

**COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES DE LAJES LISAS DE  
CONCRETO ARMADO COM PILARES DE BORDA  
SUJEITAS A EXCENTRICIDADES INTERNA E EXTERNAS**

**NÍVEA GABRIELA BENEVIDES DE ALBUQUERQUE**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES DE LAJES LISAS DE  
CONCRETO ARMADO COM PILARES DE BORDA  
SUJEITAS A EXCENTRICIDADES INTERNA E EXTERNAS**

**NÍVEA GABRIELA BENEVIDES DE ALBUQUERQUE**

**ORIENTADOR: GUILHERME SALES S. A. MELO**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.TD – 005 A/14  
BRASÍLIA/DF, SETEMBRO – 2014**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES DE LAJES LISAS DE**  
**CONCRETO ARMADO COM PILARES DE BORDA SUJEITAS A**  
**EXCENTRICIDADES INTERNA E EXTERNAS**

**NÍVEA GABRIELA BENEVIDES DE ALBUQUERQUE**

**TESE SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Guilherme Sales S. A. Melo, Ph.D. (PECC/ENC/UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. Raul Dário Durand Farfan, Dr. (PECC/ENC/UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Yosiaki Nagato, Dr. (PECC/ENC/UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Américo Campos Filho, Dr. (PPGEC/DECIV/UFRGS)**  
**(Examinador Externo)**

---

**Prof. Maurício Pina Ferreira, Dr. (PPGEC/ITEC/UFPA)**  
**(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 05 DE SETEMBRO DE 2014**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

ALBUQUERQUE, NÍVEA GABRIELA BENEVIDES DE	
Comportamento das Ligações de Lajes Lisas de Concreto Armado com Pilares de Borda Sujeitas a Excentricidades Interna e Externas [Distrito Federal] 2014.	
xxi, 204p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2014).	
Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.	
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.	
1.Lajes Lisas de Concreto Armado	2.Ligações de Borda
3.Excentricidade Externa	4.Punção
I. ENC/FT/UnB	II. Título (Doutor)

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

ALBUQUERQUE, N. G. B. (2014). Comportamento das Ligações de Lajes Lisas de Concreto Armado com Pilares de Borda Sujeitas a Excentricidades Interna e Externas. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação E.TD-005A/14, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 204p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Nívea Gabriela Benevides de Albuquerque.

TÍTULO: Comportamento das Ligações de Lajes Lisas de Concreto Armado com Pilares de Borda Sujeitas a Excentricidades Interna e Externas.

GRAU: Doutor

ANO: 2014

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Nívea Gabriela Benevides de Albuquerque  
Av. Marquês de Herval nº 2471, Pedreira.  
66.087-320 Belém – PA – Brasil.  
niveagabriela@hotmail.com

## DEDICATÓRIA

Este trabalho é dedicado às pessoas mais importantes da minha vida: minha família. Ao núcleo de origem, meus queridos pais Jorge e Vitória, irmão João Paulo (*in memoriam*) e irmãs Jéssica e Luna, por terem sempre incentivado e participado da minha educação e aperfeiçoamento pessoal e profissional; não poderia deixar de incluir também minha avó, tia, primos, cunhados e sobrinhos, que muito contribuíram ao proporcionarem incontáveis momentos de alegria. Dedico também à minha futura família, meu amor Agleilson, e à extensão dela, meus sogros Sr Antônio (*in memoriam*) e dona Rosário e cunhados Aguinaldo e Kelma, que fizeram essa minha caminhada menos árdua.

## AGRADECIMENTOS

Ao meu orientador, professor Guilherme Sales Melo, pela oportunidade de ser sua aluna e por toda a aprendizagem que me proporcionou, seja academicamente ou não; por me apoiar, me estimular e me reerguer nos momentos de desânimo. Aos professores Paul Regan e Robert Vollum, pela atenção, direcionamento e auxílio recebidos durante o estágio no Reino Unido, compartilhando preciosos conhecimentos que permitiram a finalização desse trabalho. Em particular ao professor Regan, idealizador desta pesquisa, e à sua adorável esposa Monica, que não mediram esforços para que eu me sentisse “em casa” na terra da rainha. Ao professor Nagato, que mesmo se aposentando no decorrer do curso, continua sendo um ícone de comprometimento e profissional humano pra mim. Aos professores Evangelos e Luciano por todo incentivo e apoio e aos demais professores do programa e de todo percurso acadêmico, que propiciaram meu crescimento profissional. Aos funcionários e colaboradores da UnB: Adelmo, Leão, Júlio e Antônio do LABEST; Severo, Washington e Valderi do LEM; Arthur, Marcão e Wesley do LPF e à querida Eva, secretária do PECC. Ao CNPq pela bolsa de estudos, tanto no Brasil como no Exterior; e ao CNPq e à CAPES pelo financiamento à pesquisa experimental. À Concrecon por fornecer gratuitamente o concreto utilizado nesta pesquisa. Ao Fábio, meu parceiro de trabalho durante seu mestrado, e aos amigos Elaine e Ramon, por todo carinho. Ao pessoal do PECC especialmente, Galileu, Wanderley, Hono, Wallison, Fernanda, Jorgito, Marília, Nath e Rudival, com quem tive o prazer de conviver mais de perto. Aos companheiros do Imperial College, Ananth, Arash, Faqi, Felipe, Francisco, Milad e Vasileous pelos agradáveis momentos em comum. Ao meu compatriota em Londres, Lufeco, pelas discussões técnicas, apoio computacional e ombro amigo. Ao meu amigo-irmão, Adan, cuja companhia, incentivo e preocupações com o meu bem estar no UK exprimem autêntica amizade; e à sua acolhedora família por toda hospitalidade. À Ania e Martina, amigas que ficaram na Europa, mas guardarei para sempre com carinho, não importa a distância. À dona Creuzinha, que foi verdadeiro anjo na minha trajetória em Brasília, por todos os ensinamentos de vida e seu cuidado maternal. Às amigas conquistadas em Brasília: dona Tereza, Dionísia, Odete, Neusta, Francisca e Sr Zé Antônio, que foram sinônimo de alegria e descontração. Aos queridos amigos de Belém, Arthur, Amorício, Daniel, Titi, William, Kelly e Taís, que por vezes se fizeram presentes através de mensagens, ligações e visitas inesperadas. Aos meus queridos pais, Jorge e Vitória, e irmãos, João Paulo, Jéssica e Luna, com quem sempre pude contar desde os primeiros desafios, bem como a toda a minha família pela torcida, amor e compreensão dos momentos ausentes. Se consegui chegar até aqui foi graças a vocês! Um obrigado especial a minha avó, dona Bena, pelo exemplo de coragem, por vibrar com as minhas conquistas e por nunca esquecer o meu nome em suas preces! Ao meu amado noivo, Agleílson, a quem a distância mais uniu. Seu companheirismo, paciência e carinho foram fundamentais para a realização deste trabalho; obrigada por me inspirar boas ideias e me acalmar nas horas de desespero. E finalmente, minha eterna gratidão a Deus e a toda a espiritualidade amiga, que me sustentaram não só nos últimos anos, mas em todos os momentos da minha vida. A todos, o meu sincero “muito obrigada”!

## RESUMO

### COMPORTAMENTO DAS LIGAÇÕES DE LAJES LISAS DE CONCRETO ARMADO COM PILARES DE BORDA SUJEITAS A EXCENTRICIDADES INTERNA E EXTERNAS

**Autor:** Nívea Gabriela Benevides de Albuquerque

**Orientador:** Guilherme Sales S. A. Melo

**Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil**

**Brasília, setembro de 2014**

São apresentados os resultados de uma pesquisa experimental sobre punção em ligações de lajes lisas de concreto armado com pilares de borda considerando-se a transferência de momentos e cisalhamento não uniforme devido às excentricidades no apoio, especialmente utilizando excentricidades externas, dada a necessidade de maiores diretrizes normativas. Foram ensaiados 13 modelos locais de 2.350 mm x 1.700 mm de um pavimento de concreto armado com 180 mm de espessura em torno do pilar de borda com seção transversal quadrada de 300 mm x 300 mm de lado, com projeções na base para imposição das excentricidades que reproduziram uma porção de laje. A posição do apoio sob o pilar determinou a excentricidade – variável principal entre os modelos – sendo também controladas as condições de contorno e taxas de armadura de flexão. Parâmetros adicionais como armadura de cisalhamento (*studs*) e de torção (estribos) foram investigados em 4 desses modelos. Os resultados obtidos com os ensaios possibilitaram avaliar comparativamente o comportamento dos modelos quanto às deformações nas armaduras de flexão, cisalhamento e torção e do concreto, deslocamentos verticais e horizontais, padrão de fissuração, modos de ruptura e cargas últimas das lajes. São apresentadas as previsões da capacidade última das ligações ensaiadas conforme as prescrições das normas correntes, em particular o EC2 (2004), no qual é baseada a norma brasileira e o ACI 318 (2011), incluindo também estimativas do banco de dados formado a fim de mostrar uma visão mais ampla do problema. Uma metodologia simplificada de cálculo para obtenção da carga última foi desenvolvida na tentativa de auxiliar a compreensão do modo pelo qual ocorre a transferência das cargas e momentos na ligação entre a laje e o pilar de borda quando submetido às excentricidades. Por fim, uma simulação numérica é reproduzida, correlacionando-se os dados monitorados em laboratório aos resultados provenientes da modelagem em elementos finitos visando obter a distribuição do esforço cortante no perímetro crítico. De posse dos resultados calibrados e validados, são propostas mudanças nos valores de  $k$  do EC2 (2004) para que as previsões de capacidade resistente à punção em ligações de borda forneçam valores mais próximos aos experimentais.

## **ABSTRACT**

### **BEHAVIOUR OF CONNECTIONS BETWEEN REINFORCED CONCRETE FLAT SLABS AND EDGE COLUMNS WITH INWARD AND OUTWARD ECCENTRICITIES**

**Author: Nívea Gabriela Benevides de Albuquerque**

**Supervisor: Guilherme Sales S. A. Melo**

**Post-graduation Program in Structures and Civil Construction**

**Brasília, September of 2014**

This work presents the punching results of an experimental research on reinforced concrete flat slab-edge column connections considering the moment transferring and uneven shear due to support eccentricities, especially outward ones, since it's been recognized the need for further guidelines on code provisions, mainly with respect to the design process using outward eccentricities. Thirteen local models were tested, reproducing a 2,350 mm x 1,700 mm portion of a 180 mm thick reinforced concrete slab adjacent to a 300 mm x 300 mm squared edge column, provided with an 830 mm of total height projection at the base for the imposition of eccentricities. The position of the support under the column has determined the eccentricity – the main variable among models. Boundary conditions and flexural geometrical ratio have also been controlled. Additional parameters such as shear reinforcement (studs) and torsional reinforcement (stirrups) were investigated in four of these models. The results obtained from the experimental tests comparatively show the models' behaviour with relation to its strain capacity on the flexural, shear and torsional reinforcement and concrete surface, vertical and horizontal displacements, crack pattern, failure modes and ultimate loads. Predictions of ultimate capacity of the tested connections are presented following the requirements of current standards, particularly EC2 (2004), on which is based the Brazilian standard and ACI 318 (2011), also including estimation of a database to show an overview of these scenarios. A simplified calculation methodology for obtaining the ultimate load was developed focusing on a greater comprehension of the way loads and moments are transferred from the slab to the edge column when subjected to eccentricities. Finally, a numerical simulation is reproduced, by matching the data based on lab monitoring to the results from finite element modelling in order to obtain the distribution of the critical shear perimeter. With those calibrated and validated results, changes in the values of  $k$  from EC2 (2004) for punching predictions of edge connections are proposed, providing closer values to the test ones.



# SUMÁRIO

<b>1 - INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
<b>1.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS.....</b>	<b>1</b>
<b>1.2 – JUSTIFICATIVA.....</b>	<b>7</b>
<b>1.3 – OBJETIVOS.....</b>	<b>8</b>
1.3.1 – Objetivo Geral .....	8
1.3.2 – Objetivos Específicos.....	8
<b>1.4 – METODOLOGIA EXPERIMENTAL.....</b>	<b>8</b>
<b>1.5 – CONTEÚDO DA TESE.....</b>	<b>9</b>
<b>2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....</b>	<b>10</b>
<b>2.1 – DIRETRIZES PARA PROJETOS DE LAJES LISAS .....</b>	<b>10</b>
2.1.1 – Contextualização do Dimensionamento à Flexão .....	12
2.1.1.1 – Método dos Pórticos Equivalentes .....	14
2.1.1.2 – Teoria das Linhas de Ruptura.....	14
2.1.1.3 – Método dos Elementos Finitos .....	15
2.1.2 – Ligações em Lajes Lisa .....	16
2.1.3 – Efeitos da Transferência de Momentos .....	16
2.1.4 – Modelos Mecânicos de Punção.....	18
<b>2.2 – PESQUISAS EXPERIMENTAIS E ABORDAGENS TEÓRICAS REALIZADAS EM LIGAÇÕES DE LAJE LISA COM PILAR DE BORDA .....</b>	<b>20</b>
2.2.1 – Andersson (1966) .....	20
2.2.2 – Kinnunen (1971) .....	21
2.2.3 – Narasimhan (1971) .....	23
2.2.4 – Regan (1981) .....	26
2.2.5 – Simmonds e Alexander (1987).....	28
<b>2.3 – RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS INTERNACIONAIS .....</b>	<b>30</b>
2.3.1 – <i>ACI 318 Standard (2011)</i> , American Building Code for Structural Concrete...30	
2.3.2 – Equivalência entre as Propostas de Dimensionamento: <i>CEB/FIP-MC90 (1993)</i> , Comité Euro-International du Béton; <i>EC2 (2004)</i> , European Committee for Standardization; <i>NBR 6118 (2014)</i> , Associação Brasileira de Normas Técnicas.....32	
2.3.3 – <i>fib Model Code 2010 (2012)</i> , Fédération Internationale du Béton.....37	
<b>3 - PROGRAMA EXPERIMENTAL .....</b>	<b>38</b>
<b>3.1 – CONCEPÇÃO DE ENSAIO .....</b>	<b>38</b>
<b>3.2 – CONFECCÃO DOS MODELOS .....</b>	<b>42</b>

3.2.1 – Características Geométricas.....	42
3.2.2 – Distribuição das Armaduras .....	45
3.2.3 – Processo Executivo .....	49
3.2.4 – Instrumentação das Lajes.....	53
3.2.4.1 – Armadura de Flexão.....	54
3.2.4.2 – Armadura de Cisalhamento .....	56
3.2.4.3 – Armadura de Torção.....	56
3.2.4.4 – Superfície do Concreto .....	57
3.2.4.5 – Deslocamentos Verticais e Horizontais.....	58
3.3 – AQUISIÇÃO DOS DADOS .....	59
3.4 – SISTEMA DE ENSAIO E APLICAÇÃO DE CARGA .....	59
3.5 – CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS.....	61
3.5.1 – Concreto .....	61
3.5.2 – Aço .....	63
<b>4 – ANÁLISE DOS RESULTADOS .....</b>	<b>64</b>
4.1 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS .....	64
4.1.1 – Concreto .....	64
4.1.2 – Aço .....	67
4.2 – COMPORTAMENTO DAS LAJES E MODOS DE RUPTURA.....	68
4.2.1 – Descrição dos ensaios .....	68
4.2.2 – Padrão de Fissuração e Carga Última.....	74
4.2.3 – Comportamento Carga-Deslocamento .....	90
4.2.4 – Comportamento Carga-Rotação.....	97
4.2.5 – Comportamento Carga-Deformação.....	102
4.2.5.1 – Armaduras de Flexão .....	102
4.2.5.2 – Armaduras de Cisalhamento .....	115
4.2.5.3 – Armaduras de Torção .....	117
4.2.5.4 – Superfície do Concreto .....	118
4.3 – EFEITO DAS VARIÁVEIS NA RESISTÊNCIA DAS LIGAÇÕES .....	121
<b>5 – PROCEDIMENTO ANALÍTICO .....</b>	<b>125</b>
5.1 – DISCUSSÃO DAS ESTIMATIVAS NORMATIVAS.....	125
5.2.1 – Formação de banco de dados.....	134
5.2.1.1 – Ligações de borda sem armadura de cisalhamento .....	138
5.2.1.2 – Ligações de borda com armadura de cisalhamento .....	141
5.2.2 – Considerações gerais .....	142

<b>5.2 – METODOLOGIA PARA PREVISÃO DE RESISTÊNCIA DE LIGAÇÕES DE BORDA SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO .....</b>	<b>145</b>
<b>5.2.1 – Implementação de planilha para cálculo.....</b>	<b>147</b>
<b>5.2.1.1 – Diretrizes básicas para aplicação da metodologia .....</b>	<b>148</b>
<b>5.2.1.2 – Adaptação do Método da Bisseção .....</b>	<b>149</b>
<b>5.2.2 – Aplicação da metodologia .....</b>	<b>151</b>
<b>6 – MODELAGEM COMPUTACIONAL .....</b>	<b>153</b>
<b>6.1 – APRESENTAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS .....</b>	<b>153</b>
<b>6.1.1 – Definição dos modelos numéricos .....</b>	<b>154</b>
<b>6.1.1.1 – Parâmetros adotados .....</b>	<b>155</b>
<b>6.1.1.2 – Modelos constitutivos.....</b>	<b>156</b>
<b>6.1.2 – Calibração e validação dos modelos numéricos .....</b>	<b>157</b>
<b>6.1.3 – Pós-processamento .....</b>	<b>166</b>
<b>6.2 – ANÁLISE DOS MODELOS NUMÉRICOS.....</b>	<b>171</b>
<b>7 – CONCLUSÕES.....</b>	<b>179</b>
<b>7.1 – RESUMO .....</b>	<b>179</b>
<b>7.1.1 – Etapa Experimental .....</b>	<b>179</b>
<b>7.1.2 – Etapa Analítica .....</b>	<b>180</b>
<b>7.1.3 – Etapa Numérica.....</b>	<b>181</b>
<b>7.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....</b>	<b>181</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>182</b>
<b>APÊNDICES .....</b>	<b>189</b>
<b>APÊNDICE A – BANCO DE DADOS .....</b>	<b>190</b>
<b>APÊNDICE B – SERVIÇOS PARALELOS.....</b>	<b>201</b>
<b>APÊNDICE C – CÓDIGO TNO DIANA.....</b>	<b>203</b>

## LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1 – Rupturas típicas por punção (SIMMONDS e ALEXANDER, 1987).....	2
Figura 1.2 – Punção em ligações de borda (Nölting,1984 apud VOCKE, 2002).....	3
Figura 1.3 – Tipos diversos de armadura de cisalhamento (adaptado de GOMES, 1991).....	6
Figura 1.4 – Comportamentos gerados por excentricidades interna e externa.....	7
Figura 2.1 – Sistema de lajes lisas patenteado por SMULSKI (1918).....	11
Figura 2.2 – Exemplo de ações externas e internas em um elemento entre os casos de carga que necessitam de diferentes arranjos de armadura, conforme o Bulletin 52 da fib (2010).....	12
Figura 2.3 – Diagramas de interação para ligações entre laje e pilar excentricamente carregados (STAMENKOVIĆ e CHAPMAN, 1974).....	17
Figura 2.4 – Modelos físicos de KINNUNEN e NYLANDER (1960).....	18
Figura 2.5 – Modelo mecânico de KINNUNEN e NYLANDER (1960).....	19
Figura 2.6 – Parcela de cisalhamento gerada por torção (ANDERSSON, 1966) .....	21
Figura 2.7 – Linhas de ruptura locais em uma ligação externa (KINNUNEN, 1971) .....	22
Figura 2.8 – Distribuição das armaduras de flexão da série ES de NARASIMHAN (1971).....	24
Figura 2.9 – Detalhes da armadura de cisalhamento de NARASIMHAN (1971) .....	24
Figura 2.10 – Arranjo de ensaio e lajes ensaiadas por NARASIMHAN (1971).....	24
Figura 2.11 – Linhas de ruptura locais em uma ligação externa (REGAN, 1981).....	26
Figura 2.12 – Áreas resistentes ao cisalhamento e largura ativa na flexão (REGAN, 1981).....	27
Figura 2.13 – Diagrama de interação $M-V$ para ligações externas comuns (REGAN, 1981) .....	28
Figura 2.14 – (a) Modelo de treliça tridimensional; (b) Diagrama de interação $V-M$ para ligações de borda (SIMMONDS e ALEXANDER, 1987).....	29
Figura 2.15 – Distribuição de tensões de cisalhamento assumida pelo ACI 318 (2011) .....	32
Figura 2.16 – Perímetro críticos para pilares de borda segundo o EC2 (2004) e equivalência para a NBR 6118 (2014) .....	33
Figura 2.17 – Distribuição de cisalhamento devido a um momento desbalanceado na ligação entre a laje com pilar interno, conforme o EC2 (2004).....	35
Figura 3.1 – Excentricidade perpendicular à borda livre .....	38
Figura 3.2 – Formas de aplicação de $M$ e $V$ .....	39
Figura 3.3 – Possíveis Sistemas de Ensaio.....	40
Figura 3.4 – Momentos agindo em um protótipo de laje. ....	40
Figura 3.5 – Variável a ser estudada .....	41
Figura 3.6 – Vista longitudinal do modelo.....	43

Figura 3.7 – Aplicação das cargas.....	43
Figura 3.8 – Distribuição dos modelos por grupos nas séries ensaiadas.....	44
Figura 3.9 – Armaduras do pilar .....	45
Figura 3.10 – Distribuição da armadura superior padrão .....	46
Figura 3.11 – Distribuição da armadura inferior padrão .....	46
Figura 3.12 – Modificação da distribuição da armadura superior e do pilar.....	47
Figura 3.13 – Modificação da distribuição da armadura inferior e do pilar.....	47
Figura 3.14 – Modificação da distribuição da armadura inferior e do pilar (L08).....	48
Figura 3.15 – Detalhe das armaduras de cisalhamento e torção.....	48
Figura 3.16 – Lajes com armadura de cisalhamento (studs) .....	49
Figura 3.17 – Lajes com armadura de torção (estribos).....	49
Figura 3.18 – Confecção das formas de aço.....	51
Figura 3.19 – Confecção das formas de madeira .....	51
Figura 3.20 – Corte e dobra das armaduras.....	52
Figura 3.21 – Montagem das armadura.....	52
Figura 3.22 – Aplicação de desmoldante e movimentação da armadura .....	52
Figura 3.23 – Abatimento (slump) e moldagem dos corpos de prova.....	52
Figura 3.24 – Lançamento do concreto bombeado .....	53
Figura 3.25 – Regularização da superfície da laje.....	53
Figura 3.26 – Cura e desforma das lajes .....	53
Figura 3.27 – Instrumentação das barras de flexão .....	54
Figura 3.28 – Extensômetros das lajes L01 a L04 .....	54
Figura 3.29 – Extensômetros das lajes L05 a L10 .....	55
Figura 3.30 – Extensômetros das lajes L11 e L12 .....	55
Figura 3.31 – Extensômetros da laje L13.....	55
Figura 3.32 – Instrumentação das armaduras de cisalhamento (studs) .....	56
Figura 3.33 – Instrumentação das armaduras de torção (estribos).....	57
Figura 3.34 – Possíveis distribuições dos extensômetros no concreto.....	57
Figura 3.35 – Instrumentação da superfície do concreto.....	58
Figura 3.36 – Distribuição dos LVDTs verticais e horizontais .....	58
Figura 3.37 – Vista geral dos equipamentos utilizados aquisição dos dados.....	59
Figura 3.38 – Vista posterior dos sistemas de aquisição: (a) Spider8; (b) ADS2000 .....	59
Figura 3.39 – Pórtico utilizado no sistema de ensaio .....	60

Figura 3.40 – Bombas para aplicação da carga .....	61
Figura 3.41 – Ensaios realizados nos corpos de prova de concreto .....	62
Figura 3.42 – Preparação dos corpos de prova para os ensaios.....	62
Figura 3.43 – Ensaios realizados nos corpos de prova de aço.....	63
Figura 4.1 – Curvas tensão-deformação dos aços Ø6.3 Ø8.0, Ø12.5 e Ø16.0.....	67
Figura 4.2 – Verificação das fissuras na região frontal da laje .....	69
Figura 4.3 – Aparência do modelo L7 nos estágios inicial e final de carregamento.....	73
Figura 4.4 – Critério parcial para a seleção dos modos de ruptura .....	75
Figura 4.5 – Padrão de fissuração da laje L01 .....	77
Figura 4.6 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L01 .....	77
Figura 4.7 – Padrão de fissuração da laje L02 .....	78
Figura 4.8 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L02 .....	78
Figura 4.9 – Padrão de fissuração da laje L03 .....	79
Figura 4.10 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L03 .....	79
Figura 4.11 – Padrão de fissuração da laje L04 .....	80
Figura 4.12 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L04 .....	80
Figura 4.13 – Padrão de fissuração da laje L05 .....	81
Figura 4.14 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L05 .....	81
Figura 4.15 – Padrão de fissuração da laje L06 .....	82
Figura 4.16 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L06 .....	82
Figura 4.17 – Padrão de fissuração da laje L07 .....	83
Figura 4.18 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L07 .....	83
Figura 4.19 – Padrão de fissuração da laje L08 .....	84
Figura 4.20 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L08 .....	84
Figura 4.21 – Padrão de fissuração da laje L09 .....	85
Figura 4.22 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L09 .....	85
Figura 4.23 – Padrão de fissuração da laje L10 .....	86
Figura 4.24 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L10 .....	86
Figura 4.25 – Padrão de fissuração da laje L11 .....	87
Figura 4.26 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L11 .....	87
Figura 4.27 – Padrão de fissuração da laje L12 .....	88
Figura 4.28 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L12 .....	88
Figura 4.29 – Padrão de fissuração da laje L13 .....	89

Figura 4.30 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L13 .....	89
Figura 4.31 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L01 ( $e=-300\text{mm}$ ) .....	91
Figura 4.32 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L02 ( $e=0\text{mm}$ ) .....	92
Figura 4.33 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L03 ( $e=300\text{mm}$ ) .....	92
Figura 4.34 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L04 ( $e=400\text{mm}$ ) .....	92
Figura 4.35 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L05 ( $e=100\text{mm}$ ) .....	93
Figura 4.36 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L06 ( $e=200\text{mm}$ ) .....	93
Figura 4.37 – Deslocamentos verticais à $70\% \cdot P_u$ em L07 ( $e=400\text{mm}$ ) .....	93
Figura 4.38 – Deslocamentos verticais à $76\% \cdot P_u$ em L08 ( $e=400\text{mm}$ ) .....	94
Figura 4.39 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L09 ( $e=0\text{mm}$ ) .....	94
Figura 4.40 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L10 ( $e=200\text{mm}$ ) .....	94
Figura 4.41 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L11 ( $e=350\text{mm}$ ) .....	95
Figura 4.42 – Deslocamentos verticais à $100\% \cdot P_u$ em L12 ( $e=150\text{mm}$ ) .....	95
Figura 4.43 – Deslocamentos verticais à $75\% \cdot P_u$ em L13 ( $e=350\text{mm}$ ) .....	95
Figura 4.44 – Curvas carga-deslocamento vertical de todas as lajes no LVDT4 .....	96
Figura 4.45 – Curvas carga-deslocamento vertical de todas as lajes no LVDT12 .....	96
Figura 4.46 – Curvas carga-deslocamento vertical de todas as lajes no LVDT11 .....	96
Figura 4.47 – Descontinuidades reproduzidas a partir dos dados experimentais .....	98
Figura 4.48 – Convenção e rotações na faixa da borda da laje L01 ( $e=-300\text{mm}$ ) .....	99
Figura 4.49 – Rotações na faixa da borda das lajes L02 ( $e=0\text{mm}$ ) e L03 ( $e=300\text{mm}$ ) .....	100
Figura 4.50 – Rotações na faixa da borda das lajes L04 ( $e=400\text{mm}$ ) e L05 ( $e=200\text{mm}$ ) .....	100
Figura 4.51 – Rotações na faixa da borda das lajes L06 ( $e=100\text{mm}$ ) e L07 ( $e=400\text{mm}$ ) .....	100
Figura 4.52 – Rotações na faixa da borda das lajes L08 ( $e=400\text{mm}$ ) e L09 ( $e=0\text{mm}$ ) .....	101
Figura 4.53 – Rotações na faixa da borda das lajes L10 ( $e=200\text{mm}$ ) e L11 ( $e=350\text{mm}$ ) .....	101
Figura 4.54 – Rotações na borda das lajes L12 ( $e=150\text{mm}$ ) e L13 ( $e=350\text{mm}$ ) .....	101
Figura 4.55 – Deformações nas armaduras transversais de L01 ( $e=-300\text{mm}$ ) .....	107
Figura 4.56 – Deformações nas armaduras longitudinais de L01 ( $e=-300\text{mm}$ ) .....	107
Figura 4.57 – Deformações nas armaduras transversais de L02 ( $e=0\text{mm}$ ) .....	107
Figura 4.58 – Deformações nas armaduras longitudinais de L02 ( $e=0\text{mm}$ ) .....	108
Figura 4.59 – Deformações nas armaduras transversais de L03 ( $e=300\text{mm}$ ) .....	108
Figura 4.60 – Deformações nas armaduras longitudinais de L03 ( $e=300\text{mm}$ ) .....	108
Figura 4.61 – Deformações nas armaduras transversais de L04 ( $e=400\text{mm}$ ) .....	109
Figura 4.62 – Deformações nas armaduras longitudinais de L04 ( $e=400\text{mm}$ ) .....	109

Figura 4.63 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L05 (e=100mm) .....	109
Figura 4.64 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L06 (e=0mm) .....	110
Figura 4.65 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L07 (e=400mm) .....	110
Figura 4.66 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L08 (e=400mm) .....	110
Figura 4.67 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L09 (e=0mm) .....	111
Figura 4.68 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L10 (e=200mm) .....	111
Figura 4.69 – Panorama (I) de deformações nas armaduras de L11 (e=350mm) .....	111
Figura 4.70 – Panorama (II) de deformações nas armaduras de L11 (e=350mm) .....	112
Figura 4.71 – Panorama (III) de deformações nas armaduras de L11 (e=350mm).....	112
Figura 4.72 – Panorama (IV) de deformações nas armaduras de L11 (e=350mm) .....	112
Figura 4.73 – Panorama (I) de deformações nas armaduras de L12 (e=150mm) .....	113
Figura 4.74 – Panorama (II) de deformações nas armaduras de L12 (e=150mm) .....	113
Figura 4.75 – Panorama (III) de deformações nas armaduras de L12 (e=150mm).....	113
Figura 4.76 – Panorama (IV) de deformações nas armaduras de L12 (e=150mm) .....	114
Figura 4.77 – Deformações nas armaduras transversais de L13 (e=350mm) .....	114
Figura 4.78 – Deformações nas armaduras longitudinais de L13 (e=350mm) .....	114
Figura 4.79 – Deformações na fileira de <i>studs</i> à 0° da borda das lajes L09 e L10 .....	115
Figura 4.80 – Deformações na fileira de <i>studs</i> à 30° da borda das lajes L09 e L10 .....	116
Figura 4.81 – Deformações na fileira de <i>studs</i> à 60° da borda das lajes L09 e L10 .....	116
Figura 4.82 – Deformações na fileira de <i>studs</i> à 90° da borda das lajes L09 e L10 .....	116
Figura 4.83 – Deformações nos ramos superior e inferior dos estribos em L13.....	117
Figura 4.84 – Deformações nos ramos externo e interno dos estribos em L13.....	117
Figura 4.85 – Deformações do concreto nas lajes L1 (e=-300 mm) e L2 (e=0 mm) .....	119
Figura 4.86 – Deformações do concreto nas lajes L3 (e=300 mm) e L4 (e=400 mm) .....	119
Figura 4.87 – Deformações do concreto nas lajes L5 (e=100 mm) e L6 (e=200 mm) .....	120
Figura 4.88 – Deformações do concreto nas lajes L7 (e=400 mm) e L8 (e=400 mm) .....	120
Figura 4.89 – Deformações do concreto nas lajes L9 (e=0 mm) e L10 (e=200 mm) .....	120
Figura 4.90 – Possíveis mecanismos de ruptura de lajes sujeitas à flexão.....	121
Figura 4.91 – Curvas relacionadas à capacidades de carga dos modelos.....	124
Figura 5.1 – Detalhamento da altura útil das barras na seção transversal da laje .....	126
Figura 5.2 – Quantidade de barras efetivas na região da ligação .....	127
Figura 5.3 – Largura efetiva para transmissão do momento fletor.....	128
Figura 5.4 – Diferença entre os eixos dos centroides (a) elástico e (b) plástico .....	129



Figura 5.5 – Perímetros de controle $u_l/b_0$ e $u_{out}/b_{out}$ , conforme o EC2 (2004) e o ACI 318 (2011)	132
Figura 5.6 – Frequência de excentricidades, conforme: (a) EC2 (2004); (b) ACI (2011) nas ligações de borda sem armadura de cisalhamento	139
Figura 5.7 – Verificação da precisão das estimativas de resistência à punção das lajes sem armadura de cisalhamento, segundo o EC2 (2004)	140
Figura 5.8 – Verificação da precisão das estimativas de resistência à punção das lajes sem armadura de cisalhamento, segundo o ACI 318 (2011)	140
Figura 5.9 – Previsão segundo o EC2 (2004)	143
Figura 5.10 – Distribuição das tensões de cisalhamento em L1 ( $e = -300\text{mm}$ ), L2 ( $e = 0\text{mm}$ ) e L4 ( $e = 400\text{mm}$ ), de acordo com o EC2 (2004)	144
Figura 5.11 – Avaliação dos mecanismos de transferência de carga da laje para o pilar	145
Figura 5.12 – Representação tridimensional do modelo de torção	147
Figura 5.13 – Macro para avaliar a progressão de erro	150
Figura 5.14 – Resultados de acordo com a metodologia proposta	151
Figura 6.1 – Malha adotada nos modelos numéricos	153
Figura 6.2 – Elementos usados na modelagem da laje e do pilar	154
Figura 6.3 – Armaduras adotadas nos modelos numéricos	155
Figura 6.4 – Relações tensão-deformação para o concreto	157
Figura 6.5 – Ponto de partida monitorado para avaliação do deslocamento vertical	157
Figura 6.6 – Distribuição do Momento $M_{YY}$ segundo o tipo de discretização da armadura	158
Figura 6.7 – Deformações monitoradas na armadura longitudinal inferior	159
Figura 6.8 – Deformações monitoradas na armadura transversal superior	160
Figura 6.9 – Deformações monitoradas na armadura longitudinal superior	161
Figura 6.10 – Deformações monitoradas na armadura transversal inferior	162
Figura 6.11 – Comparativo entres os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L1 ( $e=-300\text{mm}$ ) e L2 ( $e=0\text{mm}$ )	163
Figura 6.12 – Comparativo entres os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L5 ( $e=100\text{mm}$ ) e L6 ( $e=200\text{mm}$ )	163
Figura 6.13 – Comparativo entres os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L3 ( $e=300\text{mm}$ ) e L4 ( $e=400\text{mm}$ )	163
Figura 6.14 – Comparativo entres os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo transversal das lajes L1 ( $e=-300\text{mm}$ ) e L2 ( $e=0\text{mm}$ )	164

Figura 6.15 – Comparativo entres os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L5 (e=100mm) e L6 (e=200mm).....	164
Figura 6.16– Comparativo entres os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L3 (e=300mm) e L4 (e=400mm).....	164
Figura 6.17 – Comparativo entres os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo diagonal das lajes L1 (e=-300mm) e L2 (e=0mm).....	165
Figura 6.18 – Comparativo entres os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo diagonal das lajes L5 (e=100mm) e L6 (e=200mm).....	165
Figura 6.19 – Comparativo entres os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo diagonal das lajes L3 (e=300mm) e L4 (e=400mm).....	165
Figura 6.20 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L1 (e=-300mm).....	166
Figura 6.21 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L2 (e=0mm).....	166
Figura 6.22 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L5 (e=100mm).....	167
Figura 6.23 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L6 (e=200mm).....	167
Figura 6.24 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L3 (e=300mm).....	167
Figura 6.25 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L4 (e=400mm).....	167
Figura 6.26 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L1 (e=-300mm).....	168
Figura 6.27 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L2 (e=0mm).....	168
Figura 6.28 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L5 (e=100mm).....	168
Figura 6.29 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L6 (e=200mm).....	169
Figura 6.30 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L3 (e=300mm).....	169
Figura 6.31 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L4 (e=400mm).....	169
Figura 6.32 – Perímetro de controle conforme a malha de elementos finitos.....	171
Figura 6.33 – Distribuição plástica de cisalhamento dependendo da excentricidade de carga, conforme SIBURG e HEGGER (2012).....	173
Figura 6.34 – Comparativo de valores propostos de $k$ e $\beta$ .....	174
Figura 6.35 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L1 (e=-300mm).....	176
Figura 6.36 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L2 (e=0mm).....	176
Figura 6.37 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L5 (e=100mm).....	177
Figura 6.38 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L6 (e=200mm).....	177
Figura 6.39 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L3 (e=300mm).....	178
Figura 6.40 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L4 (e=400mm).....	178

## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 – Resultados das cargas últimas de NARASIMHAN (1971).....	25
Tabela 2.2 – Valores de k para áreas carregadas retangulares .....	35
Tabela 3.1 – Características das lajes.....	42
Tabela 3.2 – Resumo da obtenção dos CPs cilíndricos de concreto .....	51
Tabela 3.3 – Quantitativo de CPs de concreto por experimento .....	62
Tabela 3.4 – Quantitativo de CPs de aço por experimento .....	63
Tabela 4.1 – Resultados dos ensaios de módulo de elasticidade.....	64
Tabela 4.2 – Resultados dos ensaios de tração por compressão diametral .....	65
Tabela 4.3 – Resultados dos ensaios de compressão.....	65
Tabela 4.4 – Resultados dos ensaios de compressão (continuação).....	66
Tabela 4.5 – Resumo das propriedades mecânicas do concreto.....	66
Tabela 4.6 – Resultados coletados durante os ensaios de tração.....	68
Tabela 4.7 – Resumo das propriedades mecânicas do aço.....	68
Tabela 4.8 – Cargas últimas nos modelos .....	74
Tabela 5.1 – Tratamento de d e $\rho$ .....	126
Tabela 5.2 – Resistências das lajes sem armadura de cisalhamento, segundo o EC2 (2004) .....	132
Tabela 5.3 – Resistências das lajes com armadura de cisalhamento, segundo o EC2 (2004).....	132
Tabela 5.4 – Resistências das lajes sem armadura de cisalhamento, segundo o ACI 318 (2011)..	133
Tabela 5.5 – Resistências das lajes com armadura de cisalhamento, segundo o ACI 318 (2011) .	133
Tabela 5.6 – Estimativas dos momentos resistentes e $V_{flex}$ .....	133
Tabela 5.7 – Características geométricas/materiais das lajes do banco de dados .....	136
Tabela 5.8 – Características geométricas/materiais das lajes do banco de dados (cont.).....	137
Tabela 5.9 – Comparativo das normas para lajes sem reforço transversal.....	138
Tabela 5.10 – Comparativo das normas para lajes sem reforço transversal (cont.) .....	139
Tabela 5.11 – Comparativo das normas para lajes com reforço transversal .....	141
Tabela 5.10 – Valores metodologia cálculo .....	152
Tabela 6.1 – Resumo da análise de momentos no perímetro do EC2 (MEF-NL).....	172
Tabela 6.2 – Resumo da análise de momentos no perímetro do EC2 (MEF-L).....	172
Tabela 6.3 – Proporção da distribuição de tensões tangenciais .....	174

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $A_c$  Área da seção crítica do perímetro distante a  $0,5 \cdot d$  do pilar, em  $mm^2$
- $A_s$  Área da seção transversal das armaduras de flexão tracionadas, em  $mm^2$
- $A_{sw}$  Área da seção transversal das armaduras de cisalhamento, em  $mm^2$
- $b_0$  Perímetro da seção crítica distante a  $0,5 \cdot d$  do pilar, em  $mm$
- $b_{\perp}, b_{\parallel}$  Comprimento do perímetro crítico paralelo e perpendicular à borda livre, em  $mm$
- $b_{ef}$  Largura efetiva ou colaborante da laje para o cálculo do momento resistente, em  $mm$
- $c_{\perp}, c_{\parallel}$  Dimensão do pilar perpendicular à borda livre, em  $mm$
- $c_{\parallel}, c_{\perp}$  Dimensão do pilar paralela à borda livre, em  $mm$
- $c_{AB}$  Distância entre o eixo centroide do perímetro crítico e o lado da seção crítica paralelo à borda livre, em  $mm$
- $c_{CD}$  Distância do eixo centroide do perímetro crítico à borda livre, em  $mm$
- $d$  Média aritmética das alturas úteis da armadura em direções ortogonais entre si, em  $mm$
- $d_{\perp}, d_{\parallel}$  Altura útil da armadura na direção perpendicular à borda livre, em  $mm$
- $d_{\parallel}, d_{\perp}$  Altura útil da armadura na direção paralela à borda livre, em  $mm$
- $e$  Excentricidade do apoio sob o pilare em relação ao eixo do pilar, em  $mm$
- $e_0$  Excentricidade do perímetro crítico adotado (M/V), em  $mm$
- $E_c$  Módulo de elasticidade do concreto, em  $GPa$
- $E_s$  Módulo de elasticidade do aço, em  $GPa$
- $f_c'$  Resistência característica do concreto, em  $MPa$
- $f_{ct}$  Resistência do concreto à tração, em  $MPa$
- $f_{ys}$  Tensão de escoamento do aço da armadura de flexão, em  $MPa$
- $f_{yw}$  Tensão de escoamento do aço da armadura de cisalhamento, em  $MPa$
- $F_{sd}$  Força ou reação concentrada de cálculo, em  $kN$
- $h_{laje}$  Espessura da laje, em  $mm$
- $J_c$  Momento polar de inércia da seção crítica na direção perpendicular à borda, em  $mm^4$
- $k, K_I$  Coeficiente que considera a relação entre as dimensões do pilar; Efeito de escala
- $M_{ED}$  Momento fletor atuante de cálculo, em  $kNm$
- $M_{sdl}$  Momento fletor de cálculo perpendicular à borda da ligação, em  $kNm$
- $M_u$  Momento fletor calculado em relação ao centro do pilar, em  $kNm$
- $M_{u,face}$  Momento fletor resistente na face interna do pilar, em  $kNm$
- $M_{R,face}$  Momento fletor resistente na face interna do pilar, em  $kNm$
- $m_{\perp}, m_{\parallel}$  Momentos resistentes por unidade de comprimento nas armaduras perpendicular e paralela à borda da laje, em  $kNm/m$
- $P_{fiss}$  Carga total de primeira fissura, em  $kN$
- $P_u$  Carga total aplicada pelo sistema, em  $kN$

$P_y$	Carga total de início de escoamento, em $kN$
$s_0$	Distância do pilar à primeira camada de armadura de cisalhamento, em $mm$
$s_r$	Espaçamento da armadura de cisalhamento, em $mm$
$t$	Espessura efetiva do tubo de parede fina, em $mm$
$u_l$	Perímetro de controle crítico ou básico de controle, distante a $2 \cdot d$ do pilar, em $mm$
$u_l^*$	Perímetro de controle crítico reduzido distante a $2 \cdot d$ do pilar, em $mm$
$V_c$	Força resistente ao cisalhamento nominal fornecida pelo concreto, em $kN$
$V_s$	Força resistente ao cisalhamento ao cisalhamento nominal fornecida pela armadura de cisalhamento, em $kN$
$V_{crit}$	Valor obtido pela metodologia aplicada, em $kN$
$V_{flex}$	Carga de ruptura por flexão na ligação, em $kN$
$V_{guess}$	Chute inicial adotado na metodologia, em $kN$
$V_{Rd,c}$	Valor de projeto da resistência à punção de uma laje sem armadura de punção ao longo da seção de controle considerada, em $kN$
$V_{Rd,cs}$	Valor de projeto da resistência à punção de uma laje com armadura de punção ao longo da seção de controle considerada para uma ruptura por tração diagonal dentro da região das armaduras de cisalhamento, em $kN$
$V_{Rd,máx}$	Valor máximo de cálculo da força resistente ao cisalhamento ao longo da seção de controle considerada para uma ruptura por compressão diagonal, em $kN$
$V_{Rd,out}$	Valor máximo de cálculo da força resistente ao cisalhamento ao longo da seção de controle considerada para uma ruptura por tração diagonal fora da região das armaduras de cisalhamento, em $kN$
$V_{u,exp}$	Carga de ruptura na ligação com o pilar de borda, em $kN$
$T_{Rd,c}$	Resistência à torção devido ao esmagamento de concreto na biela, em $kNm$
$T_{Rd,l}$	Resistência à torção devido ao escoamento da armadura longitudinal, em $kNm$
$T_{máx}$	Torção máxima nas faces laterais do pilar, em $kNm$
$W_l, W_{p,l}$	Módulo de Resistência Plástica perpendicular à borda livre do perímetro $u_l$ , em $mm^2$
$z$	Braço interno de alavanca, em $mm$

## LETRAS GREGRAS

$\alpha_s$	Constante usada no cálculo de $V_c$
$\beta$	Fator que considera a influencia da transmissão de momento na resistência ao cisalhamento
$\beta_c$	Razão entre a maior e a menor dimensão do pilar
$\phi_t$	Diâmetro da armadura de torção, em $mm$
$\phi_w$	Diâmetro da armadura de cisalhamento, em $mm$
$\gamma_c$	Coefficiente de segurança do concreto
$\gamma_v$	Parcela do momento desbalanceado transferido por cortante excêntrico

$\gamma_f$	Parcela do momento desbalanceado transferido por flexão
$\delta_{max}$	Deslocamento máximo, em <i>mm</i>
$\varepsilon_s, \varepsilon_c$	Deformação do aço e do concreto, em ‰
$\theta_{2,3}$	Rotação relativa da laje devido aos LVDTs verticais 2 e 3
$\theta_{pilar}$	Rotação relativa do pilar devido aos LVDTs horizontais
$\theta_{fiss,L}$	Ângulo de inclinação da fissura na espessura da laje no corte longitudinal, em <i>graus</i>
$\theta_{fiss,T}$	Ângulo de inclinação da fissura na espessura da laje no corte transversal, em <i>graus</i>
$\theta_{fiss,F}$	Ângulo de inclinação da fissura na espessura da laje na vista frontal, em <i>graus</i>
$\nu_{Ed}, \nu_u$	Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo, em <i>MPa</i>
$\tau_{Rd1}, \nu_n$	Tensão de cisalhamento resistente de cálculo, em <i>MPa</i>
$\tau_{Sd}$	Tensão de cisalhamento solicitante de cálculo, em <i>MPa</i>
$\rho$	Taxa geométrica de armadura passiva de flexão
$\rho_{s,l}, \rho_{\perp}$	Taxa de armadura de flexão na direção longitudinal (perpendicular à borda livre)
$\rho_{s,t}, \rho_{\parallel}$	Taxa de armadura de flexão na direção transversal (paralela à borda livre)

## ABREVIATURAS, SIGLAS E ACRÔNIMOS

<i>CPs</i>	Corpos de prova
<i>ELS</i>	Extensômetro das armaduras de flexão longitudinais superiores
<i>ELI</i>	Extensômetro das armaduras de flexão longitudinais inferiores
<i>ETS</i>	Extensômetro das armaduras de flexão transversais superiores
<i>ELS</i>	Extensômetro das armaduras de flexão transversais inferiores
<i>ES001</i>	Extensômetro das armaduras de cisalhamento na 1ª camada da fileira à 0° da borda
<i>ES302</i>	Extensômetro das armaduras de cisalhamento na 2ª camada da fileira à 30° da borda
<i>ES603</i>	Extensômetro das armaduras de cisalhamento na 3ª camada da fileira à 60° da borda
<i>ES904</i>	Extensômetro das armaduras de cisalhamento na 4ª camada da fileira à 90° da borda
<i>EEO1</i>	Extensômetro das armaduras de torção na 1ª camada do ramo externo do estribo
<i>EEI2</i>	Extensômetro das armaduras de torção na 2ª camada do ramo interno do estribo
<i>EET3</i>	Extensômetro das armaduras de torção na 3ª camada do ramo superior do estribo
<i>EEB4</i>	Extensômetro das armaduras de torção na 4ª camada do ramo inferior do estribo
<i>ECA00</i>	Extensômetro do concreto no ponto A (superfície inferior) à 0° da face do pilar
<i>ECC90</i>	Extensômetro do concreto no ponto C (superfície inferior) à 90° da face do pilar
<i>ECI45</i>	Extensômetro do concreto na superfície inferior à 45° da face do pilar
<i>ECS90</i>	Extensômetro do concreto na superfície superior à 90° da face do pilar
<i>LVDT</i>	Transformador diferencial variável linear
<i>MEF</i>	Método dos elementos finitos (L – linear; NL – não linear)

# 1 - INTRODUÇÃO

## 1.1 – CONSIDERAÇÕES INICIAIS

Apesar de aparentemente simples, a estrutura de lajes lisas possui um complexo comportamento na distribuição das cargas à flexão e ao cisalhamento, razão pela qual muitas pesquisas teóricas e experimentais são desenvolvidas com base na análise de momentos fletores e na avaliação da segurança no dimensionamento à punção com ou sem transferência de momento entre a laje e o pilar. Na ligação, sem qualquer elemento de transição, é onde se localizam os principais problemas justamente porque os maiores momentos fletores e os maiores esforços cortantes estão geralmente aí concentrados. Por se tratar de uma região de descontinuidade (*D-region*), com grande variação nos valores das tensões, pode tornar-se suscetível ao colapso por punção.

