guimarães (1980).

No capítulo 8 apresentam-se as conclusões dos trabalhos executados nesta dissertação e as possíveis sugestões para futuras pesquisas.

2 MODELO CONSTITUTIVO DA ARMADURA

Para simular numericamente o comportamento da armadura foi implementado computacionalmente um modelo elastoplástico unidimensional, detalhado em Simo e Hughes (1997) *apud* Taylor e Silva (2010), no qual são levados em consideração os efeitos do endurecimento isotrópico e cinemático do material.

Apresenta-se a formulação matemática das equações governantes básicas inerentes ao modelo utilizado, destacando-se a decomposição aditiva da deformação em partes elástica e plástica, função de escoamento considerando-se o endurecimento isotrópico e cinemático e condições de complementaridade de *Kuhn-Tucker*.

Para integração das equações governantes foi utilizado um algoritmo de integração implícita *Backward-Euler* conjuntamente com a utilização do preditor elástico durante o processo iterativo de retorno à superfície de escoamento.

O modelo elastoplástico utilizado para representar os elementos da armadura é basicamente caracterizado pelas seguintes definições:

- i. Relação tensão-deformação;
- ii. Regra de fluxo plástico;
- iii. Leis para o endurecimento isotrópico e cinemático;
- iv. Condição de escoamento e domínio plástico;
- v. Condições de complementaridade de *Kuhn-Tucker*;
- vi. Condição de consistência.

2.1 MODELO FRICCIONAL UNIDIMENSIONAL SEM ENDURECIMENTO

Para um modelo simplificado que não considera os fenômenos do endurecimento, tem-se que, dado um dispositivo friccional unidimensional de Coulomb que inicialmente possui comprimento e área unitários, e é constituído de uma mola com constante elástica E ,

e por um elemento de fricção de Coulomb com constante $\sigma_y > 0$, conforme apresentado na Figura 2.1. As constantes E e σ_y representam respectivamente o módulo de elasticidade e a tensão de escoamento do material.

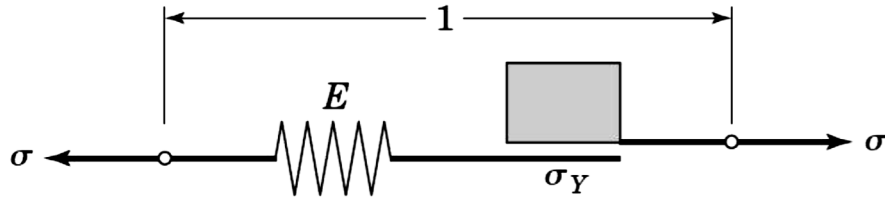


Figura 2.1 - Dispositivo friccional de Coulomb (adaptada – Simo e Hughes, 1997).

Num ponto da armadura submetido a um estado elastoplástico, a deformação total ε é dividida em sua parte elástica ε_e , recuperável, e sua parte plástica ε_p , irreversível, conforme mostra a Equação abaixo.

$$\varepsilon = \varepsilon_e + \varepsilon_p \quad (2.1)$$

Assumindo que ε , ε_p e σ são funções do tempo, temos que:

$$\dot{\varepsilon}_p = \frac{\partial}{\partial t} \varepsilon_p \quad (2.2)$$

Uma mudança na configuração do ponto só é possível se $\dot{\varepsilon}_p \neq 0$. Para caracterizar essa mudança serão assumidas algumas hipóteses:

1. A tensão σ não pode ser maior em valor absoluto que $\sigma_y > 0$. Isso significa que a princípio as tensões admissíveis estão situadas num intervalo $[-\sigma_y, \sigma_y]$. O domínio elástico é, portanto, estabelecido por:

$$E_\sigma := \{\sigma \in R | f(\sigma) \leq 0\} \quad (2.3)$$

Sendo E o módulo de elasticidade, a relação tensão-deformação desse ponto é representada por:

$$\sigma = E\varepsilon_e = E(\varepsilon - \varepsilon_p) \quad (2.4)$$

Sendo $f(\sigma)$ a função de escoamento, que tem a seguinte forma:

$$f(\sigma) = |\sigma| - \sigma_y \leq 0 \quad (2.5)$$

2. Se o valor absoluto da tensão aplicada for menor que a tensão de escoamento σ_y , nenhuma mudança em ε_p é observada, isto é, $\dot{\varepsilon}_p = 0$ caracterizando um regime elástico conforme se pode ver na Equação (2.6).

$$f(\sigma) = |\sigma| - \sigma_y \leq 0 \rightarrow \dot{\varepsilon}_p = 0 \rightarrow \sigma = E\varepsilon \quad (2.6)$$

3. Quando $f(\sigma) = |\sigma| - \sigma_y = 0$, considera-se que o elemento escoar na direção das tensões aplicadas com uma constante de escoamento $y \geq 0$. A variação da deformação plástica é representada pela regra do fluxo plástico apresentada pela Equação (2.7).

$$\dot{\varepsilon}_p = y \geq 0 \text{ se } \sigma = \sigma_y > 0 \quad (2.7)$$

$$\dot{\varepsilon}_p = -y \geq 0 \text{ se } \sigma = -\sigma_y < 0$$

$$\dot{\varepsilon}_p = y \text{ sign}(\sigma)$$

Onde $\text{sign}(\sigma)$ é uma função sinal definida como:

$$\text{sign}(\sigma) = \begin{cases} +1 & \text{se } \sigma > 0 \\ -1 & \text{se } \sigma < 0 \end{cases} \quad (2.8)$$

As condições de carga e descarga são determinadas através das condições de *Kuhn-Tucker* conforme Equação (2.9) e pela condição de consistência dada pela Equação (2.10). Tais condições têm a função de manter o estado de tensão sob o contorno da região elástica durante as deformações plásticas e determinar quais são as condições de carregamento.

$$\begin{array}{ll} \text{Condições de Kunh – Tucker} & \begin{array}{l} f(\sigma) < 0 \rightarrow y = 0 \\ y < 0 \rightarrow f(\sigma) = 0 \end{array} \end{array} \quad (2.9)$$

$$\begin{array}{ll} \text{Condição de consistência} & \begin{array}{l} yf(\sigma) = 0 \\ y\dot{f}(\sigma) = 0 \end{array} \end{array} \quad (2.10)$$

Durante o fluxo-plástico a função de escoamento deve permanecer igual a zero, e, portanto, sua variação no tempo também deve ser nula. Essa consideração leva a condição de consistência.

Na tabela abaixo são resumidas as principais situações ocorridas durante o processo de carga-descarga.

Tabela 2.1 – Situações de carregamento para o modelo de elastoplasticidade.

Localização de $f(\sigma)$	Constante de escoamento	Situação de carga
$f < 0 \leftrightarrow f(\sigma) \in \text{int}(E_\sigma)$	$y = 0$	Elástico
$f = 0 \leftrightarrow f(\sigma) \in \partial(E_\sigma)$	$\dot{f} < 0 \rightarrow y = 0$	Descarga elástica
	$\dot{f} = 0 \rightarrow y = 0$	Carga neutra
	$\dot{f} = 0 \rightarrow y > 0$	Carga plástica
$f > 0$		Estado inadmissível

2.2 MODELO FRICCIONAL UNIDIMENSIONAL COM ENDURECIMENTO

Para alguns materiais, uma vez iniciado o processo de plastificação, a superfície de escoamento varia devido ao fenômeno de endurecimento. À medida que o endurecimento evolui, a superfície de fluência pode expandir sem mudança de forma, caracterizando o endurecimento isotrópico, ou transladar simulando o efeito *Baushinger*, caracterizando o endurecimento cinemático, Taylor e Silva (2010).

A lei de endurecimento é marcada pela escolha de suas variáveis internas e pela definição da forma com a qual irá afetar a regra de fluxo e a condição de escoamento.

Para que a influência do endurecimento isotrópico na função de escoamento $f(\sigma)$ seja considerada, introduziram-se as variáveis K , denominada de módulo plástico e α , uma função não negativa, designada variável interna de endurecimento plástico isotrópico. Dessa maneira a Equação (2.5) passa a ter a seguinte forma:

$$f(\sigma, \alpha) = |\sigma| - [\sigma_y + K\alpha] \leq 0 \quad \alpha \geq 0 \quad (2.11)$$

A evolução da variável interna de endurecimento plástico isotrópico α é dada por:

$$\dot{\alpha} = |\dot{\varepsilon}_p| \quad (2.12)$$

$$\dot{\alpha} = |y \operatorname{sign}(\sigma)|$$

$$\dot{\alpha} = y$$

Sendo H o módulo de endurecimento cinemático e q uma variável que define a localização do centro da superfície de escoamento designada variável interna de endurecimento plástico, a Equação (2.11) toma a forma da Equação (2.13) para levar-se em consideração o efeito do endurecimento cinemático:

$$f(\sigma, q, \alpha) = |\sigma - q| - [\sigma_y + K\alpha] \leq 0 \quad (2.13)$$

A evolução da variável q é determinada pela Regra de Ziegler:

$$\dot{q} = H \dot{\varepsilon}_p \quad (2.14)$$

Onde:

$$\dot{\varepsilon}_p = y \operatorname{sign}(\sigma - q) \quad (2.15)$$

Portanto:

$$\dot{q} = y H \operatorname{sign}(\sigma - q) \quad (2.16)$$

A Tabela 2.2 é um resumo das principais equações governantes do modelo constitutivo desenvolvido por Simo e Hughes (1997) *apud* Taylor e Silva (2010), o qual considera os efeitos do endurecimento do material. Esse modelo está implementado dentro do programa em Elementos Finitos utilizado nesse trabalho.

Tabela 2.2 - Sumário das principais equações governantes do modelo friccional unidimensional com endurecimento (Taylor e Silva, 2010).

Relação tensão-deformação	$\sigma = E(\varepsilon - \varepsilon_p)$
Regra de fluxo plástico	$\dot{\varepsilon}_p = y \operatorname{sign}(\sigma - q)$
Lei de endurecimento isotrópico	$\dot{\alpha} = y$
Lei de endurecimento cinemático	$\dot{q} = y H \operatorname{sign}(\sigma - q)$
Condição de escoamento	$f(\sigma, q, \alpha) = \sigma - q - [\sigma_y + K\alpha] \leq 0$
Fechamento do domínio elástico	$E_\sigma := \{(\sigma, q, \alpha) \in R \times R_+ \times R \mid f(\sigma, q, \alpha) \leq 0\}$
Condições de complementaridade de Kuhn-Tucker	$y \geq 0; f(\sigma, q, \alpha) \leq 0; yf(\sigma, q, \alpha) = 0$
Condição de consistência	$y\dot{f}(\sigma, q, \alpha) = 0; (se f(\sigma, q, \alpha) = 0)$

2.3 INTEGRAÇÃO DO MODELO CONSTITUTIVO DA ARMADURA

Segundo Taylor e Silva (2010), o problema da integração do modelo constitutivo é puramente localizado nos pontos de Gauss da armadura e obedecem as seguintes diretrizes:

- i. Seja $x \in [0, L]$ um dado ponto que obedece às equações do modelo constitutivo apresentadas na Tabela 2.2.
- ii. Assume-se que o estado local do ponto x , no tempo atual t_n , é completamente definido no:

$$\{\varepsilon_n(x), \varepsilon_n^p(x), \alpha_n(x), q_n(x)\} \quad (2.17)$$

- iii. Portanto, o estado de tensão também é conhecido, sendo a tensão $\sigma_n(x)$ no ponto no tempo t_n determinada através da Equação (2.18).

$$\sigma_n(x) = E[\varepsilon_n(x) - \varepsilon_n^p(x)] \quad (2.18)$$

- iv. O incremento de tempo $t_{n+1} = t_n + \Delta t$ é gerado através de um incremento de deformação $\Delta\varepsilon(x)$, ou seja, a deformação é a variável independente básica.

Para integração das equações do modelo constitutivo adotado são aplicados o método implícito *Backward-Euler* e o algoritmo *Return-Mapping* apresentados em Simo e Hughes (1997).

2.3.1 Problema de valor inicial incremental elastoplástico

Aplicando-se às equações da Tabela 2.2, o método *Backward-Euler* que leva ao algoritmo de mapeamento e retorno clássico, obtém-se:

$$\varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p + \Delta y \operatorname{sign}(\sigma_{n+1}) \quad (2.19a)$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \Delta y \quad (2.19b)$$

$$q_{n+1} = q_n + \Delta y \quad (2.19c)$$

$$\sigma_{n+1} = E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_{n+1}^p) \quad (2.19d)$$

$$\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n + \Delta \varepsilon_n \quad (2.19e)$$

Onde Δy é um multiplicador Lagrangeano (a contrapartida algorítmica do parâmetro de consistência $y \geq 0$); e as variáveis $(\sigma_{n+1}, \alpha_{n+1})$, juntamente com Δy são restringidas pelas seguintes versões discretas de Kuhn-Tucker:

$$f_{n+1} := |\sigma_{n+1}| - [\sigma_y + K\alpha_{n+1}] \leq 0 \quad (2.20)$$

$$\Delta y \geq 0$$

$$\Delta y f_{n+1} = 0$$

2.3.2 Algoritmos *Return-mapping*

2.3.2.1 Estado elástico inicial

Será considerado um estado tensional auxiliar que não necessariamente corresponde ao estado real de tensão no ponto da armadura e é obtido considerando-se o fluxo plástico constante. O passo é puramente elástico e o estado auxiliar, indicado pelo sobrescrito *trial*, é definido pelas Equações (2.21).

$$\sigma_{n+1}^{trial} := E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^p) \equiv \sigma_n + E\Delta\varepsilon_n \quad (2.21a)$$

$$\xi_{n+1}^{trial} := \sigma_{n+1}^{trial} - q_n \quad (2.21b)$$

$$\varepsilon_{n+1}^{p\,trial} := \varepsilon_n^p \quad (2.21c)$$

$$\alpha_{n+1}^{trial} := \alpha_n \quad (2.21d)$$

$$q_{n+1}^{trial} := q_n \quad (2.21e)$$

$$f_{n+1}^{trial} := |\sigma_{n+1}^{trial}| - [\sigma_y + K\alpha_n] \quad (2.21f)$$

Onde ξ é uma variável auxiliar dada por $\xi = \sigma - q$, utilizada para fins de facilitar a notação.

Calculado f_{n+1}^{trial} podem ocorrer dois casos:

✓ CASO 1: $f_{n+1}^{trial} \leq 0$

O estado auxiliar é admissível visto que atende à Equação (2.11). Assim, o estado teste é de fato a solução do problema e resulta nas seguintes afirmações:

$$\varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p \quad (2.22a)$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n \quad (2.22b)$$

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial} \quad (2.23)$$

$$\Delta y = 0 \quad (2.24)$$

Uma ilustração desta situação é dada na Figura 2.2 a seguir.

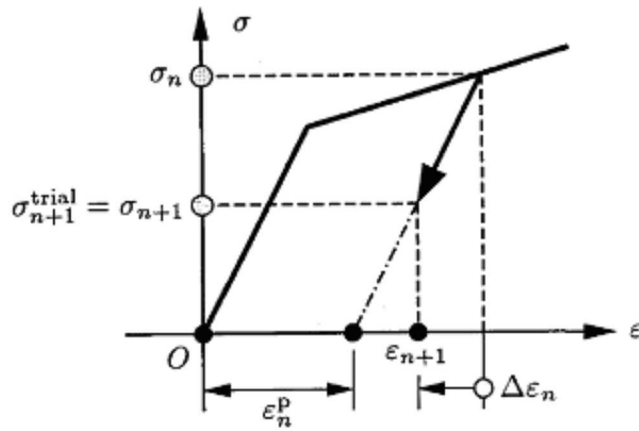


Figura 2.2 - Exemplo de um passo elástico incremental de um estado plástico, (adaptada – Simo e Hughes, 1997).

✓ CASO 2: $f_{n+1}^{trial} > 0$

Essa situação não caracteriza uma solução real para o problema visto que não atende à Equação (2.11), se $(\sigma_{n+1}^{trial}, \alpha_n)$ viola a condição de consistência $f(\sigma, \alpha) \leq 0$. Assim, se requer que $\Delta y > 0$ de modo que $\varepsilon_{n+1}^p \neq \varepsilon_n^p$ para obter $\sigma_{n+1} \neq \sigma_{n+1}^{trial}$. Pelas condições de Kuhn-Tucker:

$$\Delta y > 0 \quad (2.25a)$$

$$\Delta y f_{n+1} = 0 \Rightarrow f_{n+1} = 0 \quad (2.25b)$$

e o processo é incrementalmente plástico conforme pode-se ver na Figura 2.3.

