



Universidade de Brasília - UnB

Instituto de Ciências Exatas

Departamento de Matemática

Programa de Mestrado Profissional em

Matemática em Rede Nacional

**Uma Aplicação da Teoria de Resposta ao Item em um
Simulado de Matemática no Modelo ENEM**

Frederico Carvalho Tôrres

Brasília

2015

Copyright @2015 by F. C. Torres

Termo de Autorização para Publicação de Teses e Dissertações Eletrônicas (TDE) na Biblioteca Digital de Teses e Dissertações (BDTD) e na Biblioteca Digital do PROFMAT (BIT)

Na qualidade de titular dos direitos de autor da presente publicação, autorizo a Universidade de Brasília – UnB, o Instituto Brasileiro de Informação em Ciência e Tecnologia – IBICT e a Sociedade Brasileira de Matemática – SBM a disponibilizar, de forma gratuita, sem ressarcimento dos direitos autorais, de acordo com a Lei nº 9610/98, o texto integral desta obra, em meio eletrônico na rede mundial de computadores, para fins de leitura, impressão e/ou *download* pela Internet, a título de divulgação da produção científica brasileira, a partir desta data.

Brasília, 29 de junho de 2015.

Frederico Carvalho Torres

Frederico Carvalho Tôres

**Uma Aplicação da Teoria de Resposta ao Item em um
Simulado de Matemática no Modelo ENEM**

Trabalho de Conclusão de Curso apresentado ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos para obtenção do grau de Mestre.

Orientador: *Prof.^o Dr. Mauro Rabelo*

**Brasília
2015**

Ficha catalográfica elaborada automaticamente,
com os dados fornecidos pelo(a) autor(a)

T693a Torres, Frederico Carvalho
Uma Aplicação da Teoria de Resposta ao Item em um Simulado de Matemática no Modelo ENEM / Frederico Carvalho Torres; orientador Mauro Luiz Rabelo. -- Brasília, 2015.
101 p.

Dissertação (Mestrado - Mestrado Profissional em Matemática) -- Universidade de Brasília, 2015.

1. Teoria de Resposta ao Item. 2. Avaliação. 3. ENEM. I. Rabelo, Mauro Luiz, orient. II. Título.

Universidade de Brasília
Instituto de Ciências Exatas
Departamento de Matemática

UMA APLICAÇÃO DA TEORIA DE RESPOSTA AO ITEM EM UM SIMULADO DE
MATEMÁTICA NO MODELO ENEM

por
Frederico Carvalho Tôres

Dissertação apresentada ao Departamento de Matemática da Universidade de Brasília,
como parte dos requisitos do Programa de Mestrado Profissional em Matemática em Rede
Nacional – PROFMAT – para obtenção do grau de

MESTRE

Brasília, 29 de junho de 2015.

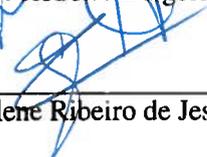
Comissão Examinadora:



Prof. Dr. Mauro Luiz Rabelo – *MAT/UnB(Orientador)*



Prof. Dr. Angel Rodolfo Baigorri – *MAT/UnB(Membro)*



Prof. Dra. Gírlene Ribeiro de Jesus – *FE/UnB(Membro)*

Todos os direitos reservados. É proibida a reprodução total ou parcial deste trabalho sem a autorização da universidade, do autor e do orientador.

Frederico Carvalho Tôrres graduou-se em estatística pela UnB – Universidade de Brasília. É professor de matemática em turmas de pré-vestibular e em turmas preparatórias para a Olimpíada Brasileira de Matemática desde 2010.

À minha família e aos meus amigos, a base de tudo.

Lista de Figuras

2.1	curva característica do item e os seus parâmetros no Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (RABELO, 2013).	12
2.2	análise gráfica de um item proveniente de um teste contendo 25 itens (RABELO, 2013).	13
2.3	comparação das CCIs de itens com diferentes níveis de dificuldade e mesma probabilidade de acerto ao acaso.	14
2.4	exemplo de CCI com discriminação negativa.	17
2.5	comparação entre duas CCIs com discriminações distintas e com parâmetros b e c semelhantes.	17
2.6	item de geometria plana cobrado no ENEM 2014.	21
2.7	régua representativa da escala de proficiência adotada no ENEM (INEP, 2015a).	23
2.8	item e proficiência representados em uma mesma escala.	24
2.9	comparação entre dois indivíduos que acertaram cinco questões distintas em um teste com 10 questões (INEP, 2015a).	25
2.10	mapa de itens do ENEM (adaptado de INEP, 2012b)	26
3.1	modelo de tabela utilizada na análise dos itens do simulado.	29
3.2	discriminações calculadas pelo TCT para cada um dos 45 itens do simulado.	30
3.3	quantidade de alunos por quantidade de acertos.	30
3.4	análise gráfica do item.	31
4.1	parâmetros do item 153.	32
4.2	análise gráfica do item 153.	33

4.3	parâmetros do item 162.	33
4.4	curva característica do item 162.	34
4.5	parâmetros do item 145.	35
4.6	análise gráfica do item 145.	35
4.7	parâmetros do item 161.	36
4.8	análise gráfica do item 161.	37
4.9	parâmetros do item 166.	37
4.10	análise gráfica do item 166.	38
4.11	parâmetros do item 138.	39
4.12	análise gráfica do item 138.	40
4.13	parâmetros do item 147.	40
4.14	curva característica do item 147.	41
4.15	parâmetros do item 175.	42
4.16	análise gráfica do item 175.	42
4.17	parâmetros do item 163.	43
4.18	análise gráfica do item 163.	44
4.19	ilustração da barra de chocolate do item 163.	45
4.20	curva característica do item 139.	46
4.21	parâmetros do item 139.	46
4.22	parâmetros do item 140.	47
4.23	análise gráfica do item 140.	48
4.24	parâmetros do item 142.	48
4.25	análise gráfica do item 142.	49
4.26	sugestão de distrator do item 142.	50
4.27	parâmetros do item 156.	50
4.28	parâmetros do item 143.	51
4.29	curva característica do item 143.	52
4.30	parâmetros do item 160.	52
4.31	análise gráfica do item 160.	53
4.32	parâmetros do item 157.	54

4.33	análise gráfica do item 157.	54
4.34	parâmetros do item 144.	55
4.35	parâmetros do item 158.	55
4.36	curva característica do item 158.	56
4.37	parâmetros do item 167.	57
4.38	análise gráfica do item 167.	57
4.39	parâmetros do item 173.	58
4.40	parâmetros do item 168.	59
4.41	figura ilustrativa da resolução do item 168.	59
4.42	análise gráfica do item 168.	60
4.43	parâmetros do item 151.	60
4.44	curva característica do item 151.	61
4.45	parâmetros do item 137.	61
4.46	figura ilustrativa da resolução do item 137.	62
4.47	parâmetros do item 174.	62
4.48	análise gráfica do item 174.	63
4.49	parâmetros do item 170.	64
4.50	análise gráfica do item 170.	64
4.51	parâmetros do item 155.	65
4.52	parâmetros do item 141.	66
4.53	parâmetros do item 169.	66
4.54	curva característica do item 169.	67
4.55	parâmetros do item 172.	67
4.56	parâmetros do item 154.	68
4.57	análise gráfica do item 154.	69
4.58	parâmetros do item 152.	69
4.59	parâmetros do item 159.	70
4.60	análise gráfica do item 159.	71
4.61	parâmetros do item 149.	71
4.62	parâmetros do item 178.	72

4.63	curva característica do item 178.	73
4.64	parâmetros do item 177.	73
4.65	análise gráfica do item 177.	74
4.66	parâmetros do item 171.	75
4.67	análise gráfica do item 171.	75
4.68	parâmetros do item 148.	76
4.69	curva característica do item 148.	76
4.70	parâmetros do item 150.	77
4.71	parâmetros do item 150.	77
4.72	parâmetros do item 179.	78
4.73	parâmetros do item 176.	79
4.74	curva característica do item 176.	79
4.75	parâmetros do item 146.	80
4.76	análise gráfica do item 146.	81
4.77	parâmetros do item 164.	81
4.78	parâmetros do item 164.	82
4.79	curva característica do item 164.	83
4.80	parâmetros do item 180.	83
4.81	análise gráfica do item 180.	84
4.82	parâmetros do item 136.	85
4.83	curva característica do item 136.	85
4.84	proporção de marcações deixadas em branco no simulado por item.	86
4.85	comparação entre a quantidade de itens observados e esperados quanto ao nível de dificuldade dos itens pela TRI.	87

Agradecimentos

A Deus e à minha família, em primeiro lugar. Aos meus pais, Carlos e Mécia, por terem me criado em um ambiente cercado de carinho, afeto, honestidade e bons exemplos e por estarem sempre ao meu lado, entendendo as minhas constantes ausências nos eventos familiares. Ao meu irmão Guilherme, pelo convívio diário e, principalmente, pela amizade de sempre. À minha namorada Isabel, pelos muitos anos de companheirismo, carinho e amizade, e à toda a sua família, por sempre me acolherem tão bem. Ao Alexandre, Guilherme e Vinícius, amigos presentes em todos os momentos desde a minha infância.

Aos colegas de PROFMAT, por tornarem as sextas-feiras mais divertidas e menos desgastantes, pela união durante a preparação para a Qualificação – certamente um dos momentos mais tensos do mestrado – e pelas saídas e comemorações pós-prova e pós-semester. Sintam-se todos abraçados, vocês são muito bons!

À SBM pela iniciativa e à Coordenação Local e Nacional do PROFMAT pela gestão do programa. Agradeço também aos professores do polo UnB pelo empenho em sala e, em especial, ao professor Lineu, pela disponibilidade e pela maneira apaixonada com a qual transmite o conteúdo. Por fim, agradeço ao professor Mauro Rabelo, pela excelência nas aulas ministradas e pela paciência e conselhos durante o processo de orientação deste trabalho de conclusão. Trabalhar com aquele que é uma referência na área me fez enxergar de maneira mais clara o papel do professor na avaliação educacional.

Aos amigos do Pódion, minha segunda casa desde 2001. Em especial, ao Rafael e ao Jônatas, pela amizade desde a monitoria; ao George, por ter se transformado de “chefe” em amigo ao longo dos últimos anos, e pela sabedoria presente nos seus conselhos e conversas; ao Ismael e Marlise, pelo carinho com o qual sempre me trataram e pelas oportunidades profissionais que confiaram a mim. Se hoje me considero um profissional de sucesso, devo muito a vocês.

Resumo

A elaboração de simulados é prática comum em escolas que desejam obter bons resultados e aprovar seus alunos nas grandes universidades brasileiras por meio de processos seletivos como o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Logo, faz-se necessário que os itens presentes nesses simulados sejam itens de qualidade, isto é, elaborados sob uma série de orientações pedagógicas e que permitam avaliar o desenvolvimento das competências e habilidades de seus alunos. Dessa forma, o trabalho propôs-se a analisar a qualidade dos itens aplicados em um simulado de matemática elaborado no modelo ENEM por uma escola do Distrito Federal. A análise dos itens foi feita utilizando-se a Teoria Clássica dos Testes (TCT) e a Teoria de Resposta ao Item (TRI), com a objetivo de fornecer um *feedback* aos professores elaboradores e possibilitar a criação de um banco de itens na escola. Concluiu-se que, apesar do descumprimento de algumas regras básicas quanto a elaboração de alguns itens, a maior parte do simulado é composta por itens que discriminam os alunos de alta proficiência dos de baixa proficiência. Há, ainda, itens que, sujeitos a pequenas melhorias, podem vir a compor o banco de itens da escola. Concluiu-se, também, que o nível de dificuldade foi considerado elevado, bem acima do que se recomenda, que são níveis de dificuldade dos itens no teste dentro de uma curva normal.

Palavras-chave: ENEM; Teoria de Resposta ao Item; Teoria Clássica dos Testes; TRI; TCT; avaliação.

Abstract

The preparation of simulated tests is common practice in schools who wish to have good results and approve their students in major Brazilian universities through selective processes such as the Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM). Therefore, it is necessary that the items present in these simulated tests are quality items, ie, prepared under a series of pedagogical guidelines that allows the evaluation of the development of skills and abilities of their students. Thus, the work aimed to analyze the quality of items applied in a simulated test of mathematics developed in ENEM model by a school at Distrito Federal. The analysis of the items was performed using Classical Theory of Tests (CTT) and Item Response Theory (IRT), with the goal of providing a feedback to the developers teachers and enable the creation of a items bank at school. It was concluded that, despite the failure of some basic rules for the preparation of some items, most of the simulated test consists of items that discriminate against students from high proficiency to low proficiency. There are also items that, subject to minor improvements, are likely to make the school's items bank. Also, it was concluded that the difficulty level was considered high, well above what is recommended, which are levels of difficulty of the test items within a normal curve.

Key-words: ENEM; Item Response Theory; Classical Test Theory; IRT; CTT; test.

Sumário

1	Introdução	1
1.1	Objetivos	3
1.1.1	Geral	3
1.1.2	Específicos	3
2	A Teoria de Resposta ao Item	4
2.1	Contextualização	4
2.2	A Evolução dos Modelos da TRI	8
2.3	O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros	10
2.3.1	Acerto ao Acaso	13
2.3.2	Dificuldade do Item	14
2.3.3	Discriminação do Item	15
2.4	A TRI no ENEM	18
2.4.1	Elaboração e Avaliação da Qualidade dos Itens	19
2.4.2	A Escala de Proficiência do ENEM	22
2.4.3	O Cálculo das Notas no ENEM	24
3	Material e Métodos	28
4	Uma Aplicação da Teoria de Resposta ao Item em um Simulado de Matemática no Modelo ENEM	32
4.1	Análise dos Itens Deficientes	32
4.2	Análise dos Itens Sujeitos a Reelaboração	36
4.3	Análise dos Itens Sujeitos a Aprimoramento	47
4.4	Análise dos Itens Bons	56
4.5	Análise Conjunta dos Itens	86
5	Conclusão	88
	Referências Bibliográficas	90
	Anexo	92

1 Introdução

Avaliar o conhecimento de um indivíduo por meio de um teste é uma tarefa que gera mais dúvidas do que certezas. O que é um bom teste? Como avaliar se os itens de um teste foram bem elaborados? Os indivíduos com maior domínio do conteúdo realmente acertam mais itens do que aqueles com menor domínio? Qual a diferença entre um aluno nota 7 e um aluno nota 8? Dois alunos com nota 7 em provas distintas, porém com o mesmo conteúdo, têm o mesmo conhecimento em determinada área do conhecimento?

Tradicionalmente, utilizamos escores brutos como resultado em provas. Um aluno que acerta 16 itens de uma prova composta por 20 itens, normalmente recebe uma nota 8 de 10 ou 80 de 100, devido ao fato de ter acertado 80% dos itens da prova. Porém, este modelo, conhecido como Teoria Clássica dos Testes (TCT), apresenta uma série de limitações, como a inviabilidade de comparação entre indivíduos que não foram submetidos à mesma prova.

Daí surge o interesse, particularmente no contexto da avaliação educacional, na adoção de técnicas mais robustas de avaliação. Baseando-se na análise dos itens, e não dos testes, surge a Teoria de Resposta ao Item (TRI). Tal metodologia sugere “formas de representar a relação entre a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item e as suas proficiências ou habilidades na área de conhecimento avaliada” (ANDRADE; TAVARES; VALLE, 2000), de tal forma a permitir a comparação entre indivíduos submetidos a provas distintas, mas com itens comuns, uma vez que o seu foco central são os itens individualmente e não a prova como um todo.

A utilização da TRI no Brasil teve início em 1995 com o Sistema de Avaliação Básica (SAEB), e foi posteriormente utilizada no ENCCEJA e Prova Brasil, antes da sua utilização no ENEM. Internacionalmente, há vários exemplos de utilização da TRI, tais

como o TOEFL (exame de proficiência em língua inglesa) e o SAT (*Scholastic Aptitude Test* ou *Scholastic Assessment Test*).

O TOEFL é um exame que surgiu em 1964 como forma de avaliar a proficiência em língua inglesa de candidatos do exterior interessados em aplicar para universidades americanas. No TOEFL, os alunos marcam o horário em um dos centros credenciados e podem realizá-lo várias vezes ao ano, sendo submetidos a conjuntos diferentes de itens. Apesar disso, dada a utilização da TRI, os resultados são considerados comparáveis e isonômicos.

Por sua vez, o SAT é um exame educacional padronizado nos Estados Unidos que, de forma semelhante ao ENEM, serve de critério para admissão nas universidades norte-americanas, sendo aplicado sete vezes ao ano. Tal exame também pode ser aplicado a estudantes estrangeiros interessados em ingressar em uma das universidades que aceita o SAT e, tal como o TOEFL, apesar das provas serem diferentes, a existência de uma escala padrão possibilita a comparabilidade de desempenhos (INEP, 2012a).

No início de 2015, o então ministro da Educação Cid Gomes, em entrevista concedida ao jornal Folha de São Paulo, afirmou que o MEC estuda adotar um formato *on-line* para o ENEM, que seria aplicado diversas vezes ao ano em locais credenciados, aproximando-o dos dois testes supracitados: TOEFL e SAT. Este é, certamente, o futuro do ENEM.

Tendo em vista os pontos abordados, o presente trabalho tem como objetivo fornecer um referencial teórico que possibilite a alunos, professores e demais interessados, uma melhor compreensão à respeito da aplicação da TRI no ENEM. Além disto, deseja-se avaliar a qualidade dos itens que são aplicados em simulados do modelo ENEM em uma escola de Brasília.

Desta forma, o trabalho será dividido em quatro capítulos: no capítulo 2 serão apresentados os aspectos teóricos da Teoria de Resposta ao Item e a maneira como esta é utilizada no ENEM; no capítulo 3, uma aplicação da TRI será feita em um simulado de Matemática no modelo ENEM aplicado em um colégio de Brasília, de forma a avaliar a qualidade dos itens aplicados e se estes realmente se aproximam do modelo utilizado no ENEM. Para a estimação dos parâmetros e coeficientes utilizados no trabalho, tal como

para a obtenção dos gráficos, utilizou-se o software estatístico R, que utiliza uma linguagem de programação própria e é amplamente utilizado em trabalhos estatísticos por se tratar de um software livre; por fim, o capítulo 4 trará a conclusão do trabalho.

1.1 Objetivos

1.1.1 Geral

- Avaliar a qualidade dos itens aplicados em simulado elaborado no modelo ENEM em uma escola do Distrito Federal com vistas a oferecer *feedback* aos professores sobre o processo de elaboração, objetivando a construção de banco de itens na escola.

1.1.2 Específicos

- Analisar os itens de acordo com a TCT por intermédio da Análise Gráfica dos Itens (AGI), dos coeficientes bisseriais e da dificuldade do item;
- Analisar os itens de acordo com a TRI por intermédio da Curva Característica do Item (CCI) e dos parâmetros dos itens;
- Analisar pedagogicamente cada item e suas opções de resposta, propondo soluções para a melhoria de acordo com a engenharia de construção dos itens;
- Dar *feedback* aos professores da escola que elaboraram os itens acerca do comportamento de cada item e das possibilidades de melhoria futura.

2 A Teoria de Resposta ao Item

2.1 Contextualização

Suponha que um professor deseja avaliar o conhecimento de seus alunos em matemática. Mais especificamente, digamos que ele queira avaliar se os alunos aprenderam o conceito de potência. Para tal, ele formula um teste com os três itens abaixo.

1. João tem duzentos reais em sua conta bancária. Se a sua mãe depositar 300 reais nesta conta, João terá um valor, em reais, igual a
 - a) 100.
 - b) 200.
 - c) 300.
 - d) 400.
 - e) 500.
2. João recebe um salário de dois mil reais mensais. Dessa forma, o salário total recebido por João em um semestre equivale a
 - a) 2000 reais.
 - b) 4000 reais.
 - c) 6000 reais.
 - d) 12000 reais.
 - e) 24000 reais.

3. Preocupado com a crise financeira, João decidiu depositar um real em seu cofre no dia 18/09. No dia seguinte, depositou dois reais e resolveu manter esse padrão, depositando quatro reais no terceiro dia e duplicando diariamente a quantia depositada no dia anterior. Dessa forma, no décimo segundo dia de sua poupança, ele terá que depositar
- a) 24 reais.
 - b) 36 reais.
 - c) 1024 reais.
 - d) 2048 reais.
 - e) 4096 reais.

Para azar do professor, apenas dois alunos compareceram ao teste. O aluno A acertou os dois primeiros itens, enquanto o aluno B acertou os dois últimos. Dessa forma, ambos receberam a nota 6,67, equivalente a dois terços da pontuação total do teste (dez pontos).

Este é o modelo mais comumente utilizado em avaliações e processos de seleção. Nesse modelo, conhecido como Teoria Clássica dos Testes (TCT), são levados em consideração apenas os escores brutos dos indivíduos que realizaram o teste, atribuindo como resultado final uma nota que representa a razão entre a quantidade de itens acertados e o total de itens que compõem a prova.

Apesar de servir como critério de aprovação ou reprovação dos alunos, tal como de classificação com relação aos demais participantes dos testes/provas, a TCT apresenta uma série de limitações. Em especial, destacam-se a discriminação dos itens, fidedignidade dos testes e, por fim, a impossibilidade de comparação de dois indivíduos que fizeram testes distintos (RABELO, 2013), uma vez que o resultado de cada teste dependerá do conjunto de itens escolhidos para tais testes. É como se, ao medir o objeto inteligência com dois instrumentos diferentes, encontrássemos dois resultados também diferentes, tornando assim o objeto em questão uma característica do instrumento utilizado e não do indivíduo (GOMES, 2014). Além disso, os parâmetros dos itens e dos indivíduos dependem da amostra a qual o teste foi submetido (HAMBLETON; JONES, 1993).

O professor poderia ainda ter atribuído escores distintos aos itens, dependendo do nível de dificuldade de cada um. Por exemplo: se o professor atribuísse os escores 2, 3 e 5 aos itens 1, 2 e 3, respectivamente, então, o aluno A tiraria nota 5, enquanto o aluno B tiraria nota 8. À primeira vista, parece fazer sentido, uma vez que o aluno B está sendo “premiado” por ter acertado a questão mais difícil da prova. Mas, pedagogicamente, este resultado faz sentido?

O objetivo do professor é o de avaliar o conhecimento do aluno com relação ao conceito de potência e suas propriedades. Mas o conceito de potência depende diretamente do conceito de multiplicação, que, por sua vez, depende diretamente do conceito de adição. Logo, é pedagogicamente improvável que o aluno B tenha aprendido o conceito de potência, uma vez que errou o item que cobrava o conceito mais básico – adição. Por sua vez, o aluno A acertou as questões que envolviam os conceitos de adição e multiplicação, errando apenas o item mais complexo, o de potenciação. Assim, apesar de terem acertado a mesma quantidade de itens, o padrão de resposta do aluno A parece mais razoável do que o do aluno B.

Em suma, a TCT preocupa-se com a confiabilidade do teste e assume que este é composto por uma gama de itens relevantes, não havendo interesse na análise dos itens, mas sim do teste como um todo. Como forma de sanar esta e outras limitações da TCT, utilizam-se atualmente técnicas provenientes da Teoria de Resposta ao Item (TRI), cujo interesse reside em entender a maneira como as pessoas respondem aos itens (REVELLE, [200-?]).

O surgimento da TRI data da década de 50 do século passado e a sua criação é atribuída a Frederic Lord, o qual desejava estabelecer uma medida comparável para populações submetidas a diferentes avaliações (CUNHA, 2014), utilizando-se de itens dicotômicos, do tipo certo ou errado. Já na década de 70, Samejima generaliza a teoria, incluindo modelos de testes com itens de respostas politômicas e também para dados contínuos. Entretanto, dada a complexidade na operacionalização de tais modelos, apenas na década de 80, com o avanço tecnológico e o desenvolvimento de softwares para uso dos algoritmos que os modelos contêm é que essa teoria começou a ser efetivamente difundida (RABELO, 2013).

A TRI propõe modelos estatísticos que visam medir traços latentes de uma pessoa, ou seja, características que não podem ser observadas diretamente (ANDRADE; TAVARES; VALLE, 2000), tais como habilidade em determinada área de conhecimento, nível de estresse ou a qualidade de vida do indivíduo. Para que seja possível a estimação de determinado traço latente, deve-se utilizar variáveis secundárias que estejam diretamente relacionadas a este traço latente (CUNHA, 2014). É possível, por exemplo, estimar o peso de uma pessoa questionando-a a respeito de seus hábitos alimentares, prática de exercícios físicos, dificuldade de locomoção, entre outros, sem lhe causar qualquer tipo de desconforto com perguntas diretas e sem a utilização de um instrumento de medida (neste caso, uma balança). Já na prova do ENEM, por exemplo, deseja-se estimar a proficiência do indivíduo em determinada área de conhecimento por meio de perguntas relacionadas àquela área. De acordo com ANDRADE, TAVARES e VALLE (2000):

“A TRI é um conjunto de modelos matemáticos que procuram representar a probabilidade de um indivíduo dar uma certa resposta a um item como função dos parâmetros do item e da habilidade (ou habilidades) do respondente. Essa relação é sempre expressa de tal forma que quanto maior for a habilidade, maior a probabilidade de acerto no item.”

Dessa forma, nota-se que, enquanto a TCT tem interesse em produzir testes de qualidade, a TRI se interessa por produzir itens de qualidade (PASQUALI, 2003), de tal forma que seja possível a comparação entre indivíduos de uma população que tenham sido submetidos a provas completamente diferentes. Tal flexibilidade advém do conhecimento preciso a respeito de como determinado item está realizando uma medida confiável na escala de habilidade do indivíduo, o que é possível conhecendo-se a relação exata entre a performance do item e tal habilidade por meio de uma escala comum (HAMBLETON; JONES, 1993).

Na seção 2.2 será discutida a evolução dos modelos utilizados na TRI. Na seção 2.3 será estudado o Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (modelo 3LP), atualmente utilizado na TRI, analisando-se separadamente nas subseções 2.3.1 a 2.3.3 cada um destes três parâmetros. Uma vez que o foco da TRI é o comportamento do indivíduo diante de cada item respondido, será analisado, na seção 2.4, o conceito da Curva

Característica do Item (CCI), que é a função matemática que relaciona a probabilidade de acerto de um item com a habilidade do respondente.

2.2 A Evolução dos Modelos da TRI

Os modelos matemáticos utilizados na TRI têm como objetivo estimar o nível de aptidão, o traço latente, do indivíduo por meio de uma função que relacione a probabilidade de uma resposta correta à habilidade - aptidão - do indivíduo (RABELO, 2013). Tais modelos utilizam um ou mais parâmetros cujos valores numéricos definem o comportamento da curva gerada pela função e fornecem ainda propriedades técnicas a respeito de cada item (BAKER; KIM, 2004).

O primeiro modelo utilizado, já no final da década de 50 do século passado, foi o modelo logístico de dois parâmetros. A função logística era amplamente utilizada nas ciências biológicas para modelar o crescimento de plantas e animais do nascimento à maturidade e, devido a sua simplicidade, tornou-se o modelo preferido na época (BAKER; KIM, 2004). A equação para o modelo de dois parâmetros é dada por (2.1).

$$P(\theta) = \frac{1}{1 + e^{-a(\theta-b)}}, \quad (2.1)$$

na qual

e é o número de Euler, cujo valor é aproximadamente 2,718;

b é o parâmetro de dificuldade do item;

a é o parâmetro de discriminação do item;

θ é o nível de habilidade.

Já na década de 60, o matemático Georg Rasch sugeriu um modelo semelhante ao de dois parâmetros, mesmo tendo partido de um ponto de vista diferente, o da teoria da probabilidade. Neste modelo, o parâmetro de discriminação tem seu valor fixado em $a = 1,0$ para todos os itens, enquanto o parâmetro de dificuldade assume diferentes valores

dependendo do item (BAKER; KIM, 2004). Por conta disso, o modelo de Rasch ficou conhecido como modelo logístico de um parâmetro e sua equação é dada por:

$$P(\theta) = \frac{1}{1 + e^{b-\theta}}. \quad (2.2)$$

Em 1968, Allan Birnbaum modificou o modelo logístico de dois parâmetros para um de três parâmetros, acrescentando um componente responsável pelo acerto ao acaso, uma vez que boa parte dos indivíduos submetidos a testes muito provavelmente acertarão alguns itens por meio de “chute” e tal efeito, até então, não era levado em consideração. Apesar de o acréscimo da variável c , parâmetro de acerto ao acaso, fazer com que a função perdesse as propriedades de uma função logística (BAKER; KIM, 2004), o modelo ficou conhecido como modelo logístico de três parâmetros (modelo 3LP), sendo este o modelo utilizado atualmente no Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM), foco deste estudo.

A equação para o modelo 3LP é:

$$P(\theta) = c + (1 - c) \frac{1}{1 + e^{-a(\theta-b)}}. \quad (2.3)$$

Em todos os modelos discutidos, inclusive o modelo 3LP utilizado na análise do ENEM, uma função matemática é utilizada para se computar a probabilidade de resposta correta para diferentes níveis de habilidade dos indivíduos, gerando um gráfico denominado Curva Característica do Item (CCI), cujo formato está diretamente relacionado aos parâmetros do modelo escolhido. A análise da relação entre tais parâmetros e o formato da CCI será objeto de estudo da seção 2.3.

Vale mencionar que alguns pesquisadores já estudam a adoção de modelos com quatro parâmetros. Alguns itens podem ser tão difíceis que nem mesmo indivíduos com níveis extremos de determinado traço latente conseguirão respondê-lo. Como forma de contornar tal situação, pesquisadores sugerem a adoção de limites inferior e superior como forma de ajustar melhor o modelo, argumentando que este pode ser utilizado clinicamente em desordens que resultam em comportamentos extremamente raros (REVELLE, [200-?]). Entretanto, a adoção de um número cada vez maior de parâmetros acaba por tornar o modelo demasiadamente complicado, por mais que este tenha um bom ajuste.

2.3 O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros

O Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (modelo 3LP) permite a estimação do traço latente do respondente a partir de uma relação matemática (equação (2.1)) que fornece a probabilidade de um indivíduo responder corretamente ao item em função da sua habilidade (θ) e de três parâmetros: dificuldade do item (b), discriminação do item (a) e probabilidade de acerto ao acaso (c) (RABELO, 2013).