A punção, conhecida como a ação do cisalhamento em duas direções, é o modo típico de colapso em lajes de concreto sujeitas a cargas concentradas. FIGUEIREDO FILHO (1989) descreve tal ruptura caracterizada por um movimento predominantemente vertical da laje dando origem à formação de uma superfície de ruptura tronco-piramidal dependente da seção transversal do pilar que parte do contorno da área carregada e se estende até a outra face. A ruptura em ligações de borda pode ocorrer com cargas abaixo da capacidade à flexão devido aos grandes esforços de cisalhamento e da condição de carga desequilibrada resultante da concentração de momentos fletores e torçores, levando a uma distribuição assimétrica das tensões (GUAN e LOO, 2001). TAKEYA (1981) observa que nesses casos a configuração da ruptura é modificada, tendo a superfície de ruína na parte superior da laje a forma de uma semicircunferência, e na parte inferior acompanhando o contorno da seção do pilar. O Bulletin 2 da *fib* (1999) descreve que nos casos normais de pilares de borda, cujos efeitos de momento dominante ocorrem sobre o eixo paralelo à borda da laje, qualquer falha por punção é geralmente precedida por fissuração de torção nas bordas da laje, podendo haver ou não o escoamento das barras principais de flexão perpendiculares à borda da laje localizadas dentro da faixa de largura do pilar.

Embora o estudo de ligações entre laje e pilar com a presença de momentos desbalanceados tenha recebido considerável atenção nas últimas décadas [MOE (1961); HANSON e HANSON (1968); STAMENKOVIĆ e CHAPMAN (1974); REGAN *et al.* (1979); SIMMONDS e ALEXANDER (1987); MOEHLE (1988); ELGABRY e GHALI

(1996); KRÜEGER *et al.* (2000); FERREIRA (2010)], diversas incertezas relacionadas à sua resposta estrutural permanecem até os dias atuais, mesmo quando se trata de um sistema estaticamente carregado. Para pilares de borda, em particular, a presença da borda livre acrescenta ainda maior complexidade de análise, uma vez que a distribuição tridimensional das tensões na porção imediatamente adjacente ao pilar e o grande número de parâmetros interdependentes impede desenvolvimento de uma solução geral analítica para o cálculo da capacidade resistente destas ligações. Além disso, as considerações para pilares internos e externos não podem ser as mesmas, uma vez que seus mecanismos de transferência de momentos diferem consideravelmente entre si.

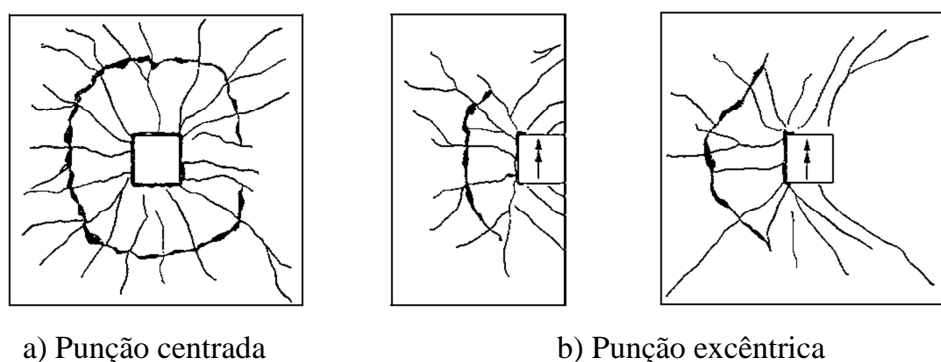


Figura 1.1 – Rupturas típicas por punção (SIMMONDS e ALEXANDER, 1987)

Um parâmetro adequado para a verificação do estado de tensão de ligações laje-pilar de borda é a razão entre o momento  $M$  e o esforço de cisalhamento  $V$  na laje (ou no apoio), ou seja, a excentricidade  $e = M/V$ . A fim de tornar comparáveis as diferentes condições geométricas, tanto a excentricidade  $e$  quanto a largura do pilar  $c$  são consideradas em relação ao eixo perpendicular à ação do momento na ligação. A quantidade obtida a partir da relação  $e/c$  tem uma influência significativa sobre o comportamento estrutural, a qual se origina devido à transferência do momento somada ao fluxo das tensões de cisalhamento que se sobrepõem. Esta interação entre o esforço de cisalhamento e o momento conduz a um ajuste que, dependendo da excentricidade, levam a mecanismos de rupturas diferentes.

Segundo Pöllet (1984)<sup>1</sup> e Kordina e Nöelting (1986)<sup>2</sup> *apud* VOCKE (2002) os modos de ruptura podem ser distinguidos de acordo com a relação da excentricidade  $e/c$  de três formas diferentes, cujos padrões típicos são mostrados na Figura 1.2 para uma ligação de

<sup>1</sup> PÖLLET, L. (1983). *Untersuchung von Flachdecken auf Durchstanzen im Bereich von Eck- und Randstützen*. Dissertation, RWTH Aachen.

<sup>2</sup> KORDINA, K.; NÖLTING, D. (1986). *Tragfähigkeit durchstanzgefährdeter Stahlbetonplatten-Entwicklung von Bemessungsvorschlägen*. Deutscher Ausschuss für Stahlbeton, Heft 371, Berlin, Beuth.



borda. Para excentricidades pequenas, quando  $0 \leq e/c < 0,5$ , a direção principal da estrutura é definida em função do efeito contínuo paralelo à borda livre da laje, uma vez que na direção perpendicular à borda livre da laje são transmitidos apenas os momentos relativamente pequenos, além dos esforços de cisalhamento. Portanto, há ocorrência de cisalhamento (Figura 1.2a), que de início, se comunica com as superfícies laterais da ligação e, em seguida provoca danos secundários na superfície interna do pilar.

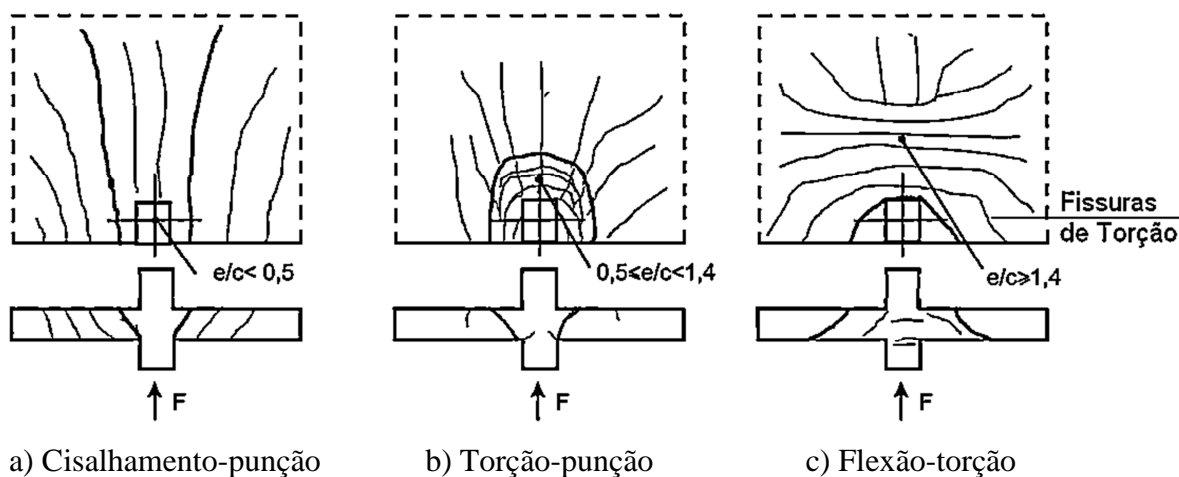


Figura 1.2 – Punção em ligações de borda (Nölting, 1984<sup>3</sup> apud VOCKE, 2002)

À medida que o valor da excentricidade cresce, a direção perpendicular em relação à carga vai sendo ativada na laje. A rotação do pilar sobre o eixo paralelo à borda livre da laje permite o surgimento de tensões adicionais de cisalhamento à face interna do pilar, que pode ser simplificada por uma distribuição linear (MOE, 1961), e se sobrepõem às tensões advindas das forças laterais. Como contraponto, a borda livre da laje é aliviada através da transferência do momento em função de compensar as tensões de cisalhamento com a ocorrência de flexão e cisalhamento em toda ou em parte da laje. Além disso, surgem tensões horizontais de cisalhamento no pilar devido à transferência de momentos torçores entre a laje e o apoio. A mudança de estado de tensões irá causar uma ruptura por punção, cujas origens não são nas faces laterais do pilar, mas na sua região interna, onde se sobrepõem tensões de cisalhamento devido à concentração desfavorável das forças cortantes e transferência de momento. A fissura por cisalhamento se propaga para a borda livre da laje e continua até a formação de um cone de ruptura circunferencial (Figura 1.2b). Este modo de ruptura que ocorre no intervalo  $0,5 \leq e/c < 1,4$  é caracterizado por uma torção-punção (Pöllet, 1983<sup>1</sup> apud VOCKE, 2002).

<sup>3</sup> NÖLTING, D. (1984). *Das Durchstanzen von Platten aus Stahlbeton–Tragverhalten, Berechnung, Bemessung*. Dissertation, Technische Universität Braunschweig.

Com o contínuo aumento da relação  $M/V$  a partir da borda livre da laje, a transferência de momento passa a ser decisiva. A ruptura é iniciada pela formação de fissuras de torção na borda livre da laje a uma inclinação aproximadamente perpendicular às fissuras causadas por cisalhamento (Figura 1.2c) e se propagam para o interior da laje. A ruptura da ligação é geralmente associada ao escoamento das barras de flexão e grandes flechas. Este modo de ruptura ocorre aproximadamente à razões  $e/c > 1,4$  e é referida como flexo-torção (Pöllet, 1983<sup>1</sup> *apud* VOCKE, 2002).

É importante considerar que os limites especificados para  $e/c$  na transição entre os modos de ruptura são aproximados, sendo válidos para lajes moderadamente armadas à flexão na região do apoio e utilizando-se apenas excentricidades internas. Pode, no entanto, ser considerado como um parâmetro crítico na detecção da punção excêntrica, uma vez que o aumento da excentricidade, seja ela interna ou externa, provoca impactos significativos no nível de tensões e na capacidade da ligação. ZAGHLOOL *et al.* (1970) acrescentam que consideráveis excentricidades podem ainda ser introduzidas aos pilares devido à distribuição desigual de cargas acidentais, espaçamento aleatório dos pilares e variações volumétricas causadas por temperatura, retração e fluência.

De acordo com o Bulletin 12 da *fib* (2001), as lajes lisas inevitavelmente violam o princípio de que o nível de segurança de uma estrutura deveria ser igual ao longo da mesma porque a região nas proximidades da zona de punção não é suficientemente flexível para garantir o ganho de capacidade na redistribuição das forças. Para cenários de cargas anormais que podem resultar na inversão do sentido da carga vertical ou no aumento do comprimento do vão da laje, a ductilidade à flexão provavelmente será fornecida de acordo com as exigências de detalhamento da armadura longitudinal; como, por exemplo, providenciar armadura de integridade (contra colapso progressivo) na parte inferior da ligação [MELO (1994); SASANI *et al.* (2007); MIRZAEI (2010)]. No entanto, POLAK (2005) aponta como um dos requisitos mais importantes para garantir a segurança de ligações laje-pilar de concreto armado sob cargas normais e anormais, assegurar sua capacidade de rotação, fornecendo capacidade adequada para resistir à ruptura frágil, além de permitir grandes deformações após o escoamento das barras de flexão. MUTTONI (2008), por sua vez, constata que a resistência à punção é inversamente proporcional à rotação da laje em torno do pilar, o que significa que quanto mais rígida for a laje à flexão, maior será sua resistência à punção.

Assim, uma das possíveis maneiras de aumentar a resistência à punção de ligações de concreto armado é efetivar o engrossamento da laje em torno do pilar (ábaco) ou o espessamento superior do pilar (capitel) [LIMA NETO (2012); LI (2000)], embora do ponto de vista estético e econômico tais soluções não sejam viáveis, pois reduzem o espaço disponível, aumentam o peso próprio e, conseqüentemente, os custos de construção. Em termos de uso de materiais, aumentando a quantidade de armadura à flexão [YAMADA *et al.* (1992); HAWKINS e CORLEY (1971); KINNUNEN e NYLANDER (1960); ELSTNER e HOGNESTAD (1956)], a resistência à compressão do concreto [MARZOUK e HUSSEIN (1991); MOE (1961)], adicionando-se de fibras [MORAES NETO (2013); HOLLANDA (2001); ZAMBRANA VARGAS (1997)] ou utilizando-se da protensão [GOMES (2010); PARK e CHOI (2007); SUNIDJA *et al.* (1982)] seguramente são observados efeitos benéficos. Porém, nem todas essas abordagens são igualmente eficazes no aumento da ductilidade e não é prática em muitos casos. Quando se deseja, em especial, resistir a forças horizontais causados por vento e terremotos, a capacidade estrutural das ligações laje-pilar pode ser melhorada através da construção de vigas no perímetro ao longo das bordas da laje [EL-SHEIKH (1997); FALAMAKI e LOO (1992)]. Apesar da sua eficiência em melhorar o desempenho estrutural, a existência de vigas nas bordas complica ainda mais o comportamento já complexo de punção nas ligações laje-pilar.

Em vista disto, a introdução de armadura de cisalhamento veio a tornar-se a solução mais econômica, já que pode ser eficaz na redução das possíveis rupturas frágeis das ligações. O desempenho de muitos tipos de armadura de cisalhamento, incluindo estribos verticais e inclinados [BEUTEL e HEGGER (2002); OLIVEIRA *et al.* (2000)], perfis metálicos (*shear-heads*) [ELGABRY e GHALI (1990); CORLEY e HAWKINS (1968)], barras dobradas [Broms (1990)<sup>4</sup>], conectores tipo pino (*studs*) [TRAUTWEIN (2006); LIM e RANGAN (1995); HAMMILL e GHALI (1994)], perfis cortados [GOMES (1991)] e treliças [DECHKA (2001); GHALI e DILGER (1998)], tem sido avaliado extensivamente, sendo consensual na comunidade científica que a utilização adequada das armaduras de cisalhamento melhora tanto a resistência à punção quanto a ductilidade. A utilização de armaduras de torção também apresenta significativos ganhos na ductilidade da ligação quando associada a pilares de borda [Kordina (1994)<sup>5</sup>].

---

<sup>4</sup> BROMS, C. E. (1990). *Shear Reinforcement for Deflection Ductility of Flat Plates*. ACI Structural Journal, V. 87, No. 6, Nov.-Dec. 1990, pp. 696-705.

<sup>5</sup> KORDINA K. (1994). *Zum Tragsicherheitsnachweis gegenüber Schub, Torsion und Durchstanzen nach EC2*. Beton-und Stahlbetonbau 1994: 4: 97-100.

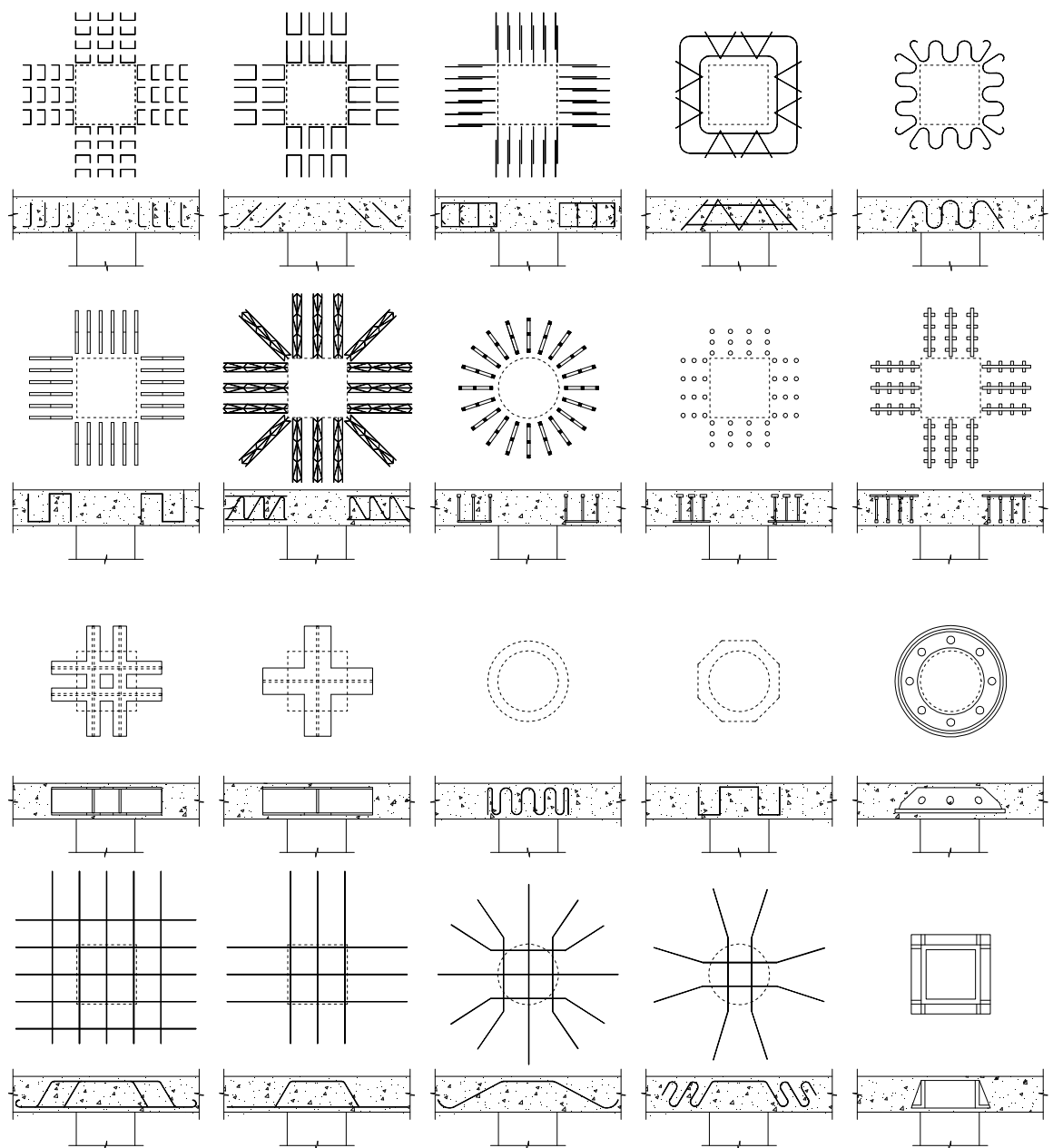


Figura 1.3 – Tipos diversos de armadura de cisalhamento (adaptado de GOMES, 1991)

## 1.2 – JUSTIFICATIVA

A presente pesquisa refere-se à análise do desempenho estrutural de ligações de lajes lisas de concreto armado com pilares de borda submetidos a momentos devido à imposição de excentricidades externas no apoio. Trata-se de um tema praticamente inexplorado, cuja intensa investigação se faz necessária, tendo em vista a complexidade do comportamento tridimensional das ligações entre laje e pilar de borda, além das incertezas do mecanismo de transferência de cisalhamento cuja resultante excêntrica é externa. Essa mudança gera um comportamento diferenciado, podendo se assemelhar aos efeitos provocados por abalos sísmicos (Figura 1.4).

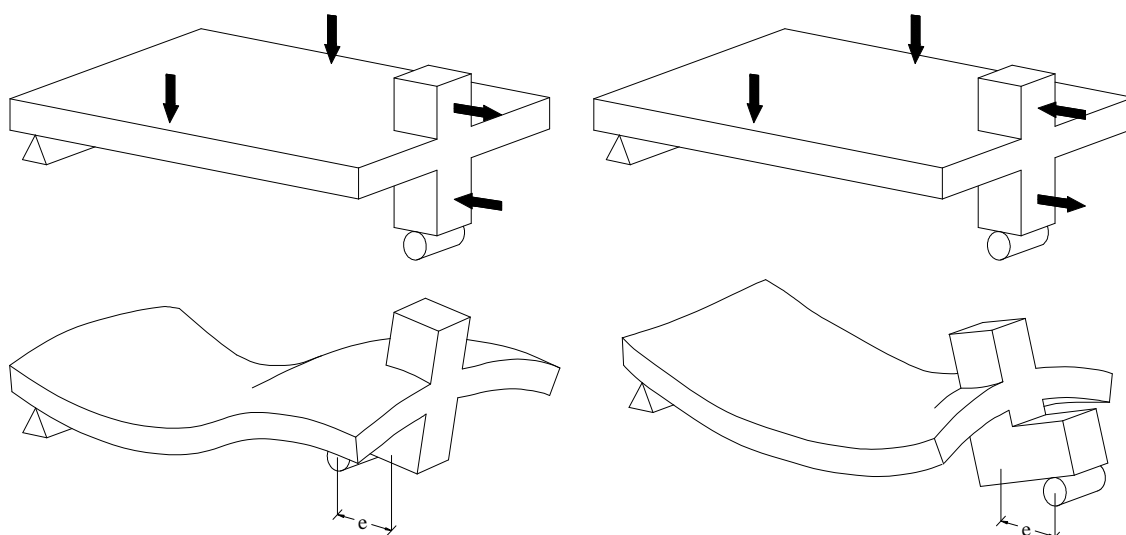


Figura 1.4 – Comportamentos gerados por excentricidades interna e externa

Além disso, urge também começar a incluir nos códigos internacionais recomendações que visem um comportamento seguro dessas ligações sob a influência de excentricidades externas, cujos efeitos são mais pronunciados que os de excentricidades internas, embora a quantidade de estudos específicos ainda seja bastante escassa. Algumas recomendações existentes são baseadas em extrapolações consideráveis, cuja teoria foi originalmente desenvolvida para os casos de carregamento assimétrico em ligações internas e precisam ser consolidadas com dados experimentais específicos. Importa ressaltar ainda que o comportamento entre pilares internos e de borda é bastante diferenciado.

## **1.3 – OBJETIVOS**

### **1.3.1 – Objetivo Geral**

Este trabalho integra a linha de pesquisa desenvolvida no âmbito da Universidade de Brasília cujos estudos produzem conhecimentos focados na compreensão das variáveis que envolvem o fenômeno da punção. O objetivo principal desta pesquisa consiste na análise dos fatores que determinam a ruptura da ligação de laje lisa sujeita aos efeitos da excentricidade externa ou interna em pilar de borda.

### **1.3.2 – Objetivos Específicos**

Como objetivos específicos desta pesquisa, pretende-se:

- ♦ Avaliar o efeito da excentricidade na resposta das ligações;
- ♦ Estudar o mecanismo do colapso das ligações de borda;
- ♦ Investigar a influência de parâmetros adicionais como a contribuição de armaduras de cisalhamento e de torção;
- ♦ Avaliar a resistência à punção de acordo com as prescrições de diferentes normas para projetos de estrutura de concreto;
- ♦ Desenvolver um modelo computacional adequado visando avaliar os esforços atuantes na ligação à última carga;
- ♦ Contribuir para o aprimoramento do dimensionamento de lajes lisas de concreto armado com pilares de borda com excentricidade externa, auxiliando na previsão da capacidade última da ligação.

## **1.4 – METODOLOGIA EXPERIMENTAL**

Para a realização deste trabalho foram ensaiadas 13 ligações laje-pilar de borda, tendo como principal variável a relação  $M/V$  (excentricidade da força cortante) na ligação, em relação à parte exterior à projeção do plano da laje. A análise do desempenho estrutural de modelos de lajes com excentricidades externas surgiu da necessidade de se obter dados experimentais que compreendessem lajes com pilares de borda sem armaduras adicionais submetidas a grandes excentricidades. Para preencher a lacuna de excentricidades no apoio foram propostas, na sequência, lajes com excentricidades menores, onde a ação do cisalhamento é mais pronunciada que a transferência dos momentos. Adicionalmente, foram realizados ensaios complementares visando fornecer maiores informações sobre o comportamento de lajes com armaduras de cisalhamento e de torção, além de alguns ajustes na distribuição da armadura de flexão.

## **1.5 – CONTEÚDO DA TESE**

Apresenta-se a seguir a organização da tese que, além de constar da introdução, referências bibliográficas e os apêndices, é constituída por sete capítulos:

No Capítulo 2, de revisão bibliográfica, são coletadas diversas referências de ensaios experimentais realizados por outros pesquisadores em modelos de concreto armado com pilares de borda, incluindo modelos com excentricidades internas e externas. São ainda apresentadas as recomendações de normas internacionais visando prever o valor da carga de ruptura à punção desse tipo de ligação.

No Capítulo 3, apresenta-se o programa experimental e a metodologia utilizada para o estudo da resistência à punção de ligações entre laje e pilar de borda de concreto armado.

O Capítulo 4 contém os resultados obtidos de características dos materiais componentes nas lajes, bem como os resultados coletados a partir dos ensaios, tais como deformações, deslocamentos verticais e horizontais, rotações, modo de ruptura e cargas últimas.

O Capítulo 5 destina-se à análise dos resultados obtidos nos ensaios experimentais, sendo comparados com os resultados encontrados na literatura e os previstos pelas normas. Um método simplificado para avaliação de ligações de borda sob excentricidades internas e externas é proposto.

No Capítulo 6 são descritos as análises computacionais realizadas com um software que utiliza o método dos elementos finitos, objetivando reproduzir a distribuição das tensões nos modelos, comparando-os parametricamente aos resultados experimentais obtidos. A partir dos resultados obtidos, são propostas novas proporções de distribuição de momentos e cortantes assimétricos.

No Capítulo 7 são apresentadas as conclusões e sugestões para trabalhos futuros.

## **2 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA**

Ao longo dos anos, métodos experimentais, empírico-analíticos e numéricos vêm sendo utilizados para análise do problema da punção no desenvolvimento de pesquisas em estruturas de concreto armado. Alguns desses métodos, desenvolvidos na tentativa de compreender o modo pelo qual ocorre a transferência das cargas e momentos na ligação entre a laje e o pilar de borda, são discutidos a seguir. Adicionalmente, são apresentadas as prescrições de normas internacionais, cujas elaborações se fundamentaram essencialmente com base em métodos empíricos e analíticos, com base na observação e validação dos resultados experimentais.

### **2.1 – DIRETRIZES PARA PROJETOS DE LAJES LISAS**

Com a eliminação das vigas, as lajes lisas apoiam-se diretamente sobre os pilares, devendo estar rigidamente ligadas a eles. Com isso, as ações aplicadas às lajes e transmitidas aos pilares geram esforços diferentes dos sistemas ditos convencionais, acarretando numa concepção que deve obedecer à nova distribuição dos diagramas de momentos fletores nas suas seções negativas e positivas.

Partindo-se da região do entorno de um pilar interno, a parte central da laje anterior aos pontos de inflexão pode ser tratada como uma porção de laje circular em balanço, cuja fixação se dá em torno da circunferência no topo do pilar, carregada uniformemente ao longo da superfície e do seu perímetro por carregamentos a ele transferidos a partir das porções remanescentes da laje. Considerando a distribuição do aço mostrada na Figura 2.1, SMULSKI (1918) acompanhou a real direção e magnitude dos momentos fletores a partir das barras dispostas radial e circunferencialmente nesta região, ponderando que em sistemas que usam faixas de armaduras dispostas ortogonalmente, estes momentos não são diretamente resistidos mas por suas componentes, levando à adaptação do tratamento de momentos em seções perpendiculares entre si nas prescrições normativas em geral.

Obviamente, à dificuldade de armar em conformidade com os esforços, é somada a correta associação dos serviços de corte e dobra, perfeitamente arredondados ao posicionamento concêntrico das barras sobrepostas nas camadas superior e inferior, o que encarece e inviabiliza sua execução. No entanto, vale ressaltar que, conforme FIGUEIREDO FILHO (1989) a redistribuição de momentos em combinação com as tensões de membrana – que impedem os deslocamentos no plano da laje – permite às lajes apoiadas diretamente sobre



pilares garantir uma grande reserva de capacidade à flexão, fazendo com que geralmente a capacidade resistente da laje lisa seja ditada pela resistência ao cisalhamento no seu ponto mais crítico, ou seja, a ruptura tende a ocorrer por punção da ligação com o pilar ao invés de flexão.

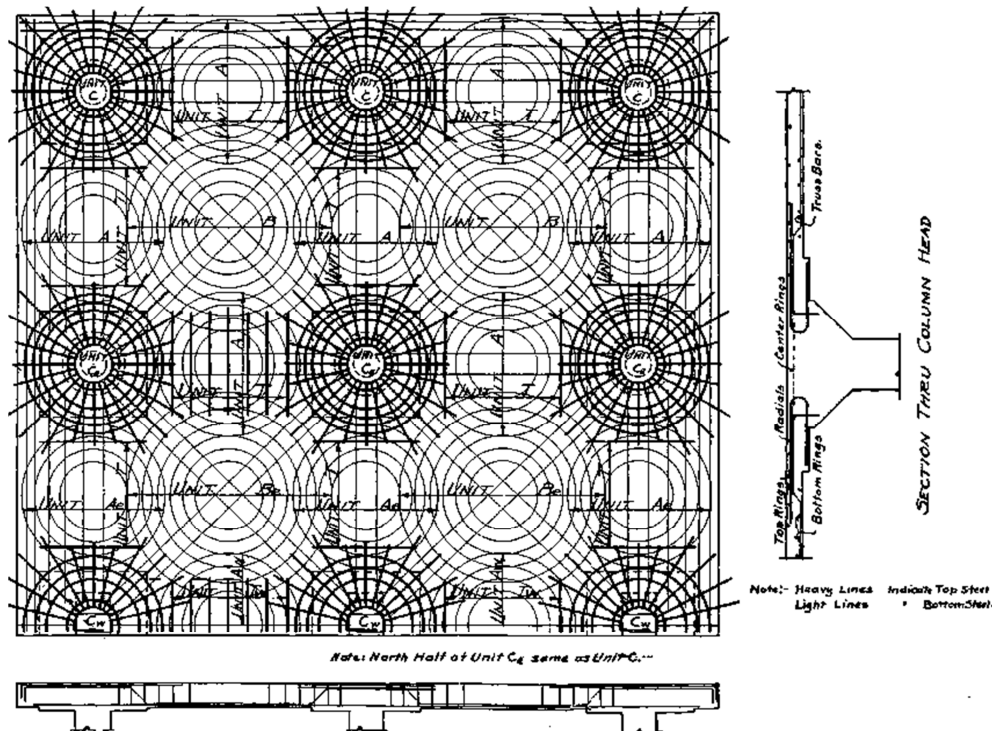


Figura 2.1 – Sistema de lajes lisas patenteado por SMULSKI (1918)

Assumindo que as armaduras são ortogonais e dispostas nas direções  $x$  e  $y$ , conforme o Bulletin 52 da *fib* (2010), é possível tomar as tensões resultantes ( $n_x, n_y, n_{xy}, m_x, m_y, m_{xy}$ ) a fim de melhorar o detalhamento (Figura 2.2). No caso das lajes, onde os carregamentos estão fora do plano de tensões da placa, para preservar o equilíbrio entre as ações aplicadas e os esforços internos em um elemento unitário de placa, pode-se representar o concreto a partir de um estado de compressão uniaxial ou biaxial, desde que se respeite o limite de resistência à compressão do concreto fissurado  $f_d = 0,6f_c(1-f_c/250)$ ; a armadura é projetada dependendo da escolha do ângulo  $\theta$ , onde o total de armadura mínima é dado por  $\theta=45^\circ$  e  $\tan\theta=cot\theta=1$ . Os casos 2 e 3 são tratados como vigas, enquanto que se a armadura for igual nas direções  $x$  e  $y$ , tem-se  $n_{xy}=n_{sx}=n_{sy}$  com valores de escoamento sendo aplicado às forças últimas no aço. Se a armadura em uma direção tem uma resistência menor do que na outra, a ruptura pode ocorrer por escoamento em uma direção, mas sem escoar na outra direção, ou seja, por compressão do concreto, ajustando-se a direção da compressão até alcançar o valor necessário para que ambas as armaduras escoem.

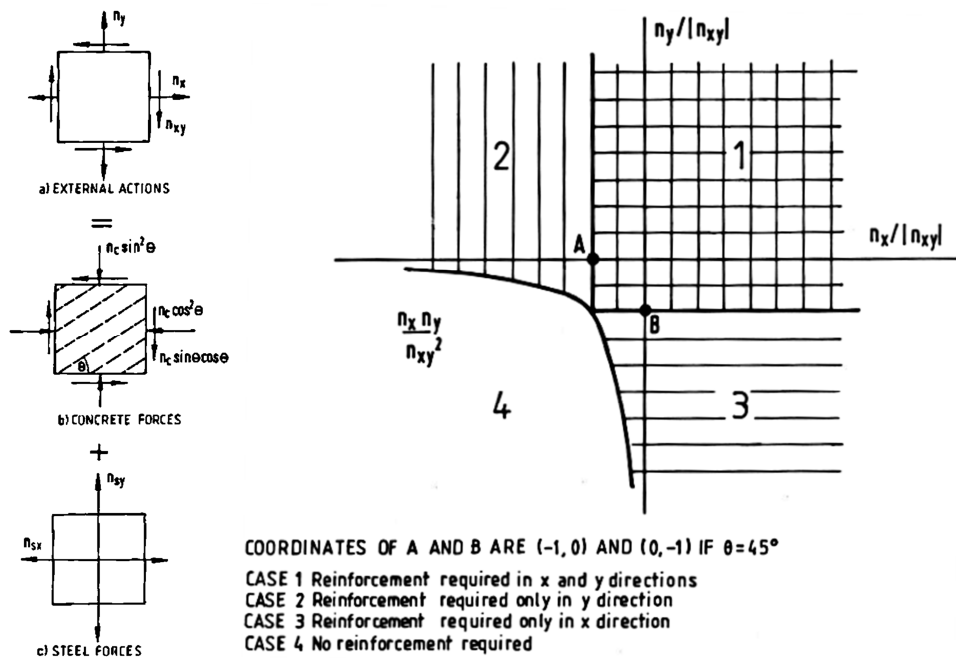


Figura 2.2 – Exemplo de ações externas e internas em um elemento entre os casos de carga que necessitam de diferentes arranjos de armadura, conforme o Bulletin 52 da fib (2010)

No que diz respeito à espessura da laje lisa, esta é geralmente determinada no início do projeto pois o seu peso próprio é uma parte importante da carga permanente da estrutura. A NBR 6118 (2014) exige uma espessura mínima de 16 cm para lajes lisas maciças, embora, para fins de pré-dimensionamento, tome-se a recomendação de utilizar espessura entre  $L/36$  a  $L/30$ , sendo  $L$  o vão entre os eixos de dois apoios, desde que essa relação resulte maior que 16 cm. A dimensão dos pilares pode ser obtida fazendo-se a relação  $H/15$  e  $L/20$  (onde  $H$  é o pé-direito do pavimento e  $L$  é o vão na direção paralela à dimensão calculada), adotando-se o maior valor.

### 2.1.1 – Contextualização do Dimensionamento à Flexão

Dentre os objetivos da engenharia estrutural destaca-se projetar elementos estruturais que possibilitem a adequada transferência das cargas, atendendo simultaneamente às condições e regras de detalhamento estabelecidas por estados limites últimos e de serviço. Embora seja possível obter a distribuição das tensões elásticas a partir da solução de problemas de elasticidade, é incontestável que os elementos estruturais não se comportam elasticamente próximo à carga última, sendo razoável a concepção por métodos de dimensionamento à flexão a partir de uma análise plástica. A redistribuição dos momentos e cortantes ocorre porque em uma seção típica de concreto armado há uma mudança irrisória do momento com a curvatura, quando o aço tracionado atinge o escoamento, de maneira que quando as

seções mais solicitadas escoam, elas tendem a manter uma capacidade momento próxima à resistência à flexão com maior aumento na curvatura, enquanto o escoamento da armadura da laje se espalha para outra seção da laje com novo aumento em carga.

Segundo os princípios da teoria da plasticidade, os métodos existentes para determinar a carga última  $V_u$  que leva uma estrutura à ruptura são baseados nos teoremas de análise limite inferior e superior que são, respectivamente, obtidos através de análise estática e cinemática de limite mínimo  $V_e$  e máximo  $V_c$ , a partir da inequação  $V_e \leq V_u \leq V_c$ . Assim, conforme MONOTTI (2004), o teorema de limite inferior estabelece o valor máximo de uma carga estaticamente admissível que não irá causar a ruptura, na qual a distribuição de tensões satisfaz as condições de equilíbrio e o momento não ultrapassa em nenhum ponto da estrutura o momento que provoca o escoamento, enquanto que o teorema limite superior estabelece o valor da carga correspondente a um mecanismo cinematicamente admissível de ruptura assumido, que satisfaça as condições de compatibilidade entre o trabalho externo e a dissipação interna. Logo, considerando as abordagens plásticas tem-se que a carga prevista por limite inferior  $V_e$  é uma solução mais conservadora e antieconômica, ao passo que a carga  $V_c$  fornecida pela análise de limite superior (dado um mecanismo de colapso cinematicamente possível) trata-se de uma solução teoricamente insegura.

A laje pode ser concebida por qualquer procedimento que satisfaça as condições de equilíbrio e compatibilidade geométrica desde que se confirme que a capacidade resistente de projeto em cada seção é pelo menos igual à resistência necessária para atender tanto o estado limite último quanto o de serviço. Vale lembrar que nem todos os métodos de dimensionamento satisfazem ambos os requisitos, como por exemplo, no caso da teoria de linhas de ruptura, a qual embora as disposições de resistência sejam satisfeitas, as condições de utilização podem não serem satisfeitas sem se verificar separadamente as larguras de fissura, as flechas à níveis de carga de serviço e requisitos como de resistência ao fogo, por exemplo.

De acordo com o Anexo I (Informativo) do EC2 (2004), as lajes lisas devem ser analisadas por meio de um método comprovado de análise, podendo citar aqui: análise por pórticos equivalentes [também prescrito pela NBR 6118 (2014) para os casos em que os pilares estiverem dispostos em filas ortogonais, de maneira regular e com vãos pouco diferentes], análise por linhas de ruptura e análise por elementos finitos, contanto que as propriedades geométricas e materiais apropriados sejam empregados.

### ***2.1.1.1 – Método dos Pórticos Equivalentes***

O método dos pórticos equivalentes é indicado como a primeira opção de cálculo de momentos e cortantes para lajes lisas pelas normas internacionais, como o ACI 318 (2011), o EC 2 (2004) e a NBR 6118 (2014), consistindo em se supor que a estrutura está dividida, em cada uma das direções, em uma série de pórticos múltiplos, constituídos por um conjunto de pilares e faixas horizontais, cujas inércias serão iguais às da região da laje limitada pela metade da distância entre duas linhas de pilares. O método dos pórticos equivalentes é recomendado para formatos retangulares de edifícios de lajes lisas. Para os casos de formatos irregulares, este método não pode ser utilizado de forma precisa, devendo ser utilizadas outras técnicas mais precisas.

Segundo esse método de análise, para o cálculo dos esforços devido às cargas verticais, os pórticos podem ser considerados isoladamente para cada piso, com os pilares superiores e inferiores engastados nas extremidades, com o carregamento total atuando, separadamente, em cada uma das direções, pois o mecanismo de ruptura de uma laje apoiada diretamente sobre pilares é semelhante àquele de uma laje armada numa só direção. O momento fletor médio é obtido utilizando os procedimentos recomendados, como por exemplo, segundo a norma brasileira, adota-se: 45% dos momentos positivos para as faixas internas; 27,5% dos momentos positivos para as faixas externas; 25% dos momentos negativos para as faixas internas; e 37,5% dos momentos negativos para as faixas externas. Em seguida, a armadura necessária da laje é dimensionada de acordo com o momento fletor obtido em cada faixa.

### ***2.1.1.2 – Teoria das Linhas de Ruptura***

As normas ACI 318 (2011), EC 2 (2004) e NBR 6118 (2014) também admitem ser válida a técnica de análise por linhas de ruptura (ou charneiras plásticas) em sistemas de laje lisas. O método toma por base a carga de ruptura de uma laje subarmada que começa a fissurar, tendo o aço escoando nos pontos de maior momento. Com o aumento da carga, as fissuras ou linhas de rupturas se propagam na superfície da laje, fazendo com que todas armaduras tracionadas atravessem a linha de ruptura. Ao alcançar o estado limite último de ruptura, a laje se divide nos segmentos delineados, assumindo-se que as porções são planas e rígidas e mantém-se unidas nas linhas de ruptura pelas armaduras, onde ocorrem as deformações. Assim, o trabalho dissipado pelas articulações nas linhas de ruptura que sofrem rotação é equiparado ao trabalho desenvolvido pelas cargas na região em movimento.

A ressalva para essa teoria é que somente lajes subarmadas são consideradas e que rupturas por cisalhamento ou por falta de aderência não são levadas em conta. Além disso, a seleção de padrões de linhas de ruptura geometricamente possíveis é importante, uma vez que este método dá uma solução limite superior, sendo o objetivo encontrar o padrão dá a menor capacidade de carga. Em função das ações de membrana, uma busca exaustiva raramente é necessária, sendo geralmente suficiente selecionar alguns padrões mais simples e óbvios.

### ***2.1.1.3 – Método dos Elementos Finitos***

A análise por elementos finitos é uma abordagem numérica mais recente, sendo a técnica aceita e recomendada por uma grande quantidade de normas internacionais, inclusive ACI 318 (2011), EC 2 (2004) e NBR 6118 (2014) para a análise de lajes lisas, principalmente nos casos de estruturas mais complexas, com geometria irregular ou com grandes vazios, em que os métodos mais convencionais podem não ser apropriados. Neste método, a solução para uma estrutura de laje lisa pode ser, basicamente, dividi-la em vários elementos de placa, sendo as subdivisões típicas em áreas retangulares ou triangulares, onde cada pequena elemento possui propriedades de deformação que são conhecidas ou bastante aproximadas.

O processo de análise se desenvolve concentrando-se as cargas nos nós dos elementos separados em um sistema global, para então restaurar a continuidade das inclinações e deformações em cada nó, de forma a satisfazer o equilíbrio e as condições de contorno. Decidindo-se o tipo de elemento e a disposição dos elementos, a quantidade de elemento que forma o arranjo ideal também deve ser decidida. Em geral, quanto mais refinada a malha, mais acurada é a solução, embora esta análise seja, de praxe, mais demorada. Normalmente, a malha nas áreas de maior concentração de tensões é bem mais refinada que outras áreas. Os pacotes de software comerciais de elementos finitos, quando lineares, baseiam a sua distribuição de momentos e propriedades dos materiais obedecendo a Lei de Hooke e funcionam bem para peças de aço, por exemplo. No entanto, para lajes de concreto armado, por ser tratar de um material elasto-plástico, logo que as fissuras surgem, o comportamento do concreto passa a ser não-linear. Disso resulta uma tendência a momentos superestimados no apoio e a flechas subestimadas das lajes. Por outro lado, há também no mercado programas de elementos finitos que adotam os princípios da análise elástica e possibilitam ainda a iteração das propriedades não-lineares do material, tratando-se de ferramentas bastante úteis.

### **2.1.2 – Ligações em Lajes Lisa**

A região em torno de ligações de pilares, internos ou externos, conectados à lajes lisas apresentam uma região com um alto nível de tensões, e conseqüentemente, com grande probabilidade de romper bruscamente por punção – devido à elevada concentração de cisalhamento nessa região. Em função disso, ela geralmente ocorre em detrimento de uma ruptura por flexão propriamente dita, especialmente quando a laje dispõe de uma alta taxa de armadura. Enquanto a força cortante vertical é resultante principalmente das cargas devido a gravidade, o momento é resultante de cargas de gravidade não uniformes e cargas laterais devido a ventos e forças de terremotos. Assim, como resultado da concentração de carga e dos momentos desbalanceados, a ruptura por punção da laje também tende a ocorrer a uma carga menor que a capacidade à flexão da lajes, resultando, portanto, no esmagamento do concreto no entorno do perímetro do pilar, antes mesmo do aço alcançar a deformação de escoamento.

Para os apoios diretos sobre pilares de borda, FUSCO (1995) recomenda que vigas sejam projetadas para serem utilizadas como apoio nesta região, pois garantem maior segurança neste local crítico. No caso não haver a possibilidade de uso de apoios contínuos para as extremidades da laje, é preferível que fiquem livres, posicionando-se os pilares próximos às bordas, mas com um afastamento (*overhang*). Em seu trabalho, GOMES (2010) pontua que a presença do *overhang* aumenta a rigidez da ligação, diminui o efeito de torção, distribui de forma mais uniforme os esforços de compressão na região inferior da ligação e influencia no padrão de fissuração e na forma do cone de ruptura.