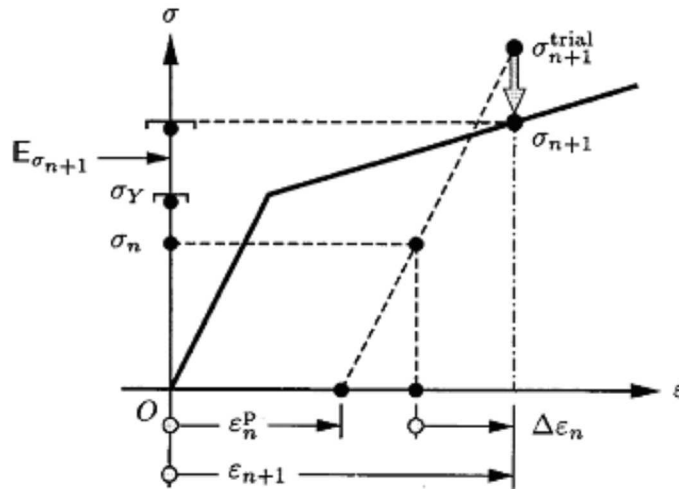


Figura 2.3 – Exemplo de processo incremental plástico violando $f(\sigma, \alpha) \leq 0$, (adaptada – Simo e Hughes, 1997).

Os casos analisados acima podem ser claramente verificados na Equação (2.26).

$$f_{n+1}^{trial} \begin{cases} \leq 0 \Rightarrow \text{Passo elástico } \Delta y = 0 \\ > 0 \Rightarrow \text{Passo plástico } \Delta y > 0 \end{cases} \quad (2.26)$$

2.3.2.2 Algoritmo *return-mapping* unidimensional

Considerando a condição inicial para implementação do processo incremental plástico determinado pela condição apresentada no CASO 2, tem-se:

$$f_{n+1}^{trial} > 0 \Leftrightarrow f(\sigma_{n+1}, \alpha_{n+1}) = 0 \quad (2.27a)$$

$$\Delta y > 0 \quad (2.27b)$$

Sendo assim, o estado final do ponto será expresso em termos da tensão obtida no estado auxiliar inicial e do multiplicador plástico, como segue:

$$\sigma_{n+1} = E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_{n+1}^p) \quad (2.28a)$$

$$\sigma_{n+1} = E\varepsilon_{n+1} - E\varepsilon_{n+1}^p \quad (2.28b)$$

$$\sigma_{n+1} = E(\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^p) - E(\varepsilon_{n+1}^p - \varepsilon_n^p) \quad (2.28c)$$

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial} - E\Delta y \text{ sign}(\sigma_{n+1}) \quad (2.28d)$$

Uma vez que $\Delta y > 0$, à partir das Equações (2.28), as Equações (2.19) podem ser reescritas como segue:

$$\sigma_{n+1} = \sigma_{n+1}^{trial} - \Delta y E \text{ sign}(\xi_{n+1}) \quad (2.29a)$$

$$\varepsilon_{n+1}^p = \varepsilon_n^p + \Delta y \text{ sign}(\xi_{n+1}) \quad (2.29b)$$

$$\alpha_{n+1} = \alpha_n + \Delta y \quad (2.29c)$$

$$q_{n+1} = q_n + \Delta y H \text{ sign}(\xi_{n+1}) \quad (2.29d)$$

$$f_{n+1} \equiv |\xi_{n+1}| - [\sigma_y + K\alpha_{n+1}] = 0 \quad (2.29e)$$

Onde:

$$\xi_{n+1} = \sigma_{n+1} - q_{n+1} \quad (2.30)$$

As Equações (2.29) podem ser resolvidas explicitamente em termos da variável ξ_{n+1} , subtraindo-se a Equação (2.29d) da (2.29a), obtendo-se então:

$$\xi_{n+1} = (\sigma_{n+1}^{trial} - q_n) - \Delta y(E + H)\text{sign}(\xi_{n+1}) \quad (2.31)$$

Através das definições das Equações (2.21b) e (2.30) e rearranjando os termos, a Equação (2.31) toma a seguinte forma:

$$[|\xi_{n+1}| + \Delta y(E + H)] \text{sign}(\xi_{n+1}) = |\xi_{n+1}^{trial}| \text{sign}(\xi_{n+1}^{trial}) \quad (2.32)$$

Uma vez que $\Delta y > 0$ e $E > 0$, os termos entre parênteses na Equação (2.31) são necessariamente positivos, portanto:

$$\text{sign}(\xi_{n+1}) = \text{sign}(\xi_{n+1}^{trial}) \quad (2.33)$$

Considerando-se a definição contida em (2.33), a Equação (2.32) assume a seguinte forma:

$$[|\xi_{n+1}| + \Delta y(E + H)] = |\xi_{n+1}^{trial}| \quad (2.34)$$

Dessa forma, o multiplicador plástico Δy pode ser determinado pela Equação (2.29e) e utilizando-se as Equações (2.29c) e (2.34):

$$f_{n+1} = |\xi_{n+1}^{trial}| - (E + K)\Delta y - [\sigma_y + K\alpha_{n+1}] \quad (2.35)$$

Desenvolvendo os termos multiplicadores em K e adicionando-se os termos $+K\alpha_n$ e $-K\alpha_n$, considerando-se a Equação (2.35) tem-se:

$$f_{n+1} = |\xi_{n+1}^{trial}| - (E + K)\Delta y - [\sigma_y + K\alpha_n] - K[\alpha_{n+1} - \alpha_n] \quad (2.36a)$$

$$f_{n+1} = |f_{n+1}^{trial}| - \Delta y[E + (K + H)] = 0 \quad (2.36b)$$

De forma explícita:

$$\Delta y = \frac{f_{n+1}^{trial}}{E + (K + H)} > 0 \quad (2.37)$$

Quadro 2.1. Resumo da integração do modelo constitutivo da armadura

1. Dados iniciais: $\{\varepsilon_n^p, \alpha_n, q_n\}$
2. Dado um incremento de deformação no ponto: $\{\varepsilon_{n+1} = \varepsilon_n + \Delta\varepsilon_n\}$
3. Calcular a tensão elástica inicial e verificar para o carregamento plástico:

$$\begin{aligned} \sigma_{n+1}^{trial} &:= E (\varepsilon_{n+1} - \varepsilon_n^p) \\ \xi_{n+1}^{trial} &:= \sigma_{n+1}^{trial} - q_n \\ f_{n+1}^{trial} &\equiv |\xi_{n+1}^{trial}| - [\sigma_y + K\alpha_n] \end{aligned}$$

Se $f_{n+1}^{trial} \leq 0$, então:

Passo elástico $(\cdot)_{n+1} = (\cdot)_{n+1}^{trial}$ e sai.

Senão:

Passo plástico, ir para item 4

4. *Return Mapping*:

$$\begin{aligned} \Delta y &:= \frac{f_{n+1}^{trial}}{E + (K + H)} > 0 \\ \sigma_{n+1} &:= \sigma_{n+1}^{trial} - E\Delta y \operatorname{sign}(\xi_{n+1}^{trial}) \\ \varepsilon_{n+1}^p &:= \varepsilon_n^p + \Delta y \operatorname{sign}(\xi_{n+1}^{trial}) \\ q_{n+1} &:= q_n + \Delta y H \operatorname{sign}(\xi_{n+1}^{trial}) \\ \alpha_{n+1} &:= \alpha_n + \Delta y \end{aligned}$$

3 MODELO CONSTITUTIVO DO CONCRETO

3.1 ANÁLISE NÃO LINEAR DE ESTRUTURAS DE CONCRETO ARMADO

A análise de estruturas de concreto armado pode ser feita considerando o comportamento do material como sendo linear ou não linear. A resposta linear do material decorre da proporcionalidade dos deslocamentos da estrutura a determinado carregamento aplicado. Na análise não linear, incrementos constantes de cargas não são proporcionais a incrementos constantes de deslocamentos. A não linearidade na resposta da estrutura pode resultar de mudanças na configuração geométrica da estrutura, caracterizando a não linearidade geométrica; bem como da resposta do material, caracterizando a não linearidade física.

A não linearidade física leva em conta a perda da rigidez do material após o carregamento da estrutura. O comportamento plástico de um material decorre de deformações irreversíveis observadas num ciclo de carregamento e descarregamento. O material apresenta um nível de tensão denominado tensão de plastificação, que uma vez atingido pode levar à ocorrência de deformações plásticas, Torres (2003).

Materiais cuja tensão jamais excede a tensão de plastificação e uma vez que atingida, essa tensão é mantida, toda a deformação adicional que passa a ocorrer é de natureza plástica são denominados materiais elastoplásticos.

Nos materiais em regime elastoplástico, a deformação total é composta por parcelas plástica e elástica. Nesse regime não há uma correspondência unívoca entre tensão e deformação, sendo necessário o conhecimento da história de carregamento, caracterizada pelo nível de deformação plástica acumulada.

3.2 MECÂNICA DO DANO

A mecânica do dano em meios contínuos leva em conta os efeitos da degradação, em modo difuso e progressivo, de sólidos submetidos a ações de natureza mecânicas ou não

mecânicas, por meio de redução das propriedades de resistência e rigidez do material. A Mecânica do Dano se ocupa do efeito, sobre a resposta material, de um processo de microfissuração distribuída que se desenvolve numa etapa preliminar à formação da fissura discreta, Araújo (2003).

Os modelos que trabalham com a mecânica do dano seguem o conceito físico de crescimento gradual das microfissuras e tentam reproduzir o mecanismo interno de microfissuras e o crescimento de defeitos e microcavidades que surgem em materiais frágeis, como o concreto, com o aumento das deformações, CEB 230 (1996).

Segundo Gamino (2007), as fissuras podem ser modeladas de três formas: discreta, distribuída ou incorporada. Na representação discreta, a fissura é modelada pela separação das arestas dos elementos. No Método dos Elementos Finitos, a menos que a trajetória da fissura seja conhecida antecipadamente, as fissuras discretas são modeladas alterando-se a malha para suportar a propagação. Esta mudança na configuração da malha dificulta a utilização destes modelos quando se tem várias fissuras espalhadas ao longo da peça, como no caso de estruturas de concreto armado, devido ao grande esforço computacional.

Nos modelos de fissura distribuída, a descontinuidade do campo de deslocamentos causada pela fissura é espalhada ao longo do elemento, que tem sua equação constitutiva alterada. Vale ressaltar que a continuidade de deslocamentos assumida é incompatível com a descontinuidade real.

Nos modelos de fissura incorporada, por sua vez, não se necessita fazer redefinição de malha e os resultados obtidos são independentes da malha de elementos finitos utilizada. Estes modelos se baseiam no conceito de descontinuidades incorporadas dentro de elementos finitos padrão.

Segundo Simo e Ju (1987), formulações de dano isotrópico são extensivamente empregadas na literatura por causa de sua simplicidade, eficiência e adequação para muitas aplicações práticas. Os modelos de dano isotrópico representam o comportamento não linear do material através de uma variável interna de dano escalar conhecida por degradação ou dano, d .

Essa teoria permite descrever localmente, com base num elemento de ‘volume representativo’ de material em torno do ponto considerado, a evolução dos fenômenos que se desenvolvem entre um estado inicial, relativo a uma situação de material íntegro, e um

estado final, caracterizado pela formação de uma fissura macroscópica, que equivale à ruptura do elemento de volume conforme Figura (3.1), Araújo (2003).

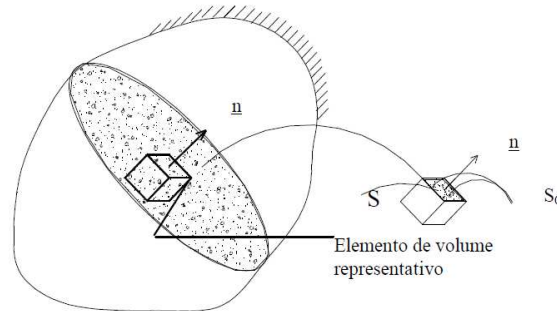


Figura 3.1 - Elemento de volume com dano (Pituba, 1998).

Considere-se um sólido com defeitos em sua microestrutura. Considerando-se o elemento de volume representativo grande o suficiente para conter um número representativo de defeitos, o dano é definido pela Equação (3.1), Fernandes (2010).

$$d = \frac{S - S_0}{S} = 1 - \frac{S_0}{S} \quad (3.1)$$

Na Equação (3.1), S é a área total representativa e S_0 é a área efetiva restante, desconsiderando-se os microvazios.

Nota-se que a variável de dano pertence ao intervalo $0 \leq d \leq 1$, sendo que a variável de dano é nula, $d = 0$, quando o material apresenta-se no seu estado íntegro. Por outro lado, $d = 1$ correspondendo ao estado de degradação completa.

Considera-se que associada à área efetiva exista uma tensão efetiva $\bar{\sigma}$ expressa por:

$$\bar{\sigma} = \sigma \frac{1}{1 - d} \Rightarrow \sigma = (1 - d)\bar{\sigma} \quad (3.2)$$

Segundo Lemaitre e Chaboche (1978), *apud* Manzoli (1994); a Equação (3.2) advém da hipótese de equivalência de deformações que dispõe:

“a deformação associada a um estado danificado sob tensões aplicadas é equivalente às deformações associadas a um estado ileso sob tensões efetivas”

A representação gráfica da hipótese de equivalência de deformações é apresentada na Figura 3.2. Na representação da esquerda o material encontra-se sobre tensões aplicadas e danificado; na direita, o dano é nulo e o material está sobre tensões efetivas, no entanto a deformação nos dois estados é a mesma.

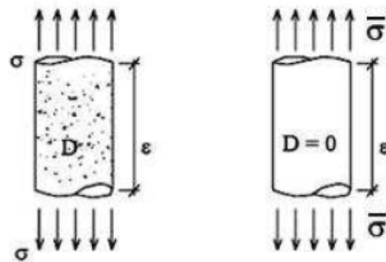


Figura 3.2 - Hipótese da equivalência de tensões (Adaptada - Pituba, 2003).

A Equação (3.3) apresenta a relação entre o tensor de tensões efetivas e o tensor de tensões de Cauchy e é determinada pelo parâmetro de dano.

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{1-d} \sigma \quad (3.3)$$

3.2.1 Lei constitutiva não linear para o concreto

Uma lei constitutiva linear-elástica padrão pode ser usada para descrever as relações tensão-deformação efetivas para pontos do material localizados na área efetiva, isto é:

$$\bar{\sigma} = D_0 : \varepsilon \quad (3.4)$$

Onde D_0 é o tensor constitutivo linear-elástico e ε é o tensor de deformações. A aplicação da hipótese de equivalência de tensões é feita através da associação das Equações (3.4) e (3.2), resultando em:

$$\sigma = (1 - d)\bar{\sigma} = (1 - d)D_0:\varepsilon \quad (3.5)$$

Manzoli (1994) ressalta que por considerar a relação tensão-deformação linear-elástica no espaço efetivo, o comportamento geral não linear é essencialmente dirigido pela evolução do dano. O dano é portanto interpretado como a medida da redução da rigidez inicial do material.

3.2.2 Critério de dano e lei de evolução do dano

Similarmente aos modelos de elastoplasticidade, é necessária a introdução de um critério que especifique o domínio elástico e o estado no qual se inicia o crescimento do dano. Simo e Ju (1987) consideram que o estado do dano no material é caracterizado por meio de um critério de dano na seguinte forma:

$$g(\tau(\tilde{\sigma}), r) = \tau(\tilde{\sigma}) - r \leq 0 \quad (3.6)$$

Onde $\tau(\tilde{\sigma})$ é a tensão equivalente dada por uma norma do tensor de tensões efetivas, e r é o dano escalar limite corrente. O critério de dano apresentado na Equação (3.6) define um conjunto de superfícies de dano, cuja forma é determinada pela escolha da norma para $\tau(\tilde{\sigma})$ e o tamanho é controlado pelo incremento dos valores de r . A Equação (3.6) também pode ser expressa em sua forma equivalente:

$$g'(\tau, r) = G(\tau) - G(r) \leq 0 \quad (3.7)$$

Onde $G(\cdot)$ é uma função escalar monotônica crescente a ser definida.

Diante da definição do parâmetro e critério de dano, é necessária a introdução de uma lei de evolução para o dano, de modo a caracterizar a degradação das propriedades mecânicas do material. A Equação (3.8) descreve a evolução do dano.

$$\dot{d} = \dot{\mu} \frac{\partial g'(\tau, r)}{\partial r} = \dot{\mu} \frac{\partial G(r)}{\partial r} \quad (3.8)$$

$$\dot{r} = \dot{\mu}$$

Onde $\dot{\mu}$ é o parâmetro de dano consistente que define as condições de carregamento ou descarregamento de acordo com as relações de Kuhn-Tucker adaptadas nesse capítulo às variáveis utilizadas:

$$\dot{\mu} \geq 0 \quad g' = 0 \quad \dot{\mu} g'(\tau, r) = 0 \quad (3.9)$$

Para $g' < 0$, o critério de dano não é satisfeito e, conforme a Equação (3.10), $\dot{\mu} = 0$, ou seja, não existe evolução do dano. No caso de $\dot{\mu} > 0$, o dano é crescente:

$$g' = 0 \rightarrow \tau - r = 0 \rightarrow \dot{\tau} = \dot{r} = \dot{\mu} \quad (3.10)$$

O que leva a uma forma explícita para a variável r :

$$r_t = \max[r_0, \max(\tau)] \quad (3.11)$$

Onde r_0 é o dano limite inicial, assumido ser propriedade do material.

