

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA DE  
CISALHAMENTO E PILAR DE CANTO REENTRANTE**

**ELAINE JARICUNA PEREIRA DE ALBUQUERQUE**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA DE  
CISALHAMENTO E PILAR DE CANTO REENTRANTE**

**ELAINE JARICUNA PEREIRA DE ALBUQUERQUE**

**ORIENTADOR: GUILHERME SALES S. A. MELO**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.TD – 002 A/15**

**BRASÍLIA/DF: AGOSTO – 2015**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA DE**  
**CISALHAMENTO E PILAR DE CANTO REENTRANTE**

**ELAINE JARICUNA PEREIRA DE ALBUQUERQUE**

**TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Guilherme Sales S. de A. Melo, PhD (UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Marcos Honorato de Oliveira, Dr. (UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Yosiaki Nagato, Dr. (UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Américo Campos Filho, Dr. (UFRGS)**  
**(Examinador Externo)**

---

**Prof. Dênio Ramam Carvalho de Oliveira, Dr. (UFPA)**  
**(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 07 DE AGOSTO DE 2015.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

ALBUQUERQUE, ELAINE JARICUNA PEREIRA DE	
Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilar de Canto Reentrante [Distrito Federal] 2015.	
xxxviii, 379 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutora em Estruturas e Construção Civil, 2015). Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.	
1. Punção	2. Lajes Lisas
3. Pilar de Canto Reentrante	4. Armadura de Cisalhamento
I. ENC/FT/UnB	II. Título (Doutor)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ALBUQUERQUE, E. J. P. (2015). Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilar de Canto Reentrante. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 002 A/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 379 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR (A): Elaine Jaricuna Pereira de Albuquerque.

TÍTULO: Punção em Lajes Lisas com Armadura de Cisalhamento e Pilar de Canto Reentrante. [Distrito Federal] 2015.

GRAU: Doutor ANO: 2015

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor (a) reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor (a).

---

Elaine Jaricuna Pereira de Albuquerque  
Rua Doutor Werneck 104, Torre I, ap. 1105, Villa Albuquerque.  
CEP: 79.060-300  
e-mail: elaine\_jari@hotmail.com

## DEDICATÓRIA

*Dedico esse trabalho aos meus pais, Paulo e Quintina e aos meus irmãos, Ridley e Rondinelle.*

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente agradeço a DEUS, por ter me dado forças e iluminar meu caminho ao longo dessa jornada. Ao Professor Guilherme Sales S. A. Melo pelas orientações, sugestões, discursões e cobranças fundamentais para a realização desse trabalho, agradeço também pela confiança depositada em mim, por ter possibilitado e incentivado o doutorado sanduíche. Ao Professor Yosiaki Nagato pelas orientações, sugestões e contribuições durante os ensaios. Ao Professor Paul E. Regan pela idealização do tema dessa pesquisa, orientações na elaboração das séries de ensaios, questionamentos e sugestões. Ao professor Pinho Ramos pelas orientações, discursões e sugestões durante o doutorado sanduíche na Universidade NOVA de Lisboa em Portugal. Ao professor Válder Lúcio e sua família, Luíza e Rita, pelas orientações nesse trabalho além da atenção e carinho sua e de sua família tornando minha estadia em Portugal a melhor possível. Ao Professor e amigo Marcos Honorato pela paciência, pelas valiosas orientações e sugestões durante discursões que foram fundamentais para finalizar esse trabalho. Ao Professor e amigo Maurício, que em algumas reuniões em Brasília contribuiu com suas indagações e sugestões. Aos queridos amigos que ajudaram na execução dos ensaios: Galileu, Wanderley, Nívia, Wallison, Ramon, Alejandro, Marília, Erwin, Gelson, Eduardo, Fabiano, Filipe, Leonardo, Henrique e Wagner cuja participação foi fundamental para a conclusão deste trabalho. Aos amigos conquistados no PECC que contribuíram com sugestões ou apoio no desenvolvimento da pesquisa: Elisandra, Fernanda, Maria Cláudia, Agno, Carlos, Uchôa, Yina, Dyorgge e Nazaré. Aos amigos conquistados na Universidade NOVA de Lisboa: Dinarte, André, Micael, Leonardo, Hugo, Mariana, Jorne, Pedro Maques, e em especial ao Mamede que me ajudou na modelagem computacional das lajes dessa pesquisa. Aos técnicos, Leandro, Pedro, Júlio, Adelmo e Magno do Laboratório de Estruturas pela colaboração no período de ensaios. Aos técnicos Severo, Woshington e Valderi do Laboratório de Materiais e Artur do Laboratório de Mecânica. A Concrecon pelo fornecimento do concreto utilizado nessa pesquisa. A empresa *Cervenka* que disponibilizou uma licença para utilização do programa ATENA. Ao CNPq e CAPES pela ajuda financeira. Aos meus pais e irmãos, pelo apoio, incentivo e amor. À secretária do PECC e amiga, Eva pelo apoio junto ao programa. À minha família, aos amigos de Boa Vista e aos amigos conquistados em Brasília que sempre torceram por esse trabalho.

## **RESUMO**

### **PUNÇÃO EM LAJES LISAS COM ARMADURA DE CISALHAMENTO E PILAR DE CANTO REENTRANTE**

**Autora: Elaine Jaricuna Pereira de Albuquerque**

**Orientador: Guilherme Sales S. de A. Melo**

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, agosto de 2015.**

Ligações laje-pilar em lajes lisas podem romper por punção para uma carga inferior à correspondente de flexão, devido às altas tensões advindas do momento fletor e do esforço cortante, e por isso tem sido muito estudadas. No entanto, dentre os tipos de ligação laje-pilar (pilar interno, de borda ou de canto), as ligações com pilares de canto reentrante não havia ainda sido estudado com profundidade, principalmente no caso de momentos desbalanceados em uma ou duas direções.

Nesta pesquisa foram analisadas experimentalmente 12 (doze) ligações lajes lisas / pilar, com pilar quadrado de canto reentrante com 300 mm de lado, com espessura de 180 mm, e as principais variáveis investigadas foram a presença de armadura de cisalhamento disposta radialmente, a taxa de armadura de flexão na região do pilar, que variou de 0,8 a 2,1%, a presença de armadura de torção no bordo, e o desbalanceamento dos momentos nas duas direções, com excentricidades variando de 267 a 504mm. Durante os ensaios foram monitoradas as deformações nas armaduras de flexão, cisalhamento e torção; deformações no concreto; deslocamentos verticais; padrão de fissuração; cargas últimas; rotações das lajes e modos de ruptura.

Os resultados experimentais foram comparados com uma proposição para a determinação das resistências esperadas pelas normas NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004) e ACI 318 (2014), e pelas recomendações do MC2010 (2013), pois as lajes lisas com pilares reentrantes não são abordados por estas normas e recomendações. Também foi realizada uma simulação numérica utilizando o *software* ATENA, que emprega o método dos elementos finitos para efetuar análises tridimensionais não lineares em estruturas de concreto armado.

**Palavras-chave:** laje lisa, punção, pilar de canto reentrante, armadura de cisalhamento e armadura de torção.

## **ABSTRACT**

### **PUNCHING OF FLAT SLAB WITH SHEAR REINFORCEMENT AND REENTRANT CORNER COLUMN**

**Author: Elaine Jaricuna Pereira de Albuquerque**

**Supervisor: Guilherme Sales S. de A. Melo**

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, August of 2015.**

In failure slab-column connection failure of flat slabs is observed high stresses are originated by that of bending and shearing efforts, which can cause failure by punching with a load lower than the bending. The types of slab-column connection, internal, edge, corner and re-entrant corner can appear in any deck. However the connection slab-column of reentrant corner is not discussed by any research as the other cases, its mechanical model and its behavior with unbalanced moments in one or both directions are unknown. In this research were analyzed experimentally 12 flat slabs with thickness of 180 mm, supported by a square column with sides of 300 mm and molded with machined concrete with average strength of 45 MPa. The experimental results were: strain in bending, shear and torsion reinforcement; concrete strains; vertical displacement; map of cracking; ultimate loads; rotations of the slabs and failure modes. The variables were: eccentricity, bending reinforcement ratio, amount of shear reinforcement and torsion reinforcement. Strength of punching shear get in the tests was compared with the strength provided by the NBR 6118 code (2014), Eurocode 2 (2004), ACI 318 (2014) and MC2010 (2013), but all the standards had to be adapted because they do not cover punching in slabs with reentrant corner column. Also a numerical simulation was made using the ATENA software designed to make non-linear three-dimensional analysis of reinforced concrete structures. Thus, the data monitored in the laboratory were correlated with the results from finite element modeling. Some of the major contributions of this study were to show the general behavior of the slab connection with reentrant corner column with respect to displacements, strains, cracking, failure mode and failure surface; analyze the behavior and the adapted codes; and show how to treat this type of connection.

**Keywords:** flat slab, punching shear, re-entrant corner column, shear reinforcement, torsional reinforcement.

## SUMÁRIO

<b>1</b>	<b>INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1	JUSTIFICATIVA.....	5
1.2	OBJETIVOS DA PESQUISA.....	6
1.2.1	Objetivo Geral.....	6
1.2.2	Objetivos Específicos.....	6
1.3	METODOLOGIA .....	7
1.4	ESTRUTURA DO TRABALHO.....	7
<b>2</b>	<b>REVISÃO BIBLIOGRÁFICA .....</b>	<b>9</b>
2.1	CONCEITOS FUNDAMENTAIS.....	10
2.1.1	Armadura de Cisalhamento.....	10
2.2	TRABALHOS EXPERIMENTAIS CONSIDERADOS PARA O ESTUDO DO FENÔMENO DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM PILAR DE CANTO REENTRANTE .....	14
2.2.1	CARES TECHNICAL APPROVAL REPORT TA7 5041 (2012).....	16
2.3	PRESCRIÇÕES NORMATIVAS PARA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO .....	20
2.3.1	NBR 6118 (2014) - Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento. ....	20
2.3.2	Eurocode 2 (2004) - Design of Concrete Structures .....	26
2.3.3	ACI 318 (2014) - Building Code Requirements for Structural Concrete .....	33
2.3.4	<i>Model Code</i> 2010 (2013) .....	39
<b>3</b>	<b>PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>47</b>
3.1	INTRODUÇÃO .....	47
3.2	CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ENSAIADAS .....	48
3.3	MATERIAIS .....	51
3.3.1	Concreto .....	51
3.3.2	AÇO - ARMADURA DE FLEXÃO.....	52
3.4	ARMADURA DE CISALHAMENTO.....	55
3.5	ARMADURA DOS PILARES .....	58
3.6	ARMADURA DE TORÇÃO.....	58
3.7	FÔRMAS .....	60
3.8	INSTRUMENTAÇÃO.....	61
3.8.1	Deslocamentos Verticais .....	61
3.8.2	Deformação nas Armaduras e na Superfície do Concreto .....	63
3.8.3	Rotação da Laje.....	68

3.9	SISTEMA DE ENSAIO .....	69
<b>4</b>	<b>RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>75</b>
4.1	PROPRIEDADES DOS MATERIAIS .....	75
4.1.1	Concreto .....	75
4.1.2	Aço .....	76
4.1.3	CARGAS DE RUPTURA DAS LAJES ENSAIADAS .....	79
4.1.4	RESISTÊNCIA À FLEXÃO DAS LAJES DE CONCRETO ARMADO .....	79
4.2	DESLOCAMENTOS VERTICAIS .....	82
4.3	DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE FLEXÃO.....	121
4.4	DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE CISALHAMENTO ( <i>STUDS</i> ) .....	139
4.5	DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE TORÇÃO .....	144
4.6	DEFORMAÇÃO NO CONCRETO .....	147
4.7	RESUMO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....	152
4.8	MAPA DE FISSURAÇÃO .....	153
4.9	SUPERFÍCIE DE RUPTURA .....	159
<b>5</b>	<b>ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS .....</b>	<b>166</b>
5.1	COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS DAS LAJES 168	
5.1.1	Análise do Grupo 1 – sem <i>studs</i> .....	168
5.1.2	Análise do Grupo 2 – com <i>studs</i> .....	186
5.1.3	Análise do Grupo 3 – com estribos .....	193
5.1.4	Análise do Grupo 4 – sem e com <i>studs</i> .....	197
5.2	CARGAS E MODO DE RUPTURA.....	207
<b>6</b>	<b>ANÁLISE NUMÉRICA (<i>SOFTWARE ATENA 3D</i>).....</b>	<b>211</b>
6.1	INTRODUÇÃO .....	211
6.2	MODELOS CONSTITUTIVOS DO CONCRETO.....	211
6.2.1	Relações tensão-deformação do concreto .....	211
6.2.2	Comportamento do concreto à tração .....	213
6.2.3	Comportamento do concreto à compressão .....	214
6.2.4	Processo de fissuração do concreto .....	216
6.2.5	Comportamento biaxial do concreto .....	217
6.2.6	Modelo de fissuração do concreto.....	219
6.2.7	Comportamento do concreto após fissuração .....	221
6.3	MODELOS CONSTITUTIVOS DAS ARMADURAS DE AÇO.....	222
6.3.1	Relações tensão-deformação do aço .....	222

6.4	ELEMENTOS FINITOS SÓLIDOS 3D .....	224
6.5	MÉTODO NEWTON-RAPHSON .....	225
6.6	DESCRIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS .....	227
6.6.1	Geometria .....	227
6.6.2	Materiais .....	228
6.7	DESLOCAMENTOS VERTICAIS .....	230
6.7.1	Instrumentação .....	230
6.7.2	Deslocamentos verticais .....	230
6.8	DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO .....	247
6.9	DEFORMAÇÃO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO .....	263
6.10	DEFORMAÇÃO DO CONCRETO .....	266
6.11	COMPARAÇÃO DE RESULTADOS .....	269
6.11.1	Carga de ruptura .....	269
<b>7</b>	<b>ANÁLISE DAS EXPRESSÕES NORMATIVAS.....</b>	<b>273</b>
7.1	NBR 6118 (2014) .....	274
7.1.1	Análise de lajes sem armadura de cisalhamento .....	274
7.1.2	Análise de lajes com armadura de cisalhamento .....	276
7.2	Eurocode 2 (2004) .....	278
7.2.1	Análise de lajes sem armadura de cisalhamento .....	278
7.2.2	Análise de lajes com armadura de cisalhamento .....	280
7.2.3	Análise do coeficiente $\beta$ .....	283
7.3	ACI 318 (2014) .....	285
7.3.1	Análise de lajes sem armadura de cisalhamento .....	285
7.3.2	Análise de lajes com armadura de cisalhamento .....	286
7.4	MC 2010 (2013) .....	287
7.4.1	Análise de lajes sem armadura de cisalhamento .....	287
7.4.2	Análise de lajes com armadura de cisalhamento .....	290
7.5	Avaliação dos resultados estimados .....	292
<b>8</b>	<b>CONCLUSÕES.....</b>	<b>295</b>
8.1	PROGRAMA EXPERIMENTAL .....	295
8.1.1	Sistema de ensaio .....	295
8.1.2	Deslocamentos e Deformações .....	295
8.1.3	Fissuração e superfícies de ruptura .....	297
8.1.4	Influência das variáveis nas cargas de ruptura .....	298
8.2	MÉTODO NUMÉRICO .....	298

8.3	MÉTODOS TEÓRICOS DE CÁLCULO.....	299
8.3.1	NBR 6118 (2014).....	299
8.3.2	EUROCODE 2 (2004) .....	299
8.3.3	ACI318 (2014) .....	300
8.3.4	MC2010 (2013).....	300
8.4	SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS .....	301
	<b>REFERÊNCIAS .....</b>	<b>302</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 - Valores de K - NBR 6118 (ABNT, 2014).....	24
Tabela 2.2 - Valores de k para pilares retangulares - Eurocode 2 (2004) .....	29
Tabela 2.3 – Rotação da laje em torno do pilar na zona externa à ruptura.....	43
Tabela 3.1 – Identificação e características das lajes ensaiadas .....	50
Tabela 4.1 - Propriedades mecânicas do Concreto.....	76
Tabela 4.2 - Propriedades mecânicas do aço utilizado nas lajes .....	77
Tabela 4.3 - Carga de ruptura das lajes .....	79
Tabela 4.4 – Resistência à flexão. ....	82
Tabela 4.5 – Resultados experimentais (deslocamentos e deformação do concreto).....	152
Tabela 4.6 – Resumo dos resultados experimentais (deformação da armadura de flexão). .....	153
Tabela 4.7 – Resultados experimentais (deformação da armadura de cisalhamento). .....	153
Tabela 4.8 – Cargas das primeiras fissuras.....	159
Tabela 4.9 – Resumo dos resultados experimentais (deformação da armadura de flexão). .....	164
Tabela 5.1 – Grupos e seus parâmetros analisados. ....	166
Tabela 5.2 – Características das lajes ensaiadas.....	167
Tabela 5.3 – Características das lajes L01 e L04. ....	168
Tabela 5.4 – Características das lajes L08, L12 e L07.....	172
Tabela 5.5 – Características das lajes L06, L08, L07 e L04.. ....	176
Tabela 5.6 – Características das lajes L05 e L01. ....	180
Tabela 5.7 – Características das lajes L06 e L05. ....	183
Tabela 5.8 – Características das lajes L02, L09 e L03.....	186
Tabela 5.9 – Características das lajes L09, L10 e L11.....	189
Tabela 5.10 – Características das lajes L08 e L03. ....	194
Tabela 5.11 – Características das lajes L02, L09, L04 e L03.....	197
Tabela 5.12 – Características das lajes L05, L01 e L10.....	200
Tabela 5.13 – Características das lajes L12 e L11. ....	204
Tabela 5.14 - Carga de ruptura das lajes. ....	208
Tabela 5.15 – Resumo das resultados experimentais analisados.....	210
Tabela 6.1 - Tipos de elementos 3D .....	228

Tabela 6.2 – Parâmetros de entrada no ATENA .....	228
Tabela 6.3 – Cargas das primeiras fissuras.....	243
Tabela 6.4 – Cargas de ruptura das lajes obtidas experimentalmente e numericamente...	270
Tabela 7.1 – Características das lajes sem armadura de cisalhamento.....	273
Tabela 7.2 – Características das lajes com armadura de cisalhamento. ....	273
Tabela 7.3 – Critérios de avaliação $V_u/V_{NORMA}$ .....	274
Tabela 7.4 – Previsão da carga de ruptura para lajes sem armadura de cisalhamento pela NBR 6118 (2014) .....	275
Tabela 7.5 – Previsão da carga de ruptura dos casos testados para lajes sem armadura de cisalhamento. ....	276
Tabela 7.6 – Previsão da carga de ruptura para lajes com armadura de cisalhamento pela NBR 6118 (2014). ....	276
Tabela 7.7 – Previsão da carga de ruptura do CASO1 testado para lajes com armadura de cisalhamento. ....	277
Tabela 7.8 – Previsão da carga de ruptura do CASO2 testado para lajes com armadura de cisalhamento. ....	278
Tabela 7.9 – Previsão da carga de ruptura das lajes sem armadura de cisalhamento pelo EC2 (2004). ....	279
Tabela 7.10 – Previsão da carga de ruptura dos casos testados para lajes sem armadura de cisalhamento. ....	279
Tabela 7.11 – Previsão da carga de ruptura das lajes com armadura de cisalhamento pelo EC2 (2004). ....	280
Tabela 7.12 – Previsão da carga de ruptura do CASO 1 testado para lajes com armadura de cisalhamento. ....	281
Tabela 7.13 – Previsão da carga de ruptura do CASO 2 testado para lajes com armadura de cisalhamento. ....	282
Tabela 7.14 – Previsão da carga de ruptura do CASO 3 testado para lajes com armadura de cisalhamento. ....	282
Tabela 7.15 – Previsão da carga de ruptura do CASO 4 testado para lajes com armadura de cisalhamento. ....	282
Tabela 7.16 – Comparação dos coeficientes $\beta$ . ....	284
Tabela 7.17 – Previsão da carga de ruptura para lajes sem armadura de cisalhamento pelo ACI 318 (2014).....	285

Tabela 7.18 – Previsão da carga de ruptura dos casos testados para lajes sem armadura de cisalhamento. ....	286
Tabela 7.19 – Previsão da carga de ruptura para lajes com armadura de cisalhamento pelo ACI (2014).....	286
Tabela 7.20 – Previsão da carga de ruptura do CASO 1 testado para lajes com armadura de cisalhamento. ....	287
Tabela 7.21 – Previsão da carga de ruptura para lajes sem armadura de cisalhamento pelo MC 2010 (2013) utilizando o nível de aproximação II. ....	288
Tabela 7.22 – Previsão da carga de ruptura pelo MC 2010 (2013) utilizando o nível de aproximação II. ....	288
Tabela 7.23 – Previsão da carga de ruptura pelo MC 2010 (2013) utilizando o nível de aproximação III.....	289
Tabela 7.24 – Previsão da carga de ruptura dos casos testados para lajes sem armadura de cisalhamento. ....	289
Tabela 7.25 – Previsão da carga de ruptura pelo MC2010 (2013) utilizando o nível de aproximação II.....	290
Tabela 7.26 – Previsão da carga de ruptura do Caso 1 testado para as lajes com armadura de cisalhamento. ....	290
Tabela 7.27 – Previsão da carga de ruptura pelo MC2010 (2013) utilizando o nível de aproximação III.....	291
Tabela 7.28 – Previsão da carga de ruptura do Caso 1 testado para as lajes com armadura de cisalhamento. ....	291
Tabela 7.29 – Previsão da carga de ruptura pelas normas.....	294

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 - Sistemas estruturais em lajes lisas (FERREIRA, 2010) .....	1
Figura 1.2 - Exemplos de colapsos estruturais surgidos por esforços de punção.....	3
Figura 1.3 – Tipos de ligações laje-pilar. ....	4
Figura 1.4 - Ruptura por punção em laje-lisa (modificado – Mirzaei, 2010).....	4
Figura 1.5 - Perspectivas das superfícies de ruína devidas à punção em ligações laje - pilar em lajes lisas (CARVALHO, 2009).....	5
Figura 2.1 - Esquema de ruptura por punção para lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento (CEB-FIP/MC90:1993) .....	9
Figura 2.2 - Tipos de armaduras de cisalhamento para lajes lisas (FERREIRA, 2010).....	11
Figura 2.3 – Detalhes do sistema de armaduras DSA – (PEIKKO <sup>®</sup> , 2012).....	12
Figura 2.4 – Detalhes do sistema de armaduras – (ANCON, 2012) .....	13
Figura 2.5 - Arranjos para a distribuição das armaduras de cisalhamento – (NBR 6118, 2014).....	13
Figura 2.6 - Ancoragem de <i>double-headed studs</i> em lajes lisas (FERREIRA, 2010).....	14
Figura 2.7 – Distribuição de cisalhamento devido a transferência de momento (CARES Technical Approval Report TA7 5041, 2012).....	18
Figura 2.8 – Dimensões e cargas das lajes ensaiadas – (CARES Technical Approval Report TA7 5041, 2012) .....	18
Figura 2.9 – Ensaios de validação do SHEARFIX na Universidade de Cambridge – Inglaterra (CARES Technical Approval Report TA7 5041, 2012).....	19
Figura 2.10 – Canto reentrante; ensaios em escala real na Universidade de Cambridge – Inglaterra (CARES Technical Approval Report TA7 5043, 2013).....	19
Figura 2.11 – Perímetros críticos $u_0$ e $u$ para pilares internos, de borda e de canto - NBR 6118 (ABNT, 2014) .....	21
Figura 2.12 – Perímetro crítico $u$ para áreas carregadas perto do canto reentrante.....	21
Figura 2.13 – Perímetro crítico reduzido $u^*$ com pilar de canto reentrante.....	22
Figura 2.14 - Disposição da armadura de punção em planta e perímetro crítico $u'$ - NBR 6118 (ABNT, 2014).....	22
Figura 2.15 - Disposição da armadura de punção - NBR 6118 (ABNT, 2014) .....	23
Figura 2.16 - Perímetro crítico $u'$ para pilar de canto reentrante. ....	23

Figura 2.17 - Perímetro crítico reduzido fora da armadura de cisalhamento para pilar de canto reentrante.....	23
Figura 2.18 - Modelo para verificar a ruptura por punção no estado limite último - Eurocode 2 (2004) .....	26
Figura 2.19 - Perímetro crítico $u_1$ ao redor de áreas carregadas - Eurocode 2 (2004).....	27
Figura 2.20 - Perímetro crítico $u_1$ para áreas carregadas perto da borda ou do canto - Eurocode 2 (2004) .....	27
Figura 2.21 - Perímetro crítico para áreas carregadas perto do canto reentrante. ....	27
Figura 2.22 - Armadura de borda - Eurocode 2 (2004).....	28
Figura 2.23 – Perímetro crítico externo à armadura de cisalhamento - Eurocode 2 (2004)	32
Figura 2.24 – Perímetro $u_{out}$ para pilar de canto reentrante .....	32
Figura 2.25 - Localização da seção crítica e suposta distribuição das tensões de cisalhamento para pilar interno - ACI 318 (2014).....	33
Figura 2.26 - Localização da seção crítica para o pilar de canto reentrante.....	33
Figura 2.27 – Dimensões de $b_1$ e $b_2$ do perímetro crítico $b_0$ .....	37
Figura 2.28 – Dimensões de $b_1$ e $b_2$ para o perímetro $b_{out}$ .....	37
Figura 2.29 – Representação dos parâmetros de um segmento reto do perímetro crítico...	38
Figura 2.30 – Perímetros críticos em torno de pilares ou área carregada - <i>Model Code</i> 2010 (2013) .....	39
Figura 2.31 – Altura efetiva da laje - <i>Model Code</i> 2010 (2013) .....	39
Figura 2.32 - Localização do perímetro crítico para o pilar de canto reentrante.....	39
Figura 2.33 – Redução do perímetro crítico $b_{1,red}$ - <i>Model Code</i> 2010 (2013) .....	41
Figura 2.34 – Resultante da força de cisalhamento: (a) posição com relação ao centróide da área carregada; (b) perímetro crítico do centróide aproximado e a excentricidade entre a força de cisalhamento resultante e o centróide do perímetro crítico - <i>Model Code</i> 2010 (2013) .....	42
Figura 2.35 – Armadura de cisalhamento ativa na ruptura - <i>Model Code</i> 2010 (2013).....	42
Figura 2.36 – Dimensões da área carregada ou analisada - <i>Model Code</i> 2010 (2013). ....	45
Figura 2.37 – Dimensões da área carregada ou analisada em mm para o caso particular da ligação laje-pilar de canto reentrante.....	45
Figura 2.38 – Perímetro crítico fora da armadura de cisalhamento - <i>Model Code</i> 2010 (2013) .....	46
Figura 2.39 – Perímetro crítico fora da armadura de cisalhamento.....	46

Figura 3.1 – Modelo hipotético caracterizando a situação estudada .....	47
Figura 3.2 – Relação entre a região da laje de ensaio e um pórtico equivalente. ....	48
Figura 3.3 – Geometria básica de todas as lajes (em mm). ....	48
Figura 3.4 – Localização das cargas $P_1$ e $P_2$ . ....	49
Figura 3.5 – Posição das cargas de ensaio e excentricidade da carga $e_c$ . ....	50
Figura 3.6 – Concretagem das Lajes .....	51
Figura 3.7 – Armadura superior de flexão das lajes com taxa de armadura 2,1%. ....	53
Figura 3.8 – Armadura superior de flexão das lajes com taxa de armadura 1,3%. ....	54
Figura 3.9 – Armadura superior de flexão das lajes com taxa de armadura 0,9%. ....	54
Figura 3.10 – Armadura inferior de flexão para todas as lajes. ....	55
Figura 3.11 – Detalhes do sistema de armaduras de cisalhamento. ....	55
Figura 3.12 - <i>Studs</i> com trilhos utilizados na pesquisa. ....	56
Figura 3.13 – Projeto das armaduras de cisalhamento com dimensões em mm. ....	56
Figura 3.14 – Detalhes das armaduras de cisalhamento. ....	57
Figura 3.15– Distribuição dos <i>studs</i> das lajes L02, L03, L09, L10 e L11. ....	57
Figura 3.16 – Projeto de armadura dos pilares. ....	58
Figura 3.17 – Projeto da armadura de torção na laje L03. ....	59
Figura 3.18 – Projeto da armadura de torção na laje L08. ....	59
Figura 3.19 – Projeto das fôrmas metálicas. ....	60
Figura 3.20 – Detalhes das formas. ....	61
Figura 3.21 – Posicionamento dos LVDT's, potenciômetro, escalas e defletômetros nas lajes. ....	62
Figura 3.22 – LVDT's utilizados para medir os deslocamentos verticais. ....	62
Figura 3.23 – Potenciômetro, escala e defletômetro utilizados nas lajes. ....	63
Figura 3.24– Procedimento de colagem dos extensômetros. ....	64
Figura 3.25– Posicionamento dos extensômetros nas armaduras superior (a) e inferior (b) (Série 1). ....	65
Figura 3.26– Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão superior (Série 2). ....	65
Figura 3.27– Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão superior (Série 3). ....	66
Figura 3.28– Detalhe dos inclinômetros. ....	68
Figura 3.29 – Posicionamento dos inclinômetros. ....	68
Figura 3.30 – Sistema de ensaio: vista superior. ....	70

Figura 3.31 – Detalhes do sistema de Ensaios.....	70
Figura 3.32 – Sistema de ensaio: vista superior. ....	71
Figura 3.33 – Sistema de ensaio: vista lateral. ....	72
Figura 3.34 – Sistema de ensaio: vista frontal.....	72
Figura 3.35 – Sistema de ensaio: Vista 3D.....	73
Figura 3.36 – Foto do sistema de ensaio da laje L12. ....	73
Figura 3.37– Sistema de aquisição de dados .....	74
Figura 4.1 - Ensaio de tração do aço. ....	77
Figura 4.2 – Tensão x deformação das barras de 10,0 mm (Série 3) .....	78
Figura 4.3 - Tensão x deformação das barras de 12,5 mm (Série 3).....	78
Figura 4.4 - Tensão x deformação das barras de 16,0 mm (Série 3).....	78
Figura 4.5 – Largura efetiva de uma laje lisa (EUROCODE 2 2004).....	79
Figura 4.6 – Linha de ruptura admitida para cálculo de resistência à flexão da laje.....	80
Figura 4.7 – Capacidade de flexão de acordo com o CSA <i>Standard</i> A23.3-94 (1994) – (Birkle, 2004) .....	80
Figura 4.8 - Posicionamento dos LVDT's, potenciômetro, escalas e defletômetros nas lajes .....	83
Figura 4.9 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L01 .....	83
Figura 4.10 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L01 .....	83
Figura 4.11 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L01 .....	84
Figura 4.12 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L01 .....	84
Figura 4.13 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L02 .....	84
Figura 4.14 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L02 .....	85
Figura 4.15 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L02 .....	85
Figura 4.16 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L02 .....	85
Figura 4.17 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L03 .....	86
Figura 4.18 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L03 .....	86
Figura 4.19 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L03 .....	86
Figura 4.20 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L03 .....	87
Figura 4.21 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L04 .....	87
Figura 4.22 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L04 .....	87
Figura 4.23 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L04 .....	88
Figura 4.24 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L04 .....	88
Figura 4.25 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L05 .....	88

Figura 4.26 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L05 .....	89
Figura 4.27 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L05 .....	89
Figura 4.28 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L05 .....	89
Figura 4.29 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L05 .....	90
Figura 4.30 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L06 .....	90
Figura 4.31 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L06 .....	90
Figura 4.32 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L06 .....	91
Figura 4.33 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L06 .....	91
Figura 4.34 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L06 .....	91
Figura 4.35 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L07 .....	92
Figura 4.36 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L07 .....	92
Figura 4.37 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L07 .....	92
Figura 4.38 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L07 .....	93
Figura 4.39 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L07 .....	93
Figura 4.40 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L08 .....	93
Figura 4.41 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L08 .....	94
Figura 4.42 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L08 .....	94
Figura 4.43 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L08 .....	94
Figura 4.44 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L08 .....	95
Figura 4.45 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L09 .....	95
Figura 4.46 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L09 .....	95
Figura 4.47 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L09 .....	96
Figura 4.48 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L09 .....	96
Figura 4.49 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L09 .....	96
Figura 4.50 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L10 .....	97
Figura 4.51 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L10 .....	97
Figura 4.52 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L10 .....	97
Figura 4.53 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L10 .....	98
Figura 4.54 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L10 .....	98
Figura 4.55 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L11 .....	98
Figura 4.56 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L11 .....	99
Figura 4.57 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L11 .....	99
Figura 4.58 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L11 .....	99
Figura 4.59 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L11 .....	100

Figura 4.60 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L12 .....	100
Figura 4.61 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L12 .....	100
Figura 4.62 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L12 .....	101
Figura 4.63 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L12 .....	101
Figura 4.64 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L12 .....	101
Figura 4.65 - Carga x deslocamento da laje L01 .....	102
Figura 4.66 - Carga x deslocamento da laje L01 .....	102
Figura 4.67 - Carga x deslocamento da laje L01 .....	102
Figura 4.68 - Carga x deslocamento da laje L02 .....	103
Figura 4.69 - Carga x deslocamento da laje L02 .....	103
Figura 4.70 - Carga x deslocamento da laje L02 .....	103
Figura 4.71 - Carga x deslocamento da laje L03 .....	104
Figura 4.72 - Carga x deslocamento da laje L03 .....	104
Figura 4.73 - Carga x deslocamento da laje L03 .....	104
Figura 4.74 - Carga x deslocamento da laje L04 .....	105
Figura 4.75 - Carga x deslocamento da laje L04 .....	105
Figura 4.76 - Carga x deslocamento da laje L04 .....	105
Figura 4.77 - Carga x deslocamento da laje L05 .....	106
Figura 4.78 - Carga x deslocamento da laje L05 .....	106
Figura 4.79 - Carga x deslocamento da laje L05 .....	106
Figura 4.80 - Carga x deslocamento da laje L06 .....	107
Figura 4.81 - Carga x deslocamento da laje L06 .....	107
Figura 4.82 - Carga x deslocamento da laje L06 .....	107
Figura 4.83 - Carga x deslocamento da laje L07 .....	108
Figura 4.84 - Carga x deslocamento da laje L07 .....	108
Figura 4.85 - Carga x deslocamento da laje L07 .....	108
Figura 4.86 - Carga x deslocamento da laje L08 .....	109
Figura 4.87 - Carga x deslocamento da laje L08 .....	109
Figura 4.88 - Carga x deslocamento da laje L08 .....	109
Figura 4.89 - Carga x deslocamento da laje L09 .....	110
Figura 4.90 - Carga x deslocamento da laje L09 .....	110
Figura 4.91 - Carga x deslocamento da laje L09 .....	110
Figura 4.92 - Carga x deslocamento da laje L10 .....	111
Figura 4.93 - Carga x deslocamento da laje L10 .....	111

Figura 4.94 - Carga x deslocamento da laje L10.....	111
Figura 4.95 - Carga x deslocamento da laje L11.....	112
Figura 4.96 - Carga x deslocamento da laje L11.....	112
Figura 4.97 - Carga x deslocamento da laje L11.....	112
Figura 4.98 - Carga x deslocamento da laje L12.....	113
Figura 4.99 - Carga x deslocamento da laje L12.....	113
Figura 4.100 - Carga x deslocamento da laje L12.....	113
Figura 4.101 – Carga x rotação da laje L01 na direção S-N e NE-SO.....	115
Figura 4.102 – Carga x rotação da laje L02 na direção S-N e NE-SO.....	115
Figura 4.103 – Carga x rotação da laje L03 na direção S-N e NE-SO.....	115
Figura 4.104 – Carga x rotação da laje L04 na direção S-N e NE-SO.....	116
Figura 4.105 – Carga x rotação da laje L05 na direção S-N e NE-SO.....	116
Figura 4.106 – Carga x rotação da laje L06 na direção S-N e NE-SO.....	116
Figura 4.107 – Carga x rotação da laje L07 na direção S-N e NE-SO.....	117
Figura 4.108 – Carga x rotação da laje L08 na direção S-N e NE-SO.....	117
Figura 4.109 – Carga x rotação da laje L09 na direção S-N e NE-SO.....	117
Figura 4.110 – Carga x rotação da laje L10 na direção S-N e NE-SO.....	118
Figura 4.111 – Carga x rotação da laje L11 na direção S-N e NE-SO.....	118
Figura 4.112 – Carga x rotação da laje L12 na direção S-N e NE-SO.....	118
Figura 4.113 – Carga x deslocamento do ponto 17 das lajes do Grupo 1.....	119
Figura 4.114 – Carga x deslocamento do ponto 18 das lajes do Grupo 1.....	120
Figura 4.115 – Carga x deslocamento do ponto 17 das lajes do Grupo 2.....	120
Figura 4.116 – Carga x deslocamento do ponto 18 das lajes do Grupo 2.....	120
Figura 4.117 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras superior (a) e inferior (Série 1).....	121
Figura 4.118 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras superior (Série 2).....	121
Figura 4.119 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras superior (Série 3).....	122
Figura 4.120 – Deformação na armadura de flexão da laje L01.....	122
Figura 4.121 – Deformação na armadura de flexão da laje L01.....	122
Figura 4.122 – Deformação na armadura de flexão da laje L02.....	123
Figura 4.123 – Deformação na armadura de flexão da laje L02.....	123
Figura 4.124 – Deformação na armadura de flexão da laje L03.....	123
Figura 4.125 – Deformação na armadura de flexão da laje L03.....	124
Figura 4.126 – Deformação na armadura de flexão da laje L04.....	124

Figura 4.127 – Deformação na armadura de flexão da laje L04 .....	124
Figura 4.128 – Deformação na armadura de flexão da laje L05 .....	125
Figura 4.129 – Deformação na armadura de flexão da laje L06 .....	125
Figura 4.130 – Deformação na armadura de flexão da laje L07 .....	125
Figura 4.131 – Deformação na armadura de flexão da laje L08 .....	126
Figura 4.132 – Deformação na armadura de flexão da laje L08 .....	126
Figura 4.133 – Deformação na armadura de flexão da laje L09 .....	126
Figura 4.134 – Deformação na armadura de flexão da laje L09 .....	127
Figura 4.135 – Deformação na armadura de flexão da laje L10 .....	127
Figura 4.136 – Deformação na armadura de flexão da laje L10 .....	127
Figura 4.137 – Deformação na armadura de flexão da laje L11 .....	128
Figura 4.138 – Deformação na armadura de flexão da laje L11 .....	128
Figura 4.139 – Deformação na armadura de flexão da laje L12 .....	128
Figura 4.140 – Deformação na armadura de flexão da laje L12 .....	129
Figura 4.141 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L01.....	129
Figura 4.142 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L01.....	129
Figura 4.143 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L01.....	130
Figura 4.144 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L01.....	130
Figura 4.145 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L02.....	130
Figura 4.146 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L02.....	131
Figura 4.147 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L02.....	131
Figura 4.148 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L02.....	131
Figura 4.149 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L03.....	132
Figura 4.150 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L03.....	132
Figura 4.151 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L03.....	132
Figura 4.152 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L03.....	133
Figura 4.153 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L04.....	133
Figura 4.154 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L04.....	133
Figura 4.155 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L04.....	134
Figura 4.156 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L04.....	134
Figura 4.157 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L05.....	134
Figura 4.158 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L06.....	135
Figura 4.159 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L07.....	135
Figura 4.160 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L08.....	135

Figura 4.161 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L08.....	136
Figura 4.162 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L09.....	136
Figura 4.163 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L10.....	136
Figura 4.164 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L11.....	137
Figura 4.165 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L12.....	137
Figura 4.166 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L12.....	137
Figura 4.167 – Linha utilizada para análise de deformações na armadura de flexão.....	138
Figura 4.168 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje L02 .....	139
Figura 4.169 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje L02 .....	140
Figura 4.170 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje L02 .....	140
Figura 4.171 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje L03 .....	140
Figura 4.172 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje L03 .....	141
Figura 4.173 – Deformações na 3ª camada de <i>studs</i> da laje L03 .....	141
Figura 4.174 – Deformações na 4ª camada de <i>studs</i> da laje L03 .....	141
Figura 4.175 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje L09 .....	142
Figura 4.176 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje L09 .....	142
Figura 4.177 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje L10 .....	142
Figura 4.178 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje L10 .....	143
Figura 4.179 – Deformações na 1ª camada de <i>studs</i> da laje L11 .....	143
Figura 4.180 – Deformações na 2ª camada de <i>studs</i> da laje L11 .....	143
Figura 4.181 – Pontos instrumentados na armadura de torção da laje L08.....	145
Figura 4.182 – Deformações nos pontos superiores dos estribos na direção SE-NO .....	145
Figura 4.183 – Deformações nos pontos laterais dos estribos na direção SE-NO .....	145
Figura 4.184 – Deformações nos pontos inferiores dos estribos na direção SE-NO.....	146
Figura 4.185 – Deformações nos pontos superiores dos estribos na direção NE-SO .....	146
Figura 4.186 – Deformações nos pontos laterais dos estribos na direção NE-SO .....	146
Figura 4.187 – Deformações nos pontos inferiores dos estribos na direção NE-SO.....	147
Figura 4.188 – Deformações na superfície do concreto da laje L01 .....	148
Figura 4.189 – Deformações na superfície do concreto da laje L02 .....	148
Figura 4.190 – Deformações na superfície do concreto da laje L03 .....	148
Figura 4.191 – Deformações na superfície do concreto da laje L04 .....	149
Figura 4.192 – Deformações na superfície do concreto da laje L05 .....	149
Figura 4.193 – Deformações na superfície do concreto da laje L06 .....	149
Figura 4.194 – Deformações na superfície do concreto da laje L07 .....	150

Figura 4.195 – Deformações na superfície do concreto da laje L08 .....	150
Figura 4.196 – Deformações na superfície do concreto da laje L09 .....	150
Figura 4.197 – Deformações na superfície do concreto da laje L10 .....	151
Figura 4.198 – Deformações na superfície do concreto da laje L11 .....	151
Figura 4.199 – Deformações na superfície do concreto da laje L12 .....	151
Figura 4.200 – Configuração de fissuras da laje L01 .....	154
Figura 4.201 – Configuração de fissuras da laje L02 .....	154
Figura 4.202 – Configuração de fissuras da laje L03 .....	154
Figura 4.203 – Configuração de fissuras da laje L04 .....	155
Figura 4.204 – Configuração de fissuras da laje L05 .....	155
Figura 4.205 – Configuração de fissuras da laje L06 .....	155
Figura 4.206 – Configuração de fissuras da laje L07 .....	156
Figura 4.207 – Configuração de fissuras da laje L08 .....	156
Figura 4.208 – Configuração de fissuras da laje L09 .....	156
Figura 4.209 – Configuração de fissuras da laje L010 .....	157
Figura 4.210 – Configuração de fissuras da laje L011 .....	157
Figura 4.211 – Configuração de fissuras da laje L012 .....	157
Figura 4.212 – Fissuras na borda reentrante da laje L06 .....	158
Figura 4.213 - Planos de corte das lajes L02 e L03 .....	159
Figura 4.214 - Planos de corte das lajes L09, L10 e L11 .....	160
Figura 4.215 – Superfície de ruptura da laje L01 .....	160
Figura 4.216 – Superfície de ruptura da laje L02 .....	160
Figura 4.217 – Superfície de ruptura da laje L03 .....	161
Figura 4.218 – Superfície de ruptura da laje L04 .....	161
Figura 4.219 – Superfície de ruptura da laje L05 .....	161
Figura 4.220 – Superfície de ruptura da laje L06 .....	162
Figura 4.221 – Superfície de ruptura da laje L07 .....	162
Figura 4.222 – Superfície de ruptura da laje L08 .....	162
Figura 4.223 – Superfície de ruptura da laje L09 .....	163
Figura 4.224 – Superfície de ruptura da laje L10 .....	163
Figura 4.225 – Superfície de ruptura da laje L11 .....	163
Figura 4.226 – Superfície de ruptura da laje L12 .....	164
Figura 4.227 – Superfície de corte das lajes .....	165
Figura 5.1 – Gráfico de carga de ruptura x excentricidade das lajes L01 e L04. ....	168

Figura 5.2 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L01 e L04. ....	169
Figura 5.3 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L01 e L04 nos pontos 1, 4, 8 e 10. ....	169
Figura 5.4 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L01 e L04 nos pontos 12, 13, 14 e 15. ....	170
Figura 5.5 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L01 e L04. ....	170
Figura 5.6 – Deformações na superfície do concreto das lajes L01 e L04. ....	171
Figura 5.7 – Gráfico de carga de ruptura x excentricidade das lajes L08, L12 e L07. ....	172
Figura 5.8 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L08, L12 e L07. ....	172
Figura 5.9 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L08, L12 e L07 nos pontos 1, 4, 8 e 10. ....	173
Figura 5.10 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L08, L12 e L07 nos pontos 12, 13, 14 e 15. ....	174
Figura 5.11 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L08, L12 e L07. ....	174
Figura 5.12 – Deformações na superfície do concreto das lajes L08, L12 e L07. ....	175
Figura 5.13 – Gráfico de carga de ruptura x taxa de armadura de flexão média das lajes L06, L08, L07 e L04. ....	176
Figura 5.14 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L06, L08, L07 e L04. ....	177
Figura 5.15 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L06, L08, L07 e L04 nos pontos 1, 4, 8 e 10. ....	177
Figura 5.16 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L06, L08, L07 e L04 nos pontos 12, 13, 14 e 15. ....	178
Figura 5.17 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L06, L08, L07 e L04. ....	178
Figura 5.18 – Deformações na superfície do concreto das lajes L06, L08 e L07. ....	179
Figura 5.19 – Gráfico de carga de ruptura x taxa de armadura de flexão média das lajes L05 e L01. ....	180
Figura 5.20 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L05 e L01. ..	180
Figura 5.21 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L05 e L01 nos pontos 1, 4, 8 e 10. ....	181
Figura 5.22 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L05 e L01 nos pontos 12, 13, 14 e 15. ....	181

Figura 5.23 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L05 e L01. ....	182
Figura 5.24 – Gráfico de carga de ruptura x excentricidade das lajes L06 e L05. ....	183
Figura 5.25 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L06 e L05. ..	183
Figura 5.26 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L06 e L05 nos pontos 1, 4, 8 e 10. ....	184
Figura 5.27 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L06 e L05 nos pontos 12, 13, 14 e 15. ....	184
Figura 5.28 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L06 e L05. ....	185
Figura 5.29 – Deformações na superfície do concreto das lajes L06 e L05.....	185
Figura 5.30 – Gráfico de carga de ruptura x área de armadura de cisalhamento das lajes L02, L09, e L03.....	186
Figura 5.31 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L02, L09 e L03. ....	187
Figura 5.32 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L02, L09 e L03 nos pontos 1, 4, 8 e 10.....	187
Figura 5.33 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L02, L09 e L03 nos pontos 12, 13, 14 e 15.....	188
Figura 5.34 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L02, L09 e L03. ....	188
Figura 5.35 – Deformações na superfície do concreto das lajes L02 e L03.....	189
Figura 5.36 – Gráfico de carga de ruptura x excentricidade e armadura de cisalhamento das lajes L09, L10, e L11.....	190
Figura 5.37 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L09, L10, e L11. ....	191
Figura 5.38 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L09, L10, e L11 nos pontos 1, 4, 8 e 10.....	191
Figura 5.39 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L09, L10, e L11 nos pontos 12, 13, 14 e 15.....	192
Figura 5.40 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L09, L10 e L11. ....	192
Figura 5.41 – Deformações na superfície do concreto das lajes L09, L10 e L11. ....	193
Figura 5.42 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L08 e L03. ..	194
Figura 5.43 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L08 e L03 nos pontos 1, 4, 8 e 10. ....	195
Figura 5.44 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L08 e L03 nos pontos 12, 13, 14 e 15. ....	195

Figura 5.45 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L08 e L03. ....	196
Figura 5.46 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L02, L09, L04 e L03.....	197
Figura 5.47 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L02, L09, L04 e L03 nos pontos 1, 4, 8 e 10.....	198
Figura 5.48 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L02, L09, L04 e L03 nos pontos 12, 13, 14 e 15.....	199
Figura 5.49 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L02, L09, L04 e L03.....	199
Figura 5.50 – Deformações na superfície do concreto das lajes L02, L04 e L03. ....	200
Figura 5.51 – Gráfico de carga de ruptura x taxa de armadura de flexão média das lajes L05, L01 e L10. ....	201
Figura 5.52 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L05, L01 e L10. ....	201
Figura 5.53 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L05, L01 e L10 nos pontos 1, 4, 8 e 10.....	202
Figura 5.54 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L05, L01 e L10 nos pontos 12, 13, 14 e 15.....	202
Figura 5.55 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L05, L01 e L10. ....	203
Figura 5.56 – Deformações na superfície do concreto das lajes L05, L01 e L10. ....	203
Figura 5.57 – Gráfico de carga de ruptura x taxa de armadura de flexão média das lajes L12 e L11. ....	204
Figura 5.58 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L12, e L11. .	205
Figura 5.59 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L12 e L11 nos pontos 1, 4, 8 e 10. ....	205
Figura 5.60 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L12 e L11 nos pontos 12, 13, 14 e 15. ....	206
Figura 5.61 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L12 e L11. ....	206
Figura 5.62 – Deformações na superfície do concreto das lajes L12 e L11.....	207
Figura 5.63 – Posição dos atuadores utilizados no ensaio das lajes. ....	209
Figura 6.1 – Diagrama de tensão-deformação uniaxial do concreto – adaptado de Červenka <i>et al</i> (2010) .....	212
Figura 6.2 – Lei de abertura de fissuras exponencial, desenvolvida por Hodijk. Adaptado de Červenka <i>et al</i> (2010). ....	213

Figura 6.3 – Diagrama tensão de compressão x deformação. Červenka <i>et al</i> (2010). .....	215
Figura 6.4 – Processo de fissuração do concreto no diagrama tensão-deformação do concreto. Adaptado de Červenka <i>et al</i> (2010). .....	217
Figura 6.5 – Diagrama de ruptura biaxial do concreto. Adaptado de Červenka <i>et al</i> (2010). .....	217
Figura 6.6 – Estado de tensões e deformações do <i>fixed crack model</i> . Adaptado de Červenka <i>et al</i> (2010). .....	219
Figura 6.7 – Estado de tensões e deformações do <i>rotated crack model</i> . Adaptado de Červenka <i>et al</i> (2010). .....	220
Figura 6.8 – Redução da resistência à compressão com presença de fissuração no material. Červenka <i>et al</i> (2010). .....	221
Figura 6.9 – Exemplos de simulação de armaduras no ATENA 3D, à esquerda: armadura distribuída; à direita: armadura discreta. Červenka <i>et al</i> (2010). .....	222
Figura 6.10 – Diagrama tensão-deformação do aço, bilinear, adotado nos modelos simulados. Adaptado de Červenka <i>et al</i> (2010). .....	223
Figura 6.11 – Geometria dos elementos finitos possíveis de modelar no ATENA 3D. Em cima: à esquerda – tetraedro; à direita – <i>brick</i> . Em baixo: elemento <i>wedge</i> . Adaptado Červenka (2010). .....	224
Figura 6.12 – Método de Newton-Raphson. Červenka <i>et al</i> (2010). .....	226
Figura 6.13 - Exemplo da modelagem da laje no Atena 3D (Laje L01). .....	227
Figura 6.14 - Exemplo da laje com pontos monitorados inseridos no programa Atena 3d (Laje L01). .....	230
Figura 6.15 – Pontos monitorados no programa ATENA 3D. ....	230
Figura 6.16 – Deslocamentos da Laje L01 .....	231
Figura 6.17 – Deslocamentos da Laje L02 .....	232
Figura 6.18 – Deslocamentos da Laje L03 .....	233
Figura 6.19 – Deslocamentos da Laje L04 .....	234
Figura 6.20 – Deslocamentos da Laje L05 .....	235
Figura 6.21 – Deslocamentos da Laje L06 .....	236
Figura 6.22 – Deslocamentos da Laje L07 .....	237
Figura 6.23 – Deslocamentos da Laje L08 .....	238
Figura 6.24 – Deslocamentos da Laje L09 .....	239
Figura 6.25 – Deslocamentos da Laje L10 .....	240
Figura 6.26 – Deslocamentos da Laje L11 .....	241

Figura 6.27 – Deslocamentos da Laje L12 .....	242
Figura 6.28 – Fissuras e deformada (m) da laje L04 obtida numericamente (vista em 2D) .....	244
Figura 6.29 – Fissuras e deformada (m) da laje L02 obtida numericamente (vista em 2D) .....	244
Figura 6.30 – Fissuras e deformada (m) da laje L04 obtida numericamente (vista em 3D) .....	245
Figura 6.31 – Fissuras e deformada (m) da laje L02 obtida numericamente (vista em 3D) .....	245
Figura 6.32 – Configuração de fissuras da laje L04 para ensaio experimental (esquerda) e numérico (direita) .....	246
Figura 6.33 – Configuração de fissuras da laje L02 para ensaio experimental (esquerda) e numérico (direita) .....	246
Figura 6.34 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L01, L02, L03 e L04 .....	247
Figura 6.35 – Deformações na armadura de flexão da Laje L01 .....	248
Figura 6.36 – Deformações na armadura de flexão da Laje L02 .....	249
Figura 6.37 – Deformações na armadura de flexão da Laje L03 .....	250
Figura 6.38 – Deformações na armadura de flexão da Laje L04 .....	251
Figura 6.39 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L05 e L06 .....	252
Figura 6.40 – Deformações na armadura de flexão da Laje L05 .....	253
Figura 6.41 – Deformações na armadura de flexão da Laje L06 .....	254
Figura 6.42 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L07 e L08 .....	255
Figura 6.43 – Deformações na armadura de flexão da Laje L07 .....	256
Figura 6.44 – Deformações na armadura de flexão da Laje L08 .....	257
Figura 6.45 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L09, L10 e L11 .....	258
Figura 6.46 – Deformações na armadura de flexão da Laje L09 .....	259
Figura 6.47 – Deformações na armadura de flexão da Laje L10 .....	260
Figura 6.48 – Deformações na armadura de flexão da Laje L11 .....	261
Figura 6.49 – Deformações na armadura de flexão da Laje L12 .....	262

Figura 6.50 – Pontos de deformações na armadura de cisalhamento monitorados no programa ATENA 3D das lajes L02, L03, L09, L10 e L11.....	263
Figura 6.51 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L02 .....	264
Figura 6.52 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L03 .....	264
Figura 6.53 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L09 .....	265
Figura 6.54 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L10 .....	265
Figura 6.55 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L11 .....	266
Figura 6.56 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L02 e L04.....	267
Figura 6.57 – Deformações na superfície do concreto da Laje L02.....	267
Figura 6.58 – Deformações na superfície do concreto da Laje L04.....	267
Figura 6.59 – Corte da laje para análise de tensões e deformações.....	268
Figura 6.60 – Distribuição das tensões principais (MPa) na laje L04 (corte NO-SE). ....	268
Figura 6.61 – Distribuição das tensões principais (MPa) na laje L02 (corte NO-SE). ....	268
Figura 6.62 – Elementos <i>shell</i> e <i>brick</i> na laje.....	269
Figura 6.63 – Avaliação da previsão dos resultados para lajes sem armadura de cisalhamento. ....	271
Figura 6.64 – Avaliação da previsão dos resultados para lajes com armadura de cisalhamento. ....	271
Figura 6.65 – Número do passo de carga x limite de convergência (Laje L04).....	272
Figura 6.66 – Número do passo de carga x limite de convergência (Laje L02).....	272
Figura 7.1 - Perímetro crítico $u$ para áreas carregadas perto do canto reentrante. ....	274
Figura 7.2 - Perímetro crítico reduzido pilar de canto reentrante.....	275
Figura 7.3 - Perímetro fora da armadura de cisalhamento reduzido para pilar de canto reentrante. ....	277
Figura 7.4 - Perímetro crítico fora da armadura de cisalhamento para pilar de canto reentrante. ....	281
Figura 7.5 - Localização da seção crítica para o pilar de canto reentrante.....	285
Figura 7.6 - Localização da seção crítica para o pilar de canto reentrante.....	287
Figura 7.7 – Avaliação da previsão dos resultados para lajes sem armadura de cisalhamento. ....	292
Figura 7.8 – Avaliação da previsão dos resultados para lajes com armadura de cisalhamento. ....	293

## LISTA DE SÍMBOLOS

$a$  - Altura da distribuição de tensões na zona comprimida;

$A_c$  - Área da seção crítica do perímetro distante a  $0,5 \cdot d$  do pilar;

$A_s, A_v$  - Área da seção transversal das armaduras de flexão tracionadas;

$A_{sw}$  - Área de armadura de cisalhamento por perímetro de *studs*;

$b$  - Largura de faixa de laje;

$b_0$  - Comprimento de um perímetro crítico à  $d/2$  da face do pilar;

$b_{0,out}$  - Perímetro crítico fora da armadura de cisalhamento;

$b_1$  - Projeção da seção crítica no eixo principal, na direção do momento;

$b_{1,red}$  - Perímetro crítico básico reduzido;

$b_2$  - Projeção da seção crítica perpendicular a  $b_1$  ;

$b_{ef}$  - Largura efetiva da laje para o cálculo do momento resistente;

$b_s$  - Largura da faixa carregada ou analisada para o cálculo de  $m_{sd}$  ;

$b_{sr}$  - Limitação da largura  $b_s$  ;

$b_u$  - Diâmetro de um círculo com a mesma área da região dentro do perímetro crítico;

$b_w$  - Largura da seção de concreto considerada para o cálculo de  $\rho$  ;

$C$  - Força resultante das tensões de compressão no concreto;

$C_1, c_1$  - Dimensão do pilar perpendicular à borda livre ou uma das dimensões do pilar do canto reentrante;

$C_2, c_2$  - Dimensão do pilar paralela à borda livre ou uma das dimensões do pilar do canto reentrante;

$c_{AB}$  - Distância entre o eixo centroide do perímetro crítico e o lado da seção crítica paralelo à transferência de momento;

$c_{CD}$  - Distância entre o eixo centroide do perímetro crítico e o lado da seção crítica paralelo à transferência de momento;

$d$  - Média aritmética das alturas úteis da armadura em direções ortogonais entre si;

$d_g$  - Diâmetro máximo do agregado;

$d_{ensaio}$  - Altura útil medida depois dos cortes das lajes;

$d_{proj}$  - Altura útil de projeto;

$d_x, d_y$  - Altura útil da armadura nas duas direções ortogonais;

$d_v$  - Altura útil efetiva;

$e$  - Excentricidade do carregamento (M/V) em relação ao eixo do pilar;

$e_{E,1}$  - Excentricidade da carga em relação ao centroide de  $u$ , excentricidade relativa;

$e_u$  - Excentricidade resultante da força de cisalhamento com respectivo centroide do perímetro crítico;

$E$  - Módulo de elasticidade do concreto;

$E_0$  - Módulo de elasticidade inicial;

$E_c$  - Módulo de elasticidade secante;

$E_{cm}$  - módulo de elasticidade médio calculado;

$E_s$  - Módulo de elasticidade do aço;

$f_{bd}$  - Tensão de flexão para barras nervuradas;

$f_{ck}$  - Resistência característica do concreto;

$f_c'^{ef}$  - Tensão efetiva de compressão;

$f_{cm}$  - Resistência à compressão média do concreto;

$f_{c,neo}$  - Resistência à compressão de cilindros 10 x 20 cm utilizando neoprene;

$f_{c,ret}$  - Resistência à compressão de cilindros 10 x 20 cm retificados;

$f_{ct}$  - Resistência à tração média do concreto;

$f_{ctm}$  - Tensão média à tração do concreto;

$f_t', f_t$  - Tensão efetiva de tração do concreto;

$f_t'^{ef}$  - Tensão de tração do concreto;

$f_y, f_{ys}$  - Tensão de escoamento do aço da armadura de flexão;

$f_{yw}$  - Tensão de escoamento do aço da armadura de cisalhamento;

$f_{yw,eff}$  - Tensão de escoamento efetiva do aço da armadura de cisalhamento;

$F_{sd}$  - Força ou reação concentrada de cálculo;

$G$  - Módulo de elasticidade transversal do material;

$G_F$  - Energia de fratura;

$h$  - Espessura da laje;

$J_c$  - Momento polar de inércia da seção crítica na direção perpendicular à borda;

$k$  - Parâmetro de forma;

$k, K$  - Coeficiente que considera a relação entre as dimensões do pilar; Efeito de escala;

$k_{dg}$  - Parâmetro que depende do diâmetro máximo do agregado;

$L_d$  - Dimensão do elemento finito quando a fissura se propaga na direção paralela a este;

$L'_t, L_t$  - Orientação da fissura;

$M_{Ed}$  - Momento de cálculo;

$M_{sd}$  - Momento fletor de cálculo perpendicular à borda da ligação;

$M_u$  - Momento fletor calculado em relação ao centro do pilar;

$M_{u,face}$  - Momento fletor resistente na face interna do pilar;

$M_{R,face}$  - Momento fletor resistente na face interna do pilar;

$m_{Rd}$  - Resistência à flexão média de projeto por unidade de comprimento numa faixa carregada (para a direção considerada);

$m_{sd}$  - Momento médio atuante por unidade de comprimento da armadura de flexão numa faixa;

$P_1, P_2$  - Cargas aplicadas no ensaio;

$P_{eq}$  - Peso próprio do equipamento sobre a laje;

$P_{fiss}$  - Carga total de primeira fissura;

$P_{laje}$  - Peso próprio da laje;

$P_u$  - Carga total aplicada pelo sistema (sem considerar o peso próprio);

$q$  - Vetor de carga total aplicada;

$r_{ec}$  - Fator de redução da tensão de resistência à compressão quando se está no estado tração-compressão (tração numa direção principal e compressão na outra);

$r_{et}$  - Fator de redução da resistência à tração na direção principal 1;

$r_s$  - Corresponde à distância do centro do pilar até ao raio onde o momento fletor é nulo;

$s_0$  - Distância do pilar à primeira camada de armadura de cisalhamento;

$s_r$  - Espaçamento radial da armadura de cisalhamento;

$s_t$  - Espaçamento circunferencial dos *studs* no perímetro externo dos *studs*;

$t$  - Espessura efetiva do tubo de parede fina;

$u, u_0, u_1$  - Perímetro crítico, distante a  $2 \cdot d$  do pilar;

$u_0$  - Perímetro crítico, distante a  $2 \cdot d$  do pilar (NBR6118);

$u_0$  - Perímetro do pilar (EC2);

$u^*, u_1^*, u_{1,red}$  - Perímetro crítico reduzido distante a  $2 \cdot d$  do pilar;

$u_{out}$  - Perímetro crítico afastado  $1.5d$  da última camada de armadura de cisalhamento;

$u_{out,eff}$  - Soma dos trechos do perímetro mínimo externos às armaduras de cisalhamento, com perímetro externo da armadura de cisalhamento colocado a uma distância não superior a  $1,5d$ ;

$V_c$  - Força resistente ao cisalhamento nominal fornecida pelo concreto;

$V_{Ed}$  - Esforço normal de cálculo;

$V_{fc,ret}$  - Força resistente utilizados os resultados da resistência a compressão dos cilindros retificados, com elementos *shell* na região afastada  $2h$  da face do pilar, e *brick* no restante da laje e pilar;

$V_{fc,ret,ab}$  - Força resistente em que foram utilizados os resultados da resistência à compressão dos cilindros retificados, com elementos *todos brick*;

$V_{flex}$  - Carga de ruptura por flexão na ligação;

$V_{MEF}$  – Resistência à punção obtida com o programa de análise não linear, ATENA.

$V_{Norma}$  – Resistência à punção obtida com as expressões da norma;

$V_{R,c}$  - Valor de projeto da resistência à punção de uma laje sem armadura de punção ao longo da seção de controle considerada;

$V_{R,cs}$  - Valor de projeto da resistência à punção de uma laje com armadura de punção ao longo da seção de controle considerada para uma ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras de cisalhamento;

$V_{R,máx}$  - Valor máximo de cálculo da força resistente ao cisalhamento ao longo da seção de controle considerada para uma ruptura por compressão diagonal;

$V_{R,out}$  - Valor máximo de cálculo da força resistente ao cisalhamento ao longo da seção de controle considerada para uma ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras de cisalhamento;

$V_s$  - Força resistente ao cisalhamento ao cisalhamento nominal fornecida pela armadura de cisalhamento;

$V_u$  - Carga de ruptura experimental na ligação com o pilar de borda;

$V_{u,gd}$  - Carga de ruptura obtida numericamente utilizando somente os gráficos de carga x deslocamento;

$T$  - Força resultante das tensões de tração na armadura;

$w$  - Abertura de fissura;

$w_c$  - Abertura da fissura quando a tensão efetiva de resistência à tração é nula;

$W_I, W_p$  - Módulo de Resistência Plástica em função do perímetro crítico  $u_1$ ;

$z$  - Braço interno de alavanca;

$z_1$  - Braço de alavanca entre o ponto de aplicação da carga e o eixo transversal que passa pelo centro do pilar;

$z_2$  - Braço de alavanca entre o centro de gravidade da área e o eixo transversal que passa pelo centro do pilar.

## LETRAS GREGAS

$\alpha$ ,  $\alpha_v$  - ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

$\alpha_1$  - Relação entre a tensão de compressão média na seção retangular e a resistência do concreto especificado;

$\alpha_s$  - fator para cálculo de  $V_c$  em função do tipo de ligação;

$\beta$  - Relação do lado maior e lado menor da coluna, carga concentrada, ou área de reação;

$\beta_c$  - Razão entre a maior e a menor dimensão do pilar;

$\delta_{final}$  - Deslocamento máximo medido;

$\delta_{comp.}$  - Deslocamento comparativo em um mesmo nível de carregamento;

$\varepsilon_1$ ,  $\varepsilon_2$  - Deformações principais para os eixos 1 e 2;

$\varepsilon_s$ ,  $\varepsilon_c$  - Deformação do aço e do concreto;

$\varepsilon_{cr}$  - Deformação de abertura de fissura antes da tensão de resistência à tração ser nula;

$\varepsilon_d$  - Deformação limite por compressão do concreto onde a resistência do concreto é nula;

$\varepsilon_f$  - Deformação da armadura de flexão;

$\varepsilon_{f1,máx}$  - Primeira deformação máxima;

$\varepsilon_{f2,máx}$  - Segunda deformação máxima;

$\varepsilon_{stud}$  - Deformação na armadura de cisalhamento;

$\varepsilon_y$  - Deformação da armadura de flexão;

$\varepsilon^{eq}$  - Deformação uniaxial equivalente;

$\phi$  - Fator de redução da tensão;

$\phi_f$  - Diâmetro da armadura de flexão;  
 $\phi_t$  - Diâmetro da armadura de torção;  
 $\phi_w$  - Diâmetro da armadura de cisalhamento;  
 $\gamma$  - Fator de correção da dimensão do elemento finito;  
 $\gamma_c$  - Coeficiente de segurança do concreto;  
 $\gamma_v$  - Coeficiente de transferência de momento fletor pela excentricidade da força cortante;  
 $\gamma_f$  - Parcela do momento desbalanceado transferido por flexão;  
 $\kappa$  - Fator que leva em consideração o efeito de escala;  
 $\kappa_e$  - Coeficiente de redução do perímetro crítico;  
 $\kappa_{sys}$  - Coeficiente em função do tipo de armadura de cisalhamento;  
 $\kappa_\psi$  - Parâmetro que depende de deformações (rotações) da laje;  
 $\lambda$  - Fator de modificação, em função do tipo do concreto;  
 $\psi$  - Rotação da laje em relação ao plano horizontal;  
 $\rho$  - Taxa geométrica de armadura passiva de flexão;  
 $\rho_x, \rho_y$  - são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais;  
 $\sigma$  - Tensão nominal;  
 $\sigma_{c1}, \sigma_{c2}$  - Tensões principais no concreto;  
 $\sigma_c^{ef}$  - Tensão efetiva;  
 $\sigma_{ci}$  - Tensão do concreto;  
 $\sigma_{sw}$  - Tensão cuja armadura de cisalhamento tem capacidade para mobilizar;  
 $\sigma_t^{ef}$  - Tensão à tração do concreto;  
 $\tau$  - Tensões de cisalhamento na face da fissura;  
 $\tau_{Rd1}, \tau_{Rd2}$  - Tensão de cisalhamento resistente de cálculo;

$\tau_{sd}$  - Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo;

$V_{Ed}$  - Tensão atuante na ligação;

$V_{Rd,max}$  - Valor de cálculo máximo da resistência ao cisalhamento ao longo da seção considerada;

$V_{Rd,c}$  - Valor de cálculo da resistência ao cisalhamento sem armadura de punção ao longo da seção considerada.

## **ABREVIATURAS E SIGLAS**

D – Defletômetro.

E – Escala;

EC - Esmagamento do concreto;

EE - Extensômetro das armaduras de torção;

EF - Extensômetro das armaduras de flexão longitudinais superiores;

EI - Extensômetro das armaduras de flexão longitudinais inferiores;

ES - Extensômetro das armaduras de cisalhamento;

EXP – Resultados experimentais;

FP - Flexão seguida por punção;

L, LVDT - Transformador diferencial variável linear;

MEF - Método dos elementos finitos;

P – Potenciômetro;

P – Punção;

PF - Punção seguida por flexão.

# 1 INTRODUÇÃO

A ligação direta entre pilar e lajes de concreto armado é uma alternativa cada vez mais frequente nos projetos de construção civil no Brasil. Diversos fatores podem indicar a conveniência da utilização de um modelo estrutural tipo laje lisa (lajes apoiadas diretamente em pilares sem capitéis, segundo a NBR 6118:2014), o que pode gerar tensões de cisalhamento significativas na região da laje ao redor do pilar. A Figura 1.1 mostra o sistema estrutural em lajes lisas.

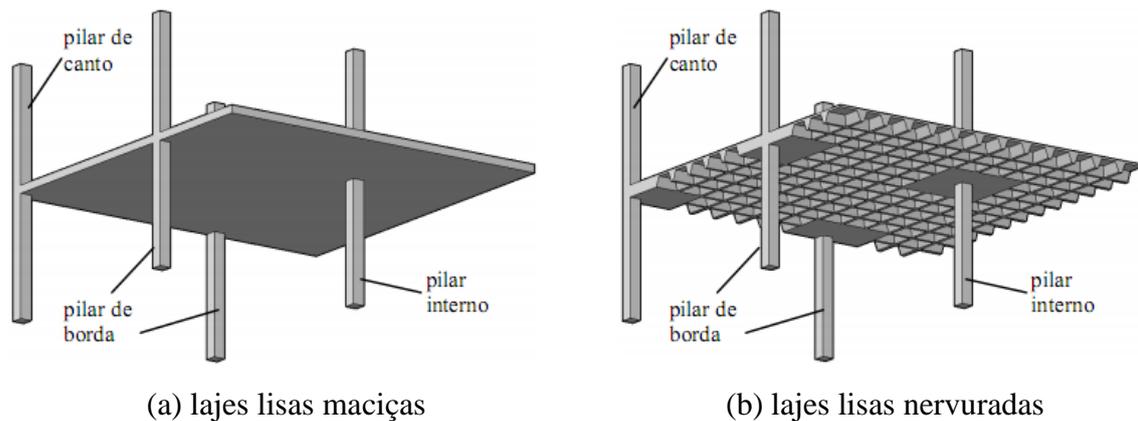


Figura 1.1 - Sistemas estruturais em lajes lisas (FERREIRA, 2010)

Entre as possíveis vantagens deste tipo de estrutura podem-se citar:

- Simplificação na execução das formas e do cimbramento: devido à ausência de vigas ocorre uma diminuição dos recortes, ocasionando uma maior agilidade no processo construtivo;
- Simplificação na concretagem: maior facilidade no lançamento, adensamento e desforma do concreto, reduzindo a possibilidade de ocorrência de falhas de concretagem;
- Melhoria da qualidade final e diminuição da quantidade de material de revestimento: com a simplificação das formas, das armaduras e da concretagem, é possível obter estruturas com melhor acabamento, o que pode até dispensar o uso de revestimentos. Quando houver necessidade de revestimento, a superfície a ser revestida é menor, a preparação é facilitada e também as dificuldades para revestir as superfícies planas são menores.

- Simplificação das instalações prediais: o projeto e a execução de instalações prediais elétricas e hidráulicas são facilitados e a qualidade aumentada, pois diminui a quantidade de curvas e a necessidade de contornar vigas ou perfurá-las.
- Maior flexibilidade de *layout*: liberdade na definição de espaços internos e facilidade na realização de reformas e modificações futuras, pois as divisórias não estão condicionadas à localização das vigas.

Algumas desvantagens podem ser observadas no uso de pavimentos de edifícios em lajes lisas, fazendo com que a sua utilização tenha que ser bem estudada e comparada com outros tipos de pavimentos de edifícios, antes de sua adoção.

Com base nos resultados disponíveis na literatura, quando comparadas às lajes usuais apoiadas em vigas, as lajes lisas podem apresentar maiores deslocamentos verticais (flechas) para um mesmo vão. A estabilidade global da estrutura pode diminuir devido à ausência de vigas, sendo necessário vincular a laje a núcleos rígidos ou paredes estruturais para reduzir os deslocamentos horizontais.

Na região de ligação laje-pilar são observadas elevadas tensões originadas pelos esforços de flexão e de cisalhamento, que podem provocar ruptura por punção da laje com uma carga inferior à carga última de flexão. A ruptura por punção está associada à formação de um cone podendo ocorrer sem aviso e de forma frágil.

De acordo com Melo (1990), o primeiro acidente registrado de ruptura por punção foi o caso do edifício Prest-o-Lite, em Indianópolis (1911), onde as lajes se desligaram completamente dos pilares, ocorrendo o colapso progressivo de toda a estrutura, provocando várias mortes.

Outros casos de acidentes estruturais devido à ruptura por punção têm sido registrados, como por exemplo, o colapso por puncionamento em um edifício de 16 pavimentos, em 1971, situado na Avenida Commonwealth, Boston - Massachusetts, Estados Unidos (Figura 1.2a); o colapso parcial do edifício Pipers Row Car Park, localizado na cidade de Wolverhampton na Inglaterra em 1997 (Figura 1.2b); o colapso do edifício garagem no Tropicana Cassino em 2003, localizado em Atlantic City, Estados Unidos (Figura 1.2c); a ruptura ocorrida no pátio de estacionamento na cidade Smith Dundas em 2011, Nova Zelândia (Figura 1.2d).



(a) Edifício de apartamentos em Boston, Massachusetts, Estados Unidos em 1971 - KING (2004).



(b) Colapso parcial do edifício Pipers Row Car Park, Wolverhampton – WOOD (1997).



(c) Colapso em edifício garagem, *Atlantic City* - Estados Unidos (2003).



(d) Pátio de estacionamento, Smith Dundas - Nova Zelândia (2011).

Figura 1.2 - Exemplos de colapsos estruturais surgidos por esforços de punção

A resistência ao cisalhamento é um fator importante no dimensionamento deste tipo de estrutura, sendo frequentemente um fator condicionante para a escolha da espessura da laje, da geometria dos pilares, da resistência à compressão do concreto, do uso de capitel ou a utilização armadura de cisalhamento.

Entre os fatores que interferem na resistência à punção podem ser relacionados: resistência à compressão do concreto; altura útil da laje e relação entre os lados do pilar (ou diâmetro no caso de pilar circular) e a altura útil da laje; relação entre os lados dos pilares, aberturas na laje próximas aos pilares; excentricidades do carregamento; perímetro de contato entre a laje e o pilar; armadura de flexão; armadura de cisalhamento.

Existem várias posições das ligações laje-pilar (interno, borda, canto e canto reentrante) como mostra a Figura 1.3, mas a ligação laje-pilar de canto reentrante não é abordada por

nenhuma pesquisa como os demais casos, sendo ainda desconhecido seu modelo mecânico e seu comportamento com momento desbalanceado em uma ou em duas direções.

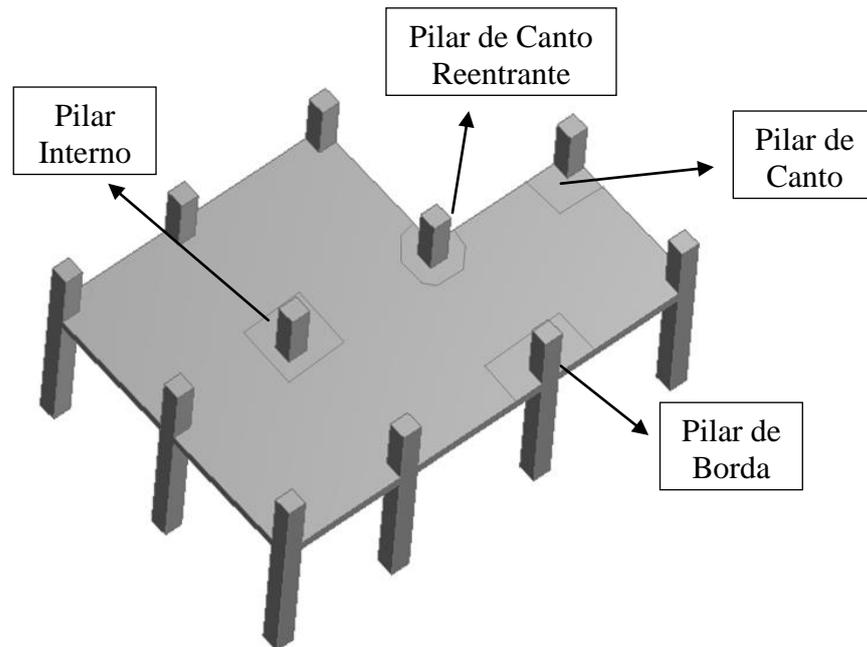


Figura 1.3 – Tipos de ligações laje-pilar.

Para o sistema de lajes lisas o dimensionamento é realizado considerando a resistência à punção nas conexões entre a laje e o pilar, pois a ruptura devida à punção, esquematizada na Figura 1.4, pode se desenvolver de forma frágil, onde a armadura de flexão pode não atingir sua tensão de escoamento, gerando assim limitação quanto à ductilidade da laje.

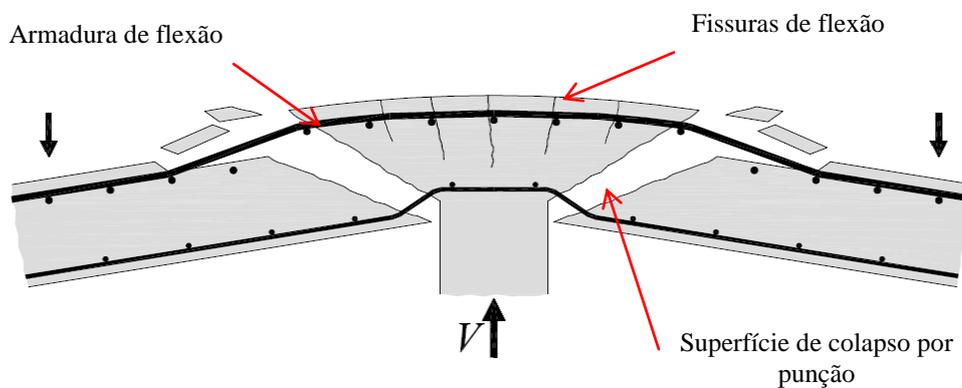


Figura 1.4 - Ruptura por punção em laje-lisa (modificado – Mirzaei, 2010)

A Figura 1.5 apresenta o aspecto da superfície de ruptura devido à punção em diferentes tipos de ligações laje-pilar.

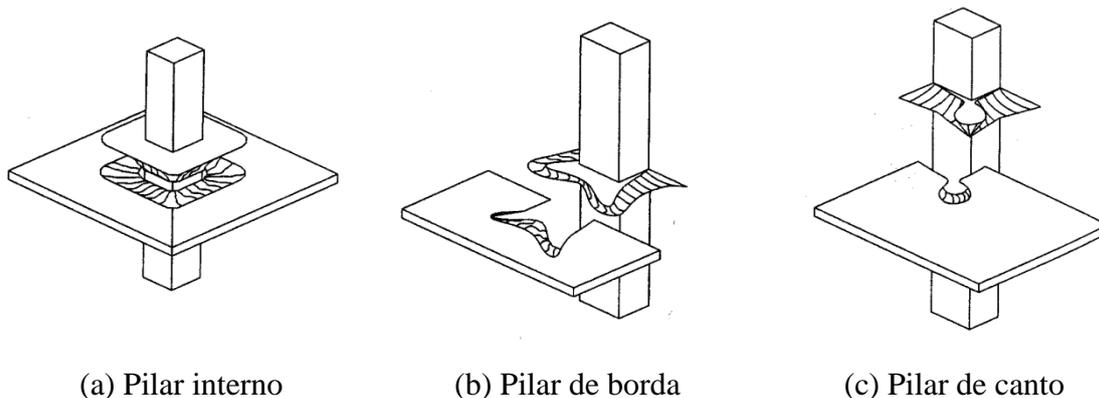


Figura 1.5 - Perspectivas das superfícies de ruína devidas à punção em ligações laje - pilar em lajes lisas (CARVALHO, 2009)

## 1.1 JUSTIFICATIVA

Esta pesquisa é relevante para a comunidade científica internacional, pois não existe nenhum trabalho publicado no meio científico que trate da ligação laje-pilar de canto reentrante, podendo assim contribuir para no futuro estabelecer um modelo mecânico que possa representar o comportamento à punção desse tipo de ligação.

O estudo de punção com armadura de cisalhamento vem sendo desenvolvido por alguns pesquisadores no mundo todo, com importantes descobertas, sobretudo na influência de *studs* sobre a carga de ruptura. A transferência de momento em uma ou em duas direções ainda é pouco compreendido, necessitando de modelos teóricos mais embasados para o projeto de lajes lisas de concreto armado.

Há ainda a necessidade de mais pesquisas experimentais que levem a uma melhor compreensão do mecanismo de ruptura das ligações laje-pilar, e o presente estudo pretende dar sua contribuição nesse sentido para o caso de pilar de canto reentrante.

As ligações internas, de borda e de canto recebem tratamento pelas normas com modelos de cálculo para capacidade a punção, mas ligações laje-pilar de canto reentrante ainda não são abordadas em nenhuma norma.

## **1.2 OBJETIVOS DA PESQUISA**

### **1.2.1 Objetivo Geral**

O presente trabalho visa contribuir para o avanço do conhecimento acerca do fenômeno de punção em lajes lisas, considerando o histórico de casos de acidentes relacionados ao fenômeno da punção. Para isto, buscar-se-á avaliar experimentalmente os mecanismos resistentes nas lajes lisas de concreto armado com pilar de canto reentrante, com e sem armadura de cisalhamento. Serão variáveis neste trabalho: excentricidade de carga, taxa de armadura de flexão, quantidade e disposição da armadura de cisalhamento e armadura de torção. A partir de estudo experimental, complementado por uma análise computacional, será observada a influência destes parâmetros sobre o comportamento das lajes dessa pesquisa. Desta maneira, pretende-se contribuir com os estudos desse fenômeno com a obtenção de dados que auxiliem na previsão de como poderá ocorrer à ruptura por punção, na caracterização da superfície de ruptura e na identificação dos tipos de ruptura.

### **1.2.2 Objetivos Específicos**

- Obtenção e apresentação de resultados experimentais a partir da realização de ensaios com lajes lisas de concreto armado com pilar de canto reentrante;
- Verificar o sistema da armadura de cisalhamento ensaiada para analisar o desempenho em relação às expectativas do projeto estrutural.
- Avaliar o desempenho do tipo de conexão em estudo para diferentes quantidades de armadura de cisalhamento;
- Verificar a viabilidade de utilizar o *software* ATENA (destinado a efetuar análises tridimensionais não lineares em estruturas de concreto armado) para representar o comportamento de lajes com pilares de canto reentrante, confrontando os resultados que o programa fornece com os resultados obtidos experimentalmente.
- Verificar a validade de utilizar recomendações normativas de projeto sobre ruptura por punção adaptadas para o caso de conexões entre lajes e pilares de cantos reentrantes.

### **1.3 METODOLOGIA**

Foram construídas doze lajes lisas com pilar de canto reentrante, variando-se características como a utilização e quantidade de armadura de cisalhamento do tipo *stud*, a utilização da armadura de torção, a excentricidade da carga aplicada e a taxa de armadura de flexão. As doze lajes foram moldadas, instrumentadas e ensaiadas no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília (LABEST – UnB), onde foram registradas as características de cada laje no decorrer dos ensaios.

Após os ensaios, os resultados foram tratados considerando a deformação específica no concreto e nas armaduras, deslocamentos verticais, rotações, fissuração, modos e cargas de ruptura. Essas cargas foram comparadas com estimativas utilizando expressões das normas: NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004), ACI 318 (2014) e MC2010 (2013), mediante algumas adaptações já que as normas não tratam o caso de punção em lajes com pilar reentrante.

Posteriormente foi utilizado um programa com base em elementos finitos de análise não linear para simular as lajes dessa pesquisa e então realizar algumas análises comparando os resultados obtidos com o programa e os resultados experimentais.

### **1.4 ESTRUTURA DO TRABALHO**

O presente trabalho é composto de oito capítulos, incluindo esta introdução, cujos conteúdos são apresentados sucintamente a seguir:

No Capítulo 2 é apresentada a revisão bibliográfica com aspectos gerais sobre o comportamento das lajes lisas de concreto armado, além da metodologia de cálculo proposta pelas normas: NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004), ACI 318 (2014) e MC2010 (2013).

No Capítulo 3 apresenta-se o programa experimental, onde são descritas as lajes ensaiadas nessa pesquisa, as variáveis estudadas, a instrumentação e os procedimentos de ensaio.

No Capítulo 4 são apresentados os resultados experimentais obtidos nos ensaios quanto às deformações nas armaduras de flexão e cisalhamento, deformações no concreto, deslocamentos verticais, fissuração, rotações das lajes, cargas últimas e modos de ruptura.

No Capítulo 5 é apresentada a análise dos resultados experimentais em grupos formados pela semelhança de variáveis existentes nas lajes ensaiadas.

No Capítulo 6 são descritos e analisados os resultados obtidos com o programa de análise não linear ATENA.

No Capítulo 7 são apresentadas as previsões segundo as normas adaptadas e analisada a variação de parâmetros em cada norma utilizada para comparar com os resultados experimentais.

No Capítulo 8 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

São apresentadas ainda as Referências Bibliográficas e um apêndice com o cálculo das cargas de ruptura segundo as normas adaptadas para o caso do pilar de canto reentrante.

## 2 REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

O fenômeno de punção pode ser caracterizado como um modo de ruptura que ocorre por cisalhamento em elementos delgados submetidos a carga ou reação concentrada aplicada transversalmente, que provoca elevadas tensões de cisalhamento em torno de regiões relativamente pequenas, podendo resultar em ruptura frágil. Nas lajes lisas, esta situação é típica na região da ligação laje-pilar. Procura-se minimizar essas tensões atuantes na região próxima ao pilar com o uso de *drop panel* ou capitéis na região onde ocorrem os maiores esforços de cisalhamento. Outra forma de evitar a punção é o aumento da capacidade resistente da laje, utilizando-se concreto de alta resistência e armadura de cisalhamento. A Figura 2.1 apresenta a superfície de ruptura devido à punção em lajes lisas sem armadura de cisalhamento nos casos de carregamento simétrico. Segundo o CEB-FIP MC90 (1993) a superfície de ruptura tem formato tronco-cônica e se desenvolve a partir da extremidade da área carregada até a face oposta da laje, seguindo uma inclinação normalmente entre 25° e 30°.

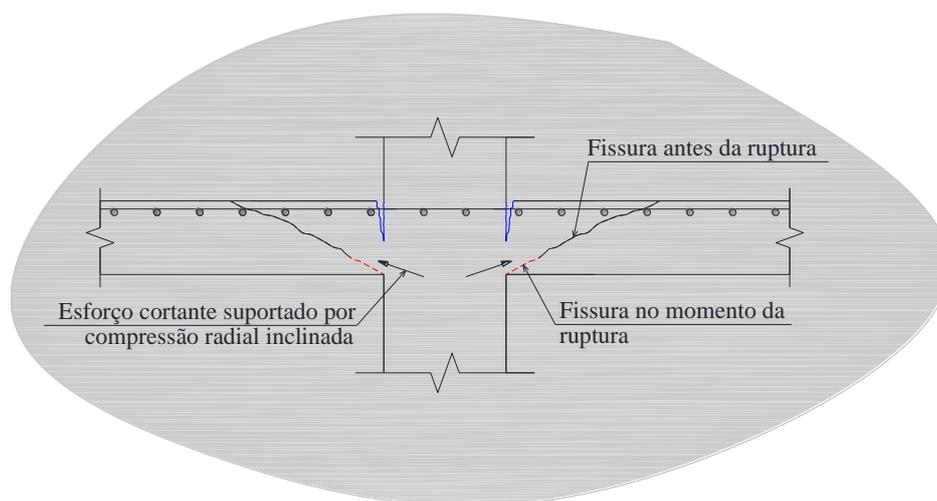


Figura 2.1 - Esquema de ruptura por punção para lajes lisas de concreto armado sem armadura de cisalhamento (CEB-FIP/MC90:1993)

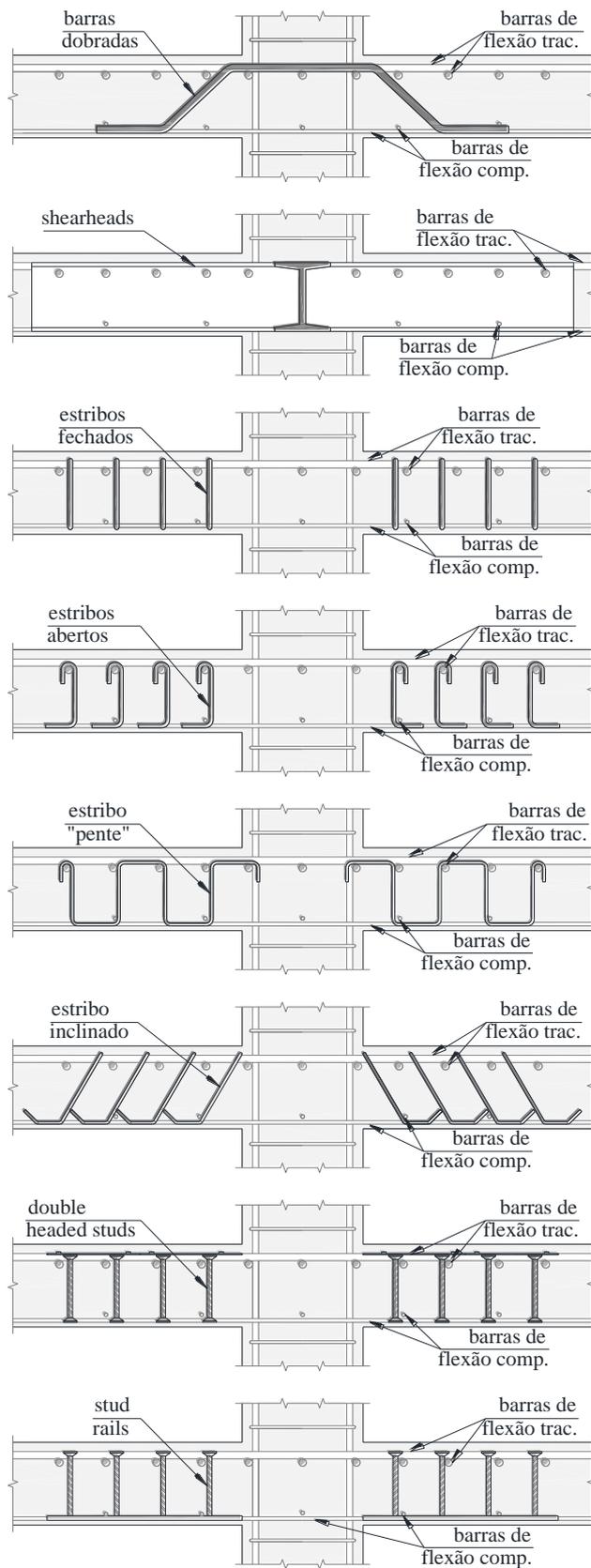
## 2.1 CONCEITOS FUNDAMENTAIS

### 2.1.1 Armadura de Cisalhamento

Para se evitar a ruptura por punção, muitas vezes é necessário aumentar a resistência da ligação laje-pilar. Soluções comuns como capitéis e “*drop panels*” podem ser indesejáveis do ponto de vista arquitetônico ou construtivo, e, por isso, o uso de armaduras de cisalhamento para evitar a punção, ou simplesmente, armaduras de punção, vem crescendo bastante. Essa alternativa, favorável do ponto de vista da ductilidade, pode contribuir para a mudança do tipo de ruptura previsto.

A capacidade resistente da ligação aumenta significativamente, tanto que, de acordo com Gomes (1991), a resistência das lajes com armaduras de punção pode chegar ao dobro da resistência das lajes sem essas armaduras. Esse aumento proporcionado pelas armaduras, entretanto, é limitado pela tensão de esmagamento da biela de concreto na face do pilar. Dessa forma, a tensão resistente da ligação tem uma parcela referente à armadura de punção e outra referente ao concreto (não apenas à biela, mas também para o caso de tração diagonal, com mecanismos de transferência como o engrenamento dos agregados).

A parcela de resistência do concreto corresponde a cerca de 75% da resistência da laje sem armadura de punção, segundo os estudos de Regan e Braestrup (1985), com base nos trabalhos de Dilger e Ghali (1981), Langohr *et al.* (1976) e Seible *et al.* (1980), dentre outros. Nas lajes com armadura de cisalhamento, a parcela resistente do concreto sofre redução em consequência, principalmente, das maiores deformações e aberturas de fissuras relacionadas ao trabalho da armadura de cisalhamento. Já a parcela da armadura depende de vários parâmetros, como a disposição e os espaçamentos dos elementos, a eficiência das ancoragens, além da própria área de aço. Podem ser utilizados estribos ou conectores tipo pino (*studs*), que são modelos mais usuais dentre outras possibilidades. A Figura 2.2 mostra detalhes de alguns dos principais tipos de armaduras de cisalhamento utilizadas em lajes lisas.



a) Barras dobradas

b) Estribos fechados

c) Estribos abertos

d) Estribo "pente"

e) Estribo inclinado

f) *Single-headed studs on rails*

g) *Double-headed studs*

h) *Shearheads*

Figura 2.2 - Tipos de armaduras de cisalhamento para lajes lisas (FERREIRA, 2010)

Apesar dos estribos serem escolhidos com maior frequência no Brasil, a garantia de sua ancoragem requer cuidados essenciais. O estribo deve envolver tanto a armadura de flexão superior quanto a inferior, o que dificulta e pode atrasar o processo executivo. Rupturas nessas ligações provocam escorregamento e já comprometem a eficiência da armadura, como mencionado por Dilger e Ghali (1981).

Mais efetivos em termos de ancoragem e de instalação mais precisa, os conectores tipo pino têm apresentado bom desempenho no aumento da resistência da ligação laje-pilar, como comprovado experimentalmente por Dilger e Ghali (1981), Mokhtar *et al.* (1985), Elgabry e Ghali (1987) e Ferreira (2010). Dependendo do fabricante deste tipo de armadura, pode-se posicioná-la antes ou depois da montagem das armaduras de flexão, tendo para tal, chapas ou barras delgadas de aço apenas para permitir sua fixação. A Figura 2.3 mostra detalhes das armaduras do sistema DSA (*double headed studs attached to a steel shape*) da empresa PEIKKO® e a Figura 2.4 apresenta detalhes do sistema de armaduras contra punção da empresa ANCON. Segundo Ghali (1989), numa mesma situação, esse tipo de armadura requer uma menor área de aço que os estribos, o que também significa economia. Por tudo isso, os conectores tipo pino vêm sendo cada vez mais empregados em diversos países.

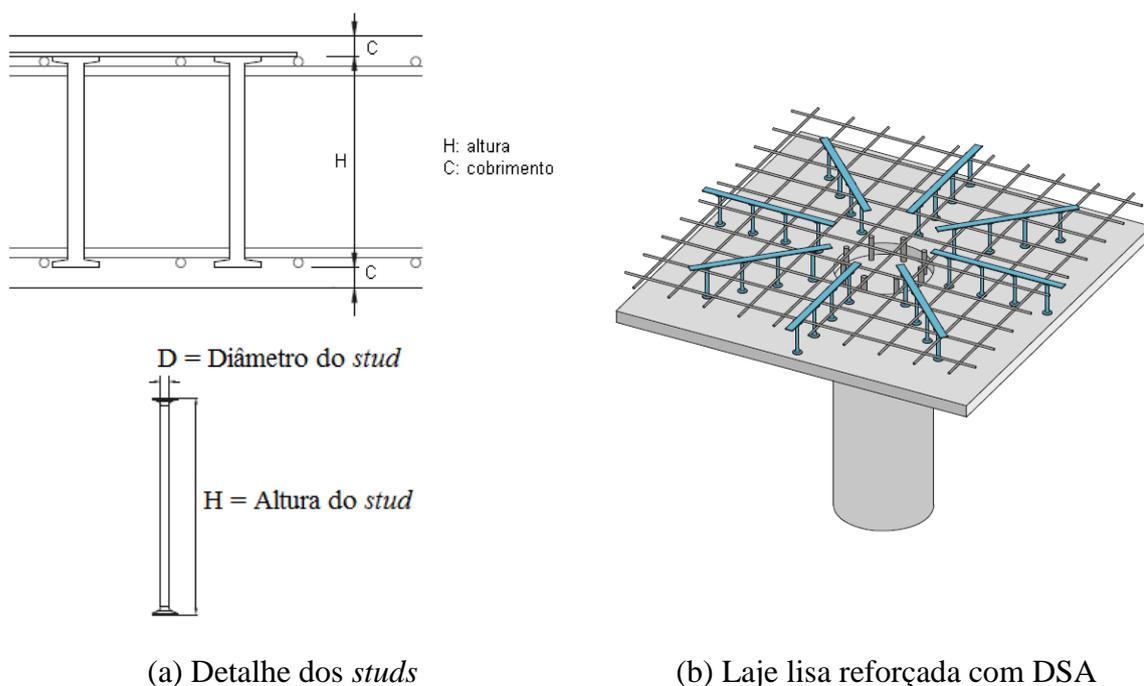


Figura 2.3 – Detalhes do sistema de armaduras DSA – (PEIKKO®, 2012)



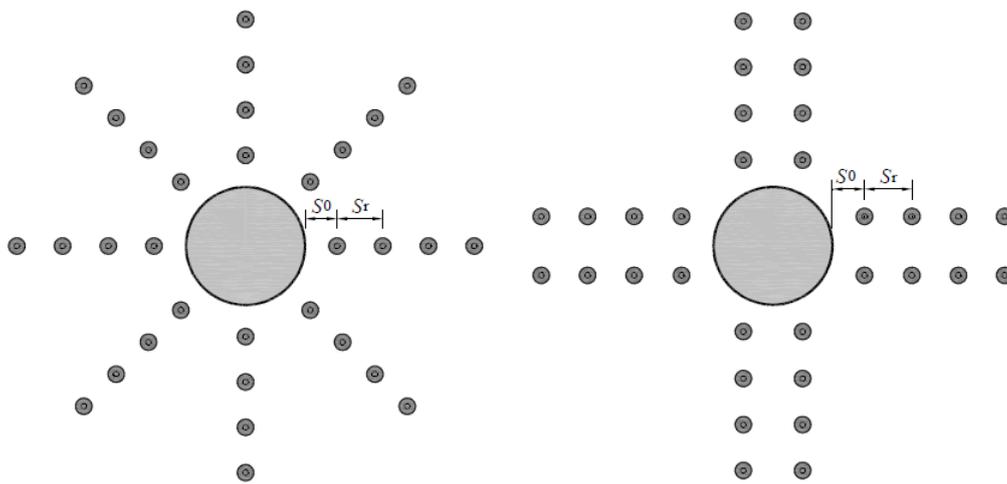
(a) Componentes do sistema



(b) Posicionamento dos studs

Figura 2.4 – Detalhes do sistema de armaduras – (ANCON, 2012)

Por questões construtivas, muitas vezes é mais simples concentrar as armaduras de cisalhamento em faixas ortogonais, em um arranjo “em cruz” (Figura 2.5b) do que em radial devido à interferência entre as armaduras de flexão e de cisalhamento na região da ligação laje-pilar. Tanto o arranjo adotado para a distribuição das armaduras quanto o tipo e quantidade de armadura de cisalhamento influenciam significativamente na resistência à punção de lajes lisas.



(a) Distribuição radial

(b) Distribuição “em cruz”

Figura 2.5 - Arranjos para a distribuição das armaduras de cisalhamento – (NBR 6118, 2014)

Para o espaçamento entre camadas ( $s_r$ ), é sugerido pelas normas que a distância máxima adotada seja de  $0,75 \cdot d$ . Segundo Ferreira (2010), essa limitação para o máximo espaçamento entre camadas parece justificável uma vez que, se for considerado que o

comprimento das armaduras de cisalhamento é aproximadamente igual à altura útil da laje ( $d$ ), ao se espaçar as armaduras com valores de  $s_r = d$  a tendência seria que o ângulo da superfície de ruptura fosse  $45^\circ$  e, com tal inclinação, a superfície de ruptura poderia não cruzar nenhuma das armaduras de cisalhamento. A Figura 2.6 apresenta a ruptura por punção assumindo-se uma inclinação de  $45^\circ$  para a superfície de ruptura onde é possível perceber que, se a primeira camada estiver muito próxima da face do pilar e se as demais camadas estiverem muito afastadas é possível que as armaduras não sejam eficientes.

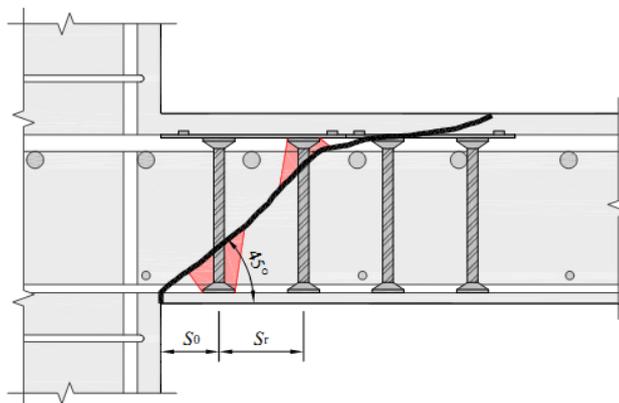


Figura 2.6 - Ancoragem de *double-headed studs* em lajes lisas (FERREIRA, 2010)

Ferreira (2010) cita que outro parâmetro que pode influenciar o desempenho de uma conexão laje-pilar é o comportamento da região onde as armaduras de cisalhamento serão utilizadas. A correta definição das dimensões da região onde é necessária a utilização de armadura de cisalhamento é fundamental para evitar rupturas bruscas na parte externa à região com armadura de cisalhamento.

## 2.2 TRABALHOS EXPERIMENTAIS CONSIDERADOS PARA O ESTUDO DO FENÔMENO DE PUNÇÃO EM LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM PILAR DE CANTO REENTRANTE

Durante a realização desta pesquisa foram encontradas várias publicações sobre o estudo do fenômeno de punção para pilares internos, de borda e de canto, considerando a investigação quanto a vários parâmetros. No entanto, foi encontrada apenas um trabalho experimental sobre punção em lajes lisas de concreto armado com pilar de canto reentrante (CARES, 2012 e CARES,2013). Neste Capítulo são citados alguns trabalhos

relevantes para o estudo do fenômeno de punção e que podem contribuir para a análise dos resultados desta pesquisa e será descrita a pesquisa da CARES.

A primeira pesquisa experimental relativa ao fenômeno de punção foi realizada por Lord (1910) que estudou o fenômeno da punção por meio de prova de carga em um edifício de 11 andares até o estado limite de serviço. Em seguida Talbot (1913), ensaiou 197 sapatas, 114 sob muros e 83 sob pilares verificando-se que 20 romperam por punção. A partir dos resultados experimentais Talbot propôs um cálculo de resistência ao cisalhamento de ligações laje-pilar baseado apenas na resistência do concreto, sem levar em conta a influência da armadura de flexão. Talbot constatou que a armadura de flexão tem influência sobre a resistência à punção e concluiu que a superfície de ruptura é tronco-cônica com faces inclinadas com um ângulo de aproximadamente 45°.

Graf (1933) concluiu que a resistência à punção das lajes aumentava pouco com o aumento da resistência à compressão do concreto e confirmou que a fissuração devido à flexão diminui a resistência da ligação laje-pilar.

Kinnunen e Nylander (1960) realizaram ensaios com lajes circulares, sendo os primeiros a apresentar uma teoria racional, com um modelo mecânico, sobre lajes submetidas à punção, considerando o caso específico de lajes com armadura de flexão circular. Kinnunen (1963) estendeu o modelo mecânico para lajes com armaduras de flexão ortogonais, considerando os efeitos de pino e de membrana da armadura.

A transferência de momentos nas ligações laje-pilar foi inicialmente estudada com maiores detalhes por Moe (1961), onde foram ensaiadas 43 lajes e feito um estudo estatístico dos resultados de 260 lajes e sapatas, concluindo-se que a transferência de momento reduz a resistência da ligação e que a resistência à punção está relacionada com a resistência à flexão.

Na Universidade de Brasília os ensaios envolvendo o estudo de punção em lajes lisas de concreto armado foram realizados por Oliveira (1998), Coelho (1999), Trautwein (2001), Barreto (2002), Albuquerque (2010), Feliciano (2011), Barbosa (2012), em dissertações de mestrado, e nas teses de doutorado por Ferreira (2010), Oliveira (2013) e Albuquerque (2014). Trabalhos envolvendo lajes lisas protendidas foram realizados por Corrêa (2001), Alves (2002), Villaverde (2003) e Oliveira (2008) em dissertações de mestrado, e nas teses de doutorado por Melo (2005), Carvalho (2005), Silva (2005), Villaverde (2008) e Gomes

(2010). Foram desenvolvidos, além dos já citados, trabalhos envolvendo punção em lajes com furos por Souza (2004) em dissertação de mestrado e por Borges (2004) e Souza (2008) em teses de doutorado. Alternativas para evitar a punção foram analisadas por Lima (2012), Nicacio (2013) e Santos (2014) que utilizaram fibras como reforço; Moraes Neto (2013) utilizando lajes lisas reforçadas com fibras, e Lima Neto (2012) o qual utilizou capitéis. Todos estes trabalhos trataram do estudo da ruptura de lajes lisas de concreto armado ou protendido à punção, com ou sem armadura de cisalhamento, sob a orientação do professor Guilherme Sales Soares de Azevedo Melo.

### 2.2.1 CARES TECHNICAL APPROVAL REPORT TA7 5041 (2012)

Na aplicação de *double-headed studs* em relação a dimensionamento em projetos, CARES (UK Certification Authority for Reinforcing Steels) tem usado as equações básicas do Eurocode 2 para determinar a resistência à punção sem considerar os coeficientes de segurança, com a resistência à compressão do concreto substituída por  $f_c$ . Assim, para conexão entre a laje de concreto armado comum e pilar de centro sem transferência de momento:

i) Resistência da laje sem armadura:

$$V_{R,c} = v_{R,c} \cdot u_1 \cdot d \quad (2.1)$$

ii) Resistência no perímetro  $u_1$  devido à armadura de cisalhamento:

$$V_{R,s} = \frac{1,5 \cdot d}{s_r} \cdot A_{sw} \cdot f_{yw,eff} \quad (2.2)$$

iii) Resistência no perímetro  $u_1$  em lajes com armadura de cisalhamento:

$$V_{R,cs} = 0,75 \cdot V_{R,c} + V_{R,s} \leq 2 \cdot V_{R,c} \quad (2.3)$$

iv) Resistência no perímetro  $u_{out}$ , afastado  $1,5 \cdot d$  da última camada de armadura de cisalhamento:

$$V_{R,out} = v_{R,c} \cdot u_{out} \cdot d \quad (2.4)$$

v) Resistência máxima da conexão conhecendo a dimensão e forma do pilar, espessura da laje efetiva e resistência do concreto:

$$V_{R,max} = 0,24 \cdot \left( 1 - \frac{f_c}{250} \right) \cdot u_0 \cdot d \quad (2.5)$$

onde:

$d$  = Altura útil da laje.

$u_0$  = Perímetro a  $2d$  do pilar.

$u_{0,out} = \sum s_t + 3\pi \cdot d$ , onde  $s_t$  é o espaçamento circunferencial dos *studs* no perímetro externo dos *studs*  $\leq 2 \cdot d$ .

$s_r$  = espaçamento radial do perímetro dos *studs*.

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} \cdot (1 + \sqrt{200/d}) \leq 0,36 \cdot (100 \cdot \rho_l \cdot f_c)^{1/3} \quad (2.6)$$

$A_{sw}$  = área de armadura de cisalhamento por perímetro de *studs*.

$$f_{yw,eff} = 1,15 \cdot (250 + 0,25 \cdot d)$$

A resistência calculada prevista é então:

$$V_{calc} = \min \langle V_{R,cs}; V_{R,out}; V_{R,máx} \rangle \geq V_{R,c} \quad (2.7)$$

e deve ter uma probabilidade de 95% de ser conseguida em ensaio.

Embora o EC2 não apresente regra para ligação laje pilar de canto reentrante (interno), no tratamento básico para cargas excêntricas pode ser incluído esse caso e a Figura 2.7 ilustra tal extensão para pilar quadrado com transferência de momento em x e y igual.

Ao longo do processo de certificação do sistema Ancon SHEARFIX de armadura de cisalhamento para punção pela CARES, foram ensaiadas na Universidade de Cambridge três lajes com dimensões mostradas na Figura 2.8. Duas das lajes foram reforçadas com diferentes arranjos de *studs* e a terceira sem armadura de cisalhamento. A Figura 2.9 e a Figura 2.10 mostram a armadura de uma das lajes ensaiadas.

A relação de carga última experimental com a carga prevista calculada com base nas equações (2.1) a (2.7), foi 1,05 para laje sem armadura de cisalhamento e 1,0 e 1,19 para lajes com armadura de cisalhamento. A maior carga das lajes foi com armadura de cisalhamento que suportou uma carga 1,78 vezes a capacidade de carga calculada da laje sem armadura de cisalhamento.

Em ambos os ensaios, as medidas de deformações mostraram que a média das tensões nos *studs* na região crítica atingiu  $f_{yw,eff}$  e os *studs* individuais atingiram o escoamento, apesar

de ter utilizado a espessura da laje o mínimo da permitida pelo EC2 em lajes com armadura de cisalhamento.

O valor  $\beta$  obtido da análise estrutural de laje usado em projeto para punção não é recomendado pelo EC2 para pilar de canto reentrante e para transferência de momento.

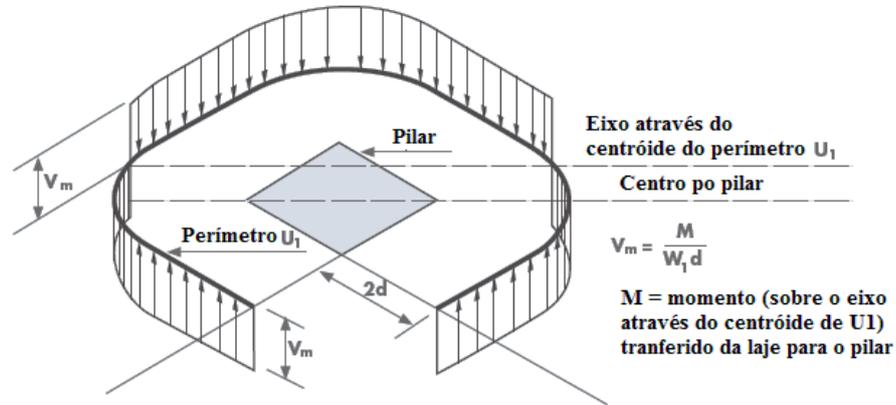


Figura 2.7 – Distribuição de cisalhamento devido a transferência de momento (CARES Technical Approval Report TA7 5041, 2012)

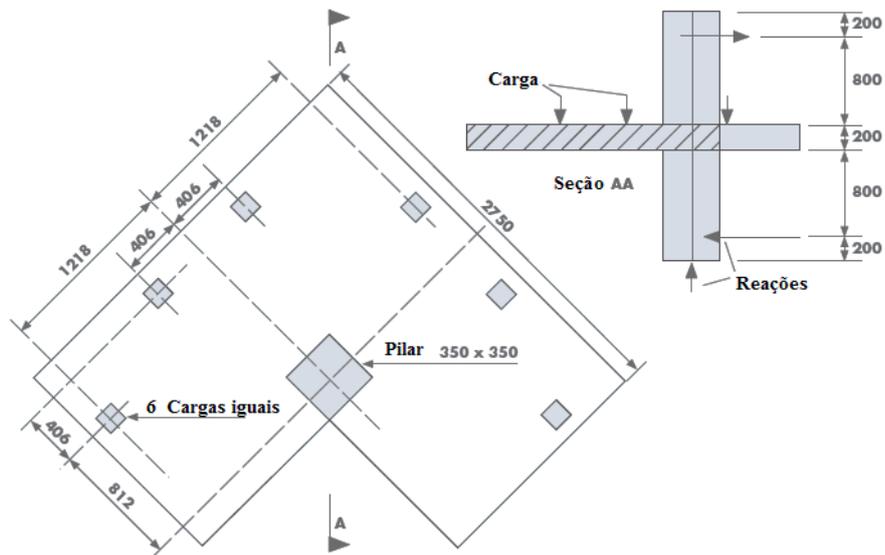


Figura 2.8 – Dimensões e cargas das lajes ensaiadas – (CARES Technical Approval Report TA7 5041, 2012)

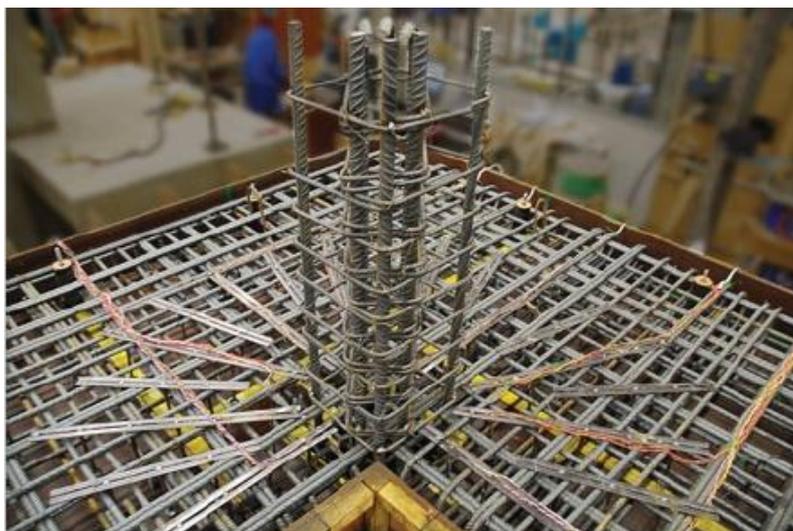


Figura 2.9 – Ensaios de validação do SHEARFIX na Universidade de Cambridge – Inglaterra (CARES Technical Approval Report TA7 5041, 2012)



Figura 2.10 – Canto reentrante; ensaios em escala real na Universidade de Cambridge – Inglaterra (CARES Technical Approval Report TA7 5043, 2013)

## 2.3 PRESCRIÇÕES NORMATIVAS PARA RESISTÊNCIA À PUNÇÃO

### 2.3.1 NBR 6118 (2014) - Projeto de Estruturas de Concreto - Procedimento.

O modelo empírico de cálculo adotado pela NBR 6118 (ABNT, 2014) é baseado no método da superfície crítica. Compara-se a tensão de cisalhamento atuante em cada uma das superfícies críticas perpendiculares ao plano médio da laje com a tensão resistente correspondente. Compara-se também a tensão solicitante máxima com a capacidade resistente da ligação, dada pela resistência do concreto à compressão diagonal.

O modelo de cálculo da NBR 6118 (ABNT, 2014) propõe a verificação do cisalhamento em duas ou mais superfícies críticas definidas no entorno de áreas com carregamento concentrado.

Na primeira superfície crítica, (perímetro crítico  $u_0$ ) do pilar ou da carga concentrada, deve ser verificada indiretamente a tensão de compressão diagonal do concreto através da tensão de cisalhamento.

Na segunda superfície crítica, (perímetro crítico  $u$ ) afastada  $2 \cdot d$  do pilar ou carga concentrada, deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal. Caso haja necessidade, a ligação deve ser reforçada por armadura transversal.

A terceira superfície crítica, (perímetro crítico  $u'$ ), apenas deve ser verificada quando for necessária a utilização da armadura transversal.

A tensão solicitante nas superfícies críticas dos perímetros críticos  $u_0$  e  $u$  para pilar interno com carregamento simétrico é dada por:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (2.8)$$

onde:

$$d = (d_x + d_y)/2 \quad (2.9)$$

$d$  é a altura útil da laje ao longo do perímetro  $u$ , externo ao perímetro  $u_0$  da área de aplicação da força e deste distante  $2 \cdot d$  no plano da laje;

$d_x$  e  $d_y$  são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

$u_0$  é o perímetro do pilar;

$u \cdot d$  é a área da superfície crítica;

$F_{sd}$  é a força ou a reação concentrada de cálculo.

A força  $F_{sd}$  pode ser reduzida da força distribuída aplicada na face oposta da laje, dentro do perímetro considerado na verificação,  $u_0$  ou  $u$ . A Figura 2.11 ilustra a disposição dos perímetros  $u_0$  e  $u$  para pilares com diferentes posicionamentos em relação à laje.

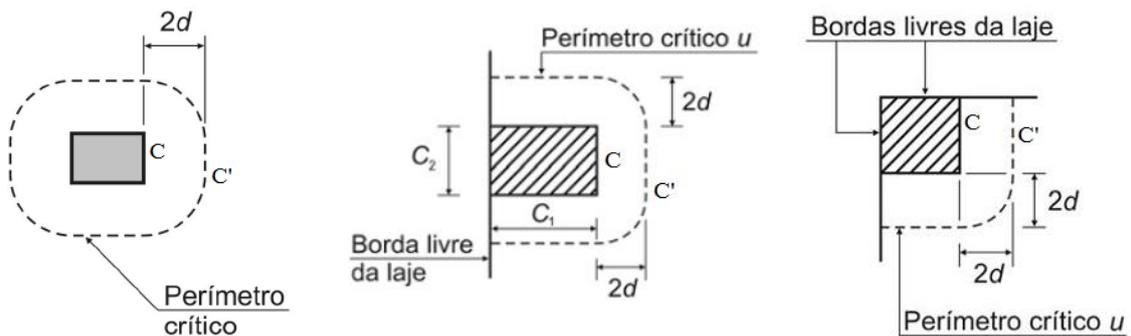


Figura 2.11 – Perímetros críticos  $u_0$  e  $u$  para pilares internos, de borda e de canto -  
NBR 6118 (ABNT, 2014)

Como a NBR 6118 (ABNT, 2014) não aborda o caso de pilar com canto reentrante sugere-se utilizar o perímetro crítico  $u$  normal ou reduzido semelhante ilustrado na Figura 2.12 e Figura 2.13 respectivamente.

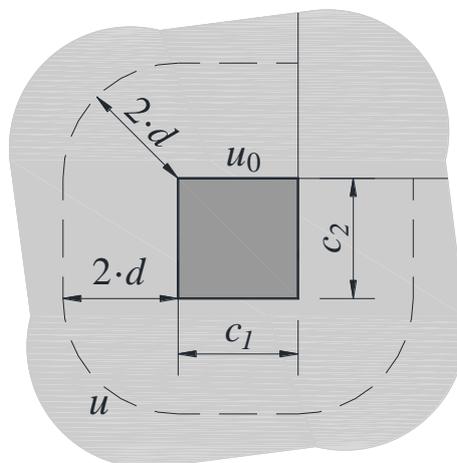


Figura 2.12 – Perímetro crítico  $u$  para áreas carregadas perto do canto reentrante.

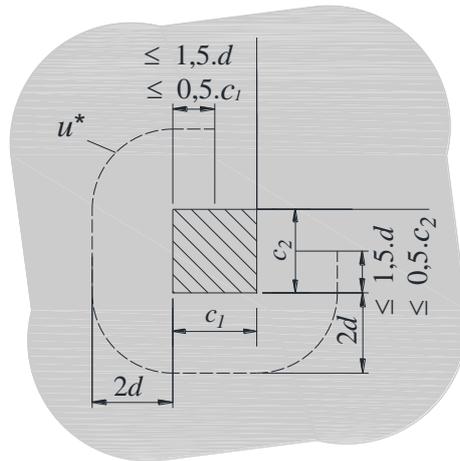


Figura 2.13 – Perímetro crítico reduzido  $u^*$  com pilar de canto reentrante.

Quando for necessária a utilização de armadura transversal deve-se estendê-la em perímetros paralelos a  $u$  até que em um perímetro crítico  $u'$  afastado  $2.d$  do último perímetro de armadura, não seja mais necessária armadura de cisalhamento, isto é,  $\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1}$ . A Figura 2.14 e Figura 2.15 mostram detalhes do perímetro crítico  $u'$  externo às armaduras de cisalhamento considerado pela NBR 6118 (ABNT, 2014).

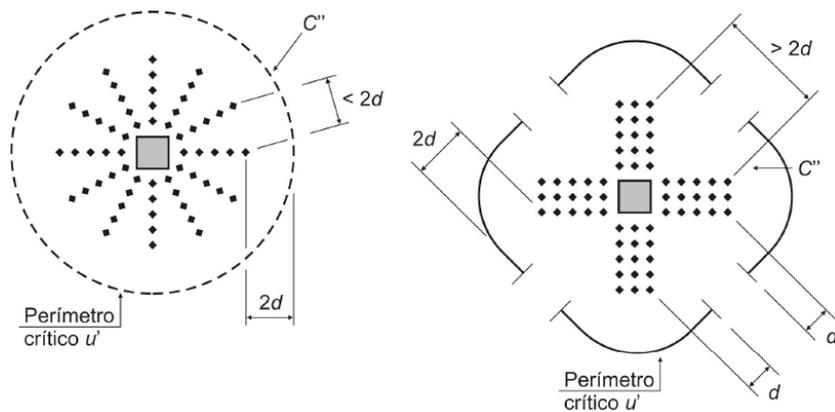


Figura 2.14 - Disposição da armadura de punção em planta e perímetro crítico  $u'$  - NBR 6118 (ABNT, 2014)

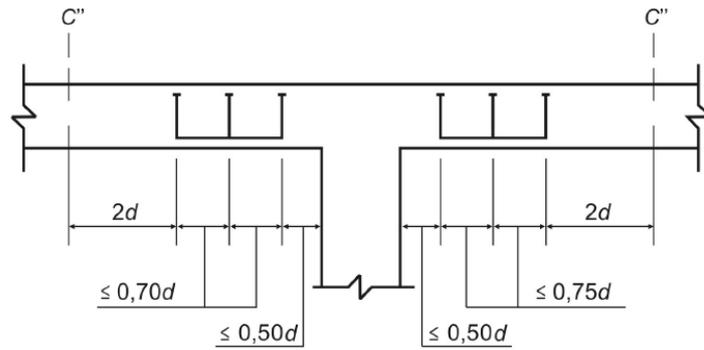


Figura 2.15 - Disposição da armadura de punção - NBR 6118 (ABNT, 2014)

O perímetro crítico  $u'$  considerado para pilar de canto reentrante, adotado como mostra Figura 2.16.

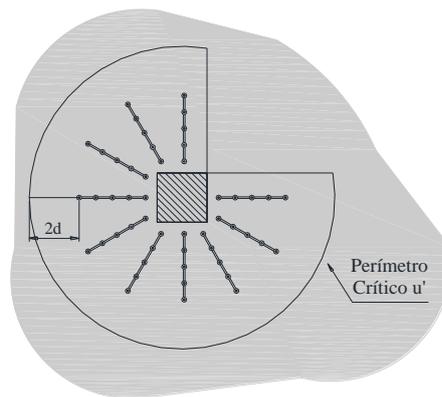


Figura 2.16 - Perímetro crítico  $u'$  para pilar de canto reentrante.

Além do perímetro crítico reduzido  $u^*$ , pode-se utilizar também o perímetro fora da armadura de cisalhamento reduzido  $u'_{red}$  (Figura 2.17), tendo em vista que o mapa de fissuração das lajes mostra que as fissuras que caracterizavam a ruptura não atingem as bordas reentrantes, finalizavam antes.

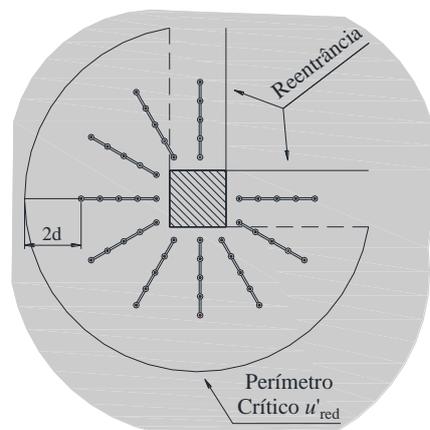


Figura 2.17 - Perímetro crítico reduzido fora da armadura de cisalhamento para pilar de canto reentrante.

No caso em que, além da força vertical, existe também a transferência de momento da laje para o pilar, o efeito de assimetria deve ser considerado de acordo com a expressão:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d} \quad (2.10)$$

onde:

K é o coeficiente que fornece a parcela de  $M_{sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação  $c_1/c_2$ .

O coeficiente K assume os valores indicados na Tabela 2.1.

Tabela 2.1 - Valores de K - NBR 6118 (ABNT, 2014)

$c_1/c_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
K	0,45	0,60	0,70	0,80

onde:

$C_1$  é a dimensão do pilar paralela à excentricidade da força;

$C_2$  é a dimensão do pilar perpendicular à excentricidade da força;

$W_p$  é o módulo resistente da seção crítica e pode ser calculado desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico, através da expressão:

$$W_p = \int_0^u |e_i| \cdot dl \quad (2.11)$$

onde:

$dl$  é o comprimento infinitesimal no perímetro crítico  $u$ ;

$e_i$  é a distancia de  $dl$  ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre a qual atua o momento fletor  $M_{sd}$ .

Para evitar uma ruptura por compressão diagonal do concreto na superfície crítica do perímetro  $u$  (perímetro do pilar ou ponto de carregamento multiplicado pela espessura da laje) uma verificação deve ser feita para lajes com ou sem armadura de punção:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (2.12)$$

onde:

$$\alpha_v = \left(1 - \frac{f_{ck}}{250}\right) \quad (2.13)$$

$\tau_{sd}$  é a tensão atuante ou de projeto;

$\tau_{Rd2}$  é a tensão resistente;

Para evitar uma ruptura por punção da laje na superfície crítica do perímetro  $u$  (perímetro crítico  $u$  multiplicado pela espessura da laje) em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção deve ser feita uma nova verificação:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{1/3} \quad (2.14)$$

onde:

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (2.15)$$

$d$  é a altura útil da laje ao longo do perímetro crítico  $u$  da área de aplicação da força, em centímetros;

$\rho$  é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);

$\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais.

Para evitar uma ruptura por punção da laje na superfície crítica do perímetro  $u$  (perímetro crítico  $u$  multiplicado pela espessura da laje) em elementos estruturais ou trechos com armadura de punção deve ser feita uma nova verificação:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u \cdot d} \quad (2.16)$$

onde:

$$s_r \leq 0,75 \cdot d \quad (2.17)$$

$s_r$  é o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que  $0,75 \cdot d$ ;

$A_{sw}$  é a área da armadura de punção num perímetro completo paralelo ao perímetro crítico  $u$ ;

$\alpha$  é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

$u$  é o perímetro crítico.

$f_{ywd}$  é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA50 ou CA60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser os seguintes valores máximos, sendo permitida interpolação linear:

— 250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;

— 435 MPa ( $f_{ywd}$ ), para lajes com espessura maior que 35 cm.

### 2.3.2 Eurocode 2 (2004) - Design of Concrete Structures

O Eurocode 2 (2004) define que a punção pode resultar de um carregamento concentrado ou de uma reação atuante em uma área relativamente pequena de uma laje ou fundação. A Figura 2.18 apresenta um modelo para verificar a ruptura por punção no estado limite último.

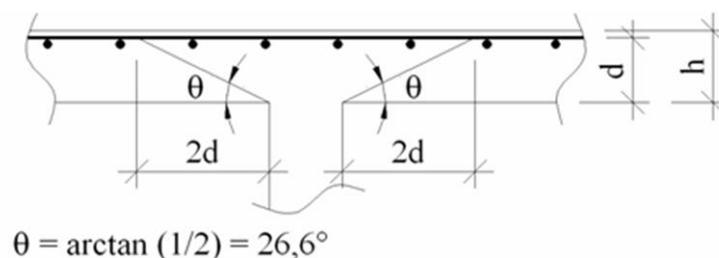


Figura 2.18 - Modelo para verificar a ruptura por punção no estado limite último - Eurocode 2 (2004)

A verificação da resistência à punção é feita em torno de um perímetro crítico  $u_1$  tomado a uma distância  $2 \cdot d$  da área carregada e deve ser constituído de modo a minimizar o seu comprimento. A Figura 2.19 e Figura 2.20 mostram detalhes dos perímetros crítico adotados pelo Eurocode 2 (2004).

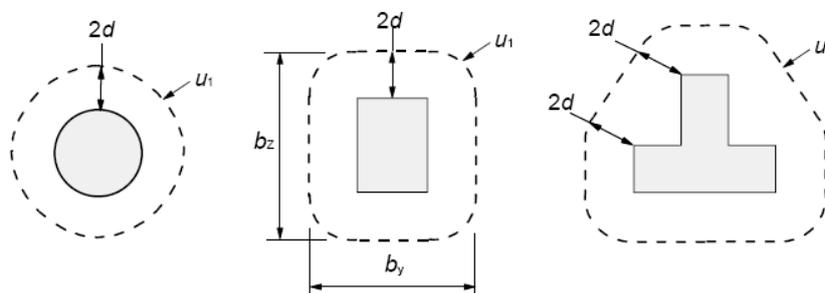


Figura 2.19 - Perímetro crítico  $u_1$  ao redor de áreas carregadas - Eurocode 2 (2004)

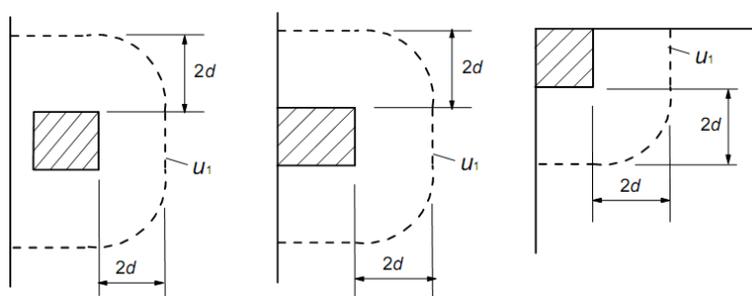


Figura 2.20 - Perímetro crítico  $u_1$  para áreas carregadas perto da borda ou do canto - Eurocode 2 (2004)

O Eurocode 2 (2004) não prevê como seria definido o perímetro crítico  $u_1$  para pilares de canto reentrante. Sugere-se por meio dessa pesquisa o perímetro crítico como mostrado na Figura 2.21.

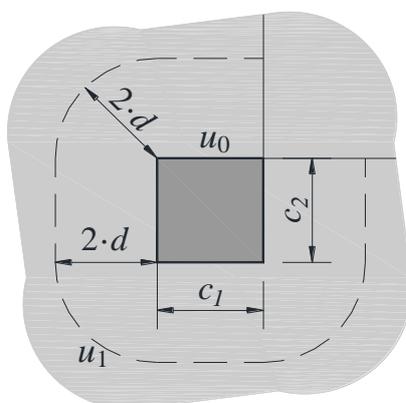


Figura 2.21 - Perímetro crítico para áreas carregadas perto do canto reentrante.

Para áreas carregadas situadas próximo ou em uma borda ou canto, a uma distância menor do que  $d$ , armaduras especiais nas bordas devem ser sempre previstas. Ao longo de uma borda livre, uma laje deve normalmente conter armadura longitudinal e transversal, geralmente dispostas como mostrado na Figura 2.22.

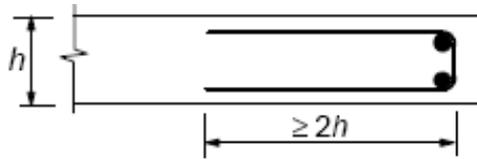


Figura 2.22 - Armadura de borda - Eurocode 2 (2004)

2.3.2.1 As verificações a serem feitas são:

- a) Verificação no perímetro do pilar ou área carregada. A máxima tensão de cisalhamento não deve exceder:

$$V_{Ed} < V_{Rd,máx} \quad (2.18)$$

onde:

$V_{Ed}$  é a tensão atuante na ligação;

$V_{Rd,máx}$  é o valor de cálculo máximo da resistência ao cisalhamento ao longo da seção considerada.

- b) Verificação da necessidade de armadura de punção. Não será necessária armadura de punção se:

$$V_{Ed} < V_{Rd,c} \quad (2.19)$$

onde:

$V_{Rd,c}$  é o valor de cálculo da resistência ao cisalhamento sem armadura de punção ao longo da seção considerada.

- c) No caso de  $V_{Ed}$  exceder o valor de  $V_{Rd,c}$  para a seção de controle considerada deverá adotar-se uma armadura de punção.

O valor da máxima tensão de cisalhamento quando a reação for excêntrica com relação ao perímetro crítico é:

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_i \cdot d} \quad (2.20)$$

onde:

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \left( \frac{u_1}{W_1} \right) \quad (2.21)$$

$d$  é a profundidade média efetiva da laje, que pode ser tomada como  $(d_y + d_z)/2$ ;

$d_y$  e  $d_z$  correspondem às profundidades efetivas nos eixos y e z da seção de controle;

$u_i$  é o comprimento do perímetro crítico considerado;

$u_1$  é o comprimento do perímetro crítico distante  $2d$  da face do pilar, em mm;

$u_1 = 4 \cdot c + 3 \cdot \pi \cdot d$ , para um pilar de canto reentrante quadrado;

$M_{Ed}$  é o momento de cálculo;

$V_{Ed}$  é o esforço normal de cálculo;

Para simplificar:  $e = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}}$ ;

$e$  é a excentricidade do carregamento;

$k$  é o coeficiente definido em EC2 em função da razão das dimensões do pilar retangular. Este coeficiente representa a proporção do momento que foi assumido um valor de 0,6, correspondente a um pilar quadrado interno, e é dado pela Tabela 2.2:

Tabela 2.2 - Valores de k para pilares retangulares - Eurocode 2 (2004)

$c_1/c_2$	0,5	1,0	2,0	3,0
k	0,45	0,60	0,70	0,80

$W_1$  é momento estático do perímetro crítico  $u_1$  em relação ao eixo passando por  $e_1$ , ou seja, Módulo de Resistência Plástica em função do perímetro crítico  $u_1$ :

$$W_i = \int_0^{u_i} |e_i| \cdot dl \quad (2.22)$$

$dl$  é o comprimento elementar do perímetro;

$e_i$  é a distância de  $dl$  ao eixo em torno do qual atua o momento  $M_{Ed}$ .

O cálculo detalhado de  $W_1$  para pilares de canto reentrante será mostrado no Anexo 1.

### 2.3.2.2 Cálculo da resistência à punção

O Eurocode 2 (2004) define que a resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento deve ser o menor valor entre  $V_{R,máx}$ ,  $V_{R,cs}$  e  $V_{R,out}$ , mas não menor que  $V_{R,c}$ :

- $V_{R,máx}$  é a resistência máxima para uma determinada dimensão de pilar, altura útil e resistência à compressão do concreto;
- $V_{R,c}$  é a capacidade resistente de uma laje similar, mas sem armadura de cisalhamento.
- $V_{R,cs}$  é a resistência máxima advinda da combinação da armadura de cisalhamento e do concreto;
- $V_{R,out}$  é a resistência da laje na região externa às armaduras de cisalhamento;

a) Resistência máxima:

$$V_{R,máx} = \left[ \frac{0,3}{\gamma_c} \cdot f_{cd} \cdot \left( 1 - \frac{f_{cd}}{250} \right) \right] \cdot u_0 \cdot d \quad (2.23)$$

onde:

$\gamma_c = 1,4$  é o coeficiente de ponderação do concreto.

$f_c$  é a resistência a compressão do concreto;

$u_0$  é o perímetro do pilar;

b) Para lajes sem armadura de cisalhamento:

$$V_{R,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot u_1 \cdot d \quad (2.24)$$

onde:

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$  é a taxa de armadura média da laje, devendo ser calculada em uma largura igual com tamanho do pilar mais  $3 \cdot d$  para cada lado;

c) Para lajes com armadura de cisalhamento a resistência máxima advinda da combinação da armadura de cisalhamento e do concreto:

$$V_{R,cs} = 0,75 \cdot V_{R,c} + V_{R,s} \quad (2.25)$$

$$V_{R,s} = \left(1,5 \cdot \frac{d}{s_r}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{yw,eff} \quad (2.26)$$

onde:

$s_r$  é o espaçamento radial das camadas (ou perímetro) de armadura de cisalhamento.

$A_{sw}$  é a área (vertical) da armadura de cisalhamento por camada.

$f_{yw,eff} = 1,15 \cdot (250 + 0,25 \cdot d)$ , no qual o 1,15 substitui  $\gamma_s$ .

d) Resistência da laje na região externa à armadura de cisalhamento:

$$V_{R,out} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{\frac{1}{3}} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot u_{out} \cdot d \quad (2.27)$$

onde:

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$$

$$u_{out} = \beta \cdot V_{Ed} / (v_{Rd,c} \cdot d)$$

$u_{out}$  é o perímetro crítico para o qual não é necessário armadura de cisalhamento.

$u_{out,eff}$  é a soma dos trechos do perímetro mínimo externos às armaduras de cisalhamento, com perímetro externo da armadura de cisalhamento colocado à uma distância não superior a  $1,5d$ , conforme ilustrado na Figura 2.23.

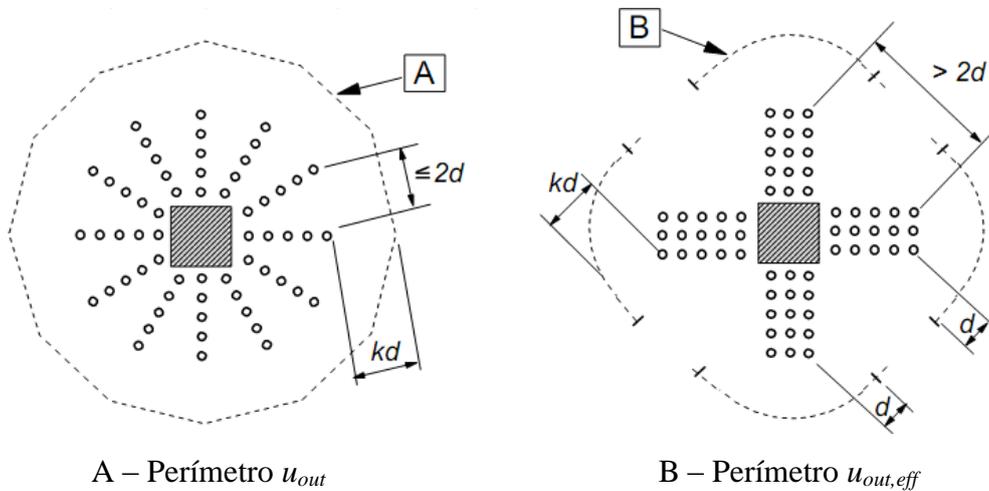


Figura 2.23 – Perímetro crítico externo à armadura de cisalhamento - Eurocode 2 (2004)

Para pilares de canto reentrante sugere-se o perímetro poligonal  $u_{out}$  como mostra a Figura 2.24.