### **2.1.3 – Efeitos da Transferência de Momentos**

Uma questão importante que deve ser analisada é a resistência à punção de lajes submetidas à ação não uniforme do cisalhamento ao redor da seção crítica, ou seja, quando tanto a carga axial quanto o momento fletor desbalanceado são transferidos à ligação entre a laje e o pilar. Nos pilares de borda de lajes lisas sob o carregamento devido à gravidade é inerente a ocorrência de transferência de cortantes e momentos fletores desbalanceados, devendo ser dada particular atenção ao dimensionamento quando houver cargas horizontais no edifício (devido ao vento ou terremoto), uma vez que o acréscimo substancial de momento desbalanceado transferido à ligação provoca uma distribuição não uniforme das tensões de cisalhamento na laje em torno do pilar, reduzindo a resistência à punção da

ligação. A força cortante e o momento fletor desbalanceado são transferidos pela combinação de flexão, torção e cisalhamento nas faces da seção crítica. Quando a resistência à punção da laje é alcançada, a laje rompe na diagonal tracionada, no lado do pilar onde a tensão de cisalhamento vertical é mais elevada, que geralmente corresponde ao lado sobre o qual o maior momento negativo atua (o mais danificado) ou ainda por punção com esmagamento da biela.

Dentre os parâmetros que afetam a capacidade de ligações tem-se a excentricidade da carga  $e$ , expressa pela razão  $e=M/V$ . STAMENKOVIĆ e CHAPMAN (1974) ensaiaram ligações internas, de borda e de canto, variando sistematicamente a excentricidade. Seus resultados foram relatados graficamente conforme a Figura 2.3, indicando que as ligações internas mostram a mesma variação linear que pilares de borda com a transferência de momento na direção paralela à borda livre. Se o momento aplicado no pilar de borda for perpendicular à borda livre, os resultados experimentais sugerem uma curva de interação da forma  $(V_u/V_0)^2 + (M_u/M_0)^2 = 1$ , em que  $V_0$  é a resistência à punção quando  $M=0$ , e  $M_0$  é a resistência à flexão quando  $V=0$ . Os resultados para as ligações de canto submetidas a um momento aplicado perpendicularmente a uma das bordas sugerem que há uma pequena interação entre momento e força cortante.

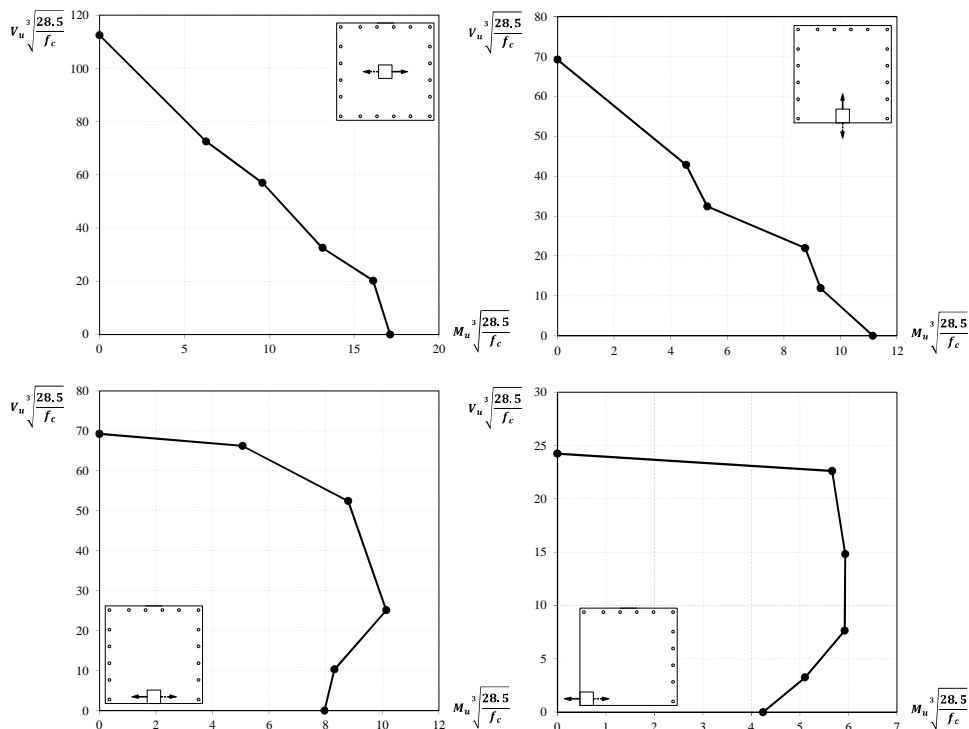


Figura 2.3 – Diagramas de interação para ligações entre laje e pilar excentricamente carregados (STAMENKOVIĆ e CHAPMAN, 1974)

## 2.1.4 – Modelos Mecânicos de Punção

Dentre os trabalhos desenvolvidos visando a compreensão do mecanismo de ruptura de lajes lisas é possível destacar KINNUNEN e NYLANDER (1960), que desenvolveram o seu famoso modelo racional formulado de acordo com os deslocamentos e as deformações das barras de aço e do concreto na superfície inferior das lajes. Com base em 61 ensaios físicos para simular o comportamento real de lajes lisas, os autores listam os modos de ruptura que podem causar o colapso por punção, segundo suas observações dos ensaios, a saber: falta de aderência da armadura de flexão; ruptura por cisalhamento do plano horizontal adjacente à camada superior da armadura principal; ruptura da casca cônica comprimida; escoamento da armadura de flexão.

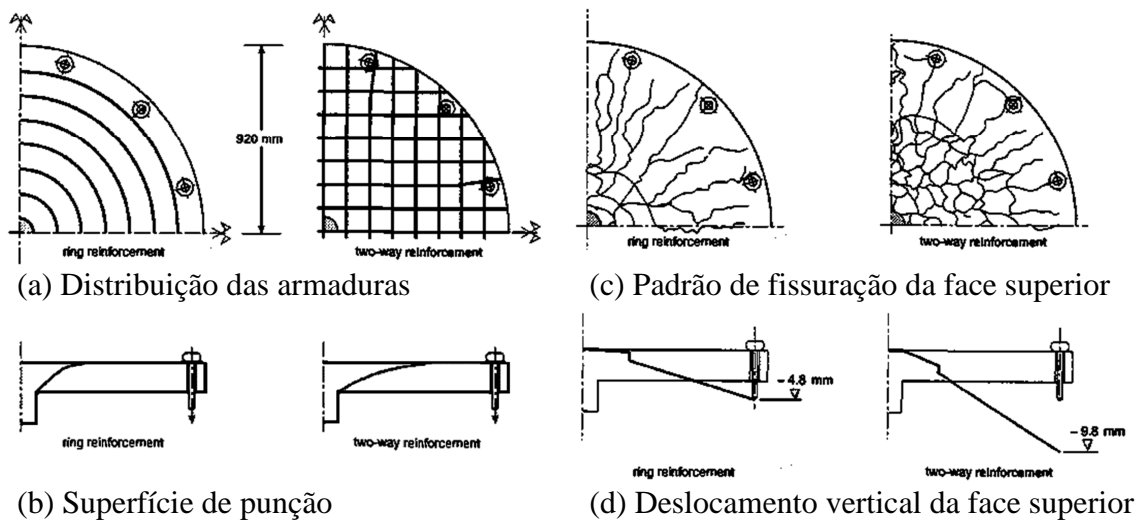


Figura 2.4 – Modelos físicos de KINNUNEN e NYLANDER (1960)

Seu modelo analítico se baseia nas considerações de equilíbrio de um segmento circular radialmente fissurado em torno de um pilar circular. O modelo assume uma rotação do corpo rígido com base na observação experimental de que o deslocamento vertical radial da laje fissurada permanecia reto (Figura 2.4). O setor circular delimitado por duas fissuras radiais e a fissura de punção apoia-se em uma casca cônica comprimida que se desenvolve do pilar até a base da fissura de cisalhamento e ao longo da borda externa da laje. A casca cônica possui esse formato com espessura variável para que as forças de interação entre o contato do pilar e o início da fissura de cisalhamento sejam aproximadamente iguais. A Figura 2.5 ilustra uma seção através de uma placa circular com reforço radial e tangencial. Ao longo dos anos, outros autores [SHEHATA (1990), GOMES (1991)] complementaram o modelo da KINNUNEN e NYLANDER (1960), considerando outros parâmetros.



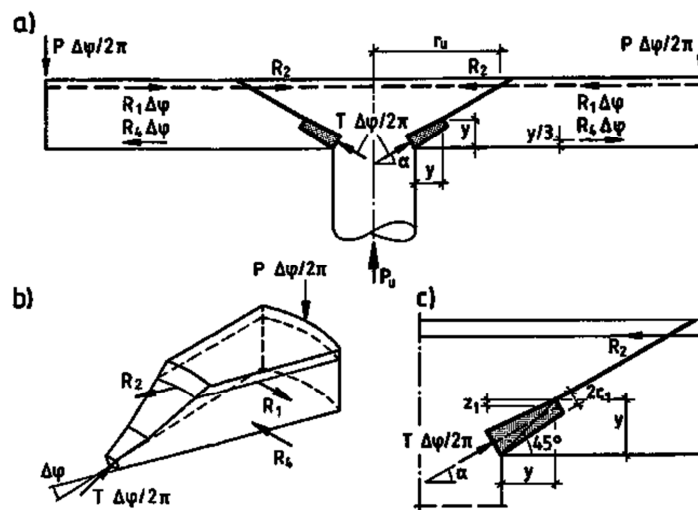


Figura 2.5 – Modelo mecânico de KINNUNEN e NYLANDER (1960)

Verifica-se ainda na literatura diversos métodos teóricos que se fundamentam em outros princípios do tema, como por exemplo, o proposto por Bræstrup *et al.* (1976)<sup>6</sup> e Nielsen (1984)<sup>7</sup> posteriormente, que usaram a teoria da plasticidade para desenvolver o modelo mecânico, assumindo que o concreto é um material perfeitamente plástico, em que a ruptura ocorre quando o campo de tensões atinge uma condição de ruptura dada pela hipótese de atrito de Coulomb ( $\tau + \sigma \cdot \tan \phi - c = 0$ ) e a resistência à tração é limitada ( $f_{ct} = f_c / 400$ ). A capacidade última de fissuração  $P_u$  é calculada comparando-se a energia de fratura de uma casca cônica com o trabalho realizado pelas cargas aplicadas.

Pode-se citar ainda como método de cálculo, o modelo de atrito por cisalhamento (*shear friction*). Esse modelo foi inicialmente desenvolvido para determinar a capacidade de vigas ao cisalhamento, como o estudado por Loov (1998)<sup>8</sup>, sendo depois expandido para avaliar a punção em ligações de lajes lisas por DECHKA (2001) e BIRKLE (2004). A abordagem relaciona as tensões de cisalhamento do plano de ruptura  $\theta$  do concreto às tensões normais ao plano  $\theta$  e a resistência do concreto. Cada valor de  $\theta$  corresponde a uma potencial superfície de ruptura e, a menos que o plano de ruptura atravessasse um estribo, a redução de  $\theta$  causa redução na capacidade à punção da ligação.

<sup>6</sup> BRÆSTRUP, M.W.; NIELSEN, M.P.; JENSEN, B.C.; BACH, F. (1976). *Axisymmetric Punching of Plain and Reinforced Concrete*. Technical University of Denmark, Structural Research Laboratory, Report R 75, 1976, p. 33.

<sup>7</sup> NIELSEN, M. P. (1984). *Limit Analysis and Concrete Plasticity*. Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 1984, 420pp.

<sup>8</sup> LOOV, R. E. (1998). *Review of A23.3-94 Simplified Method of Shear Design and Comparison with Results using Shear Friction*, Canadian Journal of Civil Engineering, V. 25, N°. 3, 1998, pp. 437-450.

## 2.2 – PESQUISAS EXPERIMENTAIS E ABORDAGENS TEÓRICAS REALIZADAS EM LIGAÇÕES DE LAJE LISA COM PILAR DE BORDA

Um conjunto de pesquisas teórico-experimentais envolvendo ligações de borda realizadas por ANDERSSON (1966), KINNUNEN (1971), NARASIMHAN (1971), REGAN (1981) e SIMMONDS e ALEXANDER (1987) são descritos sucintamente nesta seção visando a apresentação do histórico de trabalhos realizados a longas datas sob o enfoque acadêmico. Tais informações contidas nessa revisão proporcionam uma visão geral acerca dos fatores que contribuem para a ocorrência das excentricidades internas e externas e seus efeitos no comportamento das ligações externas.

### 2.2.1 – Andersson (1966)

A primeira abordagem teórica sobre punção em pilares de borda parece ter sido a proposta por ANDERSSON (1966) que, a partir dos resultados de ensaios, observou que o critério de ruptura se assemelhava ao que foi adotado para pilares internos. A ruptura ocorria quando os esforços tangenciais de compressão atingiam um valor limite na parte inferior da superfície de concreto. No caso do pilar de borda esta condição era atingida próximo à face interna do pilar. Para o tratamento no caso de pilares de borda determinou-se uma tensão de cisalhamento nominal a uma distância de  $d/2$  a partir da face interna do pilar. Assumiu-se que parte do momento transmitido para o pilar era ocasionado pela torção das faces laterais, e que esta torção gerava um binário de forças de cima na borda e para baixo na face interna do pilar. A força resultante do binário na borda da laje que atuava de baixo para cima era supostamente resistida pela armadura vertical.

Com base na teoria da plasticidade, a soma das duas forças de cima para baixo, é dada por

$$\Delta P = 2 \cdot \left( \tau \frac{d^2}{4} \right) = \frac{T}{2 \cdot \left( b_1 - \frac{d}{3} \right)}, \text{ sendo } T \text{ o momento torçor gerado pelo binário.}$$

Assumiu-se que  $T$  corresponde a  $0,4 \cdot M = 0,4 \cdot P \cdot e$ , sendo  $e$  a excentricidade da carga a partir do centro do pilar. Assim, o cisalhamento era dado por  $P + \Delta P$ , assumindo-se a distribuição em torno da parte comprimida do pilar, segundo a fórmula de Navier

$$\left( \sigma = \frac{P}{A} + \frac{M \cdot y}{I} \right).$$

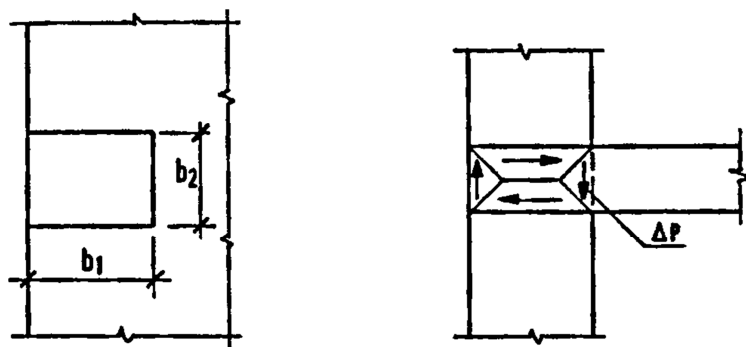


Figura 2.6 – Parcela de cisalhamento gerada por torção (ANDERSSON, 1966)

A tensão de cisalhamento nominal é então dada por:

$$v = \frac{P}{d^2} \cdot \left[ 1 + \frac{0,4 \cdot e}{2 \cdot (b_1 - d/3)} \right] / \left[ \frac{b_2}{d} + \frac{b_1}{d} \left( 1 + \frac{1}{6} \cdot \frac{b_1}{e} \right) + \frac{\pi}{2} \right] \quad \text{Eq.(2.1)}$$

onde, nesse caso,  $b_1$  e  $b_2$  são, respectivamente, os lados perpendicular e paralelo do pilar em relação à borda livre da laje.

ANDERSSON (1966) propôs que o valor limite para  $v$  deva ser tomado como sendo o mesmo para ligações internas sendo sugerido, no entanto, que para o dimensionamento,  $v$  seja associado a uma excentricidade aumentada em 20%.

### 2.2.2 – Kinnunen (1971)

A aplicação da teoria de KINNUNEN e NYLANDER (1960) para lajes com pilares de borda foi posteriormente estudada por KINNUNEN (1971), visando principalmente análise à flexão. O tratamento relativo à punção é semelhante à teoria de ANDERSSON (1966), mas o incremento de força  $\Delta P$  é dado por  $T/2b_1$ , sendo  $T$  calculado a partir da análise das linhas de ruptura da laje. Determinando-se a torção através deste método, o cálculo da capacidade à punção torna-se função da distribuição da armadura da laje. Quanto maior for a proporção de momento transferido à laje – dado pela armadura que atravessa a face interna do pilar – maior é a sua resistência à punção. Tanto ANDERSSON (1966) quanto KINNUNEN (1971) determinaram a capacidade das ligações entre a laje e o pilar de borda com base da teoria das linhas de ruptura. As linhas de ruptura locais correspondem à formação de uma rótula plástica entre a laje e o pilar, cujo eixo se encontra na face interna do pilar, conforme mostra a Figura 2.7.

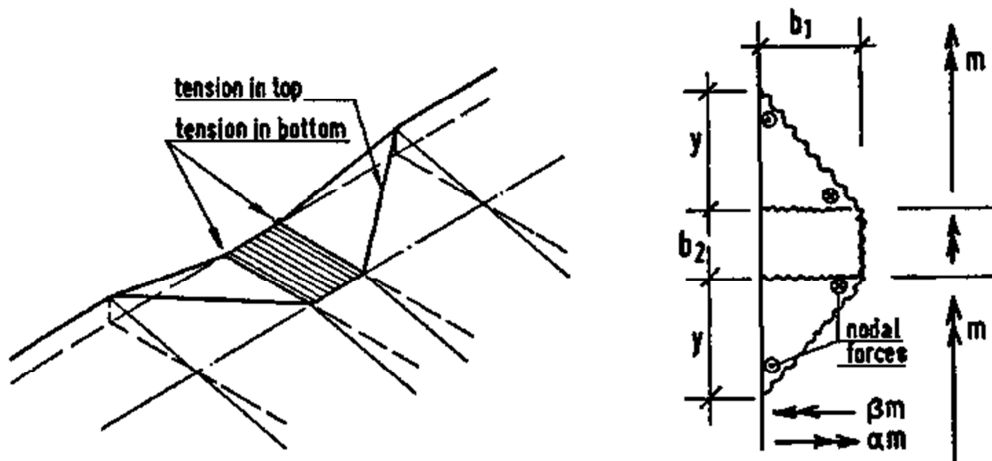


Figura 2.7 – Linhas de ruptura locais em uma ligação externa (KINNUNEN, 1971)

Se a armadura superior perpendicular à borda livre for uniformemente distribuída para cada lado do pilar, as distâncias dos lados do pilar até as linhas de ruptura nas bordas da laje são dadas por:

$$y = b_1 \sqrt{\alpha_m + \beta_m} \quad \text{Eq.(2.2)}$$

onde  $\alpha_m$  é o momento negativo resistente por unidade de comprimento correspondente à armadura superior paralela à borda da laje que passa pelo pilar;  $\beta_m$  é o momento positivo resistente por unidade de comprimento correspondente à armadura inferior paralela à borda da laje que passa pelo pilar e;  $m$  é o momento negativo resistente por unidade de comprimento correspondente à armadura superior perpendicular à borda da laje que passa por cada lado do pilar.

A soma dos dois momentos negativos ao longo do pilar é:

$$2T = 4b_1 \cdot m \sqrt{\alpha + \beta} \quad \text{Eq.(2.3)}$$

Cada momento fletor negativo ou momento torçor  $T$ , requer que a capacidade à flexão ( $m$ ) seja fornecida dentro da largura  $2y$ . Cada momento torçor ( $2T = 4b_1 \cdot m \sqrt{\alpha + \beta}$ ) é o dobro do momento fornecido pela armadura perpendicular à borda da laje que intercepta a linha de ruptura de forma apropriada. O momento adicional é fornecido por um par de forças nodais, sendo cada uma das forças igual a  $T/2b_1$ .

### 2.2.3 – Narasimhan (1971)

A investigação experimental de NARASIMHAN (1971) foi a primeira a mencionar a excentricidade externa em ligações de lajes lisas apoiadas em pilares de borda de maneira mais específica. A autora ensaiou ligações internas e externas da seguinte maneira: (a) série L: ligação laje-pilar interno, (b) série ES: ligação laje-pilar de borda e (c) série CS: ligação laje-pilar de canto. As lajes ensaiadas apresentavam espessura de 178 mm e o aço principal consistiu de barras  $\varnothing 16$  mm nas duas direções principais, tanto na armadura superior como inferior, sendo espaçadas a cada 127 mm, com cobrimento de 19 mm a partir das duas faces. Um tipo especial de armadura de cisalhamento chamado “*shear hats*” foi usado (barras dobradas em forma de chapéu), variando-se a taxa de armadura de cisalhamento com o aumento da bitola das barras, mas mantendo-se constante a quantidade de camadas. Os pilares eram quadrados com lados de 305 mm e foram armados com 8 barras de 25,4 mm. Os carregamentos foram excentricamente aplicados na ligação a partir das bordas em balanço.

A série de interesse ES continha sete modelos de dimensões de (2285 x 1295) mm sendo simplesmente apoiados em três bordas (dois lados menores e um lado maior) e o quarto que continha o pilar estava livre. As principais variáveis foram a excentricidade da carga aplicada e a quantidade de armadura de cisalhamento. Três dos sete modelos dessa série (ES1, ES2, ES5) não possuíam armadura de cisalhamento, enquanto nos demais foram usados os *shear hats*. Os detalhes dos modelos e dos arranjos das armaduras de flexão e cisalhamento podem ser vistos nas Figura 2.8 e Figura 2.9, respectivamente.

A ligação laje-pilar está em uma das bordas de maior dimensão da laje. A laje foi disposta na vertical e o carregamento foi aplicado horizontalmente (Figura 2.10). O comportamento das ligações das lajes tanto com pilar interno quanto de borda e de canto foram discutidos com relação aos seus perfis de deslocamento, deformações, padrões de fissuração e carga última. As lajes foram ensaiadas a fim de fornecer informação sobre o comportamento das peças quando submetidas a um carregamento combinado. Assim, todas as outras variáveis, como as dimensões da laje e do pilar e a taxa de armadura de flexão foram mantidas constantes. As armaduras foram fornecidas de tal maneira que fossem suficientes para garantir uma ruptura frágil em caso de ausência de armadura de cisalhamento. Embora a intenção fosse manter a resistência do concreto uniforme, o uso de concreto usinado tornou-se também uma variável.

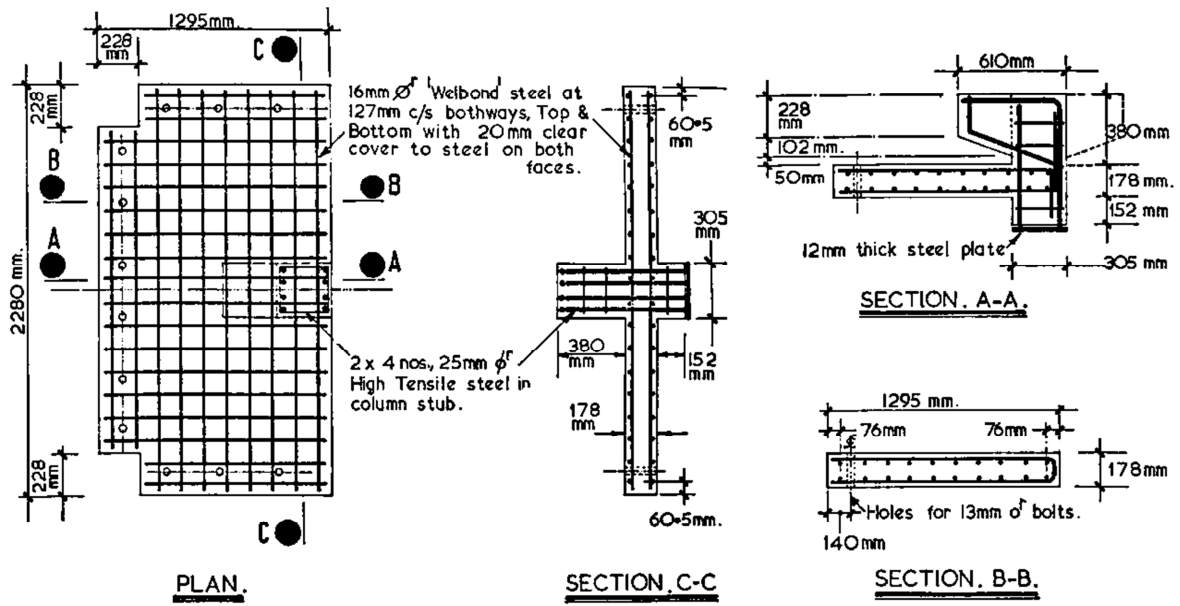


Figura 2.8 – Distribuição das armaduras de flexão da série ES de NARASIMHAN (1971)

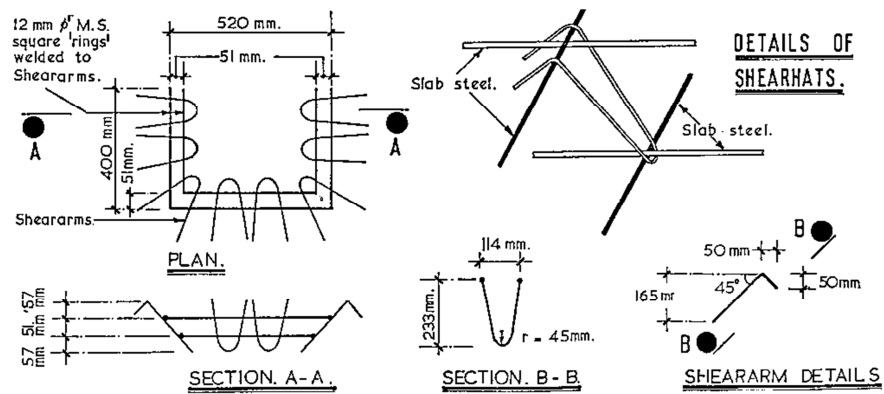


Figura 2.9 – Detalhes da armadura de cisalhamento de NARASIMHAN (1971)

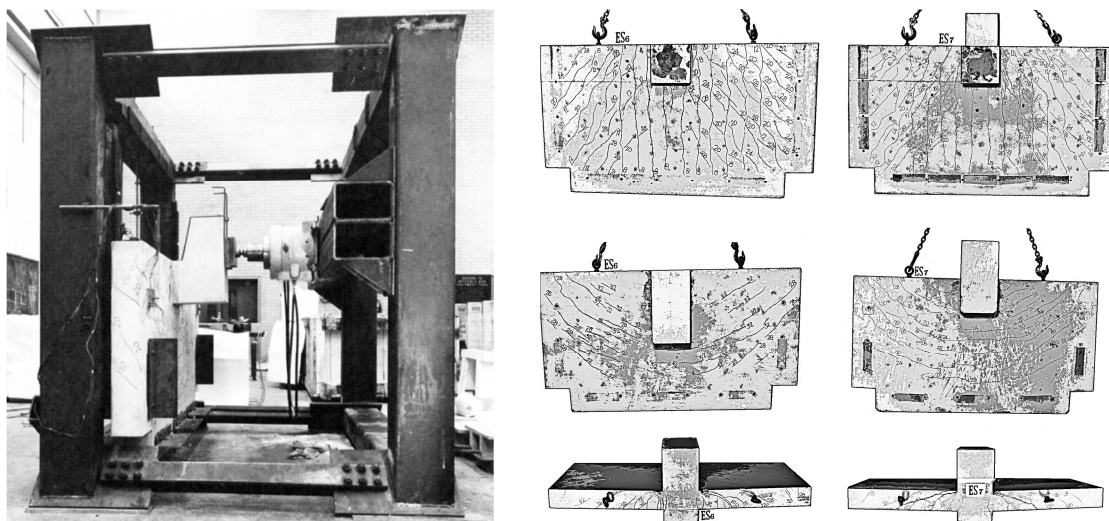


Figura 2.10 – Arranjo de ensaio e lajes ensaiadas por NARASIMHAN (1971)

A Tabela 2.1 traz os resultados dos ensaios da série ES. Sendo a excentricidade interna considerada positiva, destacam-se os modelos ES1, ES2 e ES5, dos quais pode-se observar que houve uma perda de capacidade quando se introduziu excentricidade externa e um ganho no caso de excentricidade interna em relação ao modelo sem excentricidade. A eficiência da armadura de cisalhamento foi comprovada ao observar seu escoamento ao atravessar a fissura crítica, que garantiu um aumento de 25% na carga última.

Tabela 2.1 – Resultados das cargas últimas de NARASIMHAN (1971)

Lajes	e (mm)	$f_{cu}$ (MPa)	$A_{sa}$ (mm <sup>2</sup> )	$f_{va}$ (MPa)	$\theta$ (°)	$V_{exp}$ (kN)
ES1	0,0	33,8	-	-	-	309
ES2	228,5	32,8	-	-	-	342
ES3	228,5	51,3	517	238	45	442
ES4	228,5	50,0	1140	309	45	508
ES5	-228,5	37,6	-	-	-	264
ES6	0,0	40,4	517	238	45	370
ES7	-228,5	45,8	517	238	45	310

A pesquisa de NARASIMHAN (1971) forneceu importantes dados para comparação, embora a quantidade de ensaios realizados não permita conclusões absolutas com relação à excentricidade externa. É questionável a configuração de seu arranjo de ensaio, cujas condições de apoio contínuo podem ter causado maior hiperstaticidade ao sistema com a inibição da rotação da laje nessas regiões, além da influência do ensaio ter sido realizado na vertical, desprezando-se as cargas de gravidade devido ao peso próprio. Entende-se que uma melhor configuração, com carregamentos pontuais aplicados na região superior e apoios desenvolvidos para a região inferior sejam mais adequados para essa avaliação. Foi avaliada a efetividade da armadura de cisalhamento, indicando que os ramos alcançaram o escoamento ao atravessar a fissura crítica. Além disso, lajes cujos lados têm proporções maiores no comprimento que na largura parecem ser mais apropriados em função da distribuição dos momentos paralelos à borda livre agindo nos pilares de borda.

A resistência à punção calculada por NARASIMHAN (1971) para excentricidades externas segundo os métodos de cálculo estabelecidos para as normas avaliadas em vigor àquela época geraram valores muito baixos nessas situações a ponto de não serem considerados confiáveis, refletindo a necessidade de desenvolvimento de soluções embasadas com validações experimentais.

### 2.2.4 – Regan (1981)

REGAN (1981) discute sobre a resistência local de ligações com pilares de borda e de canto em termos bastante diferentes. O ponto de partida é o comportamento de uma laje cuja ligação ao pilar de borda é obtida somente através da face interna, como ilustrado na Figura 2.11a. A resistência à flexão pura é, obviamente, o momento último na face AA ( $M_f$ ). Quando uma força cortante é adicionada, desde que a ruptura seja ainda por flexão, o momento final em torno do eixo do pilar torna-se:

$$M_u = M_f + \frac{P b_1}{2} \quad \text{Eq.(2.4)}$$

Assim como nas vigas sem armadura de cisalhamento, a resistência ao cisalhamento pode ser obtida independentemente do momento, sendo expressa em termos de um limite nominal para a tensão vertical sobre a área inclinada da superfície de ruptura, indicada sob a forma de hachura na Figura 2.11a. O diagrama de interação momento-cortante para o caso de excentricidades internas é ilustrado na Figura 2.11b.

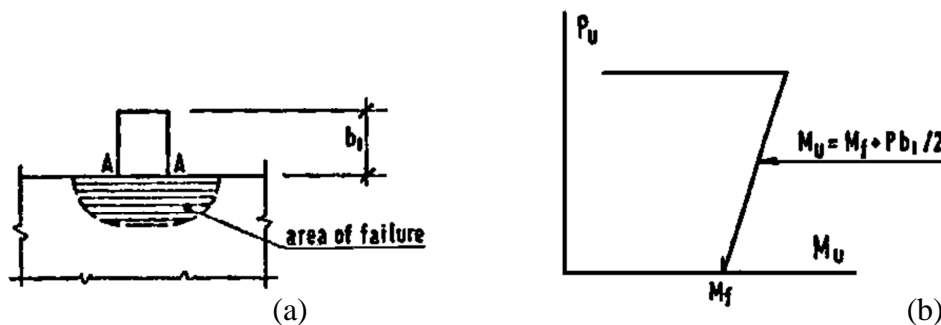


Figura 2.11 – Linhas de ruptura locais em uma ligação externa (REGAN, 1981)

Considerando-se que a forma mais comum das ligações entre laje e pilar de borda é alinhada à face externa do pilar, a menor carga possível ( $P_1$ ), correspondente a uma ruptura por cisalhamento, é definida pela tensão nominal limite sobre a área da superfície, como mostra a Figura 2.12a. A maior tensão de cisalhamento possível ( $P_2 + P_3$ ) é dada pela mesma tensão nominal que atua sobre a área, mostrada na Figura 2.12b.

Já os momentos resistentes correspondentes não são definidos pela teoria das linhas de ruptura. Tais soluções, utilizadas por ANDERSSON (1966) e KINNUNEN (1971), implicam na existência de forças nodais ou na existência de torção ao longo da laje. REGAN (1981) assume que a resistência a estes efeitos é perdida quando as fissuras de



torção surgem na borda da laje e, em seguida, a resistência à flexão pura está limitada ao momento último, dado pela armadura perpendicular à borda que intercepta as linhas de ruptura, como mostrado na Figura 2.12c. Para uma distribuição de armadura uniforme, o ângulo  $\alpha$  pode ser calculado como:

$$\cot \alpha = \sqrt{\frac{m_{\parallel}}{m_{\perp}}} \quad \text{Eq.(2.5)}$$

onde  $m_{\parallel}$  e  $m_{\perp}$  são os momentos resistentes por unidade de comprimento fornecido pela armadura paralela e perpendicular à borda da laje.

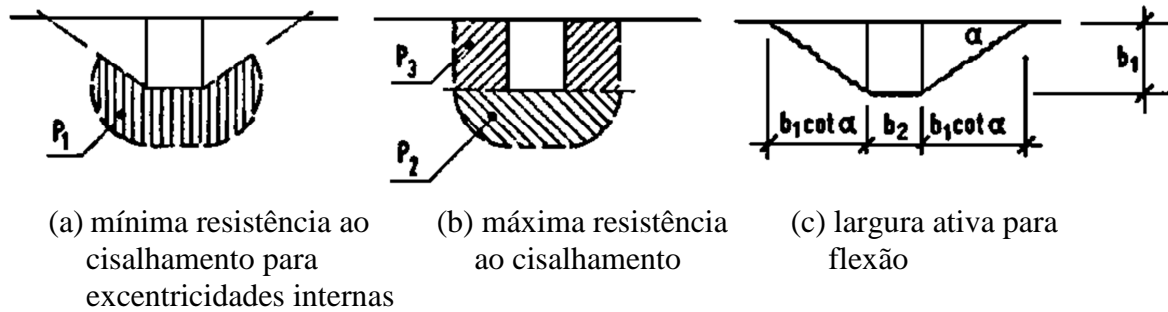


Figura 2.12 – Áreas resistentes ao cisalhamento e largura ativa na flexão (REGAN, 1981)

A capacidade à flexão pura é dada, então, por:

$$M_{flex} = M_f + 2b_1 \sqrt{m_{\parallel} \cdot m_{\perp}} \quad \text{Eq.(2.6)}$$

O máximo momento resistente na ligação é a soma de sua resistência à flexão e  $P_1 b_1 / 2$ , ocorrendo simultaneamente com o cortante  $P_1$ . Para suportar maiores magnitudes de cisalhamento, o momento deve ser reduzido, assumindo-se que  $(P_2 + P_3)$  só é possível na ausência de torção. Isto é, com a componente de flexão reduzida à resistência das barras que passam através do pilar ( $M_f$ ), de forma que  $M_u \leq M_f + P_2 b_1 / 2$ , a resistência ao cisalhamento  $(P_2 + P_3)$  permanece disponível para os momentos de flexão  $0 \leq M \leq M_f$  ou momentos totais  $(P_2 b_1 / 2 \leq M_u \leq M_f + P_2 b_1 / 2)$ . Em seguida, a resistência ao cisalhamento diminui à medida que a carga se desenvolve para uma excentricidade externa e atinja o valor de duas vigas de borda ( $P_3$ ) no caso da inversão dos momentos, correspondente à capacidade da armadura inferior. O diagrama completo da interação  $M-V$  é ilustrado na Figura 2.13.

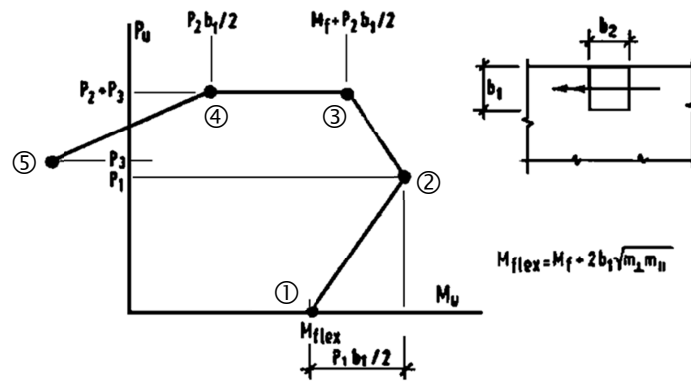


Figura 2.13 – Diagrama de interação  $M$ - $V$  para ligações externas comuns (REGAN, 1981)

É proposto que, no caso de se dispor de armaduras específicas para torção nas bordas das lajes, o momento que ocorrer além da largura  $b_2$ , a partir do pilar, pode ser incrementado pela resistência à torção advinda. Para ser efetiva, a armadura de torção deve ser espaçada adequadamente ( $s \leq 0,5 \cdot d$ ) e deve ter seção vertical precisa. Para o dimensionamento prático, é sugerido que a interação seja reduzida na forma bilinear à medida que a excentricidade da carga for se desenvolvendo na direção voltada para o interior da laje.

### 2.2.5 – Simmonds e Alexander (1987)

SIMMONDS e ALEXANDER (1987) desenvolveram um modelo de treliça tridimensional para simular o mecanismo de punção nas ligações de borda. As forças envolvidas no mecanismo de ruptura são tratadas como escoras de compressão e tirantes de aço. Dois tipos de escoras são considerados: escoras de ancoragem (paralelas ao plano da laje) e escoras de cisalhamento (perpendiculares ao plano da laje). Assim, assume-se que as barras de aço superiores atuam como tirantes horizontais e o concreto – a partir do fundo da laje até a armadura superior – atua como escora de cisalhamento descendente, enquanto que as escoras de cisalhamento ascendentes consistem nas barras de aço inferiores e o concreto – a partir do topo da laje até a armadura inferior (Figura 2.14a).

A premissa básica desse modelo é que toda a armadura dentro da largura  $c_2 + 2d$  irá atingir o escoamento, impedindo a ocorrência de ruptura por compressão da escora. A posição das escoras da treliça resulta da geometria do apoio e do arranjo das armaduras e a inclinação das escoras de cisalhamento é definida pela condição de que sua componente vertical se iguale à capacidade de confinamento da laje. O critério de ruptura é obtido a partir da construção do diagrama de interação contendo pontos básicos de controle (A, B, C e D) e seus contrapontos (A', B', C' e D'), no caso da inversão dos vetores de cisalhamento e

momento. Os pontos A, B, A' e B' marcam os limites para dois tipos de comportamentos distintos na interação. Entre os pontos A e B e entre A' e B' são regiões de interação V-M nas faces laterais do pilar. Entre os pontos B' e A ocorre uma inversão da orientação das escoras de cisalhamento amarradas aos tirantes de aço perpendiculares à borda livre, que pode ser descrita por uma interação V-M na face frontal do pilar. Os pontos C, D, C' e D' descrevem os estágios intermediários da interação V-M. Assim, para cada ponto no diagrama são calculadas três quantidades: o cisalhamento máximo  $V_u$ , o momento devido ao cisalhamento  $M_v$  e o momento devido à flexão  $M_f$ .

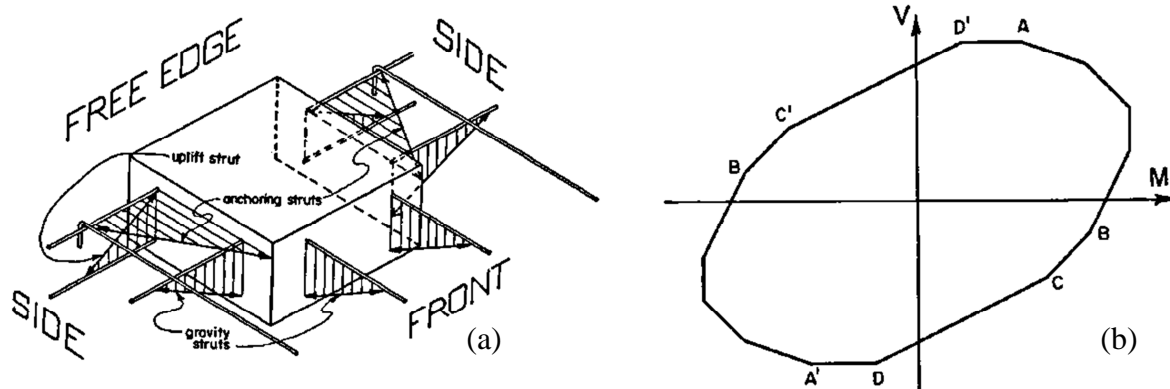


Figura 2.14 – (a) Modelo de treliça tridimensional; (b) Diagrama de interação V-M para ligações de borda (SIMMONDS e ALEXANDER, 1987)

Vale salientar que, a princípio, o modelo de treliça é aplicável a uma grande variedade de problemas de interação V-M em ligações de borda, embora as estimativas baseadas neste modelo dependam de uma previsão empírica do ângulo da escora de compressão. Desta forma, Alexander e Simmonds (1991)<sup>9</sup> reexaminaram o modelo de treliça, a partir de resultados de outros autores, chegando à conclusão de que a geometria da escora de compressão é um arco curvo em vez de uma linha reta. Isto conduziu ao desenvolvimento de um novo modelo mecânico – conhecido como modelo de aderência (ou “*bond model*”) – o qual retém as características desejáveis do modelo de treliça, e é mais consistente com relação às medições das tensões experimentais.

<sup>9</sup> ALEXANDER, S.D.B.; SIMMONDS, S.H. (1991). *Bond Model for Strength of slab-column joints*. Structural Engineering Report No. 174, Department of Civil Engineering, University of Alberta, Edmonton, Canada

## 2.3 – RECOMENDAÇÕES NORMATIVAS INTERNACIONAIS

São apresentadas as disposições normativas mais comuns para a previsão da capacidade à punção de lajes lisas de concreto armado, sendo representados com simbologia e unidades apropriadas. As abordagens adotadas pelo ACI 318 (2011), EC 2 (2004), CEB/FIP-MC90 (1993) e NBR 6118 (2003) são semelhantes entre si uma vez que se baseiam na ideia de determinar a resistência ao cisalhamento através da área da superfície crítica determinada em função da altura útil da laje que, para o caso de ligações externas estende-se ao redor de três das quatro faces do pilar. Já o *fib*-MC2010 (2012) fundamenta-se na CSCT e embora utilize parâmetros para o ajuste do posicionamento no caso de ligações de borda, seu tratamento não foi considerado nesse trabalho.

### 2.3.1 – ACI 318 Standard (2011), American Building Code for Structural Concrete

O ACI 318 (2011) define a resistência ao cisalhamento por punção nas lajes sem armadura de cisalhamento como o menor valor entre as Eq.(2.7), Eq.(2.8) e Eq.(2.9).

$$V_c = \left(1 + \frac{2}{\beta_c}\right) \cdot \frac{1}{6} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Eq.(2.7)}$$

onde  $V_c$  é a resistência ao cisalhamento nominal fornecida pelo concreto;  $\beta_c$  é a razão entre a maior e a menor dimensão do pilar e;  $b_0$  o perímetro crítico afastado a  $d/2$  do pilar.

$$V_c = \left(\frac{\alpha_s \cdot d}{b_0} + 2\right) \cdot \frac{1}{12} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Eq.(2.8)}$$

onde  $\alpha_s$  é uma constante que assume valor igual a 30 para pilares de borda.

$$V_c = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_0 \cdot d \quad \text{Eq.(2.9)}$$

Quando a capacidade calculada à punção das ligações for menor do que a necessária para resistir às cargas, a inclusão de ábacos, capitéis ou armadura de cisalhamento sob a forma de estribos ou *studs* pode ser usada. Nesses casos, a capacidade nominal à punção  $V_u$ , é calculada como o menor valor dentro da zona reforçada ao cisalhamento (ou dentro do ábaco, se for o caso), e fora da zona de reforço ao cisalhamento (ou fora do ábaco, se for o caso). A capacidade para dentro da zona reforçada é calculada através da Eq.(2.10).

$$V_u = \frac{1}{4} \cdot \sqrt{f'_c} \cdot b_{out} \cdot d + A_{sw} \cdot f_{yw} \cdot \frac{d}{s_w} \quad \text{Eq.(2.10)}$$

onde  $b_{out}$  é o perímetro crítico afastado a  $d/2$  da última camada de camada de reforço ao cisalhamento;  $A_{sw}$  é a área da seção transversal de uma camada de reforço ao cisalhamento em torno do pilar,  $s_w$  é o espaçamento entre as camadas de reforço ao cisalhamento, e  $f_{yw}$  é a resistência ao escoamento da armadura transversal.

No caso de cisalhamento combinado à momento desbalanceados, como nos casos de ligações de borda, a tensão de cisalhamento do ACI 318 (2011) é calculada usando a Eq.(2.11), baseada na pesquisa de DI STASIO e VAN BUREN (1960), para um momento agindo paralelamente à borda da laje.

$$v_u = \frac{V_u}{A_c} + \frac{\gamma_v M_u}{(J_c / c_{CD})} \quad \text{Eq.(2.11)}$$

sendo o termo  $J_c$ , análogo ao momento polar de inércia dado para um pilar quadrado por:

$$J_c = \frac{d(c+d)^3}{6} + \frac{(c+d)d^3}{6} + \frac{d(c+d)^3}{2} \quad \text{Eq.(2.12)}$$

onde  $c$  é a dimensão do lado do pilar e  $d$  é a altura útil da laje.

O ACI 318 (2011) assume que parte do momento desbalanceado,  $\gamma_f M_u$  é resistido por flexão na largura  $c+3h$  na mesma direção da transferência de momento ( $h$  é a espessura da laje), enquanto que a parcela restante  $\gamma_v M_u$  é resistida por cisalhamento excêntrico nos dois sentidos. Esta hipótese estabelece que:

$$\gamma_v = (1 - \gamma_f) \quad \text{Eq.(2.13)}$$

O cálculo do fator  $\gamma_f$  correspondente à parcela do momento desbalanceado transferido por flexão é determinado pela Eq.(2.14).

$$\gamma_f = \frac{1}{1 + (2/3) \cdot \sqrt{b_1/b_2}} \quad \text{Eq.(2.14)}$$

sendo  $b_1$  e  $b_2$ , respectivamente, as dimensões do perímetro crítico  $b_0=2b_1+b_2$  (para pilares de borda) nas direções de aplicação do momento fletor e perpendicular a ele, como mostra a Figura 2.15.