3.2.3 Modelo de dano com duas variáveis

A característica básica do modelo adotado consiste na utilização de duas variáveis de dano, uma para representar o dano a tração, d^+ , e a outra, o dano a compressão, d^- . Visto que o concreto apresenta um comportamento diferente quando submetido à cargas compressivas e de tração, é importante que a degradação devido a tais situações seja tratada de forma diferenciada. De modo a identificar claramente quais variáveis são referentes à tração e à compressão, os índices (+) e (-) são utilizados respectivamente segundo Fernandes (2010).

O tensor de tensões efetivas é decomposto em partes tracionais e compressivas de acordo com Cervera *et al.* (1996):

$$\bar{\sigma}^+ = \langle \bar{\sigma} \rangle = \sum_{i=1}^3 \langle \bar{\sigma}_i \rangle p_i \otimes p_i \quad (3.12)$$

$$\bar{\sigma}^- \Rightarrow \bar{\sigma} \Leftarrow \sum_{i=1}^3 \bar{\sigma}_i \Leftarrow p_i \otimes p_i \quad (3.13)$$

$$\bar{\sigma} = \bar{\sigma}^+ + \bar{\sigma}^- \quad (3.14)$$

Na Equação acima, $\bar{\sigma}_i$ representa a i -ésima tensão principal do tensor de tensões $\bar{\sigma}$; p_i é um vetor unitário associado a direção principal e o símbolo \otimes denota o produto tensorial. O símbolo $\langle \cdot \rangle$ é a função de MacAuley (retornando o valor da expressão quando positiva, e zero em caso contrário) assim descrita na Equação (3.15), e o símbolo \Leftarrow é tal que $\langle x \rangle \Leftarrow x \Leftarrow x$.

$$\langle \bar{\sigma}_i \rangle = \begin{cases} \bar{\sigma}_i, & \text{se } \bar{\sigma}_i > 0 \\ 0, & \text{se } \bar{\sigma}_i < 0 \end{cases} \quad (3.15)$$

3.2.3.1 Tensões equivalentes de Tração

Para estabelecer as condições de carga, descarga e recarga; define-se o critério de dano empregando-se o conceito de tensão efetiva para tração dada pela seguinte expressão:

$$F(\bar{\tau}^+, r^+) = \bar{\tau}^+ (\bar{\sigma}^+) - r^+ \leq 0 \quad (3.16)$$

Sendo que $\bar{\tau}^+$ retorna um valor escalar em função da componente positiva das tensões efetivas.

Adota-se a norma energética do tensor:

$$\bar{\tau}^+ (\bar{\sigma}^+) = \sqrt{\bar{\sigma}^+ : D_0^{-1} : \bar{\sigma}^+} \quad (3.17)$$

Ou adotando a notação matricial, a Equação (3.17) toma a seguinte forma:

$$\bar{\tau}^+ (\bar{\sigma}^+) = \sqrt{\{\bar{\sigma}^+\}^T [D_0]^{-1} \{\bar{\sigma}^+\}} \quad (3.18)$$

onde $\{\bar{\sigma}^+\}$ é um vetor e $[D_0]^{-1}$ é a inversa da matriz constante elástica.

A matriz constante elástica $[D_0]$ e sua inversa $[D_0]^{-1}$ são dadas por:

$$[D_0] = \frac{1}{E} \begin{bmatrix} 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\ -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2(1+\nu) \end{bmatrix} \quad (3.19)$$

$$[D_0]^{-1} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \begin{bmatrix} 1-\nu & \nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & 1-\nu & \nu & 0 & 0 & 0 \\ \nu & \nu & 1-\nu & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1-2\nu}{2} \end{bmatrix} \quad (3.20)$$

onde ν é o coeficiente de Poisson.

3.2.3.2 Tensões equivalentes de Compressão

A expressão para tensão equivalente de compressão é inspirada no critério de Drucker-Prager e formulada por Cervera *et al* (1996) da seguinte forma:

$$\bar{\tau}^-(\bar{\sigma}^-) = \sqrt{\sqrt{3}(K\bar{\sigma}_{0ct}^- + \bar{\tau}_{0ct}^-)} \quad (3.21)$$

Na Equação (3.21) $\bar{\sigma}_{0ct}^-$ e $\bar{\tau}_{0ct}^-$ designam as tensões octaédricas normal e tangencial correspondentes ao tensor efetivo de compressão. Os valores para tais tensões octaédricas são dados pelas expressões a seguir:

$$\bar{\sigma}_{0ct}^- = \frac{>\bar{\sigma}_1 <+>\bar{\sigma}_2 <+>\bar{\sigma}_3 <}{3} \quad (3.22)$$

$$\bar{\tau}_{0ct}^- = \frac{1}{3} \sqrt{(>\bar{\sigma}_1 <->\bar{\sigma}_2 <)^2 + (>\bar{\sigma}_2 <->\bar{\sigma}_3 <)^2 + (>\bar{\sigma}_3 <->\bar{\sigma}_1 <)} \quad (3.23)$$

Onde K , expressa pelas Equações (3.24) e (3.25), é definida por Faria *et al* (2000) como uma propriedade do material.

$$K = \sqrt{2} \frac{R_0 - 1}{2R_0 - 1} \quad (3.24)$$

$$R_0 = \frac{f_{02D}^-}{f_{01D}^-} \quad (3.25)$$

Segundo Cervera *et al* (1996) os valores típicos para o concreto são $R_0 = 1,16$ e $K = 0,1714$.

3.2.3.3 Parâmetros r_0^+ e r_0^-

Os Parâmetros r_0^+ e r_0^- são considerados características do material, sendo assim um indicador de quando o material começa a danificar.

De forma análoga às outras variáveis e equações, tem-se uma formulação para compressão e tração.

Seja para tração:

$$r_0^+ = \sqrt{f_{01D}^+ \cdot \frac{1}{E} \cdot f_{01D}^+} = \frac{f_{01D}^+}{\sqrt{E}} \quad (3.26)$$

Onde f_{01D}^+ é a máxima tensão elástica de tração.

Seja para compressão:

$$r_0^- = \sqrt{\frac{f_{01D}^-}{\sqrt{3}} (\sqrt{2} - K)} \quad (3.27)$$

3.2.4 Lei de evolução do dano

3.2.4.1 Tração:

A evolução do parâmetro de dano à tração é definida em função da variável limite de dano e apresentada pela Equação (3.28).

Nota-se que quando $r^+ = r_0^+$ o dano é nulo.

(3.28)

$$d^+ = G^+(r^+) = 1 - \frac{r_0^+}{r^+} \exp \left[A^+ \left(1 - r^+ / r_0^+ \right) \right]$$

Segundo Manzoli (1994), o parâmetro A^+ é obtido pela relação entre a energia total dissipada num processo de tração unidimensional e a energia de fratura do concreto, G_f , então:

$$A^+ = \left(\frac{G_f E}{l(f_0^+)^2} - \frac{1}{2} \right)^{-1} \quad (3.29)$$

Onde l é uma característica geométrica do elemento finito considerado. Desta maneira, para elemento unidimensional l é o comprimento; para elemento bidimensional l é a área; e para elemento tridimensional l é volume do elemento finito considerado.

3.2.4.2 Compressão:

A evolução do dano a compressão é dada por:

$$d^- = G^-(r^-) = 1 - \frac{r_0^-}{r^-} (1 - A^-) - A^- \exp \left[B^- \left(1 - r^- / r_0^- \right) \right] \quad (3.30)$$

Segundo Faria *et al* (1999) os parâmetros A^- e B^- devem ser definidos pela imposição da curva tensão-deformação unidimensional numérica a compressão coincidir em dois pontos seleccionados com a curva extraída do ensaio a compressão simples.

3.2.5 Critério de dano

Separando as Equações (3.6) e (3.11) em termos de tração e compressão temos:

$$g^+ = \bar{\tau}^+(\bar{\sigma}^+) - r^+ \leq 0, \quad r^+ = \max[r_0^+, \max(\bar{\tau}^+)] \quad (3.31)$$

$$g^- = \bar{\tau}^-(\bar{\sigma}^-) - r^- \leq 0 \quad r^- = \max[r_0^-, \max(\bar{\tau}^-)] \quad (3.32)$$

3.2.6 Lei constitutiva

O tensor de tensões de Cauchy é então dado por:

$$\sigma = (1 - d^+) \bar{\sigma}^+ + (1 - d^-) \bar{\sigma}^- \quad (3.33)$$

4 MÉTODO IMPLEX

Oliver *et al.* (2008), *apud* Fernandes (2010), propuseram um algoritmo de integração de tensões que associa a robustez dos métodos explícitos à utilização de informações de iterações passadas, assim como nos métodos implícitos. É baseado em duas famílias de modelos constitutivos, os modelos de dano contínuo e os modelos elastoplásticos.

O objetivo é diminuir a não linearidade do algoritmo de retorno estimando o multiplicador plástico a partir das tensões, deformações e variáveis de história do passo anterior evitando-se assim a necessidade de calcular as derivadas do multiplicador plástico, simplificando o algoritmo de integração e a obtenção da matriz tangente consistente. Com essa simplificação, não se cumpri exatamente a condição de consistência, porém tal fato pode ser minimizado com a adoção de incrementos de cargas menores. Segundo os autores, para problemas onde se tem estados de tensões uniformes na malha, como nos casos de reprodução de ensaios, o algoritmo apresenta oscilações que também podem ser controladas com os tamanhos de passos de tempo dados durante a análise de elementos finitos.

Vale citar ainda que a ordem de precisão do algoritmo de integração IMPLEX, é a mesma dos clássicos algoritmos implícitos de *Backward-Euler*. No entanto, o erro absoluto é maior para um mesmo tamanho de passo de carga, Fernandes (2010).

4.1 APLICAÇÃO DO IMPLEX PARA INTERGRAÇÃO DO MODELO DE DANO

No Quadro 4.1 é descrito um resumo, proposto pelo professor William Taylor Matias Silva da Universidade de Brasília, para o procedimento de integração do modelo de dano; baseado no algoritmo de integração implícito e explícito, o IMPLEX, apresentado por Oliver *et al.* (2008).

Quadro 4.1. Método IMPLEX

1. Cálculo do tensor de tensões de Cauchy no passo de carga n+1

$$\sigma_{n+1} = (1 - d_{n+1}^+) \bar{\sigma}_{n+1}^+ + (1 - d_{n+1}^-) \bar{\sigma}_{n+1}^- \quad (4.1)$$

2. Cálculo do tensor de tensões inelásticas no passo de carga n + 1

$$\sigma_{n+1}^{in} = \bar{\sigma}_{n+1} - \sigma_{n+1} \text{ com } \bar{\sigma}_{n+1} = D_0 \varepsilon_{n+1} \quad (4.2)$$

3. Atualização do tensor de tensões de Cauchy no passo de carga n + 1

$$\sigma_{n+1}^* = \bar{\sigma}_{n+1} - \sigma_n^{in} \quad (4.3)$$

Onde σ_n^{in} são as tensões inelásticas calculado em (2), porém no passo de carga n.

4. Tensor constitutivo algorítmico no passo de carga n + 1

$$D_{al} = \frac{\partial \sigma_{n+1}^*}{\partial \varepsilon_{n+1}} = \frac{\partial \bar{\sigma}_{n+1}}{\partial \varepsilon_{n+1}} - \frac{\partial \sigma_n^{in}}{\partial \varepsilon_{n+1}} = D_0 \quad (4.4)$$

Lembrando que σ_n^{in} é constante no passo n + 1.

Dentre as vantagens do método IMPLEX, vale citar que obtêm-se convergência com poucas iterações; porém, necessita-se de uma análise de convergência a fim de identificar qual o melhor tamanho de passo de carga para o problema dado.

A respeito do programa 2D_CONCRETE_NL.f90, vale ressaltar que o mesmo utiliza o método de comprimento de arcos para solucionar sistemas de equações não lineares, o que possibilita que tanto a carga quanto o deslocamento possam variar simultaneamente durante os passos incrementais, permitindo assim que os algoritmos sejam capazes de obter com maior êxito a continuação da resposta.

5 APLICAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO DE DANO NA ANÁLISE DE TIRANTES DE CONCRETO ARMADO

5.1 INTRODUÇÃO

Tirantes são elementos lineares de eixo reto em que as forças normais de tração são preponderantes, NBR 6118 (2014). As peças de concreto armado submetidas à tração uniaxial apresentam um comportamento típico com curva tensão-deformação dividida normalmente em três regiões conforme apresentado na Figura 5.1, CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993).

Segundo BONO (2008), em simulações do comportamento em tração do concreto armado fissurado, deve-se considerar dois fenômenos: o amolecimento e o enrijecimento à tração. A rigidez da peça recebe contribuição das rigidezes da armadura, do concreto simples (amolecimento) e do concreto entre fissuras (enrijecimento à tração).

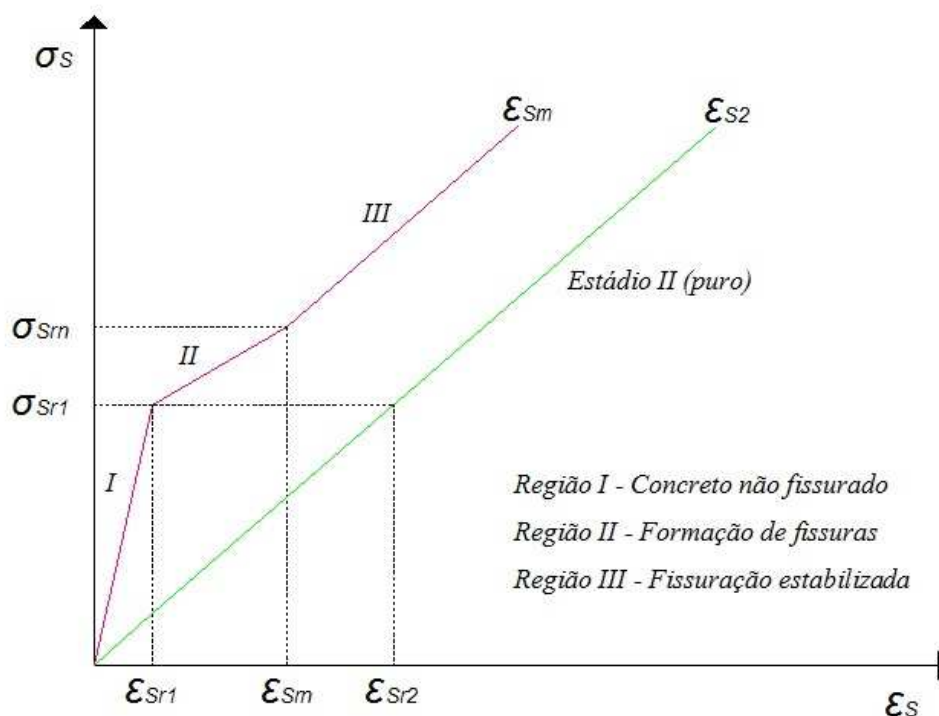


Figura 5.1 – Curva tensão-deformação média do concreto armado submetido à tração uniaxial.

A Região I representa o comportamento elástico da peça tracionada até a formação da primeira fissura. A região II por sua vez representa o comportamento entre o período de formação da primeira fissura e o ponto de fissuração final.

A Região III representa o comportamento entre o último ponto de fissuração e o escoamento da armadura. Observa-se que após a formação da primeira fissura, a contribuição do concreto começa a diminuir devido à formação de fissuras subsequentes.

Segundo CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993), *apud* BONO (2008), antes do concreto fissurar, considerando a deformação na armadura igual à deformação no concreto adjacente, pode-se determinar a deformação específica no tirante através da Equação (5.1):

$$\varepsilon_{S1} = \frac{N}{E_S A_S + E_C A_C} \quad (5.1)$$

Onde,

ε_{S1} - Deformação específica no concreto antes de sofrer fissuração;

N - Carga axial aplicada;

E_S - Módulo de elasticidade longitudinal do aço;

E_C - Módulo de elasticidade longitudinal do concreto íntegro;

A_S - Área da seção da armadura;

A_C - Área da seção do concreto tracionado.