Apesar de não possuir as propriedades de uma função logística, o modelo 3LP recebe este nome por ter sido originado de um modelo logístico de dois parâmetros. Além disso, é um modelo dito unidimensional pois adota o pressuposto da unidimensionalidade, que é a hipótese de que há um fator dominante entre todos os fatores que compõem um traço latente responsável pela resposta do indivíduo ao conjunto de itens. De acordo com PASQUALI, PRIMI e FRANCISCO (2003)

“Parece pacífico que qualquer desempenho humano é sempre multideterminado ou multimotivado, dado que mais de um traço latente entra na execução de qualquer tarefa, como o modelo geral do traço latente afirma. Contudo, para satisfazer o postulado da unidimensionalidade é suficiente admitir que haja uma aptidão dominante (um fator ou traço dominante) responsável pelo desempenho num conjunto de itens de um teste.”

Apesar de não haver um consenso a respeito do conceito de unidimensionalidade e de como estimá-la, tal pressuposto é aceito uma vez que a TRI ainda não possui soluções consideráveis para a multidimensionalidade do traço latente, apesar do esforço de vários pesquisadores neste sentido (PASQUALI; PRIMI; FRANCISCO, 2003).

Há ainda, nesse modelo, o pressuposto da independência local, que significa que por mais que os itens de um teste estejam correlacionados, cada indivíduo os responde de maneira independente. A importância da independência local se dá pelo fato de que, “para examinandos com uma aptidão dada, a probabilidade de resposta a um conjunto de itens é igual aos produtos das probabilidades das respostas do examinando a cada item individual” (PASQUALI; PRIMI; FRANCISCO, 2003).

Ao responder cada um dos itens de um teste, o examinando gera uma sequência de acertos (valor= 1) e erros (valor= 0). Para determinada população de respondentes, poderíamos imaginar uma tabela contendo j linhas, responsáveis pela quantidade de respondentes, e i colunas, responsáveis pela quantidade de itens do teste (RABELO, 2013). A partir daí, surge a pergunta: qual é a probabilidade do j -ésimo indivíduo responder corretamente o i -ésimo item? A resposta dependerá do nível de aptidão do respondente (θ) e dos três parâmetros do modelo 3LP. Tal probabilidade é definida pela expressão

$$P(X_{ji} = 1|\theta_j) = c_i + \frac{1 - c_i}{1 + e^{-Da_i(\theta_j - b_i)}}, \quad (2.4)$$

em que

X_{ji} é a resposta do indivíduo j ao item i (igual a 1, em caso de acerto, e 0, caso contrário);

$a_i > 0$ é o parâmetro de discriminação do item i ;

b_i é o parâmetro de dificuldade do item, medido na mesma escala da habilidade (θ);

$0 < c_i < 1$ é o parâmetro da assíntota inferior do item i , ou seja, a chance de um respondente com baixa habilidade responder corretamente o item i ;

θ_j representa a habilidade (traço latente) do j -ésimo indivíduo;

D é um fator de escala, igual a 1 na métrica logística e igual a 1,7 na métrica normal.

Neste trabalho, utilizou-se o valor de D igual a 1,7.

Ao estimarmos os valores dos parâmetros a , b e c do i -ésimo item, a equação (2.4) dá origem à chamada Curva Característica do Item (CCI), ilustrada na Figura 2.1. O formato dessa curva fornece informações relevantes a respeito da qualidade do item em questão, o que torna a CCI – gráfico da função $P(X_{ji} = 1|\theta_j)$ ou, simplesmente, $P(\theta)$ – a base do modelo matemático 3LP.

No eixo vertical da CCI, a função $P(\theta)$ assume valores no intervalo $(0, 1)$, ou seja, variando de 0% de chance de acerto a 100% de chance de acerto. Já no eixo horizontal, os valores da habilidade θ estão em uma escala de média zero e desvio-padrão igual a 1.

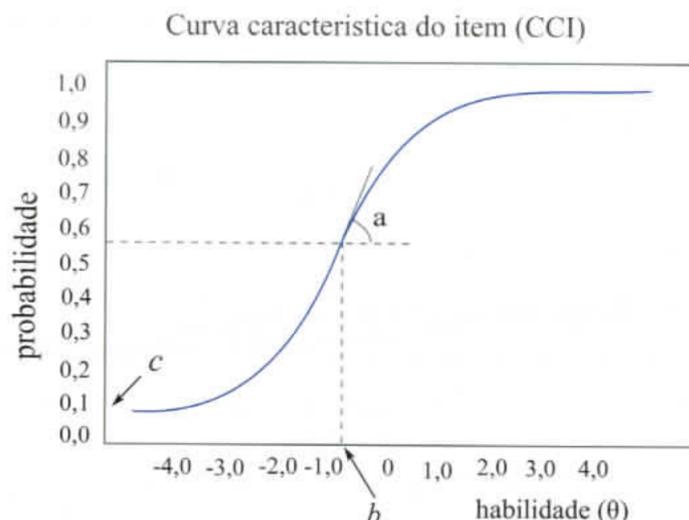


Figura 2.1: curva característica do item e os seus parâmetros no Modelo Logístico Unidimensional de 3 Parâmetros (RABELO, 2013).

Nas subseções de 2.3.1 a 2.3.3, serão discutidos os três parâmetros do modelo 3LP e de que forma eles modificam a CCI.

Um método de análise análogo à CCI na TRI existe na Teoria Clássica dos Testes e é denominada Análise Gráfica do Item (AGI). Na AGI, os respondentes são ordenados em ordem crescente de escore bruto no teste (total de acertos) e são calculados, para cada escore bruto, a proporção de marcação por alternativa em determinado item do teste (RABELO, 2013). O principal pressuposto dessa análise é que “a proporção da alternativa correta deve aumentar com o aumento do escore total, e a proporção de alternativas falsas deve decrescer com o aumento do escore total” (VAN BRATENBURG; LAROS, 2002). A Figura 2.2 mostra uma possível AGI de determinado item de um teste contendo 25 itens.

Nota-se que, mesmo sem conhecer o conteúdo do item, algumas conclusões interessantes podem ser extraídas. O gabarito correto (alternativa E) é o mais marcado pelos respondentes que obtiveram os maiores escores, o que é um bom indício de que o item foi bem formulado e está, de fato, discriminando os respondentes com maior habilidade dos de menor habilidade. A única ressalva é a de que a alternativa C também apresentou um percentual elevado de marcação por parte de estudantes com desempenho intermediário, o que pode indicar que ela funciona como uma espécie de “peguinha” para esses estudantes, o que não deve ocorrer na formulação de um bom item. Essas e outras reflexões

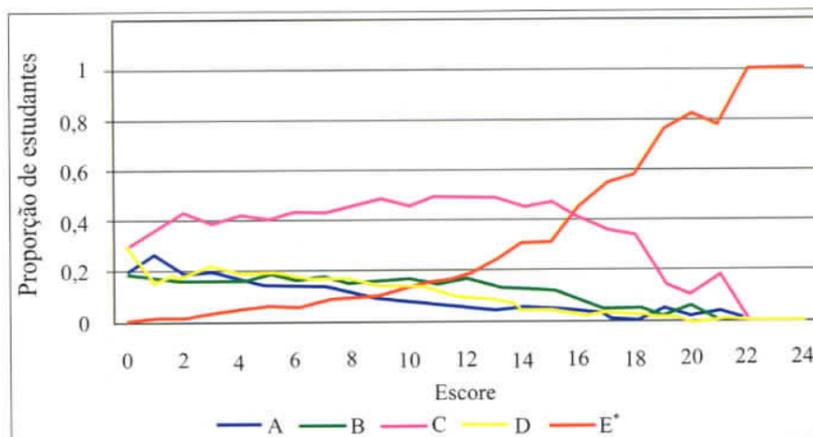


Figura 2.2: análise gráfica de um item proveniente de um teste contendo 25 itens (RABELO, 2013).

acerca da construção dos itens e de suas opções de resposta podem ser feitas por meio da AGI.

2.3.1 Acerto ao Acaso

A probabilidade de acerto ao acaso, representada pelo parâmetro c , corresponde à chance de um respondente com baixa habilidade responder corretamente o item. Em um teste como o ENEM, composto de itens de múltipla escolha com cinco alternativas de resposta, sendo uma delas a correta, temos que a chance de acerto ao acaso, por menor que seja a habilidade do respondente é dada por $c = \frac{1}{5} = 0,2$.

Espera-se de um bom item de múltipla escolha, com cinco opções de respostas, que este apresente valores de c inferiores a 0,20, desde que sejam elaborados bons distratores, que são alternativas plausíveis de resposta. Diferentemente dos tradicionais “peguinhas”, que acabam se transformando em opção de marcação dos respondentes com mediana ou alta habilidade, bons distratores tendem a atrair apenas os respondentes que apresentam baixa habilidade. Dessa forma, espera-se que a assíntota inferior da CCI intercepte o eixo das probabilidades em valores ligeiramente inferiores a 0,20 (RABELO, 2013). Se o valor for muito superior, há um indicativo de que a resposta correta destaca-se com relação às demais, mesmo entre os estudantes de baixo desempenho. Assim, seria necessária uma reformulação das alternativas de resposta ou até mesmo do item como um todo.

2.3.2 Dificuldade do Item

Na TCT, a dificuldade do item é obtida pela razão entre a quantidade de candidatos que responderam corretamente ao item e o número total de indivíduos submetidos ao item, variando de 0 (item muito difícil, pois ninguém acertou) a 1 (item muito fácil, pois todos acertaram).

Já na TRI, a dificuldade do item (parâmetro b) corresponde ao ponto da escala de habilidade/proficiência no qual o candidato tem uma probabilidade de acerto igual a $\frac{1+c}{2}$. Logo, o valor do parâmetro b é o ponto de interseção da CCI com a reta horizontal no nível de probabilidade igual a $\frac{1+c}{2}$.

Uma vez que a dificuldade do item é representada em uma escala padronizada, seus valores se encontram, em mais de 99% dos casos, entre -3 (itens muito fáceis) e 3 (itens muito difíceis). A Figura 2.3 ilustra três gráficos com mesma probabilidade de acerto ao acaso ($c = 0,2$): o verde aparenta ser um item fácil – uma vez que há alta probabilidade de acerto para indivíduos com baixa proficiência –, o preto indica um item mediano, e o vermelho aparenta ser um item difícil, já que o indivíduo necessita de uma proficiência mais alta para ter a mesma probabilidade de acerto no item.

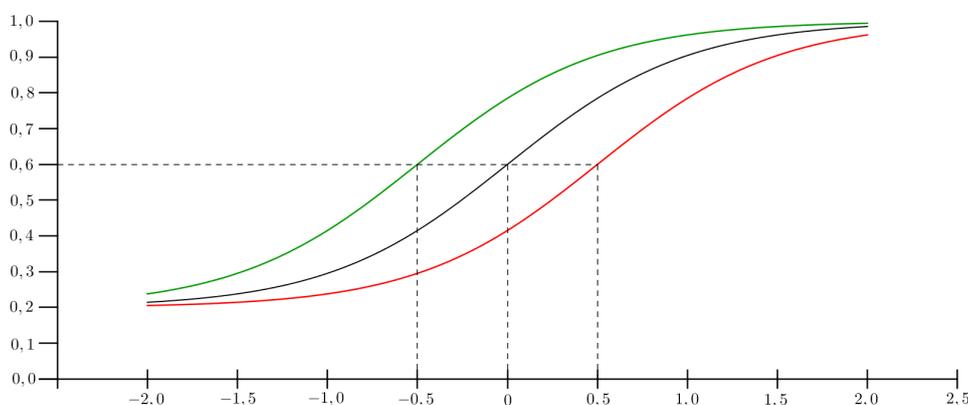


Figura 2.3: comparação das CCI de itens com diferentes níveis de dificuldade e mesma probabilidade de acerto ao acaso.

Em avaliação educacional, recomenda-se “uma distribuição de níveis de dificuldade de itens no teste dentro de uma curva normal: 10% dos itens em cada uma das faixas extremas, 20% em cada uma das faixas seguintes e 40% na faixa intermediária” (PASQUALI, 2003). A Tabela 2.1 mostra os valores mais comumente utilizados na área

da psicometria para definição da dificuldade dos itens com base no cálculo do parâmetro b .

Tabela 2.1: classificação do item de acordo com o parâmetro b da TRI.

Classificação	Valores de b	% esperado
Muito fáceis	até -1,28	10%
Fáceis	de -1,27 a -0,52	20%
Medianos	de -0,51 a 0,51	40%
Difíceis	de 0,52 a 1,27	20%
Muito difíceis	1,28 ou mais	10%

Por se tratar de uma área que apresenta uma tendência de dificuldade elevada para a maior parte dos candidatos, faz-se necessária uma flexibilização quanto à distribuição dos itens nas faixas citadas para testes de matemática (RABELO, 2013).

2.3.3 Discriminação do Item

A discriminação está relacionada à capacidade do item de diferenciar os indivíduos de alta proficiência dos de baixa proficiência. Na TCT, adota-se como discriminação ($Disc$) a diferença entre duas proporções: P_{sup} , que representa a proporção de acerto do item no grupo dos 27% de candidatos com melhor desempenho e P_{inf} , que representa a proporção de acerto do item no grupo dos 27% de candidatos com pior desempenho. Assim,

$$Disc = P_{sup} - P_{inf}. \quad (2.5)$$

Em geral, os itens são classificados quanto ao seu poder de discriminação na TCT de acordo com a Tabela 2.2 (RABELO, 2013).

Tabela 2.2: classificação do item de acordo com o seu poder de discriminação na TCT.

Classificação	Valores
Item bom	$Disc \geq 0,40$
Item bom, mas sujeito a aprimoramento	$0,30 \leq Disc < 0,40$
Item marginal, sujeito a reelaboração	$0,20 \leq Disc < 0,30$
Item deficiente, que deve ser rejeitado	$Disc < 0,20$

Outra medida de discriminação que pode ser utilizada na TCT para análise dos itens é o coeficiente de correlação ponto-bisserial, cujos valores variam entre -1 e 1. A correlação ponto-bisserial é definida da seguinte forma:

$$\rho_{pb} = \frac{\bar{S}_p - \bar{S}}{\bar{\sigma}_s} \cdot \sqrt{\frac{p}{q}}, \quad (2.6)$$

em que:

- \bar{S}_p é o escore médio no teste para os indivíduos que acertaram o item;
- \bar{S} é o escore médio no teste para todos os respondentes;
- $\bar{\sigma}_s$ é o desvio-padrão dos escores obtidos no teste pelos respondentes;
- p é o índice de dificuldade do item, ou seja, a razão entre o número de respondentes que acertaram o item e o total de respondentes;
- q é a razão entre o número de respondentes que erraram o item e o total de respondentes.

De maneira geral, espera-se que o coeficiente de correlação ponto-bisserial assumira valores positivos e superiores a 0,30 para que sejam considerados de boa discriminação. Coeficientes com valores próximos a zero indicam que \bar{S}_p e \bar{S} têm valores próximos, ou seja, que o escore médio dos indivíduos que acertaram o item tem valor similar ao escore médio no teste para todos os respondentes, indicando ausência de discriminação do item. Coeficientes negativos indicam que os indivíduos que acertaram o item têm escore médio inferior ao escore médio no teste para todos os respondentes, ou seja, que o item favorece os estudantes com menos conhecimento no teste como um todo, o que não é desejável.

Já na TRI, a discriminação (parâmetro a) é definida como o “poder do item para diferenciar indivíduos com magnitudes próximas da habilidade que está sendo aferida” (RABELO, 2013). Na CCI, a discriminação é identificada pela inclinação da curva no seu ponto de inflexão, ou seja, no ponto onde a probabilidade de acerto é igual a $(1 + c)/2$.

Em tese, a métrica do parâmetro a pode assumir qualquer valor real. Porém, valores negativos de a não fazem muito sentido, pois representariam uma inclinação negativa

no ponto de inflexão, representando um item cuja probabilidade de acerto diminui quanto maior for a habilidade do candidato submetido ao teste, como mostra a Figura 2.4, cujos parâmetros são $a = -2$, $b = 0$ e $c = 0,2$.

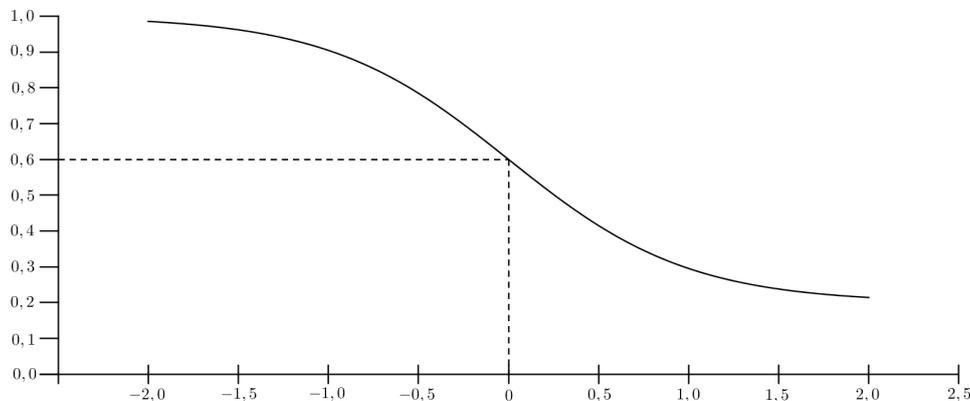


Figura 2.4: exemplo de CCI com discriminação negativa.

Na prática, os valores do parâmetro a variam de 0 (não há discriminação) a 3 (discriminação praticamente perfeita) (PASQUALI; PRIMI; FRANCISCO, 2003). As duas curvas da Figura 2.5 mostram itens com probabilidade de acerto ao acaso c inferior a 0,2 e grau de dificuldade b próximo a 1. Entretanto, as curvas apresentam discriminações distintas: a da esquerda tem parâmetro $a = 2,95$, indicando uma discriminação praticamente perfeita, enquanto a da direita tem parâmetro $a = 0,83$, o que indica uma discriminação moderada.

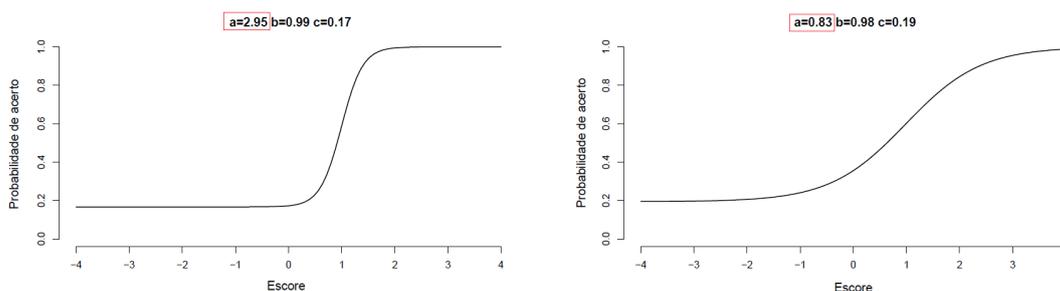


Figura 2.5: comparação entre duas CCI com discriminações distintas e com parâmetros b e c semelhantes.

Nota-se que há uma interpretação visual imediata quanto à discriminação do item pela CCI: quanto mais achatada for a curva, menor é o poder de discriminação do item, aproximando o formato da curva ao de um segmento horizontal, uma vez que responden-

tes com proficiências muito distintas apresentam praticamente a mesma probabilidade de acerto do item. Dessa forma, o item não cumpre com um dos propósitos fundamentais da avaliação educacional, que é o de discriminar os respondentes que sabem daqueles que não sabem o que o item está avaliando (RABELO, 2013).

Em geral, são considerados como discriminativos itens com valores de a superiores a 0,70. Alguns autores categorizam os itens de acordo com a Tabela 2.3.

Tabela 2.3: classificação do item de acordo com a discriminação pela TRI (RABELO, 2013).

Valores	Discriminação
$a = 0,00$	nenhuma
$0,00 < a \leq 0,35$	muito baixa
$0,35 < a \leq 0,65$	baixa
$0,65 < a \leq 1,35$	moderada
$1,35 < a \leq 1,70$	alta
$a > 1,70$	muito alta

A tarefa de elaborar um item discriminativo é árdua, uma vez que não se sabe antes da aplicação do teste de que forma o item vai se comportar. Porém, sabe-se que itens muito difíceis ou muito fáceis têm menos chances de serem discriminativos do que itens de dificuldade intermediária (RABELO, 2013).

2.4 A TRI no ENEM

Concebido originalmente em 1998 como instrumento de avaliação do nível do Ensino Médio em todo o Brasil, o Exame Nacional do Ensino Médio (ENEM) era uma prova unificada, aplicada em todo o país, mas cuja presença não era obrigatória e que não servia como meio de acesso ao ensino superior. Após alguns anos, instituições privadas de ensino superior passaram a aceitar o ENEM como forma de admissão, substituindo parcialmente ou totalmente os seus vestibulares.

Porém, a grande mudança no formato do ENEM ocorreu no ano de 2009. Além da adesão por parte das instituições federais de ensino superior como meio de acesso, foi implementada no ENEM a Teoria de Resposta ao Item. De acordo com nota técnica divulgada pelo Ministério da Educação (INEP, 2012a), tal decisão teve duas finalidades

principais: permitir a comparabilidade dos resultados entre os anos e permitir a aplicação do Exame várias vezes ao ano.

Desde 2009, a prova do ENEM é composta de 180 itens de múltipla escolha, todos com cinco alternativas de resposta, e tais itens são igualmente divididos em quatro grandes áreas, cada uma com 45 itens. São elas: Matemática e suas Tecnologias; Língua- gens, Códigos e suas Tecnologias; Ciências da Natureza e suas Tecnologias; e Ciências Humanas e suas Tecnologias. Há, ainda, uma prova de redação em língua portuguesa, cujo método de cálculo foge do escopo deste trabalho, por não utilizar a TRI.

Nas provas objetivas do ENEM, o cálculo da nota leva em consideração a coerência das respostas do participante diante do conjunto de itens que compõem a prova. Dessa forma, dois candidatos que acertaram 35 dos 45 itens em Matemática e suas Tecnologias provavelmente apresentarão notas distintas, a menos que tenham acertado o mesmo conjunto de itens. Logo, essa nota será baseada em uma métrica (escala) criada com o objetivo de medir a habilidade (proficiência) do participante em cada uma das quatro áreas de conhecimento avaliadas.

A criação dessa escala será apresentada na subseção 2.4.2. Por sua vez, a subseção 2.4.1 apresenta o desenvolvimento do processo de elaboração e avaliação dos itens, enquanto a subseção 2.4.3 mostra, de forma simplificada, a maneira como são calculadas as notas do ENEM.

2.4.1 Elaboração e Avaliação da Qualidade dos Itens

O primeiro passo para a construção de um banco de itens a ser utilizado no ENEM é, naturalmente, a elaboração de tais itens. Para isso, o Instituto Nacional de Estudos e Pesquisas Educacionais Anísio Teixeira (Inep) realiza parcerias com diversas instituições de educação superior que tenham interesse em elaborar e revisar tais itens. Diferentemente dos vestibulares tradicionais, como os do Instituto Militar de Engenharia (IME) e do Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), cujas questões são convencionais e estritamente voltadas à capacidade de utilização do conhecimento na realização de procedimentos rotineiros, o ENEM tem como característica necessária a presença de itens contextualizados, o que aumenta consideravelmente o tempo de elaboração destes.

Os itens do ENEM são todos de múltipla escolha, com cinco opções de resposta. Cada um desses itens está dividido em três partes: texto-base, comando e alternativas. O texto-base, em geral, apresenta textos, gráficos e/ou figuras e deve ser o primeiro passo do elaborador na formulação de um bom item, dando preferência a trechos curtos, de fácil compreensão e com linguagem adequada ao nível dos estudantes, uma vez que estes dispõem de cerca de três a quatro minutos para a resolução de cada item.

Articulado com o texto-base, o elaborador deve formular o comando, o qual, em geral, apresenta uma pergunta direta ou uma afirmação incompleta a ser continuada por uma das alternativas de resposta. É de extrema importância que o comando por si só não possibilite a resposta, caso contrário, o texto-base não apresentaria qualquer utilidade na resolução da situação problema. Por fim, todas as opções de resposta devem ser bem construídas, o que significa dizer que mesmo as alternativas incorretas devem apresentar plausibilidade. Tais alternativas, denominadas distratores, devem ser construídas de tal forma que sejam alternativas possíveis de marcação por parte dos estudantes que não adquiriram a competência necessária para responder àquele item. Não se deve confundir, entretanto, um distrator plausível com uma “pegadinha”. Enquanto esta é uma possibilidade de resposta que pode atrair bons estudantes, aquela destina-se apenas a atrair os estudantes que não sabem resolver o problema proposto.

A Figura 2.6 mostra um item cobrado na prova de Matemática e suas Tecnologias do ENEM 2014. Nele, o texto-base é um trecho curto, de fácil compreensão e contextualizado por meio de um jogo geométrico que utiliza palitos para a construção de triângulos. Além disso, o comando apresenta uma afirmação incompleta que deve ser continuada por uma das alternativas, e foi elaborado de tal forma a não possibilitar a resposta sem a leitura e análise do texto-base. Por fim, cada uma das alternativas apresenta plausibilidade.

Note que, sendo a , b e 6 os lados do triângulo a ser formado, deseja-se descobrir todas as ternas $(a, b, 6)$ que satisfazem a situação explicitada, sendo $a + b + 6 = 17$. Há apenas três respostas possíveis neste caso, sendo elas as ternas $(5, 6, 6)$, $(4, 7, 6)$ e $(3, 8, 6)$, uma vez que as trocas entre os valores de a e b geram triângulos congruentes. Ou seja, um aluno que desconsiderasse essa informação e considerasse também as ternas $(6, 5, 6)$, $(7, 4, 6)$ e $(8, 3, 6)$ marcaria a alternativa **C**. Além disso, a alternativa **B**, por exemplo, é

Uma criança deseja criar triângulos utilizando palitos de fósforo de mesmo comprimento. Cada triângulo será construído com exatamente 17 palitos e pelo menos um dos lados do triângulo deve ter o comprimento de exatamente 6 palitos. A figura ilustra um triângulo construído com essas características.



A quantidade máxima de triângulos não congruentes dois a dois que podem ser construídos é

- A 3.
- B 5.
- C 6.
- D 8.
- E 10.

Figura 2.6: item de geometria plana cobrado no ENEM 2014.

também plausível, uma vez que os alunos menos preparados poderiam também considerar como opções de resposta as ternas (2, 9, 6) e (1, 10, 6) sem notar que, pela desigualdade triangular, esses triângulos sequer existem, uma vez que a soma de dois dos comprimentos dos seus lados é inferior ao comprimento do terceiro lado (por exemplo, $1 + 6 < 10$).

Fica evidente que o processo de elaboração de um item no modelo ENEM é extremamente complexo, sendo necessária uma grande equipe de elaboradores e revisores que possibilite a formação de um banco de itens. Tal banco de itens é gerenciado pelo Inep e recebe o nome de Banco Nacional de Itens (BNI). Entretanto, por maiores que sejam os cuidados ao se elaborar um item que satisfaça a todos os critérios citados e que esteja de acordo com as matrizes de referência utilizadas no ENEM para cada uma das quatro áreas, pode ser que o item, no momento da aplicação, não se comporte conforme esperado, gerando, por exemplo, uma dupla interpretação por parte do candidato. Assim, a segunda etapa no processo de elaboração e avaliação da qualidade dos itens é a aplicação de pré-testes.

A fase de pré-testes consiste na aplicação dos itens a uma amostra representativa da população que será avaliada, com o objetivo de avaliar a qualidade pedagógica e psicométrica do item. A fase de pré-testes esteve no centro de um escândalo envolvendo um

colégio de Fortaleza em 2011. A instituição foi uma das selecionadas em 40 cidades para participar da fase de pré-testes em 2010, do qual participaram 100 mil alunos. Por medida de segurança, tanto a empresa contratada para a aplicação do pré-teste quanto os aplicadores assinaram um termo de sigilo, comprometendo-se a apagar todos os arquivos de seu banco de dados e destruir todos os materiais impressos que sobrassem (LORDELO; SALDAÑA, 2011). Mesmo assim, no ano seguinte, o colégio citado utilizou alguns dos itens em um de seus simulados e, no ENEM ocorrido em 2011, 14 desses itens foram cobrados. Após a repercussão nacional do caso, 639 estudantes do colégio tiveram que refazer o exame cerca de um mês após o ocorrido, levantando a discussão a respeito da segurança dos pré-testes e, também, a respeito da utilização de itens no ENEM cujos pré-testes haviam sido realizados em um período recente.

A partir das respostas dos alunos na fase de pré-testes, são realizadas análises estatísticas e pedagógicas com o objetivo de avaliar a qualidade dos itens e definir, para cada item, os três parâmetros do modelo logístico utilizado na TRI para o cálculo da nota: dificuldade, discriminação do item e acerto ao acaso. A essa etapa dá-se o nome de calibragem do banco de itens. Caso sejam consideradas inadequadas e não se opte pelo descarte, as questões passam por um processo de reelaboração ou aprimoramento. Já as questões aprovadas são encaminhadas ao BNI para posterior aplicação no Exame e, uma vez conhecidos os seus parâmetros, são utilizadas para que seja formulado um Exame bem distribuído, com questões fáceis, médias e difíceis.

2.4.2 A Escala de Proficiência do ENEM

Uma das dúvidas mais frequentes relacionadas ao ENEM é: “Se eu tive menos acertos em Matemática do que em Linguagens, por que a minha nota foi maior em Matemática?”. Isto ocorre porque a nota é atribuída a partir de uma escala criada especialmente para o ENEM pelo Inep, cujo cálculo envolve não apenas o número de questões corretas, como também a coerência das respostas do participante (INEP, 2012a).

A escala criada pelo Inep é diferente para cada uma das quatro áreas do ENEM, sendo que cada escala depende de dois valores. O primeiro deles é o *valor de posição ou de referência*, ao qual atribuiu-se o valor 500, que representa o desempenho médio dos

concluintes do ensino médio da rede pública de 2009 que realizaram o exame naquele ano. O segundo é o *valor de dispersão ou desvio padrão*, para o qual foi atribuído o valor 100, que representa uma medida de variabilidade média das notas desses concluintes em relação ao desempenho médio. A partir desses dois valores, um participante que obteve uma nota 700 apresenta uma proficiência que está duas unidades de desvio padrão acima da proficiência média dos concluintes de 2009. Essa escala poderia ser representada graficamente por uma régua, como mostra a Figura 2.7:



Figura 2.7: régua representativa da escala de proficiência adotada no ENEM (INEP, 2015a).