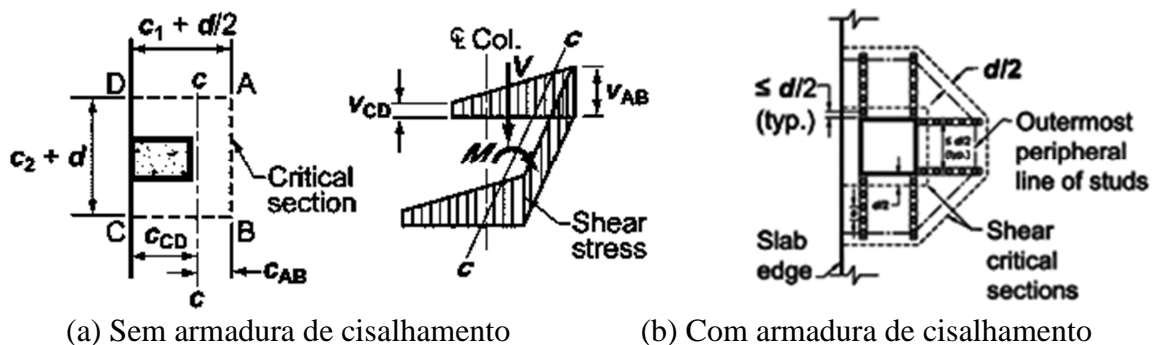


Figura 2.15 – Distribuição de tensões de cisalhamento assumida pelo ACI 318 (2011)

Ao permitir que  $\gamma_v M$  seja reduzido se o aço de flexão na largura  $c+3h$  resistir mais que  $\gamma_f M$ , embora não esteja diretamente expresso em norma, isto faz com que  $\gamma_v$  caia até zero no pilar de borda (contanto que  $V_E \leq V_{Rc,e=0}$ ). Essa omissão do ACI 318 (2011) leva a um conseqüente aumento da armadura, portanto da capacidade à flexão local, favorecendo que a resistência à punção ignore os efeitos da excentricidade.

**2.3.2 – Equivalência entre as Propostas de Dimensionamento: CEB/FIP-MC90 (1993), Comité Euro-International du Béton; EC2 (2004), European Committee for Standardization; NBR 6118 (2014), Associação Brasileira de Normas Técnicas**

Se por um lado o ACI 318 (2011) recomenda a resistência à punção de lajes lisas sendo função da raiz quadrada da resistência à compressão do concreto, da razão  $b_0/d$  (embutida na Eq.(2.8)) e da relação entre os lados do pilar  $\beta_c$ , por outro lado os códigos europeus EC2 (2004) e CEB/FIP-MC90 (1993), bem como a norma brasileira NBR 6118 (2014) trazem abordagens semelhantes quanto às suas prescrições para o dimensionamento à punção, uma vez que consideram a resistência à punção sendo função da raiz cúbica da resistência à compressão do concreto, do efeito de escala e da taxa de armadura longitudinal.

A norma brasileira NBR 6118 (2014) que se destina ao projeto de ligações de lajes lisas de concreto armado segue, basicamente, as regulamentações apresentados no EC2 (2004), que por sua vez, se baseia no CEB/FIP-MC90 (1993). No entanto, o código modelo de 1990 foi substituído por uma versão mais recente, publicada em 2012, cuja metodologia de cálculo segue uma vertente diferente do método empírico adotado até então. As recomendações do fib-MC2010 (2012) são apresentadas mais adiante, embora não sejam aprofundadas neste trabalho. Assim, tomou-se por base o roteiro de cálculo descrito pelo EC2 (2004), sendo apresentadas as diferenças nas regulamentações da NBR 6118 (2014), quando pertinente.

A resistência à punção de uma laje deve ser avaliada na seção de controle, cujo perímetro crítico  $u_1$  ou  $u_1^*$  dista  $2d$  da face do pilar (Figura 2.15), sendo obtida conforme a Eq.(2.15).

$$V_{Rd,c} = \frac{0,18}{\gamma_c} \cdot k \cdot (100 \cdot \rho_1 \cdot f_c')^{1/3} u_1 d \quad \text{Eq.(2.15)}$$

onde  $k$  é o fator expresso pela Eq.(2.16) que leva em consideração o efeito de escala;  $\rho$  é a taxa geométrica de armadura de flexão, obtida pela média valores de  $\rho_l$  e  $\rho_t$ , longitudinais e transversais, respectivamente, calculados a partir da Eq.(2.17) dentro dos limites de largura do lado do pilar mais  $3d$  para cada lado;  $f_c'$  é a resistência à compressão do concreto,  $d$  é a altura útil da laje, assumida como constante e pode ser tomada por  $d_{ef} = (d_l + d_t) / 2$ ;  $u_1$  é o perímetro crítico ao longo do contorno crítico a  $2d$  da face do pilar e;  $\gamma_c$  é o fator de segurança parcial que, para os casos experimentais em análise,  $\gamma_c=1,0$ . A norma brasileira, no entanto, não apresenta esses limites.

$$k = 1 + \sqrt{\frac{200}{d}} \leq 2,0 \quad \text{Eq.(2.16)}$$

$$\rho_1 = \sqrt{\rho_{ly} \cdot \rho_{tz}} \leq 0,02 \quad \text{Eq.(2.17)}$$

Vale ressaltar que, embora o EC2 (2004) recomende o valor de  $0,18/\gamma_c$  em suas equações, a NBR 6118 (2014) apresenta diretamente o coeficiente de 0,13 em, suas formulações, o que representa implicitamente o caso geral de projeto, dado por  $\gamma_c=1,4$  pela norma brasileira. Assim, retirando-se o coeficiente de segurança do valor da tensão resistente obtido pela equação da NBR 6118 (2014), já que as estimativas de carga última correspondem aos valores experimentais, constata-se que a equação geral recai à mesma do EC2 (2004).

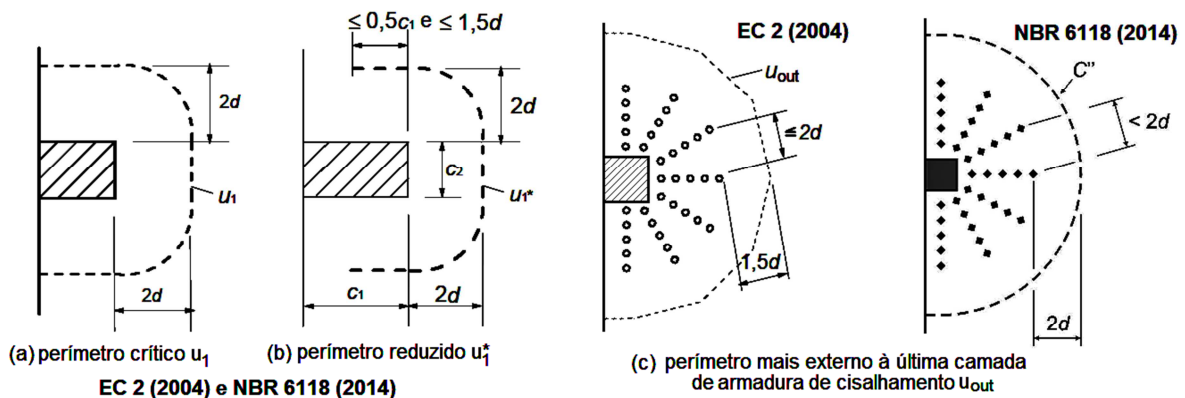


Figura 2.16 – Perímetro críticos para pilares de borda segundo o EC2 (2004) e equivalência para a NBR 6118 (2014)

Ambos métodos de cálculo baseiam-se na tensão de cisalhamento que não deve ultrapassar a capacidade resistente da laje. A primeira superfície crítica é avaliada no perímetro do pilar [correspondente ao contorno C da NBR 6118 (2014)], sendo indiretamente efetuada a verificação da tensão de compressão diagonal do concreto na face do pilar conforme a Eq.(2.18). Fazendo o paralelo com a NBR 6118 (2014), esta adota um valor de coeficiente ligeiramente menor (0,27) para a mesma formulação.

$$V_{Ed} \leq V_{Rd,max} = 0,3 \left[ 1 - \frac{f'_c}{250} \right] f'_c u_1 d \quad \text{Eq.(2.18)}$$

Na segunda superfície crítica de referência  $u_1$  (contorno C') afastada  $2d$  do pilar, deve ser verificada a capacidade da ligação à punção, associada à resistência à tração diagonal, não sendo necessária armadura de cisalhamento se  $V_{Ed} \leq V_{Rd,c}$ . Quando  $V_{Ed}$  excede o valor  $V_{Rd,c}$  a armadura de punção deve ser prevista com reforço da armadura transversal.

Nos casos em que a armadura de cisalhamento se mostrar necessária, há obrigatoriedade em verificar uma terceira superfície crítica (contorno C''). O EC2 (2004) propõe a soma das contribuições do concreto e da armadura de cisalhamento, sendo diminuída a parcela resistente do concreto em 25% tanto para permitir a ativação da armadura de cisalhamento quanto para considerar a redução da resistência do concreto devido ao nível de fissuração ser geralmente mais pronunciado que uma laje sem armadura de cisalhamento. Assim, a resistência à punção para uma laje com armadura de cisalhamento,  $V_{Rd,cs}$ , pode ser calculada pela Eq.(2.19). Em contrapartida, a NBR 6118 (2014) admite que o coeficiente de 0,10 para a contribuição do concreto, que na multiplicação entre os fatores gera resultados semelhantes (em torno de 0,13), acarretando aparentemente no mesmo padrão.

$$V_{Rd,cs} = 0,75 \cdot V_{Rd} + 1,5(d/s_r) A_{sw} f_{ywd,ef} [1/(u_1 d)] \text{sen } \alpha \quad \text{Eq.(2.19)}$$

onde  $A_{sw}$  é a área de uma camada de armaduras de cisalhamento em torno do pilar;  $s_r$  é o espaçamento radial entre as camadas de armaduras de cisalhamento, não devendo superar  $0,75 \cdot d$ ;  $f_{ywd,ef}$  é o valor de cálculo da tensão efetiva de escoamento das armaduras de punção, dada pela Eq.(2.20); e  $\alpha$  é o ângulo entre as armaduras de punção e o plano da laje.

$$f_{ywd,ef} = 250 + 0,25 d \leq f_{ywd} \quad \text{Eq.(2.20)}$$



Para uma situação de pilares de borda, cuja a reação do apoio é excêntrica em relação ao perímetro de controle, a tensão de punção máxima pode ser expressa conforme a Eq.(2.21).

$$v_{Ed} = \beta \cdot \frac{V_{Ed}}{u_1 \cdot d} \quad \text{Eq.(2.21)}$$

sendo  $\beta$  obtido através da Eq.(2.22).

$$\beta = 1 + k \cdot \frac{M_{Ed}}{V_{Ed}} \cdot \frac{u_1}{W_1} \quad \text{Eq.(2.22)}$$

onde  $k$  é um coeficiente dependente da relação entre as dimensões do pilar  $c_1$  e  $c_2$ , sendo uma função das proporções do momento desbalanceado transmitido por cisalhamento não uniforme e por flexão e torção, como disposto na Tabela 2.2;  $W_1$  corresponde a uma distribuição de cisalhamento, conforme ilustrado na Figura 2.17 e expresso na Eq.(2.23), sendo uma função do perímetro  $u_1$  e homólogo ao módulo de resistência plástica perpendicular à borda livre da NBR 6118 (2014).

$$W_1 = \int_0^{u_1} |e| dl \quad \text{Eq.(2.23)}$$

onde  $dl$  é um incremento do comprimento do perímetro e  $e$  é a distância de  $dl$  ao eixo sobre o qual o momento  $M_{Ed}$  atua.

Tabela 2.2 – Valores de  $k$  para áreas carregadas retangulares

$c_1/c_2$	$\leq 0,5$	1,0	2,0	$\geq 3,0$
k	0,45	0,60	0,70	0,80

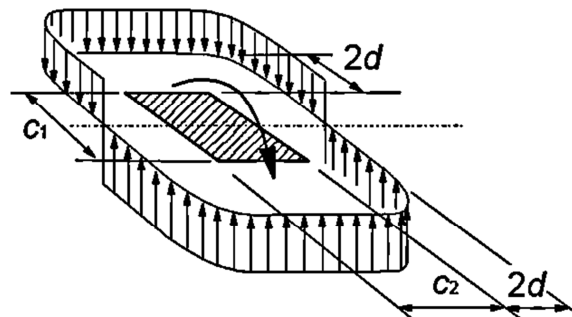


Figura 2.17 – Distribuição de cisalhamento devido a um momento desbalanceado na ligação entre a laje com pilar interno, conforme o EC2 (2004)

Vale ressaltar que os valores de  $\beta$ , que são dependente de  $k$ , parecem ser adequadamente definidos para pilares internos, intento dos quais o texto foi escrito, porém pode-se admitir uma possível argumentação para os casos de pilares de borda. SIBURG e HEGGER (2012) fornecem as recomendações do EC2 (2004) – ou DIN EN 1992-1-1 –, que são adotadas em combinação com o anexo nacional alemão (NA (D)), indicando que para sistemas não-deslocáveis com índices de retangularidade dos pilares  $0,8 \leq c_1/c_2 \leq 1,25$ , são aceitos valores simplistas e constantes para  $\beta$ , sendo recomendados, no caso da Alemanha, o valor especificado  $\beta=1,40$  para pilares de borda. No entanto, o NA(D) faz restrição para o caso de pilares de borda com uma excentricidade relativa de  $e/c \leq 1,2$ , exigindo um método mais preciso para o cálculo do coeficiente  $\beta$ , como por exemplo, determinado pela distribuição das tensões de cisalhamento totalmente plastificadas.

O EC2 (2004) apresenta apenas dois parágrafos relevantes sobre ligações de borda que estão diretamente ligadas ao tema da excentricidade. Cita-se o primeiro deles:

*“Para ligações de borda em que a excentricidade na direção perpendicular à borda da laje (resultante de um momento em torno de um eixo paralelo à borda da laje) é interna e não há excentricidade paralela à borda, os esforços cortantes devido à punção podem ser considerados como uniformemente distribuídos ao longo do perímetro de controle  $u_1^*$ .”*

O outro trecho informa que:

*“Se a excentricidade perpendicular à borda da laje não é interna, a Eq.(2.22) se aplica. Para calcular  $W_1$ , a excentricidade e deve ser medida a partir do centroide do perímetro de controle.”*

Apesar de estarem na mesma seção do EC2 (2004), os textos não concordam em algumas circunstâncias, sendo a provável razão para essa falta de encaixe incidir nos diferentes contextos em que foram elaboradas. A primeira é derivada do CEB/FIP-MC90 (1993), estando relacionada às propostas de REGAN (1981) cujo raciocínio implica na introdução do momento na laje afetar sua capacidade ao cisalhamento e vice-e-versa. O EC2 (2004) usa o ponto 2 ( $M_s + \Delta M$ ,  $V^*$ ) do diagrama da Figura 2.13 no dimensionamento de lajes lisas em função das razões momento/cortante, o qual ao ultrapassar esse limite, uma rótula plástica é formada e a carga aumenta até alcançar  $V=V_{max}$ . Trata-se de uma abordagem sensata mas que ainda carece de ajustes para o caso de cargas concentradas nas bordas das lajes. Da necessidade de cobrir todos os casos, o segundo trecho surgiu remontando a uma extensão das Eq.(2.21) e Eq.(2.22), que pode ou não ser apropriada, uma vez que na literatura sobre o assunto não há evidências terem sido confrontadas a dados experimentais anteriores.

Assim, para lajes submetidas a momento em um só eixo, quando se tem a excentricidade interna (e consequente utilização do perímetro reduzido  $u^*$ ), envereda-se por um problema quanto à excentricidade que se iguala a zero, uma vez que, embora não esteja explícita qual deva aplicar, leve a entender como a excentricidade a partir do eixo do pilar. No entanto, é preciso ter muito cuidado ao se referir à excentricidade ser igual a zero, porque o momento não é igual a zero, quando se considera o momento em torno do centroide da seção crítica. Nesse caso, o valor da excentricidade corresponde a um valor diferente, abrindo margem a interpretações ambíguas sobre qual referência deve ser adotada.

Seguindo o raciocínio da excentricidade ser definida como aquela que gera um momento infinitesimal para dentro ou para fora, então a excentricidade nula se situa entre as duas formulações que, por terem sido concebidas de formas diferentes, os valores sofrem um salto num intervalo muito pequeno, não ocorrendo sua pressuposta continuidade. Trata-se, portanto, de um ponto conflitante do EC2 (2004), pois enseja a discussão entre qual das abordagens retrata a forma mais inteligente, partindo-se da consideração que a excentricidade ( $M_{Ed}/V_{Ed}$ ) das cargas seja medida a partir do centroide do perímetro crítico.

Para o caso da norma brasileira, embora  $\beta$  não esteja explicitamente apresentado em suas formulações, subteve-se o seu uso na tensão dada por  $\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u^*d} + \frac{K_1 M_{sd1}}{W_{p1}d}$ , correspondente ao valor de  $v_{Ed}$  do EC2 (2004), onde o cruzamento equivocado das informações se evidencia com a combinação entre as abordagens de  $u_1^*$  e  $\beta$ . O uso simultâneo destes parâmetros implica em relacionar excentricidades baseadas em  $u_1$  e  $u_1^*$ , acumulando certa imprecisão ao método, ao se tratar de excentricidades externas.

### **2.3.3 – *fib Model Code 2010 (2012)*, Fédération Internationale du Béton**

O *fib-MC2010 (2012)* incorpora uma série de mudanças significativas com relação à sua versão anterior, CEB/FIP-MC90 (1993), e mais particularmente relevante com relação ao dimensionamento à punção. Em vez de definir o critério de ruptura por punção em termos da tensão de cisalhamento a uma distância predefinida do pilar (perímetro crítico), o *fib-MC2010 (2012)* se baseia na proposta de MUTTONI (2008) – denominada de teoria da fissura crítica por cisalhamento (CSCT) – utilizando-se dos resultados de carga-rotação relacionados à variação da taxa de armadura dos ensaios de KINNUNEN e NYLANDER (1960) para introduzir uma nova abordagem na análise à punção, não aprofundada aqui.

### 3 - PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 3.1 – CONCEPÇÃO DE ENSAIO

Ao contrário dos pilares internos, no dimensionamento de ligações de lajes lisas com pilares de borda sempre deve ser considerado o efeito dos momentos desbalanceados, que surgem devido à descontinuidade da estrutura nas extremidades, pela assimetria geométrica ou de cargas nos vãos transversais, ou ainda, pelo desequilíbrio gerado por cargas laterais, causados por terremotos ou ventos. Diante dessas possibilidades, ressalta-se que a consideração da ocorrência de excentricidades externas não pode ser descartada.

Por ocasião da descrição dos métodos apresentados, chama-se a atenção às designações dadas às excentricidades, conforme ilustra a Figura 3.1. A excentricidade perpendicular à borda livre da ligação da laje com o pilar de borda é medida a partir do centroide do perímetro de controle,  $u_l$ . Se a distância entre a linha que passa pelo eixo do pilar até o centroide de  $u_l$  é  $e_0$ , e a transferência momento sobre o eixo central do pilar é  $M$ , tomado como positivo para um perfil cuja face superior é comprimida e a face inferior é tracionada na direção longitudinal da laje, então a excentricidade externa utilizada nos cálculos de

cisalhamento por punção é  $e = \left(\frac{M}{V}\right) + e_0$

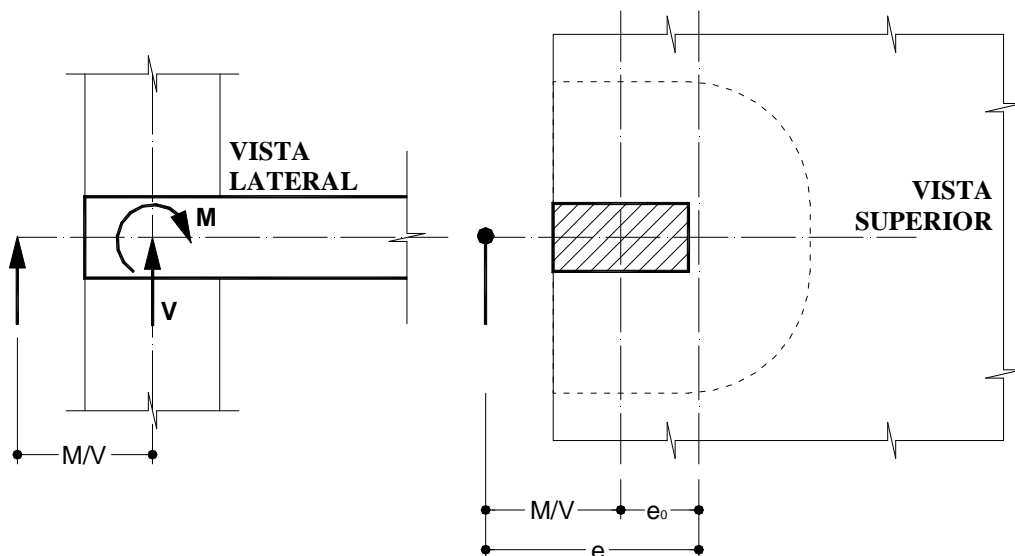


Figura 3.1 – Excentricidade perpendicular à borda livre

Há, portanto, um intervalo de transferência de momentos associados às ações de membrana para o qual a excentricidade  $e$  é positiva, apesar de  $M$  ser negativo. Este intervalo inclui  $M=0$ , ou seja, a reação no pilar centrada e para cima. Dentre as possibilidades, é possível idealizar séries de ensaios visando incluir um conjunto de  $M/V$  com momentos positivos e negativos, medidos em relação ao eixo do pilar. O arranjo dos sistemas de ensaios requer tanto um meio para aplicação gradual do carregamento à ligação – formada pelo pilar e o plano ortogonal da laje – incluindo-se a excentricidade definida por  $M/V$ , quanto um sistema de reação que garanta o equilíbrio estático do conjunto laje-pilar de borda. Dessa maneira,  $M$  e  $V$  podem ser produzidos por uma força vertical  $V$ , aplicada com uma excentricidade  $e$  definida pelo posicionamento do apoio (Figura 3.2a e Figura 3.2b) ou por uma força de reação vertical  $V$  centrada no pilar, combinada com forças horizontais aplicadas ao pilar acima e abaixo da laje (Figura 3.2c).

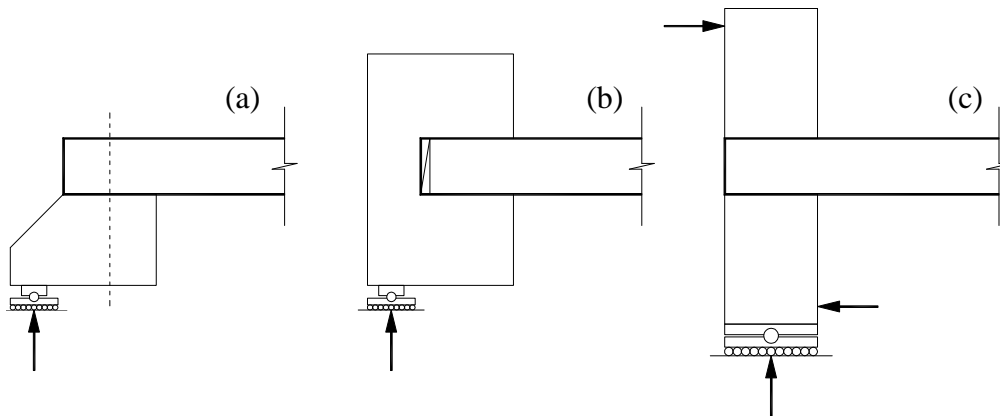


Figura 3.2 – Formas de aplicação de  $M$  e  $V$

Os modelos submetidos aos ensaios em laboratório, tanto para carregamentos limitados ao regime elástico quanto para estágios mais avançados que acarretem sua ruptura, são normalmente idealizados como elementos estruturais básicos individuais, desde que se leve em consideração que os resultados reflitam comportamento compatível às estruturas reais de concreto armado. As duas possibilidades da montagem dos sistemas reação-apoio são ilustradas na Figura 3.3, mostrando o método direto (Figura 3.3a), ou seja, aquele em que o modelo é carregado de modo semelhante à estrutura e o indireto (Figura 3.3b), quando as reações equivalem ao carregamento aplicado. Em geral, os modelos físicos não permitem a completa redistribuição de momentos, nem levam em conta a restrição lateral oferecida pelas regiões da estrutura adjacentes ao pilar, sendo evidente que é mais vantajoso ter distribuições de momentos e cortantes em toda a laje aproximando-se das situações reais, como mostra a Figura 3.4.

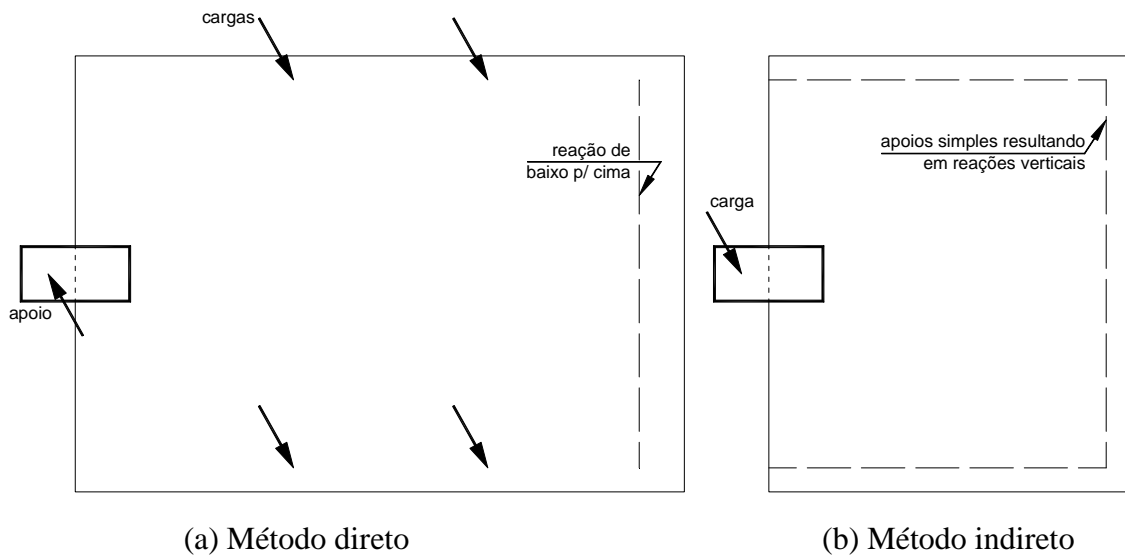


Figura 3.3 – Possíveis Sistemas de Ensaio

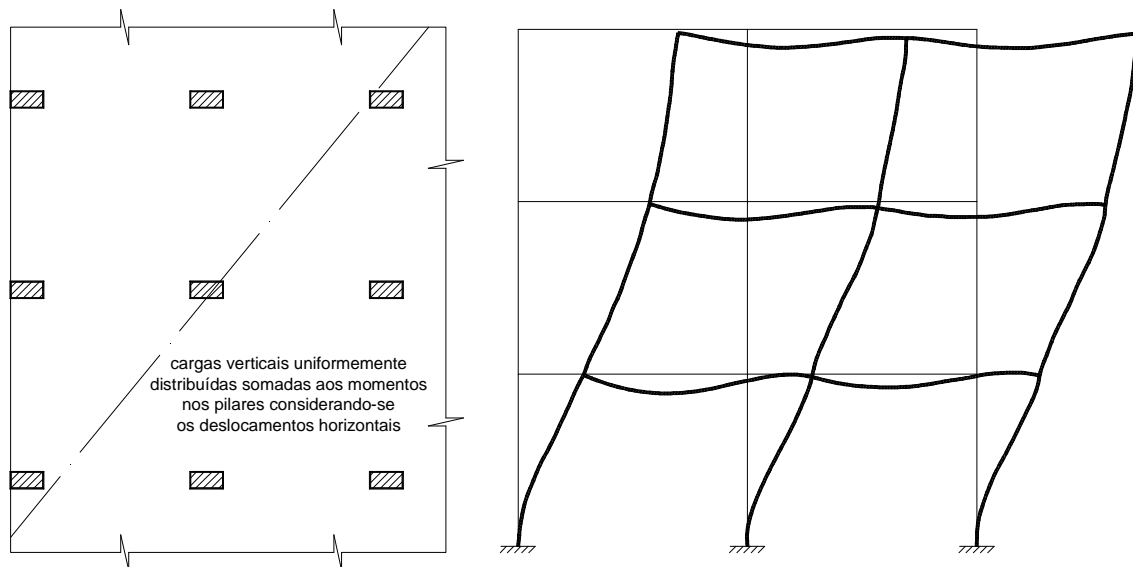


Figura 3.4 – Momentos agindo em um protótipo de pavimento

As terminologias inglesas *sway* e *non-sway* definem, genericamente, a classificação das estruturas flexíveis e rígidas, respectivamente, estabelecendo limites de deslocamento horizontal, abaixo do qual os efeitos de segunda ordem são pouco significativos. Os típicos pavimentos de lajes lisas se encontram no primeiro caso que, dependendo dos critérios utilizados no dimensionamento, pode promover o aumento, em proporção, da transferência dos esforços às ligações devido à ação de cargas laterais.

A Figura 3.5 ilustra as curvas que representam, ao menos qualitativamente, as curvas dos diagramas de momento fletor na direção longitudinal das lajes lisas para excentricidades variadas a partir da reação no pilar. Pode-se observar que quanto maior é a excentricidade interna, maior é a magnitude do momento negativo aplicado na ligação; o momento, então, vai diminuindo até zerar – quando a reação é centrada (excentricidade nula no apoio), passando a ser positivo no caso de excentricidades externas.

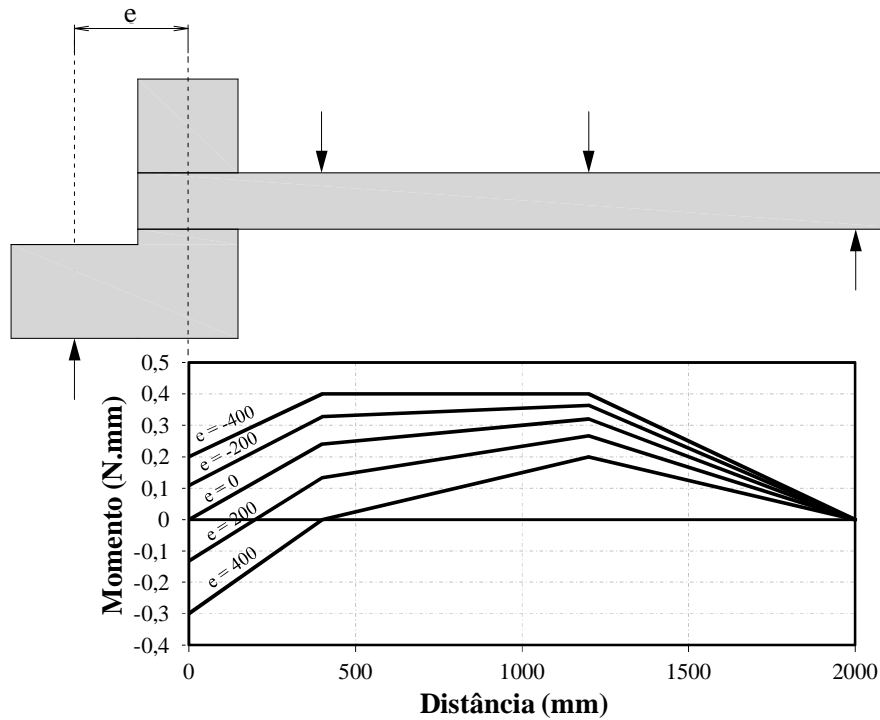


Figura 3.5 – Variável a ser estudada

Dado o grau de complexidade de cada situação, há a necessidade de investigação de dados fornecidos a partir de ensaios experimentais que simulem o desempenho estrutural de ligações externas de lajes lisas em pilares de borda de concreto armado sujeitas à ação de excentricidades externas. Assim, definiu-se a primeira série de ensaios com lajes com taxas de armadura de flexão moderadas submetidas a grandes excentricidades externas. Em seguida, foram previstos ensaios visando preencher a faixa de excentricidades, sendo adotadas excentricidades menores, onde a ação do cisalhamento é mais pronunciada que a transferência dos momentos. Além disso, outros ensaios complementares foram executados visando fornecer maiores informações sobre o comportamento de lajes com armaduras de cisalhamento e de torção, além de alguns ajustes na distribuição da armadura de flexão. Todas as lajes foram ensaiadas no Laboratório de Estruturas (LabEst) da Universidade de Brasília (UnB), empregando-se o esquema de ensaio proposto.

## 3.2 – CONFECÇÃO DOS MODELOS

### 3.2.1 – Características Geométricas

Foram ensaiados treze modelos locais que reproduziram uma porção de laje de 2.350 mm x 1.700 mm de um pavimento de concreto armado com 180 mm de espessura em torno do pilar de borda quadrado com 300 mm de lado, dotado de uma projeção de 650 mm na base para imposição das excentricidades. Os modelos foram biapoiados em sua direção longitudinal (Figura 3.6), sendo um apoio sob a base do pilar e o outro apoio, contínuo, próximo à outra extremidade. A posição do apoio sob o pilar determinou a excentricidade – variável principal entre os modelos – sendo também controladas as condições de contorno (relativas ao direcionamento da projeção do pilar), taxas de armadura de flexão e a adição de armaduras de cisalhamento e torção, como mostra a Tabela 3.1. A geometria do modelo é ilustrada na Figura 3.7.

Tabela 3.1 – Características das lajes

Série de Ensaio	Laje	$d$ (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)	$E_c$ (GPa)	Armadura Principal	$e$ (mm)	
Série I	L1	147	1,00	46,8	3,4	29,3	Distribuição Padrão	300	Interna
	L2	146	1,25	44,7	3,0	27,5	Distribuição Padrão	0	Centrada
	L3	146	1,25	45,1	3,1	27,1	Distribuição Padrão	300	Externa
	L4	146	1,25	46,0	3,3	28,5	Distribuição Padrão	400	Externa
Série II	L5	146	1,25	51,4	4,1	31,8	Distribuição Padrão	100	Externa
	L6	146	1,25	52,1	4,3	32,4	Distribuição Padrão	200	Externa
	L7	146	1,52	50,0	3,7	31,3	Bar. Extr. Longit. Inf. Barra Extra no Pilar Barras Borda (2x)	400	Externa
	L8	146	1,40	50,5	3,9	31,4	Bar. Extr. Longit. Inf. Barra Extra no Pilar Barras Borda (2x) Barras Encurtadas Estribo Torção Borda	400	Externa
	L9	146	1,25	57,6	3,2	28,1	Distribuição Padrão Arm. Cisalham. <i>Stud</i>	0	Centrada
	L10	146	1,52	59,3	3,6	30,6	Distrib. Modificada* Arm. Cisalham. <i>Stud</i>	200	Externa
Série III	L11	146	1,52	43,1	3,1	31,1	Distrib. Modificada*	350	Externa
	L12	146	1,52	43,6	3,3	31,7	Distrib. Modificada*	150	Externa
	L13	146	1,52	44,1	3,4	32,1	Distrib. Modificada* Estribo Torção Borda	350	Externa
Observações:									
$f_{ys} = 566$ MPa $f_{yw} = 580$ MPa $\phi_w = 6,3$ mm $\phi_t = 8,0$ mm $s_r = 100$ mm $s_o = 70$ mm									

\* Distribuição modificada similar à laje L07



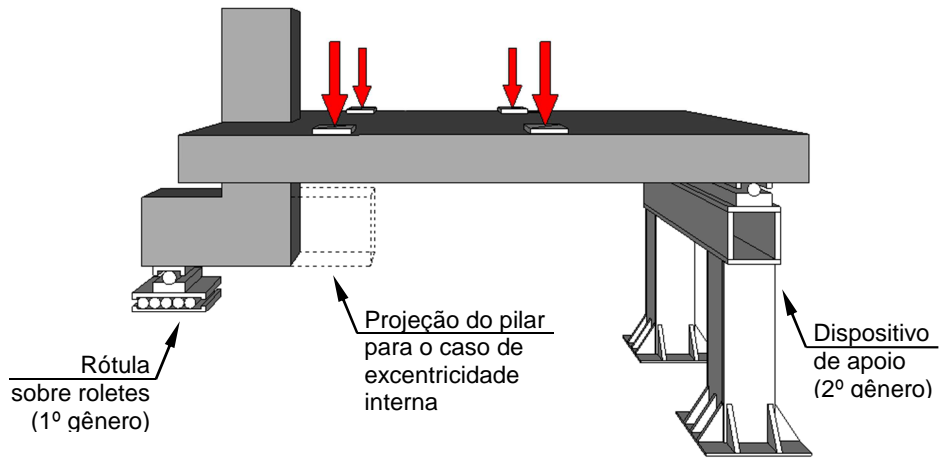
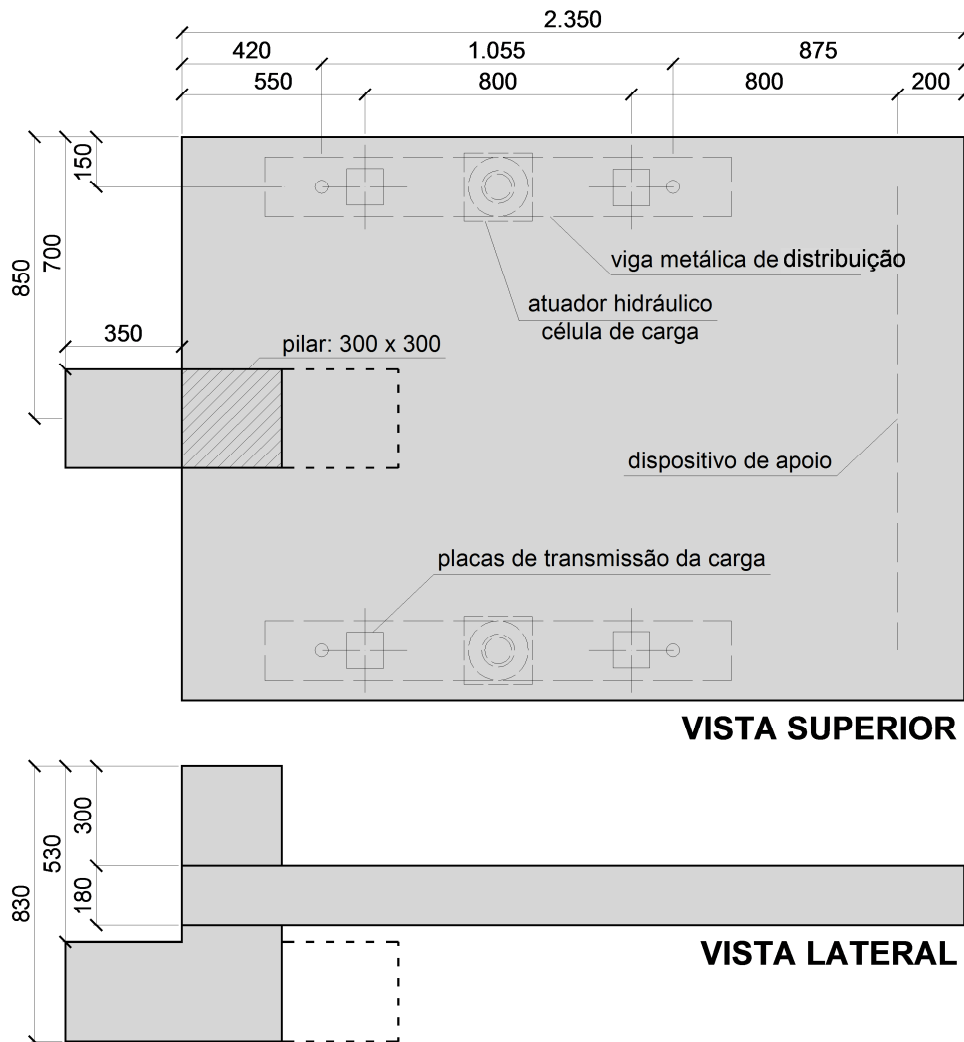


Figura 3.6 – Vista longitudinal do modelo



(dimensões em mm)

Figura 3.7 – Aplicação das cargas

Para uma melhor visualização das principais variáveis definidas nas séries de lajes propostas, detalhou-se na Figura 3.8 uma representação da relação entre a excentricidade e as modificações sofridas na armadura de flexão e a inclusão ou não de armaduras de torção e de cisalhamento, distribuídas então em quatro grupos.

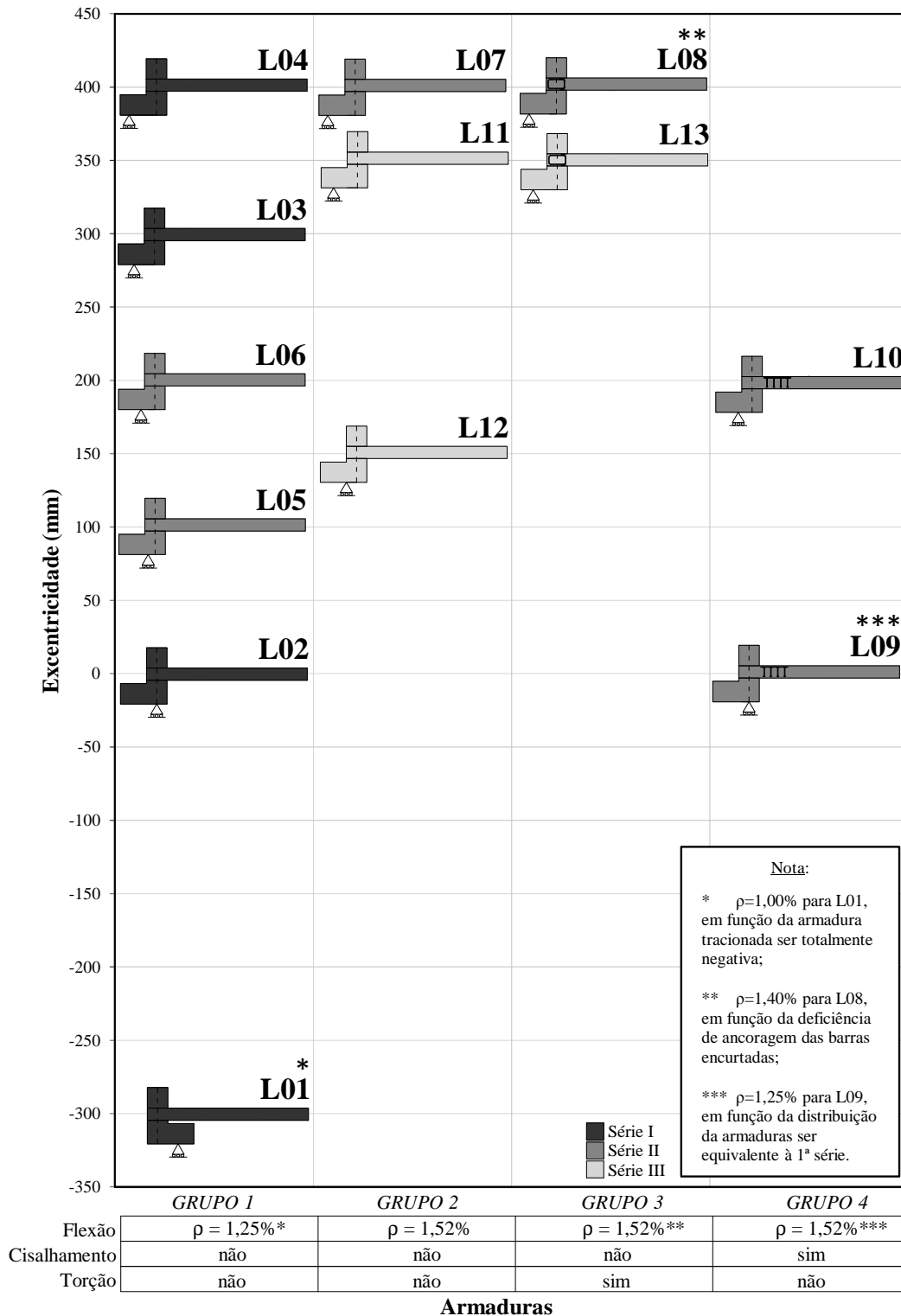


Figura 3.8 – Distribuição dos modelos por grupos nas séries ensaiadas

### 3.2.2 – Distribuição das Armaduras

Para o ensaio das lajes iniciais (L01 a L06) foi mantido o arranjo das barras positivas e negativas, sendo estes modelos armados somente à flexão ( $f_y \approx 566$  MPa). Um esquema da distribuição dessas armaduras – definida como padrão – é mostrado nas Figuras 3.10 e 3.11. Essa mesma distribuição também foi usada na laje L09, com o diferencial da inclusão de *studs* como armaduras de cisalhamento. Como armadura superior foram utilizadas 15 barras de  $\varnothing 12,5$  mm na direção longitudinal e 20 barras de  $\varnothing 16$  mm na direção transversal. Como armadura inferior utilizou-se 15 barras de  $\varnothing 16$  mm na direção longitudinal e 12 barras de  $\varnothing 12,5$  mm na direção transversal. A armadura dos pilares foi composta por 8 barras de  $\varnothing 16$  mm de diâmetro, sendo quatro com ganchos e quatro retas, e com estribos de  $\varnothing 6,3$  mm espaçados a cada 10 cm, como ilustrado na Figura 3.9a.

Nas demais lajes (L07, L08 e L10 a L13) o projeto das armaduras de flexão sofreu algumas alterações. Na armadura negativa, a distribuição permaneceu igual em ambos os sentidos, com o único diferencial da colocação de uma barra extra (Figura 3.12) de mesmo diâmetro na borda da laje, no sentido transversal. Já na armadura positiva, além da colocação da barra extra na borda, assumiu-se um novo espaçamento das barras no sentido longitudinal e a inclusão de barras retas de menor comprimento nas faixas da fileira do pilar e adjacentes a ele. A Figura 3.13 mostra esse novo arranjo, à exceção da laje L08 (Figura 3.14), que teve distribuição das armaduras positivas do tipo padrão (mas com modificação na faixa do pilar) e a inclusão de barras retas extras. À armadura dos pilares foram incluídas duas barras extras (uma com gancho e uma reta), conforme mostra a Figura 3.9b.