Segundo modelo proposto pelo CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993), o comportamento de tirantes de concreto armado pode ser determinado a partir de uma modificação na relação tensão-deformação média das armaduras incorporadas no concreto (Figura 5.1), conforme apresenta-se a seguir:

a) *Concreto não fissurado:*

$$\varepsilon_{Sm} = \varepsilon_{S1}, \rightarrow 0 < \sigma_S \leq \sigma_{Sr1} \quad (5.2)$$

b) *Formação de fissuras:*

$$\varepsilon_{Sm} = \varepsilon_{S2} - \frac{\beta_t(\sigma_S - \sigma_{Sr1}) + (\sigma_{Srn} - \sigma_S)}{(\sigma_{Srn} - \sigma_{Sr1})} (\varepsilon_{Sr2} - \varepsilon_{Sr1}) \rightarrow \sigma_{Sr1} < \sigma_S \leq \sigma_{Srn} \quad (5.3)$$

c) *Fissura estabilizada:*

$$\varepsilon_{Sm} = \varepsilon_{S2} - \beta_t(\varepsilon_{Sr2} - \varepsilon_{Sr1}) \rightarrow \sigma_{Srn} < \sigma_S \leq f_y \quad (5.4)$$

d) *Pós-escoamento:*

$$\varepsilon_{Sm} = \varepsilon_{Sy} - \beta_t(\varepsilon_{Sr2} - \varepsilon_{Sr1}) + \delta \left(1 - \frac{\sigma_{Sr1}}{f_{yk}} \right) (\varepsilon_{S2} - \varepsilon_{Sy}) \rightarrow f_{yk} < \sigma_S < f_{tk} \quad (5.5)$$

Onde,

$\sigma_{Sr1} = N_r/A_s$ - Tensão na armadura imediatamente após a formação da primeira fissura;

$N_r = A_c f_{tk} (1 + \alpha \rho_s)$ - Carga axial atuante imediatamente após a formação da primeira fissura;

A_s - Área da seção da armadura;

A_c - Área da seção do concreto tracionado.

$\rho_s = \frac{A_s}{A_c}$ - Taxa de armadura;

f_{tk} - Resistência à tração uniaxial do concreto;

$\alpha = \frac{E_s}{E_c}$ - Relação entre o módulo de elasticidade do aço E_s e do concreto E_c ;

$\sigma_{srn} = 1,3 \sigma_{sr1}$ - Tensão na armadura no instante da formação da última fissura;

ε_{s2} - Deformação específica da armadura no estágio II (totalmente fissurado);

ε_{sr1} - Deformação específica da armadura correspondente à tensão σ_{sr1} no estágio I;

ε_{sr2} - Deformação específica da armadura no estágio II no instante da primeira fissura;

β_t - 0,4 para cargas de curta duração (tração pura); ou 0,25 para cargas de longa duração ou cargas repetidas (tração pura);

f_{yk} - Tensão de escoamento do aço;

δ - 0,8; sendo um coeficiente que leva em conta a proporção entre a relação f_{tk}/f_{yk} e a tensão de escoamento do aço f_{yk} ;

O valor de $\delta = 0,8$ é válido para aço dúctil cuja tensão de escoamento $f_{yk} = 500 \text{ MPa}$.

5.2 MODELO NUMÉRICO APLICADO NA ANÁLISE DE TIRANTES DE CONCRETO ARMADO CONFORME CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993)

Apresenta-se a seguir a modelagem numérica de uma série de cinco tirantes de concreto armado. Os resultados foram comparados com aqueles obtidos através das Equações (5.1) a (5.5) do Modelo proposto por CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993).

Os tirantes analisados têm dimensões conforme Figura 5.2. Todos os tirantes possuem armadura composta por 4 barras de aço e apresentam taxas de armadura com os seguintes valores: 0,50%, 0,75%, 1,00%, 1,50% e 3,00%. As propriedades dos materiais são apresentadas nas Tabela 5.1 e 5.2.

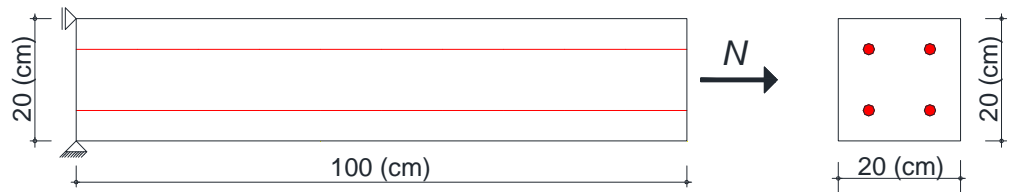


Figura 5.2 –Tirante de Concreto Armado (Bono, 2008).

Tabela 5.1 – Propriedades do concreto.

Propriedade	Valor	Unidade
E_c	32,24	GPa
ν	0,20	-
ρ	$2,3 \times 10^3$	Kg/m ³
G_f^*	150	N/m
f_0^+	1,50	MPa
f_0^-	10,00	MPa
f_c	20,00	MPa
K	0,1714	-
A^{-*}	1,00	-
B^{-*}	0,744	-

(*) Valores estimados.

Tabela 5.2 - Propriedades do aço

Propriedade	Valor	Unidade
E_s	210,00	GPa
f_{yk}	500,00	MPa

Para análise numérica da série dos cinco tirantes, gerou-se uma malha utilizando-se 40 elementos finitos quadriláteros para discretizar o concreto e 20 elementos finitos lineares para discretizar as armaduras. A malha foi gerada através do software SAP2000, e sua configuração é mostrada na Figura 5.3.



Figura 5.3 – Malha que representa os tirantes de concreto armado.

Na análise numérica, alterou-se as taxas de armaduras para cada tirante conforme indicado no início do item 5.2.

No cálculo realizado segundo o modelo proposto em CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993), considerou-se apenas um quarto da seção transversal. A comparação entre os resultados obtidos por tal formulação e aqueles obtidos na análise aplicada do modelo de dano apresentado nesta dissertação, é apresentada nas Figuras 5.4 a 5.8. Nestes gráficos, mostram-se as relações entre a deformação específica total média do tirante e a tensão N/A_s .

5.2.1 Curvas tensão-deformação

Apresenta-se a seguir as curvas tensão-deformação para cada tirante analisado. O tamanho do passo de carga utilizado foi $s = 2,5 \times 10^{-6}$. Para os resultados do modelo computacional, as deformações específicas foram determinadas em uma das barras de armadura.

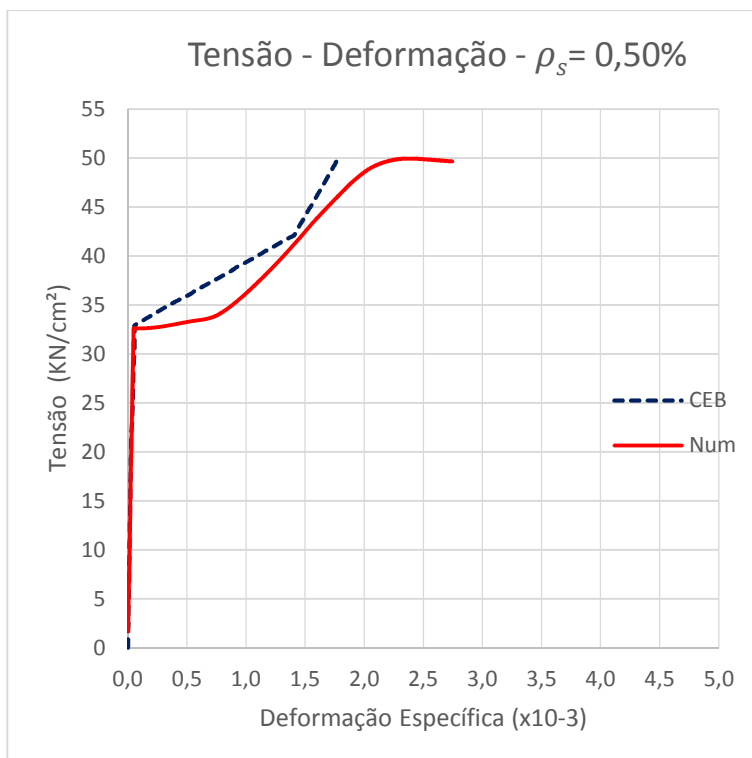


Figura 5.4 – Comparação entre curva tensão-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 0,50\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$.

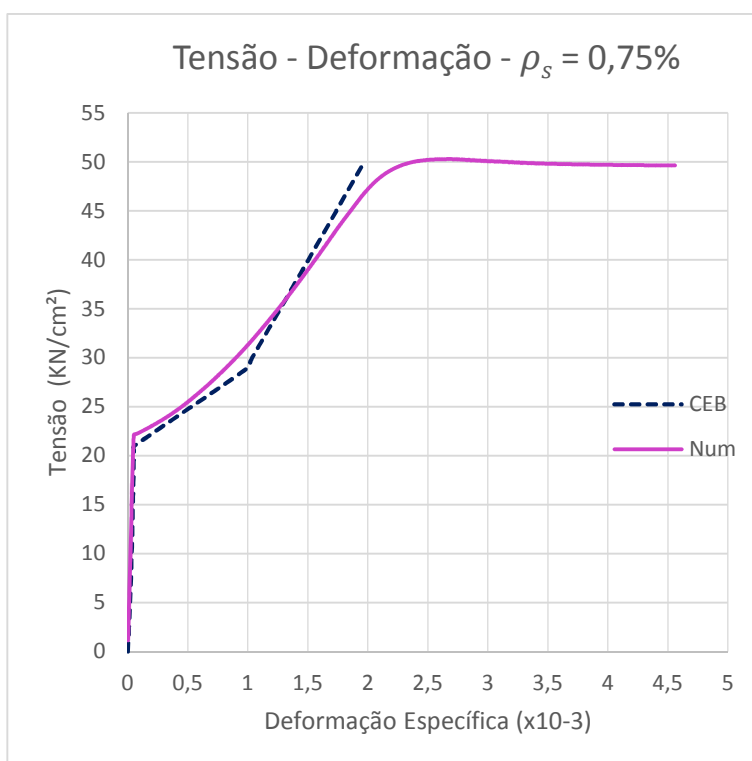


Figura 5.5 – Comparação entre curva tensão-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 0,75\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$.

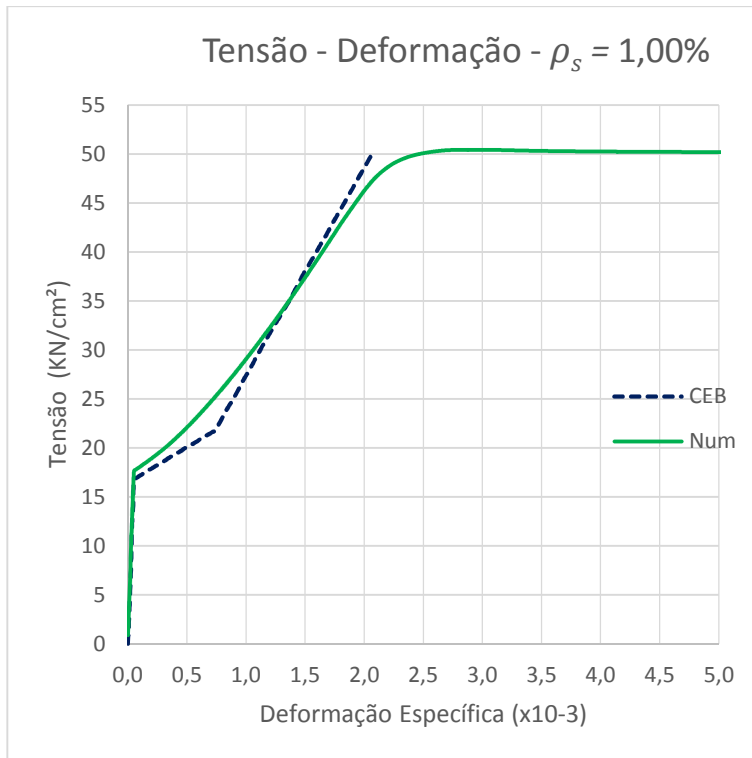


Figura 5.6 – Comparação entre curva tensão-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 1,00\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$.

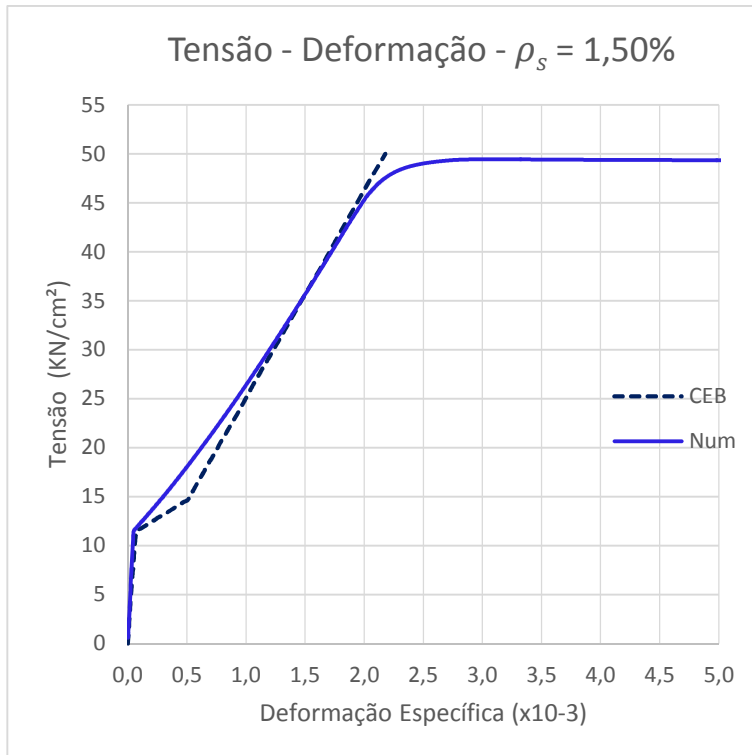


Figura 5.7 – Comparação entre curva tensão-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 1,50\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$.

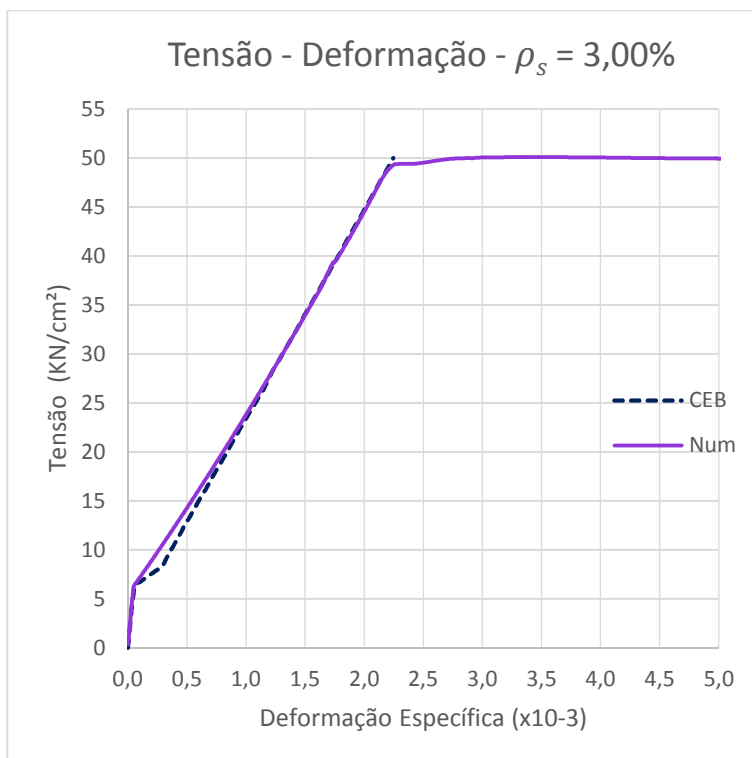


Figura 5.8 – Comparação entre curva tensão-deformação experimental e numérica do tirante com taxa de armadura $\rho_s = 3,00\%$, para $s = 2,5 \times 10^{-6}$.

Os gráficos apresentados nas Figuras 5.4 a 5.8, apresentam boa concordância entre os resultados computacionais, obtidos pelo modelo de dano apresentado nesta dissertação, e aqueles determinados através da formulação proposta pelo CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993).

Embora o modelo de dano aplicado não considere o efeito da aderência entre o concreto e o aço; através dos gráficos apresentados pode-se observar que o modelo numérico conseguiu representar bem o comportamento da peça de concreto armado à tração e simular o enrijecimento à tração, que representa a capacidade do concreto intacto entre fissuras continuar a suportar tensões de tração contribuindo assim para a rigidez da peça tracionada.

Vale ressaltar que, o valor de energia de fratura, bem como os valores de A^- e B^- , foram adotados para fins de cálculo. No entanto, bons resultados foram observados através da modelagem numérica proposta uma vez que foi eficaz qualitativamente. Observou-se que além da boa concordância entre as curvas tensão-deformação, o modelo conseguiu determinar as cargas de ruptura adequadamente.

O método IMPLEX mostrou-se eficaz, apresentando boa convergência para pequenos passos de carga. Melhores resultados foram observados para passos de carga da ordem 10^{-6} , necessitando-se em média de duas iterações para cada passo de carga. Para realizar as análises numéricas dos cinco tirantes apresentadas neste capítulo, utilizou-se 3000 passos de carga para cada análise.

6 APLICAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO DE DANO NA ANÁLISE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO

6.1 INTRODUÇÃO

As vigas são definidas segundo NBR 6118 (2014) como elementos lineares, ou seja, aqueles cujo comprimento longitudinal supera em pelo menos três vezes a maior dimensão da seção transversal; em que a flexão é preponderante. Geralmente são submetidos à flexão normal simples e, eventualmente, em seu dimensionamento considera-se submetidas à flexão composta.