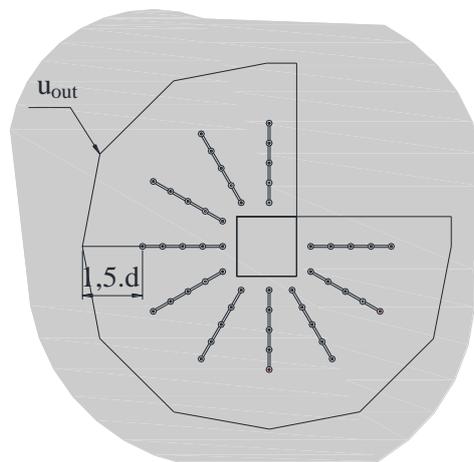


Figura 2.24 – Perímetro  $u_{out}$  para pilar de canto reentrante

### 2.3.3 ACI 318 (2014) - Building Code Requirements for Structural Concrete

O ACI 318 (2014) adota um perímetro crítico localizado a uma distância de  $0,5.d$  das faces do pilar para o cálculo da resistência à punção com superfície de ruptura cruzando a armadura de cisalhamento. Para superfície de ruptura externa à região armada ao cisalhamento o perímetro crítico é considerado à uma distância igual à  $0,5.d$  da última camada de armadura transversal.

Para colunas quadradas ou retangulares, cargas concentradas, ou áreas de reação, são permitidas seções críticas com quatro lados retilíneos.

A suposta distribuição das tensões de cisalhamento para pilares internos e a disposição da seção crítica para pilares internos e de canto reentrante estão ilustradas na Figura 2.25.

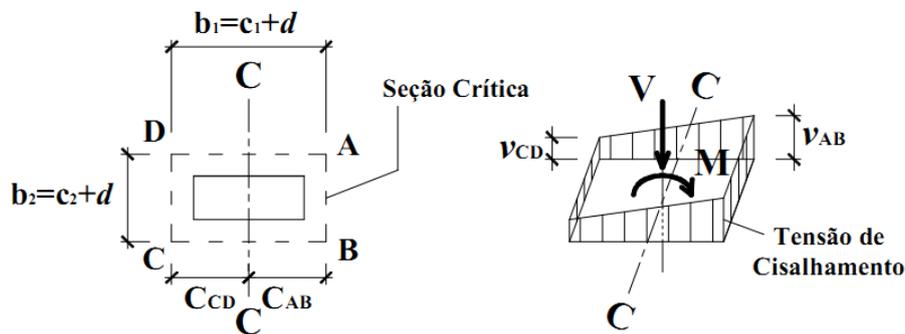


Figura 2.25 - Localização da seção crítica e suposta distribuição das tensões de cisalhamento para pilar interno - ACI 318 (2014)

O ACI 318 (2014) não prevê como seria definida a seção crítica para pilares de canto reentrante. Por isso sugere-se por meio dessa pesquisa a seção crítica mostrada na Figura 2.26 com o momento atuando na direção oposta à reentrância.

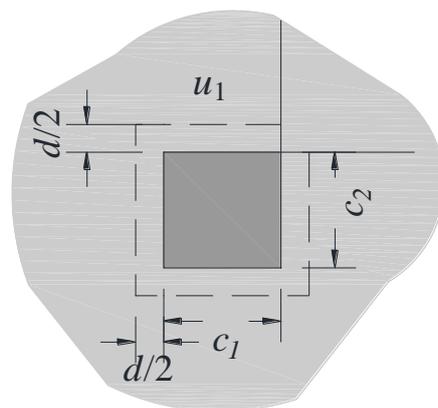


Figura 2.26 - Localização da seção crítica para o pilar de canto reentrante.

- Resistência à punção de acordo com o ACI 318 (2014), para lajes sem armadura de cisalhamento.

Para lajes não protendidas e sapatas, a resistência a punção sem armadura de cisalhamento,  $V_{R,c}$  deve ser o menor valor entre as equações 2.28, 2.29 e 2.30:

$$(a) \quad V_{R,c} = 0,17 \cdot \left(1 + \frac{2}{\beta}\right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (2.28)$$

onde  $\beta$  é a relação do lado maior e lado menor da coluna, carga concentrada, ou área de reação.

$$(b) \quad V_{R,c} = 0,083 \cdot \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (2.29)$$

onde  $\alpha_s$  é 40 para coluna interna, 30 para coluna de borda e 20 para coluna de canto.

$$(c) \quad V_{R,c} = 0,33 \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (2.30)$$

onde:

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto, e é limitada em no máximo 69 MPa;

$b_0$  é o comprimento de um perímetro crítico à  $d/2$  da face do pilar;

$d$  é a altura útil da laje;

A tensão de tração média do concreto,  $f_{ct}$  é dada por:

$$f_{ct} = 1 / (6,7 \cdot \sqrt{f_{ck}}) \leq 1,0 \quad (2.31)$$

Para lajes de concreto armado com armadura de cisalhamento existem três possíveis posições da superfície de ruptura: superfície de ruptura passando pela armadura de cisalhamento ( $V_{R,cs}$ ); superfície de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento ( $V_{R,out}$ ); e ruptura por esmagamento da biela nas proximidades do pilar ( $V_{R,máx}$ ).

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} \quad (2.32)$$

O dimensionamento de qualquer seção de concreto ao cisalhamento, incluindo o dimensionamento de uma ligação laje-pilar à punção, deve satisfazer à seguinte condição:

$$v_u \leq \phi \cdot v_n \quad (2.33)$$

onde:

$\phi$  é o fator de redução da tensão.

$v_u$  é a tensão de cisalhamento máxima devido à  $M_u$  e  $V_u$  ;

$v_n$  é a tensão de cisalhamento resistente nominal.

Para a tensão de cisalhamento resultante da transferência de momento, a excentricidade de cisalhamento deve ser considerada variável de forma linear sobre o centroide das seções críticas.

Para ligações laje-pilar que realizam transferência de momentos e não apresentam armadura de cisalhamento:

$$\phi \cdot v_n = \frac{\phi \cdot V_{R,c}}{b_0 \cdot d} \quad (2.34)$$

Para membros com armadura de cisalhamento diferente de *shearheads*:

$$\phi \cdot v_n = \frac{\phi \cdot (V_{R,c} + V_{R,s})}{b_0 \cdot d} \quad (2.35)$$

Onde  $V_{R,c}$  não deve exceder  $0,25 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$

A contribuição da armadura de cisalhamento, quando se tem estribos verticais, é dada pela expressão:

$$V_{R,s} = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s_r} \quad (2.36)$$

onde:

$A_v$  é a área de armadura de cisalhamento por camada;

$f_y$  é a tensão específica de escoamento do aço;

$s_r$  é o espaçamento entre camadas sucessivas da armadura de cisalhamento.

A força de cisalhamento majorada  $V_u$  e o momento majorado desequilibrado  $M_u$  são determinados a partir do eixo centroidal c-c da seção crítica. O valor máximo de tensão de cisalhamento majorado pode ser calculado por:

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{AB}}{J_c} \quad (2.37)$$

ou

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{CD}}{J_c} \quad (2.38)$$

onde:

$V_u$  é a força de cisalhamento majorada;

$M_u$  é o momento majorado desequilibrado;

$c_{AB}$  é a distância do centroide da seção crítica até o ponto de máximo do cisalhamento;

$\gamma_v$  é o coeficiente de transferência de momento fletor pela excentricidade da força cortante.

Cálculo de  $\gamma_v$ , fração do momento transferido por excentricidade do cisalhamento da seção crítica é:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{b_1/b_2}} \quad (2.39)$$

onde:

$b_1$  é a projeção do perímetro crítico no eixo principal, na direção do momento.

$b_2$  é a projeção do perímetro crítico perpendicular a  $b_1$ .

A Figura 2.27 e Figura 2.28 mostram como sugestão as projeções  $b_1$  e  $b_2$  para a seção crítica  $b_0$  e perímetro  $b_{out}$  (fora da armadura de cisalhamento) respectivamente no caso de pilar de canto reentrante.

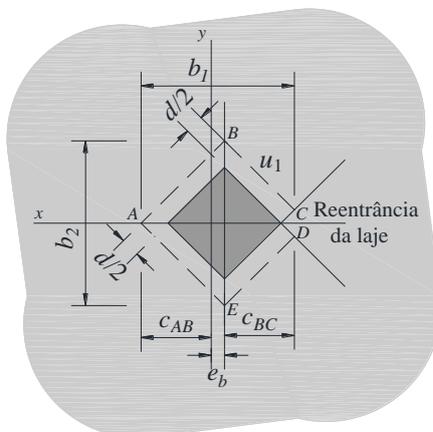


Figura 2.27 – Dimensões de  $b_1$  e  $b_2$  do perímetro crítico  $b_0$ .

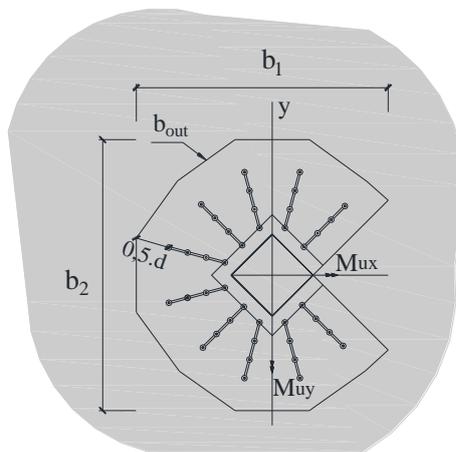


Figura 2.28 – Dimensões de  $b_1$  e  $b_2$  para o perímetro  $b_{out}$ .

Para colunas internas  $A_c$  e  $J_c$  podem ser calculados como de acordo com o ACI 318 (2014):

$A_c$  é a área de concreto da seção crítica assumida:

$$A_c = 2d \cdot (c_1 + c_2 + 2d) \quad (2.40)$$

$J_c$  é a propriedade da seção crítica assumida, análoga ao momento polar de inércia:

$$J_c = \frac{d \cdot (c_1 + d)^3}{6} + \frac{(c_1 + d) \cdot d^3}{6} + \frac{d \cdot (c_2 + d) \cdot (c_1 + d)^2}{6} \quad (2.41)$$

De acordo com o ACI 421.1R (1999), o perímetro crítico é geralmente composto por linhas retas. Os valores de  $A_c$ ,  $I_x$ ,  $I_y$  podem ser determinados pela soma da contribuição de cada segmento, conforme apresentado nas Equações 2.42 a 2.44, nas quais  $x_i$ ,  $y_i$ ,  $x_j$ ,  $y_j$  são as coordenadas dos pontos  $i$  e  $j$  nas extremidades de cada segmento cujo comprimento é igual a  $l$ , conforme apresentado na Figura 2.29.

O momento polar de inércia em relação ao eixo  $e_{b0}$  (centroide do perímetro crítico) pode ser aproximado para o momento de inércia pela equação dada abaixo:

$$A_c = d \cdot \sum l \quad (2.42)$$

$$I_y = d \cdot \sum \left[ \frac{l}{3} \cdot (x_i^2 + x_i \cdot x_j + x_j^2) \right] \quad (2.43)$$

$$I_x = d \cdot \sum \left[ \frac{l}{3} \cdot (y_i^2 + y_i \cdot y_j + y_j^2) \right] \quad (2.44)$$

onde:

$l$  = comprimento do segmento da seção crítica, em mm.

$x_i$  e  $x_j$  coordenadas do segmento do perímetro crítico, em mm (Figura 2.29).

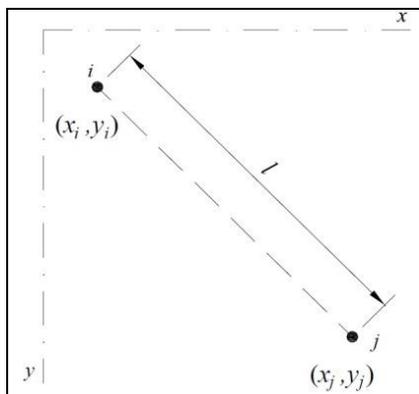


Figura 2.29 – Representação dos parâmetros de um segmento reto do perímetro crítico.

### 2.3.4 Model Code 2010 (2013)

Na determinação da carga resistente à punção o perímetro crítico  $b_0$  é assumido a uma distância equivalente a metade da altura útil efetiva ( $0,5 \cdot d_v$ ) como mostra a Figura 2.30 e Figura 2.31. A avaliação da capacidade resistente à punção é dada pela equação 2.45.

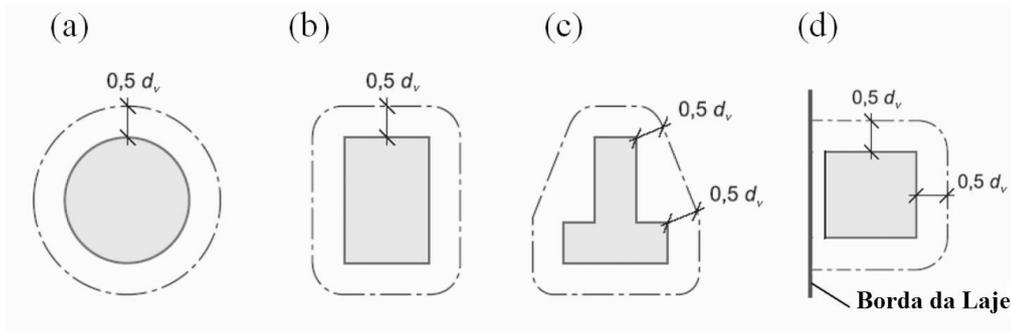


Figura 2.30 – Perímetros críticos em torno de pilares ou área carregada - *Model Code 2010* (2013)

Para pilar de canto reentrante foi considerado o perímetro crítico  $b_0$  como mostra a Figura 2.32, tendo em vista que a norma não prevê qual seria o perímetro para esse tipo de ligação.

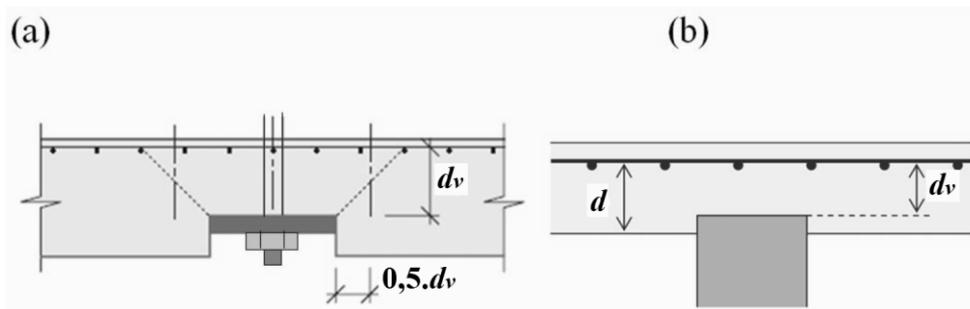


Figura 2.31 – Altura efetiva da laje - *Model Code 2010* (2013)

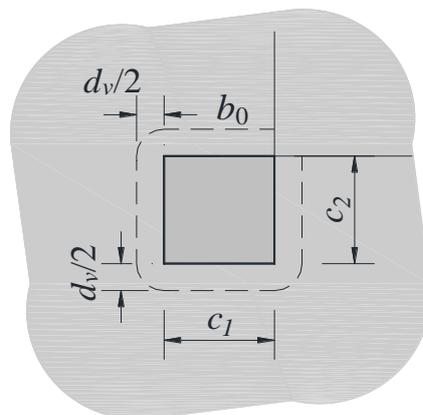


Figura 2.32 - Localização do perímetro crítico para o pilar de canto reentrante.

A resistência à punção  $V_{Rd}$  para lajes com armadura de cisalhamento segundo o Model Code 2010 (2013) é calculada como:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \quad (2.45)$$

onde:

$V_{Rd,c}$  é a resistência do concreto em conjunto com a armadura longitudinal;

$V_{Rd,s}$  é a resistência à punção advinda das armaduras de cisalhamento;

A resistência à punção atribuída ao concreto  $V_{Rd,c}$  é:

$$V_{Rd,c} = \kappa_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad (2.46)$$

onde:

$f_c$  é a resistência à compressão do concreto em MPa.

$d_v$  é a altura efetiva da armadura de flexão para as direções x e y;

$b_0$  é o perímetro crítico;

$\gamma_c$  é o coeficiente de ponderação do concreto.

O parâmetro  $\kappa_{\psi}$  depende de deformações (rotações) da laje como mostra a equação a seguir:

$$\kappa_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot d \cdot \kappa_{d_g}} \leq 0,6 \quad (2.47)$$

onde:

$\psi$  : rotação da laje em torno do pilar na região de ruptura;

$\kappa_{d_g}$  é um parâmetro em função do diâmetro máximo do agregado;

Existem evidências que a resistência à punção é influenciada pelo diâmetro máximo do agregado ( $d_g$ ). Se  $d_g$  é menor que 16 mm o valor de  $\kappa_{d_g}$  é assumido como:

$$\kappa_{d_g} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad (2.48)$$

$d_g$  em mm.

Para distribuição da tensão de cisalhamento não uniforme deve-se utilizar o perímetro crítico reduzido:

$$b_0 = \kappa_e \cdot b_{1,red} \quad (2.49)$$

onde:

$b_{1,red}$  é o perímetro crítico assumindo que o comprimento reto não ultrapasse  $3 \cdot d_v$  para cada bordo (Figura 2.33);

$\kappa_e$  é um coeficiente de excentricidade ou fator de redução do perímetro crítico assumindo 0,9 para pilares internos; 0,7 para pilares de bordo e 0,65 para pilares de canto;

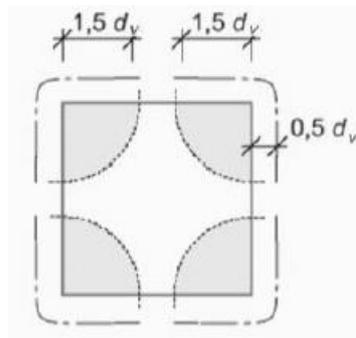


Figura 2.33 – Redução do perímetro crítico  $b_{1,red}$  - *Model Code 2010* (2013)

O coeficiente de excentricidade pode ser determinado em função da transferência do momento do pilar para a laje:

$$\kappa_e = \frac{1}{1 + e_u / b_u} \quad (2.50)$$

onde:

$e_u$  é a excentricidade resultante da força de cisalhamento com centroide do perímetro crítico (Figura 2.34);

$b_u$  é o diâmetro de um círculo com a mesma superfície da região dentro do perímetro crítico.

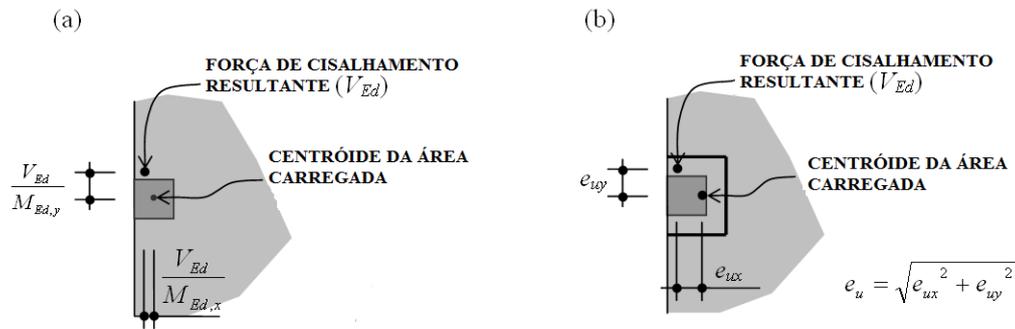


Figura 2.34 – Resultante da força de cisalhamento: (a) posição com relação ao centróide da área carregada; (b) perímetro crítico do centróide aproximado e a excentricidade entre a força de cisalhamento resultante e o centróide do perímetro crítico - *Model Code 2010* (2013)

A contribuição da armadura de cisalhamento é calculada:

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot \kappa_e \cdot \sigma_{swd} \cdot \text{sen} \alpha \quad (2.51)$$

com:

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \cdot \left( \text{sen} \alpha + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad (2.52)$$

onde:

$A_{sw}$  é a área da seção transversal da armadura de cisalhamento ancorada adequadamente que intercepta a superfície de ruptura (superfície cônica com ângulo de  $45^\circ$ ) dentro da zona delimitada por  $0,35 \cdot d_v$  e  $d_v$  a partir da área carregada (Figura 2.35);

$\sigma_{sw}$  é a tensão cuja armadura de cisalhamento tem capacidade para mobilizar;

$\alpha$  é o ângulo entre as armaduras de cisalhamento e a laje;

$\phi_w$  é o diâmetro da armadura de cisalhamento;

$f_{ywd}$  é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento;

$f_{bd}$  é a tensão de flexão para barras nervuradas pode ser assumido como 3 MPa.

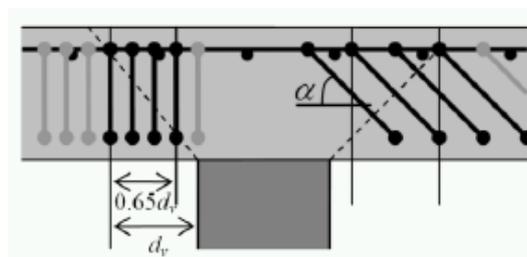


Figura 2.35 – Armadura de cisalhamento ativa na ruptura - *Model Code 2010* (2013)

Em lajes com armadura de cisalhamento a resistência mínima da armadura de cisalhamento de ser:

$$\sum A_{sw} \cdot \kappa_e \cdot f_{ywd} \geq 0,5 \cdot V_{Ed} \quad (2.53)$$

A resistência à punção máxima é limitada pela resistência ao esmagamento do concreto ou área carregada:

$$V_{Rd,max} = \kappa_{sys} \cdot \kappa_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \leq \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad (2.54)$$

O coeficiente  $\kappa_{sys}$  é 2,8 para *studs*, 2,4 para estribos com comprimento de ancoragem suficiente e 2,0 pode ser adotado para outros casos.

Para definir a rotação da laje  $\psi$  em relação ao plano, é necessário definir o nível de aproximação que se deseja. Quanto maior o nível de aproximação melhor é a previsão estimada por essa norma. O nível I é utilizado para uma laje plana regular, projetada de acordo com uma análise elástica sem redistribuição significativa de forças internas; o nível II é utilizado nos casos em que há redistribuição significativa do momento de flexão; o nível III é utilizado quando se utiliza uma análise elástica-linear para dimensionar a armadura de flexão e obter os momentos de flexão; o nível IV calcula a rotação com base numa análise não linear da estrutura.

Na Tabela 2.3 serão apresentadas as expressões para cálculo da rotação da laje na zona exterior à ruptura de acordo com o nível de aproximação.

Tabela 2.3 – Rotação da laje em torno do pilar na zona externa à ruptura.

Nível de Aproximação	$\psi$ (Rotação)	Equação
I	$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s}$	(2.55)
II	$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}$	(2.56)
III	$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}$	(2.57)
IV	Calculado com o programa de análise não linear	(2.58)

onde:

$r_s$  é a distância do centro do pilar até ao raio onde o momento fletor é nulo, sendo este valor aproximadamente  $0,22 \cdot L_x$  ou  $0,22 \cdot L_y$  em lajes regulares em que a razão dos vãos está entre 0,5 e 2,0;

$E_s$  é o módulo de elasticidade do material das armaduras longitudinais.

$m_{Rd}$  é a resistência à flexão média de projeto por unidade de comprimento numa faixa carregada (para a direção considerada).

No nível de aproximação II o valor de  $m_{sd}$  (momento médio atuante por unidade de comprimento da armadura de flexão numa faixa) recomendado corresponde a:

- Para pilares internos:

$$m_{sd} = V_{Ed} \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \quad (2.59)$$

- Para pilares de borda:

Quando o cálculo considera a armadura de flexão paralela a borda:

$$m_{sd} = V_{Ed} \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot b_s} \right) \geq \frac{V_{Ed}}{4} \quad (2.60)$$

Quando o cálculo considera a armadura de flexão perpendicular a borda:

$$m_{sd} = V_{Ed} \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right) \quad (2.61)$$

- Para pilares de canto:

$$m_{sd} = V_{Ed} \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{b_s} \right) \geq \frac{V_{Ed}}{2} \quad (2.62)$$

- Para pilares de canto reentrante sugere-se utilizar (ver Figura 2.37):

$$m_{sd} = V_{Ed} \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot (b_s/2 + b_{sr}/2)} \right) \quad (2.63)$$

onde o termo  $|e_{u,i}|$  refere-se à excentricidade da força de cisalhamento resultante com respectivo controle de perímetro básico na direção investigada.

A largura da faixa carregada ou analisada para o cálculo de  $m_{sd}$  é:

$$b_s = 1,5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{\min} \quad (2.64)$$

Próximo dos bordos da laje, a largura da faixa é limitada a  $b_{sr}$  segundo a Figura 2.36. O mesmo valor para  $r_s$  como que para o Nível I de aproximação pode ser adotada.

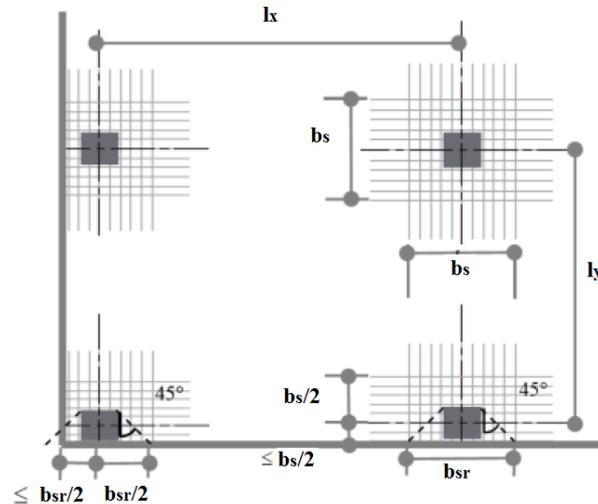


Figura 2.36 – Dimensões da área carregada ou analisada - *Model Code 2010* (2013).

Como o *Model Code 2010* (2013) não aborda o caso de lajes com pilar de canto reentrante foram utilizadas algumas considerações para adaptar à norma o caso. Ao utilizar o nível III para verificação da resistência a punção foram consideradas as relações de  $V_{flex}/m_{sd}$ , extraídas do *software* SAP200 com  $G$  (módulo de elasticidade transversal do material) não reduzido, e um  $m_{Rd}$  considerando um  $\rho$  (taxa de armadura de flexão) na menor direção para uma faixa de 1,25 m que corresponde a  $b_s/2 + b_{sr}/2$  (Figura 2.37).

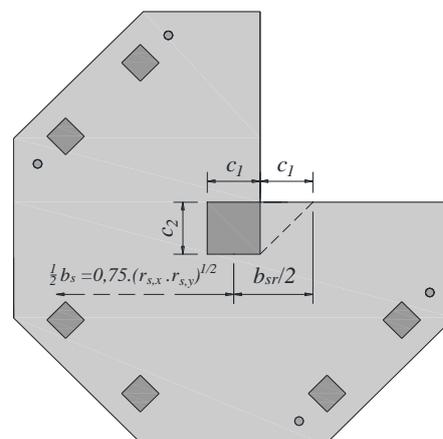


Figura 2.37 – Dimensões da área carregada ou analisada em mm para o caso particular da ligação laje-pilar de canto reentrante.

A resistência à punção fora da armadura cisalhamento pode ser determinada como na expressão a seguir em um perímetro crítico com a distância máxima efetiva de  $3 \cdot d_v$  entre dois elementos de reforço de cisalhamento (Figura 2.38):

$$V_{Rd,out} = \kappa_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_{0,out} \cdot d_v \quad (2.65)$$

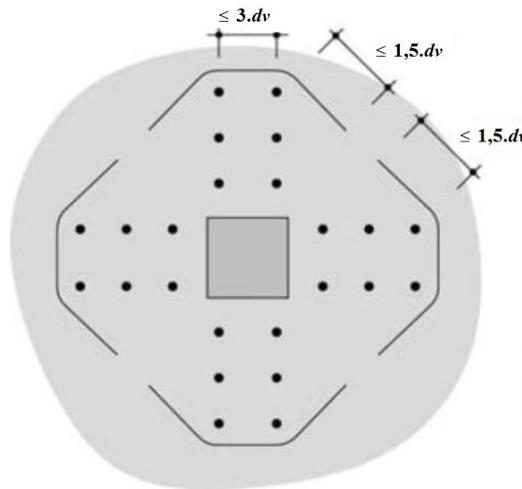


Figura 2.38 – Perímetro crítico fora da armadura de cisalhamento - *Model Code 2010* (2013)

O perímetro crítico afastado  $0,5 \cdot d$  da última camada de armadura de cisalhamento,  $b_{0,out}$ , para o pilar de canto reentrante foi adotado como mostra a Figura 2.39, tendo em vista que a norma não sugere qual seria o perímetro para esse tipo de ligação.

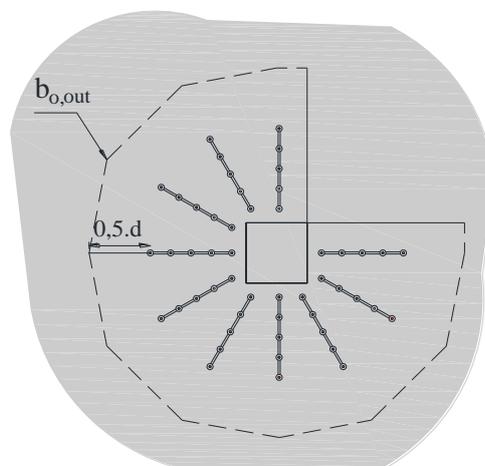


Figura 2.39 – Perímetro crítico fora da armadura de cisalhamento

### 3 PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 3.1 INTRODUÇÃO

Simular o comportamento de um pavimento de lajes lisas de uma edificação em proporções reais em um laboratório não é uma tarefa fácil e demanda custos relativamente altos. Diante disso muitos pesquisadores adotam lajes que representam uma parte ou componente de um elemento estrutural, tentando reproduzir o comportamento da estrutura quando esta é submetida a diferentes níveis de carregamento. O uso dessas lajes busca analisar a influência da distribuição do carregamento, o efeito de carregamentos laterais ou o efeito de forças de membrana existentes na laje, devido ao confinamento que o pavimento como um todo proporciona. Dependendo do tipo de análise desejada podem ser necessários ensaio em laje de maiores dimensões com procedimentos de ensaio mais complexos, envolvendo lajes com tamanho, geometria e disposição de carregamentos bem específicos.

Existem vários trabalhos que tratam de ligações laje-pilar interno, de canto e de borda, com armadura de cisalhamento e momento desbalanceado, mas estudos e pesquisas que tratem ligações de lajes e pilar de canto reentrante ainda não existem ou estão em desenvolvimento. A Figura 3.1 apresenta a idealização das lajes de ensaio desta pesquisa. Já a Figura 3.2 mostra um exemplo de um pavimento em planta com canto reentrante e a relação da área analisada e um pórtico equivalente.

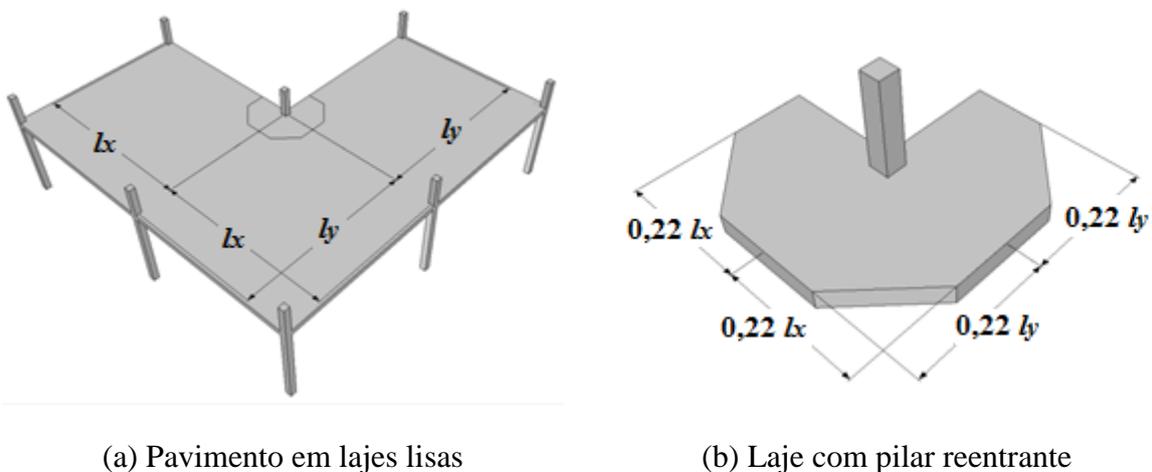
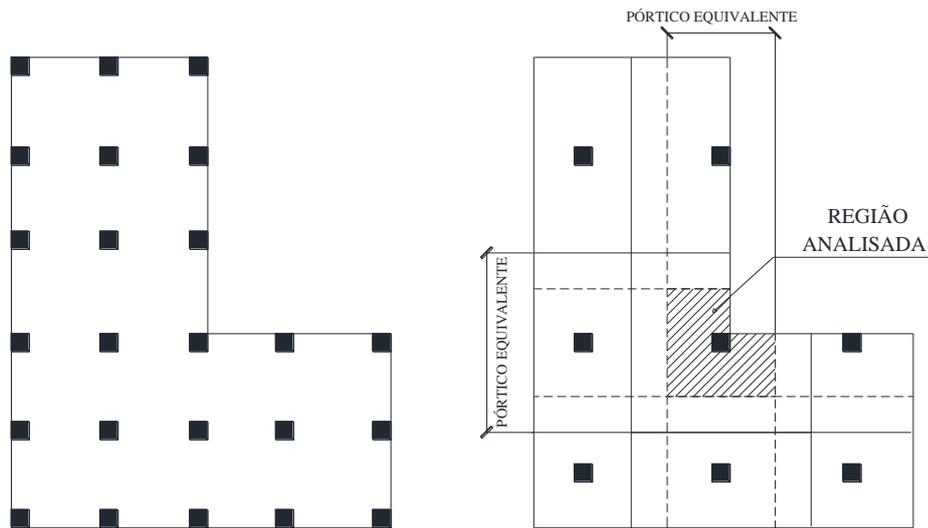


Figura 3.1 – Modelo hipotético caracterizando a situação estudada



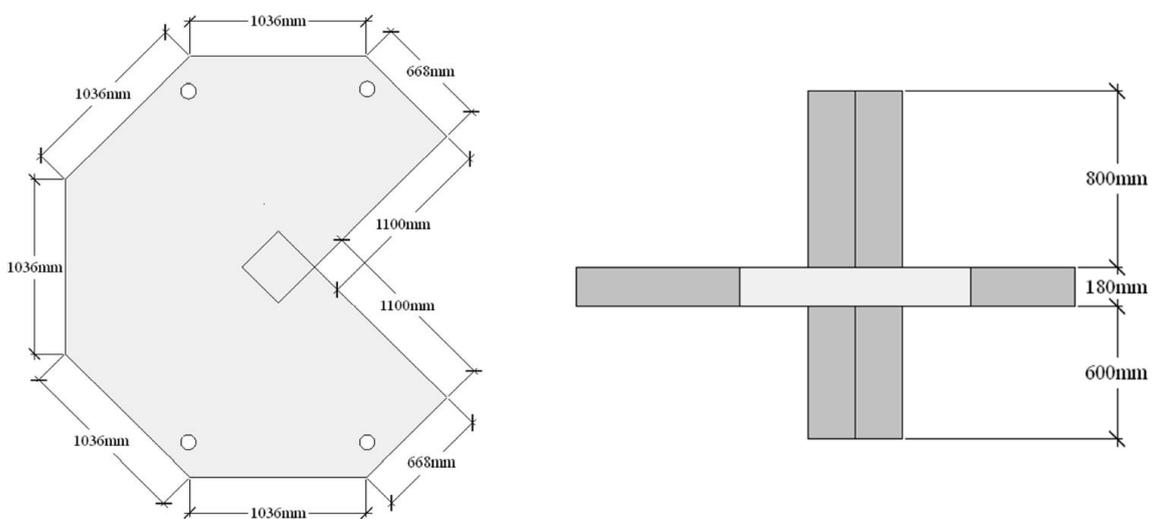
(a) Pavimento com canto reentrante

(b) Região do modelo de laje analisado

Figura 3.2 – Relação entre a região da laje de ensaio e um pórtico equivalente.

### 3.2 CARACTERÍSTICAS DAS LAJES ENSAIADAS

Foram ensaiadas 12 lajes de concreto armado com as características geométricas indicadas na Figura 3.3, tendo elas espessura igual a 180 mm e sendo apoiadas em um pilar quadrado com lados iguais a 300 mm. As dimensões das lajes foram escolhidas de modo a simular a situação real de uma ligação laje-pilar com cantos reentrantes e que respeitasse as dimensões da laje de reação e do pórtico de ensaio do Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília.



(a) Vista superior

(b) Vista lateral

Figura 3.3 – Geometria básica de todas as lajes (em mm).

As lajes foram divididas em três séries de ensaios em função da concretagem. Nas lajes da Série 1, duas delas possuíam armadura de cisalhamento e duas não, todas com taxa de armadura de flexão igual a 2,1%. Na Série 2 a taxa de armadura foi 0,9% em duas lajes e 1,3% para os outras duas, nenhuma delas tendo armadura de cisalhamento, sendo a principal variável a relação de carregamento. Já na Série 3 a taxa de armadura foi 1,3% em uma laje sem armadura de cisalhamento e 2,1% para as demais, sendo que essas possuíam armadura de cisalhamento, variando-se ainda a relação de carregamento.

A excentricidade nas lajes ensaiadas variou de acordo com a relação de carga  $P_2/P_1$  situadas como na Figura 3.4. A Figura 3.5 mostra a posição das cargas em planta e em vista lateral.

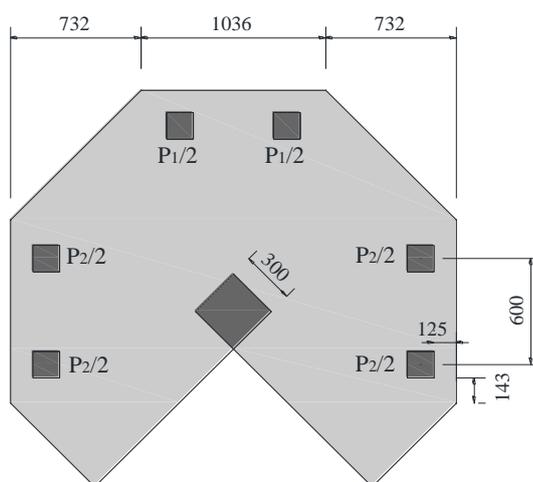


Figura 3.4 – Localização das cargas  $P_1$  e  $P_2$ .

A Tabela 3.1 apresenta algumas características das lajes ensaiadas e um resumo das principais variáveis de ensaio.

Os valores da taxa de armadura apresentados na Tabela 3.1 foram calculados segundo a Equação 3.1.

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{A_s}{b_w \cdot d} \quad (3.1)$$

onde

$A_s$  é a área de aço da armadura de flexão na faixa  $b_w = c + 2 \cdot (3d)$ ;

$b_w$  é a largura da seção de concreto considerada para o cálculo;

$d$  é a altura útil da laje;

$c$  é o lado do pilar quadrado.

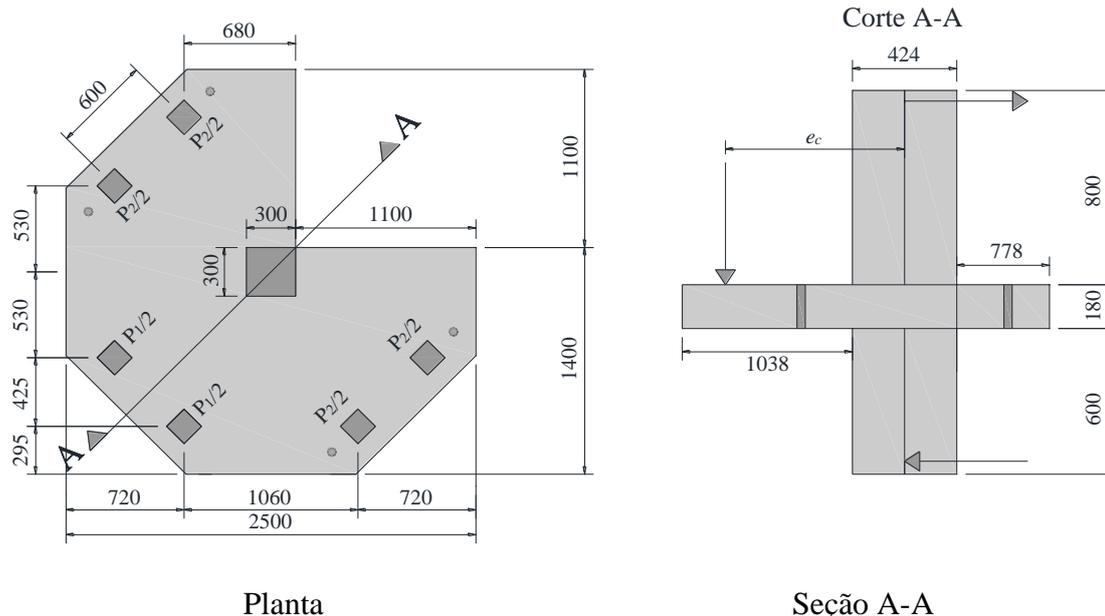


Figura 3.5 – Posição das cargas de ensaio e excentricidade da carga  $e_c$ .

Tabela 3.1 – Identificação e características das lajes ensaiadas

SÉRIE	LAJE	$f_c$ (MPa)	$d_{proj.}$ (mm)	$d_{ensaio}$ (mm)	$\rho$ (%)	$P_2/P_1$	$e_{ensaio}$ (mm)	Armadura de cisalhamento		
								Nº de camadas	Nº de linhas	$A_{sw}/cam.$ (mm <sup>2</sup> )
SÉRIE 1	L01	48	144,0	148,0	2,07	0,5	500	-	-	-
	L02	48	144,0	148,0	2,07	1,0	352	3	10	503
	L03	48	144,0	144,5	2,17	1,0	349	4	10	7853
	L04	48	144,0	147,0	2,10	1,0	349	-	-	-
SÉRIE 2	L05	44	147,5	142,5	0,91	0,5	504	-	-	-
	L06	44	147,5	144,5	0,88	1,0	343	-	-	-
	L07	44	144,0	141,0	1,35	1,0	349	-	-	-
	L08	44	144,0	145,5	1,27	1,0	347	-	-	-
SÉRIE 3	L09	43	144,0	147,5	2,08	1,0	349	5	13	10213
	L10	43	144,0	147,5	2,08	0,5	498	5	10	7853
	L11	43	144,0	146,5	2,11	1,5	267	5	10	7853
	L12	43	144,0	145,0	1,28	1,5	268	-	-	-

Obs:  
L02 →  $s_0 = 70$  mm;  $s_r = 100$  mm;  $\phi_w = 8,0$  mm  
L03 →  $s_0 = 70$  mm;  $s_r = 100$  mm;  $\phi_w = 10,0$  mm  
L09 →  $s_0 = 60$  mm;  $s_r = 90$  mm;  $\phi_w = 10,0$  mm  
L10 e L11 →  $s_0 = 70$  mm;  $s_r = 90$  mm;  $\phi_w = 10,0$  mm  
 $d_{proj.}$ : altura útil de projeto;  $d_{ensaio}$ : altura útil medida depois dos cortes das lajes.  
 $e_{ensaio}$ : excentricidade de carga do ensaio considerando o peso próprio da laje e equipamentos.

### 3.3 MATERIAIS

#### 3.3.1 Concreto

O concreto utilizado nessa pesquisa foi fornecido pela empresa CONCRECON, Concreto e Construções Ltda, em três etapas que foram chamadas aqui de séries de concretagem. A 1ª série de concretagem foi realizada dia 25/08/2011, a 2ª dia 04/10/2012 e 3ª dia 09/04/2013.

Na dosagem do concreto foram utilizados 50% CPV + 50% CP III, brita 0 (9,5 mm), areia artificial originada de calcários e areia natural rosa quartzosa.

As lajes foram concretadas monoliticamente com concreto usinado. A Figura 3.6 apresenta detalhes do processo de concretagem das lajes.



(a) Concretagem com a bomba



(b) Sarrafeamento



(c) Final da concretagem

Figura 3.6 – Concretagem das Lajes

Em cada concretagem foram moldadas quatro lajes. Antes de iniciar a mesma era feita a verificação da consistência com ensaio de abatimento de tronco de cone apresentando o resultado de  $12,0 \text{ cm} \pm 2 \text{ cm}$  de abatimento.

Foram moldados 36 corpos de prova com 100 mm de diâmetro e 200 mm de altura, os quais foram utilizados para a determinação das propriedades mecânicas do concreto (resistência à tração, resistência à compressão e módulo de elasticidade do concreto).

Para todas as lajes foram concretadas inicialmente a parte inferior do pilar, seguida da concretagem da laje. Depois se colocou a fôrma da parte superior do pilar e por último a parte superior do pilar foi concretada.

Cerca de 5 horas após o término da concretagem, iniciou-se processos de cura das peças e dos corpos de prova. O processo adotado, tanto para as lajes como para os corpos de prova, foi o mesmo. Foram colocados tecidos de algodão sobre toda a superfície de concreto que estivesse exposta, os quais foram molhados inicialmente a cada 3 horas nos primeiros 3 dias de cura e 2 vezes por dia durante outros 4 dias. Logo após a molhagem das lajes e dos corpos de prova, estes elementos foram cobertos por uma lona plástica, que teve a função de auxiliar a retenção da umidade em torno das peças de concreto.

### **3.3.2 AÇO - ARMADURA DE FLEXÃO**

Foi adotado um cobrimento de 20 mm para as barras na face superior e de 10 mm para as armaduras na face inferior. A armadura de flexão das lajes ensaiadas foi composta por barras de alta aderência de aço CA-50, dispostas na parte superior das lajes nas duas direções (armadura principal). A armadura de flexão foi constituída de barras com diâmetro de 16 mm distribuídas de acordo com a taxa de armadura de cada laje, sendo que em ambas as direções foram feitos ganchos em 180° com o objetivo de garantir a ancoragem das armaduras de flexão.

Inicialmente foi utilizada uma taxa de armadura de flexão alta (2,1 %), com as barras mais ou menos uniformemente espaçadas em cada direção e o espaçamento nas duas direções foi escolhido para dar praticamente momentos resistentes iguais apesar das diferentes alturas úteis  $d_x$  e  $d_y$ . O espaçamento variou para algumas medidas locais para evitar sobreposições com a armadura de cisalhamento. Depois, com as deformações dos primeiros ensaios conhecidas, pôde-se trabalhar variando o arranjo das principais barras e possivelmente a relação de aço principal.

Com isso foram utilizadas três diferentes taxas de armadura de flexão. A Figura 3.7, Figura 3.8 e Figura 3.9 apresentam a distribuição da armadura de flexão para taxa de armadura de 2,1%, 1,3% e 0,9% respectivamente. Na Figura 3.10 é apresentado o projeto geral das armaduras inferiores das lajes. Em todas as lajes a armadura inferior foi composta por barras de alta aderência de aço CA-50 com diâmetro de 12,5 mm.

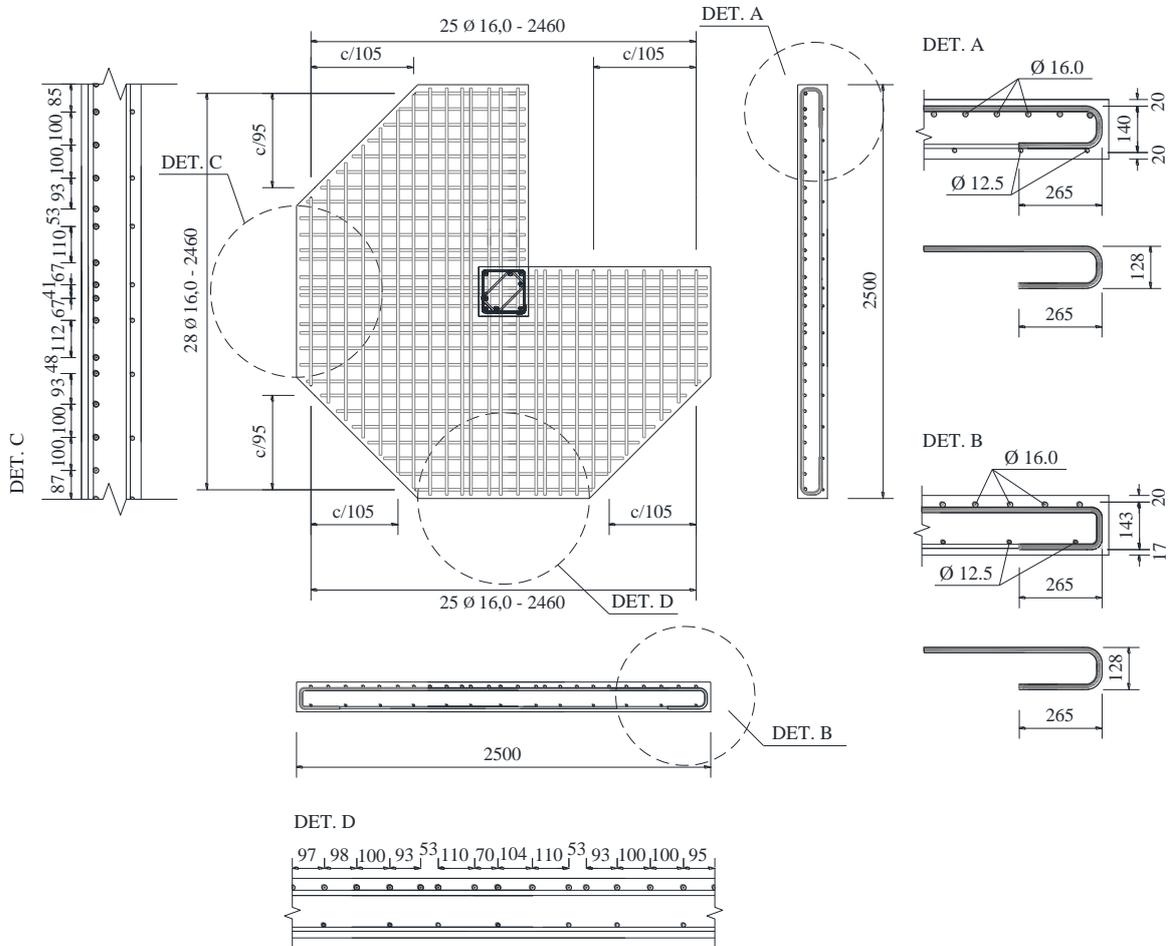


Figura 3.7 – Armadura superior de flexão das lajes com taxa de armadura 2,1%.

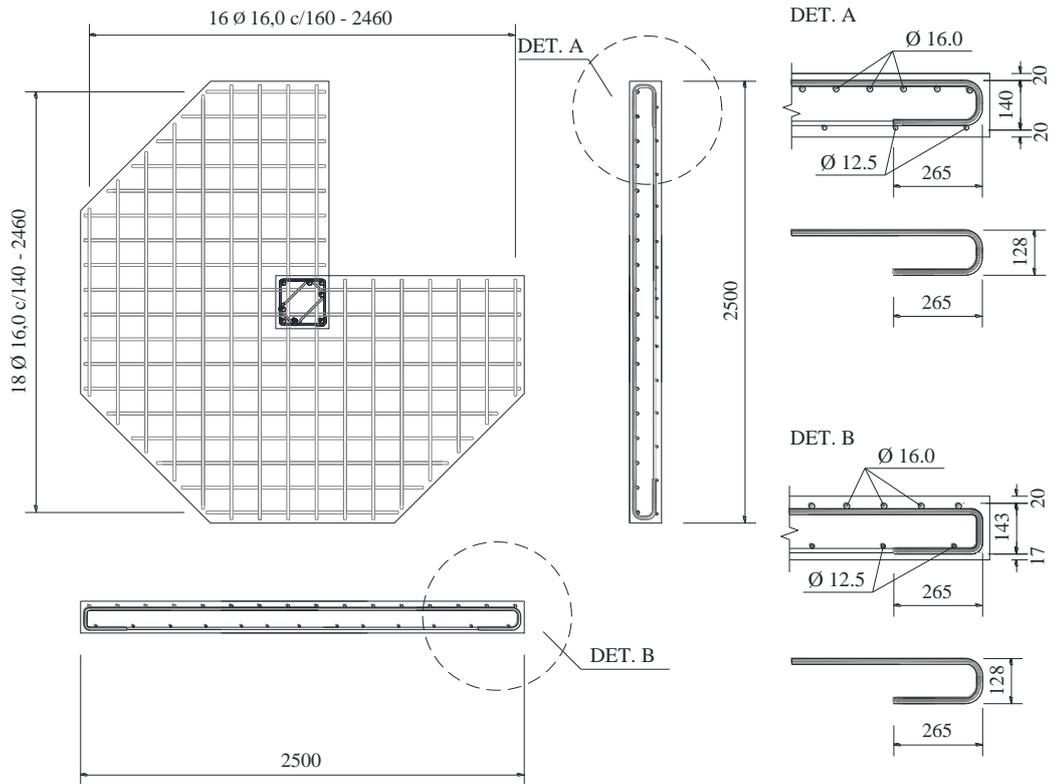


Figura 3.8 – Armadura superior de flexão das lajes com taxa de armadura 1,3%.

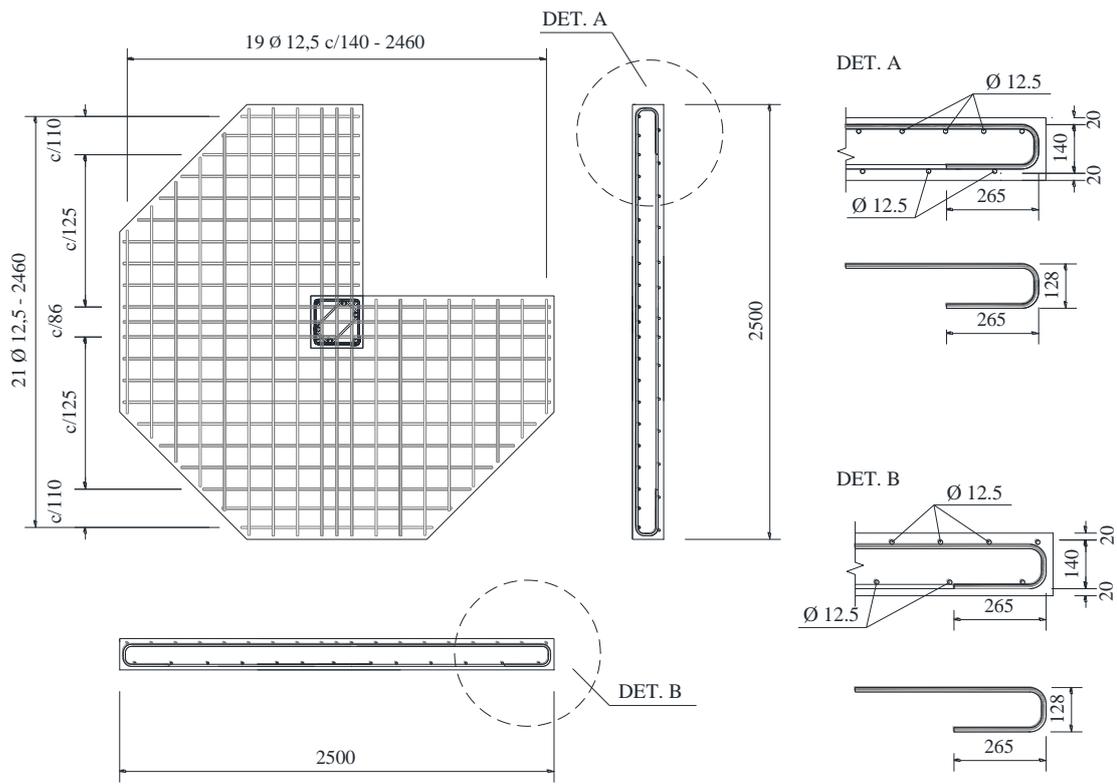


Figura 3.9 – Armadura superior de flexão das lajes com taxa de armadura 0,9%.

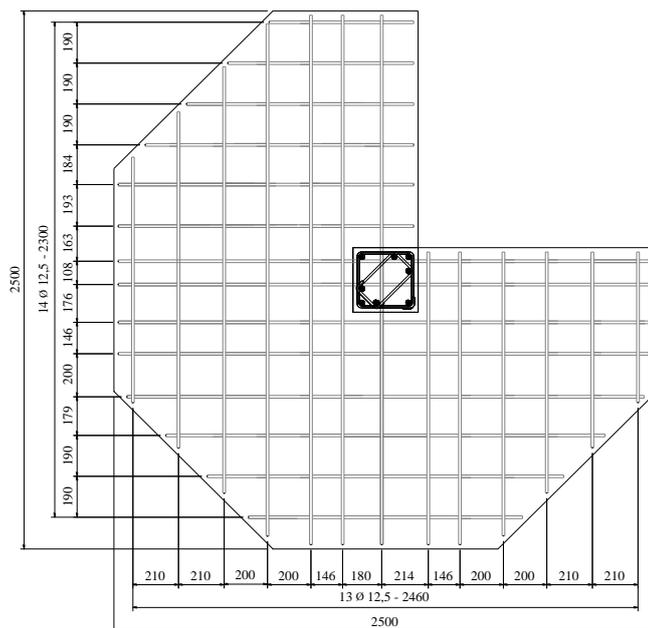
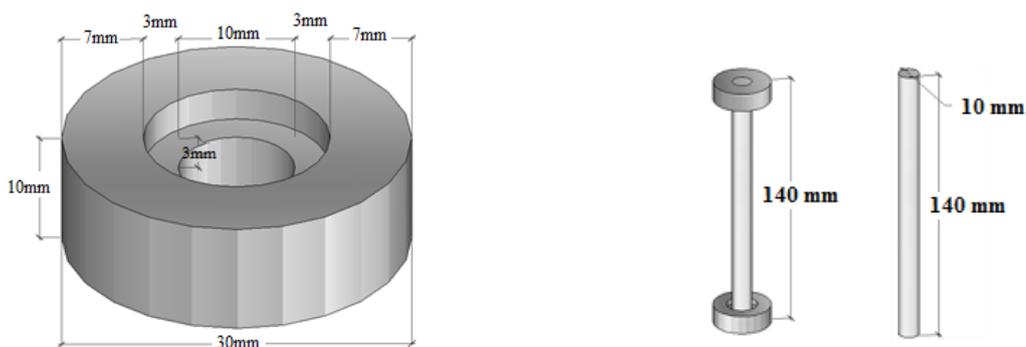


Figura 3.10 – Armadura inferior de flexão para todas as lajes

### 3.4 ARMADURA DE CISALHAMENTO

As armaduras de cisalhamento utilizadas nessa pesquisa foram os *double headed studs* que caracterizam-se por possuírem como ancoragem duas pastilhas (chapas circulares de aço), com diâmetro igual a  $3 \cdot \phi_w$ , onde  $\phi_w$  é o diâmetro da barra do *stud*. Tais armaduras foram posicionadas depois da montagem das armaduras de flexão, com chapas ou barras delgadas de aço, para sua fixação. A Figura 3.11 mostra detalhes das armaduras utilizadas nessa pesquisa.



(a) Detalhe do furo nas pastilhas  
(Trefilado Ø 1 ¼" L - 10 mm)

(b) Detalhe final da peça

Figura 3.11 – Detalhes do sistema de armaduras de cisalhamento.

As armaduras utilizadas nas lajes L02 e L03 foram fabricadas por profissionais da Universidade de Brasília e nas lajes L09, L10 e L11 por profissionais da área de metalurgia da cidade de Brasília. A Figura 3.12 mostra os *studs* utilizados na pesquisa e a Figura 3.13 o projeto da armadura de cisalhamento com o diâmetro  $\phi$  variando em 8 e 10 mm. Nas lajes em que foram empregadas armaduras de cisalhamento, adotou-se 3, 4 ou 5 camadas de *studs* com distribuição radial (Figura 3.15).



Figura 3.12 - *Studs* com trilhos utilizados na pesquisa.

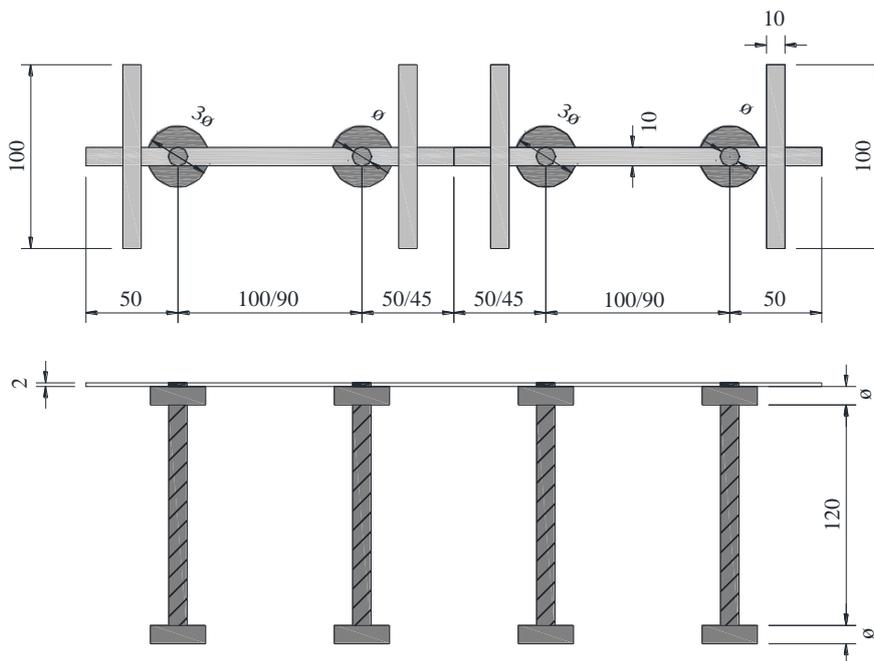


Figura 3.13 – Projeto das armaduras de cisalhamento com dimensões em mm.



(a) Laje L02



(b) Laje L03

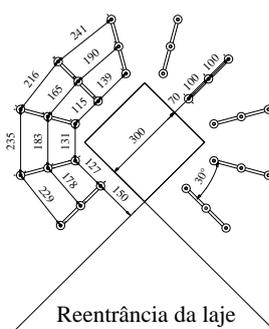


(c) Laje L10



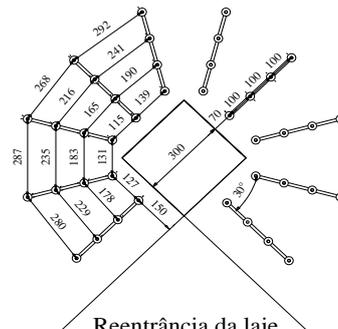
(d) Laje L09

Figura 3.14 – Detalhes das armaduras de cisalhamento.



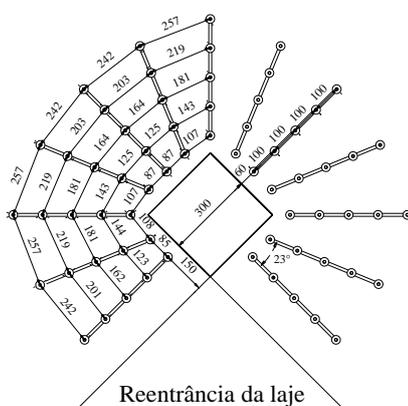
Reentrância da laje

(a) Laje L02



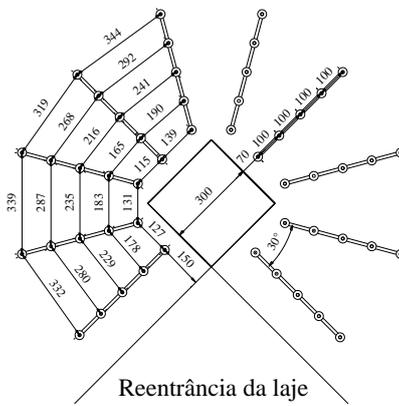
Reentrância da laje

(b) Laje L03



Reentrância da laje

(c) Laje L09



Reentrância da laje

(d) Laje L10 e L11

Figura 3.15– Distribuição dos *studs* das lajes L02, L03, L09, L10 e L11.

### 3.5 ARMADURA DOS PILARES

A armadura dos pilares foi composta por barras de alta aderência de aço CA-50 com 25 mm de diâmetro na direção longitudinal e por dois tipos de estribos de 10 mm de diâmetro espaçados a cada 100 mm. Para a armadura longitudinal dos pilares foram utilizadas barras dobradas em “U” e em “L” para compor a armadura, a fim de se evitar a possibilidade de uma ruptura localizada por problemas de ancoragem. Ressalta-se que o dobramento destas barras não seguiu as recomendações da NBR 6118 (2014), uma vez que isso inviabiliza o uso de barras de 25 mm de diâmetro nestes pilares. Alguns detalhes das armaduras utilizadas nos pilares podem ser observados na Figura 3.16.

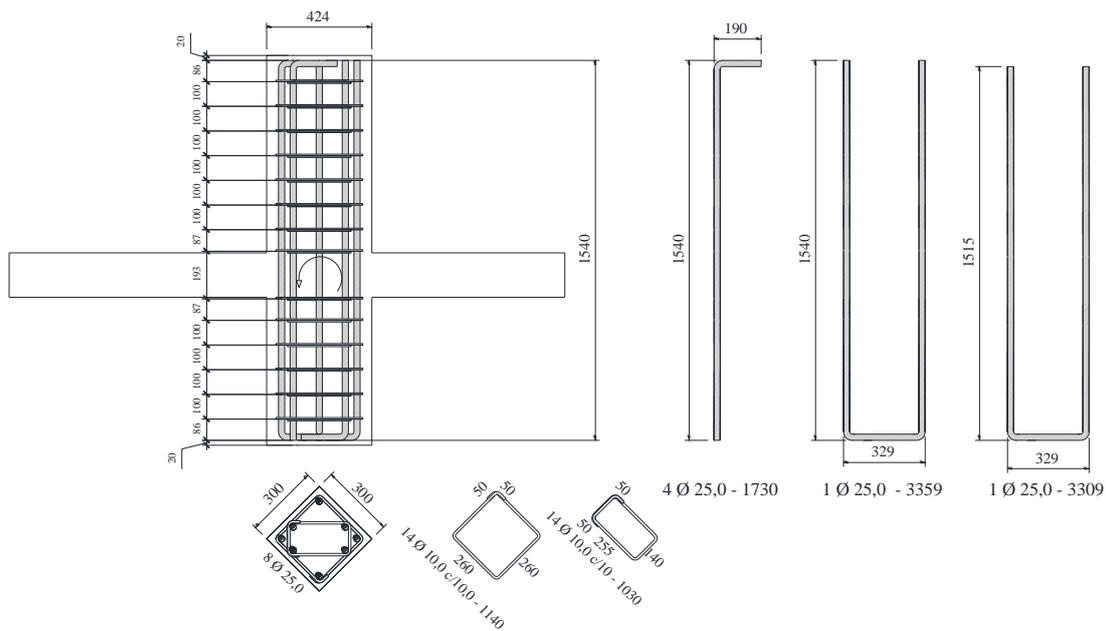


Figura 3.16 – Projeto de armadura dos pilares.

### 3.6 ARMADURA DE TORÇÃO

O detalhamento das bordas das lajes nos cantos chanfrados é potencialmente significativo como também é provável que afete o momento a ser transferido para o pilar.

A laje L03 foi escolhida dentre as lajes da primeira série de concretagem para utilizar armadura de torção porque ela possuía maior momento de transferência e maior capacidade de punção.

A armadura de torção utilizada foi constituída de estribos de 10 mm localizadas nos cantos reentrantes das lajes L03 e L08. Foram adicionadas barras com diâmetro de 12,5 mm com

finalidade de assegurar a posição e servir de suporte dos estribos. O detalhamento e posicionamento dos estribos da laje L03 podem ser visualizados na Figura 3.17 e da laje L08 na Figura 3.18.

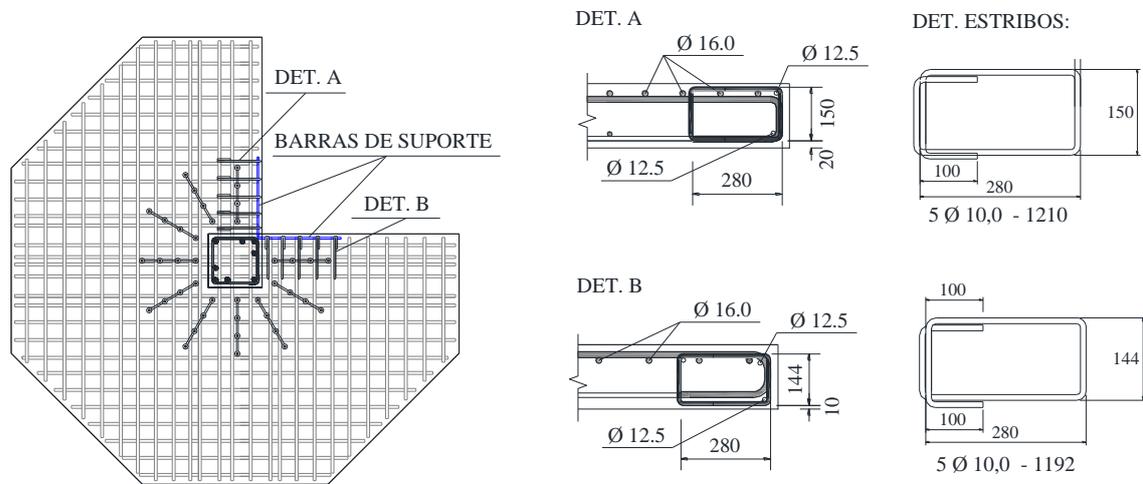


Figura 3.17 – Projeto da armadura de torção na laje L03.

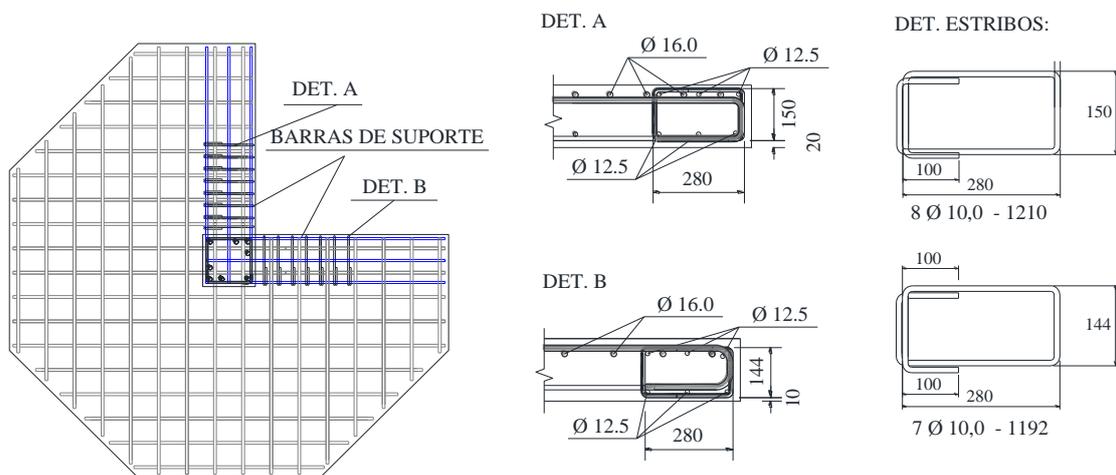


Figura 3.18 – Projeto da armadura de torção na laje L08.

### 3.7 FÔRMAS

As fôrmas utilizadas para as lajes de ligação foram confeccionadas em estrutura metálica no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília.

Necessitou-se de peças metálicas inseridas internamente nas quatro fôrmas quadradas existentes, para adaptá-las e obter a geometria das lajes a serem ensaiados. Tais peças foram compostas por quatro perfis metálicos dobrados com comprimentos de 1035 mm e 1100 mm e altura de 180 mm fixados com chapas soldadas e parafusos ligados às chapas que compõe o fundo da forma. A Figura 3.19 ilustra como foi idealizado o projeto das fôrmas.

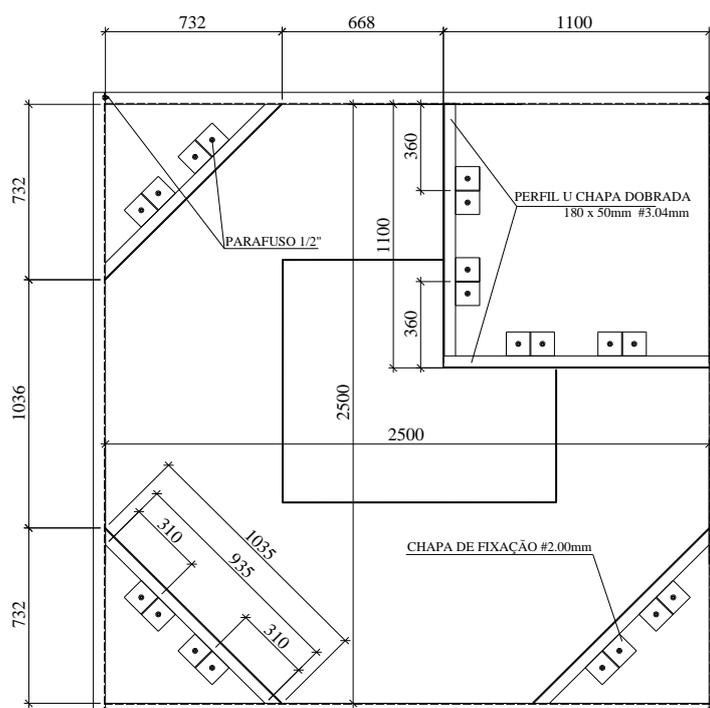


Figura 3.19 – Projeto das fôrmas metálicas.

As fôrmas dos pilares para a primeira série foram produzidas em madeira e para as outras séries em estrutura metálica, ambos os tipos em duas partes, uma para a parte inferior do pilar e outra para a parte superior, de modo a se adequarem à fôrma metálica. A Figura 3.20 apresenta detalhes das fôrmas construídas.



(a) Forma das lajes



(b) Formas de madeira dos pilares



(c) Formas metálicas dos pilares

Figura 3.20 – Detalhes das formas.

## 3.8 INSTRUMENTAÇÃO

### 3.8.1 Deslocamentos Verticais

Os deslocamentos verticais das lajes foram medidos em 24 pontos indicados na Figura 3.21. Os pontos de 1 ao 15 foram medidos por transdutores de deslocamento linear (LVDT's) fabricados pela empresa HBM e o ponto 16 com um transdutor potenciométrico (Figura 3.23) fabricado pela GEFTRAN. Os LVDT's (Figura 3.22) foram posicionados abaixo da laje em contato com a superfície inferior e o potenciômetro posicionado na parte superior da laje. Além desses, foram monitorados os pontos 17 e 18 utilizando duas escalas graduadas em milímetros (Figura 3.23) posicionadas em um suporte metálico próximo das extremidades das lajes. Os pontos monitorados de 1 a 18 foram os mesmos em todas as lajes para permitir a comparação dos resultados.

Nas Séries 2 e 3 foram adicionados os pontos de 19 a 24 monitorados com defletômetros analógicos fabricados pela empresa *Huggenberger AG* (Figura 3.23) localizados nas

bordas da laje na parte superior com o intuito de conhecer os deslocamentos verticais por toda a extensão da laje e para calcular a rotação da mesma pois os inclinômetros utilizados nas primeiras 4 lajes não funcionaram de maneira correta.

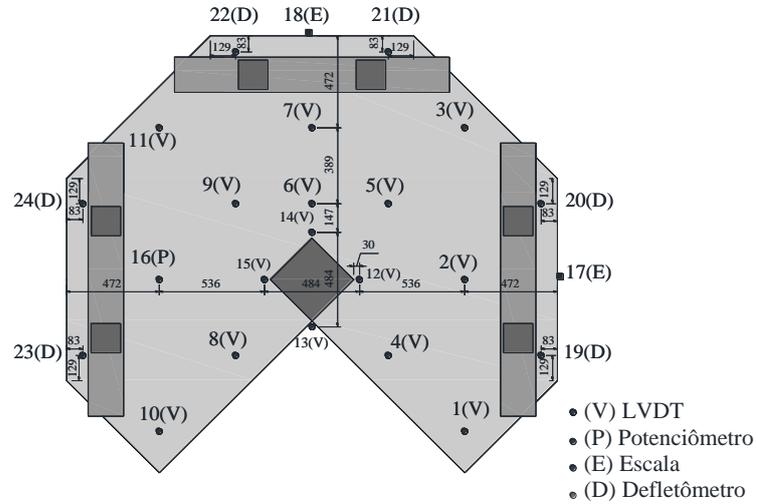


Figura 3.21 – Posicionamento dos LVDT's, potenciômetro, escalas e defletômetros nas lajes.



(a) Sistema de suporte dos LVDT's



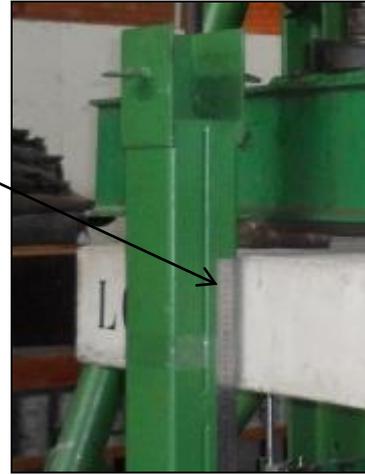
(b) Detalhe dos LVDT's

Figura 3.22 – LVDT's utilizados para medir os deslocamentos verticais.



(a) Sistema de suporte do Potenciômetro

Escala



(b) Detalhe da Escala



(c) Detalhes do Defletômetro

Figura 3.23 – Potenciômetro, escala e defletômetro utilizados nas lajes.

### 3.8.2 Deformação nas Armaduras e na Superfície do Concreto

Foram medidas as deformações nas armaduras de flexão, armaduras de cisalhamento e na superfície do concreto, a fim de acompanhar o comportamento das lajes durante todas as fases de carregamento. As medições destas deformações foram feitas utilizando-se extensômetros elétricos de resistência. Nas armaduras de flexão e de cisalhamento foram utilizados extensômetros do tipo KFG-5-120-C1-11, medindo (9,4 x 2,8) mm, fabricados pela empresa *Kyowa Electronic Instruments*. Para as barras com dois extensômetros por seção, a deformação apresentada para cada barra consiste da média aritmética dos resultados registrados nos pares de extensômetros.

As barras de aço e o concreto foram devidamente preparados para receber a fixação dos extensômetros. As barras foram limadas e lixadas com o objetivo de eliminar as mossas na região de fixação, com o devido cuidado para não danificar a seção nominal.

Com a superfície lisa foi feita uma limpeza com álcool etílico com o objetivo de retirar todos os resíduos presentes na superfície de instrumentação das barras. Posteriormente os extensômetros foram colados um a um com cola SUPER BONDER (adesivo instantâneo de cianoacrilato), dispostos diametralmente opostos (quando utilizado dois extensômetro por ponto) e na mesma seção da barra.

Após a fixação dos extensômetros, cada terminal (ponta) foi soldado à ponta de um cordão flexível paralelo, preso à barra por braçadeiras plásticas. Depois de soldados os terminais, a região da solda foi protegida contra atrito e choques mecânicos por uma camada de resina epóxi que também funciona como isolamento elétrico. Uma camada de silicone envolveu o conjunto para proporcionar uma proteção mecânica e por fim o conjunto foi envolvido com uma fita isolante de auto fusão. Na Figura 3.24 são apresentadas algumas etapas do procedimento de colagem dos extensômetros nas barras de aço.



(a) Limpeza da superfície lixada



(b) Colagem dos extensômetros



(c) Soldagem dos terminais dos extensômetros



(d) Proteção e isolamento com resina epóxi



(e) Proteção mecânica com silicone



(f) Proteção mecânica com fita isolante de auto-fusão

Figura 3.24– Procedimento de colagem dos extensômetros.

Na Série 1 foram instrumentadas 11 barras na armadura de flexão superior em uma direção e 11 na direção ortogonal. A armadura de flexão inferior composta por barras de 12,5 mm de diâmetro contou com dois pontos instrumentados, distribuídos em duas barras ortogonais que interceptavam o pilar. A Figura 3.25 mostra o posicionamento dos pontos de instrumentação das barras de flexão comprimidas e tracionadas monitoradas com o intuito de verificar o comportamento quanto à torção nas bordas internas das lajes.

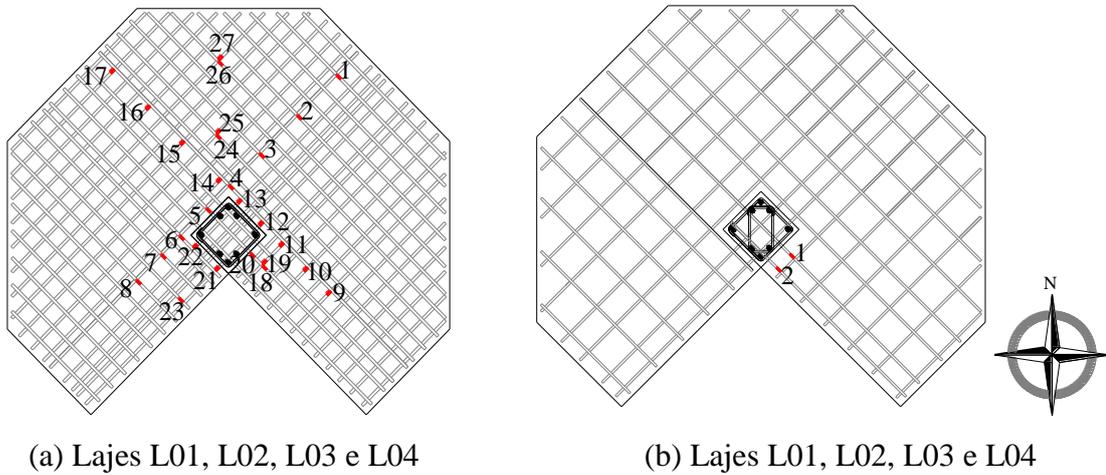


Figura 3.25– Posicionamento dos extensômetros nas armaduras superior (a) e inferior (b) (Série 1).

Na Série 2 e Série 3 foram utilizados pontos de instrumentação diferentes em função das taxas de armadura e carregamento como na mostra na Figura 3.26 e Figura 3.27.

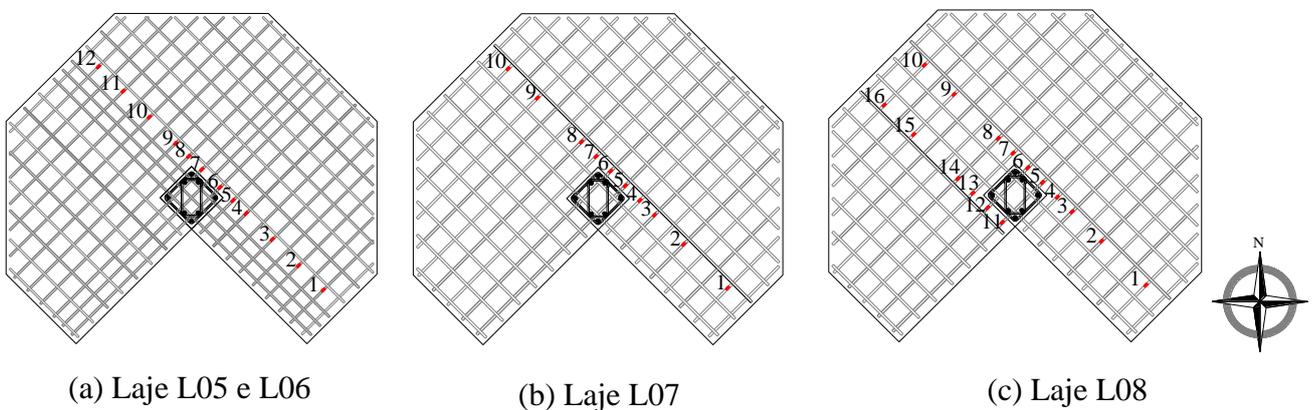


Figura 3.26–Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão superior (Série 2).

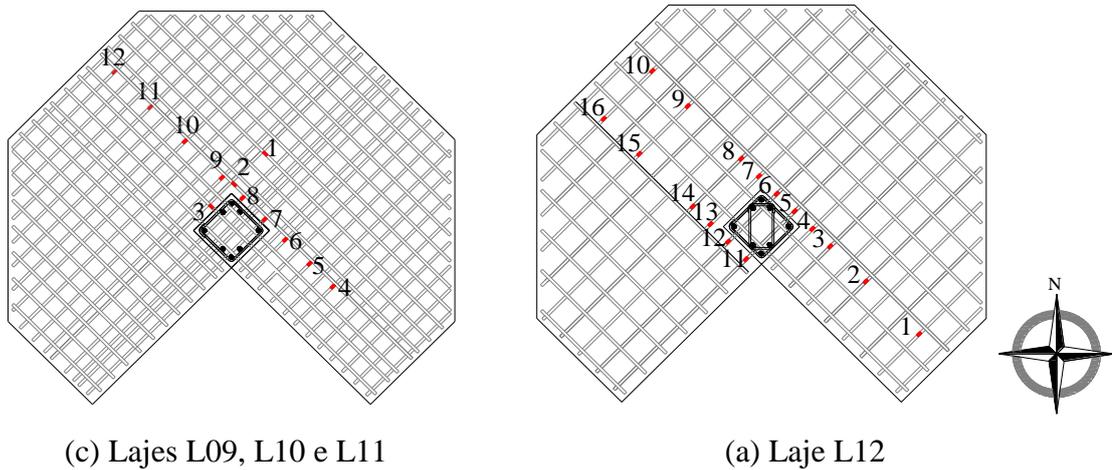


Figura 3.27–Posicionamento dos extensômetros nas armaduras de flexão superior (Série 3).

Existem divergências quanto ao número de camadas de armadura de cisalhamento que realmente contribui para o aumento da resistência à punção de lajes lisas de concreto armado. A norma americana ACI 318 (2014) admite que apenas a primeira camada contribua, enquanto que a norma Europeia Eurocode2 (2004) considera que duas camadas contribuem efetivamente para a resistência à punção de lajes lisas de concreto armado. Ambas consideram que estas armaduras não atingem a tensão de escoamento do aço. Logo, o monitoramento dos *studs* é essencial a fim de se compreender melhor o comportamento de cada laje ensaiada.

As lajes L02 e L03 da Série 1 apresentavam 3 e 4 camadas de *studs* respectivamente com um total de 10 linhas distribuídas na laje. Todas as camadas de *studs* foram instrumentadas em linhas alternadas. A Figura 3.26 apresenta os *studs* nos quais as deformações foram monitoradas durante os ensaios.

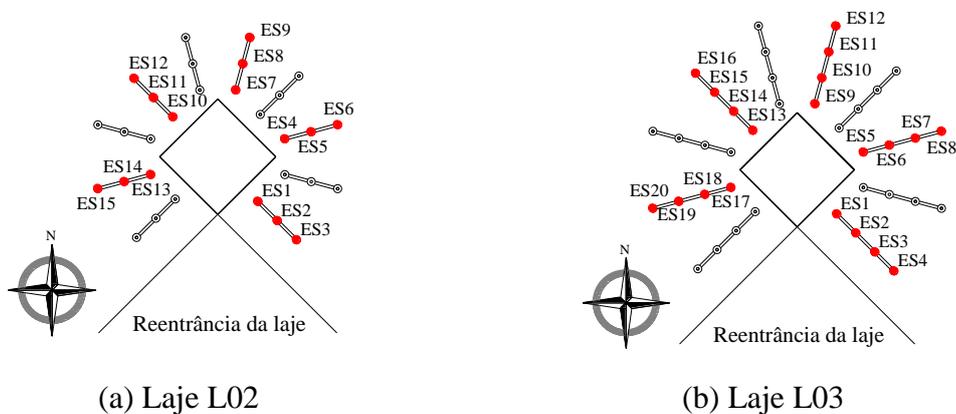


Figura 3.26 – Posicionamento dos extensômetros nos *studs* (Série 1)

Na Série 2 não foi utilizada armadura de cisalhamento e na Série 3 as lajes L09, L10 e L11 apresentaram cinco camadas com apenas as duas primeiras instrumentadas em linhas intercaladas como mostra a Figura 3.27.

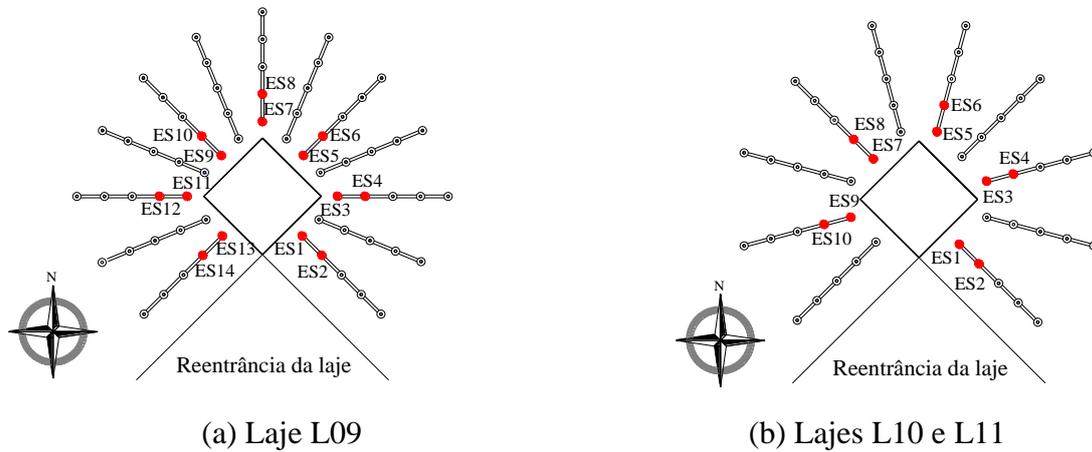


Figura 3.27 – Posicionamento dos extensômetros nos *studs* (Série 3)

As deformações na superfície do concreto também foram monitoradas, a fim de se verificar a possibilidade de ruptura por flexão, porém causada por esmagamento do concreto. Para tal, foram utilizados extensômetros do tipo KC-70-120-A1-11 posicionados segundo dois eixos das lajes.

A posição de máxima deformação na superfície do concreto na região adjacente ao pilar é desconhecida. Assim, foram monitorados extensômetros nos pontos próximo ao pilar posicionados a 25 mm da face destes como mostram a Figura 3.28.

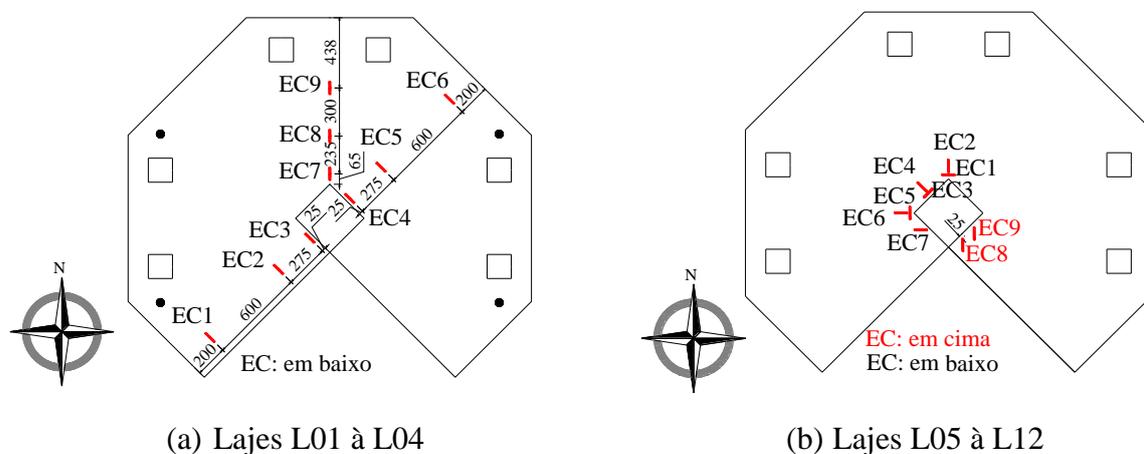


Figura 3.28 – Posicionamento dos extensômetros na superfície concreto

### 3.8.3 Rotação da Laje

A rotação das lajes foi monitorada na Série 1 com dois inclinômetros, um de bolha e outro de pêndulo construído na Universidade de Brasília. Os dois inclinômetros foram posicionados nas proximidades dos pilares das lajes, na superfície superior da mesma para monitorar as rotações no seu eixo de simetria e no eixo ortogonal ao de simetria. A Figura 3.28 mostra os inclinômetros utilizados nessa pesquisa e a Figura 3.29 apresenta detalhes do posicionamento nas lajes.



(a) Inclinômetro de bolha



(b) Inclinômetro de pêndulo

Figura 3.28– Detalhe dos inclinômetros

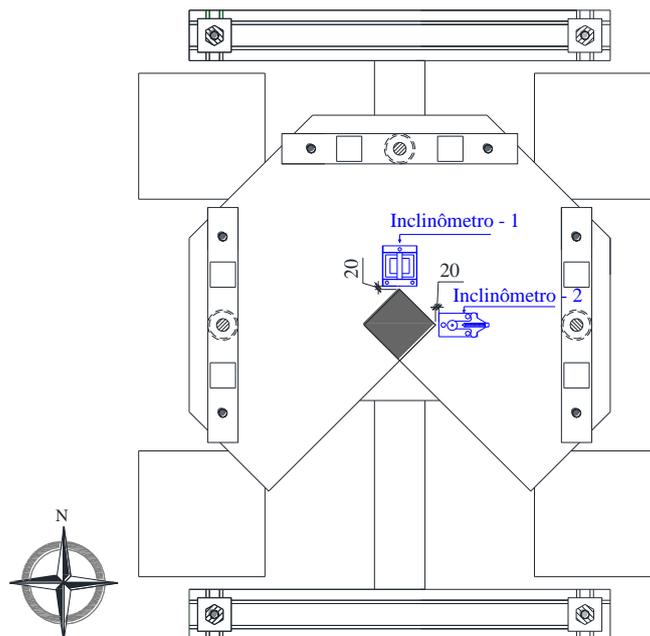


Figura 3.29 – Posicionamento dos inclinômetros.

Os inclinômetros utilizados não apresentaram resultados satisfatórios, motivo pelo qual não foram utilizados nas Séries 2 e 3. Para suprir a falta dos mesmos, foram utilizados os defletômetros analógicos próximos aos bordos das lajes para calcular sua rotação.

### **3.9 SISTEMA DE ENSAIO**

Os ensaios das lajes foram realizados no pórtico de reação existente no laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília com necessidade de adaptação para restringir a translação dos segmentos do pilar cuja capacidade é de 2.000 kN.

Foram utilizados três atuadores hidráulicos da marca ENERPAC, todos com capacidade de 1000 kN; três conjuntos de células de carga e indicadores digitais fabricados pela Kratos Equipamentos Industriais Ltda. com capacidade de 1000kN e com precisão de 1kN; três rótulas de aço, posicionadas entre o êmbolo dos atuadores hidráulicos e as vigas metálicas, com o objetivo de compensar a rotação provocada pelo deslocamento do bordo da laje devido a aplicação das cargas; duas bombas hidráulicas para acionamento dos atuadores hidráulicos; três vigas metálicas rígidas para distribuição do carregamento aplicado pelos cilindros hidráulicos em duas chapas de aço, totalizando 6 pontos de aplicação de carga; 4 tirantes de aço com  $\phi = 32$  mm da DYWDAG 1040, usados como dispositivos de reação para os carregamentos aplicados pelos atuadores na direção L-O do sistema de ensaios; conexões metálicas de aço acopladas ao pórtico de reação do laboratório para a restrição da translação dos segmentos de pilar. Na Figura 3.30 é possível observar detalhes da configuração de ensaio das lajes e na Figura 3.31 são apresentados equipamentos e acessórios utilizados durante os ensaios das lajes.

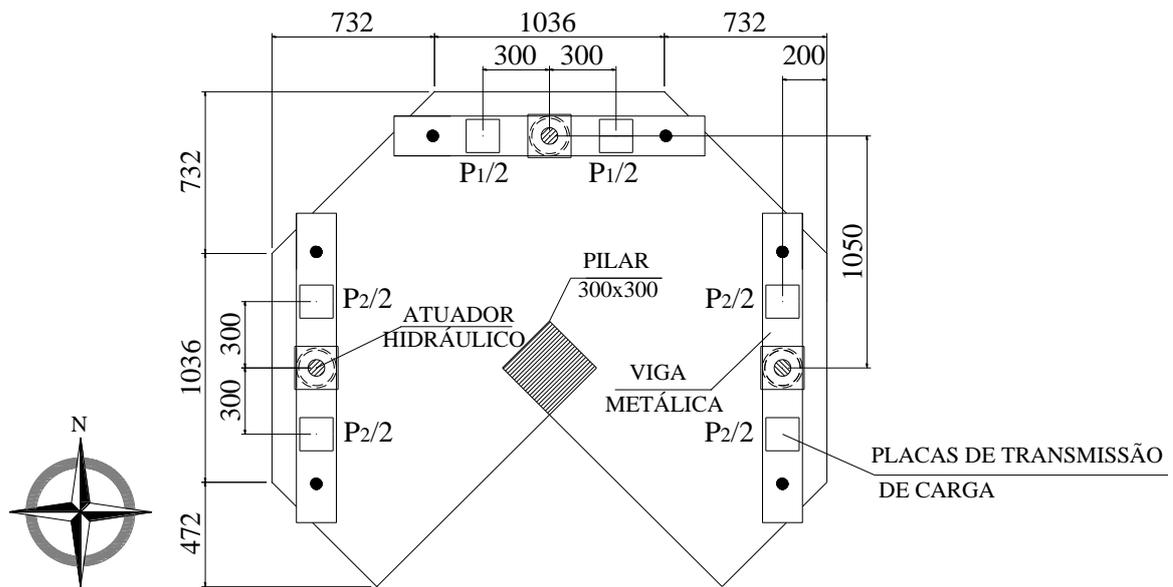


Figura 3.30 – Sistema de ensaio: vista superior.



(a) Atuador hidráulico e célula de carga



(b) Indicadores das células de carga



(c) Bombas hidráulicas



(d) Viga metálica de distribuição

Figura 3.31 – Detalhes do sistema de Ensaio.

O sistema utilizado para aquisição de dados dos LVDT's e dos extensômetros nas armaduras de flexão e de cisalhamento e na superfície de concreto foi composto por 10 módulos do sistema de aquisição *Spider8*, modelos SR30 e SR55, fabricados pela empresa HBM, interligados em cascata e ligados a dois computadores. Dois módulos de aquisição *ADS2000*, fabricados pela empresa brasileira Lynx Tecnologia Eletrônica S.A., cada um ligado a um computador, foram utilizados nos ensaios de algumas lajes que possuíam grande número de canais a serem monitorados.

O *software* de aquisição de dados utilizado para os módulos *Spider8* foi o CATMAN versão 4.5 e para os módulos *ADS2000* utilizou-se o *software* de aquisição de dados AqDados 7.

A Figura 3.32 e a Figura 3.33 mostram uma vista superior e lateral do sistema desenvolvido para o ensaio das lajes desta pesquisa. Na Figura 3.34 e na Figura 3.35 apresentam-se uma vista frontal e uma vista em 3D do projeto. Na Figura 3.36 é possível ver como ficou este sistema no laboratório durante o ensaio da laje L12. Detalhes do sistema de aquisição de dados podem ser vistos na Figura 3.37.

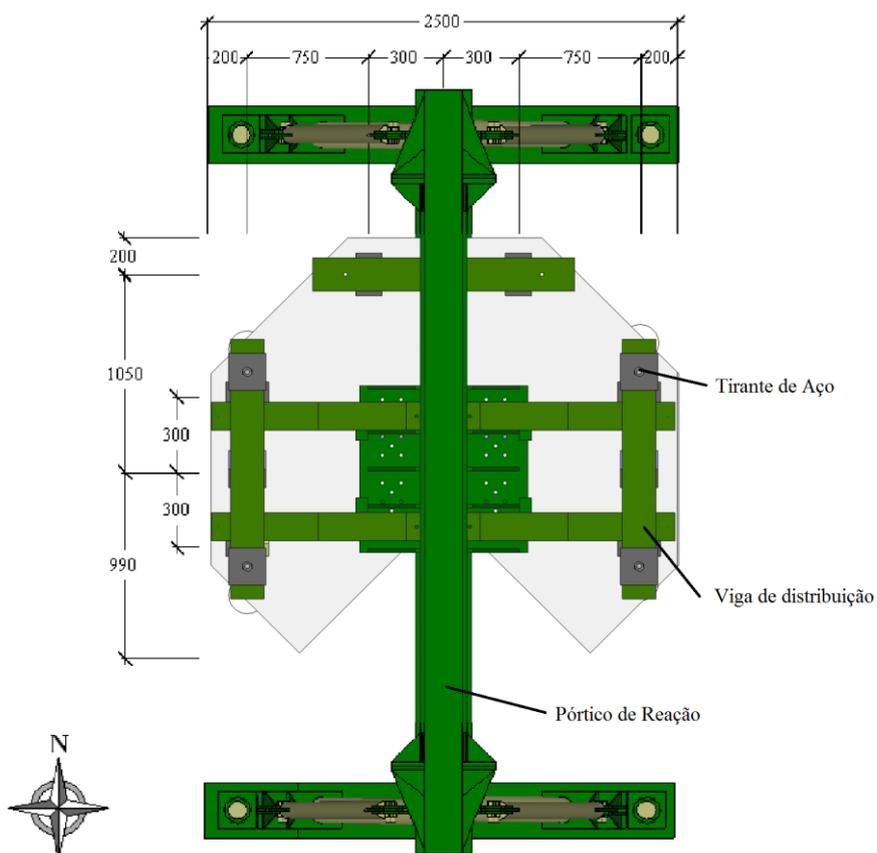


Figura 3.32 – Sistema de ensaio: vista superior.

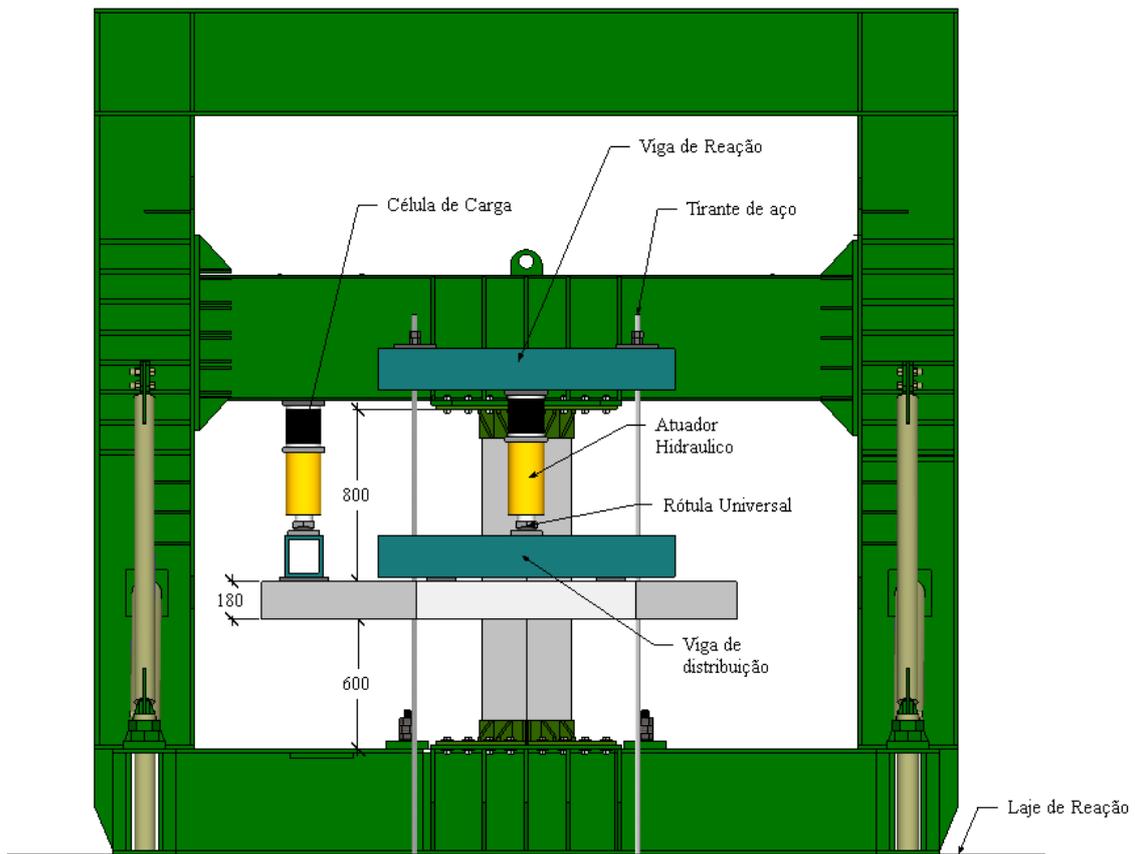


Figura 3.33 – Sistema de ensaio: vista lateral.

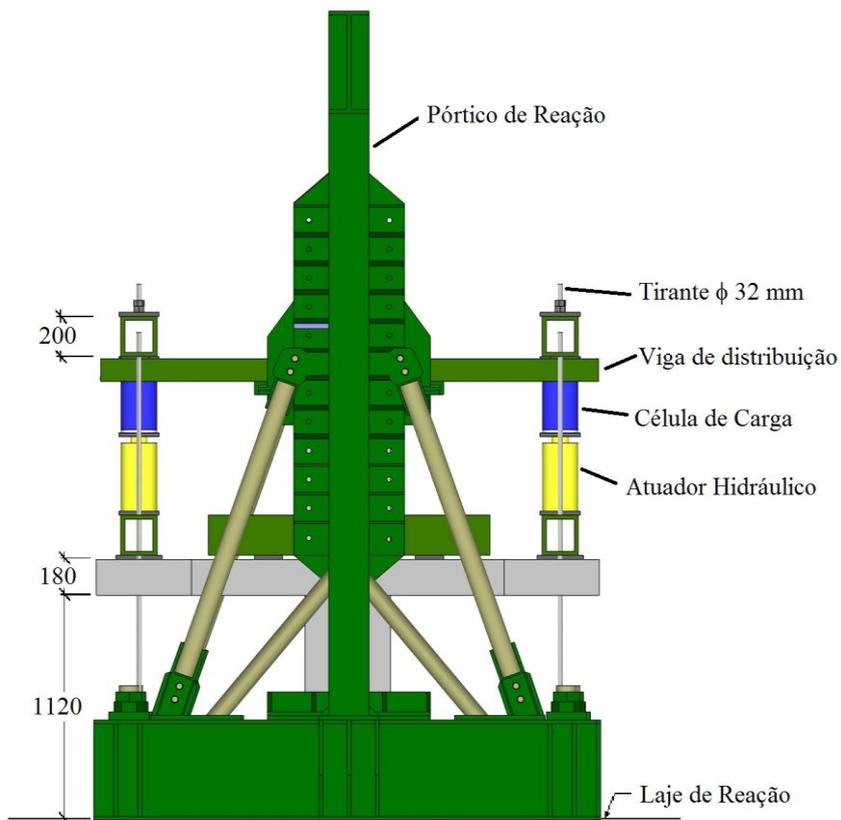


Figura 3.34 – Sistema de ensaio: vista frontal.

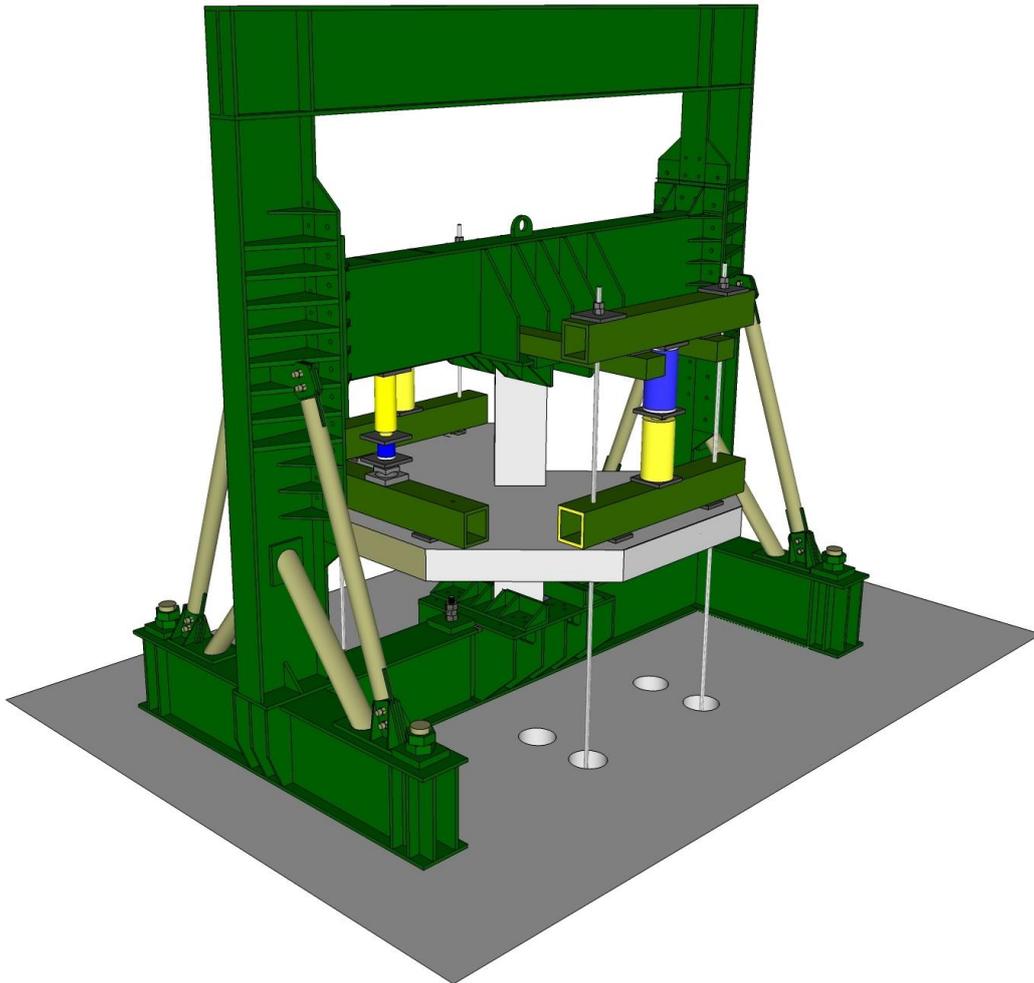


Figura 3.35 – Sistema de ensaio: Vista 3D.



Figura 3.36 – Foto do sistema de ensaio da laje L12.



(a) Módulos *Spider8*



(b) Módulos ADS2000



(c) Vista do sistema interligado

Figura 3.37– Sistema de aquisição de dados

## 4 RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo serão apresentados os resultados experimentais obtidos na realização dos ensaios descritos no Capítulo 3, como: deslocamentos verticais; deformações na superfície do concreto; deformações nas armaduras de flexão e de cisalhamento; mapeamento das fissuras de flexão visíveis durante os ensaios e a localização da superfície de ruptura de cada laje. Inicialmente serão apresentados os ensaios de caracterização do concreto e do aço e os resultados referentes às cargas de ruptura observadas ao final de cada ensaio.

### 4.1 PROPRIEDADES DOS MATERIAIS

#### 4.1.1 Concreto

Para a confecção das doze lajes propostas, foram realizadas três concretagens, com quatro lajes em cada.

Para cada concretagem foram moldados 36 corpos de prova cilíndricos medindo 100 mm x 200 mm utilizados nos ensaios de caracterização do concreto quanto a resistência à compressão, resistência à tração e módulo de elasticidade tangente inicial.

Os ensaios de compressão simples seguiram as recomendações da norma NBR 5739 (2014), os ensaios de compressão diametral atenderam as exigências da NBR 7222 (2011) e para os ensaios de determinação do módulo de elasticidade tangente inicial utilizou-se a norma NBR 8522 (2008).

Nos ensaios para obtenção de módulo de elasticidade foram rompidos seis corpos de prova para cada série de concretagem (3 tomados como referência  $f_{c,ret}$  e 3 para determinar o módulo de elasticidade). Já para obtenção da resistência à tração do concreto  $f_{ct}$  foram ensaiados três corpos de prova por compressão diametral representando cada série de concretagem. Além desses foram realizados ensaios de compressão utilizando três corpos de prova para cada série de concretagem em que a regularização dos topos dos mesmos foi feita com almofada de neoprene,  $f_{c,neo}$ . Na Tabela 4.1 apresenta um resumo das propriedades mecânicas do concreto utilizado na pesquisa.

Tabela 4.1 - Propriedades mecânicas do Concreto.

LAJES	$f_{c,neo}$	$f_{ct}$ (MPa)	$f_{c,ret}$ (MPa)	$E$ (GPa)
L01	58	3,4	48	29,4
L02				
L03				
L04				
L05	43	3,1	44	30,1
L06				
L07				
L08				
L09	51	3,5	43	32,9
L10				
L11				
L12				
Obs: $f_{c,neo}$ = Resistência à compressão de cilindros 10 x 20 cm utilizando neoprene. $f_{c,ret}$ = Resistência à compressão de cilindros 10 x 20 cm retificados utilizados como referência para os ensaios de módulo de elasticidade.				

Os resultados de  $f_{c,neo}$  quando comparado com  $f_{c,ret}$  e submetidos aos critérios de validação do sistema de capeamento com neoprene, utilizando o processo ASTM C1231/C (2000), nota-se que nem todos os resultados podem ser validados e que a dureza do neoprene necessária para utilizar nesse concreto cuja resistência ultrapassa 40 MPa deveria ser maior. Com isso, optou-se por utilizar a resistência à compressão do concreto  $f_c = f_{c,ret}$ .

#### 4.1.2 Aço

Foram utilizadas barras de aço CA50 nas armaduras de flexão e cisalhamento das lajes. Para caracterização das propriedades mecânicas do aço foram utilizadas três amostras para cada diâmetro de barra, com comprimento de aproximadamente 50 cm.

Utilizou-se uma prensa EMIC DL30000 e o *software* Tesc versão 3.04 para a realização dos ensaios de tração axial no Laboratório de Ensaio de Materiais da Universidade de Brasília, seguindo as recomendações da norma NBR 6892 (2002). A Figura 4.1 apresenta detalhes do esquema de ensaio utilizado.



Figura 4.1 - Ensaio de tração do aço.

As propriedades do aço foram obtidas a partir da média dos resultados de três corpos de prova referentes às diversas bitolas utilizadas nas lajes. Na Tabela 4.2 são apresentados os resultados dos ensaios das barras utilizadas na execução das armaduras de flexão. As propriedades do aço foram obtidas a partir da média dos resultados de três corpos de prova referentes às diversas bitolas utilizadas nas lajes. Na Tabela 4.2 são apresentados os resultados dos ensaios das barras utilizadas na execução das armaduras de flexão. Os valores do módulo de elasticidade são afetados pelo fato de se medir a deformação com apenas um extensômetro removível, e não dois diametralmente opostos como seria desejável para a obtenção da deformação média que eliminaria uma eventual flexão da amostra. A Figura 4.2, Figura 4.3 e Figura 4.4 apresentam os gráficos de tensão x deformação dos aços utilizados na Série 3.

Tabela 4.2 - Propriedades mecânicas do aço utilizado nas lajes

LAJE	Lote (Aço)	Ø 8,0 mm			Ø 10,0 mm			Ø 12,5 mm			Ø 16,0 mm		
		$f_{ys}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (‰)	$f_{ys}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (‰)	$f_{ys}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (‰)	$f_{ys}$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$\epsilon_{ys}$ (‰)
L01	1	587	187	3,13	560	197	2,84	576	201	2,87	558	192	2,91
L02													
L03													
L04													
L05	2	599	193	3,10	528	207	2,55	561	189	2,97	570	196	2,90
L06													
L07													
L08													
L09	3	-	-	-	528	207	2,55	530	198	2,67	572	208	2,75
L10													
L11													
L12													

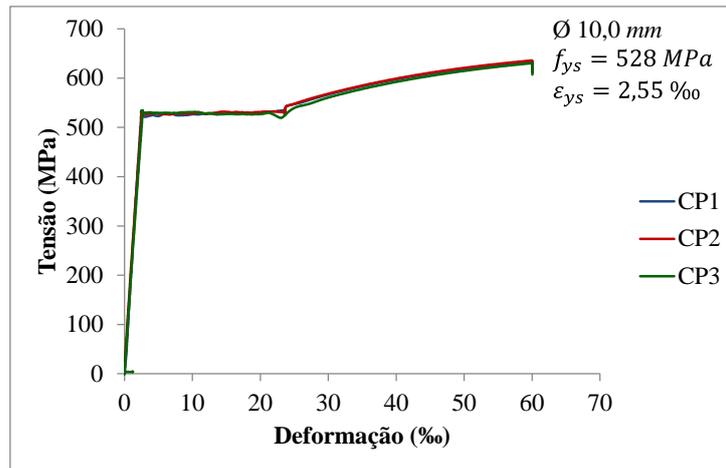


Figura 4.2 – Tensão x deformação das barras de 10,0 mm (Série 3)

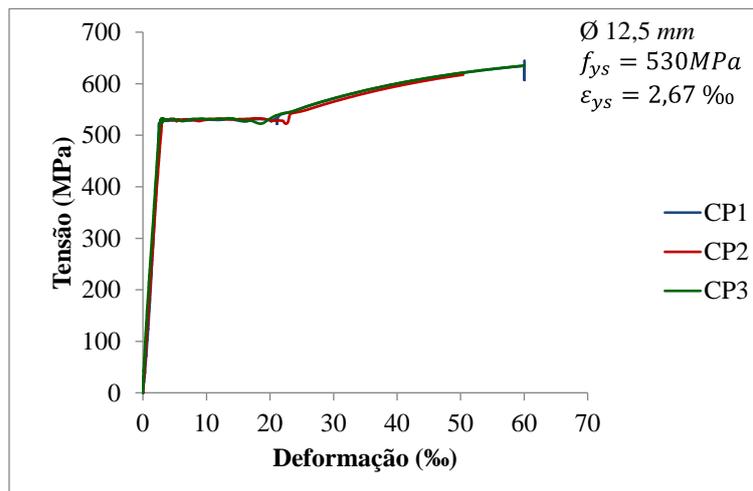


Figura 4.3 - Tensão x deformação das barras de 12,5 mm (Série 3)

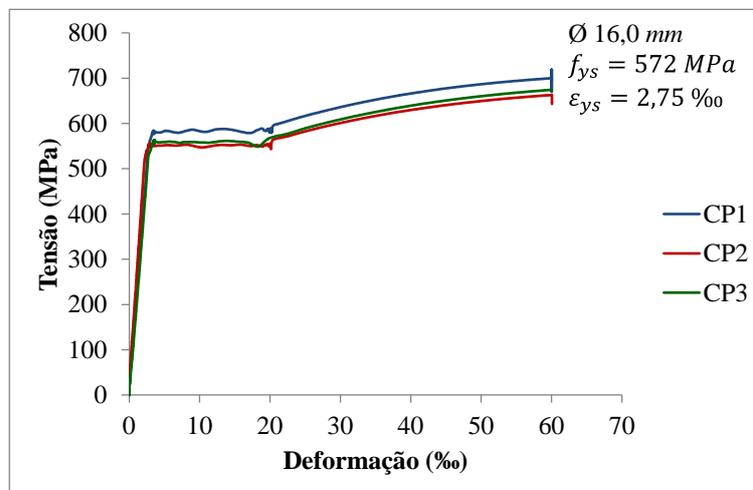


Figura 4.4 - Tensão x deformação das barras de 16,0 mm (Série 3)

### 4.1.3 CARGAS DE RUPTURA DAS LAJES ENSAIADAS

A Tabela 4.3 apresenta as cargas últimas  $V_u$  considerando o peso próprio da laje e dos equipamentos.

Tabela 4.3 - Carga de ruptura das lajes

LAJES	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$P_2/P_1$	$e$ (mm)	$V_u$ (kN)
L01	148,0	2,07	0,5	500	325
L02	148,0	2,07	1,0	352	513
L03	144,5	2,17	1,0	349	575
L04	147,0	2,10	1,0	349	372
L05	142,5	0,91	0,5	504	250
L06	144,5	0,88	1,0	343	282
L07	141,0	1,35	1,0	349	358
L08	145,5	1,27	1,0	347	345
L09	147,5	2,08	1,0	349	550
L10	147,5	2,08	0,5	498	500
L11	146,5	2,11	1,5	267	640
L12	145,0	1,28	1,5	268	345

### 4.1.4 RESISTÊNCIA À FLEXÃO DAS LAJES DE CONCRETO ARMADO

As armaduras perpendiculares a uma borda livre, necessárias à transmissão de momentos fletores da laje para um pilar de borda ou canto, devem ser colocadas numa largura efetiva  $b_e$  correspondente à faixa resistente por flexão na ligação laje-pilar representada na Figura 4.5.

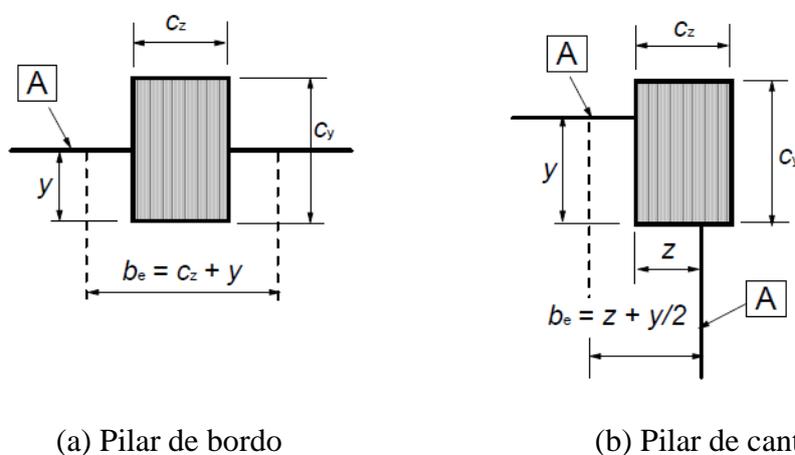


Figura 4.5 – Largura efetiva de uma laje lisa (EUROCODE 2 2004)

Para o cálculo da resistência à flexão dessa pesquisa foi considerada duas faixas A-A (Figura 4.6) onde supostamente ocorreria o escoamento de todas as barras perpendiculares ao longo dessa largura de acordo com os pontos de aplicações e relações entre  $P_2$  e  $P_1$ . As armaduras perpendiculares a uma borda livre, necessárias à transmissão de momentos fletores da laje para um pilar de canto reentrante devem ser colocadas numa largura efetiva  $b_e$  (Figura 4.6).

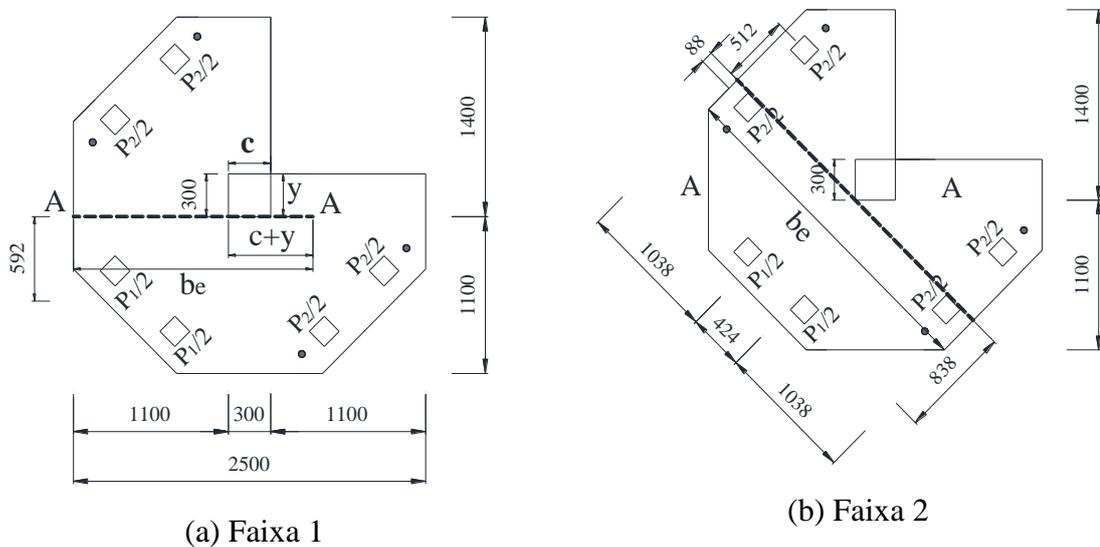


Figura 4.6 – Linha de ruptura admitida para cálculo de resistência à flexão da laje.

A distância média a partir de uma carga para o potencial de escoamento da linha AA é 592 mm e o momento é  $m_s = (P_1 + P_2) \cdot 0,592$ .

Os momentos não serão uniformes em toda AA, aqueles da direita do pilar devem ser menores do que da esquerda, mas a largura necessária para resistir esse momento é apenas 1,70 m com algumas armaduras de torção, desde que a resistência à flexão seja alta o suficiente.

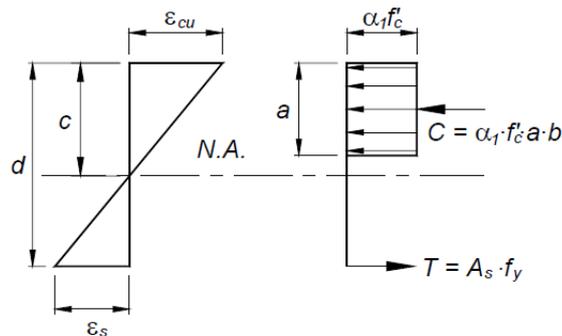


Figura 4.7 – Capacidade de flexão de acordo com o CSA Standard A23.3-94 (1994) – (Birkle, 2004)

Para o cálculo da capacidade do momento resistente por comprimento da laje tem-se:

$$m_R = \frac{T \cdot (d - 0,4 \cdot a)}{b} \quad (4.1)$$

$$a = \frac{A_s \cdot f_y}{\alpha_1 \cdot f_c' \cdot b} \quad (4.2)$$

onde:

$T$  é a força resultante das tensões de tração na armadura;

$C$  é a força resultante das tensões de compressão no concreto;

$d$  é a altura útil da seção transversal;

$a$  é a altura da distribuição de tensões na zona comprimida considerada  $0,8 \cdot c$ ;

$A_s$  é a área de aço da armadura;

$f_y$  é a tensão de escoamento no aço;

$\alpha_1$  é a relação entre a tensão de compressão média na seção retangular e a resistência do concreto especificado;

$f_c'$  é a tensão de compressão no concreto;

$b$  é a largura de uma faixa de laje;

Considerando uma distribuição retangular de tensões (Figura 4.7) e o coeficiente  $\alpha_1 = 0,85$  pela NBR 6118 (2014), a resistência à flexão média por unidade de comprimento na faixa de apoio pode ser considerada:

$$m_R = \rho \cdot d^2 \cdot f_{yd} \cdot \left( 1 - \frac{\rho \cdot f_{yd}}{2,13 \cdot f_{cd}} \right) \quad (4.3)$$

Para o cálculo da relação carga de flexão e momento solicitante  $V_{flex}/m_s$  foi utilizado o método analítico para duas faixas A-A ilustrada na Figura 4.6 considerando as relações de carga  $P_2/P_1$  de cada laje. A Tabela 4.4 mostra as resistências à flexão das lajes.

Tabela 4.4 – Resistência à flexão.

LAJES	$P_2/P_1$	$f_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)	$V_u$ (kN)	FAIXA 1				FAIXA 2			
					$m_R$ (kN.m/m)	$V_{flex}/m_s$	$V_{flex}$ (kN)	$V_u/V_{flex}$	$m_R$ (kN.m/m)	$V_{flex}/m_s$	$V_{flex}$ (kN)	$V_u/V_{flex}$
L01	0,50	48	558	325	133	3,83	509	0,6	159	3,51	560	0,6
L02	1,00	48	558	513	133	4,31	573	0,9	159	5,02	800	0,6
L03	1,00	48	558	575	129	4,31	557	1,0	155	5,02	778	0,7
L04	1,00	48	558	372	132	4,31	568	0,7	158	5,02	794	0,5
L05	0,50	44	561	250	59	3,83	225	1,1	75	3,51	263	0,9
L06	1,00	44	561	282	60	4,31	257	1,1	76	5,02	382	0,7
L07	1,00	44	570	358	80	4,31	344	1,0	102	5,02	512	0,7
L08	1,00	44	570	345	83	4,31	357	1,0	106	5,02	531	0,7
L09	1,00	43	572	550	134	4,31	575	1,0	160	5,02	804	0,7
L10	0,50	43	572	500	134	3,83	511	1,0	160	3,51	563	0,9
L11	1,50	43	572	640	132	4,59	609	1,1	159	6,39	1016	0,6
L12	1,50	43	572	345	83	4,59	380	0,9	105	6,39	674	0,5

## 4.2 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

Os deslocamentos verticais das lajes foram monitorados em 18 pontos ao longo dos eixos destes elementos utilizando-se 15 LVDT's, um potenciômetro e duas escalas. Em todas as lajes esses pontos foram os mesmos a fim de permitir a comparação direta entre os resultados observados.

A leitura dos deslocamentos foi feita no decorrer dos ensaios pelo sistema de aquisição de dados descrito no Capítulo 3, em intervalos entre cada passo de carga. Próximo ao final dos ensaios optou-se por interromper a leitura, tanto dos deslocamentos verticais como das fissuras de flexão, a fim de não comprometer a carga última das lajes e manter a integridade dos LVDT's perante a ocorrência de ruptura por punção. Na Série de concretagem 2 e 3 foram adicionados mais seis pontos monitorados por defletômetros posicionados próximo às bordas da laje (Figura 4.8).

Da Figura 4.9 à Figura 4.64 são apresentados os deslocamentos verticais das lajes para diferentes passos de carga até aquele mais próximo à ruptura, já os gráficos de carga x deslocamento são apresentados da Figura 4.65 à Figura 4.99.