A nota de cada participante pode assumir qualquer valor no conjunto dos números reais. Na prova de Matemáticas e suas Tecnologias do ENEM 2014, por exemplo, a nota mínima foi 318,5 enquanto a nota máxima foi 973,6. A prova de Linguagens, Códigos e suas Tecnologias do ENEM 2014, por sua vez, teve nota mínima igual a 306,2 e a nota máxima igual a 814,2. Logo, nota-se que as notas mínima e máxima dependem do grau de dificuldade da prova. Uma vez que a prova é constituída por um conjunto de itens com parâmetros previamente estabelecidos por meio de pré-testes, os mínimos e máximos de cada prova dependem exclusivamente das questões que compõem o teste e não de quem as responde.

Assim, não há uma nota mínima igual a 0 e uma nota máxima igual a 1000. Apesar de pouco provável, uma vez que tal situação geraria uma série de questionamentos a respeito da TRI por parte daqueles que não conhecem tal metodologia de cálculo, um conjunto de 45 itens de Matemática e suas Tecnologias poderia gerar, por exemplo, uma prova com nota máxima igual a 1289,9, uma vez que as notas podem assumir qualquer valor real. Logo, é incoerente afirmar, por exemplo, que a Redação é a única prova na qual o candidato pode obter nota 1000, já que nem os itens de uma prova e menos ainda os seus parâmetros são conhecidos previamente.

2.4.3 O Cálculo das Notas no ENEM

O cálculo da nota do ENEM é extremamente complexo e envolve conhecimentos avançados em matemática e estatística, além da utilização de recursos computacionais. Assim, para que se garanta a confiabilidade dos resultados, após o processamento e de-identificação dos dados, a base de dados é enviada a três equipes de psicometristas e estatísticos para que as notas sejam calculadas, utilizando-se os parâmetros estimados na fase de pré-testes no modelo logístico unidimensional de três parâmetros.

Para isso, tendo em mãos os valores dos parâmetros de cada item, utiliza-se a CCI para que seja possível posicionar a questão na escala de proficiência (régua). Cada questão é posicionada na régua no local onde a probabilidade de acerto é próxima de 0,65, valor que representa que participantes neste nível possuem alta probabilidade de terem obtido o conhecimento necessário para responder corretamente o item. Questões consideradas mais fáceis são então posicionadas na porção inferior da régua, enquanto as mais difíceis se encontram na porção superior. O grande diferencial da TRI é o fato de que tanto os itens quanto os participantes são posicionados na mesma régua (INEP, 2012a).

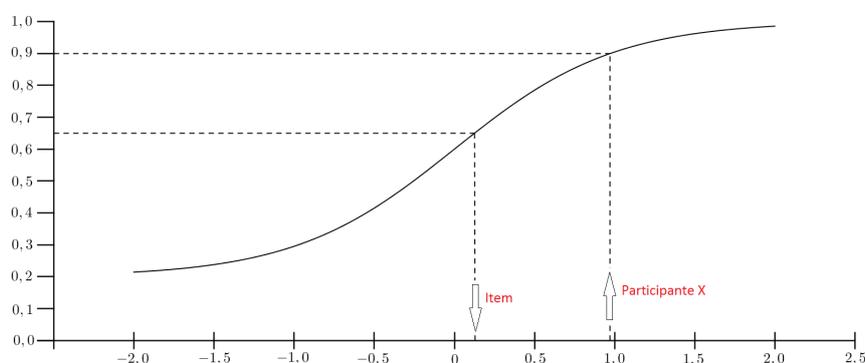


Figura 2.8: item e proficiência representados em uma mesma escala.

Na Figura 2.8, tem-se um item posicionado próximo ao valor 0,2, o que significa que ele está 0,2 desvios acima da média. Traduzindo para os valores adotados no ENEM (média 500 e desvio padrão 100), este item estaria posicionado no nível 520 e um participante com proficiência calculada acima desse nível teria uma probabilidade superior a 0,65 de acertar o item.

Na mesma figura, um participante X que tenha uma proficiência calculada com valor próximo a 600 tem aproximadamente 90% de chance de acertar o item. Natural-

mente, o participante pode errar o item, mas o mais coerente é que ele o acerte. Pode-se fazer uma analogia dessa coerência esperada com competições de salto com vara. O recordista mundial, o ucraniano Serguei Bubka, possui o recorde mundial da modalidade, tendo saltado 6,14 m em 1994. Logo, neste período, era esperado que ele saltasse 5,50 m com relativa facilidade e que, à medida em que o sarrafo fosse colocado em alturas mais elevadas, este tivesse mais dificuldades ao saltar.

Analisar essa “coerência” no padrão de resposta dos participantes do ENEM é justamente o trabalho das equipes de avaliadores. Espera-se que os participantes que acertem as questões de dificuldade elevada, tenham também acertado as questões com níveis de dificuldade inferiores. A Figura 2.9, extraída de (INEP, 2012a), ilustra uma situação em que dois estudantes acertaram 5 entre 10 questões de um teste.

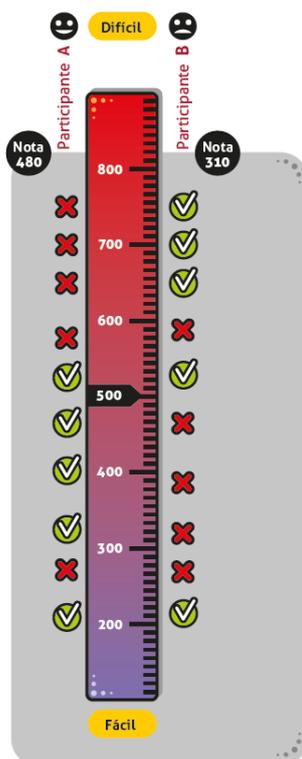


Figura 2.9: comparação entre dois indivíduos que acertaram cinco questões distintas em um teste com 10 questões (INEP, 2015a).

Este exemplo mostra, claramente, que a afirmação amplamente divulgada de que “itens mais difíceis valem mais pontos do que os itens mais fáceis” no ENEM está totalmente equivocada. Nota-se que o Participante B acertou as três questões posicionadas

na porção superior da régua, ou seja, consideradas mais difíceis. Entretanto, este errou 4 das 5 consideradas mais fáceis, o que não é coerente. Por sua vez, o Participante A acertou 5 dentre as 6 mais fáceis e errou as 4 consideradas mais difíceis, o que é coerente pedagogicamente. Dessa forma, o Participante A obteve uma nota 480, superior à nota 310 obtida pelo Participante B.

Assim, a TRI evita que um candidato que apresentou um conjunto de respostas plausível obtenha a mesma nota de um candidato que provavelmente acertou algumas questões difíceis ao acaso, tendo errado as fáceis. Apesar de ser uma dúvida frequente entre os candidatos, o acerto no “chute” não faz com que a nota do candidato diminua, mas, sim, com que ela não tenha tanto valor quanto as questões acertadas dentro de uma coerência pedagógica esperada. Logo, uma questão acertada (seja ao acaso, ou não) sempre aumentará a nota do candidato, uma vez que toda questão deixada em branco é interpretada como errada. Dessa forma, a tática de todos os candidatos no ENEM deve ser a de marcar uma alternativa de resposta em todos os itens do Exame, tendo certeza da marcação ou não.

Por fim, ressalta-se que o sítio do INEP disponibiliza um instrumento que permite posicionar os itens na régua, denominado Mapa de Itens (INEP, 2012b). A Figura 2.10 mostra parte do Mapa de Itens da área de Matemática e suas Tecnologias.

Valor	Descrição	Itens Disponíveis
888.1	Descrever por meio de uma expressão algébrica uma relação de crescimento.	
882.5	Calcular a mediana de um conjunto de dados, obtidos a partir da interpretação de um gráfico.	
878.6	Calcular, utilizando técnicas de contagem, o tempo mínimo gasto para um indivíduo analisar os custos de todos os possíveis trajetos que incluem visitas a 6 cidades, cujos pontos inicial e final são iguais.	
872.6	Determinar a partir do conhecimento do raio das esferas e do volume de uma caixa cúbica a quantidade máxima de esferas idênticas que pode ser nela armazenadas.	
859.4	Analisar formatos de sólidos resultantes de cortes em um cubo para obter uma pirâmide dadas algumas condições.	
857.4	Determinar a relação entre os volumes inicial e final de um cubo a partir da variação percentual da medida das arestas na produção de um objeto.	
850.0	Calcular o volume de um tronco de pirâmide regular de base quadrada para dimensionar a quantidade de material necessário à sua fabricação.	
831.2	Determinar a probabilidade de escolha a partir de determinados critérios utilizando dados fornecidos em um gráfico linear.	
828.1	Calcular o raio do círculo inscrito em um triângulo retângulo que representa o topo de uma peça vazada.	

Figura 2.10: mapa de itens do ENEM (adaptado de INEP, 2012b)

A primeira coluna mostra a dificuldade do item que será posicionado na régua. A segunda coluna corresponde à descrição do item. Finalmente, a terceira coluna disponibiliza para *download*, para alguns desses itens, um arquivo com o item correspondente. Na Figura 2.10, a linha em destaque refere-se ao seguinte item, cobrado no ENEM 2009:

Uma empresa que fabrica esferas de aço, de 6 cm de raio, utiliza caixas de madeira, na forma de um cubo, para transportá-las. Sabendo que a capacidade da caixa é de 13.824 cm^3 , então o número máximo de esferas que podem ser transportadas em uma caixa é igual a

- (A)** 4.
- (B)** 8.
- (C)** 16.
- (D)** 24.
- (E)** 32.

Este é, de fato, um item complicado para a maior parte dos alunos por exigir uma visão espacial de uma situação que não está ilustrada e, além disso, por exigir que o candidato seja capaz de calcular a raiz cúbica de 13.824 para obter o lado do cubo e, posteriormente, calcular quantas esferas caberiam dentro da caixa.

Essa análise dos itens será objeto de estudo do capítulo 3, no qual serão analisados os 45 itens presentes em um simulado de matemática elaborado no modelo ENEM por uma escola do Distrito Federal.

3 Material e Métodos

Desde 2009, o Sistema de Seleção Unificada (SiSU) do Ministério da Educação (MEC) utiliza as notas do ENEM para promover o acesso dos estudantes a diversas instituições de ensino superior. Porém, apenas em 2013 a Universidade de Brasília confirmou que utilizaria o SiSU como forma de ingresso na Universidade para o primeiro semestre de 2014, substituindo o seu vestibular tradicional do início do ano. Isso fez com que diversos colégios e cursos pré-vestibulares de Brasília tivessem que se adaptar rapidamente à realidade do ENEM.

O presente trabalho avaliará, por meio da TCT e da TRI, a qualidade e adequabilidade dos itens presentes em um simulado de matemática no modelo ENEM (anexado no final do trabalho), aplicado na segunda quinzena de agosto de 2014 por um colégio do Distrito Federal a 165 alunos do ensino médio e pré-vestibular. O simulado utilizava os mesmos critérios do ENEM quanto ao tempo de prova e distribuição dos itens e das disciplinas nos dois dias de prova. Entre os 45 itens da área de matemática, um deles foi anulado, fazendo com que a pontuação máxima possível passasse de 45 pontos para 44.

Com os dados tabelados no Excel, utilizou-se o programa estatístico *R* para a análise dos dados. Após a rotina de programação no software, foram utilizados os parâmetros da TCT e da TRI que constam na Figura 3.1, que representa o modelo de tabela que será utilizado na avaliação de cada item.

A região verde da tabela apresenta as informações relativas a Teoria Clássica dos Testes. São elas:

- **P_superior:** proporção de acerto do item no grupo dos 27% de candidatos com melhor desempenho;

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	A	B	C	D	E
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c

Figura 3.1: modelo de tabela utilizada na análise dos itens do simulado.

- **P_inferior:** proporção de acerto do item no grupo dos 27% de candidatos com pior desempenho;
- **Discriminação:** obtida pela diferença $P_{superior} - P_{inferior}$;
- **Dificuldade:** proporção de candidatos que acertaram a questão;
- **Bisserial:** apresenta a correlação ponto-bisserial do item;
- **Alternativas A a E e Bisserial A a E:** apresentam, respectivamente, a porcentagem de estudantes e os bisseriais de cada alternativa de resposta.

Já a região azul apresenta os valores estimados de cada parâmetro do modelo logístico unidimensional de 3 parâmetros, que é o modelo utilizado pelo ENEM na TRI.

Com a finalidade de criar uma ordenação que não fosse apenas numérica, ou seja, por ordem de aparecimento das questões no simulado, optou-se por classificar os itens mediante a discriminação. Utilizando-se os valores de referência da Tabela 2.2, os itens foram separados em quatro grupos, conforme mostra a Tabela 3.1.

Tabela 3.1: classificação dos itens do simulado quanto à discriminação.

Classificação	Itens
Itens deficientes	165, 153, 162, 145
Itens sujeitos a reelaboração	161, 166, 138, 147, 175, 163, 139
Itens sujeitos a aprimoramento	140, 142, 156, 143, 160, 157, 144, 158
Itens bons	168, 167, 150, 154, 169, 178, 179, 148, 141, 152 170, 176, 164, 173, 149, 136, 151, 137, 174, 146 155, 180, 159, 177, 172, 171

A Figura 3.2 mostra a discriminação para os 45 itens, incluindo o item 165 (Q.165), que foi anulado.

Item	Discriminação	Item	Discriminação	Item	Discriminação
Q.165	-0,282	Q.160	0,364	Q.176	0,529
Q.153	0,126	Q.157	0,385	Q.164	0,531
Q.162	0,163	Q.144	0,390	Q.173	0,531
Q.145	0,187	Q.158	0,391	Q.149	0,546
Q.161	0,205	Q.168	0,401	Q.136	0,554
Q.166	0,228	Q.167	0,407	Q.151	0,555
Q.138	0,232	Q.150	0,436	Q.137	0,561
Q.147	0,254	Q.154	0,446	Q.174	0,561
Q.175	0,266	Q.169	0,486	Q.146	0,576
Q.163	0,269	Q.178	0,487	Q.155	0,589
Q.139	0,274	Q.179	0,509	Q.180	0,591
Q.140	0,303	Q.148	0,512	Q.159	0,599
Q.142	0,321	Q.141	0,515	Q.177	0,627
Q.156	0,322	Q.152	0,515	Q.172	0,640
Q.143	0,362	Q.170	0,521	Q.171	0,642

Figura 3.2: discriminações calculadas pelo TCT para cada um dos 45 itens do simulado.

Assim, serão feitas as análises dos itens partindo-se dos itens menos discriminativos e finalizando com os itens mais discriminativos. Com relação ao desempenho dos alunos no simulado, a Figura 3.3 traz um gráfico de colunas cujo eixo horizontal corresponde à pontuação obtida pelos alunos e o eixo vertical à quantidade de alunos que obtiveram determinada pontuação.

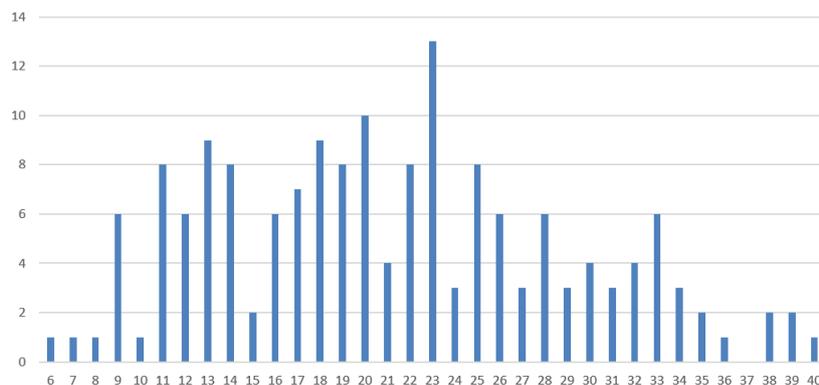


Figura 3.3: quantidade de alunos por quantidade de acertos.

Nas análises gráficas dos itens, a alternativa correta de resposta virá assinalada com um “*”, como mostra Figura 3.4, cuja alternativa correta é a letra **E**.

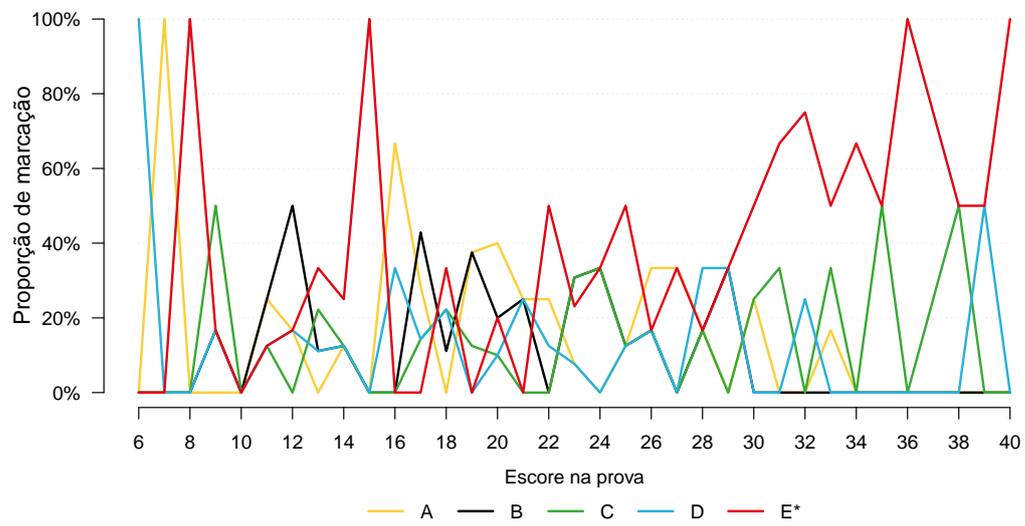


Figura 3.4: análise gráfica do item.

4 Uma Aplicação da Teoria de Resposta ao Item em um Simulado de Matemática no Modelo ENEM

4.1 Análise dos Itens Deficientes

Item 165

O item 165, único com discriminação negativa, sequer será analisado, uma vez que havia sido anulado após o simulado por não ser claro o suficiente e permitir dupla interpretação.

Item 153

O item 153, classificado como um item deficiente por apresentar uma discriminação inferior a 20%, apresenta uma alternativa incorreta (letra D) com um bisserial superior à alternativa correta (letra C), o que significa que a alternativa incorreta tendia a ser marcada com mais frequência pelos alunos com melhor desempenho do que a alternativa correta, como mostra a tabela da Figura 4.1.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,39	0,27	0,13	0,39	0,14
	A	B	C	D	E
	6,7%	15,8%	39,4%	24,2%	3,6%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
-0,11	-0,03	0,14	0,20	-0,12	
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	-	-	-		

Figura 4.1: parâmetros do item 153.

Nesse caso, não há qualquer possibilidade de aprimoramento e o item deve ser descartado. Além disto, note que os parâmetros da TRI sequer foram estimados. Isto ocorreu pois, durante o procedimento do cálculo dos parâmetros da TRI, o software sugeriu a exclusão deste item para que houvesse uma convergência do modelo e fosse possível a estimação dos parâmetros dos demais itens.

Por fim, a AGI do item confirma que inclusive alunos de alto desempenho tendem a assinalar a alternativa "D", como mostra a Figura 4.2.

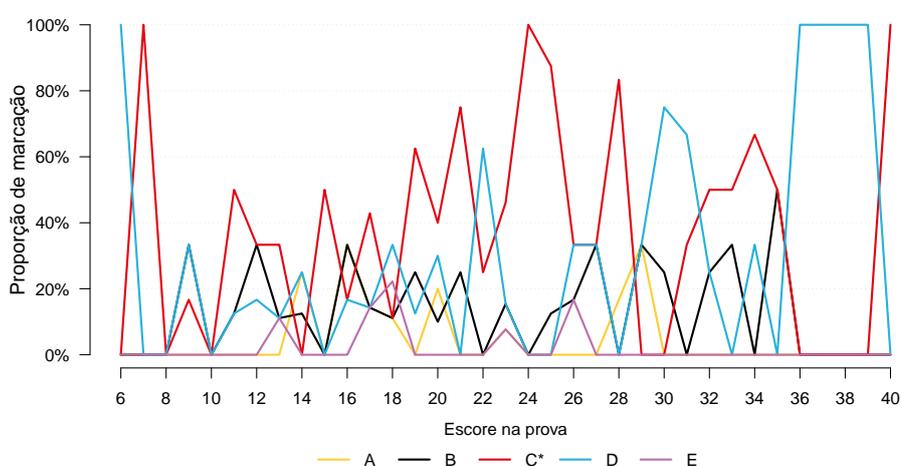


Figura 4.2: análise gráfica do item 153.

Item 162

O item 162, com discriminação igual a 16%, é um item considerado extremamente difícil, dado que $b = 3,428$, como mostra a tabela da Figura 4.3.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,33	0,16	0,16	0,22	0,22
	A	B	C	D	E
	26,1%	21,8%	21,2%	17,6%	6,7%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
-0,07	0,22	0,11	-0,20	0,04	
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,054		3,428		0,184

Figura 4.3: parâmetros do item 162.

Entre os estudantes de melhor desempenho, apenas um terço dos estudantes acertou o item e nota-se que, mesmo a alternativa E, que apresentou a menor proporção de marcações, possui um bisserial positivo, tal como a alternativa C, o que indica a possibilidade de existência de “peguinhas”. A CCI do item, Figura 4.4, indica que até mesmo os estudantes com alta proficiência tem baixa probabilidade de acertar o item.

Trata-se de um item no qual a resolução depende de algumas suposições a respeito dos valores máximos e mínimos para as médias dos vinte jogadores mais bem classificados, além do cálculo efetivo dessas possíveis médias, o que o torna um item muito difícil de ser respondido com precisão, dado o tempo disponível. Neste caso, sugere-se o descarte do item.

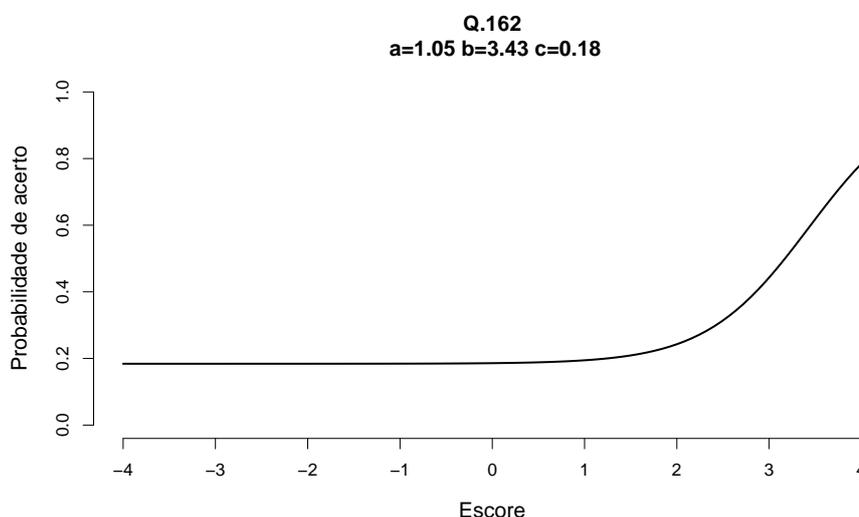


Figura 4.4: curva característica do item 162.

Item 145

O item 145, apesar de apresentar baixa discriminação pela TCT, possui um parâmetro a na TRI cujo valor indica alta discriminação, como mostra a Figura 4.5.

Por se tratar de um item muito difícil ($b > 1,28$), é natural que ele não seja tão discriminativo, porém, duas alternativas incorretas apresentam um considerável bisserial positivo. Logo, há um indicativo de que o item não foi bem formulado. Além disso, o aluno com melhor desempenho assinalou a alternativa A como opção de resposta, quando o gabarito era a letra B, como mostra a Figura 4.6.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,39	0,20	0,19	0,24	0,30
	A	B	C	D	E
	17,0%	23,6%	12,7%	17,0%	22,4%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	0,16	0,30	0,13	-0,17	-0,25
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,737	2,142	0,179		

Figura 4.5: parâmetros do item 145.

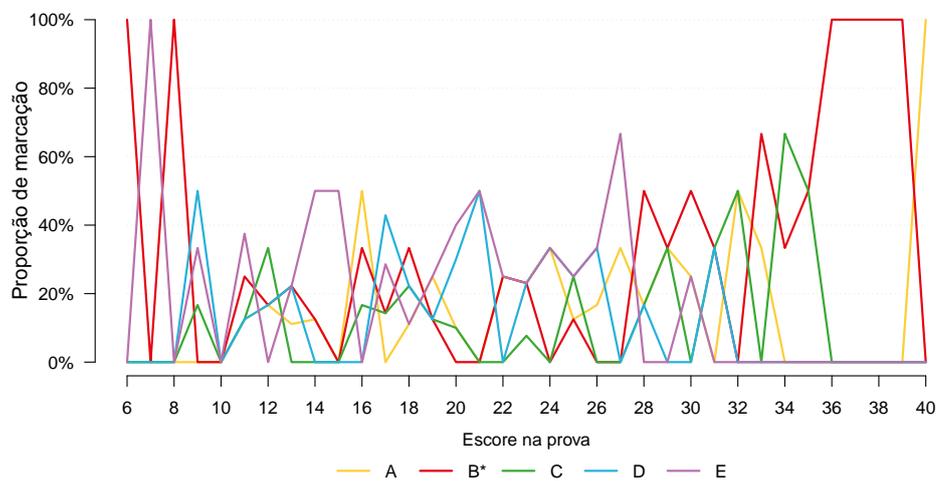


Figura 4.6: análise gráfica do item 145.

Por fim, trata-se de um item convencional, no qual não há qualquer tipo de tentativa de contextualização, não estando, portanto, no modelo ENEM. Nesse caso, sugere-se o descarte deste em aplicações futuras de simulados da escola no modelo ENEM. Ressalta-se, ainda, a importância de uma análise conjunta dos parâmetros da TCT e da TRI, uma vez que, sendo analisados apenas os parâmetros da TRI, o item seria satisfatório.

4.2 Análise dos Itens Sujeitos a Reelaboração

Item 161

O item 161 apresenta discriminação moderada e nível de dificuldade elevado, pela análise dos parâmetros da TRI (Figura 4.7).

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,35	0,14	0,20	0,30	0,30
	A	B	C	D	E
	3,6%	15,2%	18,8%	18,2%	30,3%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,14	-0,01	0,01	0,02	0,30
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,134	2,666	0,239		

Figura 4.7: parâmetros do item 161.

Nota-se que as alternativas incorretas C e D apresentam valores próximos de zero, porém positivos, o que indica que atraem também os estudantes de bom desempenho. Além disso, a AGI do item mostra que a alternativa correta em nenhum momento se estabiliza como a opção com maior proporção de marcação.

Sugere-se, então, que o item seja reelaborado e reaplicado para um número maior de alunos, observando se houve melhora dos parâmetros, especialmente com relação aos bisseriais das alternativas incorretas.

Item 166

O item 166 apresenta dificuldade elevada, com apenas 28% de acerto e parâmetro *b* superior a 1,28 pela TRI, o que o classifica como muito difícil.

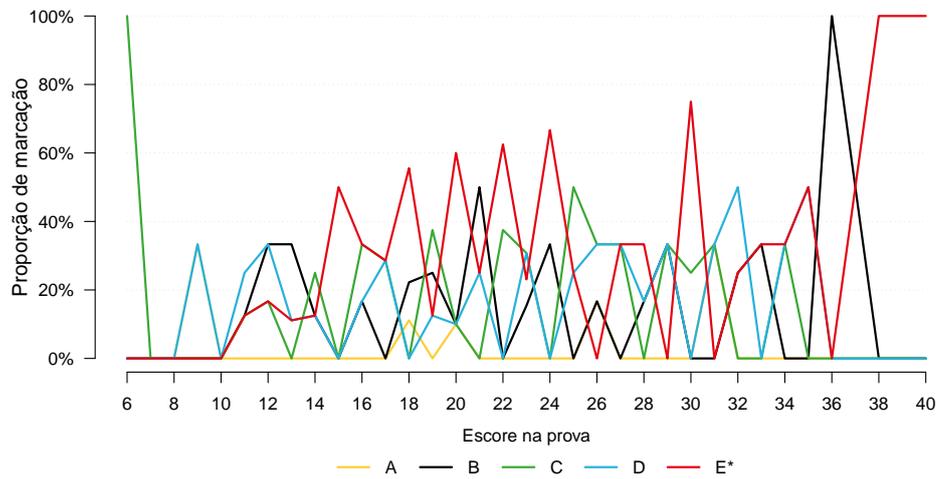


Figura 4.8: análise gráfica do item 161.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,39	0,16	0,23	0,28	0,26
	A	B	C	D	E
	16,4%	6,1%	15,8%	26,1%	28,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
0,18	-0,14	-0,23	0,07	0,26	
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	0,826	2,919	0,200		

Figura 4.9: parâmetros do item 166.

Note que, na tabela da Figura 4.9, duas alternativas incorretas apresentam bisserial positivo. A AGI do item (Figura 4.10) confirma que os três estudantes com melhor desempenho na prova marcaram a alternativa D como a correta, uma vez que apenas um aluno acertou 40 itens e dois alunos acertaram 39 itens.

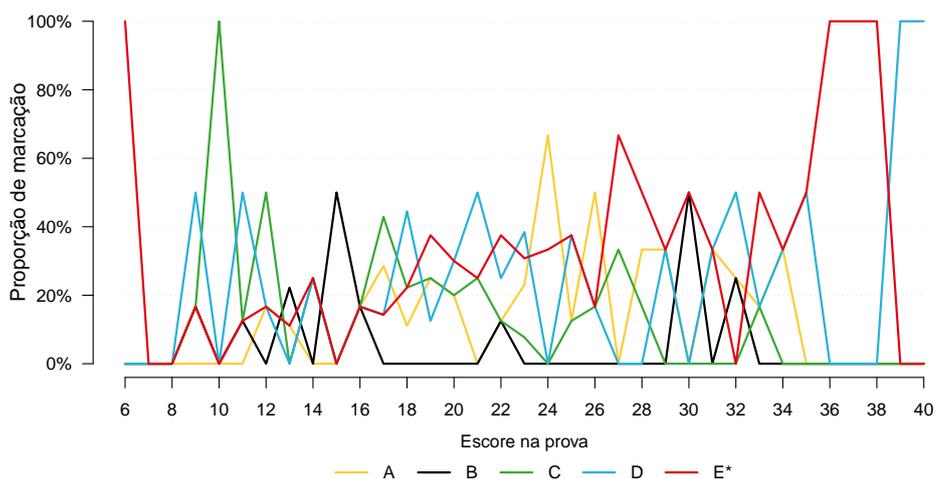


Figura 4.10: análise gráfica do item 166.