Em geral, as vigas são submetidas a carregamentos verticais e em seu correto dimensionamento deve-se considerar o comportamento resistente à flexão e à força cortante.

Bresler e Scordelis (1963) realizaram um estudo em doze vigas de concreto armado a fim de verificar o comportamento quanto à resistência ao esforço cortante. Tal estudo é apresentado neste capítulo a fim de validar a aplicação do modelo numérico proposto para a simulação do comportamento real de tais elementos estruturais submetidos a carregamentos.

6.2 MODELO NUMÉRICO APLICADO ÀS VIGAS DE CONCRETO ARMADO ENSAIADAS POR BRESLER E SCORDELIS (1963)

Apresenta-se a seguir, a modelagem numérica de uma série com três vigas de concreto armado cujos resultados são comparados aos resultados obtidos experimentalmente por Bresler e Scordelis (1963). Tais resultados experimentais referem-se a um estudo sobre a resistência ao esforço cortante em doze vigas de concreto armado que foram divididas em quatro séries de três vigas. O mesmo ensaio foi recentemente reproduzido na Universidade de Toronto, por Vecchio e Shim (2004), a fim de analisar o comportamento das vigas após do pico de carga.

Os ensaios reproduzidos por Vecchio e Shim (2004) objetivavam também a análise numérica utilizando o método dos elementos finitos, através do programa VecTor2

desenvolvido na Universidade de Toronto, o qual considera os efeitos de amolecimento do concreto na compressão devido à fissuração transversal, assim como os efeitos de tensão de endurecimento devido aos mecanismos de aderência entre o aço e o concreto. O DSFM - *Disturbed stress field model*, modelo utilizado por Vecchio, é um modelo híbrido entre os que permitem a rotação das fissuras e os que consideram a fissura com inclinação fixa durante toda a história do carregamento; e incorpora as equações de compatibilidade do elemento de uma parcela devido ao deslizamento no plano da fissura. Assim, o ângulo das tensões principais e das deformações principais não são iguais; e o comportamento de estruturas nos quais o deslizamento na fissura define a ruptura é melhor representado (como no caso de vigas sem armadura transversal).

O modelo de dano implementado em 2D_CONCRETE_NL.f90, conforme descrito no capítulo 3, diferentemente do DSFM - *Disturbed stress field model*, considera as direções principais de tensões e, as consequentes, deformações principais a elas associadas.

Gamino *et al* (2010), em um estudo comparativo entre modelos de fissuração distribuída e incorporada para análise de elementos finitos de vigas de concreto armado, também utilizaram os ensaios realizados por Bresler e Scordelis (1963). Em tal estudo a viga OA3 foi analisada numericamente, empregando-se tais modelos de fissuração.

No modelo de fissuração distribuída, as descontinuidades fortes associadas à rachadura estão espalhadas por todo o elemento finito e considera-se que a fissura se propaga perpendicularmente à direção das tensões principais. Como é bem conhecido, a continuidade no campo dos deslocamentos assumidos para esses modelos não é compatível com a descontinuidade real. Apesar disso, este tipo de modelo tem sido amplamente utilizado devido à sua simplicidade computacional para tratamento de fissuras usando uma estrutura contínua, bem como devido aos bons prognósticos relatados do comportamento de elementos estruturais de concreto armado, Gamino *et al* (2010).

Por outro lado, o modelo de fissuração incorporado é capaz de descrever os efeitos de descontinuidades reais, ou seja, rachaduras; através do enriquecimento do campo de deslocamento no interior de cada elemento finito atravessado pelos caminhos das fissuras. Neste modelo, para representar o processo de fraturamento em tração, o comportamento não linear na região de localização de deformação ou zona de processo da fratura é descrito segundo o modelo de dano composto, com lei de abrandamento de tensões exponencial (*softening*). A região contínua é descrita segundo o modelo de dano que usa o critério de

degradação *Von Mises*, com base no comportamento não linear à compressão, Gamino *et al* (2010).

Segundo os autores, boa correlação obteve-se entre a resposta numérica e os resultados experimentais obtidos por Bresler & Scordelis (1963). Os deslocamentos calculados tanto com o modelo de fissuras distribuídas quanto com o modelo de fissuras incorporadas foram particularmente próximos daqueles obtidos a partir dos testes experimentais.

O estudo revela ainda que nos testes experimentais foi obtida uma largura máxima de fissura 0,35mm, enquanto que 0,30mm foi obtida usando um modelo de fissuração distribuída e 0,48mm utilizando o modelo de fissura incorporada.

A seguir, os resultados obtidos experimentalmente na primeira série de 03 vigas, identificadas como série 0A por Bresler e Scordelis (1963), são comparados com os resultados obtidos pela análise numérica, utilizando o programa 2D_CONCRETE_NL.f90 para simular tais vigas.

Cada série de vigas ensaiadas por Bresler e Scordelis (1963), diferencia-se pela quantidade de armadura longitudinal e transversal, pelo comprimento do vão, pelas dimensões da seção transversal e pela resistência do concreto, sendo que todas as vigas apresentam seção transversal retangular.

As vigas da série 0A abordadas neste capítulo, não possuíam armadura transversal e os detalhes das seções transversais de cada viga podem ser observados na Figura 6.1. Detalhes adicionais são apresentados na Tabela 6.1.

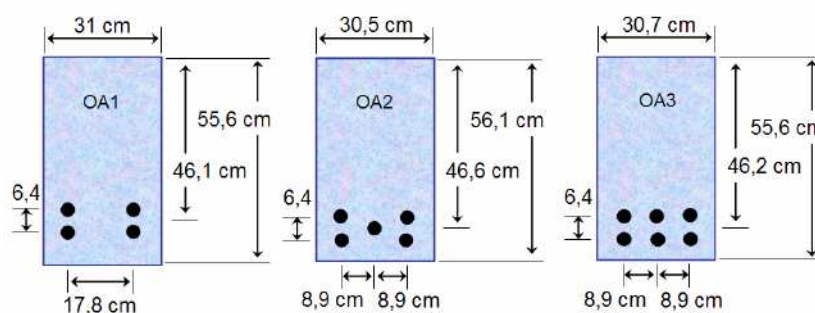


Figura 6.1- Detalhes das seções transversais das vigas da série 0A, Bresler e Scordelis (1963).

Tabela 6.1 - Detalhes das vigas da série 0A, ensaiadas por Bresler e Scordelis (1963).

Viga	b (cm)	h (cm)	d (cm)	L (cm)	As (cm ²)	As' (cm ²)	Estribos
0A-1	31,0	55,6	46,1	366	25,88 (4 ϕ 28,7mm)	-	-
0A-2	30,5	56,1	46,6	457	32,35 (5 ϕ 28,7mm)	-	-
0A-3	30,7	55,6	46,2	640	38,81 (6 ϕ 28,7mm)	-	-

6.3 CARACTERÍSTICAS DO ENSAIO EXPERIMENTAL

As vigas da série OA não continham reforço ao cisalhamento; observa-se também que as grandes quantidades de reforço à flexão foram utilizadas na tentativa de induzir a ruptura por cisalhamento crítico.

As vigas foram ensaiadas com aplicação de carga monotônica no ponto central do vão, conforme a configuração esquemática indicada na Figura 6.2.

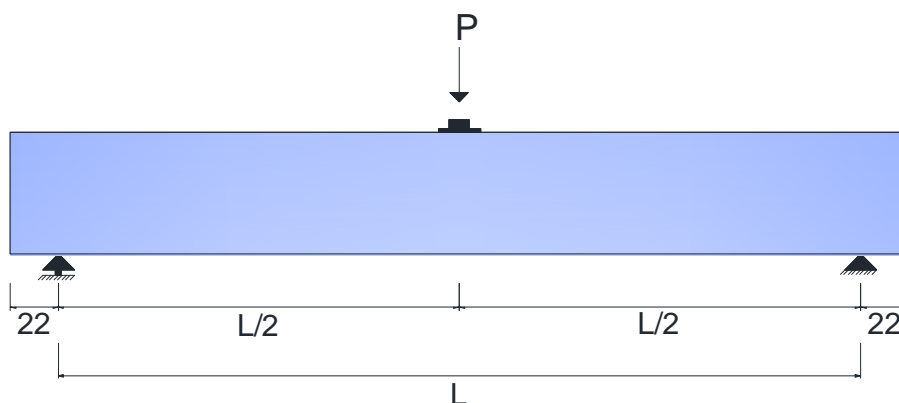


Figura 6.2- Desenho esquemático das vigas ensaiadas por Bresler e Scordelis (1963).

A aplicação das cargas foi feita inicialmente até 30% do carregamento máximo, em dois ou três incrementos e descarregadas em seguida. A carga foi reaplicada em estágios com incrementos de 40KN até um ponto próximo ao final e, em seguida, com incrementos de 20KN até a ruptura. A curva carga deslocamento foi obtida tomando-se as medidas dos deslocamentos verticais no ponto central do vão de cada viga para cada incremento de carga.

As vigas Bresler-Scordelis foram testadas em uma idade bastante jovem. Em seu procedimento as fôrmas foram retiradas quatro dias após a concretagem; em seguida realizou-se a cura úmida durante sete dias. Todas as vigas foram testadas no 13º dia.

6.4 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

As propriedades dos materiais são apresentadas a seguir nas Tabelas 6.2 e 6.3.

Tabela 6.2 – Propriedades do concreto.

Propriedade	Valor	Unidade
E_c^*	20,00	GPa
ν	0,20	-
ρ	$2,3 \times 10^3$	Kg/m ³
G_f^*	55	N/m
f_0^+	1,50	MPa
f_0^-	10,89	MPa
f_c	22,50	MPa
K	0,1714	-
A^{-*}	1,00	-
B^{-*}	0,744	-

(*) Valores estimados.

Tabela 6.3 – Propriedades do aço.

Propriedade	Valor	Unidade
Diâmetro da barra	$28,7 \times 10^{-3}$	(m)
E_s	217,88	GPa
f_{yk}	555,00	MPa

6.5 APLICAÇÃO DO MODELO DE DANO NA ANÁLISE DAS VIGAS DA SÉRIE 0A DE BRESLER E SCORDELIS (1963)

Com base nos dados apresentados anteriormente o modelo numérico foi utilizado para simular o comportamento das três vigas que compõem a série 0A ensaiadas por Bresler e Scordelis (1963).

Para a análise numérica da viga 0A1, usou-se a simetria da viga aplicando-se as devidas condições de contorno nos nós da face central para gerar a malha composta de 128 elementos finitos bidimensionais de 8 nós para representar o concreto, e 32 elementos finitos unidimensionais quadráticos de 3 nós para representar as armaduras.

A malha foi gerada através do software SAP2000, e sua configuração é mostrada na Figura 6.3.

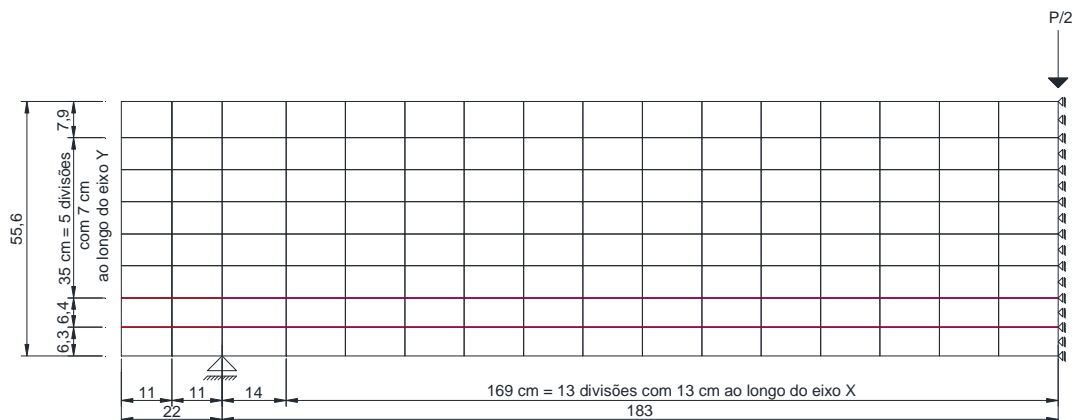


Figura 6.3 - Malha que representa a viga 0A1.

De forma análoga, para a análise numérica da viga 0A2 gerou-se uma malha composta por 256 elementos finitos bidimensionais de 8 nós para representar o concreto, e 96 elementos finitos unidimensionais quadráticos de 3 nós para representar as armaduras. A configuração da malha da viga 0A2 é mostrada na Figura 6.4.

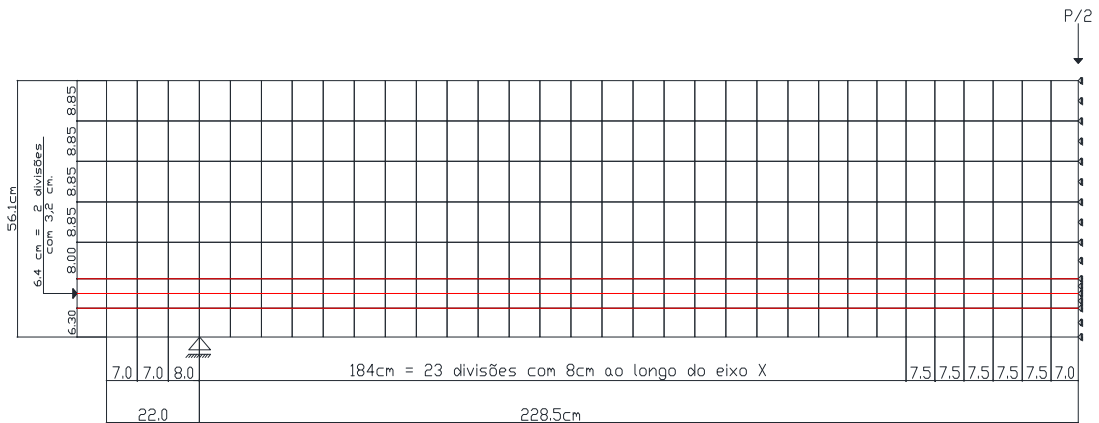


Figura 6.4 - Malha que representa a viga 0A2.

A malha da viga 0A3 tem sua configuração apresentada na Figura 6.5 e é composta por 200 elementos finitos bidimensionais de 8 nós para representar o concreto, e 50 elementos finitos unidimensionais quadráticos de 3 nós para representar as armaduras.

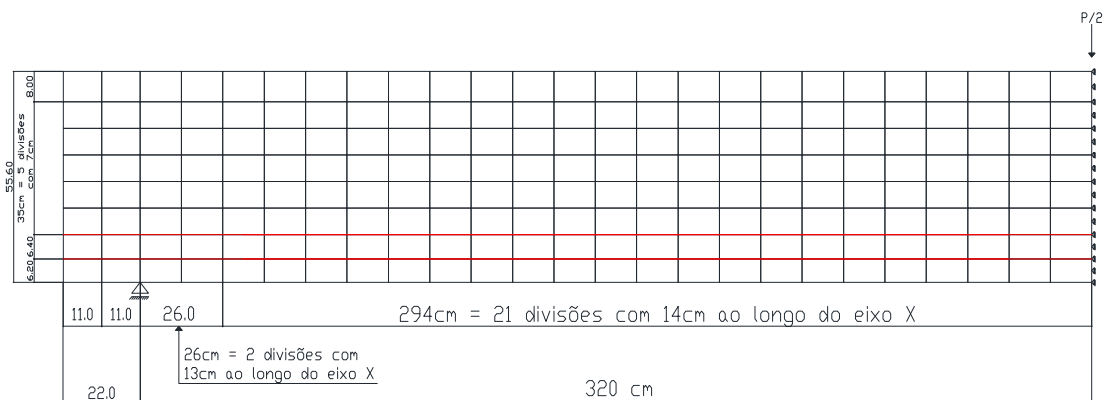


Figura 6.5 - Malha que representa a viga 0A3.

O modelo de dano foi aplicado na análise das vigas apresentadas neste capítulo a fim de determinar as cargas de ruptura e reproduzir os resultados do comportamento estrutural de tais vigas, observados por meio das curvas carga-deslocamentos.

6.5.1 Deslocamento central das vigas de concreto armado da série 0A

Apresentam-se a seguir as curvas carga-deslocamento no ponto central de cada viga obtida por meio da modelagem numérica e a curva obtida experimentalmente por Bresler e Scordelis (1963).