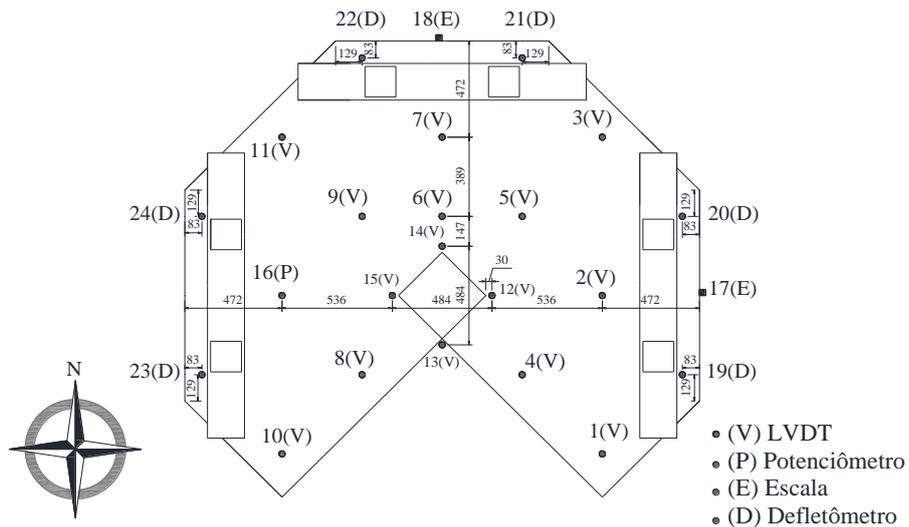


Figura 4.8 - Posicionamento dos LVDT's, potenciômetro, escalas e defletômetros nas lajes

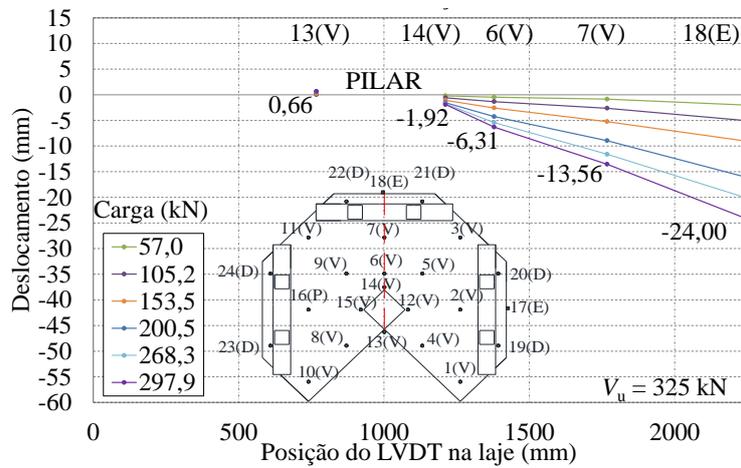


Figura 4.9 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L01

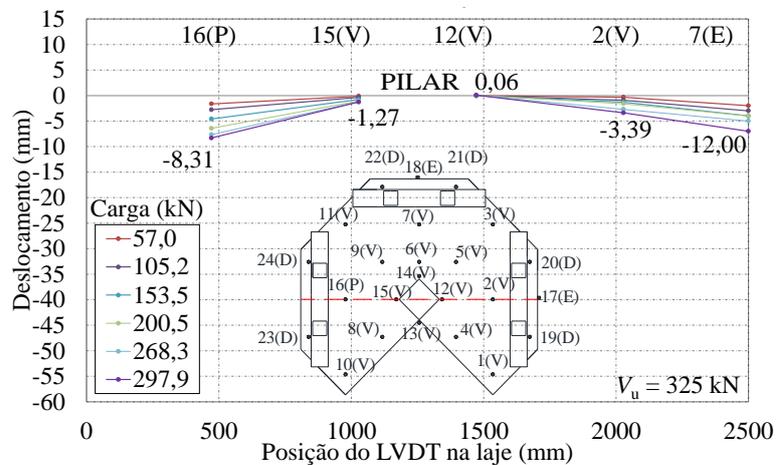


Figura 4.10 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L01

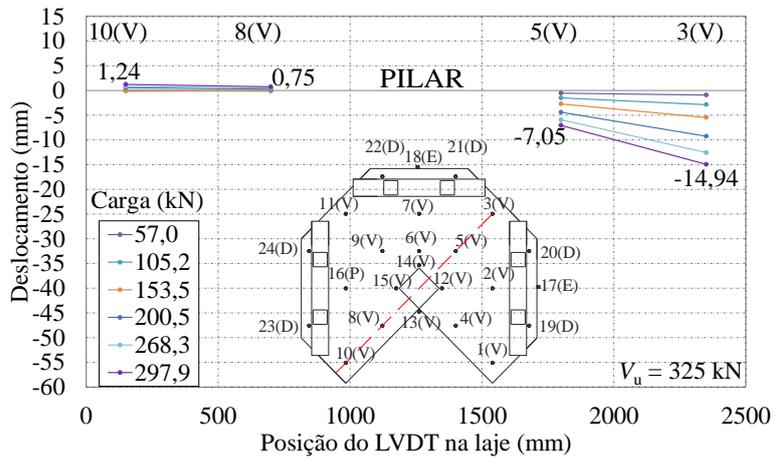


Figura 4.11 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L01

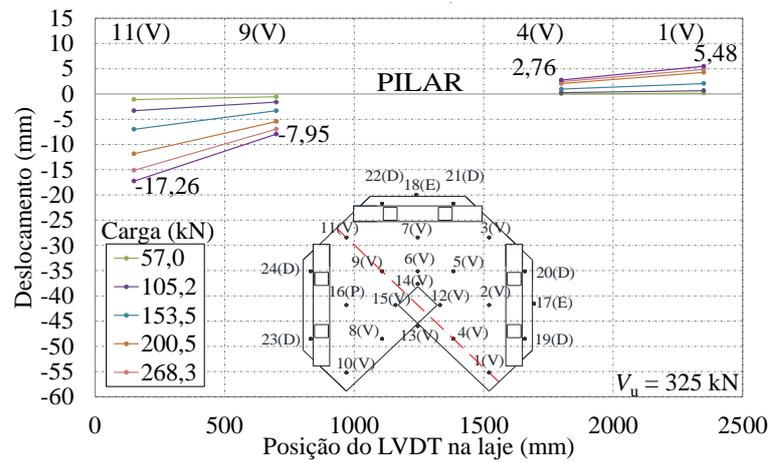


Figura 4.12 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L01

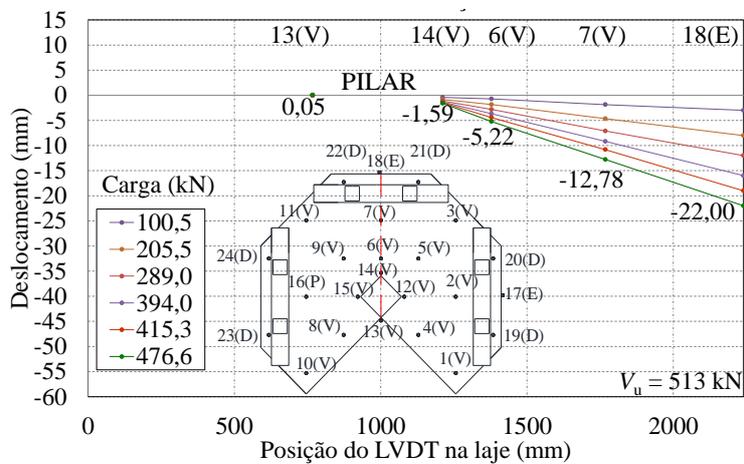


Figura 4.13 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L02

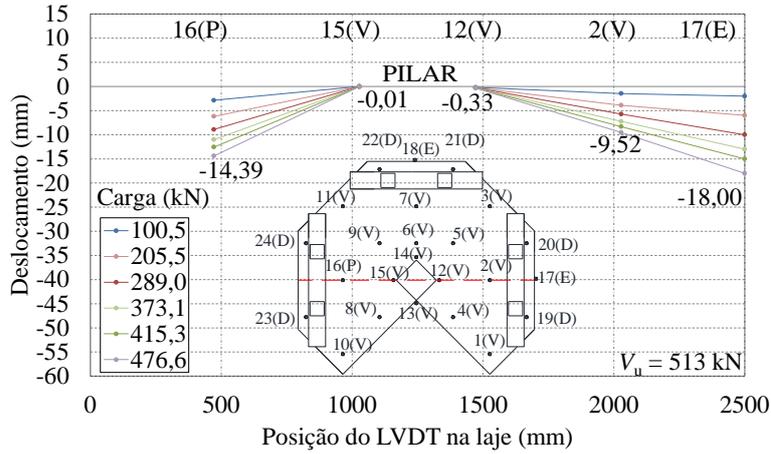


Figura 4.14 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L02

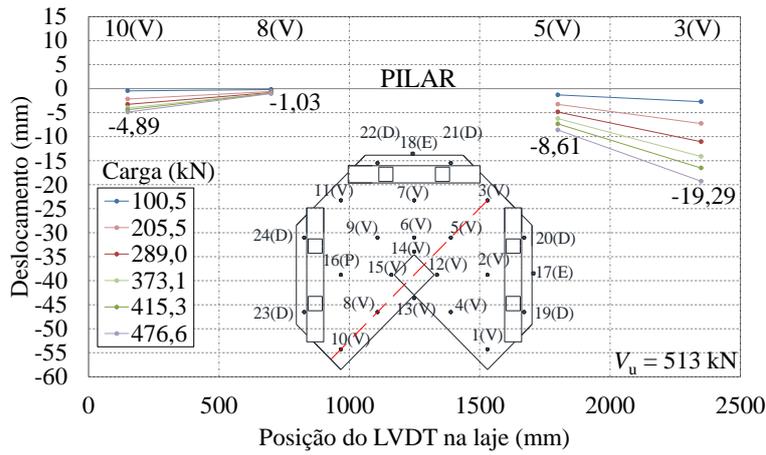


Figura 4.15 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L02

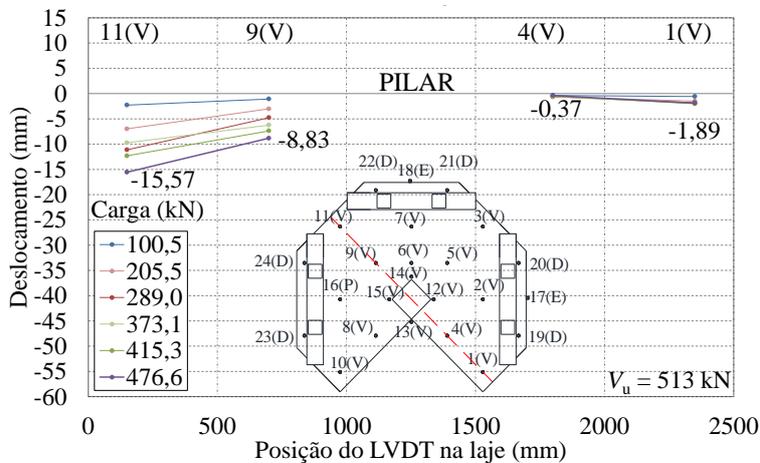


Figura 4.16 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L02

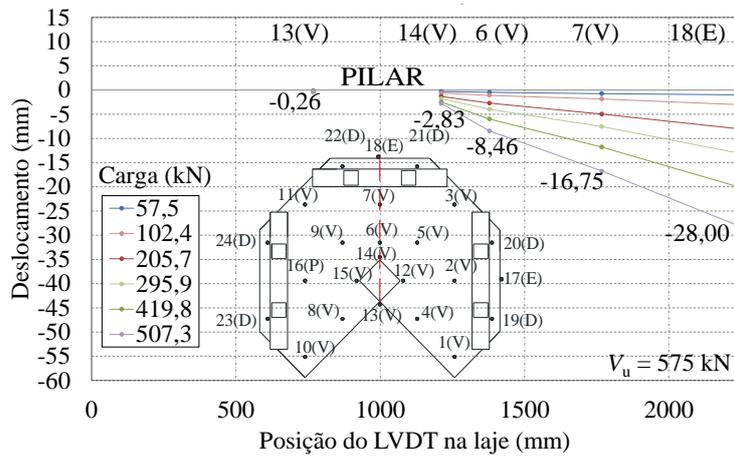


Figura 4.17 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L03

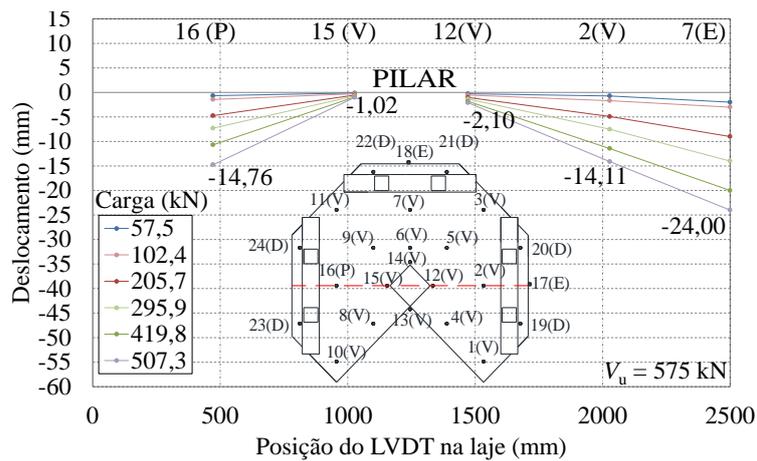


Figura 4.18 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L03

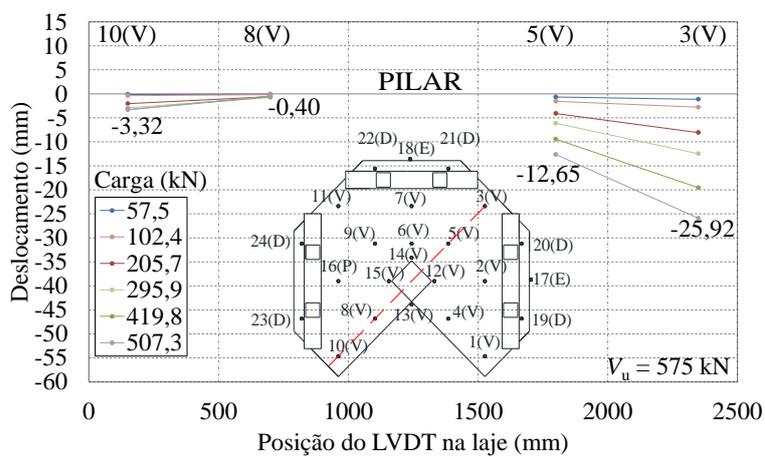


Figura 4.19 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L03

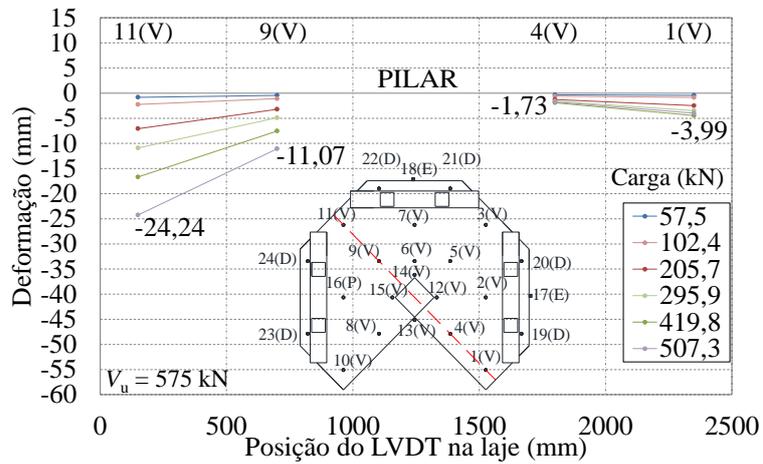


Figura 4.20 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L03

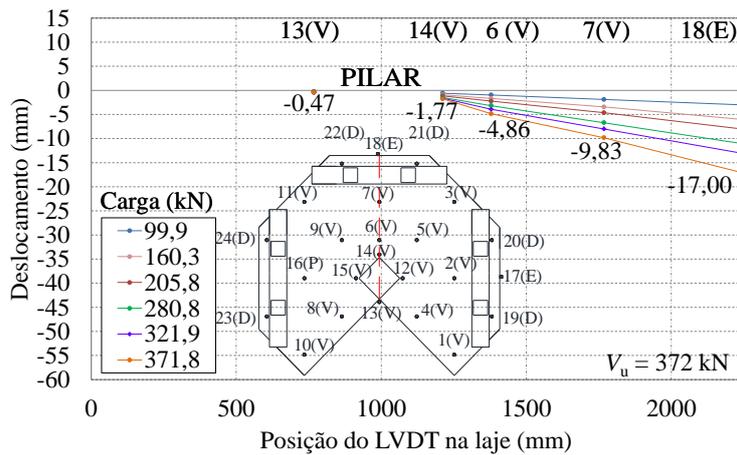


Figura 4.21 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L04

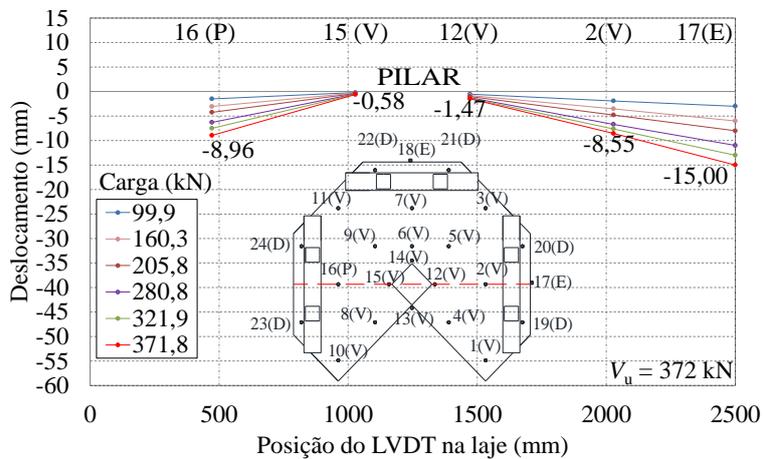


Figura 4.22 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L04

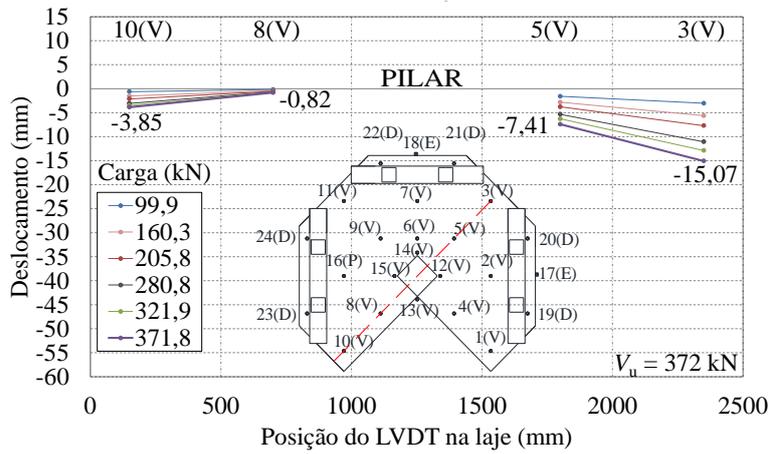


Figura 4.23 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L04

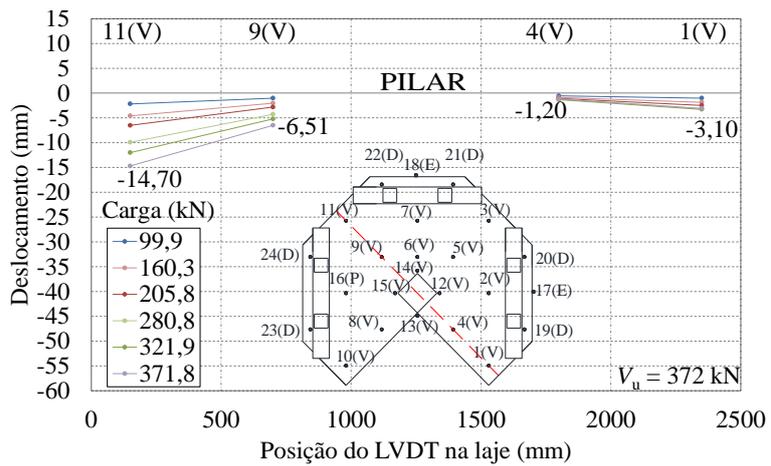


Figura 4.24 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L04

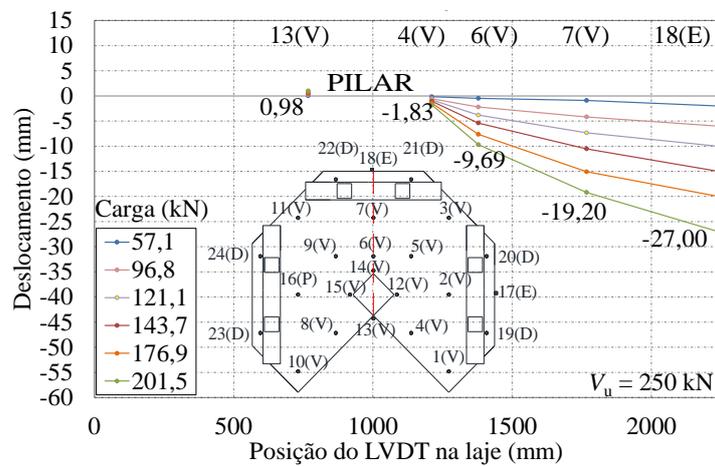


Figura 4.25 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L05

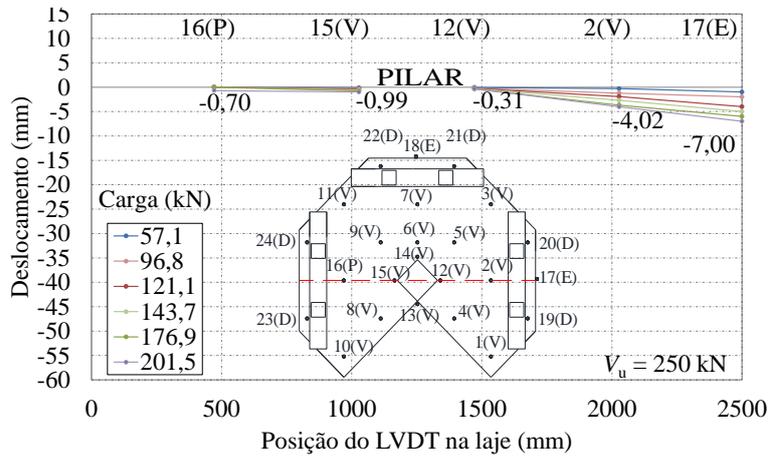


Figura 4.26 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L05

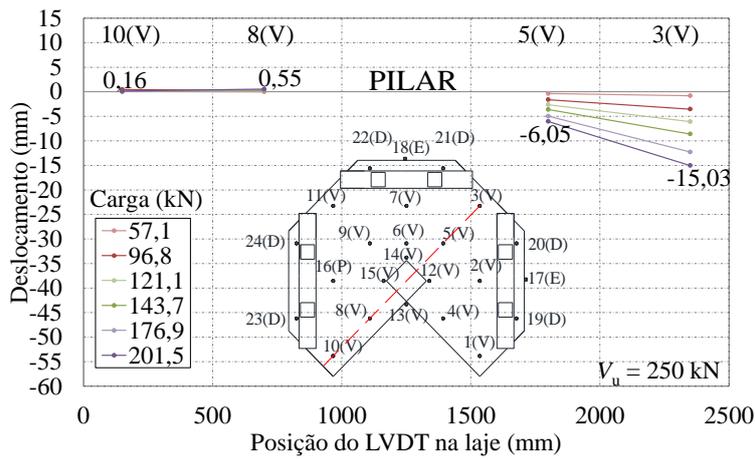


Figura 4.27 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L05

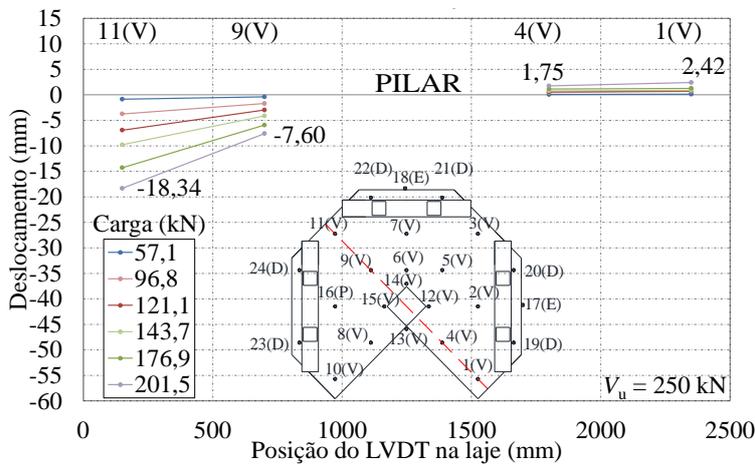


Figura 4.28 - Deslocamentos verticais na direção N0-SE da laje L05

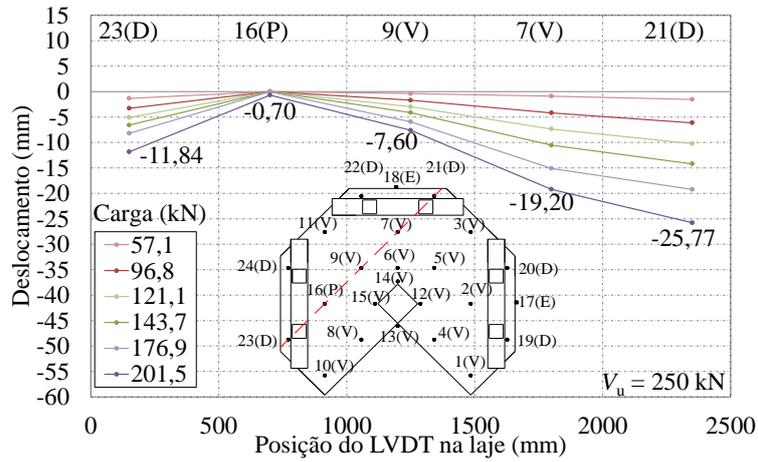


Figura 4.29 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L05

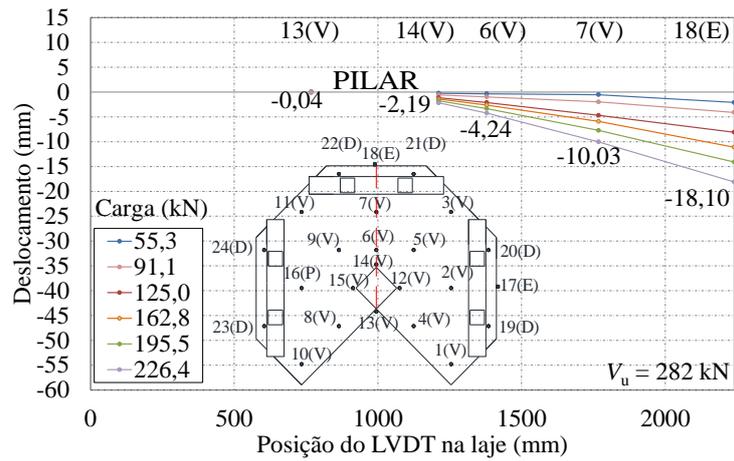


Figura 4.30 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L06

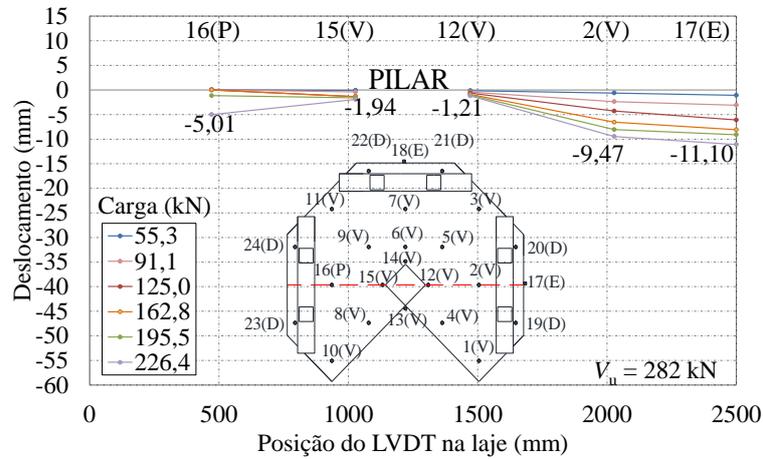


Figura 4.31 - Deslocamentos verticais na direção 0-L da laje L06

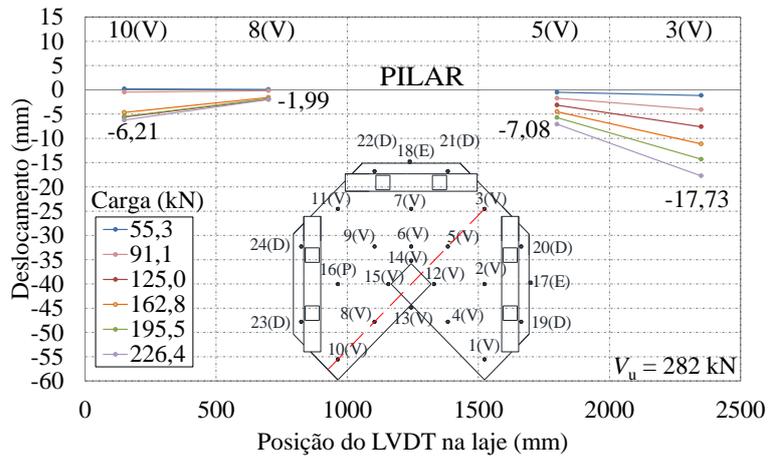


Figura 4.32 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L06

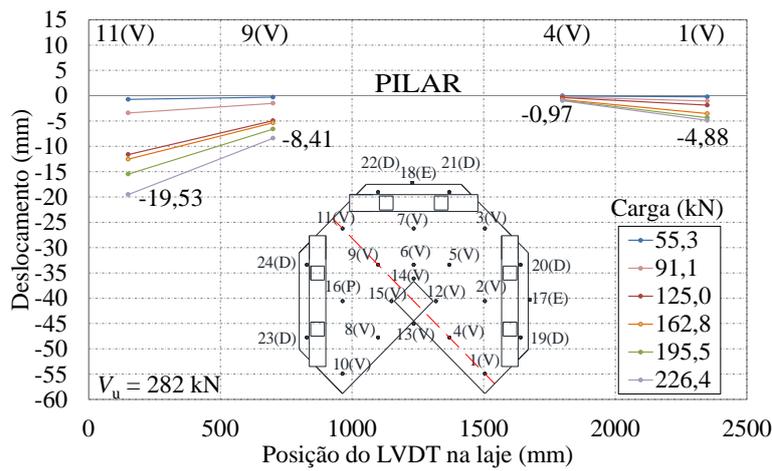


Figura 4.33 - Deslocamentos verticais na direção N0-SE da laje L06

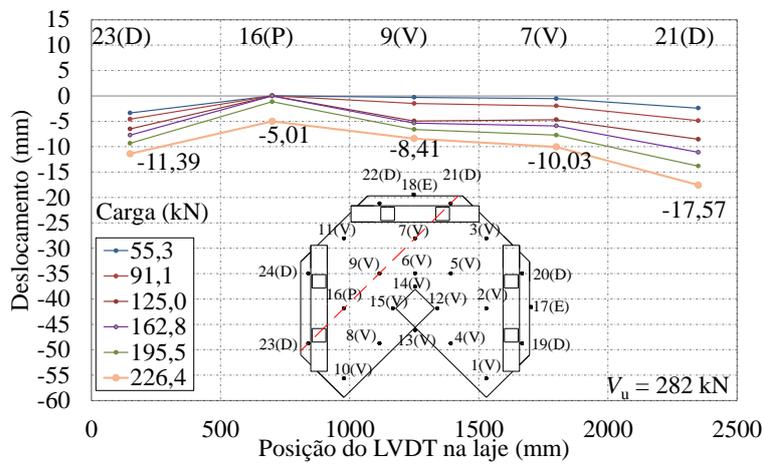


Figura 4.34 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L06

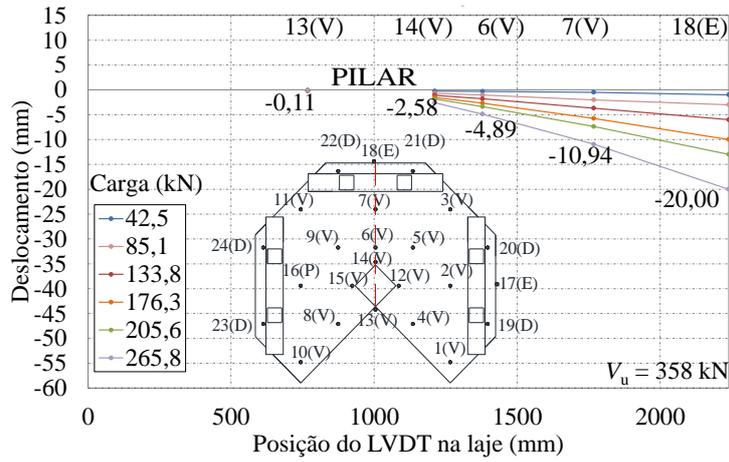


Figura 4.35 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L07

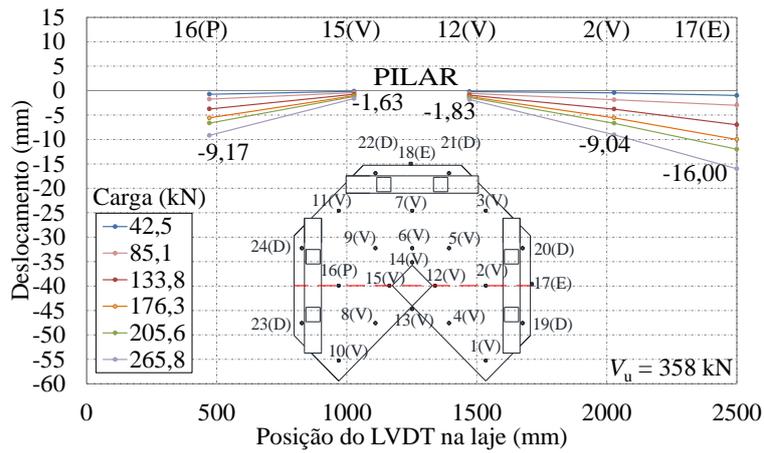


Figura 4.36 - Deslocamentos verticais na direção 0-L da laje L07

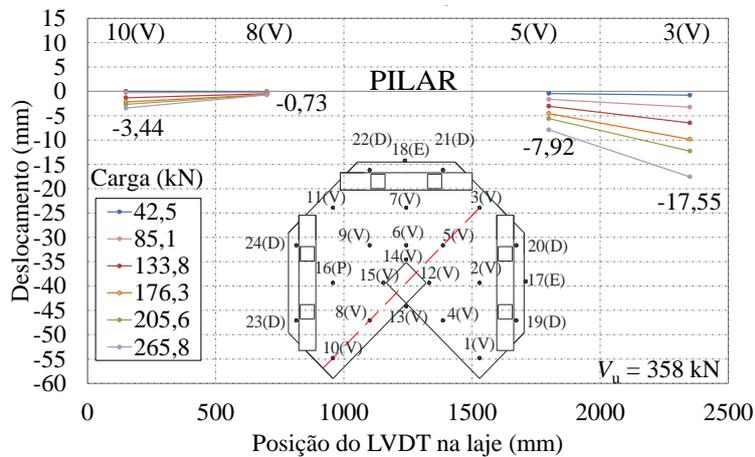


Figura 4.37 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L07

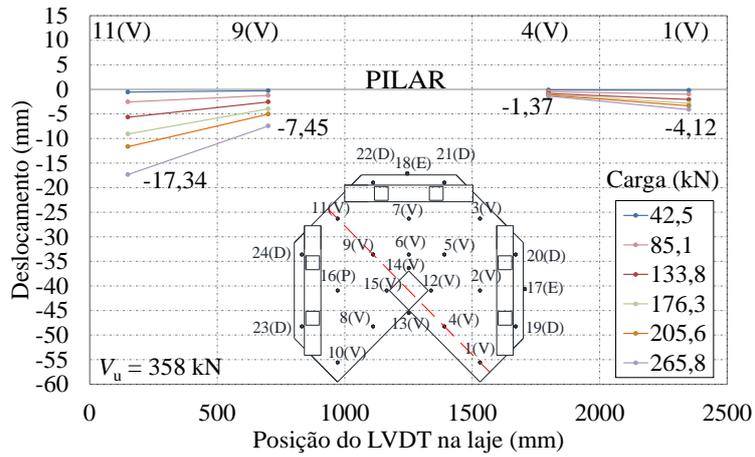


Figura 4.38 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L07

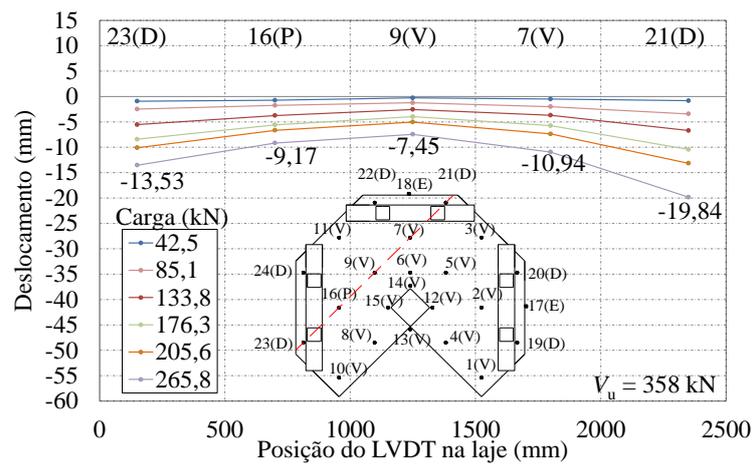


Figura 4.39 - Deslocamentos verticais na direção S0-NE da laje L07

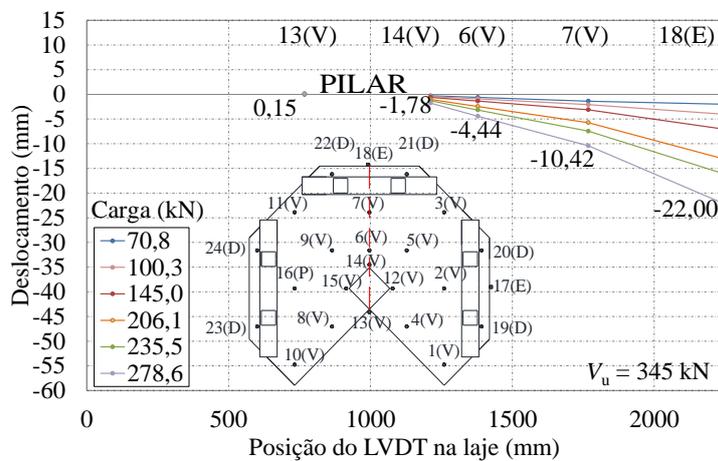


Figura 4.40 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L08

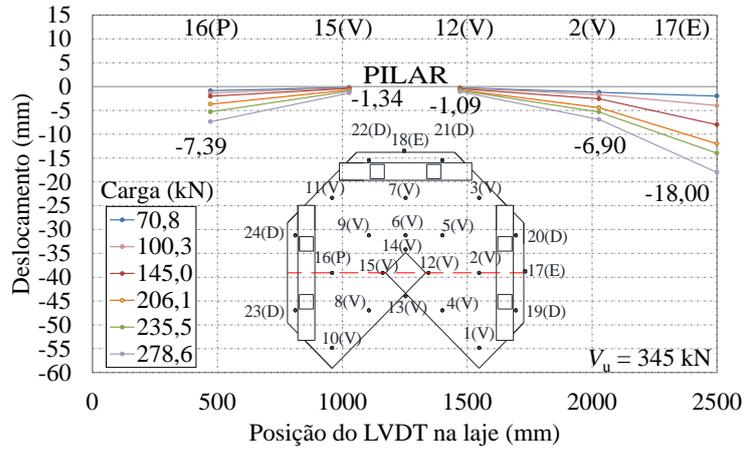


Figura 4.41 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L08

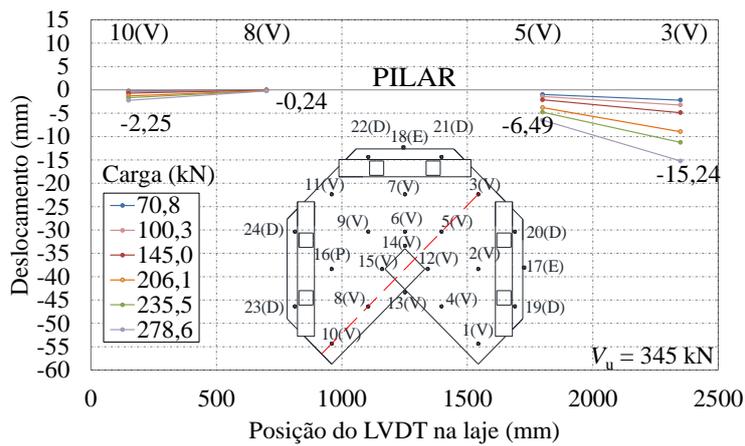


Figura 4.42 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L08

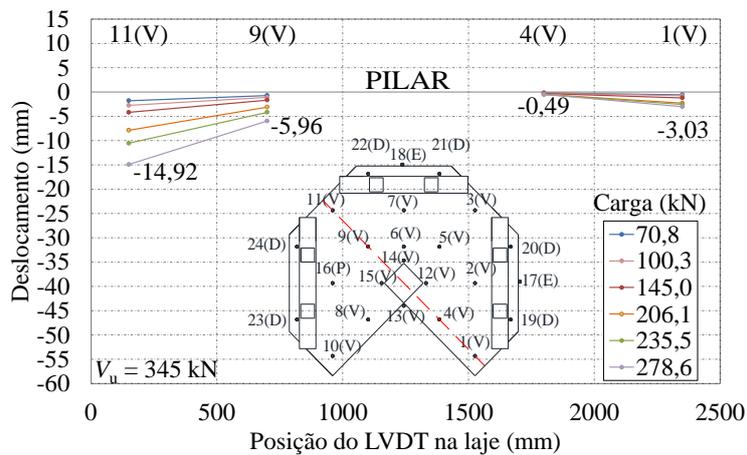


Figura 4.43 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L08

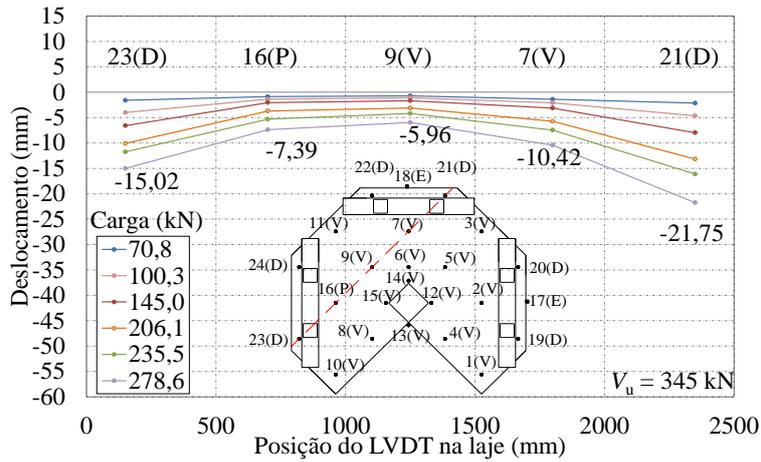


Figura 4.44 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L08

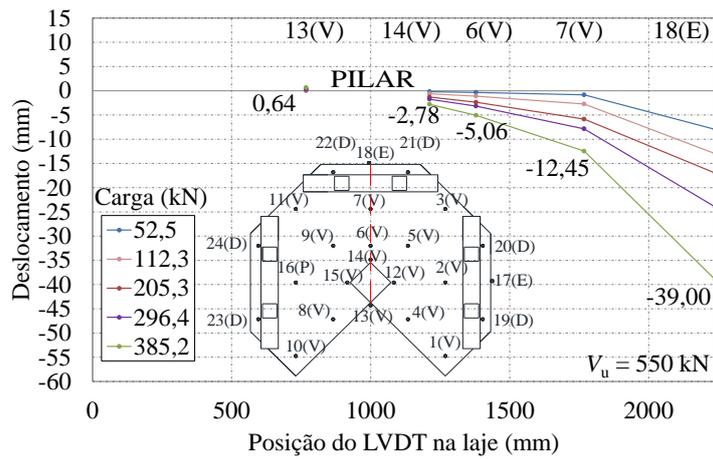


Figura 4.45 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L09

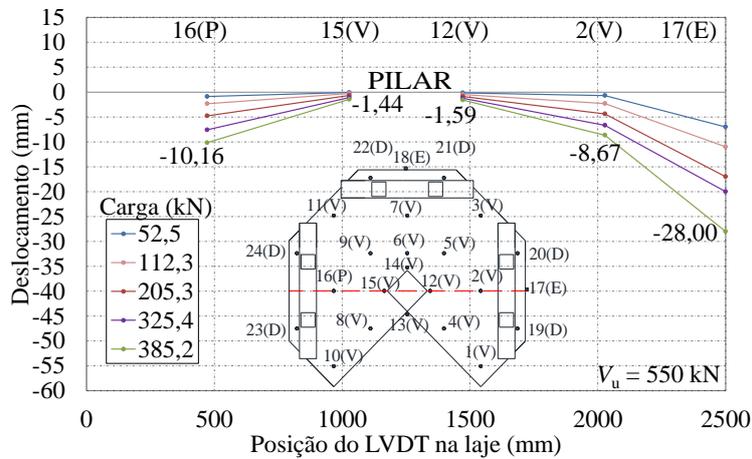


Figura 4.46 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L09

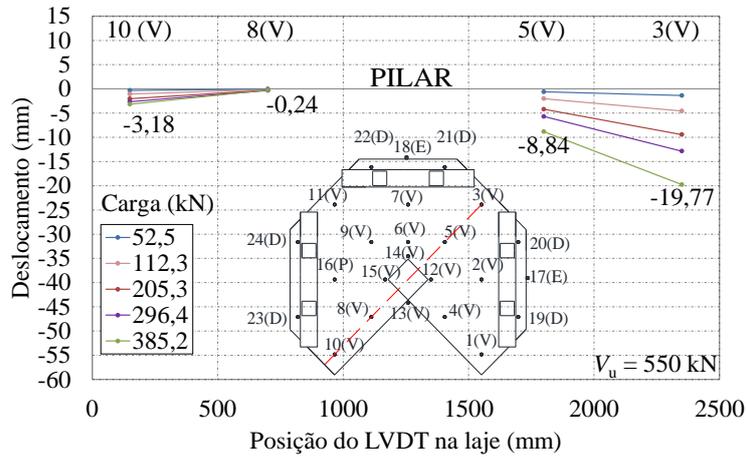


Figura 4.47 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L09

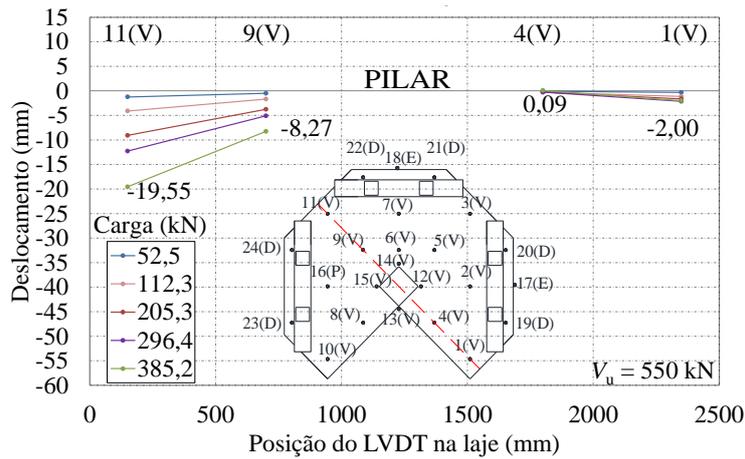


Figura 4.48 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L09

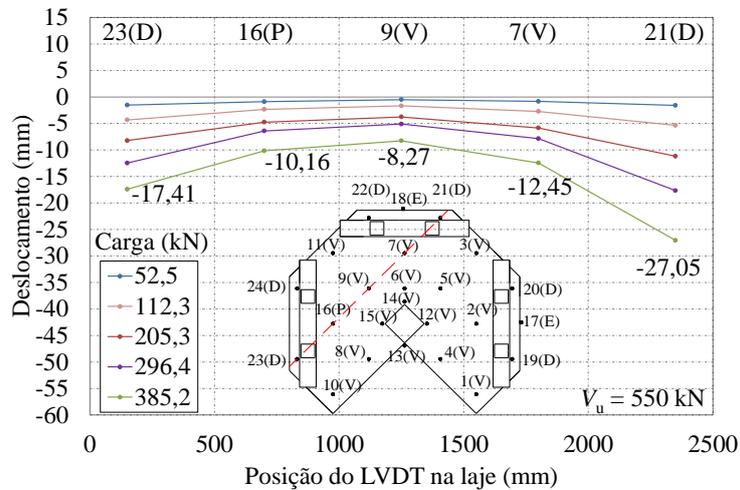


Figura 4.49 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L09

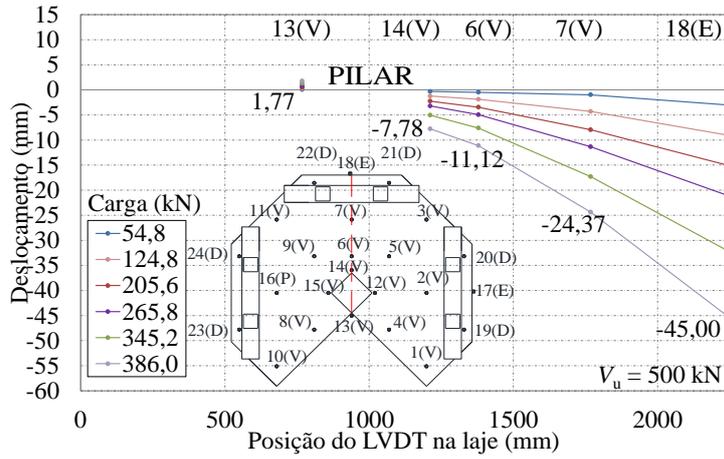


Figura 4.50 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L10

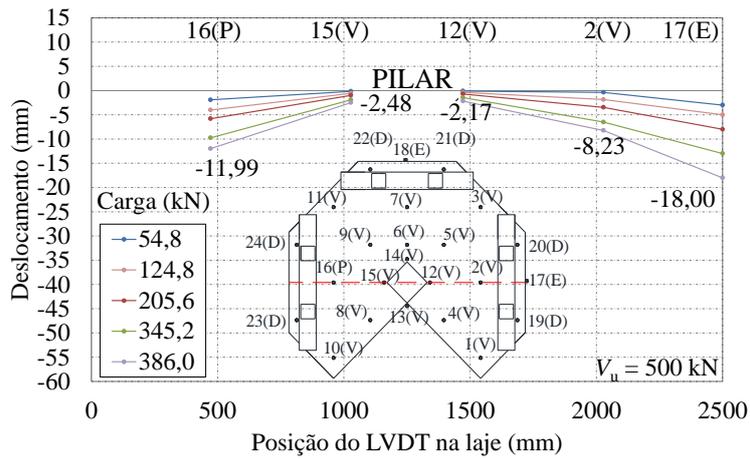


Figura 4.51 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L10

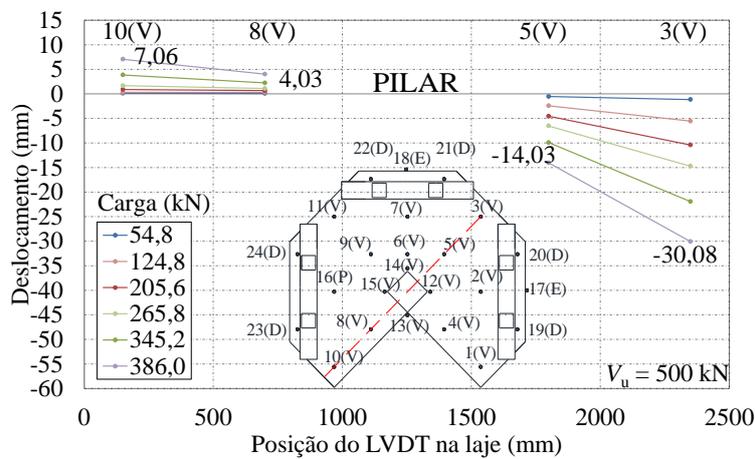


Figura 4.52 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L10

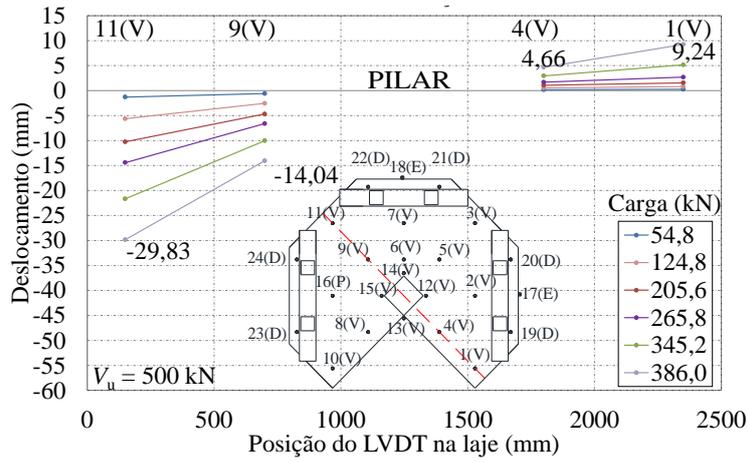


Figura 4.53 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L10

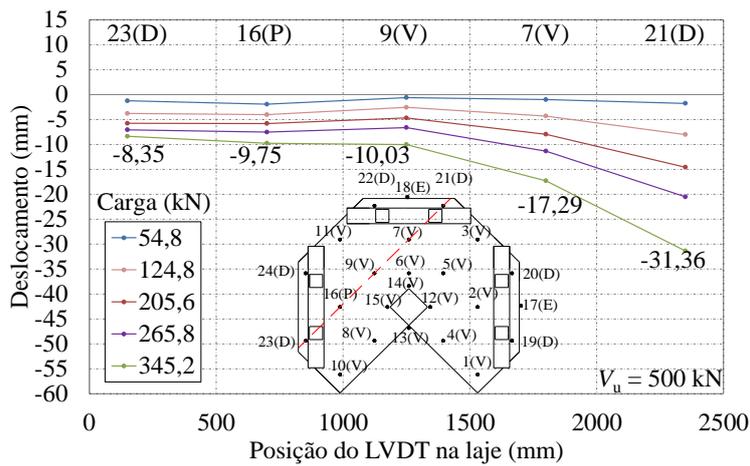


Figura 4.54 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L10

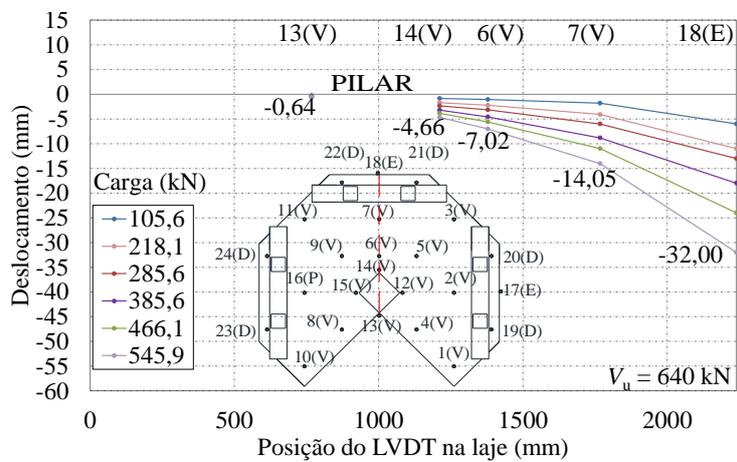


Figura 4.55 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L11

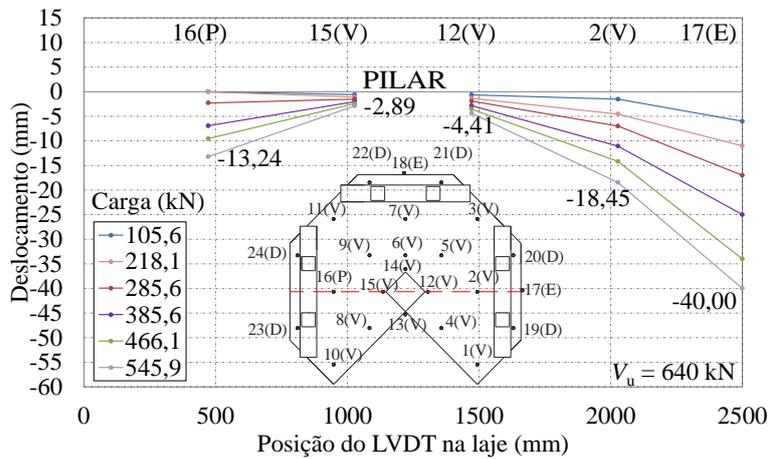


Figura 4.56 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L11

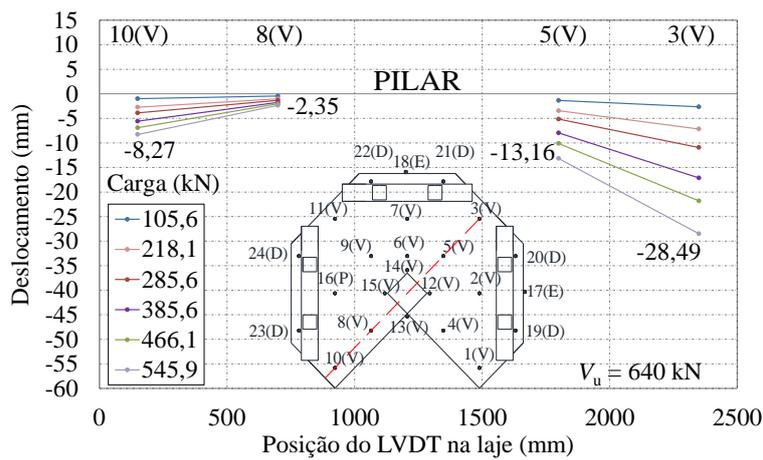


Figura 4.57 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L11

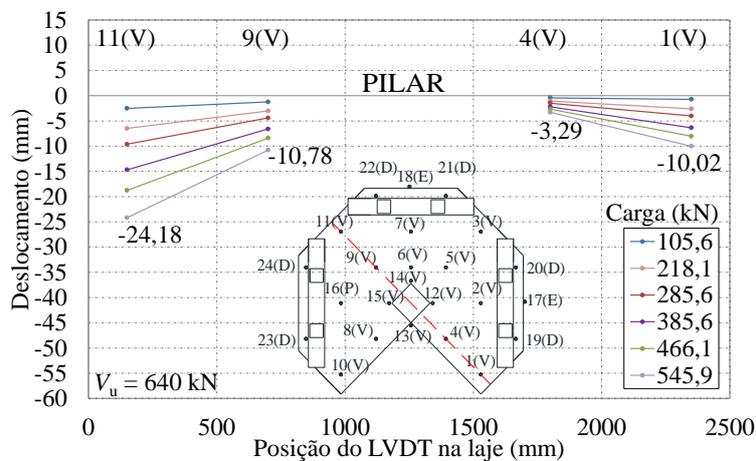


Figura 4.58 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L11

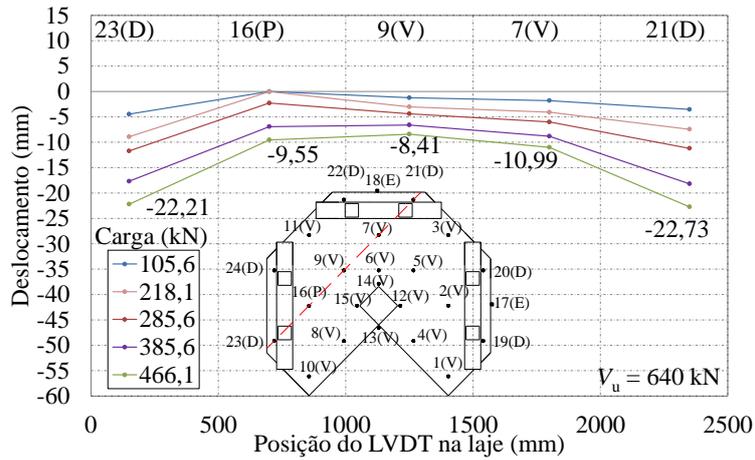


Figura 4.59 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L11

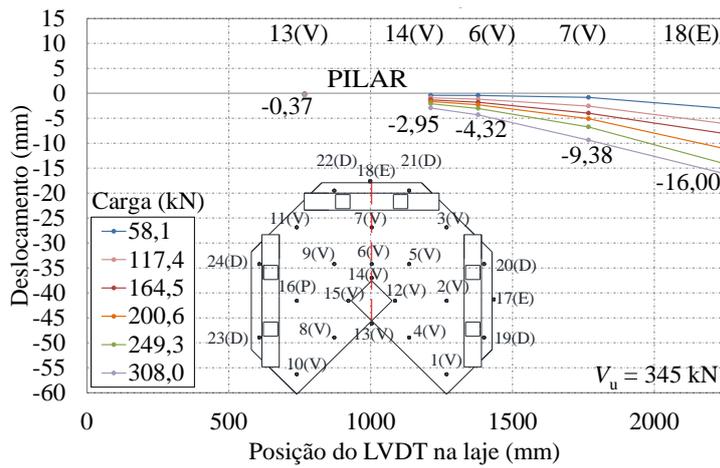


Figura 4.60 - Deslocamentos verticais na direção S-N da laje L12

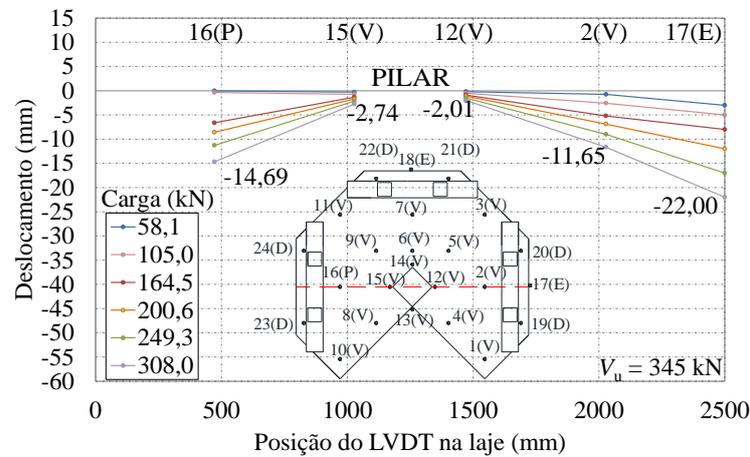


Figura 4.61 - Deslocamentos verticais na direção O-L da laje L12

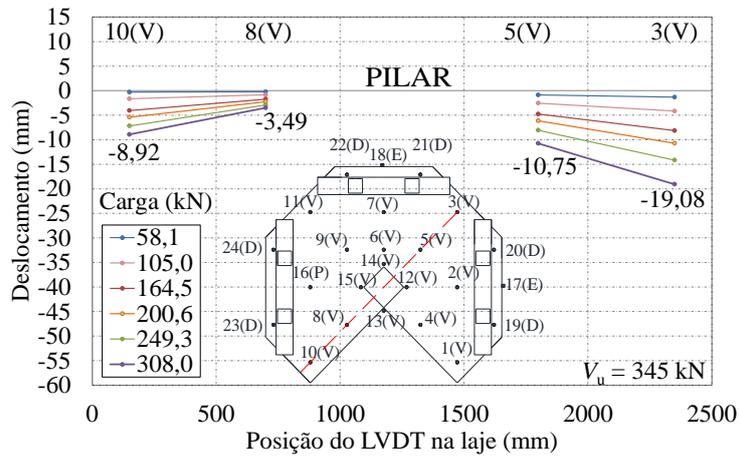


Figura 4.62 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L12

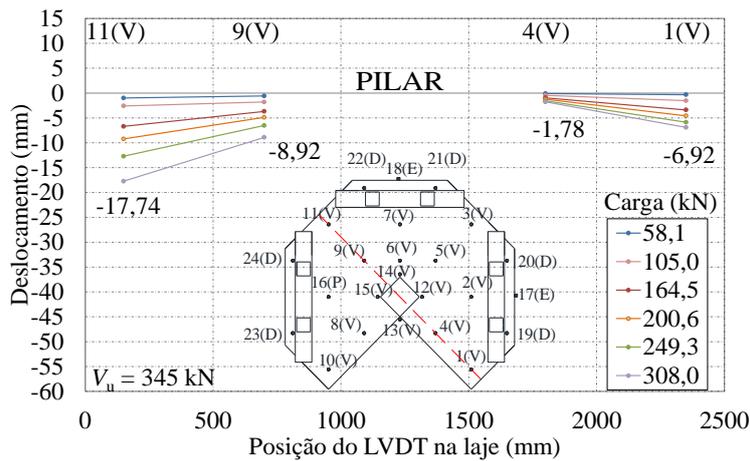


Figura 4.63 - Deslocamentos verticais na direção NO-SE da laje L12

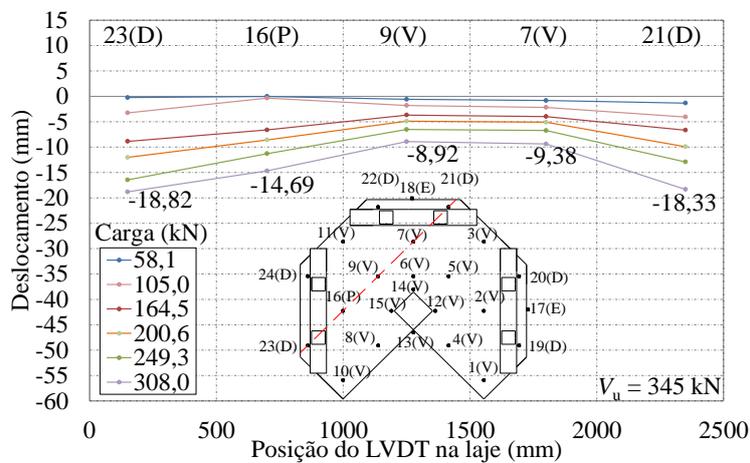


Figura 4.64 - Deslocamentos verticais na direção SO-NE da laje L12

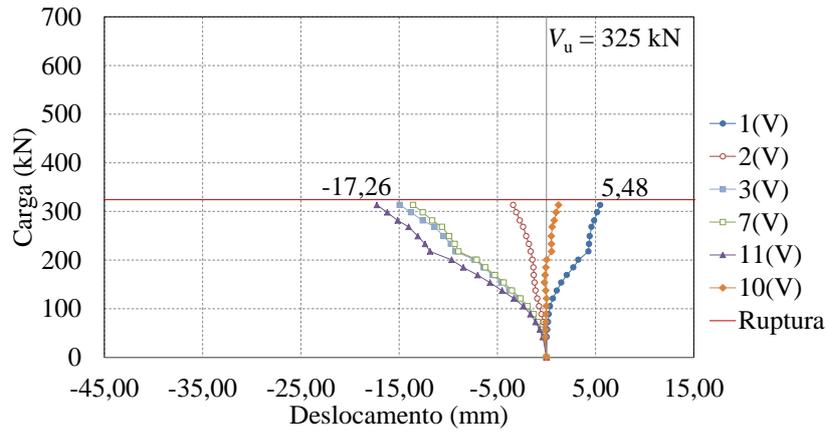


Figura 4.65 - Carga x deslocamento da laje L01

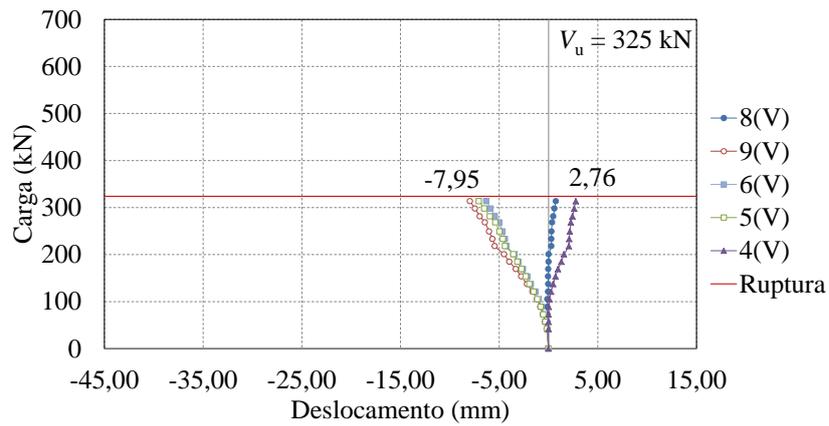


Figura 4.66 - Carga x deslocamento da laje L01

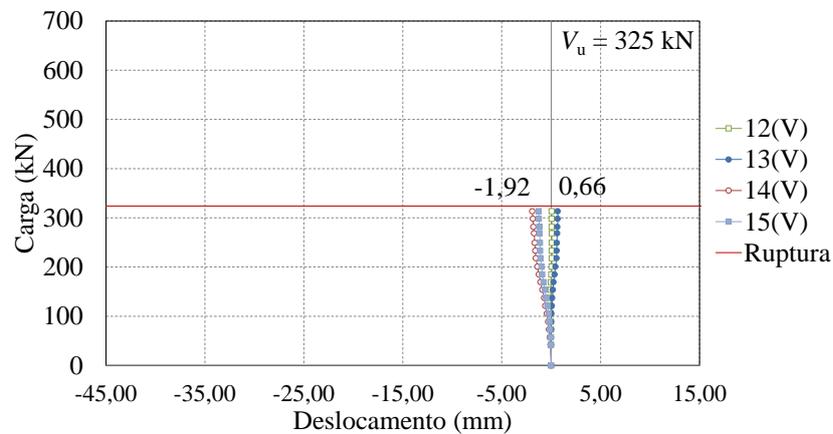


Figura 4.67 - Carga x deslocamento da laje L01

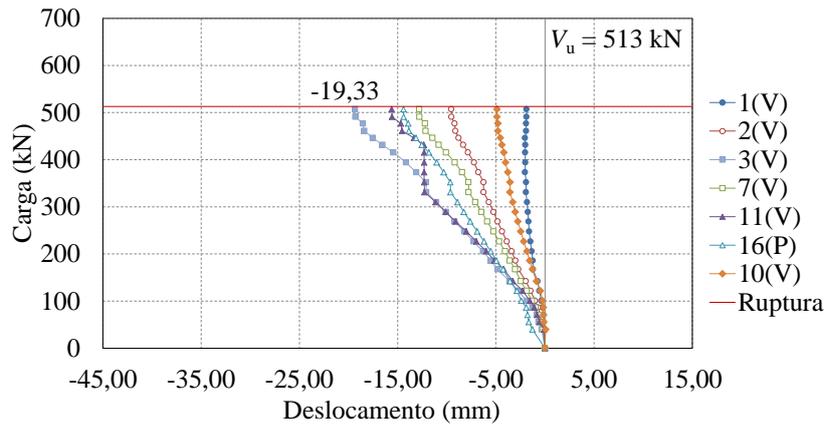


Figura 4.68 - Carga x deslocamento da laje L02

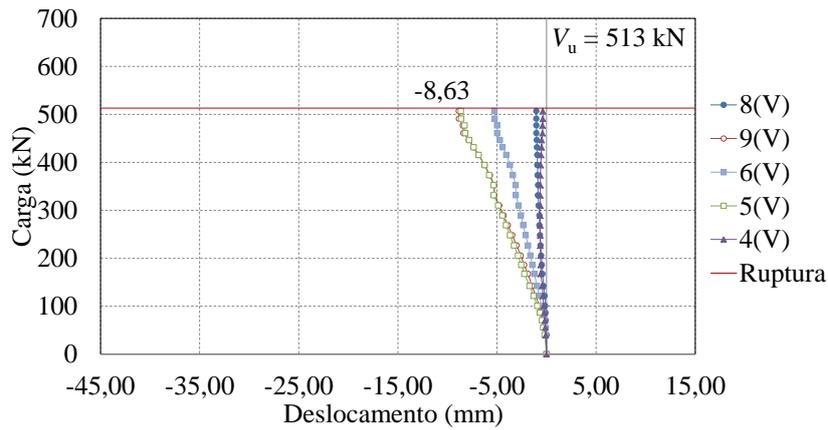


Figura 4.69 - Carga x deslocamento da laje L02

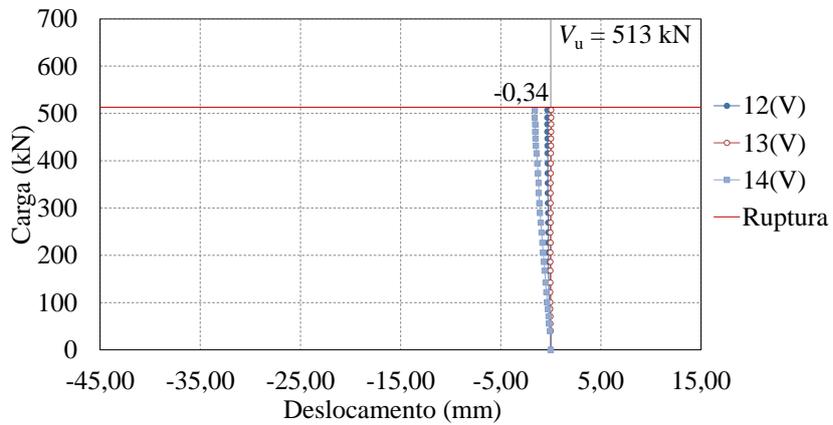


Figura 4.70 - Carga x deslocamento da laje L02

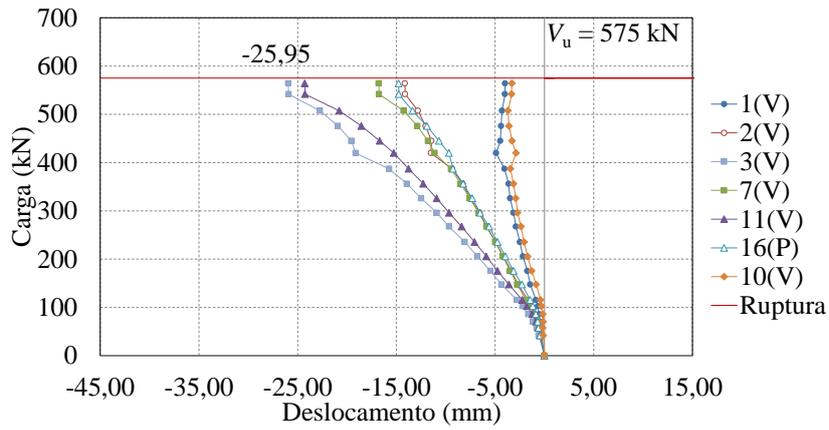


Figura 4.71 - Carga x deslocamento da laje L03

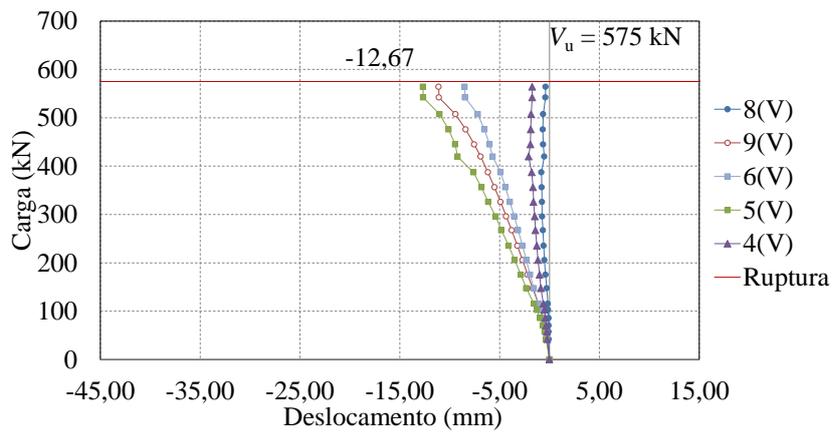


Figura 4.72 - Carga x deslocamento da laje L03

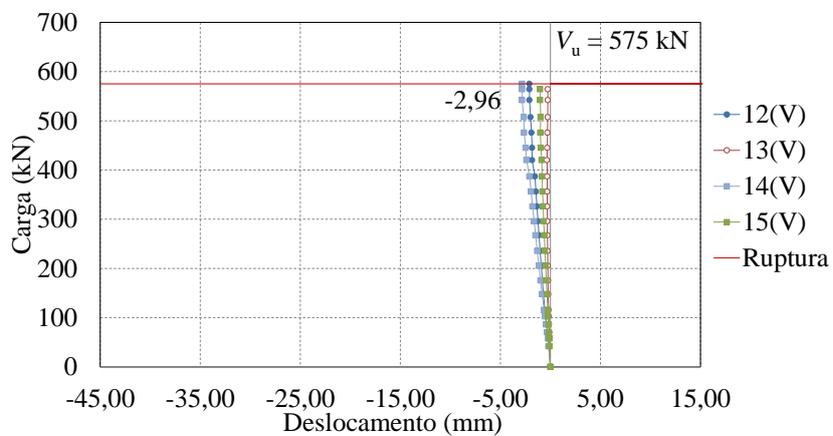


Figura 4.73 - Carga x deslocamento da laje L03

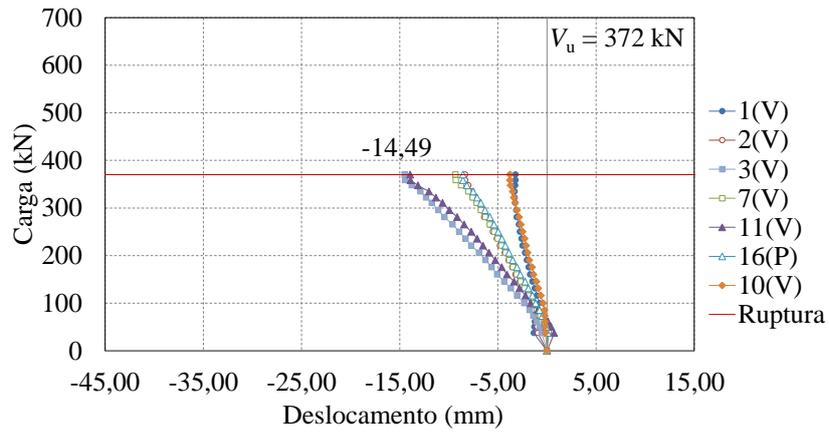


Figura 4.74 - Carga x deslocamento da laje L04

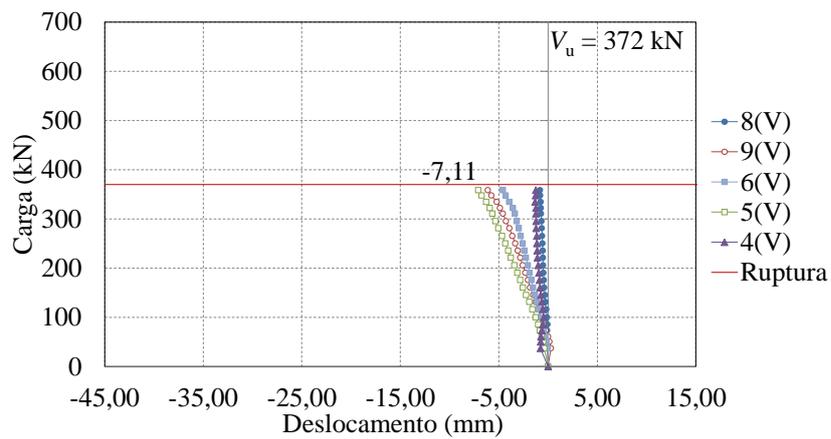


Figura 4.75 - Carga x deslocamento da laje L04

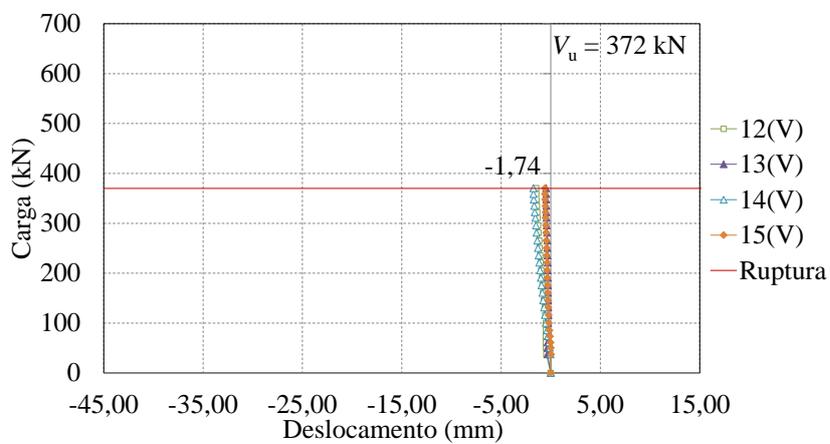


Figura 4.76 - Carga x deslocamento da laje L04

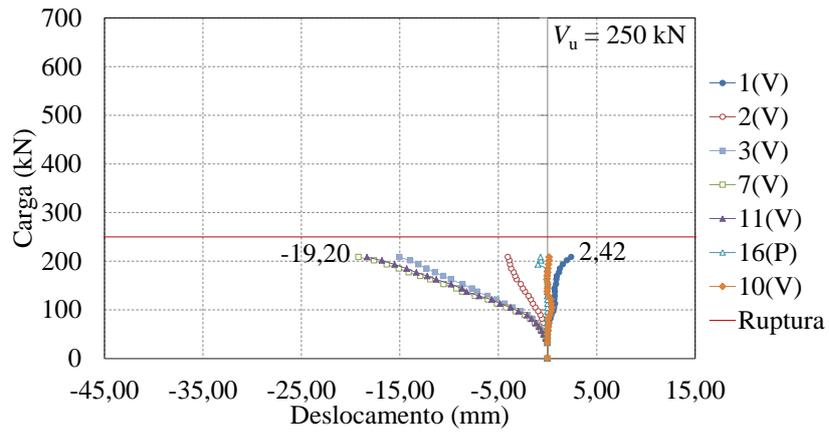


Figura 4.77 - Carga x deslocamento da laje L05

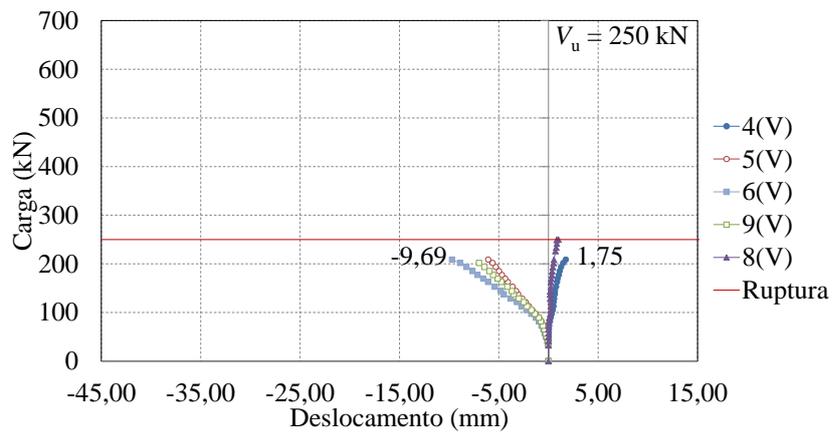


Figura 4.78 - Carga x deslocamento da laje L05

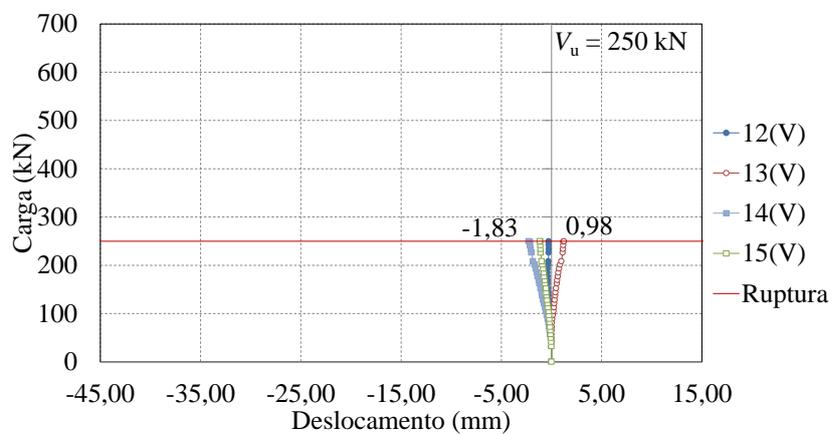


Figura 4.79 - Carga x deslocamento da laje L05

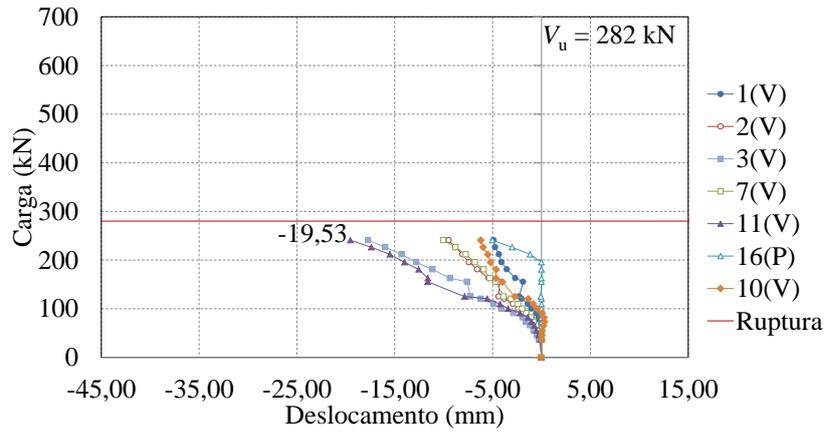


Figura 4.80 - Carga x deslocamento da laje L06

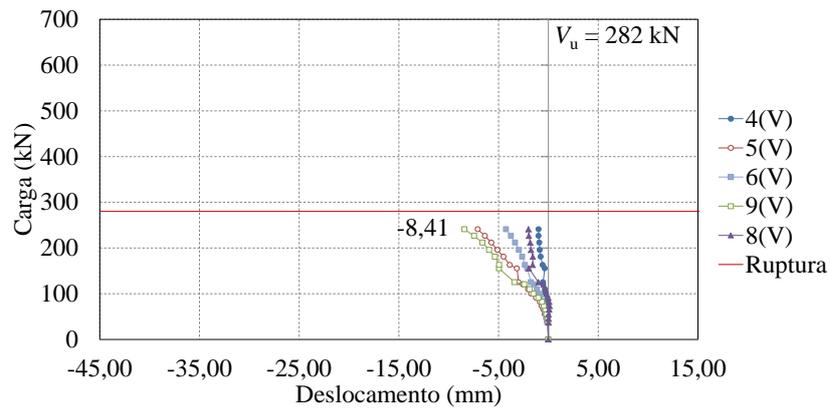


Figura 4.81 - Carga x deslocamento da laje L06

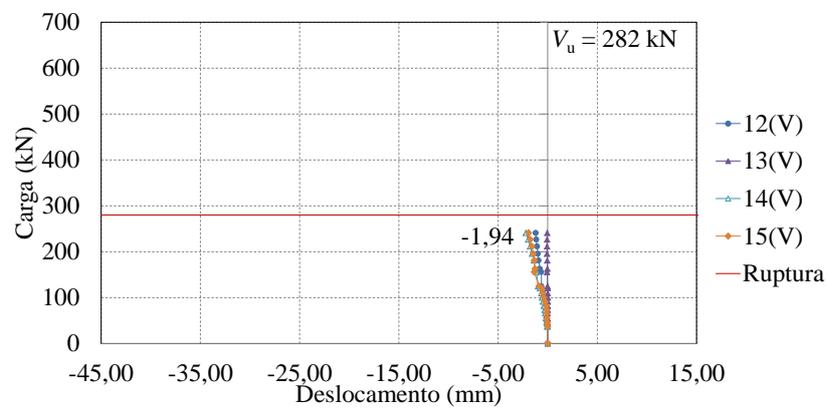


Figura 4.82 - Carga x deslocamento da laje L06

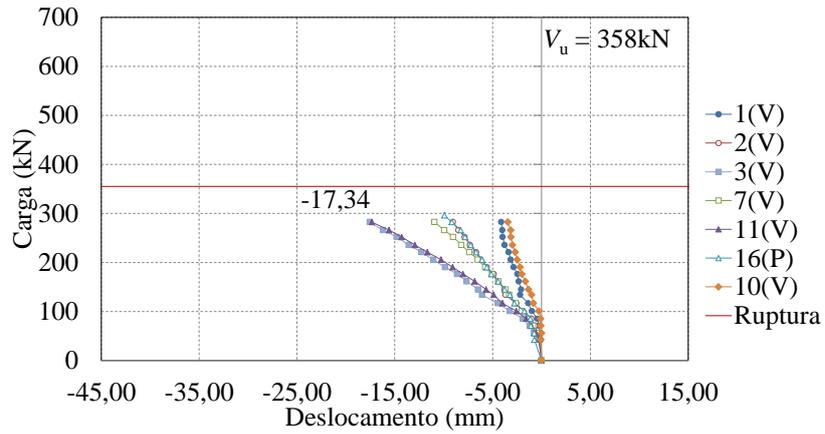


Figura 4.83 - Carga x deslocamento da laje L07

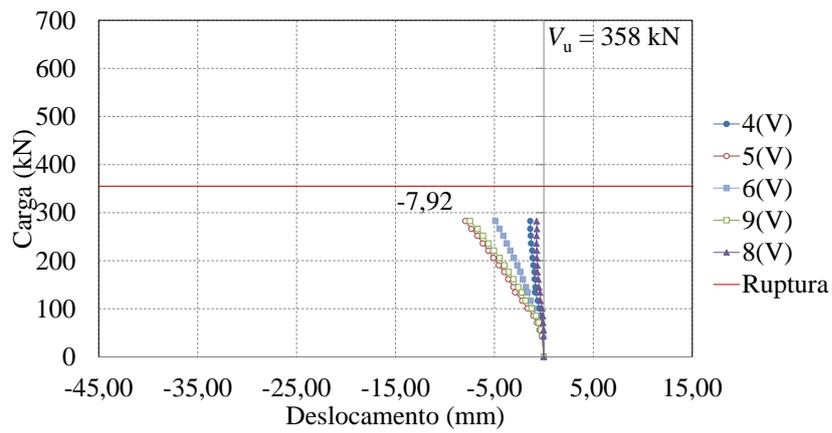


Figura 4.84 - Carga x deslocamento da laje L07

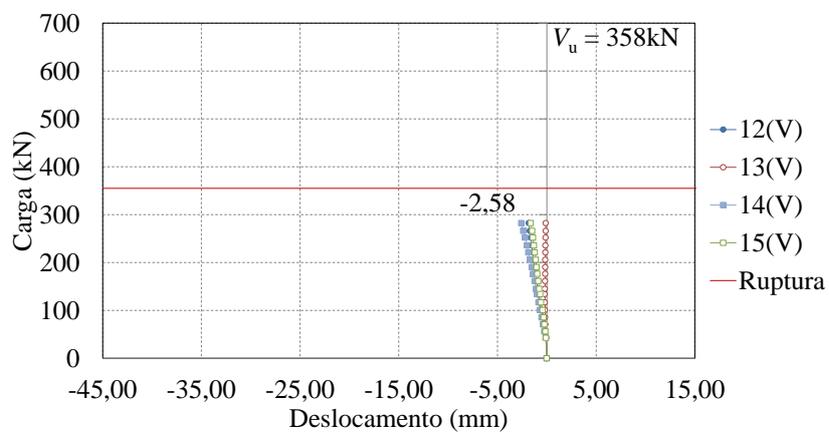


Figura 4.85 - Carga x deslocamento da laje L07

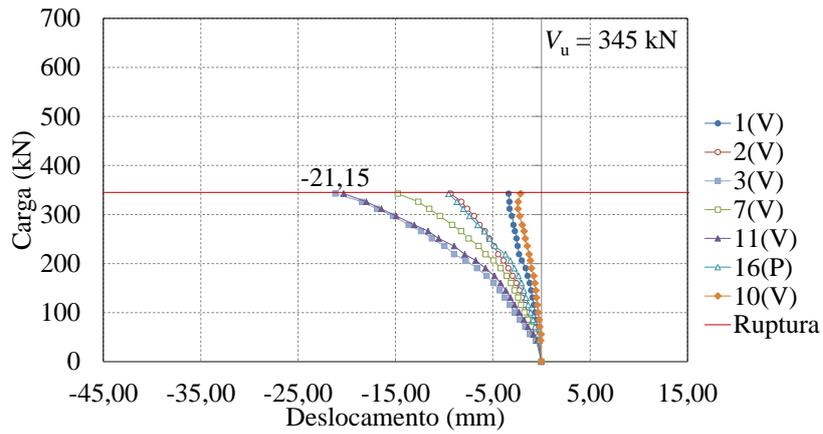


Figura 4.86 - Carga x deslocamento da laje L08

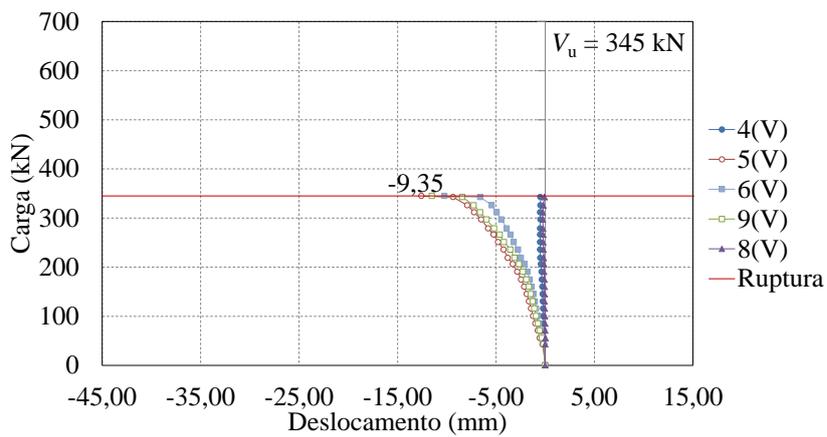


Figura 4.87 - Carga x deslocamento da laje L08

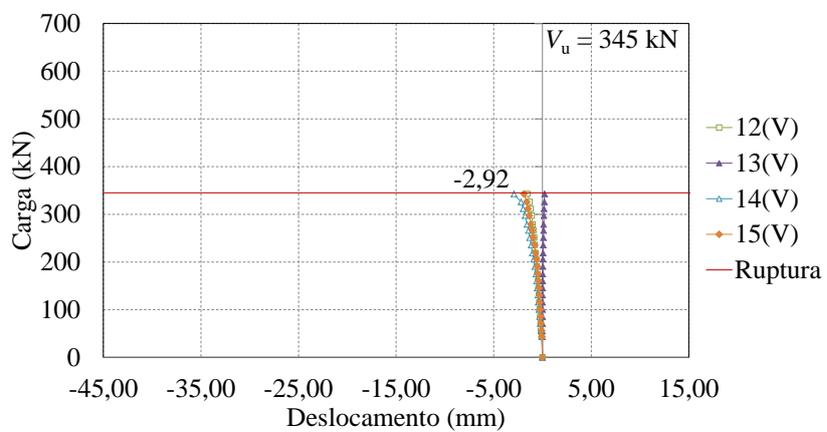


Figura 4.88 - Carga x deslocamento da laje L08

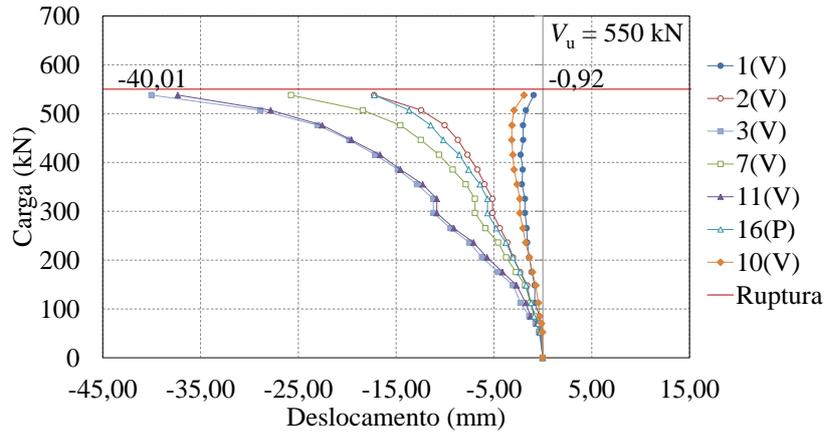


Figura 4.89 - Carga x deslocamento da laje L09

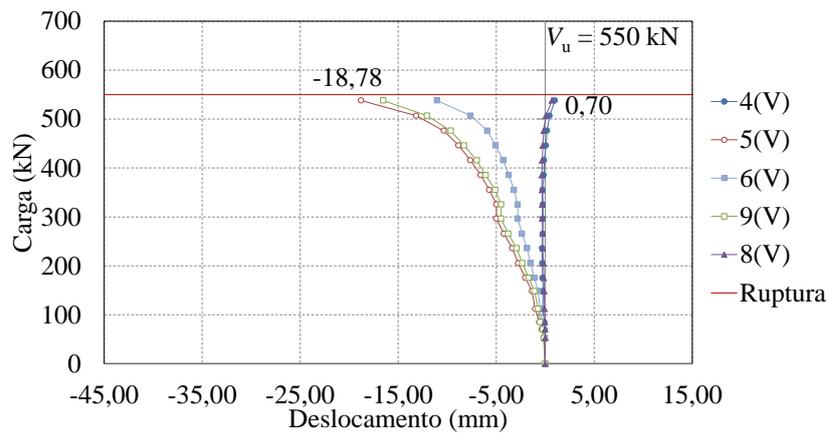


Figura 4.90 - Carga x deslocamento da laje L09

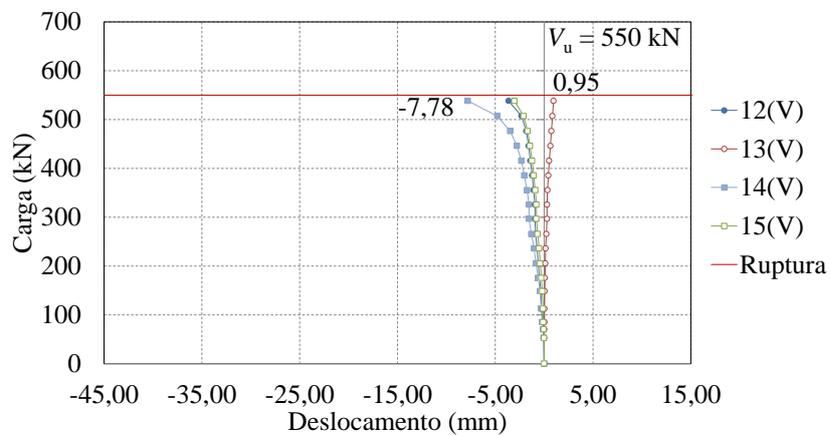


Figura 4.91 - Carga x deslocamento da laje L09

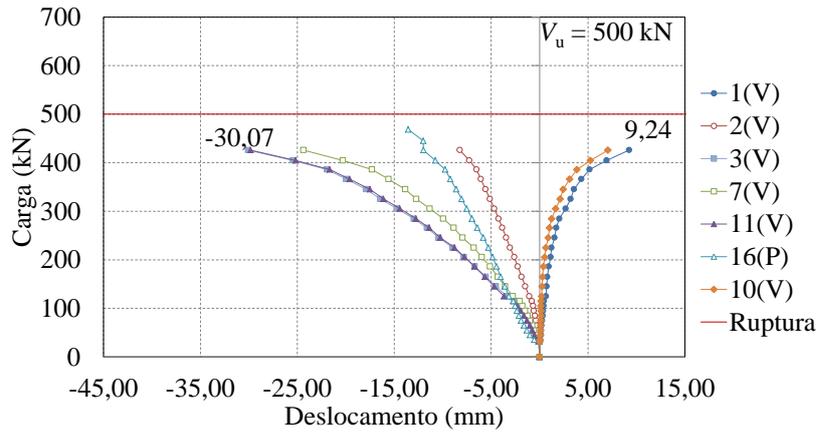


Figura 4.92 - Carga x deslocamento da laje L10

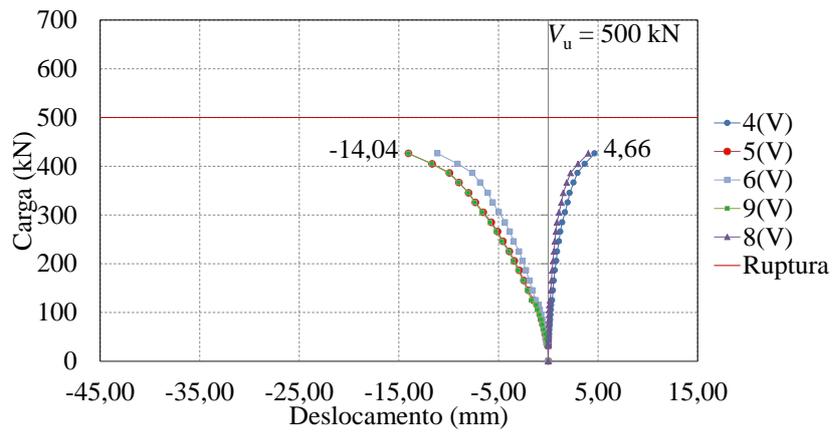


Figura 4.93 - Carga x deslocamento da laje L10

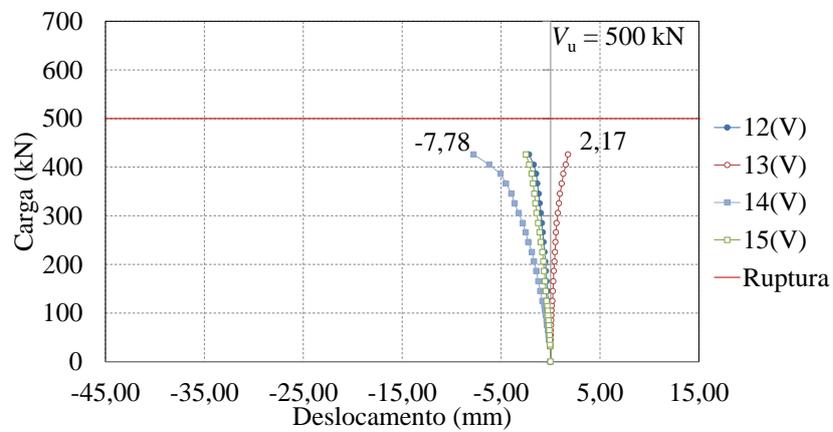


Figura 4.94 - Carga x deslocamento da laje L10

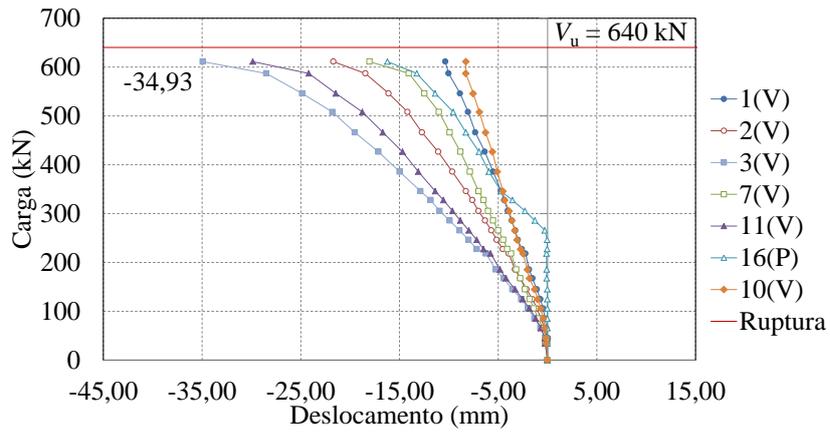


Figura 4.95 - Carga x deslocamento da laje L11

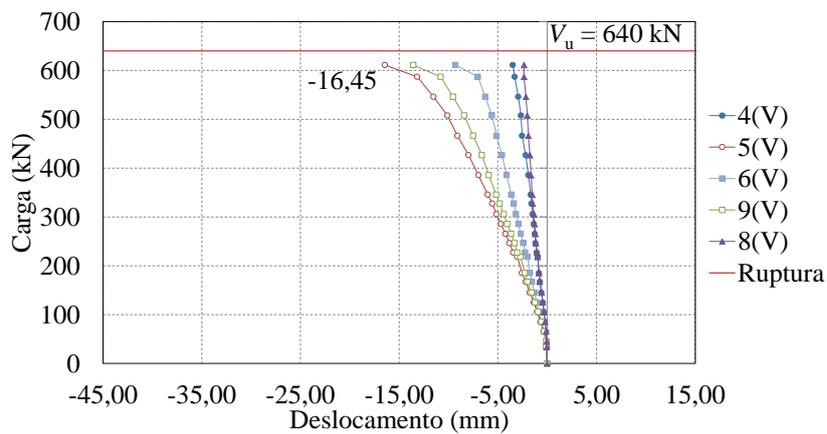


Figura 4.96 - Carga x deslocamento da laje L11

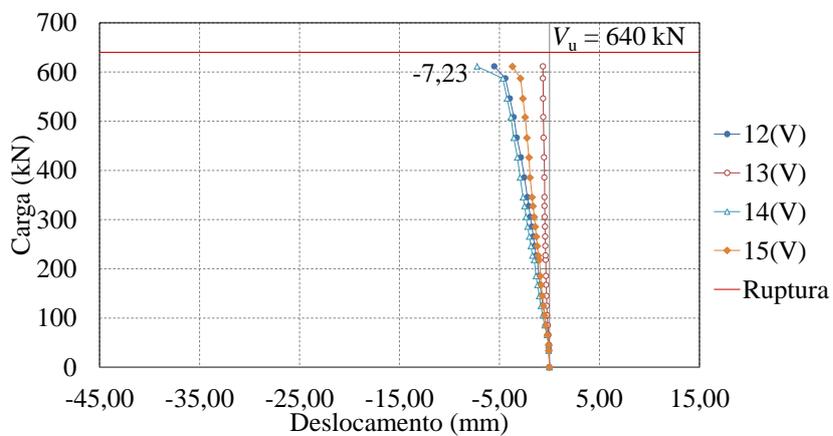


Figura 4.97 - Carga x deslocamento da laje L11

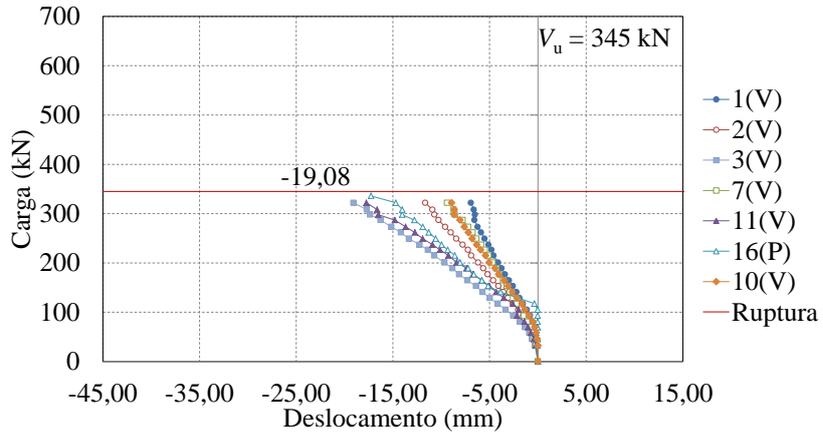


Figura 4.98 - Carga x deslocamento da laje L12

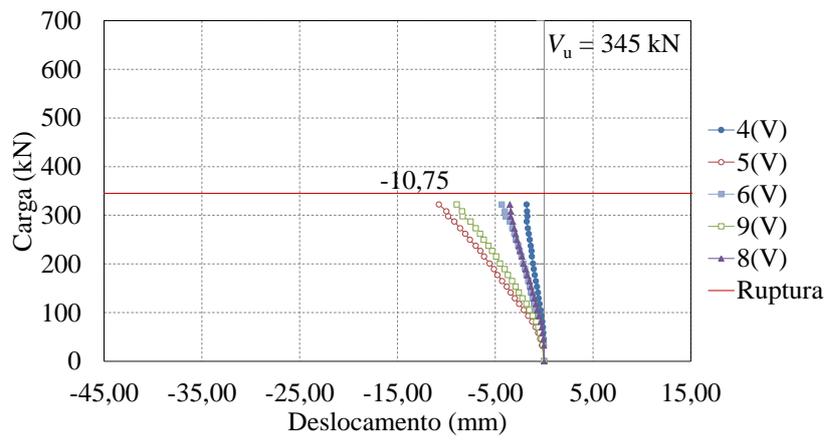


Figura 4.99 - Carga x deslocamento da laje L12

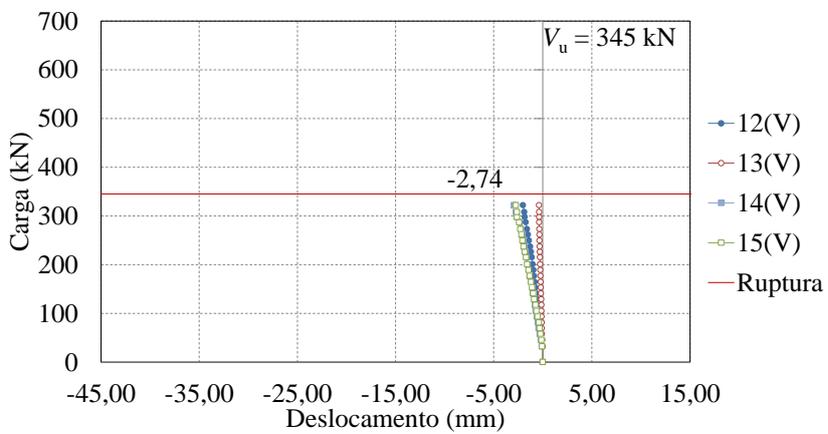


Figura 4.100 - Carga x deslocamento da laje L12

Os gráficos de deslocamentos das lajes mostram que apesar do ensaio não ter sido com aplicação de carga contínua, o comportamento é efetivamente contínuo do início da aplicação de cargas até à ruptura das lajes. Próximo à ruptura, enquanto as deformações das lajes aumentavam foi necessário reduzir a velocidade de aplicação da carga para a retirada dos LVDT's apoiados na parte inferior e em seguida aumentava-se a velocidade de carga novamente.

Acredita-se que as leituras do potenciômetro (ponto 16) das Lajes L05 e L06 não são confiáveis, pois tiveram leituras baixas e incoerentes com o esperado que divergem do padrão ilustrado pelos gráficos na direção SO-NE.

O comportamento dos gráficos carga x deslocamento mostra pequenos deslocamentos ascendentes atingindo cerca de máximo 10 mm nos pontos 1, 4, 8 e 10 próximo ao bordo reentrante nas Lajes 01, 05 e 10 com relação  $P_2/P_1=0,5$ .

A relação de carga x deslocamento mostra que no ponto 14, próximo ao canto interno do pilar, o deslocamento aumenta com o incremento de carga, tornando-se relativamente grande, imediatamente antes da carga máxima de ruptura da laje. No ponto 12 e 15, perto do canto do pilar, os deslocamentos são sempre menores, cerca de metade daqueles no ponto 14, para a maior parte das cargas. Já no ponto 13 localizado no canto externo do pilar, na reentrância, o deslocamento é praticamente nulo, tendendo a levantar o bordo nos casos com momentos maiores (L01, L05 e L10).

Os resultados das medições nos pontos 14, 12 e 13 mostram que a superfície de ruptura começa no canto interno do pilar e avança ao longo das faces da reentrância com o aumento das cargas. Nas lajes com maiores transferências de momento ( $P_2/P_1=0,5$ ) apresentavam efeitos relacionados aos esforços de torção caracterizados pela intensidade de deslocamentos no ponto 13.

Serão apresentados a seguir gráficos carga x rotação das lajes nas direções S-N (eixo de simetria que vai do canto interno da coluna até o bordo da laje) e NE-SO da Figura 4.101 à Figura 4.112.

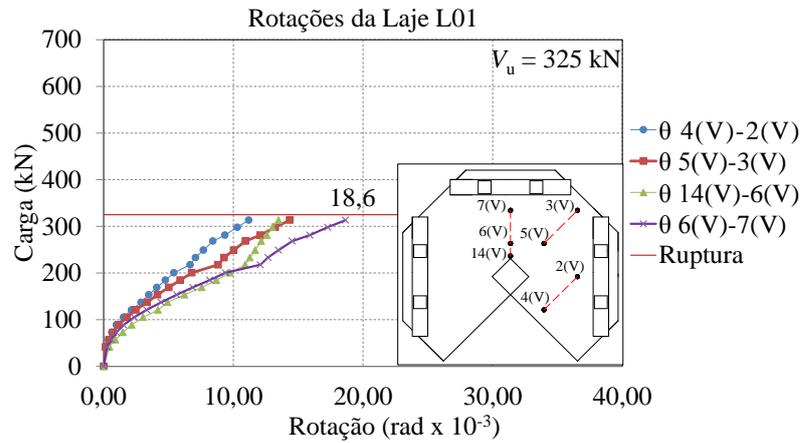


Figura 4.101 – Carga x rotação da laje L01 na direção S-N e NE-SO

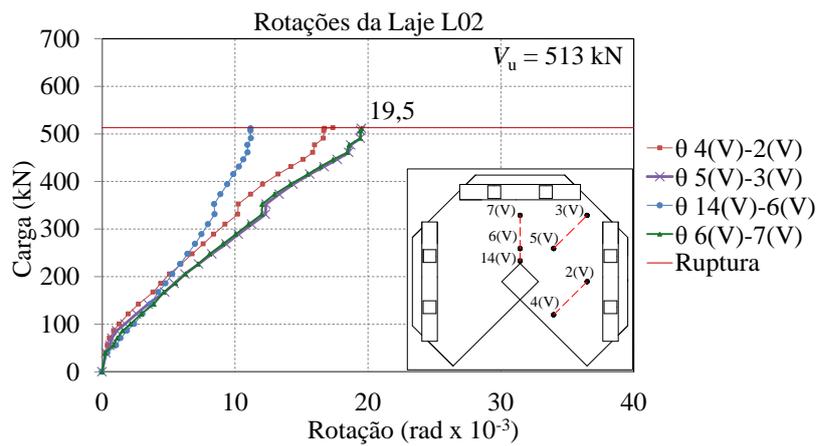


Figura 4.102 – Carga x rotação da laje L02 na direção S-N e NE-SO

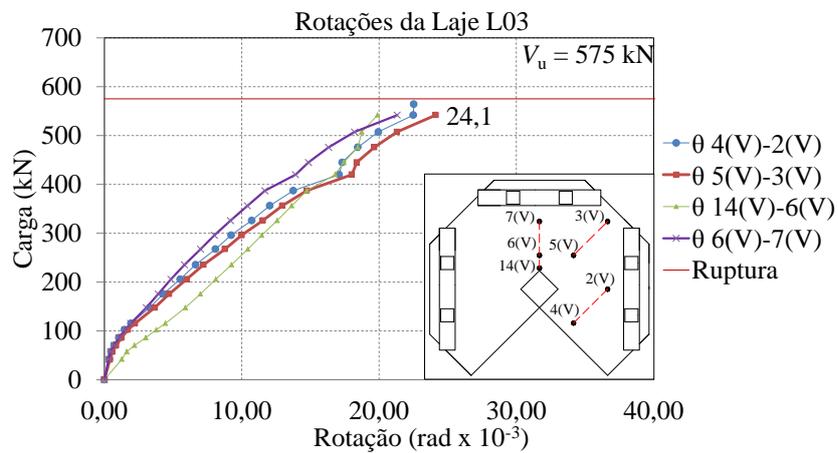


Figura 4.103 – Carga x rotação da laje L03 na direção S-N e NE-SO

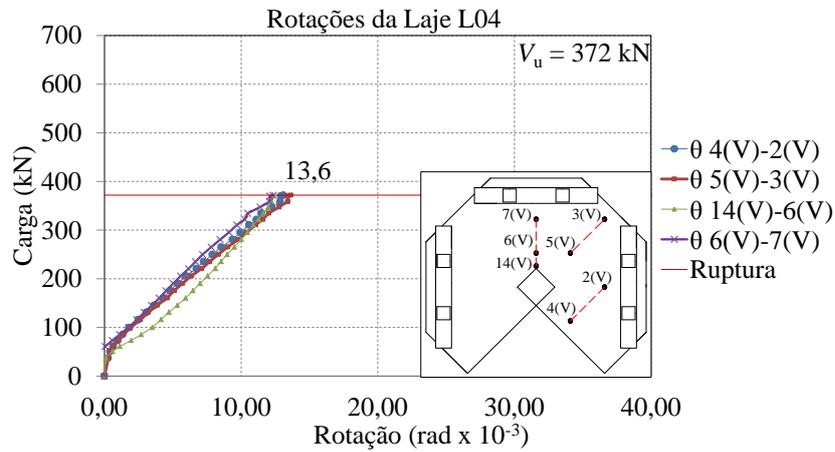


Figura 4.104 – Carga x rotação da laje L04 na direção S-N e NE-SO

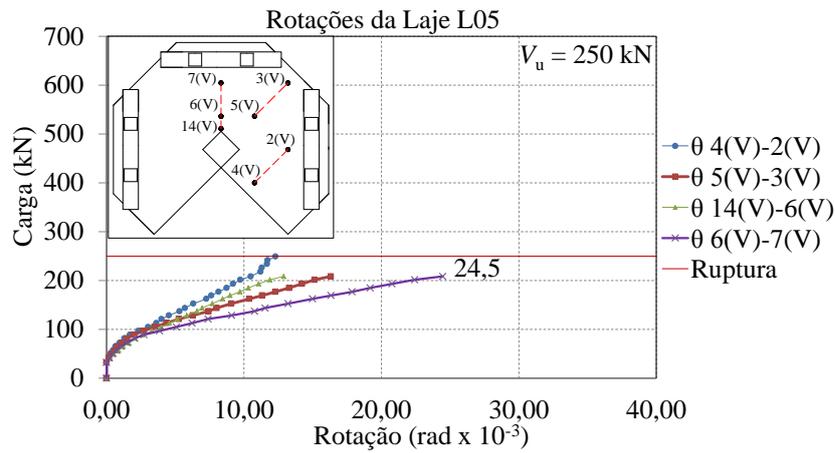


Figura 4.105 – Carga x rotação da laje L05 na direção S-N e NE-SO

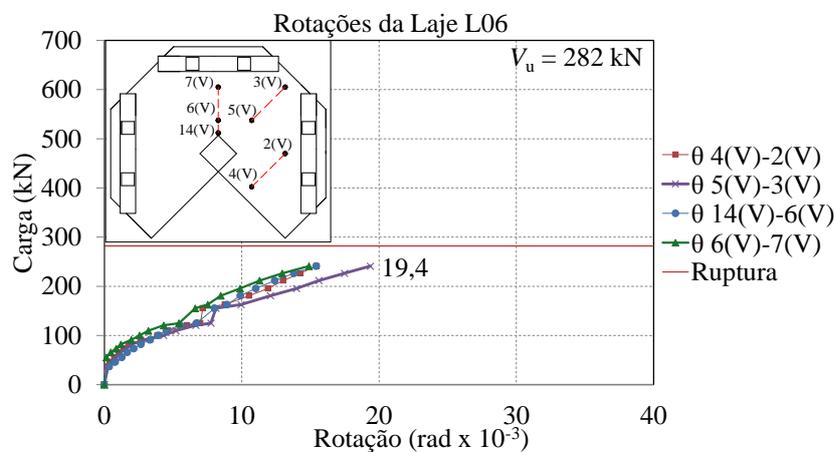


Figura 4.106 – Carga x rotação da laje L06 na direção S-N e NE-SO

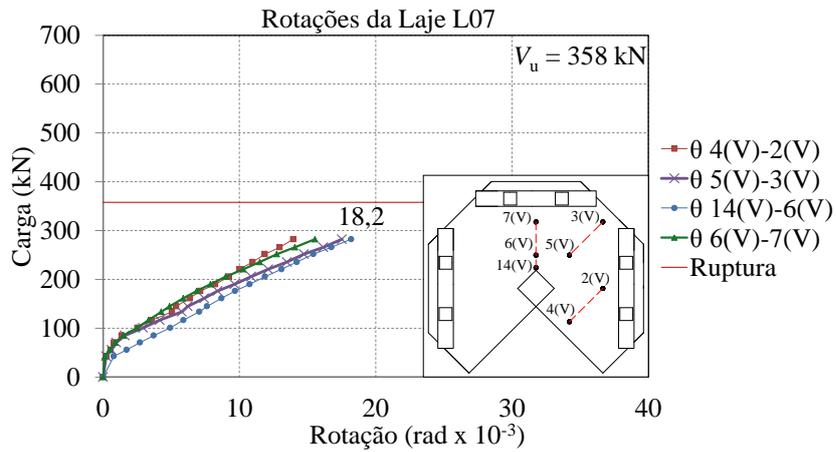


Figura 4.107 – Carga x rotação da laje L07 na direção S-N e NE-SO

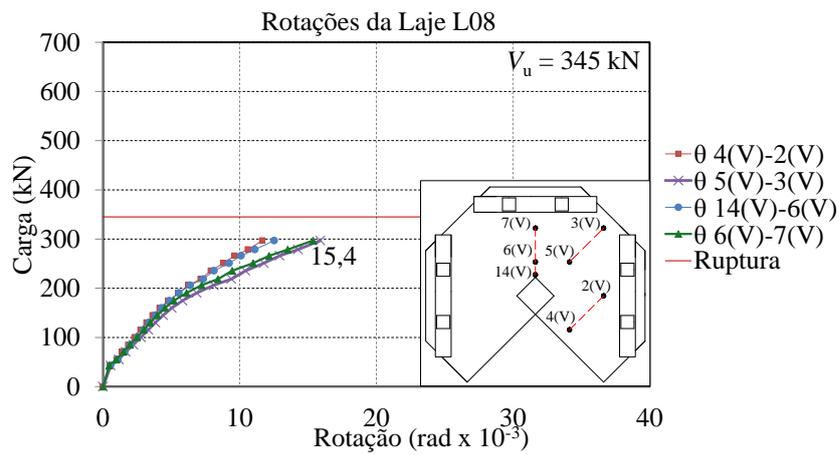


Figura 4.108 – Carga x rotação da laje L08 na direção S-N e NE-SO

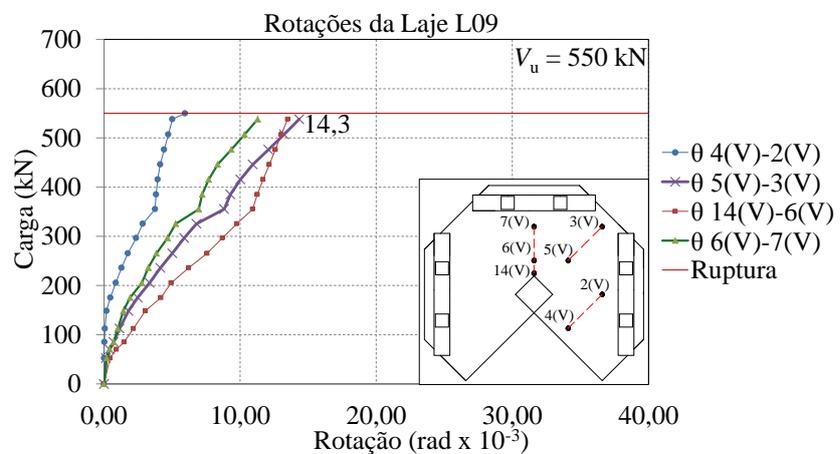


Figura 4.109 – Carga x rotação da laje L09 na direção S-N e NE-SO

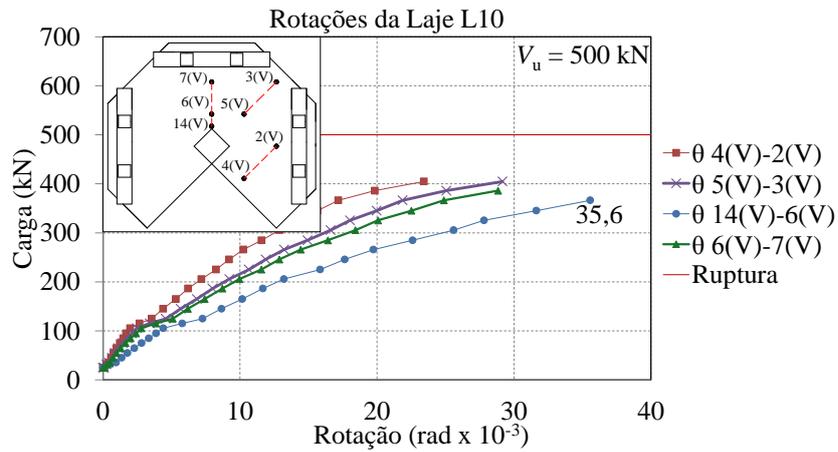


Figura 4.110 – Carga x rotação da laje L10 na direção S-N e NE-SO

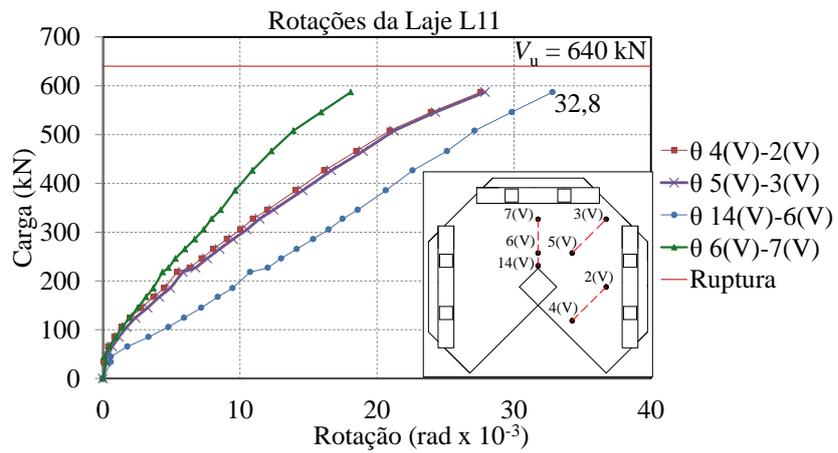


Figura 4.111 – Carga x rotação da laje L11 na direção S-N e NE-SO

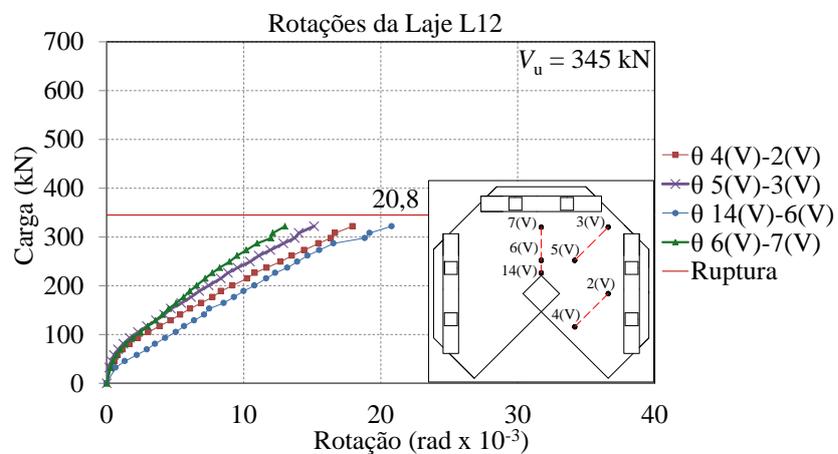


Figura 4.112 – Carga x rotação da laje L12 na direção S-N e NE-SO

Com os gráficos apresentados pode-se observar nos pontos 14, 6 e 7 que as rotações máximas ocorreram sempre nos pontos mais próximos aos pilares (entre os pontos 14 e 6), e as rotações reduziam em direção às bordas da laje.

As intensidades das rotações no eixo de simetria (S-N)  $\theta_{14,6}$  e  $\theta_{6,7}$  são similares, para valores baixos de cargas (100 kN), e para valores maiores de carga, as rotações máximas localizam-se entre esses pontos variando com as eventuais fissuras que surgem no decorrer do carregamento, ou seja, com o aumento do momento no sentido oposto a reentrância.

As outras rotações foram feitas em torno de um eixo perpendicular ao bordo reentrante em duas seções. A rotação ( $\theta_{4,2}$ ), medida a 150 mm a partir da borda reentrante, apresentou valores sempre menores do que a rotação ( $\theta_{5,3}$ ) localizada paralela à  $\theta_{4,2}$  mais para o interior da laje, pois a excentricidade atua mais na região dos pontos 5 e 3 do que dos pontos 4 e 2.

A Figura 4.113 e Figura 4.114 apresentam uma comparação entre as lajes do Grupo 1 (sem armadura de cisalhamento) para os deslocamentos médios calculados a partir das leituras nos pontos mais ao bordo das lajes (pontos 17 e 18) medidos com escalas. Já a Figura 4.115 e Figura 4.116 apresentam uma comparação entre as lajes do Grupo 2 (com armadura de cisalhamento) para os deslocamentos médios calculados a partir das leituras nos pontos mais ao bordo das lajes (pontos 17 e 18) medidos com escalas.

Como estas lajes possuíam excentricidades e taxas de armadura de flexão  $\rho$  diferentes, pode-se observar que o comportamento carga x deslocamento variou.

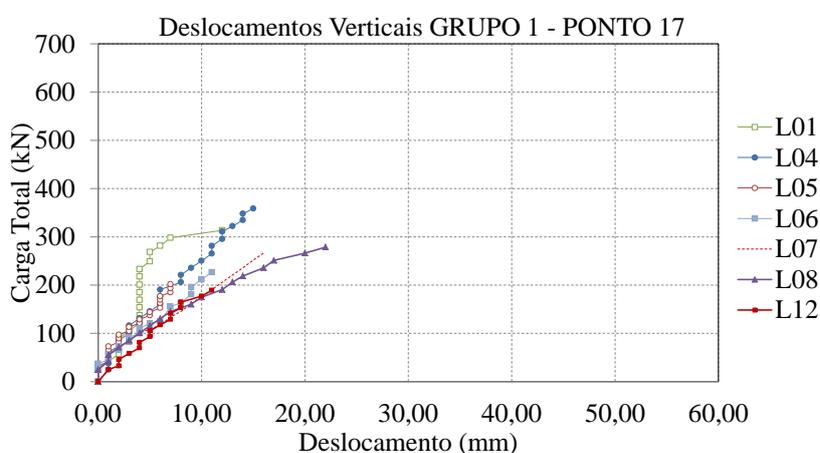


Figura 4.113 – Carga x deslocamento do ponto 17 das lajes do Grupo 1

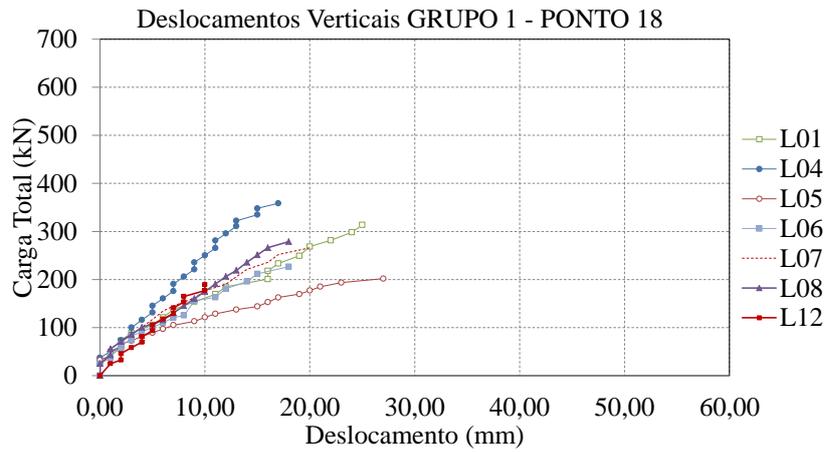


Figura 4.114 – Carga x deslocamento do ponto 18 das lajes do Grupo 1

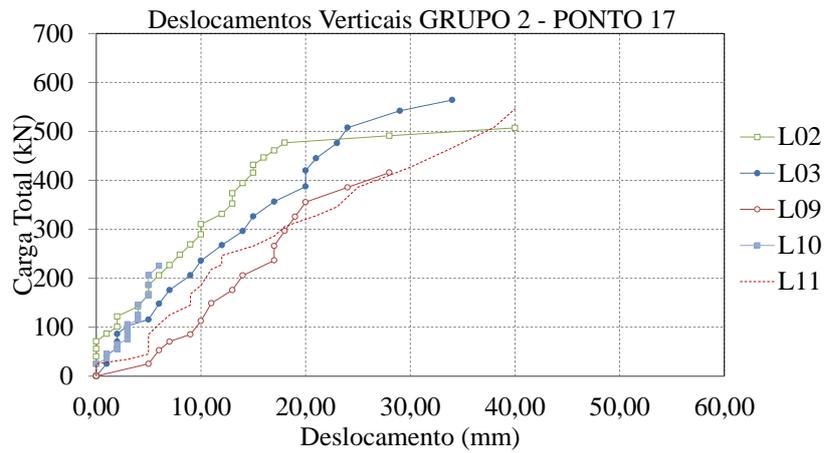


Figura 4.115 – Carga x deslocamento do ponto 17 das lajes do Grupo 2

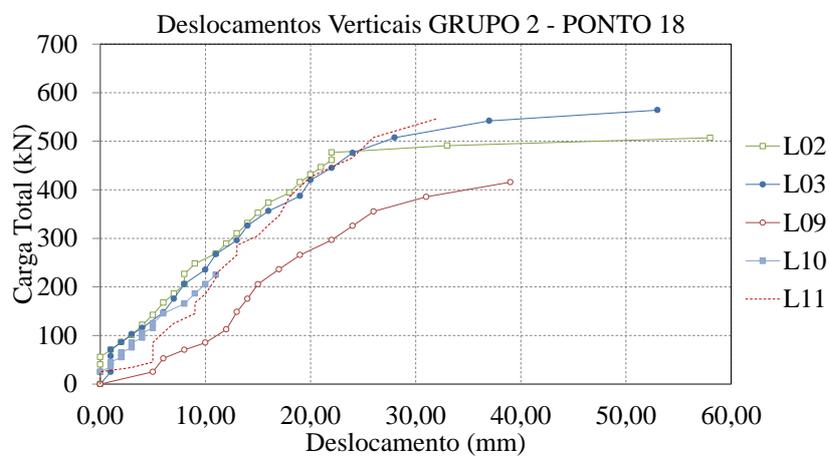


Figura 4.116 – Carga x deslocamento do ponto 18 das lajes do Grupo 2

### 4.3 DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE FLEXÃO

As deformações na armadura de flexão foram monitoradas em pontos diferentes para cada taxa de armadura e série de concretagem como descrito no Capítulo 3.

Da Figura 4.120 até a Figura 4.140 serão apresentados gráficos das deformações nas armaduras de flexão posicionadas na parte superior e inferior da laje (quando houver armadura inferior instrumentada) em função da posição de cada barra, para diferentes estágios de carregamento. Esses gráficos permitem avaliar a distribuição dos esforços de flexão ao longo da seção transversal da laje, facilitando a visualização do quão próximo de uma ruptura por flexão, devido ao escoamento das armaduras, cada laje chegou. Já da Figura 4.120 até a Figura 4.140 serão apresentadas as curvas de carga x deformação para as armaduras de flexão.