A questão perguntava o número de *voltas completas* que o atleta deveria dar, em uma pista circular de 80 metros de diâmetro, para que percorresse 10 km. Efetuando os cálculos, o aluno se deparava com a conta $\frac{125}{\pi}$. Considerando-se $\pi = 3,14$ e notando que $40 \times 3,14 = 125,6$, o aluno obteria um resultado próximo (mas inferior) a 40, isto é, um número racional com parte inteira igual a 39. Se desconsiderasse a parte fracionária (o que não deveria, uma vez que se tratam de voltas completas), o aluno obteria como resposta 39, marcando então a alternativa D, por se tratar de um número ímpar.

Poderia ainda ocorrer de o aluno, ao chegar em $\frac{125}{\pi}$, utilizar $\pi = 3$, uma vez que várias questões, até mesmo de vestibulares tradicionais, fazem esta aproximação com o objetivo de simplificar os cálculos. Neste caso, o aluno obteria como resultado $41\frac{2}{3}$ e, desprezando a parte fracionária, concluiria que é um número primo, o que pode justificar a alta quantidade de marcações e o bisserial positivo da alternativa A.

Logo, sugere-se a reelaboração do item, deixando mais claro que o que se deseja é o número de voltas completas para que o atleta percorra uma distância de, pelo menos,

10 km. Além disso, seria interessante adotar um valor aproximado para π no comando da questão, a fim de evitar aproximações equivocadas.

Item 138

O item 138 exigia do candidato conhecimento a respeito de juros compostos e das propriedades de potenciação e foi considerado difícil por apresentar taxa de acerto inferior a 30%, como mostra a tabela da Figura 4.11 .

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,46	0,22	0,23	0,30	0,35
	A	B	C	D	E
	17,6%	16,4%	15,8%	13,3%	29,7%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,13	-0,21	0,05	-0,08	0,35
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,413	2,118	0,219		

Figura 4.11: parâmetros do item 138.

O estudante deveria transformar $1,09^{160}$ em $(1,09^8)^{20}$ para, daí, utilizar o dado $1,09^8 = 2$. Além disso, o estudante deveria considerar a utilização da aproximação $2^{10} = 10^3$ como forma de acelerar os cálculos necessários. A análise gráfica do item, Figura 4.12, mostra que, a partir de 30 acertos, os estudantes tendem a selecionar a alternativa correta com mais frequência do que as demais, a despeito do bisserial positivo da alternativa C.

Este item apresenta um parágrafo único na questão, não havendo uma divisão em texto-base e comando, como esperado de um item no modelo ENEM. Recomenda-se que este item seja reelaborado, com o cuidado de serem apresentados distratores plausíveis, uma vez que o valor do parâmetro c superior a 0,2 pode indicar que a alternativa correta de destaca das demais mesmo entre os estudantes de baixo desempenho.

Item 147

O item 147 apresentava uma situação problema que deveria ser transformada em uma equação para que pudesse ser resolvida. A tabela da Figura 4.13 mostra que o item

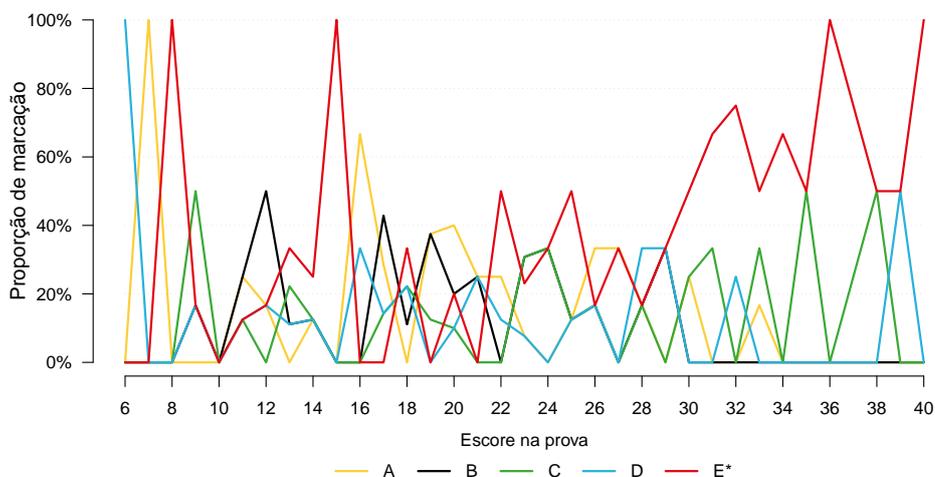


Figura 4.12: análise gráfica do item 138.

apresentava um grau de dificuldade considerável, já que menos da metade dos 27% de alunos com melhor desempenho acertaram a questão.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,48	0,22	0,25	0,35	0,30
	A	B	C	D	E
	14,5%	8,5%	17,6%	13,3%	34,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
0,01	-0,20	-0,22	0,21	0,30	
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,247	2,178	0,259		

Figura 4.13: parâmetros do item 147.

Além de apresentar uma alternativa incorreta com bisserial positivo muito alto (alternativa D), destaca-se neste item o parâmetro de acerto ao acaso $c = 0,259$, que é consideravelmente superior ao valor limite esperado de 0,2, o que mostra que a alternativa correta se destaca das demais, mesmo para indivíduos com proficiências mais baixas.

Isto pode ter ocorrido pelo seguinte: o aluno mais atento poderia se prender à parte do texto que diz "...cujo número era igual à raiz quadrada da metade do enxame todo...". Neste caso, bastaria testar as alternativas, verificando para quais delas $\sqrt{\frac{T}{2}} \in \mathbb{N}$, onde T representa o número total de abelhas do enxame. Isto ocorre apenas para $T = 72$, que é a alternativa correta.

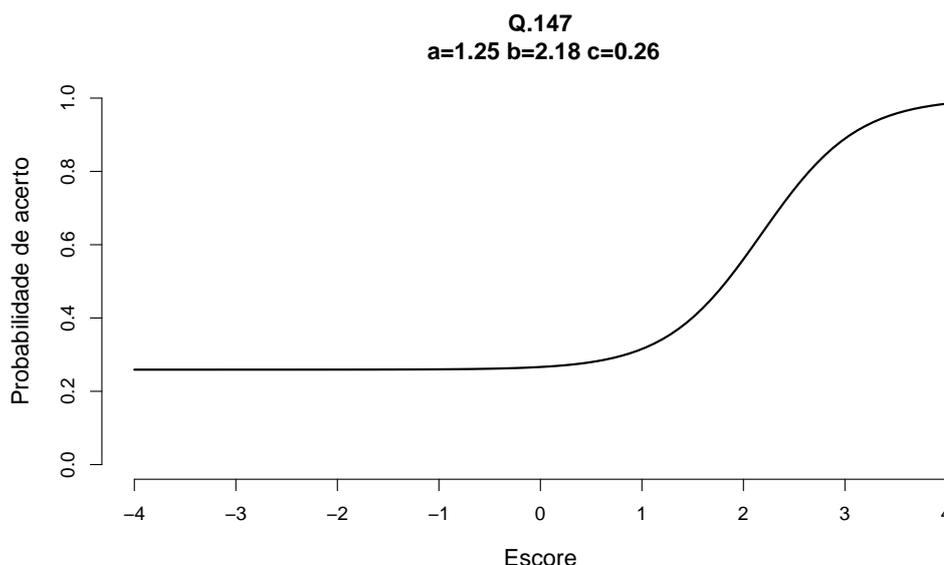


Figura 4.14: curva característica do item 147.

Nota-se ainda, pela CCI do item na Figura 4.14, que além da assíntota inferior estar bem acima do 0,2, o leve achatamento da curva evidencia que o item tem uma discriminação apenas mediana. Logo, sugere-se uma reformulação das alternativas de resposta e um novo teste do item. Ressalta-se que as alternativas de resposta devem apresentar um padrão de ordenação numérica, em geral crescente, o que não ocorre no item 147.

Item 175

O item 175 envolvia conhecimentos de trigonometria, em especial da fórmula da tangente do arco duplo $\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 - \tan^2(\alpha)}$. Por se tratar ainda de uma questão literal, onde deveria ser encontrada uma relação entre as alturas H e h , a questão é considerada muito difícil, com pouco menos de 19% de acerto, e com parâmetro $b > 1,28$.

Nota-se que a alternativa D, incorreta, foi a mais marcada, inclusive pelos alunos de melhor desempenho, como evidencia o bisserial da alternativa D e a AGI do item, mostrada na Figura 4.16.

A alternativa D seria uma opção de resposta caso o aluno confundisse a fórmula do arco duplo da tangente, utilizando a soma ao invés da diferença no denominador do

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,35	0,08	0,27	0,19	0,39
	A	B	C	D	E
	18,8%	15,8%	13,3%	24,2%	10,3%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
0,39	-0,16	-0,04	0,13	-0,11	
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,242	2,417	0,122		

Figura 4.15: parâmetros do item 175.

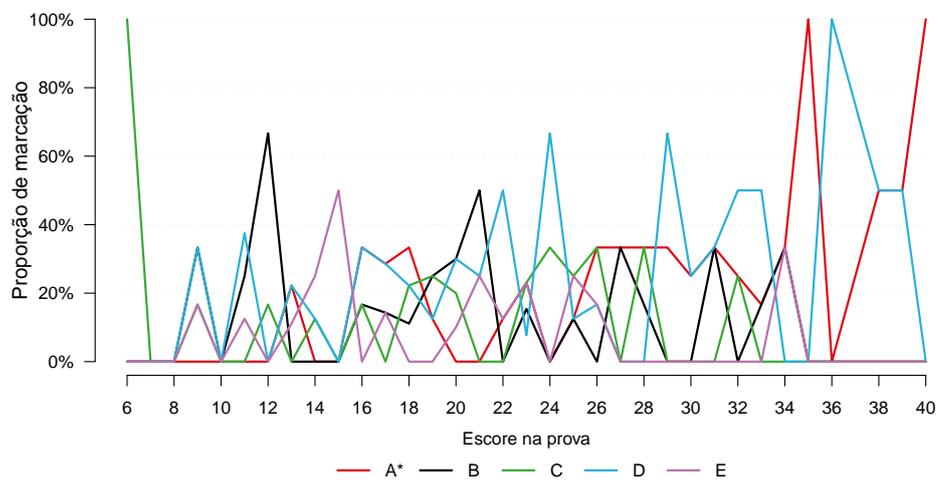


Figura 4.16: análise gráfica do item 175.

lado direito da igualdade, isto é, se utilizasse $\tan(2\alpha) = \frac{2 \tan \alpha}{1 + \tan^2(\alpha)}$. Tendo em vista que a alternativa correta apresentou bisserial alto, como é esperado de um bom item, sugere-se a aplicação deste item em um grupo maior de estudantes para que se verifique se a alternativa D continuará atraindo estudantes de bom desempenho, ao contrário do que se espera de um bom distrator.

Item 163

A análise do item 163 é similar à do item 175 comentado anteriormente. Ambos são considerados itens com nível de dificuldade elevado e apresentam uma alternativa incorreta que destoa das demais por ter sido a mais marcada entre as cinco opções e por apresentar bisserial positivo, como mostra a tabela da figura 4.17.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,39	0,12	0,27	0,28	0,37
	A	B	C	D	E
	4,8%	6,7%	38,8%	27,9%	18,8%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,18	-0,01	0,08	0,37	-0,33
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	0,825		2,311		0,150

Figura 4.17: parâmetros do item 163.

A análise gráfica do item (Figura 4.18) mostra que há três alternativas de resposta atraindo os estudantes de bom desempenho: B, C e D.

A resolução da questão envolve apenas raciocínio lógico. Ao dividir a barra de chocolate pela primeira vez, independentemente da linha escolhida, o chocolate ficará dividido em dois pedaços. Escolhendo-se um desses pedaços e dividindo-se a barra pela segunda vez, haverá um total de três pedaços. Seguindo essa lógica, serão necessárias 19 quebras para que, ao final, o chocolate esteja dividido em 20 quadradinhos, fazendo com que a alternativa correta seja a letra D.

Porém, a maior parte dos alunos considerou como resposta correta um mínimo de 7 quebras. Isto ocorreu, provavelmente, por vários alunos terem considerado que seria possível “empilhar” os pedaços quebrados. Para facilitar o entendimento, considere a Figura 4.19, onde L_i representa as linhas horizontais, com $i = 1, 2, 3, 4$, e C_j as linhas

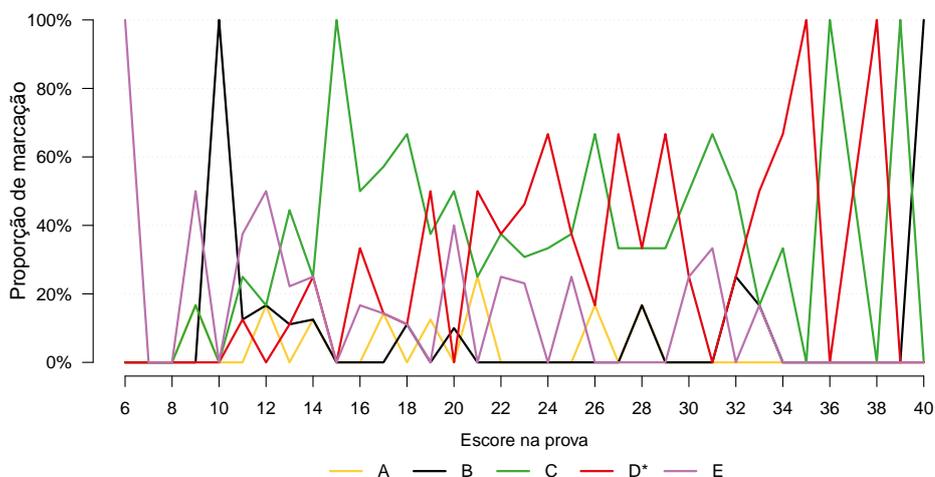


Figura 4.18: análise gráfica do item 163.

verticais, com $j = 1, 2, 3$. Ao identificarmos as colunas por A, B, C e D e as linhas por 1, 2, 3, 4 e 5, o quadradinho em destaque é o C3.

Considerando a ilustração, suponha que o aluno optou por dividir a barra ao longo das linhas C_1 , C_2 e C_3 , nesta ordem. Após essa divisão, restam quatro barras menores, com 5 quadradinhos cada: A1 a A5, B1 a B5, C1 a C5 e D1 a D5. Empilhando essas quatro barras menores e quebrando-as sobre as linhas L_1 , L_2 , L_3 e L_4 , dividimos a barra original em 20 quadradinhos com, supostamente, 7 quebras, sendo uma para cada linha horizontal e vertical. Note, porém, que o chocolate original foi quebrado 4 vezes para cada uma das linhas L_1 , L_2 , L_3 e L_4 , ou seja, houve 16 quebras nesse processo que, adicionadas às 3 iniciais feitas por C_1 , C_2 e C_3 , totalizariam 19 quebras.

Chama a atenção o fato de o aluno com melhor desempenho no simulado ter assinalado 5 quebras como o valor mínimo possível. De fato, considerando possível a ideia de “empilhamento”, há uma situação com ainda menos quebras do que as 7 citadas previamente. Tal possibilidade seria alcançada ao quebrarmos o chocolate original seguindo a sequência:

- 1^a quebra ocorre sobre a linha C_2 , empilhando-se os blocos A1 a B5 com C1 a D5;

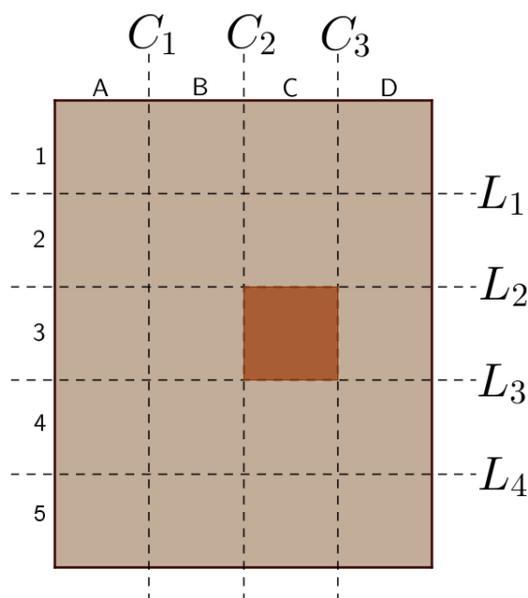


Figura 4.19: ilustração da barra de chocolate do item 163.

- 2^a quebra ocorre sobre a linha C_1 , sobreposta a C_3 , empilhando-se as 4 barras desde A1 a A5 até D1 a D5;
- 3^a quebra ocorre sobre a linha L_1 , separando-se os 4 quadradinhos de A1 a D1, mantendo-se o restante do empilhamento;
- 4^a quebra ocorre sobre a linha L_3 , dividindo-se os 16 quadradinhos restantes em 8 retângulos com 2 quadradinhos restantes, que devem ser empilhados;
- 5^a quebra ocorre sobre a linha L_2 , que deve estar sobreposta à linha L_4 , dividindo cada um dos 8 retângulos restantes em 16 quadradinhos.

Logo, sugere-se que o comando da questão seja reelaborado, com o objetivo de deixar claro que tais empilhamentos geram mais de uma quebra no chocolate original.

Item 139

O item 139 é um item considerado mediano de acordo com o parâmetro b da TRI. Além disso, nota-se pela sua CCI (Figura 4.20) que a sua forma extremamente achatada reflete um item com pouco poder de discriminação.

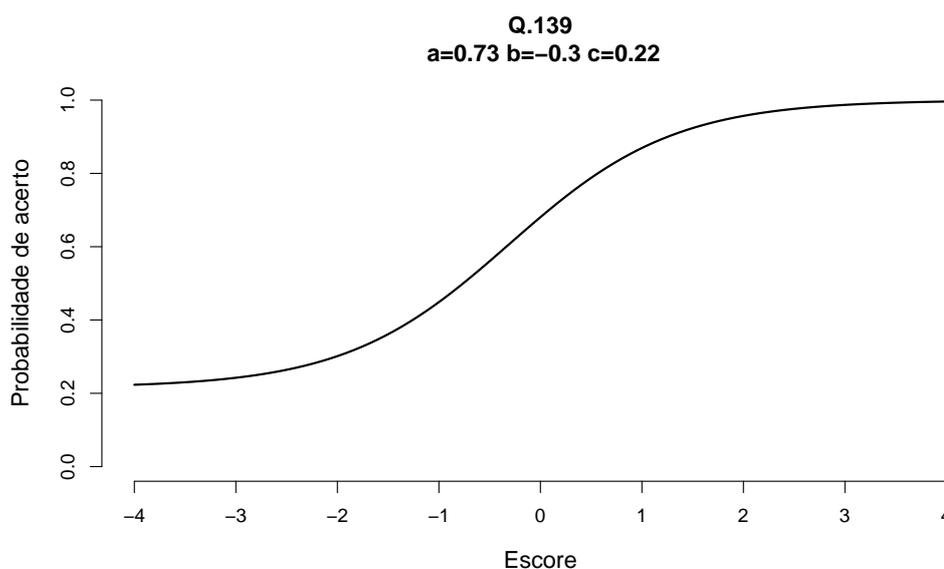


Figura 4.20: curva característica do item 139.

Apesar disso, a análise dos bisseriais das alternativas de resposta mostra um comportamento dentro do esperado, com todas as alternativas incorretas apresentando bisseriais negativos, como mostra a Figura 4.21. Logo, sugere-se que o item seja reformulado, priorizando-se a criação de distratores mais plausíveis, de modo que a questão tenha maior poder de discriminação e que a alternativa correta não se destaque das demais, o que parece ocorrer dado o valor do parâmetro c levemente superior a 0,2.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,80	0,53	0,27	0,65	0,34
	A	B	C	D	E
	64,8%	7,9%	13,3%	6,7%	5,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
0,34	-0,23	-0,15	-0,15	-0,15	
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	0,726	-0,305	0,215		

Figura 4.21: parâmetros do item 139.

4.3 Análise dos Itens Sujeitos a Aprimoramento

Itens 140, 142, 156, 143, 160, 157, 144, 158

Item 140

O item 140 apresenta dificuldade elevada e discriminação apenas moderada, como mostra a Figura 4.22.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,61	0,31	0,30	0,42	0,38
	A	B	C	D	E
	6,7%	4,2%	42,4%	19,4%	20,6%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,09	-0,26	0,38	-0,31	0,01
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,293	1,561	0,287		

Figura 4.22: parâmetros do item 140.

Destacam-se na análise do item o bisserial positivo da alternativa E e o valor elevado do parâmetro de acerto ao acaso. Ao pedir o **máximo** divisor comum, alguns alunos que não conseguiram resolver o item, podem ter optado por “chutar” valores altos, o que parece fazer sentido, uma vez que as opções menos marcadas foram as duas primeiras, cujos valores eram os mais baixos entre as alternativas. A Figura 4.23 mostra que há, de fato, uma polarização das marcações entre as alternativas C, D e E, com a alternativa correta destacando-se a partir de 25 acertos.

Para resolver o item, que envolvia conhecimentos de conjuntos numéricos, em especial da parte de divisores, o aluno deveria fatorar o número 825, reescrevendo-o como $825 = 3 \times 5^2 \times 11$. Por se tratar do produto de dois números inteiros positivos, que não são primos entre si, tais números devem conter ao menos um fator comum. No caso, o único fator que aparece duas vezes na fatoração do 825 é o 5, de tal modo que os números deveriam ser ambos da forma $5k$, com $k \in \mathbb{Z}$ e com valores de k distintos para os dois números, o que faz com que o máximo divisor comum seja igual a 5.

Nota-se que é um item convencional, sem qualquer tipo de contextualização. Logo, sugere-se um aprimoramento do item no sentido de torná-lo mais contextualizado e com

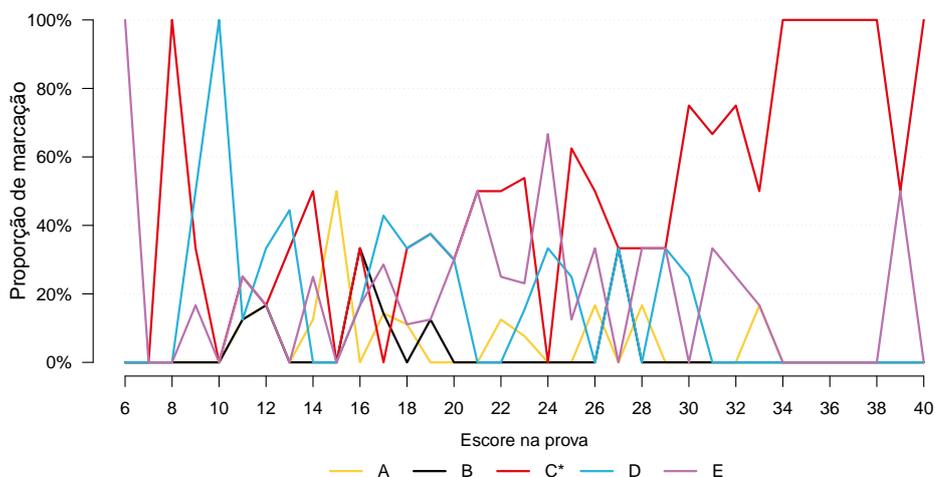


Figura 4.23: análise gráfica do item 140.

distratores que apresentem maior plausibilidade, excluindo-se, por exemplo, os valores 1 e 3 das alternativas de resposta.

Item 142

O item 142 é o primeiro a apresentar um parâmetro b negativo, o que faz com que o item seja classificado como um item fácil, de acordo com os critérios estabelecidos na Tabela 2.1. A Figura 4.24 mostra que, apesar de apresentarem bisseriais negativos, em especial as alternativas C e E tiveram pouquíssimas marcações.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,91	0,59	0,32	0,72	0,38
	A	B	C	D	E
	6,7%	72,1%	3,0%	12,1%	3,0%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
-0,35	0,38	-0,23	-0,07	-0,26	
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	0,734	-0,891	0,216		

Figura 4.24: parâmetros do item 142.

Ressalta-se ainda que o parâmetro a da TRI indica um item com discriminação apenas moderada e o parâmetro c apresentou um valor ligeiramente superior a 0,2.

Nota-se que apesar da tentativa de contextualização do item, faltou uma preocupação maior com a qualidade dos distratores. É fácil notar pela figura do item que a distância aumenta inicialmente, quando a formiga se afasta do centro e diminui quando esta se aproxima do centro novamente. A AGI do item, Figura 4.25 mostra que um aluno com alta proficiência, que obteve 36 acertos, acabou desconsiderando a porção da figura na qual a formiga está na borda da mesa, momento em que a distância ao centro permanece constante.

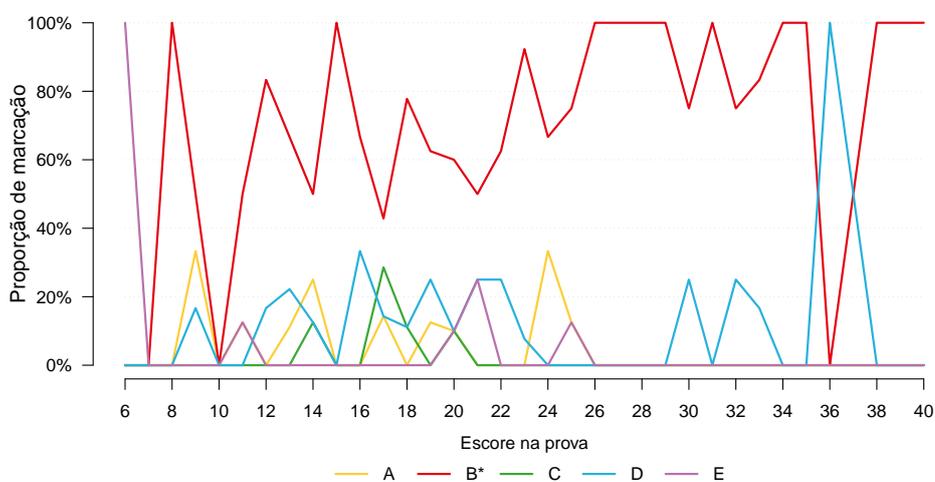


Figura 4.25: análise gráfica do item 142.

Sugere-se que o item seja aprimorado com distratores mais plausíveis e que seja aplicado novamente para um grupo maior de alunos. Note que o item cita que a formiga percorre o trajeto com velocidade constante e esse fato poderia ter sido melhor explorado em trechos do gráfico que fossem crescentes e decrescentes, porém não-lineares, tal como no distrator sugerido na Figura 4.26.

Item 156

O item 156 apresenta alta dificuldade, com taxa de acerto igual a 40%, e uma discriminação moderada, com $0,65 < a \leq 1,35$. Além disso, a Figura 4.27 mostra que o parâmetro c tem valor superior a 0,2, indicando que a alternativa correta atrai os alunos com baixa proficiência mais do que o esperado.

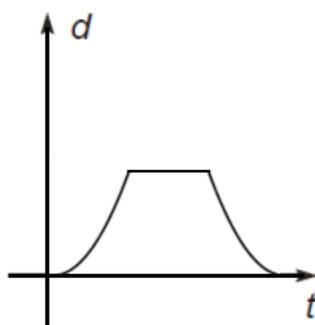


Figura 4.26: sugestão de distrator do item 142.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,59	0,27	0,32	0,40	0,38
	A	B	C	D	E
	15,8%	18,2%	12,7%	40,0%	5,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,07	-0,10	-0,17	0,38	-0,03
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,138		1,652		0,257

Figura 4.27: parâmetros do item 156.

O item exigia do aluno o conhecimento de geometria espacial, em especial da definição de pirâmide regular. Por ser regular, a projeção ortogonal do vértice da pirâmide coincide com o centro do quadrado da base. Assim, unindo-se o vértice da pirâmide, o centro da base e um dos pés das alturas das faces laterais da pirâmide, seria formado um triângulo retângulo com hipotenusa 179 e catetos 137 e $\frac{l}{2}$, onde l representa o lado do quadrado da base. Assim, $(\frac{l}{2})^2 + 137^2 = 179^2$, e a área l^2 seria o quádruplo do resultado da diferença $179^2 - 137^2$.

Com o objetivo de facilitar as contas, uma vez que não é possível utilizar calculadora no ENEM, o aluno poderia utilizar a diferença de quadrados $a^2 - b^2 = (a + b) \times (a - b)$ para transformar $179^2 - 137^2$ em $(179 + 137) \times (179 - 137) = 316 \times 42 = 40 \times 316 + 2 \times 316 = 4 \times 3160 + 632 = 12640 + 632 = 13272$. Assim, a área seria dada por $13272 \times 4 = 53088$.

Trata-se de um item que envolve alguns cálculos mais complexos e, desta forma, sugere-se apenas que seja aplicado a um número maior de estudantes com o objetivo de

melhor avaliar os seus parâmetros. Uma figura da pirâmide de Quéops poderia ajudar na contextualização da questão.

Item 143

O item 143 apresenta parâmetros de dificuldade que indicam um item fácil, com quase três quartos dos alunos assinalando a alternativa correta, como mostra a Figura 4.28.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,91	0,55	0,36	0,72	0,46
	A	B	C	D	E
	3,0%	71,5%	9,7%	3,6%	7,3%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	0,05	0,46	-0,38	-0,42	-0,23
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	0,872		-0,688		0,229

Figura 4.28: parâmetros do item 143.

A resolução do item era, de fato, simples. Bastava notar que a fabricação dos pães estará limitada pela quantidade de ovos, uma vez que 12 quilos de farinha era suficiente para 12 porções de 24 pães, 3,6 quilos de manteiga era suficiente para 18 porções de 24 pães, mas 54 ovos só permitiria ao padeiro fazer 9 porções de 24 pães. Assim, o número máximo de pães que poderiam ser feitos é igual a $9 \times 24 = 216$.