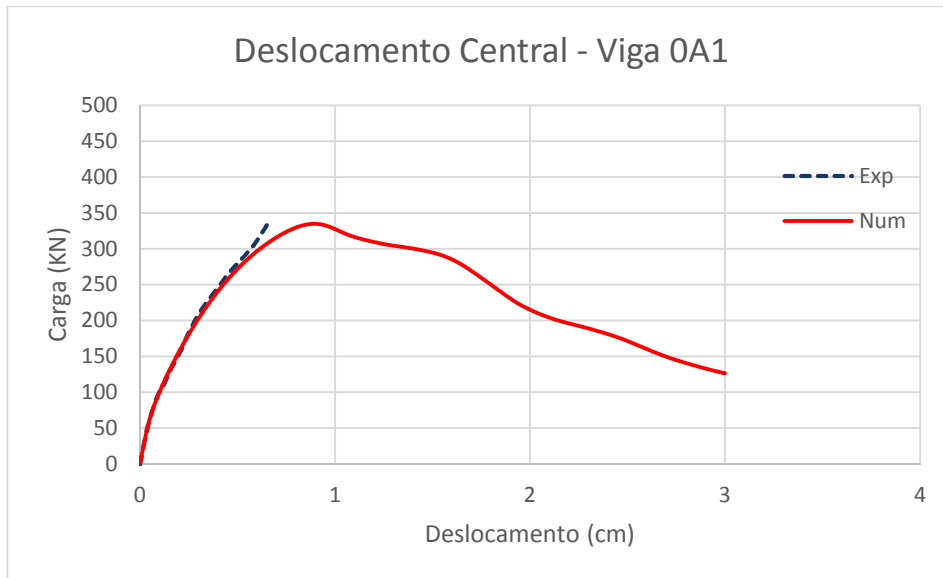


Figura 6.6 – Comparação entre curva carga-deslocamento central experimental e numérica da viga 0A1, para $s = 1,85 \times 10^{-5}$.

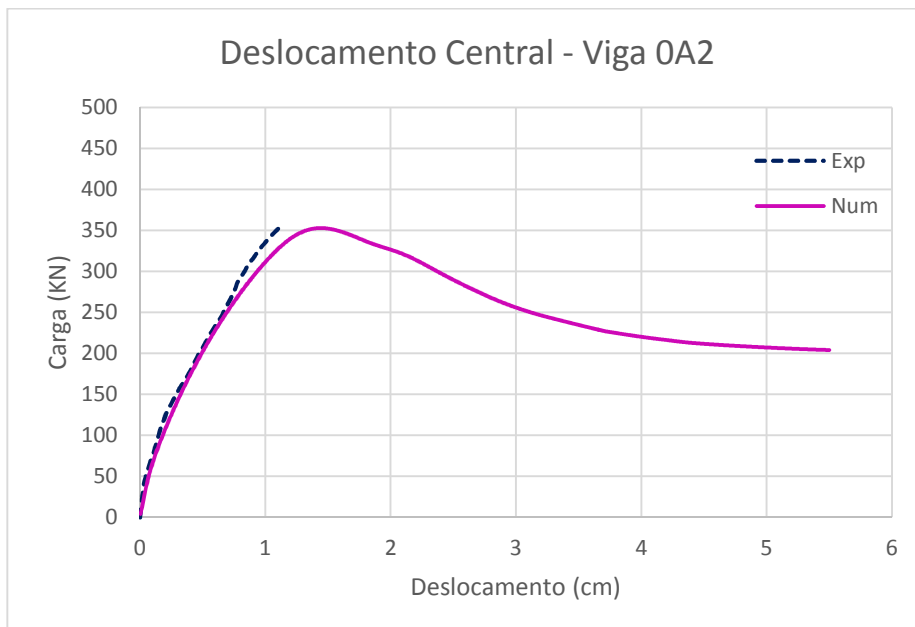


Figura 6.7 – Comparação entre curva carga-deslocamento central experimental e numérica da viga 0A2, para $s = 1,75 \times 10^{-5}$.

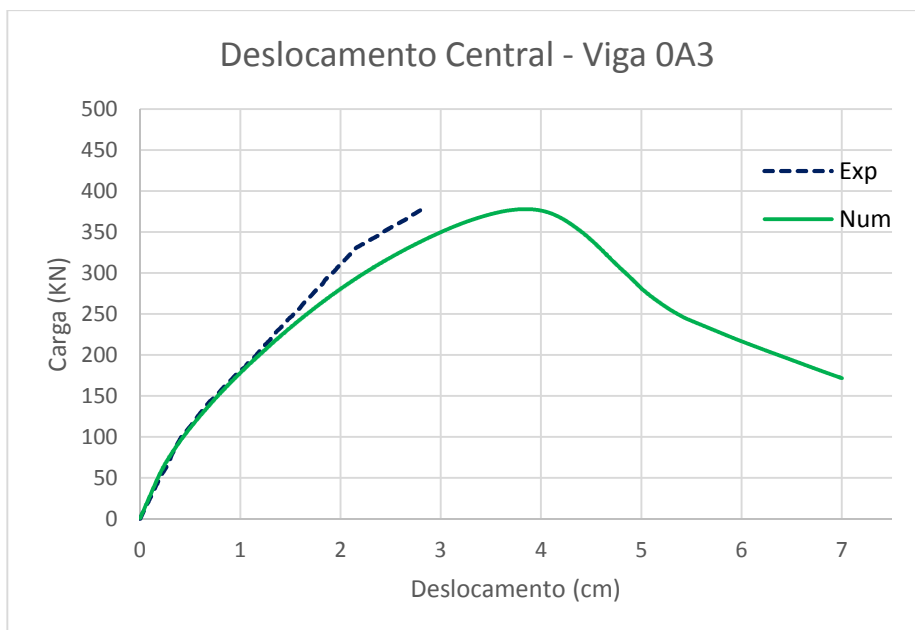


Figura 6.8 – Comparação entre curva carga-deslocamento central experimental e numérica da viga 0A3, para $s = 3,05 \times 10^{-5}$.

Os valores das cargas de ruptura experimental e numérica apresentam-se na Tabela 6.4.

Tabela 6.4 – Carga de ruptura – Experimental e numérica.

Viga	Carga Rup(Exp) - (KN)	Carga Rup(Num) – (KN)
0A1	334,00	334,78
0A2	356,00	352,93
0A3	378,00	377,89

No ensaio experimental as três vigas da série 0A, sem estribos, rompem por corte; com a ruptura ocorrendo imediatamente após a formação da primeira fissura crítica, Bresler e Scordelis (1963). O modelo proposto mostrou-se eficaz para determinar as cargas de ruptura conforme se observa nas Figuras 6.6 a 6.8, bem como na Tabela 6.4.

Embora o modelo proposto seja capaz de determinar a carga de ruptura vale salientar que o mesmo não considera efeitos como aderência entre o concreto e a armadura, nem tampouco o confinamento do concreto nos casos em que ocorram, como por exemplo no caso de vigas que possuem estribos. Tais fatores, possivelmente podem justificar divergências entre as curvas experimentais e as obtidas numericamente.

Os valores de energia de fratura, módulo de elasticidade do concreto, bem como os valores de A^- e B^- foram estimados para fins de cálculo, uma vez que tais valores não são informados pelos autores. No entanto, bons resultados foram observados através da modelagem numérica proposta.

O modelo numérico foi eficaz tanto qualitativamente como quantitativamente. Observou-se boa concordância nas curvas carga-deslocamento e o método IMPLEX mostrou-se eficaz e apresentou boa convergência para pequenos passos de carga, observando-se melhores resultados para passos de carga da ordem 10^{-5} sendo necessário, em média, duas iterações para cada passo de carga. Para realizar as análises numéricas apresentadas neste capítulo, utilizou-se de 1000 a 2000 passos de carga.

7 APLICAÇÃO NUMÉRICA DO MODELO DE DANO NA ANÁLISE DE VIGA PAREDE DE CONCRETO ARMADO

7.1 INTRODUÇÃO

As vigas parede foram definidas, por Leonhardt e Monnig (1979) como chapas que possuem apoios semelhantes às vigas. Os autores observaram que em vigas com um único vão, para $l/d \leq 2$ (onde l representa o vão e d a altura útil); e em vigas contínuas, para $l/d \leq 3$, observa-se um comportamento de viga parede.

Dentre as normas que abordam o conceito de viga parede, pode-se citar a norma brasileira NBR 6118 (2014) e a norma americana ACI 318 (2008).

As vigas parede, segundo NBR 6118 (2014), são classificadas como elementos especiais por caracterizarem um comportamento em que a hipótese da seção plana, de uma distribuição linear de deformações específicas na seção, não se aplica. Por este motivo, deve ser adotado um modelo específico de cálculo para o caso em questão; sendo permitido, por exemplo, modelos planos elásticos lineares e não lineares, baseados em métodos numéricos adequados, como o método dos elementos finitos. Admite-se também, para o dimensionamento das vigas parede no estado-limite último, modelos concebidos a partir do método das bielas e tirantes.

Ainda de acordo com NBR 6118 (2014), são consideradas vigas parede as vigas altas cuja relação $l/h \leq 2$, para vigas biapoiadas; e $l/h \leq 3$, em vigas contínuas. Observa-se que tal definição assemelha-se à utilizada por Leonhardt e Monnig em 1979, Nepomuceno (2012).

Segundo ACI 318 (2008), viga parede é uma viga na qual uma parcela significativa da carga aplicada é transferida aos apoios por meio de uma biela, que liga a carga à reação de apoio. Esse fenômeno ocorre se a distância entre o ponto de aplicação da carga e o apoio da viga for menor ou igual a $2d$, onde d é a altura útil da viga; ou para o caso de vigas submetidas a um carregamento uniformemente distribuído com uma relação entre comprimento e altura menor que 4.

Ainda segundo tal norma americana, quanto aos métodos de dimensionamento, recomenda-se a utilização de ferramentas de análise não linear ou que o dimensionamento

destes elementos seja por meio de modelos de biela e tirante. Observa-se que o ACI 318 (2008) é mais rigoroso pois leva em consideração o vão de cisalhamento da viga, para classificá-la como viga parede, Nepomuceno (2012).

7.1.1 Mecanismos de ruptura

O conhecimento e entendimento dos mecanismos de ruptura das vigas parede são de fundamental importância na formulação apropriada do dimensionamento de tais vigas, Santos (1999).

Para se ter um melhor entendimento, são descritos a seguir os modos de ruptura das vigas parede:

a. Ruptura por Flexão: Devido às tensões de flexão, uma viga parede pode atingir a ruína de duas maneiras: pelo esmagamento do concreto na zona comprimida ou pelo escoamento da armadura principal de tração; sendo este último o mais frequente, Guimarães (1980).

Segundo Santos (1999), a ruptura ocorre geralmente com o escoamento da armadura provocando o surgimento de fissuras verticais na base da viga, que se prolongam até quase toda a altura desta; e, somente em casos raros, a ruptura ocorre devido ao esmagamento do concreto.

b. Ruptura por Cisalhamento: A ruptura por cisalhamento é uma ruptura provocada pela ação conjunta do esforço cortante e do momento fletor; e depende fundamentalmente da localização e distribuição das cargas aplicadas, Nepomuceno (2012).

A ruptura por cisalhamento ocorre por compressão diagonal, tração diagonal ou fendilhamento. Neste primeiro modo, após o aparecimento da primeira fissura de cisalhamento entre o apoio e o ponto de aplicação da carga, surgem novas fissuras paralelas

à primeira, formando uma biela comprimida. A ruptura ocorre com o esmagamento do concreto desta biela.

A ruptura por tração diagonal ocorre logo após a formação súbita de uma fissura diagonal em ambos os vãos de cisalhamento, próxima aos apoios, e que se propaga em direção ao ponto de aplicação da carga (concentrada); ou a 1/3 do vão a partir do apoio, no caso de carregamento distribuído. Com o acréscimo de carga, aumentam as forças de compressão na biela e conseqüentemente, da tração indireta transversal à mesma. Este tipo de ruptura é semelhante à ruptura de corpos de prova cilíndricos ensaiados a compressão diametral conforme Melo (1984), *apud* Nepomuceno (2012).

Segundo Guimarães (1980), a ruptura por fendilhamento da zona de compressão é caracterizada pela formação nítida de fissuras verticais nas regiões dos apoios ou pontos de aplicação das cargas. Este tipo de ruptura é descrito por Melo (1984), *apud* Nepomuceno (2012), como ruptura por esmagamento do concreto sobre o apoio ou sob cargas concentradas, ou ruptura local, na qual o estado de tensões sobre os apoios e locais de aplicação de cargas concentradas é tal que pode ocorrer esmagamento do concreto nestas regiões, antes que seja esgotada toda a capacidade resistente da viga.

c. Ruptura por Flexão-Cisalhamento: A ruptura inicia-se pelo escoamento da armadura principal seguido pelo esmagamento do concreto na zona de compressão; porém, a resistência última ao cisalhamento é atingida antes do esmagamento total do concreto na zona de compressão e por esta razão este mecanismo de ruptura é denominado de flexão – cisalhamento, Guimarães (1980).

De acordo com Santos (1999), no caso de vigas parede biengastadas as principais características deste modo de ruptura são: A formação de uma fissura de flexão principal ao longo de um dos apoios engastados extremos; A formação de uma fissura diagonal principal no painel de cisalhamento apostado ao da fissura de flexão citada; O esmagamento do concreto nas duas extremidades da fissura diagonal (no bordo da carga e no canto inferior da viga; estas posições são denominadas de “rótula nocional” nas quais grande deformação rotacional ocorre no colapso); Uma grande rotação na extremidade inferior da fissura de flexão, mas não necessariamente esmagando o concreto na região.

7.1.2 Resistências

Assim como os mecanismos de ruptura são fundamentais na definição de seções críticas e servem como base na formulação de equações e teorias sobre o comportamento das estruturas, a resistência é o fator de maior importância no projeto das mesmas, Guimarães (1980).

a. Resistência à Flexão: Em relação às vigas parede, geralmente é dada maior atenção à resistência ao cisalhamento do que à resistência à flexão, porque é considerado que para uma taxa geométrica de armadura principal de tração bem distribuída e ancorada, a resistência à flexão é sempre superior à de cisalhamento. O dimensionamento, neste caso, resume-se na determinação da armadura, observando-se o limite de escoamento, não havendo a necessidade de se verificar as tensões de compressão do concreto, Santos (1999).

Segundo Guimarães (1980), após a formação das fissuras inclinadas próximas aos apoios e sua posterior propagação em direção aos pontos de aplicação de carga, as tensões principais de tração inclinadas são eliminadas e a viga passa a se comportar como um arco atirantado. Quando a taxa geométrica de armadura ρ_s é muito baixa, a ruptura ocorre por escoamento da armadura principal ou por esmagamento do concreto. Geralmente, o esmagamento do concreto só ocorre após o escoamento da armadura e a ruptura por flexão é caracterizada por excessivas deformações plásticas, como verificado pelo autor no ensaio experimental que será apresentado neste capítulo.

Os principais fatores que influenciam a resistência à flexão são a relação l/h e a taxa de armadura ρ_s . Quando $l/h \geq 1$ a resistência à flexão aumenta com o decréscimo de l/h . Quando $l/h < 1$ a resistência praticamente permanece constante e a parte da viga acima de $h=l$ passa a atuar como carregamento. À medida que ρ_s cresce, a resistência à flexão torna-se elevada, Guimarães (1980).

Melo (1984), *apud* Santos (1999), realizou um estudo que determina a influência de parâmetros como a relação l/h , a taxa geométrica de armadura principal (ρ_s), a espessura da viga (b), a resistência à compressão do concreto (f'_c) e a tensão de escoamento do aço (f_{sy}) na resistência à flexão das vigas. Em seu trabalho, o autor observou que, considerando como

estado limite último aquele correspondente ao escoamento da armadura, a resistência última à flexão pode ser estimada conhecendo-se apenas o braço interno de alavanca e as características da armadura. Como exemplos de modelos de cálculos, Guimarães (1980) cita dois métodos sendo que no primeiro adota-se um braço de alavanca aproximadamente como no estado não fissurado e no segundo o cálculo é feito baseado numa analogia de treliça.

b. Resistência ao cisalhamento: Ao longo da região próxima à linha que liga os pontos de aplicação das cargas aos apoios, as tensões principais de tração e compressão atingem valores críticos provocando assim a ruptura por cisalhamento. Esse tipo de ruptura geralmente é acompanhada por pouca ou nenhuma deformação plástica segundo Rawdon de Paiva (1965), *apud* Guimarães (1980).

Segundo o autor, a relação a/d (onde a é distância entre o ponto de aplicação da carga e o apoio mais próximo; e d é a altura útil) é um dos fatores de maior importância na resistência última ao cisalhamento de viga parede sujeita a cargas concentradas, sem armadura de alma, nas quais se verifica um aumento da resistência para uma relação decrescente $a/d < 2,5$. Tal fato só é verdadeiro no caso específico de vigas parede com cargas e reações aplicadas em faces opostas, de modo que seja possível a formação da biela de concreto comprimida entre as cargas e os apoios.

Estudos realizados por Manuel, Slight e Suter (1971), *apud* Guimarães (1980), revelam que com o decréscimo de a/d , os mecanismos de ruptura passam de flexão para cisalhamento; isso ocorre devido ao decréscimo do momento fletor quando a decresce.

No caso de viga parede com carregamento distribuído, a capacidade resistente ao cisalhamento está associada à relação l/d ; sendo que para $l/d < 10$, a resistência aumenta substancialmente.