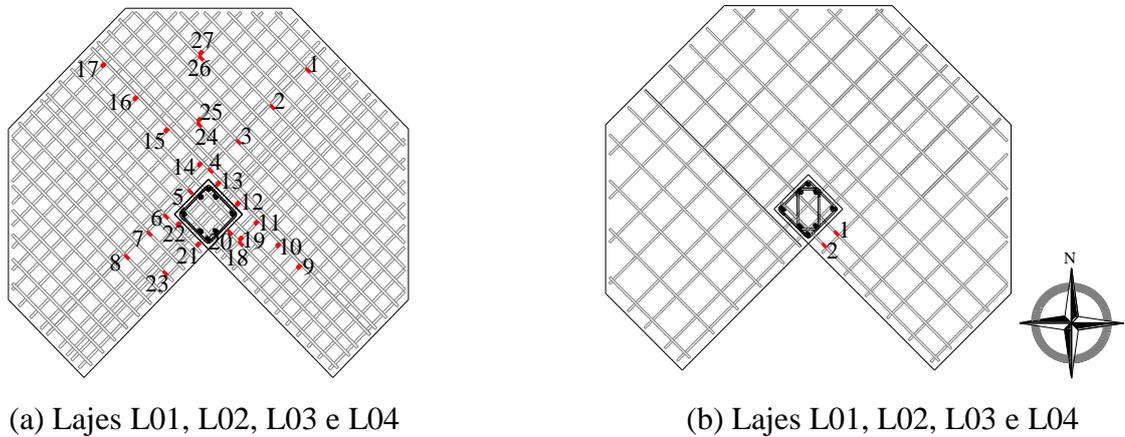


Figura 4.117 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras superior (a) e inferior (Série 1)

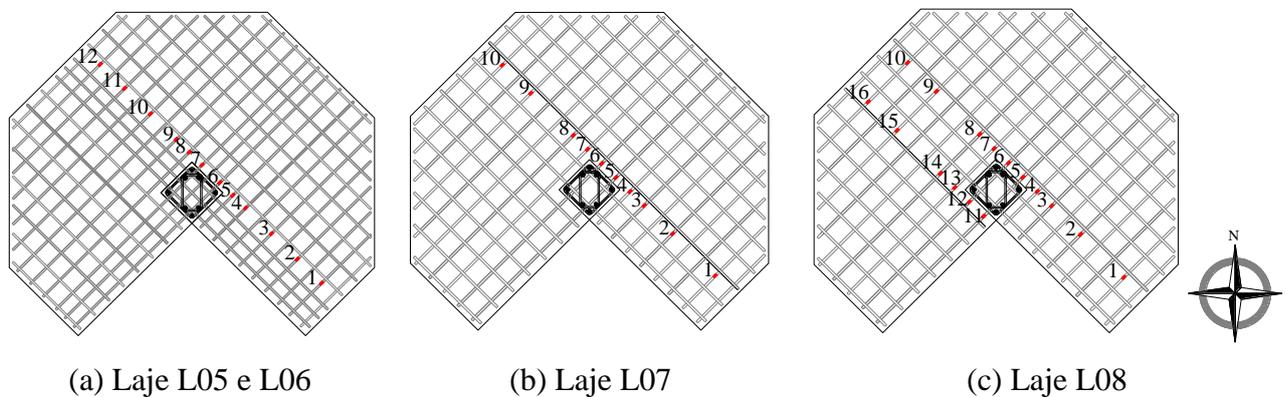


Figura 4.118 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras superior (Série 2)

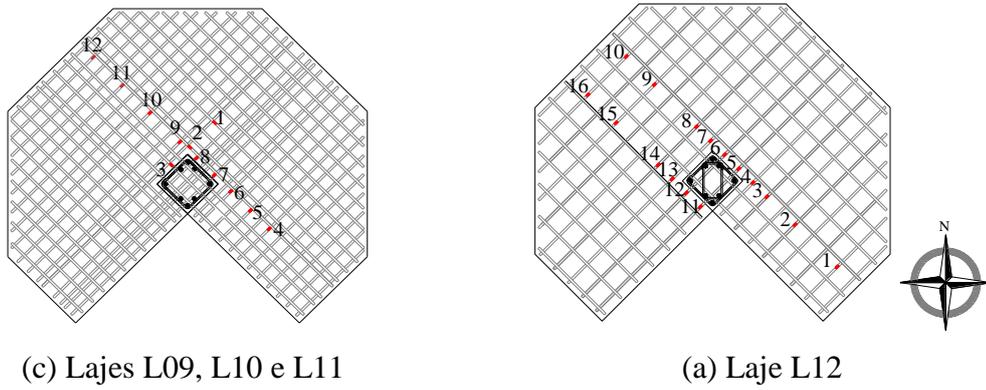


Figura 4.119 – Posicionamento dos extensômetros nas armaduras superior (Série 3)

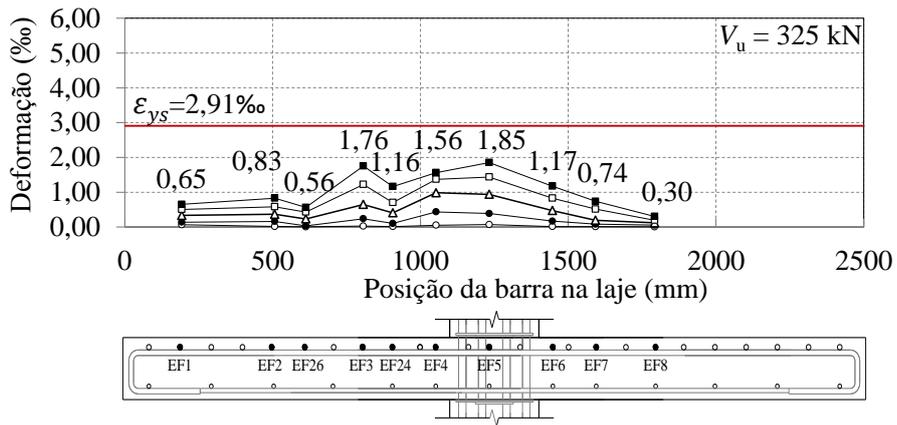


Figura 4.120 – Deformação na armadura de flexão da laje L01

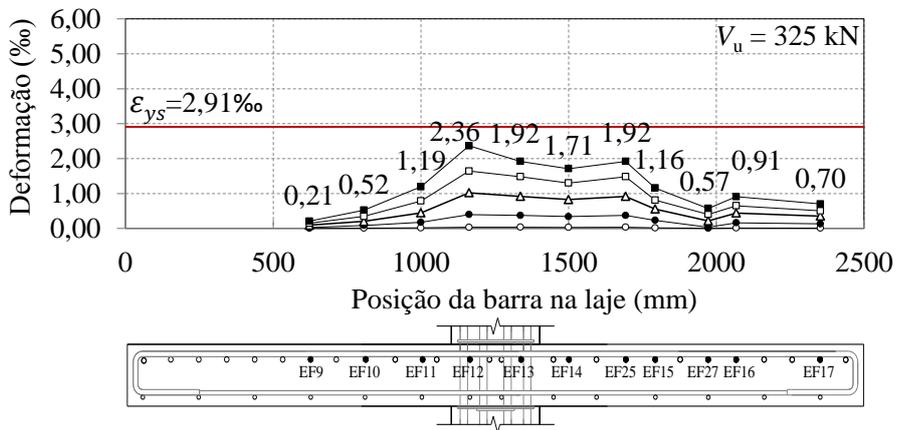


Figura 4.121 – Deformação na armadura de flexão da laje L01

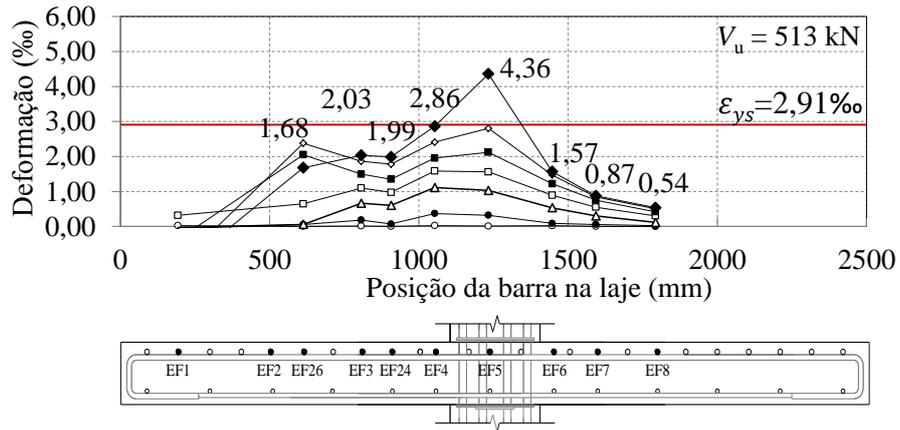


Figura 4.122 – Deformação na armadura de flexão da laje L02

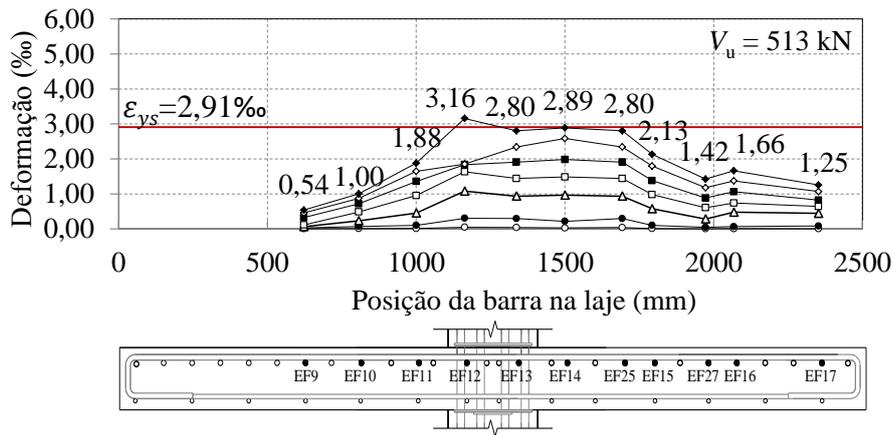


Figura 4.123 – Deformação na armadura de flexão da laje L02

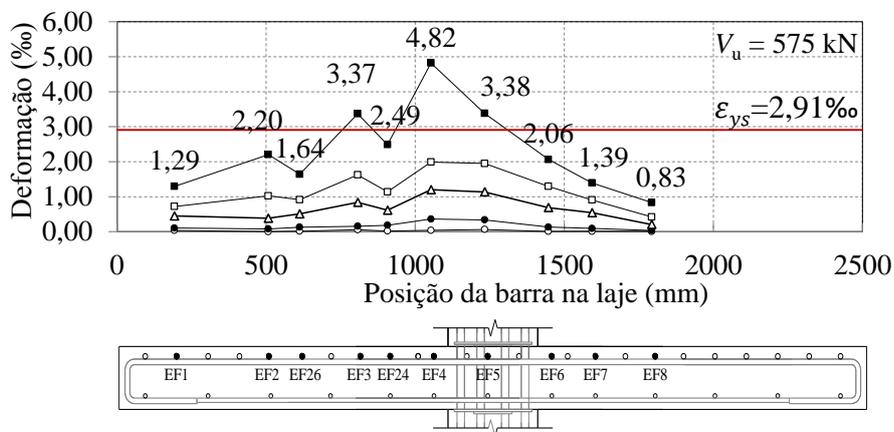


Figura 4.124 – Deformação na armadura de flexão da laje L03

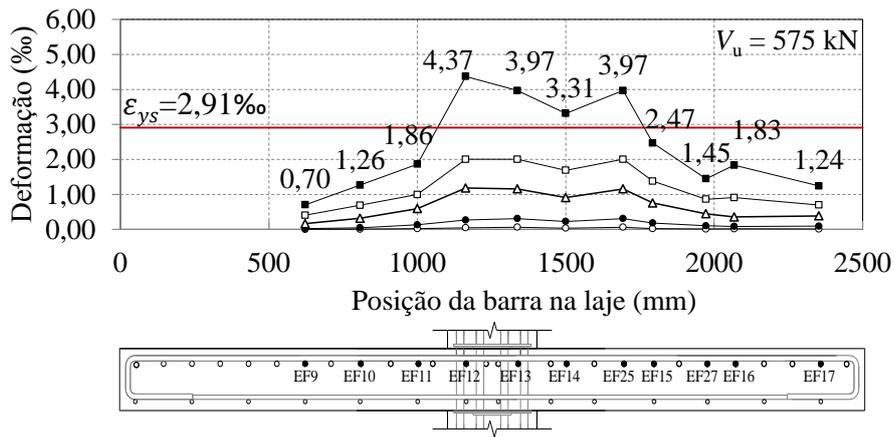


Figura 4.125 – Deformação na armadura de flexão da laje L03

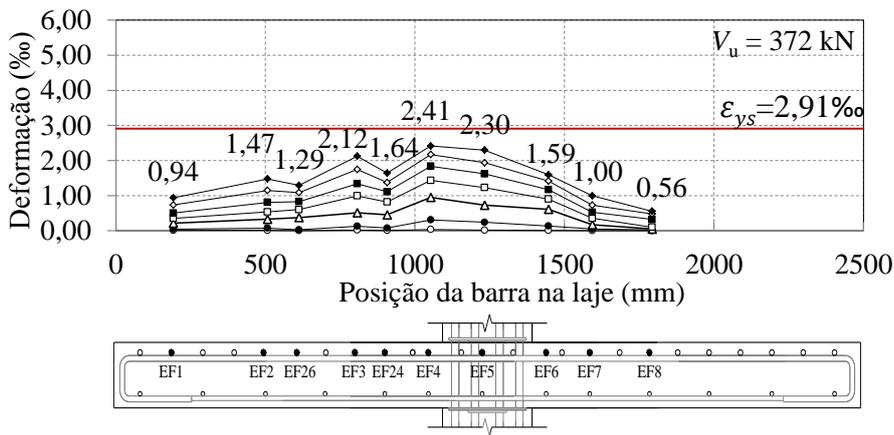


Figura 4.126 – Deformação na armadura de flexão da laje L04

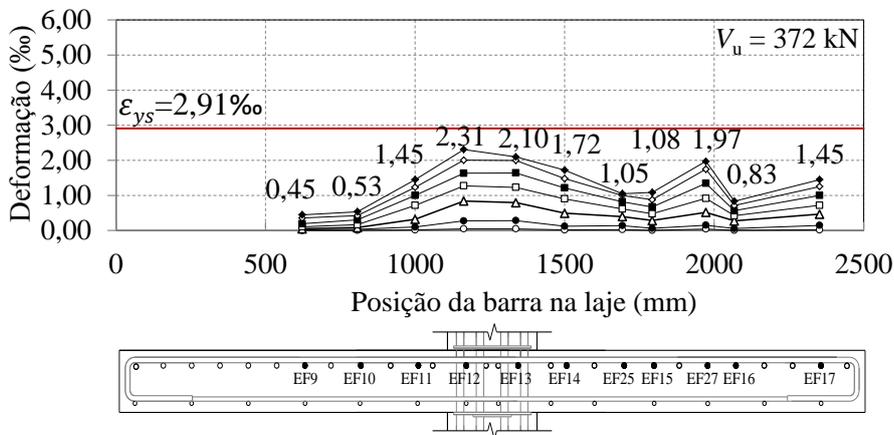


Figura 4.127 – Deformação na armadura de flexão da laje L04

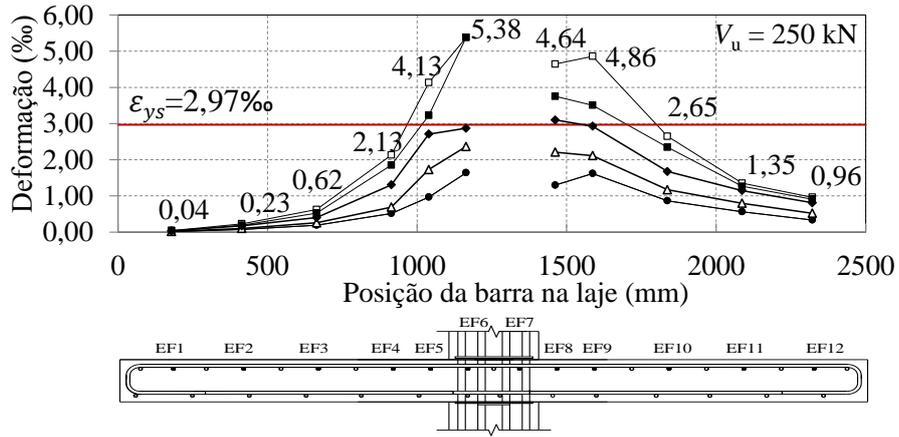


Figura 4.128 – Deformação na armadura de flexão da laje L05

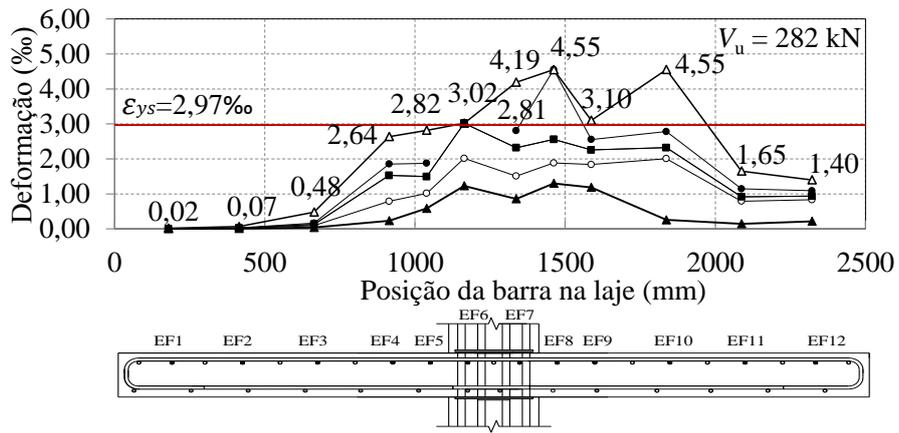


Figura 4.129 – Deformação na armadura de flexão da laje L06

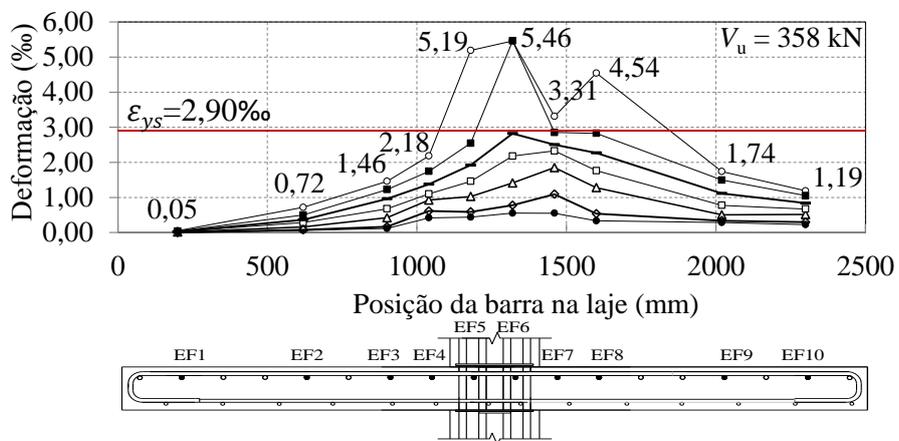


Figura 4.130 – Deformação na armadura de flexão da laje L07

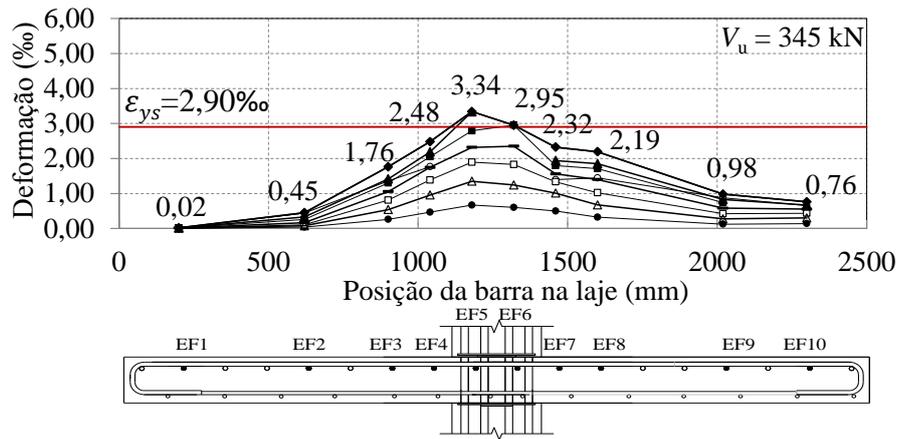


Figura 4.131 – Deformação na armadura de flexão da laje L08

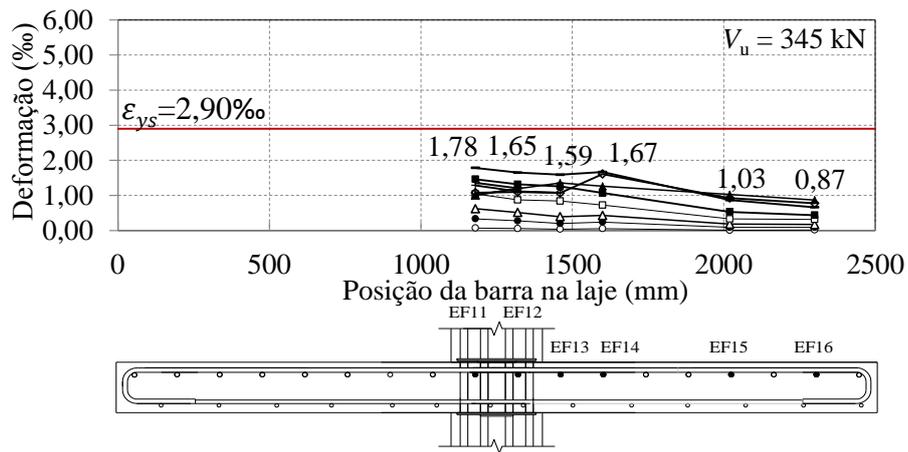


Figura 4.132 – Deformação na armadura de flexão da laje L08

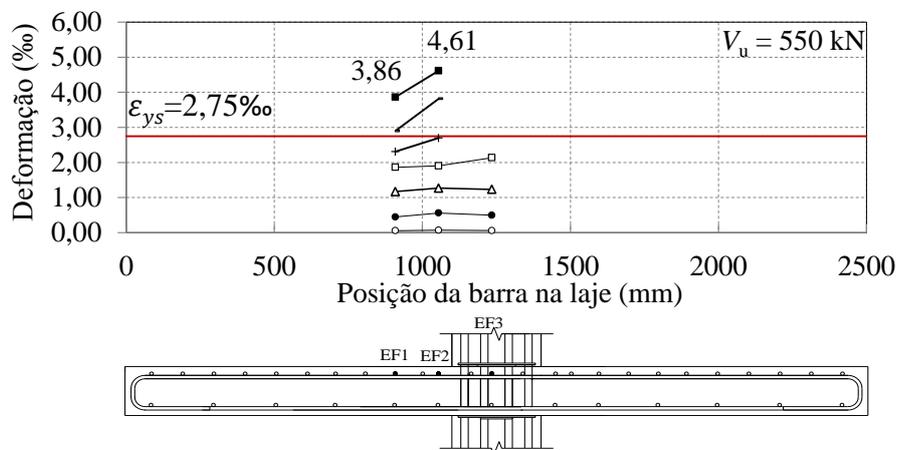


Figura 4.133 – Deformação na armadura de flexão da laje L09

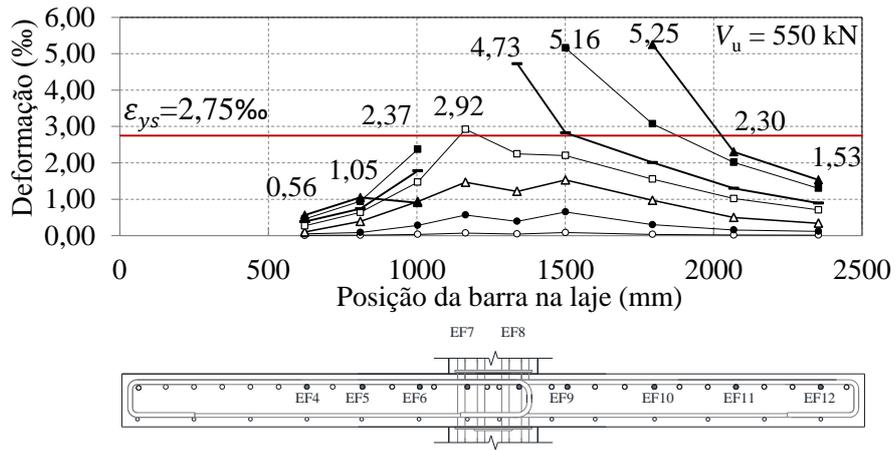


Figura 4.134 – Deformação na armadura de flexão da laje L09

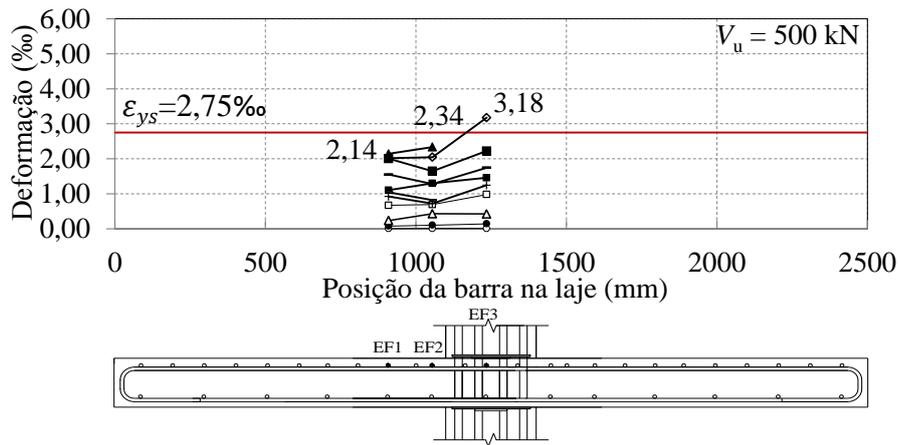


Figura 4.135 – Deformação na armadura de flexão da laje L10

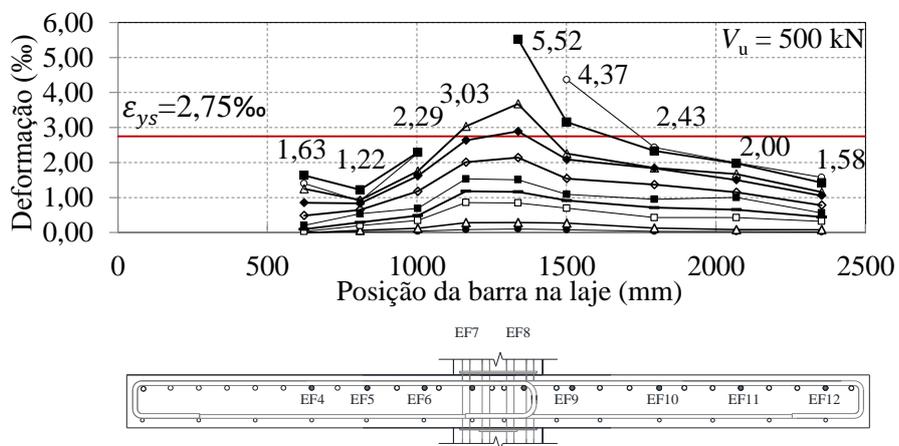


Figura 4.136 – Deformação na armadura de flexão da laje L10

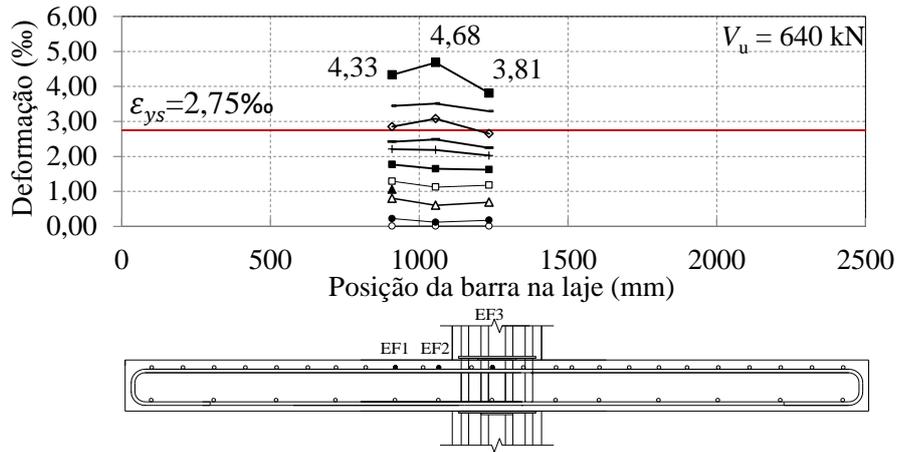


Figura 4.137 – Deformação na armadura de flexão da laje L11

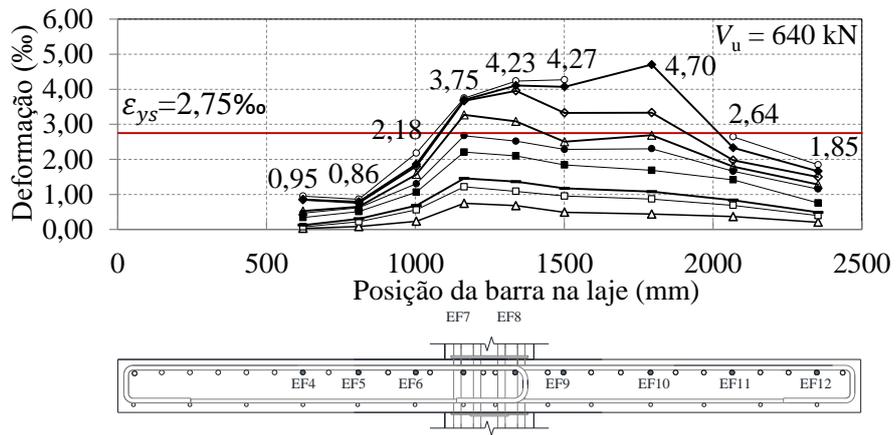


Figura 4.138 – Deformação na armadura de flexão da laje L11

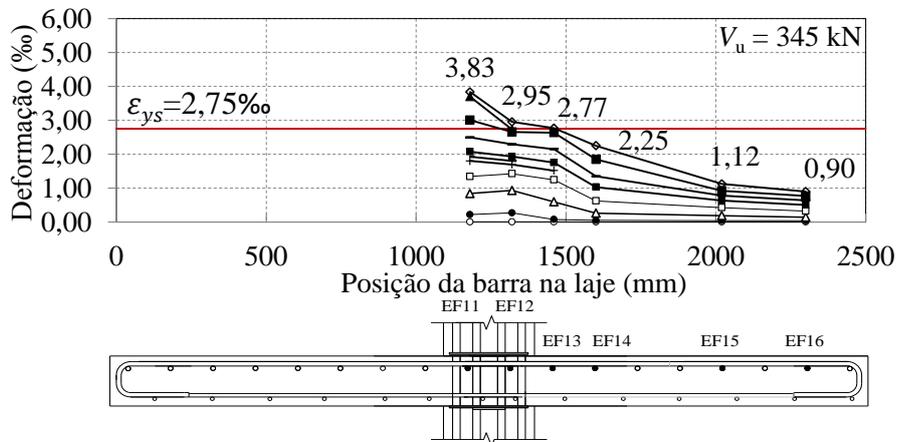


Figura 4.139 – Deformação na armadura de flexão da laje L12

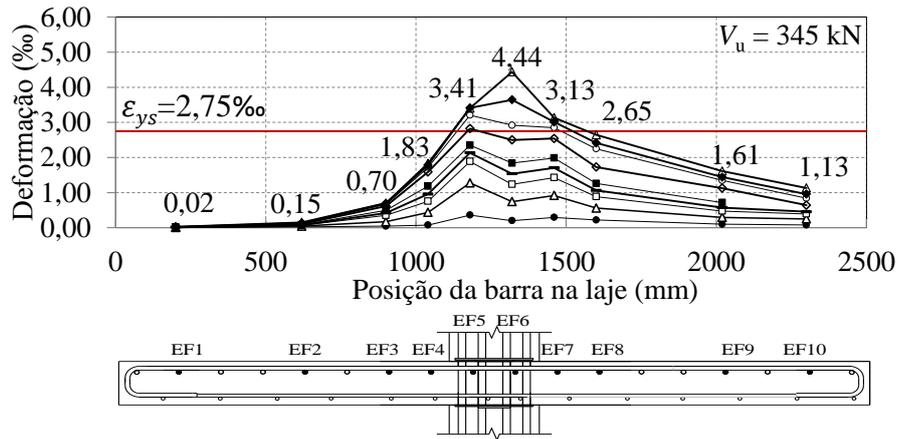


Figura 4.140 – Deformação na armadura de flexão da laje L12

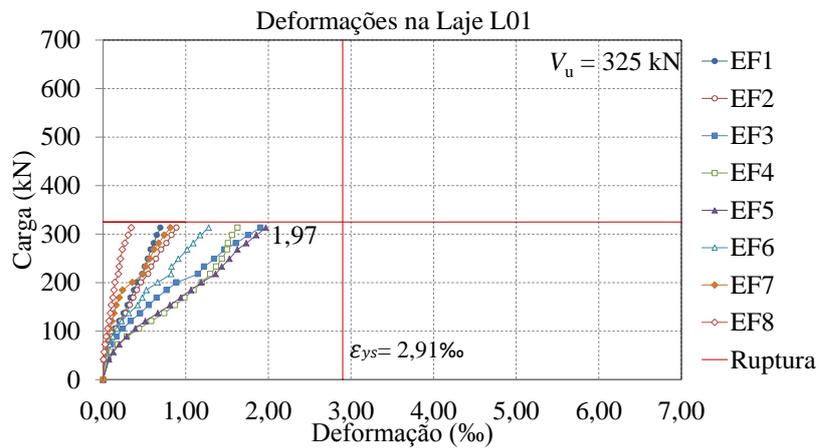


Figura 4.141 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L01

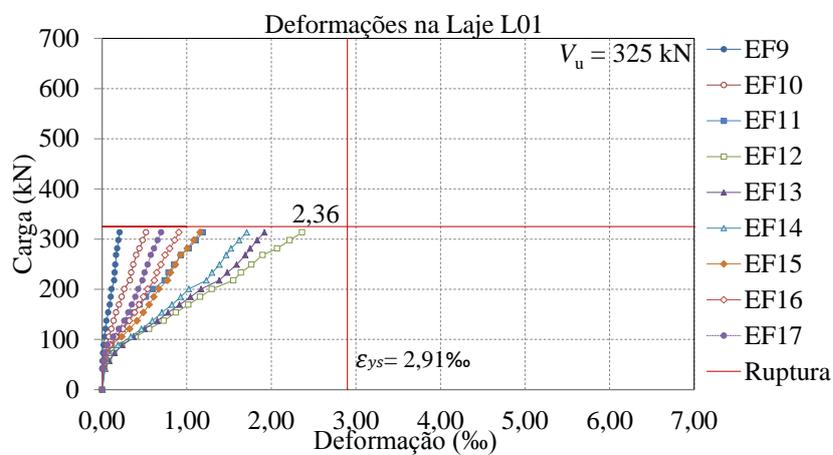


Figura 4.142 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L01

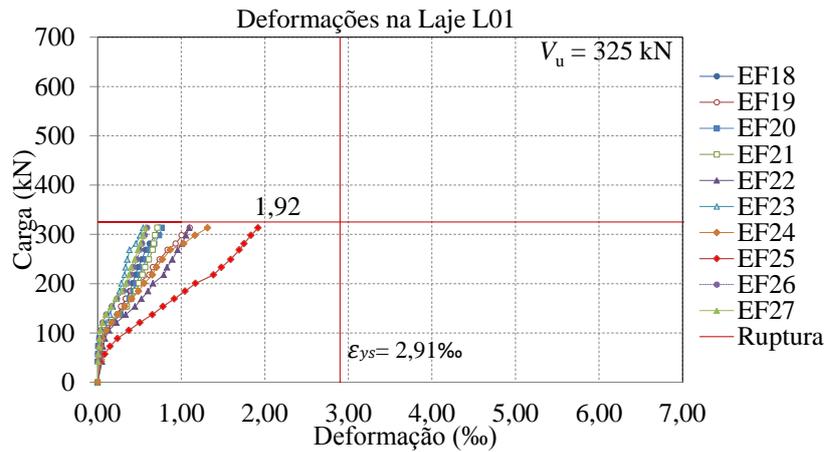


Figura 4.143 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L01

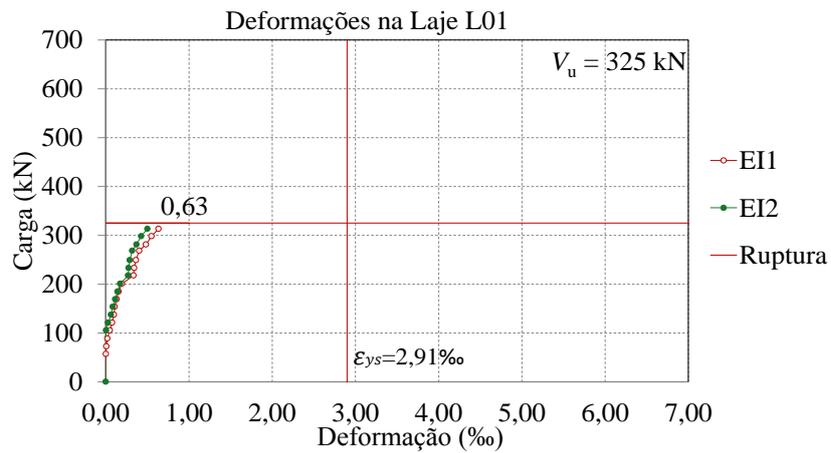


Figura 4.144 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L01

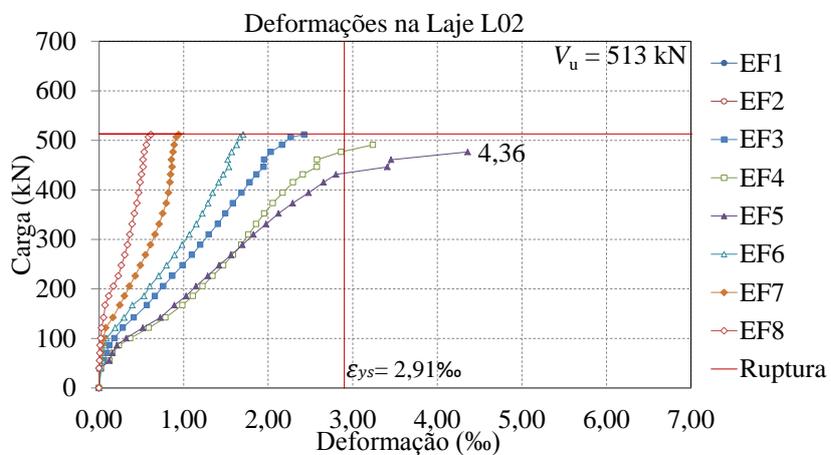


Figura 4.145 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L02

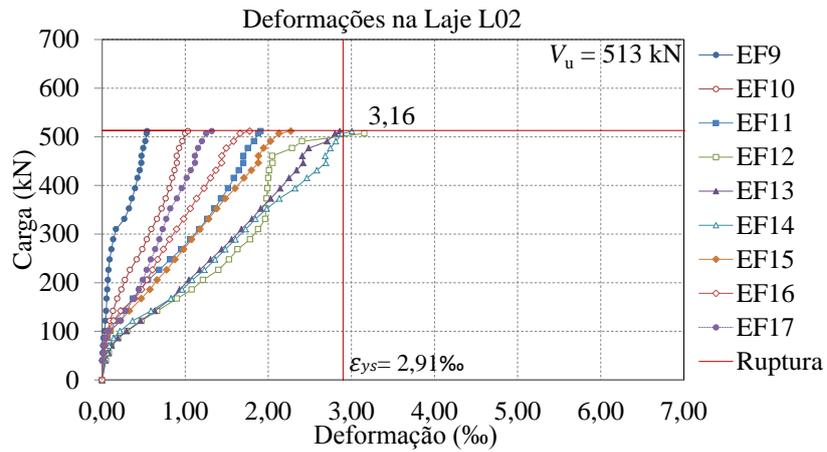


Figura 4.146 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L02

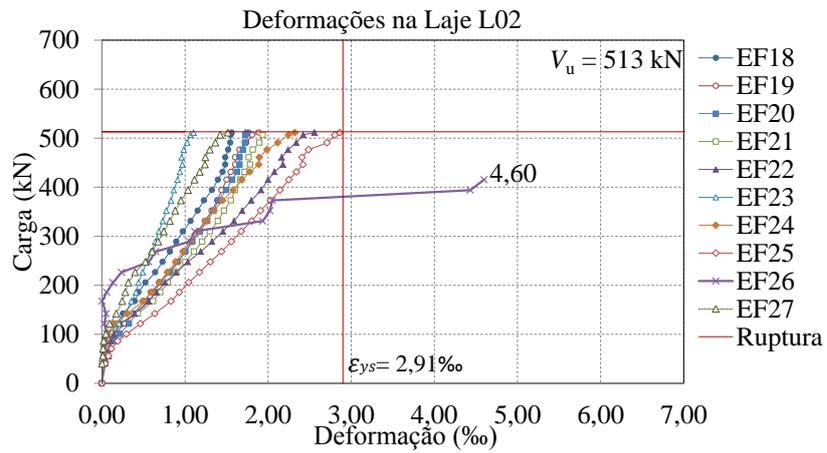


Figura 4.147 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L02

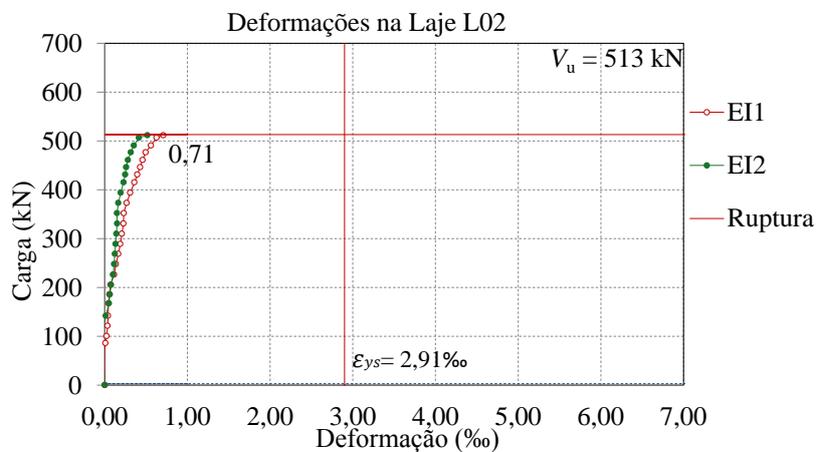


Figura 4.148 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L02

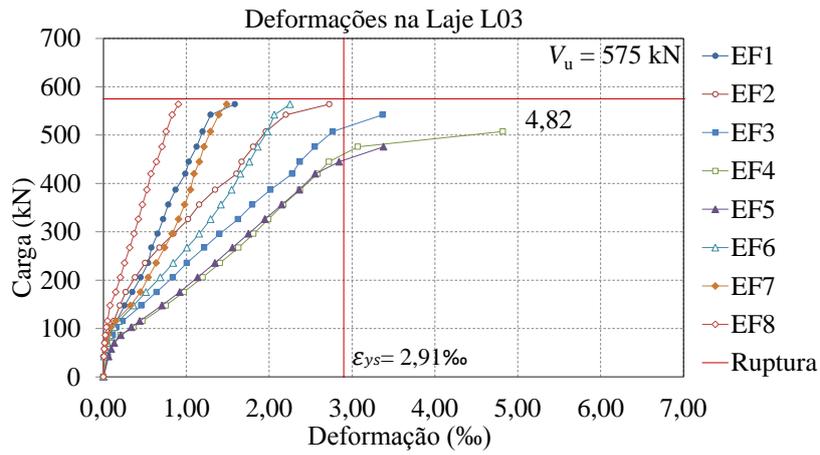


Figura 4.149 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L03

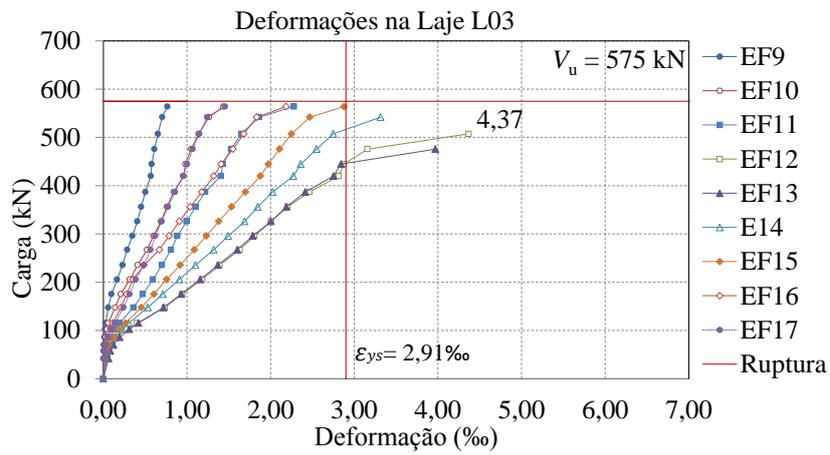


Figura 4.150 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L03

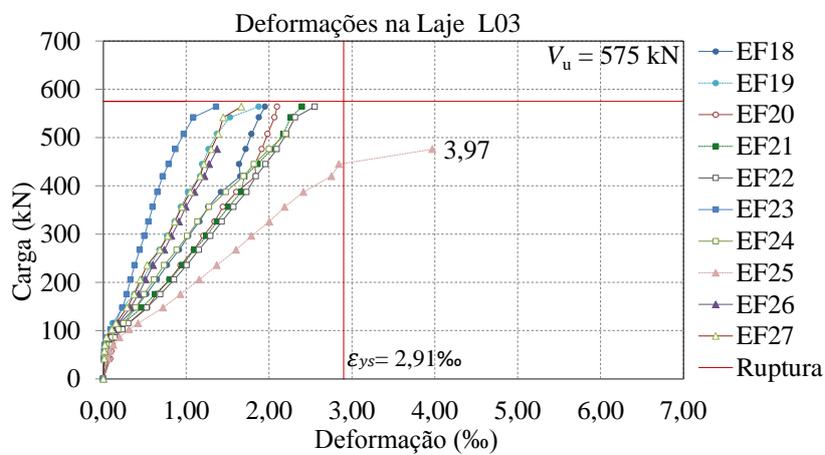


Figura 4.151 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L03

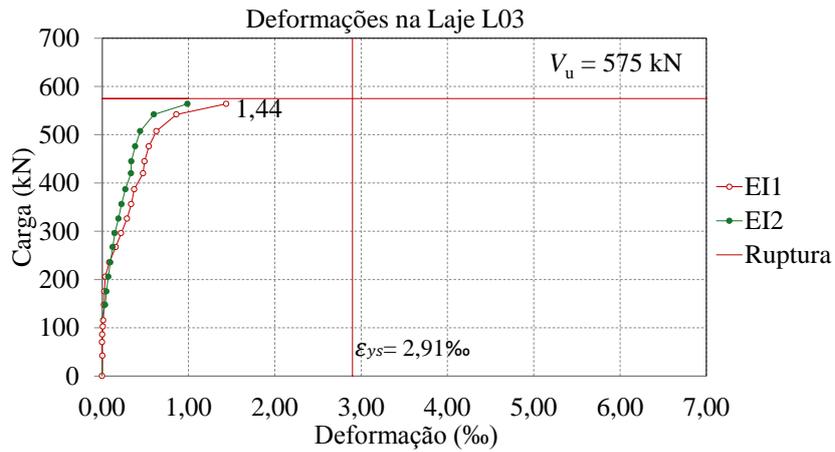


Figura 4.152 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L03

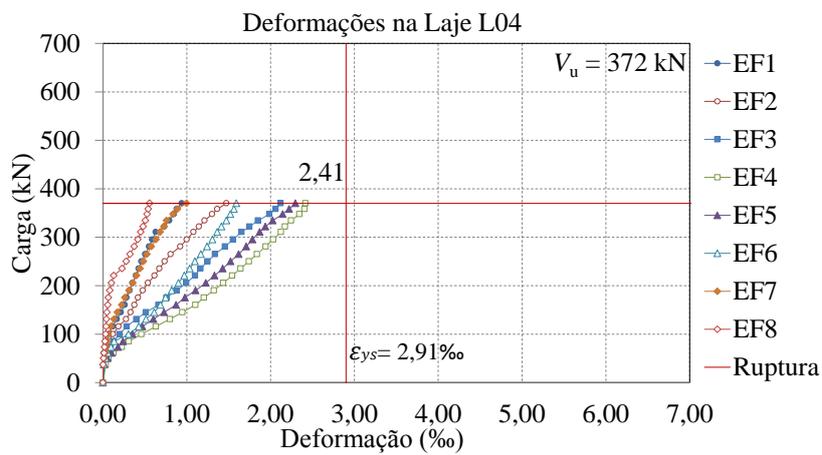


Figura 4.153 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L04

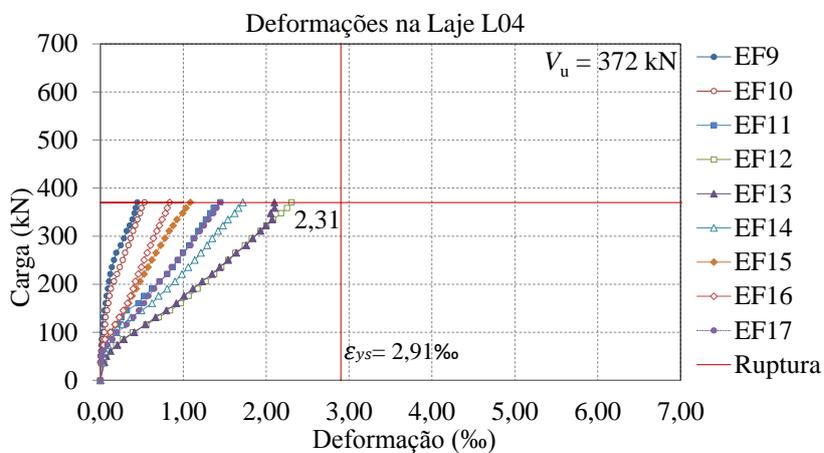


Figura 4.154 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L04

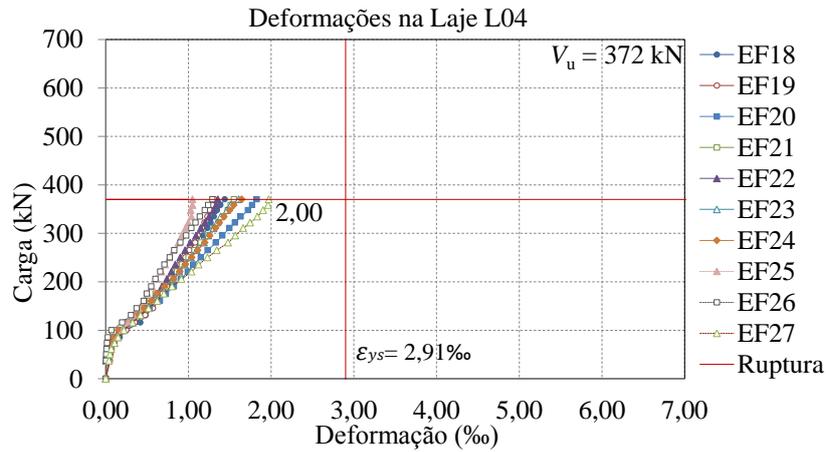


Figura 4.155 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L04

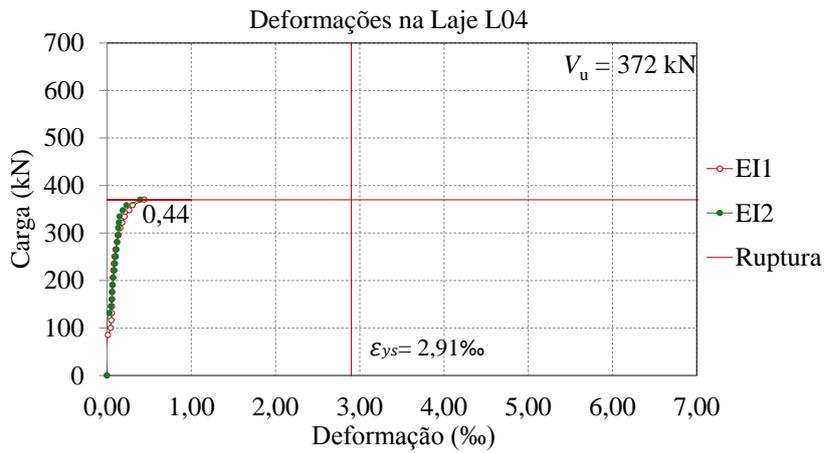


Figura 4.156 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L04

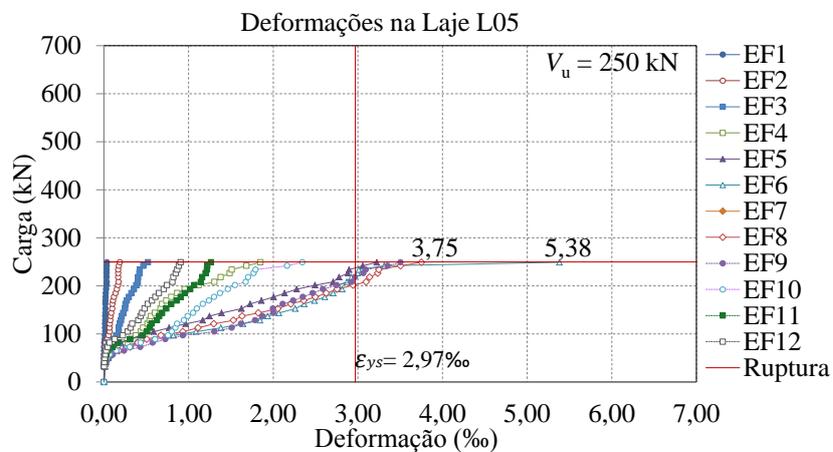


Figura 4.157 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L05

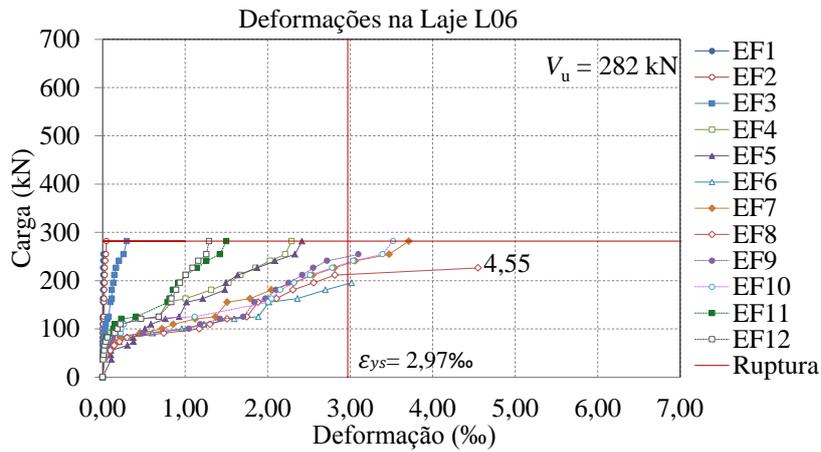


Figura 4.158 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L06

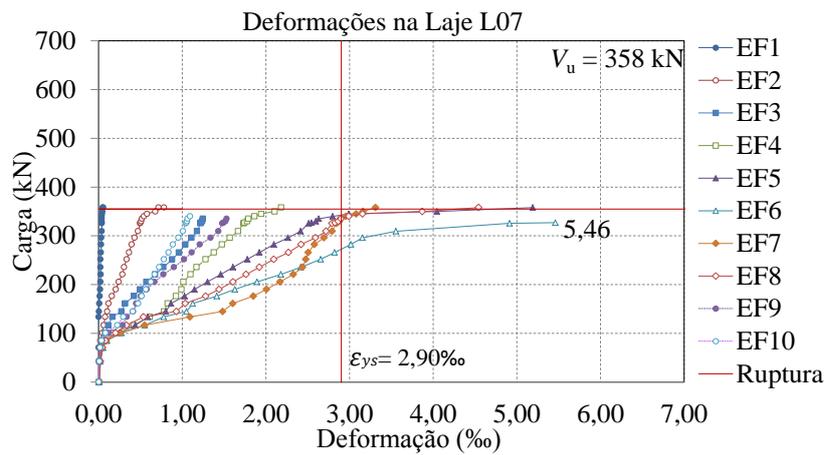


Figura 4.159 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L07

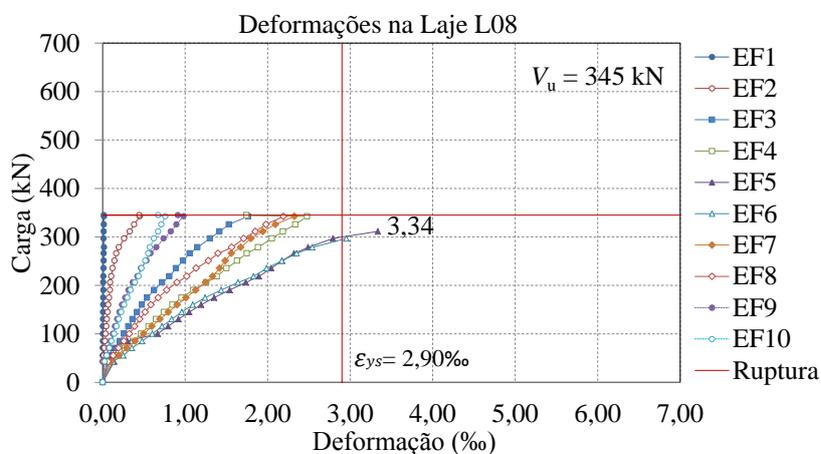


Figura 4.160 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L08

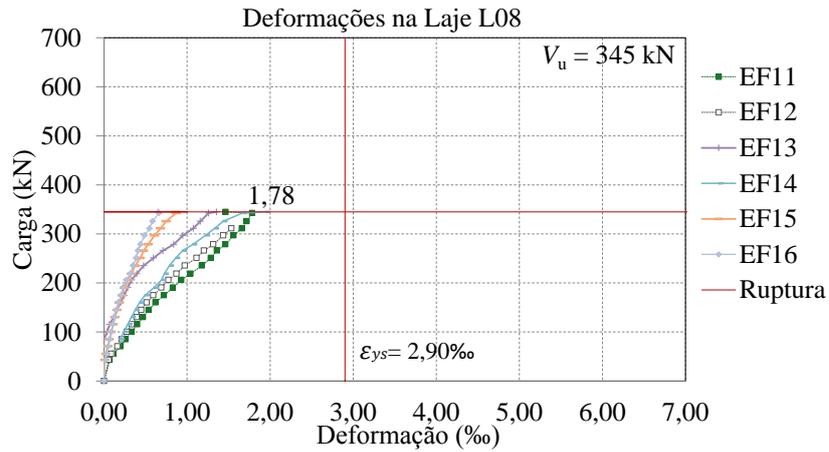


Figura 4.161 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L08

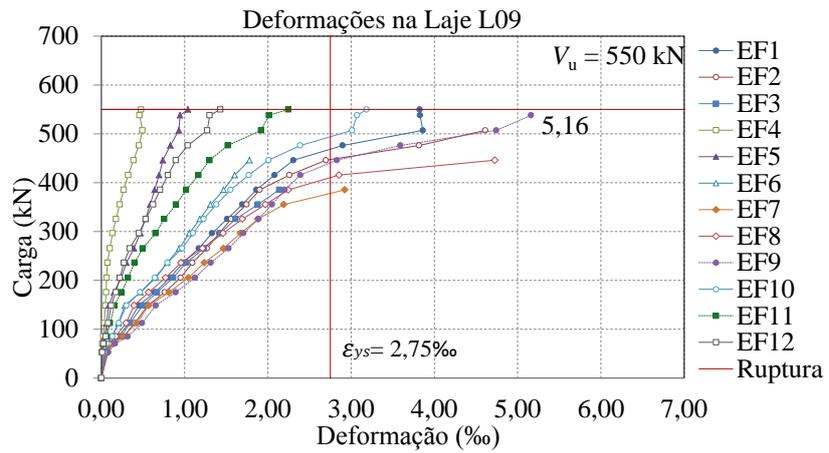


Figura 4.162 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L09

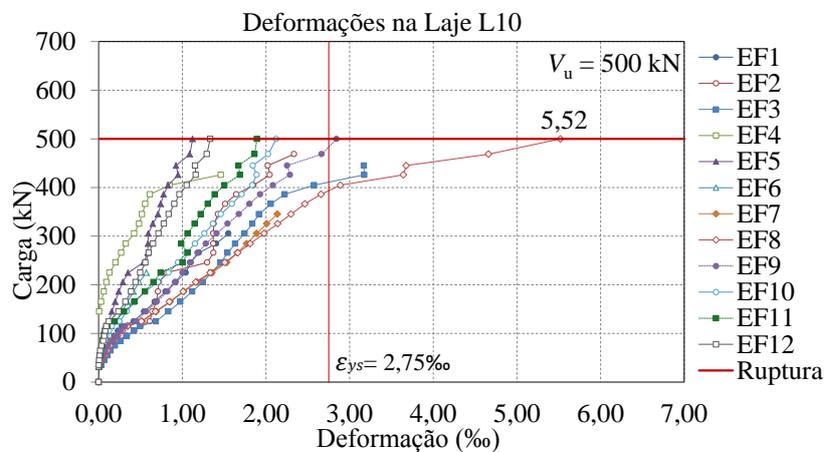


Figura 4.163 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L10

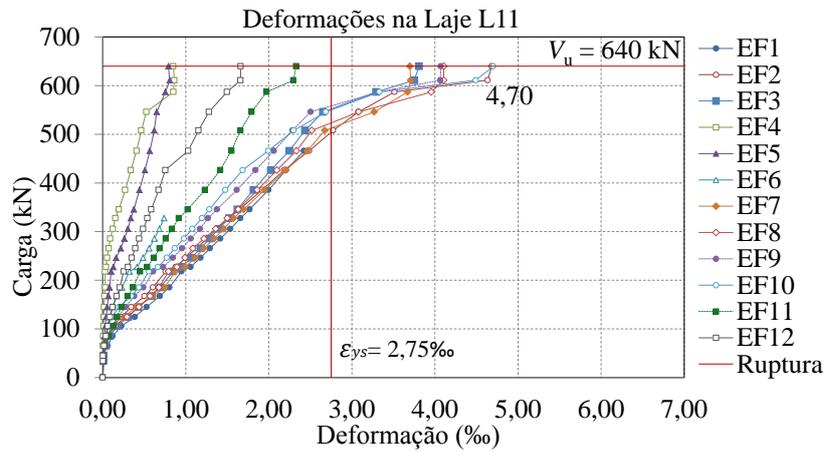


Figura 4.164 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L11

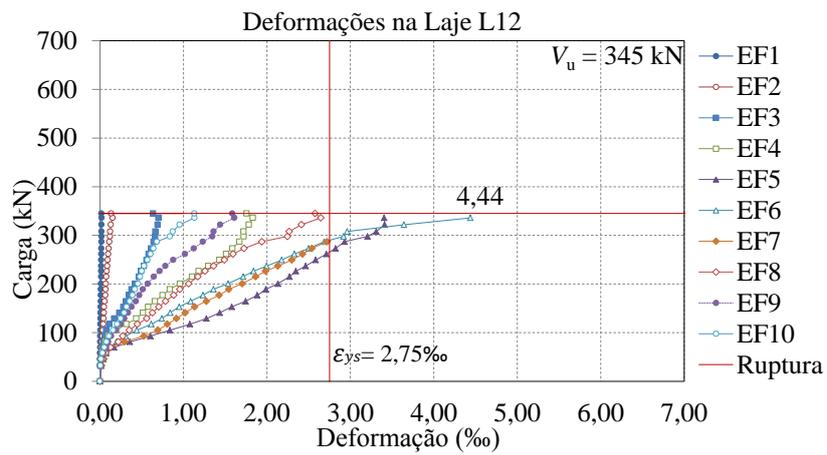


Figura 4.165 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L12

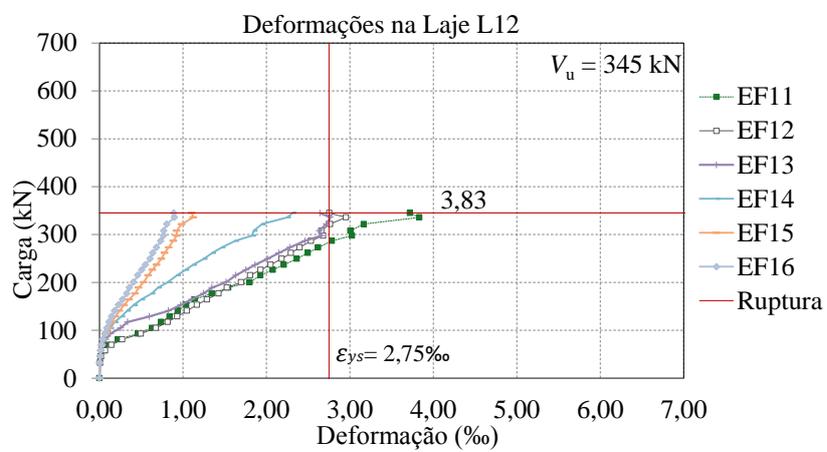


Figura 4.166 – Carga x deformação na armadura de flexão da laje L12

Os gráficos mostram a distribuição de tensões nas direções NE-SO e SE-NO, respectivamente, em dois tipos: barras de linhas desenhadas através das faces internas dos pilares relacionando posicionamento dos pontos na laje x deformação e carga x deformações.

As barras inferiores monitoradas nas quatro primeiras lajes mostram com as deformações o efeito da torção, por isso foi monitorada a armadura de torção na laje L08.

A concentração da armadura de flexão próxima ao pilar mostrou eficiência no aumento da transferência de momento resistente, porém menos que a armadura de torção.

No geral, as deformações nas lajes são baixas e aumentaram de forma linear. Poucos pontos instrumentados entraram em incidência com os pontos localizados próximos à face interna do pilar das lajes atingindo as deformações máximas exceto nas lajes L01 e L04 que possuíam taxa de armadura de flexão relativamente alta de 2,1 % e não possuíam reforço ao cisalhamento.

Para a análise das deformações na armadura de flexão foram observados os pontos monitorados na linha A-A da Figura 4.167.

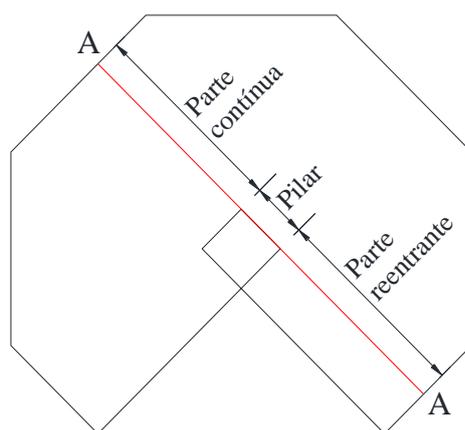


Figura 4.167 – Linha utilizada para análise de deformações na armadura de flexão.

Pode-se notar em todas as lajes que as deformações máximas estão localizadas em pontos próximos à face interna do pilar. As deformações próximas à borda reentrante da laje diminuem com o aumento da distância a partir do pilar, atingindo valores próximos à zero (parte reentrante na Figura 4.167). Para o lado onde a laje é contínua (parte contínua na Figura 4.167) a diminuição da deformação é mais gradual. Esses comportamentos indicam que o momento fletor não é contínuo na linha A-A e que os momentos na parte reentrante

da linha são menores que os momentos localizados na parte contínua, ou seja, esse comportamento é similar ao encontrado em pilares de borda e de centro respectivamente.

#### 4.4 DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE CISALHAMENTO (*STUDS*)

Foram utilizadas armaduras de cisalhamento nas lajes L02 e L03 com três e quatro camadas de *studs* e nas lajes L09, L10 e L11 com cinco camadas dispostos de forma radial em todos os casos. Nas lajes L02 e L03 foram instrumentados cinco linhas de *studs* da armadura de cisalhamento alternadamente. Já nas lajes L09, L10 e L11 foram instrumentadas apenas as duas camadas mais próximas do pilar também alternadamente tendo em vista que da terceira camada em diante as deformações foram relativamente baixas nas lajes L02 e L03. Foram posicionados dois extensômetros diametralmente opostos na barra de cada *stud*. O resultado da deformação de cada *stud* para cada passo de carga foi obtido pela média dos resultados registrados nos dois extensômetros. Os gráficos das deformações na armadura de cisalhamento, juntamente com os valores de carga no momento da ruptura serão apresentados nas figuras que se seguem (Figura 4.168 à Figura 4.180).

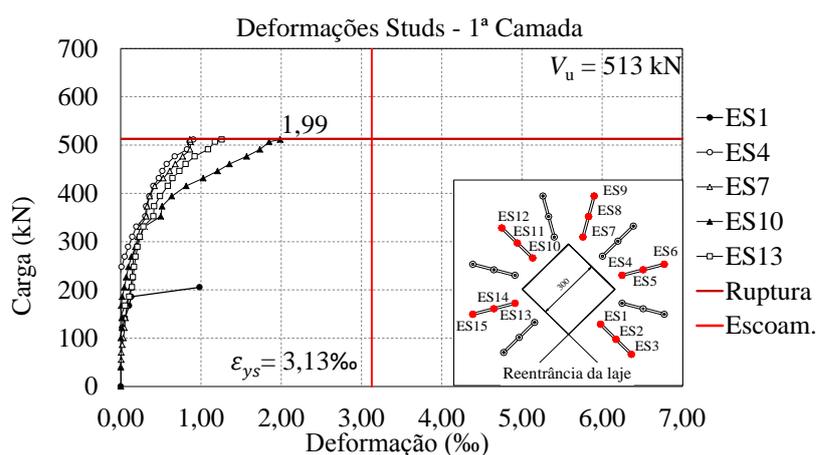


Figura 4.168 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje L02

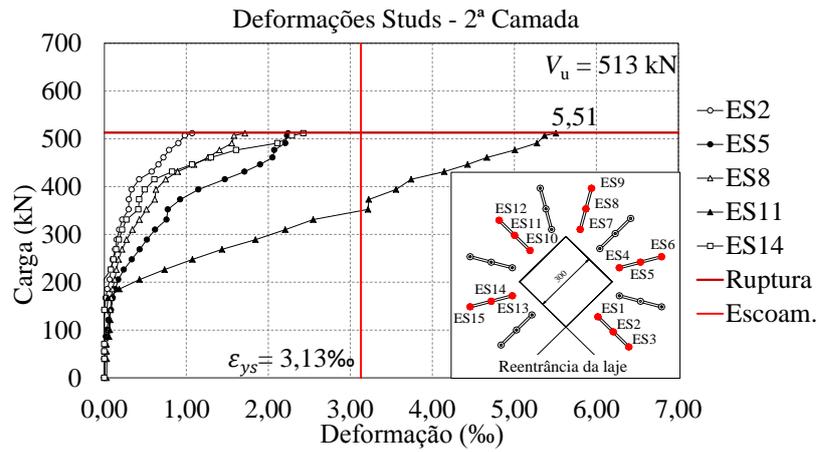


Figura 4.169 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje L02

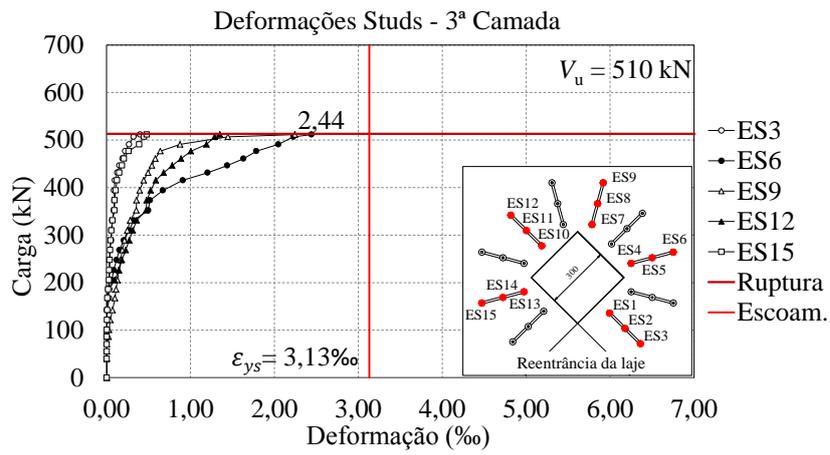


Figura 4.170 – Deformações na 3ª camada de *studs* da laje L02

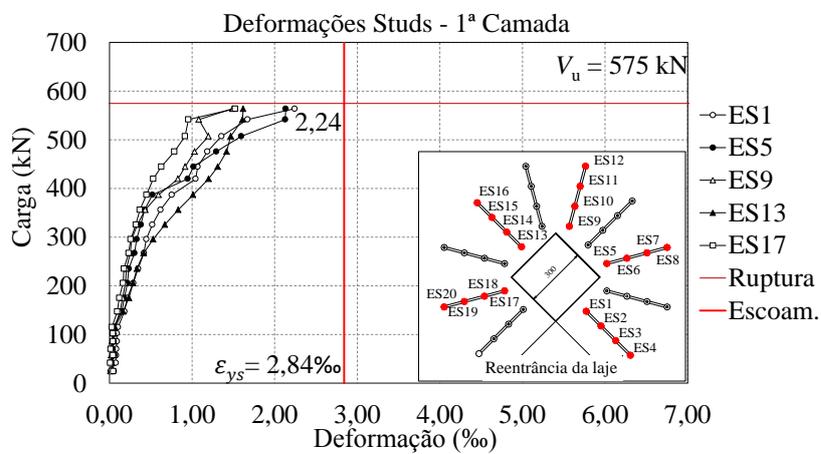


Figura 4.171 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje L03

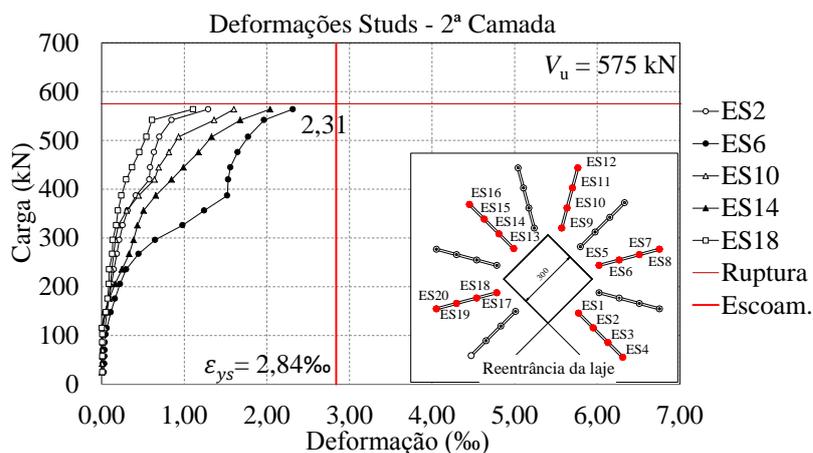


Figura 4.172 – Deformações na 2ª camada de studs da laje L03

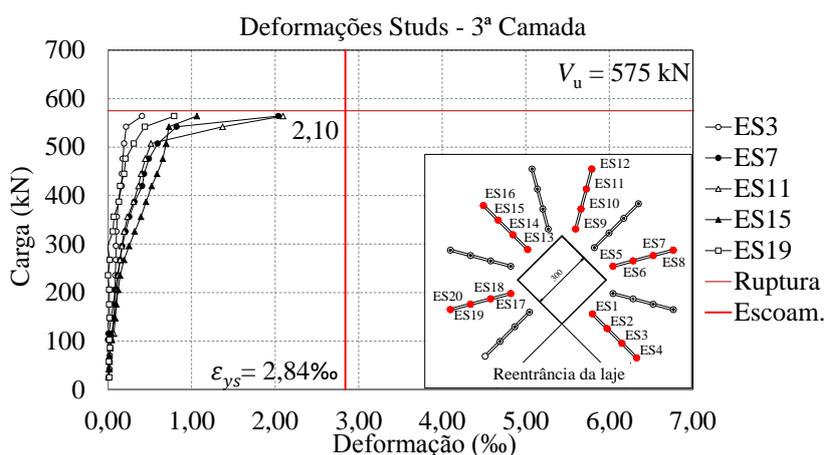


Figura 4.173 – Deformações na 3ª camada de studs da laje L03

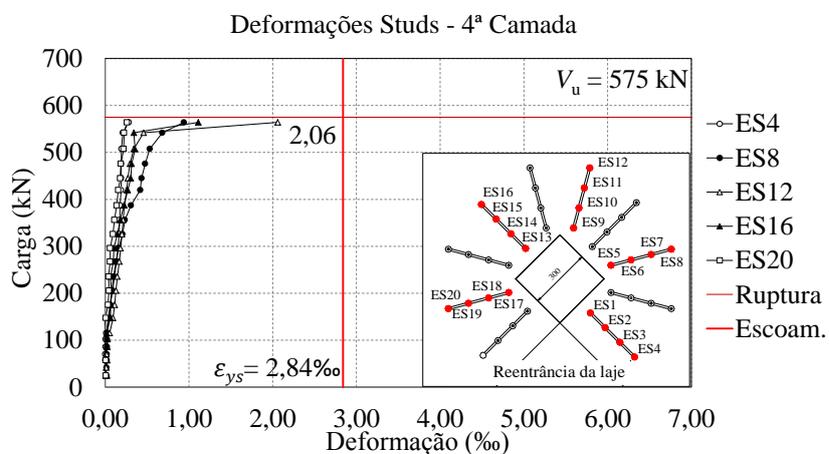


Figura 4.174 – Deformações na 4ª camada de studs da laje L03

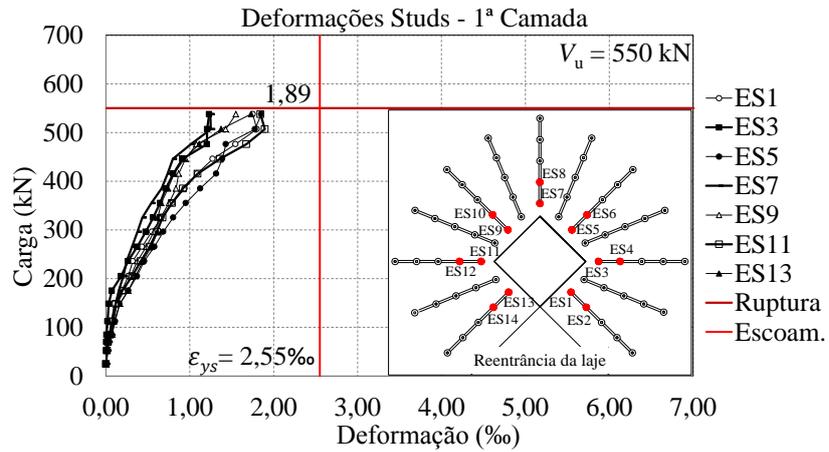


Figura 4.175 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje L09

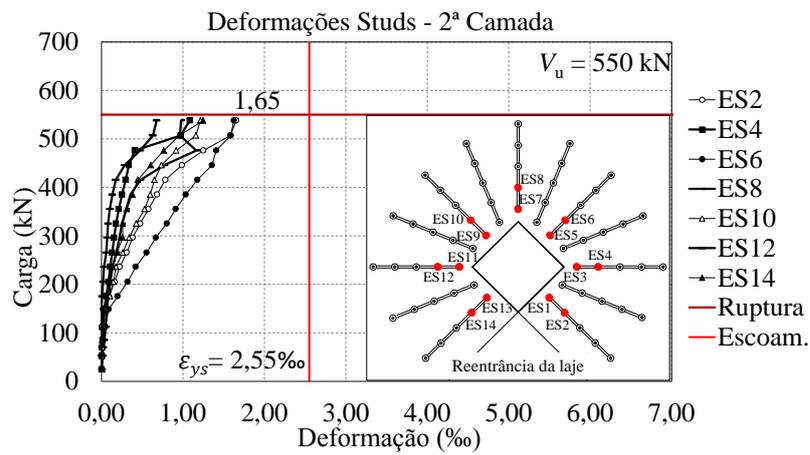


Figura 4.176 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje L09

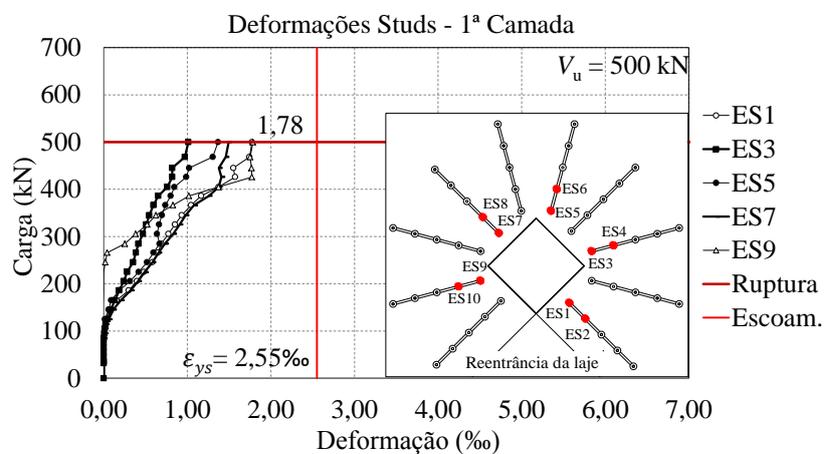


Figura 4.177 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje L10

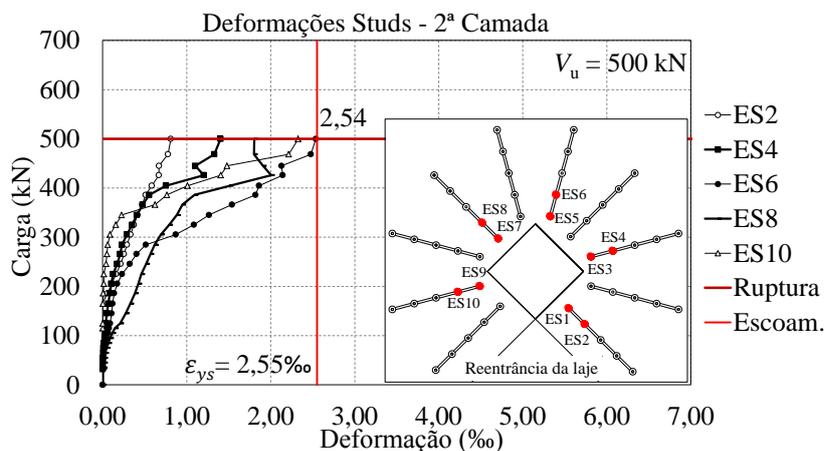


Figura 4.178 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje L10

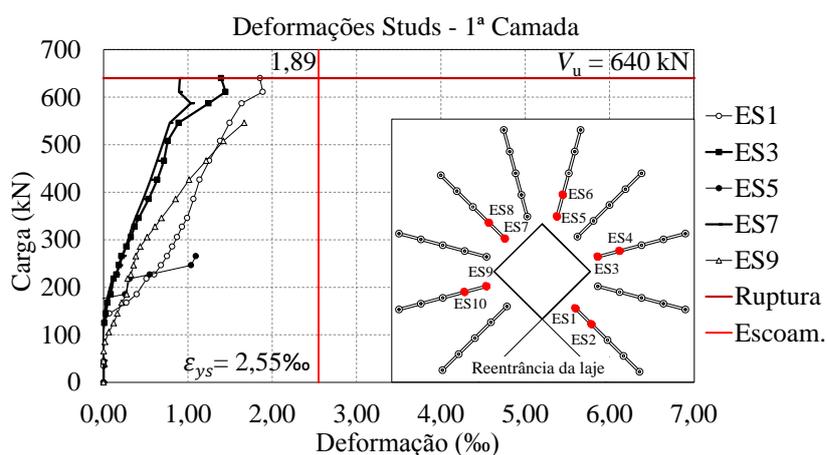


Figura 4.179 – Deformações na 1ª camada de *studs* da laje L11

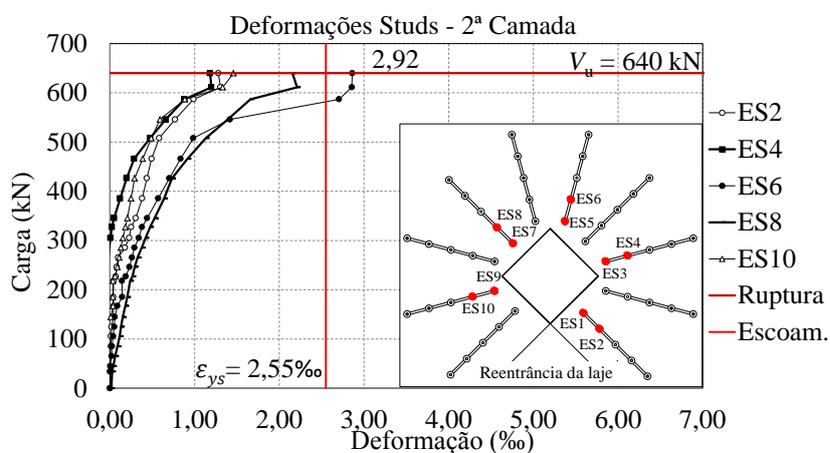


Figura 4.180 – Deformações na 2ª camada de *studs* da laje L11

A armadura de cisalhamento foi instrumentada com dois *strain gages* em cada ponto. Nas primeiras duas lajes foram monitoradas todas as camadas a fim de conhecer quais

perímetros eram mais solicitadas, já nas próximas lajes foram monitoradas apenas as duas primeiras camadas.

Pode-se observar que as deformações foram baixas e as barras que se aproximaram ou atingiram o escoamento estavam localizadas nas linhas mais próximas do eixo de simetria em direção à excentricidade. Nas linhas próximas às bordas reentrantes as deformações foram baixas, em torno de 25-60 % de  $\epsilon_{ys}$ .

As deformações dos *studs* foram mais baixas no primeiro perímetro que no segundo, com exceção da laje L09 que possuía mais linhas de *studs* que as demais lajes, conseguindo redistribuir melhor as tensões na região dos dois primeiros perímetros.

Ao observar os resultados da laje L03 que também possuía armadura de torção, notou-se que mesmo com os estribos a armadura de cisalhamento próximo à reentrância ainda atingiu deformações consideráveis nas duas primeiras camadas, com os extensômetros ES1 e ES2 atingindo valores maiores que 2,0 ‰ e 1,0 ‰ respectivamente.

#### **4.5 DEFORMAÇÃO NA ARMADURA DE TORÇÃO**

Foram dispostas armaduras de torção nas lajes L03 e L08, mas apenas na laje L08 tiveram pontos monitorados, como mostra a Figura 4.181. Foram instrumentados três pontos em cada estribo com dois extensômetros diametralmente opostos na barra. O resultado da deformação de cada ponto para cada passo de carga foi obtido pela média dos resultados registrados dos dois extensômetros. Os gráficos das deformações na armadura de cisalhamento, juntamente com os valores de carga no momento da ruptura serão apresentados nas figuras que se seguem (Figura 4.182 à Figura 4.187).

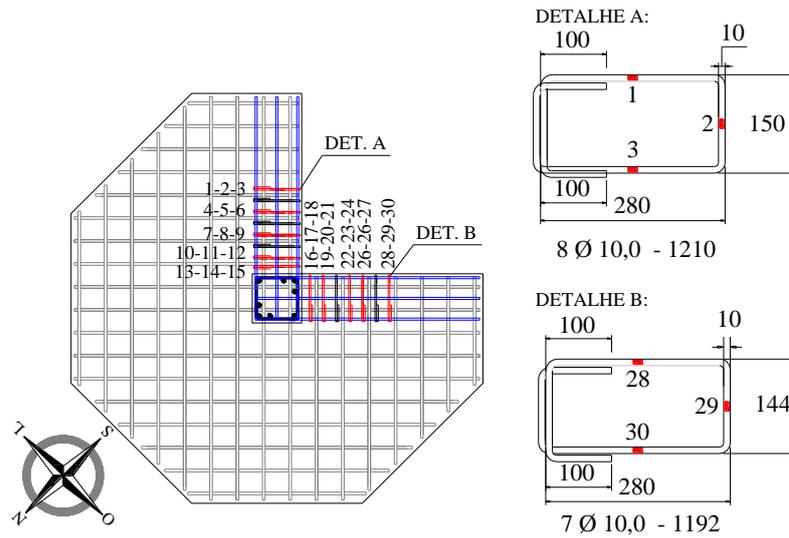


Figura 4.181 – Pontos instrumentados na armadura de torção da laje L08

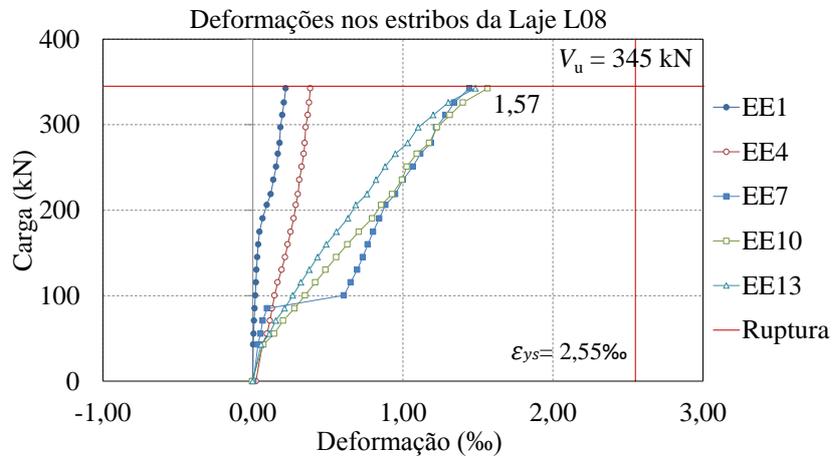


Figura 4.182 – Deformações nos pontos superiores dos estribos na direção SE-NO

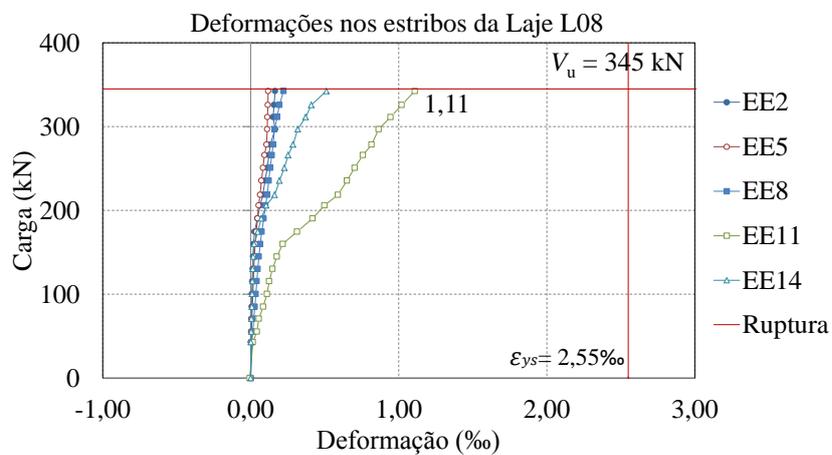


Figura 4.183 – Deformações nos pontos laterais dos estribos na direção SE-NO

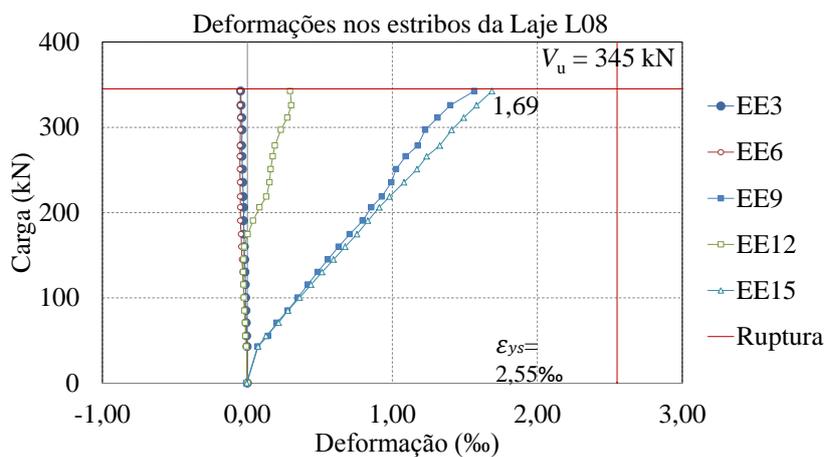


Figura 4.184 – Deformações nos pontos inferiores dos estribos na direção SE-NO

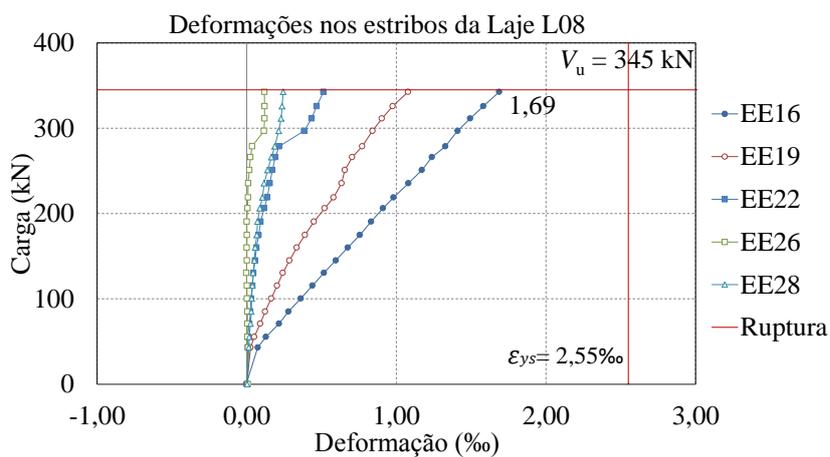


Figura 4.185 – Deformações nos pontos superiores dos estribos na direção NE-SO

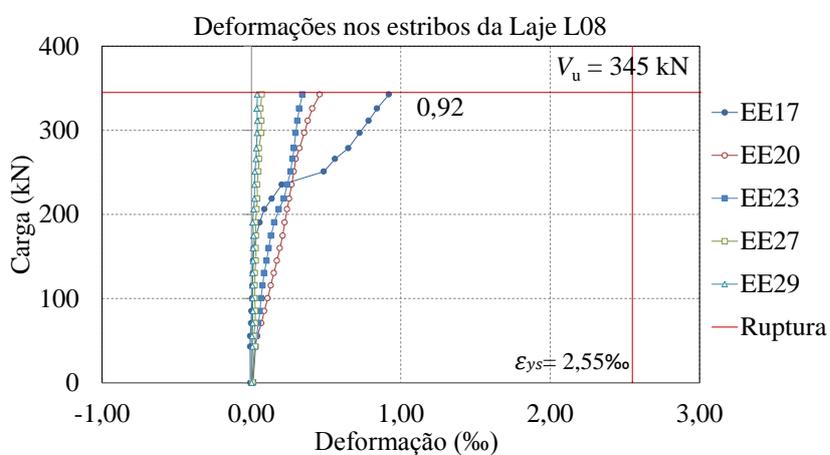


Figura 4.186 – Deformações nos pontos laterais dos estribos na direção NE-SO

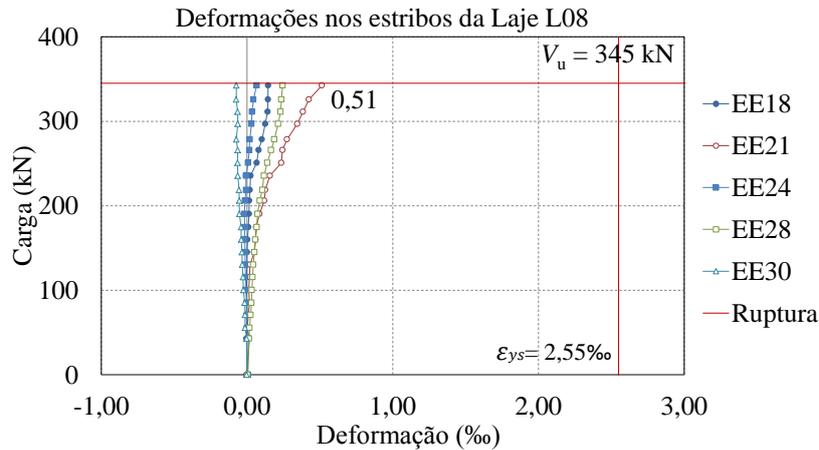


Figura 4.187 – Deformações nos pontos inferiores dos estribos na direção NE-SO

Com os gráficos pode-se notar que em uma das direções (pontos de monitorados de 1 à 15), ocorreram deformações acima de 1,0 ‰ nos quatro primeiros estribo, contando a partir do pilar. Já na outra direção (pontos monitorados de 16 à 30) as deformações foram acima de 1,0 ‰ nos dois primeiros estribos apenas. Contudo, pode-se reduzir a quantidade de estribos, mas para definir exatamente a eficiência e a que distância eles devem ser distribuídos seria necessário mais ensaios.

#### 4.6 DEFORMAÇÃO NO CONCRETO

As deformações no concreto foram obtidas através de extensômetros elétricos de resistência posicionados na superfície inferior e superior das lajes. Na Série 1 foram monitorados extensômetros somente na face inferior das lajes próximo às faces dos pilares e nos eixos das lajes e dispostos de modo que registrassem as deformações tangenciais (EC1, EC2, EC3, EC4, EC5 e EC6) e radiais (EC7, EC8 e EC9) em relação às faces do pilar. Nas Séries 2 e 3 foram monitorados extensômetros na face inferior e superior de cada laje de modo que registrassem as deformações tangenciais (EC1, EC3 e EC5) e radiais (EC2, EC4, EC6, EC7, EC8 e EC9) em relação às faces do pilar.

A seguir são apresentados os resultados de deformação obtidos através dos extensômetros posicionados nas superfícies de concreto inferiores e superiores das lajes e os respectivos valores da carga no momento do registro das deformações (Figura 4.188 à Figura 4.199).

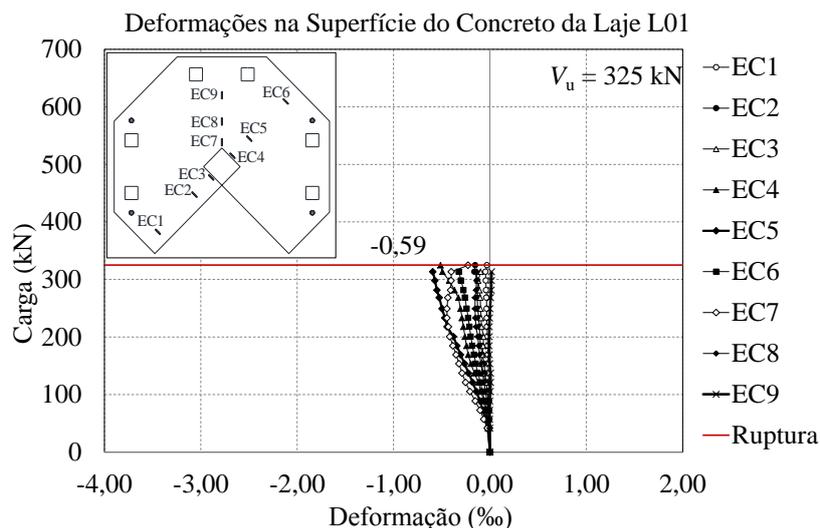


Figura 4.188 – Deformações na superfície do concreto da laje L01

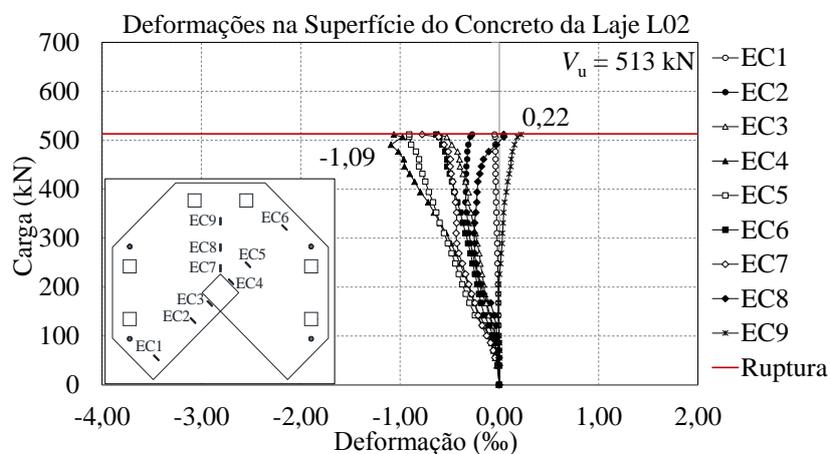


Figura 4.189 – Deformações na superfície do concreto da laje L02

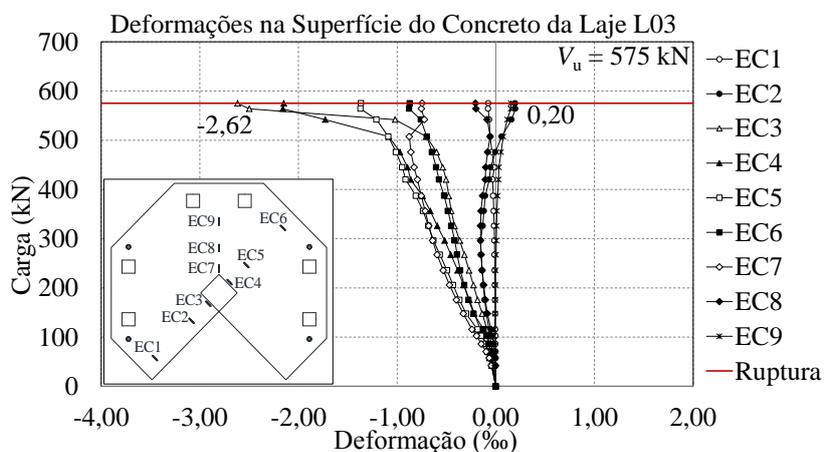


Figura 4.190 – Deformações na superfície do concreto da laje L03

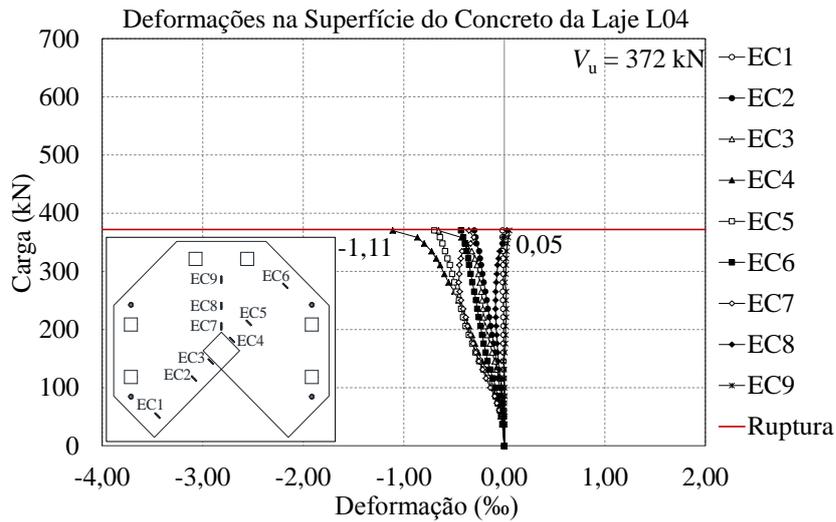


Figura 4.191 – Deformações na superfície do concreto da laje L04

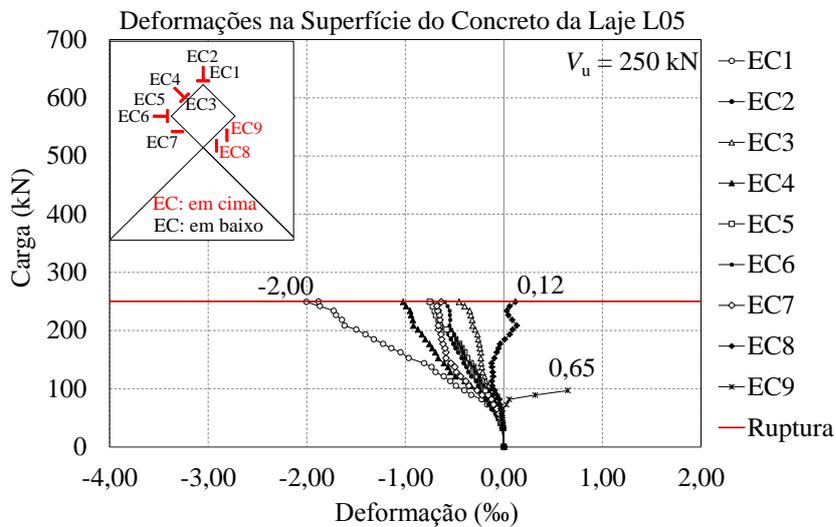


Figura 4.192 – Deformações na superfície do concreto da laje L05

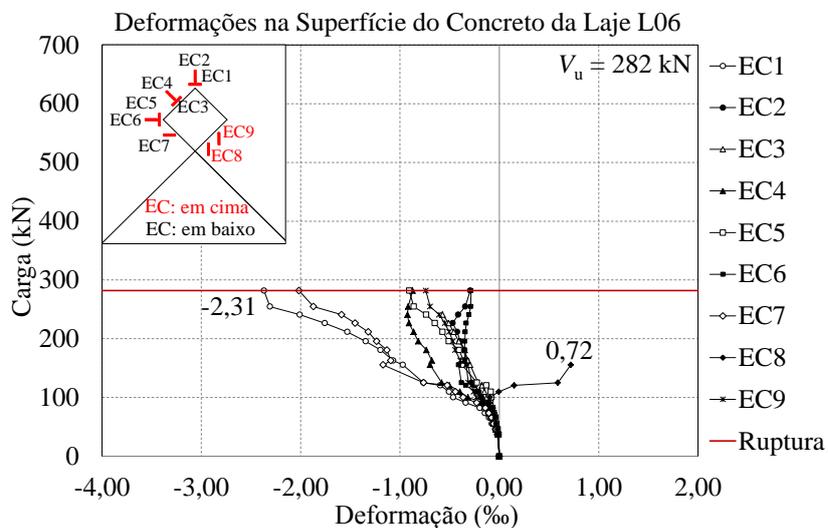


Figura 4.193 – Deformações na superfície do concreto da laje L06

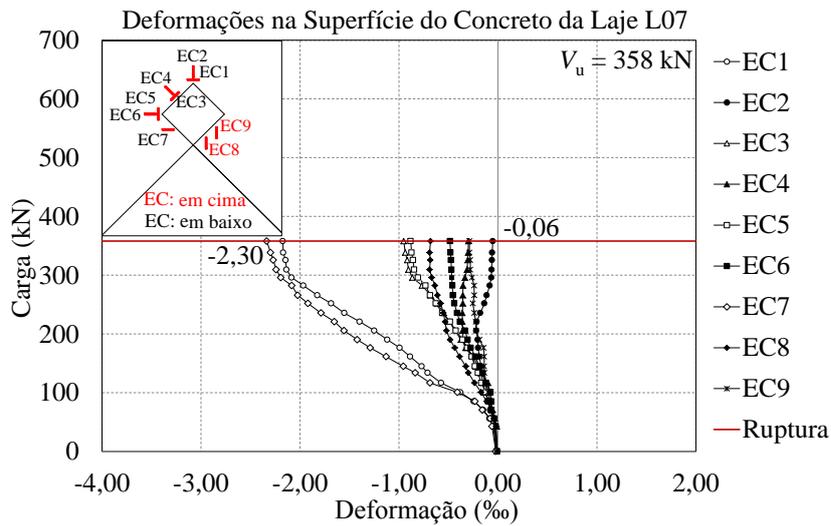


Figura 4.194 – Deformações na superfície do concreto da laje L07

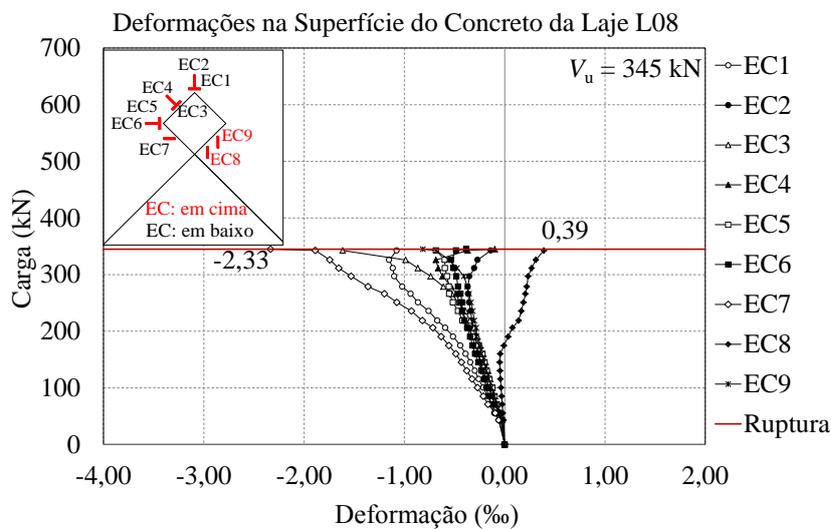


Figura 4.195 – Deformações na superfície do concreto da laje L08

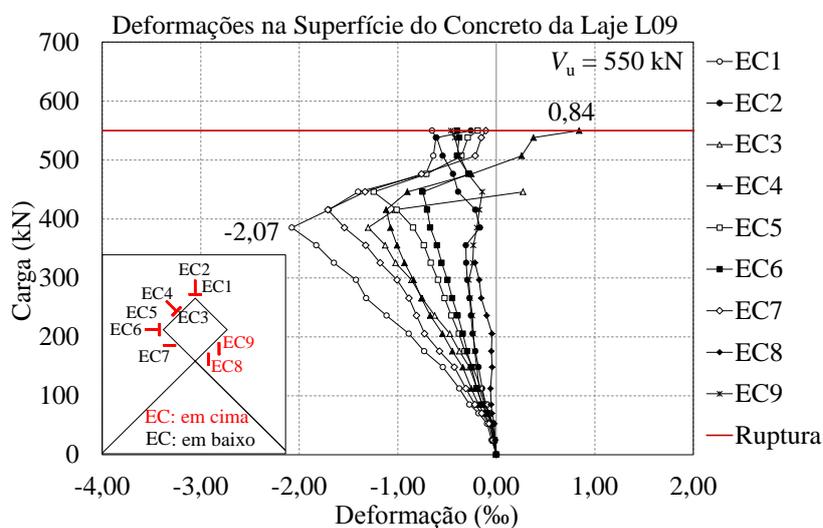


Figura 4.196 – Deformações na superfície do concreto da laje L09

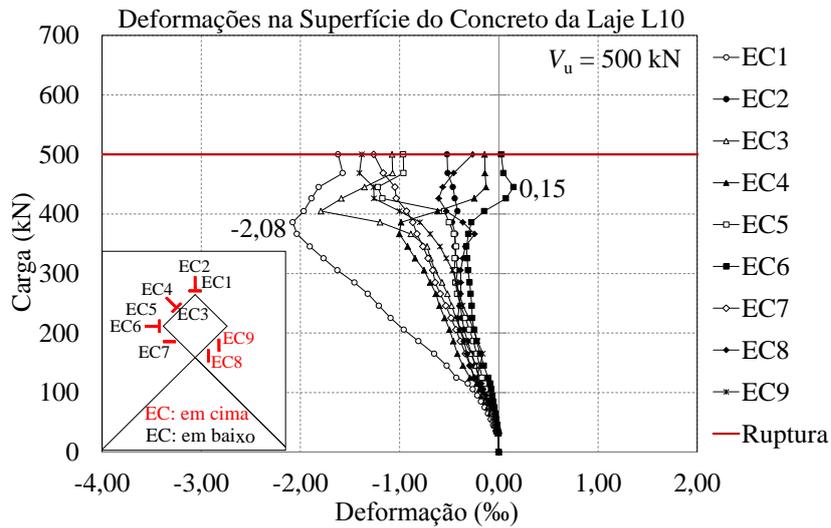


Figura 4.197 – Deformações na superfície do concreto da laje L10

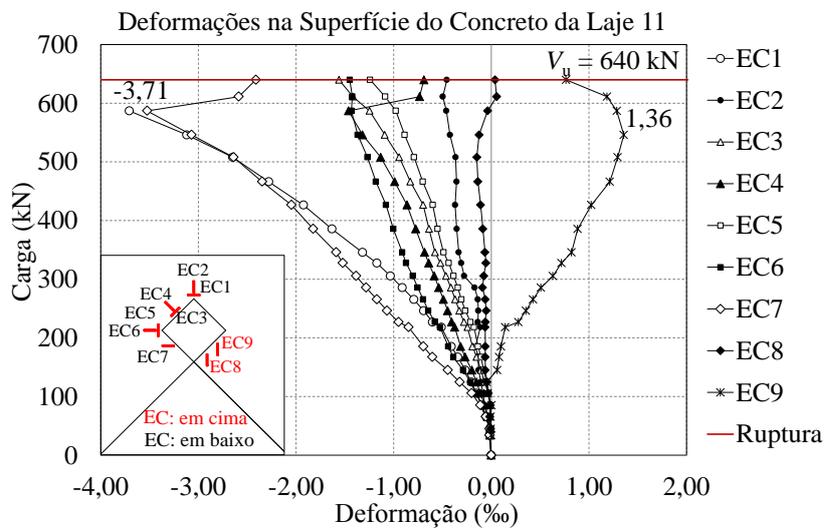


Figura 4.198 – Deformações na superfície do concreto da laje L11

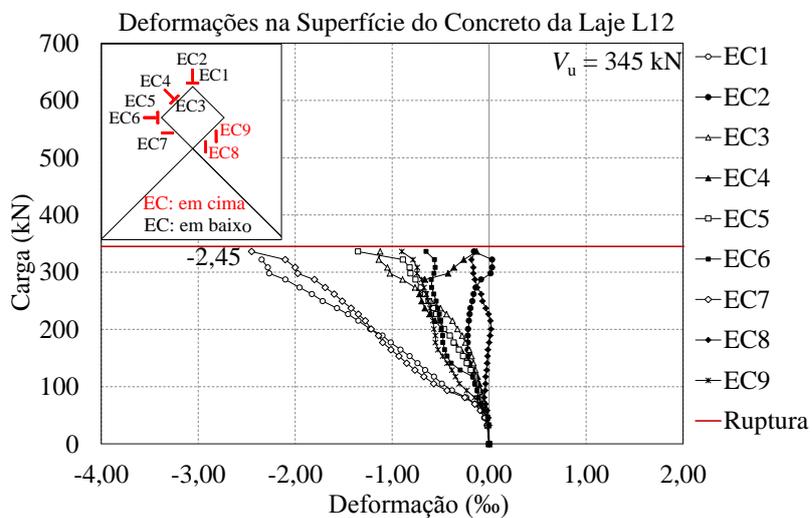


Figura 4.199 – Deformações na superfície do concreto da laje L12

Na Série 1 de ensaios apenas a laje L03 teve deformações relevantes, acima de 2,5 %, nos pontos próximos ao pilar mostrando que o concreto se aproximou da ruptura. Já nas lajes das Séries 2 e 3 que tiveram instrumentação diferente, mostraram que o concreto é mais solicitado nos pontos tangenciais ao pilar próximo ao eixo de simetria mas somente a laje L11 teve deformações acima de 3,0 %. A laje L11 foi à única que apresentou o ponto EC9 (situado na superfície superior do concreto próximo a reentrância) tracionado desde o início do carregamento até a ruptura por ter menor transferência de momento; o que possibilitou também o concreto ser mais solicitado antes da ruptura com a ocorrência de esmagamento na superfície inferior do mesmo.

#### 4.7 RESUMO DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Será exposto aqui um resumo dos resultados de deslocamentos máximos e deformações do concreto na Tabela 4.5, deformações das armaduras de flexão na Tabela 4.5; e deformações das armaduras de cisalhamento na Tabela 4.6 para diferentes níveis de carga, próximo a ruptura.

Tabela 4.5 – Resultados experimentais (deslocamentos e deformação do concreto).

Laje	Camada	$f_c$ (MPa)	$V_u$ (kN)	3(V) (mm)	7(V) (mm)	11(V) (mm)	17(E) (mm)	18(E) (mm)	$\varepsilon_c$ ( $10^{-6}$ )
L01	0	48	325	-24,8	-22,0	-24,5	-22,0	-57,0	-0,59
L02	3		513	-24,4	-16,7	-21,4	-40,0	-58,0	-1,09
L03	4		575	-32,9	-23,0	-33,4	-34,0	-53,0	-2,62
L04	0		372	-15,8	-10,5	-15,4	-15,0	-17,0	-1,11
L05	0	44	250	-15,03	-19,2	-18,3	-7,0	-27,0	-2,00
L06	0		282	-17,7	-10,0	-19,5	-11,1	-18,1	-2,31
L07	0		358	-17,6	-10,9	-17,3	-16,0	-20,0	-2,30
L08	0		345	-21,2	-14,7	-20,3	-18,0	-22,0	-2,33
L09	2	43	550	-40,0	-25,7	-37,3	-28,0	-39,0	-2,07
L10	2		500	-30,1	-24,4	-29,8	-18,0	-45,0	-2,08
L11	2		640	-34,9	-18,0	-29,9	-40,0	-32,0	-3,71
L12	0		345	-19,1	-9,4	-17,7	-22,0	-16,0	-2,45

Tabela 4.6 – Resumo dos resultados experimentais (deformação da armadura de flexão).

Laje	$\rho$ (%)	$\epsilon_y$ (MPa)	$V_u$ (kN)	$\epsilon_{fl,máx}$ ( $10^{-6}$ )	$\epsilon_{f2,máx}$ ( $10^{-6}$ )
L01	2,07	2,91	325	+2,22	+1,85
L02	2,07	2,91	513	+4,36	+2,75
L03	2,17	2,91	575	+2,88	+2,84
L04	2,10	2,91	372	+2,41	+2,31
L05	0,91	2,97	250	+3,75	+3,50
L06	0,88	2,97	282	+4,55	+2,81
L07	1,35	2,90	358	+5,19	+4,73
L08	1,27	2,90	345	+3,57	+3,34
L09	2,08	2,75	550	+5,25	+4,74
L10	2,08	2,75	500	+5,52	+3,18
L11	2,11	2,75	640	+4,70	+4,68
L12	1,28	2,75	345	+4,44	+3,83

$\epsilon_{fl,máx}$  = primeira deformação máxima  
 $\epsilon_{f2,máx}$  = segunda deformação máxima

Tabela 4.7 – Resultados experimentais (deformação da armadura de cisalhamento).

Laje	Camada	$f_y$ (MPa)	$V_u$ (kN)	$\epsilon_{sc1,máx}$ ( $10^{-6}$ )	$\epsilon_{sc2,máx}$ ( $10^{-6}$ )	$\epsilon_{sc3,máx}$ ( $10^{-6}$ )	$\epsilon_{sc4,máx}$ ( $10^{-6}$ )
L02	3	3,13	513	+1,99	+5,51	+2,44	-
L03	4	2,84	575	+2,24	+2,31	+2,10	+2,06
L09	2	2,55	550	+1,89	+1,65	-	-
L10	2	2,55	500	+1,78	+2,54	-	-
L11	2	2,55	640	+1,89	+2,92	-	-

#### 4.8 MAPA DE FISSURAÇÃO

Durante os ensaios o carregamento foi aplicado em passos de carga variando de 5,0 kN a 15,0 kN dependendo da previsão da carga de ruptura para cada laje. Após a aplicação de cada passo de carga foram feitos intervalos para registro das deformações do aço, do concreto e leitura das flechas através do sistema de aquisição de dados e acompanhamento da fissuração de cada laje. As primeiras fissuras a surgir na laje foram fissuras de flexão, localizadas na região em torno do pilar. Nas Figura 4.200 à Figura 4.211 são apresentados os mapas de fissuração das 12 lajes após a realização dos ensaios.

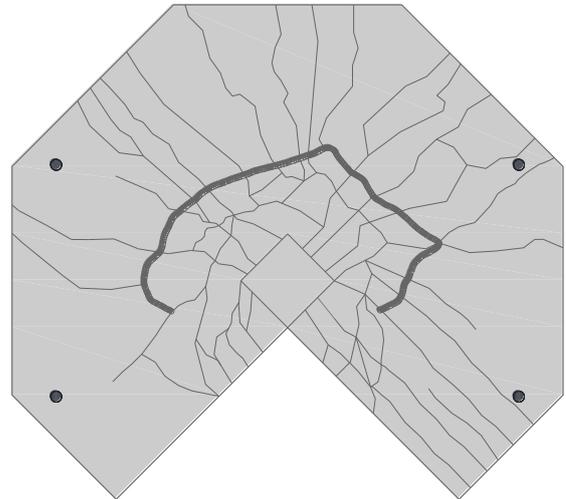
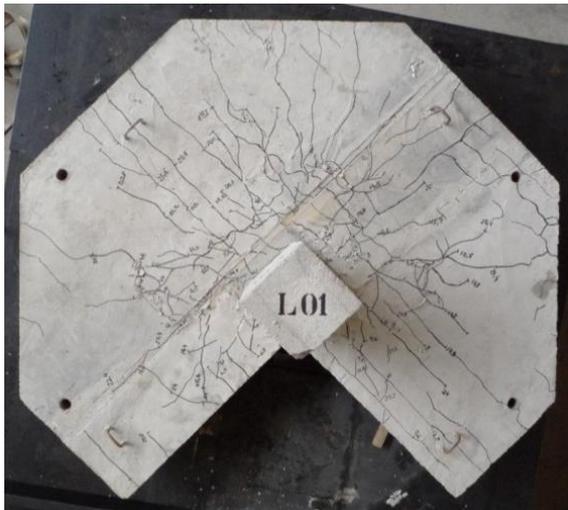


Figura 4.200 – Configuração de fissuras da laje L01

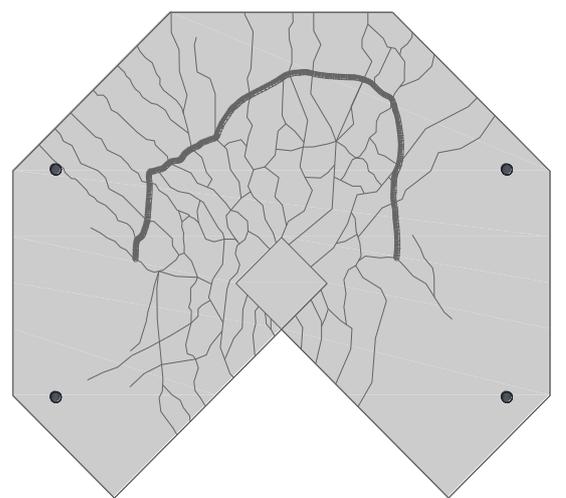


Figura 4.201 – Configuração de fissuras da laje L02

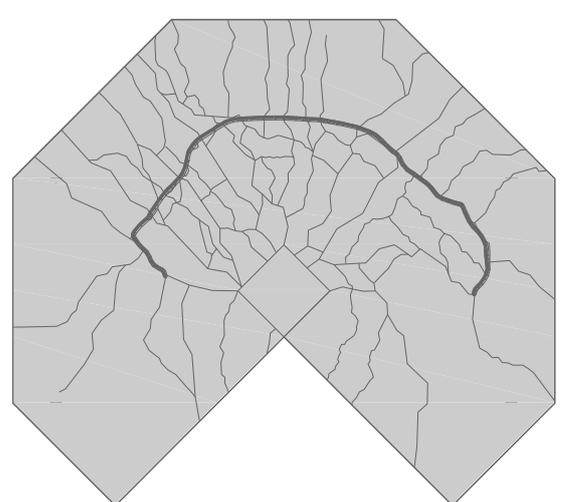
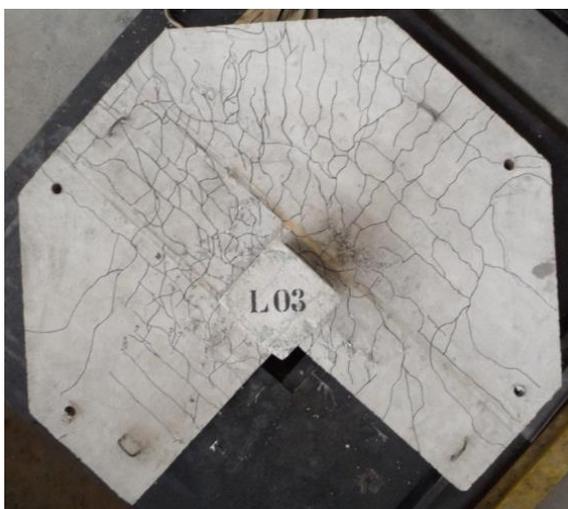


Figura 4.202 – Configuração de fissuras da laje L03

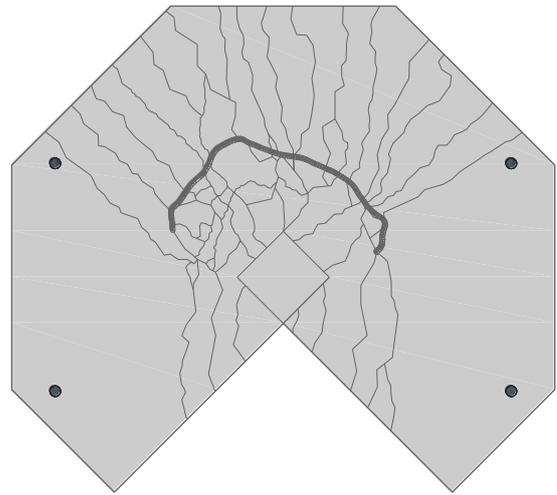


Figura 4.203 – Configuração de fissuras da laje L04

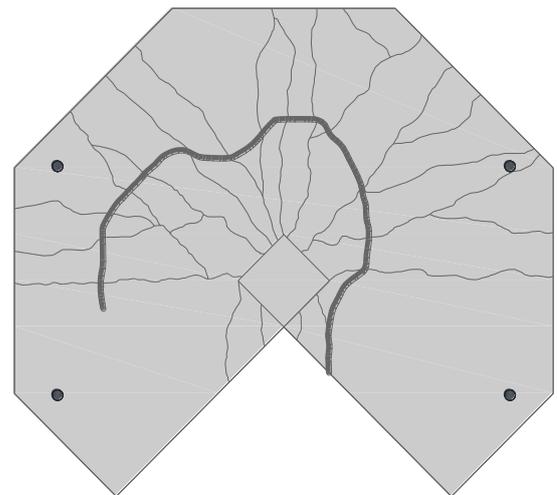


Figura 4.204 – Configuração de fissuras da laje L05

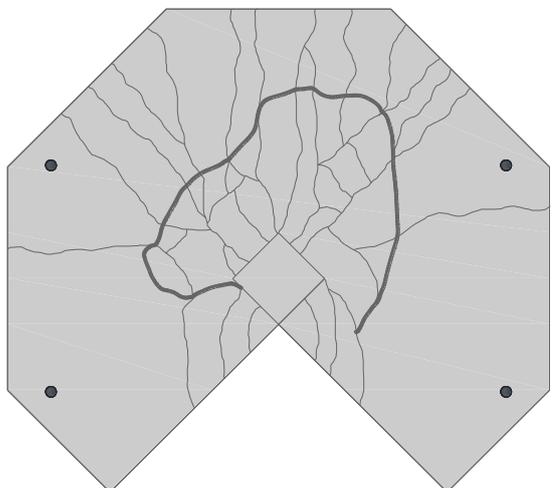
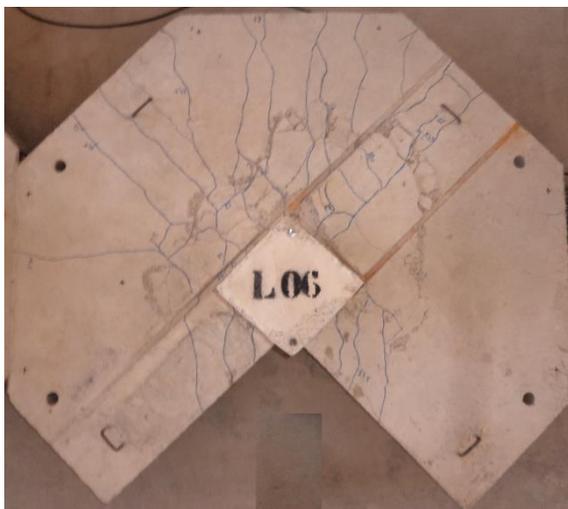


Figura 4.205 – Configuração de fissuras da laje L06

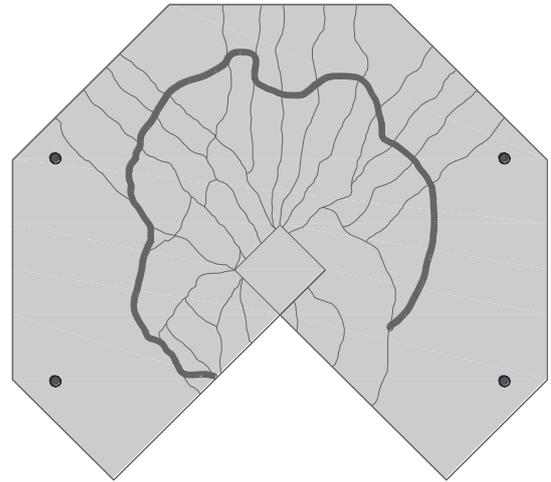


Figura 4.206 – Configuração de fissuras da laje L07

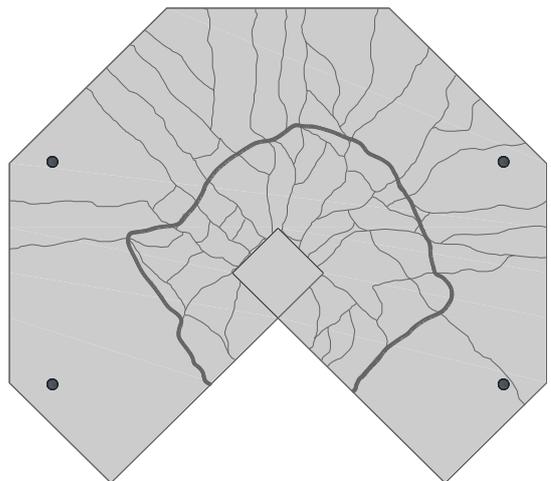
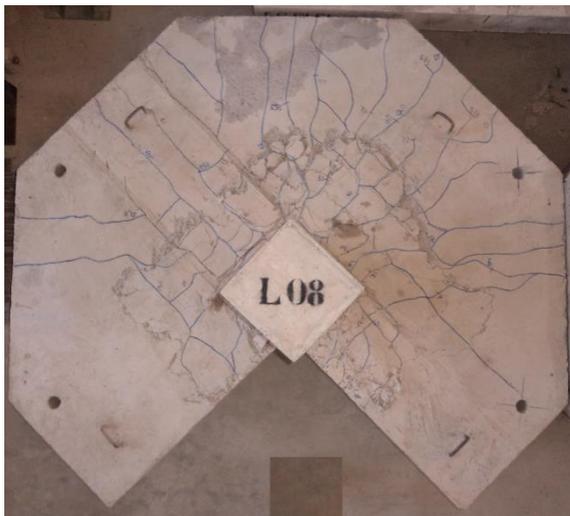


Figura 4.207 – Configuração de fissuras da laje L08

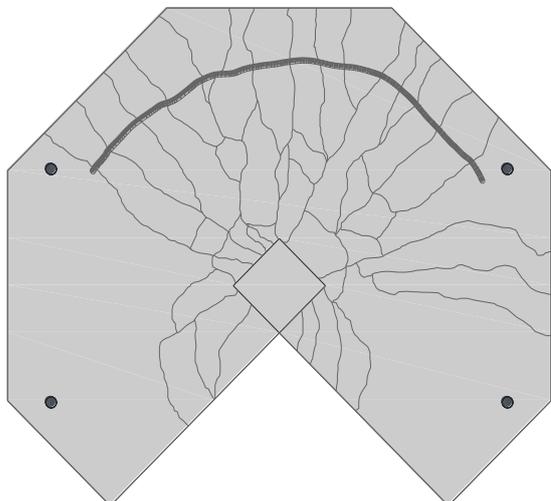
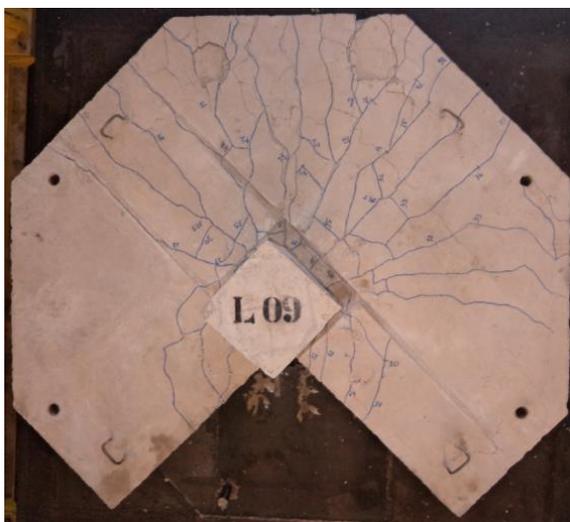


Figura 4.208 – Configuração de fissuras da laje L09

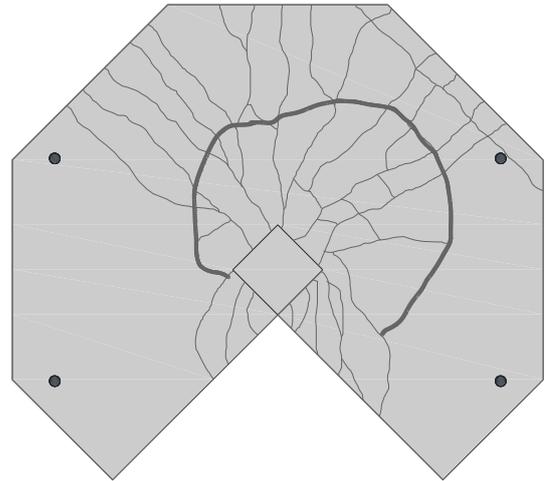


Figura 4.209 – Configuração de fissuras da laje L010

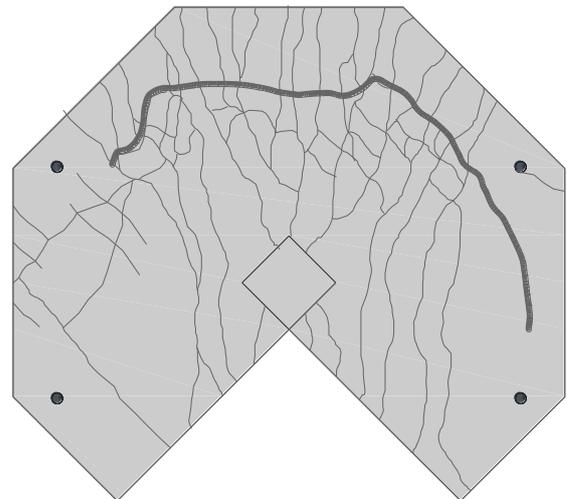


Figura 4.210 – Configuração de fissuras da laje L011

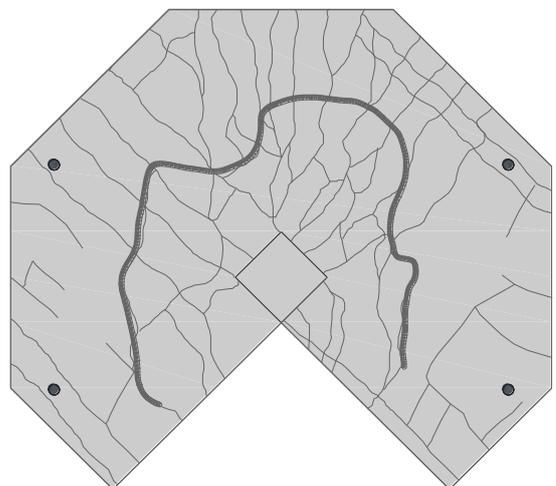
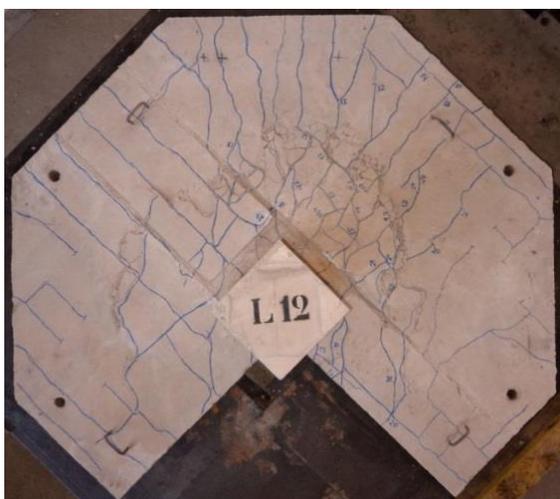


Figura 4.211 – Configuração de fissuras da laje L012

Apenas com o padrão de fissuração é difícil definir onde ocorre a superfície de ruptura, principalmente nas lajes com taxas de armaduras de flexão maiores. Contudo, notaram-se sinais de uma superfície de ruptura na superfície superior das lajes sem armadura de cisalhamento cerca dentro do perímetro  $u_0$  (2.d) e formação de cone mais evidente.

O padrão de fissuração geral iniciou-se no vértice do pilar, oposto à reentrância, seguindo com fissuras radiais em direção à borda norte da laje. Nas bordas leste e oeste a fissuração teve menor ocorrência. Surgiram fissuras nas faces do pilar próximas à reentrância que seguiram para a face da borda reentrante com um ângulo de  $45^\circ$  aproximadamente (fissuras de torção) como mostra a Figura 4.212.

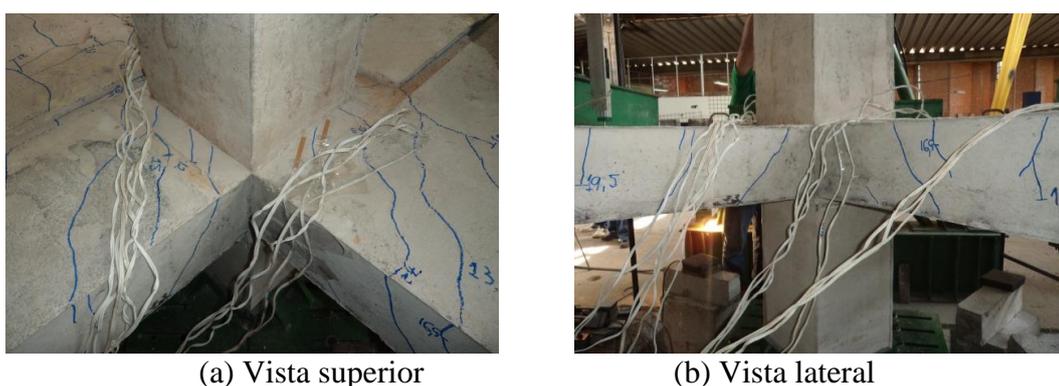


Figura 4.212 – Fissuras na borda reentrante da laje L06.

Pode-se perceber com as lajes L08 e L07, que a presença de armadura de torção fez com que as fissuras fossem mais distribuídas. Ao comparar as lajes L04 e L06, observou-se que quanto maior a taxa de armadura de flexão mais fissuras superficiais surgiram. A laje L03 por possuir armadura de torção e maior taxa de armadura de flexão apresentou-se mais fissurada em sua superfície superior, pois foi possível a distribuição de tensões entre as armaduras de flexão, cisalhamento e torção. Comparando as lajes L01 e L10, com apenas a armadura de cisalhamento como variável, pode-se perceber que a presença da mesma fez com que reduzisse as fissuras superficiais tendo em vista que a transferência de momento era relativamente alta ( $e = 500$  mm). As fissuras nas lajes L11 e L12, com menor excentricidade, apresentaram-se distribuição mais vertical com maior ocorrência de fissuras nas bordas leste e oeste.

A Tabela 4.8 apresenta o valor das cargas em que ocorreram as primeiras fissuras observadas nos gráficos de carga x deslocamento. Esses valores não são precisos, mas servem para dar uma idéia do nível de carga em que ocorreram essas primeiras fissuras.

Tabela 4.8 – Cargas das primeiras fissuras

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{fis}$ (kN)	% de $V_u$
L01	325	70	22
L02	513	90	18
L03	575	90	16
L04	372	70	19
L05	250	80	32
L06	282	90	32
L07	358	85	24
L08	345	70	20
L09	550	90	16
L10	500	90	18
L11	640	100	16
L12	345	80	23

#### 4.9 SUPERFÍCIE DE RUPTURA

Todas as lajes ensaiadas foram cortadas para que fosse possível observar a sua superfície de ruptura. O corte foi executado pela empresa LOCBRAS Locadora de Ferramentas Elétricas Ltda. A Figura 4.213 e Figura 4.214 mostram os planos onde foram executados os cortes das lajes. As superfícies de ruptura das lajes podem ser vista da Figura 4.215 à Figura 4.226. É possível notar que quase todas as lajes apresentaram a superfície de ruptura fora da região com as armaduras de cisalhamento com exceção da laje L10.

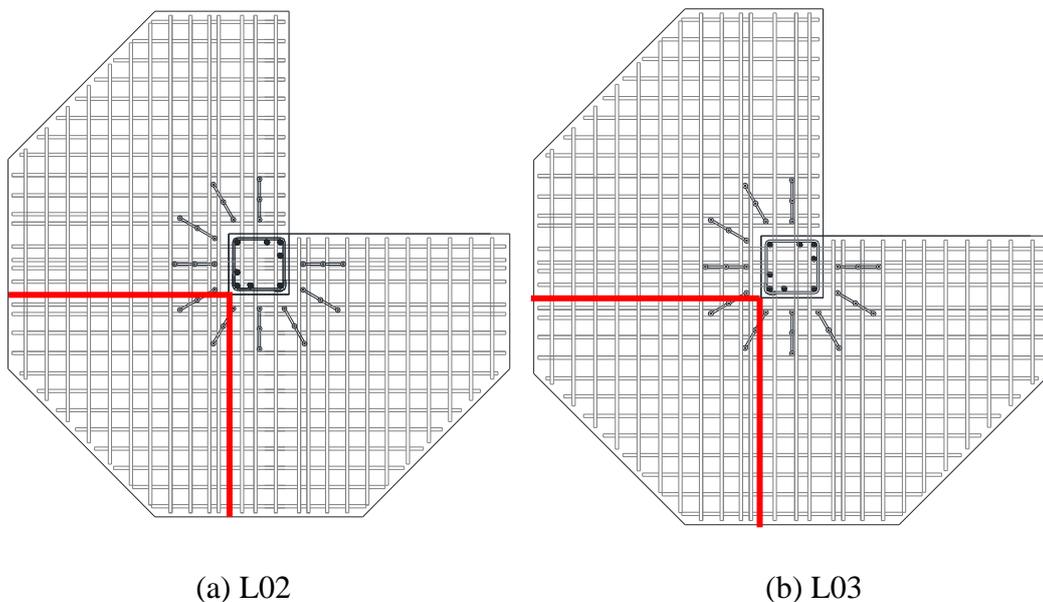
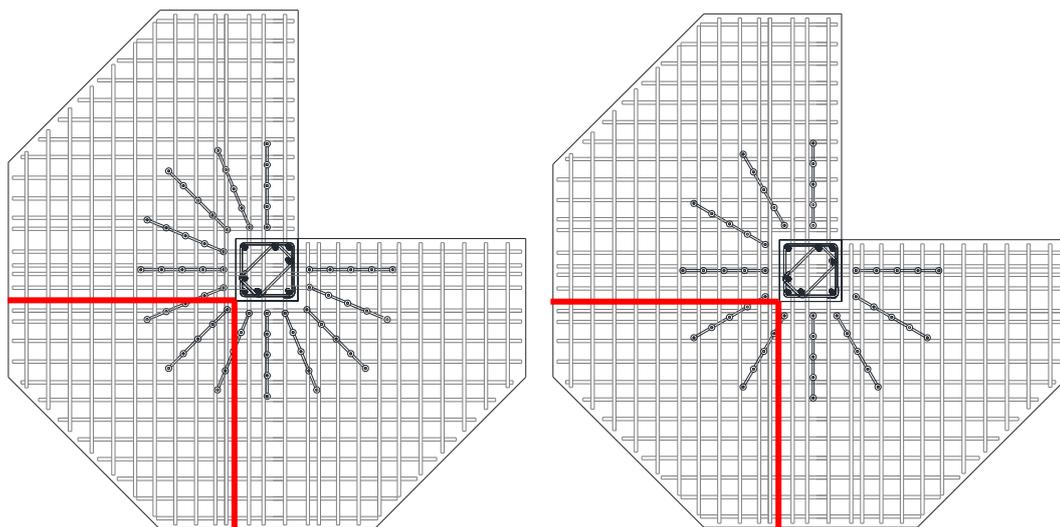


Figura 4.213 - Planos de corte das lajes L02 e L03



(a) L09

(b) L10 e L11

Figura 4.214 - Planos de corte das lajes L09, L10 e L11

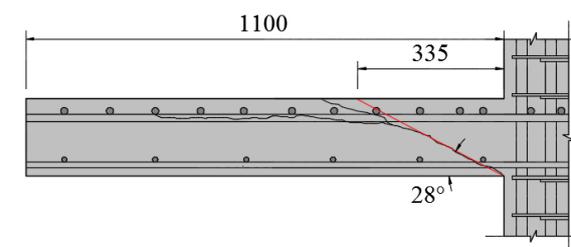
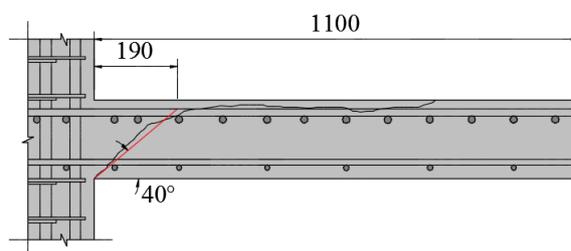


Figura 4.215 – Superfície de ruptura da laje L01

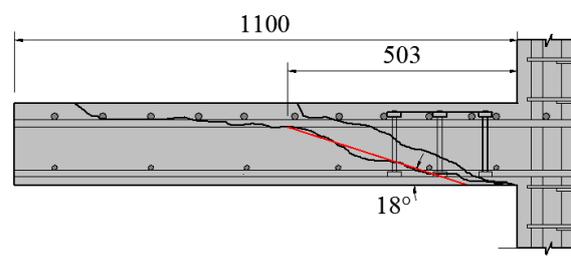
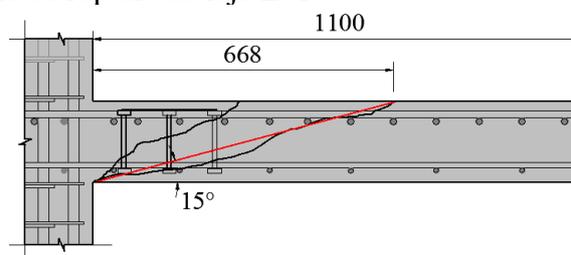


Figura 4.216 – Superfície de ruptura da laje L02

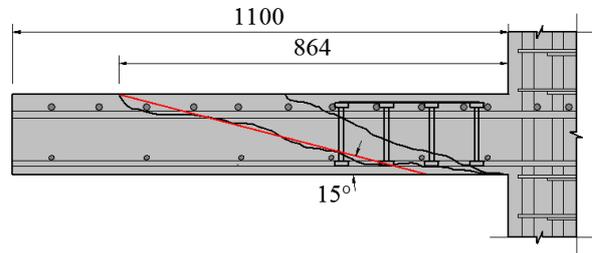
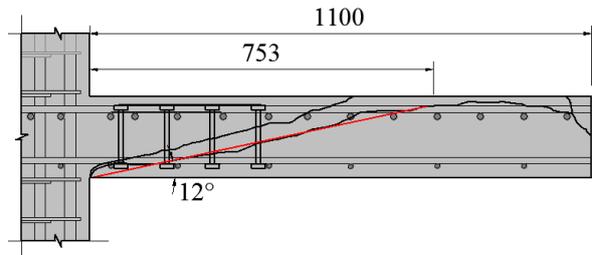


Figura 4.217 – Superfície de ruptura da laje L03

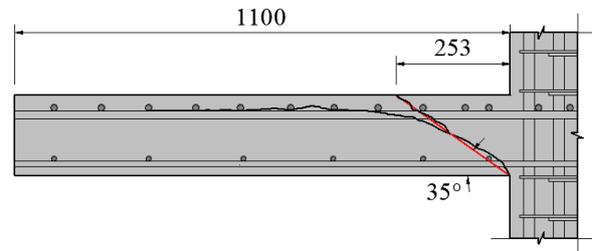
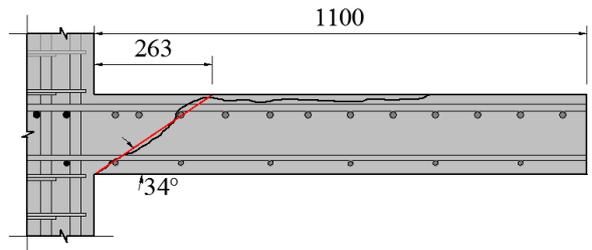


Figura 4.218 – Superfície de ruptura da laje L04

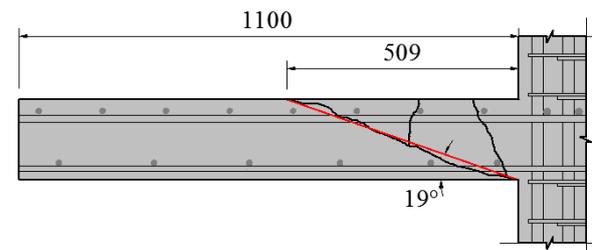
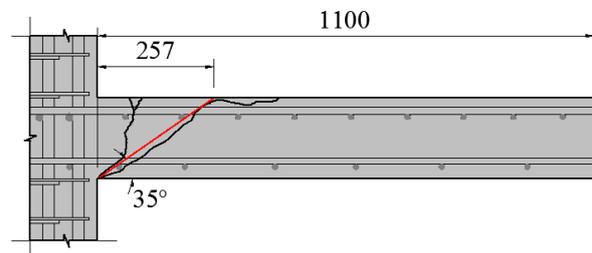


Figura 4.219 – Superfície de ruptura da laje L05

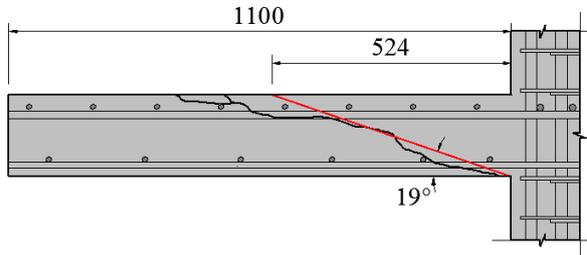
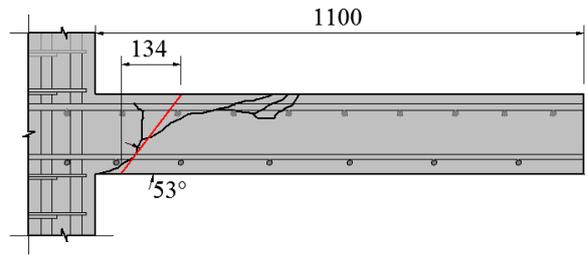


Figura 4.220 – Superfície de ruptura da laje L06

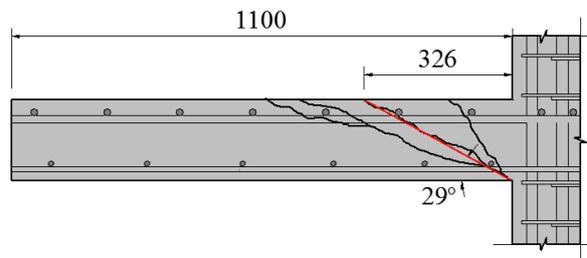
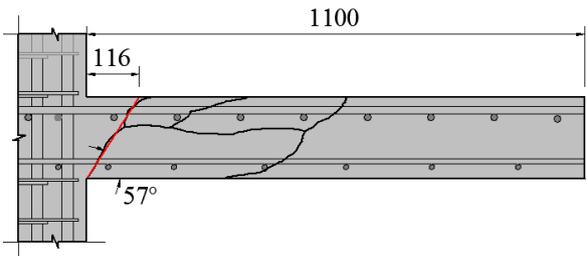


Figura 4.221 – Superfície de ruptura da laje L07

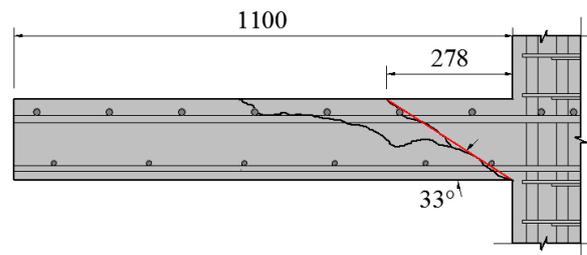
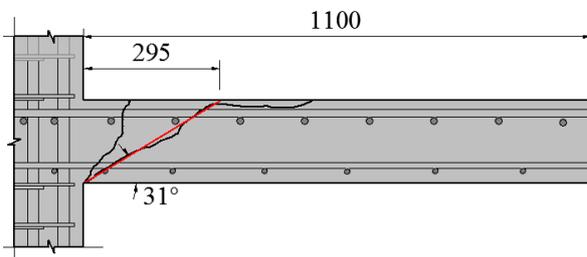


Figura 4.222 – Superfície de ruptura da laje L08

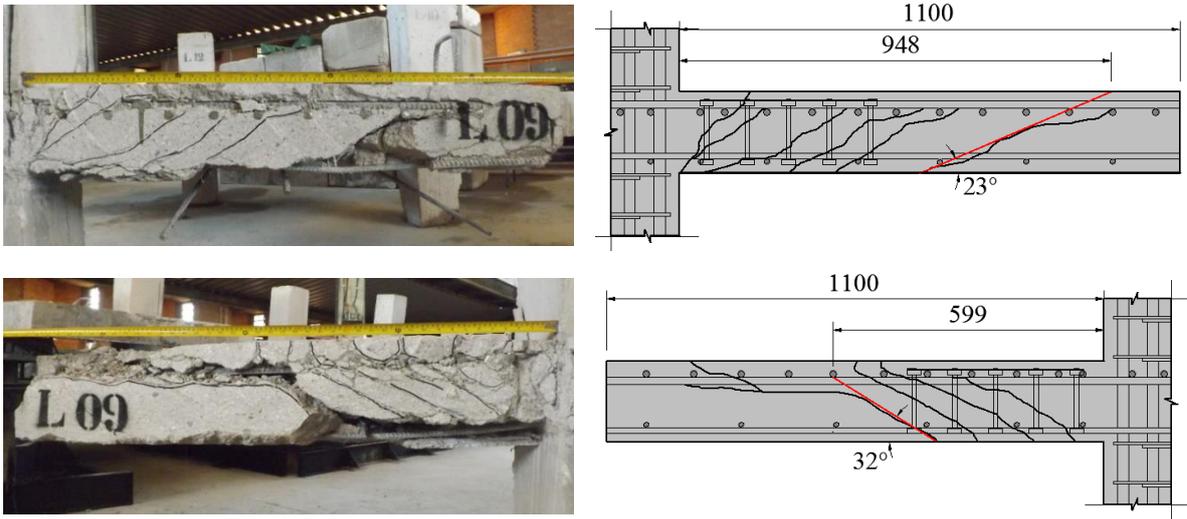


Figura 4.223 – Superfície de ruptura da laje L09

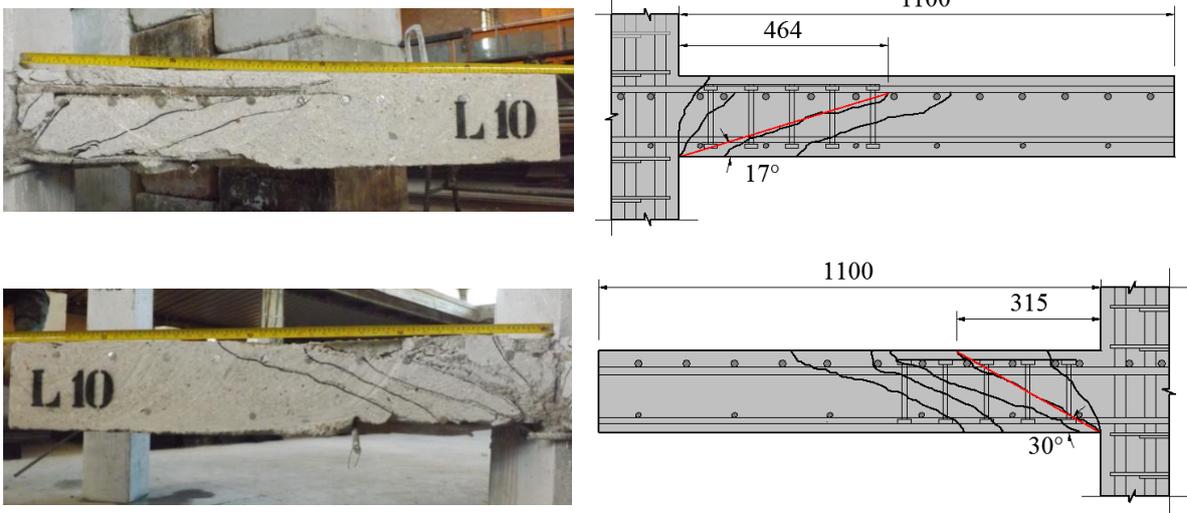


Figura 4.224 – Superfície de ruptura da laje L10

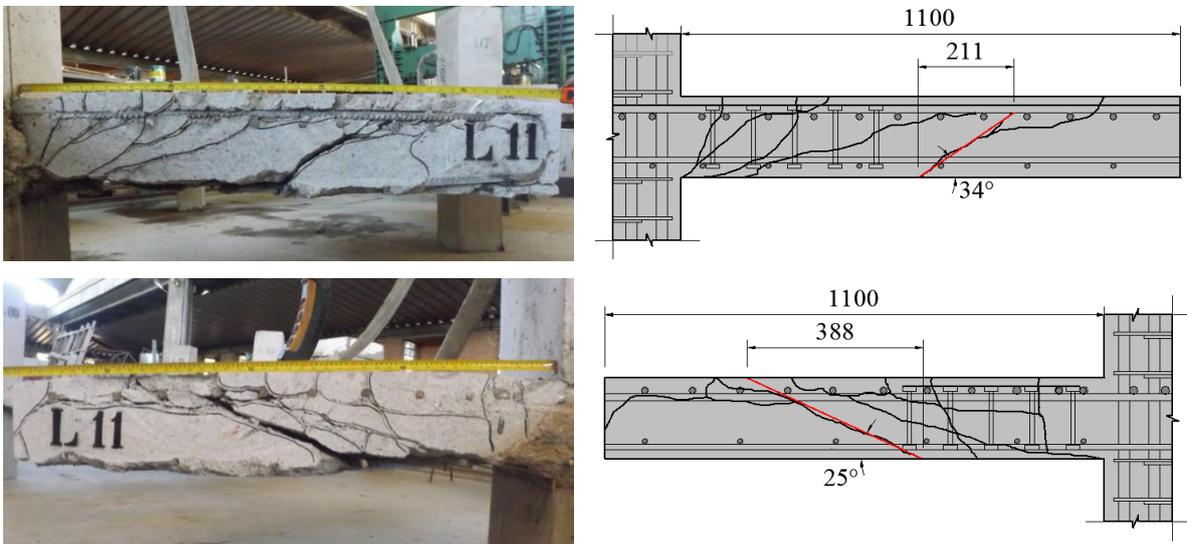


Figura 4.225 – Superfície de ruptura da laje L11

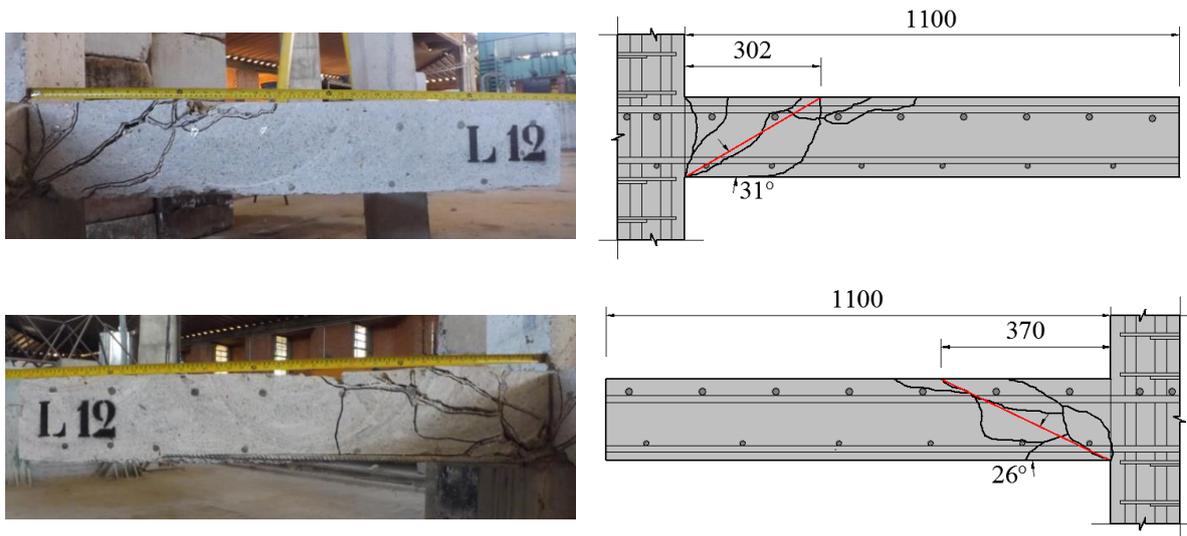


Figura 4.226 – Superfície de ruptura da laje L12

A Tabela 4.9 mostra o resumo das inclinações nas duas direções de todas as lajes de acordo com a Figura 4.227.