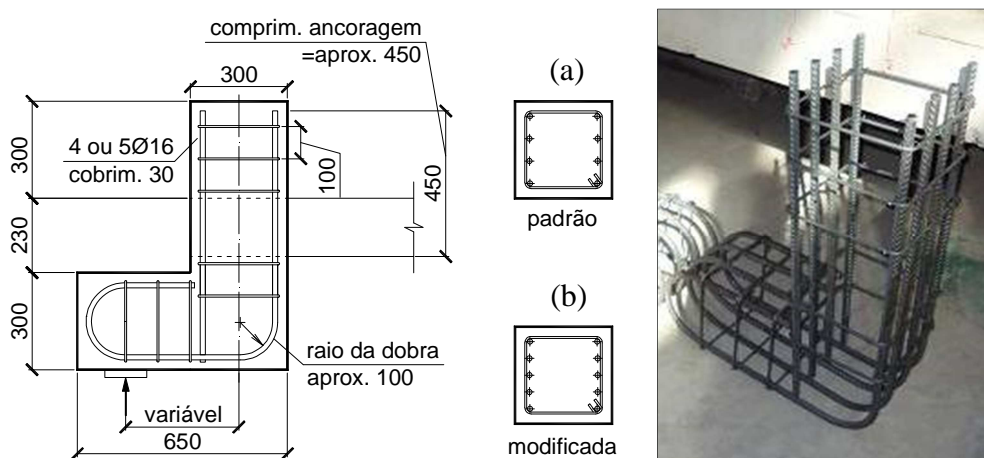


Figura 3.9 – Armaduras do pilar

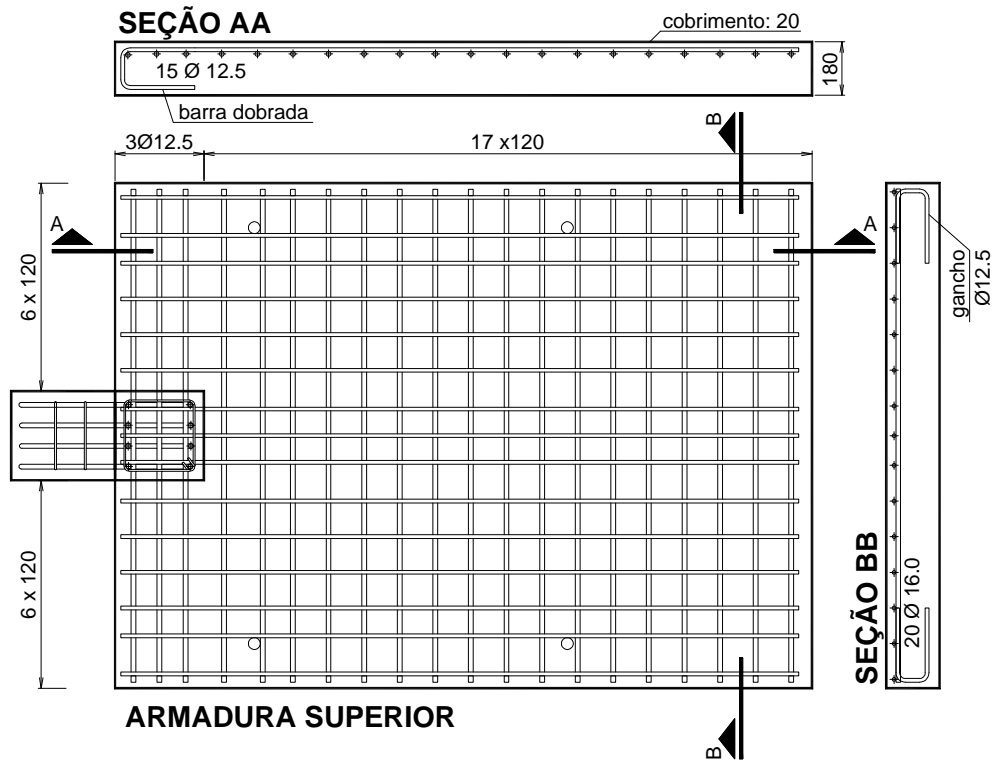


Figura 3.10 – Distribuição da armadura superior padrão (L1-L6, L9)

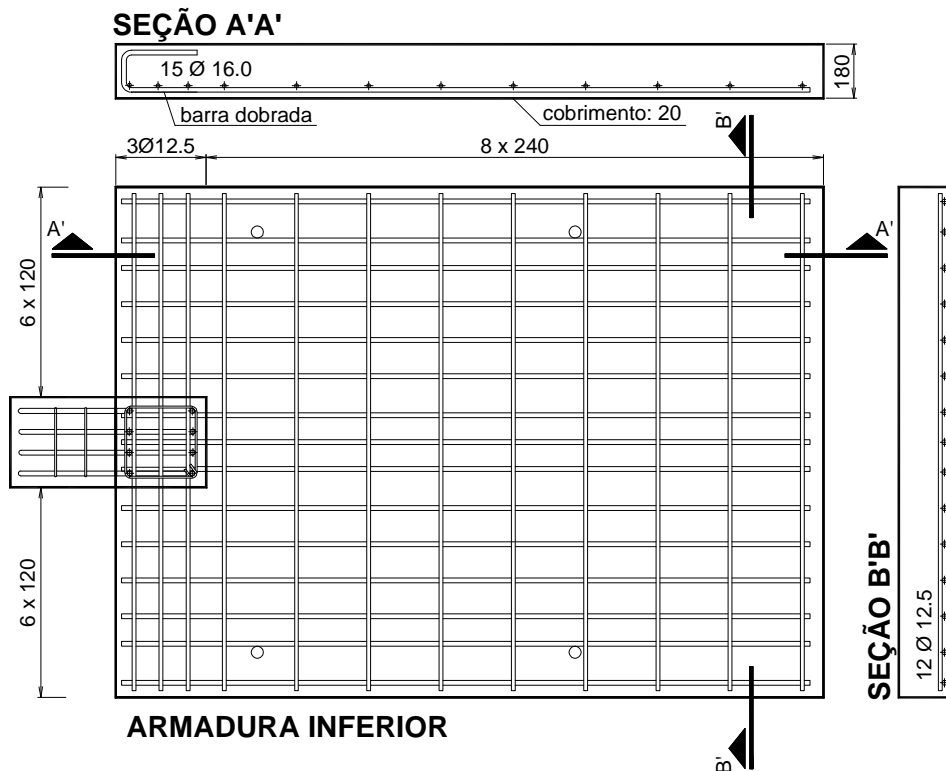


Figura 3.11 – Distribuição da armadura inferior padrão (L1-L6, L9)

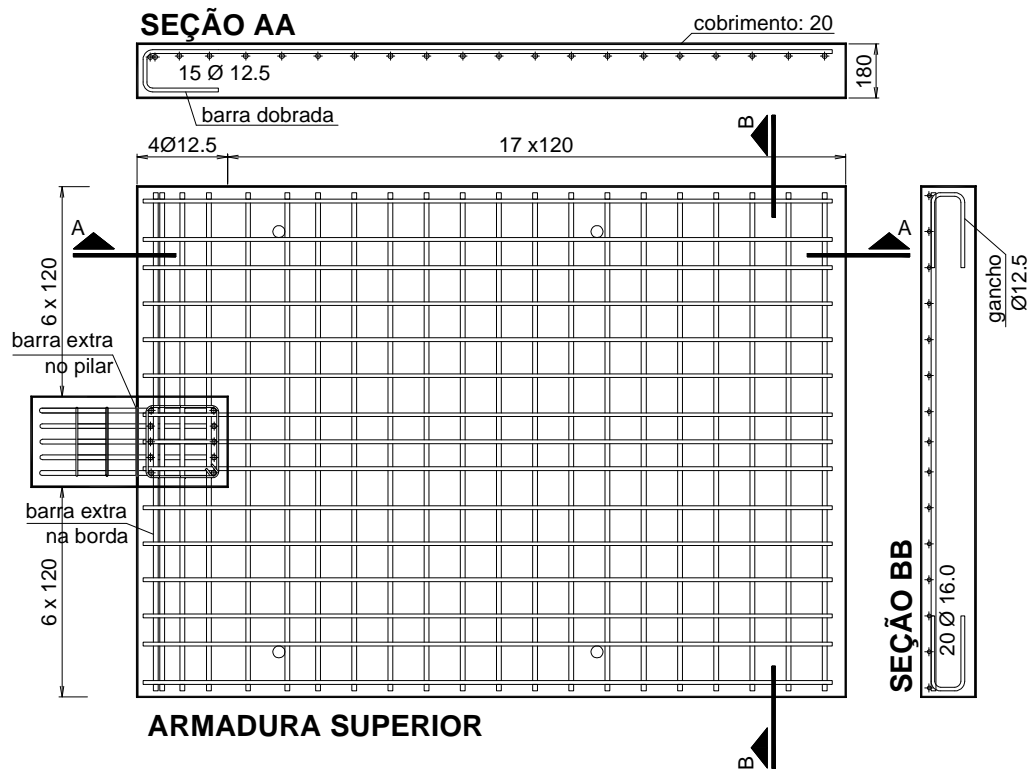


Figura 3.12 – Modificação da distribuição da armadura superior e pilar (L7-L8, L10-L13)

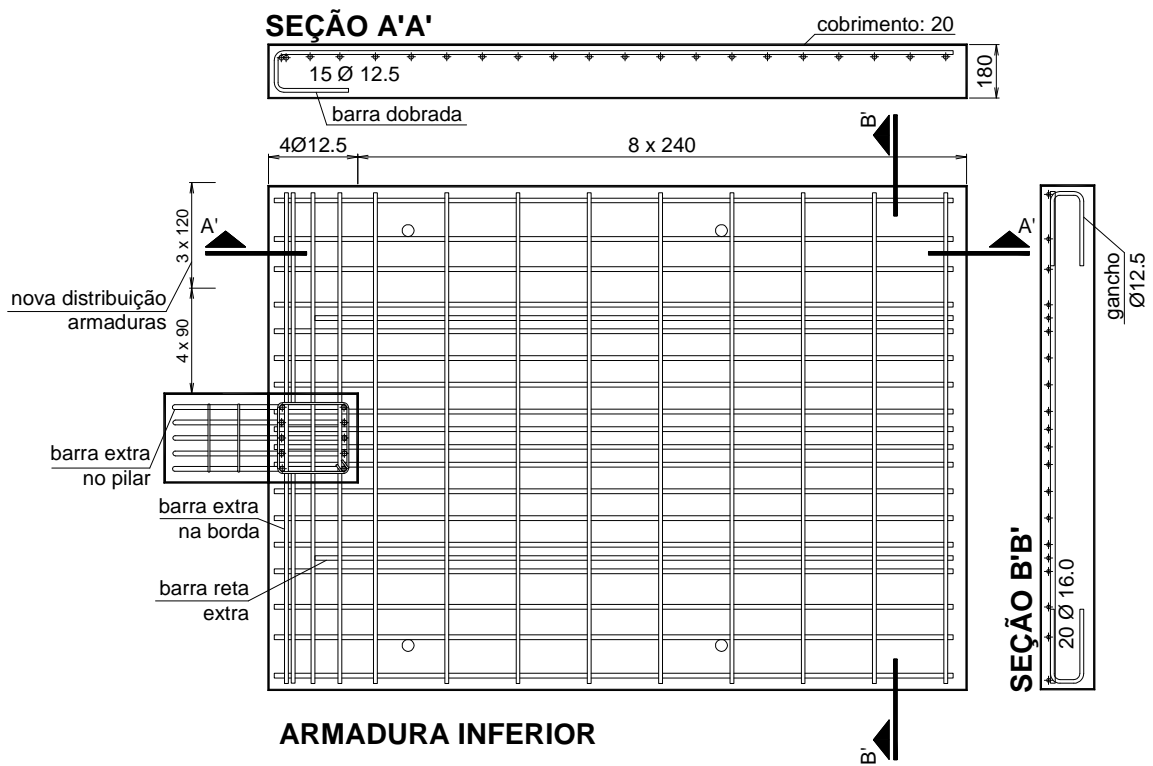


Figura 3.13 – Modificação da distribuição da armadura inferior e do pilar (L7, L10-L13)

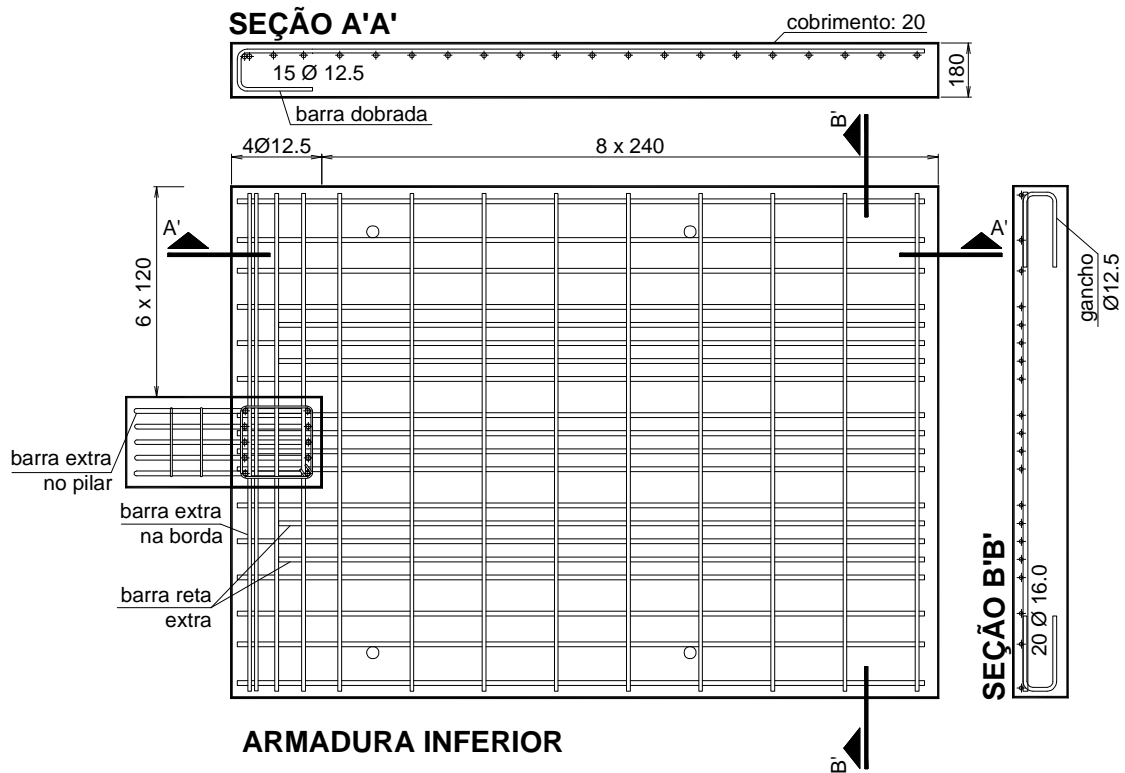


Figura 3.14 – Modificação da distribuição da armadura inferior e do pilar (L08)

Em quatro dessas lajes foram investigados parâmetros adicionais, onde duas (L09 e L10) dispunham de 7 fileiras radiais de *studs* ( $\text{Ø}8$  mm) distribuídos em 4 camadas na região de contorno do pilar como armadura de cisalhamento, enquanto as outras duas (L08 e L13) apresentaram estribos ( $\text{Ø}8$  e  $\text{Ø}6.3$  mm, respectivamente) na extremidade livre da laje que continha o pilar – oposta ao apoio contínuo – como armadura de torção. Essas armaduras são detalhadas na Figura 3.15 e esquematizadas nas Figura 3.16 e Figura 3.17.

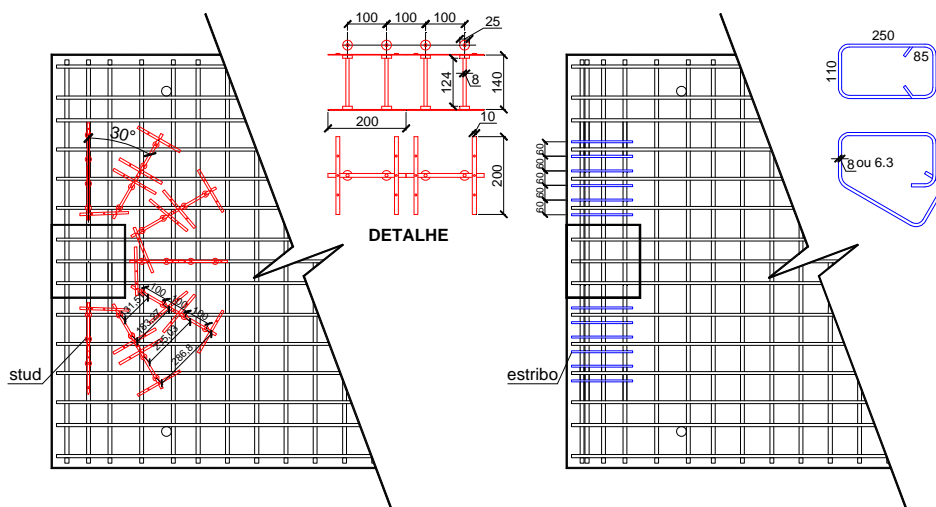


Figura 3.15 – Detalhe das armaduras de cisalhamento e torção

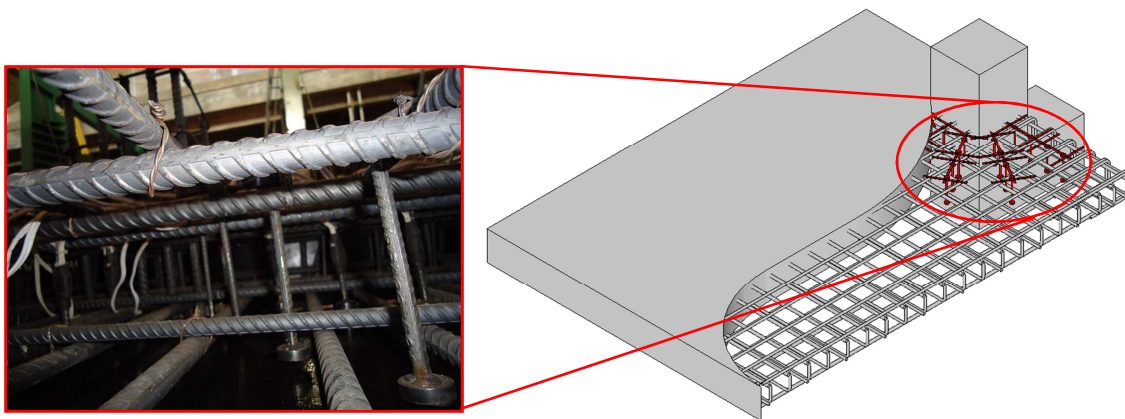


Figura 3.16 – Lajes com armadura de cisalhamento (*studs*)

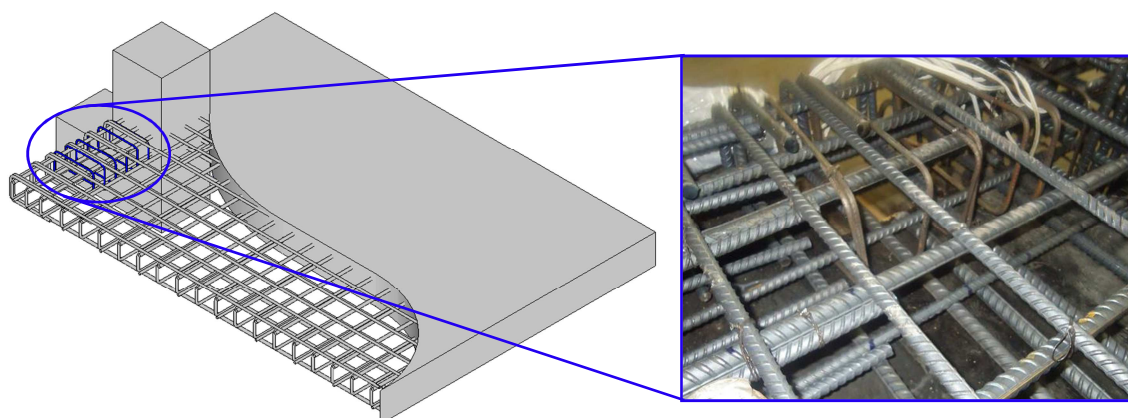


Figura 3.17 – Lajes com armadura de torção (estribos)

### 3.2.3 – Processo Executivo

Com auxílio do registro fotográfico, que pode ser conferido nas Figura 3.18 a Figura 3.26, as fases do processo de confecção dos modelos são descritas a seguir. Dentre as etapas preliminares, visando-se aumentar a produtividade com o reaproveitamento das formas, desenvolveu-se o projeto de duas unidades em chapa metálica, cada uma possuindo dois módulos, de maneira a viabilizar a concretagem de quatro modelos de uma só vez, sendo dada atenção especial à sua rigidez para o controle das dimensões e nivelamento dos modelos. Os detalhes da forma metálica se encontram no Apêndice B.2 deste trabalho. A estas formas, na região dos pilares, foram providenciadas aberturas de (1000 x 1000) mm para o acoplamento de formas de madeira que definiram a geometria dos pilares (pilar com projeção voltada para dentro ou para fora). Para a confecção das formas de madeira foram utilizadas chapas de madeirite plastificado de 17 mm de espessura e pranchas de madeira caixeta para o travamento com parafusos.

Foram adquiridos comercialmente vergalhões de aço da Belgo *ArcelorMittal*, nas bitolas requeridas, que foram cortadas e dobradas nos comprimentos e quantidades anteriormente definidos no projeto de cada laje. As barras foram separadas, marcadas e identificadas nos pontos de extensometria, que receberam um prévio preparo à colagem com a remoção das estrias das barras no esmeril e, posteriormente, das irregularidades superficiais com lixa ferro nº600. A sequência continua procedendo-se à limpeza superficial, seguida da colagem dos extensômetros com adesivo à base de epóxi *SuperBonder*. Efetuou-se a soldagem e teste dos terminais de ligação dos extensômetros aos fios dos cabos paralelos, sendo protegidos com resina também à base de epóxi *Araldite*, somada a uma segunda camada protetora com adesivo à base de silicone. A finalização foi realizada envolvendo-se o ponto instrumentado com fita crepe, seguida de fita de auto-fusão. As barras instrumentadas se juntam às demais para dar prosseguimento aos serviços de armação.

A montagem das armaduras da laje foi feita diretamente sobre a forma, procedendo-se a sua amarração a partir do cruzamento com as barras posicionadas sobre a laje com as barras do pilar, cujo conjunto fora previamente montado sobre o cavalete. Foram colocados espaçadores às barras dos pilares e suportes tipo “caranguejo” à malha das lajes, visando garantir o cobrimento dos modelos e manter a altura útil constante para todas as lajes. Ganchos para içamento da laje foram soldados à malha de flexão.

Foram cortados e fixados às formas tubos soldáveis de PVC de Ø60 mm com 180 mm de comprimento para a execução de furos para a passagem dos tirantes de aplicação de carga pelas lajes. Após a limpeza da forma e a vedação das arestas das formas com silicone, aplicou-se uniformemente desmoldante às superfícies expostas ao concreto por meio de rolos de espuma, visando facilitar sua remoção sem danificar a superfície e arestas do concreto, por ocasião da desforma.

O concreto, fornecido pela empresa CONCRECON, se deu em quatro etapas, totalizando cerca de 12 m<sup>3</sup> para a concretagem de todos modelos, considerando-se o lançamento nas formas das lajes, nos corpos de prova e eventuais perdas. Utilizou-se concreto usinado bombeável da classe C40, com brita 0 (diâmetro máximo do agregado de 9,5mm) e abatimento por *slump* de 14 ± 2 cm. O concreto foi lançado nas formas e adensado com o auxílio de um vibrador tipo agulha, sendo as superfícies das lajes regularizadas através de uma régua de madeira. Simultaneamente à concretagem das lajes, foram moldados de 18 a 32 corpos-de-prova cilíndricos (CPs) de dimensões (100 x 200) mm por concretagem para a realização dos ensaios de propriedades mecânicas. A temperatura de concretagem no



laboratório foi em média de  $21 \pm 2^\circ\text{C}$ , porém a umidade relativa chegou a variar de  $87 \pm 5\%$  no período chuvoso (1ª e 3ª séries) à  $37 \pm 7\%$  (2ª série) no período seco. A cura do concreto se deu em ambiente de laboratório por aproximadamente 7 dias, feita com sacos de aniagem sob mantas de plástico – para evitar, ao máximo, a evaporação – submetidos à molhagem regular a partir do momento em que a superfície das lajes apresentou resistência à ação da água ( $\cong 5$  horas após a concretagem). Os corpos de prova provenientes do mesmo lote foram submetidos às mesmas condições de cura. No período próximo aos ensaios das lajes, procedeu-se a desforma e movimentação dos modelos ao sistema de ensaio.

Tabela 3.2 – Resumo da obtenção dos CPs cilíndricos de concreto

Série	Laje	Lote	Data	
			Moldagem	Ensaio/Caracterização
I	L01	I	14/12/2010 (1ª Concretagem)	03/03/2011 (79 dias)
	L02			28/02/2011 (76 dias)
	L03			01/03/2011 (77 dias)
	L04			02/03/2011 (78 dias)
II	L05	II	14/07/2011 (2ª Concretagem)	13/10/2011 (91 dias)
	L06			18/10/2011 (96 dias)
	L07			06/10/2011 (84 dias)
	L08			11/10/2011 (89 dias)
	L09	III	25/08/2011 (3ª Concretagem)	10/11/2011 (77 dias)
III	L10	IV	02/02/2012 (4ª Concretagem)	24/11/2011 (91 dias)
	L11			17/04/2012 (75 dias)
	L12			18/04/2012 (76 dias)
	L13			19/04/2012 (77 dias)



Figura 3.18 – Confeção das formas de aço

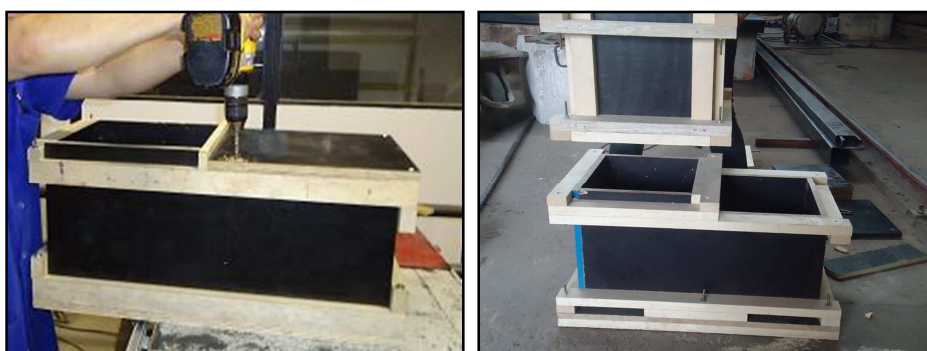


Figura 3.19 – Confeção das formas de madeira



Figura 3.20 – Corte e dobra das armaduras

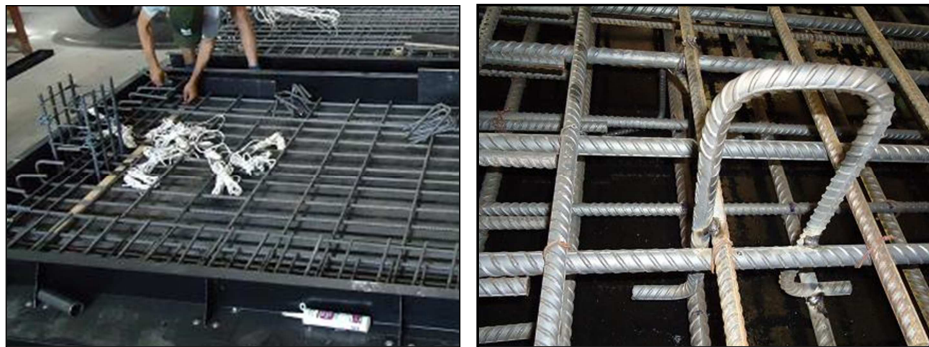


Figura 3.21 – Montagem das armadura e ganchos para içamento



Figura 3.22 – Aplicação de desmoldante e movimentação da armadura



Figura 3.23 – Abatimento (slump) e moldagem dos corpos de prova



Figura 3.24 – Lançamento do concreto bombeado



Figura 3.25 – Regularização da superfície da laje



Figura 3.26 – Cura e desforma das lajes

### 3.2.4 – Instrumentação das Lajes

Foram instalados extensômetros elétricos de resistência num total de 362 pontos diferentes para medição das deformações nas armaduras de flexão, de cisalhamento e de torção, bem como na superfície de concreto de todas as lajes. Foram ainda utilizados 15 LVDTs por laje para a medição das flechas em pontos característicos das lajes, além de 6 células de carga por laje, sendo duas para a avaliação do carregamento aplicado e quatro distribuídas entre os tirantes para medição das forças do sistema em equilíbrio. Outro tipo de instrumentação incluiu 1 pontenciômetro e 1 marcador regulado, como forma de medição indireta das flechas, para a posterior apreciação dos dados redundantes.

### 3.2.4.1 – Armadura de Flexão

Apresenta-se aqui a nomenclatura dos pontos instrumentados – definidos neste trabalho na forma de abreviaturas e caracterizados basicamente de acordo com seu posicionamento na malha: ETS (extensômetro transversal superior); ELS (extensômetro longitudinal superior); ETI (extensômetro transversal inferior); ELI (extensômetro longitudinal inferior), definidos segundo as Figuras 3.28 a 3.31. Para medir a deformação específica das armaduras de flexão foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (EER), da marca KYOWA, do tipo KGF-5-120-C1-11, resistência de  $120,2 \pm 0,2\Omega$ , e fator de calibração de  $2,09 \pm 0,1\%$ , tendo para cada ponto instrumentado dois extensômetros colados em lados diametralmente opostos. A Figura 3.27 mostra o processo de colagem dos extensômetros nas barras de flexão.



Figura 3.27 – Instrumentação das barras de flexão

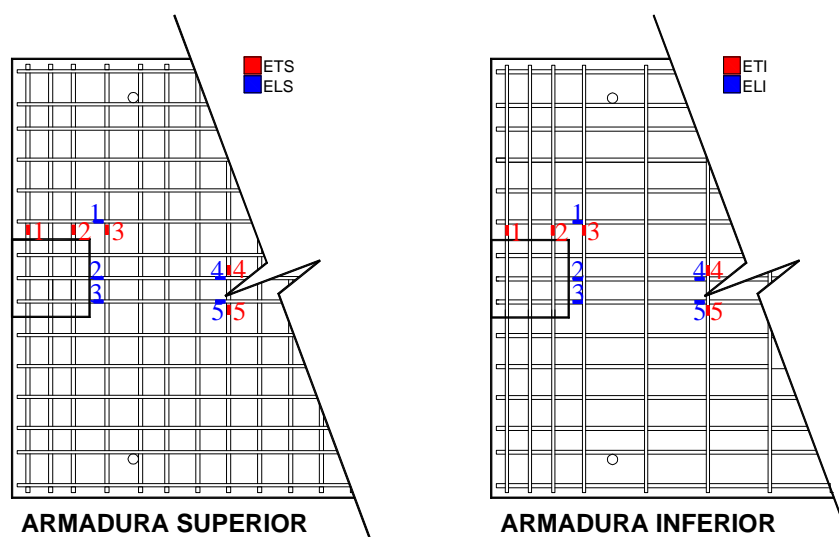


Figura 3.28 – Extensômetros das lajes L01 a L04

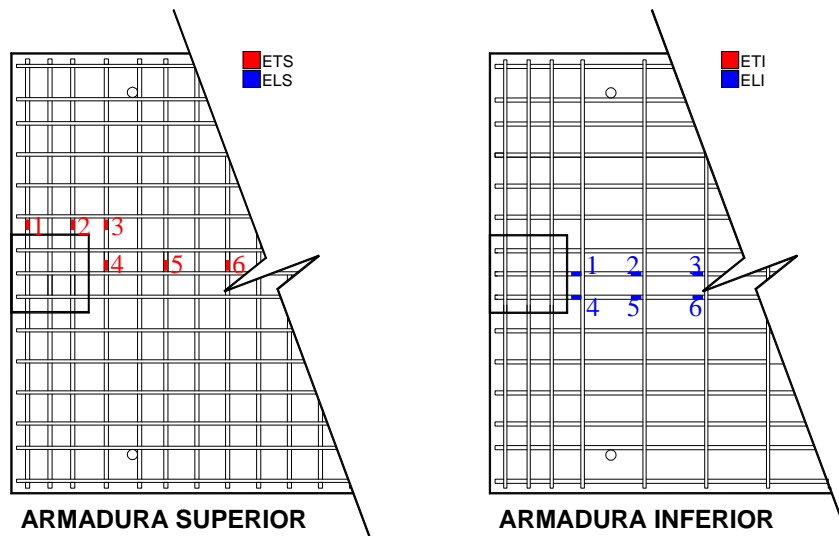


Figura 3.29 – Extensômetros das lajes L05 a L10

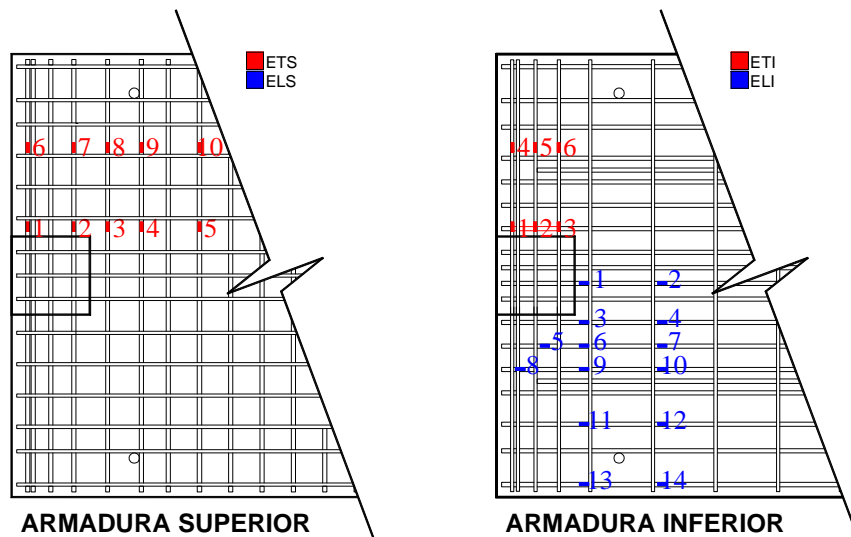


Figura 3.30 – Extensômetros das lajes L11 e L12

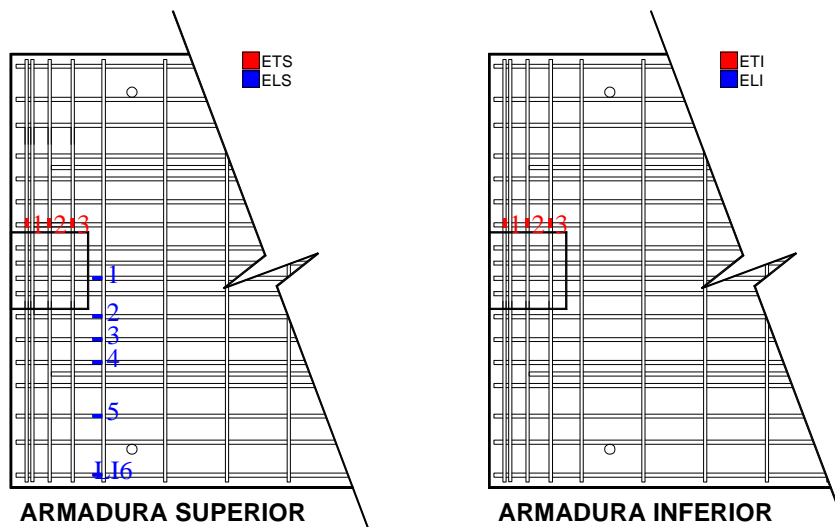


Figura 3.31 – Extensômetros da laje L13

### 3.2.4.2 – Armadura de Cisalhamento

Foram instrumentados as quatro camadas de studs nas fileiras a 0°, 30°, 60° e 90°, em relação à borda das lajes L09 e L10, de acordo com a nomenclatura dada para os ES (extensômetro dos studs), como indicado na Figura 3.32. O extensômetro foi instalado à meia altura do *stud*, sendo colados um em cada lado diametralmente oposto. Para medir a deformação específica das armaduras de cisalhamento foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (EER), da marca KYOWA, do tipo KGF-5-120-C1-11, resistência de  $120,2 \pm 0,2\Omega$ , e fator de calibração de  $2,09 \pm 0,1\%$ .

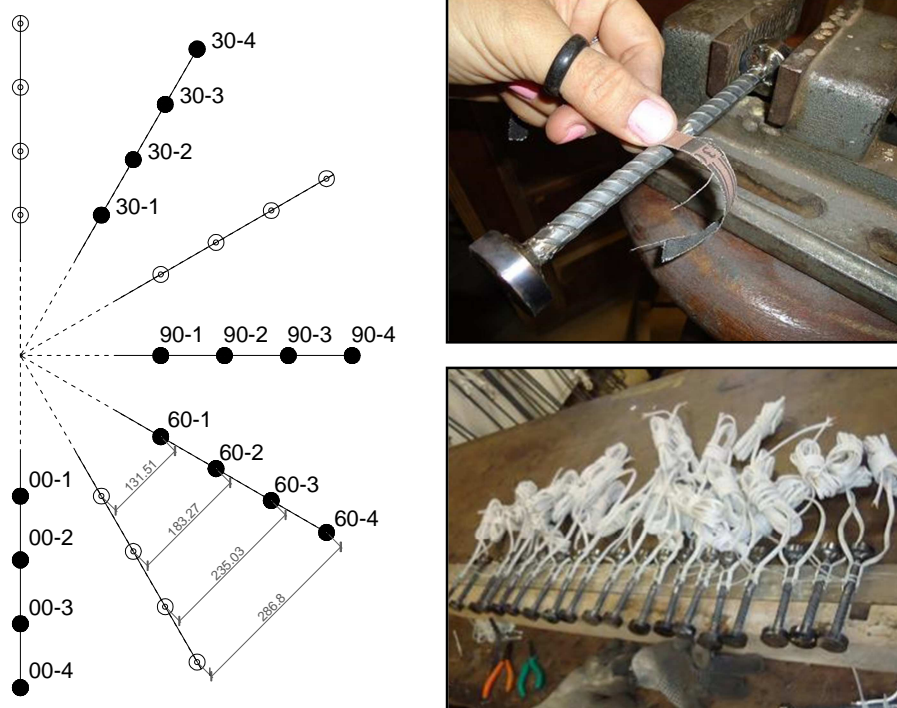


Figura 3.32 – Instrumentação das armaduras de cisalhamento (*studs*)

### 3.2.4.3 – Armadura de Torção

Como a bitola das barras utilizadas como armaduras de torção, os extensômetros foram colados apenas em uma das faces dos estribos, como mostra a Figura 3.33, seguindo a denominação EE (extensômetro dos estribos), subdivididas, de acordo com a localização do seguimento instrumentado em T (*top*), B (*bottom*), O (*out*) e I (*in*). Para medir a deformação específica das armaduras de torção da laje L13 foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (EER), da marca KYOWA, do tipo KGF-5-120-C1-11, resistência de  $120,2 \pm 0,2\Omega$ , e fator de calibração de  $2,09 \pm 0,1\%$ .

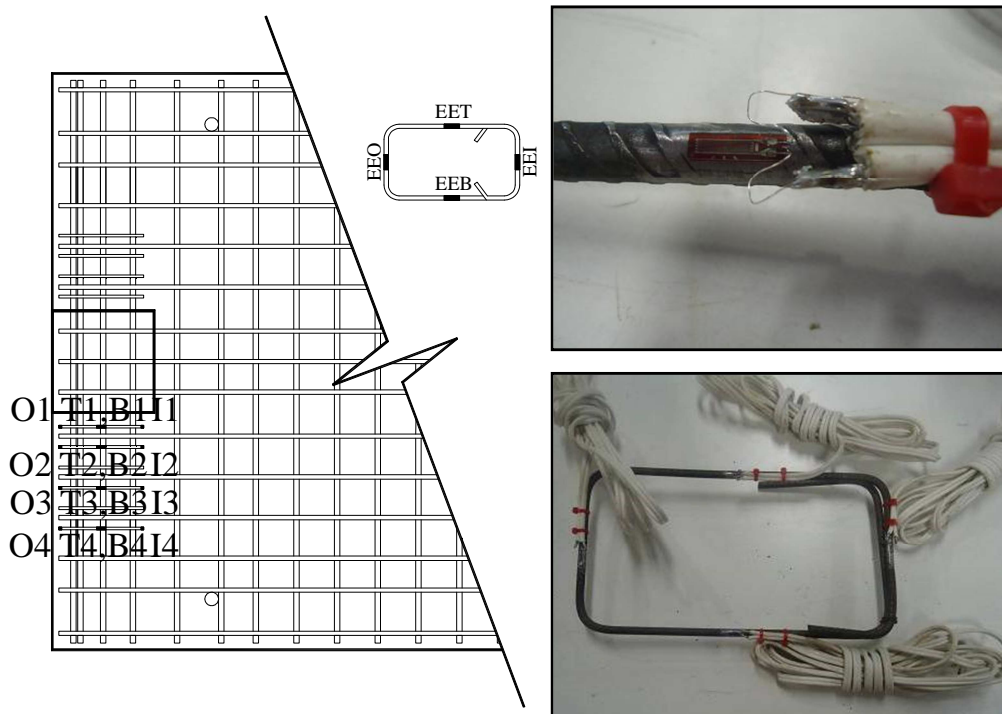


Figura 3.33 – Instrumentação das armaduras de torção (estribos)

#### 3.2.4.4 – Superfície do Concreto

As nomenclaturas definidas para os extensômetros do concreto (EC) para as lajes L01 a L08 seguiram de acordo com três pontos (A, B e C) de avaliação, a 0°, 45° e 90° em relação aos lados do pilar, como mostra a Figura 3.34a. Para as lajes L09 e L10 utilizou-se um novo arranjo para os extensômetros, mostra na Figura 3.34b. A terceira série de lajes não contou com extensometria do concreto. Para medir a deformação específica do concreto foram utilizados extensômetros elétricos de resistência (EER), da marca KYOWA do tipo KC-70-120-A1-11, resistência de  $119,8 \pm 0,2 \Omega$  e fator de calibração de 2,10.

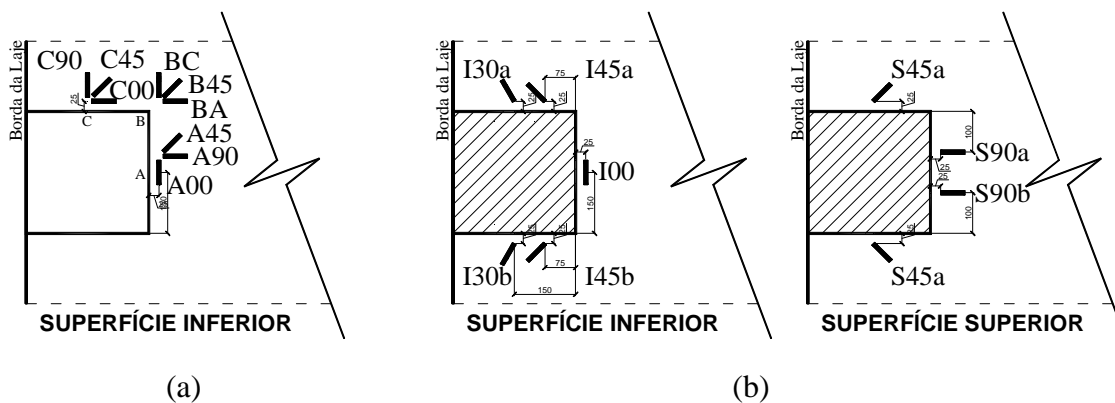


Figura 3.34 – Possíveis distribuições dos extensômetros no concreto

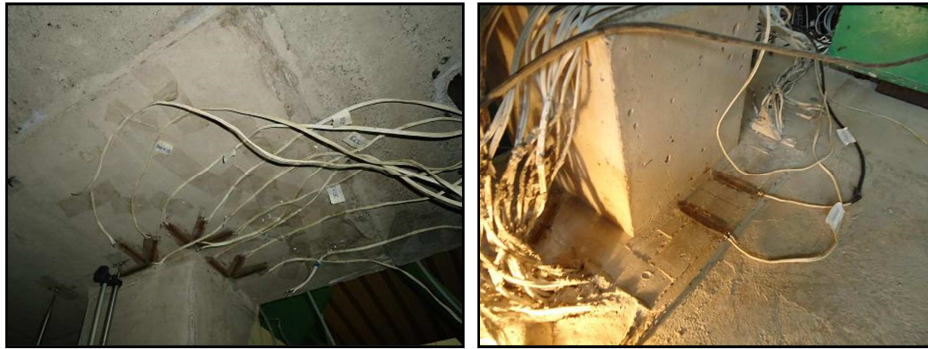


Figura 3.35 – Instrumentação da superfície do concreto

### 3.2.4.5 – Deslocamentos Verticais e Horizontais

Na avaliação dos deslocamentos verticais foram selecionados três eixos principais (longitudinal, transversal e diagonal). Foram instalados treze transdutores de variação de deslocamento linear (LVDT) da marca HBM tipo K-WA-T050W-32K-K2-D1-2-8-005m para a coleta e análise dos dados de deslocamento vertical. Dois LVDTs foram posicionados horizontalmente no eixo posterior do pilar de modo a observar a rotação deste, induzida pela conformação da laje com os incrementos de carga. A Figura 3.36 mostra os pontos selecionados, distribuídos acima e/ou abaixo do plano da laje.

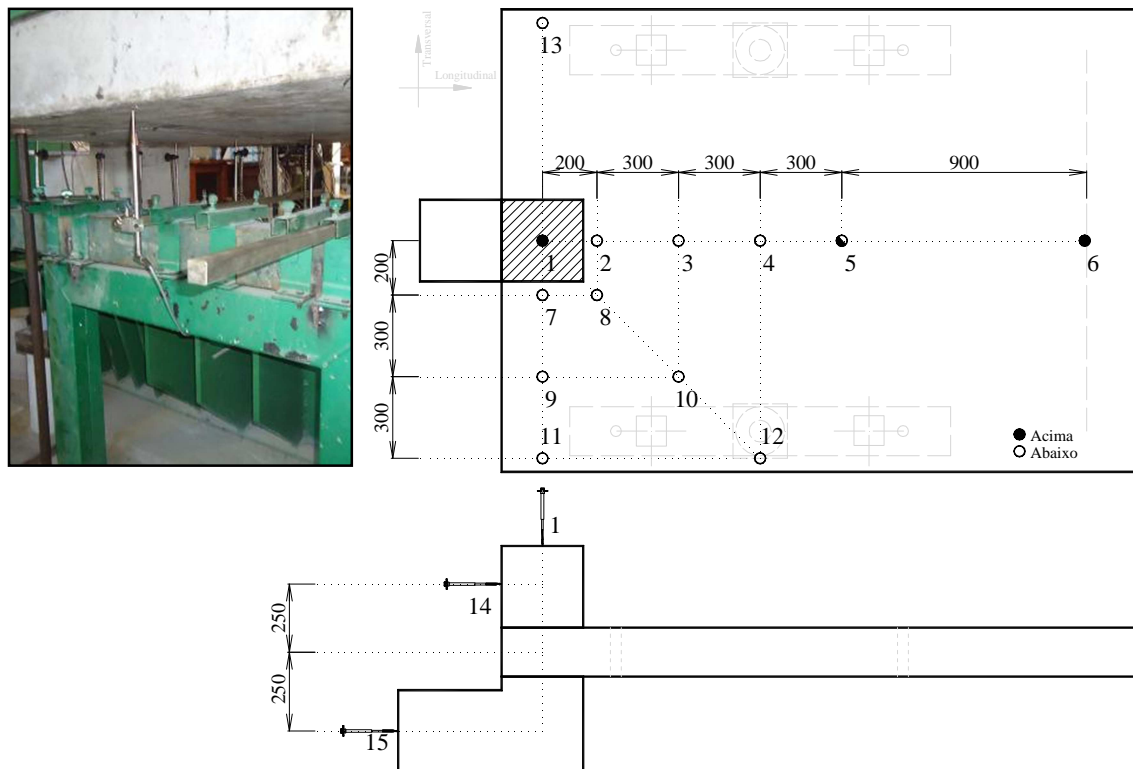


Figura 3.36 – Distribuição dos LVDTs verticais e horizontais



Para fixação dos LVDTs HBM foi necessária a fabricação de um suporte que foi adaptado ao sistema de suporte da Huggenberger Zurich que estava sendo usado para fixação dos defletômetros analógicos U50, desenvolvido no LabEst/UnB.