Quando há enrijecimento lateral, a carga é transmitida aos apoios ao longo das interfaces entre a viga e o pilar ocasionando a formação de uma fissura se propagará ao longo dessa interface. Observou-se também que, para este caso, a linha neutra sofre uma elevação e as tensões de tração distribuem-se numa altura maior, diminuindo seus valores máximos; por outro lado, as tensões de compressão distribuem-se numa altura menor ocasionando o aumento de seus valores máximos.

7.2 MODELO NUMÉRICO DA VIGA PAREDE B1

Apresenta-se a seguir, uma viga que foi analisada por Guimarães (1980), através de ensaios experimentais, para investigar a influência do enrijecimento dos apoios, causado pela existência de pilares em vigas parede de concreto armado sujeitas a cargas concentradas aplicadas no bordo superior. Em seu trabalho foram analisadas 9 vigas cujas principais variáveis são as dimensões dos pilares e a taxa geométrica de armadura, Fernandes (2010).

Neste trabalho analisou-se a viga denominada viga B1, conforme definida por Guimarães (1980) e detalhadas a seguir.

Para o vão “ l ”, a altura total “ h ” e a espessura “ b ”, os valores adotados para todas as vigas são:

$$l = 120,00\text{cm}$$

$$h = 80,00\text{cm}$$

$$b = 10,00\text{cm}$$

A viga B1 possui armadura principal horizontal constituída de 4 barras de 8,00 mm; e é enrijecida por pilares laterais cuja armação é constituída por 4 barras de 10,00 mm e 5 estribos de 3,40 mm espaçados a cada 18,00cm. Uma perspectiva da Viga B1 é mostrada na Figura 7.1; e as dimensões geométricas, bem como as armaduras da Viga B1 são mostradas na Figura 7.2.

7.3 CARACTERÍSTICAS DO ENSAIO EXPERIMENTAL

A viga foi ensaiada com duas cargas concentradas, aplicadas nos pontos indicados na Figura 7.2 através de dois macacos hidráulicos (cada um com capacidade para 500KN). A aplicação das cargas foi feita lentamente em incrementos nunca superiores a 20 KN até a formação de fissuras. Após a fissuração, os incrementos são de no máximo 30 KN. Após cada incremento a carga é mantida constante durante um tempo suficiente para a leitura dos deslocamentos.

7.3.1 Instrumentação

7.3.1.1 Medição dos deslocamentos

Os deslocamentos foram medidos por quatro deflectômetros com precisão de 0,00245 mm, localizados conforme indicados na Figura 7.3, um na parte inferior central e dois situados a 30cm do centro, medindo as deflexões verticais; e o quarto na parte inferior direita, medindo deflexões horizontais.

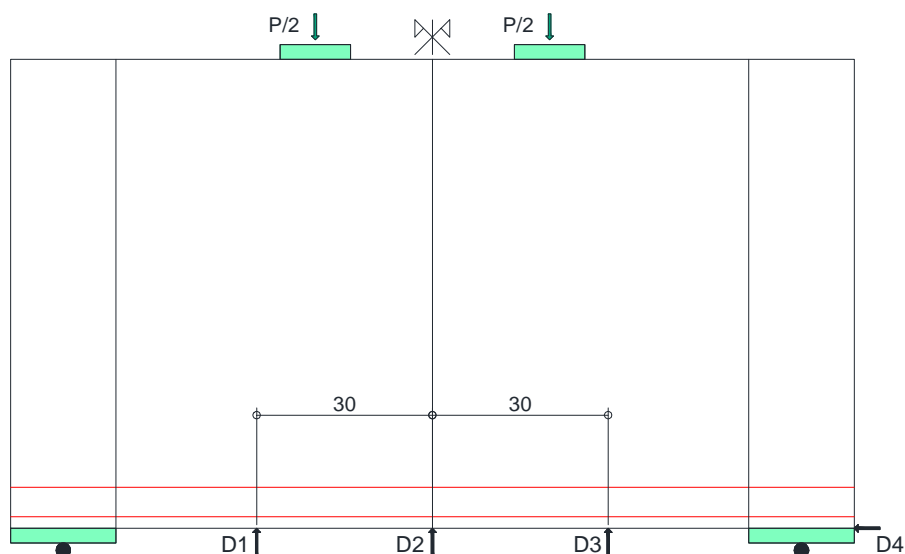


Figura 7.3 – Localização dos deflectômetros - dimensões em centímetros (Guimarães, 1980).

7.4 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

As Tabelas 7.1 a 7.5 apresentam as propriedades dos materiais, utilizados na modelagem numérica para o concreto, para os aparelhos de apoio, bem como da armadura, sejam elas obtidas experimentalmente por Guimarães (1980) ou adotadas para fins de cálculo.

Tabela 7.1 – Propriedades do concreto.

Propriedade	Valor	Unidade
Dimensão (<i>l x h x e</i>)	1,20 x 0,80 x 0,10	(m)
E_c^*	22,00	GPa
ν	0,20	-
ρ	$2,3 \times 10^3$	Kg/m ³
G_f^*	150	N/m
f_0^+	1,80	MPa
f_0^-	9,00	MPa
K	0,1714	-
A^{-*}	1,00	-
B^{-*}	0,744	-

(*) Valores Estimados

Tabela 7.2 - Propriedades dos aparelhos de apoio.

Propriedade	Valor	Unidade
Dimensão ($l \times h \times e$)	$l \times 0,025 \times e$	(m)
E_s	212,50	GPa
ν	0,33	-
ρ	$7,3 \times 10^3$	Kg/m ³

Tabela 7.3 - Propriedades da Armadura Longitudinal.

Propriedade	Valor	Unidade
Diâmetro da barra	8×10^{-3}	(m)
Área da barra	$0,502 \times 10^{-4}$	(m ²)
E_s	212,50	GPa
f_{yk}	534,00	MPa

Tabela 7.4 - Propriedades da Armadura Principal dos Pilares.

Propriedade	Valor	Unidade
Diâmetro da barra	10×10^{-3}	(m)
Área da barra	$0,785 \times 10^{-4}$	(m ²)
E_s	212,50	GPa
f_{yk}	582,00	MPa

Tabela 7.5 - Propriedades da Armadura dos Estribos dos Pilares.

Propriedade	Valor	Unidade
Diâmetro da barra	3.4×10^{-3}	(m)
Área da barra	$0,0907 \times 10^{-4}$	(m ²)
E_s	212,50	GPa
f_{yk}	597,00	MPa

7.5 APLICAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO NA ANÁLISE DA VIGA B1, ENSAIADA POR GUIMARÃES (1980)

Para análise numérica da viga parede B1, gerou-se uma malha utilizando-se 2104 elementos finitos quadriláteros, sendo 2072 para discretizar o concreto e 32 para discretizar as chapas de aço; e 332 elementos finitos lineares para discretizar as armaduras.

A malha foi gerada através do software SAP2000, e sua configuração é mostrada na Figura 7.4.

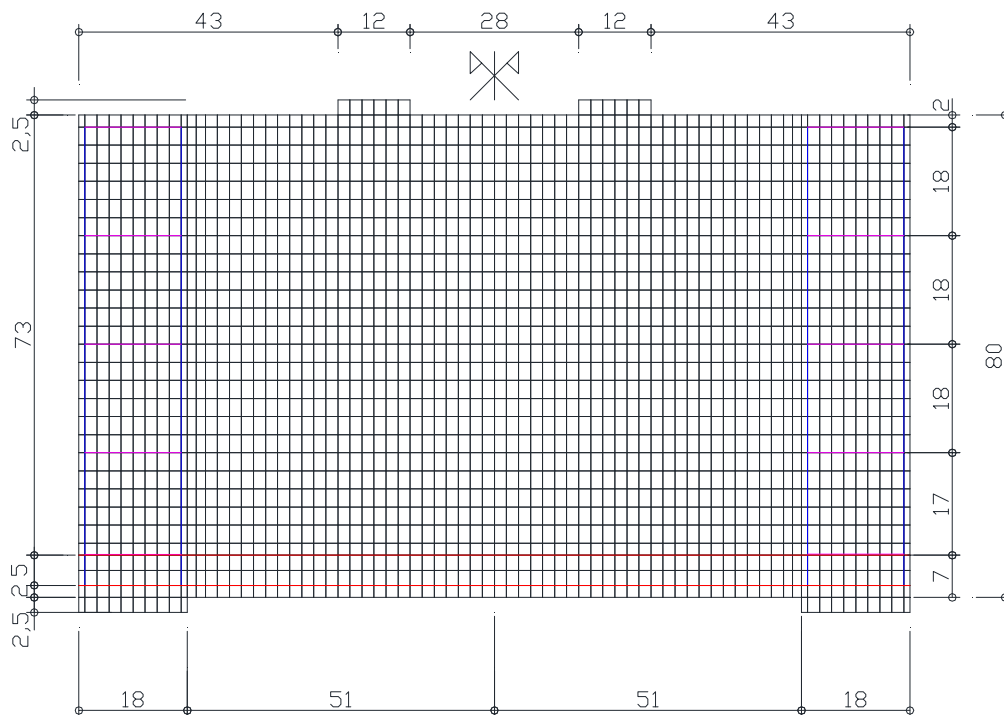


Figura 7.4 - Malha que representa a viga B1.

Com base nos dados apresentados anteriormente o modelo numérico foi utilizado para simular o comportamento da Viga B1. A seguir serão mostrados os resultados dessa simulação.

Os resultados mostrados a seguir foram obtidos com o concreto de parâmetros $A^- = 1,00$ e $B^- = 0,744$, a deformação última $\varepsilon_u = 2,9 \times 10^{-6}$. A seguir apresenta-se as curvas obtidas com passo de carga $s = 5,00 \times 10^{-7}$.

7.5.1 Curvas carga-deslocamento

Apresenta-se a seguir as curvas carga-deslocamento dos quatro pontos especificados na Figura 7.3.

7.5.1.1 Deslocamento D1

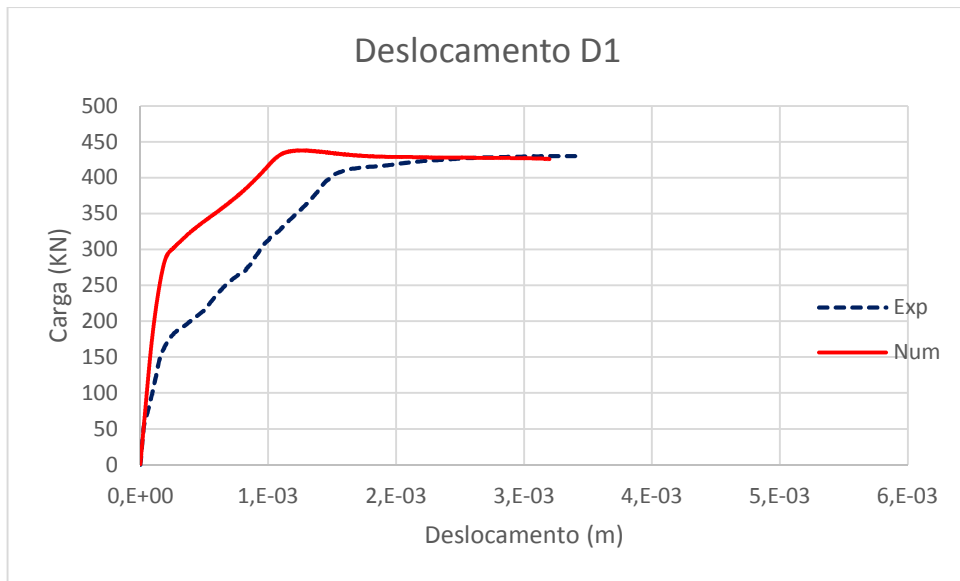


Figura 7.5 - Curva carga-deslocamento – Comparação entre curva experimental D1 e numérica para $s = 5,00 \times 10^{-7}$.

7.5.1.2 Deslocamento D2

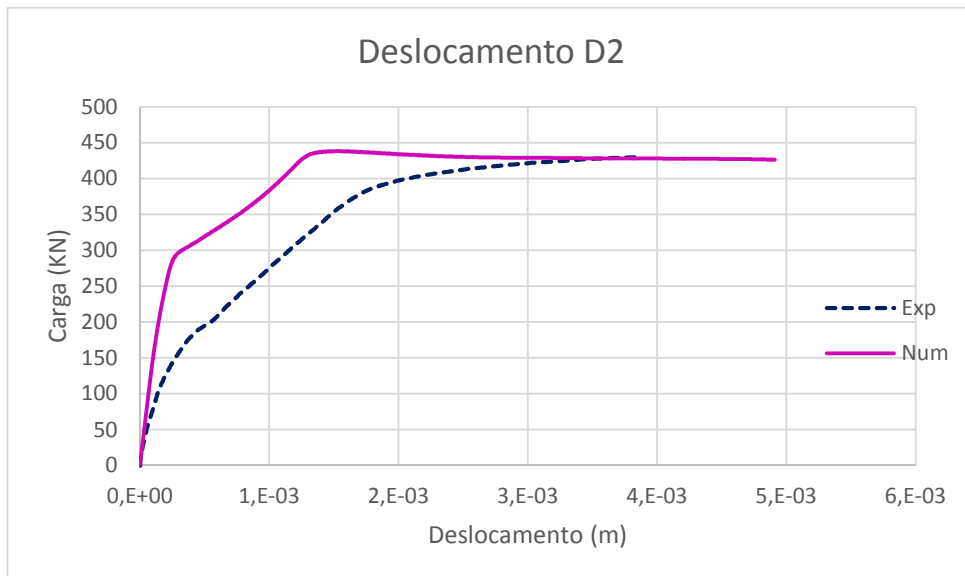


Figura 7.6 - Curva carga-deslocamento – Comparação entre curva experimental D2 e numérica para $s = 5,00 \times 10^{-7}$.

7.5.1.3 Deslocamento D3

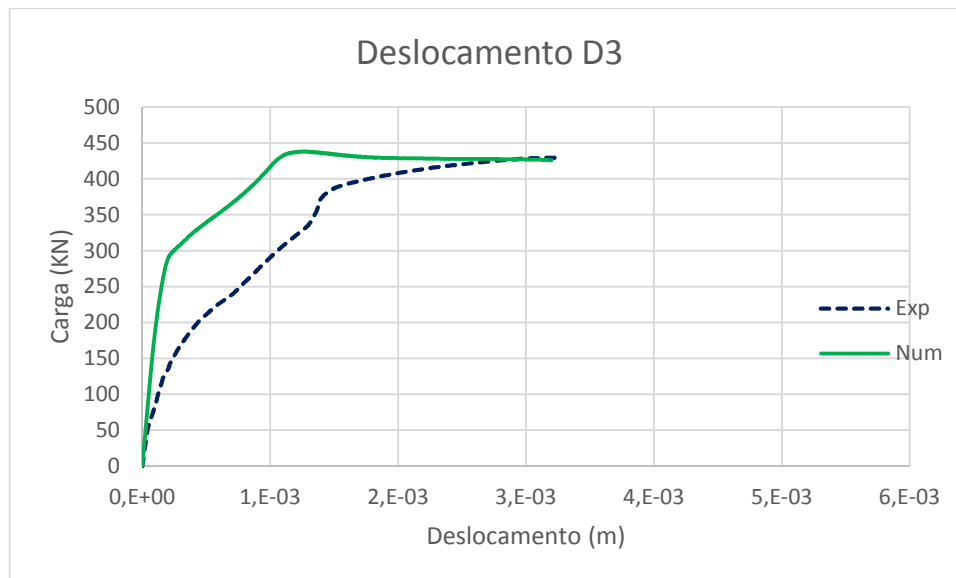


Figura 7.7 - Curva carga-deslocamento – Comparação entre curva experimental D3 e numérica para $s = 5,00 \times 10^{-7}$.

7.5.1.4 Deslocamento D4

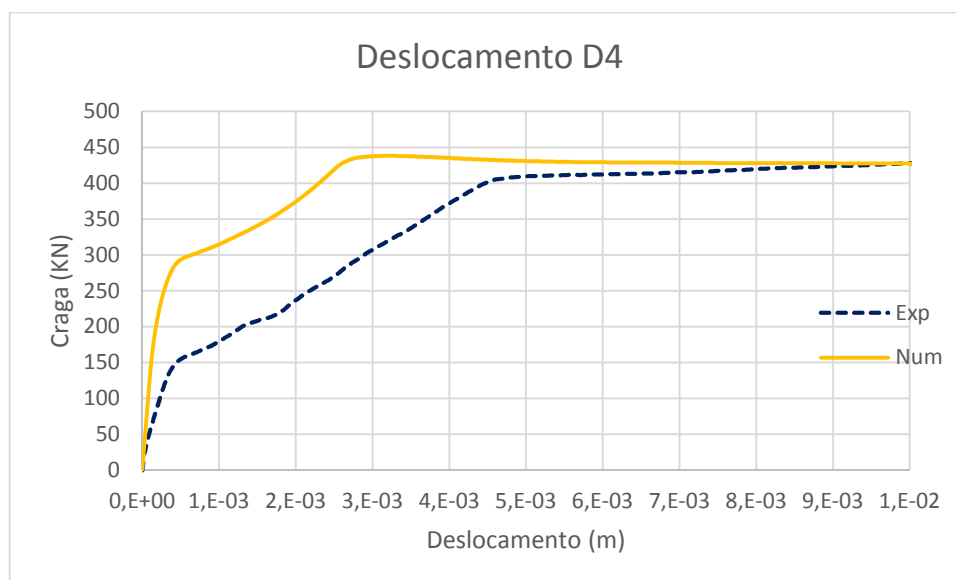


Figura 7.8 - Curva carga-deslocamento – Comparação entre curva experimental D4 e numérica para $s = 5,00 \times 10^{-7}$.