Tabela 4.9 – Resumo dos resultados experimentais (deformação da armadura de flexão).

Laje	$V_u$ (kN)	$\rho$ (%)	e (mm)	$\theta_{direita}$ (°)	$\theta_{esquerda}$ (°)
L01	325	2,07	500	40	28
L02	513	2,07	352	15	18
L03	575	2,17	349	12	15
L04	372	2,10	349	34	35
L05	250	0,91	504	35	19
L06	282	0,88	343	53	19
L07	358	1,35	349	57	29
L08	345	1,27	347	31	33
L09	550	2,08	349	23	32
L10	500	2,08	498	17	30
L11	640	2,11	267	34	25
L12	345	1,28	268	31	26

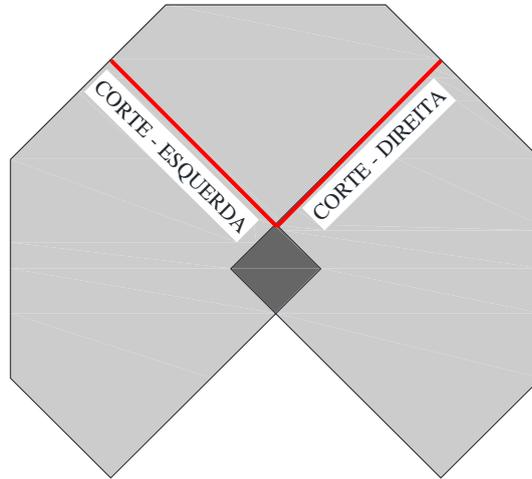


Figura 4.227 – Superfície de corte das lajes

A partir de uma superfície inclinada (vista do corte) que se inicia na face inferior do pilar até atingir a armadura de flexão superior que continua ao longo do cobrimento, a fissura da superfície de ruptura apresentou inclinação variada para as lajes analisadas, mas com mesmo comportamento.

A fissura atinge uma circunferência em média de  $30^\circ$  de inclinação na maioria dos casos (L01, L04, L05, L08, L11, L12). As lajes L06 e L07 tiveram inclinações em torno de  $30^\circ$  de diferença entre as duas faces cortadas, com a laje L06 apresentando inclinações de  $53^\circ$  e  $19^\circ$  em cada face, e a laje L07 apresentando  $57^\circ$  e  $29^\circ$  em cada face.

As lajes L09 e L10 apresentaram superfície de ruptura com inclinação aproximadamente de  $20^\circ$  em uma direção e  $30^\circ$  na outra.

Já nas lajes L02 e L03, a fissura atinge uma circunferência, cerca de  $15^\circ$  de inclinação, e continua ao longo do cobrimento.

Para as lajes com armadura de cisalhamento, foi possível definir se a ruptura dessas lajes ocorreu dentro ou fora dessa armadura. Dentre as cinco lajes que possuíam armadura de cisalhamento apenas a laje L10 teve a ruptura dentro da armadura.

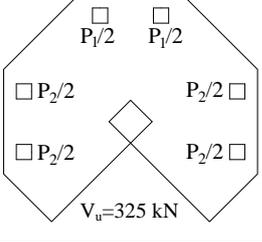
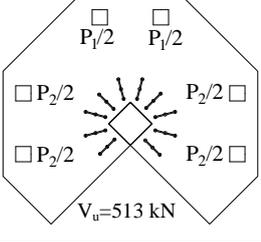
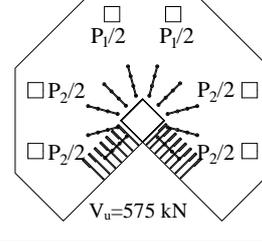
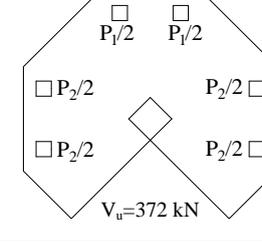
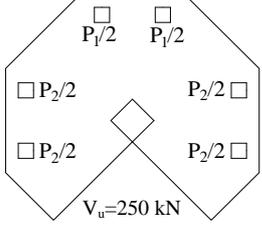
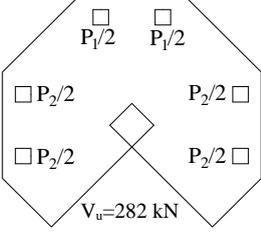
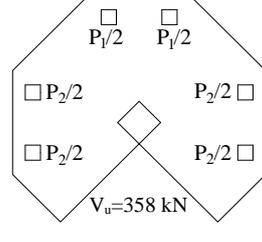
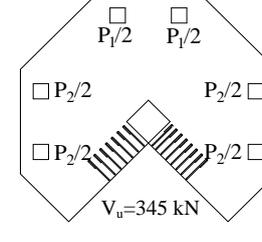
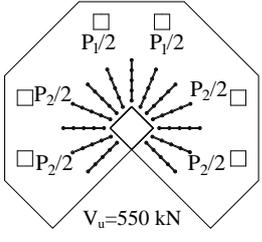
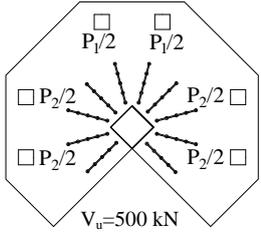
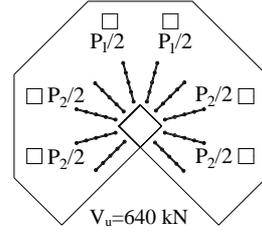
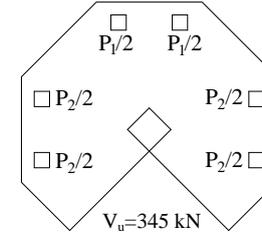
## 5 ANÁLISE DOS RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Para a análise dos resultados foram feitos três grupos em função de parâmetros variáveis: Grupo 1 – Sem armadura de cisalhamento: foram comparadas entre si as lajes L01, L04, L05, L06, L07, L08 e L12, tendo como variável de ensaio a relação  $P_2/P_1$ , a taxa de armadura de flexão e armadura de torção; Grupo 2 – Com armadura de cisalhamento: foram comparadas entre si as lajes L02, L03, L09, L10 e L11, tendo como variável de ensaio a relação  $P_2/P_1$ , o número de camadas e o número de linhas da armadura de cisalhamento; Grupo 3 – Com armadura de torção: foram comparadas entre si as lajes L03 e L08, tendo como variável de ensaio a taxa de armadura de flexão e o número de camadas da armadura de cisalhamento; Grupo 4 – Sem e com armadura de cisalhamento: foram comparadas entre si todas as lajes. A Tabela 5.1 mostra o resumo dos grupos formados para as análises. Para auxiliar nas análises dos grupos a Tabela 5.2 apresenta o resumo das características de todas as lajes ensaiadas.

Tabela 5.1 – Grupos e seus parâmetros analisados.

GRUPOS	LAJES	EM COMUM	VARIÁVEL DE ENSAIO
GRUPO 1 (Sem <i>studs</i> )	L01 e L04	Taxa de armadura de flexão 2,1%	Relação $P_2/P_1$
	L08, L12 e L07	Taxa de armadura de flexão 1,3%	Relação $P_2/P_1$ e Armadura de torção
	L06, L08, L07 e L04	Relação $P_2/P_1=1,0$	Taxa de armadura de flexão e Armadura de torção
	L05 e L01	Relação $P_2/P_1=0,5$	Taxa de armadura de flexão
	L06 e L05	Taxa de armadura de flexão 0,9%	Relação $P_2/P_1$
GRUPO 2 (Com <i>studs</i> )	L02, L09 e L03	Armadura de cisalhamento, Relação $P_2/P_1=1,0$ e Taxa de armadura de flexão 2,1%	Número de camadas de armadura de cisalhamento
	L09, L10 e L11	Armadura de cisalhamento e Taxa de armadura de flexão 2,1%	Número de camadas de armadura de cisalhamento e Relação $P_2/P_1$
GRUPO 3 (Com estribos)	L08 e L03	Relação $P_2/P_1=1,0$ e Armadura de torção	Taxa de armadura de flexão e Armadura de cisalhamento
GRUPO 4 (Com e Sem <i>studs</i> )	L02, L09, L04 e L03	Relação $P_2/P_1=1,0$ e Taxa de armadura de flexão	Armadura de cisalhamento
	L05, L01 e L10	Relação $P_2/P_1=0,5$	Taxa de armadura de flexão e Armadura de cisalhamento
	L12 e L11	Relação $P_2/P_1=1,5$	Taxa de armadura de flexão e Armadura de cisalhamento

Tabela 5.2 – Características das lajes ensaiadas.

<p><b>L01:</b> <math>P_2/P_1=0,5</math>; <math>\rho=2,07\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm</p>	<p><b>L02:</b> <math>P_2/P_1=1,0</math>; 3 Camadas de <i>studs</i> <math>\rho=2,07\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm <math>\phi_w=8,0</math> mm; <math>s_0=70</math> mm; <math>s_r</math>: 100 mm</p>	<p><b>L03:</b> <math>P_2/P_1=1,0</math>; 4 Camadas de <i>studs</i> <math>\rho=2,17\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm; <math>\phi_w=10,0</math> mm; <math>s_0=70</math> mm; <math>s_r</math>: 100 mm; Estribos: <math>\phi_t=10,0</math> mm</p>	<p><b>L04:</b> <math>P_2/P_1=1,0</math>; <math>\rho=2,10\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm;</p>
			
<p><b>L05:</b> <math>P_2/P_1=0,5</math>; <math>\rho=0,91\%</math>; <math>\phi_f=12,5</math> mm</p>	<p><b>L06:</b> <math>P_2/P_1=1,0</math>; <math>\rho=0,88\%</math>; <math>\phi_f=12,5</math> mm</p>	<p><b>L07:</b> <math>P_2/P_1=1,0</math>; <math>\rho=1,35\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm</p>	<p><b>L08:</b> <math>P_2/P_1=1,0</math>; <math>\rho=1,27\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm; Estribos: <math>\phi_t=10,0</math> mm</p>
			
<p><b>L09:</b> <math>P_2/P_1=1,0</math>; 5 Camadas de <i>studs</i> <math>\rho=2,08\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm; <math>\phi_w=10,0</math> mm; <math>s_0=60</math> mm; <math>s_r</math>: 90 mm</p>	<p><b>L10:</b> <math>P_2/P_1=0,5</math>; 5 Camadas de <i>studs</i> <math>\rho=2,08\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm; <math>\phi_w=10,0</math> mm; <math>s_0=70</math> mm; <math>s_r</math>: 90 mm</p>	<p><b>L11:</b> <math>P_2/P_1=1,5</math>; 5 Camadas de <i>studs</i> <math>\rho=2,11\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm; <math>\phi_w=10,0</math> mm; <math>s_0=70</math> mm; <math>s_r</math>: 90 mm</p>	<p><b>L12:</b> <math>P_2/P_1=1,5</math>; <math>\rho=1,28\%</math>; <math>\phi_f=16,0</math> mm;</p>
			
<p>Onde:  <math>P_2/P_1</math> é a relação de carga aplicada nas lajes;  <math>\rho</math> é a taxa de armadura de flexão;  <math>\phi_f</math> é o diâmetro das barras da armadura de flexão;  <math>\phi_w</math> é o diâmetro das barras da armadura de cisalhamento;  <math>\phi_t</math> é o diâmetro das barras da armadura de torção (estribos);  <math>s_0</math> é a distância do pilar à primeira camada de armadura de cisalhamento;  <math>s_r</math> é o espaçamento radial da armadura de cisalhamento.</p>			

## 5.1 COMPARAÇÃO ENTRE OS RESULTADOS EXPERIMENTAIS DAS LAJES

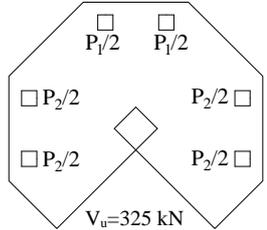
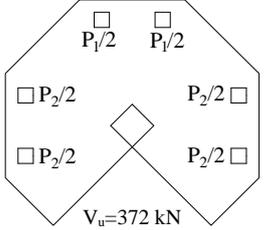
Para as análises a seguir, as lajes foram ordenadas em função da taxa de armadura de flexão, da menor para a maior. Serão utilizados os resultados experimentais de deslocamentos, deformação na armadura de flexão e deformação na superfície do concreto para entender o comportamento das lajes e definir o tipo de ruptura das mesmas.

### 5.1.1 Análise do Grupo 1 – sem studs

#### 5.1.1.1 Lajes L01 (325 kN) e L04 (372 kN)

A Tabela 5.3 apresenta o resumo das características das lajes L01 e L04.

Tabela 5.3 – Características das lajes L01 e L04.

L01: $P_2/P_1=0,5$ ; $\rho=2,07\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm	L04: $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=2,10\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm;
 <p><math>V_u=325</math> kN</p>	 <p><math>V_u=372</math> kN</p>

A Figura 5.1 mostra o gráfico da taxa de armadura de flexão em relação à carga de ruptura das lajes L01 e L04 mostrando que é proporcional o aumento da carga quando se aumenta a taxa de armadura de flexão. A laje L04 apresentou carga de ruptura maior por ter menor excentricidade de carga.

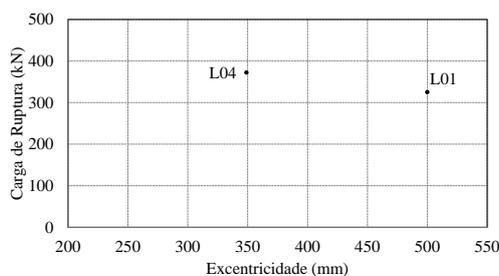


Figura 5.1 – Gráfico de carga de ruptura x excentricidade das lajes L01 e L04.

A Figura 5.2 apresenta o gráfico de deslocamentos das lajes L01 e L04 em relação a posição dos LVDT's onde se pode observar o comportamento em dois momentos: nível de

carga em torno de 200 kN e nível de carga próximo à ruptura. Em ambos os casos o comportamento foi semelhante, com a L01 mais flexível, apresentando maiores deslocamentos em relação a L04, pois a excentricidade do carregamento aplicado era maior.

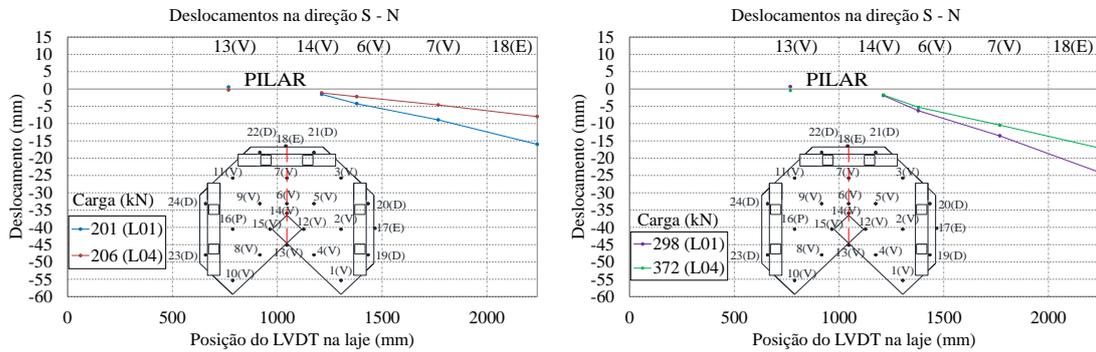


Figura 5.2 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L01 e L04.

Na Figura 5.3 são apresentados os deslocamentos nos pontos 1, 4, 8 e 10 localizados próximo aos bordos reentrantes, e na Figura 5.4 os deslocamentos nos pontos 12, 13, 14 e 15 localizados próximo os cantos do pilar.

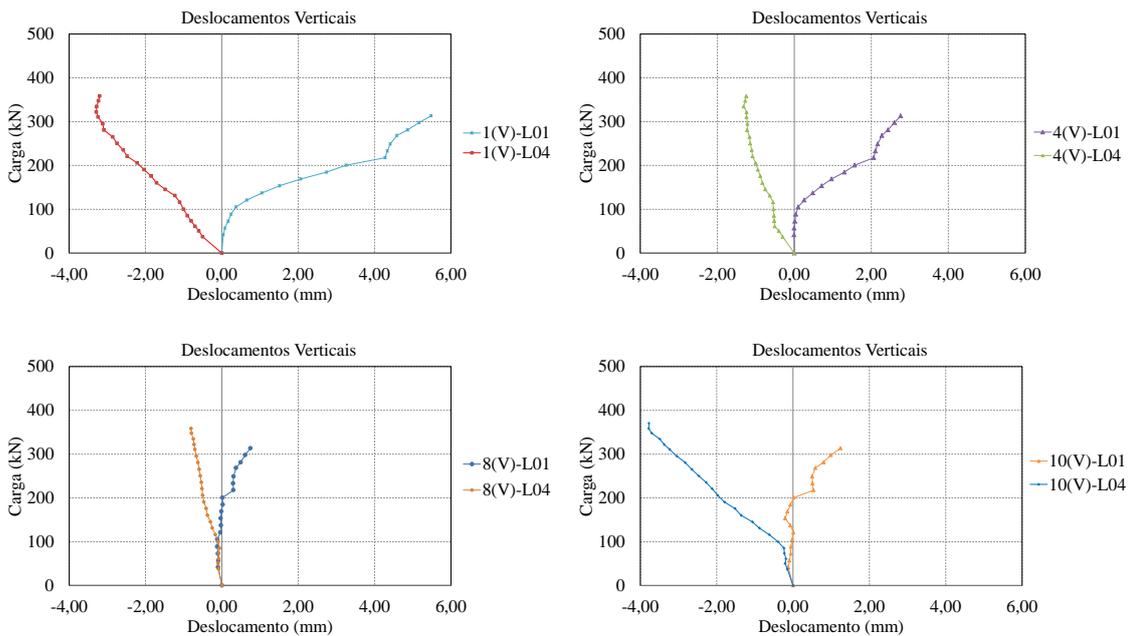


Figura 5.3 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L01 e L04 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Com esses gráficos pode-se observar dois comportamentos distintos devido às diferentes excentricidades do carregamento, a laje L04 apresenta deslocamentos descendentes e a laje L01 comportamento ascendente por ter o maior transferência de momento ( $e = 500$  mm).

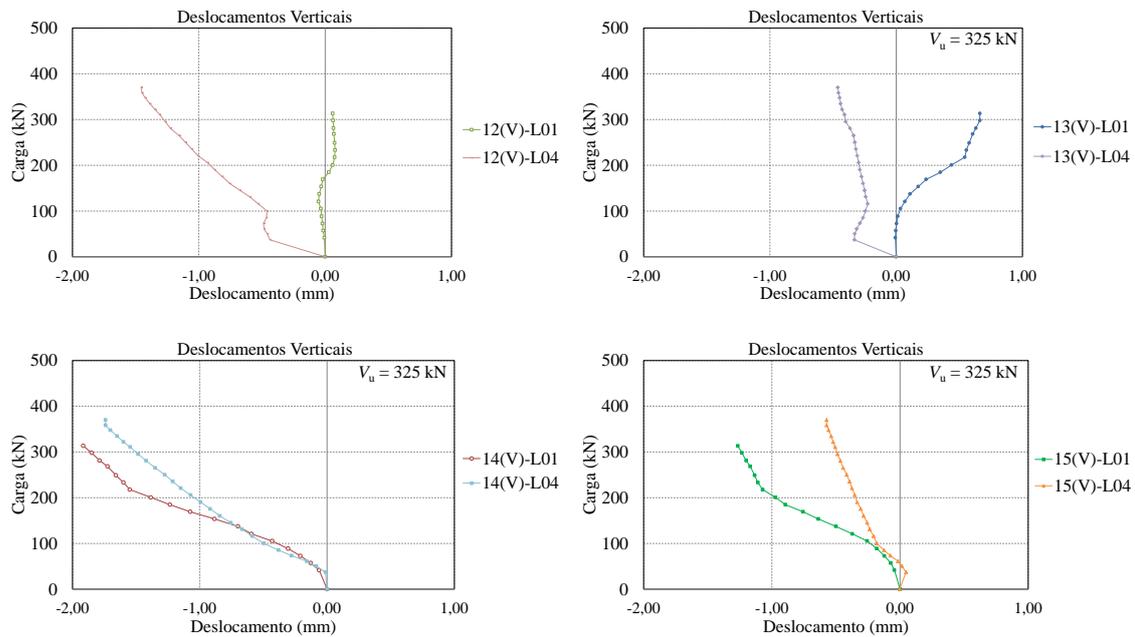


Figura 5.4 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L01 e L04 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Os pontos monitorados próximo ao pilar mostram que as duas lajes tiveram comportamento diferente e no ponto 13 (localizado no canto do pilar na reentrância da laje) observa-se uma ascendência na laje L01 e uma descendência na laje L04 por causa da diferença do momento atuante. Na Figura 5.5 são apresentadas as deformações na armadura de flexão em função do posicionamento na laje.

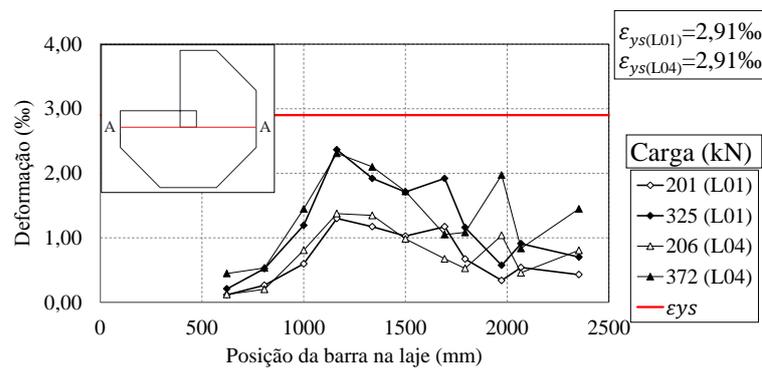


Figura 5.5 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L01 e L04.

Com o gráfico anterior pode-se notar que o momento fletor não é contínuo na linha A-A (Figura 4.167) e os momentos na parte esquerda da linha são menores que os momentos localizados na parte direita por se localizarem próximo a reentrância. Pode-se notar que as lajes L01 e L04 tiveram comportamento semelhante com deformações abaixo do nível de

escoamento de no máximo 2,4 ‰ e 2,3 ‰ respectivamente, pelo fato de ter uma elevada taxa de armadura de flexão.

Na Figura 5.6 são comparadas as deformações na superfície do concreto das lajes L01 e L04 onde se pode notar que as deformações foram relativamente baixas nos pontos monitorados em ambas as lajes com a L04 deformando mais, pelo fato da excentricidade ser menor comparada à L01. Pode-se notar a formação do cone de punção na superfície de ruptura, indicando que possivelmente houve deformações maiores em pontos não monitorados, uma vez que, espera-se que em uma situação de ruptura por punção haja níveis de deformação no concreto maiores que os registrados.

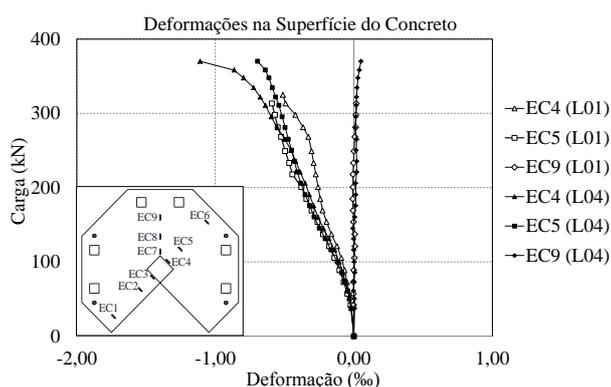


Figura 5.6 – Deformações na superfície do concreto das lajes L01 e L04.

Quanto às cargas de ruptura, pode-se dizer que a laje L04 apresentou maior carga de ruptura (372 kN) e sofreu menores deslocamentos enquanto que a L01 apresentou menor carga de ruptura (325 kN) com deslocamentos maiores por possuir taxa de armadura de flexão menor e pela maior excentricidade de carga.

#### 5.1.1.2 Lajes L08 (345 kN), L12 (345 kN) e L07 (358 kN)

A Tabela 5.4 apresenta o resumo das características das lajes L08, L12 e L07.

Tabela 5.4 – Características das lajes L08, L12 e L07.

L08: $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=1,27\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; Estribos: $\phi_t=10,0$ mm	L12: $P_2/P_1=1,5$ ; $\rho=1,28$ %; $\phi_f=16,0$ mm;	L07: $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=1,35$ %; $\phi_f=16,0$ mm

A Figura 5.7 mostra o gráfico da excentricidade em relação à carga de ruptura das lajes L08, L12 e L07 mostrando que as cargas de ruptura foram próximas devido as excentricidades serem próximas. Já em relação a armadura de torção, não houve influência da presença de tal armadura na capacidade de carga da laje L08.

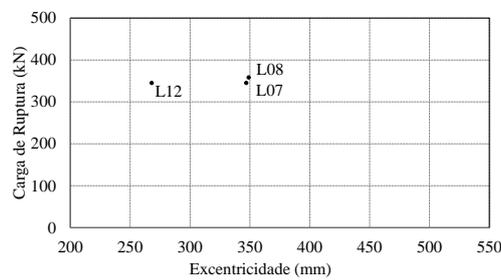


Figura 5.7 – Gráfico de carga de ruptura x excentricidade das lajes L08, L12 e L07.

A Figura 5.8 apresenta o gráfico de deslocamentos das lajes L08, L12 e L07 em relação a posição dos LVDT's onde se pode observar o comportamento em dois momentos: com o nível de carga em torno de 200 kN e nível de carga próximo à ruptura.

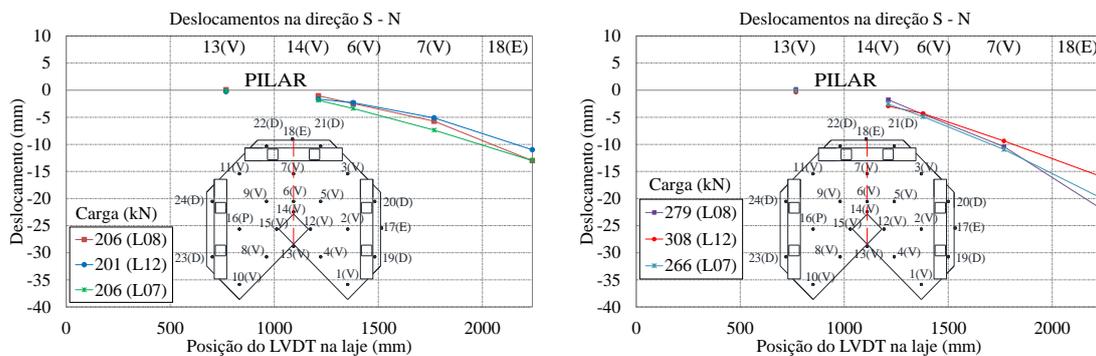


Figura 5.8 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L08, L12 e L07.

Em ambos os casos analisados o comportamento foi semelhante, com a L12 mais rígida, apresentando menores deslocamentos em relação às demais. Já próximo à ruptura, a laje L08 apresentou maiores deslocamentos no eixo de simetria da laje, o que não acontece na borda reentrante por existir armadura de torção, garantindo uma maior rigidez nessa região e apresentando menores deslocamentos. Na Figura 5.9 são apresentados os deslocamentos nos pontos 1, 4, 8 e 10 localizados próximo aos bordos reentrantes, e na Figura 5.10 os deslocamentos nos pontos 12, 13, 14 e 15 localizados próximo os cantos do pilar.

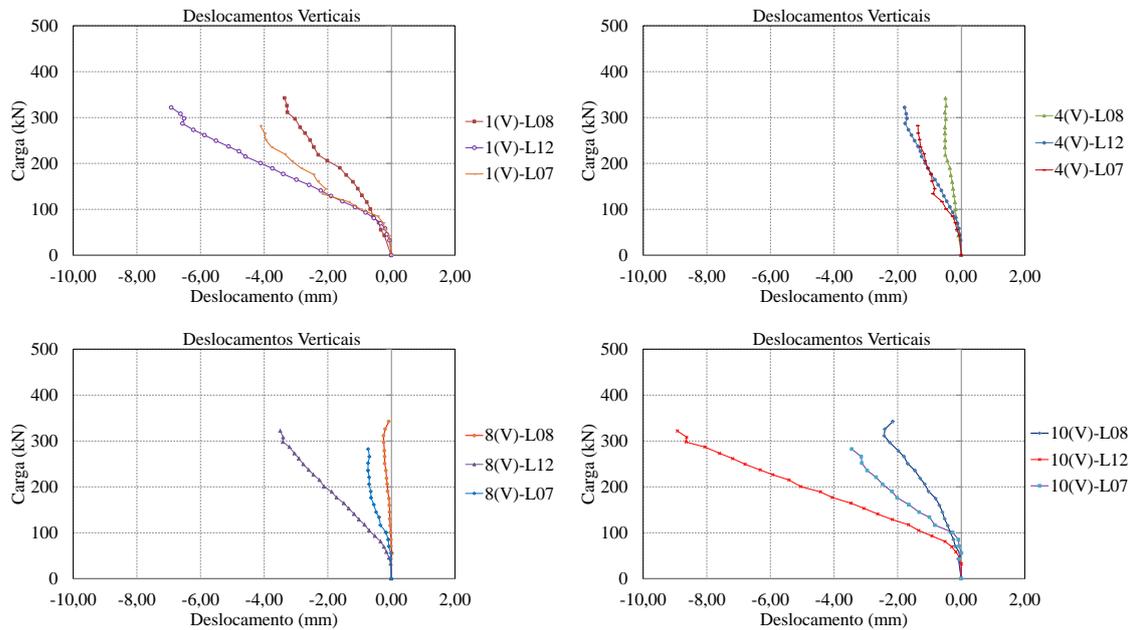


Figura 5.9 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L08, L12 e L07 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Com esses gráficos pode-se observar comportamentos semelhantes para todas as lajes; a laje L12 por ter menor transferência de momento na ligação apresentou deslocamentos muito maiores nas bordas reentrantes em relação às demais lajes.

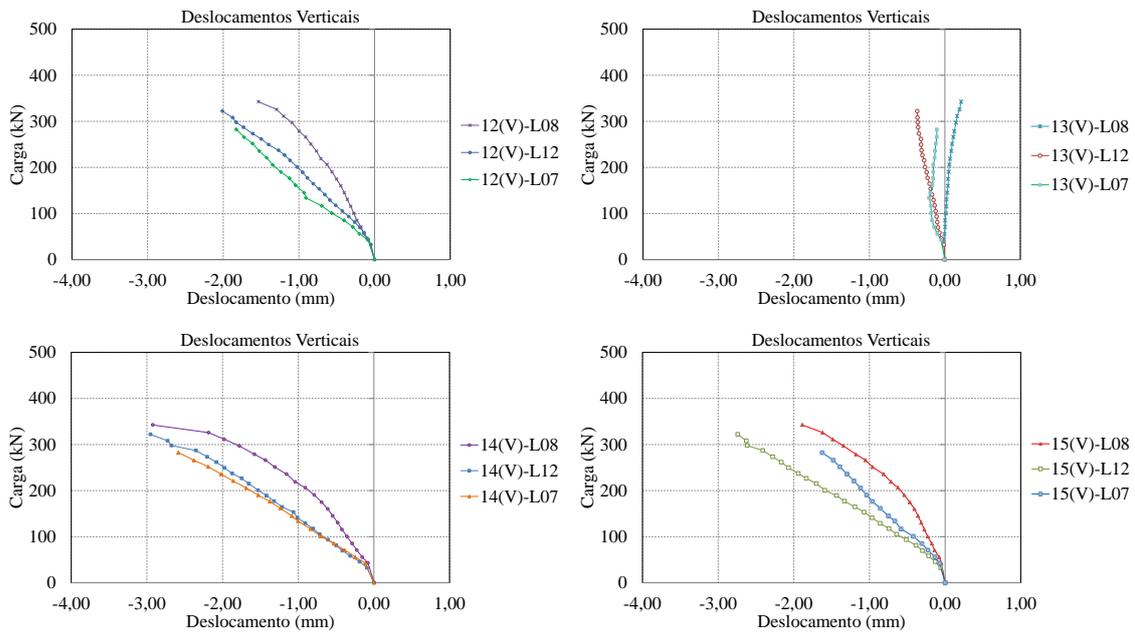


Figura 5.10 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L08, L12 e L07 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Os pontos monitorados próximo ao pilar mostram que as lajes analisadas tiveram comportamento semelhante com exceção do ponto 13 (localizado no vértice do pilar na reentrância da laje) em que se observa uma ascendência na laje L08 devido à presença da armadura de torção e uma descendência nas demais lajes. Na Figura 5.11 são apresentadas as deformações na armadura de flexão em função do posicionamento na laje.

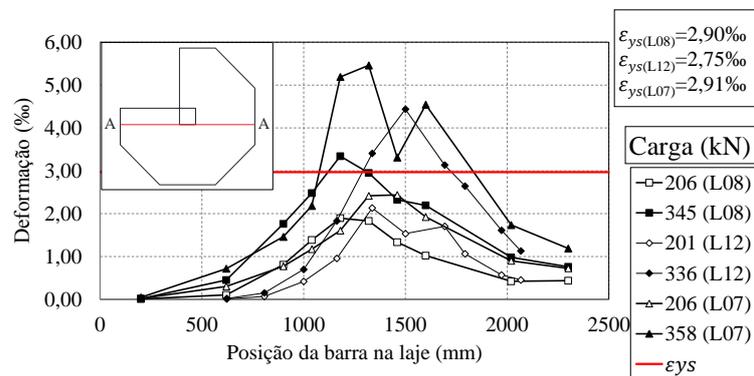


Figura 5.11 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L08, L12 e L07.

Nota-se que na laje L07 mais barras alcançaram a deformação de escoamento que a laje L08 que possuía armadura de torção e a laje L12 que possuía menor transferência de momento, tornando-a mais frágil. A laje L08 apresentou menores deformações devido a

presença de armadura de torção, que possibilitou a redistribuição de tensões para tais armaduras fazendo com que a armadura de flexão fosse menos solicitada.

As lajes L12 e L07 apresentaram deformações altas de no máximo 4,4 ‰ e 5,5 ‰ respectivamente em relação à laje L08 que pareceu ser mais rígida e a armadura de torção não permitiu que a armadura de flexão atingisse deformações maiores como nas outras lajes.

Na Figura 5.12 são comparadas as deformações na superfície do concreto em que se pode notar na laje L08 comparada com a L07 a influência da armadura de torção fazendo com que o ponto EC8 (situado na superfície superior da laje na borda reentrante) tracionasse e as deformações na superfície inferior situados na parte interna foram semelhantes.

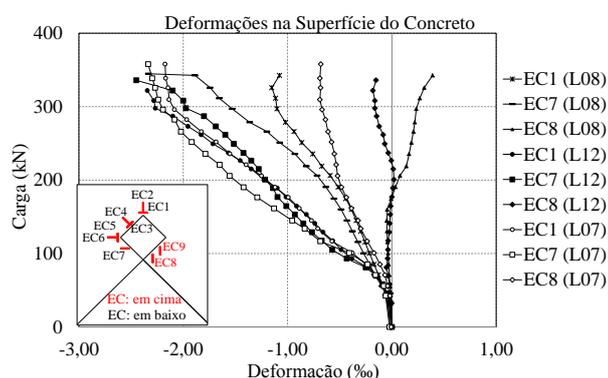


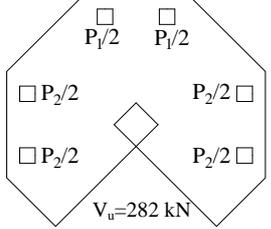
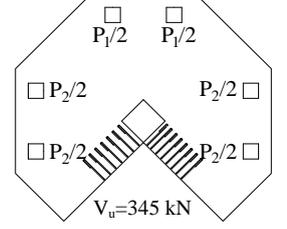
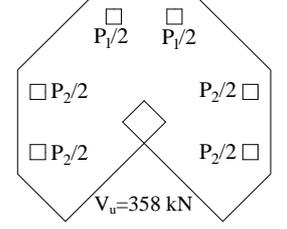
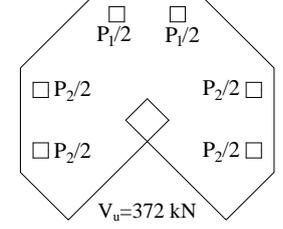
Figura 5.12 – Deformações na superfície do concreto das lajes L08, L12 e L07.

Quanto às cargas de ruptura, pode-se dizer que a laje L07 apresentou maior carga de ruptura (358 kN) e deslocou mais enquanto que a L08 e L12 apresentaram mesma carga de ruptura (345 kN) com deslocamentos menores.

### 5.1.1.3 Lajes L06 (282 kN), L08 (345 kN), L07 (358 kN) e L04 (372 kN)

A Tabela 5.5 apresenta o resumo das características das lajes L06, L08, L07 e L04.

Tabela 5.5 – Características das lajes L06, L08, L07 e L04..

<b>L06:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=0,88\%$ ; $\phi_f=12,5\text{ mm}$	<b>L08:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=1,27\%$ ; $\phi_f=16,0\text{ mm}$ ; Estribos: $\phi_t=10,0\text{ mm}$	<b>L07:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=1,35\%$ ; $\phi_f=16,0\text{ mm}$	<b>L04:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=2,10\%$ ; $\phi_f=16,0\text{ mm}$
			

A Figura 5.13 mostra o gráfico da taxa de armadura de flexão em relação à carga de ruptura das lajes L06, L08, L07 e L04 mostrando que quanto maior a taxa de armadura de flexão maior a carga de ruptura da laje mesmo que seja uma diferença pequena.

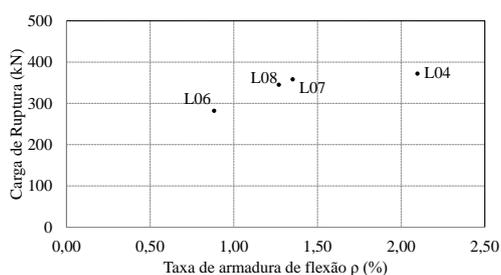


Figura 5.13 – Gráfico de carga de ruptura x taxa de armadura de flexão média das lajes L06, L08, L07 e L04.

Pode-se observar com a Figura 5.14 que a laje com maiores deslocamentos próxima à ruptura foi a L08 no ponto 18 com deslocamento em torno de 22 mm. Para um mesmo nível de carga a laje L04 apresenta menores deslocamentos, isso pode ser atribuído à maior quantidade de armadura de flexão, enquanto que para as outras lajes, à medida que se reduz a taxa de armadura de flexão torna-se menor a carga de ruptura da laje e maiores seus deslocamentos, devido à maior ductilidade.

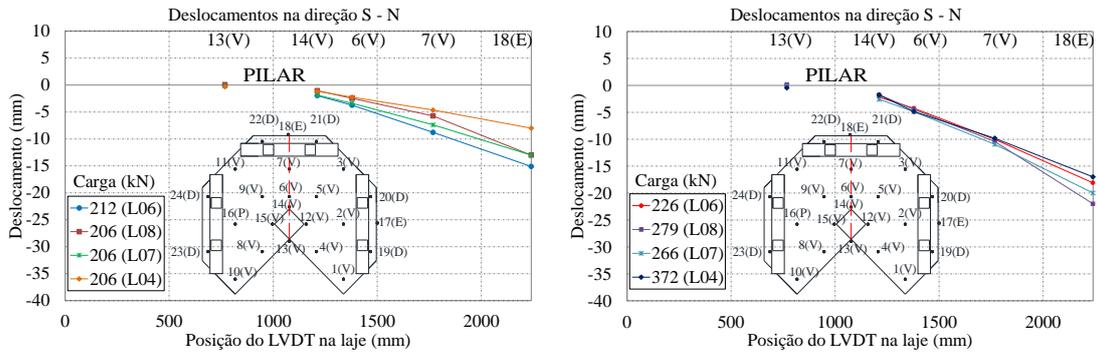


Figura 5.14 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L06, L08, L07 e L04.

Nos pontos 1, 4, 8 e 10, localizados nos bordos reentrantes da laje, pode-se notar com a Figura 5.15 que as quatro lajes analisadas tiveram o mesmo comportamento descendente devido à excentricidade com 350 mm, tendo a laje L06 apresentado os maiores deslocamentos por ter menor taxa de armadura de flexão.

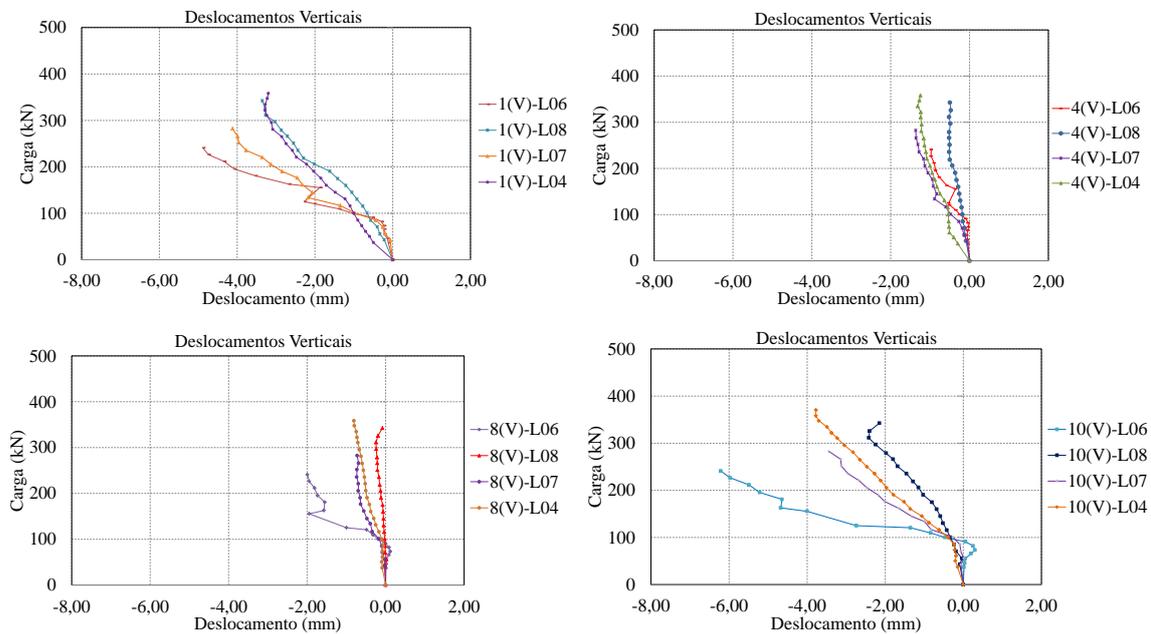


Figura 5.15 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L06, L08, L07 e L04 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Nos pontos 12, 13, 14 e 15, localizados nos vértices do pilar, mostram mesmo comportamento, com exceção da laje L08 que subiu no ponto 13 localizado no canto reentrante do pilar (Figura 5.16).

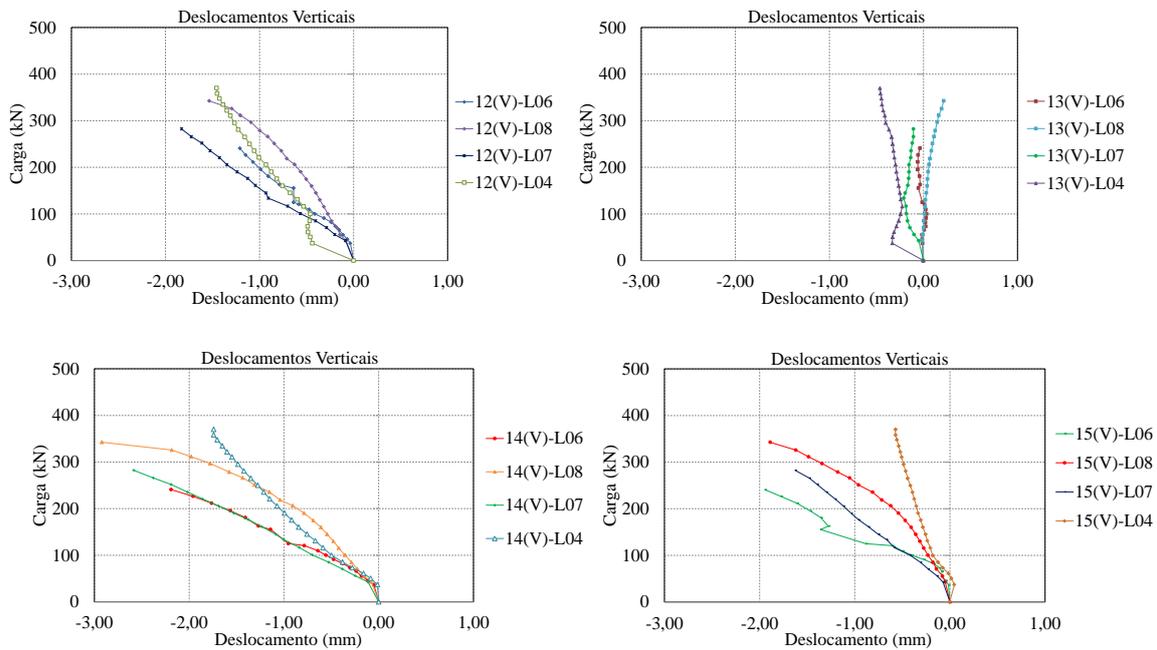


Figura 5.16 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L06, L08, L07 e L04 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Esses comportamentos observados na Figura 5.17 indicam que o momento não é contínuo na linha A-A e que os momentos na parte esquerda da linha são menores que os momentos localizados na parte direita por se localizarem próximo a reentrância.

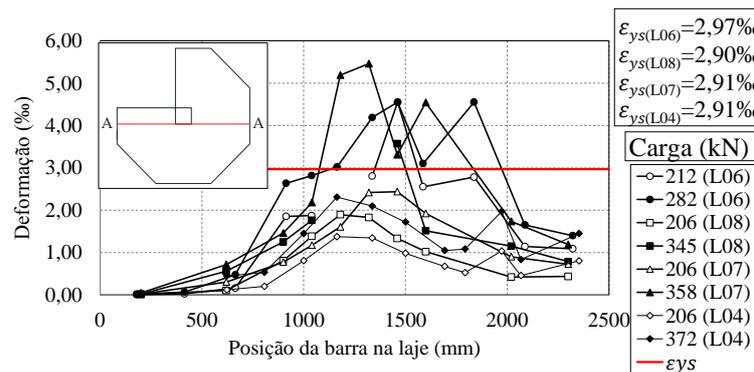


Figura 5.17 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L06, L08, L07 e L04.

Pode-se notar que na laje L04 nenhuma barra escoou e nas lajes L07, L08 e L06 escoaram 1, 2 e 5 barras respectivamente. Na laje L07 escoou a barra 6 à uma carga correspondendo 80 % da carga de ruptura; na laje L08 escoaram as barras 5 e 6 numa mesma carga correspondendo 90 % da carga de ruptura da laje; e na laje L06 escoaram as barras 6, 7, 8, 9 e 10 com uma carga correspondendo 70 %, 90 %, 75 %, 95 % e 90 % da carga de ruptura respectivamente. A laje L08 por possuir armadura de torção nas bordas reentrantes apresentou menores deformações nas barras quando comparada a laje L07, que possui a

mesma taxa de armadura de flexão. A laje L07 apresentou deformações superiores à deformação de escoamento, com valores em torno de 5,00 %, nos pontos 4, 5, 6, 7 e 8.

As deformações na superfície do concreto (Figura 5.18) atingiram tensões de compressão de no máximo 2,33 ‰. A laje L04 apresentou deformação de no máximo 1,11 ‰, mas não será utilizada aqui para comparar com as demais por ter pontos monitorados diferentes. Comparando as lajes L07 e L08 notam-se apenas deformações de alongamento na L07 e na laje L08 deformações de alongamento e encurtamento (na ordem de 0,4 ‰). Essas deformações de encurtamento estão associadas com o efeito de torção que provoca efeitos de tração nesses pontos, visto que a laje L08 possui armadura de torção. Quando comparadas as lajes L06 e L07 nota-se um comportamento semelhante com exceção do ponto EC8 que se acredita que não funcionou bem, havendo um possível destacamento do extensômetro da superfície do concreto.

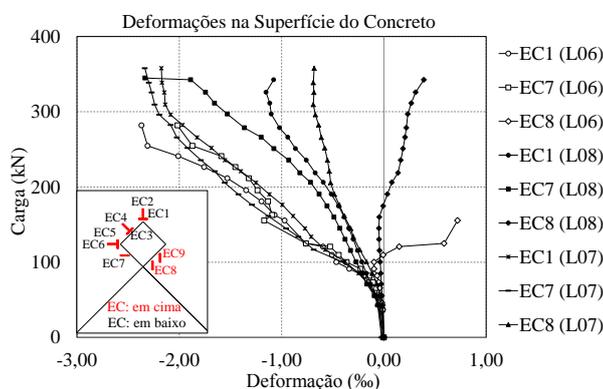


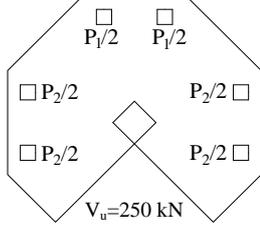
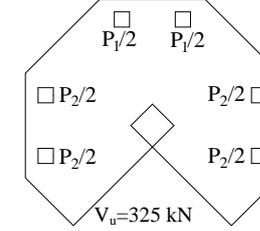
Figura 5.18 – Deformações na superfície do concreto das lajes L06, L08 e L07.

Quanto às cargas de ruptura, pode-se dizer que a laje L04 apresentou maior carga de ruptura (372 kN) e deslocou menos enquanto que a L06 apresentou menor carga de ruptura (282 kN) com deslocamentos maiores por possuir taxa de armadura de flexão menor.

#### 5.1.1.4 Lajes L05 (250 kN) e L01 (325 kN)

A Tabela 5.6 apresenta o resumo das características das lajes L05 e L01.

Tabela 5.6 – Características das lajes L05 e L01.

L05: $P_2/P_1=0,5$ ; $\rho=0,91\%$ ; $\phi_f=12,5\text{ mm}$	L01: $P_2/P_1=0,5$ ; $\rho=2,07\%$ ; $\phi_f=16,0\text{ mm}$
 <p><math>V_u=250\text{ kN}</math></p>	 <p><math>V_u=325\text{ kN}</math></p>

A Figura 5.19 mostra o gráfico da taxa de armadura de flexão em relação à carga de ruptura das lajes L05 e L01 mostrando que é quanto maior a taxa de armadura de flexão maior a carga de ruptura da laje.

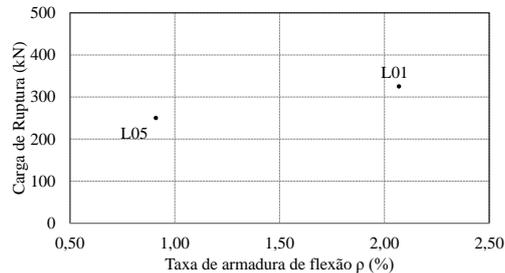


Figura 5.19 – Gráfico de carga de ruptura x taxa de armadura de flexão média das lajes L05 e L01.

A Figura 5.20 apresenta o gráfico de deslocamentos das lajes L01 e L05 em relação à posição dos LVDT's com a carga de aproximadamente de 200 kN onde se pode observar que a laje L05 apresentou maiores deslocamentos em relação à laje L01 com maior taxa de armadura de flexão.

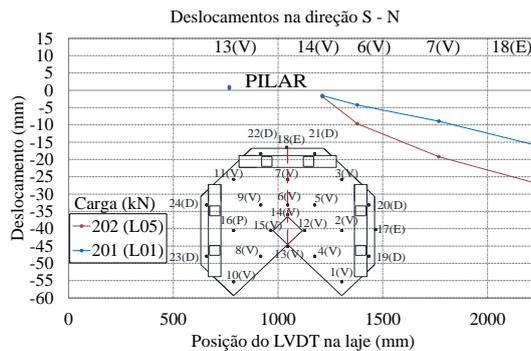


Figura 5.20 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L05 e L01.

Na Figura 5.21 são apresentados os deslocamentos nos pontos 1, 4, 8 e 10 localizados próximo aos bordos reentrantes, e na Figura 5.22 os deslocamentos nos pontos 12, 13, 14 e 15 localizados próximo os cantos do pilar.

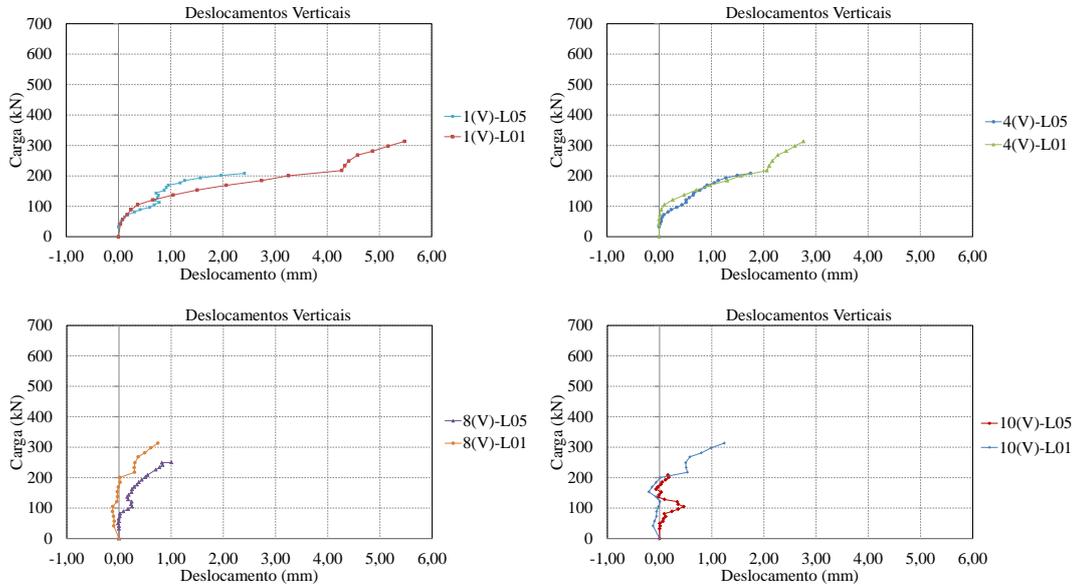


Figura 5.21 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L05 e L01 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Com esses gráficos pode-se observar um mesmo comportamento com deslocamentos ascendentes pois ambas as lajes possuíam excentricidades em torno de 500 mm mas a laje L05 deslocou-se mais pela menor taxa de armadura de flexão.

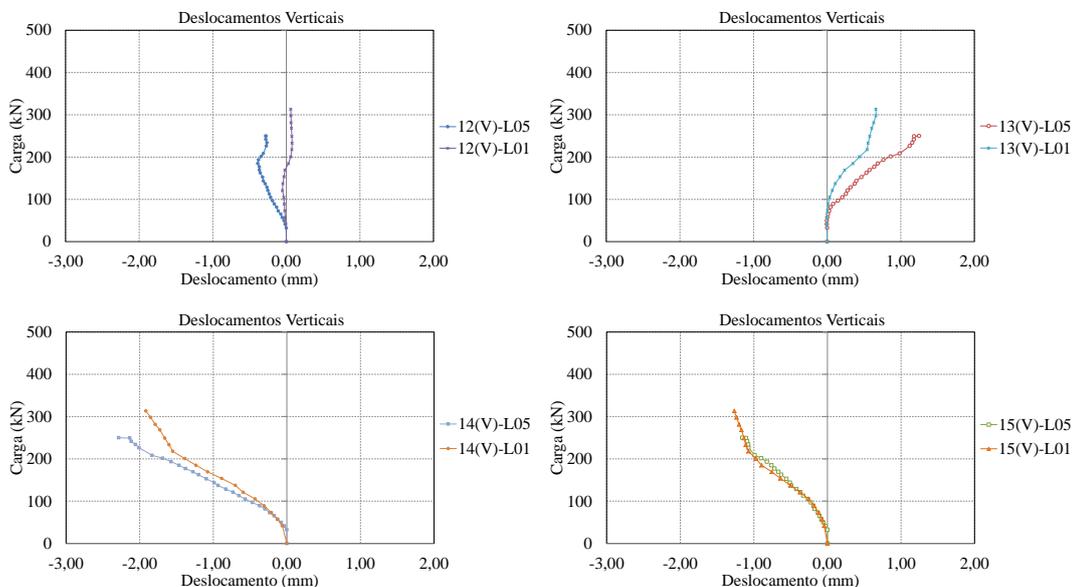


Figura 5.22 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L05 e L01 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Os pontos monitorados próximo ao pilar mostram que as lajes analisadas tiveram comportamento semelhante e no ponto 13 (localizada no canto do pilar na reentrância da laje) observa-se uma ascendência em ambas as lajes pela transferência de momento ser relativamente alta. Na Figura 5.23 são apresentadas as deformações na armadura de flexão em função do posicionamento na laje.

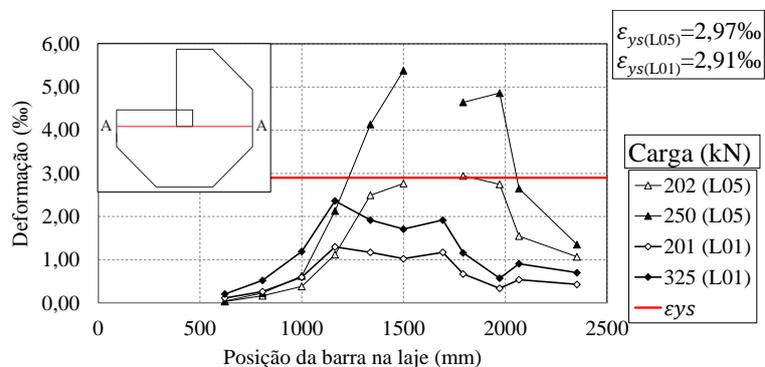


Figura 5.23 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L05 e L01.

Apenas a laje L05 apresentou deformações altas, com 4 barras atingindo a tensão de escoamento.

As deformações na superfície do concreto das lajes L01 e L05 tiveram os pontos monitorados diferentes, por isso não servirão para conclusões consistentes.

Quanto às cargas de ruptura e padrão de fissuração, pode-se dizer que a laje L01 apresentou maior carga de ruptura (325 kN) e deslocou menos enquanto que a L05 com carga de ruptura de 250 kN e deslocamentos maiores por possuir taxa de armadura de flexão menor.

#### 5.1.1.5 Lajes L06 (282 kN) e L05 (250 kN)

A Tabela 5.7 apresenta o resumo das características das lajes L06 e L05.

Tabela 5.7 – Características das lajes L06 e L05.

L06: $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=0,88\%$ ; $\phi_f=12,5$ mm	L05: $P_2/P_1=0,5$ ; $\rho=0,91\%$ ; $\phi_f=12,5$ mm
<p><math>V_u=282</math> kN</p>	<p><math>V_u=250</math> kN</p>

A Figura 5.19 mostra o gráfico da taxa de armadura de flexão em relação à carga de ruptura das lajes L06 e L05 mostrando que quando maior a excentricidade menor a carga de ruptura pelo fato da laje L05 ter uma maior transferência de momento.

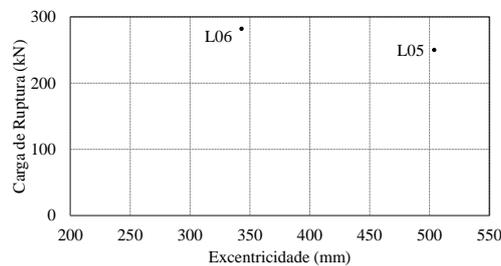


Figura 5.24 – Gráfico de carga de ruptura x excentricidade das lajes L06 e L05.

A Figura 5.20 apresenta o gráfico de deslocamentos das lajes L06 e L05 em relação à posição dos LVDT's com a carga de aproximadamente de 200 kN onde se pode observar que a laje L05 apresentou maiores deslocamentos em relação à laje L06 por ter maior excentricidade.

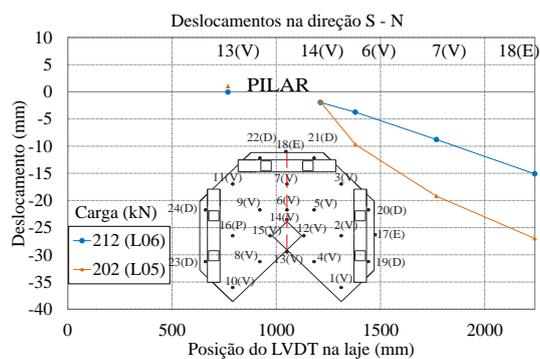


Figura 5.25 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L06 e L05.

Na Figura 5.21 são apresentados os deslocamentos nos pontos 1, 4, 8 e 10 localizados próximo aos bordos reentrantes, e na Figura 5.22 os deslocamentos nos pontos 12, 13, 14 e 15 localizados próximo os cantos do pilar.

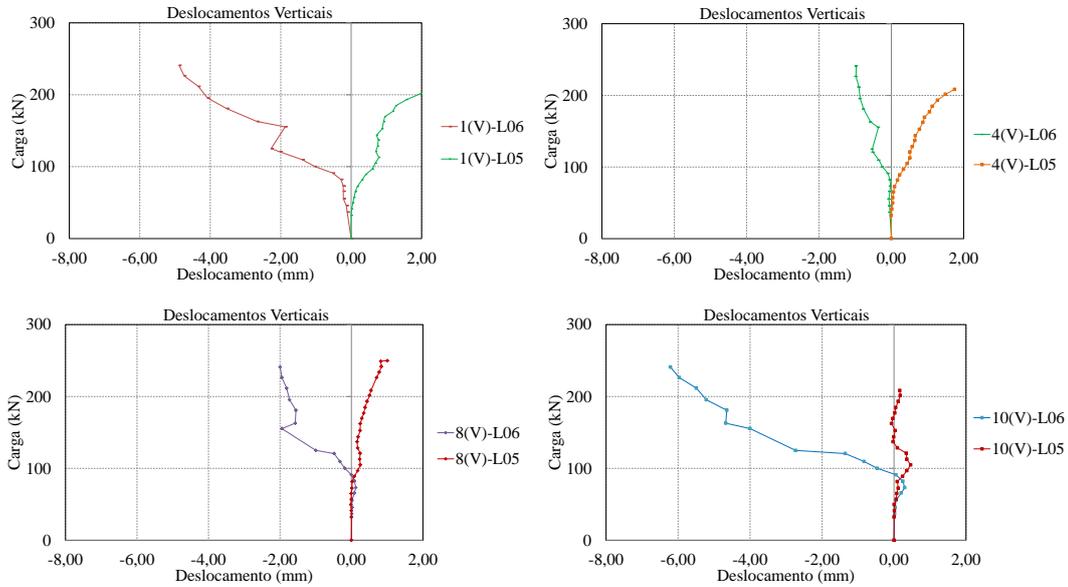


Figura 5.26 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L06 e L05 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Com esses gráficos pode-se observar comportamentos diferentes com deslocamentos ascendentes na laje L05 com excentricidade em torno de 500 mm e a laje L06 com deslocamentos descendentes com excentricidade menor, em torno de 350 mm.

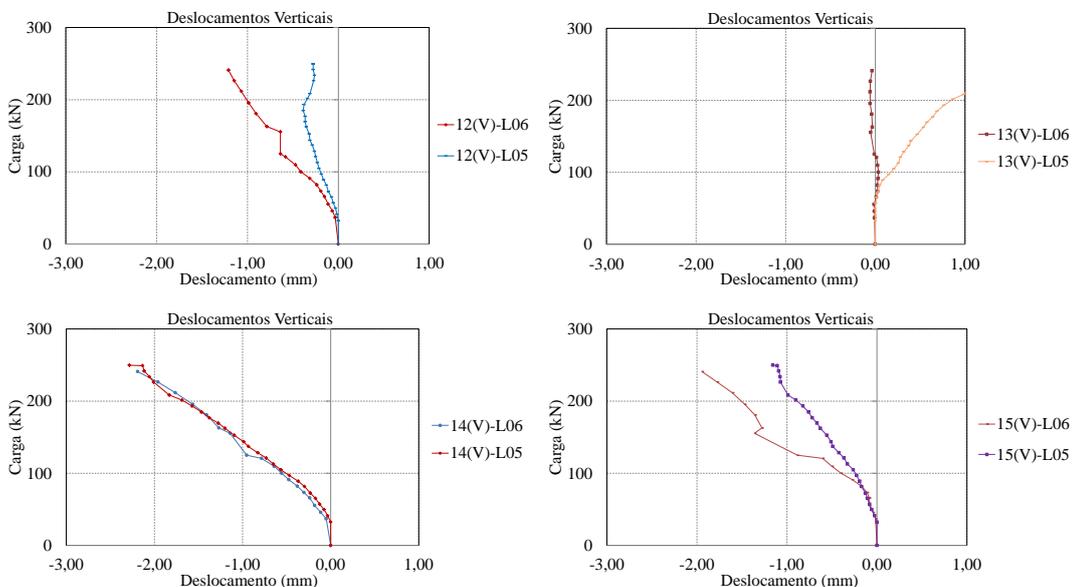


Figura 5.27 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L06 e L05 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Os pontos monitorados próximo ao pilar mostram que as lajes analisadas tiveram comportamento semelhante com exceção do ponto 13 (localizada no canto do pilar na reentrância da laje) observa-se uma ascendência na laje L05 pela transferência de momento ser alta (excentricidade de 500 mm). Na Figura 5.23 são apresentadas as deformações na armadura de flexão em função do posicionamento na laje.

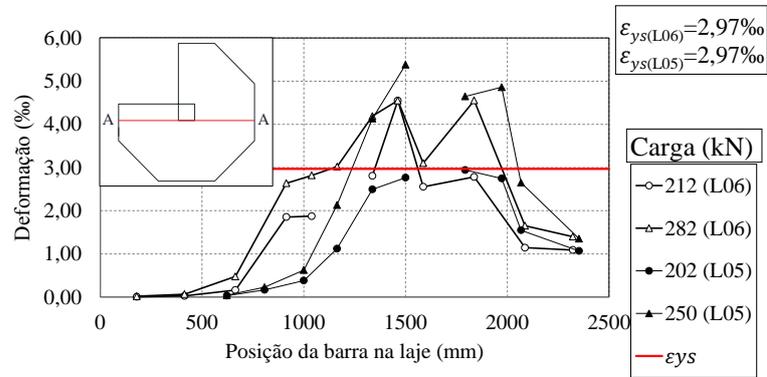


Figura 5.28 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L06 e L05.

Ambas as lajes apresentaram deformações altas, tanto a L06 como a L05 tiveram 4 pontos dos 12 monitorados deformações acima da  $\epsilon_y$ .

Em relação à deformação na superfície do concreto nota-se com a deformação máxima em ambas as lajes foi no ponto EC1 tangencial ao pilar e oposto a reentrância. O ponto EC8 da laje L06 provavelmente descolou da superfície.

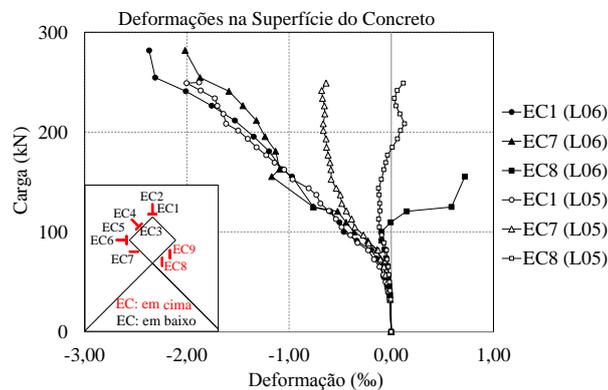


Figura 5.29 – Deformações na superfície do concreto das lajes L06 e L05.

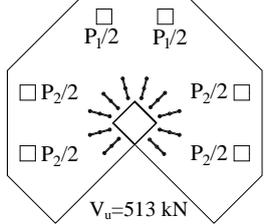
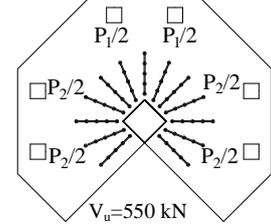
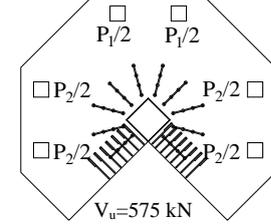
Quanto às cargas de ruptura, pode-se dizer que a laje L06 apresentou maior carga de ruptura (282 kN) e deformou menor enquanto que a L05 com carga de ruptura de 250 kN deslocou mais por possuir maior excentricidade.

## 5.1.2 Análise do Grupo 2 – com studs

### 5.1.2.1 Lajes L02 (513 kN), L9 (550 kN) e L03 (575 kN)

A Tabela 5.8 apresenta o resumo das características das lajes L02, L09 e L03.

Tabela 5.8 – Características das lajes L02, L09 e L03.

<b>L02:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; 3 Camadas de studs $\rho=2,07\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm $\phi_w=8,0$ mm; $s_0=70$ mm; $s_r$ : 100 mm	<b>L09:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; 5 Camadas de studs $\rho=2,08\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=60$ mm; $s_r$ : 90 mm	<b>L03:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; 4 Camadas de studs $\rho=2,17\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=70$ mm; $s_r$ : 100 mm; Estribos: $\phi_t=10,0$ mm
		

A Figura 5.30 (a) mostra o gráfico da taxa de armadura de flexão em relação à carga de ruptura das lajes L02, L09 e L03 mostrando que é quanto maior a taxa de armadura de flexão maior a carga de ruptura da laje mesmo que seja uma diferença pequena. A Figura 5.30 apresenta o gráfico da área de armadura de cisalhamento em relação à carga de ruptura das lajes L02, L09 e L03 mostrando que quando compara-se as lajes L03 com a laje L02 nota-se que quanto maior a área de armadura de cisalhamento maior a carga de ruptura da laje, o que não acontece quando compara-se as lajes L03 e L09 pois tem-se uma maior área de armadura de cisalhamento radial na laje L09 porém menor taxa de armadura de flexão, por isso a mesma apresentou menor carga de ruptura.

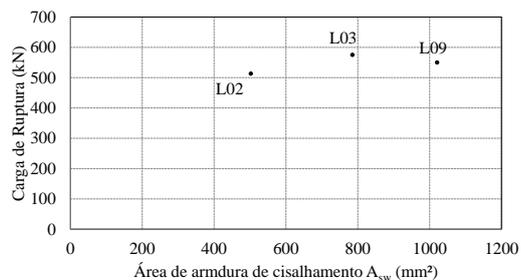


Figura 5.30 – Gráfico de carga de ruptura x área de armadura de cisalhamento das lajes L02, L09, e L03.

Pode-se observar com a Figura 5.31 que a laje com maiores deslocamentos foi a L09 no ponto 18 com deslocamento em torno de 39 mm. Para um mesmo nível de carga as lajes L02 e L03 apresentaram menores deslocamentos, isso pode ser atribuído à menor quantidade de armadura de cisalhamento comparado a L09.

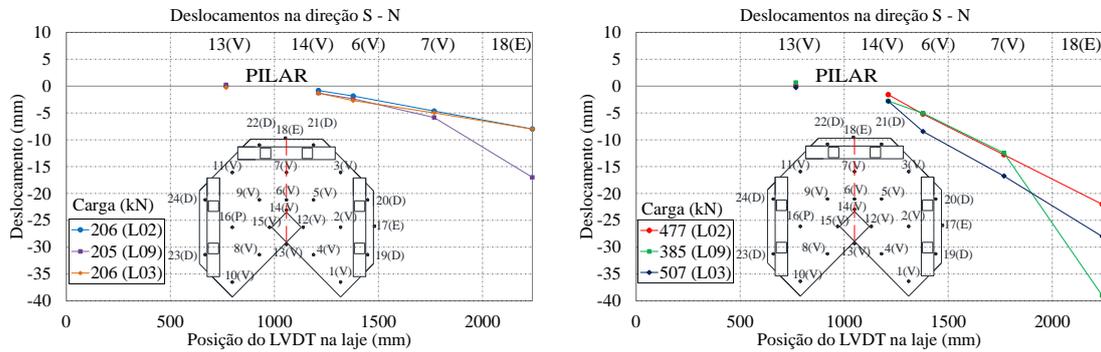


Figura 5.31 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L02, L09 e L03.

Nos pontos 1, 4, 8 e 10, localizados nos bordos reentrantes da laje, pode-se notar com a Figura 5.32 que as três lajes tiveram o mesmo comportamento com um "alívio" dos deslocamentos em um determinado nível de carga, mas apenas a laje L09 apresentou valores de deslocamentos positivos nos pontos 4 e 8.

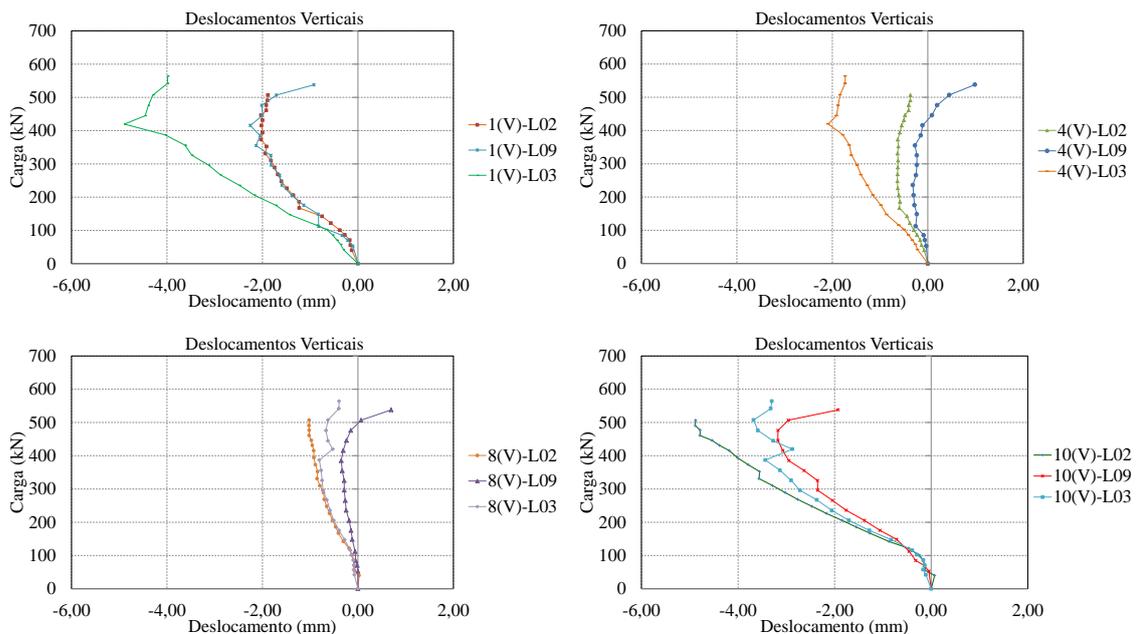


Figura 5.32 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L02, L09 e L03 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Nos pontos 12, 13, 14 e 15, localizados nos vértices do pilar, mostram deslocamentos descentes em sua maioria com exceção da laje L09 que apresentou deslocamento

ascendente no ponto 13 da ordem de 1,5 mm aproximadamente (Figura 5.33). Nesse caso observa-se que a área de armadura de cisalhamento e o número de camadas da mesma influenciaram no comportamento ascendente no canto reentrante.

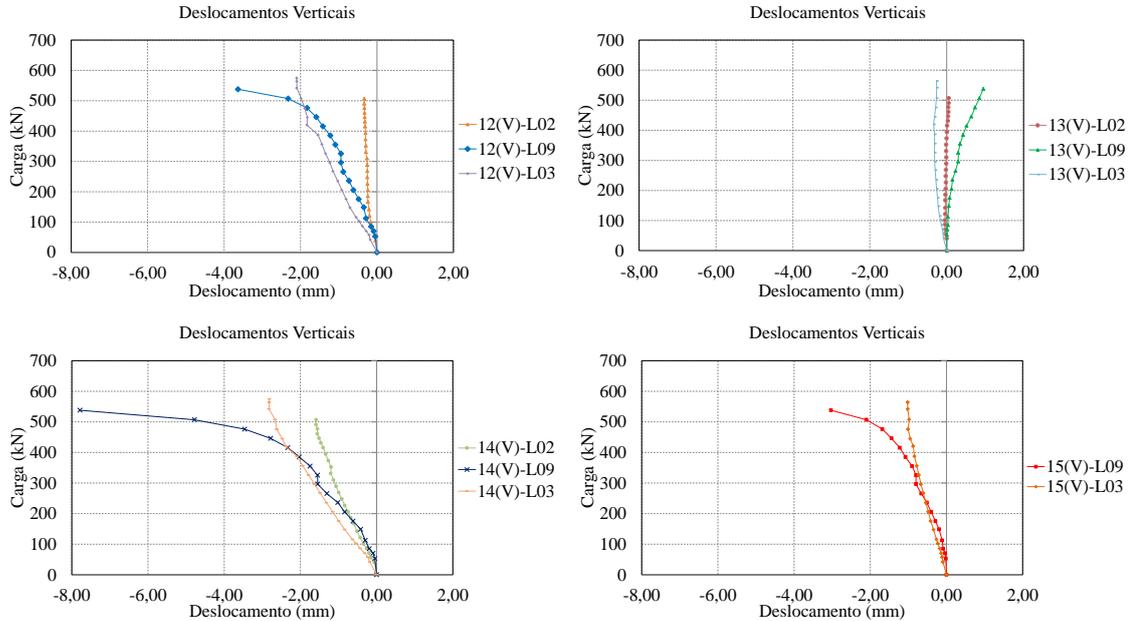


Figura 5.33 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L02, L09 e L03 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

A Figura 5.34 mostra que na laje L02 escoaram as barras 12 e 14 na carga ruptura; na laje L09 escoaram as barras 7, 8, 9 e 10 com uma carga correspondente a 70 %, 75 %, 80 %, e 90 % da carga de ruptura respectivamente; e na laje L03 escoaram as barras 12, 13, 14 e 15 com uma carga correspondente a 90 %, 75 %, 95 %, e 75 % da carga de ruptura respectivamente. Com o aumento da área da armadura de cisalhamento, foi maior a solicitação da armadura de flexão fazendo com que a laje L09 apresentasse maiores deformações na armadura de flexão.

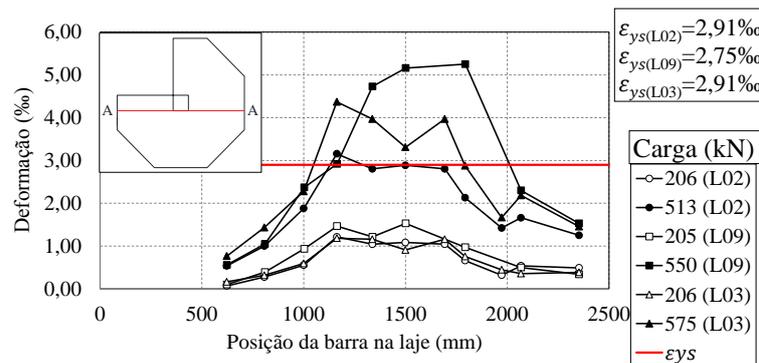


Figura 5.34 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L02, L09 e L03.

As deformações na superfície do concreto (Figura 5.35) atingiram tensões de compressão de no máximo 2,60 ‰. Vale ressaltar que os pontos monitorados na laje L09 foram diferentes das demais e não será comparado aqui. As lajes em análise apresentaram deformações de encurtamento com intensidades na ordem de 0,20 ‰ ambas as lajes diferenciaram-se pela intensidade das deformações na ruptura, ou seja, a laje L02 deformou menos por ter menor área de armadura de cisalhamento.

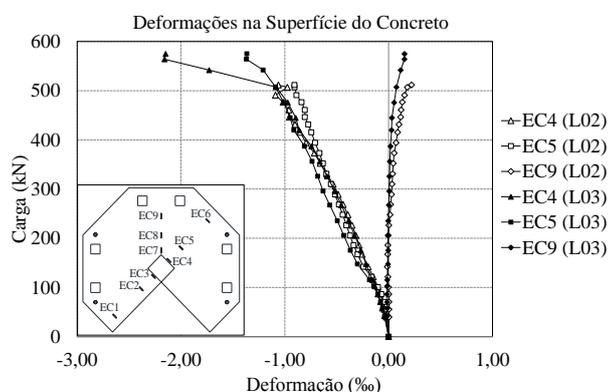


Figura 5.35 – Deformações na superfície do concreto das lajes L02 e L03.

Quanto às cargas de ruptura, pode-se dizer que a laje L03 apresentou maior carga de ruptura (575 kN) por ter maior taxa de armadura de flexão e deslocou menos, enquanto que a L09 apresentou uma carga de ruptura de 550 kN com deslocamentos maiores por possuir maior quantidade de armadura de cisalhamento. Já a laje L02 apresentou menor carga de ruptura entre as lajes analisadas (513 kN) e menores deslocamentos.

### 5.1.2.2 Lajes L09 (550 kN), L10 (500 kN) e L11 (640 kN)

A Tabela 5.9 apresenta o resumo das características das lajes L09, L10 e L11.

Tabela 5.9 – Características das lajes L09, L10 e L11.

<b>L09:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; 5 Camadas de studs $\rho=2,08\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=60$ mm; $S_r: 90$ mm	<b>L10:</b> $P_2/P_1=0,5$ ; 5 Camadas de studs $\rho=2,08\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=70$ mm; $S_r: 90$ mm	<b>L11:</b> $P_2/P_1=1,5$ ; 5 Camadas de studs $\rho=2,11\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=70$ mm; $S_r: 90$ mm

A Figura 5.36 mostra o gráfico da excentricidade em relação à carga de ruptura e o gráfico da área de armadura de cisalhamento em relação a carga de ruptura das lajes L09, L10 e L11. Pode-se notar que quanto mais armadura de cisalhamento maior a carga de ruptura, porém a excentricidade influencia mais na carga de ruptura, ou seja, a laje L09 tem maior carga de ruptura que as lajes L10 e L11 por possuir mais armadura de cisalhamento, contudo a laje L11 apesar de ter menos armadura de cisalhamento possui menor excentricidade e por isso tem maior carga de ruptura, assim como a laje L10 com maior excentricidade tem menor capacidade de carga que as demais.

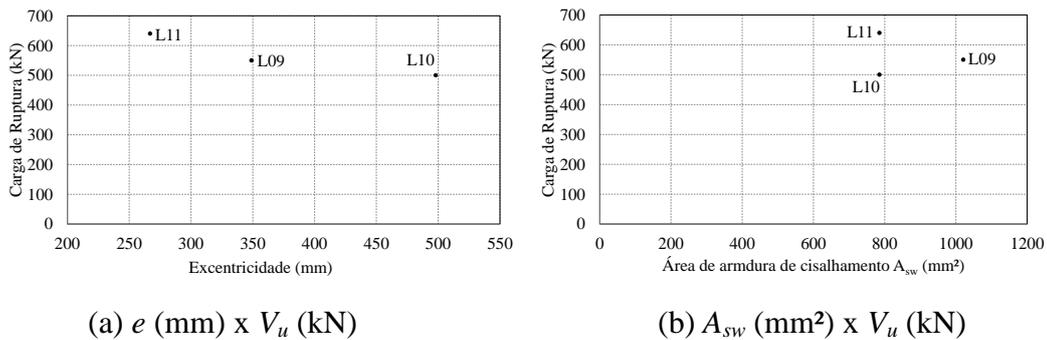


Figura 5.36 – Gráfico de carga de ruptura x excentricidade e armadura de cisalhamento das lajes L09, L10, e L11.

A Figura 5.37 apresenta o gráfico de deslocamentos das lajes L09, L10, e L11 em relação a posição dos LVDT's onde se pode observar o comportamento em dois momentos: com o nível de carga em torno de 200 kN e o nível de carga próximo à ruptura. No primeiro caso a laje L011 apresentou-se mais rígida e as demais com deslocamentos similares entre si (diferenciando-se em 2 mm), ou seja, para valores de carga relativamente baixos a influência da taxa de armadura de flexão interfere mais que a excentricidade; já no segundo caso, próximo a ruptura a laje L10 apresentou-se muito mais flexível que as demais, com deslocamento máximo medido de 45 mm por ter maior transferência de momento.

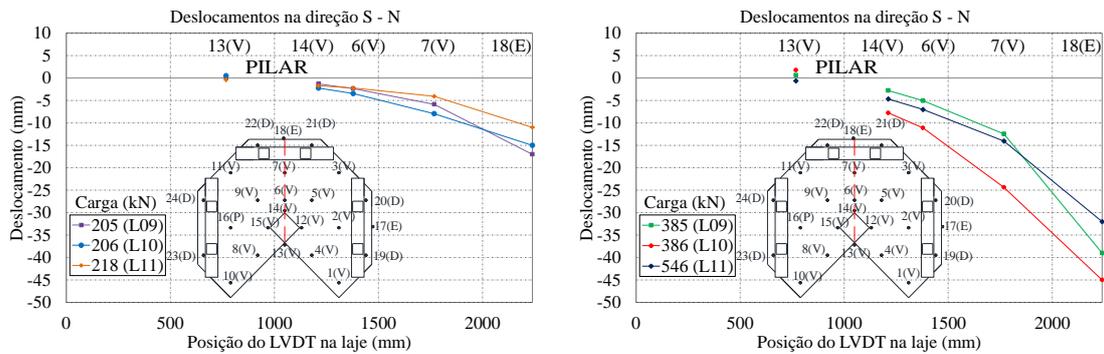


Figura 5.37 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L09, L10, e L11.

Na Figura 5.38 são apresentados os deslocamentos nos pontos 1, 4, 8 e 10 localizados próximo aos bordos reentrantes, e na Figura 5.39 os deslocamentos nos pontos 12, 13, 14 e 15 localizados próximo aos vértices do pilar.

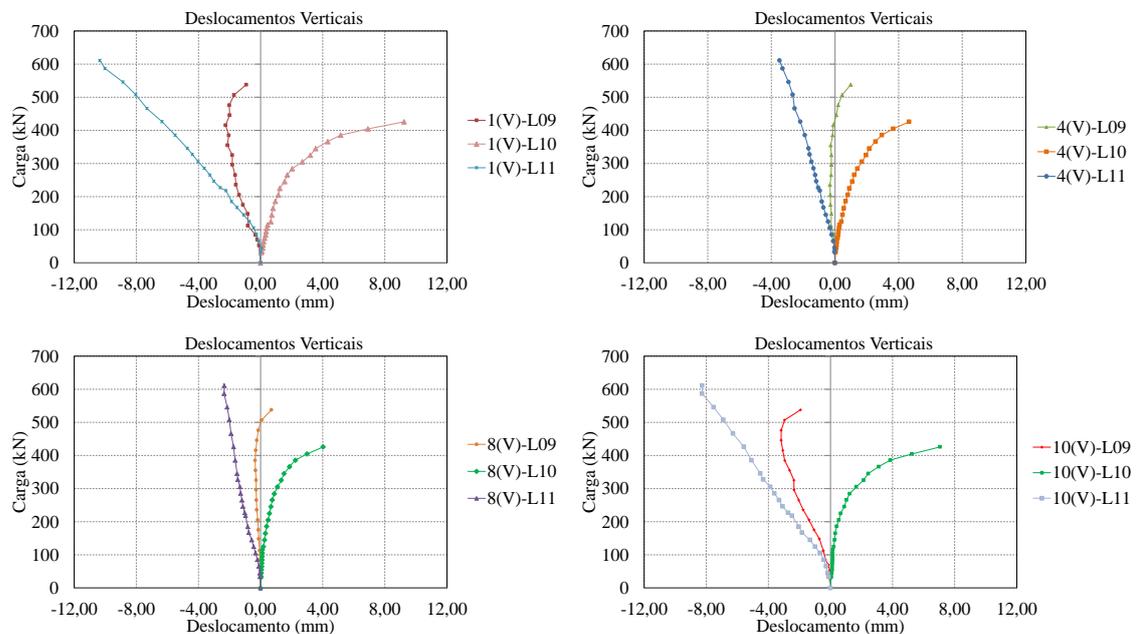


Figura 5.38 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L09, L10, e L11 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Com esses gráficos pode-se observar comportamentos diferentes devido a diferença de excentricidade das três lajes, com a L10 deslocando-se para cima por possuir maior excentricidade e a L11 deslocando-se para baixo com grandes deslocamentos, ou seja, a medida que a excentricidade aumenta os deslocamentos deixam de ser negativos e passam a ser positivos dependendo da magnitude da excentricidade.

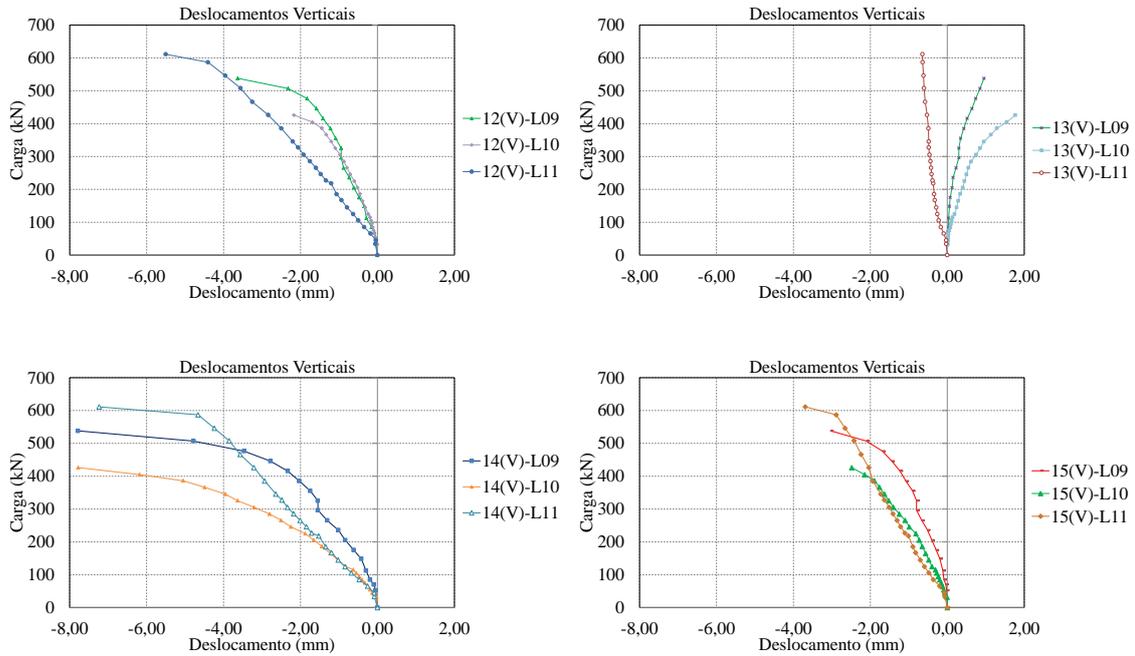


Figura 5.39 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L09, L10, e L11 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Os pontos monitorados próximo ao pilar mostram que as lajes tiveram comportamento semelhante e no ponto 13 (localizado no vértice do pilar na reentrância da laje) observou-se uma ascendência nas lajes L09 e L10, o que não ocorreu com a laje L11 por ter menor intensidade na transferência de momento para a ligação. Na Figura 5.40 são apresentadas as deformações na armadura de flexão em função do posicionamento na laje.

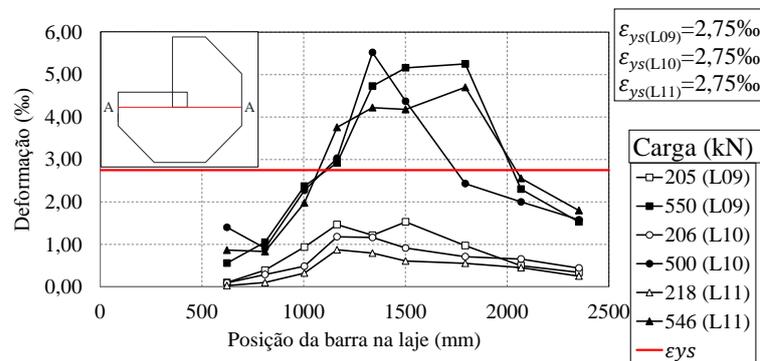


Figura 5.40 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L09, L10 e L11.

Pode-se notar que quanto maior a área da armadura de cisalhamento maior a solicitação da armadura de flexão (L09), ultrapassando o limite de escoamento antes da ruptura; no entanto, a excentricidade também influencia na solicitação da armadura de flexão, aumentando tal solicitação à medida que diminui a transferência de momento (L11). As

lajes L09, L10 e L11 apresentaram deformações máximas de 5,16 ‰, 5,52 ‰ e 4,70 ‰ respectivamente.

As deformações na superfície do concreto (Figura 5.41) mostram que o comportamento foi semelhante quando se trata de compressão, mesmo variando a excentricidade, com tendência à tração ao aproximar-se da ruptura.

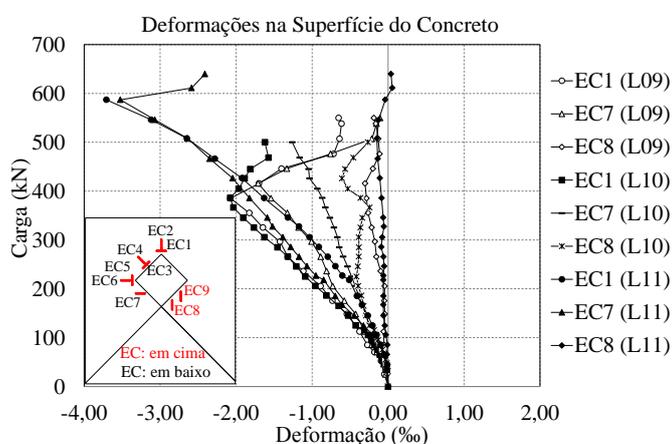


Figura 5.41 – Deformações na superfície do concreto das lajes L09, L10 e L11.

Quanto às cargas de ruptura pode-se dizer que a laje L11 apresentou maior carga de ruptura (640 kN) e deslocou menos; enquanto que as lajes L09 e L10 apresentaram menores cargas de ruptura, 500 kN e 550 kN respectivamente.

### 5.1.3 Análise do Grupo 3 – com estribos

#### 5.1.3.1 Lajes L08 (345 kN) e L03 (575 kN)

A Tabela 5.10 apresenta o resumo das características das lajes L08 e L03.

Tabela 5.10 – Características das lajes L08 e L03.

L08: $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=1,27\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; Estribos: $\phi_t=10,0$ mm	L03: $P_2/P_1=1,0$ ; 4 Camadas de <i>studs</i> $\rho=2,17\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=70$ mm; $s_r: 100$ mm; Estribos: $\phi_t=10,0$ mm

A laje L03 apesar de possuir armadura de torção teve uma menor carga de ruptura em relação a laje L08 que possuía armadura de cisalhamento e maior taxa de armadura de flexão.

A Figura 5.42 apresenta o gráfico de deslocamentos das lajes L08 e L03 em relação à posição dos LVDT's onde se pode observar o comportamento em dois casos: com o nível de carga em torno de 200 kN e o nível de carga próximo à ruptura. No primeiro caso a laje L08 apresentou maiores deslocamentos pois não possui armadura de cisalhamento como na laje em comparação. Já no segundo caso, a laje L03 apresentou maiores deslocamentos, ou seja, deslocou mais antes de romper (dúctil).

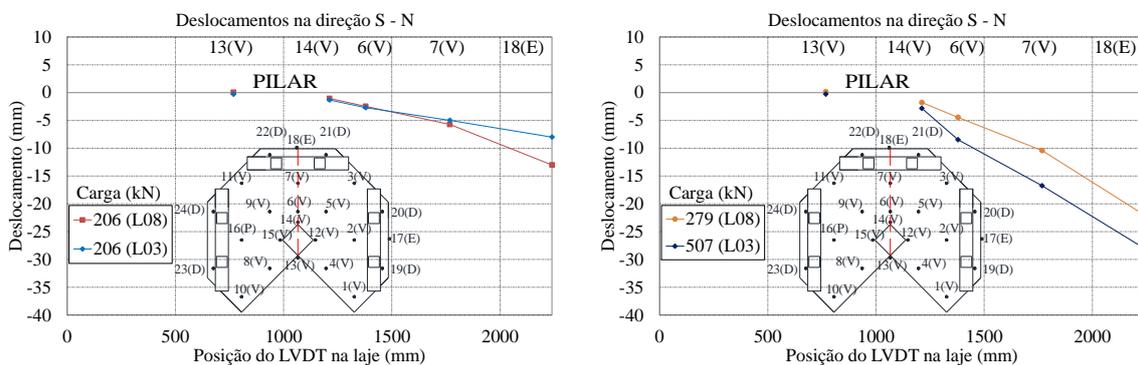


Figura 5.42 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L08 e L03.

Na Figura 5.43 são apresentados os deslocamentos nos pontos 1, 4, 8 e 10 localizados próximo aos bordos reentrantes, e na Figura 5.44 os deslocamentos nos pontos 12, 13, 14 e 15 localizados próximo os cantos do pilar.

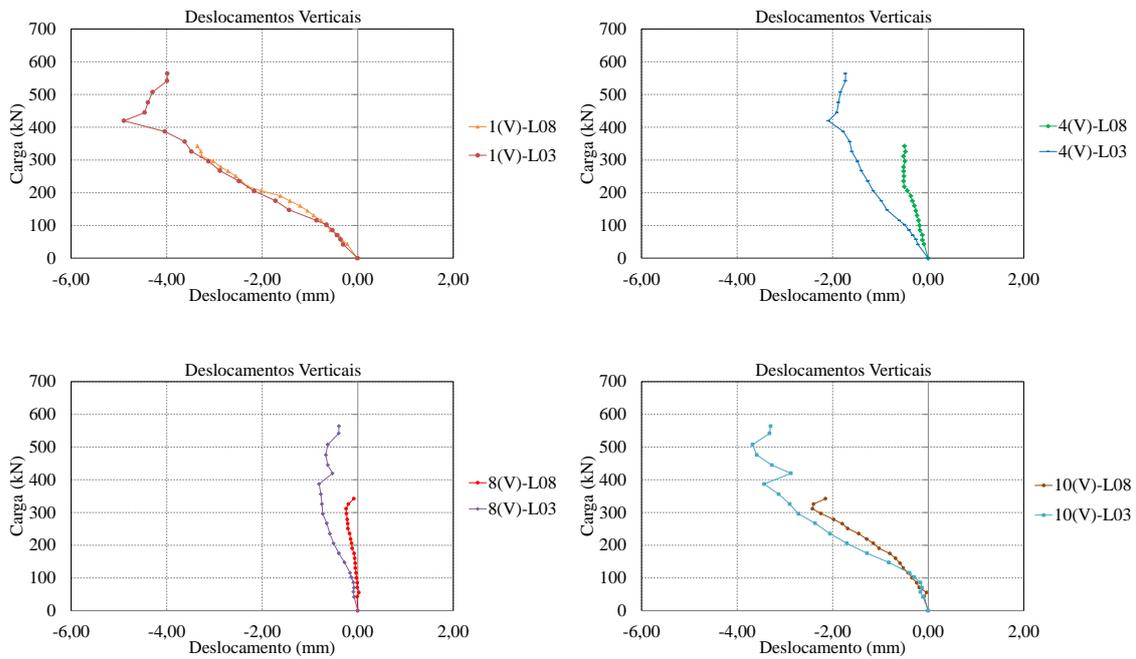


Figura 5.43 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L08 e L03 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Com esses gráficos pode-se observar o mesmo comportamento descendente, mas a presença da armadura de torção faz com que as bordas reentrantes da laje tendam a subir e a armadura de cisalhamento age minimizando essa tendência.

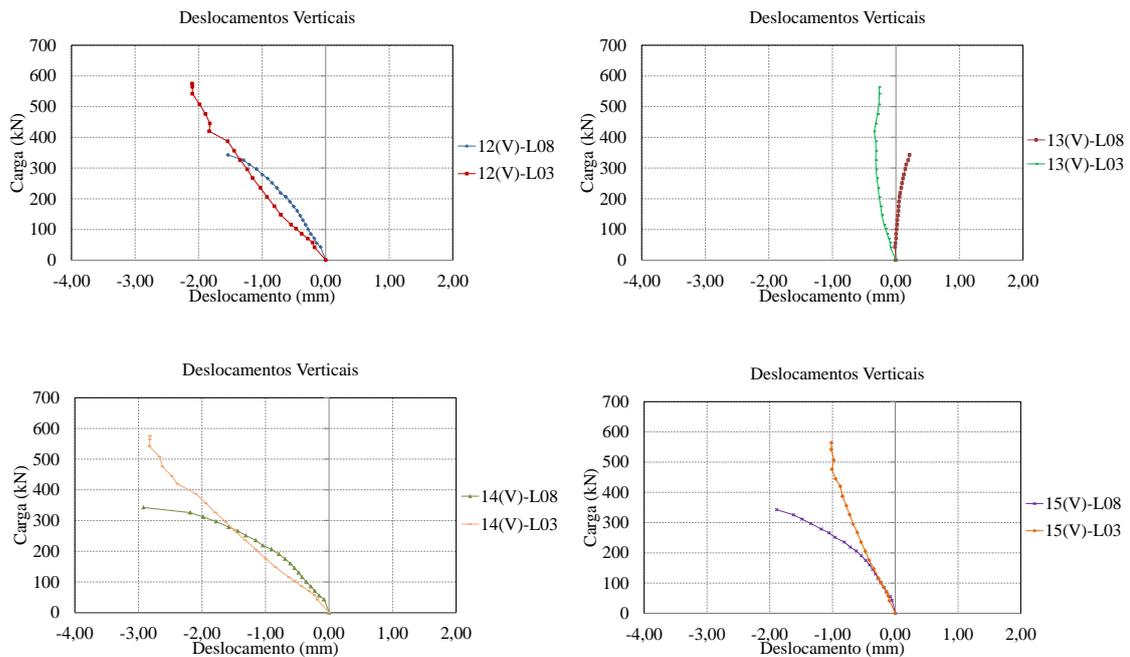


Figura 5.44 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L08 e L03 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Os pontos monitorados próximo ao pilar mostram que as duas lajes analisadas tiveram comportamento diferente e no ponto 13 (localizada no canto do pilar na reentrância da laje) observa-se uma ascendência na laje L08 e uma descendência na laje L03. Na Figura 5.45 são apresentadas as deformações na armadura de flexão em função do posicionamento na laje.

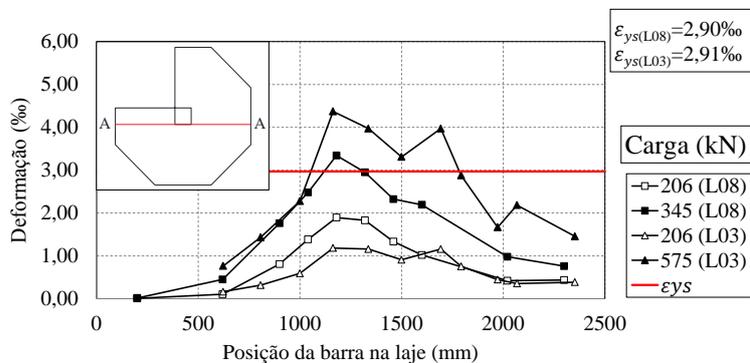


Figura 5.45 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L08 e L03.

Com o gráfico anterior pode-se notar que o momento não é contínuo na linha A-A (Figura 4.167) e os momentos na parte esquerda da linha são menores que os momentos localizados na parte direita por se localizarem próximo a reentrância. A armadura de flexão da laje L03 trabalha mais que a L08 pela presença da armadura de cisalhamento.

Pode-se notar que em ambas as lajes houve barras que atingiram a deformação de escoamento com valores máximos entre 3,34 ‰ e 4,37 ‰ nas lajes L08 e L03 respectivamente. As lajes L08 e L03 não foram comparadas aqui pela diferença de pontos monitorados, mas foram comparadas com outras lajes em outros grupos.

Em relação às deformações na superfície do concreto, os pontos monitorados foram diferentes e não será possível uma comparação entre as lajes L03 e L08.

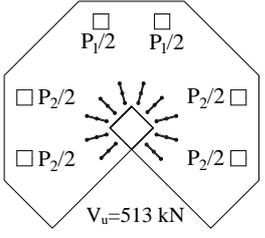
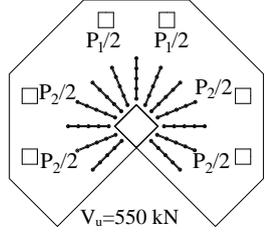
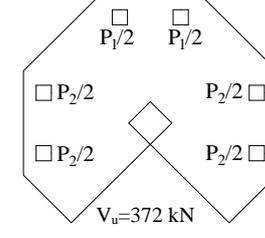
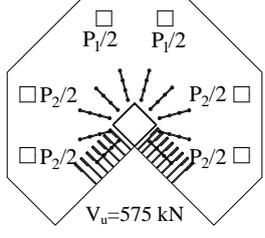
Quanto às cargas de ruptura, pode-se dizer que a laje L03 apresentou maior carga de ruptura (575 kN) e deslocou mais enquanto que a L08 apresentou menor carga de ruptura (345 kN) com deslocamentos menores pela ausência da armadura de cisalhamento.

### 5.1.4 Análise do Grupo 4 – sem e com studs

#### 5.1.4.1 Lajes L02 (513 kN), L09 (550 kN), L04 (372 kN) e L03 (575 kN)

A Tabela 5.11 apresenta o resumo das características das lajes L02, L09, L04 e L03.

Tabela 5.11 – Características das lajes L02, L09, L04 e L03.

<b>L02:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; 3 Camadas de studs $\rho=2,07\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm $\phi_w=8,0$ mm; $s_0=70$ mm; $s_r$ : 100 mm	<b>L09:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; 5 Camadas de studs $\rho=2,08\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=60$ mm; $s_r$ : 90 mm	<b>L04:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; $\rho=2,10\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm;	<b>L03:</b> $P_2/P_1=1,0$ ; 4 Camadas de studs $\rho=2,17\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=70$ mm; $s_r$ : 100 mm; Estribos: $\phi_t=10,0$ mm
			

Diante das lajes analisadas pode-se observar que quanto maior a área de armadura de cisalhamento maior a carga de ruptura da laje.

Pode-se observar com a Figura 5.46 que a laje com maiores deslocamentos foi a L09 no ponto 18 com deslocamento em torno de 39 mm. Para um mesmo nível de carga a laje L09 apresentou 17,0 mm de deslocamentos enquanto que as demais apresentaram o mesmo deslocamento de 8,0 mm, isso pode ser atribuído à maior quantidade de armadura de cisalhamento na laje L09, além da taxa de armadura de flexão menor comparada as lajes L03 e L04.

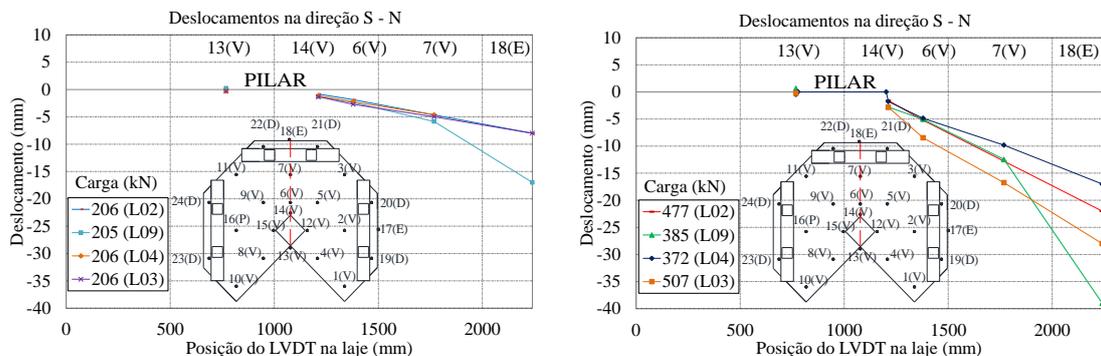


Figura 5.46 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L02, L09, L04 e L03.

Nos pontos 1, 4, 8 e 10, localizados nos bordos reentrantes da laje, pode-se notar com a Figura 5.47 que as quatro lajes analisadas tiveram o mesmo comportamento tendendo a deslocar para cima, mas apenas a laje L09 apresentou valores de deslocamentos positivos nos pontos 4 e 8 pela alta área de armadura de cisalhamento.

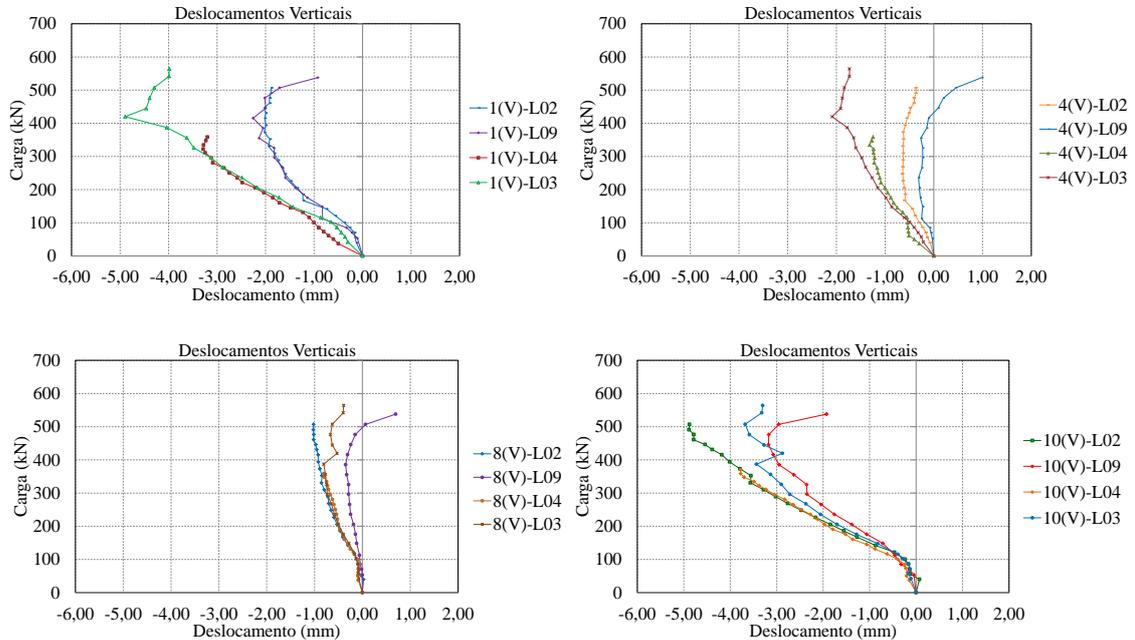


Figura 5.47 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L02, L09, L04 e L03 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Nos pontos 12, 13, 14 e 15, localizados nos cantos do pilar, mostram deslocamentos descentes em sua maioria com exceção da laje L09 que apresentou deslocamento ascendente no extensômetro 13 na ordem de 1,5 mm aproximadamente e grandes deslocamentos descendentes no ponto 14 por possuir grande área de armadura de cisalhamento, ou seja, à medida que aumenta a área da armadura de cisalhamento maior a tendência do ponto 13 de subir e 14 de descer, pontos estes situados no canto do pilar na parte reentrante e no canto interno respectivamente (Figura 5.48).

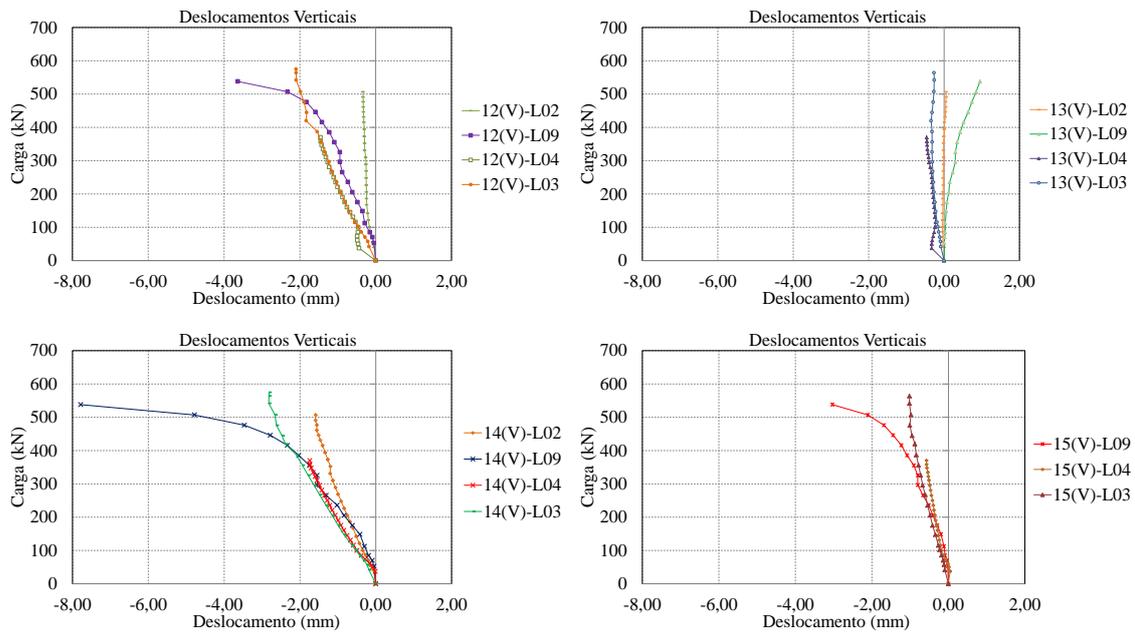


Figura 5.48 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L02, L09, L04 e L03 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Com a Figura 5.49 pode-se notar que nas lajes L02, L09 e L03 escoaram 2, 4 e 4 barras respectivamente. Na laje L02 escoaram as barras 12 e 14 na carga ruptura; na laje L09 escoaram as barras 7, 8, 9 e 10 com uma carga correspondendo 70 %, 75 %, 80 %, e 90 % da carga de ruptura respectivamente; e na laje L09 escoaram as barras 12, 13, 14 e 15 com uma carga correspondendo 90 %, 75 %, 95 %, e 75 % da carga de ruptura respectivamente. Já na laje de referência L04, sem armadura de cisalhamento, não escoou nenhuma barra, ou seja, quanto maior a área de armadura de cisalhamento e taxa de armadura de flexão maior foram as deformações antes da ruptura da laje e mais solicitadas será essa armadura.

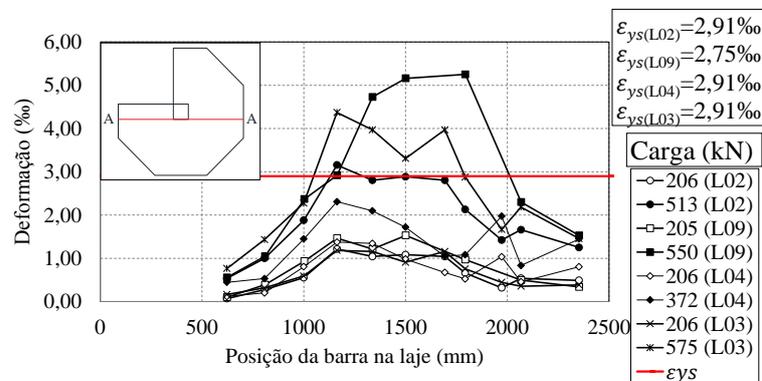


Figura 5.49 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L02, L09, L04 e L03.

As deformações na superfície do concreto (Figura 5.50) atingiram tensões de compressão de no máximo 2,62 ‰. A laje L09 não será comparada aqui por ter pontos monitorados diferentes. As lajes em análise apresentaram comportamento semelhante com deformações de encurtamento com intensidades de no máximo 0,22 ‰; a L02 comparada com a L03 deformou menos próxima a ruptura por ter menor área de armadura de cisalhamento.

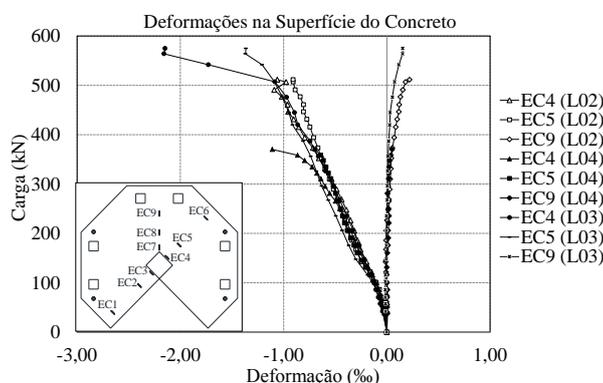


Figura 5.50 – Deformações na superfície do concreto das lajes L02, L04 e L03.

Quanto às cargas de ruptura, pode-se dizer que a laje L04 apresentou menor carga de ruptura (372 kN) e apresentou menores deslocamentos que as demais que possuíam *studs*. As lajes L02 e L03 apresentaram uma carga de ruptura 38 % e 55 % a mais que a laje L04. Já a laje L09 suportou uma carga de ruptura 48 % a mais que a laje L04, embora tivesse uma área de armadura de cisalhamento maior por perímetro que as demais. Isso ocorreu porque a armadura de cisalhamento não foi efetiva em todo o perímetro.

#### 5.1.4.2 Lajes L05 (250 kN), L01 (325 kN) e L10 (500 kN)

A Tabela 5.12 apresenta o resumo das características das lajes L05, L01 e L10.

Tabela 5.12 – Características das lajes L05, L01 e L10.

<b>L05:</b> $P_2/P_1=0,5$ ; $\rho=0,91\%$ ; $\phi_f=12,5$ mm	<b>L01:</b> $P_2/P_1=0,5$ ; $\rho=2,07\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm	<b>L10:</b> $P_2/P_1=0,5$ ; 5 Camadas de <i>studs</i> $\rho=2,08\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=70$ mm; $s_r: 90$ mm

A Figura 5.51 mostra o gráfico da taxa de armadura de flexão em relação à carga de ruptura das lajes L01 e L04 em que pode-se notar que quanto maior a taxa de armadura de flexão maior a carga de ruptura e quanto maior a área de armadura de cisalhamento essa carga de ruptura aumenta mais ainda.

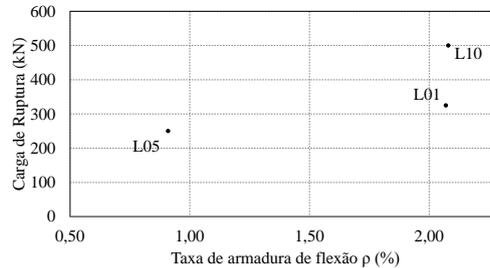


Figura 5.51 – Gráfico de carga de ruptura x taxa de armadura de flexão média das lajes L05, L01 e L10.

A Figura 5.52 apresenta o gráfico de deslocamentos das lajes L05, L01 e L10 em relação a posição dos LVDT's onde se pode observar o comportamento apenas em um caso, com a carga de 200 kN aproximadamente, já que a laje L05 só tem leituras medidas de deslocamentos com carga de no máximo 202 kN. Nota-se uma grande diferença, em que a laje L05 deslocou mais que as demais, fato esse que se deve pela baixa taxa de armadura de flexão.

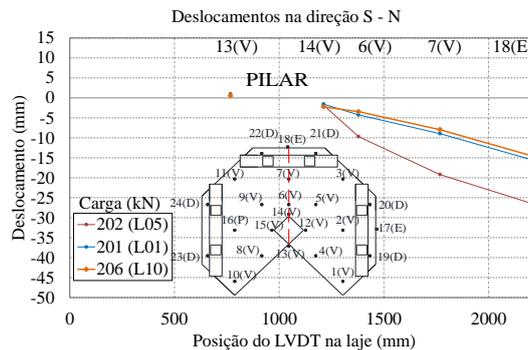


Figura 5.52 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L05, L01 e L10.

Na Figura 5.53 são apresentados os deslocamentos nos pontos 1, 4, 8 e 10 localizados próximo aos bordos reentrantes, e na Figura 5.54 os deslocamentos nos pontos 12, 13, 14 e 15 localizados próximo os cantos do pilar.

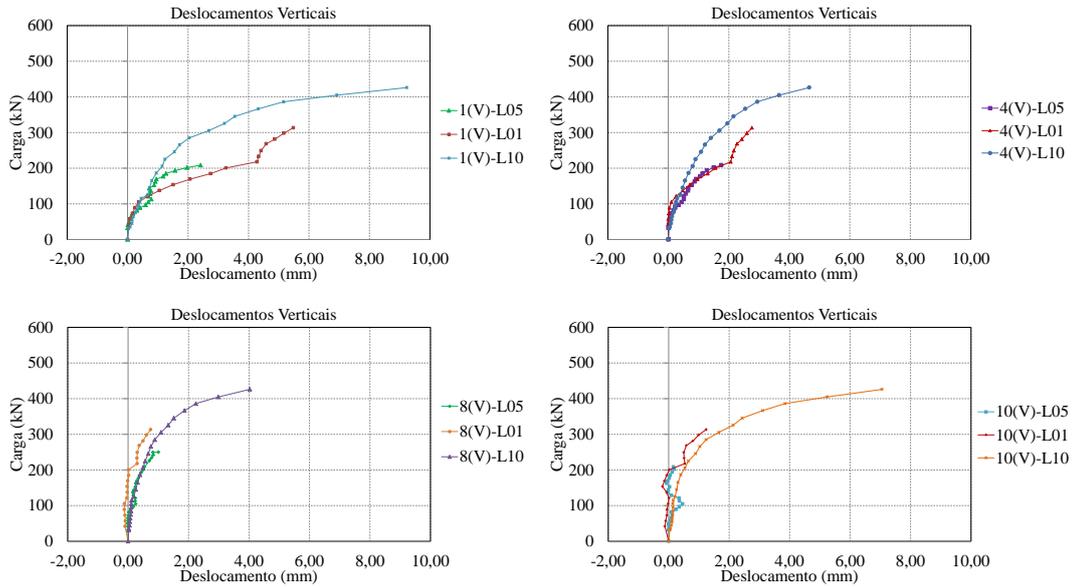


Figura 5.53 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L05, L01 e L10 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Com esses gráficos pode-se observar o mesmo comportamentos devido a semelhança de momento, na laje L10 os deslocamentos foram bem maiores pelo fato da mesma apresentar armadura de cisalhamento e as outras não.

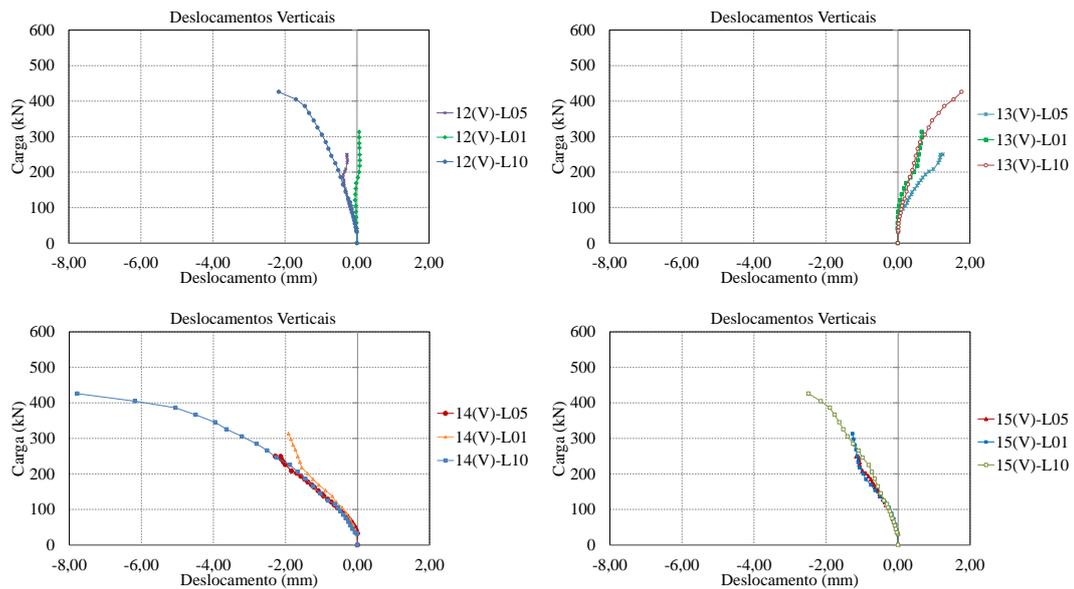


Figura 5.54 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L05, L01 e L10 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Os pontos monitorados próximo ao pilar mostram que as lajes analisadas tiveram o mesmo comportamento e no ponto 13 (localizada no canto do pilar na reentrância da laje) observa-se uma ascendência de todas as lajes pela alta transferência de momento.

Na Figura 5.55 são apresentadas as deformações na armadura de flexão em função do posicionamento na laje.

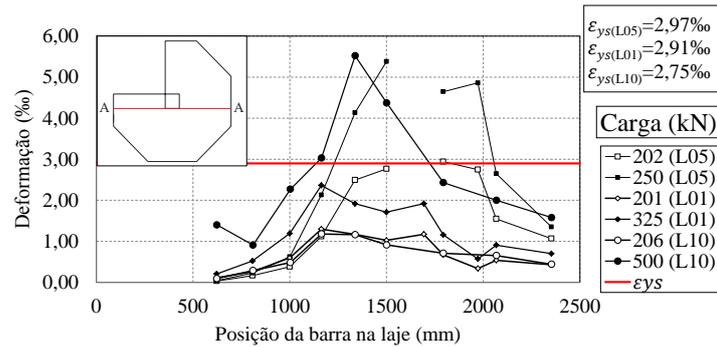


Figura 5.55 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L05, L01 e L10.

A armadura de flexão na laje L05 é muito solicitada próxima à ruptura por ter uma baixa taxa de armadura e na L10 a armadura de flexão trabalha mais com maiores deformações pela presença da armadura de cisalhamento.

Pode-se notar que apenas na laje L01 nenhuma barra escoou. Já as lajes L05 e L10 apresentaram deformações de no máximo 5,38 ‰ e 5,52 ‰ respectivamente, a L05 pelo fato de ter uma baixa taxa de armadura de flexão comparada com a L01 e a L10 pelo fato de ter armadura de cisalhamento.

Na Figura 5.56 são comparadas as deformações na superfície do concreto das lajes L05 e L10, a laje L01 não será comparada aqui por ter pontos monitorados diferentes. É evidente que a presença da armadura de cisalhamento na L10 faz com que seu comportamento mude, tendendo a tracionar (descompressão), ao atingir cerca de 80 % da carga de ruptura.

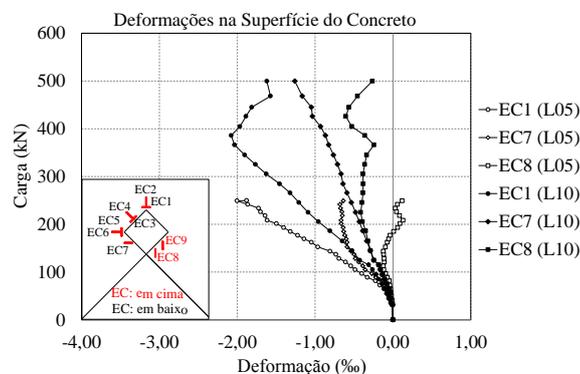


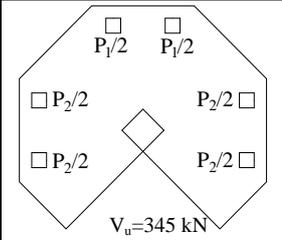
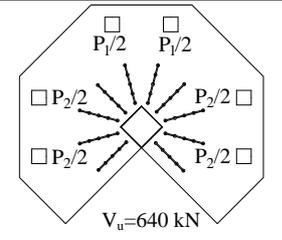
Figura 5.56 – Deformações na superfície do concreto das lajes L05, L01 e L10.

Quanto às cargas de ruptura, pode-se dizer que a laje L10 apresentou maior carga de ruptura 54 % a mais que a laje L01 e deslocou muito mais. A laje L05 apresentou carga de ruptura 250 kN com deslocamentos menores por não possuir armadura de cisalhamento.

### 5.1.4.3 Lajes L12 (345 kN) e L11 (640 kN)

A Tabela 5.13 apresenta o resumo das características das lajes L12 e L11.

Tabela 5.13 – Características das lajes L12 e L11.

L12: $P_2/P_1=1,5$ ; $\rho=1,28\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm;	L11: $P_2/P_1=1,5$ ; 5 Camadas de <i>studs</i> $\rho=2,11\%$ ; $\phi_f=16,0$ mm; $\phi_w=10,0$ mm; $s_0=70$ mm; $s_r$ : 90 mm
 <p style="text-align: center;"><math>V_u=345</math> kN</p>	 <p style="text-align: center;"><math>V_u=640</math> kN</p>

A Figura 5.57 mostra o gráfico da taxa de armadura de flexão em relação à carga de ruptura das lajes L12 e L11 mostrando que quanto maior a taxa de armadura de flexão maior a carga de ruptura da laje e a presença de armadura de cisalhamento faz com que a carga de ruptura da laje L11 aumente mais ainda.

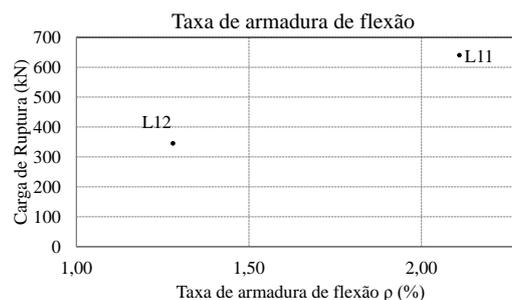


Figura 5.57 – Gráfico de carga de ruptura x taxa de armadura de flexão média das lajes L12 e L11.

A Figura 5.58 apresenta o gráfico de deslocamentos das lajes L12 e L11 em relação a posição dos LVDT's onde se pode observar que no primeiro caso, com a carga de 200 kN aproximadamente, os deslocamentos são semelhantes nas duas lajes. Já no segundo caso, para cargas próximo a ruptura, a laje L11 deslocou-se muito mais que a L12 por apresentar armadura de cisalhamento e maior taxa de armadura de flexão, tornando-a mais dúctil.