### 3.3 – AQUISIÇÃO DOS DADOS

As informações de deformações e deslocamentos obtidas ao longo do ensaio, bem como as cargas nos tirantes foram lidas conjuntamente por dois sistemas de aquisição de dados Spider8 da HBM e o ADS2000 da Lynx, através de seus respectivos softwares *Catman* e *AqDados* para a coleta dos dados monitorados.

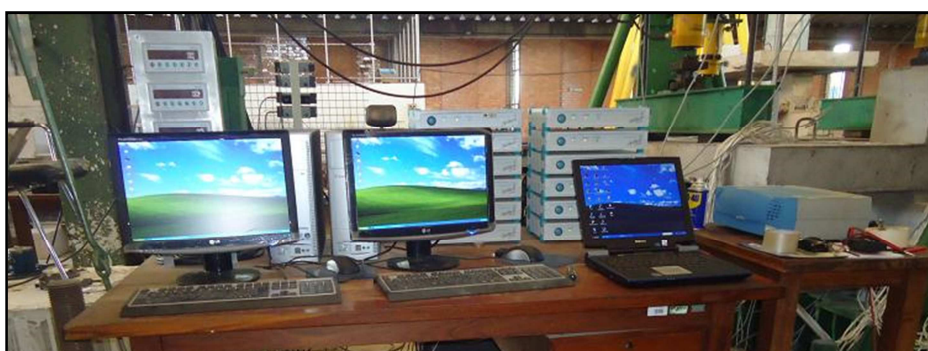


Figura 3.37 – Vista geral dos equipamentos utilizados aquisição dos dados

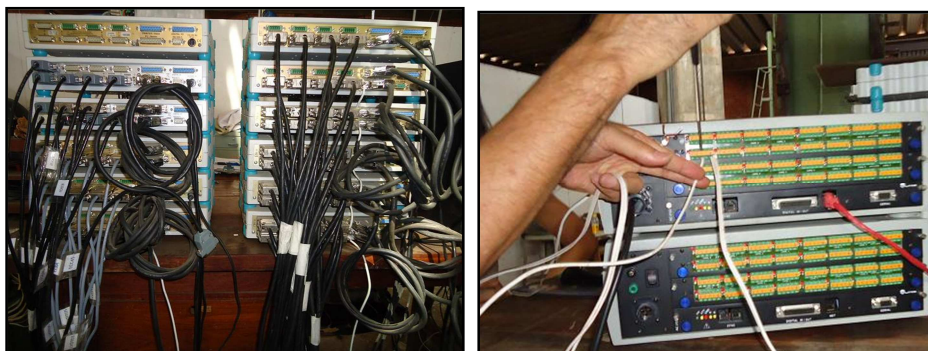


Figura 3.38 – Vista posterior dos sistemas de aquisição: (a) Spider8; (b) ADS2000

### 3.4 – SISTEMA DE ENSAIO E APLICAÇÃO DE CARGA

Embora o pórtico presente no Laboratório de Estruturas da Universidade de Brasília esteja apto a receber as combinações de forças verticais e horizontais aplicadas aos modelos definidos para os ensaios deste trabalho, as dimensões dos modelos concorreram para que tanto o sistema de ensaio original quanto a malha de furos na laje de reação sofressem

algumas modificações apropriadas, detalhadas no Apêndice B.1. O sistema de ensaio utilizado é ilustrado na Figura 3.39, sendo as condições para uso no ensaio cuidadosamente avaliadas, uma vez que qualquer restrição ao modelo poderia levar a resultados errôneos.

Os procedimentos adotados para a execução dos ensaios se iniciam com o posicionamento da laje no pórtico, devidamente nivelada sobre o apoio sobre roletes abaixo do pilar e o dispositivo de apoio indeslocável na extremidade oposta da laje. A utilização de células de carga vazadas acopladas aos tirantes do sistema de aplicação de carga e ligadas diretamente aos sistemas de aquisição de dados permitiu avaliar com maior precisão as cargas de ruptura.

A aplicação do carregamento até a ruptura se deu por meio de quatro pontos distribuídos por meio de vigas metálicas localizadas nas bordas laterais da laje, de maneira que respeitassem a distância de 800 mm entre si. Seguindo as marcações previamente feitas na superfície superior da laje, são posicionadas chapas metálicas sobre mantas de neoprene – para homogeneizar a distribuição das cargas – seguida da colocação das vigas metálicas que contém furos para passagem dos tirantes, apurados em duas direções, fixando-os por meio de vigas, chapas e porcas num nível superior e abaixo da laje de reação, como pode ser observado na Figura 3.39. Posicionou-se, então, o conjunto célula de carga e cilindro hidráulico, já conectado às mangueiras correlatas para o acionamento manual das válvulas da bomba e ao leitor de carga, no eixo da rótula acima da viga de distribuição.

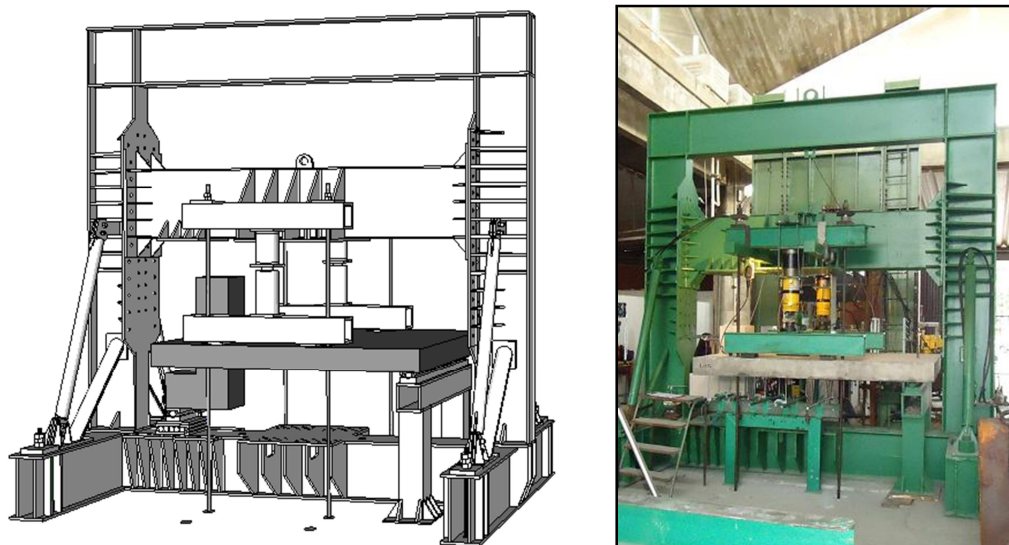


Figura 3.39 – Pórtico utilizado no sistema de ensaio

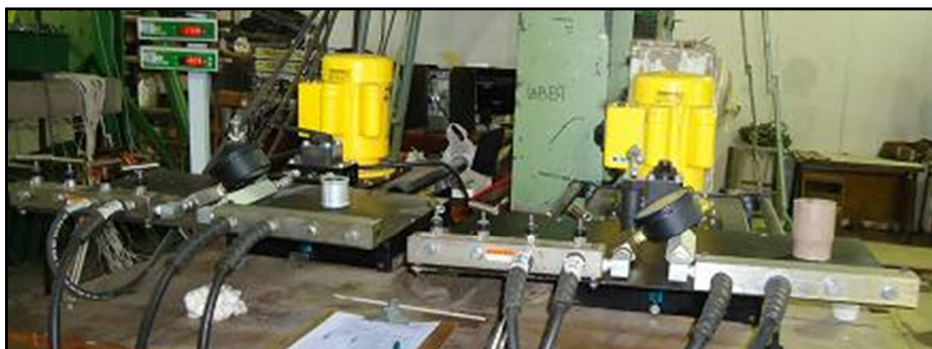


Figura 3.40 – Bombas para aplicação da carga

Um cavalete para suporte dos LVDTs é posicionado abaixo da laje, sendo fixadas à superfície do concreto plaquetas para uniformizar o contato da sonda à laje, distribuídas nos pontos monitorados, sendo os LVDTs conectados aos sistemas de aquisição de dados. São conectados também ao sistema de aquisição de dados os cabos dos extensômetros do aço (EERs), já identificados e os cabos dos extensômetros do concreto (EERc), após a colagem dos mesmos. As células de cargas do tipo C6A da HBM com capacidade de 500 kN encaixadas nos tirantes foram também conectadas ao sistema de aquisição de dados.

Com os equipamentos já ligados e configurados, executa-se um pré-carregamento com a finalidade de verificar o correto funcionamento de todos os aparelhos e a acomodação dos sistema. O ensaio é, então, executado constando a cada passo de carga da coleta dos dados pelo computador, leitura das cargas e a marcação da evolução de fissuras na laje. Em alguns ensaios, nos instantes prévios à ruptura, foram retirados os LVDTs localizados na região inferior da laje, visando impedir a possibilidade de danificar tais equipamentos. Para a documentação, efetua-se o registro fotográfico durante o ensaio até este ser finalizado.

### **3.5 – CARACTERIZAÇÃO DOS MATERIAIS**

#### **3.5.1 – Concreto**

Um total de 106 CPs cilíndricos de  $\varnothing 100 \times h 200$  mm foram moldados em quatro lotes de concretagem, sendo obtidos da seguinte forma: 32 CPs de cada um dos lotes I e II, 18 CPs do lote III e 24 CPs do lote IV. Os ensaios foram executados de maneira a ter, cada laje, duas a três amostras para os ensaios de módulo de elasticidade, segundo a NBR 8522 (2008); três amostras para os ensaios de tração por compressão diametral, segundo a NBR 7222 (2011) e três amostras para os ensaios de compressão, segundo a NBR 5739 (2007).

Tabela 3.3 – Quantitativo de CPs de concreto por experimento

Experimentos	Lotes				Total
	I	II	III	IV	
	32 CPs	32 CPs	18 CPs	24 CPs	
	Quantidade de Corpos-de-Prova				106
Módulo de elasticidade (NBR 8522/08)	8 amostras (2 CPs/laje)	8 amostras (2 CPs/laje)	6 amostras (3 CPs/laje)	6 amostras (2 CPs/laje)	28
Resistência à tração por compressão diametral (NBR 7222/11)	12 amostras (3 CPs/laje)	12 amostras (3 CPs/laje)	6 amostras (3 CPs/laje)	9 amostras (3 CPs/laje)	39
Resistência à compressão (NBR 5739/07)	12 amostras (3 CPs/laje)	12 amostras (3 CPs/laje)	6 amostras (3 CPs/laje)	9 amostras (3 CPs/laje)	39

Os corpos de prova foram previamente preparados, sendo retificados em discos de corte, pesados e conferidas suas medidas geométricas para avaliação da possibilidade de brocas de concretagem, com o auxílio de paquímetro digital Digimess e balança eletrônica digital C&F. Para o ensaio de módulo de elasticidade, foram utilizados *clip gauges* conectados ao sistema de aquisição de dados portátil ALMEMO® 2390-5 da AHLBORN. A ruptura dos corpos de prova se deu utilizando-se a prensa hidráulica da marca Forney, capacidade 1100 kN, devidamente calibrada, cuja leitura da carga é realizada a partir de um decodificador de sinal digital, com indicação de pico do mesmo fabricante, precisão de 50 N.



Figura 3.41 – Ensaio realizado nos corpos de prova de concreto



Figura 3.42 – Preparação dos corpos de prova para os ensaios

### 3.5.2 – Aço

Foram realizados ensaios de tração em corpos de prova de aço retirados dos lotes utilizados na confecção da laje, tendo em vista observar a tensão e deformação no escoamento, alongamento na ruptura, redução de área na ruptura e a tensão de ruptura ou resistência à tração da barra, segundo as recomendações da NBR 6892 (2013). Para cada lote, foram ensaiados três amostras de barras de aço Belgo CA-50 separados por bitola, com corpos de prova possuindo as seguintes dimensões: 50 cm de comprimento e secções transversais, Ø6.3 mm (estribos), Ø8.0 mm (*studs*), Ø12.5 mm e Ø16.0 mm (barras de flexão), como mostra a Figura 3.43. A superfície da parte útil interna do corpo de prova foi dividida em pequenas proporções de 10 mm de comprimento, sendo verificado o comprimento de medida original e final, assim como o diâmetro inicial e final com o paquímetro.

Tabela 3.4 – Quantitativo de CPs de aço por experimento

Experimentos	Lotes				Total
	Ø16mm	Ø12.5mm	Ø8mm	Ø6.3mm	
Quantidade de Corpos-de-Prova					
Resistência à tração (NBR 6892/13)	3 amostras	3 amostras	3 amostras	3 amostras	12



Figura 3.43 – Ensaios realizados nos corpos de prova de aço

Os ensaios referentes à primeira série de ensaios foram realizados na máquina universal da marca Losenhausen com capacidade de 100 ton, localizada no Laboratório de Processos de Fabricação da ENM/FT/UnB, utilizando-se o extensômetro elétrico removível desenvolvido no Laboratório de Estruturas do ENC/FT/UnB. Para as demais séries, foram ensaiados os lotes na prensa Emic modelo DL 30000 com controle de deslocamento, localizada no Laboratório de Ensaio de Materiais do ENC/FT/ UnB, utilizando o extensômetro eletrônico modelo EE09 também da Emic, para as medições de deformação. Confirmando-se que a coleta de dados de ambos experimentos se equivalem, prevaleceram os últimos resultados, considerados mais precisos.

## 4 – ANÁLISE DOS RESULTADOS

Neste capítulo, as observações durante o andamento dos ensaios, bem como as medições de deformação no concreto e no aço, os deslocamentos verticais e horizontais das lajes e os mecanismos de ruptura das ligações são descritos e discutidos. As variáveis consideradas na investigação experimental foram a excentricidade do apoio, a distribuição da armadura de flexão e a presença de armaduras de cisalhamento tipo *stud* ou armadura de torção tipo estribos fechados. Dessa forma, o efeito das variáveis nas medições e os mecanismos de ruptura são discutidos considerando as evidências experimentais.

### 4.1 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DOS MATERIAIS

#### 4.1.1 – Concreto

São apresentados nas Tabela 4.1 a 4.4 os resultados dos 106 CPs de concreto resultantes dos ensaios de módulo de elasticidade, a tração por compressão diametral e compressão.

Tabela 4.1 – Resultados dos ensaios de módulo de elasticidade

Laje	Ensaio	Peso (kg)	Ø (mm)	h (mm)	A (cm <sup>2</sup> )	$P_u$ (kgf)	$f_c$ (MPa)	$E$ (GPa)
L1	CP1	3,535	101,2	196,0	80,5	36.360	45,2	28,6
	CP2	3,625	100,2	197,8	78,8	34.480	43,8	29,9
L2	CP3	3,545	101,3	196,0	80,6	36.190	44,9	28,0
	CP4	3,550	100,6	196,4	79,4	36.170	45,5	27,1
L3	CP5	3,545	100,6	195,5	79,5	35.670	44,9	27,2
	CP6	3,523	100,7	197,1	79,2	36.210	45,6	27,1
L4	CP7	3,545	101,3	196,0	80,6	36.190	44,9	28,0
	CP8	3,575	100,6	196,6	79,5	33.600	42,3	29,0
L5	CP9	3,568	100,8	192,9	79,8	35.900	45,0	31,3
	CP10	3,611	100,8	194,0	79,8	39.660	49,7	32,2
L6	CP11	3,600	100,5	194,4	79,4	34.330	43,3	32,7
	CP12	3,611	100,8	194,0	79,8	39.660	49,7	32,2
L7	CP13	3,595	101,3	194,5	80,6	32.555	40,4	31,3
	CP14	3,568	100,8	192,9	79,8	35.900	45,0	31,3
L8	CP15	3,644	101,3	194,6	80,6	41.990	52,1	31,3
	CP16	3,549	101,2	193,3	80,4	38.175	47,5	31,5
L9	CP17	3,581	100,9	195,5	79,9	39.090	48,9	28,4
	CP18	3,574	101,3	194,1	80,6	39.630	49,1	27,9
	CP19	3,600	101,3	194,7	80,7	38.165	47,3	28,1
L10	CP20	3,578	103,4	193,9	83,9	41.390	49,3	29,7
	CP21	3,562	101,8	194,6	81,4	37.350	45,9	30,4
	CP22	3,560	102,3	194,1	82,1	39.090	47,6	31,8
L11	CP23	3,560	101,0	193,4	80,1	32.505	40,6	30,1
	CP24	3,623	100,9	194,6	80,0	34.390	43,0	32,0
L12	CP25	3,618	101,6	193,3	81,1	32.865	40,5	31,6
	CP26	3,614	100,9	194,4	80,0	32.740	40,9	31,9
L13	CP27	3,595	101,0	193,4	80,1	32.615	40,7	31,4
	CP28	3,597	100,9	193,0	79,9	31.475	39,4	32,8

Tabela 4.2 – Resultados dos ensaios de tração por compressão diametral

Laje	Ensaio	Peso (kg)	Ø (mm)	h (mm)	A (cm <sup>2</sup> )	P <sub>u</sub> (kgf)	f <sub>ct</sub> (MPa)
L1	CP1	3,585	100,8	195,9	79,8	8.750	2,8
	CP2	3,565	101,3	198,6	80,6	11.290	3,6
	CP3	3,605	101,4	199,2	80,8	12.040	3,8
L2	CP4	3,575	101,3	196,2	80,5	10.899	3,5
	CP5	3,580	101,3	198,8	80,5	10.030	3,2
	CP6	3,590	100,9	197,8	80,0	7.420	2,4
L3	CP7	3,630	101,4	199,4	80,7	7.610	2,4
	CP8	3,610	101,5	198,9	80,8	10.610	3,3
	CP9	3,565	101,3	198,6	80,6	11.290	3,6
L4	CP10	3,570	100,7	197,8	79,6	8.630	2,8
	CP11	3,575	101,3	196,2	80,5	10.899	3,5
	CP12	3,635	100,7	199,0	79,7	11.570	3,7
L5	CP13	3,619	101,3	195,8	80,6	11.600	3,7
	CP14	3,605	102,0	196,4	81,8	12.320	3,9
	CP15	3,538	101,4	196,6	80,8	14.230	4,5
L6	CP16	3,645	102,2	197,8	82,1	12.230	3,9
	CP17	3,640	101,7	197,0	81,2	13.360	4,2
	CP18	3,623	101,9	196,4	81,5	15.430	4,9
L7	CP19	3,604	102,1	196,2	81,9	10.570	3,4
	CP20	3,654	102,5	195,7	82,5	12.140	3,9
	CP21	3,605	102,0	196,4	81,8	12.320	3,9
L8	CP22	3,597	101,6	195,0	81,1	11.230	3,6
	CP23	3,602	101,2	196,7	80,4	12.160	3,9
	CP24	3,640	101,7	197,0	81,2	13.360	4,2
L9	CP25	3,573	102,0	196,6	81,7	9.860	3,1
	CP26	3,564	101,1	196,1	80,3	9.430	3,0
	CP27	3,639	100,7	198,4	79,7	10.360	3,3
L10	CP28	3,625	101,7	198,0	81,2	11.000	3,5
	CP29	3,658	101,5	198,6	80,9	11.470	3,6
	CP30	3,607	102,0	198,3	81,7	12.150	3,8
L11	CP31	3,668	100,7	197,8	79,6	8.770	2,8
	CP32	3,658	100,9	197,3	80,0	9.980	3,2
	CP33	3,649	100,9	197,2	79,9	10.640	3,4
L12	CP34	3,682	100,3	197,4	78,9	8.760	2,8
	CP35	3,639	101,0	197,4	80,1	10.220	3,3
	CP36	3,656	101,6	196,7	81,1	11.600	3,7
L13	CP37	3,662	100,7	196,7	79,7	9.870	3,2
	CP38	3,682	101,1	198,2	80,2	10.520	3,3
	CP39	3,660	101,0	197,8	80,1	11.670	3,7

Tabela 4.3 – Resultados dos ensaios de compressão

Laje	Ensaio	Peso (kg)	Ø (mm)	h (mm)	A (cm <sup>2</sup> )	P <sub>u</sub> (kgf)	f <sub>c</sub> (MPa)	Tipo de Ruptura
L1	CP1	3,570	102,1	195,9	81,9	36.810	45,0	A - Cônica
	CP2	3,590	100,2	196,0	78,9	37.030	46,9	D - Cônica e Cisalhada
	CP3	3,555	100,5	196,0	79,3	38.550	48,6	B - Cônica e Bipartida
L2	CP4	3,595	101,2	197,9	80,4	33.820	42,1	B - Cônica e Bipartida
	CP5	3,545	102,4	196,0	82,3	36.990	45,0	E - Cisalhada
	CP6	3,565	100,0	194,7	78,6	36.990	47,1	E - Cisalhada
L3	CP7	3,500	100,9	192,1	79,9	33.840	42,4	E - Cisalhada
	CP8	3,640	101,5	198,9	80,9	36.400	45,0	B - Cônica e Bipartida
	CP9	3,565	100,2	194,0	78,9	37.920	48,1	E - Cisalhada
L4	CP10	3,595	101,9	196,1	81,6	35.600	43,6	E - Cisalhada
	CP11	3,590	100,8	197,5	79,7	36.590	45,9	A - Cônica
	CP12	3,555	101,1	196,5	80,2	38.790	48,3	B - Cônica e Bipartida

Tabela 4.4 – Resultados dos ensaios de compressão (continuação)

Laje	Ensaio	Peso (kg)	Ø (mm)	h (mm)	A (cm <sup>2</sup> )	P <sub>u</sub> (kgf)	f <sub>c</sub> (MPa)	Tipo de Ruptura
L5	CP13	3,633	101,9	196,7	81,6	40.415	49,5	A - Cônica
	CP14	3,626	101,0	196,4	80,1	40.545	50,6	B - Cônica e Bipartida
	CP15	3,622	101,0	196,0	80,1	43.280	54,0	F - Fratura no topo/base
L6	CP16	3,648	101,3	197,4	80,6	40.215	49,9	D - Cônica e Cisalhada
	CP17	3,575	100,6	193,9	79,5	40.450	50,9	D - Cônica e Cisalhada
	CP18	3,649	102,1	194,1	81,9	45.395	55,5	D - Cônica e Cisalhada
L7	CP19	3,630	101,4	195,7	80,8	38.795	48,0	D - Cônica e Cisalhada
	CP20	3,596	101,2	196,2	80,4	40.105	49,9	E - Cisalhada
	CP21	3,620	101,6	195,0	81,1	42.205	52,0	F - Fratura no topo/base
L8	CP22	3,639	100,3	195,8	79,0	41.590	52,6	E - Cisalhada
	CP23	3,571	101,3	194,1	80,5	40.765	50,6	C - Colunar
	CP24	3,601	101,5	195,5	80,9	39.000	48,2	B - Cônica e Bipartida
L9	CP25	3,629	101,3	197,6	80,6	46.245	57,4	A - Cônica
	CP26	3,622	100,6	197,5	79,5	45.860	57,7	D - Cônica e Cisalhada
	CP27	3,621	101,3	197,3	80,6	46.655	57,9	E - Cisalhada
L10	CP28	3,632	100,7	196,9	79,6	46.765	58,7	B - Cônica e Bipartida
	CP29	3,601	100,8	196,8	79,8	47.075	59,0	D - Cônica e Cisalhada
	CP30	3,639	101,4	198,6	80,7	48.485	60,1	E - Cisalhada
L11	CP31	3,701	101,2	197,5	80,5	33.810	42,0	B - Cônica e Bipartida
	CP32	3,709	101,3	197,2	80,5	34.670	43,1	C - Colunar
	CP33	3,698	100,9	198,0	79,9	35.380	44,3	E - Cisalhada
L12	CP34	3,649	101,1	197,0	80,2	34.020	42,4	C - Colunar
	CP35	3,640	101,1	196,6	80,3	34.560	43,1	C - Colunar
	CP36	3,698	100,8	198,1	79,9	36.160	45,3	B - Cônica e Bipartida
L13	CP37	3,675	101,0	198,5	80,2	34.210	42,7	C - Colunar
	CP38	3,656	100,8	196,0	79,8	34.755	43,5	F - Fratura no topo/base
	CP39	3,681	100,8	196,7	79,8	36.820	46,1	F - Fratura no topo/base

Os resultados das propriedades mecânicas do concreto por lote apresentaram variabilidade em torno de 25% para as resistências, com desvios padrão na ordem de  $\pm 1$  MPa e  $\pm 10$  MPa respectivamente para tração e compressão; e variação de 3,3% com desvio de  $\pm 1$  GPa para o caso dos módulos de elasticidade. Os tipos de ruptura também foram classificados de acordo com o Anexo A da NBR 5739 (2007), tendo destaque para as rupturas dos tipos E e B. A Tabela 4.5 inclui os resultados obtidos através de média aritmética para cada laje.

Tabela 4.5 – Resumo das propriedades mecânicas do concreto

Série	Laje	f <sub>c</sub> (MPa)	f <sub>et</sub> (MPa)	E <sub>c</sub> (GPa)
I	L01	46,8	3,4	29,3
	L02	44,7	3,0	27,5
	L03	45,1	3,1	27,1
	L04	46,0	3,3	28,5
II	L05	51,4	4,1	31,8
	L06	52,1	4,3	32,4
	L07	50,0	3,7	31,3
	L08	50,5	3,9	31,4
	L09	57,6	3,2	28,1
	L10	59,3	3,6	30,6
III	L11	43,1	3,1	31,1
	L12	43,6	3,3	31,7
	L13	44,1	3,4	32,1



#### 4.1.2 – Aço

Os resultados de tensão de escoamento do aço apresentaram a menor variabilidade para as amostras do lote Ø8.0, seguida dos amostras dos lotes Ø12.5 e Ø16.0, com 0,91%, 1,57% e 2,51%, respectivamente; enquanto que a maior variabilidade foi para as amostras de Ø6.3, chegando a 8,25%. Notou-se, no entanto, que essa variação não afetou consideravelmente os valores obtidos para as deformações no escoamento, visto que os desvios padrão médios foram de apenas  $\pm 0,12\%$ . Em contrapartida, os resultados de módulo de elasticidade para o lote com as amostras Ø8.0 foi o que mais variou, atingindo 5,88%, enquanto que as demais amostras apresentaram variaram de 1,17% a 2,67%. A Figura 4.1 mostra os gráficos tensão versus deformação em função da bitola das amostras. A Tabela 4.6 detalha as informações obtidas nos ensaios, de onde se tirou as médias apresentadas na Tabela 4.7.

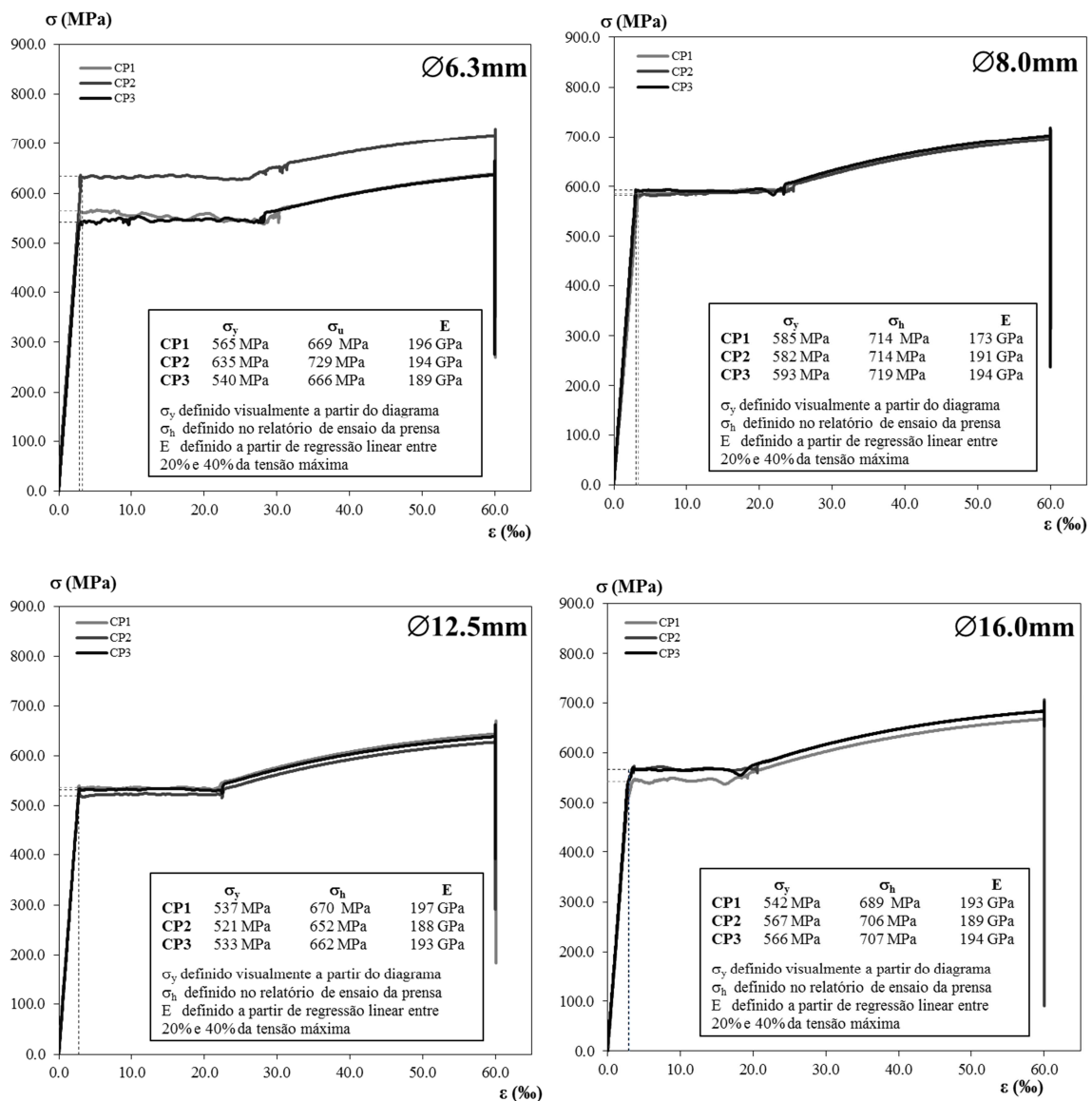


Figura 4.1 – Curvas tensão-deformação dos aços Ø6.3 Ø8.0, Ø12.5 e Ø16.0

Tabela 4.6 – Resultados coletados durante os ensaios de tração

	Ensaio	Peso (kg)	$l_0$ (mm)	$A_{\text{útil}}$ (mm <sup>2</sup> )	$\varnothing$ (mm)	$P_s$ (kgf)	$\epsilon_s$ (%)	$f_s$ (MPa)	$l_{0,u}$ (cm)	$\Delta l$ (%)	$P_u$ (kgf)	$f_u$ (MPa)	$E_s$ (GPa)
Ø16,0	CP1	0,792	501,6	201,1	16,0	11.115	2,85	542,1	6,1	21,6	13.855	689,1	190,1
	CP2	0,787	498,8	201,1	16,0	11.623	2,96	566,9	6,1	22,1	14.195	706,0	191,4
	CP3	0,791	501,4	201,1	16,0	11.603	2,91	566,0	6,1	21,9	14.210	706,8	194,5
Ø12,5	CP1	0,471	489,0	122,7	12,5	6.717	2,73	536,8	7,3	21,3	8.218	669,6	196,8
	CP2	0,478	485,0	125,6	12,6	6.673	2,78	520,7	7,4	23,3	8.191	520,7	187,4
	CP3	0,478	490,0	124,4	12,6	6.749	2,76	532,5	7,2	22,6	8.235	662,5	192,8
Ø8,0	CP1	0,160	400,0	50,9	8,1	3.040	3,35	585,8	4,9	22,8	3.637	714,6	174,9
	CP2	0,160	400,0	50,9	8,1	3.021	3,02	582,0	5,0	24,0	3.633	713,8	192,9
	CP3	0,160	400,0	51,0	8,1	3.083	3,04	592,6	4,9	23,5	3.669	719,2	194,9
Ø6,3	CP1	0,126	506,0	31,6	6,3	1.818	2,89	564,8	3,7	22,3	2.115	669,9	195,7
	CP2	0,125	498,0	32,1	6,4	2.073	3,21	633,8	3,7	23,3	2.341	729,9	197,7
	CP3	0,126	505,0	31,7	6,4	1.755	2,80	541,9	3,8	25,7	2.112	664,8	193,2

Tabela 4.7 – Resumo das propriedades mecânicas do aço

Lotes	$A$ (mm <sup>2</sup> )	$P_s$ (kgf)	$\epsilon_s$ (%)	$f_s$ (MPa)	$P_u$ (kgf)	$f_u$ (MPa)	$E_s$ (GPa)	$\sigma_{\text{máx}}$ (MPa)
Belgo Ø16,0mm	201,1	11.447	2,91	558,3	14.087	700,6	192	706,7
Belgo Ø12,5mm	122,7	6.713	2,76	530,0	8.214	617,6	192,3	671,0
Belgo Ø8,0mm	50,3	3.048	3,14	586,8	3.646	715,8	187,6	730,0
Belgo Ø6,3mm	31,2	1.882	2,97	580,1	2.189	688,2	195,5	750,9

## 4.2 – COMPORTAMENTO DAS LAJES E MODOS DE RUPTURA

O comportamento das lajes ensaiadas com a evolução do carregamento até a ruptura é discutido com base nas observações dos ensaios experimentais, podendo-se dizer que, de maneira geral, o comportamento das lajes diferiu mais significativamente se comparadas as direções das excentricidades (como variável principal), que com a inserção de armaduras extras de flexão, a inclusão de estribos de combate à torção ou ainda *studs* ao cisalhamento (como variáveis secundárias). As comparações foram estabelecidas para mostrar o efeito desses parâmetros nas deformações do aço e do concreto, nos deslocamentos verticais e horizontais, nas rotações, nos padrões de fissuração e na capacidade última das ligações.

### 4.2.1 – Descrição dos ensaios

Para todos os modelos ensaiados, a ligação da laje com o pilar foi mais extensivamente monitorada, especialmente na superfície superior da laje na qual a aplicação das cargas foi imposta; a superfície inferior também foi examinada ao longo da evolução da carga, embora isto tenha sido feito somente a título de informação complementar apenas na primeira série de ensaios; além disso, a fissuração na região frontal da ligação (Figura 4.2) foi também registrada (no sentido da espessura da laje), assim como o prolongamento do pilar, acima da laje e abaixo, ao longo de toda sua projeção.



Figura 4.2 – Verificação das fissuras na região frontal da laje

A evolução da fissuração nas superfícies da laje é descrita com relação ao percentual da capacidade última da ligação. Foi indicado de forma esquemática um zoneamento das superfícies superior e inferior da laje dividindo-se a laje em três segmentos longitudinais, onde corresponde à zona 1 a região entre os lados do pilar perpendicular à borda livre da laje que contém o pilar até as bordas da laje onde são aplicadas as cargas; e à zona 2 a região interna entre as zonas 1, da face interna do pilar até o apoio na outra extremidade da laje no sentido longitudinal da laje.

Para o único modelo com excentricidade interna L1, a primeira fissura axial visível apareceu perpendicularmente à face interna do pilar na superfície superior da laje à  $14\% \cdot P_u$ , dando sequência à fissura tangencial, que se formou também perpendicular à borda da laje porém paralela às laterais do pilar, aparecendo à  $23\% \cdot P_u$ . A esse nível de carga, as fissuras tendiam ir para a região frontal da ligação na borda livre da laje em direção a atravessar a espessura da laje. Em função do sentido da rotação do pilar ocorreu a formação de fissuras predominantemente de torção (cuja inclinação média foi de  $55^\circ$ , considerando o lado da laje comprimido) na zona 1 que se iniciaram nas laterais internas do pilar na superfície superior, e se inclinavam em diagonal até a borda da laje para então progredir ao longo da espessura da laje. Nos setores mais distantes da ligação, como por exemplo, na projeção do pilar, os danos começaram a serem perceptíveis a partir de  $46\% \cdot P_u$ ; na superfície inferior da laje a primeira fissura surgiu no meio do vão no sentido transversal da laje próximo aos  $59\% \cdot P_u$ . As fissuras na zona 2 se formavam em cada superfície quase todas paralelas entre si até o apoio na outra extremidade, sendo, porém perpendiculares entre si se comparadas às superfícies superior e inferior da laje. As fissuras se estenderam para as porções da laje mais distantes do pilar e aumentaram em número à medida que a carga era aumentada. A ruptura da ligação ocorreu por punção, observando-se o esmagamento do concreto em compressão ao longo da interface entre a laje e o pilar.

Analogamente a L1, o modelo L2 – que não possuía excentricidade de apoio – apresentou também grande concentração de fissuras na região próxima à face interna do pilar embora as fissuras se encaminhassem até a borda da laje com menor inclinação. A primeira fissura axial surgiu na superfície superior da laje à  $19\% \cdot P_u$ , enquanto a primeira fissura tangencial às faces laterais do pilar ocorreu à  $34\% \cdot P_u$ . As fissuras de flexo-torção apareceram na superfície superior tracionada da laje, concentrando-se ao redor do pilar, começando próximas à face interna do pilar e progredindo para a borda livre da laje. Com o aumento da carga, as fissuras atingiram a borda livre da laje com uma inclinação de cerca de  $47^\circ$  em relação à face lateral do pilar à  $23\% \cdot P_u$ , atravessando a espessura da laje na zona 2. Esta fissura que continuava a se distanciar conseguiu penetrar quase toda a espessura da laje em torno de  $70\% \cdot P_u$ . A partir de então, um novo aumento da carga tendia apenas a aumentar a largura das fissuras já formadas. Na projeção do pilar as fissuras foram observadas a partir de  $61\% \cdot P_u$ . Além do padrão de fissuração mencionado acima, outro padrão de fissuração foi desenvolvido na superfície de compressão da laje com a aparição da primeira fissura a partir dos  $57\% \cdot P_u$ . Elas começaram transversalmente na zona 1 praticamente à meio vão na superfície inferior da laje e surgiam paralelamente em direção à ligação com o aumento da carga. À medida que se desenvolviam, as fissuras iam se aproximando em direção à ligação, sendo predominantemente transversais na zona 2 e inclinadas até a borda nos outros dois segmentos da zona 1, indicando a presença de torção devido ao comportamento diferenciado de flexão da laje nas duas direções.

Os modelos L3 e L4 – de maiores excentricidades (300 e 400 mm, respectivamente) – apresentaram padrão de fissuração semelhante entre si, onde algumas fissuras seguiram diagonalmente para a borda da laje, atingindo a parte frontal da ligação, respectivamente, à  $20\% \cdot P_u$  e  $19\% \cdot P_u$ , embora em direção oposta às de L1. A esse mesmo nível de carga a projeção do apoio também começou a apresentar os primeiros sinais de fissuração. O cone de ruptura se formou mais próximo às faces do pilar nestes modelos, especialmente em L4, o que aparenta ser devido à excentricidade. O modelo L3 apresentou as fissuras axiais e tangenciais à  $16\% \cdot P_u$  e à  $33\% \cdot P_u$ , respectivamente, enquanto L4 fissurou ligeiramente antes, à  $14\% \cdot P_u$  e à  $24\% \cdot P_u$ . Na região inferior das lajes, os modelos mostraram um comportamento similar ao de L2, porém com inclinações das fissuras críticas na zona 1 consideravelmente mais íngremes, apresentando a primeira fissura visível a meio vão no sentido longitudinal à  $20\% \cdot P_u$  e à  $33\% \cdot P_u$ , respectivamente. Os modelos fletiram bastante até a formação do cone de punção na ruptura.

Acompanhando os ensaios dos modelos L5 e L6 – de menores excentricidades (100 e 200 mm, respectivamente) – observou-se a primeira fissura axial respectivamente à  $9\% \cdot P_u$  e à  $10\% \cdot P_u$  enquanto que a primeira fissura tangencial ocorreu à  $15\% \cdot P_u$  e à  $20\% \cdot P_u$ , mesmo nível de carga onde apareceram as fissuras na região frontal da ligação. Já as fissuras na superfície inferior da laje foram observadas à  $20\% \cdot P_u$  e à  $33\% \cdot P_u$ . A tendência do surgimento das fissuras na superfície superior era que se abrissem na região interna do pilar partindo para as vizinhanças laterais extremas do pilar, chegando a rodear o pilar à cerca de  $31\% \cdot P_u$  e  $26\% \cdot P_u$ . Os primeiros sinais na projeção do pilar ocorreram à  $15\% \cdot P_u$  e à  $30\% \cdot P_u$ . Com a intensificação das fissuras, houve uma interligação das existentes de flexão à  $49\% \cdot P_u$  e à  $52\% \cdot P_u$  na zona 2, enquanto que à  $61\% \cdot P_u$  e à  $66\% \cdot P_u$  as fissuras tangenciais se destacaram por sua abertura mais pronunciada na zona 1. É válido destacar que nos modelos do primeiro lote da segunda série de concretagem, a ocorrência de fissuras pré-existentes por retração hidráulica se deu predominante na superfície superior da laje, nas proximidades do apoio na extremidade oposta ao pilar, prevalecendo a distribuição no sentido longitudinal da laje, e portando, de pouca interferência na interpretação da fissuração.

Com relação aos modelos L7 e L8 – ambos com 400 mm de excentricidade, embora L8 possuísse estribos de torção nas bordas e a distribuição da armadura inferior ligeiramente diferente – tiveram a primeira fissura axial à  $7\% \cdot P_u$  e à  $6\% \cdot P_u$ , e primeira tangencial à  $21\% \cdot P_u$  e à  $19\% \cdot P_u$ , respectivamente. Na região frontal da laje, a primeira fissura veio a surgir com  $28\% \cdot P_u$  e à  $19\% \cdot P_u$ , chegando a atingir a projeção do pilar com  $35\% \cdot P_u$  e à  $25\% \cdot P_u$ . A partir do estágio de  $59\% \cdot P_u$  e à  $56\% \cdot P_u$  a ocorrência de grandes aberturas de fissuras se intensificou, favorecendo a ruptura da ligação embora não tenha ocorrido de forma brusca em nenhum dos casos. Diante dos indícios, a ação dos momentos fletores parece ter atenuado o efeito abrupto do colapso por punção, embora tenha sido observado o cone bem definido em ambas as lajes. Para L8 especificamente, pôde-se observar que a região periférica que continha a ligação foi enrijecida pelo efeito da adição dos estribos, fazendo desse cenário propício a uma ruptura por cisalhamento unidirecional, de superfície inclinada paralela à borda livre. Em ambos as lajes a fissuração pré-existente por retração hidráulica foi bem menor e mais aleatória, não seguindo a disposição das armaduras.

Os modelos L9 e L10 – ambos com *studs* e com excentricidades respectivas de 0 e 200 mm – apresentaram primeira fissura axial à  $6\% \cdot P_u$  e à  $8\% \cdot P_u$  e primeira fissura tangencial à  $15\% \cdot P_u$  e à  $12\% \cdot P_u$ , onde ao mesmo nível de carregamento apareceram também a primeira

fissura na região frontal. Houve formação de fissura acima da projeção do pilar à  $21\% \cdot P_u$  e à  $17\% \cdot P_u$ , quando também houve o contorno total o perímetro do pilar pela fissura. Houve interligação das fissuras existentes à  $37\% \cdot P_u$  e à  $34\% \cdot P_u$ , com avanço rápido a partir dos  $50\% \cdot P_u$  em ambos os casos. As fissuras na zona 1 se tornavam mais íngremes, abrindo em forma de leque em direção às cargas enquanto que na zona 2 se destacavam pelas grandes aberturas das fissuras seguindo longitudinalmente em direção ao outro apoio extremo na superfície superior. Os *studs* de aço não chegaram a ser mobilizados suficientemente a ponto de começarem a escoar, embora tenha ocorrido casos pontuais muito próximos da deformação de escoamento, indicando estar parcialmente associada à intensa fissuração notada na interface entre a laje e as laterais do pilar provocada pelo alto nível de concentração de tensões na ligação, que modificou conseqüentemente o padrão geral de fissuração dessas lajes. A armadura de cisalhamento trouxe benefício em termos de ganho de capacidade de carga na ruptura, porém o desvio na “onda de fissuração” gerado pela existência do reforço na vizinhança da ligação acarretou no colapso do apoio oposto ao pilar (menos reforçado) por cisalhamento, apresentando também falta de ancoragem na extremidade que foi comprovada pelo deslizamento das barras de aço na interface aderida ao concreto. Não foram percebidas fissuras de retração hidráulica nesses modelos.

Os modelos L11 e L12 – cujas excentricidades eram de 350 e 150 mm, respectivamente – foram amplamente monitorados, servindo como amostras gerais de comportamento para os modelos com grande e pequena excentricidades externas. Devido à grande quantidade de cabos da extensometria, inclusive em locais mais distantes da ligação, próximos às bordas livres junto aos pontos de carregamento, houve a necessidade de reposicionar uma das placas metálicas utilizadas abaixo das vigas de distribuição para evitar danificar o cabo. Esse afastamento de 10 cm entre eixos, porém, foi considerado na previsão da capacidade da ligação através das equações da estática. A primeira fissura radial visível ocorreu à  $5\% \cdot P_u$  e à  $6\% \cdot P_u$ , e a primeira tangencial ocorreu à  $10\% \cdot P_u$  e à  $15\% \cdot P_u$ , completando todo o contorno do pilar à  $21\% \cdot P_u$  e à  $28\% \cdot P_u$ . Essas fissuras rapidamente se desenvolveram na zona 2, constatando-se a predominância longitudinal a meio vão da laje, apresentando grandes aberturas a partir de  $65\% \cdot P_u$  para o caso de L11. Ainda tratando especificamente de L11, as fissuras na zona 1 começaram a desviar o traçado a partir dos  $31\% \cdot P_u$ , as quais inclinavam-se em direção aos pontos de cargas aplicados numa distribuição em forma de leque, chegando à região conturbada por fios atingindo à  $34\% \cdot P_u$ . Esta mesma tendência já não foi tão destacada em L12. Na região frontal da ligação notou-se a primeira fissura à

16%· $P_u$  e à 21%· $P_u$ , e na projeção do pilar ocorreu à 16%· $P_u$  (consolo curto) e à 58%· $P_u$ . Pela configuração da ruptura da laje, é possível supor que o padrão de fissuração levou à formação de planos de cisalhamento em torno das cargas aplicadas que cederam sem qualquer restrição inferior, punccionando assim a laje. A superposição de efeitos das cargas se evidencia pelas superfícies formadas.