De forma geral, os resultados numéricos são bons qualitativamente, quando comparados aos valores experimentais apresentados neste capítulo. Os ensaios realizados por Guimarães (1980) tinham por objetivo obter as seguintes informações:

7.5.2 Resistência última:

A resistência última é um dos parâmetros de maior importância em projeto de estruturas de concreto armado. Em relação a este aspecto, o modelo proposto mostrou-se eficaz na predição da carga de ruptura conforme observado nas Figuras (7.5) a (7.8). A carga última obtida no ensaio experimental foi 430 KN; valor bem próximo ao da carga última obtida na modelagem numérica que foi de 438,07KN. O passo de carga utilizado foi $s = 5,00E^{-7}$ por apresentar melhor resultado para a determinação da carga de ruptura.

7.5.3 Mecanismo de ruptura:

Em geral, a ruptura desse tipo de viga é iniciada pelo escoamento do aço, seguido do esmagamento do concreto. No caso da Viga B1, a resistência última ao cisalhamento foi atingida antes do esmagamento total do concreto na zona de compressão; caracterizando a ruptura por “Flexão-cisalhamento” segundo Guimarães (1980).

De um modo geral, as curvas apresentam uma forma característica: após a fase inicial elástica, apresentam uma redução da rigidez seguida da ruptura. Após a ruptura é visível a existência de um patamar de escoamento.

As curvas obtidas através do modelo numérico resultam numa rigidez inicial um pouco maior que a experimental; observa-se também que na fase de fissuração até atingir a estabilização das fissuras, a rigidez obtida pela modelagem numérica apresenta-se superior à obtida no ensaio experimental. Contudo, o modelo mostrou-se eficaz quanto à predição da carga de ruptura.

7.5.4 Curva carga deslocamento:

A curva carga-deslocamento é outro instrumento de comparação da eficiência do modelo numérico em simular o comportamento real da estrutura analisada. Embora as curvas experimentais e numéricas apresentem formas características com 3 trechos distintos correspondentes aos estados não fissurado, fissurado e plástico; a resposta obtida pela modelagem numérica apresenta maior rigidez antes de atingir o escoamento.

Essa divergência apresentada entre as curvas experimental e numérica, possivelmente justifica-se pela dificuldade de ajustar diversos parâmetros fundamentais para a modelagem numérica, não fornecidos pelo autor do ensaio.

Neste aspecto, vale citar que a dissertação de Guimarães (1980) não fornece o valor da energia de fratura do concreto, o módulo de elasticidade do concreto e também não apresenta a curva tensão-deformação à compressão uniaxial do concreto com *Strain Softening* que é fundamental para a determinação dos valores de A^- e B^- , conforme descrito no capítulo 3; valores estes que foram estimados para fins de cálculo.

Entretanto, bons resultados foram observados através da modelagem numérica proposta. O método IMPLEX mostrou-se eficaz e apresentou boa convergência para pequenos passos de carga, observou-se resultados melhores para passos de carga da ordem 10^{-7} sendo necessário, em média, duas iterações para cada passo de carga. Para realizar a análise numérica da viga parede apresentada neste capítulo, utilizou-se 8500 passos de carga.

8 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Neste capítulo, apresentam-se as conclusões obtidas no presente trabalho. Também, procuram-se indicar alguns tópicos de pesquisas para trabalhos futuros.

8.1 CONCLUSÕES

Na presente dissertação, apresentou-se uma formulação geral para análise não linear de elementos estruturais de concreto armado, solicitados por carregamentos monotônicos e estados multiaxiais de tensões, utilizando o método dos elementos finitos.

Embora o modelo apresentado não considere a hipótese de aderência entre o concreto e o aço, os resultados numéricos apresentam boa concordância em relação aos resultados experimentais, conforme a análise apresentada para cada caso de elemento estrutural submetidos a carregamentos conforme exemplos descritos nos capítulos 5 a 7.

O programa se mostrou muito eficiente ao conseguir simular o comportamento não linear de diversas tipologias estruturais tais como: tirantes, vigas e viga parede; apresentando bons resultados em relação aos obtidos experimentalmente e para verificar a eficiência do modelo de dano apresentado, nesta dissertação realizou-se diversas simulações numéricas de elementos estruturais de concreto armado.

Inicialmente analisou-se a capacidade do modelo numérico representar o comportamento de uma série de cinco tirantes de concreto armado. Apresentou-se no capítulo 5 o modelo de cálculo proposto por CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993). Em seguida, a partir dos valores calculados segundo tal modelo, realizou-se a análise comparativa com os resultados obtidos pela modelagem numérica. Os resultados do modelo numérico proposto neste trabalho mostraram boa concordância em relação aos valores obtidos pelo modelo de cálculo proposto por CEB-FIP MODEL CODE 90 (1993).

Observou-se que o programa 2D_CONCRETE_NL.f90 consegue simular bem o comportamento de enrijecimento à tração, que representa a capacidade do concreto intacto

entre fissuras continuar a suportar tensões de tração contribuindo assim para a rigidez da peça tracionada. Entretanto, vale destacar que o modelo de dano apresentado nesta dissertação não leva em conta a aderência entre o concreto e o aço; tal fator pode justificar as pequenas divergências nas curvas tensão-deformação apresentadas no capítulo 5.

Na sequência, comparam-se os resultados obtidos pela modelagem numérica com valores obtidos experimentalmente para vigas de concreto armado. Tais resultados experimentais foram apresentados por Bresler e Scordelis (1963) em um estudo sobre a resistência ao esforço cortante de vigas de concreto armado.

De maneira geral, obteve-se ótima correlação entre as respostas numéricas e os resultados experimentais quanto às cargas de ruptura. Os valores obtidos pela modelagem numérica ficaram muito próximos daqueles obtidos experimentalmente para as vigas analisadas.

Por fim, apresentou-se a análise de uma viga parede enrijecida por pilares laterais, sem armadura de alma. Tal viga foi analisada por Guimarães (1980) por meio de ensaios experimentais. Os resultados obtidos para a viga parede analisada são bons qualitativamente, quando comparados aos valores experimentais. Em relação à resistência última que é um dos parâmetros de maior importância em projeto de estruturas de concreto armado, o modelo proposto mostrou-se eficaz na predição da carga de ruptura conforme resultados apresentados no capítulo 7.

As curvas carga-deslocamento experimentais, assim como as curvas numéricas apresentam formas características com 3 trechos distintos correspondentes aos estados não fissurado, fissurado e plástico. Entretanto, na modelagem numérica observou-se maior rigidez na fase de fissuração. Tal fato atribui-se, provavelmente, à adoção de valores estimados para os valores de Energia de fratura do concreto, parâmetros A^- e B^- , bem como do módulo de elasticidade do concreto; dados estes que não são fornecidos pelo autor.

O método IMPLEX mostrou-se eficaz apresentando boa convergência em todos os casos analisados, sendo necessário em média duas iterações para cada passo de carga. É importante ressaltar que tal método mostra-se bastante sensível ao tamanho do passo de carga, sendo necessários excessivos passos de carga para obter melhor convergência.

Vale salientar que neste trabalho não se analisou o tempo de processamento do programa uma vez que o solver não é capaz de otimizar as malhas reduzindo-se assim a

diferença entre a numeração nodal dos elementos finitos a fim de diminuir a largura de banda da matriz de rigidez.

Por fim, baseado nas análises numéricas apresentadas, observa-se uma ótima concordância entre os resultados numéricos e os resultados obtidos através dos ensaios experimentais; conclui-se portanto que o modelo de dano isotrópico escalar apresentado é apto para simular adequadamente o comportamento do concreto armado.

8.2 RECOMENDAÇÕES PARA FUTURAS PESQUISAS

Como sugestões para futuras pesquisas, podem-se citar:

Implementar no programa de elementos finitos 2D_CONCRETE_NL.f90, o elemento de armadura imerso dentro do concreto a fim de melhorar a geração de malhas.

Implementar rotinas computacionais a fim de simular a aderência entre o aço e o concreto.

Estender as rotinas computacionais do modelo de dano para análise de problemas tridimensionais.

Utilizar métodos de otimização para minimizar a largura de banda do solver, para obter melhor desempenho computacional, ou seja, para reduzir o tempo de processamento do programa.

Por fim, sugere-se o desenvolvimento de uma interface gráfica que permita o pré-processamento de dados do programa; bem como a implementação de rotinas que possibilitem pós-processamento, ou seja, a visualização gráfica dos resultados; afim de facilitar a análise e interpretação dos mesmos.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. Building Code Requirements for Structural Concrete (ACI 318-08) and Commentary (ACI 318R-08). Farmington Hills: Michigan, 2008.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto – Procedimento. ABNT: Rio de Janeiro, 2014.

ARAÚJO, F. A. (2003). “Contribuição ao emprego da Mecânica do Dano para a análise do comportamento dinâmico não-linear de vigas em concreto armado”. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 2003.

ARAUJO, F. A.; PROENÇA S. P. B. (2003). “V Simpósio EPUSP sobre Estruturas de Concreto”. Departamento de Engenharia de Estruturas, Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Paulo, 18 p.

BONO, G. F. F. (2008). “Modelos constitutivos para análise tridimensional de estruturas de concreto armado através do método dos elementos finitos”. Tese de doutorado. Universidade Federal do Rio Grande do Sul. p 137-156.

BOTTA, A. S. (1998). “Cálculo de esforços e deslocamentos em estruturas reticuladas considerando-se a mecânica do dano para a modelagem do concreto armado”. Dissertação de Mestrado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos, 119 p.

BRESLER, B.; SCORDELIS, A.C. (1963). “Shear strength reinforced concrete beams”. ACI Journal, v. 60, n. 1, p. 51-72.

CERVENKA, J.; PAPANIKOLAOU, V. K. (2008). “Three dimensional combined fracture plastic material model for concrete”. International Journal of Plasticity, 24(12):2192-2220.

CERVERA, M.; OLIVER, J.; MANZOLI, O. (1996). "A rate-dependent isotropic damage model for the seismic analysis of concrete dams". In: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 25, 987-1010.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP Model code 1990 (1993). Thomas Telford Services Ltda.

COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. "RC elements under cyclic loading". State-of-the-art report, Bulletin d'Information No 230, 1996.

FARIA, R.; POUÇA, N. V.; DELGADO, R. (1999). "Seismic behaviour of a R/C wall: Numeric simulation and experimental validation." In: *IV Congreso de Métodos Numéricos en Ingeniería*. Sevilla, Espanha.

FARIA, R.; POUÇA, N. V.; DELGADO, R. (2000). "Modelação numérica do comportamento cíclico de pilares de betão armado". In: *VI Congresso Nacional de Mecânica Aplicada e Computacional*, Seção II, 827-836. Aveiro, Portugal.

FERNANDES, H. H. F. (2010). "Aplicação de um Modelo de Dano Isotrópico Escalar na Análise de Vigas Parede de Concreto Armado". Dissertação de Mestrado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 85p.

GAMINO, A. L. (2007) "Modelagem física e computacional de estruturas de concreto reforçadas com CFRP". Tese de Doutorado (Ed. Ver.). Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. São Paulo, 259 p.

GAMINO, A. L.; MANZOLI, O. L.; SOUSA, J. L. A. O.; BITTENCOURT, T. N. (2010). "A comparative study between smeared and embedded crack models for finite element analysis of reinforced concrete beams". *Recent Advances in Fracture Mechanics of Concrete*, Korea Concrete Institute, Seoul, p. 477-480.

GROSSI, B. F. (2006). "Uma contribuição para a modelagem numérica do concreto com fibras curtas de aço". Tese de Doutorado. Escola de Engenharia, Universidade Federal de Minas Gerais, Belo Horizonte, 227 p.

GUIMARÃES, G. B. (1980). – “Análise experimental de vigas-parede de concreto armado enrijecidas por pilares laterais”. Dissertação de Mestrado. PUC- Rio, Rio de Janeiro, 133 p.

KACHANOV, L.M. (1958). “On the Creep Fracture Time”. *Izv Akad. Nauk USSR Otd tekhn.*, v. 8, p.26-31.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. (1978). “Aspects phénoménologiques de la rupture par endommagement”. *J. méca. appl.* 2, 317-365.

LEMAITRE, J. A. (1992). “Course on damage mechanics”. Springer-Verlag.

LEONHARDT, F.; MÖNNIG, E. (1979). “Construções de concreto”. v.2. Rio de Janeiro: Editora Interciência.

MANUEL, R. F.; SLIGHT, B. W.; SUTER, G. T. (1971). “Deep beams behavior affected by length and shear span variation”. In: *ACI Journal*. Vol. 68, Nº 12, p. 954-958.

MAZARS, J. (1984). “Application de la mécanique de l’endommagement au comportement non lineaire et à la rupture du béton de structure”. Thèse de Doctorat d’État, Université Paris 6.

MANZOLI, O. L. (1998). “Um modelo analítico y numérico para la simulación de discontinuidades fuertes em la mecânica de sólidos”. Tese de Doutorado, Escola Tècnica Superior D’Enginyers de Camins, Canals i Ports, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.

MANZOLI, O. L. (1994). “Rate dependent effects in an isotropic damage constitutive model for concrete”. In: International Center for Numerical Methods in Engineering - CIMNE, Technical Report Nº 126. Barcelona, Espanha.

MANZOLI, O. L. (2006). “Análise numérica de fraturamento em estruturas de concreto e alvenaria”. Tese de livre Docência. Departamento de Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia de Bauru.

MANZOLI, O. L.; SHING, P. B. (2006). “A general technique to embed non-uniform discontinuities into standard solid finite elements”. *Computers and Structures*, v. 84, p. 742 - 757.

MELO, G. S. S. A. (1984). “Análise paramétrica de vigas parede de concreto armado pelo método dos elementos finitos”. Tese de Mestrado – Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 102p.

NEPOMUCENO, C. L. (2012). “Análise de Vigas Parede aplicando Modelo de Biela e Tirante e Microtreliça”. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Brasília, 160p.

OLIVER, J. (1996). “Modeling strong discontinuities in solid mechanics via strain softening constitutive equations. part 1: Fundamentals. part 2: Numerical Simulation”. *Int. J. Num. Meth. Eng.*, 39(21):3575-3600.

OLIVER, J., HUESPE, A. E., CANTE, J. C. (2008). “An implicit/explicit integration scheme to increase computability of non-linear material and contact/friction problems.” In: *Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering*, 197(21-24), 1865-1889.

PAPA, E.; PROENÇA, S. P. B. (1992). “On numerical instability of a unilateral damage model for concrete”. In: *Third Int. Conf. On Comp. Plast. COMPLAS III*, Barcelona, Espanha.

PITUBA, J. J. C. (1998). “Estudo e aplicação de modelos constitutivos para o concreto fundamentados na mecânica do dano contínuo”. Dissertação de Mestrado, Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 130p.

PITUBA, J. J. C. (2003). “Sobre a formulação de um modelo de dano para o concreto”. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos da Universidade de São Paulo, 151p.

PROENÇA, S. P. B. (2001). “Elementos de Mecânica do Dano em Meios Contínuos”. Escola de Engenharia de São Carlos. São Carlos.

RAWDON DE PAIVA; H. A.; SIESS, C. P. (1965). “Strength and behavior of deep beams in shear”. In: Journal of the structural division. Vol. 91, N° ST5, p. 19-41.

RODRIGUES, E. A. (2011). “Um modelo constitutivo de dano composto para simular o comportamento de materiais quase-frágeis”. Dissertação de Mestrado. Faculdade de Engenharia, Universidade Estadual Paulista, Bauru, 111 p.

SANTOS, G. G. M. (1999). “Análise sistemática de vigas parede biapoiadas de concreto armado”. Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, 150 p.

SIMO, J. C.; JU, J. W. (1987). “Strain- and stress-based continuum damage models – I. Formulation.”. In: International Journal of Solids and Structures, 23(7), 821-840.

SIMO, J. C., JU, J. W. (1987). “Strain- and stress-based continuum damage models – II. Computational aspects”. In: International Journal of Solids and Structures, 23(7), 841-869.

TAYLOR, W.M.S.; SILVA, S. S. (2010). “Plasticidade unidimensional”. Brasília, 32p.

TORRES, I. F. R. (2003). “Desenvolvimento e aplicação do método dos elementos finitos generalizados em análise tridimensional não-linear de sólidos”. Tese de Doutorado. Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo, São Carlos.

VECCHIO, F.J.; SHIM W. (2004). “Experimental and Analytical Reexamination of Classic Concrete Beam Tests”. In: Journal of Structural Engineering. 130, p. 460-469.