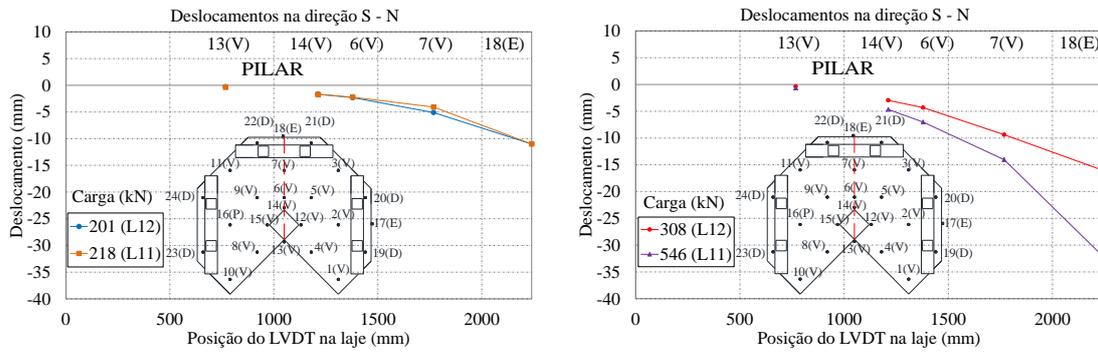


Figura 5.58 – Gráfico de deslocamentos verticais na direção S-N das lajes L12, e L11.

Na Figura 5.59 são apresentados os deslocamentos nos pontos 1, 4, 8 e 10 localizados próximo aos bordos reentrantes, e na Figura 5.43 os deslocamentos nos pontos 12, 13, 14 e 15 localizados próximo os cantos do pilar.

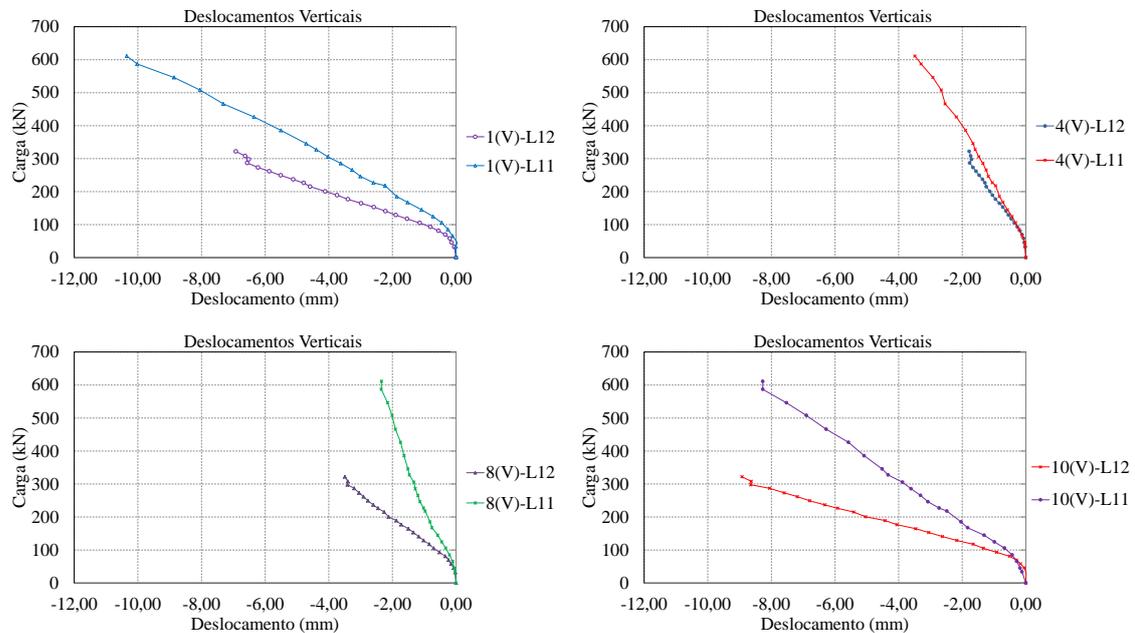


Figura 5.59 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L12 e L11 nos pontos 1, 4, 8 e 10.

Com esses gráficos pode-se observar o mesmo comportamento devido a semelhança de momento, na laje L11 os deslocamentos foram bem maiores.

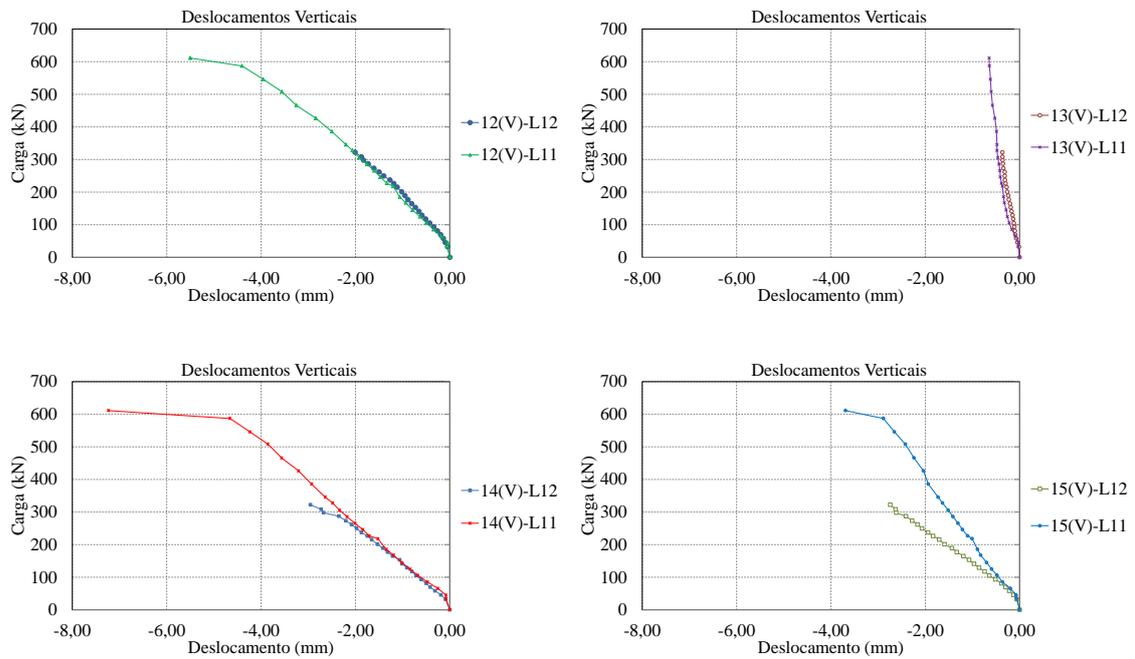


Figura 5.60 – Gráfico de deslocamentos verticais x carga das lajes L12 e L11 nos pontos 12, 13, 14 e 15.

Os pontos monitorados próximo ao pilar mostram que as lajes analisadas tiveram o mesmo comportamento e mesmo deslocamento para mesmo níveis de carga com exceção dos deslocamentos no ponto 15, que a partir da carga 100 kN os deslocamentos começaram a divergir no máximo em 1,0 mm.

Na Figura 5.44 são apresentadas as deformações na armadura de flexão em função do posicionamento na laje.

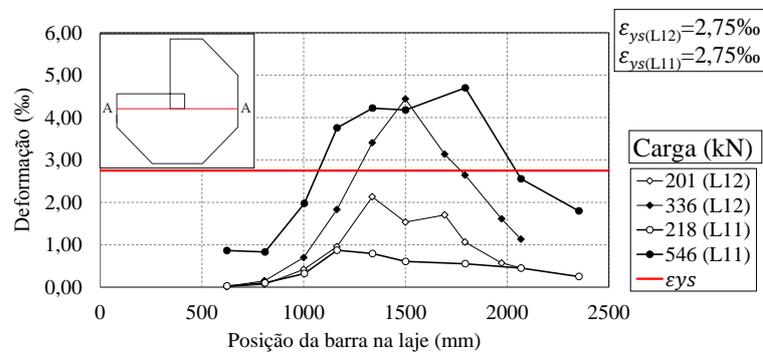


Figura 5.61 – Gráfico de deformações na armadura de flexão das lajes L12 e L11.

Com o gráfico anterior pode-se notar que o momento não é contínuo na linha A-A (Figura 4.167) e os momentos na parte esquerda da linha são menores que os momentos

localizados na parte direita por se localizarem próximo a reentrância. A armadura de flexão na laje L11 deforma mais próxima à ruptura por ter armadura de cisalhamento.

Comparando as deformações na superfície no concreto (Figura 5.62), observa-se um comportamento semelhante com intensidades maiores na laje L11 por possuir armadura de cisalhamento o que a tornou mais dúctil. Sendo assim, as deformações maiores ocorreram no canto do pilar oposto à reentrância no sentido tangencial.

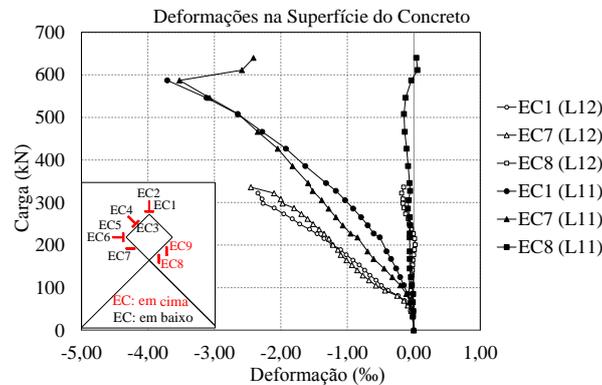


Figura 5.62 – Deformações na superfície do concreto das lajes L12 e L11.

Quanto às cargas de ruptura, pode-se dizer que a laje L11 apresentou uma carga de ruptura 86 % a mais que a laje L12 pela presença da armadura de cisalhamento e excentricidade menor dentre as utilizadas nessa pesquisa.

## 5.2 CARGAS E MODO DE RUPTURA

A Tabela 5.14 apresenta algumas das principais características das lajes em questão junto com o momento último  $M_u$  e superfície de ruptura, ou seja, se rompeu dentro ou fora da armadura de cisalhamento.

Tabela 5.14 - Carga de ruptura das lajes.

LAJES	P <sub>2</sub> /P <sub>1</sub>	e (mm)	Atuador1 (kN)	Atuador2 (kN)	Atuador3 (kN)	P <sub>u</sub> (kN)	V <sub>u</sub> (kN)	M <sub>u</sub> (kN.m)	Superfície de Ruptura
L01	0,5	500	148,0	76,0	76,0	300	325	162	-
L02	1,0	352	164,0	162,0	162,0	488	513	181	Fora
L03	1,0	349	183,0	183,5	183,5	550	575	200	Fora
L04	1,0	349	115,6	115,7	115,7	347	372	130	-
L05	0,5	504	112,0	57,0	56,0	225	250	126	-
L06	1,0	343	84,0	84,0	89,0	257	282	97	-
L07	1,0	349	111,0	110,5	111,5	333	358	125	-
L08	1,0	347	106,0	107,0	107,0	320	345	120	-
L09	1,0	349	175,0	175,0	175,0	525	550	192	Fora
L10	0,5	498	225,0	125,0	125,0	475	500	245	Dentro
L11	1,5	267	155,0	230,0	230,0	615	640	171	Fora
L12	1,5	268	80,0	120,0	120,0	320	345	92	-

Fora= ruptura fora da região da armadura de cisalhamento (*studs*).  
Dentro= ruptura dentro da região da armadura de cisalhamento (*studs*).

Para a carga de ruptura P<sub>u</sub> foi considerado apenas a soma das cargas aplicadas pelos cilindros hidráulicos (Figura 5.63); V<sub>u</sub> considera além das cargas aplicadas o peso próprio da laje e dos equipamentos sobre sua superfície. A excentricidade é considerada no instante da ruptura. O momento último M<sub>u</sub> foi determinado a partir da soma algébrica dos momentos provocados pelas cargas aplicadas como mostra a equação a seguir:

$$M_u = (P_1) \cdot z_1 + \left( \frac{P_{laje}}{3} + P_{eq} \right) \cdot z_2 \quad (5.1)$$

onde:

P<sub>1</sub>: carga aplicada no cilindro na posição indicada na Figura 5.63;

P<sub>eq</sub>: peso próprio do equipamento sobre a laje;

P<sub>laje</sub>: peso próprio da laje;

z<sub>1</sub>: braço de alavanca entre o ponto de aplicação da carga e o eixo transversal que passa pelo centro do pilar; Para esta pesquisa z<sub>1</sub> é 1050 mm;

z<sub>2</sub>: braço de alavanca entre o centro de gravidade da área e o eixo transversal que passa pelo centro do pilar; Para as lajes desta pesquisa z<sub>2</sub> é 772 mm.

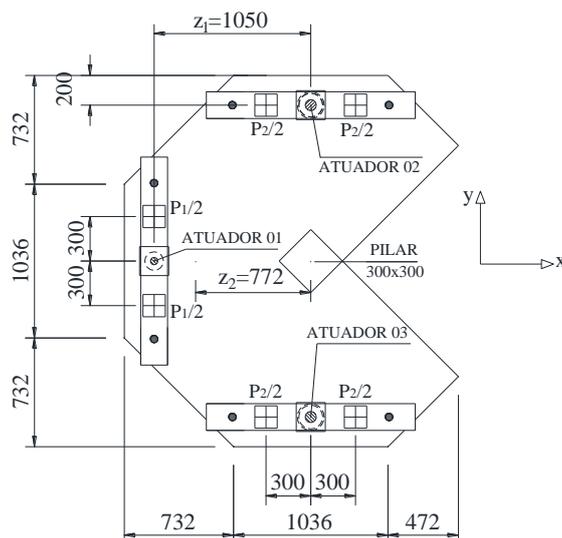


Figura 5.63 – Posição dos atuadores utilizados no ensaio das lajes.

Para esta pesquisa foram adotados alguns critérios para definir o tipo de ruptura e classificá-la em ruptura por: punção (P), flexão seguida por punção (FP) ou punção seguida por flexão (PF). Ruptura por punção é determinado pela ocorrência da formação de uma superfície cônica na região próxima ao pilar. A ruptura por flexão será caracterizada por: formação de rótulas plásticas (*yield-line*), que dividem a laje em segmentos delimitados por um determinado padrão de fissuração, deformação da armadura de flexão  $\epsilon_f \geq 3,5 \%$  e números de barras escoadas na linha A-A maior ou igual a três. Ainda em relação a defoemação da armadura de flexão,  $\epsilon_{f1}$  é a primeira deformação máxima e  $\epsilon_{f2}$  é a segunda deformação máxima dentre os pontos monitorados. O esmagamento do concreto na região inferior da laje adjacente ao pilar ocorrerá quando a deformação nos pontos monitorados forem  $\epsilon_c \geq 3,0 \%$ . Como em todas as lajes houve formação de cone e poucas barras de flexão atingiram o escoamento, todas foram classificadas por punção. A Tabela 5.15 apresenta o resumo dos resultados experimentais mostrando a classificação do tipo de ruptura para cada laje. Nessa tabela são apresentadas as cargas correspondentes às flechas apresentadas e os extensômetros em que as deformações são apresentadas.

Tabela 5.15 – Resumo das resultados experimentais analisados.

	$V_u$ (kN)	$V_{flex}$ (kN)	$V_u/V_{flex}$	$d$ (mm)	$e$ (mm)	$\rho$ (%)	$V_u$ (kN)	$\delta_{m\acute{a}x,final}$ (mm)	$V$ (kN)	$\delta_{comp.}$ (mm)	$\epsilon_{f1}$ (‰)	EF	$\epsilon_{f2}$ (‰)	EF	Nº Barras escoadas	$\epsilon_{stud}$ (‰)	EF	$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	$\epsilon_c$ (‰)	EF	Comportamento na ruptura	TIPO DE RUPTURA
<b>L1</b>	325	638	0,5	148,0	500	2,07	278	24	201	16	2,22	12	1,85	5	0	-	-		-0,59	5	1 e 3	P
<b>L2</b>	513	718	0,7	148,0	352	2,07	477	22	206	8	4,36	5	3,16	12	4	5,51	11	503	-1,09	4	2 e 4	FP
<b>L3</b>	575	698	0,8	144,5	349	2,17	507	28	206	8	4,82	4	4,37	12	4	2,31	6	785	-2,62	3	2 e 4	FP
<b>L4</b>	372	712	0,5	147,0	349	2,10	372	17	206	8	2,41	4	2,31	12	0	-	-	-	-1,11	4	1 e 3	P
<b>L5</b>	250	282	0,9	142,5	504	0,91	202	27	202	27	5,38	6	4,86	9	4	-	-	-	-2,00	1	1 e 3	FP
<b>L6</b>	282	322	0,9	144,5	343	0,88	226	18	212	16	4,55	8	4,55	10	3	-	-	-	-2,31	1	1 e 4	FP
<b>L7</b>	358	431	0,8	141,0	349	1,35	266	20	206	13	5,46	6	2,99	8	3	-	-	-	-2,30	7	2 e 3	PF
<b>L8</b>	345	447	0,8	145,5	347	1,27	279	22	206	13	3,57	7	2,48	4	2	-	-	-	-2,30	7	2 e 3	P
<b>L9</b>	550	721	0,8	147,5	349	2,08	385	39	205	17	5,25	10	5,16	9	4	1,89	11	1021	-2,07	1	2 e 4	FP
<b>L10</b>	500	641	0,8	147,5	498	2,08	386	45	205	15	5,52	8	3,18	3	3	2,54	6	785	-2,08	1	2 e 4	FP
<b>L11</b>	640	763	0,8	146,5	267	2,11	546	32	218	11	4,70	10	4,68	2	4	2,92	6	785	-3,70	1	2 e 4	FP
<b>L12</b>	345	476	0,7	145,0	268	1,28	308	16	201	11	4,44	6	3,83	11	3	-		-	-2,45	7	2 e 4	PF

Tipo de Ruptura:

P - Punção

FP - Flexão seguida por punção

PF - Punção seguida por flexão

Crítérios:

Flexão -  $\epsilon_f \geq 3,0 \text{ ‰}$  e Nº Barras escoadas na linha A-A  $\geq 3$

$\epsilon_{f1}$  – primeira deformação máxima.

$\epsilon_{f2}$  – segunda deformação máxima.

Esmagamento do concreto -  $\epsilon_c \geq 3,5 \text{ ‰}$

Comportamento na ruptura observado com vídeo de aplicação de carga:

1 - Carga cai subitamente

2 - Carga cai paulatinamente

3- Sem estalos (barulho)

4- Com estalos (barulho)

Modo de Ruptura:

Fora= ruptura fora da região da armadura de cisalhamento (*studs*).

Dentro= ruptura dentro da região da armadura de cisalhamento (*studs*).

## 6 ANÁLISE NUMÉRICA (SOFTWARE ATENA 3D)

### 6.1 INTRODUÇÃO

O software ATENA (*Advanced Tool for Engineering Nonlinear Analysis*) 3D foi criado pela empresa Checa, *Cervenka Consulting Ltda*, a partir de uma evolução do software SBETA e atualmente encontra-se na versão 5. Esse software é destinado a efetuar análises tridimensionais não lineares em estruturas de concreto armado (Červenka *et al* (2010)).

- Descrição do comportamento não linear do concreto, incluindo endurecimento e posterior amolecimento do concreto sob compressão;
- A fratura do concreto é baseada num mecanismo de fratura não linear;
- Critério de ruptura do concreto baseia-se numa ruptura biaxial. O comportamento do material concreto é simulado (para efeitos de cálculo) recorrendo a uma transformação do diagrama biaxial de tensões do concreto num diagrama uniaxial com os devidos ajustes;
- Diferenciação entre estados não fissurado e fissurado. Após fissurado, há uma redução de resistência à compressão, redução da resistência à tração, redução da rigidez de corte;
- O ATENA 3D permite trabalhar com dois modelos de fissuração distribuída “*smered crack approach*”: o “*fixed crack model*” e o “*rotated crack model*”;
- É possível também trabalhar com vários modelos de “bond-slip”, para a aderência entre armadura e concreto;
- A modelagem é feita com diversos elementos sólidos tri-dimensionais, tais como: elementos “*brick*” e “*shell*” para concreto. As armaduras foram modeladas como elementos de barra;

### 6.2 MODELOS CONSTITUTIVOS DO CONCRETO

#### 6.2.1 Relações tensão-deformação do concreto

O comportamento não linear do concreto no estado de tensão biaxial é descrito por meio da tensão efetiva  $\sigma_c^{ef}$  e da deformação uniaxial equivalente  $\varepsilon^{eq}$ . A tensão efetiva é, na maioria dos casos, uma tensão principal (Červenka *et al* – 2010).

A tensão uniaxial equivalente é introduzida a fim de eliminar o efeito de Poisson no estado plano de tensão:

$$\varepsilon^{eq} = \frac{\sigma_{ci}}{E_{ci}} \quad (6.1)$$

A deformação uniaxial equivalente pode ser considerada como a deformação que seria produzida pela tensão  $\sigma_{ci}$  em um ensaio uniaxial com módulo de elasticidade  $E_{ci}$  associado com a direção  $i$ . Dentro dessa premissa, a não linearidade que representa um dano é causado apenas pela tensão  $\sigma_{ci}$ .

O diagrama uniaxial equivalente completo de tensão-deformação em concreto é mostrado na Figura 6.1.

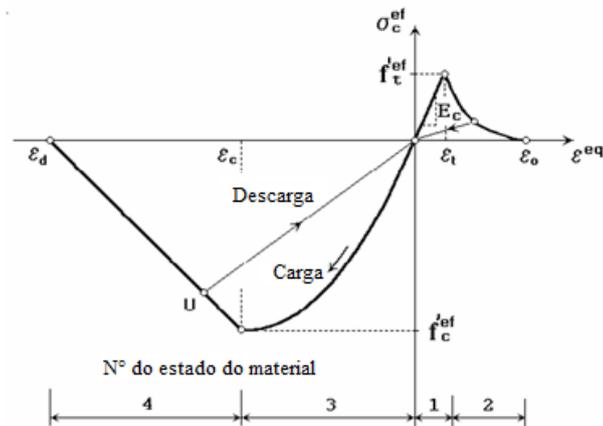


Figura 6.1 – Diagrama de tensão-deformação uniaxial do concreto – adaptado de Červenka *et al* (2010)

O número do estado do material define os níveis de dano do concreto. Nos estados 1 e 3 o concreto não se encontra fissurado, enquanto, nos estados 2 e 4, o concreto já se encontra fissurado. Nestes últimos estados quando ocorre uma descarga, o diagrama assume uma função linear que vai até à origem, como se pode observar no exemplo a partir do ponto U, no gráfico. Os valores de tensão efetiva de compressão  $f_c^{'ef}$  e tração  $f_t^{'ef}$  são calculados de acordo com o estado de tensões biaxial.

### 6.2.2 Comportamento do concreto à tração

O comportamento do concreto à tração antes da abertura de fissura é assumido como elástico-linear, com  $E_c$  igual ao módulo de elasticidade do concreto no estado inicial de compressão. Nesta fase o concreto apresenta um comportamento isotrópico. Este estado termina quando se atinge  $f_t^{ef}$ , tensão efetiva resistente à tração do concreto, sendo definido por:

$$\sigma_c^{ef} = E_c \cdot \varepsilon^{eq}, 0 \leq \sigma_c \leq f_t^{ef} \quad (6.2)$$

onde:

$\sigma_c^{ef}$  é a tensão efetiva;

$\varepsilon^{eq}$  é deformação uniaxial equivalente.

Quanto à tração, o concreto tem dois comportamentos distintos dependendo do seu estado de fissuração. As formulações utilizadas para abertura de fissuras desses dois tipos são:

- Modelo de fissura fictício baseado na lei da abertura de fissura e energia de fratura. Essa formulação é adequada para modelar propagação de fissura no concreto.
- Relação tensão-deformação num ponto material. Essa formulação não é adequada para casos normais de propagação de fissuras em concretos e deve ser usada somente em casos especiais.

Na Figura 6.2 ilustra-se a função que define a lei de abertura de fissuras de maneira exponencial.

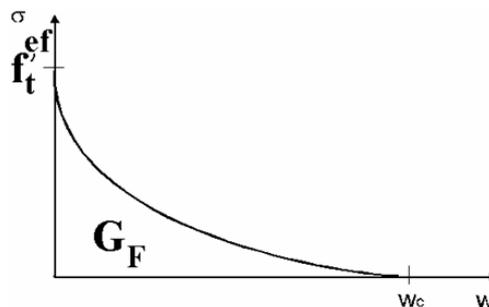


Figura 6.2 – Lei de abertura de fissuras exponencial, desenvolvida por Hodijk. Adaptado de Červenka *et al* (2010).

Esta função é definida pela expressão 6.3 e foi obtida experimentalmente:

$$\frac{\sigma}{f_t^{'ef}} = \left\{ 1 + \left( c_1 \cdot \frac{w}{w_c} \right)^3 \right\} \exp \left( -c_2 \cdot \frac{w}{w_c} \right) - \frac{w}{w_c} \cdot (1 + c_1^3) \cdot \exp(-c_2) \quad (6.3)$$

em que:

$\sigma$  é a tensão nominal;

$w$  é a abertura de fissura;

$w_c$  é a abertura da fissura quando a tensão efetiva de resistência à tração é nula, definida por:

$$w_c = 5,14 \cdot \frac{G_f}{f_t^{'ef}} \quad (6.4)$$

$c_1$  e  $c_2$  são constantes que tomam o valor de 3 e 6,93, respectivamente.

Segundo Červenka *et al* (2010), a energia de fratura,  $G_f$ , foi pré-definida no programa computacional ATENA 3D segundo a expressão 6.5, tendo sido desenvolvido por VOS, em 1983.

$$G_f = 0,000025 \cdot f_t^{'ef} [MN/m] \quad (6.5)$$

### 6.2.3 Comportamento do concreto à compressão

Antes da fissuração, o comportamento do concreto quando solicitado à compressão, segue o mesmo princípio adotado pelo CEB-FIP Model Code 1990 (1993), sofrendo algumas modificações de modo a se adaptar à ruptura biaxial, denominada tensão de resistência à compressão média,  $f_{cm}$ , substituída pela tensão efetiva de resistência à compressão,  $f_c^{'ef}$ .

Na Figura 6.3 ilustra-se o diagrama tensão-deformação, com o comportamento do concreto à compressão assumida pelo software ATENA 3D.

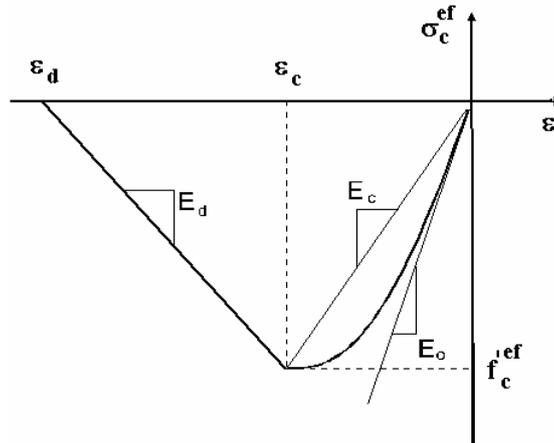


Figura 6.3 – Diagrama tensão de compressão x deformação. Červenka *et al* (2010).

A expressão 6.6 representa a função que define o ramo ascendente do diagrama representado anteriormente.

$$\sigma_t^{ef} = f_t'^{ef} \cdot \frac{k_x - x^2}{1 + (k - 2) \cdot x}, \quad x = \frac{\varepsilon}{\varepsilon_c}, \quad k = \frac{E_0}{E_c} \quad (6.6)$$

onde:

$\sigma_t^{ef}$  é a tensão à tração do concreto;

$f_t'^{ef}$  é a tensão efetiva de resistência à tração do concreto;

$x$  são as deformações normalizadas;

$\varepsilon_c$  é a deformação máxima em  $f_t'^{ef}$ ;

$k$  é um parâmetro de forma;

$E_0$  é o módulo de elasticidade inicial;

$E_c$  é o módulo de elasticidade secante.

O valor de  $k$  deve de ser maior ou igual a 1. Exemplos:  $k=1$ , linear;  $k=2$ , parábola.

Nesta fase, em que o concreto ainda não se encontra fissurado, assume os danos como distribuídos, devido à abordagem tomada para o material.

Após se atingir a tensão máxima efetiva de resistência à compressão, os danos no concreto passam a ser considerados como localizados, e surgem representados por superfícies de esmagamento, Červenka *et al* (2010).

Como mostrado no diagrama da Figura 6.3, o concreto assume um comportamento linear após atingir o pico da resistência à compressão, ramo linear descendente no diagrama. Ao se atingir a deformação limite por compressão do concreto,  $\varepsilon_d$ , a resistência do concreto é nula. Este ramo foi definido com base num diagrama de amolecimento linear que depende da máxima dimensão das fissuras à compressão,  $w_d$  (no ATENA 3D tem como valor pré-definido de 0,5 mm para concreto normal); do comprimento de banda,  $L_d'$ , corrigido quando a fissura se propaga numa direção diferente da paralela ao elemento; e da deformação no ponto de máxima tensão efetiva de compressão:

$$\varepsilon_d = \varepsilon_c + \frac{w_d}{L_d'} \quad (6.7)$$

onde:

$$L_d' = L_d \cdot \gamma \quad (6.8)$$

$L_d$  corresponde à dimensão do elemento finito quando a fissura se propaga na direção paralela a este e  $\gamma$  o fator de correção que assume valor de 1,0 quando a fissura se propaga paralela ao elemento finito, e toma valor máximo de 1,5 logo que a fissura faz ângulo de 45°, com o limite do elemento finito. Estes valores são pré-definidos no ATENA 3D, Červenka *et al* (2010). Estes pressupostos também são válidos quando do estado de tração do concreto, representando-se como  $L_t'$  ou  $L_t$  dependendo da orientação da fissura.

#### 6.2.4 Processo de fissuração do concreto

O processo de fissuração no concreto ocorre em três estágios, segundo Červenka *et al* (2010): estágio não fissurado (o material ainda não atingiu a tensão de resistência à tração do concreto); estágio de formação de fissura (inicia-se e desenvolve-se o processo de fissuração do material, a tensão de resistência à tração do concreto começa a diminuir com a abertura da fissura); estágio fissurado (a tensão de tração do concreto é nula na face de desenvolvimento de fissura, podendo esta continuar o seu processo de abertura embora não tenha capacidade para resistir a esforços deste tipo). A Figura 6.4 mostra o diagrama

tensão-deformação da zona de tração do concreto com cada um dos estágios. A abertura de fissura  $w$  pode ser obtida segundo a expressão abaixo:

$$w = \varepsilon_{cr} \cdot L_t' \quad (6.9)$$

onde:

$\varepsilon_{cr}$  é a deformação de abertura de fissura antes da tensão de resistência à tração ser nula;

$L_t'$  é o comprimento de banda.

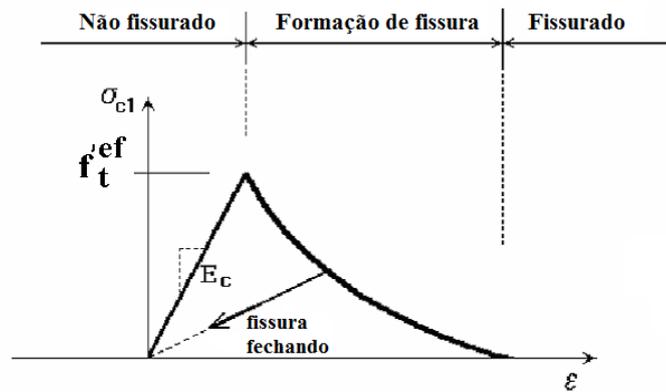


Figura 6.4 – Processo de fissuração do concreto no diagrama tensão-deformação do concreto. Adaptado de Červenka *et al* (2010).

### 6.2.5 Comportamento biaxial do concreto

O comportamento biaxial do concreto é descrito segundo o diagrama representado na Figura 6.5.

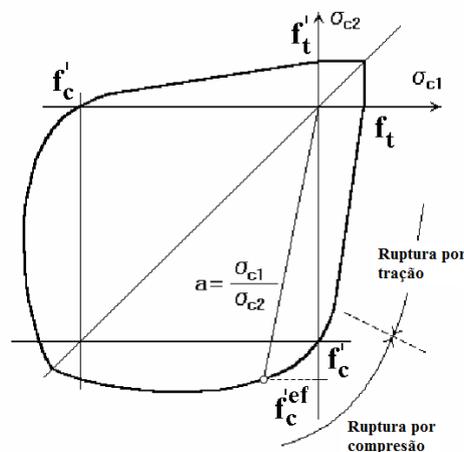


Figura 6.5 – Diagrama de ruptura biaxial do concreto. Adaptado de Červenka *et al* (2010).

Os valores de  $\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$  que aparecem no gráfico anterior correspondem aos valores das tensões principais no concreto, e  $f_c'$  é a tensão resistente à compressão para corpos de prova cilíndricos, Červenka *et al* (2010). Observa-se que o concreto quando sujeito a compressões biaxiais tem maior capacidade resistente que numa abordagem uniaxial, sendo a tensão efetiva de resistência à compressão,  $f_c'^{ef}$ , descrita segundo a expressão 6.10.

$$f_c'^{ef} = \frac{1 + 3,65 \cdot a}{(1 + a)^2} \cdot f_c', \quad a = \frac{\sigma_{c1}}{\sigma_{c2}} \quad (6.10)$$

$$f_c'^{ef} = f_c' \cdot r_{ec} \quad (6.11)$$

onde:

$r_{ec}$  = fator de redução da tensão de resistência à compressão quando se está no estado tração-compressão (tração numa direção principal e compressão na outra) com valores entre 0,9 e 1,0.

$$r_{ec} = 1 - 0,8 \cdot \frac{\sigma_{c1}}{f_c'} \quad (6.12)$$

No estado tração-tração, a tensão de tração é constante e equivale à tensão de resistência à tração do concreto,  $f_t'$ . Quando se entra num estado tração-compressão, a tensão de resistência à tração do concreto é definida segundo a expressão 6.13. No qual, o valor de  $r_{et}$  corresponde ao fator de redução da resistência à tração na direção principal 1, devido às compressões presentes na direção principal 2 (expressão 6.14).

$$f_t'^{ef} = f_t' \cdot r_{et} \quad (6.13)$$

$$r_{et} = 1 - 0,95 \cdot \frac{\sigma_{c2}}{f_c'} \quad (6.14)$$

## 6.2.6 Modelo de fissuração do concreto

Segundo Červenka *et al* (2010), na modelagem através do ATENA 3D apenas se pode adotar fissuração distribuída, conhecido por *smearred crack approach*. Este tipo de abordagem permite modelar a fissura, alterando as relações constitutivas tensão-deformação na vizinhança das mesmas. Tem vantagens para a computação porque a simplifica e admite as microfissuras como distribuídas e sinuosas em vez de retas e concentradas, no volume do material. O desempenho computacional, e por consequente os resultados, dependem da dimensão da malha dos elementos finitos e da sua orientação, tendo a fissuração controlada numa linha ou banda dos elementos finitos.

Duas opções estão disponíveis para os modelos de fissuração: *fixed crack model* e *rotated crack model*. Em ambos os modelos, a fissura é formada quando a tensão principal excede a resistência à tração. Desde que a fissura inicie o seu processo de formação, o material adota um comportamento ortotrópico, Červenka *et al* (2010).

No *fixed crack model* a direção da fissura é fixa, ou seja, assume a mesma direção desde que se inicia até sua formação. Pode haver aumento de carga e de deformações nas imediações da fenda, mas esta mantém sempre a mesma direção. Na Figura 6.6 ilustram-se o estado de tensões e de deformações deste modelo de fissuração, Červenka *et al* (2010).

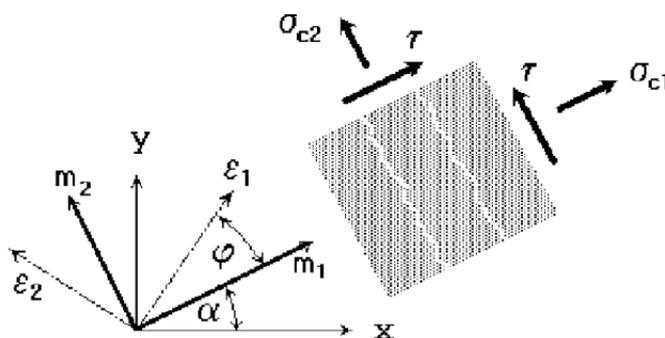


Figura 6.6 – Estado de tensões e deformações do *fixed crack model*. Adaptado de Červenka *et al* (2010).

Antes de ocorrer à fissuração as direções das tensões e deformações principais são idênticas (estado de isotropia). Após a abertura das fissuras passa-se a um estado de ortotropia no qual o eixo normal à direção da fissura corresponde ao eixo no qual o material é mais fraco (no exemplo da Figura 6.6 corresponde ao eixo  $m_1$ ) e o eixo paralelo

à fissura corresponde o eixo onde o material é mais forte (eixo  $m_2$ ). Se ocorrer uma rotação das deformações principais para os eixos  $\varepsilon_1$  e  $\varepsilon_2$ , as tensões principais  $\sigma_{c1}$  e  $\sigma_{c2}$ , não vão acompanhar a rotação, deixando de ser tensões principais e transformando-se em tensões de cisalhamento na face da fissura,  $\tau$ .

Na formação de fissuras segundo o *rotated crack model* a direção das tensões principais coincidem com a direção das deformações principais. Não há formação de tensões de cisalhamento na face da fissura e as tensões principais são as únicas tensões que devem ser definidas para análise da fissuração, através deste modelo, Červenka et al (2010).

Na Figura 6.7 apresentam-se o estado de tensões e de deformações correspondentes ao *rotated crack model*. Se os eixos principais da deformação rodarem, então, de forma similar, a direção da fissura também roda. A tensão principal na direção do eixo no qual, o material é mais fraco, é sempre normal à fissura, enquanto que na direção em que o material possui maior resistência a tensão principal é sempre paralela à direção da fissura.

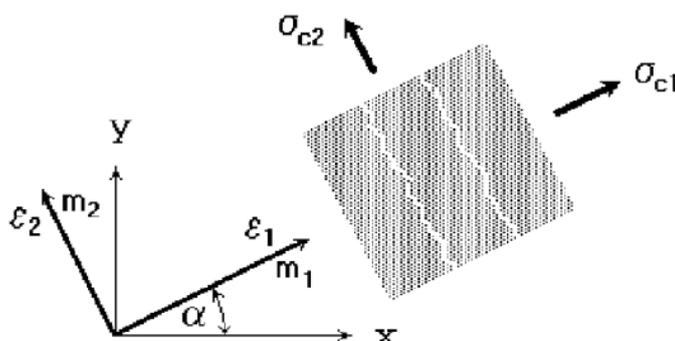


Figura 6.7 – Estado de tensões e deformações do *rotated crack model*. Adaptado de Červenka et al (2010).

No ATENA 3D, a definição entre um dos modelos de fissuração referidos faz-se através da introdução de um coeficiente, que representa a relação entre o *fixed crack model* e o *rotated crack model*. Um coeficiente com valor 1,0 representa o primeiro modelo de fissuração. Para qualquer outro coeficiente, a fissuração inicia o seu processo seguindo a abordagem *rotated crack model* e quando se atinge o valor correspondente ao produto da tensão de resistência à tração do concreto com o coeficiente definido, as fissuras passam a ter direção fixa, abordando a fissuração segundo o modelo *fixed crack model* a partir desse ponto.

### 6.2.7 Comportamento do concreto após fissuração

Após fissurado, o concreto, tem uma menor capacidade de resistência ao cisalhamento, à compressão e à tração, Červenka *et al* (2010).

Na capacidade de resistência ao cisalhamento, o material sofre uma redução, que no caso do modelo de fissuração *fixed crack model* é proporcional às deformações normais à fissura. Dá-se uma redução do módulo de distorção do material na face da fissura.

A resistência à compressão sofre um decréscimo segundo o diagrama apresentado na Figura 6.8, esta função tem a forma da função de Gauss.

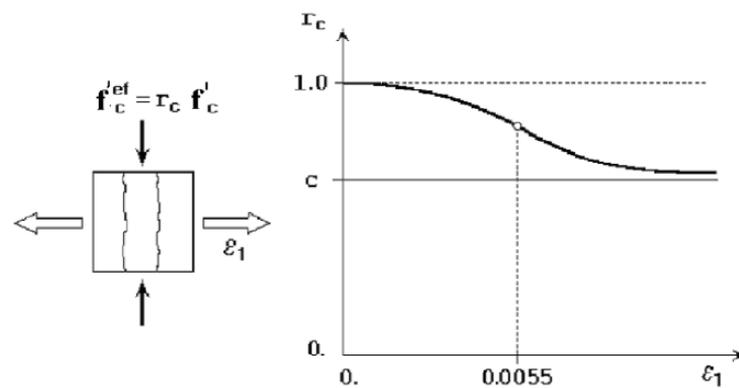


Figura 6.8 – Redução da resistência à compressão com presença de fissuração no material. Červenka *et al* (2010).

A expressão 6.15 descreve a redução da resistência à compressão do concreto, onde a constante  $c$  representa a máxima redução quando o material está sujeito a uma grande deformação.

Esta constante foi definida no ATENA 3D com o valor de 0,8, sugerido de acordo pesquisas realizadas.

$$f'_c{}^{ef} = r_c \cdot f'_c \quad (6.15)$$

$$r_c = c + (1 - c) \cdot e^{-(128\epsilon_u)^2} \quad (6.16)$$

### 6.3 MODELOS CONSTITUTIVOS DAS ARMADURAS DE AÇO

As armaduras de aço que fazem parte da composição do concreto armado podem ser modeladas de duas formas distintas: armadura distribuída ou discreta. A armadura distribuída pode ser definida como elemento de malha especial (camada) de material compósito com uma espessura que leva à área total de armadura da peça. A armadura discreta é simulada com elementos barra, colocando cada barra individualmente, com o respectivo diâmetro, na sua posição correspondente. Em ambos os casos, o estado de tensão uniaxial é assumido e a mesma formulação da lei tensão- deformação é usada em todos os tipos de armadura. Na Figura 6.9 ilustra-se um exemplo de armadura distribuída (*smearred*), à esquerda, e de armadura discreta, à direita.

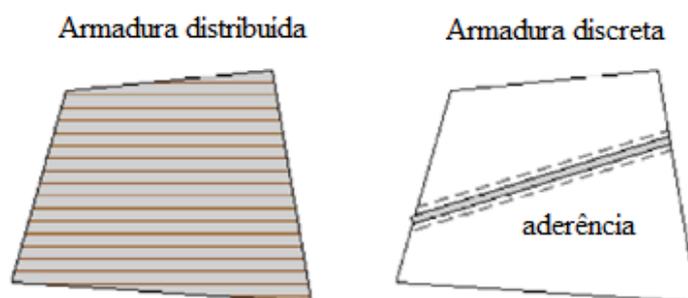


Figura 6.9 – Exemplos de simulação de armaduras no ATENA 3D, à esquerda: armadura distribuída; à direita: armadura discreta. Červenka *et al* (2010).

#### 6.3.1 Relações tensão-deformação do aço

O ATENA 3D suporta vários tipos relação tensão-deformação do aço com endurecimento compatíveis na modelagem numérica: linear, bilinear e multilinear.

O estado bilinear, elástico-plástico perfeito, é ilustrado na Figura 6.10.

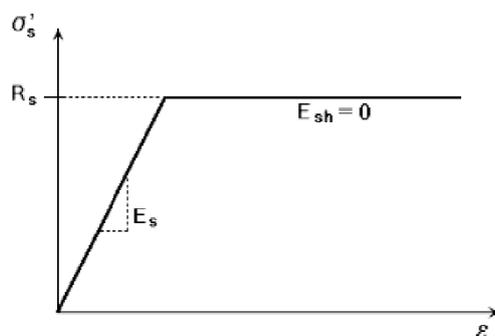


Figura 6.10 – Diagrama tensão-deformação do aço, bilinear, adotado nos modelos simulados. Adaptado de Červenka *et al* (2010).

No estado linear o comportamento traduz-se por um traço reto, com o módulo de elasticidade sempre constante. No estado bilinear o material assume o mesmo comportamento que o estado anterior, mas quando se atinge a tensão de escoamento o módulo de elasticidade passa a ser nulo, passando a haver deformações plásticas. O estado multilinear é caracterizado por vários pontos, geralmente adquirido em ensaios laboratoriais, traduzindo as várias fases do comportamento do aço: estado elástico, patamar de escoamento, endurecimento e fratura. O estado bilinear com endurecimento assume comportamento similar ao bilinear, mas após atingir a tensão de escoamento passa para um patamar em que o módulo de elasticidade é muito reduzido em vez de nulo, dando-se o endurecimento, Červenka *et al* (2010).

O ATENA 3D suporta vários tipos de modelos *bond-slip* que demonstram a relação entre a tensão de aderência atuante na barra de aço e o escorregamento entre os materiais. O modelo de aderência armadura-concreto utilizado nessa pesquisa foi *bond-slip* cujo o objetivo é simular o mecanismo de transferência de esforços das armaduras para o concreto, mantendo a integridade da estrutura de concreto armado. O modelo *bond-slip* presente no Model Code 1990 (1993), desenvolvido por Bigaj (1999), depende da qualidade da aderência entre concreto e aço, da resistência à compressão do concreto, diâmetro da barra de aço. Outros parâmetros importantes são: condições de confinamento do concreto e a qualidade da produção do concreto.

Segundo Červenka (2009), estes mecanismos devem ser escolhidos criteriosamente nas análises numéricas porque deles dependem um adequado modelo de fissuração, para que os resultados sejam satisfatórios.

## 6.4 ELEMENTOS FINITOS SÓLIDOS 3D

No software ATENA 3D a modelagem de elementos sólidos 3D é feita utilizando-se um dos três grupos de elementos finitos disponíveis: tetraedros, com quatro faces; *brick*, com seis faces ou *wedge*, com cinco faces. Červenka *et al* (2010).

O número de nós que constituem cada elemento depende da função interpoladora que se escolhe para a resolução dos problemas numéricos: linear ou quadrática. O número de nós corresponde ao número de pontos a integrar. Ao se escolher uma função interpoladora quadrática o número de nós é superior do que numa função linear, visto que, em cada elemento vão ser considerados e calculados os pontos intermédios aos pontos exteriores. Os elementos tetraedros são compostos por 4 ou 10 nós, dependendo se a função interpoladora é linear ou quadrática, respectivamente. Os elementos *brick*, também designados por hexaedros, são compostos por 8 ou 20 nós e os elementos *wedge* são constituídos por 6 ou 15 nós; ambos, dependendo se a função interpoladora é linear ou quadrática, respectivamente. Na Figura 6.11 são mostrados esses três tipos de elementos:

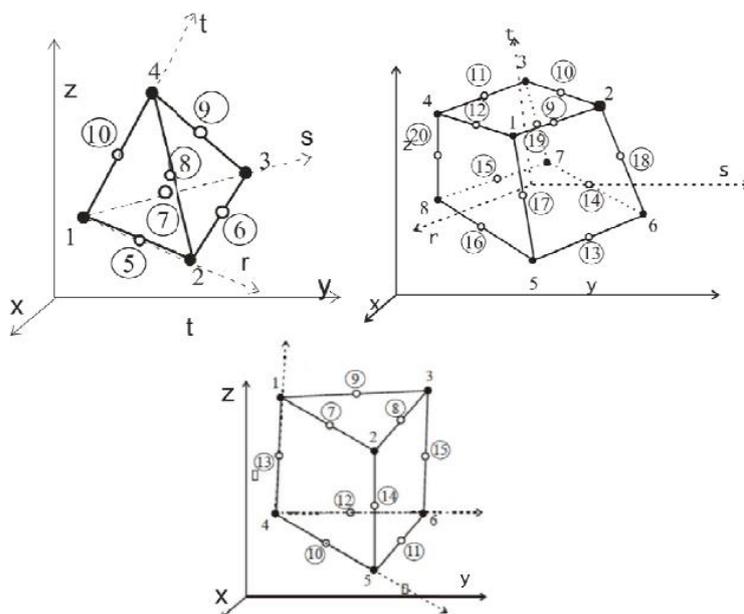


Figura 6.11 – Geometria dos elementos finitos possíveis de modelar no ATENA 3D. Em cima: à esquerda – tetraedro; à direita – *brick*. Em baixo: elemento *wedge*. Adaptado Červenka (2010).

## 6.5 MÉTODO NEWTON-RAPHSON

No *software* ATENA 3D, as soluções numéricas podem ser calculadas seguindo dois métodos iterativos não lineares: o método Newton-Raphson e o método Arc- Length.

O método iterativo escolhido no ATENA 3D para a resolução das soluções não lineares foi o Newton-Raphson. As soluções não lineares são obtidas através de um processo iterativo seguindo a expressão 6.17 até se obter convergência de resultados.

$$K(p_{i-1}) \cdot \Delta p_{pi} = q - f(p_{i-1}) \quad (6.17)$$

onde:

$q$ : é o vetor de carga total aplicada;

$f(p_{i-1})$ : é o vetor de forças internas antes do atual incremento de carga.

$\Delta p_{pi}$ : é o incremento de deformações devido ao atual incremento de carga;

$K(p_{i-1})$ : é a matriz de rigidez que relaciona o incremento de carga com o incremento de deformações;

$p_{i-1}$ : são deformações da estrutura antes do atual incremento de carga;

A não linearidade da equação deve-se ao fato das forças internas e da matriz de rigidez não serem lineares mostradas nas expressões 6.18 e 6.19, respectivamente, onde  $k$  é uma constante.

$$f(k_p) \neq k \cdot f(p) \quad (6.18)$$

$$K(p) \neq K(p - \Delta p) \quad (6.19)$$

A convergência é regida por quatro critérios, onde o valor de tolerância padrão é de 0,01, que correspondem: o incremento da deformação, a força residual absoluta, a força residual relativa e a energia dissipada. Quando a diferença destes parâmetros é menor que a tolerância, o processo iterativo pára e passa para o passo seguinte, prescrevendo um novo deslocamento. É necessário fazer uma iteração até que algum critério de convergência seja satisfeito. As seguintes possibilidades são suportadas em ATENA 3D:

$$\sqrt{\frac{\Delta \underline{p}_i^T \cdot \Delta \underline{p}_i}{\underline{p}_i^T \cdot \underline{p}_i}} \leq \varepsilon_{rel.disp} \quad (6.20)$$

$$\sqrt{\frac{(\underline{q} - \underline{f}(\underline{p}_{i-1}))^T \cdot (\underline{q} - \underline{f}(\underline{p}_{i-1}))}{\underline{f}(\underline{p}_i) \cdot \underline{f}(\underline{p}_i)}} \leq \varepsilon_{rel.force} \quad (6.21)$$

$$\sqrt{\frac{\Delta \underline{p}_i^T \cdot (\underline{q} - \underline{f}(\underline{p}_{i-1}))}{\underline{p}_i^T \cdot \underline{f}(\underline{p}_i)}} \leq \varepsilon_{rel.energy} \quad (6.22)$$

$$\sqrt{\frac{\max(\underline{q}^k - \underline{f}^k(\underline{p}_{i-1})), \max(\underline{q}^k - \underline{f}^k(\underline{p}_i))}{\max(\underline{f}^k(\underline{p}_1)), \max(\underline{f}^k(\underline{p}_i))}} \leq \varepsilon_{abs.force} \quad (6.23)$$

O primeiro verifica se a deformação muda em relação à última iteração enquanto o segundo verifica se as forças estão em equilíbrio. O terceiro verifica energia relativa e as condições de equilíbrio. A quarta controla se as forças estão equilibradas em termos de componentes máximos. Os valores dos limites de convergência  $\varepsilon$  (erro) são definidos por padrão para 0,01 ou pode ser alterado pelo comando de entrada SET.

Na Figura 6.12 apresenta-se uma ilustração gráfica do conceito do método Newton-Raphson.

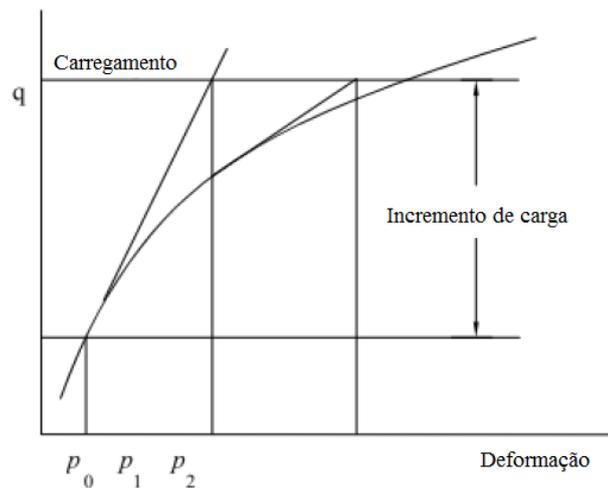


Figura 6.12 – Método de Newton-Raphson. Červenka *et al* (2010).

## 6.6 DESCRIÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

A modelagem das lajes dessa pesquisa foi realizada na Universidade NOVA de Lisboa em Portugal durante o doutorado sanduíche com duração de seis meses. As propriedades dos materiais e os parâmetros utilizados no programa ATENA 3D para elaboração dos modelos numéricos resultaram dos ensaios experimentais realizados nesta pesquisa de modo a se obter a melhor convergência na comparação com as lajes analisadas. A máquina utilizada para correr os modelos possuía um processador *Intel Core i7 – 3930 k*, 3.2 GHz e RAM de 16 GB.

### 6.6.1 Geometria

As lajes ensaiadas experimentalmente se caracterizavam por serem lajes lisas com espessura prevista de 180 mm, pilar quadrado de canto reentrante com dimensão de 300 mm e altura de 1580 mm. Foram modeladas também as placas de aço que simulavam a transmissão de esforços, como se observa na Figura 6.13.

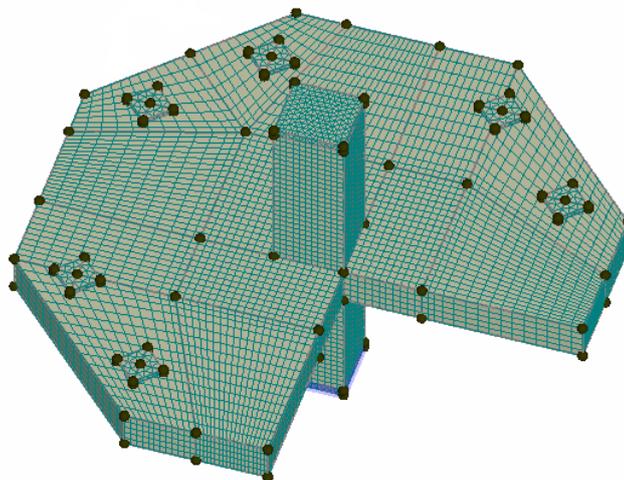


Figura 6.13 - Exemplo da modelagem da laje no Atena 3D (Laje L01).

Em todas as lajes, o carregamento foi simulado com imposição de cargas nas placas de aço com incrementos de 0,4 kN em cada placa. Nas extremidades dos pilares foram colocadas placas de aço de 30 mm com *Perfect-Bond* (aderência perfeita) simulando engastamento dos mesmos restringindo deslocamentos verticais, horizontais e rotações.

A laje foi modelada por elementos hexaedros com função interpoladora linear, também designados por *brick*, e as placas de aço foram simuladas por elementos tetraedros com função interpoladora linear. Os elementos finitos tinham como dimensão máxima 60 mm. Na zona junto ao pilar, em um perímetro afastado de duas vezes a espessura da laje,

executou-se o refinamento da malha para metade da dimensão máxima. O número de elementos finitos do concreto é apresentado na Tabela 6.1.

Tabela 6.1 - Tipos de elementos 3D

LAJE	Nº DE ELEMENTOS FINITOS
Laje 1	20357
Laje 2	20237
Laje 3	20237
Laje 4	20357
Laje 5	20357
Laje 6	20357
Laje 7	20237
Laje 8	20237
Laje 9	20237
Laje 10	20237
Laje 11	20237
Laje 12	20237

## 6.6.2 Materiais

Os materiais utilizados nas lajes, concreto e aço, foram caracterizados de acordo com os ensaios de corpo de prova dos mesmos. Para o concreto foram utilizadas amostras de cilindros retificados de 10 cm x 20 cm em ensaios de compressão, tração e módulo de elasticidade. O aço foi ensaiado à tração utilizando amostras de 50 cm para todos os diâmetros.

### 6.6.2.1 Concreto

A Tabela 6.2 mostra os valores obtidos experimentalmente, de tensão à compressão do concreto  $f_c$ , os valores de tensão média de ruptura à tração  $f_{ct}$  e módulo de elasticidade  $E$ . Os valores calculados com as expressões a seguir, de tensão média à tração do concreto  $f_{ctm}$ , módulo de elasticidade médio calculado  $E_{cm}$  e energia de fratura  $G_F$  foram obtidos através das expressões 6.24, 6.25, 6.26 e 6.27 sugeridas pelo EUROCODE2 (2004).

Tabela 6.2 – Parâmetros de entrada no ATENA

LAJES	$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$f_{ctm}$ (MPa)	$E$ (GPa)	$E_{cm}$ (GPa)	$G_F$ (N/m)
SÉRIE 1	48	3,4	3,5	29,4	31,7	77,7
SÉRIE 2	44	3,1	3,3	30,1	30,8	72,7
SÉRIE 3	43	3,5	3,2	32,9	30,6	71,7

Resistência compressão média:

$$f_{cm} = f_c \quad (6.24)$$

Resistência à tração:

$$f_{ctm} = 0,30 \cdot (f_{cm} - 8)^{2/3} \quad (6.25)$$

Módulo de Elasticidade a  $0,4 \cdot f_{cm}$  do Concreto:

$$E_{cm} = 22 \cdot \left( \frac{f_{cm}}{10} \right)^{0,3} \quad (6.26)$$

Energia de fratura específica:

$$G_f = G_{FO} \cdot \left( \frac{f_{cm}}{f_{cm0}} \right)^{0,7} \quad (6.27)$$

onde:  $f_{cm0} = 10MPa$  e  $G_{FO;9,5} = 0,0259$

Foi considerado para todas as lajes o peso específico do material  $23 \text{ kN/m}^3$  e coeficiente de Poisson  $0,20$ .

O modelo de fissuração do concreto foi definido considerando-se um coeficiente de  $0,5$  para a relação entre o *fixed crack model* e o *rotated crack model*. Assim, após a fissuração quando se atinge uma tensão equivalente a metade da tensão de ruptura à tração do concreto, as fendas deixam de rodar constantemente e as tensões principais passam a ter direção fixa.

#### 6.6.2.2 Aço

Para as propriedades do aço nas armaduras de flexão e cisalhamento foram utilizados os resultados obtidas nos ensaios de caracterização mostradas no Capítulo 4.

As barras de aço foram consideradas com comportamento bilinear e introduzida por elementos barra, armadura discreta (armadura desenhada isoladamente, um elemento de cada vez, através de pontos e linhas), utilizando o eixo das mesmas como referência garantindo a altura útil de cada laje. O tipo de aderência entre as barras de aço e o concreto foi assumido como *Perfect Bond*, ou seja, aderência perfeita.

## 6.7 DESLOCAMENTOS VERTICAIS

### 6.7.1 Instrumentação

Para comparação entre os valores experimentais e os numéricos foi necessária a monitorização de vários pontos (Figura 6.14) semelhantes aos pontos nas lajes experimentais para acompanhar os deslocamentos nas lajes e deformações nas barras de flexão e cisalhamento que já foram descritos no Capítulo 3.

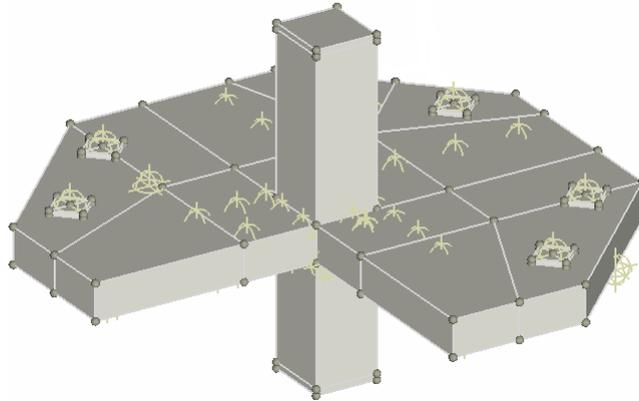


Figura 6.14 - Exemplo da laje com pontos monitorados inseridos no programa Atena 3d (Laje L01).

### 6.7.2 Deslocamentos verticais

Nestas lajes foi possível comparar os deslocamentos verticais em sete pontos como mostra a Figura 6.15. Para avaliação dos deslocamentos verticais foram comparados os deslocamentos experimentais (EXP) e numéricos (MEF) associados a determinados níveis de carga juntamente com a relação de carga de ruptura das lajes.

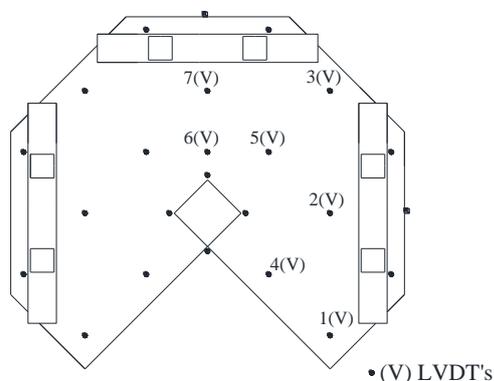
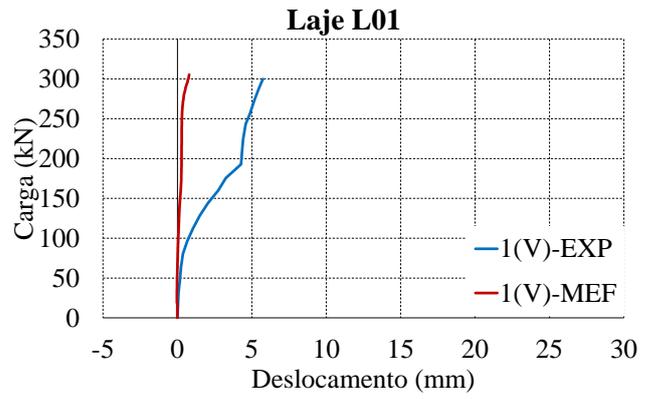
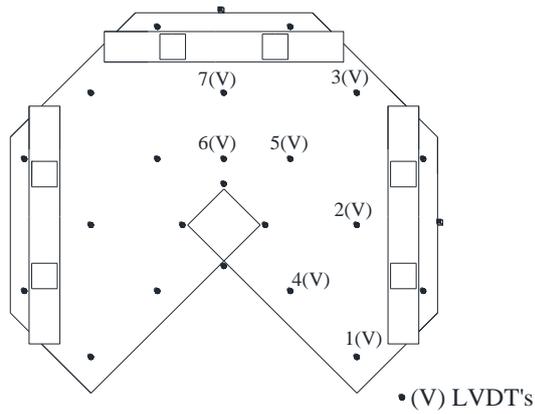
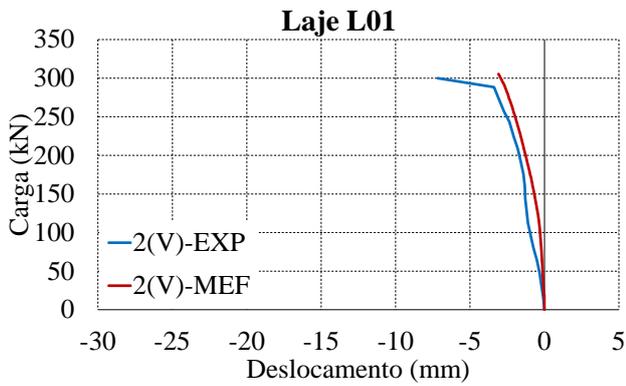


Figura 6.15 – Pontos monitorados no programa ATENA 3D.

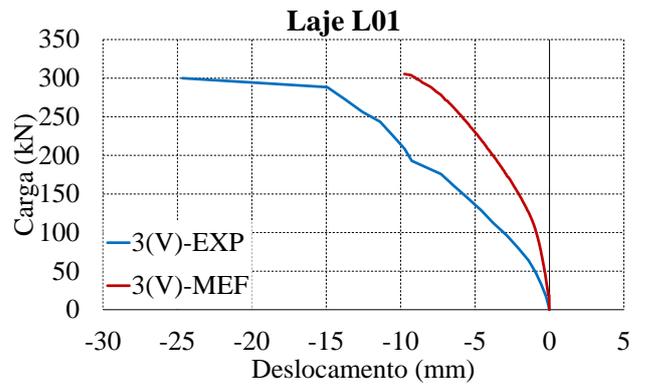
Da Figura 6.16 à Figura 6.27 são apresentados os deslocamentos verticais experimentais e numéricos para cada um dos sete pontos das lajes em diferentes passos de carga até próximo à ruptura.



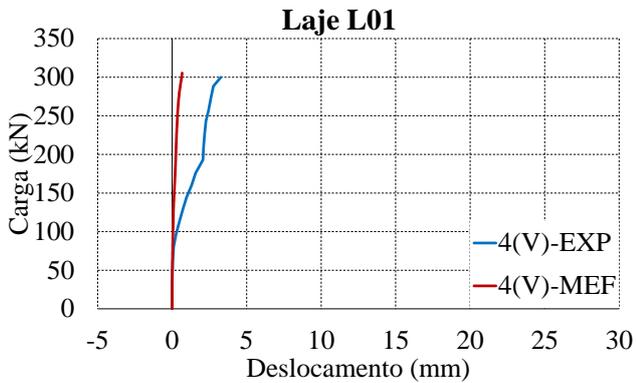
(a) Deslocamentos no ponto 1



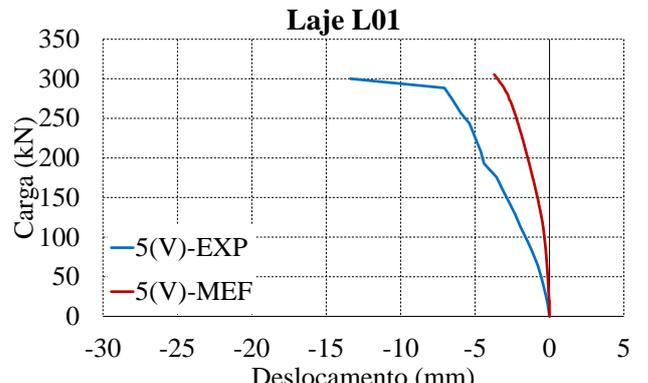
(b) Deslocamentos no ponto 2



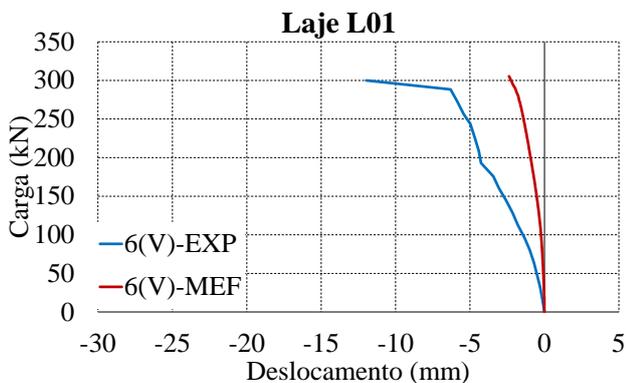
(c) Deslocamentos no ponto 3



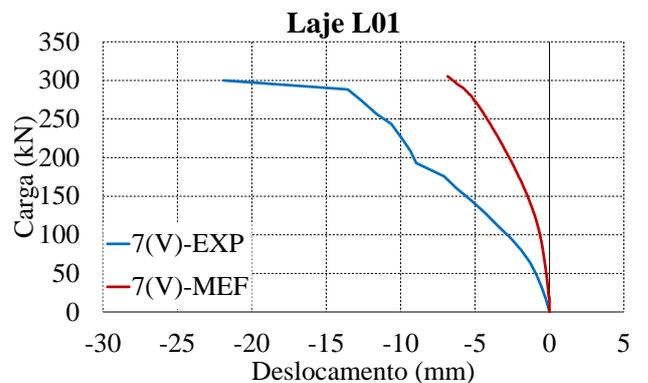
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5

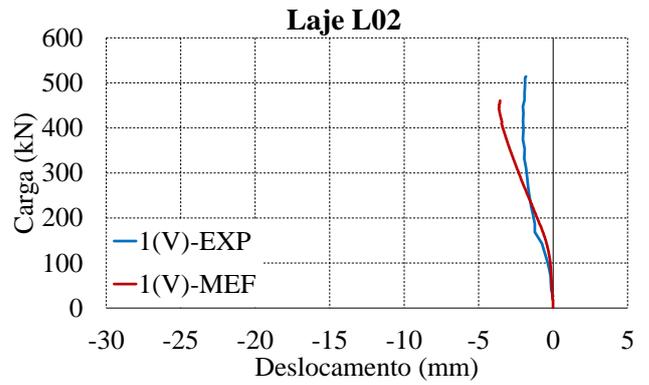
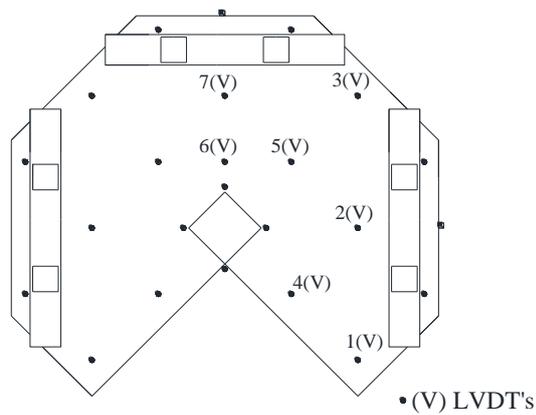


(f) Deslocamentos no ponto 6

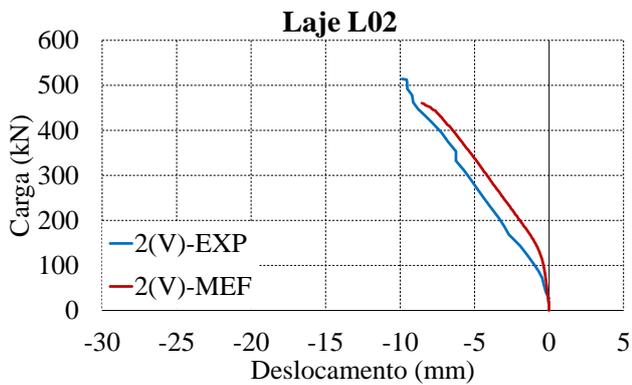


(g) Deslocamentos no ponto 7

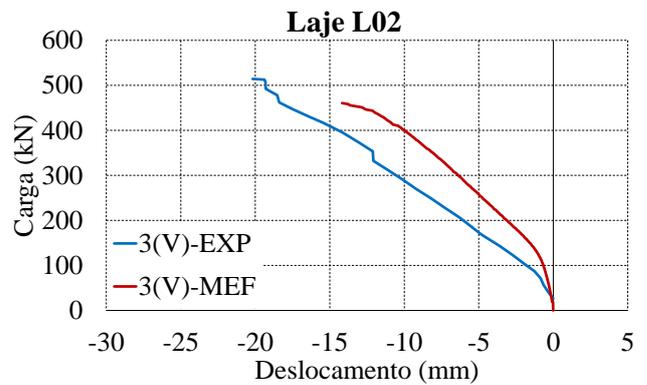
Figura 6.16 – Deslocamentos da Laje L01



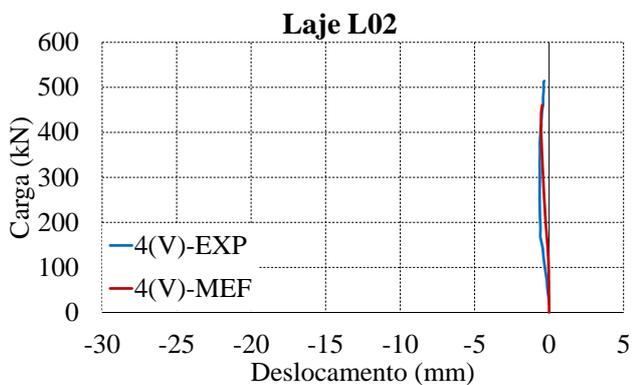
(a) Deslocamentos no ponto 1



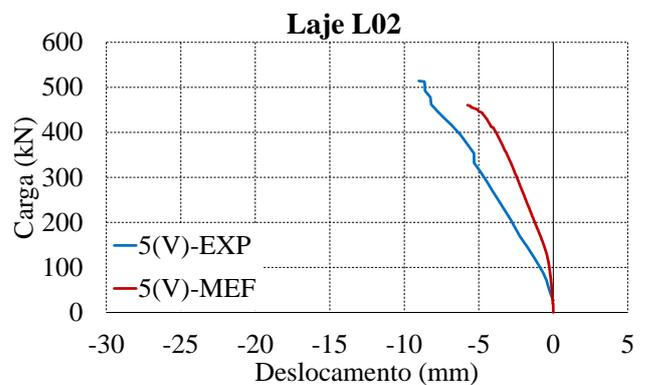
(b) Deslocamentos no ponto 2



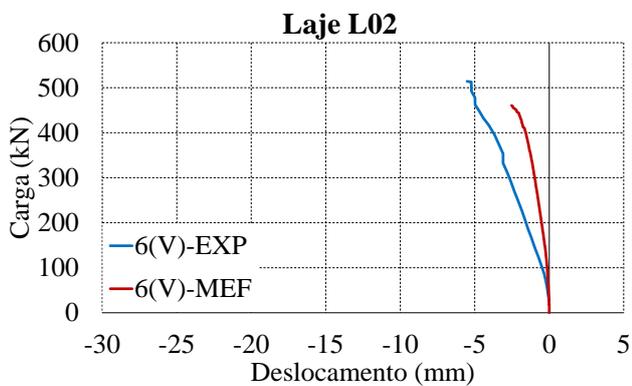
(c) Deslocamentos no ponto 3



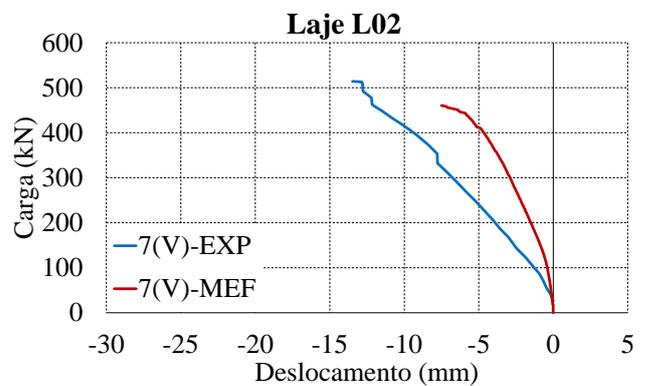
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5



(f) Deslocamentos no ponto 6



(g) Deslocamentos no ponto 7

Figura 6.17 – Deslocamentos da Laje L02

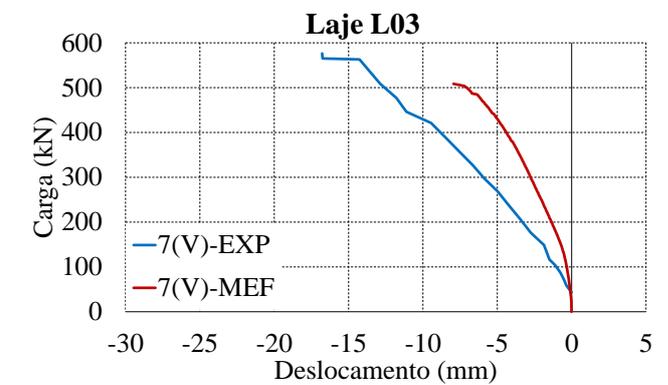
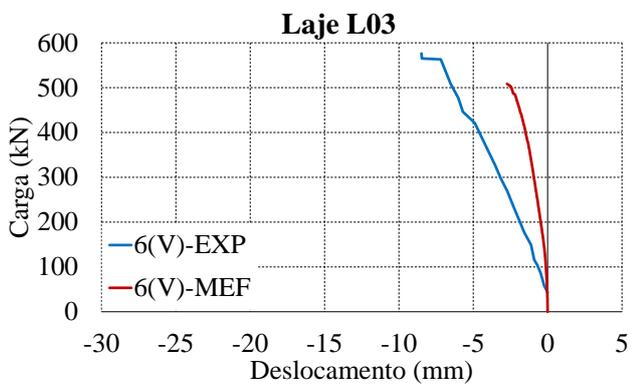
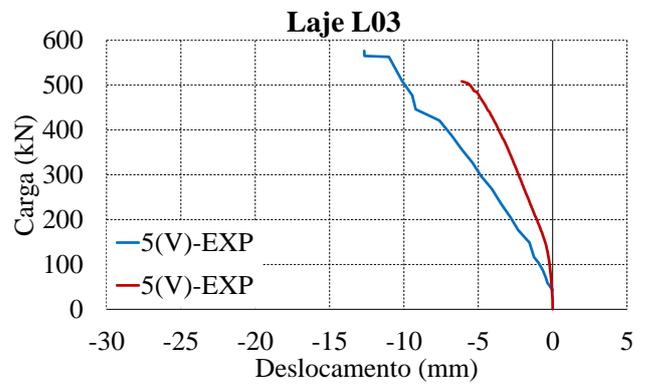
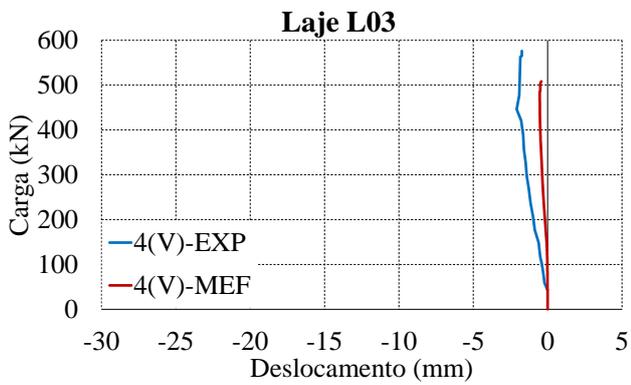
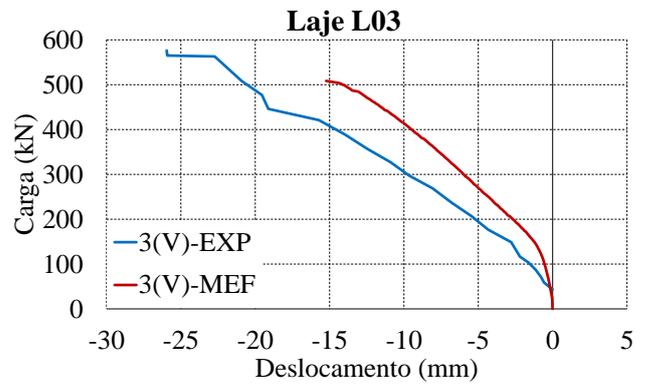
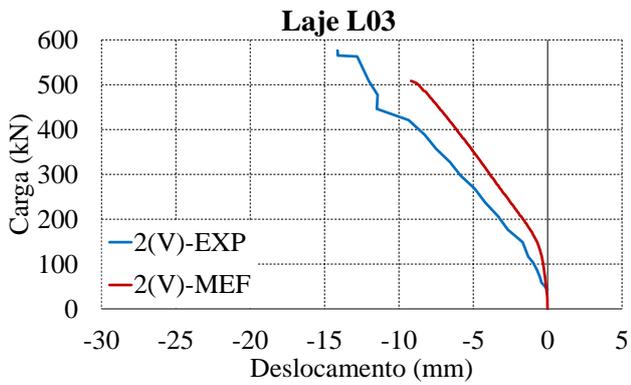
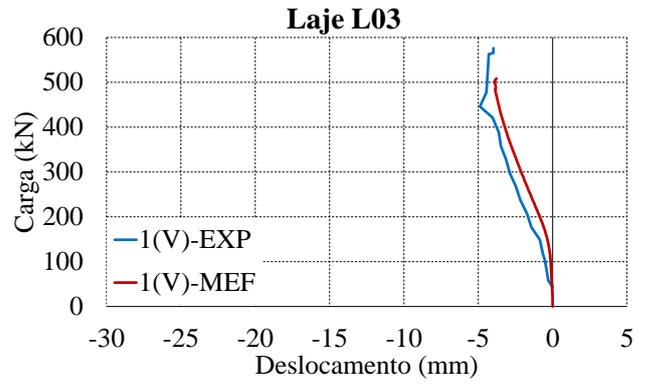
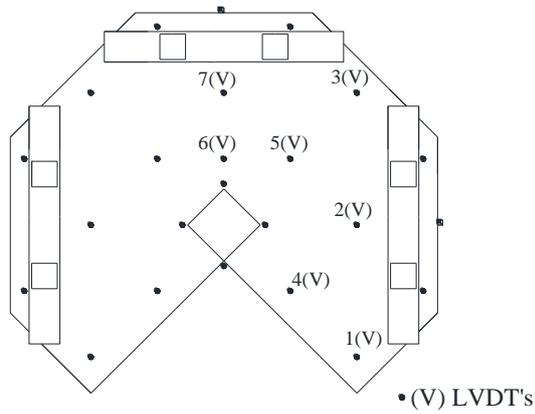
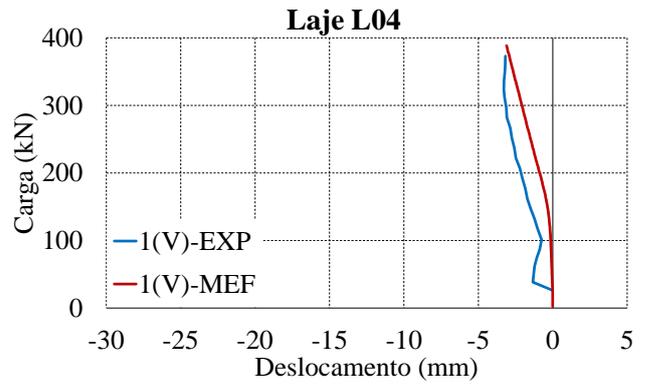
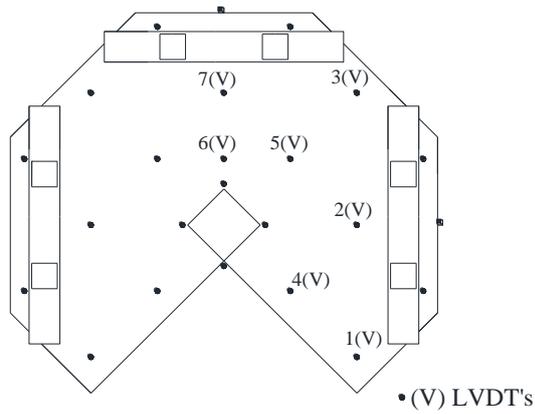
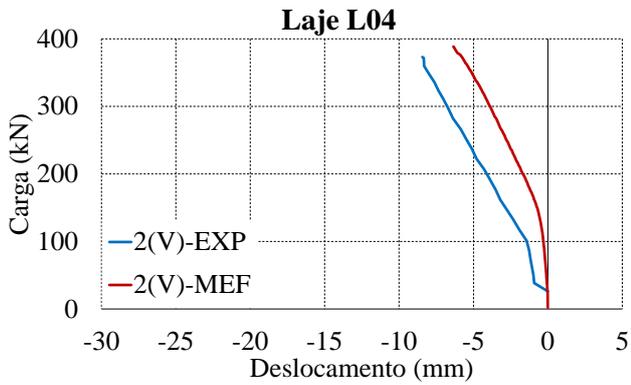


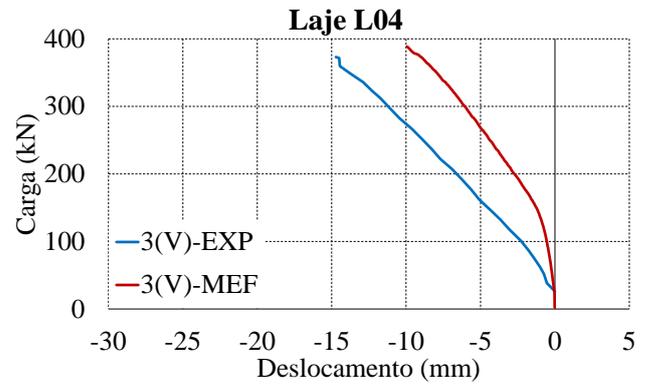
Figura 6.18 – Deslocamentos da Laje L03



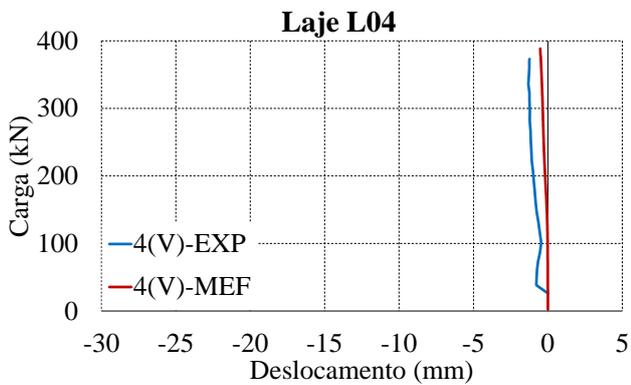
(a) Deslocamentos no ponto 1



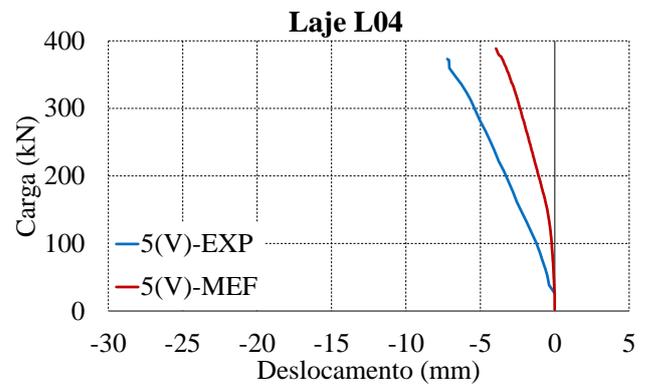
(b) Deslocamentos no ponto 2



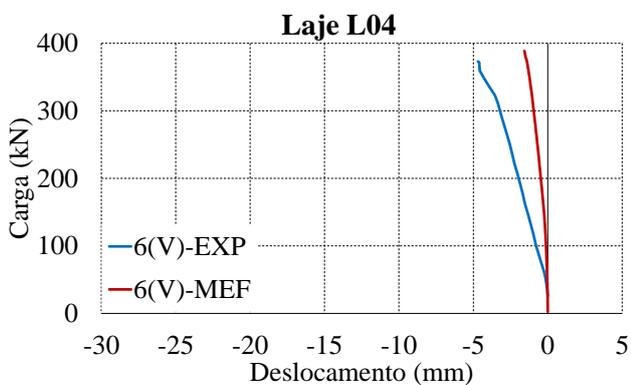
(c) Deslocamentos no ponto 3



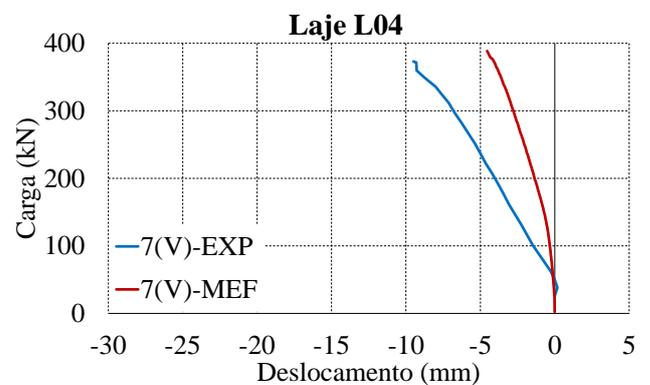
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5

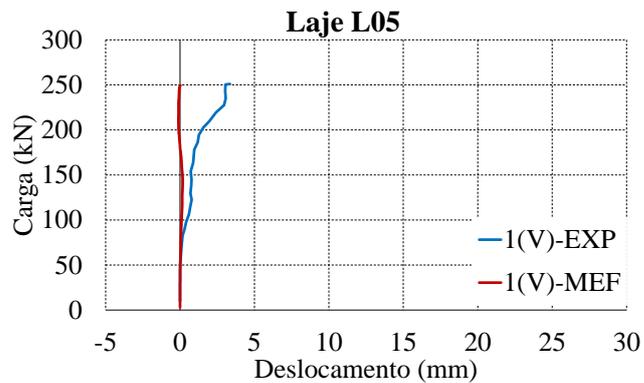
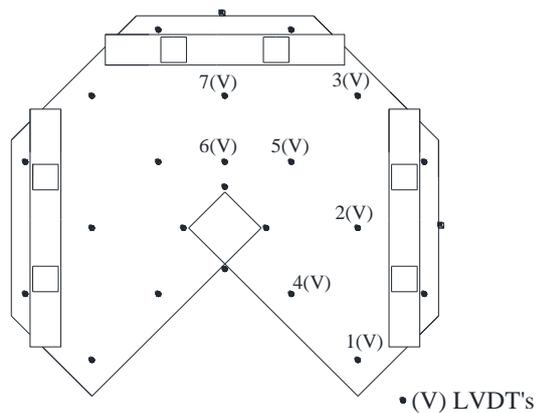


(f) Deslocamentos no ponto 6

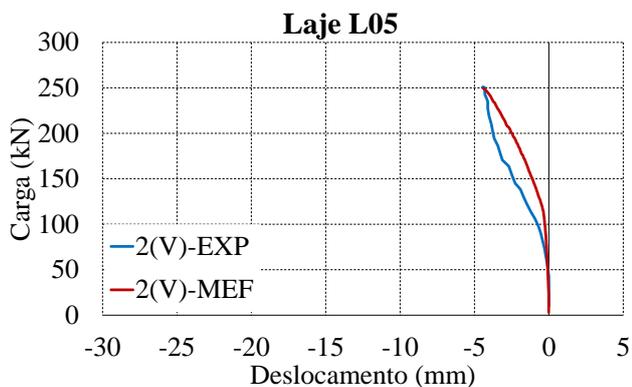


(g) Deslocamentos no ponto 7

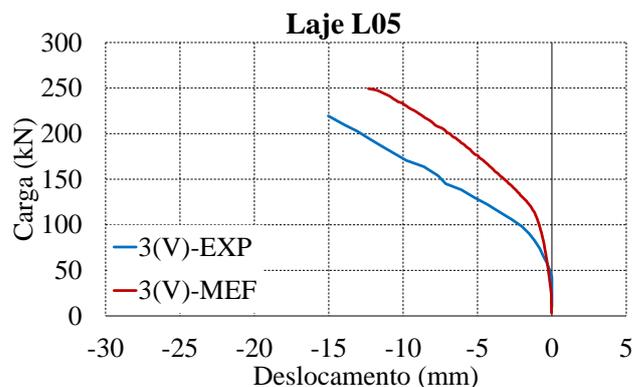
Figura 6.19 – Deslocamentos da Laje L04



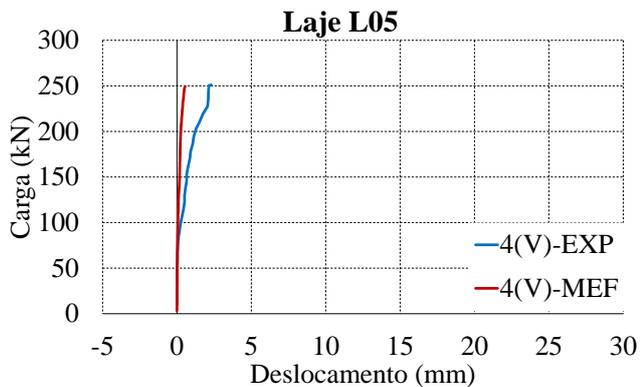
(a) Deslocamentos no ponto 1



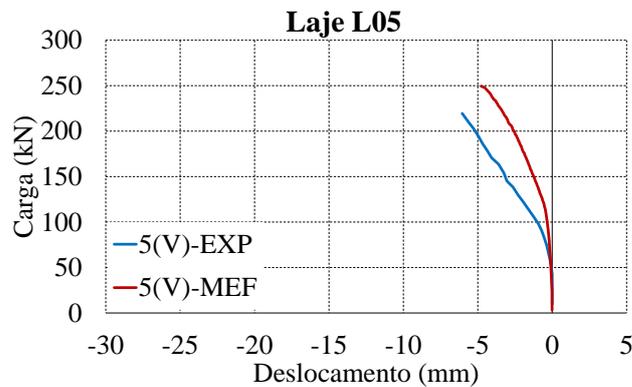
(b) Deslocamentos no ponto 2



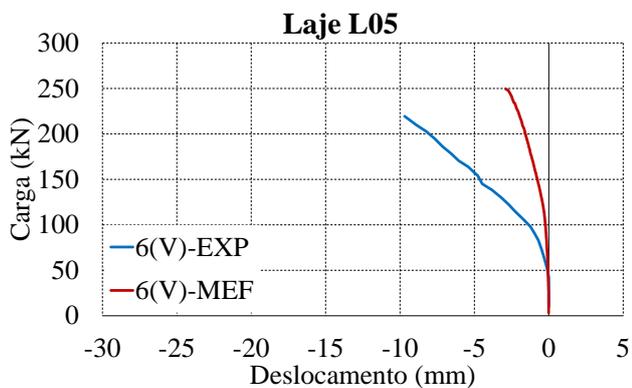
(c) Deslocamentos no ponto 3



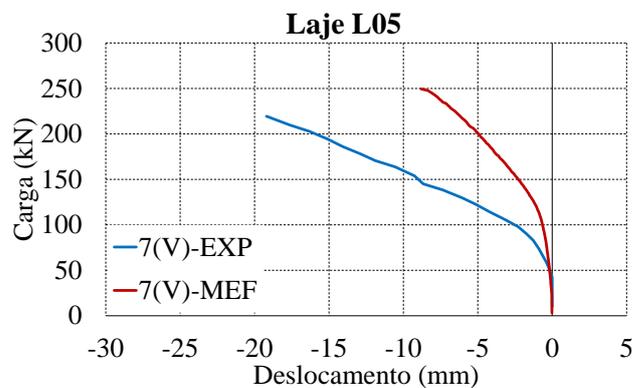
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5

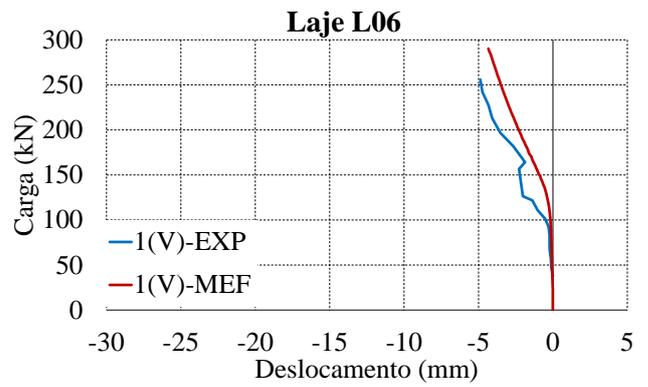
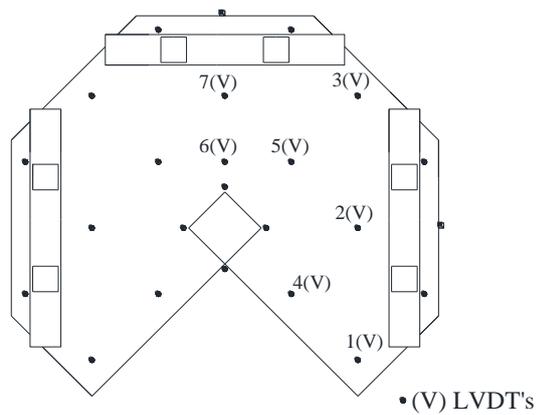


(f) Deslocamentos no ponto 6

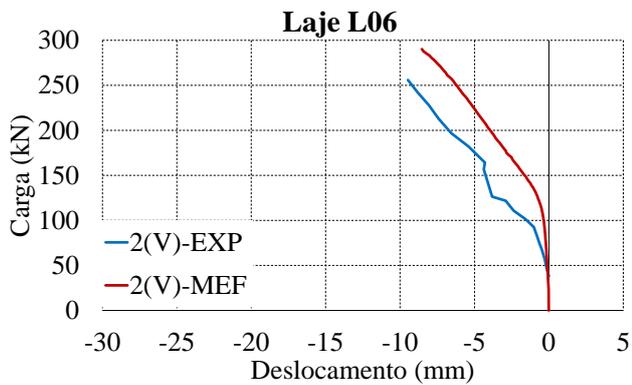


(g) Deslocamentos no ponto 7

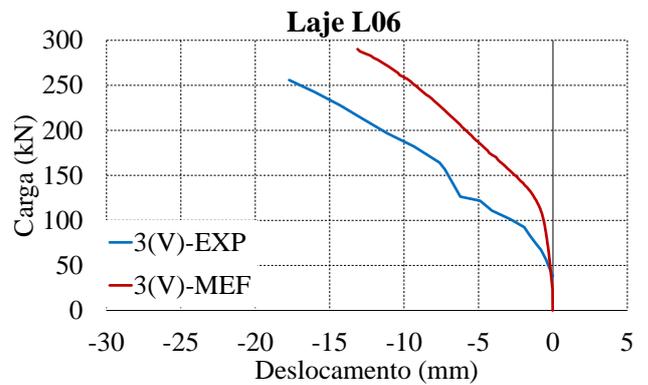
Figura 6.20 – Deslocamentos da Laje L05



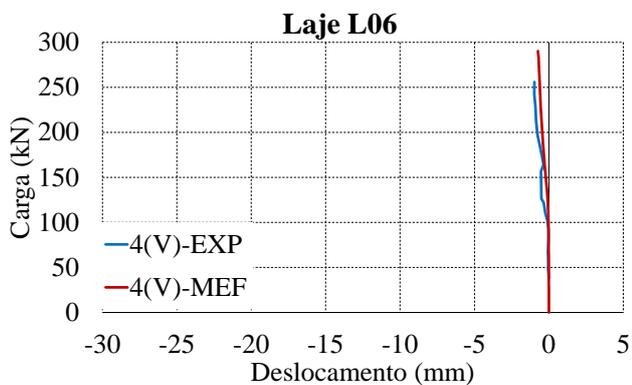
(a) Deslocamentos no ponto 1



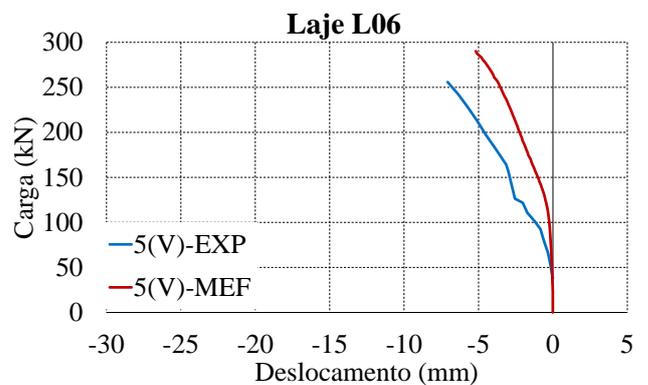
(b) Deslocamentos no ponto 2



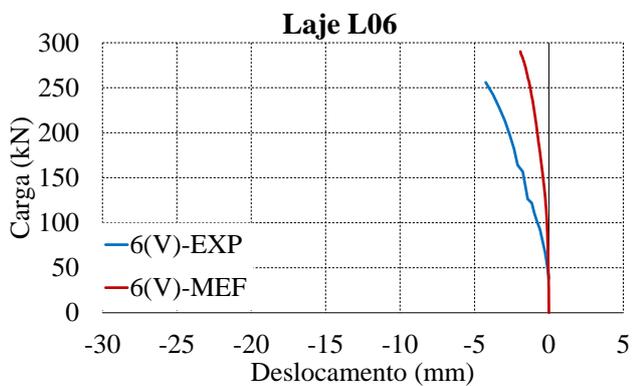
(c) Deslocamentos no ponto 3



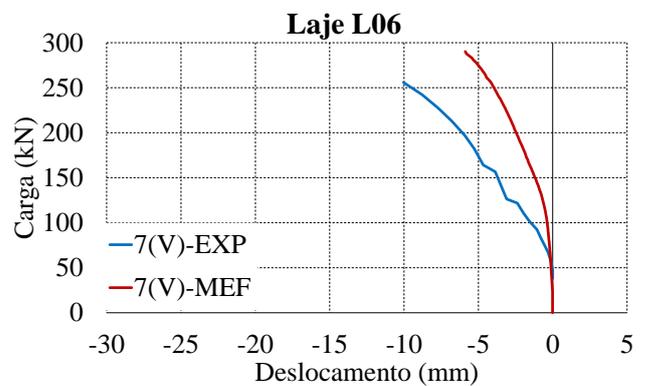
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5

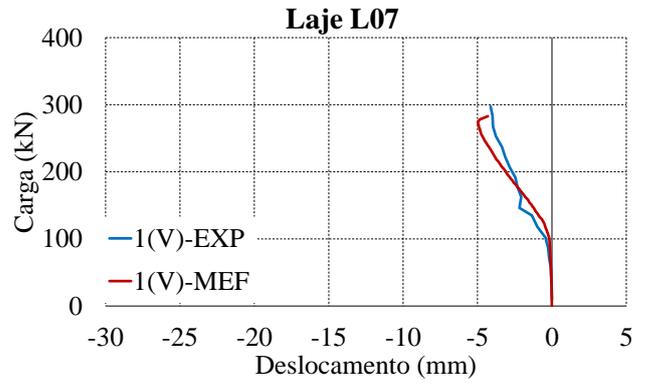
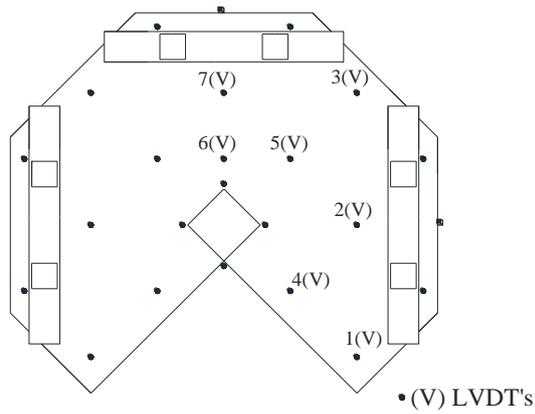


(f) Deslocamentos no ponto 6

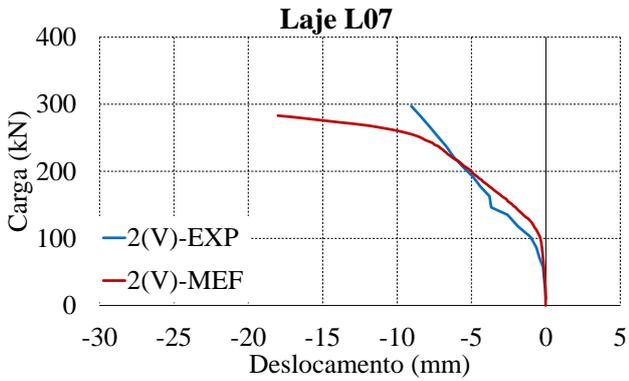


(g) Deslocamentos no ponto 7

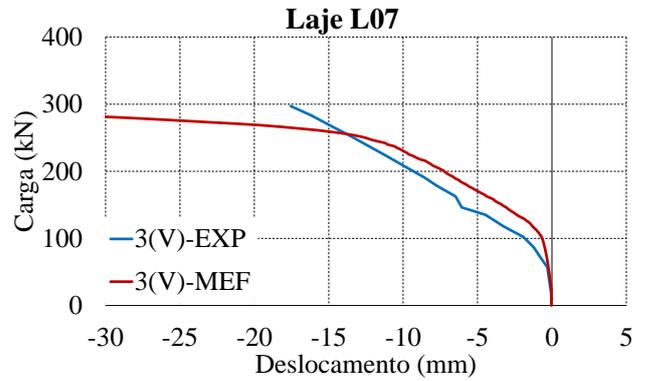
Figura 6.21 – Deslocamentos da Laje L06



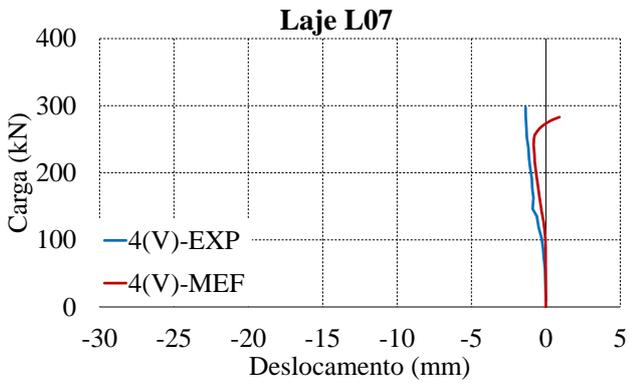
(a) Deslocamentos no ponto 1



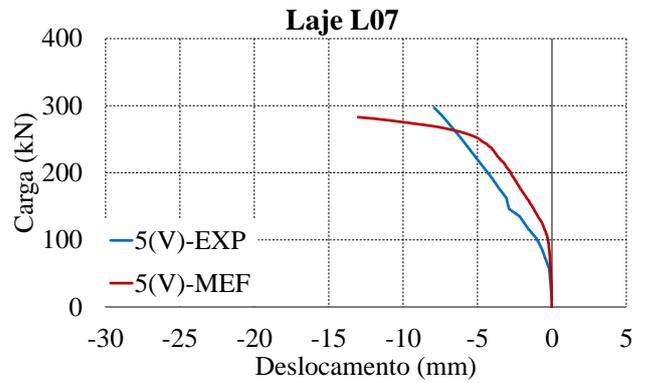
(b) Deslocamentos no ponto 2



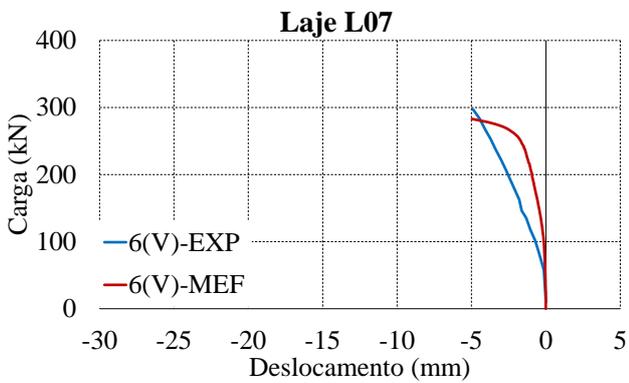
(c) Deslocamentos no ponto 3



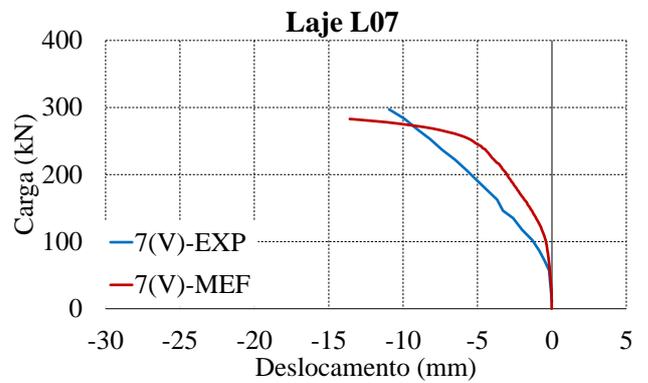
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5

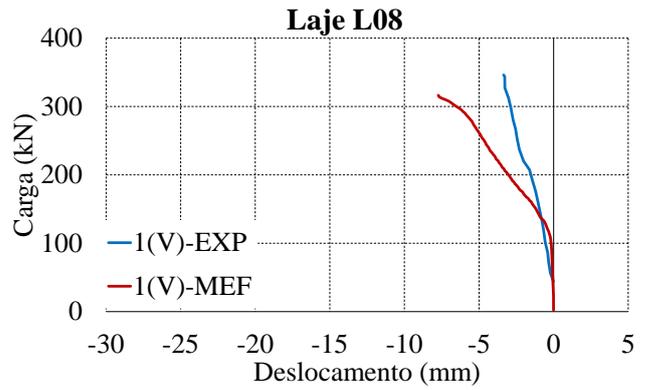
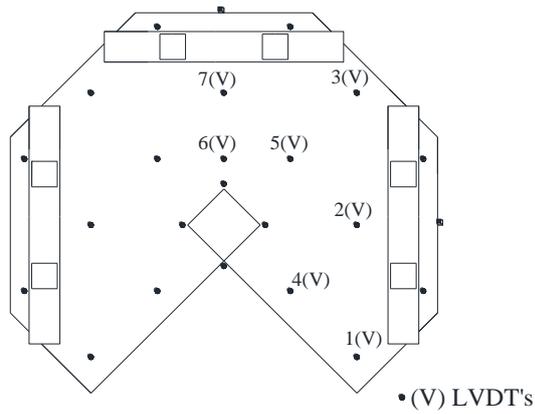


(f) Deslocamentos no ponto 6

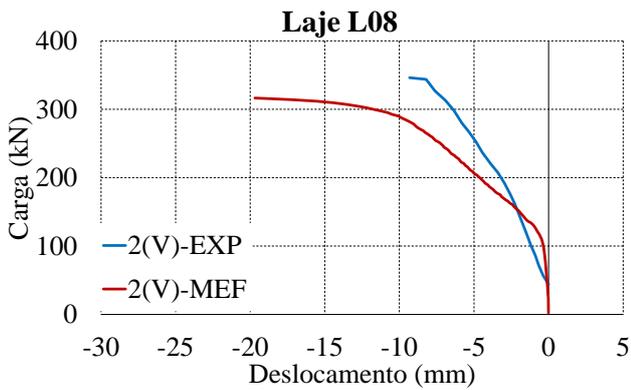


(g) Deslocamentos no ponto 7

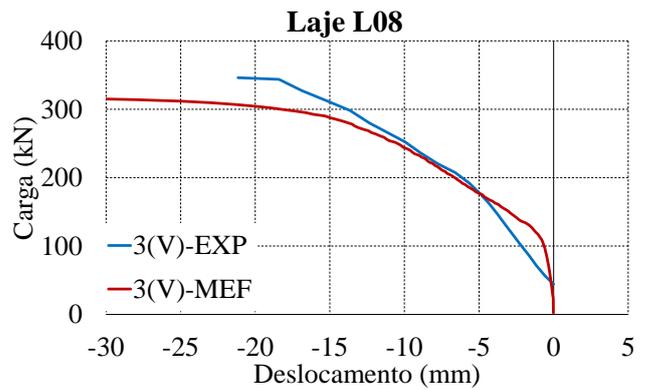
Figura 6.22 – Deslocamentos da Laje L07



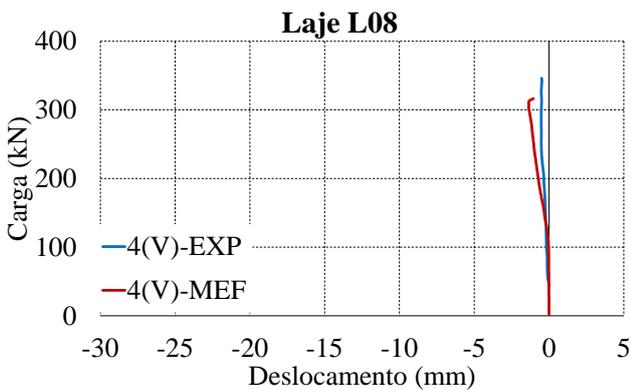
(a) Deslocamentos no ponto 1



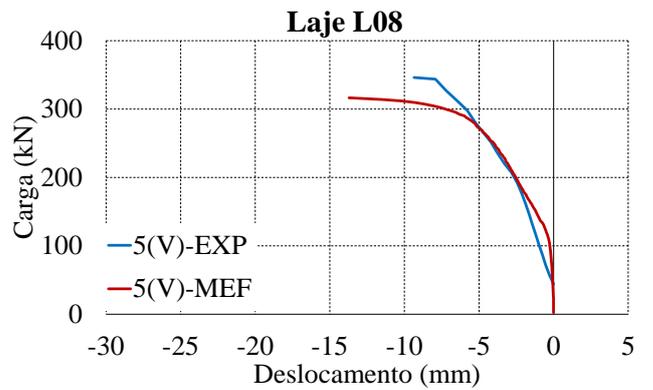
(b) Deslocamentos no ponto 2



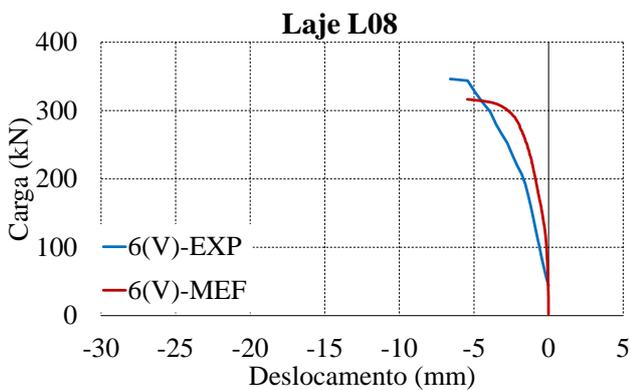
(c) Deslocamentos no ponto 3



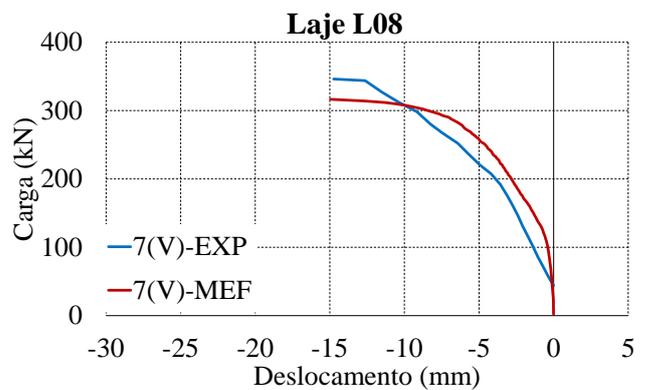
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5

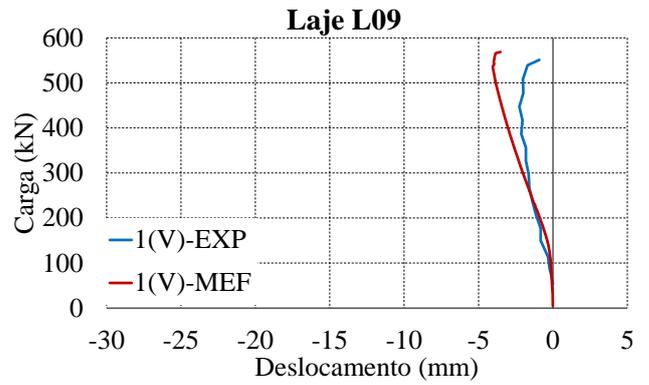
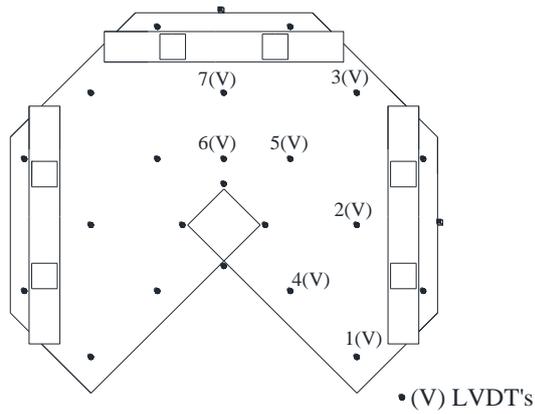


(f) Deslocamentos no ponto 6

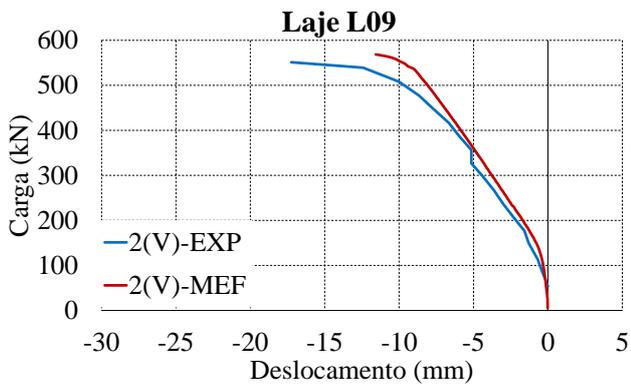


(g) Deslocamentos no ponto 7

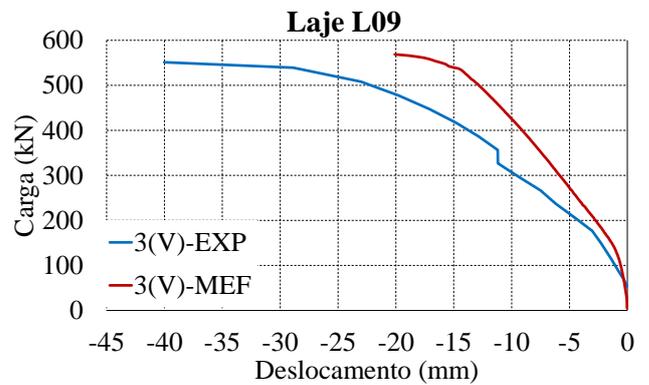
Figura 6.23 – Deslocamentos da Laje L08



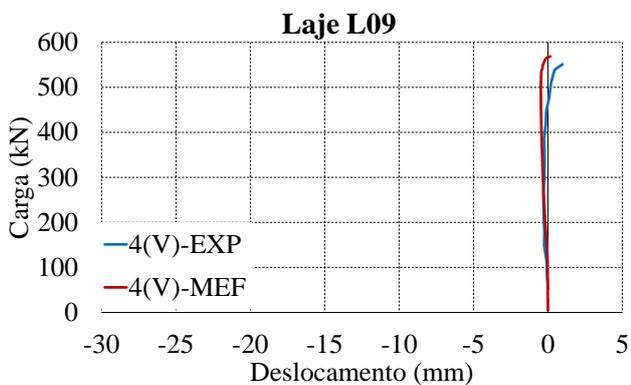
(a) Deslocamentos no ponto 1



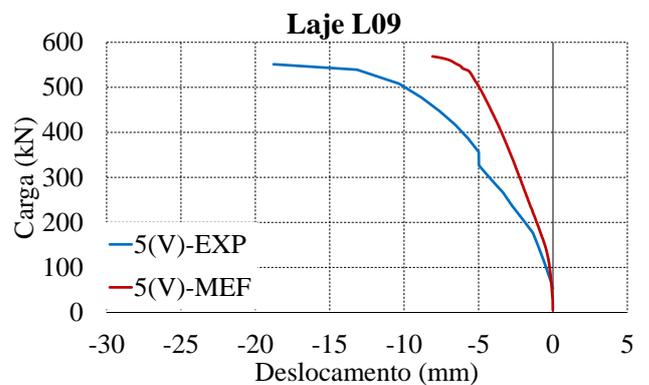
(b) Deslocamentos no ponto 2



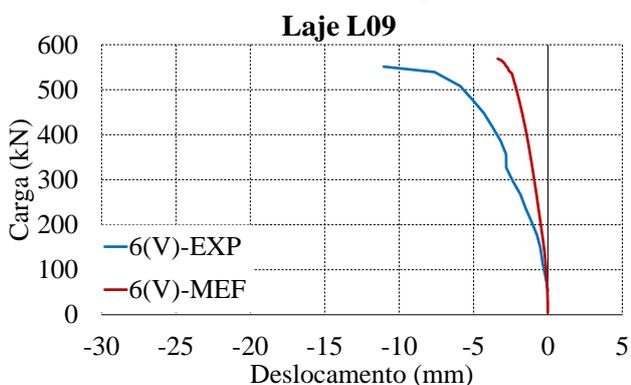
(c) Deslocamentos no ponto 3



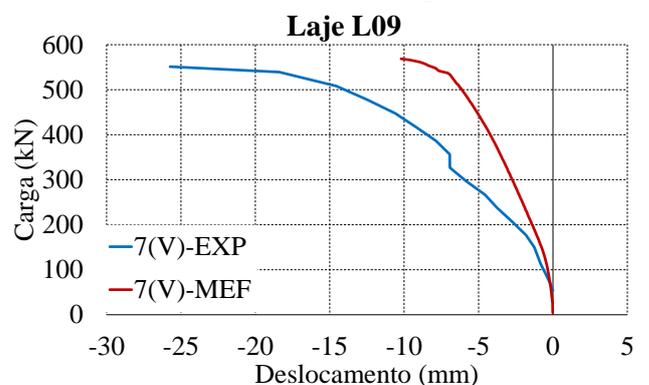
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5



(f) Deslocamentos no ponto 6



(g) Deslocamentos no ponto 7

Figura 6.24 – Deslocamentos da Laje L09

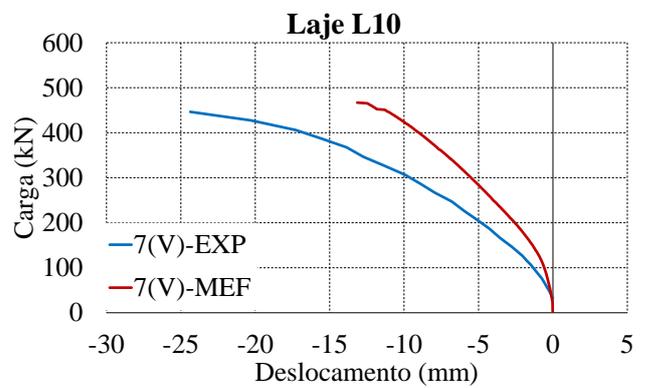
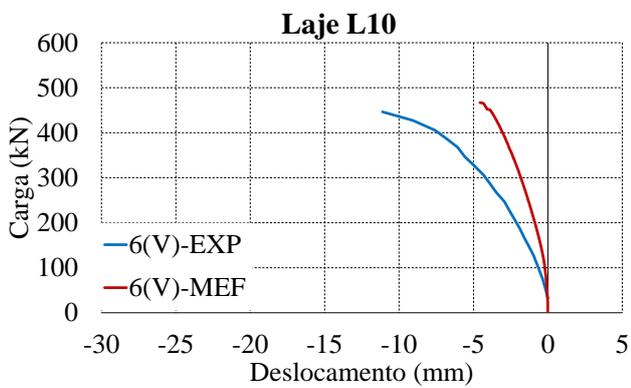
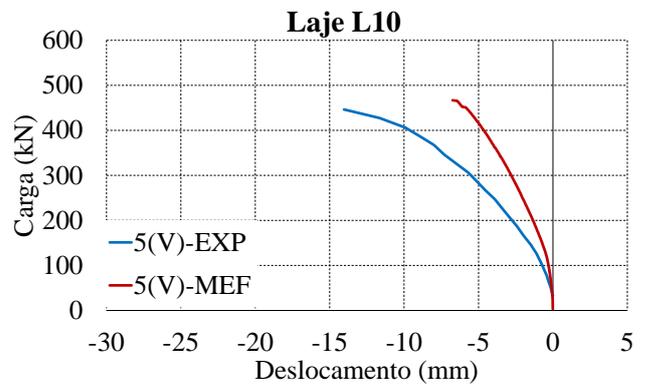
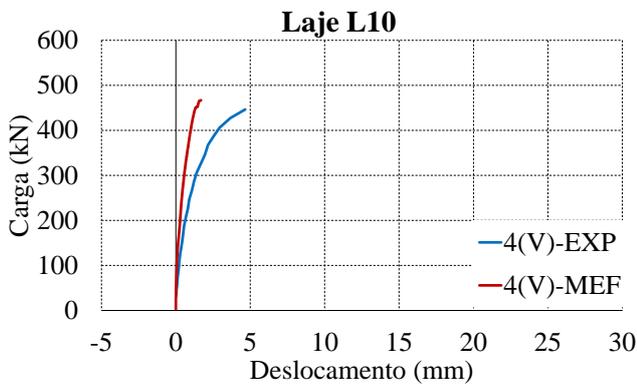
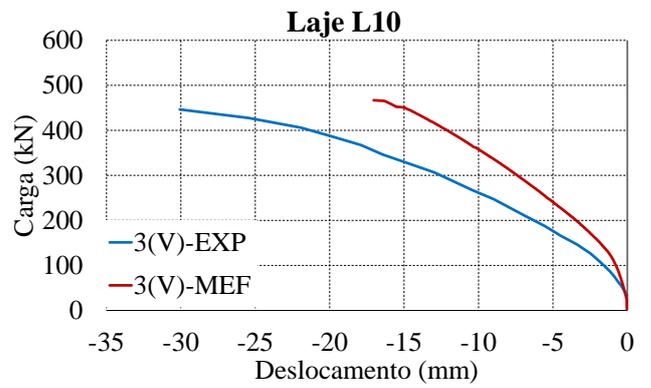
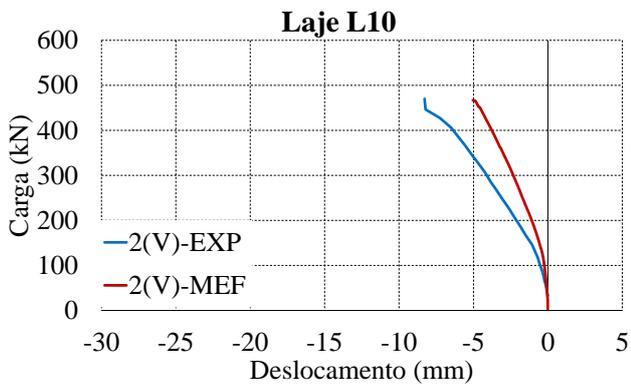
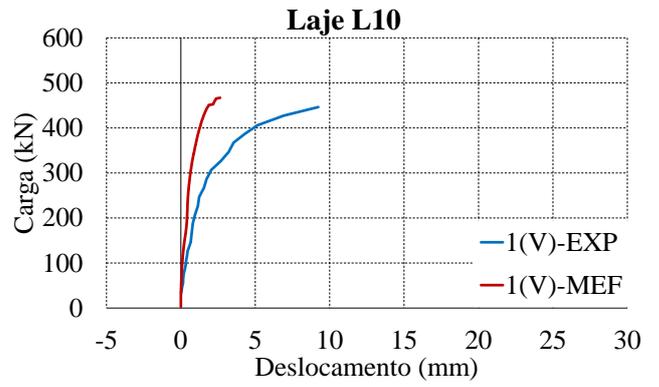
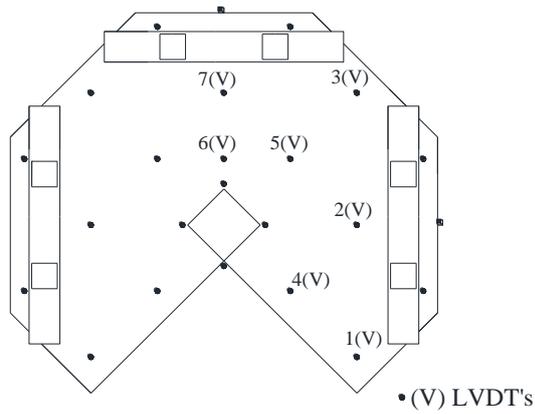
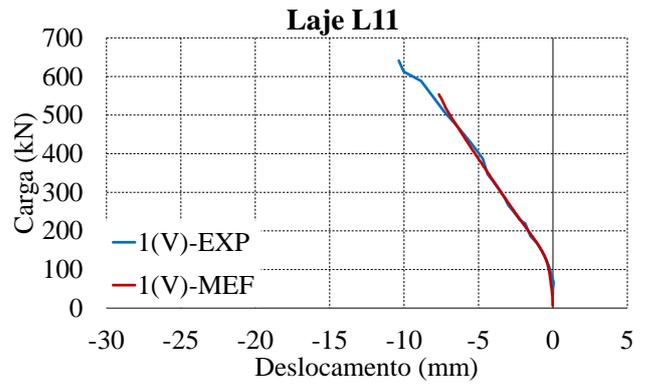
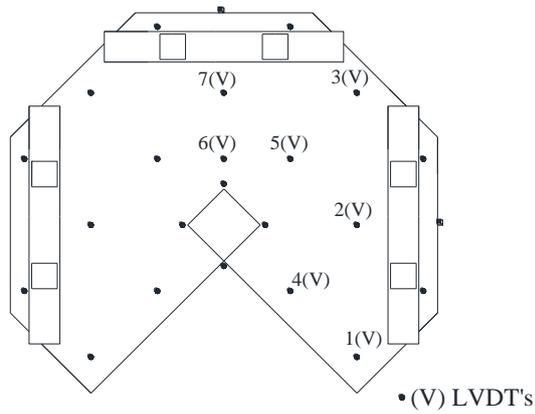
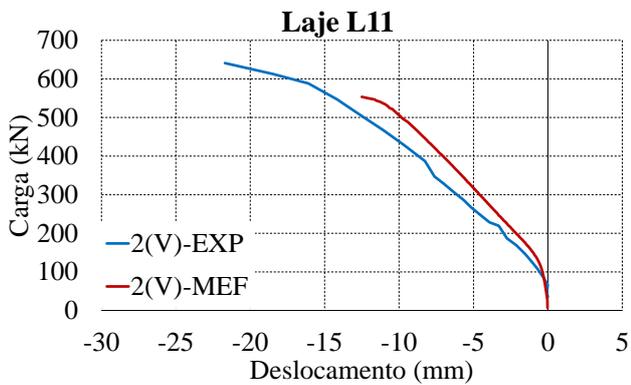


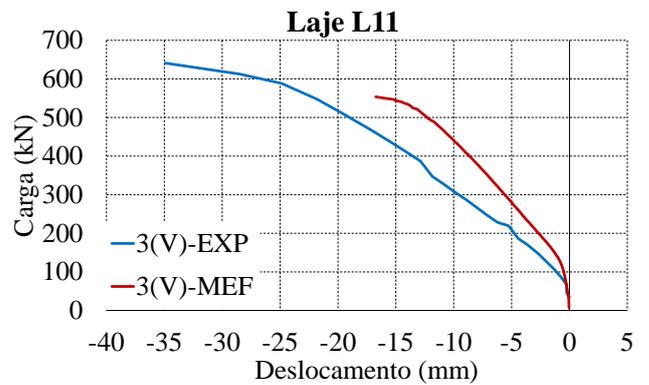
Figura 6.25 – Deslocamentos da Laje L10



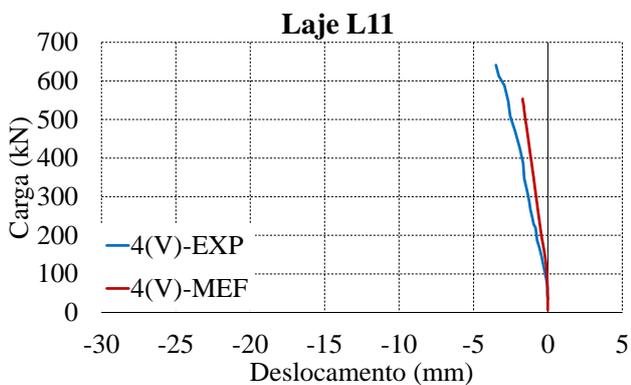
(a) Deslocamentos no ponto 1



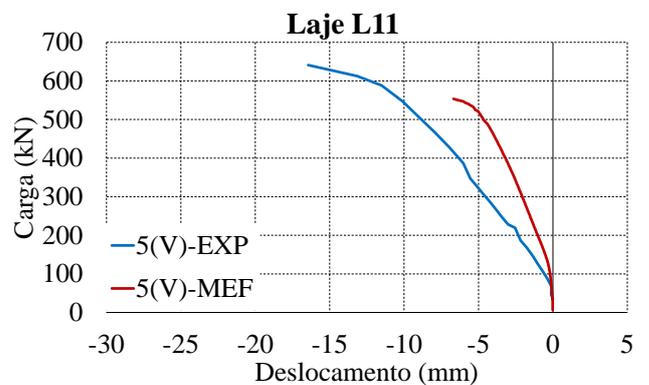
(b) Deslocamentos no ponto 2



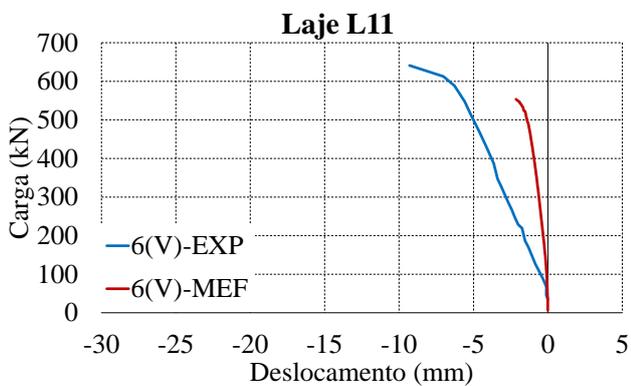
(c) Deslocamentos no ponto 3



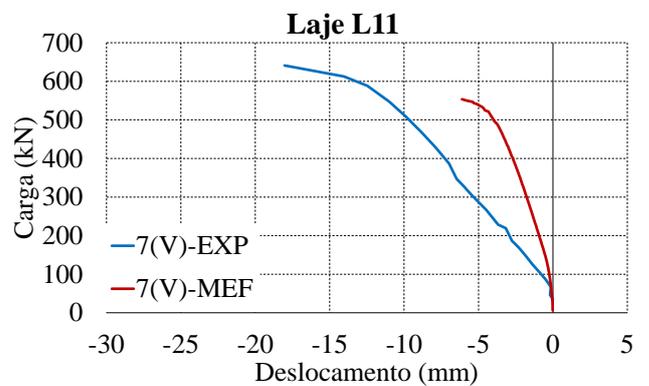
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5

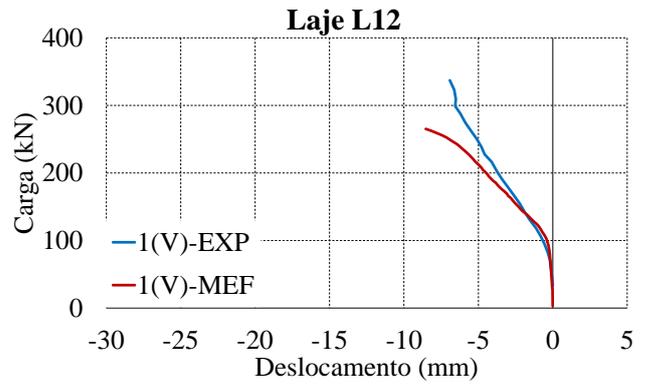
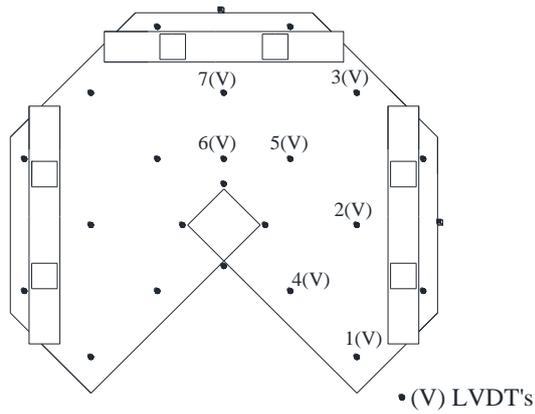


(f) Deslocamentos no ponto 6

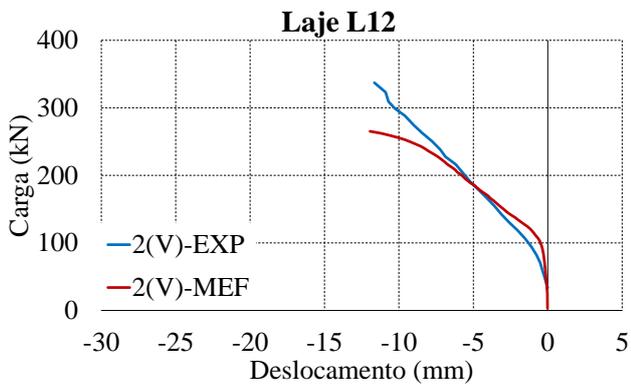


(g) Deslocamentos no ponto 7

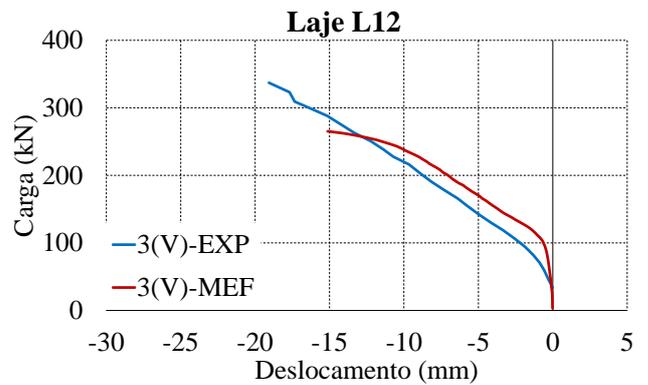
Figura 6.26 – Deslocamentos da Laje L11



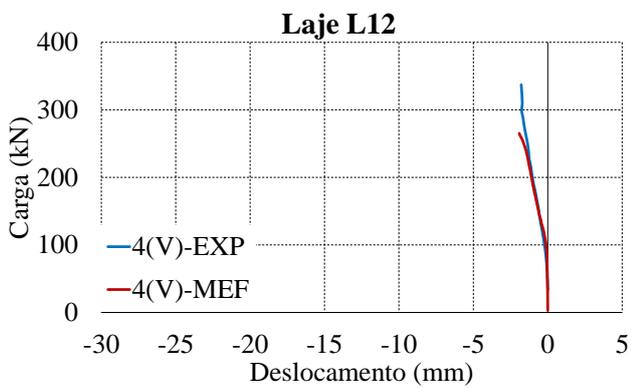
(a) Deslocamentos no ponto 1



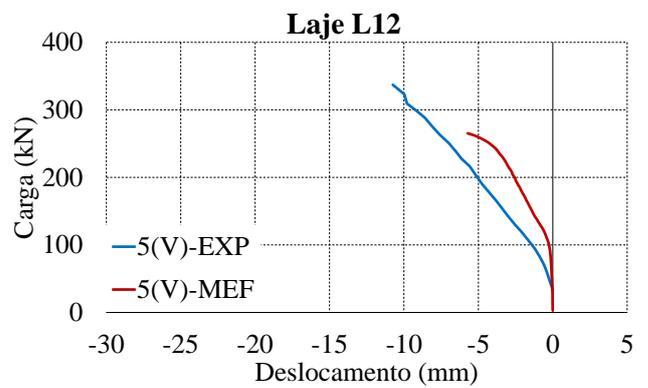
(b) Deslocamentos no ponto 2



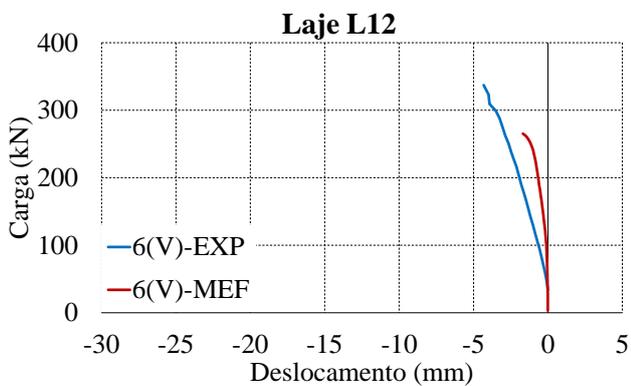
(c) Deslocamentos no ponto 3



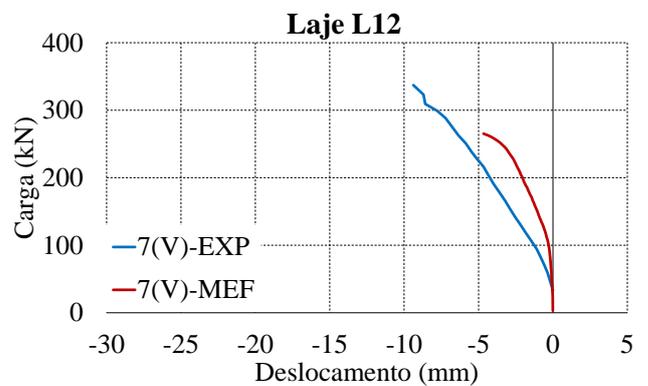
(d) Deslocamentos no ponto 4



(e) Deslocamentos no ponto 5



(f) Deslocamentos no ponto 6



(g) Deslocamentos no ponto 7

Figura 6.27 – Deslocamentos da Laje L12

Nos deslocamentos obtidos experimentalmente e numericamente nota-se uma concordância razoável com eventual exceção dos deslocamentos nas lajes L01 e L05 que apresentaram diferenças maiores. Esse fato deve-se a uma maior excentricidade atuante (500 mm) nessas lajes e a ausência de armadura de cisalhamento, pois na laje L11 que possui excentricidade também de 500 mm a diferença entre os deslocamentos é menor.