A CCI mostra que o item, apesar de fácil, apresenta uma discriminação apenas moderada, dada a sua forma achatada (Figura 4.29). Além disso, ressalta-se que o parâmetro de acerto ao acaso foi levemente superior a 0,2, o que também não é desejável. Logo, sugere-se o aprimoramento do item e a sua aplicação a um grupo maior de alunos.

Item 160

O item 160 apresenta alta dificuldade para os alunos e possui discriminação moderada, como mostra a Figura 4.30.

Apesar de aparentarem ser bons distratores, um aluno mediano, por meio de uma análise simples, poderia “chutar” de maneira consciente na alternativa B, bastando, para tal, que transformasse as opções de resposta em frações. Fazendo isso, as alternativas

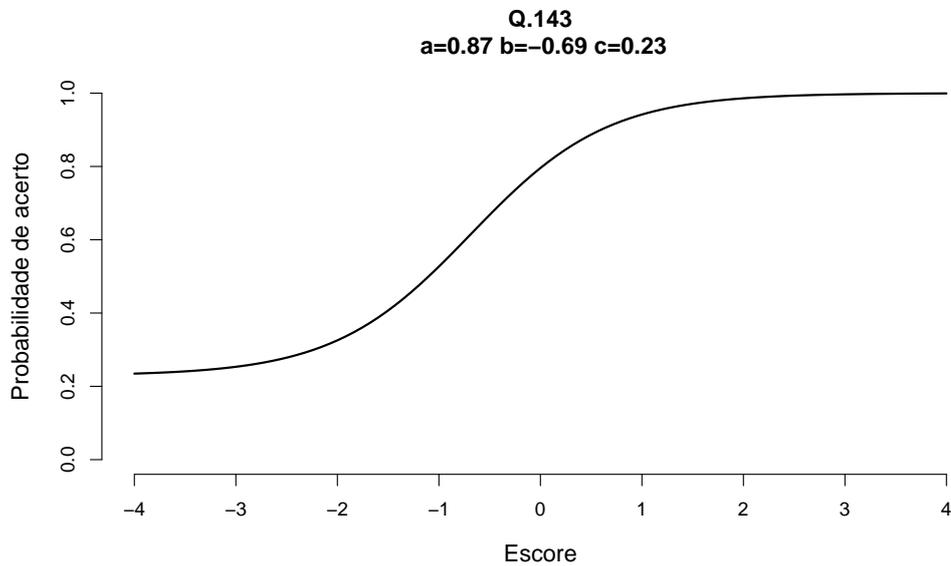


Figura 4.29: curva característica do item 143.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,61	0,24	0,36	0,46	0,41
	A	B	C	D	E
	4,8%	18,8%	46,1%	10,9%	8,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,03	-0,19	0,41	-0,12	-0,12
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	0,829	0,982	0,194		

Figura 4.30: parâmetros do item 160.

seriam iguais a $\frac{13}{20}$, $\frac{59}{90}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{7}{10}$ e $\frac{22}{30}$, respectivamente. Destas, a mais plausível, dadas as proporções estabelecidas no texto. De fato, sejam O_1 o centro de uma das circunferências azuis e O_2 o centro de uma das circunferências amarelas, o triângulo com vértices em O_1 , O_2 e O é retângulo, e pelo teorema de Pitágoras chegamos à fração $\frac{2}{3}$ para a razão entre o diâmetro da circunferência amarela e o da azul.

A AGI do item mostra que, a partir de 21 acertos, a alternativa C é a que apresenta maior proporção de marcações, sendo ultrapassada apenas pela alternativa B em duas ocasiões: para o grupo de alunos que acertou 28 itens e para o que acertou 36 itens.

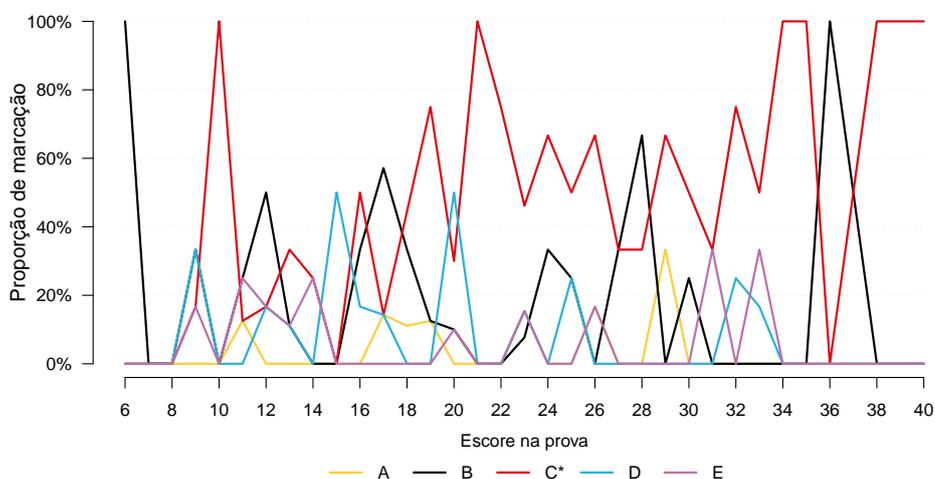


Figura 4.31: análise gráfica do item 160.

Assim, sugere-se que sejam considerados distratores que apresentem maior plausibilidade em aplicações futuras do item.

Item 157

O item 157 é considerado fácil, pelo parâmetro b da TRI e nota-se, pela Figura 4.32 que mais de 95% dos alunos de melhor desempenho acertaram o item. Entretanto, o item apresenta apenas uma discriminação moderada, de acordo com o parâmetro a .

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,96	0,57	0,39	0,78	0,57
	A	B	C	D	E
	1,8%	6,1%	77,6%	4,2%	6,7%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
-0,22	-0,42	0,57	-0,31	-0,26	

TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c
		1,167	-1,015

Figura 4.32: parâmetros do item 157.

Para resolver o item, bastava aplicar a ideia de proporcionalidade, notando que 30 está para 10 assim como 27 está para 9. A AGI mostra que todos os alunos com 30 acertos ou mais assinalaram a alternativa correta.

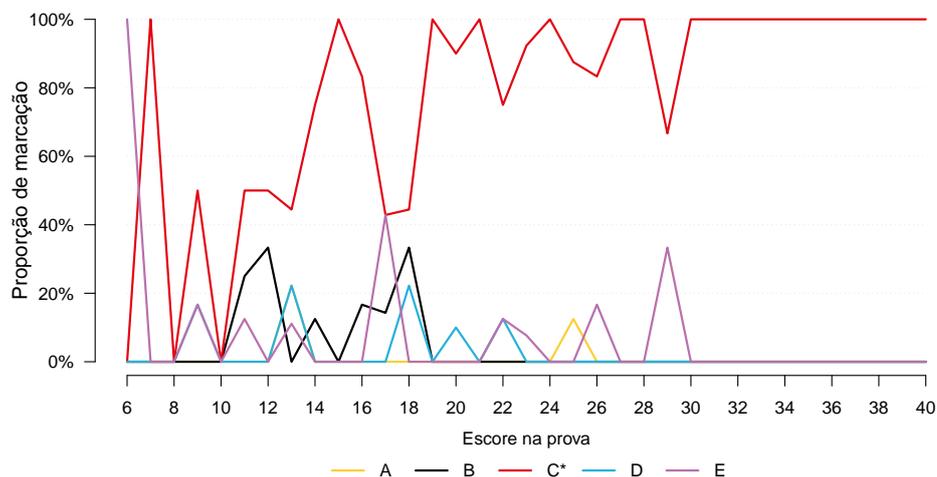


Figura 4.33: análise gráfica do item 157.

Item 144

Com percentual de acerto levemente superior a 50%, o item 144 pode ser considerado um item de dificuldade intermediária, apesar do parâmetro b da TRI classificá-lo com difícil. Como citado anteriormente, essa flexibilização na classificação do item é por vezes necessária, dado o grau de complexidade que um teste de matemática apresenta para a maior parte dos alunos. Ressalta-se, na Figura 4.34, o valor do parâmetro de acerto ao acaso consideravelmente superior ao valor limite 0,2.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,70	0,31	0,39	0,50	0,43
	A	B	C	D	E
	50,3%	12,7%	8,5%	25,5%	2,4%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	0,43	-0,25	-0,15	-0,21	-0,44
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	0,934		1,089		0,277

Figura 4.34: parâmetros do item 144.

Como sugestão de melhoria do item, poderia haver, por exemplo, um gráfico representado por uma reta decrescente que interceptasse o eixo das abscissas também no ponto 32. Faz-se necessário um aprimoramento do item no sentido de torná-lo mais discriminativo e com um parâmetro de acerto ao acaso inferior a 0,2, de tal forma que a alternativa correta não atraia a atenção dos alunos com baixa proficiência.

Item 158

O item 158, considerado de dificuldade mediana, apresenta parâmetro de acerto ao acaso inferior a 0,2, porém uma discriminação apenas moderada, como mostra a Figura 4.35.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,72	0,33	0,39	0,53	0,47
	A	B	C	D	E
	12,7%	4,8%	15,8%	9,7%	52,7%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,34	-0,38	0,00	-0,29	0,47
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	0,824		0,505		0,197

Figura 4.35: parâmetros do item 158.

Nota-se que todas as alternativas incorretas de resposta apresentam bisserial negativo, exceto a alternativa C. Isso ocorreu, provavelmente, por descuido de alguns alunos que verificaram que $2 \times 18 + 1 = 37$ é um número primo, esquecendo-se de que o próprio número 18 não é primo. A CCI (Figura 4.36) mostra que o item é pouco discriminativo, dada a sua forma achatada.

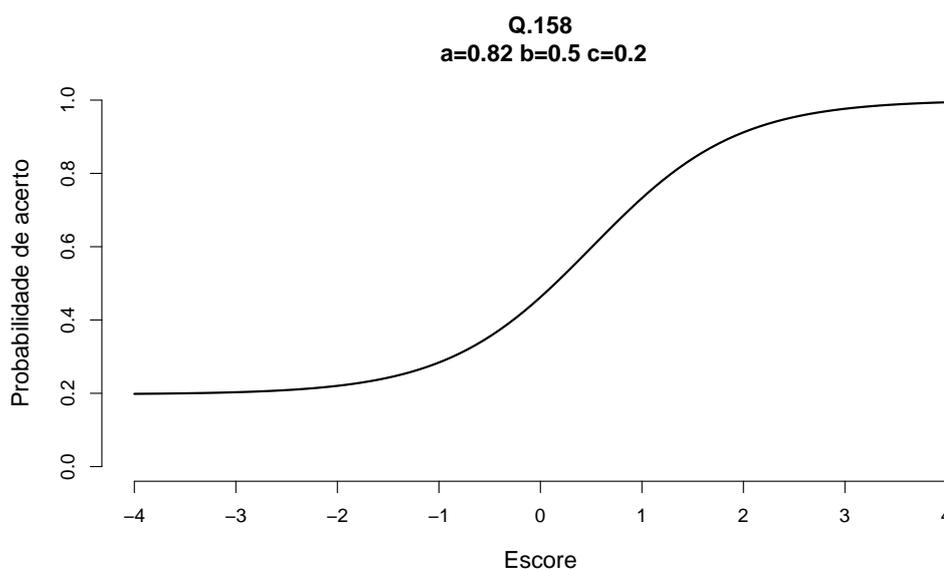


Figura 4.36: curva característica do item 158.

Sugere-se, neste caso, que o item seja reaplicado para um número maior de alunos, para que seus parâmetros sejam analisados com maior precisão.

4.4 Análise dos Itens Bons

Neste grupo, de itens considerados bons, encontram-se todos aqueles que obtiveram, na Teoria Clássica dos Testes, uma discriminação superior a 40%. Logo, por serem 26 itens com essa característica, optou-se por um segundo critério de ordenação, que levará em consideração a discriminação calculada pela Teoria de Resposta ao Item.

Assim, os itens serão analisados começando-se pelos menos discriminativos, de acordo com a seguinte ordem: 167, 173, 168, 151, 137, 174, 170, 155, 141, 169, 172, 154, 152, 159, 149, 178, 177, 171, 148, 150, 179, 176, 146, 164, 180 e 136.

Itens com discriminação moderada pela TRI

Item 167

Os parâmetros de dificuldade indicam que o item 167 é considerando difícil, com cerca de 45% de acerto. A alternativa correta apresenta um bisserial positivo alto, indi-

cando que o escore médio dos alunos que acertaram o item é consideravelmente superior ao escore médio no teste para todos os respondentes. A Figura 4.37 mostra ainda que todas as alternativas incorretas apresentaram bisserial negativo, como esperado de um item bem formulado.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,65	0,24	0,41	0,45	0,48
	A	B	C	D	E
	6,7%	7,9%	25,5%	7,3%	44,8%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,19	-0,32	-0,03	-0,22	0,48
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	0,976		0,963		0,195

Figura 4.37: parâmetros do item 167.

A única ressalva na análise dos bisserias das alternativas incorretas aparece na letra C, cujo bisserial é próximo de zero. Tal alternativa afirma que “A área do mapa resultante da projeção cônica é igual a um terço da área do proveniente da projeção cilíndrica”, o que pode ter atraído alguns alunos com bom desempenho, uma vez que essa relação de “um terço” aparece quando se comparam os volumes de um cilindro e de um cone que possuem mesma área da base e altura. A AGI, Figura 4.38, confirma que, a partir de 18 acertos no teste, as alternativas C e E revezam-se como as mais marcadas pelos estudantes.

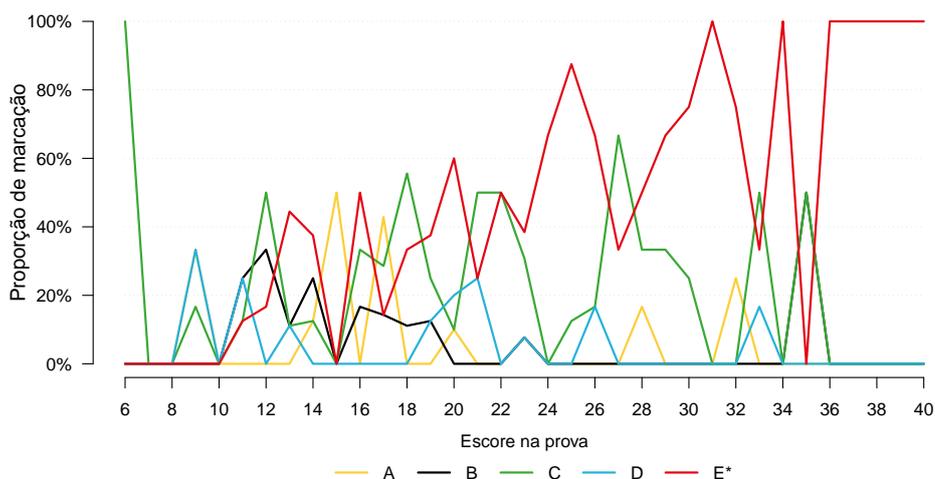


Figura 4.38: análise gráfica do item 167.

Item 173

O item 173 é considerado difícil e tem um parâmetro de acerto ao acaso inferior a 0,2, como esperado. A Figura 4.39 mostra, entretanto, que há uma alternativa incorreta que apresenta bisserial positivo, indicando que esta pode estar funcionando como um “peguinha” para estudantes de bom desempenho geral no teste.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,67	0,14	0,53	0,43	0,50
	A	B	C	D	E
	43,0%	10,3%	15,8%	13,9%	5,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	0,50	-0,21	-0,11	-0,26	0,04
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,051		0,796		0,149

Figura 4.39: parâmetros do item 173.

O item poderia ser resolvido por meio de semelhança de triângulos ou, de forma mais direta, utilizando-se a relação métrica no triângulo retângulo que diz que o produto da medida da altura relativa à hipotenusa pela medida da própria hipotenusa é igual ao produto das medidas dos catetos.

Ao que tudo indica, houve um erro de digitação na prova, de tal forma que os dois últimos itens apresentavam a mesma resposta. Talvez por isso, alunos de bom desempenho no teste tenham sido atraídos por essa coincidência, assinalando a letra E como resposta correta por meio de “chute”, caso não tivessem tido tempo de resolver o item. Critica-se ainda o fato de as alternativas de resposta não estarem ordenadas de forma crescente ou decrescente, como se espera de um bom item.

Item 168

Tal como o item 173, o item 168 apresenta um parâmetro c inferior a 0,2, possui uma alternativa incorreta com bisserial positivo, porém é considerado mais difícil, como mostra a Figura 4.40.

Apesar de ser resolvido utilizando-se apenas as razões trigonométricas no triângulo retângulo, o item necessitava de uma construção geométrica que não estava presente no item, tornando-o mais complicado do que o item 173, que também cobrava geometria

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,54	0,14	0,40	0,32	0,45
	A	B	C	D	E
	9,7%	20,0%	31,5%	17,0%	8,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,32	0,01	0,45	-0,03	-0,14
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,066	1,703	0,164		

Figura 4.40: parâmetros do item 168.

plana. Na figura abaixo, queremos descobrir o comprimento do segmento AB . Para tal, é traçada uma paralela à reta r , passando pelo ponto A , de tal forma que são determinados dois triângulos retângulos ACD e AEF , com ângulos internos agudos iguais a 30 graus (ângulos verdes) e 60 graus (ângulos azuis).

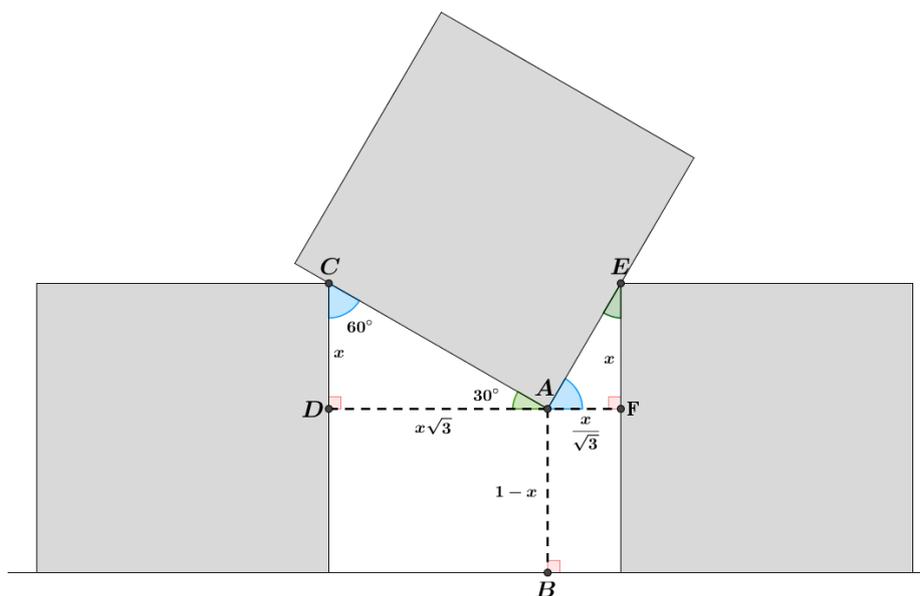


Figura 4.41: figura ilustrativa da resolução do item 168.

Sendo x o comprimento dos segmentos CD e EF , temos que $AD = x\sqrt{3}$ e $AF = \frac{x}{\sqrt{3}}$, tais que $x\sqrt{3} + \frac{x}{\sqrt{3}} = 1$, uma vez que os quadrados das pontas foram mantidos em suas posições originais, logo $DF = 1$. Assim, $x = \frac{\sqrt{3}}{4}$, o que implica em $AB = \frac{4-\sqrt{3}}{4}$.

Nota-se, pela análise gráfica do item 168 (Figura 4.42, que apesar de a alternativa correta começar a se destacar das demais, a partir de 22 acertos no teste, em alguns momentos ela é menos marcada que as alternativas B e D. Sugere-se que o item seja reaplicado, sem modificações, para um maior número de alunos.

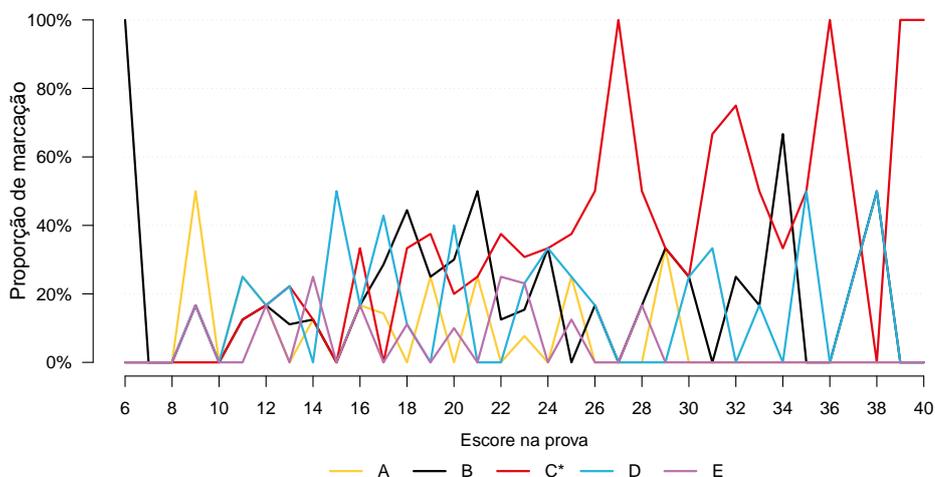


Figura 4.42: análise gráfica do item 168.

Item 151

O item 151 tem uma alta discriminação pela TCT, uma vez que cerca de três quartos do grupo com desempenho superior acertam o item, enquanto menos de um quinto do grupo com desempenho inferior o acerta. Já pela TRI, há uma discriminação de moderada para alta, mas que ainda é classificada como moderada, dado que $a < 1,35$. Além disso, a Figura 4.43 mostra que a questão é considerada difícil e apresenta um bisserial positivo alto, além de um parâmetro de acerto ao acaso inferior a 0,2.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,74	0,18	0,56	0,44	0,57
	A	B	C	D	E
	14,5%	18,8%	44,2%	7,9%	7,3%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,31	-0,23	0,57	-0,06	-0,13
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,257	0,703	0,163		

Figura 4.43: parâmetros do item 151.

O item envolvia conhecimentos de proporcionalidade e conversão de unidades de medida, com transformações de *km* para *m* e de minutos para segundos. A CCI (Figura 4.44 mostra que o item possui uma discriminação classificada como moderada, mas cuja forma é menos achatada do que alguns itens analisados previamente.

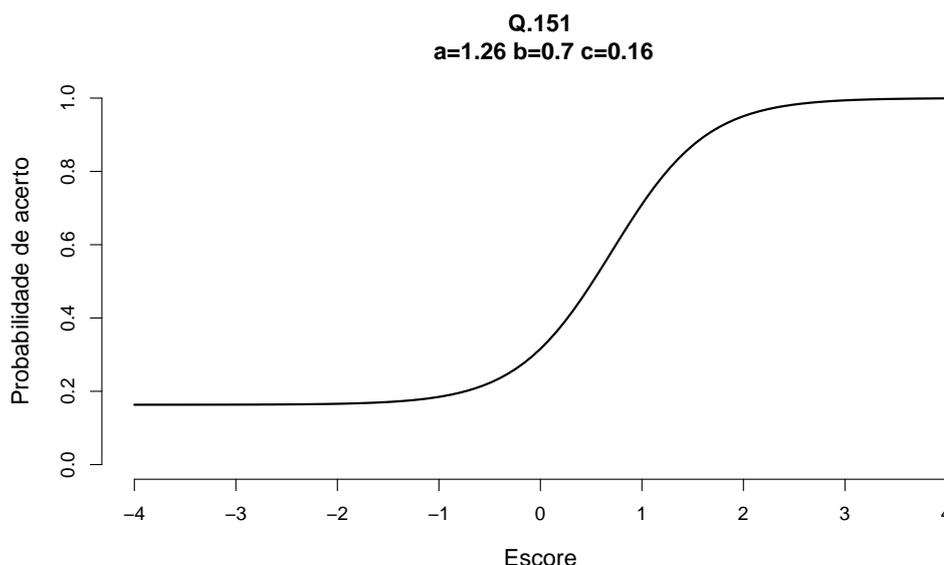


Figura 4.44: curva característica do item 151.

Item 137

Com dificuldade mediana e parâmetro de acerto ao acaso levemente superior a 0,2, o item 137 apresenta discriminação de moderada para alta e bisseriais dentro do esperado, com valores negativos para todas as alternativas incorretas e um valor positivo alto para a opção correta, como mostra a Figura 4.45

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,83	0,27	0,56	0,54	0,55
	A	B	C	D	E
	6,7%	8,5%	17,6%	6,1%	53,9%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,13	-0,22	-0,50	-0,06	0,55
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,286	0,354	0,210		

Figura 4.45: parâmetros do item 137.

A resolução do item utiliza a idéia de médias, podendo ser resolvido geometricamente. Se o cliente comprasse numa proporção 1 : 1, ou seja, 500 gramas de cada tipo de carne (ou 50% de cada tipo), ele teria pago 11 reais, que equivale à média entre os preços praticados pelos dois tipos de carne. Porém, pela Figura 4.46, percebe-se que o cliente comprou mais carne do segundo tipo, que custa R\$10,00 o quilo, uma vez que o valor R\$10,50 está mais próximo de dez reais do que de doze. Nota-se, ainda, que esta

compra foi feita numa proporção 0,5 : 1,5, o que equivale à proporção 1 : 3. Em termos de percentagem, tem-se uma proporção de 25% : 75%, o que significa dizer que 25% da carne comprada foi do primeiro tipo, e 75% foi do segundo tipo. Como o cliente comprou 1 kg de carne, pode-se afirmar que 250 gramas foram de carne do primeiro tipo.

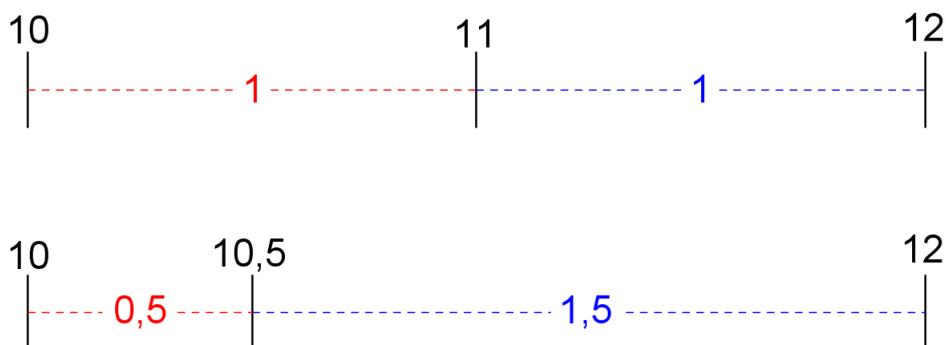


Figura 4.46: figura ilustrativa da resolução do item 137.

Critica-se, neste item, apenas o fato de as alternativas de resposta não estarem ordenadas de forma crescente ou decrescente.

Item 174

O item 174 é mais um que apresenta discriminação de moderada para alta e nível de dificuldade mediano. Além disso, a Figura 4.47 mostra que o parâmetro de acerto ao acaso é inferior a 0,2 e os bisseriais das alternativas incorretas são todos negativos, o que indica que os distratores apresentam plausibilidade, como se espera de um bom item.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,83	0,27	0,56	0,50	0,53
	A	B	C	D	E
	5,5%	50,3%	17,6%	11,5%	9,1%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
-0,17	0,53	-0,25	-0,20	-0,19	
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,318		0,451		0,186

Figura 4.47: parâmetros do item 174.

Considerando o triângulo retângulo com vértices nos centros das circunferências da figura e na projeção ortogonal do centro da menor circunferência sob o suporte vertical,

temos que o cateto que contém parte do suporte vertical e o raio da circunferência maior é igual a 12, uma vez que o seno de 30 graus é igual a $1/2$. Logo, o valor 12 funciona como um bom distrator, tendo atraído quase 20% das marcações e apresentando um bisserial igual a $-0,25$, o que indica que o escore médio dos alunos que marcaram essa opção é bem inferior ao escore médio do teste. Provavelmente, outro bom distrator seria 15 cm, uma vez que o aluno poderia lembrar de somar os 3 cm relativos ao raio da menor circunferência, esquecendo, entretanto, de subtrair os 4 cm da circunferência superior, que não fazem parte da medida do suporte.

Por fim, a AGI mostrada na Figura 4.48 revela que, a partir de 20 acertos, a alternativa correta passa a ser a que apresenta a maior proporção de marcação por parte dos estudantes.

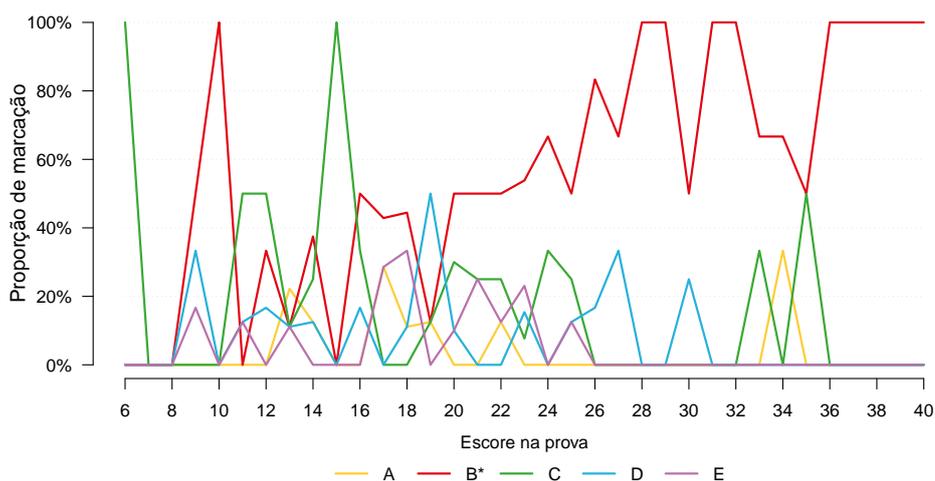


Figura 4.48: análise gráfica do item 174.

Item 170

Com discriminação de moderada para alta e dificuldade mediana, o item 170 é outro que apresenta bisseriais negativos para todas as alternativas incorretas, como esperado de um item bem formulado, como mostra a Figura 4.49. Ressalta-se que o parâmetro de acerto ao acaso tem valor levemente superior a 0,2, que é o limite desejado para o parâmetro.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,85	0,33	0,52	0,54	0,55
	A	B	C	D	E
	13,9%	9,1%	10,3%	53,9%	6,1%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,19	-0,12	-0,31	0,55	-0,31
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,328	0,372	0,217		

Figura 4.49: parâmetros do item 170.