No modelo L13 – com 350 mm de excentricidade externa e estribos instrumentados – as primeiras fissuras começaram perpendicularmente à face interna do pilar (radiais) à 4%· $P_u$ , surgindo, em seguida, outras que se direcionaram para os cantos internos do pilar até atingir a borda livre (tangenciais) à 10%· $P_u$ , todas na região mais tracionada do modelo (superfície superior) e seguiam junto ao pilar paralelamente aos lados perpendiculares à borda livre do pilar até desviar-se a uma curta distância, atingindo a região frontal à 31%· $P_u$ . Notou-se a primeira fissura na projeção do pilar à 17%· $P_u$ . Na superfície inferior da laje, houve uma concentração de fissuras paralelas entre si próximo à face interna do pilar na zona 2, embora o padrão de fissuração desenvolvido tenha sido similar aos outros modelos com excentricidade externa. O colapso da ligação foi alcançado quando a face interna do pilar punccionou a laje, depois da abertura de grandes fissuras paralelas às faces laterais do pilar, sendo constatado o funcionamento dos estribos nas bordas pelo aumento da ductilidade da ligação, com escoamento dos ramos superiores e verticais externos, e o esmagamento do concreto na interface do lado comprimido da laje com o pilar. A punção na face do pilar foi acompanhada pelo movimento da malha de aço tracionada para fora do plano original devido ao efeito de pino. Todavia, acredita-se que o modo de ruptura principal se deu principalmente devido à formação das fissuras por flexo-torção nos lados e face interna do pilar, sendo a punção um fenômeno secundário.



Figura 4.3 – Aparência do modelo L7 nos estágios inicial e final de carregamento

#### 4.2.2 – Padrão de Fissuração e Carga Última

As capacidades de carga dos modelos nas três séries de ensaios mencionadas anteriormente são apresentadas na Tabela 4.8, levando-se em consideração o peso próprio dos modelos e equipamentos do sistema de aplicação de carga utilizados durante a realização dos ensaios. As influências dos parâmetros escolhidos no modo de ruptura, como no caso da presença de armaduras de cisalhamento ou torção são evidentes.

Tabela 4.8 – Cargas últimas nos modelos

Laje	e (mm)	$V_u$ (kN)	$M_{u,face}$ (kNm)	$M_{R,face}$ (kNm)	$M_{R,torção}$ (kNm)	$P_u$ (kN)	Ângulos (°)			Modo de Ruptura
							$\theta_{fiss,L}$	$\theta_{fiss,T}$	$\theta_{fiss,F}$	
L1	-300	308	46,2	47,9	-0,9	437	36,5	34,2	38,6	Punção*
L2	0	315	47,2	47,6	-0,2	525	18,1	36,6	43,4	Punção
L3	300	256	115,0	47,5	33,7	490	20,1	41,8	26,3	Flexão
L4	400	210	115,4	47,5	33,9	420	32,6	56,2	30,1	Flexão
L5	100	374	93,4	47,8	22,8	654	30,2	42,0	83,9	Punção
L6	200	330	115,4	47,8	33,8	605	23,0	53,0	22,7	Flexo-Punção
L7	400	288	158,0	47,8	47,6	575	20,3	59,7	25,7	Flexão
L8	400	320	175,9	47,8	56,5	640	13,4	22,5	24,2	Flexão
L9	0	489	156,9	47,5	47,3	815	24,4	33,5	---	Cisalhamento**
L10	200	445	109,6	47,5	23,7	815	18,6	65,0	---	Cisalhamento**
L11	350	304	178,6	47,5	58,2	615	21,2	11,6	---	Ruptura Local***
L12	150	347	46,2	48,4	12,5	655	5,9	19,2	---	Ruptura Local***
L13	350	357	47,2	48,4	45,9	700	20,3	16,6	32,2	Flexão

\* Ruptura com fissuras características de torção na ligação

\*\* Ruptura por cisalhamento na extremidade oposta

\*\*\* Ruptura abaixo dos pontos de aplicação de carga

A partir dos resultados observados ao longo dos ensaios, em particular da resistência das ligações, aparentemente, nas lajes com maior excentricidade no apoio as rupturas foram preponderantemente determinadas pela transferência de momentos em detrimento do cisalhamento, embora na maioria – à exceção dos casos em que a ruptura se manifestou em pontos mais distantes da ligação com o pilar (L9 a L12) – a ruptura culminou na formação do cone de punção ao final do ensaio. Assim, tomando-se por base uma das exigências básicas disposta no EC2 (2004) sobre o momento na face interna do pilar ser resistido pela armadura distribuída na largura  $c_1+c_2$  paralela à borda da laje, levando-se em consideração a tensão de escoamento do aço de 566 MPa para as barras inferiores perpendiculares à borda da laje na largura em questão, tem-se o momento na face do pilar variando de 47,5 a 48,4 kNm comparado ao momento último obtido experimentalmente. Isso significa que nas lajes com maiores excentricidades do grupo 1 (L6, L3 e L4), a torção nas faces laterais do pilar chegaram cada uma em torno de 34 kNm, que corresponderia a duas barras escoando de cada lado e a uma terceira barra numa menor tensão, o que representa ser uma visão razoável do padrão de fissuração da superfície inferior das lajes.



Dessa maneira, com base no critério indicado para a seleção do modo de ruptura apresentado na Figura 4.4, pôde-se visualizar a tendência dos resultados entre possíveis rupturas por flexão, flexo-punção e punção, não sendo, contudo vistas como excludentes, mas como informações que se completam às demais observações experimentais, com o objetivo de favorecer um julgamento mais racional.

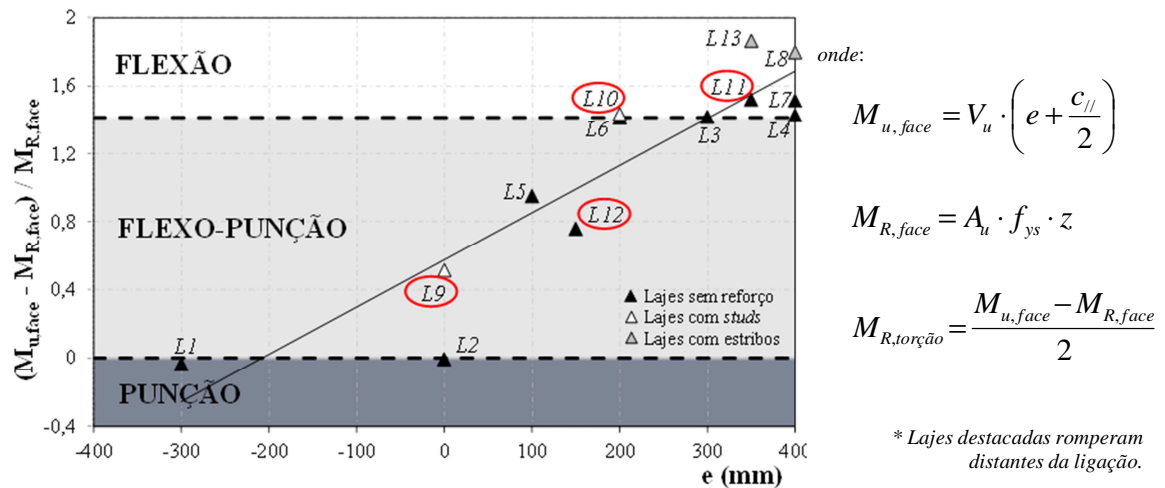


Figura 4.4 – Critério parcial para a seleção dos modos de ruptura

Comparando-se as cargas últimas, demonstra-se que a capacidade de carga axial da ligação diminui com o aumento da excentricidade, além de confirmar a hipótese da excentricidade externa ser mais crítica, uma vez que L3 apresentou valor 17% menor a L1 ( $e=300$  mm externa e interna, respectivamente). Isto pode ser atribuído às forças axiais em torno do pilar produzirem momento fletor em torno do eixo que passa pelo lado comprimido da superfície de ruptura, ou eventualmente, o seu eixo neutro e conseqüentemente, a excentricidade (dada pela razão  $M/V$ ) provoca momento no sentido oposto ao momento aplicado no caso da excentricidade interna. De posse desses resultados, acredita-se que foi possível captar a variação da transferência de carga desde casos mais extremos onde a parte da carga axial é resistida em grande parte pela face interna do pilar (ação produzida por excentricidade interna) até o outro extremo, passando a ser resistida pelas laterais do pilar, perpendiculares à borda da laje.

Além disso, observou-se que a quantidade de armadura que prevalece na proximidade da ligação pilar afeta substancialmente a sua capacidade última. Isto pode ser constatado ao comparar as lajes L3 a L7, cuja a diferença no arranjo das barras de flexão proporcionou um aumento de 37%. Com relação à inclusão de armaduras de cisalhamento, houve um aumento de capacidade de carga em 55% para lajes com apoio concêntrico, quando se

compara L9 em relação a L2 e de 35% para lajes com 200 mm de excentricidade no apoio, tomando-se L10 em relação a L6, o que leva a crer que os *studs* foram mais efetivos para menores excentricidades. No que diz respeito a armadura de torção, notou-se um aumento de 17% na carga última de L13 em relação a L11 (e=350 mm externo), atentando-se ainda ao aumento de 11% na carga última de L8 em relação a L7 (e=400 mm externo). Nesse último caso, pode-se inferir que a ligeira diferença na malha inferior entre as lajes, com o uso de barras retas inferiores não ancoradas em L8 pode ter influenciado na capacidade da ligação, acarretando um menor ganho. Entende-se que foi possível mobilizar apenas parcialmente o momento torçor, mais pronunciado nas lajes com maior excentricidade.

Para fins de comparação dos padrões de fissuração eles são apresentados nas Figura 4.5 a Figura 4.30, sendo correspondentes a 100% da carga registrada na ruptura dos modelos, indicando as vistas frontal, superior, laterais e o corte rebatido. Através dos serviços de corte nas proximidades da ligação entre a laje e o pilar de borda, foi possível identificar a inclinação da superfície de ruptura, uma vez que as marcações mostradas na superfície superior da laje não representam a real base do tronco de cone que punccionou as lajes, mas a borda da cobertura de concreto que foi sacada devido ao efeito de pino que transfere a superfície de ruptura para mais longe. As dimensões cotadas visam esclarecer as superfícies inclinadas à distancia em que atingiram a armadura superior. Para as lajes com armadura de cisalhamento ou torção foi possível avaliar a eficiência das mesmas, verificando-se que a superfície crítica de ruptura não atravessou a armadura fornecida para o primeiro caso (*studs*), enquanto no outro caso, a fissura crítica percorreu a área de alcance dos estribos. Os ângulos  $\theta_{fiss,L}$ ,  $\theta_{fiss,T}$  e  $\theta_{fiss,F}$ , correspondentes às inclinações das fissuras na espessura da laje ao longo dos cortes longitudinal, transversal e a vista frontal, respectivamente, foram obtidos a partir da superfície visualmente mais evidente.

Salvo os efeitos dependentes da excentricidade na mudança da angulação e na quantidade de fissuras, os padrões de fissuração se deram de forma semelhante na maioria dos casos, excetuando-se os modelos que apresentaram mudança no modo de ruptura (e, portanto, uma mudança na natureza básica do mecanismo de ruptura), cuja as diferenças foram mais evidentes. Assim, como pode-se verificar mais adiante, os resultados dão indícios de que o comportamento dos modelos quanto à capacidade de deformação, deslocamento, carga última e modos de ruptura das lajes, apresenta melhor desempenho dos modelos que adotaram armadura de torção com relação aos que continham armadura de cisalhamento.