Com os gráficos de carga x deslocamento dos resultados experimentais e numéricos pode-se notar um comportamento mais rígido para os resultados numéricos devido ao módulo de elasticidade que o programa admite e o surgimento de microfissuras de flexão mais tardio que no experimental. Nos resultados experimentais, embora as microfissuras tivessem abertura muito pequena causaram um amolecimento no concreto e com o aumento do carregamento surgiram mais microfissuras na superfície da laje propagando-se em direção as extremidades das bordas. Algumas dessas fissuras foram inclinando-se devido à presença da torção.

A Tabela 6.4 apresenta os valores das cargas em que ocorreram as primeiras fissuras determinadas com os gráficos de carga x deslocamento para os resultados experimentais e numéricos.

Tabela 6.3 – Cargas das primeiras fissuras

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{fis}$ (kN)	% de $V_u$	$V_{MEF}$ (kN)	$V_{fis,MEF}$ (kN)	% de $V_u$
L01	325	70	22	305,4	90	29
L02	513	90	18	460,6	120	26
L03	575	90	16	508,6	120	24
L04	372	70	19	388,6	90	23
L05	250	80	32	249,4	110	44
L06	282	90	32	292,6	120	41
L07	358	85	24	283,0	100	35
L08	345	70	20	316,6	100	32
L09	550	90	16	568,6	110	19
L10	500	90	18	467,0	110	24
L11	640	100	16	553,4	100	18
L12	345	80	23	265,4	110	41
$V_{fis}$ – Carga de fissuração inicial experimental. $V_{fis,MEF}$ – Carga de fissuração inicial numérico. $V_{MEF}$ – Carga de ruptura obtido numericamente.						

Os resultados confirmam que os resultados numéricos tem comportamento mais rígido que no experimental, com o surgimento da fissura inicial ocorrendo num nível de carga maior.

Para discutir os resultados numéricos das fissuras e deformada da laje serão mostrados os resultados obtidos do programa para uma laje sem armadura de cisalhamento (L04) e uma laje com armadura de cisalhamento (L02) para um carregamento igual em todos os pontos de aplicação de carga (excentricidade de 350 mm).

Na Figura 6.28 e Figura 6.29 são mostradas as fissuras e a deformada na ruptura obtidas numericamente da Laje L04 e L02 respectivamente, com vista em 2D na ruptura.

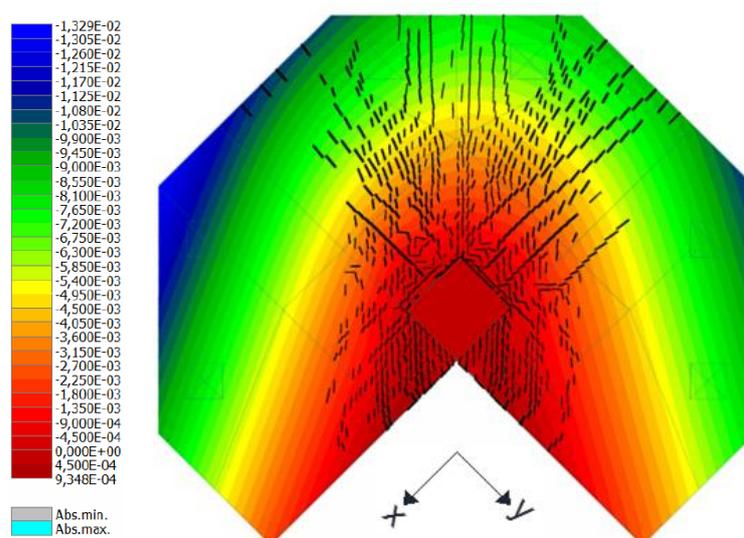


Figura 6.28 –Fissuras e deformada (m) da laje L04 obtida numericamente (vista em 2D)

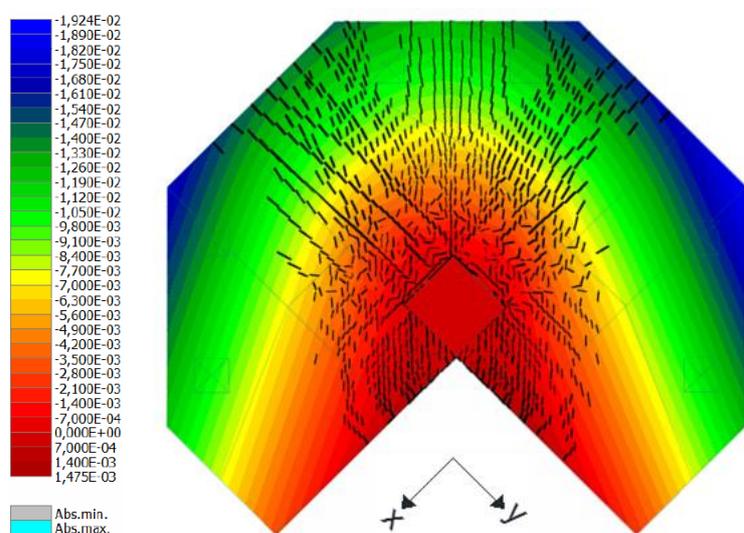


Figura 6.29 –Fissuras e deformada (m) da laje L02 obtida numericamente (vista em 2D)

As duas lajes possuem a mesma excentricidade, taxa de armadura de flexão e mesma resistência de concreto e diferenciam-se apenas pela presença de armadura de cisalhamento. Essa diferença resultou em deslocamentos maiores na laje L02 (com armadura de cisalhamento) e fissuras superficiais mais distribuídas, cada uma para o nível de carga de ruptura.

Na Figura 6.30 e Figura 6.31 são mostradas as deformadas e fissuras na ruptura obtidas numericamente das lajes L04 e L02 respectivamente com vista em 3D na ruptura.

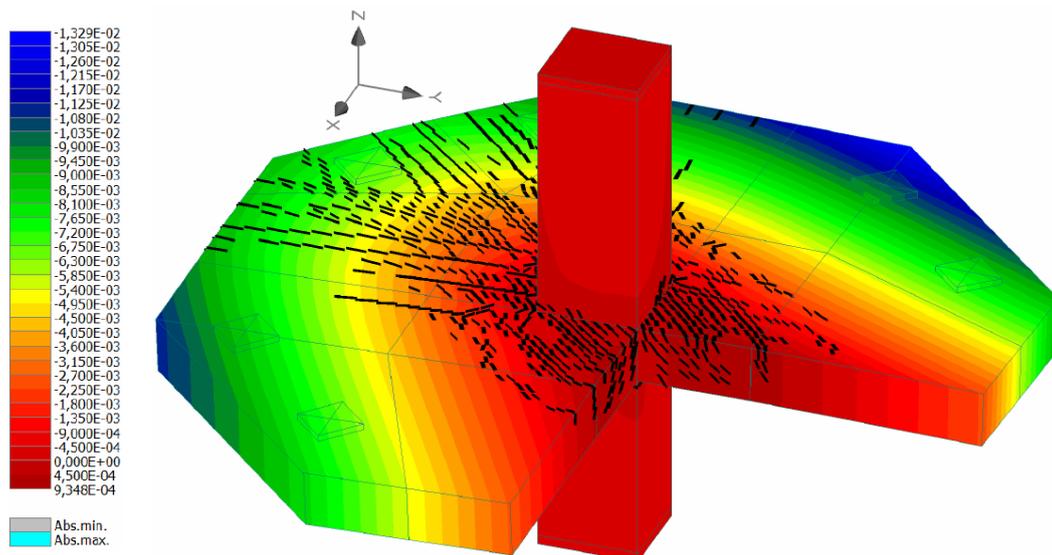


Figura 6.30 –Fissuras e deformada (m) da laje L04 obtida numericamente (vista em 3D)

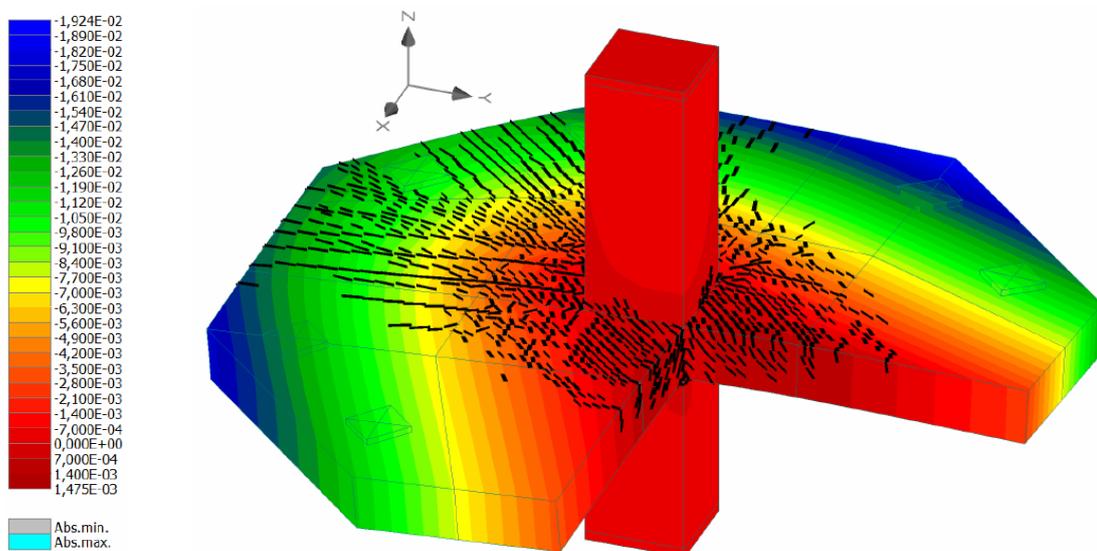


Figura 6.31 –Fissuras e deformada (m) da laje L02 obtida numericamente (vista em 3D)

Nota-se que os bordos reentrantes da laje sobem enquanto que o restante desce com os valores máximos de deslocamento descendentes situados na borda da laje oposta à reentrância (faixa em azul).

À medida que as fissuras de cisalhamento na superfície superior da laje se propagam ocorre ainda uma redução de rigidez como mostra os gráficos de carga x deslocamento. Estas fissuras seguem em direção à borda reentrante com inclinação em torno de  $45^\circ$  provocada por momentos de torção. Na Figura 6.34 e Figura 6.35 são mostradas as fissuras obtidas experimentalmente e numericamente das lajes L04 e L02 respectivamente, com vista em 2D.

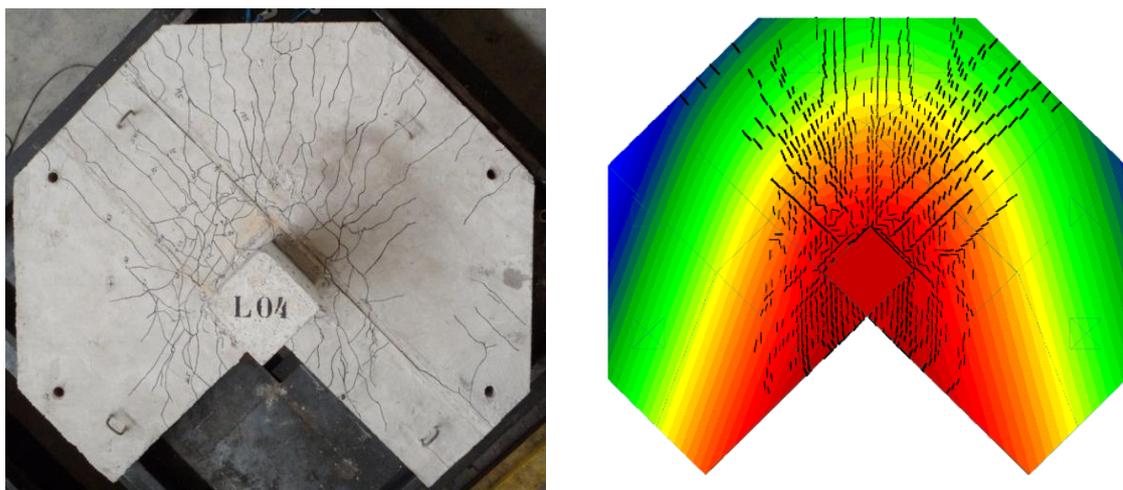


Figura 6.32 – Configuração de fissuras da laje L04 para ensaio experimental (esquerda) e numérico (direita)

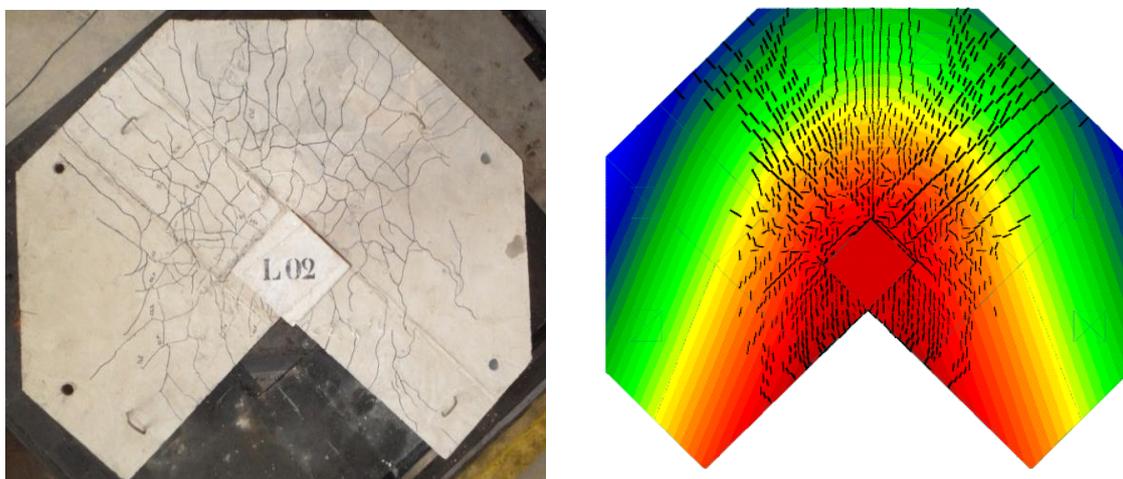


Figura 6.33 – Configuração de fissuras da laje L02 para ensaio experimental (esquerda) e numérico (direita)

Pode-se observar que em ambas as lajes a configuração é semelhante, com o experimental apresentando pouco mais de fissuras pelo fato de ter sido aplicado cargas de pós puncionamento para melhor visualizar o cone de ruptura, enquanto que no numérico as fissuras mostradas são do momento na ruptura.

## 6.8 DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO

Nestas lajes foi possível comparar deformações na armadura de flexão em oito pontos para as lajes L01, L02, L03 e L04 como mostra na Figura 6.34.

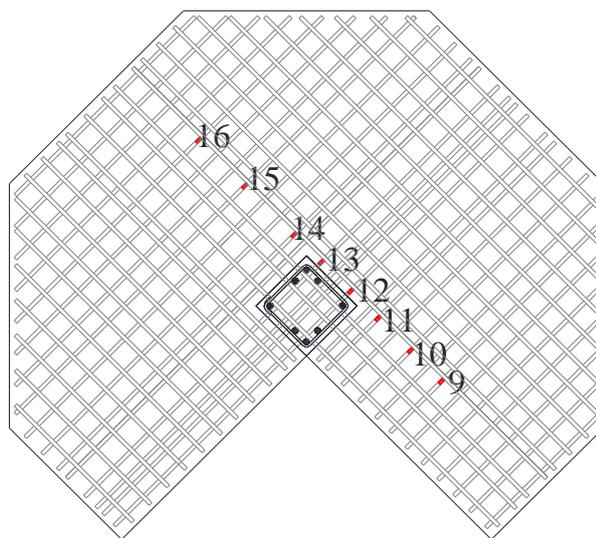
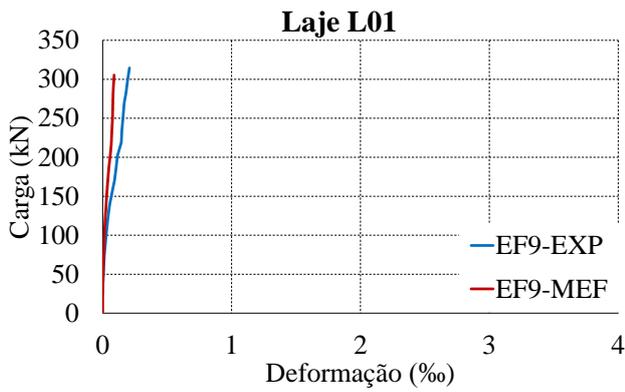
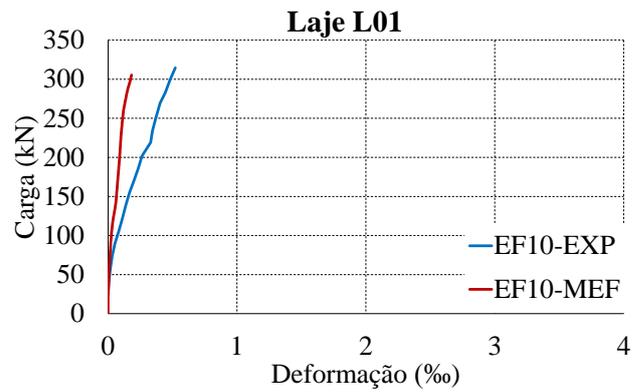


Figura 6.34 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L01, L02, L03 e L04

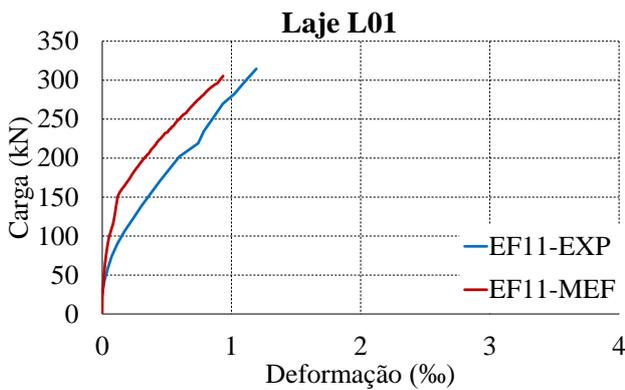
Da Figura 6.35 à Figura 6.38 são apresentadas as deformações na armadura de flexão das lajes da primeira série de concretagem (Série 1) para cada um dos oito pontos das lajes em diferentes passos de carga até próximo à ruptura.



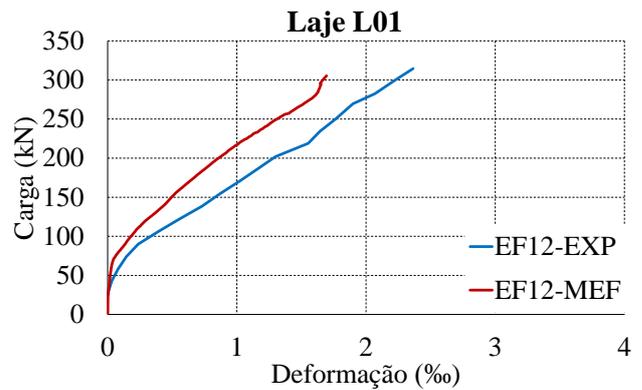
(a) Deformações no ponto 9



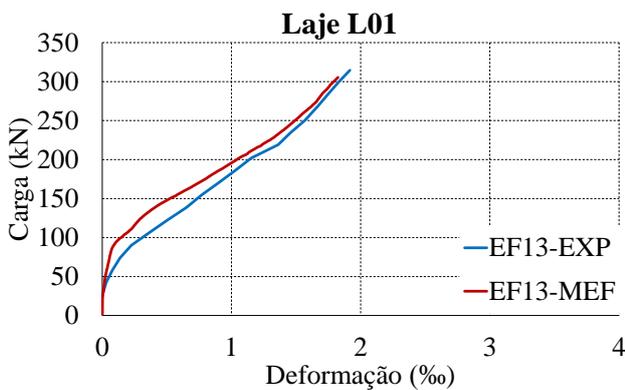
(b) Deformações no ponto 10



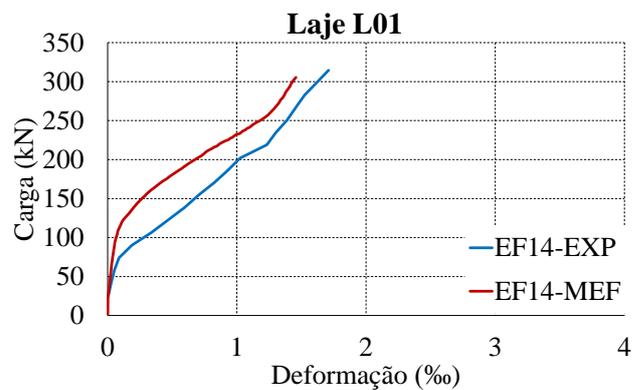
(c) Deformações no ponto 11



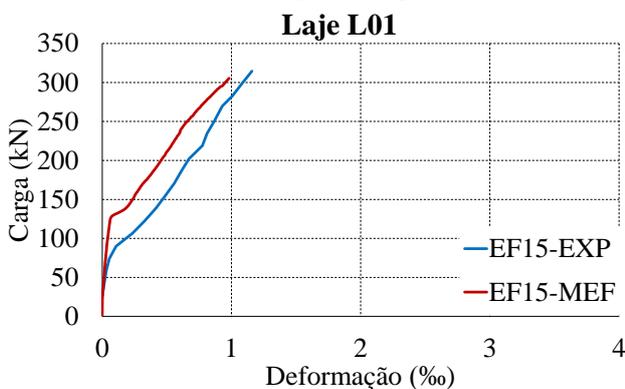
(d) Deformações no ponto 12



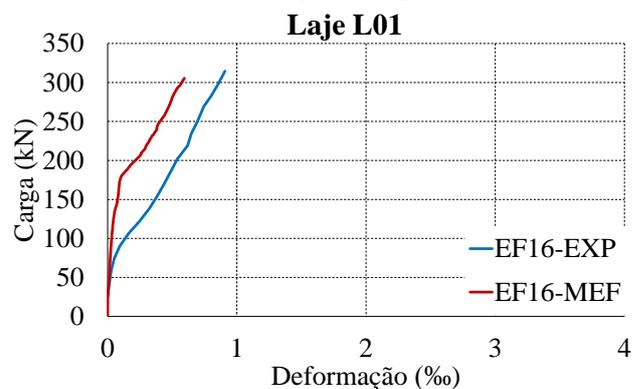
(e) Deformações no ponto 13



(f) Deformações no ponto 14

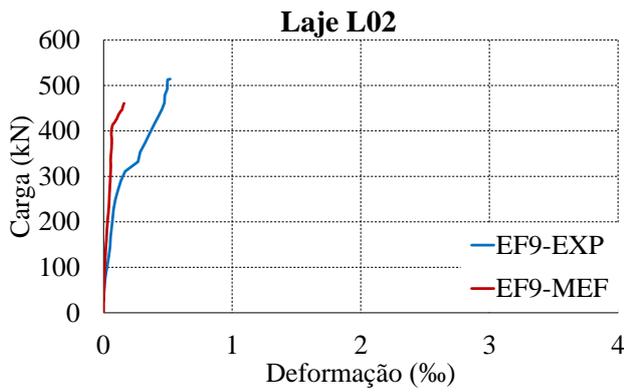


(g) Deformações no ponto 15

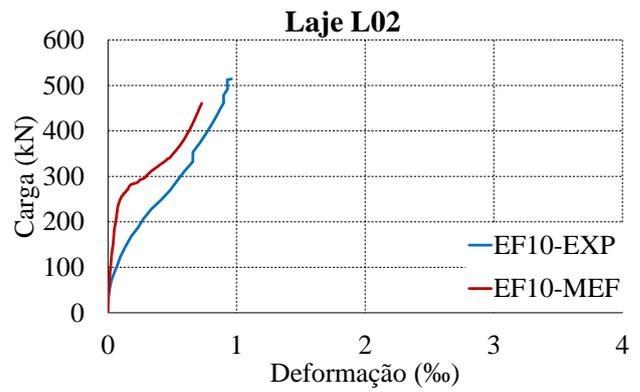


(h) Deformações no ponto 16

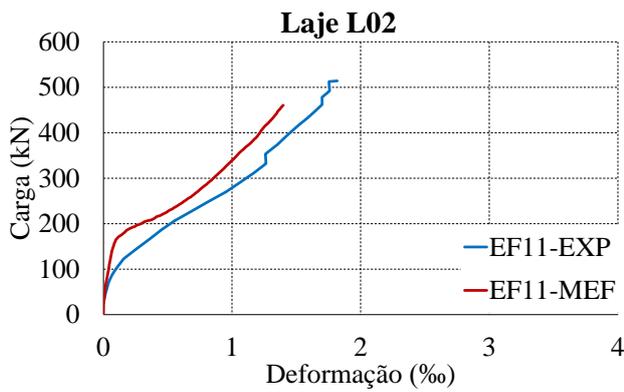
Figura 6.35 – Deformações na armadura de flexão da Laje L01



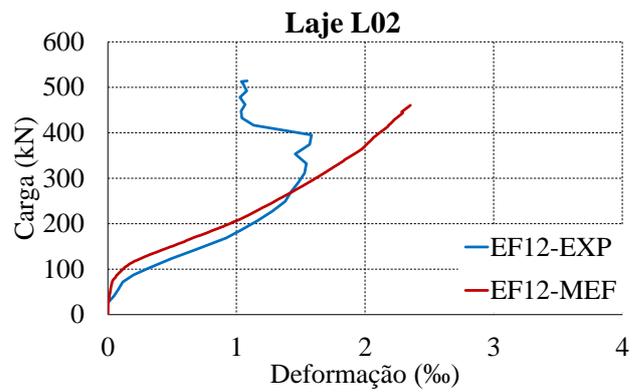
(a) Deformações no ponto 9



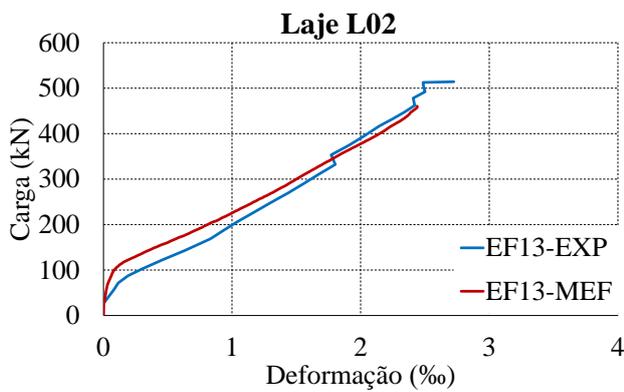
(b) Deformações no ponto 10



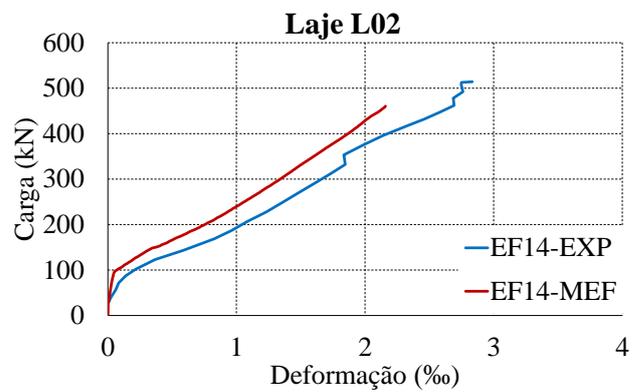
(c) Deformações no ponto 11



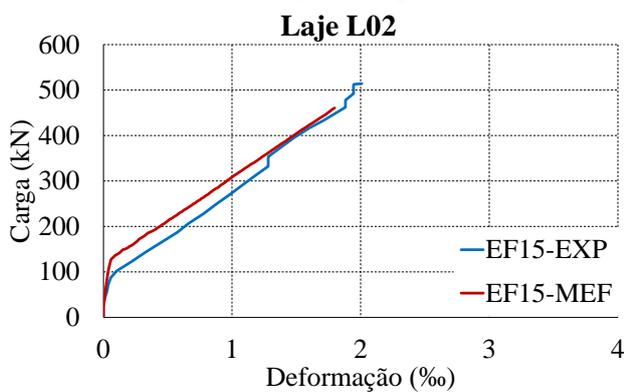
(d) Deformações no ponto 12



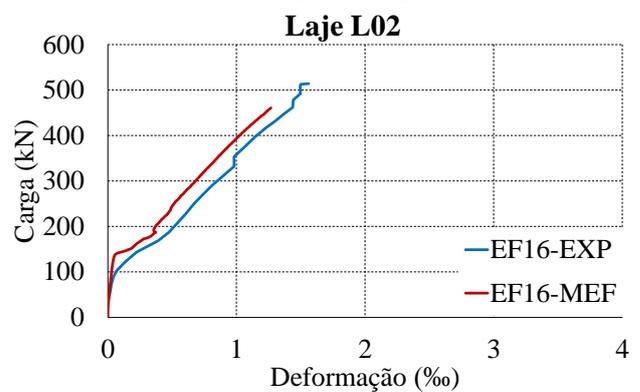
(e) Deformações no ponto 13



(f) Deformações no ponto 14

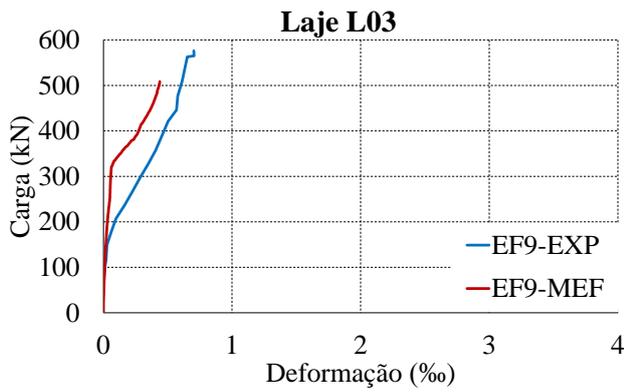


(g) Deformações no ponto 15

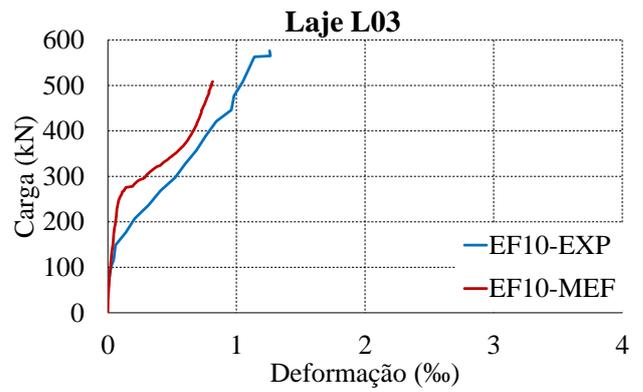


(h) Deformações no ponto 16

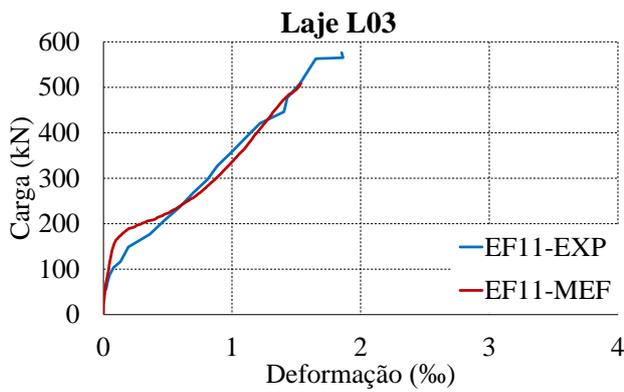
Figura 6.36 – Deformações na armadura de flexão da Laje L02



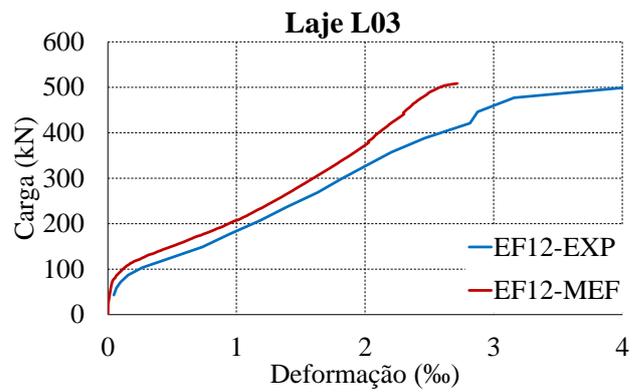
(a) Deformações no ponto 9



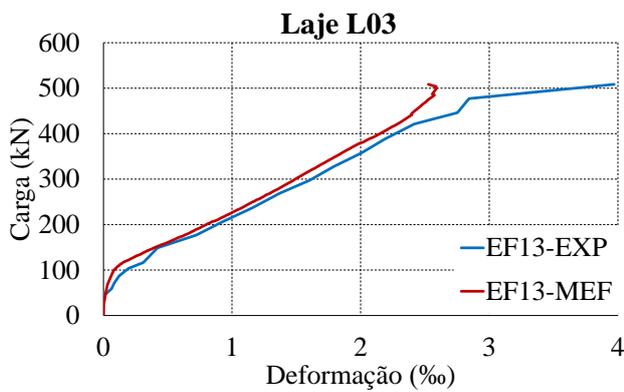
(b) Deformações no ponto 10



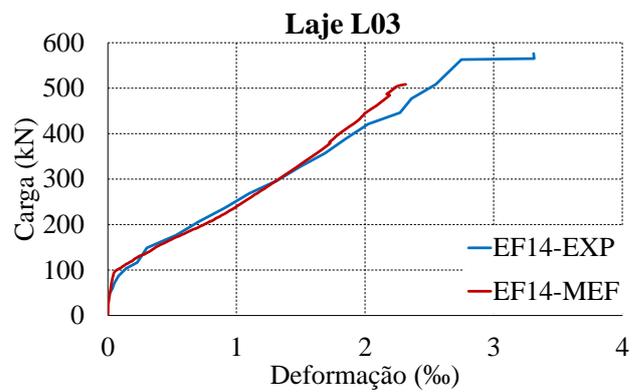
(c) Deformações no ponto 11



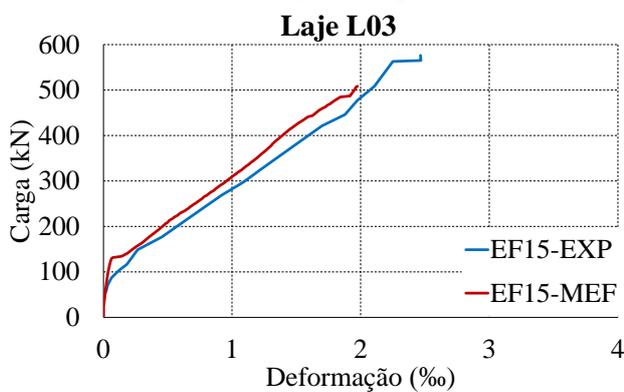
(d) Deformações no ponto 12



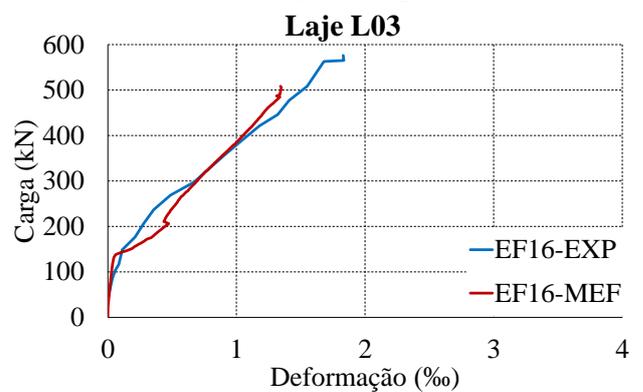
(e) Deformações no ponto 13



(f) Deformações no ponto 14

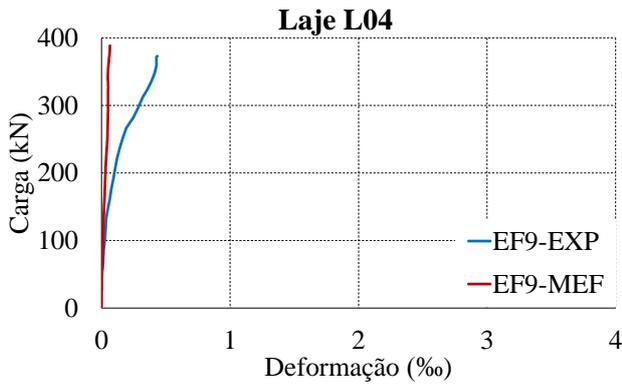


(g) Deformações no ponto 15

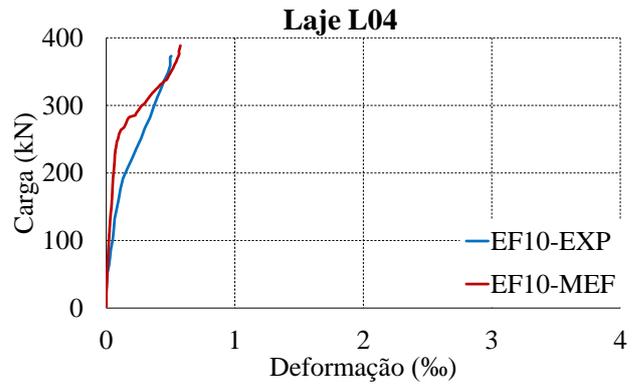


(h) Deformações no ponto 16

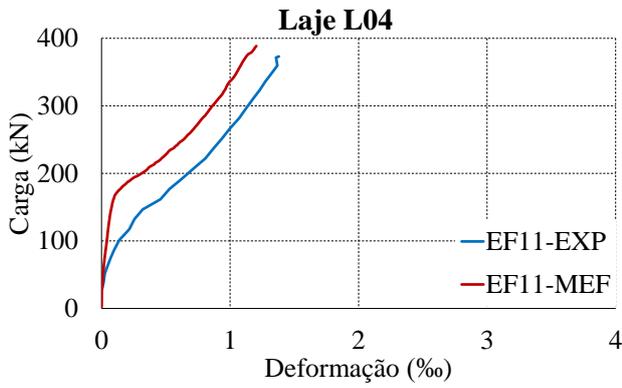
Figura 6.37 – Deformações na armadura de flexão da Laje L03



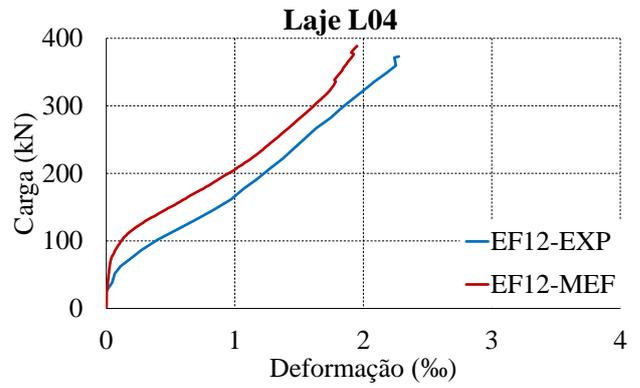
(a) Deformações no ponto 9



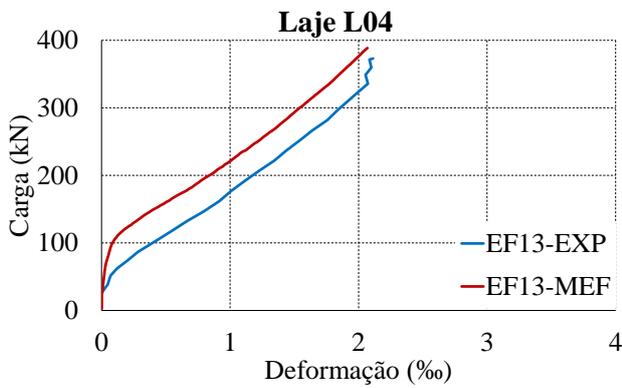
(b) Deformações no ponto 10



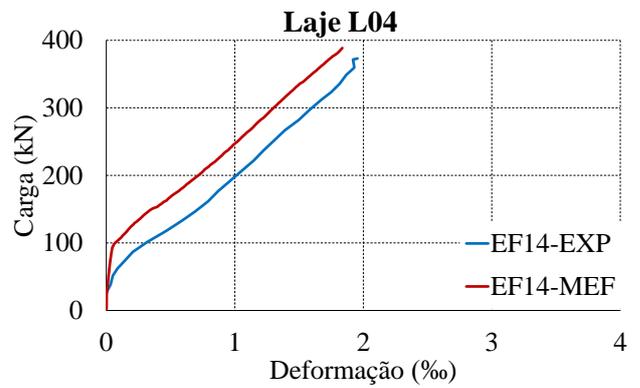
(c) Deformações no ponto 11



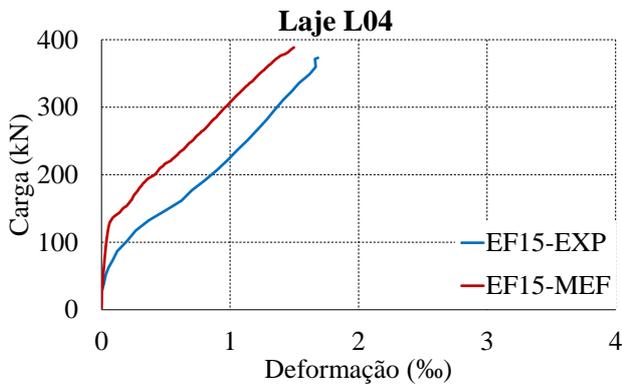
(d) Deformações no ponto 12



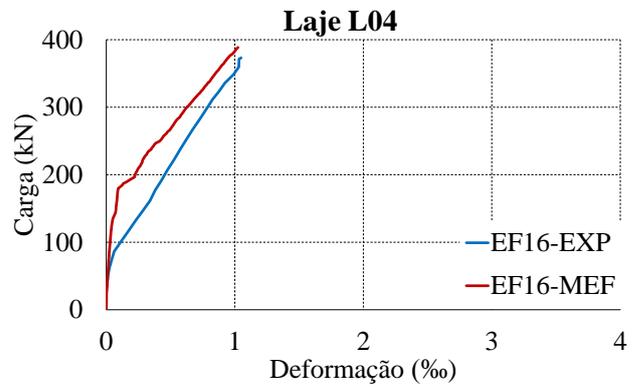
(e) Deformações no ponto 13



(f) Deformações no ponto 14



(g) Deformações no ponto 15



(h) Deformações no ponto 16

Figura 6.38 – Deformações na armadura de flexão da Laje L04

Para as lajes L05 e L06 foi possível comparar deformações na armadura de flexão em oito pontos como mostra a Figura 6.39.

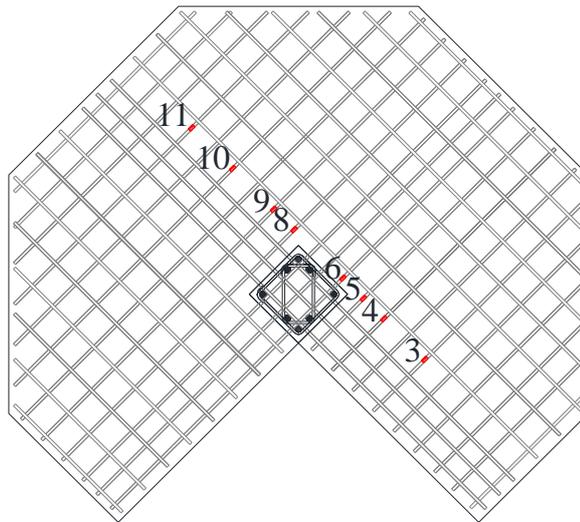
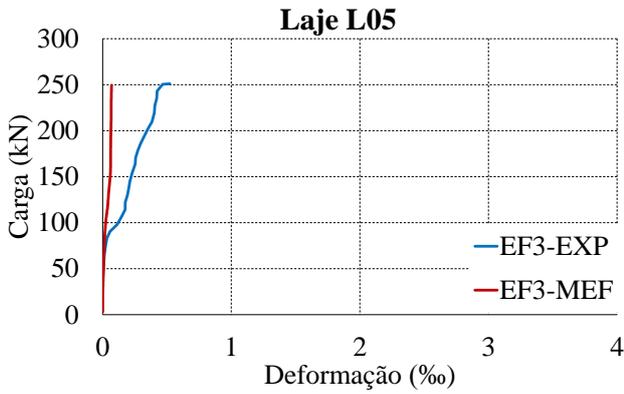
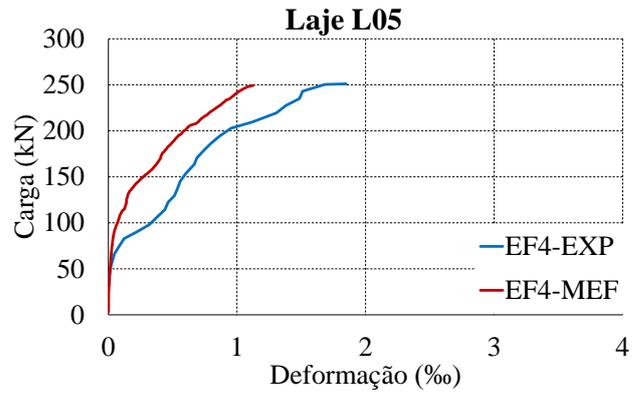


Figura 6.39 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L05 e L06

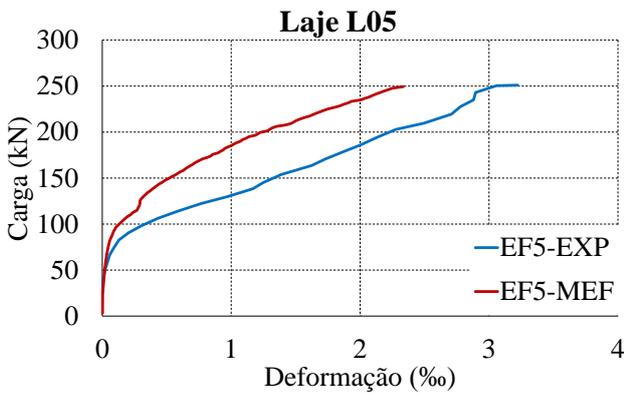
Na Figura 6.40 e Figura 6.41 são apresentadas as deformações na armadura de flexão das lajes L05 e L06 para cada um dos cinco pontos das lajes em diferentes passos de carga até próximo à ruptura.



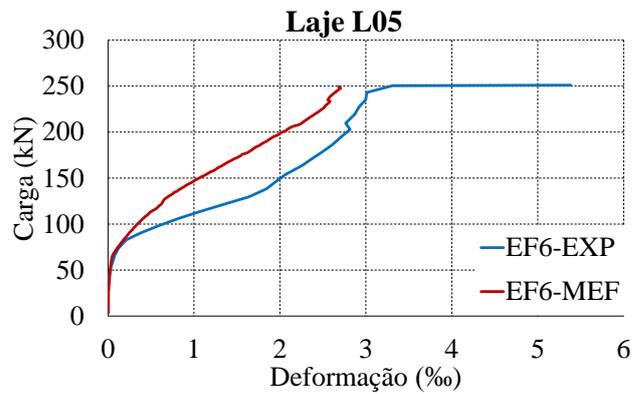
(a) Deformações no ponto 3



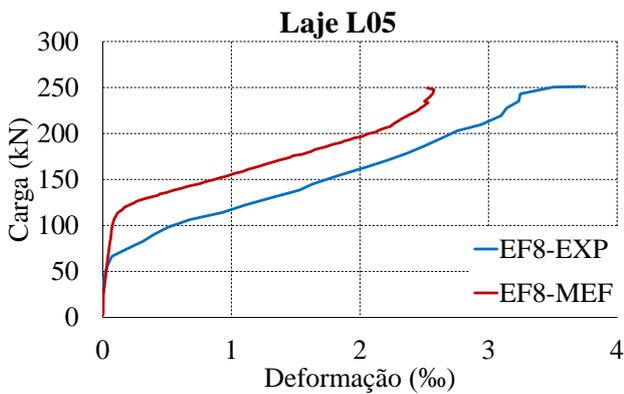
(b) Deformações no ponto 4



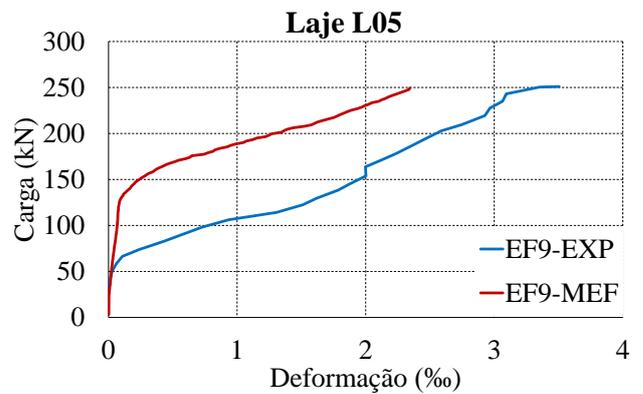
(c) Deformações no ponto 5



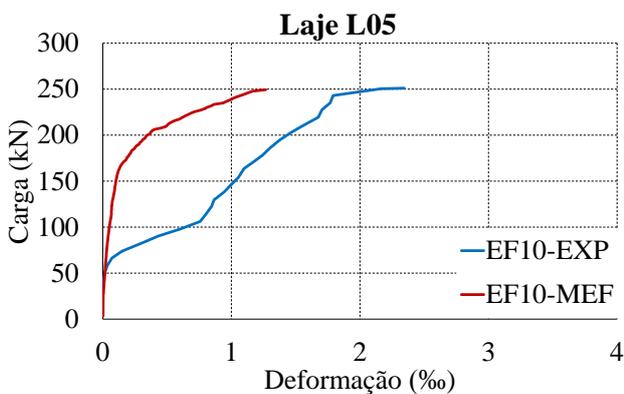
(d) Deformações no ponto 6



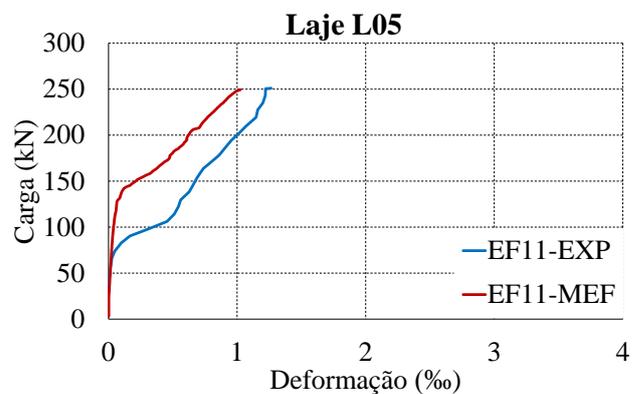
(e) Deformações no ponto 8



(f) Deformações no ponto 9

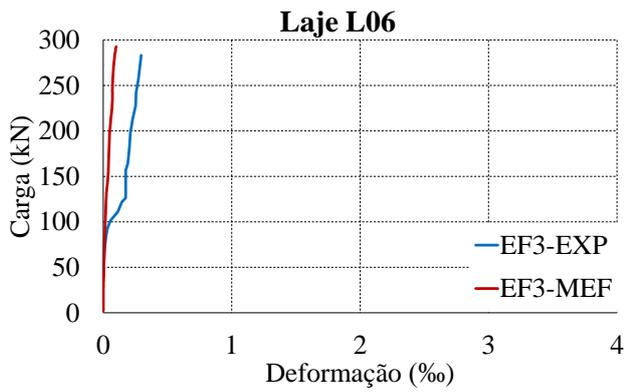


(g) Deformações no ponto 10

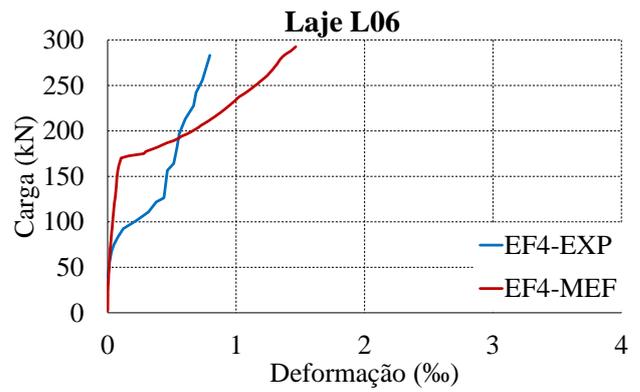


(h) Deformações no ponto 11

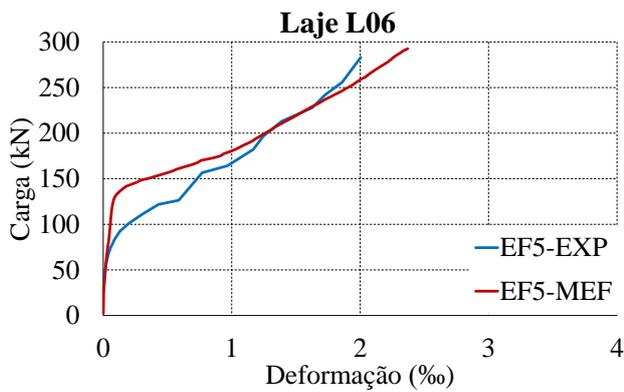
Figura 6.40 – Deformações na armadura de flexão da Laje L05



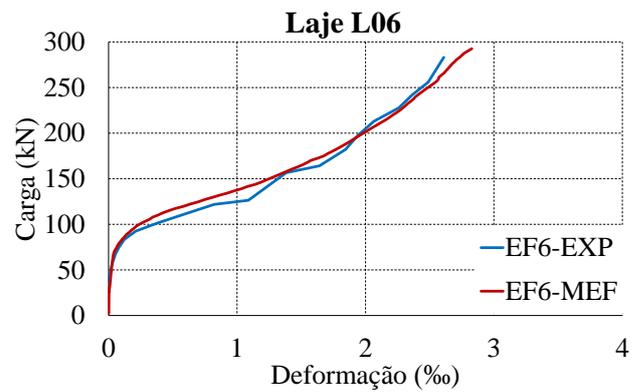
(a) Deformações no ponto 3



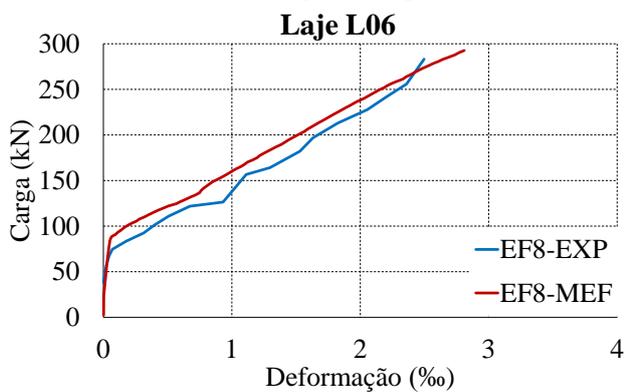
(b) Deformações no ponto 4



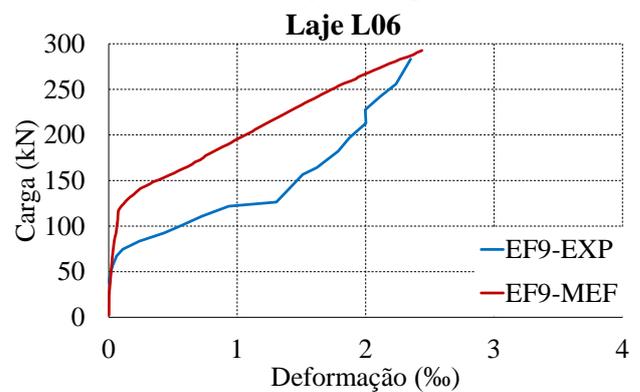
(c) Deformações no ponto 5



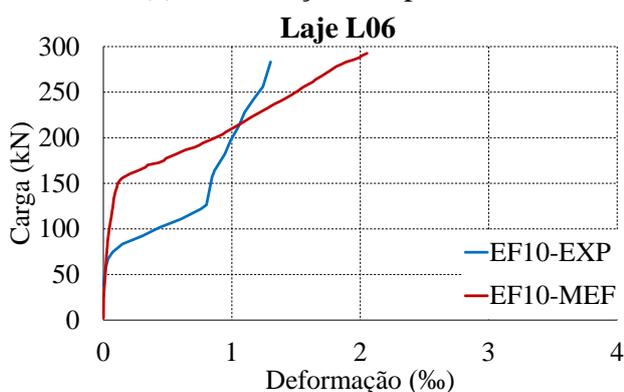
(d) Deformações no ponto 6



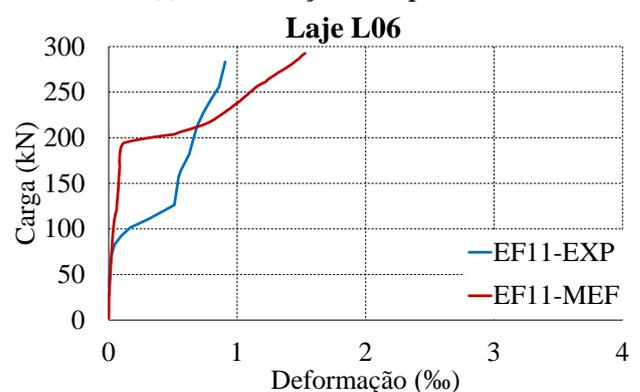
(e) Deformações no ponto 8



(f) Deformações no ponto 9



(e) Deformações no ponto 10



(f) Deformações no ponto 11

Figura 6.41 – Deformações na armadura de flexão da Laje L06

Para as lajes L07 e L08 foi possível comparar deformações na armadura de flexão em oito pontos como mostra a Figura 6.42.

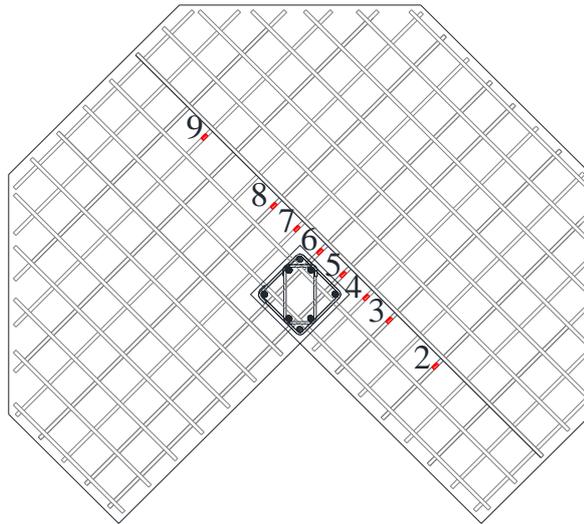
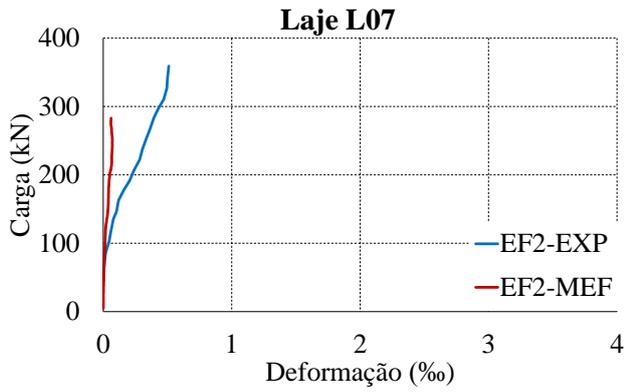
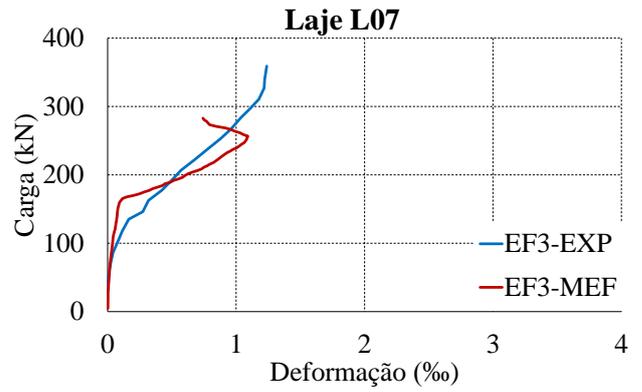


Figura 6.42 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L07 e L08

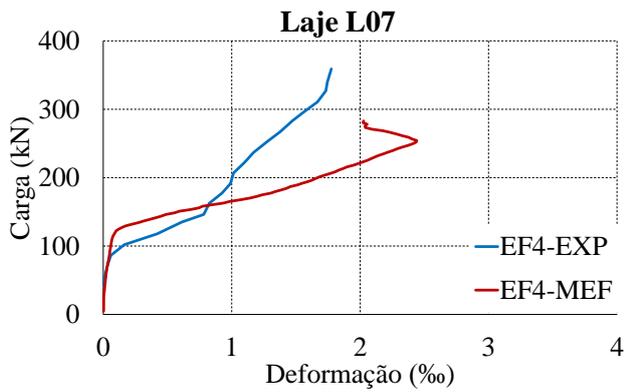
Na Figura 6.43 e Figura 6.44 são apresentadas as deformações na armadura de flexão das lajes L07 e L08 para cada um dos oito pontos das lajes em diferentes passos de carga até próximo à ruptura.



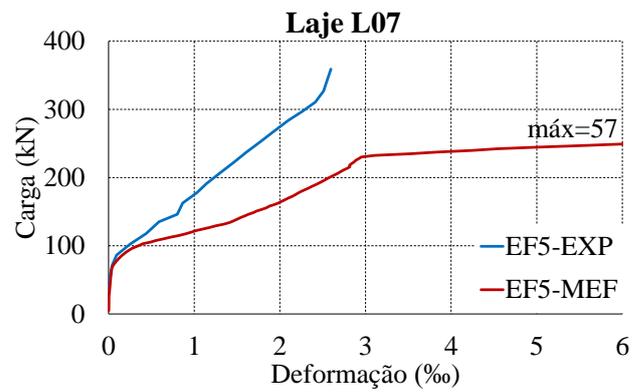
(a) Deformações no ponto 2



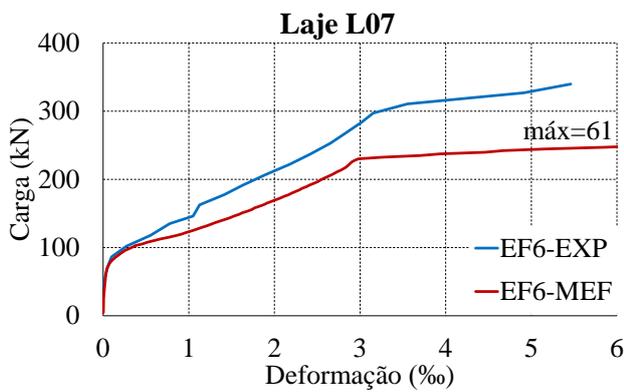
(b) Deformações no ponto 3



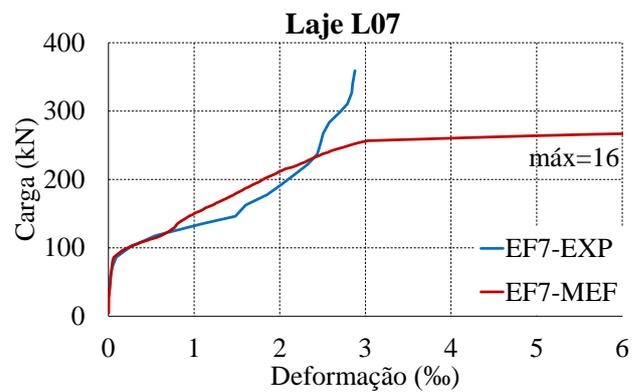
(c) Deformações no ponto 4



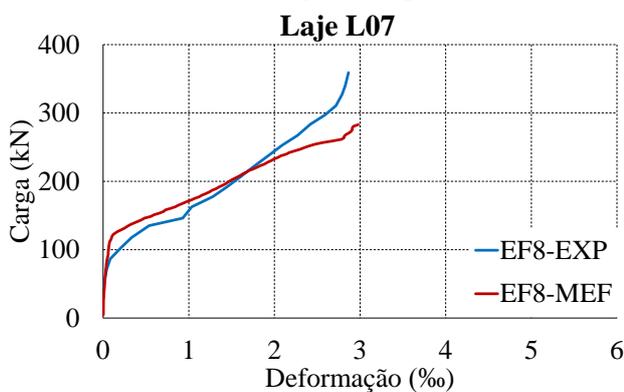
(d) Deformações no ponto 5



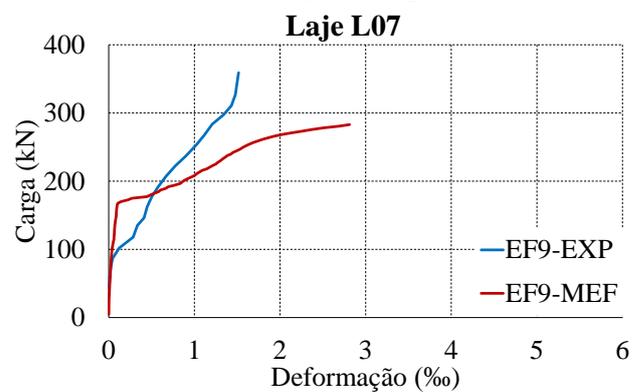
(e) Deformações no ponto 6



(f) Deformações no ponto 7

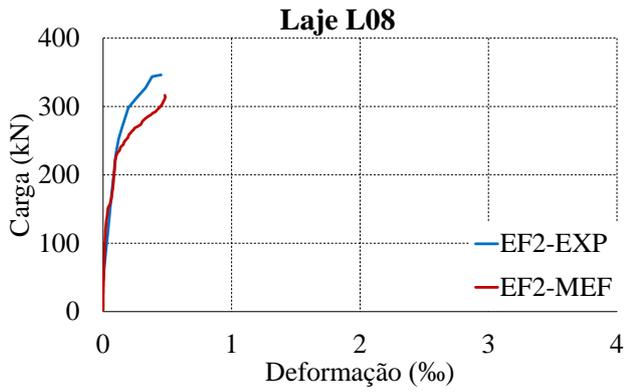


(e) Deformações no ponto 8

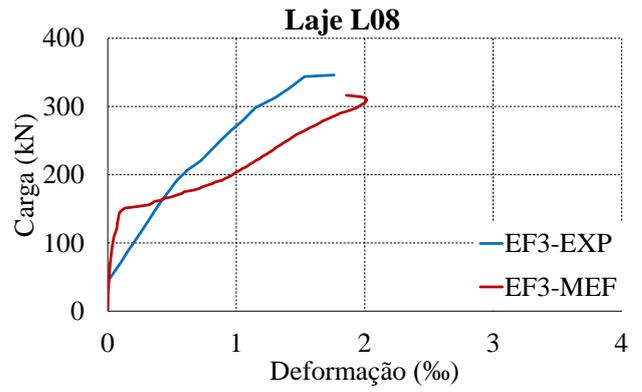


(f) Deformações no ponto 9

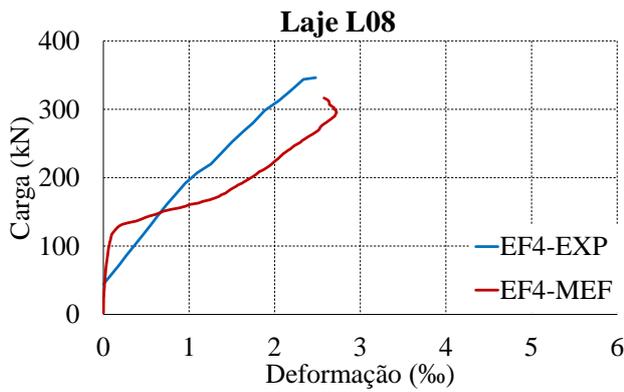
Figura 6.43 – Deformações na armadura de flexão da Laje L07



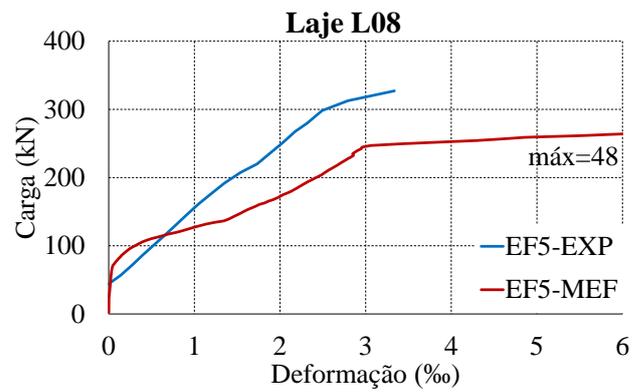
(a) Deformações no ponto 2



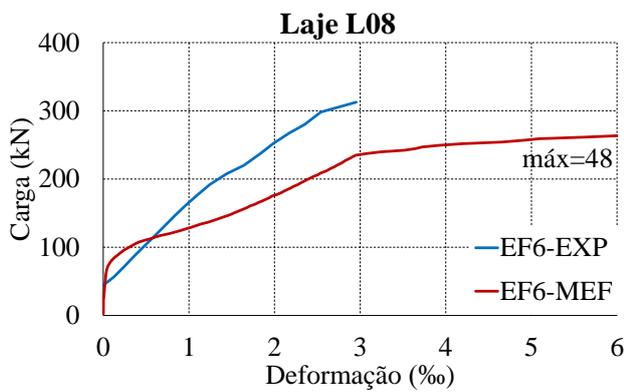
(b) Deformações no ponto 3



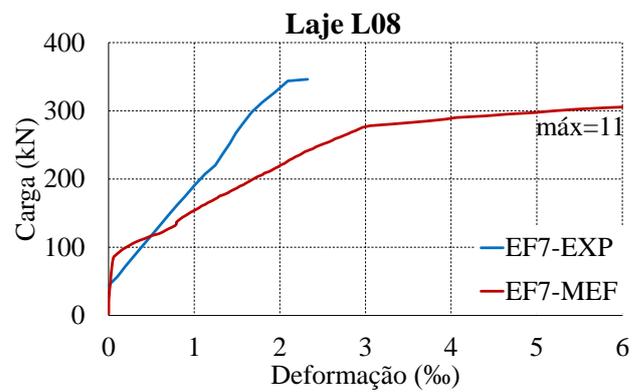
(c) Deformações no ponto 4



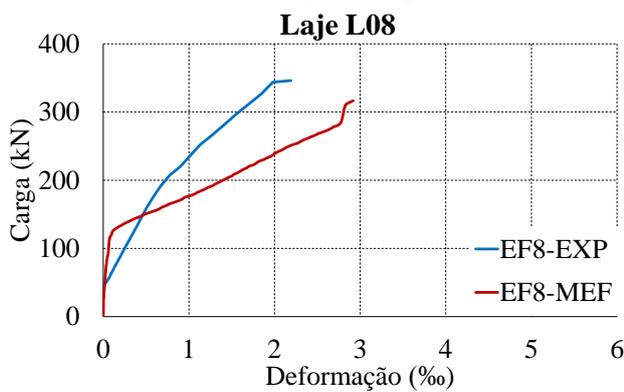
(d) Deformações no ponto 5



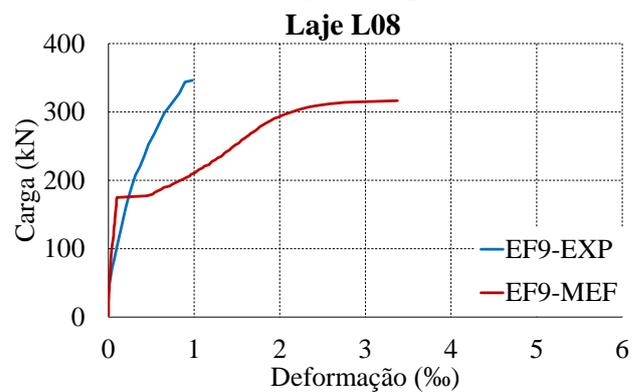
(e) Deformações no ponto 6



(f) Deformações no ponto 7



(g) Deformações no ponto 8



(h) Deformações no ponto 9

Figura 6.44 – Deformações na armadura de flexão da Laje L08

Nas lajes L09, L10 e L11 foi possível comparar deformações na armadura de flexão em oito pontos como mostra a Figura 6.45.

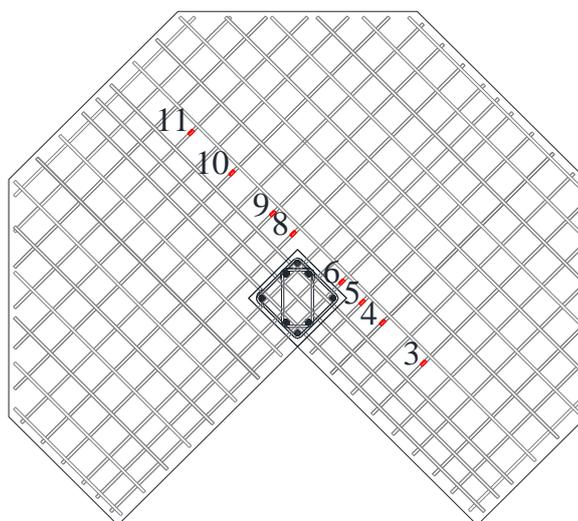
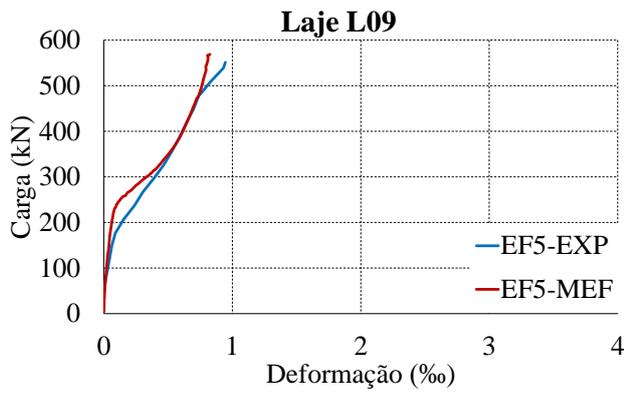


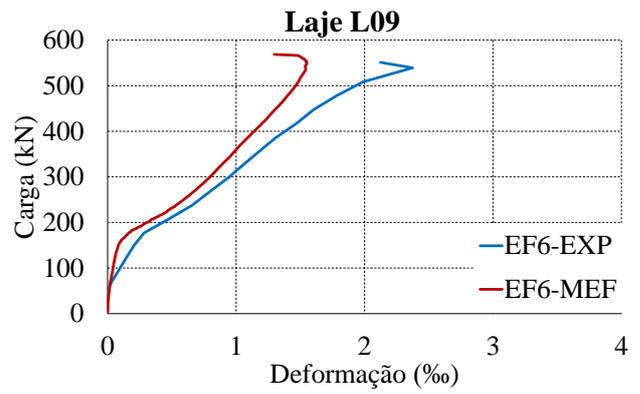
Figura 6.45 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L09, L10 e L11

Da Figura 6.46 à Figura 6.49 são apresentadas as deformações na armadura de flexão das lajes L09, L10 e L11 para cada um dos oito pontos das lajes em diferentes passos de carga até próximo à ruptura.

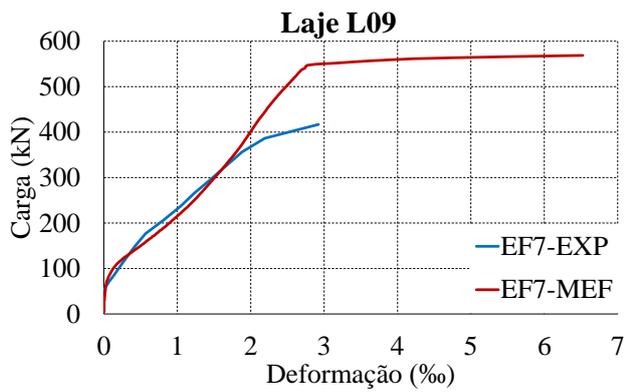
Na laje L12 foi possível comparar deformações na armadura de flexão em oito pontos semelhantes aos das lajes L07 e L08 como mostra a Figura 6.42. Na Figura 6.49 são apresentadas as deformações na armadura de flexão da laje L12 nos oito pontos da laje em diferentes passos de carga até próximo à ruptura.



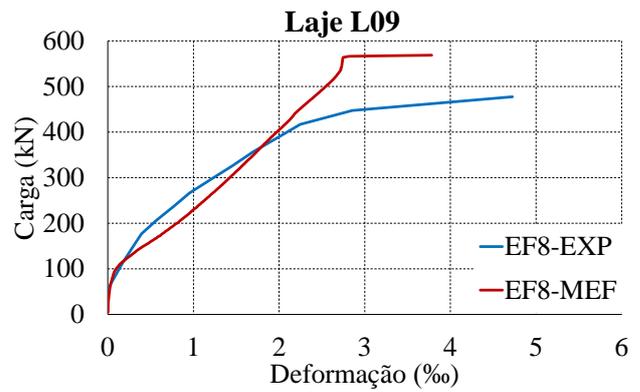
(a) Deformações no ponto 5



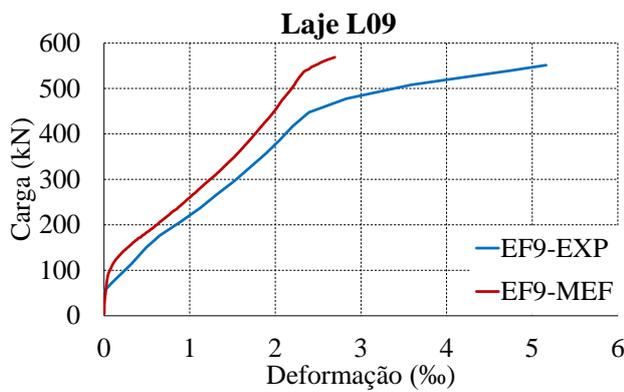
(b) Deformações no ponto 6



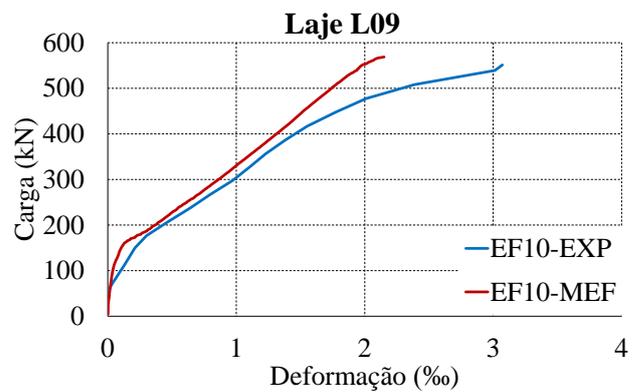
(c) Deformações no ponto 7



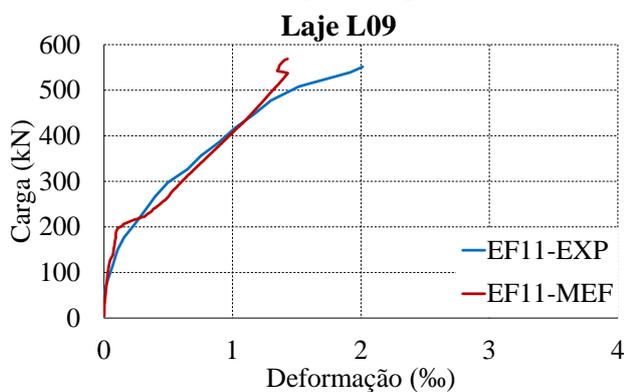
(d) Deformações no ponto 8



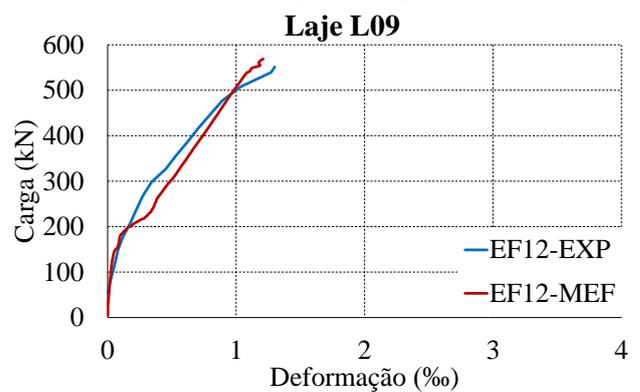
(e) Deformações no ponto 9



(f) Deformações no ponto 10

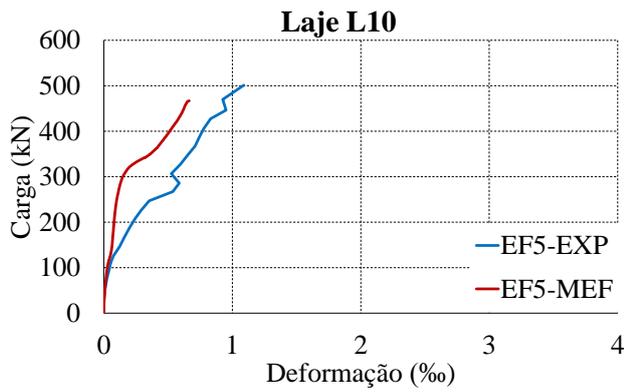


(g) Deformações no ponto 11

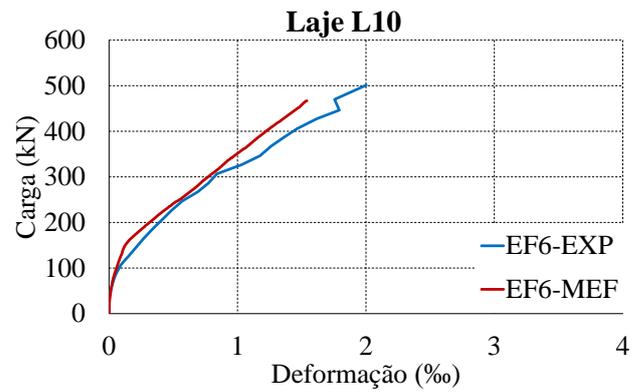


(h) Deformações no ponto 12

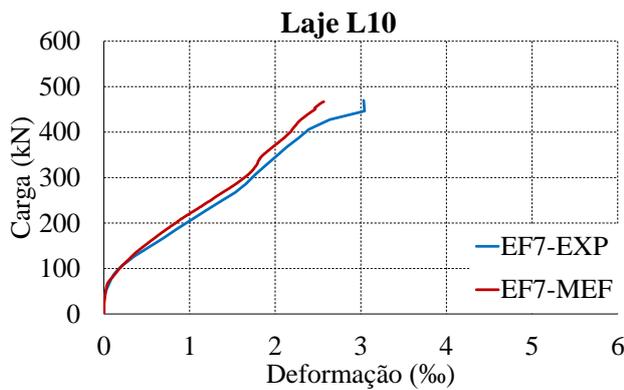
Figura 6.46 – Deformações na armadura de flexão da Laje L09



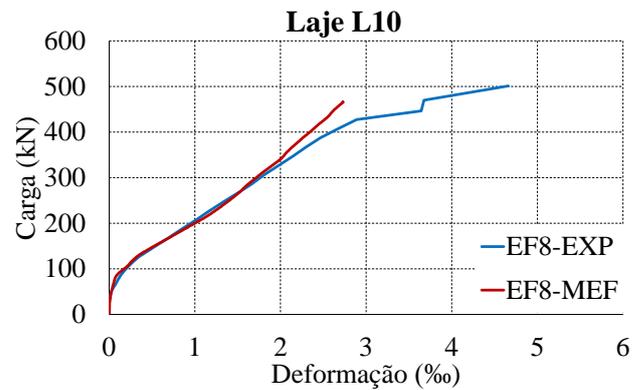
(a) Deformações no ponto 5



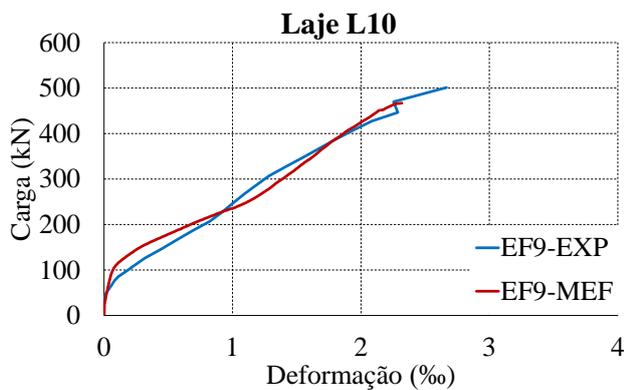
(b) Deformações no ponto 6



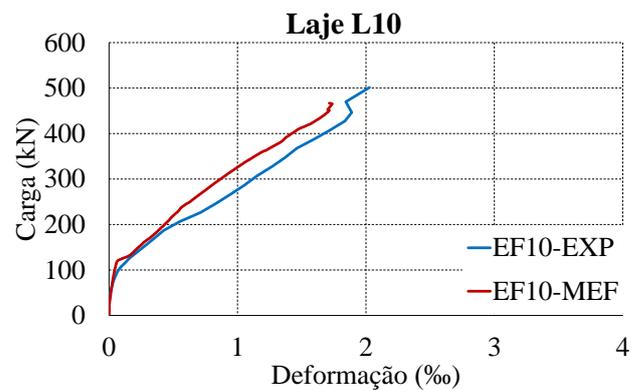
(c) Deformações no ponto 7



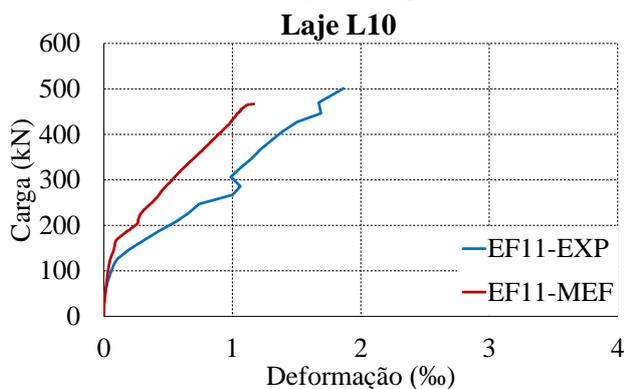
(d) Deformações no ponto 8



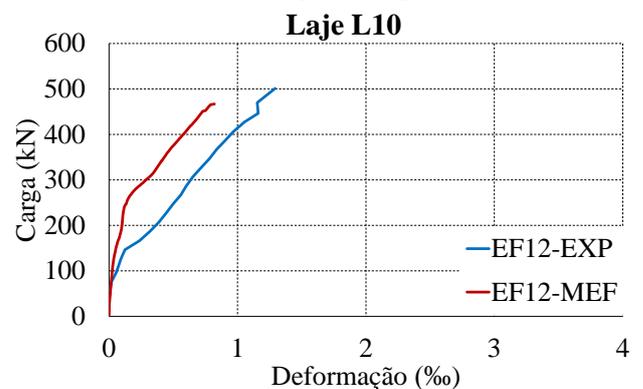
(e) Deformações no ponto 9



(f) Deformações no ponto 10

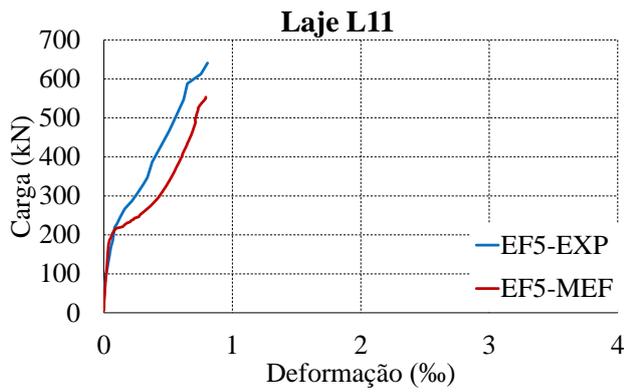


(g) Deformações no ponto 11

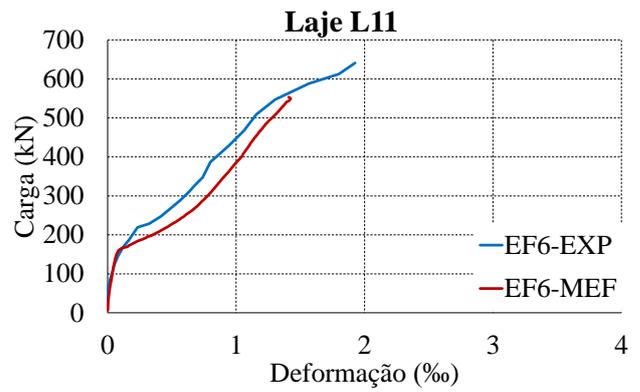


(h) Deformações no ponto 12

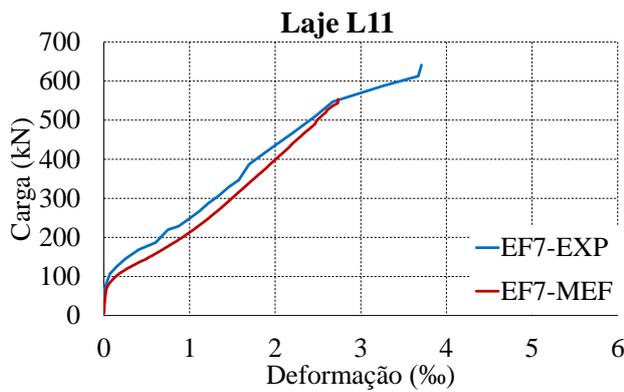
Figura 6.47 – Deformações na armadura de flexão da Laje L10



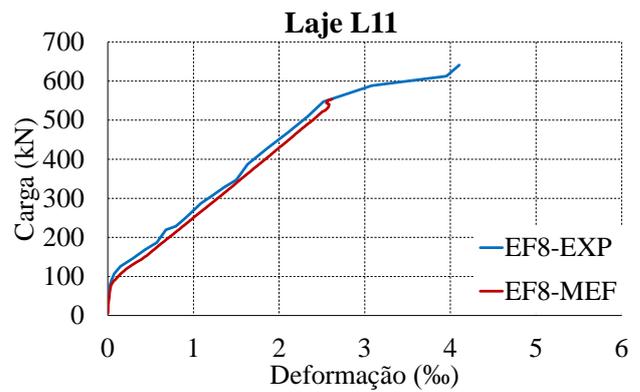
(a) Deformações no ponto 5



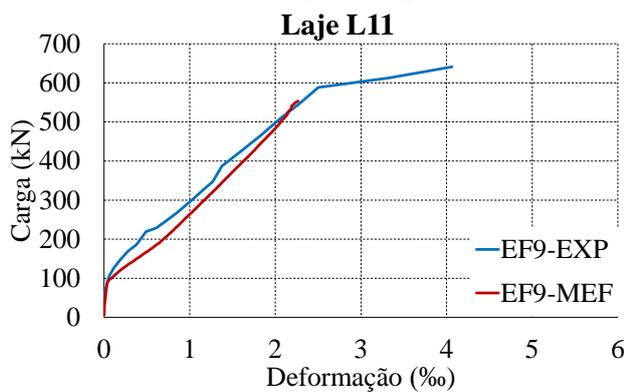
(b) Deformações no ponto 6



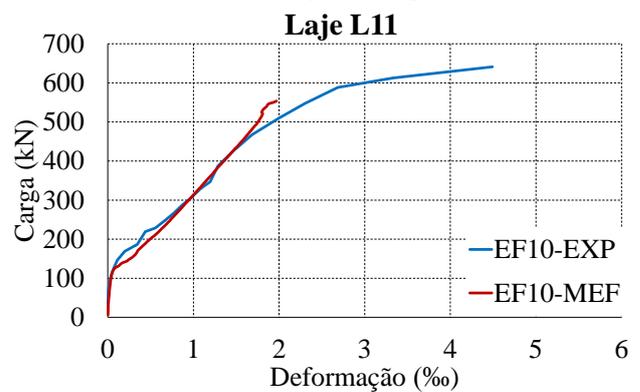
(c) Deformações no ponto 7



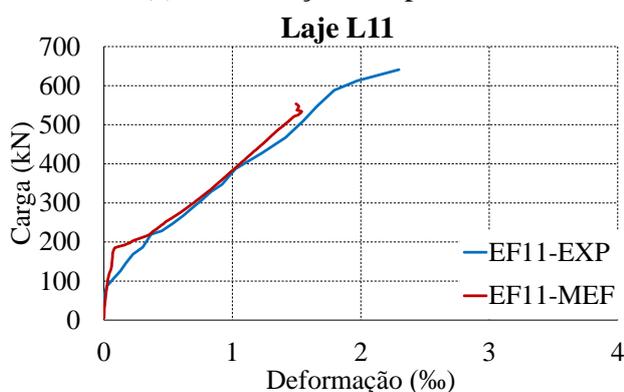
(d) Deformações no ponto 8



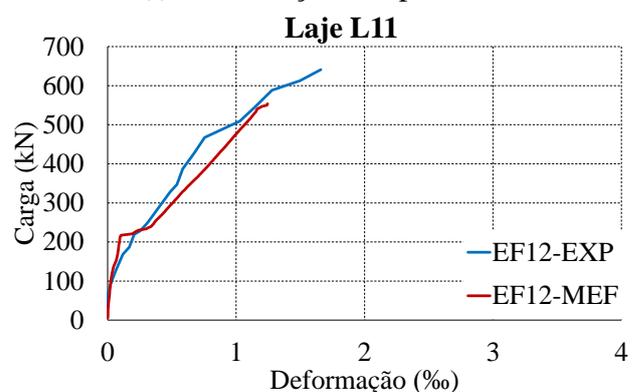
(e) Deformações no ponto 9



(f) Deformações no ponto 10

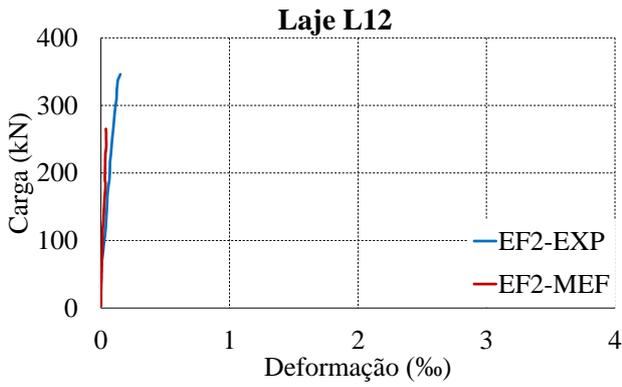


(g) Deformações no ponto 11

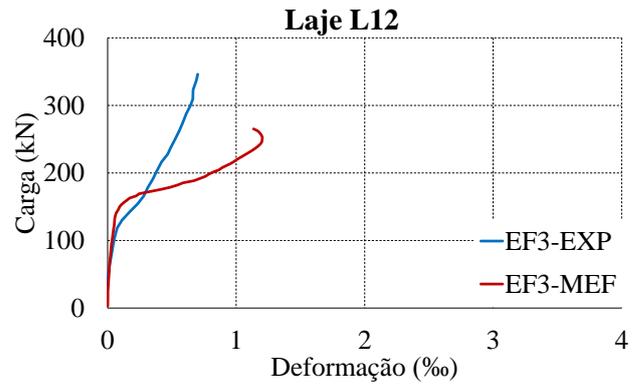


(h) Deformações no ponto 12

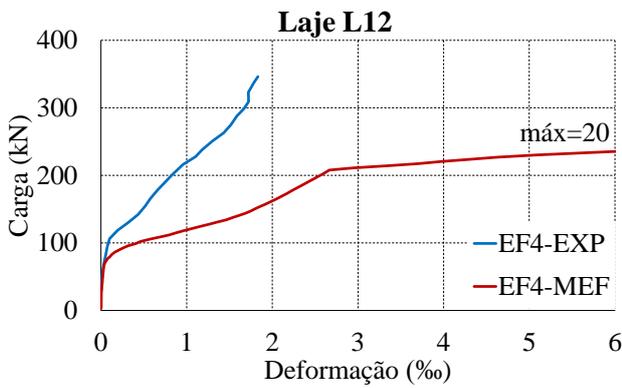
Figura 6.48 – Deformações na armadura de flexão da Laje L11



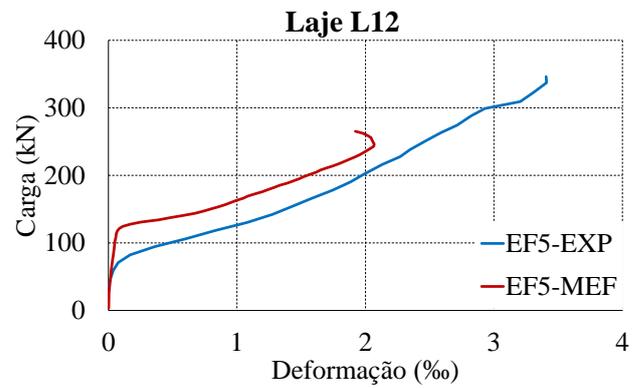
(a) Deformações no ponto 2



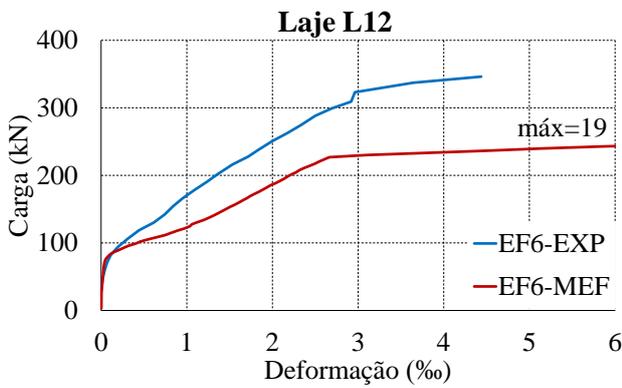
(b) Deformações no ponto 3



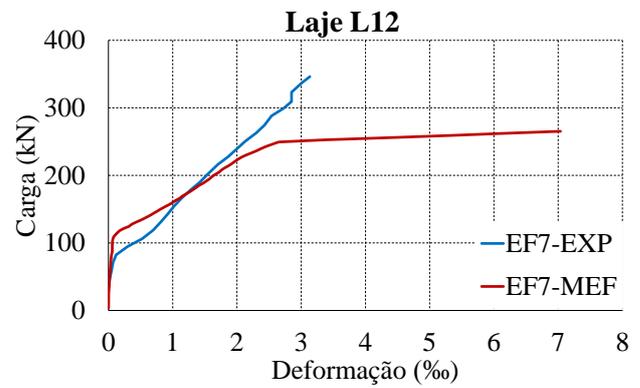
(c) Deformações no ponto 4



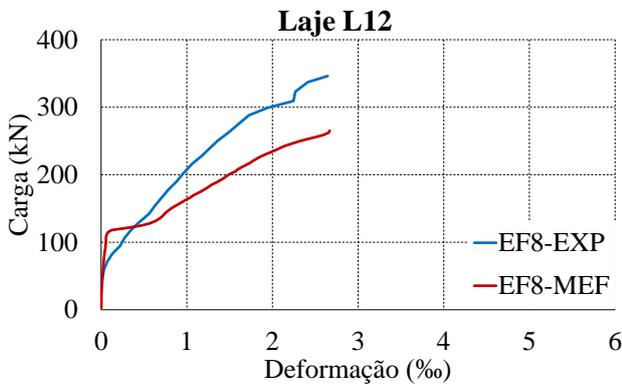
(d) Deformações no ponto 5



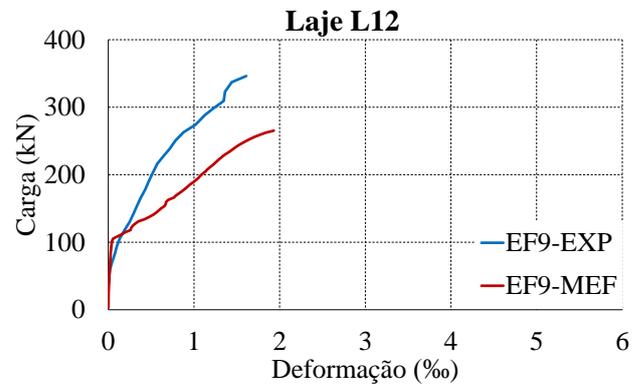
(e) Deformações no ponto 6



(f) Deformações no ponto 7



(e) Deformações no ponto 8



(f) Deformações no ponto 9

Figura 6.49 – Deformações na armadura de flexão da Laje L12

Com os gráficos de deformações nas armaduras de flexão pode-se notar para todas as lajes uma boa concordância entre os resultados experimentais e numéricos.

## 6.9 DEFORMAÇÃO DA ARMADURA DE CISALHAMENTO

Foi possível comparar deformações na armadura de cisalhamento em quatro pontos mais solicitados para as lajes L02, L03, L09, L10 e L11 como mostra na Figura 6.50.

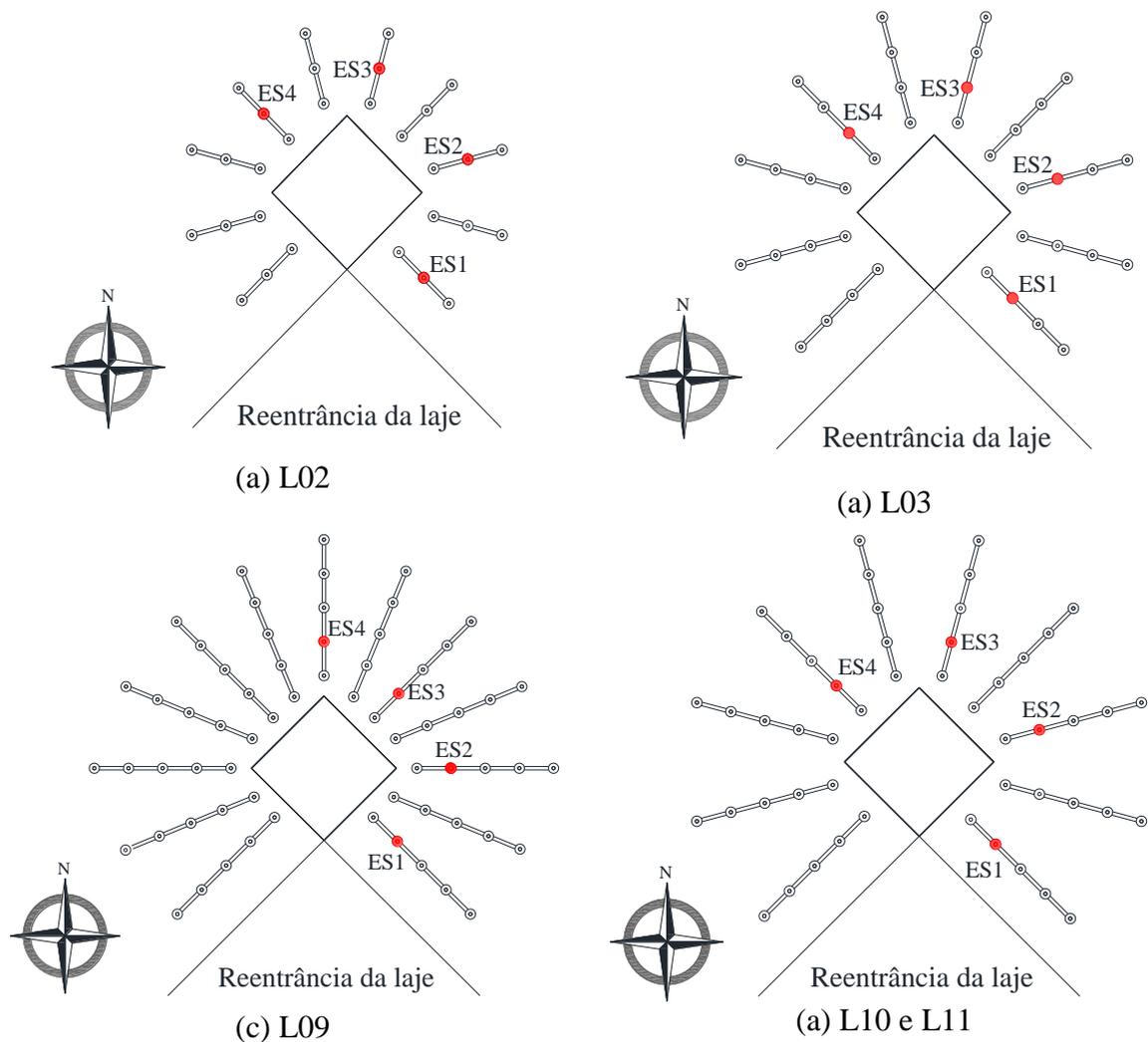
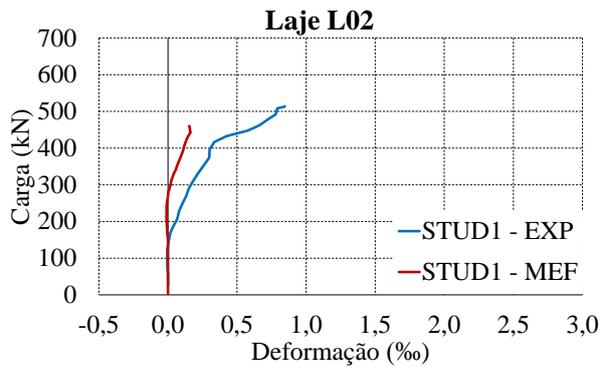
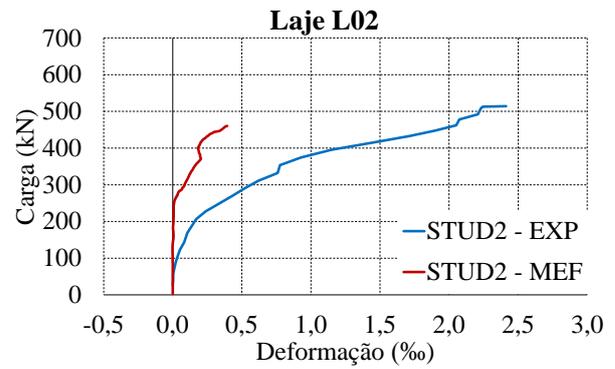


Figura 6.50 – Pontos de deformações na armadura de cisalhamento monitorados no programa ATENA 3D das lajes L02, L03, L09, L10 e L11.

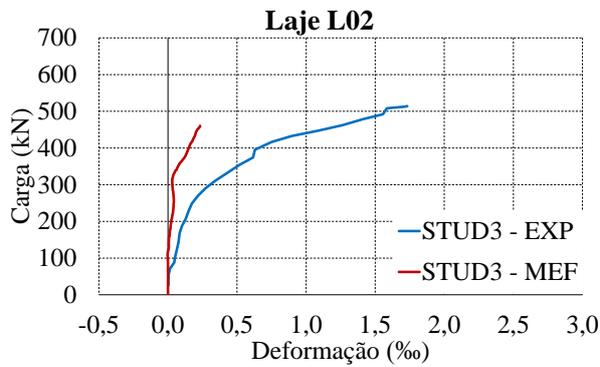
Da Figura 6.51 à Figura 6.55 são apresentadas as deformações na armadura de cisalhamento das lajes para cada um dos quatro pontos selecionados das lajes em diferentes passos de carga até à ruptura.



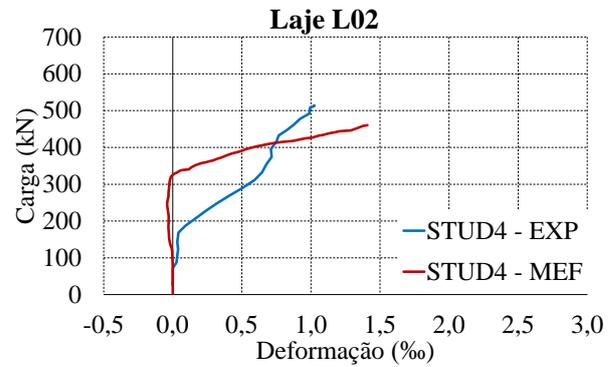
(a) Deformações no ponto 1



(b) Deformações no ponto 2

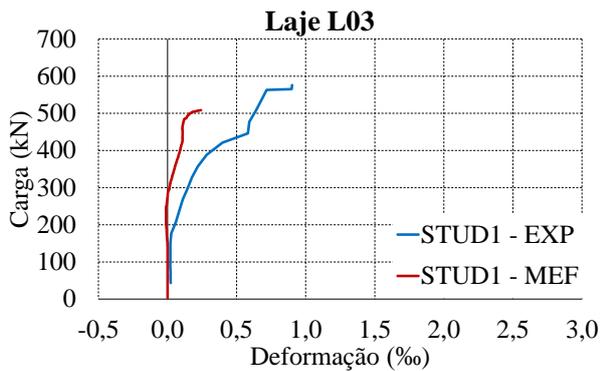


(c) Deformações no ponto 3

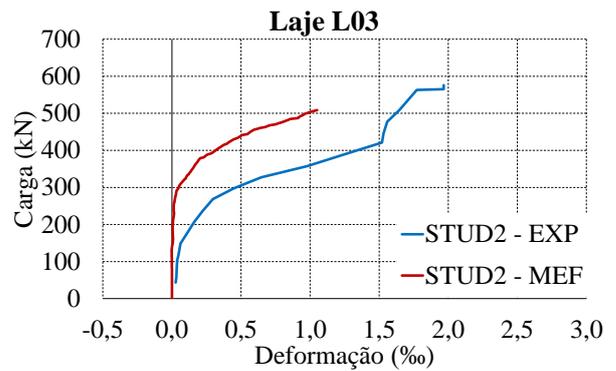


(d) Deformações no ponto 4

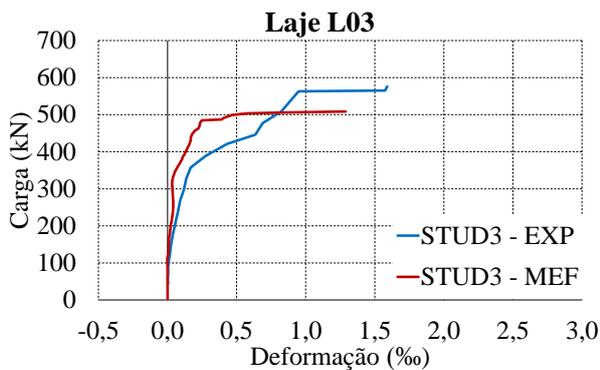
Figura 6.51 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L02



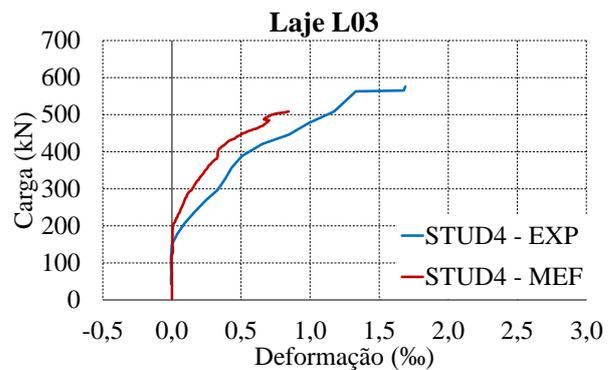
(a) Deformações no ponto 1



(b) Deformações no ponto 2

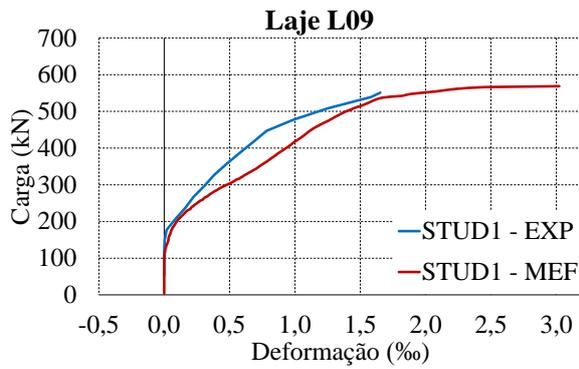


(c) Deformações no ponto 3

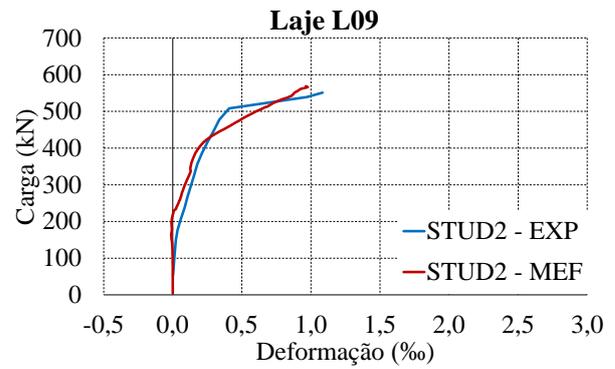


(d) Deformações no ponto 4

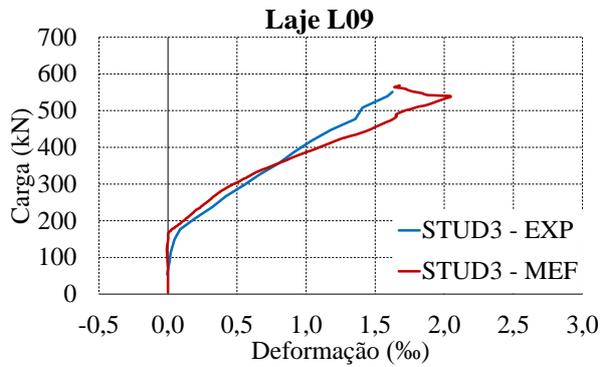
Figura 6.52 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L03



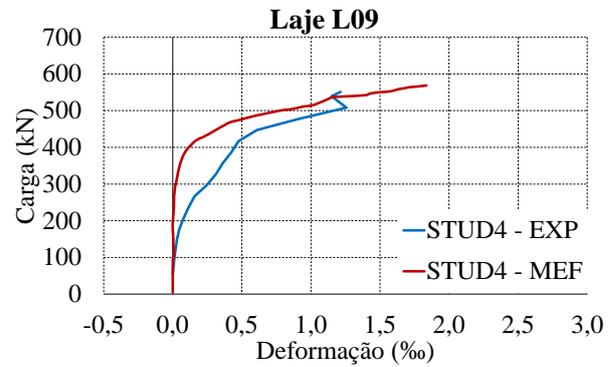
(a) Deformações no ponto 1



(b) Deformações no ponto 2

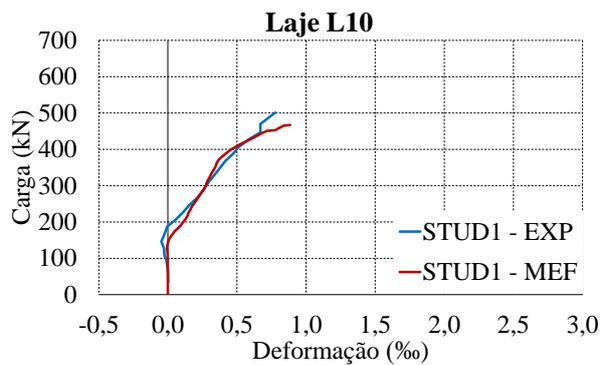


(c) Deformações no ponto 3

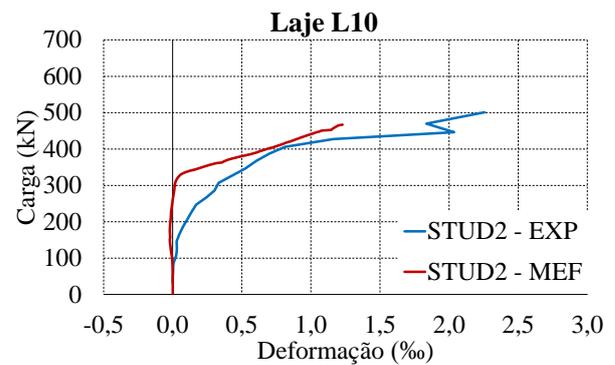


(d) Deformações no ponto 4

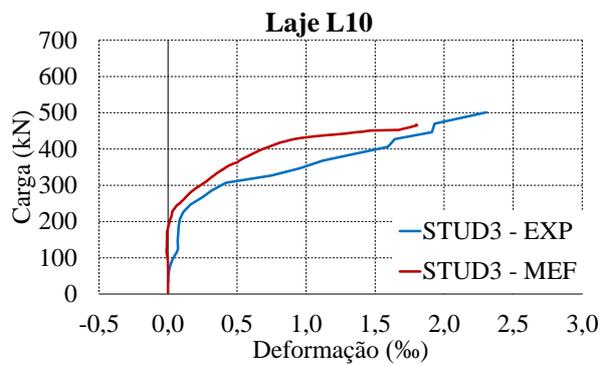
Figura 6.53 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L09



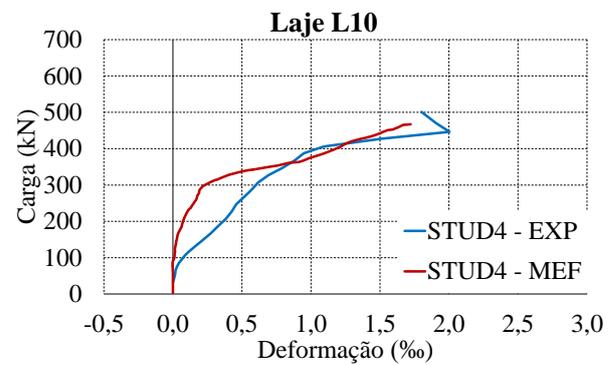
(a) Deformações no ponto 1



(b) Deformações no ponto 2



(c) Deformações no ponto 3



(d) Deformações no ponto 4

Figura 6.54 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L10

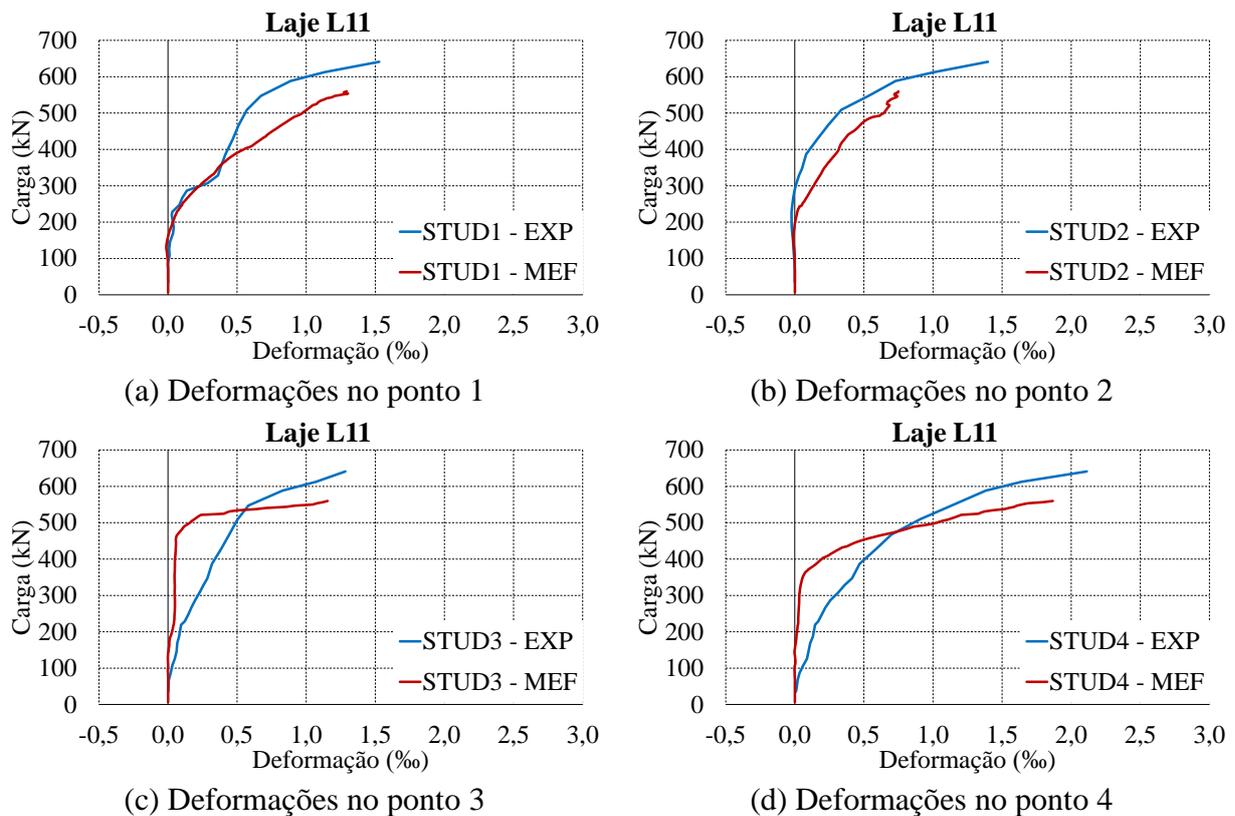


Figura 6.55 – Deformações na armadura de cisalhamento da Laje L11

Assim como as deformações da armadadura de flexão, as deformações das armaduras de cisalhamento apresentaram para todas as lajes uma boa concordância entre os resultados experimentais e numéricos.

## 6.10 DEFORMAÇÃO DO CONCRETO

Para discutir os resultados numéricos das deformações na superfície do concreto e das tensões na laje serão mostrados os resultados obtidos do programa para uma laje sem armadura de cisalhamento (L04) e uma laje com armadura de cisalhamento (L02) para um carregamento igual em todos os pontos (excentricidade de 350 mm).

Nas Figura 6.57 e Figura 6.58 são apresentadas as deformações na superfície de concreto das lajes nos pontos indicados na Figura 6.56.

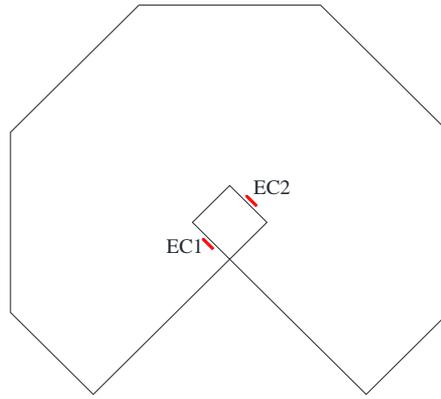


Figura 6.56 – Pontos de deformações monitorados no programa ATENA 3D das lajes L02 e L04

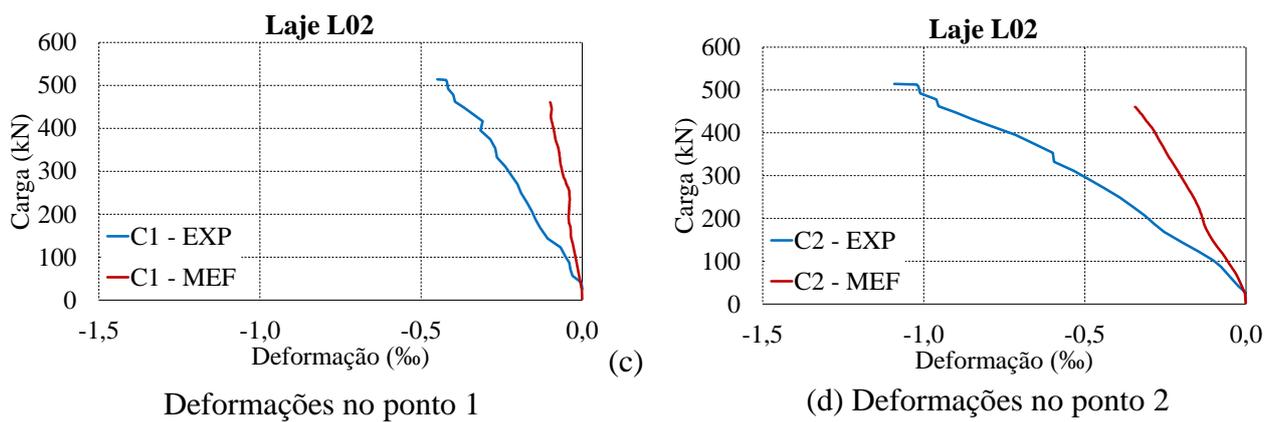


Figura 6.57 – Deformações na superfície do concreto da Laje L02

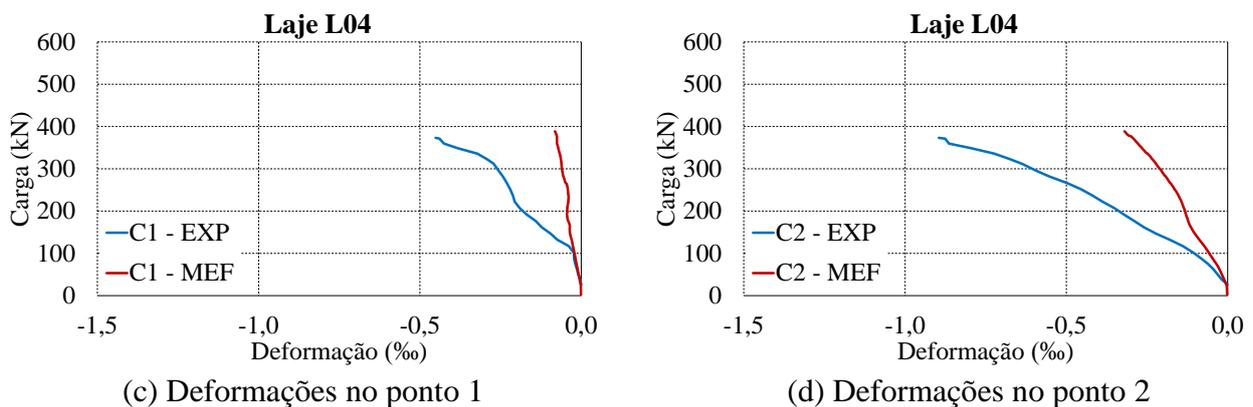


Figura 6.58 – Deformações na superfície do concreto da Laje L04

As deformações no concreto apesar de serem difíceis de serem monitorados, pelo surgimento de fissuras na medida em que se carrega a laje, foram coerentes indicando um mesmo comportamento dos resultados experimentais e numéricos.

A Figura 6.60 e Figura 6.61 apresentam a variação de tensões principais das lajes L04 e L02 respectivamente no corte ilustrado na Figura 6.59.

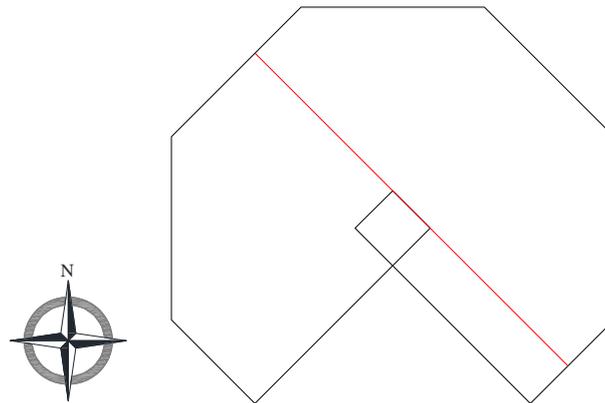


Figura 6.59 – Corte da laje para análise de tensões e deformações

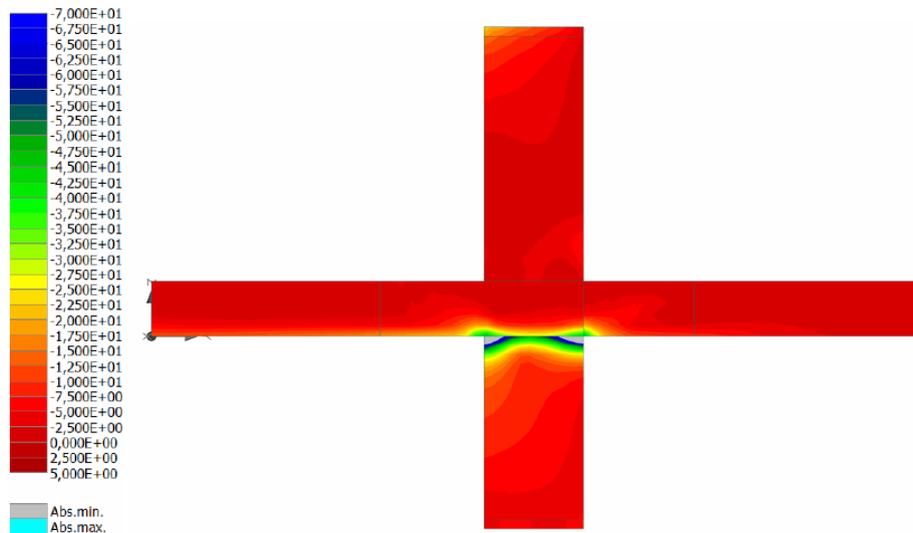


Figura 6.60 – Distribuição das tensões principais (MPa) na laje L04 (corte NO-SE).

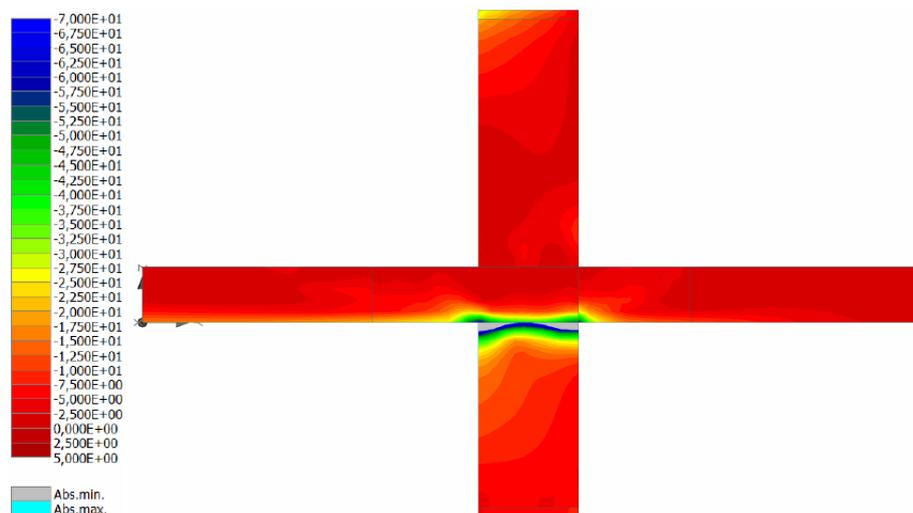


Figura 6.61 – Distribuição das tensões principais (MPa) na laje L02 (corte NO-SE).

Com os gráficos de tensões principais no corte analisado notam-se bem as compressões na superfície inferior próximo ao pilar. Além disso, o esmagamento do concreto foi iniciado e a região afetada espalhou-se ao longo das faces do pilar representadas pela região cinza (Figura 6.60 e Figura 6.61).

## 6.11 COMPARAÇÃO DE RESULTADOS

### 6.11.1 Carga de ruptura

Para essa pesquisa foram modeladas numericamente doze lajes utilizadas para análise experimental. Foram utilizados os resultados da resistência à compressão de cilindros 10 cm x 20 cm retificados.

A fim de obter a carga de ruptura foi realizada dois tipos de modelagem: a primeira utilizando elementos *shell* na região afastada  $2h$  da face do pilar e *brick* no restante da laje e no pilar (Figura 6.62) para determinar  $V_{fc,ret}$ ; e a segunda utilizando todos os elementos como *brick* para determinar  $V_{fc,ret,ab}$ . Os resultados das cargas de ruptura por punção obtidos nos ensaios em relação às obtidas pelo programa estão apresentados na Tabela 6.4. Esses resultados foram determinados inicialmente utilizando os gráficos de carga x deslocamento, porém em alguns casos em que surgiram dúvidas do momento exato da ruptura, então nesses casos foram analisados os critérios de convergência para identificar em que momento houve mudança exata no comportamento da laje e o programa parou de convergir.

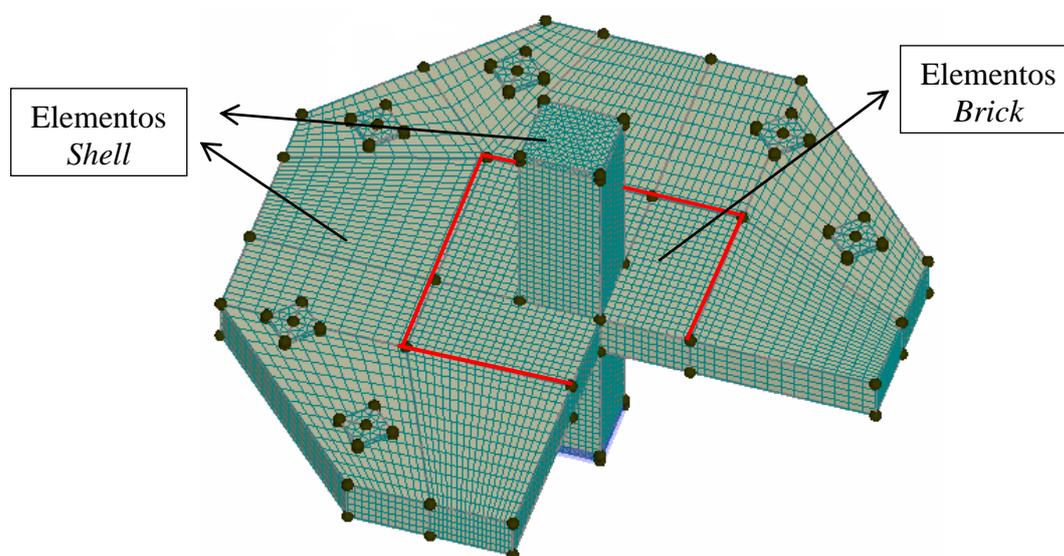


Figura 6.62 – Elementos *shell* e *brick* na laje

Tabela 6.4 – Cargas de ruptura das lajes obtidas experimentalmente e numericamente

LAJES	$V_u$ (kN)	Tipo de Ruptura (experimental)	$V_{fc,ret}$ (kN)	$V_{fc,ret,ab}$ (kN)	$V_u/V_{fc,ret}$	$V_u/V_{fc,ret,ab}$	$V_{u,gd}$ (kN)	Crítérios Analisados
L01	325	P	321	305	1,01	1,06	307	GD
L02	513	P	525	461	0,98	1,11	453	GD; C1(0,18%); C2(5,7%); <b>C3(31,8%)</b>
L03	575	FP	535	509	1,07	1,13	506	GD; C1(0,07); <b>C2(9,3%)</b>
L04	372	P	377	389	0,99	0,96	389	GD
L05	250	FP	245	249	1,02	1,00	248	GD; C1(0,13%); <b>C2(4,1%)</b>
L06	282	FP	288	293	0,98	0,96	305	GD; C1(0,23%); C2(1,2%); <b>C3(2,3%)</b>
L07	358	PF	254,	283	1,41	1,27	259	GD; C1(0,71%); <b>C2(42%)</b>
L08	345	P	285	317	1,21	1,09	300	GD; <b>C1(8,6%)</b>
L09	550	FP	537	569	1,02	0,97	540	GD; C1(0,26%); <b>C2(13%)</b>
L10	500	FP	457	467	1,09	1,07	451	GD; C1(0,21%); C2(0,69%); <b>C3(17%)</b>
L11	640	FPEC	582	553	1,10	1,16	547	GD; C1(0,07%); <b>C2(24%)</b>
L12	345	PF	259	265	1,33	1,30	265	GD
					<b>Média</b>	1,10	1,09	
					<b>Desv.Pad.</b>	0,11	0,09	
					<b>CV</b>	0,098	0,079	
<p><b>Tipo de Ruptura:</b>  P - Punção;  FP - Flexão seguida por punção;  PF - Punção seguida por flexão;  EC - Esmagamento do concreto.</p> <p><b>Crítérios analisados para determinar carga de ruptura:</b>  GD - Gráficos de carga x deslocamento;  C1 - Critério de Convergência 1 (verifica se a deformação muda em relação à última iteração);  C2 - Critério de Convergência 2 (verifica se as forças estão em equilíbrio);  C3 - Critério de Convergência 3 (verifica a energia relativa e as condições de equilíbrio);</p> <p><b>Obs.:</b>  <math>V_{u,gd}</math> refere-se à carga de ruptura obtida numericamente determinada apenas com os gráficos de carga x deslocamento.  Os critérios em negrito são os critérios determinantes para definir a carga de ruptura extraída numericamente e as porcentagens apresentadas nos critérios analisadas referem-se aos valores dos erros de cada critério.</p>								

Os resultados das cargas obtidas numericamente são interessantes quando comparadas aos resultados experimentais, pois se observa uma boa aproximação. Os melhores resultados foram para as lajes modeladas com todos os elementos como *brick*, pois apesar de apresentar uma média da relação  $V_u/V_{fc,ret,ab}$  praticamente igual nos dois casos, apresentou um coeficiente de variação menor de 0,079. É apresentado na tabela também  $V_{u,gd}$  (carga de ruptura determinada apenas com os gráficos de carga x deslocamento), que para algumas lajes corresponde a  $V_{fc,ret,ab}$ , mas para outras não. Nos casos em que essas cargas não são correspondentes são os casos que utilizaram mais de um critério para determinar as cargas de ruptura pelo fato dos gráficos deixarem incerteza. Nota-se que o valor do erro em cada critério varia de laje para laje, dependendo da carga e do modo de ruptura da mesma. A Figura 6.63 e Figura 6.64 apresentam graficamente a relação entre as cargas

experimentais e as cargas estimadas pelo programa ATENA ( $V_u/V_{fc,ret,ab}$ ) utilizadas nessa pesquisa para lajes sem e com armadura de cisalhamento respectivamente.

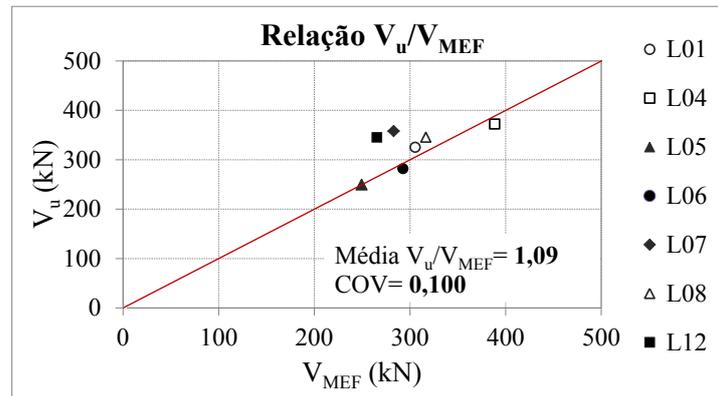


Figura 6.63 – Avaliação da previsão dos resultados para lajes sem armadura de cisalhamento.

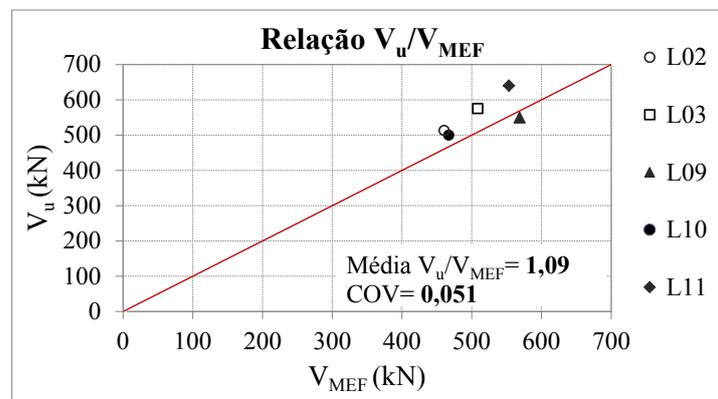


Figura 6.64 – Avaliação da previsão dos resultados para lajes com armadura de cisalhamento.