Esta questão pode ser resolvida de diversas formas, desde o cálculo efetivo da área dos trapézios em comparação à área total, até a segmentação do trapézio em dois triângulos retângulos isósceles e um quadrado. De qualquer forma, chega-se à conclusão de que a área da parte escura representa 50% da área total do painel. Dentre os distratores, o mais marcado foi 45% da área total, provavelmente fruto de uma tentativa de “chute” baseado na inclinação de 45 graus do polígono. A AGI (Figura 4.50) mostra que a alternativa A foi marcada inclusive por estudantes com 35 acertos.

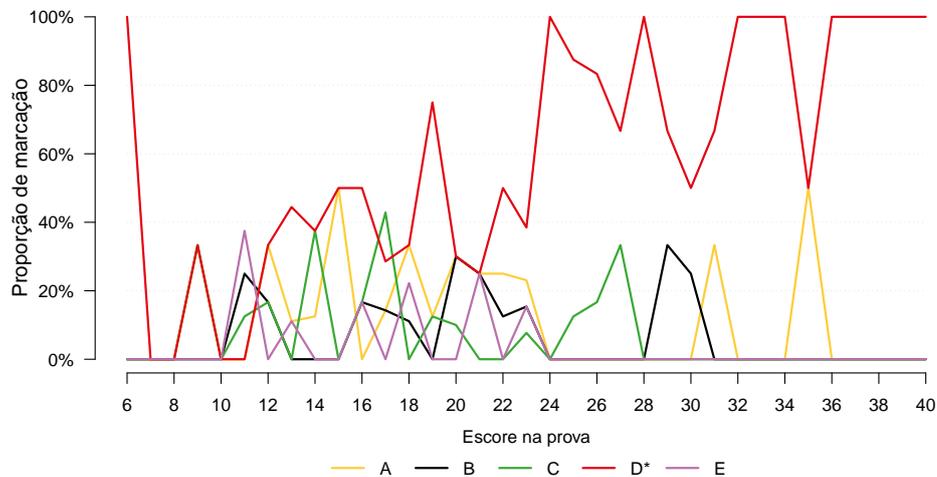


Figura 4.50: análise gráfica do item 170.

Por fim, novamente há uma crítica quanto à falta de ordenação das alternativas de resposta.

Item 155

Com parâmetro de discriminação muito próximo de 1,35, o item 155 ainda é classificado como de discriminação moderada, porém está no limiar entre a discriminação moderada e alta. Considerado de nível de dificuldade mediano, o item tem mais de 95% de acerto dentro do grupo dos 27% de estudantes com melhor desempenho no teste, como mostra a Figura 4.51.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,96	0,37	0,59	0,67	0,63
	A	B	C	D	E
	11,5%	6,1%	6,7%	4,8%	66,7%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,49	-0,40	-0,18	-0,14	0,63
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,348		-0,342		0,201

Figura 4.51: parâmetros do item 155.

O item cobrava conhecimentos básicos de ângulos na circunferência, bastando, para a sua resolução, que o aluno dividisse 350 por 1500, descobrindo qual o ângulo central corresponderia a essa fração na circunferência. A análise gráfica do item 155 mostra que, a partir de 13 acertos, a alternativa E tem a maior proporção de marcações, sendo que, a partir de 27 acertos, quase a totalidade dos estudantes assinalaram a resposta correta.

Item 141

Último item com discriminação moderada, o item 141 é o primeiro a apresentar uma alternativa de resposta (letra A) com nenhuma marcação, conforme mostra a Figura 4.52. Pode-se observar o impacto disso no parâmetro de acerto ao acaso, que muito provavelmente seria superior a 20%, uma vez que o item conta com apenas quatro alternativas de resposta plausíveis, ao invés de cinco.

Por se tratar de um item que pede o desconto máximo que pode ser concedido ao cliente, de fato a alternativa A não seria uma opção razoável de marcação, por apresentar uma porcentagem muito baixa. Nota-se que quase um terço dos estudantes assinalou a alternativa E, cometendo o erro de apenas subtrair 44% de 80%, o que não faz sentido

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,74	0,22	0,51	0,49	0,51
	A	B	C	D	E
	0,0%	9,1%	49,1%	10,3%	29,1%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-	-0,31	0,51	-0,22	-0,29

TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c
		1,348	0,703

Figura 4.52: parâmetros do item 141.

quando lidamos com porcentagem. Entretanto, o bisserial negativo da alternativa E indica que, em sua maioria, foram os estudantes com menor quantidade de acertos os responsáveis pela marcação desta alternativa incorreta.

Neste caso, sugere-se que os distratores sejam reavaliados, excluindo-se das opções de resposta o 10%.

Itens com discriminação alta pela TRI

Item 169

O item 169 é considerado fácil, o que pode ser verificado tanto pelo parâmetro *b* como pelo fato de 45% dos alunos do grupo inferior terem assinalado a alternativa correta. Além disso, o item tem parâmetro *c* inferior a 0,2 e, apesar de ser considerado fácil, apresenta uma alta discriminação pela TRI, dado que o valor do parâmetro *a* é superior a 1,35, conforme mostra a Figura 4.53.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,93	0,45	0,49	0,73	0,54
	A	B	C	D	E
	4,2%	4,2%	72,7%	4,8%	6,1%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,24	-0,36	0,54	-0,12	-0,27

TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c
		1,387	-0,679

Figura 4.53: parâmetros do item 169.

Para resolver o item, bastava que o aluno multiplicasse 4,5 pela escala de 1.150.000 cm ou, de forma mais direta, por 11,5 km, resultando em 51,75 km. A Figura 4.54 revela

que alunos com proficiência igual a 0, ou seja, iguais à média, tinham mais de 80% de chance de acertar o item, reflexo da facilidade do item.

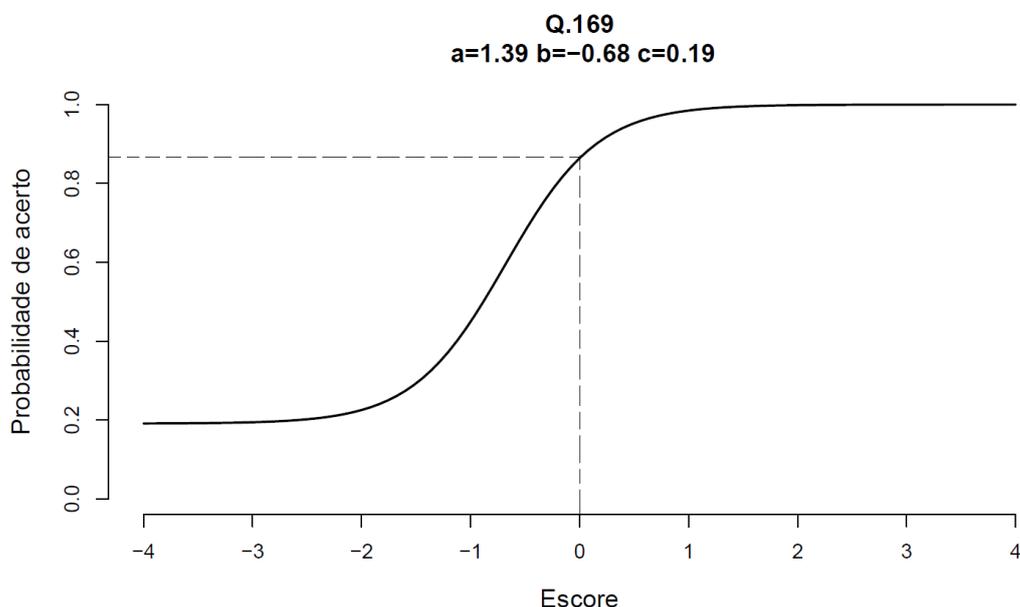


Figura 4.54: curva característica do item 169.

Item 172

O item 172 apresenta dificuldade mediana e alta discriminação, além de um parâmetro de acerto ao acaso bastante inferior a 0,2, o que significa que os alunos com menor proficiência não são atraídos pela alternativa correta. Além disso, a Figura 4.55 mostra que a alternativa B apresenta bisserial positivo, indicando que há bons alunos assinalando esta alternativa como a correta.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,78	0,14	0,64	0,48	0,62
	A	B	C	D	E
	16,4%	5,5%	10,3%	47,9%	10,9%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
-0,46	0,02	-0,36	0,62	-0,08	
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,402		0,334		0,124

Figura 4.55: parâmetros do item 172.

O item cobrava conhecimentos de geometria espacial, e, mais especificamente, da planificação da superfície lateral, que geraria um setor circular, cujo raio é igual à geratriz do cone, a qual tem medida superior ao raio da base do cone (igual ao raio do silo). Como pouco mais de 5% assinalou a alternativa B como correta, acredita-se que isso ocorreu mais por descuido do que pelo fato de a alternativa ter funcionado como “peguinha”. Logo, sugere-se, apenas, que o item seja aplicado para um número maior de alunos, a fim de verificar se continua existindo um bisserial positivo para uma alternativa incorreta de resposta.

Item 154

o item 154 é um item considerado fácil, com parâmetro de acerto ao acaso inferior a 0,2 e alta discriminação. A Figura 4.56 mostra que os valores dos bisseriais também estão dentro do esperado, com valores negativos para as alternativas incorretas e um valor positivo alto para a alternativa correta.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,96	0,51	0,45	0,78	0,61
	A	B	C	D	E
	3,0%	4,2%	6,1%	77,6%	3,6%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,23	-0,33	-0,38	0,61	-0,44
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,444		-0,943		0,185

Figura 4.56: parâmetros do item 154.

O item cobrava uma análise gráfica relativamente simples e não havia a necessidade de realizar nenhum cálculo. A AGI da Figura 4.57 mostra que a partir de 10 acertos, a alternativa correta era a que apresentava a maior proporção de marcações.

Item 152

O item 152 possui dificuldade elevada, com taxa de acerto inferior a 45%, além de apresentar uma parâmetro *c* levemente superior a 0,2. A Figura 4.58 revela que a alternativa C, incorreta, recebeu pouco mais de um quinto das marcações do item e apresentou o maior dos bisseriais negativos das alternativas incorretas.

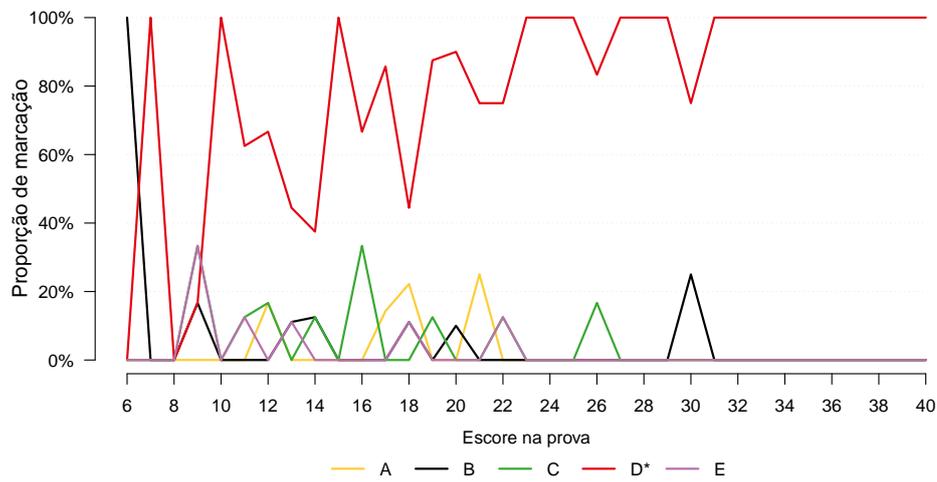


Figura 4.57: análise gráfica do item 154.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,74	0,22	0,51	0,44	0,53
	A	B	C	D	E
	9,1%	6,7%	20,6%	44,2%	13,9%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
-0,11	-0,29	-0,06	0,53	-0,34	
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,501	0,801	0,202		

Figura 4.58: parâmetros do item 152.

A resolução do item utilizava conceitos de proporcionalidade e, em especial, da regra de três composta. Há, entretanto, uma falha na elaboração do item pelo fato de não haver comando na questão. Em geral, o comando deve apresentar uma pergunta direta ou uma afirmação incompleta a ser continuada por uma das alternativas de resposta. Note, porém, que a última sentença do texto-base do item diz “*A partir desses dados, a Sra. Barnabé quer determinar qual o número de cabras necessárias para consumir um pasto inteiro em 40 dias, consumindo-o em 12 horas por dia.*”, sem efetivamente fazer uma pergunta ou deixar a afirmação incompleta. Apesar de não prejudicá-lo, sugere-se que o comando do item seja reformulado, sendo colocado em um parágrafo distinto do texto-base.

Item 159

O item 159 apresenta dificuldade de mediana para difícil, parâmetro de acerto ao acaso inferior a 0,2 e alta discriminação, com parâmetro a superior a 1,35. A Figura 4.59 confirma, pela TCT, que o poder de discriminação do item é alto, uma vez que 78% dos alunos do grupo superior acertam o item, enquanto apenas 18% do grupo inferior acertam.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,78	0,18	0,60	0,47	0,63
	A	B	C	D	E
	8,5%	17,6%	17,6%	47,3%	3,0%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,17	-0,16	-0,37	0,63	-0,19
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,505		0,524		0,174

Figura 4.59: parâmetros do item 159.

O aluno deveria notar, para resolver o item, que $d > h$, uma vez que $d = 1,1h$. Logo, se a distância entre os dois corredores era de 2,25 m, tem-se que $d - h = 2,25$, o que implica em $0,1h = 2,25$, substituindo-se d por $1,1h$. Assim, os valores de d e h são, respectivamente, iguais a 24,75 e 22,5, ou seja, $d + h = 47,25$. A análise gráfica do item mostra que a alternativa correta se destaca das demais para o grupo de alunos que alcançam 28 ou mais acertos.

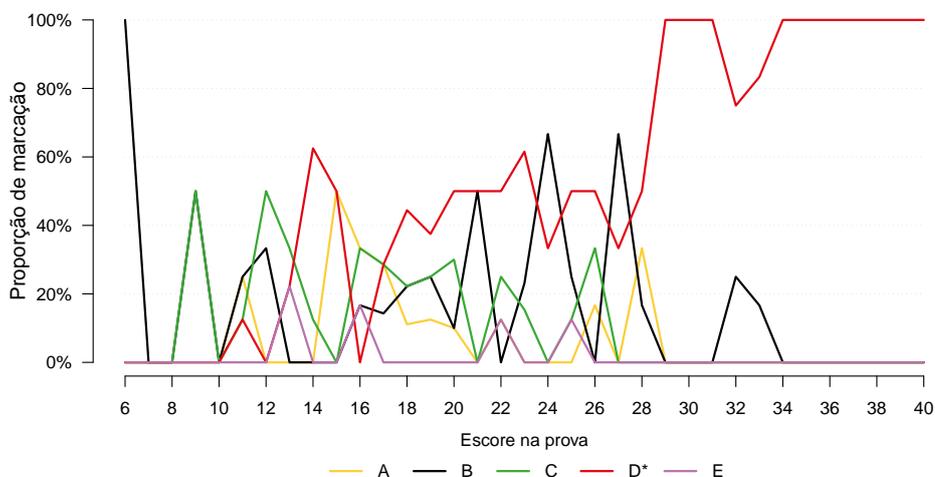


Figura 4.60: análise gráfica do item 159.

Item 149

Apesar de apresentar dificuldade mediana e ter alta discriminação, a Figura 4.61 revela que o item 149 possui dois problemas: uma alternativa incorreta com bisserial positivo e parâmetro de acerto ao acaso consideravelmente superior a 0,2, o que indica que a alternativa correta tende a atrair até mesmo os estudantes com baixa proficiência mais do que o esperado.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,91	0,37	0,55	0,57	0,53
	A	B	C	D	E
	7,3%	57,0%	13,9%	10,9%	5,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	0,07	0,53	-0,20	-0,43	-0,35
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,603	0,345	0,263		

Figura 4.61: parâmetros do item 149.

Para resolver o item, o aluno deveria, apenas, estabelecer uma relação entre os dois valores citados no texto: 996 mil e 2,01 milhões. Entretanto, a escolha do comando da questão não foi a mais prudente, tendo em vista que o item diz “*O termo que pode completar adequadamente a lacuna na manchete acima é:*”, estabelecendo como verda-

deira uma relação que é apenas aproximada, já que 996 não corresponde à metade de 2,01 milhões (apesar de estar muito próximo disso).

Logo, sugere-se a reformulação do comando e a reaplicação do item para um número maior de estudantes, já que a alternativa A (996 mil correspondendo a 2% de 2,01 milhões) não deveria estar atraindo os bons alunos, como indicado pelo bisserial positivo igual a 0,07.

Item 178

O item 178 apresenta discriminação de alta para muito alta e é considerado fácil pela análise do parâmetro b . Além disso, apresenta bisseriais negativos para todas as alternativas incorretas e parâmetro de acerto ao acaso inferior a 0,2, como mostra a Figura 4.62.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,96	0,47	0,49	0,73	0,52
	A	B	C	D	E
	3,6%	3,6%	72,7%	6,7%	6,1%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,40	-0,23	0,52	-0,22	-0,33
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,668		-0,630		0,186

Figura 4.62: parâmetros do item 178.

Uma vez que 3, 4 e 5 são números primos entre si, o mínimo múltiplo comum corresponde ao produto dos números. Por esse motivo, sugere-se que, numa próxima aplicação, o item seja testado com três valores que não sejam primos entre si, e com pelo menos uma alternativa de resposta que corresponda ao produto, de forma a verificar se o aluno compreendeu, de fato, o conceito de mínimo múltiplo comum. Reforça-se, também, a necessidade de ordenação das alternativas de respostas.

Por fim, a CCI da Figura 4.63 mostra que há, realmente, uma alta discriminação, dado o formato da curva, com uma alta inclinação no ponto de inflexão da curva.

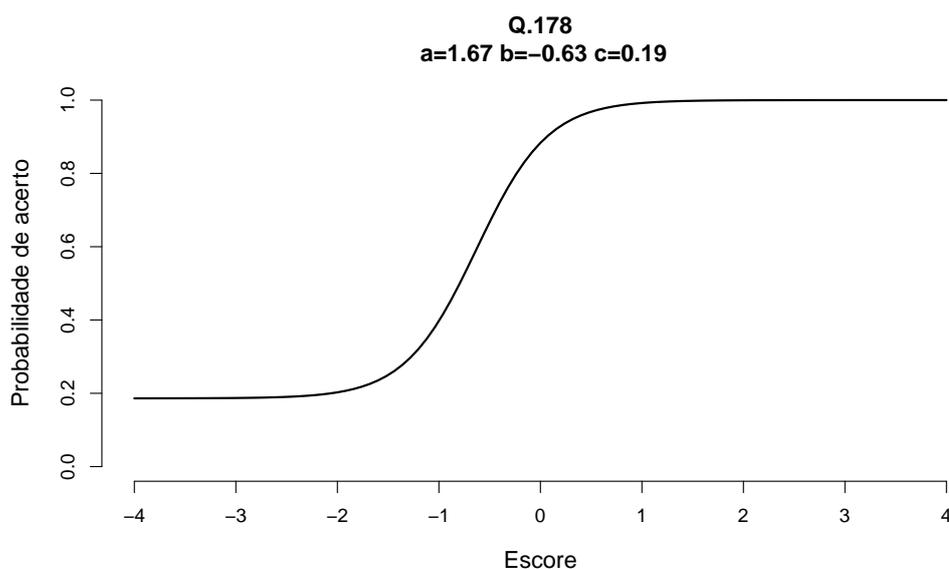


Figura 4.63: curva característica do item 178.

Itens com discriminação muito alta pela TRI

No último grupo analisado, encontram-se todos os itens que foram considerados bons e que apresentaram discriminação muito alta pela TRI, com parâmetro a superior a 1,7.

Item 177

Com dificuldade mediana e menos de 60% de taxa de acerto, o item 177 apresenta parâmetro c com valor dentro do esperado, assim como bisserial positivo para a alternativa correta e negativo para as alternativas incorretas, como mostra a Figura 4.64

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,91	0,29	0,63	0,59	0,62
	A	B	C	D	E
	9,7%	59,4%	8,5%	10,9%	3,0%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
-0,27	0,62	-0,20	-0,39	-0,15	
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,713		-0,110		0,151

Figura 4.64: parâmetros do item 177.

A resolução do item 177 é similar à do item 178, utilizando o conceito de mínimo múltiplo comum. Porém, neste caso, os três valores citados contém fatores comum, o que dificulta parcialmente a resolução do item. Sugere-se como alternativa de resposta a opção “1 minuto”, por se tratar da soma dos três valores citados: 12, 18 e 30 segundos. Acredita-se que tal alternativa funcionaria como um distrator plausível, e não como “peguinha”.

Apesar de ser um item com dificuldade mediana, a AGI da Figura 4.65 mostra que para 13 ou mais acertos, a alternativa correta é a que apresenta a maior proporção de marcações.

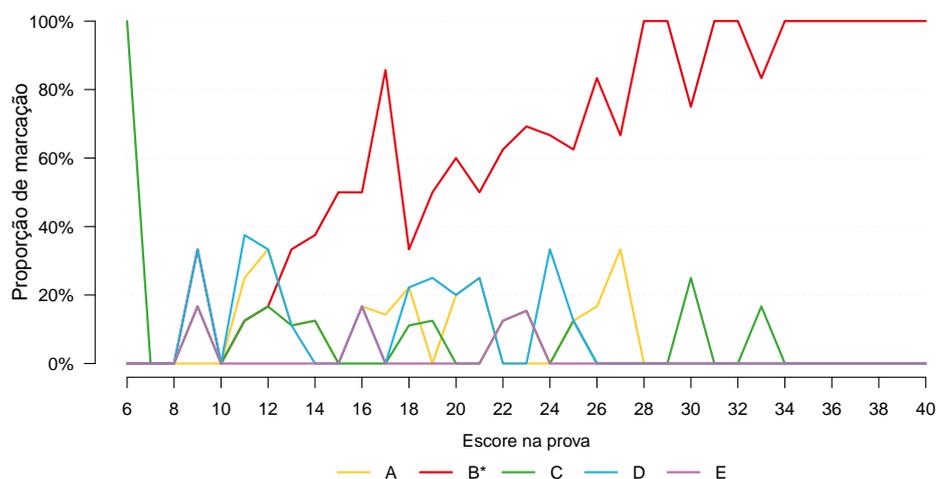


Figura 4.65: análise gráfica do item 177.

Item 171

O item 171 apresenta dificuldade mediana para difícil, com menos de 50% de taxa de acerto. A Figura 4.66 mostra que 83% do grupo dos alunos com maiores notas acertou o item, enquanto apenas 18% dos alunos com menores notas acertou o item, o que mostra que o item tem alto poder de discriminação.

O item associava matemática financeira, função exponencial e função polinomial do primeiro grau em um contexto que utilizava o método da interpolação, estudado em disciplinas de graduação como cálculo numérico, por exemplo. Os cálculos envolvidos

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,83	0,18	0,64	0,46	0,64
	A	B	C	D	E
	46,1%	11,5%	10,9%	9,7%	11,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	0,64	-0,35	-0,20	-0,29	-0,08
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,775	0,469	0,155		

Figura 4.66: parâmetros do item 171.

eram relativamente simples e, fosse o item redigido de maneira convencional, sem contextualização, certamente haveria uma maior taxa de acerto, mesmo por parte dos alunos com proficiências mais baixas. Logo, a contextualização do problema, provavelmente transformou um item que seria simples mas pouco discriminativo em um item de dificuldade mediana, mas altamente discriminativo, como desejado.

A análise gráfica do item 171 (Figura 4.67) mostra que de 22 acertos em diante, a alternativa correta tende a aparecer em maior proporção do que as demais, exceto em dois grupos, o de alunos com 25 e 38 acertos.

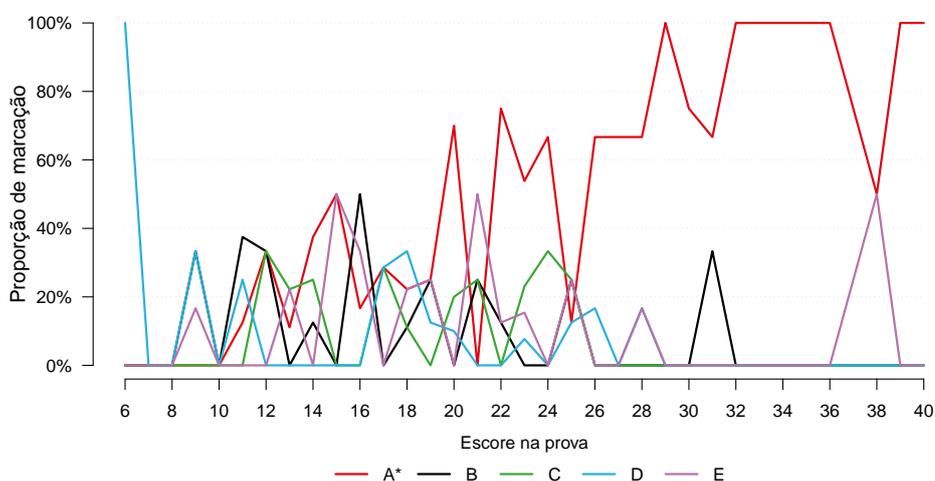


Figura 4.67: análise gráfica do item 171.

Item 148

O item 148 apresenta alta dificuldade, com cerca de 41% de acerto e parâmetro de acerto ao acaso no limite desejado, uma vez que c deve ser inferior a 0,2. A Figura 4.68 mostra ainda que todas as alternativas incorretas possuem bisserial negativo, inclusive a alternativa D, responsável por mais de um quinto das marcações dos estudantes.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,70	0,18	0,51	0,41	0,57
	A	B	C	D	E
	7,9%	11,5%	41,2%	21,2%	7,3%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,16	-0,18	0,57	-0,17	-0,31

TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c
		1,817	0,877

Figura 4.68: parâmetros do item 148.

Utilizando porcentagens, o estudante deveria ser capaz de montar a equação $(x + 50) \times (0,9y) = 1,2xy$, obtendo um valor x igual a 150. A Figura 4.69 mostra a CCI do item 148.

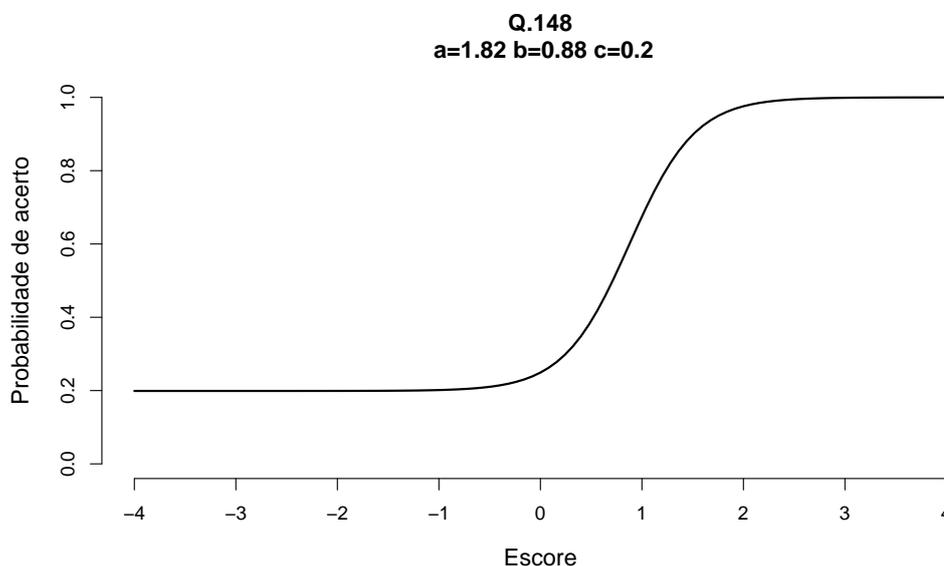


Figura 4.69: curva característica do item 148.

Item 150

Com nível de dificuldade muito alto e parâmetro de acerto ao acaso bem abaixo de 0,2, dois aspectos do item 150 se destacam na Figura 4.70: o bisserial positivo da alternativa B e a proporção de marcação da alternativa D.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,46	0,02	0,44	0,23	0,65
	A	B	C	D	E
	23,0%	8,5%	14,5%	30,3%	9,7%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
0,65	0,08	-0,11	-0,09	-0,45	
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	1,825	1,569	0,120		

Figura 4.70: parâmetros do item 150.

Sejam C e H os conjuntos de alunos que visitaram o Museu de Ciência e o Museu de História, respectivamente, e sejam c e h a quantidade de alunos dos conjuntos C e H , nessa ordem, temos que $0,2c$ e $0,25h$ representam a mesma coisa: a quantidade de alunos que visitaram ambos os museus. Assim sendo, a Figura 4.71 ilustra a situação descrita.

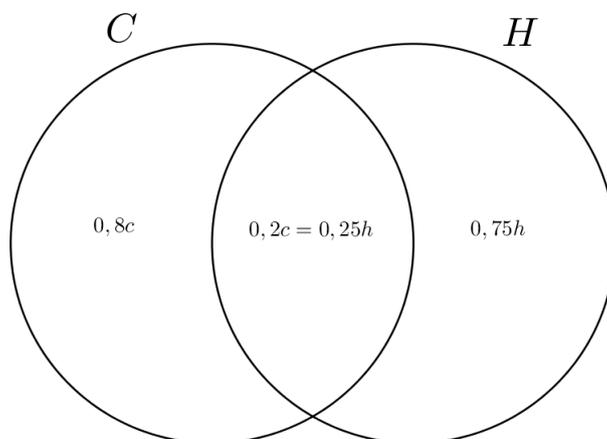


Figura 4.71: parâmetros do item 150.

Da relação $0,2c = 0,25h$ tem-se que $c = 1,25h$. Logo, como $c + 0,75h = 48$ (analogamente, poderia ser utilizada a equação $0,8c + h = 48$), tem-se que $1,25h + 0,75h = 48$. Assim, $h = 24$ e $c = 1,25 \times 24 = 30$, de tal forma que a interseção dos conjuntos C e H é igual a 6. Ressalta-se que a alternativa D pode ter sido a opção de marcação de

marcação de cerca de 30% dos alunos por meio do cálculo de 25% de 48, que é igual a 12, mas não tem qualquer relação com a interseção entre os dois conjuntos citados.

Item 179

O item 179 é considerado fácil e tem mais de 70% de acerto, como mostra a Figura 4.72. Além disso, apresenta bisserial negativo para todas as alternativas de resposta incorretas.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,98	0,47	0,51	0,73	0,58
	A	B	C	D	E
	4,2%	5,5%	72,7%	6,7%	5,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,19	-0,45	0,58	-0,21	-0,33
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	1,901		-0,639		0,165

Figura 4.72: parâmetros do item 179.

O item 179, tal como os itens 177 e 178, era um item que exigia o cálculo do mínimo múltiplo comum (MMC). Essa repetição de conteúdo ocorre nos simulados, em geral, pelo fato de o professor elaborador selecionar itens cuja matéria esteja sendo dada naquele momento específico do curso, o que acontece com conjuntos numéricos e, conseqüentemente, com MMC na primeira parte do curso, antes do primeiro simulado do semestre (que é o que está sendo analisado).

Item 176

O item 176 é considerado fácil, com uma taxa de acerto próxima a 100% para o grupo dos alunos com maior pontuação no teste como um todo, e apresenta um valor de c inferior a 0,2, conforme se espera de um item bem elaborado. A Figura 4.73 mostra, ainda, que todas as alternativas incorretas apresentam bisserial negativo.

A curva característica do item 176, Figura 4.74, mostra o seu alto poder de discriminação, dada a inclinação da curva no ponto de inflexão $b = -0,67$.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,98	0,45	0,53	0,74	0,62
	A	B	C	D	E
	4,8%	4,8%	73,9%	5,5%	4,2%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
-0,42	-0,36	0,62	-0,22	-0,31	

TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c
		2,205	-0,668

Figura 4.73: parâmetros do item 176.

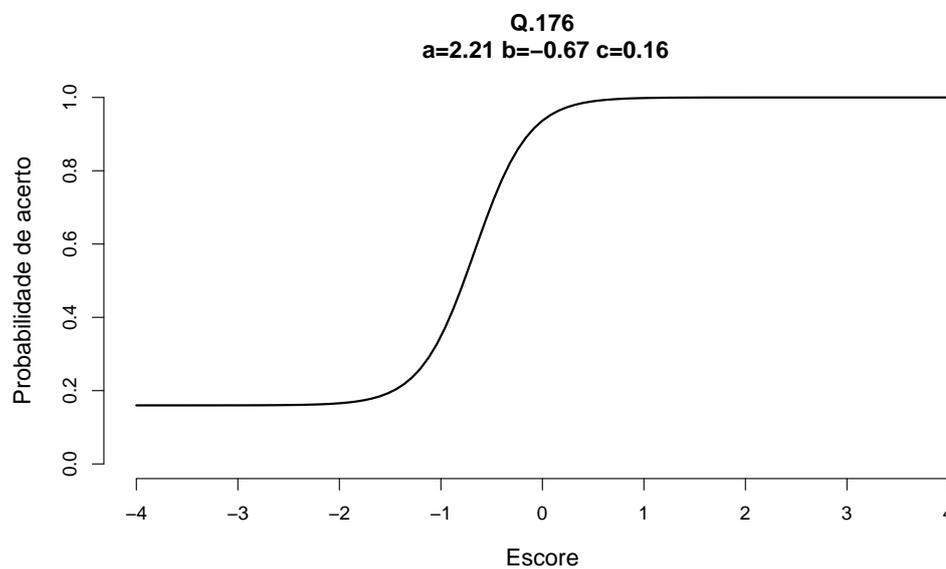


Figura 4.74: curva característica do item 176.

Item 146

O item 146 é considerado difícil, de acordo com o parâmetro b e apresenta pouco mais de 40% de taxa de acerto. Além disso, a Figura 4.75 mostra que o parâmetro de acerto ao acaso foi levemente superior a 0,2 e que as alternativas de B a D, incorretas, tiveram mais de 13% de marcação, cada uma.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,74	0,16	0,58	0,42	0,58
	A	B	C	D	E
	41,8%	13,3%	16,4%	13,3%	5,5%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	0,58	-0,14	-0,17	-0,29	-0,17
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	2,210		0,806		0,205

Figura 4.75: parâmetros do item 146.

Para resolver o item, o aluno deveria montar o seguinte sistema, onde P_1 e P_2 representam os dois produtos citados no item

$$\begin{cases} 0,2P_1 + 0,1P_2 = 2 & [1] \\ 0,8P_1 + 0,9P_2 = 13 & [2] \end{cases}$$

Fazendo $[2] - 4 \cdot [1]$, tem-se que $P_2 = 10$, o que implica em $P_1 = 5$. Provavelmente, muitos alunos tiveram dificuldade no momento de montar o sistema. Entretanto, não era de se esperar tamanha dificuldade no item, uma vez que os alunos poderiam resolvê-lo testando os valores da resposta. A Figura 4.76 mostra que a alternativa correta só se estabiliza como a mais marcada para 30 ou mais acertos.

Item 164

Com nível de dificuldade elevado e menos de 30% de acerto, o item 164 possui parâmetro de acerto ao acaso inferior a 0,2 e destacam-se as alternativas A e B, incorretas, responsáveis por cerca de 40% das marcações, conforme mostra a Figura 4.77.

Sejam D, M, A os conjuntos que representam os jogadores de defesa, meio de campo e ataque, respectivamente, e seja E o conjunto que representa o erro no passe, a

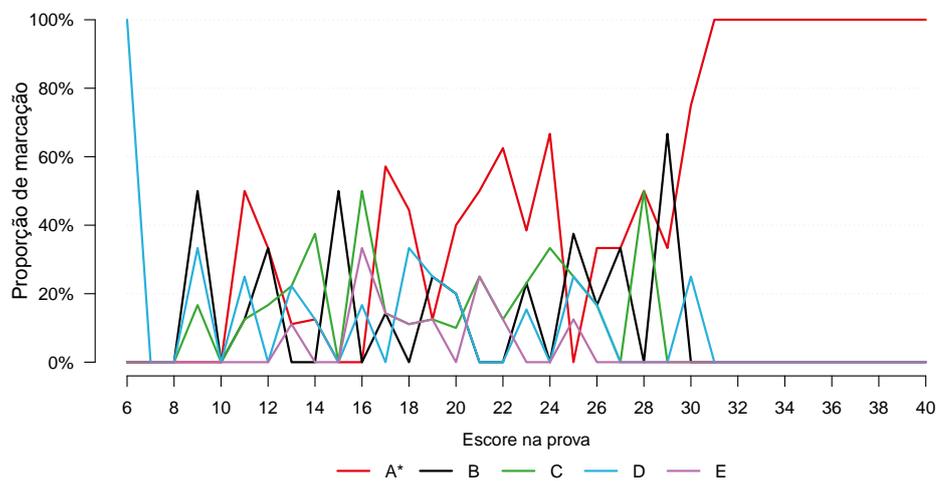


Figura 4.76: análise gráfica do item 146.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,67	0,14	0,53	0,30	0,59
	A	B	C	D	E
	14,5%	24,2%	9,7%	29,7%	9,1%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,02	-0,08	-0,21	0,59	-0,20
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	2,305	1,196	0,151		

Figura 4.77: parâmetros do item 164.

árvore de possibilidades da Figura 4.78 mostra os possíveis caminhos que a bola pode seguir, saindo do jogador de defesa.

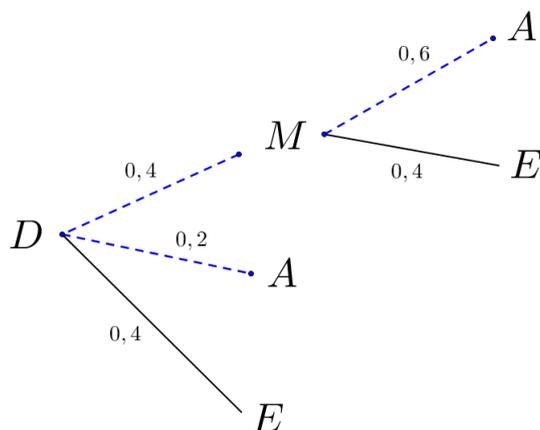


Figura 4.78: parâmetros do item 164.

Note que as linhas azuis tracejadas mostram os dois caminhos possíveis que a bola pode seguir, saindo da defesa ao ataque, e os valores acima das linhas representam a probabilidade de cada caminho. Assim, os alunos que assinalaram 0,20 provavelmente consideraram apenas o caminho que ocorre no lançamento direto da defesa ao ataque, enquanto os alunos que assinalaram 0,24 consideraram apenas o que parte da defesa para o meio de campo, e daí para o ataque ($0,4 \cdot 0,6 = 0,24$). Entretanto, a probabilidade de que a bola chegue ao ataque deve considerar ambos os caminhos, logo, a resposta correta é $0,20 + 0,24 = 0,44$.

A Figura 4.79 mostra a CCI do item 164, que apresenta uma discriminação muito alta, o que explica a inclinação acentuada da curva no seu ponto de inflexão.

Item 180

O item 180 apresenta parâmetro de acerto ao acaso inferior a 0,2 e dificuldade de mediana para fácil, com quase 70% de taxa de acerto. Além disso, a Figura 4.80 mostra que, do grupo dos alunos com melhor desempenho no teste, 98% acertam o item.

O item diz que os valores da tabela seguem um tipo de sequência matemática. Nota-se, de imediato, que não se trata de uma progressão aritmética, uma vez que $(720 - 600) \neq (600 - 500)$. Assim, das sequências mais conhecidas no ensino médio restam a

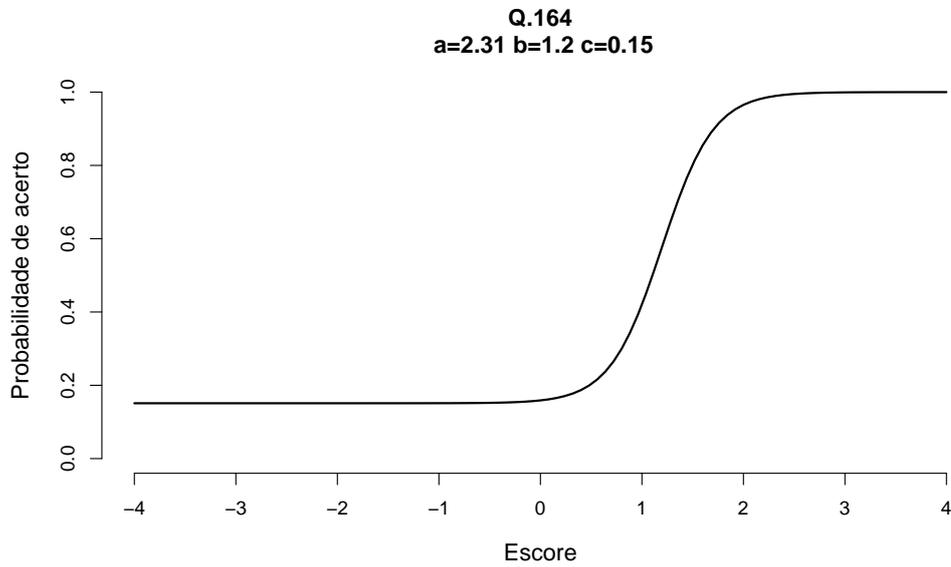


Figura 4.79: curva característica do item 164.

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,98	0,39	0,59	0,69	0,61
	A	B	C	D	E
	10,9%	69,1%	4,8%	6,1%	3,6%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,46	0,61	-0,29	-0,15	-0,24
TRI	Parâmetro a		Parâmetro b		Parâmetro c
	2,369		-0,391		0,193

Figura 4.80: parâmetros do item 180.

progressão geométrica e a sequência de Fibonacci, sendo que esta última também pode ser descartado imediatamente, dado que $720 \neq 600 + 500$. Logo, resta testar se a sequência numérica é um progressão geométrica, o que de fato ocorre, pois $\frac{864}{720} = \frac{720}{600} = \frac{600}{500} = 1,2$. Mantido esse padrão, a quantidade em 2012 deverá ser de $864 \cdot 1,2 = 1036,8$.

A AGI da Figura 4.81 mostra que a partir de 16 acertos, o aluno tende a selecionar a alternativa correta em maior proporção comparada às demais.

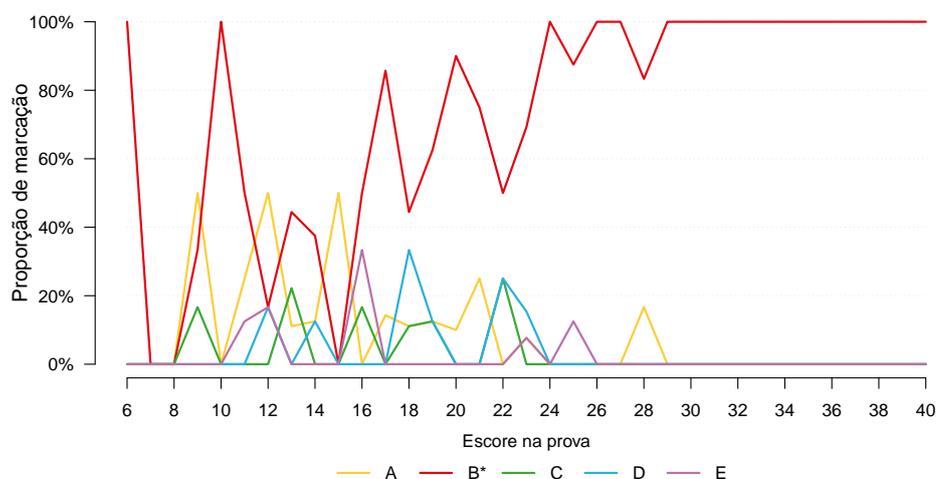


Figura 4.81: análise gráfica do item 180.

Item 136

O item 136, o primeiro do simulado, é o que apresenta a maior discriminação pela TRI, com a próximo de 3. Além disso, é considerado um item difícil, dado o valor do parâmetro b e o fato de apenas 33,3% dos alunos terem acertado o item. A Figura 4.82 mostra que as alternativas D e E são as menos assinaladas, enquanto a alternativa B, incorreta, foi a mais marcada, apresentando, porém, um bisserial negativo que indica que, em geral, apenas os alunos de pior desempenho no teste foram atraídos por essa alternativa.

A resolução do item utiliza conceitos de proporcionalidade. De modo geral, se dois indivíduos levam t_1 e t_2 unidades de tempo para realizar uma tarefa separadamente,

Teoria Clássica dos Testes (TCT)	P_superior	P_inferior	Discriminação	Dificuldade	Bisserial
	0,72	0,16	0,55	0,33	0,67
	A	B	C	D	E
	15,2%	39,4%	33,3%	3,6%	6,1%
	Bisserial A	Bisserial B	Bisserial C	Bisserial D	Bisserial E
	-0,14	-0,42	0,67	-0,16	-0,18
TRI	Parâmetro a	Parâmetro b	Parâmetro c		
	2,950	0,995	0,167		

Figura 4.82: parâmetros do item 136.

juntos eles levarão $\frac{t_1 \cdot t_2}{t_1 + t_2}$ unidades de tempo para realizar uma tarefa. Muitos alunos de baixo desempenho geral no teste acabam assinalando a alternativa B por acharem razoável que os indivíduos gastem, conjuntamente, a média dos tempos que gastam individualmente. Na realidade, para $t_1 = 2$ e $t_2 = 3$, o tempo gasto conjuntamente é dado por $\frac{2 \cdot 3}{2 + 3} = 1,2$. Transformando de horas para minutos, tem-se que o tempo gasto é igual a 72 minutos.

A CCI do item 136 (Figura 4.83) mostra que o item tem alto poder de discriminação, dada a alta inclinação da curva no seu ponto de inflexão.

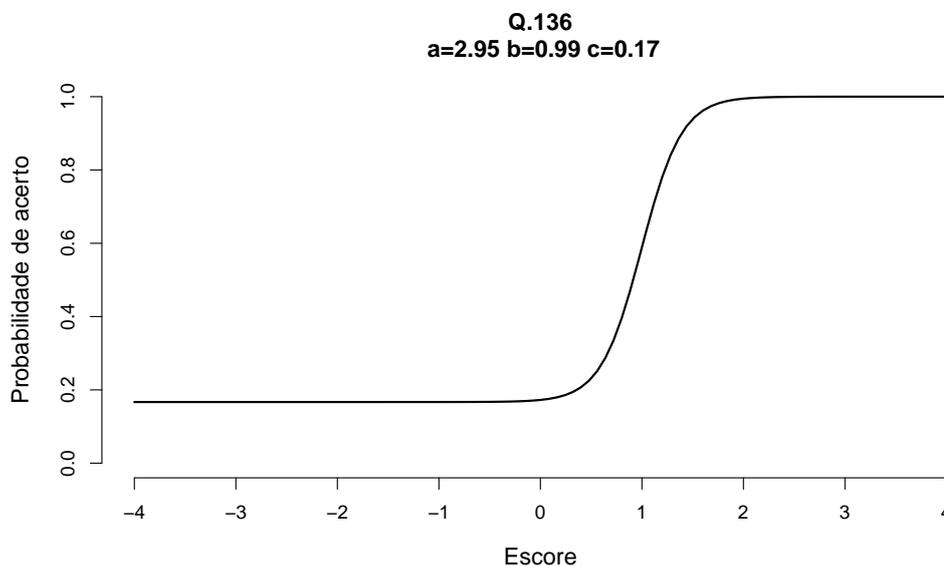


Figura 4.83: curva característica do item 136.

4.5 Análise Conjunta dos Itens

Analisando conjuntamente os itens, nota-se que há uma quantidade considerável de itens deixados em branco, quando, na realidade, todos os alunos deveriam marcar todos os itens, uma vez que um item deixado em branco é computado como erro no ENEM. A Figura 4.84 mostra a proporção de marcações deixadas em branco por item do simulado.



Figura 4.84: proporção de marcações deixadas em branco no simulado por item.

Com relação aos 43 itens considerados para a análise pela TRI, 24 apresentaram discriminação moderada, 8 apresentaram discriminação alta e 11 apresentaram discriminação muito alta. Em especial, o item 136 apresenta uma discriminação próxima de 3, o que indica uma discriminação considerada quase perfeita (RABELO, 2013).

Quanto à dificuldade dos itens pela análise da TRI, nenhum item foi considerado como muito fácil, 8 foram considerados fáceis, 11 medianos, 12 difíceis e 12 muito difíceis. Porém, espera-se que a distribuição do nível de dificuldade dos itens siga uma distribuição normal. A Figura 4.85 mostra a comparação entre a quantidade de itens observados e esperados para cada nível de dificuldade dos itens pela análise utilizada na TRI.

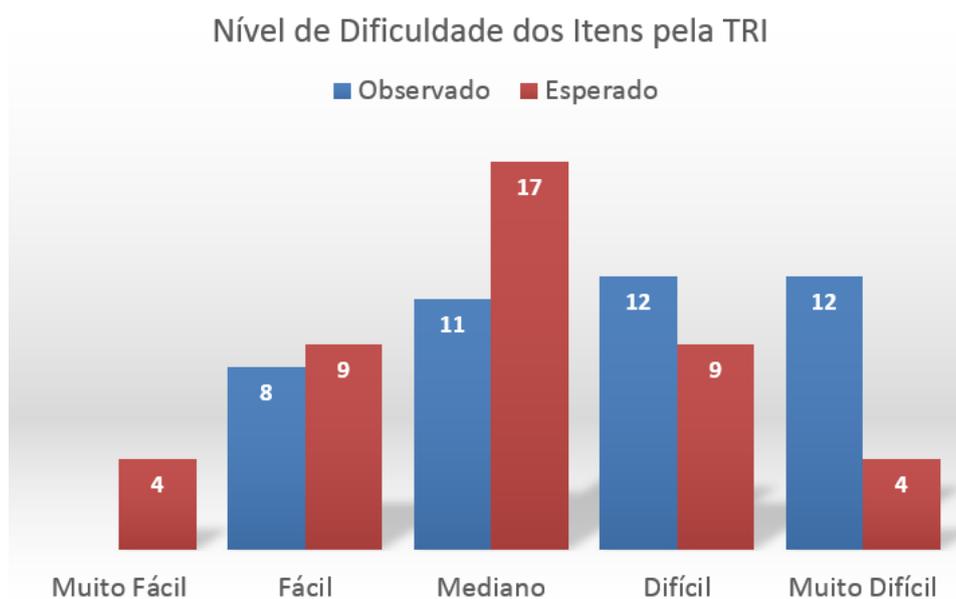


Figura 4.85: comparação entre a quantidade de itens observados e esperados quanto ao nível de dificuldade dos itens pela TRI.

Logo, conclui-se que o nível de dificuldade dos itens estava bem acima do esperado para um simulado elaborado no modelo ENEM.

5 Conclusão

A elaboração de um bom teste, composto por itens que permitam avaliar corretamente o desenvolvimento de certa habilidade, é um trabalho árduo, que demanda tempo, conhecimento a respeito do processo de elaboração e uma grande equipe de elaboradores e revisores. Unindo-se à transmissão do conteúdo com qualidade pelos professores e ao empenho do aluno com os estudos, a elaboração de itens próximos da realidade de um exame como o ENEM certamente colabora para o bom desempenho dos estudantes.

Como aspectos positivos na análise do simulado elaborado no modelo ENEM feita neste trabalho, destaca-se que, apesar de alguns itens apresentarem falhas básicas relacionadas à elaboração de um bom item, tais como a ordenação das alternativas de resposta e a divisão da questão em texto-base e comando, aproximadamente dois terços dos itens foram considerados bons itens, e alguns outros podem ser utilizados futuramente após passarem por pequenos ajustes. Destaca-se, ainda, que nenhum dos 45 itens apresentou baixa discriminação, sendo que 19 dos 43 itens considerados na TRI apresentaram discriminação alta ou muito alta, o que é bastante satisfatório.

Como aspecto negativo, destaca-se o alto grau de dificuldade que o simulado apresentou aos alunos. É natural que, com o objetivo de melhor preparar os seus alunos, os professores elaboradores tendam a colocar nos simulados questões de nível de dificuldade superior ao que será encontrado pelo aluno nos exames que prestará. Faz-se uma crítica, porém, quanto à distribuição dos itens com relação ao nível de dificuldade apresentado, uma vez que a prova não apresentou sequer um item muito fácil, ao passo que havia uma quantidade de itens considerados muito difíceis superior à quantidade de itens considerados medianos, por exemplo. Tal nível de dificuldade pode, inclusive, justificar a alta quantidade de itens deixados em branco pelos estudantes (aproximadamente 7,5%), em

especial no final do simulado, já que a estratégia da maioria é a de resolver os itens de acordo com a ordem de aparecimento.

Com o objetivo de melhorar o processo de elaboração dos itens e melhor avaliar a qualidade destes, tornando o simulado o mais próximo possível do que o aluno encontrará no ENEM, sugere-se que sejam fornecidos material e treinamento aos professores elaboradores, para que esses compreendam os processos básicos de elaboração de um item de qualidade. Deve ser reforçada, também, a necessidade de um maior equilíbrio entre os itens fáceis, médios e difíceis, assim como uma melhor distribuição quanto aos conteúdos cobrados, dando ênfase naqueles que são recorrentes no ENEM.

Por fim, reforça-se que, apesar de todas as vantagens decorrentes da utilização da TRI, esta ainda sofre grande resistência por parte de alunos, professores e demais envolvidos com Educação, devido ao seu alto grau de complexidade. De fato, é no mínimo desconfortável para o aluno tentar compreender o porquê de 30 acertos em Matemática numa prova como o ENEM valerem mais do que 40 acertos em Linguagens, se ambas possuem 45 itens. Dessa forma, espera-se que este trabalho possa contribuir, de alguma forma, para o melhor entendimento da utilização da TRI no ENEM, tendo em vista que tal Exame afeta, direta ou indiretamente, parte considerável da população brasileira. Espera-se, também, que o trabalho provoque uma reflexão, em especial nos professores, quanto à importância dada à elaboração de um item e a posterior análise dos resultados obtidos. Afinal de contas, uma prova deve ser apenas o primeiro passo em um processo de avaliação, não o último.

Referências Bibliográficas

ANDRADE, D. F. DE; TAVARES, H. R.; VALLE, R. DA C. **Teoria da Resposta ao Item: Conceitos e Aplicações**. São Paulo: Associação Brasileira de Estatística, 2000.

BAKER, F. B.; KIM, S.-H. **Item Response Theory: Parameter Estimation Techniques**. 2. ed. CRC Press, 2004.

CUNHA, D. DE ALBUQUERQUE DA. **A teoria de resposta ao item na avaliação em larga escala: um estudo sobre o Exame Nacional de Acesso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT 2013**. Rio de Janeiro: Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Rio de Janeiro: Trabalho de conclusão de curso (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), 2014.

GOMES, L. DA S. **A Teoria de Resposta ao Item na Avaliação em Larga Escala: um estudo sobre o Exame Nacional de Acesso do Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional – PROFMAT 2012**. Instituto Nacional de Matemática Pura e Aplicada. Rio de Janeiro: Trabalho de conclusão de curso (Mestrado Profissional em Matemática em Rede Nacional), 2014.

HAMBLETON, R. K.; JONES, R. W. **Comparison of Classical Test Theory and Item Response Theory and Their Applications to Test Development**. Disponível em: <<http://ncme.org/linkservid/66968080-1320-5CAE-6E4E546A2E4FA9E1/showMeta/>>. Acesso em: 12 maio. 2015.

INEP. **Entenda a Sua Nota no ENEM – Guia do Participante**. Disponível em: <http://download.inep.gov.br/educacao_basica/enem/guia_participante/2013/guia_do_participante_notas.pdf>. Acesso em: 5 jun. 2015a.

INEP. **Mapa de Itens do ENEM**. Disponível em: <<http://mapaitensenem.inep.gov.br/mapaNota/>>. Acesso em: 13 maio. 2015b.

LORDELO, C.; SALDAÑA, P. Enem exige que questões sejam pré testadas com grupos pequenos de alunos. **Estado de São Paulo**, 26 out. 2011.

PASQUALI, L. **Psicometria: Teoria dos testes na Psicologia e na Educação**. 1. ed. Rio de Janeiro: 2003.

PASQUALI, L.; PRIMI, R.; FRANCISCO, U. D. S. Fundamentos da Teoria da Resposta ao Item – TRI. **Avaliação Psicológica**, v. 2, n. 2, p. 99–110, 2003.

RABELO, M. **Avaliação Educacional: fundamentos metodologia e aplicações no contexto brasileiro**. 1. ed. Rio de Janeiro: Sociedade Brasileira de Matemática, 2013.

REVELLE, W. **The “New Psychometrics” – Item Response Theory**. Disponível em: <<http://www.personality-project.org/r/book/Chapter8.pdf>>. Acesso em: 10 maio. 2015.

RODRIGUES, M. M. M. Proposta de Análise de Itens das Provas do Saeb sob a perspectiva Pedagógica e a Psicométrica. **Estudos em Avaliação Educacional**, v. 17, n. 34, p. 43–78, 2006.

VAN BATENBURG, T. A.; LAROS, J. A. Graphical Analysis of Test Items. **Educational Research and Evaluation**, v. 8, n. 3, p. 319–333, 2002.

Anexo

Nas páginas seguintes encontram-se os 45 itens analisados no trabalho, presentes em um simulado aplicado no segundo semestre de 2014 em uma escola do Distrito Federal.

136. Duas garotas realizam um serviço de datilografia. A mais experiente consegue fazê-lo em 2 horas, a outra em 3 horas. Se dividirmos esse serviço de modo que as duas juntas possam fazê-lo no menor tempo possível, esse tempo será:

- a) 1,5 horas.
- b) 2,5 horas.
- c) 72 minutos.
- d) 1 hora.
- e) 95 minutos.

137. Um açougue vende dois tipos de carne: de 1ª a R\$ 12,00 o quilo e de 2ª a R\$ 10,00 o quilo. Se um cliente pagou por um quilo de carne R\$ 10,50, então necessariamente ele comprou

- a) 300 g de carne de 1ª
- b) 400 g de carne de 1ª
- c) 600 g de carne de 1ª
- d) 350 g de carne de 1ª
- e) 250 g de carne de 1ª

138. Um país contraiu em 1829 um empréstimo de 1 milhão de dólares, para pagar em cem anos, à taxa de juros de 9% ao ano. Por problemas de balança comercial, nada foi pago até hoje, e a dívida foi sendo “rolada”, com capitalização anual dos juros. Qual dos valores abaixo está mais próximo do valor da dívida em 1989?

Para os cálculos adote $(1,09)^8 = 2$.

- a) 14 milhões de dólares
- b) 500 milhões de dólares
- c) 1 bilhão de dólares
- d) 80 bilhões de dólares
- e) 1 trilhão de dólares

139. Os números inteiros positivos são dispostos em “quadrados” da seguinte maneira:

1	2	3
4	5	6
7	8	9

10	11	12
13	14	15
16	17	18

19
..
..

O número 500 se encontra em um desses “quadrados”. A “linha” e a “coluna” em que o número 500 se encontra são, respectivamente:

- a) 2 e 2
- b) 3 e 3
- c) 2 e 3
- d) 3 e 2
- e) 3 e 1

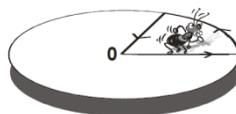
140. O produto de dois números inteiros positivos, que **não são** primos entre si, é igual a 825. Então o máximo divisor comum desses dois números é

- a) 1
- b) 3
- c) 5
- d) 11
- e) 15

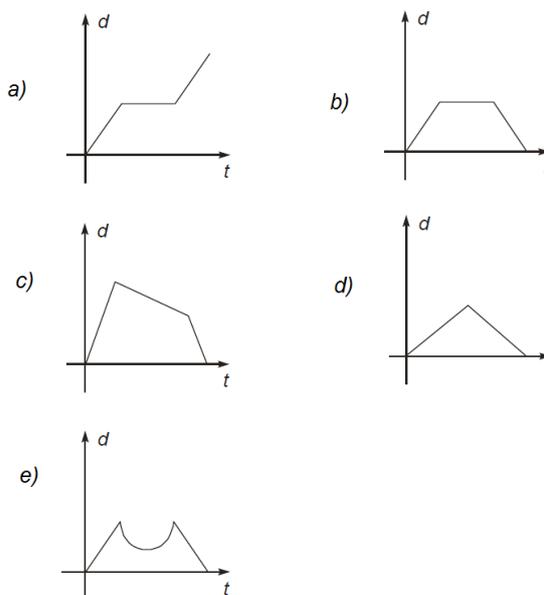
141. Um lojista sabe que, para não ter prejuízo, o preço de venda de seus produtos deve ser no mínimo 44% superior ao preço de custo. Porém ele prepara a tabela de preços de venda acrescentando 80% ao preço de custo, porque sabe que o cliente gosta de obter desconto no momento da compra. Qual é o maior desconto que ele pode conceder ao cliente, sobre o preço da tabela, de modo a não ter prejuízo?