Ao separar as lajes em dois grupos (lajes sem armadura de cisalhamento e lajes com armadura de cisalhamento) pode-se perceber que os resultados foram precisos em ambos os casos, com as lajes L07 e L12 apresentando um nível de conservadorismo maior, em torno de 30%. Essas duas lajes tiveram o mesmo tipo de ruptura no experimental, punçionaram seguida de flexão. Em relação ao coeficiente de variação nota-se que as lajes com armadura de cisalhamento tiveram uma dispersão menor com um CV de 0,051.

Para avaliar a carga de ruptura de cada laje foram analisados os critérios de convergência do programa e o comportamento das mesmas em relação aos deslocamentos. A Figura 6.65 e Figura 6.66 mostram os gráficos que relacionam o número do passo de carga com o

limite de convergência das lajes L04 e L02 respectivamente, nos quais se pode identificar em qual ponto o programa parou de convergir e a laje atingiu sua capacidade resistente.

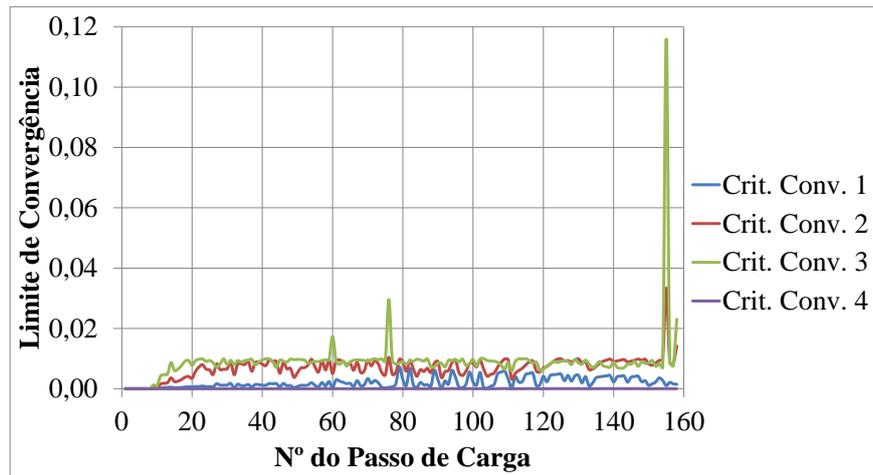


Figura 6.65 – Número do passo de carga x limite de convergência (Laje L04)

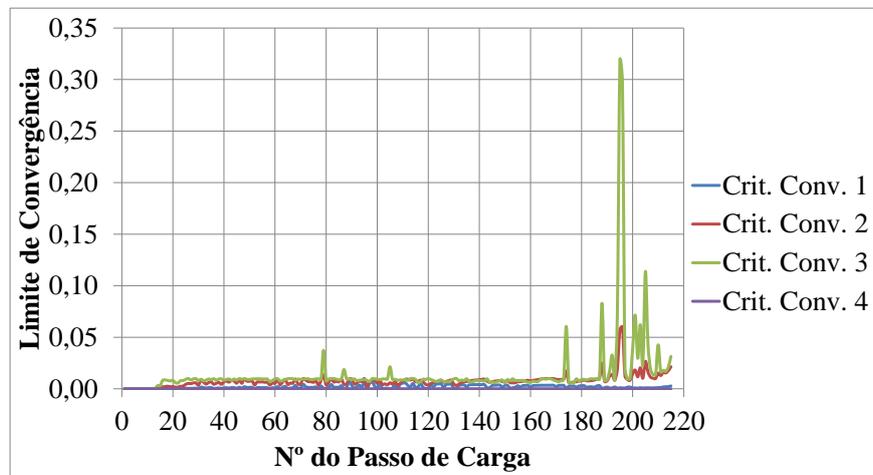


Figura 6.66 – Número do passo de carga x limite de convergência (Laje L02).

## 7 ANÁLISE DAS EXPRESSÕES NORMATIVAS

Esse capítulo pretende avaliar o desempenho de alguns dos principais métodos teóricos disponíveis para a estimativa da resistência à punção de lajes lisas em concreto armado sem utilizar os coeficientes de segurança. Os métodos teóricos escolhidos para essa análise foram aqueles baseados nas recomendações das normas NBR 6118 (2014), Eurocode 2 (2004), ACI 318 (2014) e MC2010 (2013). No entanto, para a aplicação de cada recomendação normativa foram necessárias algumas adaptações nas formulações propostas porque nenhuma dessas normas aborda o caso de pilar de canto reentrante.

Foi analisada cada norma separadamente fazendo-se uma divisão em dois grupos: lajes sem armadura de cisalhamento e lajes com armadura de cisalhamento. A Tabela 7.1 e Tabela 7.2 apresentam características das lajes dos Grupos 1 e 2 respectivamente necessárias para cálculo das cargas estimadas.

Tabela 7.1 – Características das lajes sem armadura de cisalhamento.

Laje	$e$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	$f_y$ (MPa)
L01	500	148	2,07	48	558
L04	349	147	2,10	48	558
L05	504	143	0,91	44	561
L06	343	145	0,88	44	561
L07	349	141	1,35	44	570
L08	347	145	1,27	44	570
L12	268	145	1,28	43	572

Tabela 7.2 – Características das lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$e$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$\phi_w$ (mm)	Nº de linhas	Nº de camadas	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	$f_c$ (MPa)	$f_{yf}$ (MPa)	$E_{sf}$ (GPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$E_{sw}$ (GPa)
L02	352	148	2,07	8,0	10	3	70	100	503	48	558	192	587	187
L03	349	145	2,17	10,0	10	4	70	100	785	48	558	192	560	197
L09	349	148	2,08	10,0	13	5	60	90	1021	43	572	208	528	207
L10	498	148	2,08	10,0	10	5	70	90	785	43	572	208	528	207
L11	267	147	2,11	10,0	10	5	70	90	785	43	572	208	528	207

$\phi_w$  é o diâmetro das barras da armadura de cisalhamento;  
 $s_0$  é a distância do pilar à primeira camada de armadura de cisalhamento;  
 $s_r$  é o espaçamento radial da armadura de cisalhamento;  
 $A_{sw}$  é a área radial da armadura de cisalhamento;  
 $E_{sf}$  é o módulo de Elasticidade da armadura de flexão;  
 $f_{yf}$  é a tensão de escoamento da armadura de flexão;  
 $E_{sw}$  é o módulo de Elasticidade da armadura de cisalhamento;  
 $f_{yw}$  é a tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.

Para melhor entender as análises a seguir e quantificar o desempenho dos resultados foram considerados alguns critérios de avaliação para classificar os resultados obtidos pelas estimativas das normas quanto à segurança dos mesmos. Essa classificação foi considerada segundo Oliveira (2013) com base na relação  $V_u/V_{NORMA}$  (sendo  $V_u$  a carga última de ensaio e  $V_{NORMA}$  a carga última estimada pela norma), em que os critérios de avaliação e classificação dos resultados normativos podem ser considerados utilizando uma margem de até 5% contra a segurança como mostra a Tabela 5.1.

Tabela 7.3 – Critérios de avaliação  $V_u/V_{NORMA}$ .

CRITÉRIOS DE AVALIAÇÃO	CLASSIFICAÇÃO
$V_u/V_{NORMA} < 0,95$	INSEGURO
$0,95 \leq V_u/V_{NORMA} \leq 1,25$	PRECISO
$1,25 < V_u/V_{NORMA} \leq 1,40$	SATISFATÓRIO
$V_u/V_{NORMA} > 1,40$	CONSERVADOR

## 7.1 NBR 6118 (2014)

### 7.1.1 Análise de lajes sem armadura de cisalhamento

As lajes desta pesquisa que não utilizaram armadura de cisalhamento tiveram como variáveis principais a excentricidade de carga e a taxa de armadura de flexão. O perímetro crítico para o pilar de canto reentrante  $u$  foi considerado como mostra a Figura 7.1 tendo em vista que a norma não prevê esse tipo de ligação.

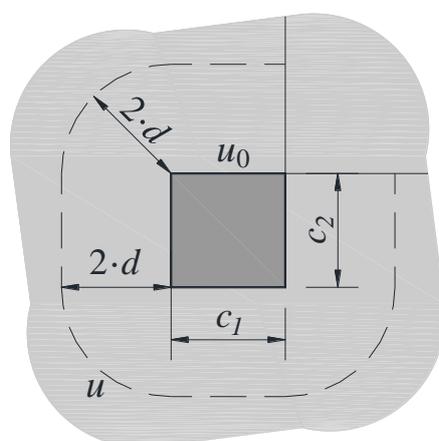


Figura 7.1 - Perímetro crítico  $u$  para áreas carregadas perto do canto reentrante.

A Tabela 7.4 apresenta às previsões da carga de ruptura utilizando as expressões da NBR 6118 (2014) indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas de ruptura prevista utilizando as expressões da norma adaptada.

Tabela 7.4 – Previsão da carga de ruptura para lajes sem armadura de cisalhamento pela NBR 6118 (2014)

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{NBR6118}$ (kN)	$V_u/V_{NBR6118}$
L01	325	326	1861	326	1,00
L04	372	387	1848	387	0,96
L05	250	225	1664	225	1,11
L06	282	276	1687	276	1,02
L07	358	304	1646	304	1,18
L08	345	313	1699	313	1,10
L12	345	345	1666	345	1,00
				MÉDIA	1,05
				CV	0,074

Com os resultados apresentados, utilizando as expressões da NBR6118 (2014) com adaptações, percebe-se que a carga estimada é precisa em relação à experimental, de acordo com os critérios de avaliação adotados.

A força de punção pode ser considerada uniformemente distribuída ao longo do perímetro crítico reduzido. Pode-se aumentar a média  $V_u/V_{NBR6118}$  dos resultados sem sair do limite de precisão utilizando o perímetro crítico reduzido  $u^*$  como mostrado na Figura 7.2 (Tabela 7.5). Essa adaptação será chamada aqui de Caso 1.

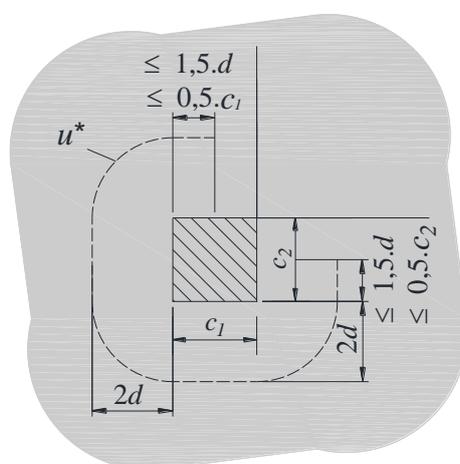


Figura 7.2 - Perímetro crítico reduzido pilar de canto reentrante.

Tabela 7.5 – Previsão da carga de ruptura dos casos testados para lajes sem armadura de cisalhamento.

LAJE	CASO 1		
	$V_u$ (kN)	$V_{CASOI}$ (kN)	$V_u/V_{CASOI}$
L1	325	307	1,06
L4	372	360	1,03
L5	250	212	1,18
L6	282	257	1,10
L7	358	283	1,27
L8	345	291	1,18
L12	345	319	1,08
		MÉDIA	1,13
		CV.	0,074

Nota-se que com essa modificação foi possível aumentar o conservadorismo dos resultados previstos, ficando ainda alguns resultados precisos. Foi testado ainda utilizar a excentricidade relativa ao perímetro crítico (excentricidade reduzida), mas os valores médios obtidos foram contra a segurança.

### 7.1.2 Análise de lajes com armadura de cisalhamento

A Tabela 7.9 apresenta às previsões de carga de ruptura utilizando as expressões da NBR 6118 (2014) para as lajes com armadura de cisalhamento indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas de ruptura prevista utilizando as expressões da norma.

Tabela 7.6 – Previsão da carga de ruptura para lajes com armadura de cisalhamento pela NBR 6118 (2014).

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,cs}^*$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{NBR6118}$ (kN)	$V_u/V_{NBR6118}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	1861	298	495	660	463	463	1,11	FORA	FORA
L03	575	1817	293	593	819	481	481	1,20	FORA	FORA
L09	550	1695	287	732	1022	379	379	1,45	FORA	FORA
L10	500	1695	241	529	716	296	296	1,69	DENTRO	FORA
L11	640	1683	318	698	945	450	450	1,42	FORA	FORA
							MÉDIA	1,37		
							CV.	0,167		
OBS.: Os valores com * se referem às estimativas que desconsideram os limites da norma ( $f_{ywd} \leq 318,4$ MPa).										

Para as lajes com armadura de cisalhamento os resultados apresentaram valores precisos, satisfatórios e na maioria muito conservadores.

Como os perímetros críticos normal e fora da armadura de cisalhamento influenciam consideravelmente na previsão da carga de ruptura e a norma utiliza em casos de pilares de borda e canto, foram feitas duas simulações (ver Tabela 7.7 e Figura 7.8):

Caso 1: Foi utilizado um perímetro crítico reduzido  $u^*$ ;

Caso 2: Foi utilizado além do perímetro crítico reduzido o perímetro fora da armadura de cisalhamento reduzido  $u'_{red}$  (Figura 7.3), tendo em vista que o mapa de fissuração das lajes mostra que as fissuras que caracterizavam a ruptura não atingiam as bordas reentrantes, finalizavam antes.

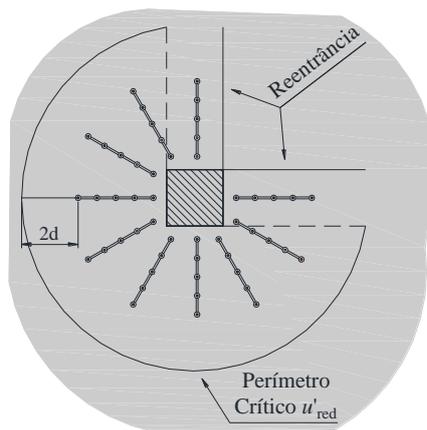


Figura 7.3 - Perímetro fora da armadura de cisalhamento reduzido para pilar de canto reentrante.

Tabela 7.7 – Previsão da carga de ruptura do CASO1 testado para lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c(CASO1)}$ (kN)	$V_{R,cs(CASO1)}$ (kN)	$V_{R,out(CASO1)}$ (kN)	$V_{CASO1}$ (kN)	$V_u/V_{CASO1}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	278	486	463	463	1,11	FORA	FORA
L03	575	273	590	481	481	1,20	FORA	FORA
L09	550	268	737	482	482	1,14	FORA	FORA
L10	500	227	534	389	389	1,29	DENTRO	FORA
L11	640	295	691	558	558	1,15	FORA	FORA
					MÉDIA	1,18		
					CV	0,059		

Tabela 7.8 – Previsão da carga de ruptura do CASO2 testado para lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c(CASO2)}$ (kN)	$V_{R,cs(CASO2)}$ (kN)	$V_{R,out(CASO2)}$ (kN)	$V_{CASO2}$ (kN)	$V_u/V_{CASO2}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	278	486	424	424	1,21	FORA	FORA
L03	575	273	590	448	448	1,28	FORA	FORA
L09	550	268	737	452	452	1,22	FORA	FORA
L10	500	227	534	369	369	1,36	DENTRO	FORA
L11	640	295	691	518	518	1,24	FORA	FORA
					MÉDIA	1,26		
					CV	0,048		

Para as lajes com armadura de cisalhamento, nota-se que, em ambos os casos foi possível reduzir além da relação  $V_u/V_{CASO}$  o coeficiente de variação, contudo o Caso 1 mostrou-se mais eficiente por apresentar uma média menor das relações  $V_u/V_{CASO}$  de 1,18, que antes era 1,37, saindo de satisfatório para preciso. Já em relação da previsão da superfície de ruptura apenas uma laje não condiz com a previsão (laje L10).

Embora os resultados do Caso 2 sejam aparentemente melhor pela menor variação dos resultados, sugere-se com a análise realizada utilizar o perímetro crítico reduzido  $u^*$  (Caso 1), tendo em vista que os resultados para lajes sem e com armadura de cisalhamento foram mais satisfatórios e a norma não sugere um perímetro reduzido para o perímetro fora da armadura de cisalhamento considerado no Caso 2.

## 7.2 Eurocode 2 (2004)

### 7.2.1 Análise de lajes sem armadura de cisalhamento

Foram utilizadas as expressões para pilares internos com o perímetro crítico  $u_1$  igual ao da Figura 7.1, tendo em vista que a norma não prevê qual seria o perímetro crítico para pilar de canto reentrante.

A Tabela 7.9 apresenta às previsões utilizando as expressões do Eurocode 2 (2004) indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas de ruptura prevista utilizando as expressões da norma.

Tabela 7.9 – Previsão da carga de ruptura das lajes sem armadura de cisalhamento pelo EC2 (2004).

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u/V_{EC2}$
L01	325	2067	298	298	1,10
L04	372	2053	353	353	1,07
L05	250	1848	204	204	1,23
L06	282	1874	250	250	1,13
L07	358	1829	274	274	1,31
L08	345	1887	285	285	1,21
L12	345	1851	314	314	1,10
				MÉDIA	1,16
				CV	0,074

Os resultados foram precisos e satisfatórios, apresentando uma relação média  $V_u/V_{EC2}$  igual a 1,16 e baixo coeficiente de variação, 0,078. Para testar a influência de alguns parâmetros foram feitos alguns testes tendo em vista que alguns parâmetros deixam dúvidas de como devem ser considerados no caso de pilar com canto reentrante (Tabela 7.10):

- Caso 1: Foi utilizado um perímetro crítico reduzido  $u^*$  (Figura 7.2);
- Caso 2: Foi utilizada uma excentricidade reduzida  $e_{E1}$ , relativa ao perímetro crítico  $u_1$ , ao invés de usar a excentricidade do carregamento em relação à laje toda como a norma propõe, tendo em vista que o eixo do perímetro crítico é deslocado do eixo central do pilar e a excentricidade do carregamento em relação ao centróide do perímetro crítico diminui com o aumento da distância em relação ao pilar;
- Caso 3: Foi desconsiderado o limite da norma  $\kappa \leq 2,0$ .

Tabela 7.10 – Previsão da carga de ruptura dos casos testados para lajes sem armadura de cisalhamento.

LAJE	$V_u$ (kN)	CASO 1		CASO 2		CASO 3	
		$V_{CASO1}$ (kN)	$V_u/V_{CASO1}$	$V_{CASO2}$ (kN)	$V_u/V_{CASO2}$	$V_{CASO3}$ (kN)	$V_u/V_{CASO3}$
L1	325	281	1,16	328	0,99	322	1,01
L4	372	329	1,13	396	0,94	382	0,97
L5	250	192	1,30	224	1,12	223	1,12
L6	282	233	1,21	281	1,00	272	1,03
L7	358	255	1,40	307	1,17	300	1,19
L8	345	265	1,30	319	1,08	309	1,12
L12	345	290	1,19	356	0,97	341	1,01
		MÉDIA	1,24		1,04		1,07
		CV.	0,078		0,082		0,074

Os resultados dos testes mostram que no Caso 1 aumentou-se o conservadorismo das cargas de ruptura. Já nos Casos 2 e 3 os resultados previstos são precisos e satisfatórios, com o Caso 2 mais preciso, porém tendendo a ficar inseguros como mostra a relação  $V_u/V_{CASO}$  da laje L04.

### 7.2.2 Análise de lajes com armadura de cisalhamento

A Tabela 7.11 apresenta as previsões utilizando as expressões do Eurocode 2 (2004) para as lajes com armadura de cisalhamento indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas de ruptura prevista pela norma.

Tabela 7.11 – Previsão da carga de ruptura das lajes com armadura de cisalhamento pelo EC2 (2004).

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u/V_{EC2}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	2067	354	470	454	454	1,14	FORA	FORA
L03	575	2019	346	569	510	510	1,16	FORA	FORA
L09	550	1883	341	715	531	531	1,05	FORA	FORA
L10	500	1883	287	512	451	451	1,12	DENTRO	FORA
L11	640	1871	378	675	596	596	1,09	FORA	FORA
						MÉDIA	1,11		
						CV	0,038		

Os resultados utilizando as expressões do EC2 (2004) para as lajes com armadura de cisalhamento foram considerados todos precisos, com média das relações  $V_u/V_{EC2}$  igual a 1,10, CV de 0,036 e nenhum valor contra a segurança. Contudo, para verificar a influência de alguns parâmetros foram feitos alguns testes tendo em vista que alguns parâmetros deixam dúvidas de como devem ser considerados no caso de pilar com canto reentrante (ver Tabela 7.12, Tabela 7.13, Tabela 7.14 e Tabela 7.15):

- a) Caso 1: Foi utilizado um perímetro crítico reduzido  $u^*$  e a equação 7.1 para cálculo  $\beta$ ;

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \left( \frac{u^*}{W_1} \right) \quad (7.1)$$

- b) Caso 2: Foi utilizada uma excentricidade reduzida  $e_{E1}$ , relativa ao perímetro crítico  $u_1$  pois no caso do pilar de canto reentrante a excentricidade do carregamento em relação ao centróide do perímetro crítico diminui com o aumento da distância em relação ao pilar.

c) Caso 3: Foi utilizado um  $\beta_{out}$  (coeficiente de transferência de momento para força cortante solicitante fora da região da armadura de cisalhamento em função de  $u_{out}$ , como mostra a Figura 7.4, e  $W_{out}$  como mostra a equação 7.2) tendo em vista que a utilização de  $\beta$  determinado com o perímetro  $u_1$  utilizado nos cálculos dos perímetros  $u_0$  e  $u_{out}$  é questionável pois a relação  $u/W$  não permanece constante independentemente da distância do pilar para o perímetro considerado.

$$\beta_{out} = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \left( \frac{u_{out}}{W_{out}} \right) \quad (7.2)$$

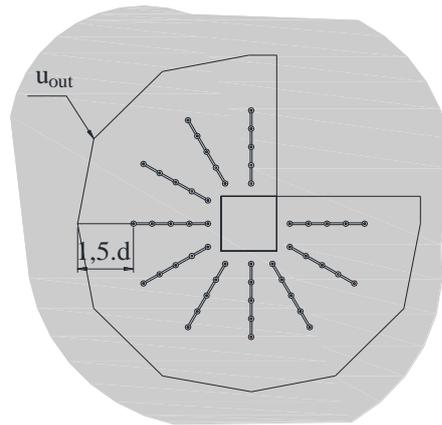


Figura 7.4 - Perímetro crítico fora da armadura de cisalhamento para pilar de canto reentrante.

d) Caso 4: Foi desconsiderado o limite da norma  $\kappa \leq 2,0$ .

Tabela 7.12 – Previsão da carga de ruptura do CASO 1 testado para lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c}(CASO1)$ (kN)	$V_{R,cs}(CASO1)$ (kN)	$V_{R,out}(CASO1)$ (kN)	$V_{CASO1}$ (kN)	$V_u/V_{CASO1}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	330	463	479	463	1,11	FORA	DENTRO
L03	575	323	568	538	538	1,07	FORA	FORA
L09	550	318	723	559	559	0,98	FORA	FORA
L10	500	270	519	481	481	1,04	DENTRO	FORA
L11	640	350	671	624	624	1,03	FORA	FORA
					MÉDIA	1,05		
					CV	0,045		

Tabela 7.13 – Previsão da carga de ruptura do CASO 2 testado para lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c(CASO2)}$ (kN)	$V_{R,cs(CASO2)}$ (kN)	$V_{R,out(CASO2)}$ (kN)	$V_{CASO2}$ (kN)	$V_u/V_{CASO2}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	398	527	510	510	1,01	FORA	FORA
L03	575	388	637	571	571	1,01	FORA	FORA
L09	550	383	803	595	595	0,92	FORA	FORA
L10	500	315	563	496	496	1,01	DENTRO	FORA
L11	640	430	768	678	678	0,94	FORA	FORA
					MÉDIA	0,98		
					CV	0,041		

Tabela 7.14 – Previsão da carga de ruptura do CASO 3 testado para lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c(CASO3)}$ (kN)	$V_{R,cs(CASO3)}$ (kN)	$V_{R,out(CASO3)}$ (kN)	$V_{CASO3}$ (kN)	$V_u/V_{CASO3}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	354	470	511	470	1,09	FORA	DENTRO
L03	575	346	569	604	569	1,01	FORA	DENTRO
L09	550	341	715	639	639	0,86	FORA	FORA
L10	500	287	512	569	512	0,98	DENTRO	DENTRO
L11	640	378	675	700	675	0,95	FORA	DENTRO
					MÉDIA	0,98		
					CV	0,087		

Tabela 7.15 – Previsão da carga de ruptura do CASO 4 testado para lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c(CASO4)}$ (kN)	$V_{R,cs(CASO4)}$ (kN)	$V_{R,out(CASO4)}$ (kN)	$V_{CASO4}$ (kN)	$V_u/V_{CASO4}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	383	491	491	491	1,04	FORA	FORA
L03	575	377	592	555	555	1,04	FORA	FORA
L09	550	369	736	574	574	0,96	FORA	FORA
L10	500	310	530	488	488	1,02	DENTRO	FORA
L11	640	410	698	646	646	0,99	FORA	FORA
					MÉDIA	1,01		
					CV	0,036		

Com os resultados apresentados pode-se notar que em todos os casos foi possível aumentar a precisão dos resultados, mas nos Casos 2 e 3 surgiram resultados contra a segurança e nos Casos 1 e 4 obtiveram-se melhores resultados, diminuindo a média das relações carga última por carga prevista, contudo a previsão da superfície de ruptura piora com previsão diferente para duas lajes e antes só uma previsão divergia do experimental.

Contudo, sugere-se obter a carga resistente utilizando as expressões mencionadas no Capítulo 2 referente ao EC2 (2004) sem utilizar os testes mencionados nos casos aqui apresentados.

### 7.2.3 Análise do coeficiente $\beta$

Para um pilar quadrado interno, o EC2 (2004) leva em consideração as distribuições de tensões verticais no perímetro crítico  $u_1$  devido à força de cisalhamento  $V_{Ed}$  e o momento  $M_{Ed} = V_{Ed} \cdot e$ . A tensão de cisalhamento devido à  $V_{Ed}$  é  $V_{Ed}/u_1 \cdot d$  e devido à  $M_{Ed}$  é  $k \cdot M_{Ed}/W_1 \cdot d$ . O cisalhamento máximo é:

$$\frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} + \frac{k \cdot M_{Ed}}{W_1 \cdot d} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d}$$

$$V_{NORMA} = \beta \cdot V_{R,c} \quad (7.3)$$

$$\beta_{NORMA} = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \left( \frac{u_1}{W_1} \right) \quad (7.4)$$

onde:

$\beta$  é fator que considera a parcela de cisalhamento transmitida da laje para o pilar através do momento fletor desbalanceado;

$k$  é o coeficiente representa a parcela de  $M_{Ed}$  transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende das dimensões do pilar;

$W_1$  é momento estático do perímetro crítico  $u_1$  em relação ao eixo passando por  $e_1$ , ou seja, Módulo de Resistência Plástica em função do perímetro crítico  $u_1$ :

$dl$  é o comprimento elementar do perímetro;

$e_i$  é a distância de  $dl$  ao eixo em torno do qual atua o momento  $M_{Ed}$ ;

$V_{Ed}$  é a carga de cisalhamento atuante;

$V_{NORMA}$  é a carga total prevista pela norma;

Aternativamente  $\beta_{exp}$  pode ser obtido com a expressão abaixo em que leva-se em consideração o peso próprio da laje:

$$\beta_{exp} = \frac{V_u}{V_{R,c}} \quad (7.5)$$

onde:

$V_u$  é a carga de ruptura obtida experimentalmente;

$V_{R,c}$  é a resistência ao cisalhamento advinda do concreto.

A utilização do coeficiente  $k = 0,6$ , que a norma trás para pilares de lados iguais, resultou em previsões de cargas precisas e satisfatórias. A Tabela 7.16 mostra uma comparação entre o  $\beta_{exp}$  e  $\beta_{NORMA}$  obtido em função de  $k = 0,6$ :

Tabela 7.16 – Comparação dos coeficientes  $\beta$ .

LAJES	$e$ (mm)	Experimental		EC2 (2004)	
		$V_u$ (kN)	$\beta_{exp}$	$k_{norma}$	$\beta_{norma}$
L01	500	325	1,09	0,60	2,15
L02	352	513	1,45	0,60	1,81
L03	349	575	1,66	0,60	1,81
L04	349	372	1,05	0,60	1,80
L05	504	250	1,23	0,60	2,18
L06	343	282	1,13	0,60	1,80
L07	349	358	1,31	0,60	1,82
L08	347	345	1,21	0,60	1,80
L09	349	550	1,61	0,60	1,80
L10	498	500	1,75	0,60	2,14
L11	267	640	1,69	0,60	1,62
L12	268	345	1,10	0,60	1,62

Os resultados mostram que os coeficientes  $\beta_{norma}$  são maiores que  $\beta_{exp}$  e por isso foram obtidas cargas estimadas com valores a favor da segurança. O uso aproximado de  $\beta$  sugerido pelo EC2 (2004) na seção 6.4.3 não pode ser recomendado para pilar de canto reentrante, embora seja um parâmetro necessário para a análise estrutural de dimensionamento de lajes sujeitas à punção, tendo em vista que o valor de  $\beta$  varia muito

com a excentricidade de carga. Contudo, é mais seguro utilizar o  $\beta$  com a expressão que a norma recomenda.

### 7.3 ACI 318 (2014)

#### 7.3.1 Análise de lajes sem armadura de cisalhamento

Foram utilizadas as expressões para pilares internos com o perímetro crítico  $b_0$  como mostra a Figura 7.5, tendo em vista que a norma não prevê qual seria o perímetro para pilar de canto reentrante.

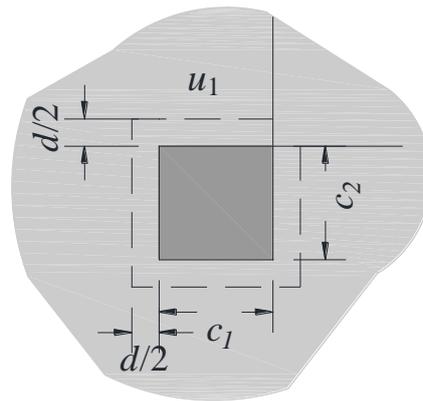


Figura 7.5 - Localização da seção crítica para o pilar de canto reentrante.

A Tabela 7.29 apresenta às cargas previstas utilizando as expressões do ACI318 (2014) com as adaptações necessárias indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas

Tabela 7.17 – Previsão da carga de ruptura para lajes sem armadura de cisalhamento pelo ACI 318 (2014)

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{ACI318}$ (kN)	$V_u/V_{ACI318}$
L01	325	843	185	185	1,76
L04	372	836	229	229	1,63
L05	250	766	166	166	1,51
L06	282	780	215	215	1,31
L07	358	756	206	206	1,74
L08	345	787	216	216	1,60
L12	345	775	245	245	1,41
				MÉDIA	1,57
				CV	0,107

Os resultados apresentaram valores muito conservadores com relação média de  $V_u/V_{ACI318}$  igual a 1,57 e um coeficiente de variação com valor de 0,107. Pode-se obter resultados com um menor conservadorismo utilizando uma excentricidade reduzida  $e_{E1}$  relativa ao perímetro crítico  $b_0$ , ao invés de usar a excentricidade do carregamento em relação ao centro do pilar como a norma propõe. Foi feita uma simulação (Tabela 7.18) chamada aqui de Caso 1.

Tabela 7.18 – Previsão da carga de ruptura dos casos testados para lajes sem armadura de cisalhamento.

LAJE	CASO 1		
	$V_u$ (kN)	$V_{CASOI}$ (kN)	$V_u/V_{CASOI}$
L1	325	190	1,72
L4	372	237	1,57
L5	250	170	1,47
L6	282	223	1,27
L7	358	213	1,68
L8	345	223	1,55
L12	345	255	1,35
		MÉDIA	1,51
		CV.	0,109

Com os resultados do Caso 1 pode-se reduzir a média das relações carga última por carga prevista de 1,57 para 1,51.

### 7.3.2 Análise de lajes com armadura de cisalhamento

A Tabela 7.19 apresenta às previsões para as lajes com armadura de cisalhamento utilizando as expressões do ACI318 (2014) indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas de ruptura prevista pela norma.

Tabela 7.19 – Previsão da carga de ruptura para lajes com armadura de cisalhamento pelo ACI (2014)

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,cs}^*$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{ACI318}$ (kN)	$V_u/V_{ACI318}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	843	174	303	355	299	299	1,72	FORA	FORA
L03	575	818	169	366	432	366	366	1,57	FORA	FORA
L09	550	792	165	456	531	418	418	1,32	FORA	FORA
L10	500	792	132	311	357	361	311	1,61	DENTRO	DENTRO
L11	640	786	189	447	513	441	441	1,45	FORA	FORA
							MÉDIA	1,53		
							CV	0,100		

OBS.:  
Os valores com \* se referem às estimativas que desconsideram os limites da norma ( $f_{vwd} \leq 420,00$  MPa).

Pode-se obter resultados com um menor conservadorismo utilizando uma excentricidade reduzida  $e_{E1}$  relativa ao perímetro crítico  $b_0$ , ao invés de usar a excentricidade do carregamento em relação ao centro do pilar como a norma propõe. Foi feita uma simulação chamada aqui Caso 1 (Tabela 7.5).

Tabela 7.20 – Previsão da carga de ruptura do CASO 1 testado para lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c(CASO1)}$ (kN)	$V_{R,cs(CASO1)}$ (kN)	$V_{R,out(CASO1)}$ (kN)	$V_{CASO1}$ (kN)	$V_u/V_{CASO1}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	180	314	305	305	1,68	FORA	FORA
L03	575	175	379	373	373	1,56	FORA	FORA
L09	550	170	472	425	425	1,37	FORA	FORA
L10	500	135	320	367	320	1,56	DENTRO	DENTRO
L11	640	196	465	449	449	1,49	FORA	FORA
					MÉDIA	1,53		
					CV	0,072		

Com os resultados do Caso 1 pode-se notar que não houve alteração na média das relações carga última por carga prevista. A previsão da superfície de ruptura foi exata para todas as lajes.

## 7.4 MC 2010 (2013)

### 7.4.1 Análise de lajes sem armadura de cisalhamento

Foram utilizadas as expressões para pilares internos com o perímetro crítico  $b_1$  como mostra a Figura 7.6, tendo em vista que a norma não prevê qual seria o perímetro para pilar de canto reentrante.

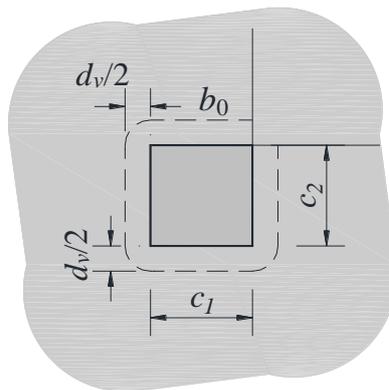


Figura 7.6 - Localização da seção crítica para o pilar de canto reentrante.

a) Nível de aproximação II

A Tabela 7.21 apresenta as cargas de ruptura previstas utilizando as expressões do MC2010 (2013) no nível de aproximação II com as adaptações necessárias indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas de ruptura prevista pela norma.

Tabela 7.21 – Previsão da carga de ruptura para lajes sem armadura de cisalhamento pelo MC 2010 (2013) utilizando o nível de aproximação II.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{MC2010}$ (kN)	$V_u/V_{MC2010}$
L01	325	998	253	253	1,28
L04	372	1009	303	303	1,23
L05	250	628	158	158	1,59
L06	282	652	197	197	1,43
L07	358	762	228	228	1,57
L08	345	790	237	238	1,45
L12	345	809	269	269	1,28
MÉDIA					1,41
CV					0,095

Com os resultados apresentados, utilizando as expressões do MC2010 (2013) com adaptações, percebe-se que as previsões resultaram em valores conservadores. Como a norma não propõe qual largura efetiva deve ser utilizada para pilar de canto reentrante foi feita uma simulação aqui chamada de Caso 1, em que foi considerado o momento resistente e o momento solicitante para uma faixa de largura efetiva de 1,7 m, indo atda laje (Tabela 7.22).

Tabela 7.22 – Previsão da carga de ruptura pelo MC 2010 (2013) utilizando o nível de aproximação II.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{MC2010}$ (kN)	$V_u/V_{MC2010}$
L01	325	1069	271	271	1,20
L04	372	1067	320	320	1,16
L05	250	694	174	174	1,43
L06	282	710	214	214	1,32
L07	358	810	242	242	1,48
L08	345	839	252	252	1,37
L12	345	850	283	283	1,22
MÉDIA					1,31
CV					0,087

Com o teste, pode-se reduzir um pouco o conservadorismo dos resultados previstos e o coeficiente de variação dos resultados. A média das relações entre carga experimental e

carga prevista que era 1,41 passou a ser 1,31, dentro do limite satisfatório do critério adotado.

b) Nível de aproximação III

A Tabela 7.23 apresenta as cargas de ruptura previstas utilizando as expressões do MC2010 (2013) no nível de aproximação III com as adaptações necessárias indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas de ruptura prevista pela norma.

Tabela 7.23 – Previsão da carga de ruptura pelo MC 2010 (2013) utilizando o nível de aproximação III.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{MC2010}$ (kN)	$V_u/V_{MC2010}$
L01	325	975	248	248	1,31
L04	372	954	286	286	1,30
L05	250	613	154	154	1,62
L06	282	608	184	184	1,54
L07	358	718	214	214	1,67
L08	345	743	223	223	1,55
L12	345	727	242	242	1,43
				MÉDIA	1,49
				CV	0,091

Utilizando uma faixa de largura efetiva de 1,7 m da laje, temos (Tabela 7.24):

Tabela 7.24 – Previsão da carga de ruptura dos casos testados para lajes sem armadura de cisalhamento.

LAJE	CASO 1		
	$V_u$ (kN)	$V_{CASO1}$ (kN)	$V_u/V_{CASO1}$
L1	325	264	1,23
L4	372	303	1,23
L5	250	169	1,47
L6	282	200	1,41
L7	358	228	1,57
L8	345	237	1,45
L12	345	255	1,35
		MÉDIA	1,39
		CV.	0,085

Com o teste feito pode-se reduzir a média da relação carga experimental e prevista de 1,49 para 1,39.

#### 7.4.2 Análise de lajes com armadura de cisalhamento

a) Nível de aproximação II

A Tabela 7.25 apresenta as previsões utilizando as expressões do MC2010 (2013) indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas de ruptura prevista para o nível de aproximação II.

Tabela 7.25 – Previsão da carga de ruptura pelo MC2010 (2013) utilizando o nível de aproximação II

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u/V_{EC2}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	784	235	411	689	411	1,25	FORA	DENTRO
L03	575	663	199	462	702	462	1,24	FORA	DENTRO
L09	550	622	187	511	766	511	1,08	FORA	DENTRO
L10	500	676	172	383	813	383	1,31	DENTRO	DENTRO
L11	640	702	234	511	846	511	1,25	FORA	DENTRO
						MÉDIA	1,23		
						CV	0,064		

Utilizando uma faixa de largura efetiva de 1,7 m da laje, temos (ver Tabela 7.26):

Tabela 7.26 – Previsão da carga de ruptura do Caso 1 testado para as lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c(CASOI)}$ (kN)	$V_{R,cs(CASOI)}$ (kN)	$V_{R,out(CASOI)}$ (kN)	$V_{CASOI}$ (kN)	$V_u/V_{CASOI}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	254	430	430	430	1,19	FORA	DENTRO
L03	575	217	481	481	481	1,20	FORA	DENTRO
L09	550	205	529	841	529	1,04	FORA	DENTRO
L10	500	191	401	902	401	1,25	DENTRO	DENTRO
L11	640	251	528	908	528	1,21	FORA	DENTRO
						MÉDIA	1,18	
						CV	0,061	

Com o teste feito pode-se reduzir a média da relação carga experimental e prevista de 1,23 para 1,18.

b) Nível de aproximação III

A Tabela 7.27 apresenta as previsões utilizando as expressões do MC2010 (2013) indicando também a relação entre a carga experimental obtida com os ensaios e as cargas de ruptura prevista para o nível de aproximação III.

Tabela 7.27 – Previsão da carga de ruptura pelo MC2010 (2013) utilizando o nível de aproximação III

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{máx}$ (kN)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u/V_{EC2}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	726	217	394	638	394	1,30	FORA	DENTRO
L03	575	605	181	445	641	445	1,29	FORA	DENTRO
L09	550	564	169	493	694	493	1,12	FORA	DENTRO
L10	500	649	165	376	781	376	1,33	DENTRO	DENTRO
L11	640	599	200	476	721	476	1,34	FORA	DENTRO
							MÉDIA	1,28	
							CV	0,065	

Utilizando uma faixa de largura efetiva de 1,7 m da laje tem-se (ver Tabela 7.28):

Tabela 7.28 – Previsão da carga de ruptura do Caso 1 testado para as lajes com armadura de cisalhamento.

Laje	$V_u$ (kN)	$V_{R,c(CASOI)}$ (kN)	$V_{R,cs(CASOI)}$ (kN)	$V_{R,out(CASOI)}$ (kN)	$V_{CASOI}$ (kN)	$V_u/V_{CASOI}$	Superfície de Ruptura (experimental)	Superfície de Ruptura (estimada)
L02	513	236	412	692	412	1,24	FORA	DENTRO
L03	575	199	462	703	462	1,24	FORA	DENTRO
L09	550	187	511	767	511	1,08	FORA	DENTRO
L10	500	183	394	864	394	1,27	DENTRO	DENTRO
L11	640	217	493	784	493	1,30	FORA	DENTRO
						MÉDIA	1,23	
						CV	0,063	

Com os resultados, observa-se que foi possível reduzir o conservadorismo das cargas resistentes, diminuindo a média das relações carga última por carga prevista de 1,28 para 1,23 dentro do limite satisfatório do critério adotado.

Tanto para as lajes sem e com armadura de cisalhamento, os resultados do nível II são melhores que do nível III possivelmente por causa do modelo utilizado no programa SAP.

## 7.5 Avaliação dos resultados estimados

A Figura 7.7 e Figura 7.8 apresentam graficamente a relação entre as cargas experimentais e as cargas previstas com as expressões das normas, utilizadas nessa pesquisa para lajes sem e com armadura de cisalhamento respectivamente. É importante ressaltar que as normas não abordam o tipo de ligação considerada, pilares de canto reentrante, por isso os cálculos foram realizados com adaptações sugeridas para a determinação da resistência à punção desta situação específica de projeto.

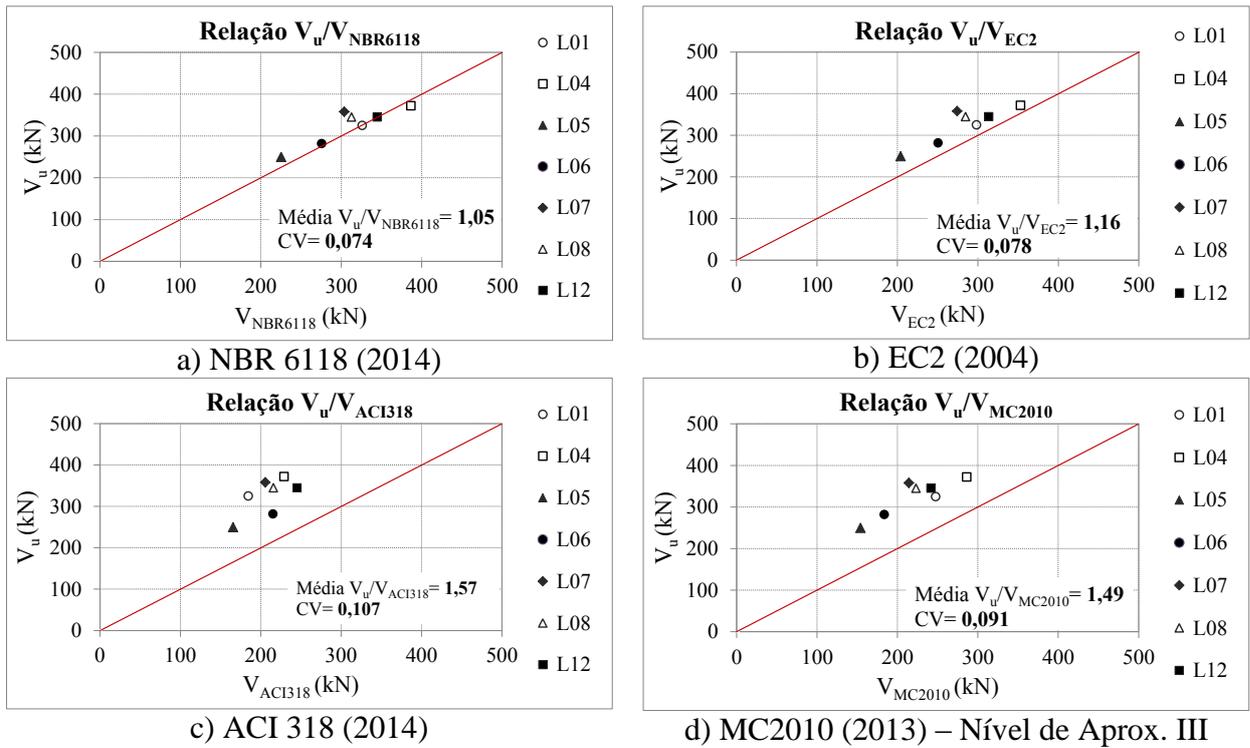


Figura 7.7 – Avaliação da previsão dos resultados para lajes sem armadura de cisalhamento.

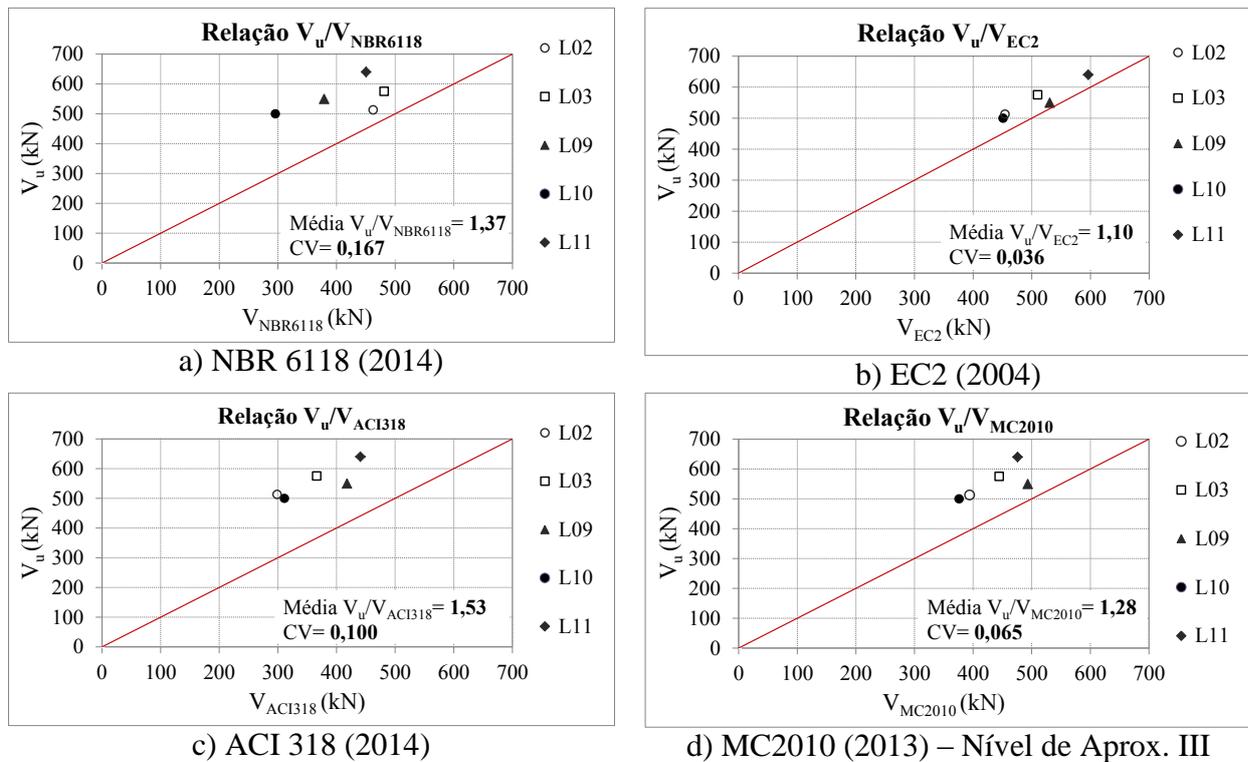


Figura 7.8 – Avaliação da previsão dos resultados para lajes com armadura de cisalhamento.

Com os gráficos mostrados, tanto para as lajes sem e com armadura de cisalhamento, nota-se que ao utilizar as expressões normativas com adaptações, os resultados mais conservadores foram os previstos utilizando as expressões do ACI318 (2014) e MC2010 (2013). Já as previsões que utilizaram as expressões da NBR 6118 (2014) e EC2 (2004) tiveram melhor desempenho.

Com os gráficos do Grupo 1 pode-se notar que a NBR 6118 (2014) e o EC2 (2004) tiveram melhor desempenho com a NBR 6118 (2014) apresentando resultados mais precisos, com uma relação média de  $V_u/V_{NORMA}$  1,05 e um coeficiente de variação 0,074. Já para os resultados do Grupo 2 o EC2 (2004) apresentou resultados mais precisos com uma relação média de  $V_u/V_{NORMA}$  1,10 e um coeficiente de variação 0,036. A Tabela 7.9 apresenta os resultados da previsão de carga de ruptura pelas normas.

Tabela 7.29 – Previsão da carga de ruptura pelas normas.

Laje	$V_u$ (kN)	NBR 6118 (2014)			EC2 (2004)			ACI 318 (2014)			MC2010 (2013) – Nível Aprox. II			MC2010 (2013) – Nível Aprox. III		
		$V_{cs}$ (kN)	$V_{out}$ (kN)	$V_u/V_{NBR6118}$	$V_{cs}$ (kN)	$V_{out}$ (kN)	$V_u/V_{EC2}$	$V_{cs}$ (kN)	$V_{out}$ (kN)	$V_u/V_{ACI318}$	$V_{cs}$ (kN)	$V_{out}$ (kN)	$V_u/V_{MC2010}$	$V_{cs}$ (kN)	$V_{out}$ (kN)	$V_u/V_{MC2010}$
L01	325	326	-	1,00	295	-	1,10	185	-	1,76	253	-	1,28	248	-	1,31
L02	513	495	463	1,11	467	449	1,14	303	299	1,72	411	689	1,25	394	638	1,30
L03	575	593	481	1,20	562	496	1,16	366	366	1,57	462	702	1,24	445	640	1,29
L04	372	387	-	0,96	347		1,07	229	-	1,63	303	-	1,23	286	-	1,30
L05	250	225	-	1,11	204		1,23	166	-	1,51	158	-	1,59	154	-	1,62
L06	282	275	-	1,02	250		1,13	215	-	1,31	197	-	1,43	184	-	1,54
L07	358	304	-	1,18	274		1,31	206	-	1,74	228	-	1,57	214	-	1,67
L08	345	313	-	1,10	285		1,21	216	-	1,60	238	-	1,45	223	-	1,55
L09	550	732	379	1,45	712	523	1,05	456	418	1,32	511	766	1,08	493	694	1,12
L10	500	529	296	1,69	509	445	1,12	311	361	1,61	383	813	1,31	376	781	1,33
L11	640	698	450	1,42	670	585	1,09	447	441	1,45	511	846	1,25	476	721	1,34
L12	345	345	-	1,00	314	-	1,10	245	-	1,41	269	-	1,28	242	-	1,43
Média				1,19				1,14			1,33			1,40		
Percentil (5%)				0,98				1,06			1,16			1,21		

$V_{norma}$  = menor entre  $V_{R,cs}$  e  $V_{R,out} \geq V_{R,c}$  ( $V_{R,máx}$  não é crítico)

## **8 CONCLUSÕES**

Essa pesquisa teve como objetivos principais: analisar a influência das principais variáveis (excentricidade de carga, taxa de armadura de flexão, quantidade e disposição da armadura de cisalhamento e armadura de torção) sobre o comportamento das lajes dessa pesquisa; verificar a eficiência da armadura de cisalhamento; verificar a viabilidade na utilização do *software* ATENA (destinado a efetuar análises tridimensionais não lineares em estruturas de concreto armado) para representar o comportamento de lajes com pilares de canto reentrante; verificar a viabilidade de utilizar recomendações normativas de projeto contra ruptura por punção para o caso dessa pesquisa.

### **8.1 PROGRAMA EXPERIMENTAL**

#### **8.1.1 Sistema de ensaio**

O sistema de ensaio utilizado tornou possível a aplicação e controle de carregamentos assimétricas com diferentes excentricidades, possibilitando a transferência de momento fletor da laje para o pilar, comportando-se de maneira satisfatória para todos os carregamentos e com bom desempenho do sistema hidráulico empregado na aplicação das cargas. O carregamento foi aplicado no sentido de cima para baixo em três bordas da laje e as faces do pilar foram travadas com perfis metálicos a fim de evitar movimentos de corpo rígido das lajes que pudessem influenciar nas medições dos deslocamentos verticais. Apesar do ensaio não ter sido com aplicação de carga contínua, o comportamento foi efetivamente contínuo do início da aplicação das cargas até à ruptura das lajes.

O sistema de aquisição de dados utilizado na pesquisa se mostrou satisfatório quanto à monitoração dos deslocamentos e deformações.

#### **8.1.2 Deslocamentos e Deformações**

Os deslocamentos verticais das lajes foram monitorados em 18 pontos utilizando-se 15 LVDT's, um potenciômetro e duas escalas. Em todas as lajes esses pontos foram os mesmos a fim de permitir a comparação direta entre os resultados observados. Para as lajes L05 à L12 foram adicionados mais seis pontos monitorados por defletômetros. A quantidade e a distribuição dos pontos monitorados para medir os deslocamentos

forneceram resultados satisfatórios quanto ao comportamento carga-deslocamento das lajes ensaiadas.

A presença da armadura de cisalhamento possibilitou que a laje se deslocasse mais antes de romper. Já a armadura de torção reduziu os deslocamentos nas bordas reentrantes. Ao analisar as lajes em um mesmo nível de carregamento notou-se que quanto maior a excentricidade maior será os deslocamentos na laje, porém é reduzida a capacidade de carga da mesma. O contrário ocorre quando se aumenta a taxa de armadura de flexão, pois a laje torna-se mais rígida.

As deformações nas armaduras de flexão foram monitoradas nas quatro primeiras lajes em pontos variados e posteriormente reduziu-se essa quantidade de pontos, contudo fixou-se sempre na mesma direção por causa da simetria e da transferência de momento. Considerou-se que o número de barras monitoradas foi satisfatório, possibilitando uma boa noção do comportamento das tensões nestas armaduras ao longo de uma seção da laje. Pode-se concluir com os resultados experimentais que as deformações máximas estão localizadas em pontos próximos à face interna do pilar e a distribuição das deformações ao longo da direção monitorada indica que o momento fletor não é contínuo e que os momentos próximos à reentrância são menores que os momentos localizados na parte contínua.

As deformações no concreto foram monitoradas para as quatro primeiras lajes através de extensômetros distribuídos em toda a laje, e posteriormente foram monitorados pontos somente próximos ao pilar por apresentar maior concentração de tensões nessa região. As deformações monitoradas foram no geral baixas com exceção apenas da laje L11 que mostrou indícios de esmagamento do concreto em sua superfície inferior com deformações relativamente altas em torno de 3,7 ‰.

Para as lajes da primeira série de concretagem, a armadura de cisalhamento foi instrumentada com dois extensômetros em cada ponto em todas as camadas a fim de conhecer quais perímetros eram mais solicitados, já nas próximas lajes foram monitoradas apenas as duas primeiras camadas. Pode-se observar de uma maneira geral que as deformações foram relativamente baixas e as barras que se aproximaram ou atingiram a tensão de escoamento estavam localizadas nas linhas mais próximas do eixo de simetria em direção à excentricidade. Ao observar os resultados da laje L03, que também possuía

armadura de torção, concluiu-se que mesmo com a armadura de torção (estribos) a armadura de cisalhamento próximo à reentrância ainda atingiu deformações consideráveis. As deformações dos *studs* foram mais baixas no primeiro perímetro que no segundo, com exceção da laje L09 que possuía mais linhas de *studs* que as demais lajes, conseguindo redistribuir melhor as tensões na região dos dois primeiros perímetros.

A utilização de armadura de torção no bordo reentrante da laje mostrou-se eficaz, com maior transferência de momento resistente e assim possibilitou a redução de deslocamento nos bordos reentrantes.

### **8.1.3 Fissuração e superfícies de ruptura**

A fissuração das lajes foi acompanhada durante intervalos de carregamento até próximo à ruptura marcando-se com pincel a propagação das mesmas. Após a ruptura, foram retiradas fotos superiores das lajes para realizar um mapeamento do nível de fissuração observado nos ensaios. Vale salientar que a laje foi sujeita a cargas de pós punção para que pudesse visualizar melhor o cone de ruptura, ou seja, as fissurações apresentadas são para nível de carga após a ruptura. Os resultados demonstraram que as lajes sem armadura de cisalhamento tiveram formação do cone de punção mais evidente dentro do perímetro  $u_0$  (2.d).

A presença de armadura de torção fez com que as fissuras fossem mais distribuídas e quanto maior a taxa de armadura de flexão maior a concentração de fissuras numa mesma região. A baixa excentricidade fez com que as fissuras ficassem distribuídas mais verticalmente (sentido norte-sul) com maior ocorrência de fissuras nas bordas leste e oeste.

Após os ensaios todas as lajes foram cortadas a fim de determinar a inclinação e a posição da superfície de ruptura das lajes. A partir de uma superfície inclinada (vista do corte) que se iniciou na face inferior do pilar até atingir a armadura de flexão superior, que continua ao longo do cobrimento, a fissura da superfície de ruptura apresentou inclinação em torno de 30° para as lajes com excentricidade de 500 mm e 265 mm. Já as demais lajes tiveram inclinações variando de 15° à 60° em pelo menos uma das faces. Com isso, conclui-se que no caso em que as cargas são aplicadas igualmente nos seis pontos de transmissão de carregamento ( $e = 350$  mm), o comportamento é variável em cada face cortada, ou seja, o cone não tem inclinação uniforme.

Dentre as cinco lajes com armadura de cisalhamento foi possível evidenciar, com as faces da laje cortada, que apenas uma delas teve a ruptura dentro da região de cisalhamento.

#### **8.1.4 Influência das variáveis nas cargas de ruptura**

A presença de *studs* em lajes com cargas iguais em todos os pontos contribuiu para a mesma aumentar sua capacidade resistente em 38 % e 55 % no caso das lajes L02 e L03 respectivamente quando comparadas com a laje L04. A laje L10 apresentou carga de ruptura 54 % a mais que a laje L01 e a laje L11 86 % a mais que a laje L12. Já a laje L09 suportou uma carga de ruptura 48 % a mais que a laje L04. Essas variações devem-se a quantidade de armadura de cisalhamento. Contudo, a presença da armadura de torção não influenciou na carga de ruptura, fato esse comprovado quando se compara as lajes L07 e L08.

Com os resultados dessa pesquisa pode-se comprovar que quanto maior a excentricidade menor a capacidade de carga e quanto maior a taxa de armadura maior a capacidade de carga. Para as lajes não reforçadas e com cargas iguais nas faixas circundantes ao pilar tivemos que a laje com  $\rho$  de 2,1 % suportou uma carga 4% a mais que a laje com  $\rho$  de 1,3 % e suportou uma carga 32% a mais que a laje com  $\rho$  de 0,9 %.

## **8.2 MÉTODO NUMÉRICO**

Com as simulações numéricas computacionais pôde-se observar que em relação à fissuração, a configuração é semelhante nos casos de laje sem e com armadura de cisalhamento. Os resultados experimentais apresentaram um pouco mais de fissuras pelo fato de ter sido aplicada carga de pós-ruptura para melhor visualizar o cone de punção, enquanto que no modelo numérico as fissuras mostradas são do momento da ruptura.

Em relação aos deslocamentos, notou-se nos deslocamentos obtidos experimentalmente e numericamente uma concordância razoável com eventual exceção dos deslocamentos nas lajes sem armadura de cisalhamento. Com os gráficos de carga x deslocamento dos resultados experimentais e numéricos pode-se notar um comportamento mais rígido para os resultados numéricos devido ao módulo de elasticidade que o programa admite e o surgimento de microfissuras de flexão mais tardio que no experimental.

Já em relação à capacidade resistente da laje e às tensões que nela surgem, observou-se que o programa apresentou uma boa concordância com os resultados experimentais. As cargas de ruptura estimadas com o programa em relação às cargas obtidas nos ensaios apresentaram uma média na relação  $V_u/V_{MEF}$  de 1,09 e um coeficiente de variação 0,079. O modelo numérico pode representar bem as tensões de compressão na superfície inferior próximo ao pilar e a evolução das tensões na armadura de flexão.

### **8.3 MÉTODOS TEÓRICOS DE CÁLCULO**

#### **8.3.1 NBR 6118 (2014)**

Para lajes sem e com armadura de cisalhamento, as estimativas de capacidade de carga utilizando as expressões da NBR6118 (2014) foram melhores quando se utiliza o perímetro crítico reduzido. Nas lajes sem armadura de cisalhamento, a NBR 6118 (2014) obteve relação de carga última experimental e carga estimada em média 1,13 e nas lajes com armadura de cisalhamento a média dessa relação foi 1,18. Os resultados são precisos e satisfatórios de acordo com os critérios de avaliação adotados, porém a previsão da superfície de ruptura não foi tão precisa, com a previsão de uma das cinco lajes divergindo da superfície apresentada nos ensaios experimentais.

#### **8.3.2 EUROCODE 2 (2004)**

Os resultados com melhor desempenho da previsão da carga resistente utilizando as expressões do EC2 (2004) foram utilizando o perímetro crítico indo até a borda reentrante. Para as lajes sem armadura de cisalhamento, a norma obteve relação de carga última experimental e carga estimada em média 1,16 e para as lajes com armadura de cisalhamento a média dessa relação foi 1,10. Os resultados foram precisos e satisfatórios, porém a previsão da superfície de ruptura não foi tão precisa, com a previsão de uma das cinco lajes divergindo da superfície apresentada com os ensaios experimentais.

As conexões como, ligações internas, de borda e de canto, recebem tratamentos pelas normas detalhados com métodos de cálculo conhecidos para determinar a capacidade à punção. Para essas situações o EC2 (2004) leva em consideração a transferência de momento que ocorre na ligação entre a laje e o pilar, abordando métodos de cálculo simplificados em que a carga real de cisalhamento é multiplicada por um coeficiente ( $\beta$ )

dependente da posição do pilar. Porém, esse coeficiente depende da excentricidade de carga em relação ao eixo do pilar, das dimensões do pilar e do coeficiente  $k$  (coeficiente que fornece a parcela de  $M_{sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento). Essa pesquisa trás três situações, ou seja, três excentricidades diferentes, que resultou em  $\beta$  igual a 1,6, 1,8 e 2,2 para lajes com excentricidade de 265 mm, 350 mm e 500 mm respectivamente. Foi considerado um  $k$  de 0,6 para pilar quadrado.

### **8.3.3 ACI318 (2014)**

Nas lajes sem armadura de cisalhamento, a norma obteve relação de carga última experimental e carga estimada em média 1,51 e nas lajes com armadura de cisalhamento a média dessa relação foi 1,53. Os resultados foram muito conservadores, mas notou-se que é possível reduzir a média das relações carga última por carga prevista em média 5 % utilizando uma excentricidade reduzida, relativa ao perímetro crítico. Contudo, o ACI318 (2014) foi à única norma que acertou a previsão da posição da superfície de ruptura para todas as lajes.

### **8.3.4 MC2010 (2013)**

Foram utilizados os níveis de aproximação II e III para obter a previsão de carga para as lajes dessa pesquisa, e os melhores resultados foram os que utilizaram o nível II tanto para lajes sem armadura de cisalhamento quanto para lajes com armadura de cisalhamento.

Nas lajes sem armadura de cisalhamento utilizando o nível de aproximação II, a norma obteve resultados conservadores com relação de carga última experimental e carga estimada em média 1,41. Já para lajes com armadura de cisalhamento os resultados foram satisfatórios com a média dessa relação de 1,23. Utilizando o nível de aproximação III, a norma também obteve resultados conservadores para as lajes sem armadura de cisalhamento, com relação de carga última experimental e carga estimada em média 1,49. Porém, para lajes com armadura de cisalhamento os resultados foram satisfatórios com a média dessa relação de 1,28.

Quanto à previsão da superfície de ruptura, apenas uma das cinco lajes teve previsão equivalente da superfície apresentada com os ensaios experimentais.

É possível reduzir o conservadorismo das cargas resistentes em 10% nas lajes sem armadura e 5 % nas lajes com armadura de cisalhamento, considerando o momento resistente e o momento solicitante em uma faixa de largura de laje carregada ou analisada de 1,7 m ao invés de 1,25 m.

#### **8.4 SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Neste item serão apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros baseadas nas observações durante essa pesquisa e que não puderam ser solucionadas por falta de mais ensaios e/ou pesquisas, fato esse que se deve também a ausência de trabalhos com a situação específica de projeto aqui estudado. São elas:

- 1- Melhorar o sistema de ensaio, aplicando e controlando o carregamento de maneira contínua e com a mesma velocidade. Aplicar cargas de pós-ruptura e monitorar além do carregamento, deslocamentos e deformações, as rotações da laje utilizando inclinômetros.
- 2- Realizar ensaios em lajes com armadura de torção, variando o diâmetro da barra e distribuição da mesma;
- 3- Realizar ensaios utilizando armadura de cisalhamento e torção ao mesmo tempo próxima à borda reentrante;
- 4- Realizar ensaios variando as dimensões do pilar e utilizar pilares retangulares e circulares também.
- 5- Desenvolver uma equação para quantificar a variação da parcela  $k$  de transferência de momento fletor utilizando o método dos elementos finitos e métodos analíticos.

## REFERÊNCIAS

ACI 318 – AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. **Building code requirements for structural concrete (ACI 318M-14) and Commentary (ACI 318RM-14)**. Farmington Hills, 2014.

ACI 421.1R-99, **Shear-Reinforcement for Slabs**. Reported by Joint ACI-ASCE Committee 421, ACI, Farmington Hills, Michigan, 1999.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS. **ASTM C 1231/C 1231M - Standard practice for use of unbonded caps in determination of compressive strength of hardened concrete cylinders**. ASTM Committee C09 on Concrete and concrete Aggregates, 2000.

ANCON Building Products. **Shearfix Punching Shear Reinforcement**. 2012. Disponível em:<http://www.ancon.co.uk/downloads/s1/11/shearfix%20punching%20shear%20reinforcement.pdf>. Acessado em: 02/12/2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 5739 – Concreto – Ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos**. Rio de Janeiro, 1994.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **NBR 6118 - Projeto de estruturas de concreto armado e protendido – procedimento**. Rio de Janeiro, 2014.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 7222 - Argamassa e concreto – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, 1994-b.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. **ABNT NBR 8522/8 – Concreto – Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação – Método de ensaio**. Rio de Janeiro, 1984.

BARBOSA, W. C. S. (2012). **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Pilar de Canto Reentrante**. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil,

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 239p.

CARES Technical Approval Report TA7 5041. Assessment of the Ancon SHEARFIX. Punching Shear Reinforcement System and Quality System for Production. 2012. Disponível em: <http://www.ukcares.com/TAPDF/5041.pdf>. Acessado em: 01/12/14

CARES Technical Approval Report TA7 5043. FRANK Max Frank Shearail. Punching Shear Reinforcement System. Assessment of the Shearail. Punching Shear Reinforcement System. 2013. Disponível em: <http://www.ukcares.com/tapdf/5043.pdf>. Acessado em: 01/12/14.

CARVALHO, R. C.; PINHEIRO, L. M. **Cálculo e detalhamento de estruturas usuais de concreto armado**. Volume 2. 1. Ed. São Paulo: Pini, 2009. 589p.

CATMAN 4.5 **User's Manual for Windows 95/98/NT en.**

CEB-FIP – **Model Code 1990 – Design Code**. Thomas Telford, 1993.

ČERVENKA, V.; JENDELE, L.; ČERVENKA, J. – ATENA Program Documentation Part 1 - Theory. Cervenka Consulting Ltd, Praga, 2010.

DILGER, W.H., GHALI, A., **Shear Reinforcement for Concrete Slabs**, ASCE Journal of Structural Division, Proceedings, V. 107, No. ST12, Dec. 1981, pp. 2403-2420.

DSA Reinforcement against punching failure of slabs. Technical Manual. Peikko Group. Version: US 11/2012. Disponível em: [http://materials.crasman.fi/materials/public/619a39e33f08620b52806e0a9ceed2ac/download?link\\_id=13360&folder\\_id=1380](http://materials.crasman.fi/materials/public/619a39e33f08620b52806e0a9ceed2ac/download?link_id=13360&folder_id=1380). Acessado em: 01/12/14.

ELGABRY, A.A., GHALI, A. **Tests on concrete slab-column connections with stud-shear reinforcement subjected to shear-moment transfer**. ACI Structural Journal, v. 84, n.5, Sept-Oct, 1987, p. 433-442.

EUROCODE 2 – EUROPEAN STANDARD. **Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings**. European Committee for Standardization. Brussels, 2004.

FERREIRA, M. P. (2010). **Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados**. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD – 007 A/10 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 275p.

**Fédération Internationale du Béton – Model Code 2010**, First Complete Draft. Bulletin 56, Volume 2. Lausanne, 2010.

**Fib Model Code for Concrete Structures**, Ernst & Sohn, Berlin, 2013.

GOMES, R. B., **Punching Resistance of Reinforced Concrete Flat Slabs with Shear Reinforcement**. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1991, 185p.

KING, S., and DELATTE, N. (2004). "Collapse of 2000 Commonwealth Avenue: Punching Shear Case Study." *J.Perform.Constr.Facil.*, 18(1), 54-61. Disponível em: [http://engagedscholarship.csuohio.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1025&context=encee\\_facpub](http://engagedscholarship.csuohio.edu/cgi/viewcontent.cgi?article=1025&context=encee_facpub). Acessado em: 17/08/15.

KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. **Punching of concrete slabs without shear reinforcement**. Meddelande NR 38. Institutionen för Byggnadsstatik, Kungl. Tekniska Högskolans, Stockholm, 1960.

KINNUNEN, S. **Punching of Concrete Slabs With Two-way Reinforcement With Special Reference to Dowel Effect and Deviation of Reinforcement from Polar Symmetry**. Meddeland N° 41, Institutionen för Byggnadsstatik, Kungliga Tekniska Högskolans, Stockholm, 1963.

LANGOHR, P.H.; GHALI, A.; DILGER, W.H. **Special shear reinforcement for concrete flat plates.** Journal of the American Concrete Institute, v.73, n.3, 1976, p.141-146.

LORD, A.R., **A Test of a Flat Slab Floor in a Reinforced Concrete Building.** National Association of Cement Users, ACI, No. 67, 1910, pp. 156-179.

MELO, G. S. S. A., **Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure.** PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1990, 214p.

MIRZAEI, Y. **Post-Punching Behavior of Reinforced Concrete Slabs.** Lausanne, Suisse, 2010. 137p. Thèse (Doctoral) – École Polytechnique Fédérale de Lausanne.

MOKHTAR, A.; GHALI, A.; DILGER, W. **Stud shear reinforcement for flat concrete plates.** Journal of the American Concrete Institute, v. 82, n.5, 1985, p.676-683.

MOE, J., **Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads.** Development Bulletin D47, Portland Cement Association, Skokie, Illinois, Apr. 1961, 129p.

OLIVEIRA, M. H. (2013). **Punção em lajes lisas com armadura de cisalhamento submetidas a carregamento excêntrico e apoiadas sobre pilares retangulares.** Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 250p.

REGAN, P. E.; BRAESTRUP, M. W., **Punching Shear in Reinforced Concrete.** Comité Euro-International du Béton, Bulletin d'Information, No. 168, Jan. 1985, 232 pp.

SEIBLE, F.; GHALI, A.; DILGER, W.H. **Preassembled shear reinforcing units for flat plates.** Journal of the American Concrete Institute, v.77, n.1, 1980, p.28-35.

TALBOLT, A. N. **Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings.** Bulletin 67, March 1913. 1-114, University of Illinois, Engineering Experiment Station, Urbana, 1913.

WOOD, J. G. M., Pipers Row Car Park, Wolverhampton: Quantitative Study of the Causes of the Partial Collapse on 20th March 1997. Report presented to Structural Studies & Design Ltd, England, 1997, 209 p.

<https://failures.wikispaces.com/Concrete+System+Collapses+%26+Failures+During+Construction>. Acessado em: 17/08/15.

<https://reidmiddleton.wordpress.com/2011/03/14/5/>. Acessado em: 17/08/15.

## **APÊNDICE**

## A: ESTIMATIVAS DA CARGA ÚLTIMA DE PUNÇÃO PELAS DIFERENTES NORMAS

Neste item são apresentadas as estimativas de cargas de ruptura por punção para duas lajes (lajes L01 e L02), utilizando as normas descritas no Capítulo 2. Serão utilizadas aqui as melhores propostas de cálculo apresentado no Capítulo 7.

Na Tabela A.1 é apresentada as características necessárias das lajes que serão utilizadas aqui para demonstrar o cálculo da carga de ruptura à punção pelas normas abordadas nessa pesquisa.

Tabela A.1 – Características das lajes L01 e L02

Laje	e (mm)	d (mm)	$\rho$ (%)	$\phi_w$ (mm)	Nº de linhas	Nº de camadas	$s_0$ (mm)	$s_r$ (mm)	$A_{sw}$ (mm <sup>2</sup> )	$f_c$ (MPa)	$f_{yf}$ (MPa)	$E_{sf}$ (GPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$E_{sw}$ (GPa)
L01	500	148,0	2,07	-	-	-	-	-	-	48	558	-	-	-
L02	352	148,0	2,07	8,0	10	3	70	100	503	48	558	192	587	187

$E_{sf}$  = Módulo de Elasticidade da armadura de flexão.  
 $f_{yf}$  = Tensão de escoamento da armadura de flexão.  
 $E_{sw}$  = Módulo de Elasticidade da armadura de cisalhamento.  
 $f_{yw}$  = Tensão de escoamento da armadura de cisalhamento.

### A.1: Estimativas de carga última pela NBR 6118 (2014)

Para evitar uma ruptura por compressão diagonal do concreto na superfície crítica do perímetro  $u_0$  (perímetro do pilar ou ponto de carregamento multiplicado pela espessura da laje) uma verificação deve ser feita para lajes com ou sem armadura de punção:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{f_c}{250}\right) \cdot f_c \quad (A.1)$$

onde:

$\tau_{sd}$  é a tensão atuante ou de projeto;

$\tau_{Rd2}$  é a tensão resistente;

$f_c$  é a resistência à compressão do concreto.

Para evitar uma ruptura por punção da laje na superfície crítica do perímetro  $u$  (perímetro crítico  $u$  multiplicado pela espessura da laje) em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção deve ser feita uma nova verificação:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{1/3} \quad (\text{A.2})$$

onde:

$d$  é a altura útil da laje ao longo do perímetro crítico  $u$  da área de aplicação da força, em centímetros;

$\rho$  é a taxa geométrica de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);

$\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais.

Para evitar uma ruptura por punção da laje na superfície crítica do perímetro  $u$  (perímetro crítico  $u$  multiplicado pela espessura da laje) em elementos estruturais ou trechos com armadura de punção deve ser feita uma nova verificação:

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen}\alpha}{u \cdot d} \quad (\text{A.3})$$

sendo:

$$s_r \leq 0,75 \cdot d \quad (\text{A.4})$$

onde:

$s_r$  é o espaçamento radial entre linhas de armadura de punção, não maior do que  $0,75d$ ;

$A_{sw}$  é a área da armadura de punção num perímetro completo paralelo a  $u$ ;

$\alpha$  é o ângulo de inclinação entre o eixo da armadura de punção e o plano da laje;

$u$  é o perímetro crítico ou perímetro crítico reduzido no caso de pilares de borda ou canto.

$f_{ywd}$  é a resistência de cálculo da armadura de punção, não maior do que 300 MPa para conectores ou 250 MPa para estribos (de aço CA50 ou CA60). Para lajes com espessura maior que 15 cm, esses valores podem ser aumentados conforme estabelece o item 19.4.2. da NBR 6118 (2007).

No caso em que, além da força vertical, existe transferência de momento da laje para o pilar, o efeito de assimetria deve ser considerado de acordo com a expressão:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} + \frac{K \cdot M_{sd}}{W_p \cdot d} \quad (\text{A.5})$$

onde:

$K$  é o coeficiente que fornece a parcela de  $M_{sd}$  transmitida ao pilar por cisalhamento, que depende da relação  $C_1/C_2$  (dimensões do pilar, paralela e perpendicular à excentricidade da força respectivamente). O coeficiente  $K$  assume os valores indicados na Tabela 2.1.

$e_0$  é a excentricidade da carga resultante em relação ao centro do pilar;

$W_p$  é o módulo resistente da seção crítica e pode ser calculado desprezando a curvatura dos cantos do perímetro crítico, através da expressão:

$$W_p = \int_0^u |e_i| \cdot dl \quad (\text{A.6})$$

onde:

$dl$  é o comprimento infinitesimal no perímetro crítico  $u$ ;

$e_i$  é a distância de  $dl$  ao eixo que passa pelo centro do pilar e sobre a qual atua o momento fletor  $M_{sd}$ .

A.1.1: Exemplo de cálculo da carga de ruptura à punção pela NBR6118 (2014)

A.1.1.1: Laje L01

Verificação na superfície crítica do perímetro  $u_0$ :

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{R2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{48}{250}\right) \cdot 48 = 10,5 \text{MPa}$$

$$V_{R,max} = \tau_{R2} \cdot u_0 \cdot d = 10,5 \cdot 1200 \cdot 148 = 1864,8 \text{kN}$$

Verificação na superfície crítica  $u$ :

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100\rho \cdot f_{ck})^{1/3}$$

$$\tau_{R1} = 1,4 \cdot 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{148}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0207 \cdot 48)^{1/3} = 1,82 \text{MPa}$$

Cálculo da tensão solicitante:

$$\tau_s = \frac{F_s}{u^* \cdot d} + \frac{K \cdot e \cdot F_s}{W_p \cdot d}$$

Para simplificar:  $e = \frac{M_s}{F_s}$ ;

a) Cálculo da excentricidade da carga resultante em relação ao centro do pilar, em mm.

$$e = \frac{M_u}{V_u} = \frac{(P_1) \cdot z_1 + \left( \frac{P_{laje}}{3} + P_{eq} \right) \cdot z_2}{P_1 + 2 \cdot P_2 + P_{laje} + P_{eq}}$$

$$e = \frac{(149) \cdot 1050 + \left( \frac{20}{3} + 2 \right) \cdot 772}{148 + 2 \cdot 76 + 20 + 3 \cdot 2} = 500mm$$

onde:

$P_1$  e  $P_2$  são as cargas externas aplicadas sobre a laje ensaiada no momento de carga de pico (Figura A.1);

$P_{eq}$  é o peso próprio do equipamento sobre a laje;

$P_{laje}$  é o peso próprio da laje;

$z_1$  é o braço de alavanca entre o ponto de aplicação da carga e o eixo transversal que passa pelo centro do pilar. Para esta pesquisa  $z_1$  é 1050 mm;

$z_2$  é o braço de alavanca entre o centro de gravidade da área e o eixo transversal que passa pelo centro do pilar. Para as lajes desta pesquisa  $z_2$  é 772 mm.

b) Cálculo do perímetro crítico normal e reduzido.

-  $u$  é o perímetro crítico normal distante  $2d$  da face do pilar, em mm.

-  $u^*$  é o perímetro crítico reduzido distante  $2d$  da face do pilar, em mm.

-  $c$  é o dimensão do lado do pilar.

$$u = 4 \cdot c + 3\pi d$$

$$u = 4 \cdot 300 + 3\pi \cdot 148 = 2594,9mm$$

$$u^* = 4 \cdot c + 3\pi d - 2 \cdot (0,5 \cdot c)$$

$$u^* = 4 \cdot 300 + 3\pi \cdot 148 - 2 \cdot (0,5 \cdot 300) = 2294,9mm$$

c) Cálculo da excentricidade do perímetro de controle  $u_l$  em relação ao centro do pilar é dada por  $e_1$ , em mm.

$$e_1 = \frac{m_{l1}}{u}$$

- Propriedades geométricas do perímetro crítico normal  $u$  :

Para um arco qualquer, são válidas as fórmulas, todas em mm (Figura A.1).

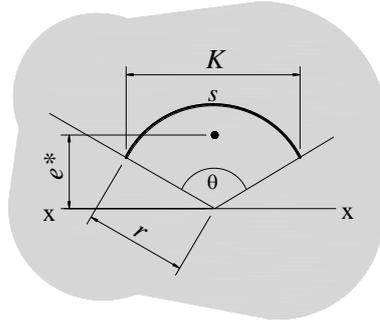


Figura A.1 – Propriedades de um arco genérico.

Para um arco qualquer, as propriedades do mesmo são apresentadas em mm (Figura A.2).

Comprimento do arco:

$$s = 2\pi \cdot r \cdot \left(\frac{\theta}{360}\right) = 2\pi \cdot (2 \cdot 148) \cdot \left(\frac{90}{360}\right) = 465,0 \text{ mm}$$

Comprimento reto da corda:

$$K = 2r \cdot \text{sen}\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2 \cdot (2 \cdot 148) \cdot \text{sen}\left(\frac{90}{2}\right) = 418,6 \text{ mm}$$

Distância do centro do círculo ao centroide do arco:

$$e^* = \frac{r \cdot K}{s} = \frac{(2 \cdot 148) \cdot 418,6}{465} = 266,5 \text{ mm}$$

Momento estático do arco em relação ao eixo xx:

$$m_{xx} = r \cdot s = (2 \cdot 148) \cdot 465 = 137640,0 \text{ mm}^2$$

Logo, o momento estático do perímetro  $u$  em torno do eixo do pilar em  $\text{mm}^2$  é:

$$m_{I1} = \left(e^* + \frac{c \cdot \sqrt{2}}{2}\right) \cdot s = \left(266,5 + \frac{300 \cdot \sqrt{2}}{2}\right) \cdot 465 = 222564 \text{ mm}^2$$

- Com isso, a excentricidade do perímetro de controle  $u_1$  em relação ao centro do pilar  $e_1$ ,

em mm é:  $e_1 = \frac{m_{I1}}{u} = \frac{222564}{2594,9} = 85,8 \text{ mm}.$

- Cálculo da excentricidade da carga em relação ao centroide de  $u$  é dado por  $e_{E,1}$ , em mm:

$$e_{E,1} = e - e_1 = 500 - 85,8 = 414,2 \text{ mm}$$

d) Cálculo do momento estático  $W_p$  do perímetro de controle  $u$  em relação ao eixo passando por  $e_1$ , em  $\text{mm}^2$  é:

$$W_1 = \int_0^{u_i} |e| \cdot dl$$

A determinação do momento estático do perímetro de controle  $u$  pode ser obtida a partir das posições dos segmentos 1, 2, 2', 3, 3', 4, 4', 5 e 5' como mostra a Figura A.2.

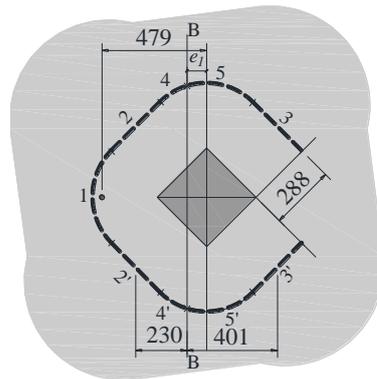


Figura A.2 – Arco 1, 2, 2', 3, 3', 4, 4', 5 e 5'.

As propriedades geométrica do segmento 1 do perímetro de controle  $u$  podem ser vistas na Figura A.3, e estas são:

$$r = 2 \cdot 148 = 296 \text{ mm}$$

$$s = 465 \text{ mm}$$

$$K = 418,6 \text{ mm}$$

$$e^* = rk / s = 266,5 \text{ mm}$$

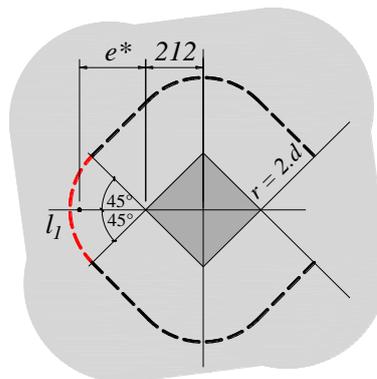


Figura A.3 – Arco 1.

A distância do centroide do segmento 1 para o centro do pilar é igual a  $e^* + 212 = 479$  mm (ver Figura A.4).

O momento estático do arco sobre o centro do pilar é:

$$m_1 = s \cdot d_1 = 465 \cdot 479 = 212549 \text{ mm}^2$$

A distância do centroide do segmento 1 até o eixo BB (ver Figura 11) é igual a  $e_{l1} = e^* - e_1 = 393$  mm.

Logo, a contribuição do segmento 1 para o momento estático total é:

$$W_1 = s \cdot e_{l1} = 465 \cdot 393 = 182652 \text{ mm}^2$$

O comprimento dos segmentos 2, 2', 3 e 3' são todos iguais a 300 mm.

Para os segmentos 2 e 2', a distância do centroide até o eixo BB é:

$$e_{12} = [\text{sen}(45^\circ) \cdot (2 \cdot d + c/2)] \cdot e_1 = [0,707 \cdot (2 \cdot 148 + 300/2)] \cdot 86 = 230 \text{ mm}$$

A soma das contribuições dos segmentos 2 e 2' para o momento estático total é:

$$W_2 = 2 \cdot c \cdot e_{12} = 2 \cdot 300 \cdot 230 = 137760 \text{ mm}^2$$

Para os segmentos 3 e 3', a distância do centroide até o eixo BB é:

$$e_{13} = [\text{sen}(45^\circ) \cdot (2 \cdot d + c/2)] + e_1 = [0,707 \cdot (2 \cdot 148 + 300/2)] + 86 = 401,2 \text{ mm}$$

A soma das contribuições dos segmentos 3 e 3' para o momento estático total é:

$$W_3 = c \cdot e_{13} = 2 \cdot 300 \cdot 401 = 240720 \text{ mm}^2$$

Para determinar as distâncias dos centroides dos segmentos 4 e 5 até o eixo B-B é necessário conhecer os ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  mostrados na Figura A.4:

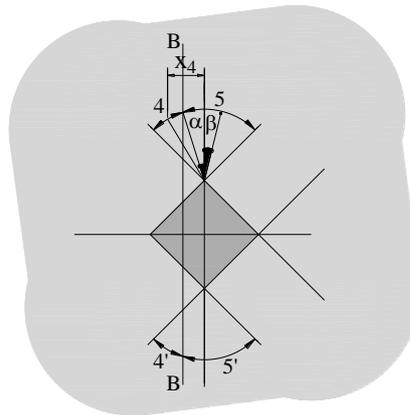


Figura A.4 – Arco 4 e 5.

$$\alpha = \text{sen}^{-1}(86/296) = 16,9^\circ$$

Para os segmentos 4 e 4' o ângulo subtendido no canto do pilar é:

$$45^\circ - \alpha = 45^\circ - 16,9^\circ = 28,1^\circ$$

As propriedades do segmento de arco 4 são:

$$s = 2\pi \cdot 296 \cdot (28,1^\circ / 360^\circ) = 145,4 \text{ mm}$$

$$K = 2 \cdot 296 \cdot \text{sen}(28,1^\circ / 2) = 144 \text{ mm}$$

$$e^* = \frac{2 \cdot 148 \cdot 144}{145,4} = 293,1 \text{ mm}$$

O centroide do segmento 4 até o centro do pilar é:

$$x_4 = 293,1 \cdot \text{sen}(16,9^\circ + 28,1^\circ / 2) = 151 \text{ mm}$$

A distância do centroide do segmento 4 até o eixo BB é:

$$x_4 - e_1 = 151 - 86 = 65 \text{ mm}$$

A contribuição dos segmentos 4 e 4' para o momento estático total é:

$$W_4 = 2 \cdot s \cdot x_4 = 2 \cdot 145,4 \cdot 65 = 18905,6 \text{ mm}^2$$

Para os segmentos 5 e 5', o ângulo subtendido no canto do pilar é:

$$45^\circ + \alpha = 45^\circ + 16,9^\circ = 61,9^\circ$$

As propriedades geométricas do segmento 5 são:

$$s = 2\pi \cdot 296 \cdot (61,9^\circ / 360^\circ) = 319,5 \text{ mm}$$

$$K = 2 \cdot 296 \cdot \text{sen}(61,9^\circ / 2) = 304,2 \text{ mm}$$

$$e^* = \frac{2 \cdot 148 \cdot 304,2}{319,5} = 281,9 \text{ mm}$$

O ângulo  $\beta$  foi calculado como:  $\beta = 0,5 \cdot 61,9^\circ - \alpha = 0,5 \cdot 61,9^\circ - 16,9^\circ = 14,1^\circ$

A contribuição dos segmentos 5 e 5' para o momento estático total é:

$$W_5 = 2 \cdot s \cdot [e^* \cdot \text{sen}(\beta) + \alpha] = 2 \cdot 319,5 \cdot [281,9 \cdot \text{sen}(14,1^\circ) + 86] = 98709,6 \text{ mm}^2$$

Somando as contribuições de todos os segmentos para o momento estático, tem-se:

$$W_{1,tot} = W_1 + W_2 + W_3 + W_4 + W_5$$

$$W_{1,tot} = W_p = 182652 + 137760 + 240720 + 18905,6 + 98709,6 = 678747,2 \text{ mm}^2 .$$

Com isso, temos que a carga solicitante na superfície crítica do perímetro crítico  $u$  é:

$$\tau_{sd} = \frac{F_s}{u^* \cdot d} + \frac{K \cdot F_s \cdot e_0}{W_p \cdot d} = \frac{F_s}{2294,9 \cdot 148} + \frac{0,6 \cdot F_s \cdot 500}{678747,2 \cdot 148} = 5,93 \cdot 10^{-6} \cdot F_s$$

$$\tau_{sd} = 1,82 \text{ MPa} \leq \tau_{Rd1} = 5,93 \cdot 10^{-6} \cdot F_s$$

$$F_s = 307,4 \text{ kN}$$

Logo, a carga estimada de ruptura é  $F_s = 307,4 \text{ kN}$  e não é feita a verificação no perímetro  $u_{out}$  porque a laje L01 não possui armadura de cisalhamento.

#### A.1.1.2: Laje L02

Verificação na superfície crítica do perímetro  $u_0$ :

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd}$$

$$\tau_{R2} = 0,27 \cdot \left(1 - \frac{48}{250}\right) \cdot 48 = 10,5 \text{ MPa}$$

$$V_{R,max} = \tau_{R2} \cdot u_0 \cdot d = 10,5 \cdot 1200 \cdot 148 = 1864,8 \text{ kN}$$

Verificação na superfície crítica do perímetro  $u$ :

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{20}{d}}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} + 1,5 \cdot \frac{d}{s_r} \cdot \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot \text{sen} \alpha}{u^* \cdot d}$$

Sabendo que os perímetros críticos, normal e reduzido são:

$$\begin{aligned} u &= 4 \cdot c + 3\pi d \\ u &= 4 \cdot 300 + 3\pi \cdot 148 = 2594,9 \text{ mm} \\ u^* &= 4 \cdot c + 3\pi d - 2 \cdot (0,5 \cdot c) \\ u^* &= 4 \cdot 300 + 3\pi \cdot 148 - 2 \cdot (0,5 \cdot 300) = 2294,9 \text{ mm} \end{aligned}$$

Temos que a tensão resistente é:

$$\tau_{R1} = 1,4 \cdot 0,10 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{148}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0207 \cdot 48)^{1/3} + 1,5 \cdot \left(\frac{148}{100} \cdot \frac{503 \cdot (277,75 \cdot 1,15) \cdot 1}{2294,9 \cdot 148}\right) = 2,45 \text{ MPa}$$

Lembrando que a resistência dos estribos pode ser considerada com os seguintes valores máximos, sendo permitida interpolação linear:

- 250 MPa, para lajes com espessura até 15 cm;
- 435 MPa ( $f_{ywd}$ ), para lajes com espessura maior que 35 cm.

Temos que para espessura de 18 cm,  $f_{ywd} = 277,75 \text{ MPa}$ .

Verificação na superfície crítica fora da armadura de cisalhamento:

$$\tau_{R1} = 1,4 \cdot 0,13 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{148}}\right) \cdot (100 \cdot 0,0207 \cdot 48)^{1/3} = 1,82 \text{ MPa}$$

Cálculo da tensão solicitante:

$$\tau_s = \frac{F_s}{u^* \cdot d} + \frac{K \cdot e \cdot F_s}{W_p \cdot d}$$

- a) Cálculo da excentricidade da carga resultante em relação ao centro do pilar, em mm.

$$e = \frac{M_u}{V_u} = \frac{(P_1) \cdot z_1 + \left(\frac{P_{laje}}{3} + P_{eq}\right) \cdot z_2}{P_1 + 2 \cdot P_2 + P_{laje} + P_{eq}} = \frac{(166) \cdot 1050 + \left(\frac{20}{3} + 2\right) \cdot 772}{166 + 2 \cdot 162 + 20 + 3 \cdot 2} = 352 \text{ mm}$$

b) Cálculo de  $W_p$ , em  $\text{mm}^2$ .

Somando todas as contribuições do momento estático, temos o momento estático semelhante ao da laje L01:

$$W_p = 182652 + 137760 + 240720 + 18905,6 + 98709,6 = 678747,2 \text{mm}^2$$

Com isso, temos que a carga solicitante na superfície crítica do perímetro  $u$  é:

$$\tau_{sd} = \frac{F_s}{u^* \cdot d} + \frac{K \cdot F_s \cdot e}{W_p \cdot d} = \frac{F_s}{2294,9 \cdot 148} + \frac{0,6 \cdot F_s \cdot 352}{678747,2 \cdot 148} = 5,05 \cdot 10^{-6} \cdot F_s$$

$$\tau_{sd} = 2,45 \text{MPa} \leq \tau_{Rd1} = 5,04 \cdot 10^{-6} \cdot F_s$$

$$F_s = 486,1 \text{kN}$$

A carga solicitante na superfície crítica do perímetro  $u_{out}$ :

Sabendo que  $u_{out} = 3676,31 \text{mm}$

$$\tau_{sd} = \frac{F_s}{u_{out} \cdot d} + \frac{K \cdot F_s \cdot e}{W_p \cdot d} = \frac{F_s}{3676,31 \cdot 148} + \frac{0,6 \cdot F_s \cdot 352}{678747,2 \cdot 148} = 3,94 \cdot 10^{-6} \cdot F_s$$

$$\tau_{sd} = 1,82 \text{MPa} \leq \tau_{Rd1} = 3,93 \cdot 10^{-6} \cdot F_s$$

$$F_s = 463,0 \text{kN}$$

A NBR 6118 (ABNT 2014) define que a resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento deve ser o menor valor entre as cargas estimadas nos perímetros  $u_0$ ,  $u$  e  $u_{out}$ . Logo, para a laje L02 a carga resistente a punção é  $F_s = 463,0 \text{kN}$ .

## A.2: Estimativas de carga última pelo EUROCODE2 (2004)

A norma europeia exige a comparação entre a tensão atuante e a tensão resistente para a verificação de ligações laje-pilar à punção.

Para verificação no perímetro do pilar ou área carregada a máxima tensão de cisalhamento não deve exceder:

$$V_{Ed} < V_{Rd,max} \quad (\text{A.7})$$

onde:

$V_{Ed}$  é a tensão atuante na ligação;

$V_{Rd,max}$  é o valor de cálculo máximo da resistência ao cisalhamento ao longo da seção considerada.

Para verificação da necessidade de armadura de punção é necessário que:

$$v_{Ed} < v_{Rd,c} \quad (\text{A.8})$$

onde:

$v_{Rd,c}$  é o valor de cálculo da resistência ao cisalhamento sem armadura de punção ao longo da seção considerada.

No caso de  $v_{Ed}$  exceder o valor de  $v_{Rd,c}$  para a seção de controle considerada deverá adotar-se uma armadura de punção.

O valor da máxima tensão de cisalhamento quando a reação for excêntrica com relação ao perímetro crítico é:

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_i \cdot d} \quad (\text{A.9})$$

onde:

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \left( \frac{u_1}{W_1} \right) \quad (\text{A.10})$$

$d$  é a profundidade média efetiva da laje, que pode ser tomada como  $(d_y + d_z)/2$ ;

$d_y$  e  $d_z$  correspondem às profundidades efetivas nos eixos y e z da seção de controle;

$u_i$  é o comprimento do perímetro crítico considerado;

$u_1$  é o comprimento do perímetro crítico normal distante  $2d$  da face do pilar, em mm;

$u_1 = 4 \cdot c + 3 \cdot \pi \cdot d$ , para um pilar de canto reentrante quadrado;

$M_{Ed}$  é o momento de cálculo;

$V_{Ed}$  é o esforço normal de cálculo;

Para simplificar:  $e = \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}}$ ;

$e$  é a excentricidade do carregamento;

$k$  é o coeficiente definido em EC2 em função da razão das dimensões do pilar retangular. Este coeficiente representa a proporção do momento que é restrito por cisalhamento

desigual. É largamente empírico e era destinado a pilares internos. Foi assumido um valor de 0,6, correspondente a um pilar quadrado interno, e é dado pela Tabela 2.2:

$W_1$  é momento estático do perímetro crítico  $u_1$  em relação ao eixo passando por  $e_1$ , ou seja, Módulo de Resistência Plástica em função do perímetro crítico  $u_1$ :

$$W_i = \int_0^{u_i} |e_i| \cdot dl \quad (\text{A.11})$$

$dl$  é o comprimento elementar do perímetro;

$e_i$  é a distância de  $dl$  ao eixo em torno do qual atua o momento  $M_{Ed}$ .

O cálculo detalhado de  $W_1$  para pilares de canto reentrante será mostrado no Anexo 1.

O Eurocode 2 (2004) define que a resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento deve ser o menor valor entre  $V_{R,m\acute{a}x}$ ,  $V_{R,cs}$  e  $V_{R,out}$ , mas não menor que  $V_{R,c}$ :

a) Resistência máxima:

$$V_{R,m\acute{a}x} = \left[ 0,3 \cdot f'_c \cdot \left( 1 - \frac{f'_c}{250} \right) \right] \cdot u_0 \cdot d \quad (\text{A.12})$$

onde:

$f'_c$  é a resistência a compressão do concreto;

$u_0$  é o perímetro do pilar;

b) Para lajes sem armadura de cisalhamento, a capacidade resistente de uma laje é:

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{\frac{1}{3}} \cdot \left( 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \right) \cdot u_1 \cdot d \cdot \frac{1}{\beta} \quad (\text{A.13})$$

onde:

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y}$  é a taxa de armadura média da laje, devendo ser calculada em uma largura igual com tamanho do pilar mais  $3 \cdot d$  para cada lado;

c) Para lajes com armadura de cisalhamento a resistência máxima advinda da combinação da armadura de cisalhamento e do concreto é:

$$V_{R,cs} = 0,75 \cdot V_{R,c} + V_{R,s} \quad (\text{A.14})$$

$$V_{R,s} = \left(1,5 \cdot \frac{d}{s_r}\right) \cdot A_{sw} \cdot f_{yw,eff} \cdot \frac{1}{\beta} \quad (\text{A.15})$$

onde:

$s_r$  é o espaçamento radial das camadas (ou perímetro) de armadura de cisalhamento.

$A_{sw}$  é a área (vertical) da armadura de cisalhamento por camada.

$f_{yw,eff} = 1,15 \cdot (250 + 0,25 \cdot d)$  no qual o 1,15 substitui  $\gamma_s$ .

d) Resistência da laje na região externa à armadura de cisalhamento:

$$V_{R,out} = 0,18 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c')^{\frac{1}{3}} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot u_{out} \cdot d \cdot \frac{1}{\beta} \quad (\text{A.16})$$

onde:

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0$$

$$u_{out} = \beta \cdot V_{Ed} / (v_{Rd,c} \cdot d)$$

$u_{out}$  é o perímetro crítico para o qual não é necessário armadura de cisalhamento.

$u_{out,eff}$  é a soma dos trechos do perímetro mínimo externos às armaduras de cisalhamento, com perímetro externo da armadura de cisalhamento colocado a uma distância não superior a  $1,5d$ , conforme ilustrado na Figura 2.23.

A.2.1: Exemplo de cálculo da carga de ruptura à punção pelo EC2 (2004).

A.2.1.1: Laje L01

a) Resistência máxima:

$$V_{R,máx} = \left[0,3 \cdot 48 \cdot \left(1 - \frac{48}{250}\right)\right] \cdot 1200 \cdot 148 = 2.066,4kN$$

b) Para lajes sem armadura de cisalhamento, a capacidade resistente de uma laje é:

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c')^{\frac{1}{3}} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot u_1 \cdot d \cdot \frac{1}{\beta}$$

Em que, o perímetro crítico é:  $u_1 = 4 \cdot 300 + 3\pi \cdot 148 = 2594,9mm$ .

E o coeficiente de transferência de momento é:

$$\beta = 1 + k \cdot e \cdot \left(\frac{u^*}{W_1}\right)$$

onde:

$W_i = \int_0^{u_i} |e_i| \cdot dl = 678747,2mm^2$  e  $e = 500mm$  são semelhantes aos valores calculados para a laje L01 na estimativa da carga de ruptura utilizando a NBR6118 (2014).

$$\beta = 1 + 0,6 \cdot 500 \cdot \left(\frac{2594,9}{678747,2}\right) = 2,15$$

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{148}} = 2,16 > 2,0$$

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot (100 \cdot 0,0207 \cdot 48)^{\frac{1}{3}} \cdot (2,0) \cdot 2594,9 \cdot 148 \cdot \frac{1}{2,15} = 297,8kN$$

Logo, a resistência à punção da laje L01 (sem armadura de cisalhamento) é  $297,8kN$ .

#### A.2.1.2: Laje L02

a) Resistência máxima:

$$V_{R,máx} = \left[0,3 \cdot 48 \cdot \left(1 - \frac{48}{250}\right)\right] \cdot 1200 \cdot 148 = 2.066,4kN$$

b) Para lajes sem armadura de cisalhamento, a capacidade resistente de uma laje é:

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c')^{\frac{1}{3}} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot u_1 \cdot d \cdot \frac{1}{\beta}$$

Em que, o perímetro crítico é:  $u_1 = 4 \cdot 300 + 3\pi \cdot 148 = 2594,9mm$

E o coeficiente de transferência de momento é:

$$\beta = 1 + k \cdot e \cdot \left( \frac{u^*}{W_1} \right)$$

onde:

$W_i = \int_0^{u_i} |e_i| \cdot dl = 678747,2 \text{ mm}^2$  e  $e = 352 \text{ mm}$  são semelhantes aos valores calculados para a laje L01 na estimativa da carga de ruptura utilizando a NBR6118 (2014).

$$\beta = 1 + 0,6 \cdot 352 \cdot \left( \frac{2594,9}{678747,2} \right) = 1,81$$

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{148}} = 2,16 > 2,0$$

$$V_{R,c} = 0,18 \cdot (100 \cdot 0,0207 \cdot 48)^{\frac{1}{3}} \cdot (2,0) \cdot 2594,9 \cdot 148 \cdot \frac{1}{1,81} = 354,0 \text{ kN}$$

c) Para lajes com armadura de cisalhamento a resistência máxima advinda da combinação da armadura de cisalhamento e do concreto é:

$$V_{R,cs} = 0,75 \cdot V_{R,c} + V_{R,s}$$

$$V_{R,s} = \left( 1,5 \cdot \frac{148}{100} \right) \cdot 503 \cdot 330,05 \cdot \frac{1}{1,81} = 203,6 \text{ kN}$$

$$f_{yw,eff} = 1,15 \cdot (250 + 0,25 \cdot 148) = 330,05 \text{ MPa}$$

$$V_{R,cs} = 0,75 \cdot 354 + 203,6 = 469,1 \text{ kN}$$

d) Resistência da laje na região externa à armadura de cisalhamento:

Sendo  $u_{out} = 3328,15 \text{ mm}$

$$\kappa = 1 + \sqrt{\frac{200}{148}} = 2,16 > 2,0$$

$$V_{R,out} = 0,18 \cdot (100 \cdot 0,0207 \cdot 48)^{\frac{1}{3}} \cdot (2,0) \cdot 3328,15 \cdot 148 \cdot \frac{1}{1,81} = 454,0 \text{ kN}$$

O Eurocode 2 (2004) define que a resistência à punção de uma laje com armadura de cisalhamento deve ser o menor valor entre  $V_{R,máx}$ ,  $V_{R,cs}$  e  $V_{R,out}$ , mas não menor que  $V_{R,c}$ , logo para a laje L02 a carga resistente é  $454,0 \text{ kN}$ .

### A.3: Estimativas de carga última pelo ACI318 (2014)

O dimensionamento de qualquer seção de concreto ao cisalhamento, incluindo o dimensionamento de uma ligação laje-pilar à punção, deve satisfazer a seguinte condição:

$$v_u \leq \phi \cdot v_n \quad (\text{A.17})$$

onde:

$v_u$  é a tensão de cisalhamento máxima devido à  $M_u$  e  $V_u$ ;

$v_n$  é a tensão de cisalhamento resistente nominal.

Para a tensão de cisalhamento resultante da transferência de momento, a excentricidade de cisalhamento deve ser considerada variável de forma linear sobre o centroide das seções críticas.

Para ligações laje-pilar que realizam transferência de momentos e não apresentam armadura de cisalhamento:

$$\phi \cdot v_n = \frac{\phi \cdot V_c}{b_0 \cdot d} \quad (\text{A.18})$$

Para membros com armadura de cisalhamento diferente de *shearheads*:

$$\phi \cdot v_n = \frac{\phi \cdot (V_c + V_s)}{b_0 \cdot d} \quad (\text{A.19})$$

onde  $V_c$  não deve exceder  $0,25 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$

A resistência à punção de acordo com o ACI 318 (2014), para lajes sem armadura de cisalhamento é:

$$V_c = 0,33 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad (\text{A.20})$$

onde:

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto, e é limitada em no máximo 69 MPa;

$b_0$  é o comprimento de um perímetro crítico à  $d/2$  da face do pilar;

$d$  é a altura útil da laje;

Para lajes de concreto armado com armadura de cisalhamento existem três possíveis modos de ruptura: superfície de ruptura passando pela armadura de cisalhamento ( $V_{R,cs}$ ); superfície de ruptura fora da região das armaduras de cisalhamento ( $V_{R,out}$ ); e ruptura por esmagamento da biela comprimida nas proximidades do pilar ( $V_{R,máx}$ ).

$$V_{R,cs} = V_{R,c} + V_{R,s} \quad (\text{A.21})$$

A contribuição da armadura de cisalhamento, quando se tem estribos verticais, é dada pela expressão:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s_r} \quad (\text{A.22})$$

onde:

$A_v$  é a área de armadura de cisalhamento por camada;

$f_y$  é a tensão específica de escoamento do aço;

$s_r$  é o espaçamento entre camadas sucessivas da armadura de cisalhamento.

O valor máximo de tensão de cisalhamento majorado pode ser calculado através de:

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{AB}}{J_c} \quad (\text{A.23})$$

ou

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{A_c} - \frac{\gamma_v \cdot M_u \cdot c_{AB}}{J_c} \quad (\text{A.24})$$

onde:

$V_u$  é a força de cisalhamento majorada;

$M_u$  é o momento majorado desequilibrado;

$c_{AB}$  é a distância do centroide da seção crítica até o ponto de máximo do cisalhamento;

$\gamma_v$  é o coeficiente de transferência de momento fletor pela excentricidade da força cortante.

Cálculo de  $\gamma_{vy}$ , fração do momento transferido por excentricidade do cisalhamento da seção crítica de acordo com o ACI 421.1R (1999):

$$\gamma_{vy} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{b_1/b_2}} \quad (\text{A.25})$$

onde:

$b_1$  = projeção da seção crítica no eixo principal, na direção do momento.

$b_2$  = projeção da seção crítica perpendicular a  $b_1$ .

De acordo com o ACI 421.1R (1999), o perímetro crítico é geralmente composto por linhas retas. O momento polar de inércia em relação ao eixo  $e_{b0}$  (centroide do perímetro crítico) pode ser aproximado para o momento de inércia pela equação dada abaixo:

$$A_c = d \cdot \sum l \quad (\text{A.26})$$

$$I_y = d \cdot \sum \left[ \frac{l}{3} \cdot (x_i^2 + x_i \cdot x_j + x_j^2) \right] \quad (\text{A.27})$$

$$I_x = d \cdot \sum \left[ \frac{l}{3} \cdot (y_i^2 + y_i \cdot y_j + y_j^2) \right] \quad (\text{A.28})$$

onde:

$l$  = comprimento do segmento da seção crítica, em mm.

$x_i$  e  $x_j$  coordenadas do segmento da seção crítica, em mm.

A.3.1: Exemplo de cálculo da carga de ruptura à punção pelo ACI318 (2004).

A.3.1.1: Laje L01

a) Cálculo da máxima carga resistente à punção de acordo com o ACI 318 (2014):

$$V_{m\acute{a}x} = 0,5 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = 0,5 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{48} \cdot 1644 \cdot 148 = 843,0kN$$

b) A tensão resistente à punção, para lajes sem armadura de cisalhamento é:

$$b_0 = 2 \cdot (300 + 300) + 3 \cdot 148 = 1644mm$$

$$V_c = 0,33 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{48} \cdot 1644 \cdot 148 = 556,3 \text{ kN}$$

Para ligações laje-pilar que realizam transferência de momentos e não apresentam armadura de cisalhamento:

$$\phi \cdot v_n = \frac{\phi \cdot 556,3}{1644 \cdot 148}$$

$$v_n = 2,29 \text{ MPa}$$

c) Capacidade resistente da laje ao cisalhamento:

A fração do momento transferido por excentricidade do cisalhamento da seção crítica é:

$$l_x = (300 + 148) \cdot (\sqrt{2}/2) + (300 + 148/2) \cdot (\sqrt{2}/2) = 581,2 \text{ mm}$$

$$l_y = (300 + 148) \cdot (\sqrt{2}/2) \cdot 2 = 633,6 \text{ mm}$$

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{581,2/633,6}} = 0,39$$

De acordo com o ACI 421.1R (1999), o perímetro crítico é geralmente composto por linhas retas.

Cálculo de  $e_b$ , em mm (Figura A.5):

A excentricidade do centroide de  $u_1$  em relação ao centro do pilar é dada por:

$$e_b = \frac{m_{11}}{b_0}$$

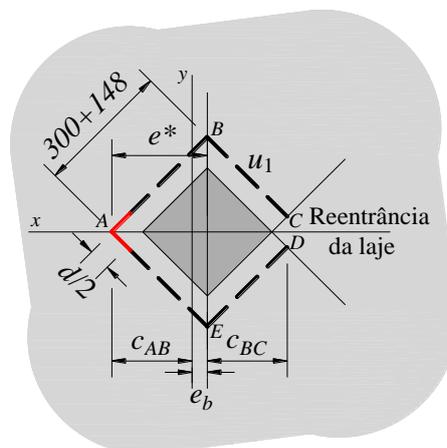


Figura A.5 – Propriedades geométricas do perímetro crítico para cálculo de  $e_b$ .

- Cálculo de  $m_{I1}$ , em  $\text{mm}^2$ .

O momento do perímetro  $u$  em torno do eixo do pilar é dado por:

$$e^* = (300 + 148) \cdot (\sqrt{2}/2) - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{148}{2} \cdot \sqrt{2}/2 \right) = 281,9 \text{mm}$$

$$m_{I1} = e^* \cdot s = 281,9 \cdot 148 = 41721,2 \text{mm}^2$$

- Cálculo de  $e_b$ , em mm:  $e_b = \frac{m_{I1}}{b_0} = \frac{41721,2}{1644} = 25,4 \text{mm}$ .

O momento polar de inércia em relação ao eixo  $e_b$  (centroide do perímetro crítico) pode ser aproximado para o momento de inércia pela equação dada abaixo:

$$I_y = d \cdot \sum \left[ \frac{l}{3} \cdot (x_i^2 + x_i \cdot x_j + x_j^2) \right]$$

Conhecendo as coordenadas das retas que compõem a superfície crítica (Figura A.6), tem-se:

$$A = \left( -(300 + 148) \cdot (\sqrt{2}/2) + 25,4 \right); (0) = (-291,4 ; 0)$$

$$B = (25,4); \left( (300 + 148) \cdot (\sqrt{2}/2) \right) = (25,4 ; 316,8)$$

$$C = \left( (300 + 148/2) \cdot (\sqrt{2}/2) + 25,4 \right); \left( 148/2 \cdot (\sqrt{2}/2) \right) = (289,9 ; 52,3)$$

$$D = \left( (300 + 148/2) \cdot (\sqrt{2}/2) + 25,4 \right); \left( -148/2 \cdot (\sqrt{2}/2) \right) = (289,9 ; -52,3)$$

$$E = (25,4); \left( -(300 + 148) \cdot (\sqrt{2}/2) \right) = (25,4 ; -316,8)$$

$$I_y = 2 \cdot \left\{ 148 \cdot \left[ \left( \frac{448}{3} \cdot (291,4^2 - 291,4 \cdot 25,4 + 25,4^2) \right) + \left( \frac{374}{3} \cdot (25,4^2 + 25,4 \cdot 289,9 + 289,9^2) \right) \right] \right\}$$

$$I_y = 6.849.424.383,0 \text{mm}^4$$

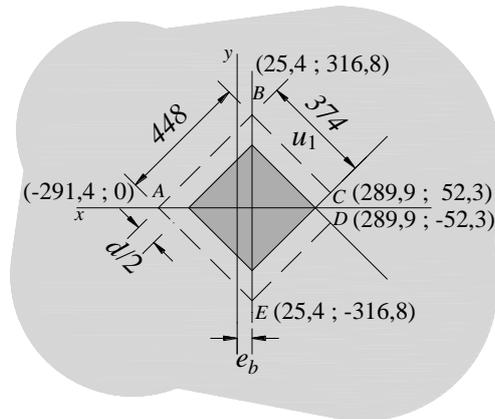


Figura A.6 – Propriedades do perímetro crítico para cálculo do momento polar de inércia

Para simplificar:  $M_u = V_u \cdot e$ , em que  $e$  é a excentricidade do carregamento total na laje igual a 500 mm.

A distância  $c_{AB}$  será (Figura A.6):

$$c_{AB} = (300 + 148) \cdot (\sqrt{2}/2) - 25,4 = 291,4 \text{ mm}$$

O valor máximo de tensão de cisalhamento majorado pode ser calculado através de:

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{b_0 \cdot d} + \frac{\gamma_v \cdot V_u \cdot e \cdot c_{AB}}{J_c}$$

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{1644 \cdot 148} + \frac{0,39 \cdot V_u \cdot 500 \cdot 291,4}{6849424383,0} = 1,24 \cdot 10^{-5} \cdot V_u$$

O dimensionamento de qualquer seção de concreto ao cisalhamento, incluindo o dimensionamento de uma ligação laje-pilar à punção, deve satisfazer a seguinte condição:

$$v_u \leq \phi \cdot v_n$$

Logo, a carga resistente da laje L01 é:

$$1,24 \cdot 10^{-5} \cdot V_{R,c} = 2,29$$

$$V_{R,c} = 184,7 \text{ kN}$$

### A.3.1.2: Laje L02

a) Cálculo da máxima carga resistente à punção de acordo com o ACI 318 (2014):

$$V_{máx} = 0,5 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d = 0,5 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{48} \cdot 1644 \cdot 148 = 843,0kN$$

b) A resistência à punção, para lajes com armadura de cisalhamento é:

$$\phi \cdot v_n = \frac{\phi \cdot (V_c + V_s)}{b_0 \cdot d}$$

$$b_0 = 2 \cdot (300 + 300) + 3 \cdot 148 = 1644mm$$

onde  $V_c$  não deve exceder  $0,25 \cdot \lambda \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d$

$$V_c = 0,25 \cdot 1,0 \cdot \sqrt{48} \cdot 1644 \cdot 148 = 421,4kN$$

A contribuição da armadura de cisalhamento, quando se tem estribos verticais, é dada pela expressão:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s_r} = \frac{503 \cdot 420 \cdot 148}{100} = 312,7kN$$

$f_y$  não deve exceder 420,0MPa.

$$\text{Logo: } \phi \cdot v_n = \frac{\phi \cdot (421,4 + 312,7)}{1644 \cdot 148} \rightarrow v_n = 3,02MPa$$

c) Capacidade resistente da laje ao cisalhamento:

A fração do momento transferido por excentricidade do cisalhamento da seção crítica é:

$$\gamma_v = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{581,2/633,6}} = 0,39$$

O momento polar de inércia em relação ao eixo  $e_b$  para a seção crítica afastada a  $0,5 \cdot d$  do pilar será o mesmo da laje:

$$I_y = 6.849.424.383,0mm^4$$

Para simplificar:  $M_u = V_u \cdot e$ , em que  $e$  é a excentricidade do carregamento total na laje igual a 352 mm.

A distância  $c_{AB}$  será:

$$c_{AB} = (300 + 148) \cdot (\sqrt{2}/2) - 25,4 = 291,4\text{mm}$$

O valor máximo de tensão de cisalhamento majorado pode ser calculado através de:

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{b_0 \cdot d} + \frac{\gamma_v \cdot V_u \cdot e \cdot c_{AB}}{J_c}$$

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{1644 \cdot 148} + \frac{0,39 \cdot V_u \cdot 352 \cdot 291,4}{6849424383,0} = 9,95 \cdot 10^{-6} \cdot V_u$$

O dimensionamento de qualquer seção de concreto ao cisalhamento, incluindo o dimensionamento de uma ligação laje-pilar à punção, deve satisfazer a seguinte condição:

$$v_u \leq \phi \cdot v_n$$

$$9,95 \cdot 10^{-6} \cdot V_{R,cs} = 3,02$$

$$V_{R,cs} = 303,5\text{kN}$$

d) Resistência da laje na região externa à armadura de cisalhamento:

$$\phi \cdot v_n = \frac{\phi \cdot V_{c,out}}{b_{out} \cdot d}$$

Para a laje L02  $b_{out} = 2722\text{mm}$ , medido no desenho desenvolvido no *software* AutoCAD.

$$V_{c,out} = \frac{1}{6} \cdot \lambda \cdot \sqrt{f_c'} \cdot b_{out} \cdot d = \frac{1}{6} \cdot 1,0 \cdot \sqrt{48} \cdot 2722 \cdot 148 = 465,2\text{kN}$$

$$\phi \cdot v_n = \frac{\phi \cdot 465,2}{2722 \cdot 148} \rightarrow v_n = 1,16\text{MPa}$$

O momento polar de inércia em relação ao eixo  $e_b$  para a seção crítica afastada a  $0,5d$  da armadura de cisalhamento da laje será (Figura A.7):

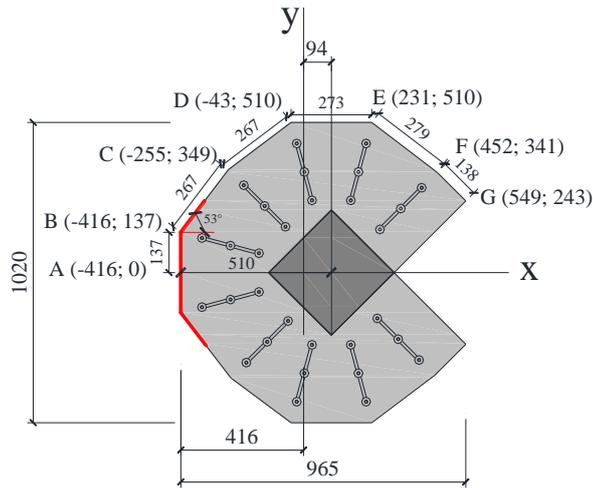


Figura A.7 – Propriedades do perímetro fora da armadura de cisalhamento para cálculo do momento polar de inércia.

- O momento do perímetro fora da armadura de cisalhamento é dado por:

$$m_{l1} = e_1^* \cdot s = 510 \cdot 137 = 69870 \text{ mm}^2$$

$$e_2^* = 510 - \frac{2}{3} \cdot \left( \frac{267}{2} \cdot \text{sen} 53^\circ \right) = 439 \text{ mm}$$

$$m_{l2} = e_2^* \cdot s = 439 \cdot \frac{267}{2} = 58596 \text{ mm}^2$$

- Cálculo de  $e_{b,out}$ , em mm:  $e_{b,out} = \frac{m_l}{b_{out}} = \frac{2 \cdot (69870 + 58596)}{2722} = 94 \text{ mm}$ .

O momento polar de inércia em relação ao eixo  $e_b$  (centroide do perímetro crítico) pode ser aproximado para o momento de inércia pela equação dada abaixo:

$$I_y = 2 \cdot 148 \cdot \left[ \left( \frac{137}{3} \cdot (416^2 + 416 \cdot 416 + 416^2) \right) + \left( \frac{267}{3} \cdot (416^2 + 416 \cdot 255 + 255^2) \right) + \left( \frac{267}{3} \cdot (255^2 + 255 \cdot 43 + 43^2) \right) + \dots \right. \\ \left. + \left( \frac{273}{3} \cdot (43^2 - 43 \cdot 231 + 231^2) \right) + \left( \frac{279}{3} \cdot (231^2 + 231 \cdot 452 + 452^2) \right) + \left( \frac{138}{3} \cdot (452^2 + 452 \cdot 549 + 549^2) \right) \right] \\ I_y = 2 \cdot 148 \cdot (2,4 \cdot 10^7 + 3,1 \cdot 10^7 + 0,7 \cdot 10^7 + 0,35 \cdot 10^7 + 3,4 \cdot 10^7 + 3,5 \cdot 10^7) = 4,0 \cdot 10^{10} \text{ mm}^4$$

O valor máximo de tensão de cisalhamento majorado pode ser calculado através de:

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{b_{out} \cdot d} + \frac{\gamma_v \cdot V_u \cdot e \cdot c_{AB}}{J_{c,out}}$$

$$\gamma_{v,out} = 1 - \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{965/1020}} = 0,39$$

$$v_u(AB) = \frac{V_u}{2722 \cdot 148} + \frac{0,39 \cdot V_u \cdot 352 \cdot 416}{4,0 \cdot 10^{10}} = 3,9 \cdot 10^{-6} \cdot V_u$$

O dimensionamento de qualquer seção de concreto ao cisalhamento, incluindo o dimensionamento de uma ligação laje-pilar à punção, deve satisfazer a seguinte condição:

$$v_u \leq \phi \cdot v_n$$

$$3,9 \cdot 10^{-6} \cdot V_{R,out} = 1,16$$

$$V_{R,out} = 297,4kN$$

A carga resistente à punção é a menor entre  $V_{R,out}$  e  $V_{R,cs}$ , logo  $V_R = 297,4kN$ .

#### A.4: Estimativas de carga última pelo MC2010 (2013)

A resistência à punção é calculada como:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed} \quad (A.29)$$

A resistência à punção atribuída ao concreto pode ser obtida em função da altura efetiva da armadura de flexão para a direção x e y ( $d_v$ ) e do perímetro crítico  $b_0$ :

$$V_{Rd,c} = \kappa_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad (A.30)$$

com  $f_c$  em MPa.

O parâmetro  $\kappa_\psi$  depende de deformações (rotações) da laje como mostra a equação a seguir:

$$\kappa_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot d \cdot \kappa_{dg}} \leq 0,6 \quad (A.31)$$

onde:

$\psi$ : rotação da laje em torno do pilar;

$$\kappa_{dg} = \frac{32}{16 + d_g} \geq 0,75 \quad (A.32)$$

com  $d_g$  (diâmetro do agregado) em mm.

O efeito da concentração de tensões devido à transferência de momento entre a laje e a área carregada pode ser obtido aproximadamente multiplicando  $b_{1,red}$  por um coeficiente de excentricidade  $\kappa_e$ :

$$b_0 = \kappa_e \cdot b_{1,red} \quad (\text{A.33})$$

O coeficiente de excentricidade pode ser determinado em função do momento de transferência do pilar para a laje:

$$\kappa_e = \frac{1}{1 + e_u/b_u} \quad (\text{A.34})$$

onde  $e_u$  é a excentricidade resultante da força de cisalhamento com respectivo centroide do perímetro crítico e  $b_u$  é o diâmetro de um círculo com a mesma superfície da região dentro do perímetro crítico.

A contribuição da armadura de cisalhamento é calculada:

$$V_{Rd,s} = \sum A_{sw} \cdot \kappa_e \cdot \sigma_{sw} \cdot \sin \alpha \quad (\text{A.35})$$

com:

$$\sigma_{swd} = \frac{E_s \cdot \psi}{6} \cdot \left( \sin \alpha + \frac{f_{bd}}{f_{ywd}} \cdot \frac{d}{\phi_w} \right) \leq f_{ywd} \quad (\text{A.36})$$

onde:

$A_{sw}$ : área da seção transversal da armadura de cisalhamento;

$\kappa_e$ : fator de redução do perímetro crítico assumindo 0,9 para pilares internos; 0,7 para pilares de bordo e 0,65 para pilares de canto;

$\sigma_{sw}$ : tensão cuja armadura de cisalhamento tem capacidade para mobilizar;

$\alpha$ : ângulo entre as armaduras de cisalhamento e a laje;

$\phi_w$ : diâmetro da armadura de cisalhamento;

$f_{ywd}$ : tensão de escoamento;

$f_{bd}$ : tensão de flexão para barras nervuradas pode ser assumido como 3 MPa.

Em lajes com armadura de cisalhamento a resistência mínima da armadura de cisalhamento de ser:

$$\sum A_{sw} \cdot \kappa_e \cdot f_{ywd} \geq 0,5 \cdot V_{Ed} \quad (\text{A.37})$$

A resistência à punção máxima é limitada pela resistência ao esmagamento do concreto ou área carregada:

$$V_{Rd,max} = \kappa_{sys} \cdot \kappa_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \leq \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v \quad (\text{A.38})$$

O coeficiente  $\kappa_{sys}$  é 2,8 para *studs*, 2,4 para estribos comprimento de ancoragem suficiente e 2,0 pode ser adotado para outros casos.

O cálculo da rotação em torno do pilar na zona externa a ruptura  $\psi$ , pelo nível de aproximação II e III é respectivamente:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (\text{A.39})$$

$$\psi = 1,2 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5} \quad (\text{A.40})$$

O valor de  $r_s$  corresponde à distância do centro do pilar até ao raio onde o momento fletor é nulo, sendo este valor aproximadamente  $0,22 \cdot L_x$  ou  $0,22 \cdot L_y$  em lajes regulares em que a razão dos vãos está entre 0,5 e 2,0.  $E_s$  é o módulo de elasticidade do material das armaduras longitudinais.

$m_{Rd}$  é a resistência à flexão média de projeto por unidade de comprimento numa faixa carregada (para a direção considerada).

No nível de aproximação II o valor de  $m_{sd}$  (momento médio atuante por unidade de comprimento da armadura de flexão numa faixa) recomendado corresponde a:

- Para pilares reentrantes:

$$m_{sd} = V_{Ed} \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{|e_{u,i}|}{2 \cdot (b_s/2 + b_{sr}/2)} \right) \quad (\text{A.41})$$

onde o termo  $|e_{u,i}|$  refere-se à excentricidade da força de cisalhamento resultante com respectivo controle de perímetro básico na direção investigada.

A largura da faixa carregada ou analisada para o cálculo de  $m_{sd}$  é:

$$b_s = 1,5 \cdot \sqrt{r_{s,x} \cdot r_{s,y}} \leq L_{\min} \quad (\text{A.42})$$

Para o nível III foi utilizado programa de análise linear SAP para obter a resistência à punção, em que se extraíram as relações de  $V/m_{sd}$ . Para obter o  $M_{Rd}$  foi considerando um  $\rho$  (taxa de armadura de flexão) na menor direção para uma faixa de 1,25 m que corresponde a  $b_s/2 + b_{sr}/2$  (Figura A.8).

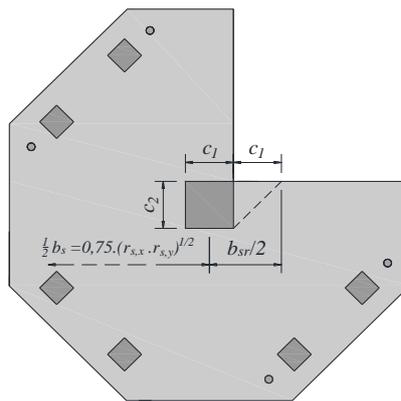


Figura A.8 – Dimensões da área carregada ou analisada para ligação laje pilar reentrante

A resistência à punção fora da armadura cisalhamento pode ser determinada como na expressão a seguir em um perímetro crítico com a distância máxima efetiva de  $3 \cdot d_v$  entre dois elementos de reforço de cisalhamento:

$$V_{Rd,out} = \kappa_\psi \cdot \frac{\sqrt{f_{ck}}}{\gamma_c} \cdot b_{0,out} \cdot d_v \quad (\text{A.43})$$

A.4.1: Exemplo de cálculo da carga de ruptura à punção pelo MC2010 (2013).

A.4.1.1: Laje L01

A resistência à punção é calculada como:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed}$$

Como a laje L01 não possui armadura de cisalhamento,  $V_{Rd} = V_{Rd,c}$ .

A resistência à punção atribuída ao concreto será:

$$V_{Rd,c} = \kappa_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v$$

$$\kappa_{dg} = \frac{32}{16+9,5} = 1,25 \geq 0,75$$

Cálculo de  $e_u$ , em mm.

A excentricidade do centroide de  $b_0$  em relação ao centro do pilar é dada por:

$$e_u = \frac{m_{11}}{b_0}$$

- Propriedades geométricas do perímetro crítico normal  $b_0$ :

Para um arco qualquer, são válidas as fórmulas, todas em mm (Figura A.9).

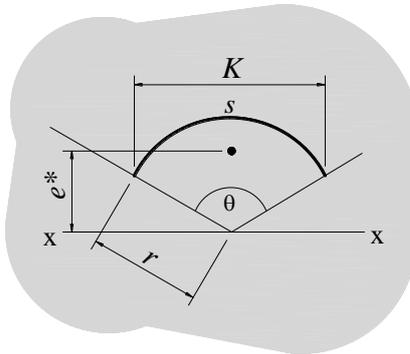


Figura A.9 – Propriedades de um arco genérico.

Comprimento de arco:

$$s = 2\pi \cdot r \cdot \left(\frac{\theta}{360}\right) = 2\pi \cdot (0,5 \cdot 148) \cdot \left(\frac{90}{360}\right) = 116,2 \text{ mm}$$

Comprimento de corda:

$$K = 2r \cdot \sin\left(\frac{\theta}{2}\right) = 2 \cdot (0,5 \cdot 148) \cdot \sin\left(\frac{90}{2}\right) = 104,7 \text{ mm}$$

Distância do centro do círculo ao centroide do arco:

$$e^* = \frac{r \cdot K}{s} = \frac{(0,5 \cdot 148) \cdot 104,7}{116,2} = 66,7 \text{ mm}$$

Momento do arco em relação à xx :

$$m_{xx} = r \cdot s = (0,5 \cdot 148) \cdot 116,2 = 8599 \text{ mm}^2$$

- Cálculo de  $m_{11}$ , em mm<sup>2</sup>.

O momento do perímetro  $b_0$  em torno do eixo do pilar é dado por:

$$m_{I1} = \left( e^* + \frac{c \cdot \sqrt{2}}{2} \right) \cdot s = \left( 66,7 + \frac{300 \cdot \sqrt{2}}{2} \right) \cdot 116,2 = 32400,3 \text{ mm}^2$$

$$b_0 = 4 \cdot 300 + 2\pi \cdot \frac{3}{4} \cdot (0,5 \cdot 148) = 1549 \text{ mm}$$

- Cálculo de da excentricidade do perímetro  $b_0$ , em mm:  $e_{b0} = \frac{m_{I1}}{b_0} = \frac{32400,3}{1549} = 21,0 \text{ mm}$

- Cálculo da excentricidade da carga em relação ao centroide de  $b_0$  é dado por  $e_u$ , em mm:

$$e_u = 500 - 21,0 = 479,0 \text{ mm}$$

O coeficiente de excentricidade pode ser determinado em função do momento de transferência do pilar para a laje:

$$A_{b0} = 300 \cdot 300 + 2 \cdot 300 \cdot 148 + \frac{3}{4} \cdot \frac{\pi \cdot 148^2}{4} = 191703 \text{ mm}^2$$

$$b_u = \left( \frac{191703 \cdot 4}{\pi} \right)^{0,5} = 494 \text{ mm}$$

$$\kappa_e = \frac{1}{1 + 479,0/494,0} = 0,5$$

$$b_0 = 0,5 \cdot 1549 = 775 \text{ mm}$$

$$\kappa_\psi = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot 148 \cdot 1,25} = \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \leq 0,6$$

$$V_{Rd,c} = \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right) \cdot \frac{\sqrt{48}}{1,4} \cdot 775 \cdot 148 = 567612 \cdot \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right)$$

A resistência à punção máxima é limitada pela resistência ao esmagamento do concreto ou área carregada:

$$V_{Rd,max} = 2,8 \cdot \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right) \cdot \frac{\sqrt{48}}{1,4} \cdot 775 \cdot 148 \leq \frac{\sqrt{48}}{1,4} \cdot 775 \cdot 148$$

$$V_{Rd,max} = 1589330 \cdot \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right) \leq 567,6 \text{ kN}$$

O cálculo da rotação em torno do pilar na zona externa a ruptura  $\psi$ , pelo nível de aproximação II é:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{105}{148} \cdot \frac{558}{192} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}$$

Para calcular o momento resistente na faixa 1,25 m foi necessário recalculer a taxa de armadura de flexão, pois próximo ao pilar a armadura era mais concentrada. Utilizando a expressão:

$$m_{Rd} = \rho \cdot d^2 \cdot f_y \cdot \left(1 - \frac{\rho \cdot f_y}{2 \cdot f_c}\right)$$

Em que  $\rho_x = 1,72\%$

$$m_{Rd} = 0,0172 \cdot 140^2 \cdot 558 \cdot \left(1 - \frac{0,0172 \cdot 558}{2 \cdot 48}\right) = 169,3 kN \cdot mm/mm$$

No nível de aproximação II o valor de  $m_{sd}$  (momento médio atuante por unidade de comprimento da armadura de flexão numa faixa) recomendado corresponde a:

$$m_{sd} = V_E \cdot \left(\frac{1}{8} + \frac{479}{2 \cdot (788 + 450)}\right) = 0,32 \cdot V_E$$

A largura da faixa carregada ou analisada para o cálculo de  $m_{sd}$  é:

$$b_s = 1,5 \cdot \sqrt{1050 \cdot 1050} = 1575 mm \leq L_{\min}$$

$$b_{sr} = 300 + 2 \cdot 300 = 900 mm$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{1050}{148} \cdot \frac{558}{192} \cdot \left(\frac{0,32 \cdot V_E}{169,3}\right)^{1,5}$$

Foi utilizada a ferramenta macro do Excel para fazer um processo iterativo até que a relação  $V_E/V_{R,c}$  fosse igual a 1,0.

Logo, a resistência ao cisalhamento é:  $V_{R,c} = 253,4 kN$ .

E a resistência máxima é:  $V_{Rd,max} = 998,3 kN$ .

#### A.4.1.2: Laje L02

A resistência à punção é calculada como:

$$V_{Rd} = V_{Rd,c} + V_{Rd,s} \geq V_{Ed}$$

A resistência à punção atribuída ao concreto será:

$$V_{Rd,c} = \kappa_{\psi} \cdot \frac{\sqrt{f_c}}{\gamma_c} \cdot b_0 \cdot d_v$$

$$\kappa_{dg} = \frac{32}{16 + 9,5} = 1,25 \geq 0,75$$

A excentricidade do perímetro  $b_0$ , em mm:  $e_{b0} = 21,6mm$  (semelhante ao da laje L01)

- Cálculo da excentricidade da carga em relação ao centroide de  $b_0$  é dado por  $e_u$ , em mm:

$$e_u = 352 - 21,0 = 331,0mm$$

O coeficiente de excentricidade pode ser determinado em função do momento de transferência do pilar para a laje:

$$b_u = 494mm$$

$$\kappa_e = \frac{1}{1 + 331,0/494} = 0,6$$

$$b_0 = 0,6 \cdot 1549 = 929,4mm$$

$$\kappa_{\psi} = \frac{1}{1,5 + 0,9 \cdot \psi \cdot 148 \cdot 1,25} = \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \leq 0,6$$

$$V_{Rd,c} = \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right) \cdot \frac{\sqrt{48}}{1,4} \cdot 929,4 \cdot 148 = 680102 \cdot \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right)$$

A contribuição da armadura de cisalhamento é calculada:

$$V_{Rd,s} = \sum 503 \cdot 0,6 \cdot 587 = 177,2kN \geq 0,5 \cdot V_{Ed}$$

A resistência à punção máxima é limitada pela resistência ao esmagamento do concreto ou área carregada:

$$V_{Rd,max} = 2,8 \cdot \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right) \cdot \frac{\sqrt{48}}{1,4} \cdot 929,4 \cdot 148 \leq \frac{\sqrt{48}}{1,4} \cdot 929,4 \cdot 148$$

$$V_{Rd,max} = 1905965 \cdot \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right) \leq 680,7kN$$

O cálculo da rotação em torno do pilar na zona externa a ruptura  $\psi$ , pelo nível de aproximação II é:

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{yd}}{E_s} \cdot \left( \frac{m_{sd}}{m_{Rd}} \right)^{1,5}$$

O momento resistente é semelhante ao da laje L01:

$$m_{Rd} = 169,3kN \cdot mm/mm$$

No nível de aproximação II o valor de  $m_{sd}$  (momento médio atuante por unidade de comprimento da armadura de flexão numa faixa) recomendado corresponde a:

$$m_{sd} = V_E \cdot \left( \frac{1}{8} + \frac{331}{2 \cdot (788 + 450)} \right) = 0,26 \cdot V_E$$

A largura da faixa carregada ou analisada para o cálculo de  $m_{sd}$  é:

$$b_s = 1,5 \cdot \sqrt{1050 \cdot 1050} = 1575mm \leq L_{\min}$$

$$b_{sr} = 300 + 2 \cdot 300 = 900mm$$

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{1050}{148} \cdot \frac{558}{192} \cdot \left( \frac{0,26 \cdot V_E}{169,3} \right)^{1,5}$$

A resistência à punção fora da armadura cisalhamento é ( $b_{0,out}$  foi medido no AutoCAD)

$$V_{Rd,out} = \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right) \cdot \frac{\sqrt{48}}{1,4} \cdot 2722 \cdot 148 = 1993620 \cdot \left( \frac{1}{1,5 + 166,5 \cdot \psi} \right)$$

Foi utilizada a ferramenta macro do Excel para fazer um processo interativo até que a relação  $V_E/V_R$  fosse igual a 1,0.

A resistência à punção no perímetro crítico  $b_0$  é  $V_{R,cs} = 411,4kN$ .

A resistência à punção fora da armadura cisalhamento é:  $V_{R,out} = 689,2kN$ .

A resistência máxima é:  $V_{Rd,max} = 784,2kN$ .

Logo a resistência à punção é  $V_{R,cs} = 411,4kN$ , menor resistência entre as calculadas.