- a) 10%
- b) 15%
- c) 20%
- d) 25%
- e) 36%

142. Uma formiguinha parte do centro de um círculo e percorre uma só vez, com velocidade constante, o trajeto ilustrado na figura.



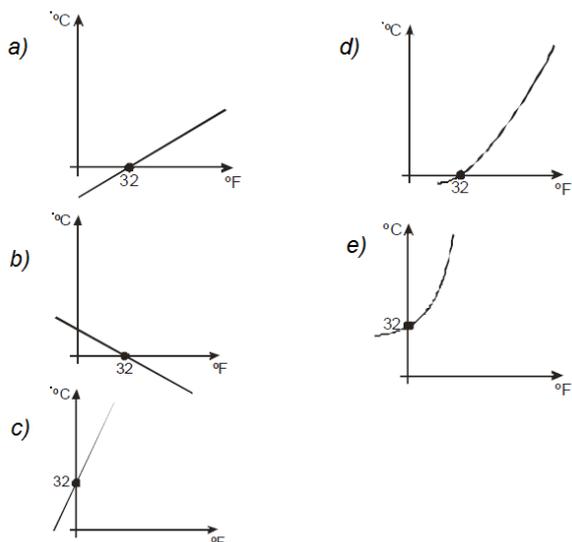
Qual dos gráficos a seguir melhor representa a distância d da formiguinha ao centro do círculo em função do tempo t ?



143. Para fazer 24 pães, um padeiro usa exatamente 1 quilo de farinha de trigo, 6 ovos e 200 gramas de manteiga. Qual é o maior número de pães que ele conseguirá fazer com 12 quilos de farinha, 54 ovos e 3,6 quilos de manteiga?

- a) 200
- b) 216
- c) 228
- d) 300
- e) 432

144. No Brasil, usa-se a escala *Celsius* para medir temperaturas e, em outros países, usa-se a escala *Fahrenheit*. Para converter uma temperatura da escala *Fahrenheit* para a *Celsius*, subtrai-se 32 do valor da temperatura em graus *Fahrenheit* e multiplica-se o resultado por $5/9$. Qual dos gráficos representa a relação entre as medidas de uma mesma temperatura em graus *Fahrenheit* (indicados por $^{\circ}\text{F}$) e em graus *Celsius* (indicados por $^{\circ}\text{C}$)?



145. Quantos são os números inteiros p tais que $50^3 < 5^p < 50^4$?

- a) 1
- b) 2
- c) 3
- d) 4
- e) 5

146. (UFRJ) Dois produtos P_1 e P_2 são fabricados com os componentes **A** e **B**. P_1 é composto de 20% de **A** e 80% de **B**, enquanto P_2 é composto por 10% de **A** e 90% de **B**. A fábrica tem estocados 2 litros de **A** e 13 litros de **B**. Quantos litros de P_1 e P_2 ela pode fabricar usando todo o seu estoque?

- a) $P_1 = 5$ e $P_2 = 10$
- b) $P_1 = 10$ e $P_2 = 5$
- c) $P_1 = 5$ e $P_2 = 5$
- d) $P_1 = 10$ e $P_2 = 10$
- e) $P_1 = 15$ e $P_2 = 15$

147. Na Índia, é comum ler em voz alta problemas de Matemática escritos em versos, para que os estudiosos tentem resolvê-los. Vamos enunciar, em prosa, um desses problemas que se tornou clássico na história da Matemática para que você possa também resolvê-lo:

“Um grupo de abelhas, cujo número era igual à raiz quadrada da metade do enxame todo, pousou sobre um jasmim, tendo deixado para trás $8/9$ do enxame. Apenas uma abelha voava ao redor de um lótus, atraída pelo zumbido de uma de suas amigas que caíra imprudentemente na armadilha da florzinha de doce fragrância. Quantas abelhas formavam o enxame?”

- a) 36
- b) 96
- c) 84
- d) 48
- e) 72

148. Um agricultor dispõe de x caixas de laranja e pretende vender cada caixa pela quantia y , faturando a quantia xy . Observou, todavia, que, se reduzisse o preço de cada caixa de 10% e acrescentasse mais 50 caixas, seu faturamento total seria acrescido de 20%. Determine x .

- a) 490
- b) 120
- c) 150
- d) 180
- e) 210

149. Ensino superior tem _____ das vagas ociosas.

Segundo o jornal Folha de São Paulo, das 2,01 milhões de vagas oferecidas em 2004 pelas faculdades privadas, 996 mil ficaram ociosas. O termo que pode completar adequadamente a lacuna na manchete acima é

- a) 2%.
- b) metade.
- c) um terço.
- d) dois terços.
- e) 80%.

150. Um grupo de alunos de uma escola deveria visitar o Museu de Ciência e o Museu de História da cidade. Quarenta e oito alunos foram visitar pelo menos um desses museus. 20% dos que foram no Museu de Ciência visitaram o de História e 25% dos que foram ao de História visitaram também o de Ciência.

Calcule o número de alunos que visitaram os dois museus.

- a) 6
- b) 8
- c) 10
- d) 12
- e) 15

151. Dois pilotos iniciaram simultaneamente a disputa de uma prova de automobilismo numa pista cuja extensão total é de 2,2 km. enquanto Mário leva 1,1 minuto para dar uma volta completa na pista, Júlio demora 75 segundos para completar uma volta. Mantendo-se constante a velocidade de ambos, no momento em que Mário completar a volta de número cinco, para completar essa mesma volta, Júlio terá que percorrer ainda:

- a) 264 m.
- b) 990 m.
- c) 1320 m.
- d) 1628 m.
- e) 1936 m.

152. A Sra. Barnabé, proprietária de um sítio em Arceburgo, notou que o capim crescia no pasto todo com igual rapidez e espessura. Observando o consumo de capim pela criação de cabras, a Sra. Barnabé notou que 60 cabras consumiam um pasto inteiro em 20 dias se alimentando 10 horas por dia. A partir desses dados, a Sra. Barnabé quer determinar qual o número de cabras necessárias para consumir um pasto inteiro em 40 dias, consumindo-o em 12 horas por dia.

- a) 18
- b) 20
- c) 24
- d) 25
- e) 30

153. O volume de água de um reservatório foi medido em três datas diferentes, I, II e III, com intervalos de 30 dias entre duas datas consecutivas. a primeira medição acusou 100% de água no reservatório, a segunda, 85%, e a terceira, 75%. Sabendo-se que a variação do volume de água no reservatório se dá apenas pelo recebimento de água das chuvas e pela retirada de 100.000 litros diários de água, pode-se afirmar que

- a) se ocorreram chuvas entre as datas I e II, não ocorreram entre as datas II e III.
- b) se ocorreram chuvas entre as datas II e III, não ocorreram entre as datas I e II.
- c) se ocorreram chuvas entre as datas II e III, então, ocorre-

ram entre as datas I e II.

d) ocorreram chuvas entre as datas II e III.

e) não ocorreram chuvas entre as datas I e II.
alt. C

154. A máquina ideal, quanto a rendimento econômico e ambiental, é aquela que gasta, simultaneamente, menos energia e água. Com base nessas informações, conclui-se que, no conjunto pesquisado:

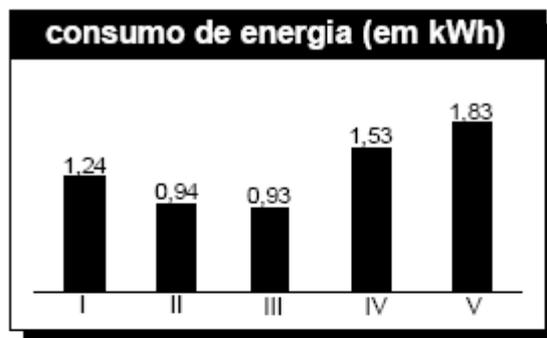


Figura I

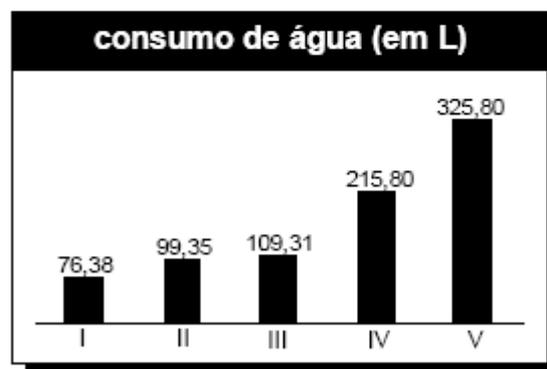


Figura II

Associação Brasileira de Defesa do Consumidor (com adaptações).

- a) quanto mais a máquina de lavar roupa economiza água, mais ela consome energia elétrica.
- b) a quantidade de energia elétrica consumida pela máquina de lavar roupa é inversamente proporcional à quantidade de água consumida por ela.
- c) a máquina I é ideal, de acordo com a definição apresentada.
- d) a máquina que menos consome energia elétrica não é a que consome menos água.
- e) a máquina que mais consome energia elétrica não é a que consome mais água.

155. Em uma pesquisa eleitoral para verificar a posição de três candidatos a prefeito de uma cidade, 1500 pessoas foram consultadas. se o resultado da pesquisa deve ser mostrado em três setores circulares de um disco e um certo candidato recebeu 350 intenções de voto, qual é o ângulo central correspondente a esse candidato?

- a) 42°

- b) 168°
 c) 90°
 d) 242°
 e) 84°

156. A grande pirâmide de Quéops, antiga construção localizada no Egito, é uma pirâmide regular de base quadrada, com 137 m de altura. Cada face dessa pirâmide é um triângulo isósceles cuja altura relativa à base mede 179m.

A área da base dessa pirâmide, em m^2 , é:

- a) 13272
 b) 26544
 c) 39816
 d) 53088
 e) 79432

157. Em situações do cotidiano, é comum usar-se como unidade de medida o palmo (da própria mão). Porém, esta unidade varia de pessoa para pessoa. João mediu o comprimento de uma peça de tecido e encontrou 30 palmos. Alfredo encontrou, para a mesma peça de tecido, a medida de 27 palmos.

Pode-se afirmar que 10 palmos de João equivalem a:

- a) 0,1 palmo de Alfredo
 b) 0,9 palmo de Alfredo
 c) 9 palmos de Alfredo
 d) 10 palmos de Alfredo
 e) 11,1 palmos de Alfredo

158. Sophie Germain introduziu em seus cálculos matemáticos um tipo especial de número primo descrito abaixo.

“Se p é um número primo e se $2p + 1$ também é um número primo, então o número primo p é denominado *primo de Germain*”.

Pode-se afirmar que é *primo de Germain* o número:

- a) 7
 b) 17
 c) 18
 d) 19
 e) 41

159. Na reta final de uma corrida verificou-se, em determinado instante, que a distância entre dois corredores era de 2,25 m. Considerando d e h as distâncias de cada um desses corredores até a linha de chegada, verificou-se, também, que

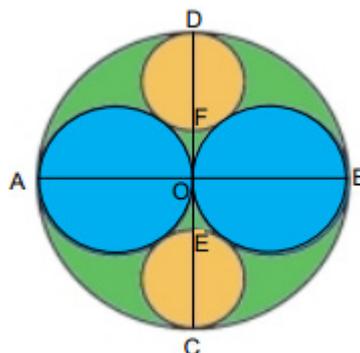
$$\frac{d}{h} = 1,10.$$

Pode-se afirmar que $d + h$ é igual a:

- a) 22,50 m
 b) 24,25 m

- c) 46,75 m
 d) 47,25 m
 e) 69,70 m

160. No Japão, numerosos lugares de peregrinação xintoístas e budistas abrigam tabuletas matemáticas chamadas de **Sangaku**, onde estão registrados belos problemas, quase sempre geométricos, que eram oferecidos aos Deuses. A figura a seguir, que é uma variante de um exemplar de **Sangaku**, é composta por cinco círculos que se tangenciam.



Sabendo que seus diâmetros satisfazem as relações

$AO = OB = \frac{AB}{2}$ e $DF = EC$, pode-se concluir que $\frac{DF}{OB}$ é igual a:

- a) 0,65
 b) 0,6555...
 c) 0,666...
 d) 0,7
 e) 0,7333...

161. Sempre que se ouve alguma referência a embates - reais ou imaginários - entre ciência e religião, o nome de Galileu (1564-1642) é invariavelmente invocado. No entanto, J. A. Connor apresenta em seu texto “A Bruxa de Kepler” um pensador que, segundo o autor, teria sido realmente fiel a seus princípios intelectuais, morais e religiosos, muito mais que Galileu: Johannes Kepler (1571-1630). Vivendo em uma parte da Europa dilacerada pelas guerras de religião, sofrendo perseguições por causa da sua fé luterana, Kepler ainda assim revolucionou a compreensão que temos do mundo.

Adaptado do texto “À Sombra de Galileu”, de T. Haddad, Scientific American, Ano 4 - n.46 / março de 2006

Um dos grandes legados de Kepler para a ciência foi a sua terceira lei: “o quadrado do período de revolução de cada planeta é proporcional ao cubo do raio médio da respectiva órbita”. Isto é, sendo T o período de revolução do planeta e r a medida do raio médio de sua órbita, esta lei nos permite escrever que $T^2 = Kr^3$, onde a constante de proporcionalidade K é positiva.

Considerando $x = \log(T)$ e $y = \log(r)$, pode-se afirmar que:

a)

b) $y = \frac{2x}{3 \log k}$

c) $y = \frac{2x \sqrt{\frac{x^2}{k}}}{\sqrt[3]{k}}$

d) $y = \frac{2x}{3K}$

e) $y = \frac{2x - \log K}{3}$

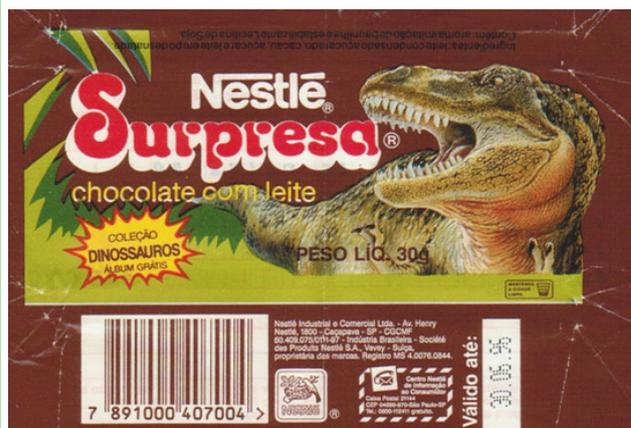
162. O Índice Castrol é um sistema utilizado para avaliar a contribuição do jogador dentro de campo e vem sendo utilizado pela FIFA desde a Copa das Confederações de 2009 para quantificar a contribuição de cada jogador para a equipe. Cada passe, desarme e movimentação em campo é medido e avaliado para saber se contribui positivamente ou negativamente para as possibilidades de uma seleção marcar ou sofrer um gol. A equipe de analistas de desempenho da Castrol esmiúça cada um dos dados para conceder um Índice Castrol de 0 a 10 pontos a cada jogador — quanto melhor for o seu desempenho, maior será a nota. Dentre 608 jogadores avaliados no Mundial da FIFA de 2014, os vinte melhores colocados obtiveram nota superior a 9.50 e a mediana das notas dadas aos vinte jogadores foi igual a 9.70.

Sabendo que Toni Kross foi o único jogador com a maior pontuação, 9.81 pontos de média, e que Lionel Messi, décimo primeiro colocado, teve média igual a 9.60 pontos, das alternativas abaixo, a única que pode representar a média dos 20 mais bem classificados é

- a) 9.65.
- b) 9.68.
- c) 9.71.
- d) 9.74.
- e) 9.77.

163. Lançado em 1983 no Brasil e sucesso nas décadas de 80 e início da década de 90, o Chocolate Surpresa tinha como diferencial o fato de trazer consigo um cromô colorido, em geral com temas da natureza. Após fazer sucesso no País por mais de 15 anos, a barra de chocolate, dividida em 20 quadradinhos,

formando 5 linhas de 4 quadradinhos cada, parou de ser fabricada por um motivo até hoje desconhecido.



Se, antes de comer a barra de chocolate, desejamos quebrar o chocolate, ao longo das linhas, até separar completamente os quadradinhos, qual será o número mínimo de vezes que precisaremos quebrar o chocolate?

- a) 4
- b) 5
- c) 7
- d) 19
- e) 20

164. Na partida de abertura da Copa do Mundo 2014, a seleção brasileira utilizou o esquema conhecido como 4 - 3 - 3, com 4 jogadores na defesa, 3 no meio de campo e 3 atacantes. Uma vez que a bola esteja com um dos zagueiros, a cada 10 tentativas, este tocará corretamente para um meio-campista 4 vezes, fará um lançamento correto para um atacante 2 vezes e errará o passe nas demais tentativas. Quando a bola chega até um meio-campista, este toca, necessariamente, para um dos atacantes, acertando o passe 6 vezes a cada 10 tentativas. Uma vez que a bola está com um dos atacantes, este chuta a gol e marca 5 vezes a cada 100 tentativas. Sabe-se ainda que jogadores de um mesmo setor não tocam a bola entre si.



Se a bola está em posse de um dos zagueiros, a probabilidade

de que ela chegue ao ataque é igual a

- a) 0,20
- b) 0,24
- c) 0,40
- d) 0,44
- e) 0,60

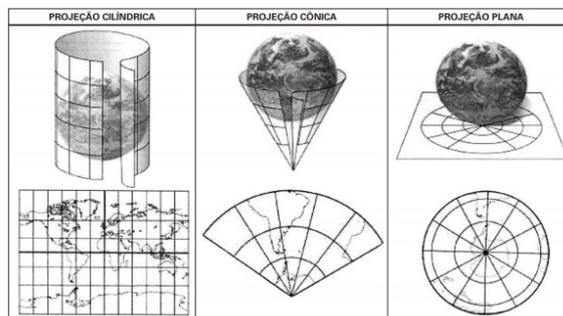
165. Ainda considerando os dados da questão anterior, se a bola partiu de um dos zagueiros, a probabilidade de que este tenha tentado um lançamento para um dos atacantes, sabendo que o Brasil não fez gol no lance é igual a

- a) $\frac{190}{818}$
- b) $\frac{228}{818}$
- c) $\frac{400}{818}$
- d) $\frac{200}{1000}$
- e) $\frac{190}{978}$

166. Uma pista de atletismo tem a forma circular e seu diâmetro mede 80 metros. Um atleta, treinando nessa pista, deseja correr 10 km diariamente. Nesse caso, qual das propriedades abaixo corresponde ao número de voltas completas que esse atleta deverá dar a cada dia?

- a) Número primo
- b) Múltiplo de 7
- c) Divisível por 6
- d) Número ímpar
- e) Divisível por 8

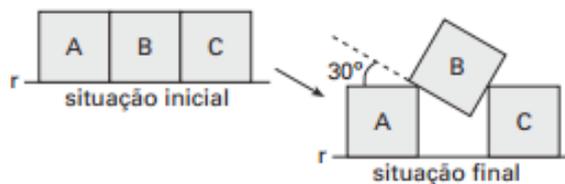
167. As projeções cartográficas permitem representar a superfície esférica da Terra em um plano dividido em certa escala (o mapa). Na figura abaixo estão ilustradas três formas de se realizar tais projeções, sendo que na projeção cônica a base do respectivo cone está contida no mesmo plano do equador, enquanto na cilíndrica, a Terra tangencia a superfície lateral interna do cilindro correspondente. Com base nas informações do texto e da figura a seguir, pode-se concluir que:



- a) A projeção plana resulta um mapa circular de diâmetro inferior ao diâmetro da Terra.
- b) O raio da base do cone é igual a 1,2 vezes o raio da Terra.
- c) A área do mapa resultante da projeção cônica é igual a um terço da área do proveniente da projeção cilíndrica.
- d) As projeções plana e cônica, realizadas na mesma escala, implicam mapas com mesma área.
- e) O mapa retangular derivado da projeção cilíndrica possui comprimento dos lados maiores correspondente ao comprimento do equador.

168. Na figura, os três quadrados A, B e C de lados iguais a 1 m pertencem a um mesmo plano. Na situação inicial, os quadrados estão dispostos de forma que dois quadrados vizinhos possuem um lado em comum e outro sobre a reta r . Na situação final, os quadrados A e C permanecem na mesma posição inicial, enquanto o quadrado B é posicionado, conforme indica a ilustração.

Desse modo, a menor distância entre a reta r e um vértice do quadrado B é, em metros:



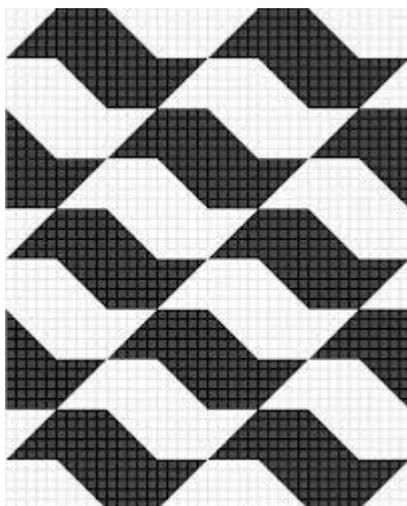
- a) $\frac{2 - \sqrt{3}}{4}$
- b) $\frac{3 - \sqrt{3}}{4}$
- c) $\frac{4 - \sqrt{3}}{4}$
- d) $\frac{3 - \sqrt{3}}{2}$
- e) $\frac{4 - \sqrt{3}}{2}$

169. O mapa abaixo representa a região metropolitana Pelotas-Canguçu. Considerando as informações contidas na figura, qual a distância, em quilômetros, entre as cidades Pelotas e Canguçu?



- a) 43,27
- b) 37,80
- c) 51,75
- d) 53,55
- e) 46,88

170. Um artista plástico compôs o painel retangular (figura abaixo) formado por pequenos ladrilhos quadrados congruentes. Todos os lados dos polígonos escuros são horizontais ou possuem inclinação de 45° ou 135° com a horizontal.

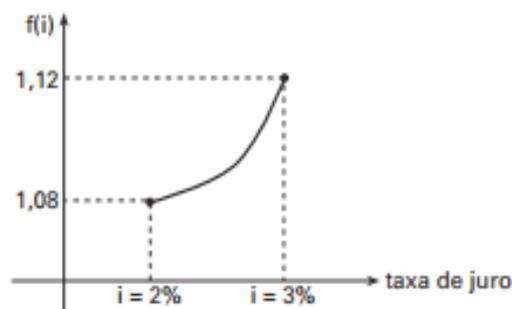


Pode-se afirmar que a parte escura corresponde a:

- a) 45% da área total do painel.
- b) 60% da área total do painel.
- c) 65% da área total do painel.
- d) 50% da área total do painel.
- e) 40% da área total do painel.

171. Em problemas de capitalização composta (*juros compostos*) frequentemente precisamos calcular o valor de $(1+i)^t$, sendo conhecidos a taxa de juro i , em porcentagem, e o prazo de aplicação t . A representação gráfica da função

$f(i) = (1+i)^t$, no intervalo $[2; 3]$, para um tempo t fixo é dada pela figura abaixo.



Todavia, sem o uso de calculadoras ou tabelas financeiras é possível calcular o valor aproximado de $f(i)$ para valores de i entre 2% e 3% pelo método chamado interpolação linear, o qual consiste em calcular $f(i)$ usando a função cujo gráfico é dado pela reta que passa pelos pontos $(2; f(2))$ e $(3; f(3))$.

Assim, calculando uma aproximação de $f(i)$ por interpolação linear aplicada na função descrita no gráfico anterior, para a taxa de 2,3%, obtém-se:

- a) 1,09
- b) 1,08
- c) 1,12
- d) 1,15
- e) 1,07

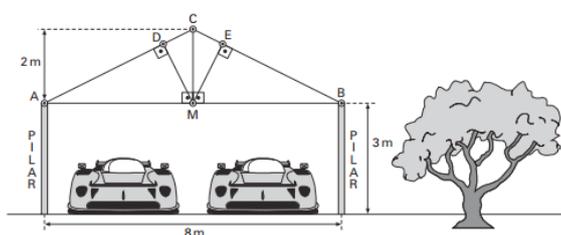
172. A cobertura superior dos silos de armazenagem de cereais representados na foto abaixo corresponde à superfície lateral de um cone circular reto. Das alternativas a seguir, qual pode representar a planificação dessa cobertura?



- a) Triângulo isósceles com base congruente ao diâmetro do silo.
 b) Trapézio isósceles com base maior congruente ao diâmetro do silo.
 c) Triângulo retângulo com hipotenusa congruente ao diâmetro do silo.
 d) Setor circular de raio maior que o raio do silo.
 e) Setor circular de raio menor que o raio do silo.

173. A treliça é um sistema estrutural utilizado na sustentação de telhados que se baseia na rigidez existente em qualquer triângulo.

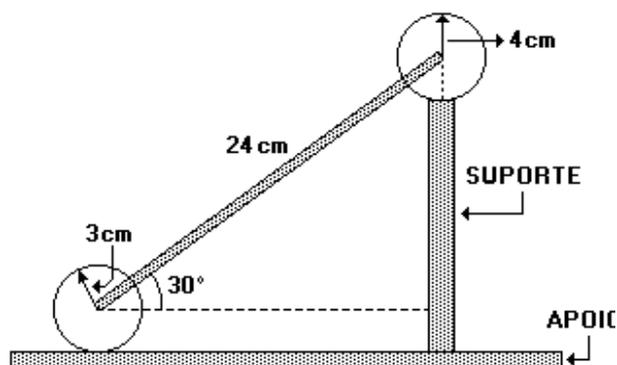
Na ilustração, está representada uma treliça confeccionada em madeira, na qual M é o ponto médio do segmento de extremidades A e B.



O comprimento, em metros, do segmento \overline{DM} é igual a:

- a) $\frac{4\sqrt{5}}{5}$
 b) $\frac{8\sqrt{5}}{5}$
 c) $\frac{2\sqrt{5}}{5}$
 d) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$
 e) $\frac{6\sqrt{5}}{5}$

174. A figura a seguir é um corte vertical de uma peça usada em certo tipo de máquina. No corte aparecem dois círculos, com raios de 3cm e 4cm, um suporte vertical e um apoio horizontal.



A partir das medidas indicadas na figura, conclui-se que a altura do suporte é

- a) 7 cm
 b) 11 cm
 c) 12 cm
 d) 14 cm
 e) 16 cm

175. Um dispositivo colocado no solo a uma distância d de uma torre dispara dois projéteis em trajetórias retilíneas. O primeiro, lançado sob um ângulo $\theta \in (0, \pi/4)$, atinge a torre a uma altura h . Se o segundo, disparado sob um ângulo 2θ , atinge-a a uma altura H , a relação entre as duas alturas será:

- a) $H = 2hd^2/(d^2 - h^2)$
 b) $H = 2hd^2/(d^2 + h)$
 c) $H = 2hd^2/(d^2 - h)$
 d) $H = 2hd^2/(d^2 + h^2)$
 e) $H = hd^2/(d^2 + h)$

176. A escolha do presidente de uma associação de bairro foi feita por meio de uma eleição, na qual votaram 200 moradores. Após apuração de 180 dos 200 votos, o resultado da eleição era o seguinte:

Candidato I - 47 votos
Candidato II - 72 votos
Candidato III - 61 votos

A partir dos dados apresentados, pode-se concluir que:

- a) o vencedor da eleição certamente será o candidato II.

- b) dependendo dos votos que ainda não foram apurados, o candidato I poderá ser o vencedor da eleição.
 c) o vencedor da eleição poderá ser o candidato II ou o candidato III.
 d) como existem votos ainda não apurados, qualquer um dos três candidatos poderá ganhar a eleição.
 e) o vencedor da eleição certamente será o candidato I.

177. Num painel de propaganda, três luminosos se acendem em intervalos regulares: o primeiro a cada 12 segundos, o segundo a cada 18 segundos e o terceiro a cada 30 segundos. Se, em dado instante, os três se acenderem ao mesmo tempo, os luminosos voltarão a se acender, simultaneamente, depois de:

- a) 2 minutos e 30 segundos
 b) 3 minutos
 c) 2 minutos
 d) 1 minuto e 30 segundos
 e) 36 segundos

178. No estoque de uma papelaria, há uma caixa com várias borrachas iguais e, para facilitar as vendas, o dono dessa papelaria decidiu fazer pacotinhos, todos com a mesma quantidade de borrachas. Ao fazer isso, notou que era possível colocar 3 ou 4 ou 5 borrachas em cada pacotinho e, assim, não sobraria borracha alguma na caixa. O menor número de borrachas que essa caixa poderia conter era:

- a) 80.
 b) 65.
 c) 60.
 d) 70.
 e) 75.

179. Em certo país, o presidente eleito permanece no cargo por 5 anos, enquanto um prefeito é eleito para um mandato de 4 anos. No ano de 1998 houve eleições tanto para presidente quanto para prefeitos. As eleições para presidente e para prefeitos nesse país voltarão a ocorrer no mesmo ano em:

- a) 2008.
 b) 2014.
 c) 2018.
 d) 2020.
 e) 2022.

180. Com o aumento da frota de veículos motorizados em Dourados – MS, o número de acidentes envolvendo motociclistas vem aumentando nos últimos anos, conforme a tabela a seguir :

Ano	Quantidade de acidentes
2011	864
2010	720
2009	600
2008	500

Após uma análise atenciosa destes números, observou-se que o aumento da quantidade de acidentes segue um padrão bem conhecido, podendo ser descrito com razoável precisão por um tipo de sequência matemática. Mantido esse padrão, a quantidade aproximada de acidentes em 2012 deverá ser

- a) 920
 b) 1036
 c) 1100
 d) 1200
 e) 1320