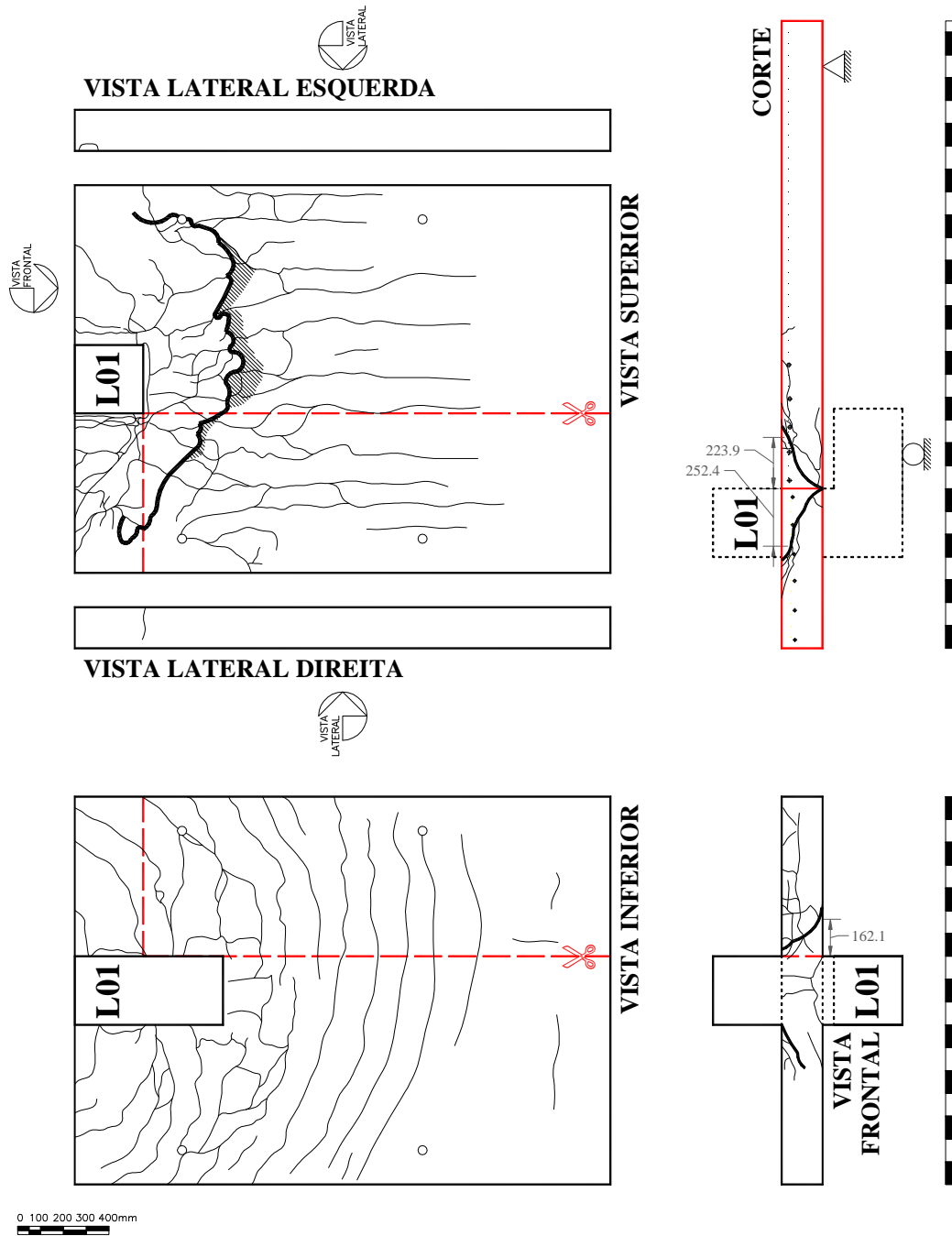


Figura 4.5 – Padrão de fissuração da laje L01



Figura 4.6 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L01

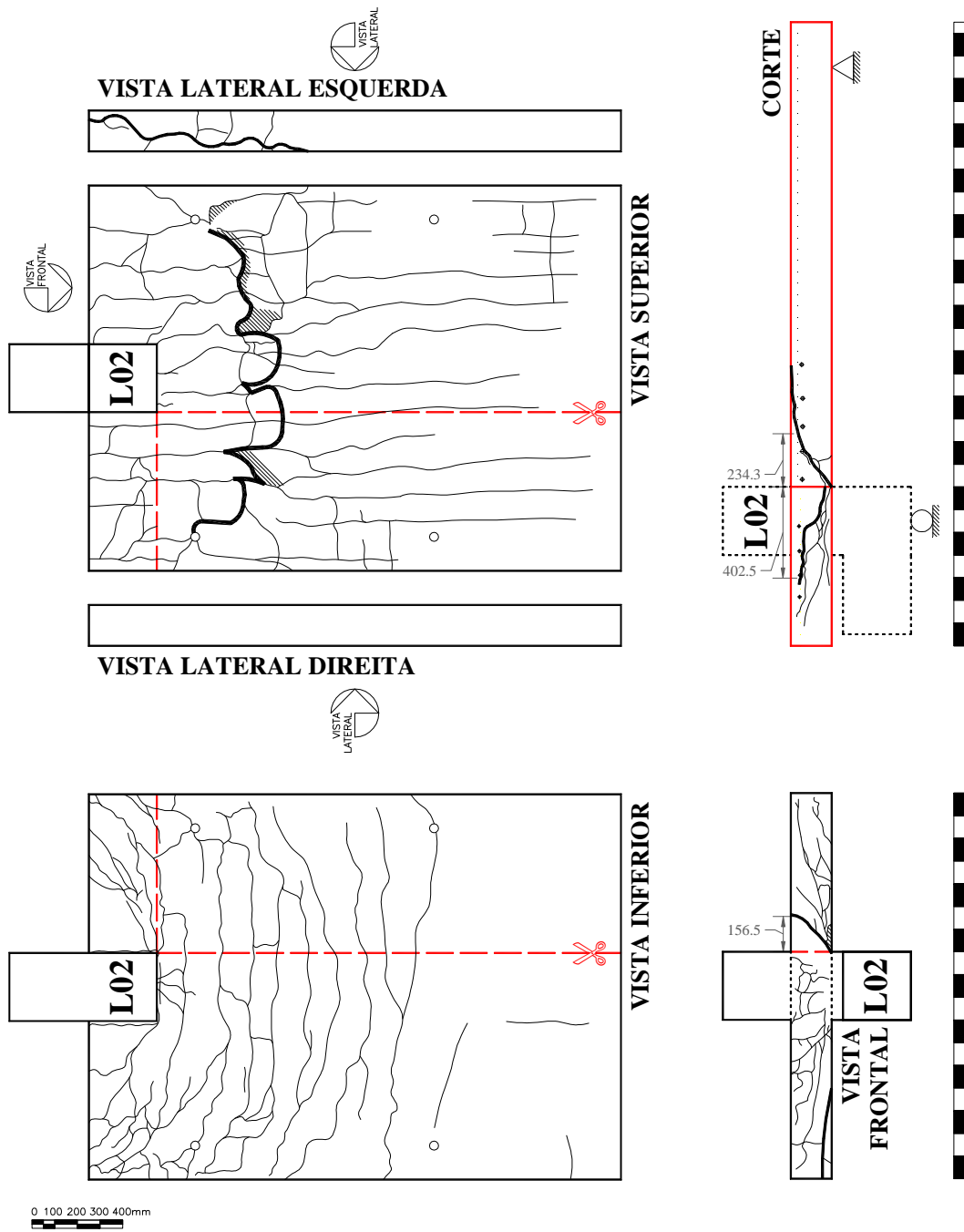


Figura 4.7 – Padrão de fissuração da laje L02



Figura 4.8 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L02

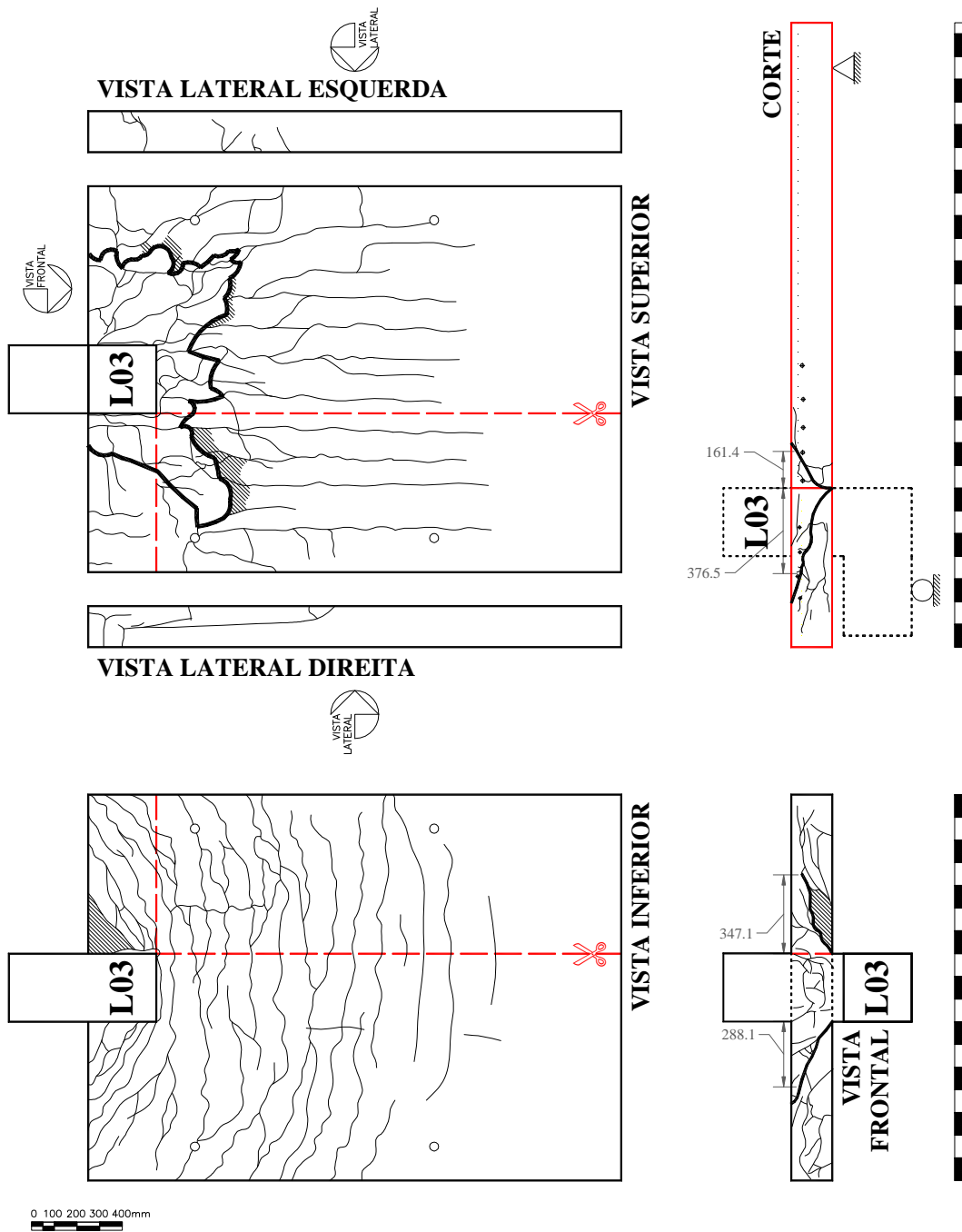


Figura 4.9 – Padrão de fissuração da laje L03



Figura 4.10 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L03

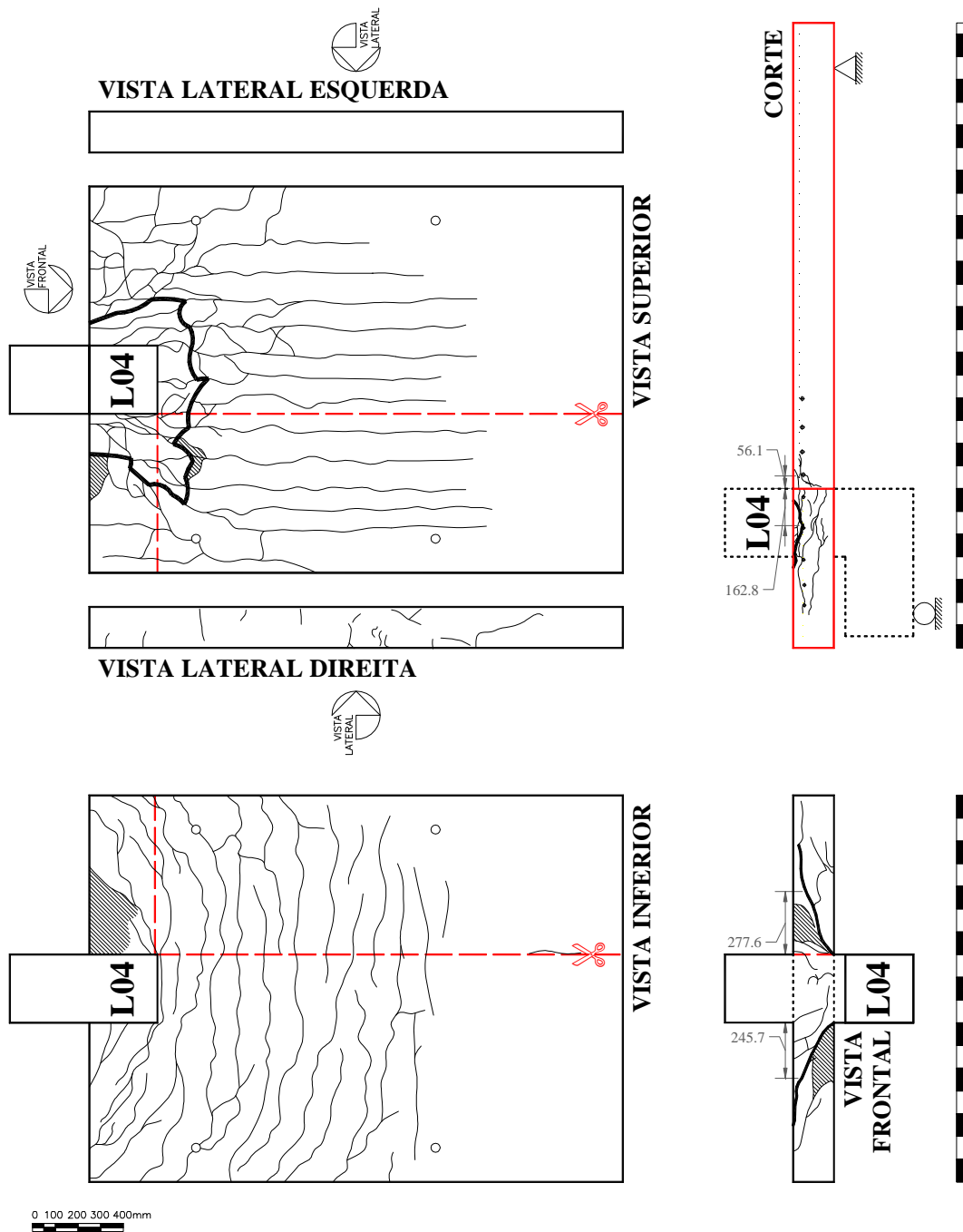


Figura 4.11 – Padrão de fissuração da laje L04



Figura 4.12 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L04

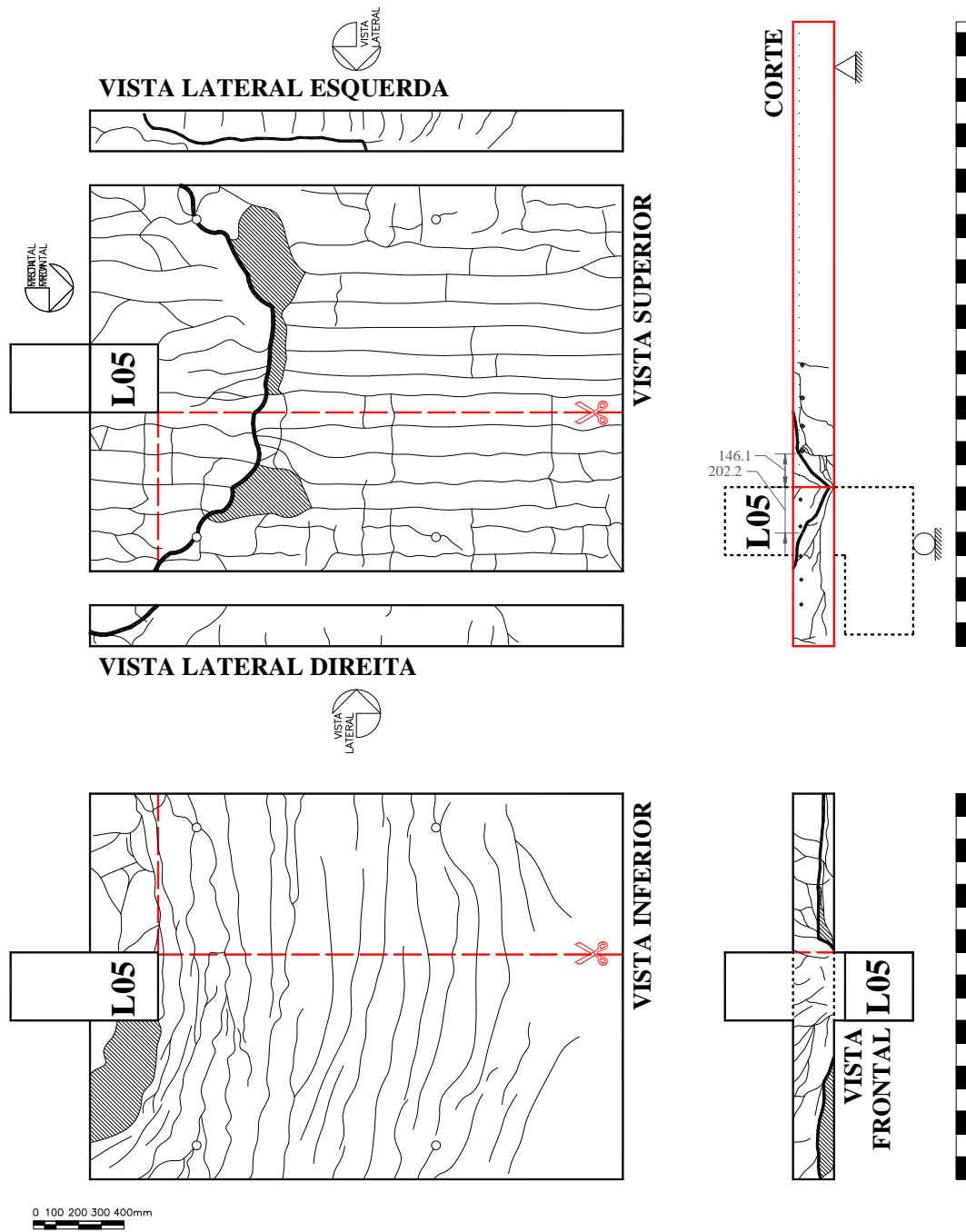


Figura 4.13 – Padrão de fissuração da laje L05



Figura 4.14 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L05

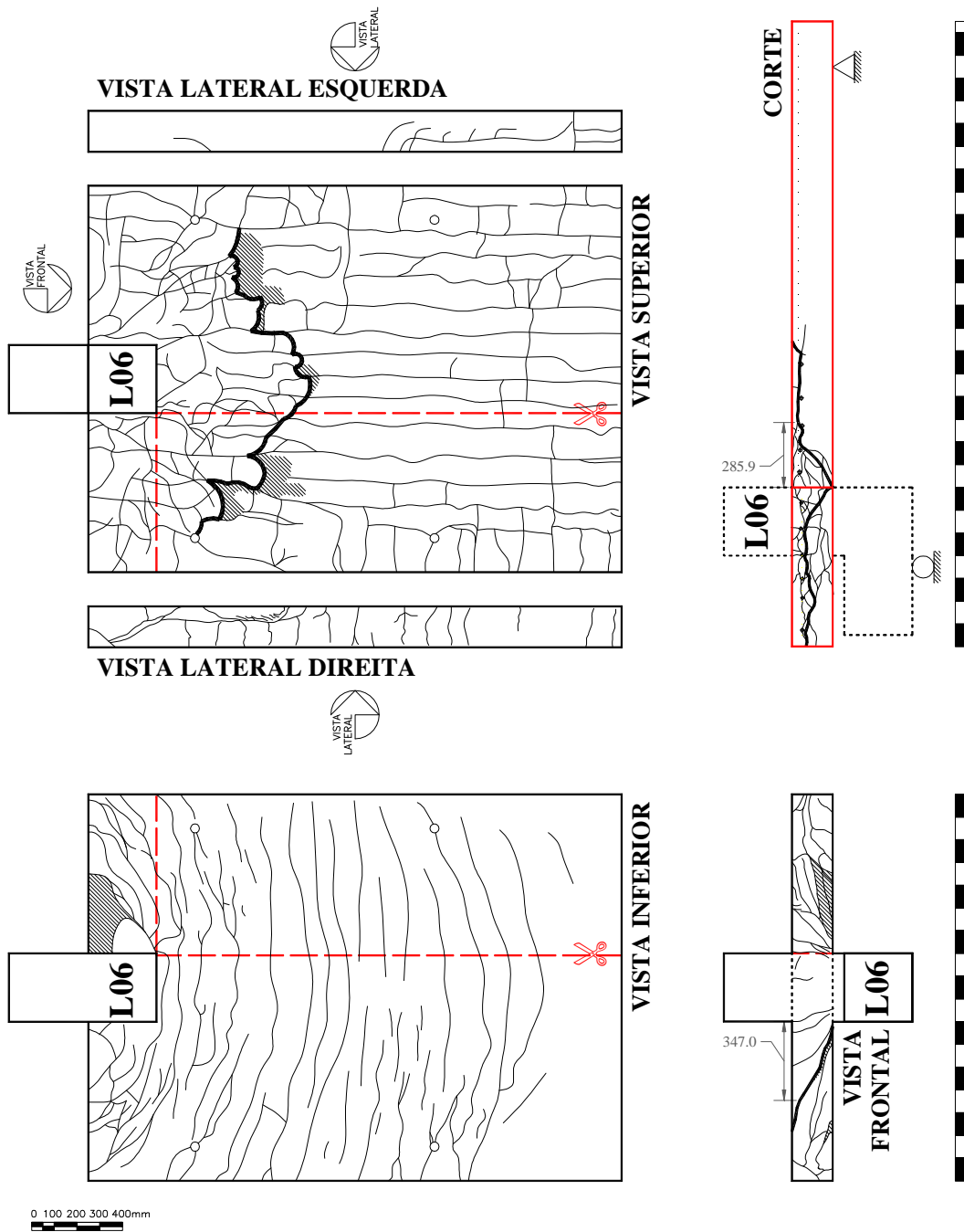


Figura 4.15 – Padrão de fissuração da laje L06



Figura 4.16 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L06



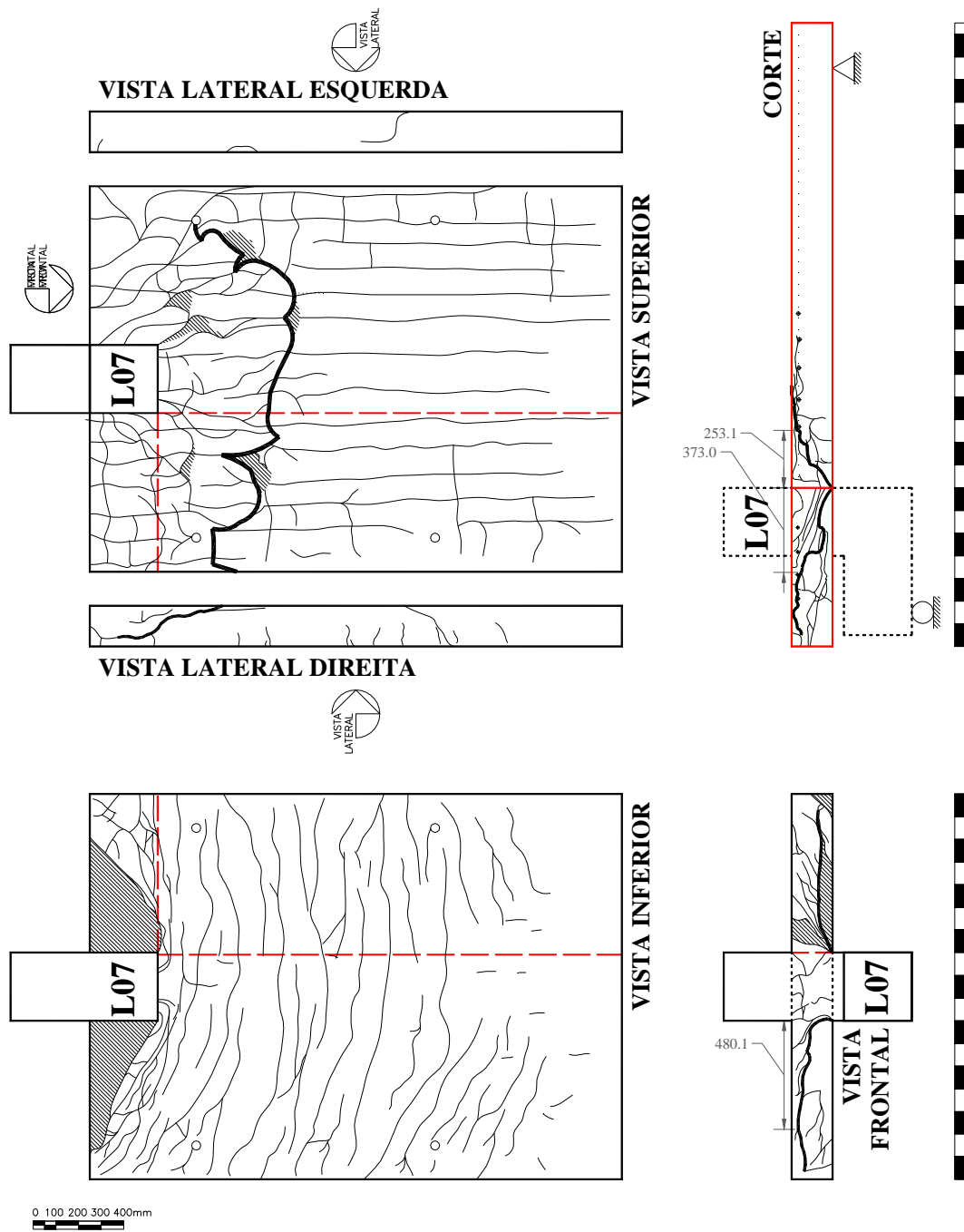


Figura 4.17 – Padrão de fissuração da laje L07



Figura 4.18 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L07

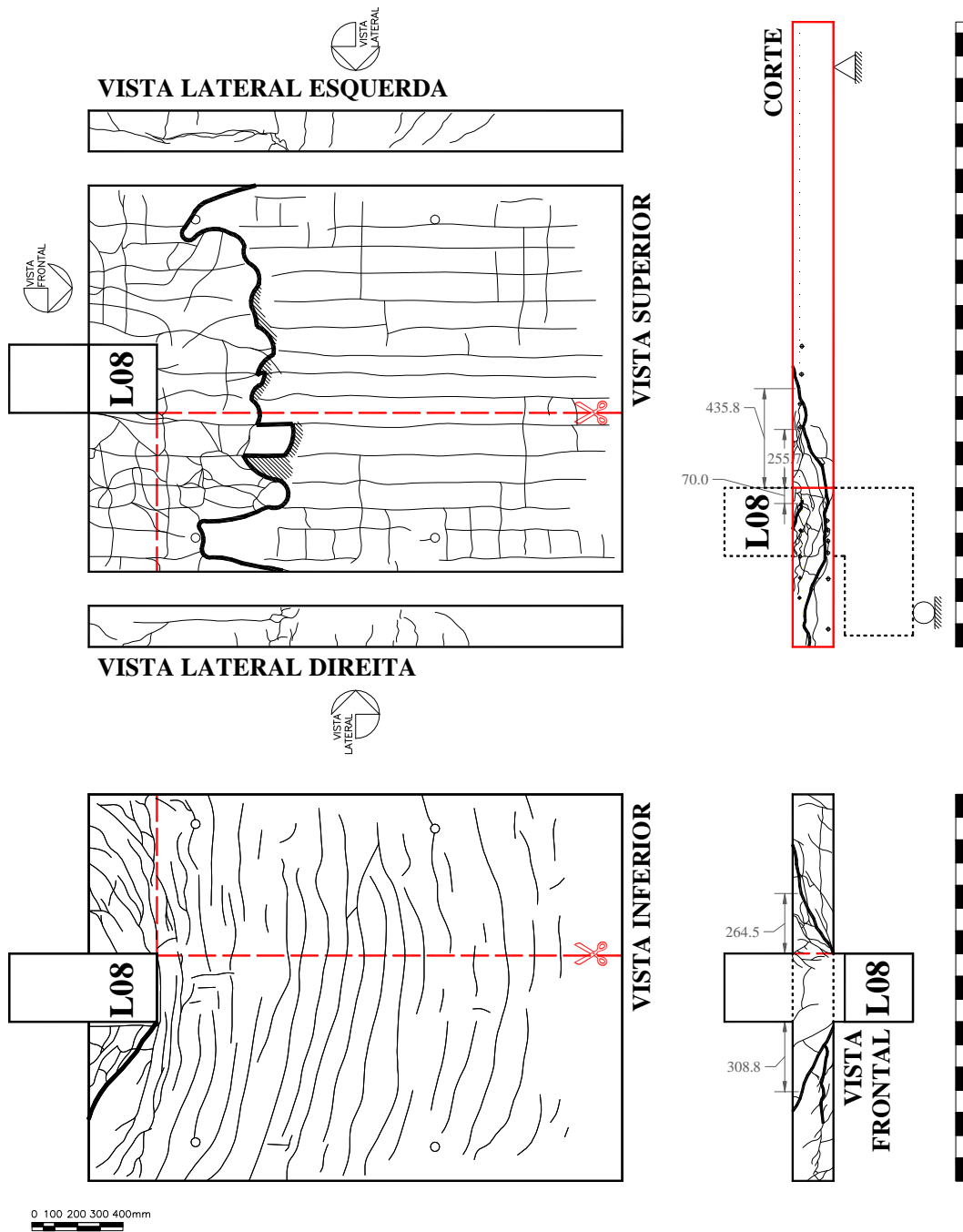


Figura 4.19 – Padrão de fissuração da laje L08



Figura 4.20 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L08

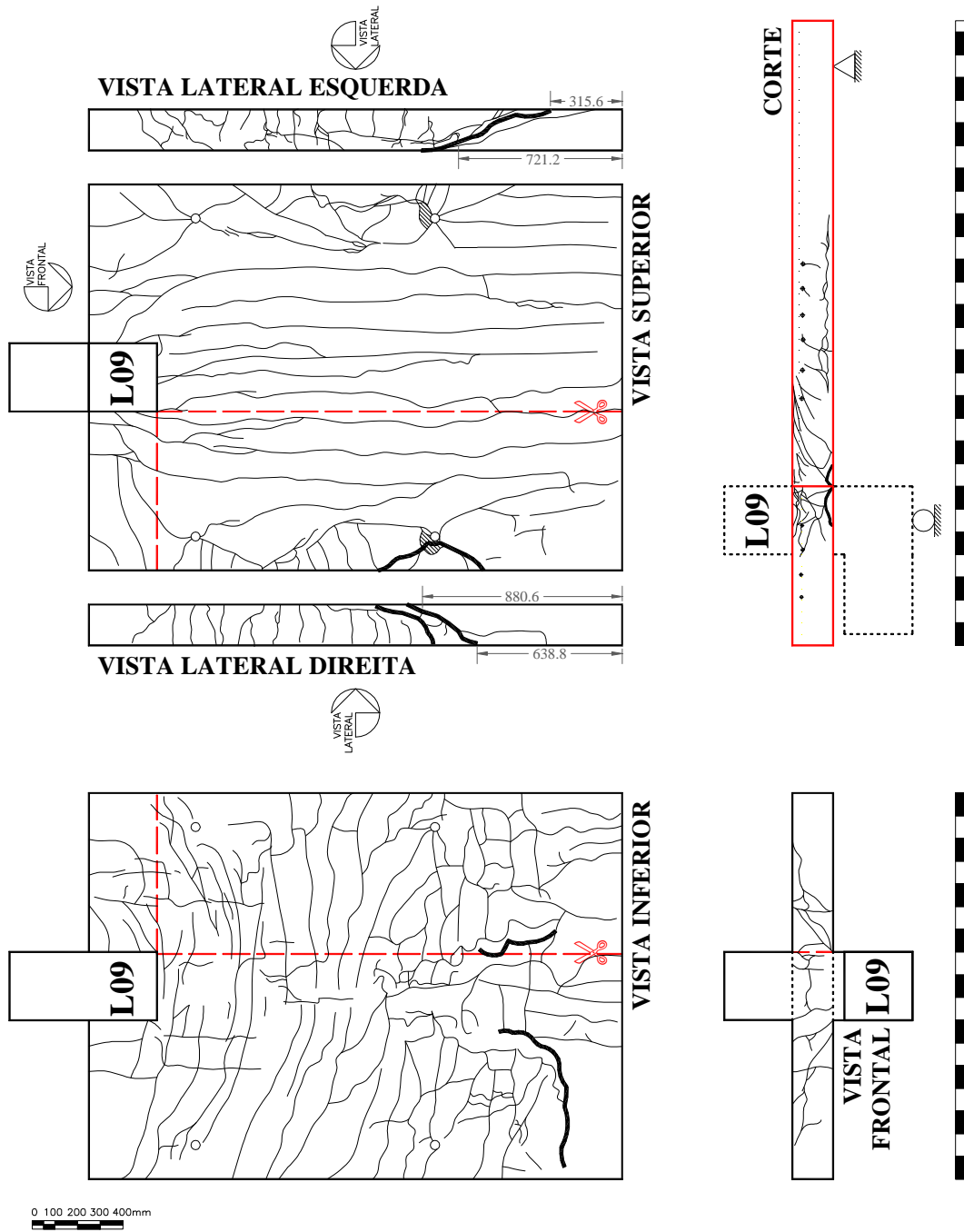


Figura 4.21 – Padrão de fissuração da laje L09



Figura 4.22 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L09

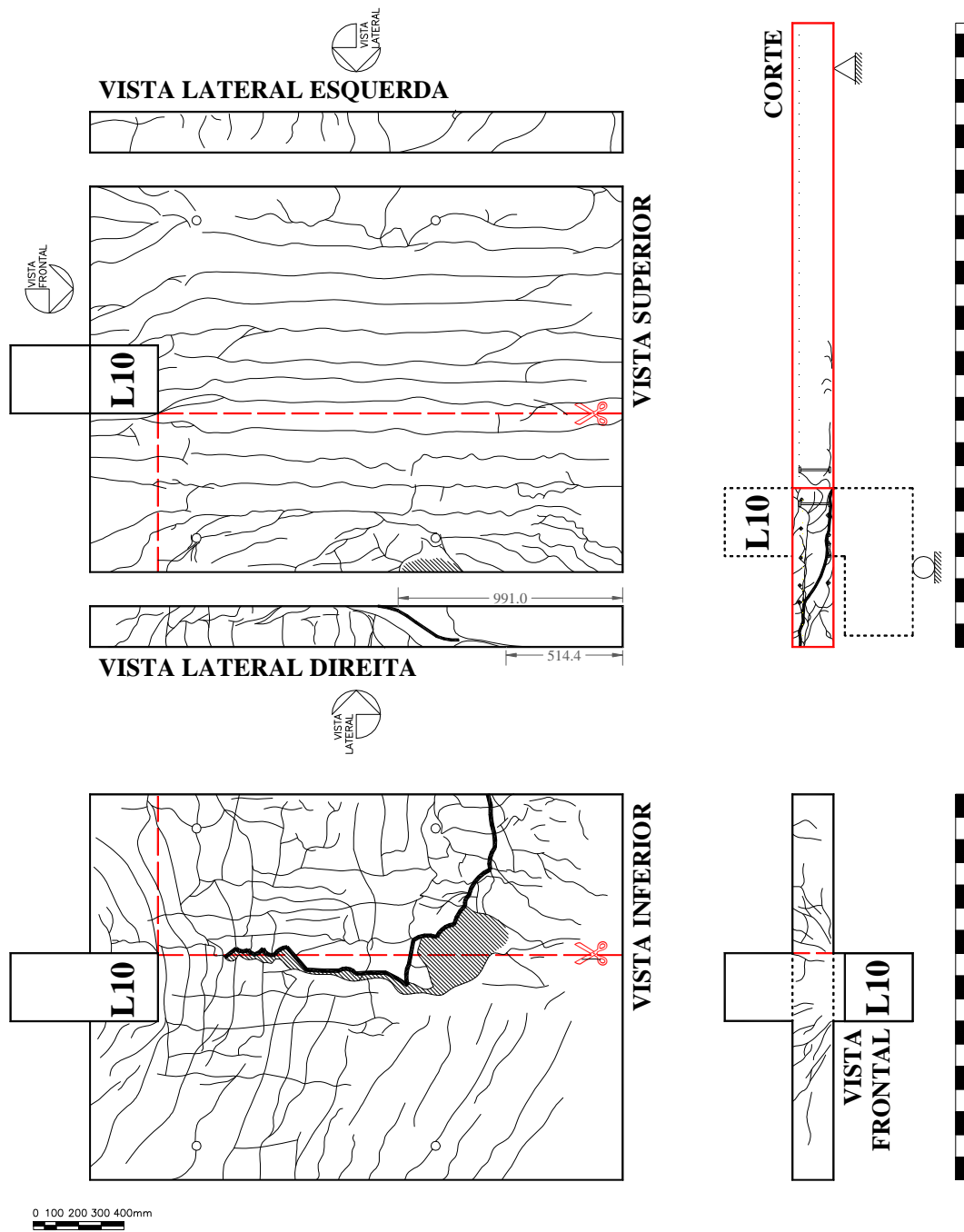


Figura 4.23 – Padrão de fissuração da laje L10



Figura 4.24 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L10

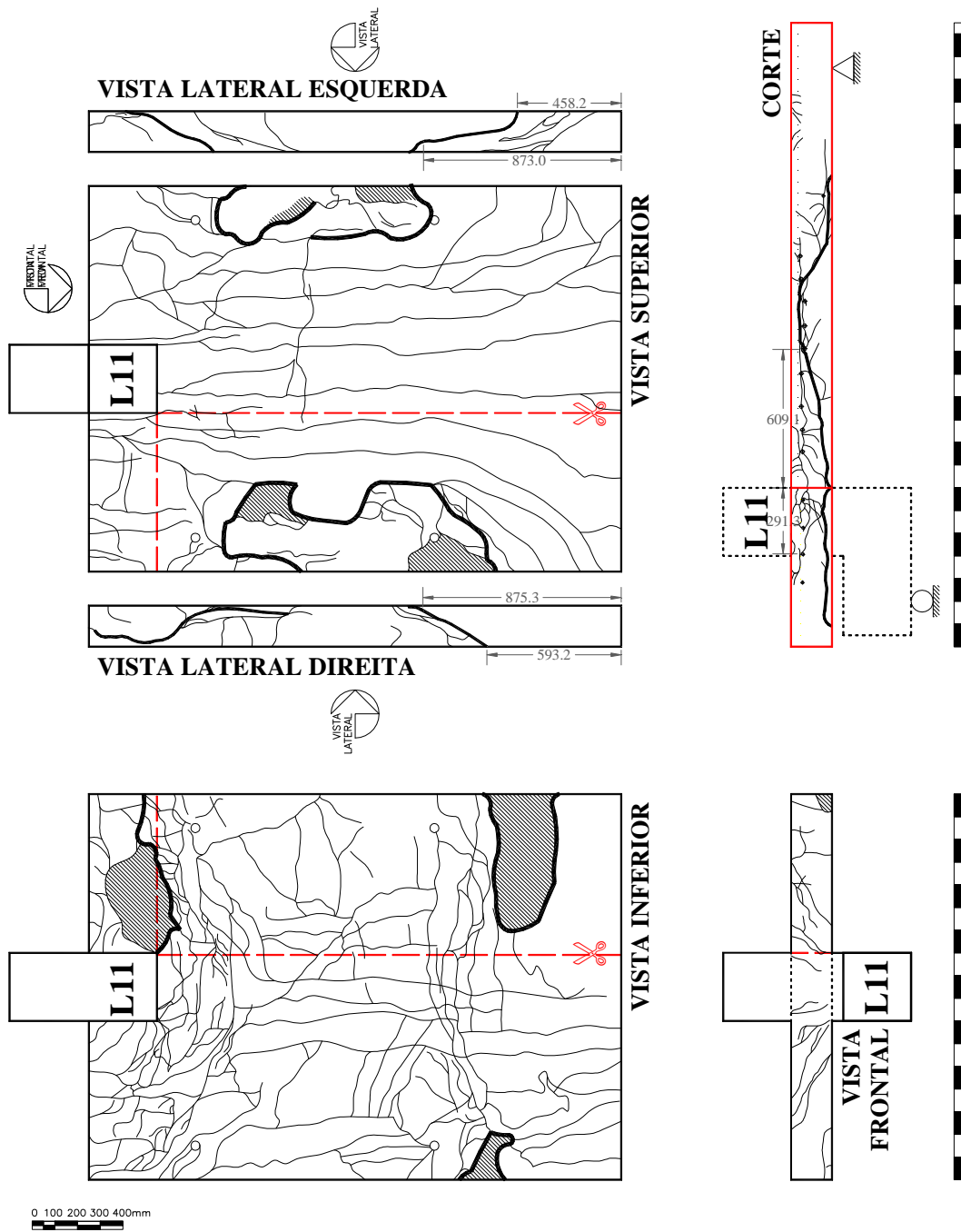


Figura 4.25 – Padrão de fissuração da laje L11



Figura 4.26 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L11

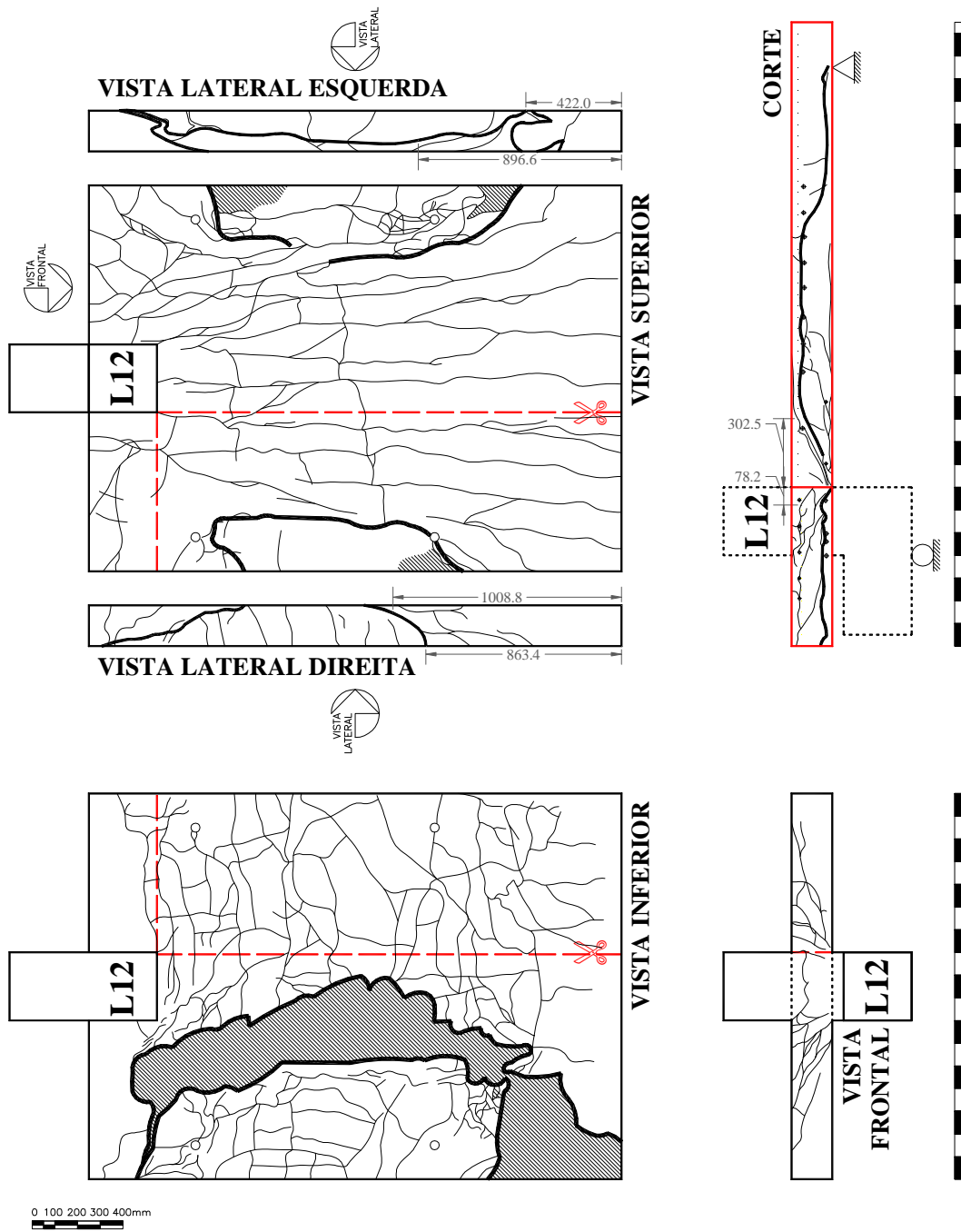


Figura 4.27 – Padrão de fissuração da laje L12



Figura 4.28 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L12

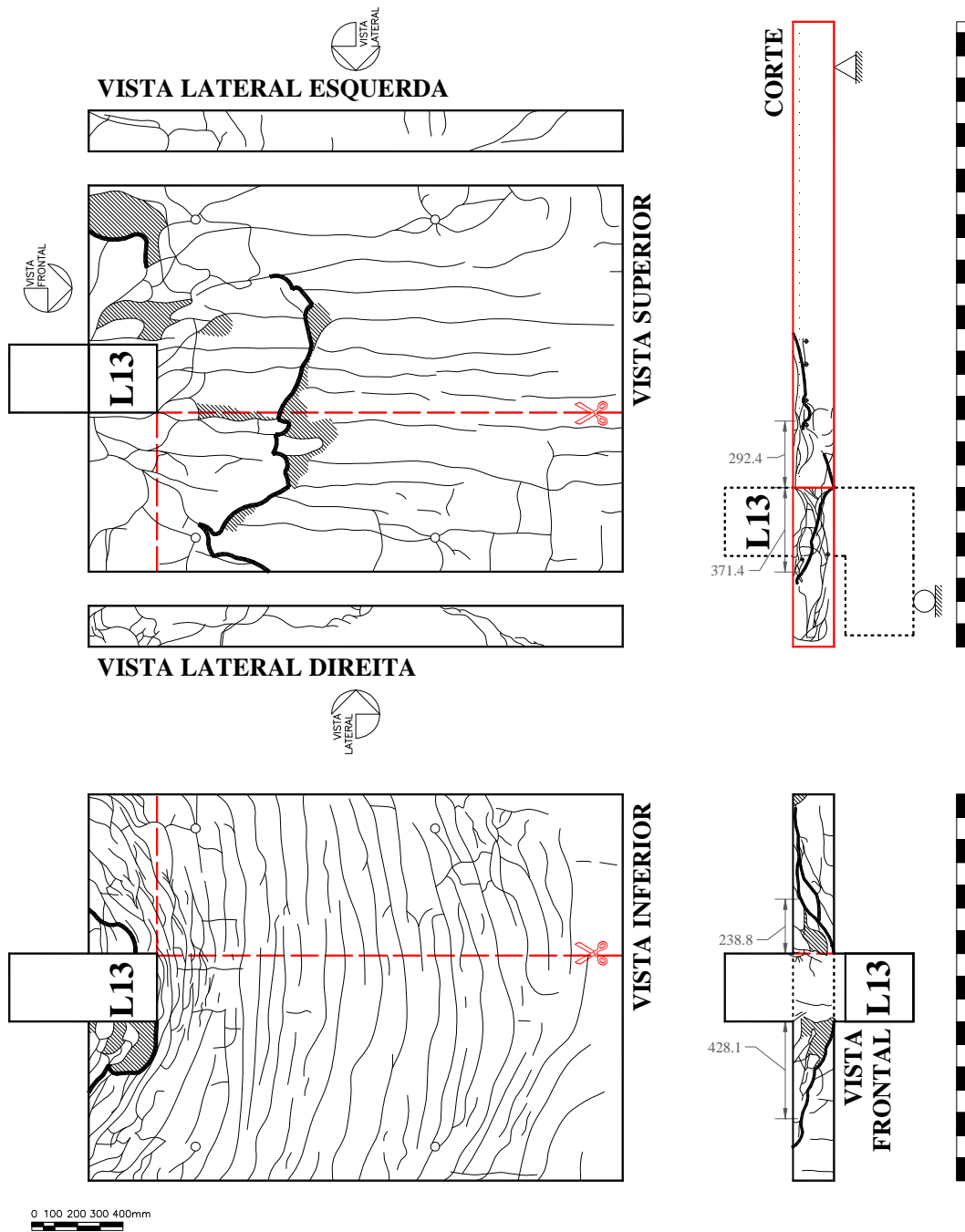


Figura 4.29 – Padrão de fissuração da laje L13



Figura 4.30 – Visão geral de fissuração nas faces superior, inferior e no corte da laje L13

### 4.2.3 – Comportamento Carga-Deslocamento

O deslocamento vertical das lajes foi medido em diferentes pontos, como já indicado na Figura 3.36, dando-se ênfase aos deslocamentos medidos nas redondezas da interface entre a laje e o pilar. As curvas representativas de carga-deslocamento para as ligações de borda ensaiadas nesta investigação foram plotadas nas Figura 4.31 a Figura 4.43, onde os deslocamentos são medidos ao longo dos três eixos principais definidos para o mesmo estágio de carregamento e indicados com as leituras dos LVDTs tomadas antes da ruptura ou o mais próximo possível da carga última.

Para a maioria dos modelos, o maior deslocamento ocorreu no ponto onde se localizava o LVDT 13 que, embora devesse ser idealmente espelhado em relação ao LVDT 11, veio a se destacar em todos os modelos no decorrer da aplicação do carregamento, trazendo indícios de desnivelamento do sistema como um todo ou de erro de calibração das células de carga. Apenas em cinco das treze lajes, foi registrado maior deslocamento no LVDT 12, das quais, excluindo-se as lajes L11 e L12, cuja ruptura foi localizada na região do carregamento, tem-se apenas as lajes L2, L5 e L9, caracterizadas por menores excentricidades no apoio. Desconsiderando, no entanto, as medições de LVDT13, foi conduzido um comparativo entre os LVDTs 12, 11 e 4, tomando-se como referência o ponto em que ocorria maior deslocamento registrado em todas as lajes, correspondente ao LVDT 12, a fim de melhor julgar os deslocamentos verticais nos outros eixos perpendiculares entre si na direção transversal e longitudinal.

Para as lajes do grupo 1 houve um aumento significativo do deslocamento da extremidade da borda livre da laje (LVDT 11), variando de  $93\% \cdot \delta_{máx}$  para L1 de excentricidade interna de -300 mm até  $50\% \cdot \delta_{máx}$  para um apoio concêntrico, quando passa aumentar novamente à medida que se avança na excentricidade externa, a saber:  $58\% \cdot \delta_{máx}$  (e=100 mm),  $82\% \cdot \delta_{máx}$  (e=200 mm),  $98\% \cdot \delta_{máx}$  (e=300 mm),  $94\% \cdot \delta_{máx}$  (e=400 mm), para as lajes L5, L6, L3 e L4, respectivamente. Aparentemente estes dois últimos casos foram os mais críticos. Para as lajes do grupo 2, as quais tiveram um ajuste na taxa de armadura de flexão, a tendência foi igualmente de aumento do deslocamento das medições do LVDT 11 com o acréscimo de excentricidade externa, passando de  $72\% \cdot \delta_{máx}$  em L12 (e=150 mm) para  $90\% \cdot \delta_{máx}$  na laje L11 (e=350 mm), até decrescer para  $86\% \cdot \delta_{máx}$  na laje L7 (e=400 mm), sugerindo que nessas condições de carga e apoio, o deslocamento atinge seu valor máximo para uma excentricidade de 300 mm, a partir do qual as flechas na borda livre da laje são aliviadas.



Esse fenômeno se repete também no grupo 3, para as lajes com estribos na borda, onde observa-se que o deslocamento passa de  $91\% \cdot \delta_{máx}$  na laje L13 ( $e=350$  mm) para  $89\% \cdot \delta_{máx}$  na laje L8 ( $e=400$  mm). No grupo 4, que continha as lajes com *studs*, o deslocamento das bordas foi comparativamente maior que no grupo 1, mas a progressão foi menos pronunciada, iniciando com  $72\% \cdot \delta_{máx}$  em L9 ( $e=0$  mm) até atingir  $75\% \cdot \delta_{máx}$  em L10 ( $e=200$  mm), embora haja a ressalva da influência da superfície de ruptura, uma vez que não foi configurada em torno da ligação entre a laje e o pilar, em ambos os casos.

Com relação ao ponto médio longitudinal da laje (LVDT 4), o ganho de deslocamento com o aumento de excentricidade foi mais suave no grupo 1, porém, sempre crescente, desde de L1 ( $e=-300$  mm) com  $77\% \cdot \delta_{máx}$ , e segue aumentando de forma contínua em L2 ( $e=0$  mm) com  $78\% \cdot \delta_{máx}$ , em L5 ( $e=100$  mm) com  $84\% \cdot \delta_{máx}$ , em L6 ( $e=200$  mm) com  $86\% \cdot \delta_{máx}$ , em L3 ( $e=300$  mm) com  $94\% \cdot \delta_{máx}$ , até haver um pequeno decréscimo em L4 ( $e=400$  mm) para  $93\% \cdot \delta_{máx}$ . Já no grupo 2, embora o incremento de excentricidade tenha provocado um nível de deslocamento menor, sua taxa de crescimento foi similar ao primeiro grupo até atingir uma excentricidade de 350 mm, partindo de L12 com  $67\% \cdot \delta_{máx}$  ( $e=150$  mm) à L11 com  $75\% \cdot \delta_{máx}$  ( $e=350$  mm), quando então em L7 cresce drasticamente para  $92\% \cdot \delta_{máx}$  ( $e=400$  mm). Esse aumento radical foi igualmente observado no grupo 3, onde o deslocamento em L13 ( $e=350$  mm) cresceu de  $80\% \cdot \delta_{máx}$  para  $92\% \cdot \delta_{máx}$  em L8 ( $e=400$  mm). O progresso dos deslocamentos na região central da laje no grupo 4 foi registrado para as lajes L9 e L10, tendo início com  $64\% \cdot \delta_{máx}$  para a laje de apoio concêntrico até atingir para  $81\% \cdot \delta_{máx}$  quando a excentricidade aumentava para 200 mm.

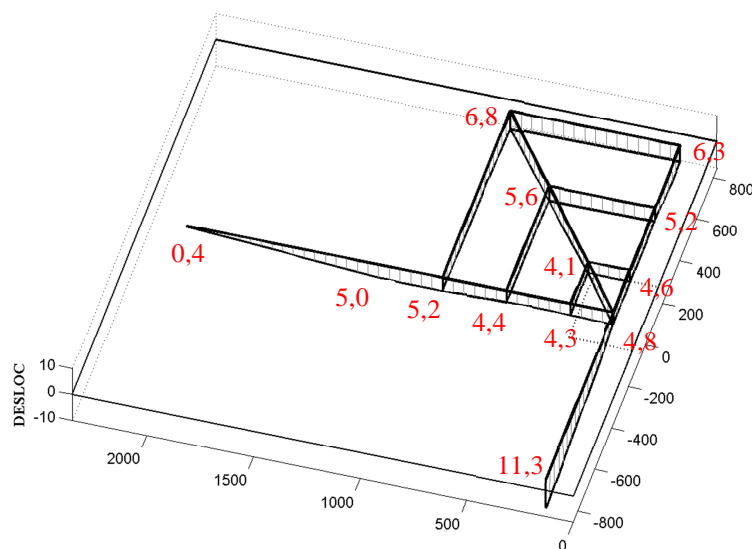


Figura 4.31 – Deslocamentos verticais à  $100\% \cdot P_u$  em L01 ( $e=-300$ mm)

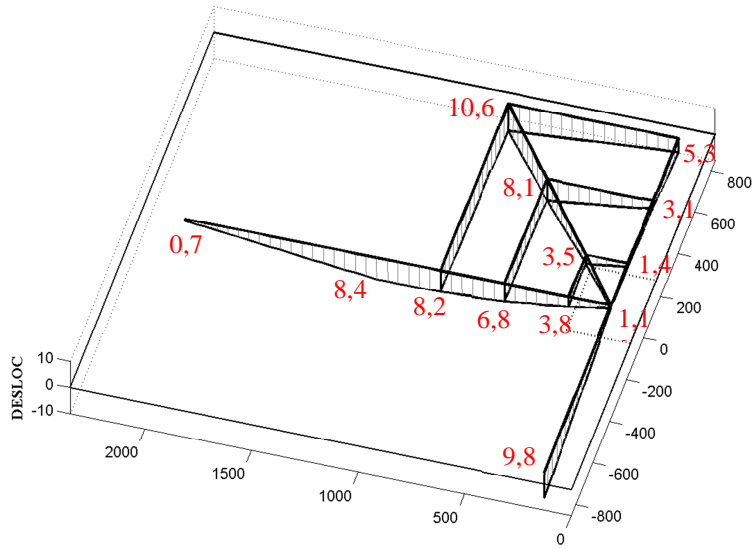


Figura 4.32 – Deslocamentos verticais à 100%· $P_u$  em L02 (e=0mm)

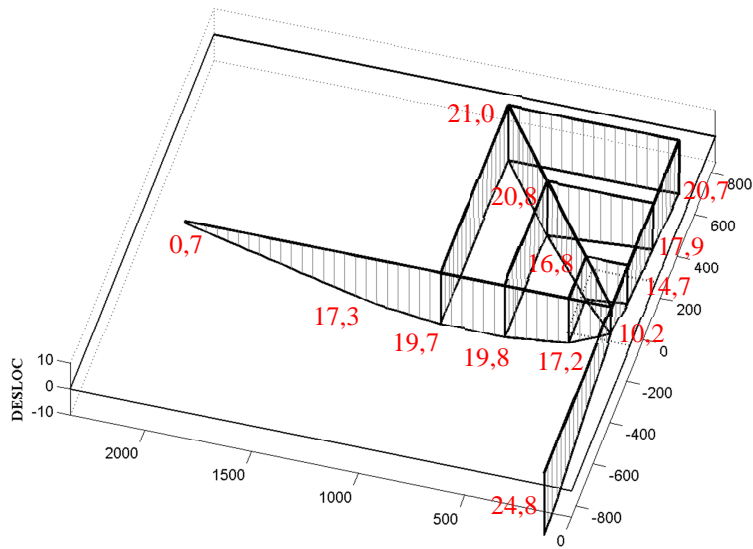


Figura 4.33 – Deslocamentos verticais à 100%· $P_u$  em L03 (e=300mm)

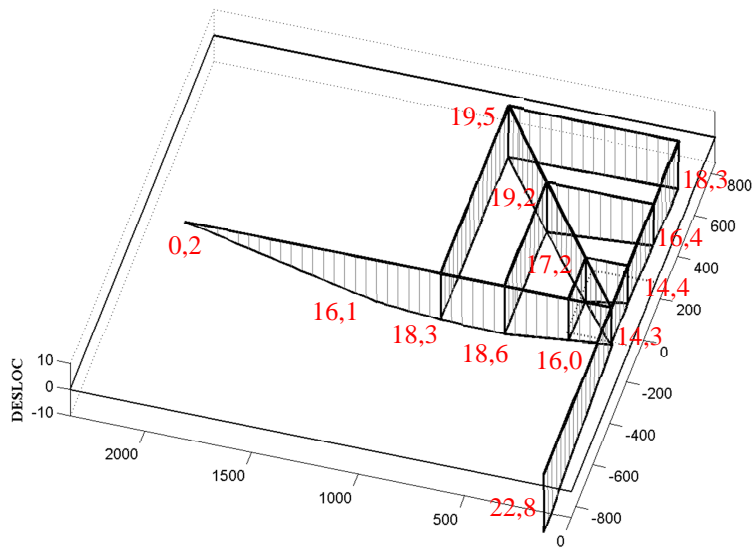


Figura 4.34 – Deslocamentos verticais à 100%· $P_u$  em L04 (e=400mm)

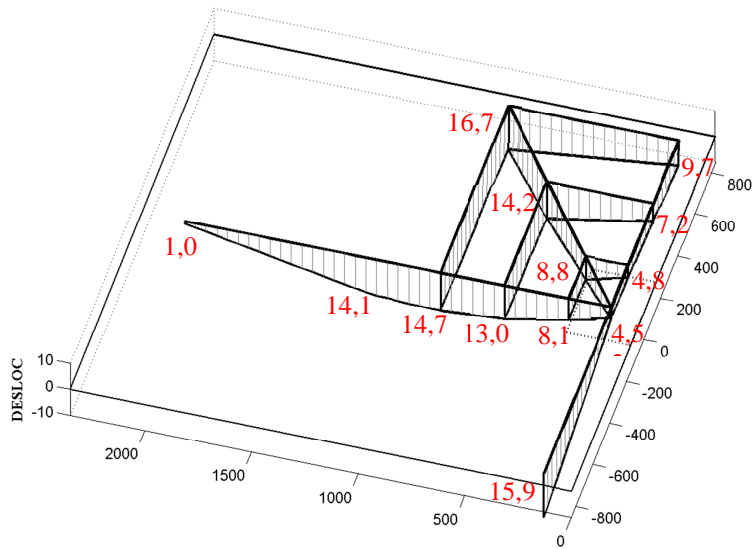


Figura 4.35 – Deslocamentos verticais à 100%· $P_u$  em L05 (e=100mm)

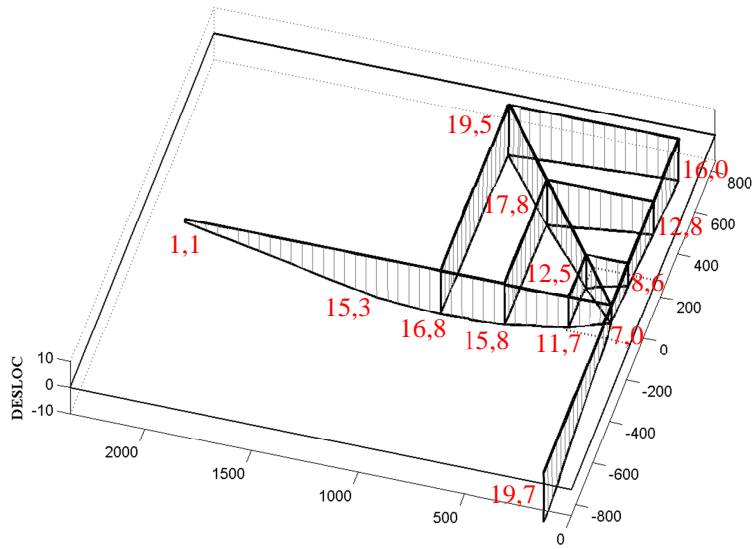


Figura 4.36 – Deslocamentos verticais à 100%· $P_u$  em L06 (e=200mm)

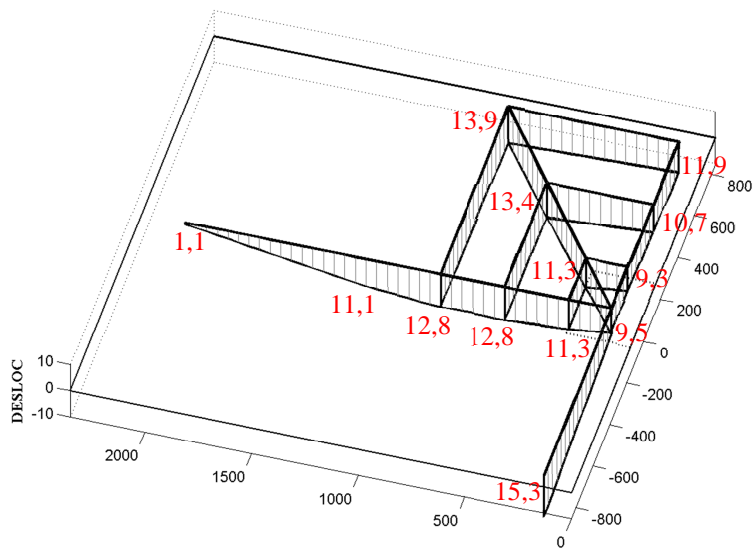


Figura 4.37 – Deslocamentos verticais à 70%· $P_u$  em L07 (e=400mm)

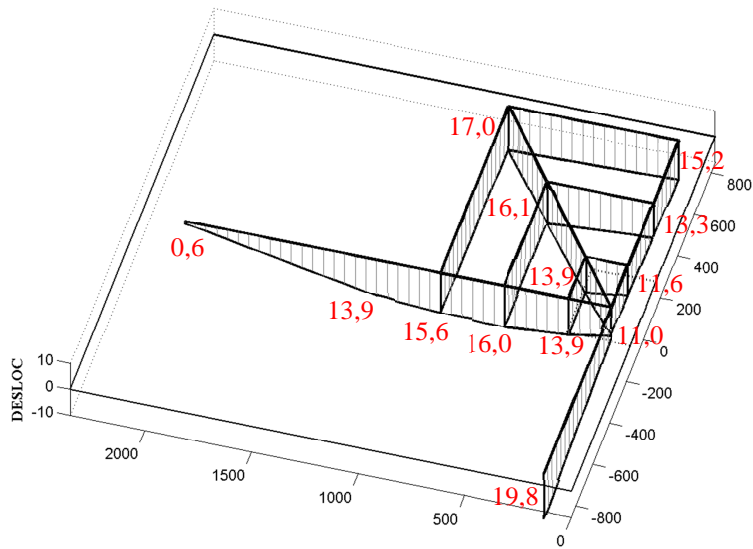


Figura 4.38 – Deslocamentos verticais à  $76\% \cdot P_u$  em L08 ( $e=400\text{mm}$ )

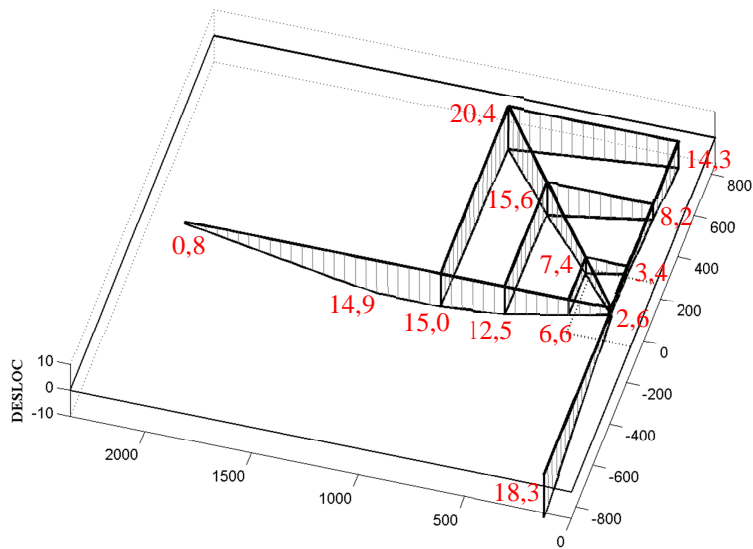


Figura 4.39 – Deslocamentos verticais à  $100\% \cdot P_u$  em L09 ( $e=0\text{mm}$ )

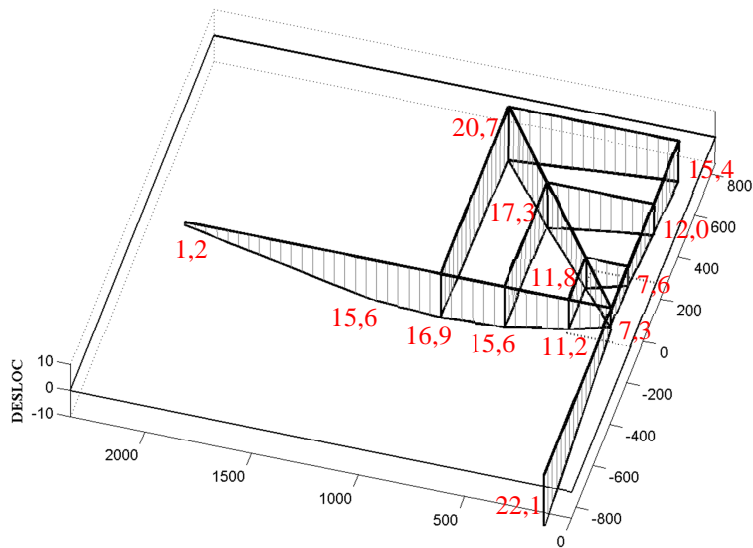


Figura 4.40 – Deslocamentos verticais à  $100\% \cdot P_u$  em L10 ( $e=200\text{mm}$ )

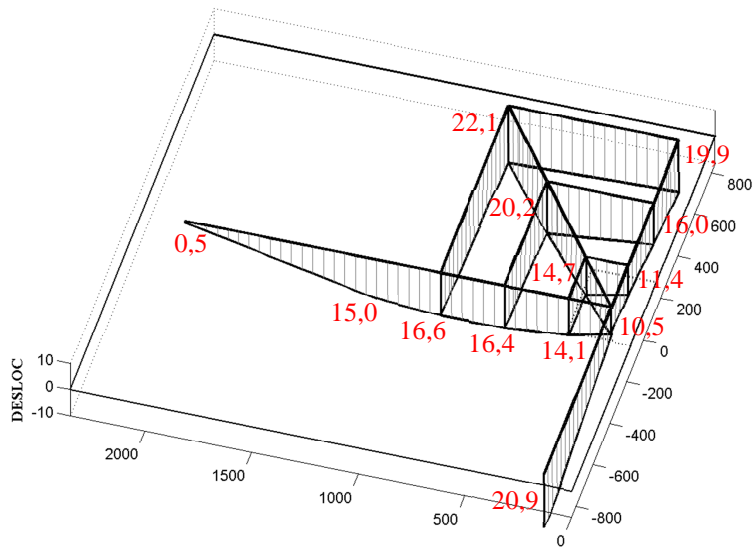


Figura 4.41 – Deslocamentos verticais à 100%· $P_u$  em L11 ( $e=350\text{mm}$ )

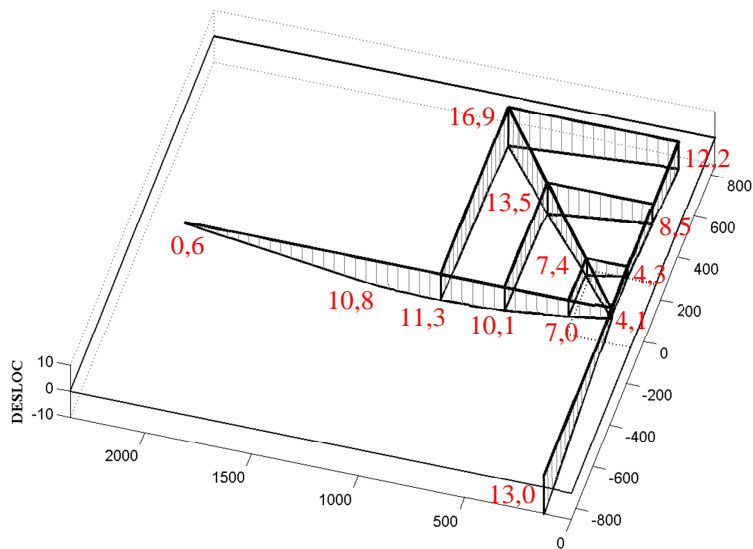


Figura 4.42 – Deslocamentos verticais à 100%· $P_u$  em L12 ( $e=150\text{mm}$ )

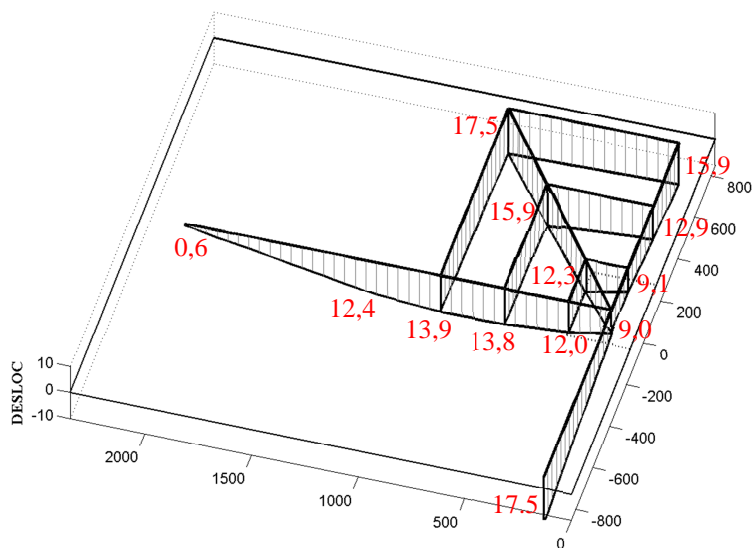


Figura 4.43 – Deslocamentos verticais à 75%· $P_u$  em L13 ( $e=350\text{mm}$ )

Para melhor visualizar a variação dos deslocamentos com crescimento da carga durante os ensaios foram selecionados os pontos correspondentes aos LVDTs 04, 12 e 11.

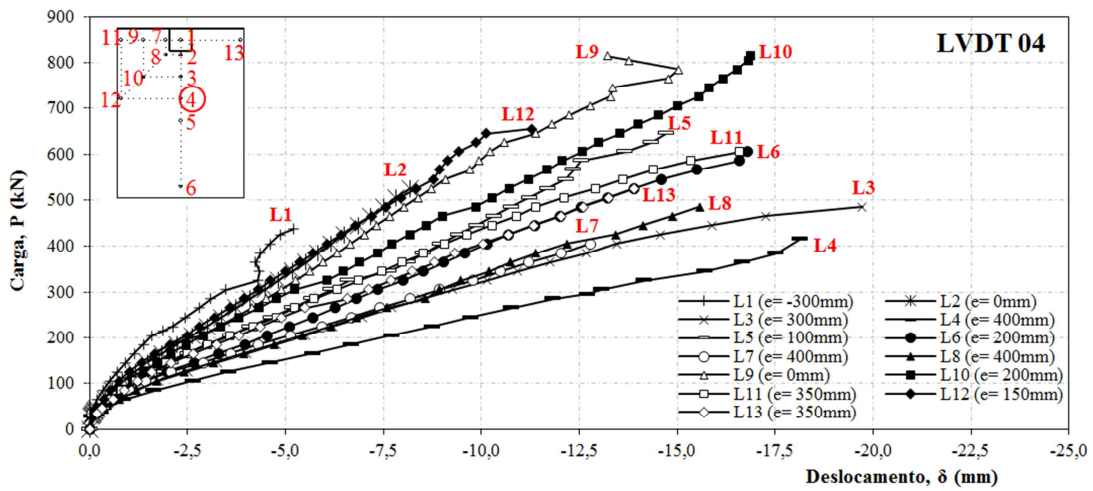


Figura 4.44 – Curvas carga-deslocamento vertical de todas as lajes no LVDT4

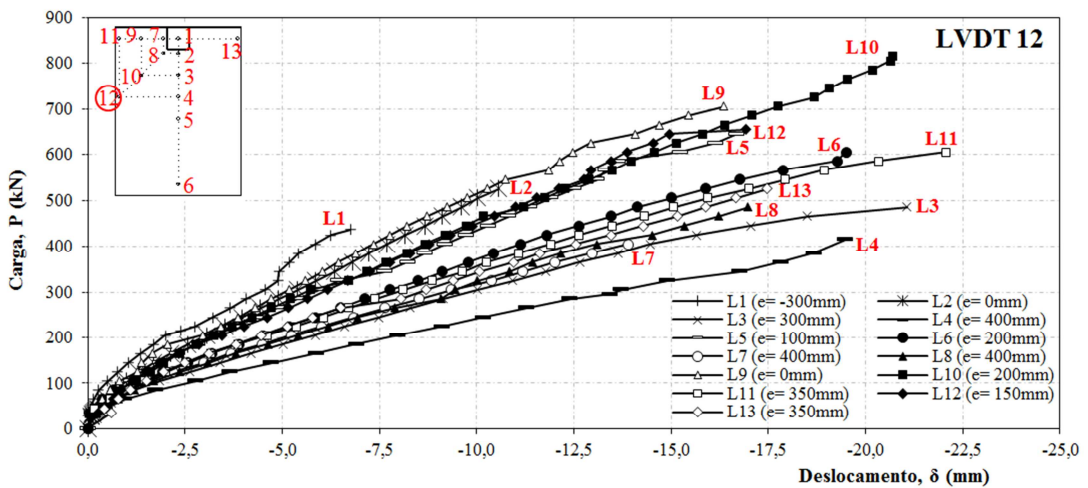


Figura 4.45 – Curvas carga-deslocamento vertical de todas as lajes no LVDT12

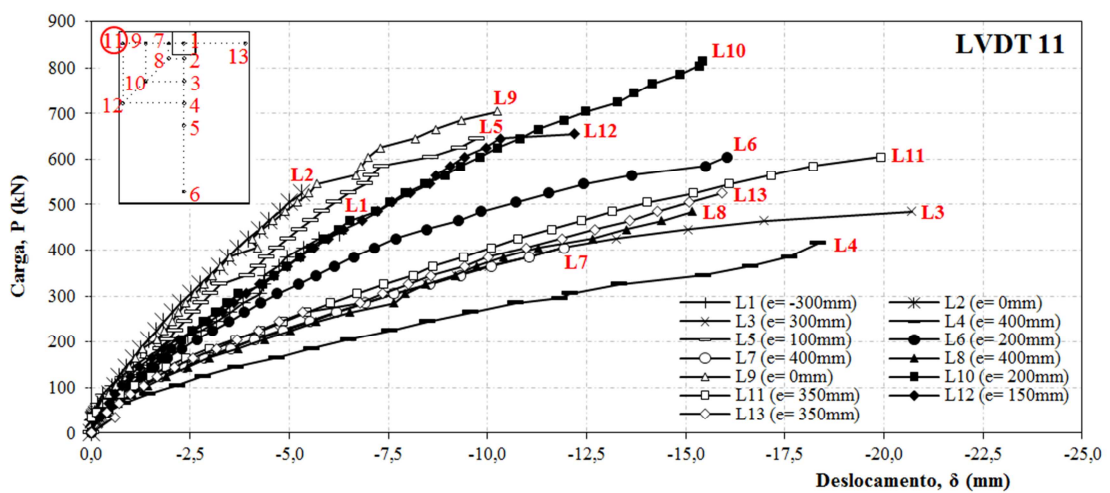


Figura 4.46 – Curvas carga-deslocamento vertical de todas as lajes no LVDT11

#### 4.2.4 – Comportamento Carga-Rotação

A rotação média foi obtida a partir das medições dos LVDTs posicionados horizontalmente nas faces laterais do pilar e distantes 530 mm entre si (LVDTs 14 e 15), bem como os pontos fixados na laje nas proximidades da ligação, centrados a 50 mm e 350 mm das faces internas do pilar no sentido longitudinal ou ainda paralelos a esse eixo e distantes 200 mm ou 500 mm, através dos pares de LVDTs 2 e 3, 7 e 8 e 9 e 10, indicados na Figura 3.36. Foram conectados os LVDTs com 50 mm de curso a um sistema independente de fixação a fim de captar a rotação dos modelos, admitindo-se que a extensão no curso do LVDT de um lado bem como o encurtamento no curso do outro lado são considerados ambos como positivos, registrando-se apenas a soma resultante. Assim, as medições de rotação foram assumidas como sendo a soma ou a diferença do deslocamento vertical ou horizontal ao longo do comprimento dividida pela distância entre os eixos dos LVDTs adjacentes.

Nas Figura 4.48 a Figura 4.54, são mostrados os resultados das medições de carga e rotação relativa do pilar, bem como a rotação da laje em relação ao pilar e sua distribuição na largura ao longo da borda livre, cuja importância está diretamente relacionada com a distribuição das deformações na armadura perpendicular à borda livre, além de definir a torção na faixa na borda da laje. Definiu-se as nomenclaturas  $\theta_{pilar}$  para a rotação do pilar obtidas a partir dos LVDTs 14 e 15, posicionados na horizontal;  $\theta_{7,8}$  para a rotação da laje obtida a partir dos LVDTs 7 e 8, isto é, ao longo de um comprimento de 200 mm e afastado a 50 mm da face lateral do pilar;  $\theta_{2,3}$  para a rotação da laje obtida a partir dos LVDTs 2 e 3, ao longo de 300 mm na linha central longitudinal e;  $\theta_{9,10}$  para a rotação da laje de LVDT de 9 e 10 ao longo de 500 mm e afastado a 500 mm da linha central longitudinal, a 150 mm da borda da laje.

Conforme os registros coletados nos ensaios do grupo 1, L1 foi a única laje cujas rotações ocorreram no sentido negativo, de acordo com a convenção adotada na Figura 4.48, dada a direção da excentricidade interna no apoio ( $e=-300\text{mm}$ ). Até cerca de  $25\% \cdot P_u$ , a rotação  $\theta_{pilar}$  seguiu praticamente junto à  $\theta_{7,8}$  e  $\theta_{9,10}$ , passando a se distanciar mais acentuadamente a partir de  $42\% \cdot P_u$  até a ruptura, enquanto que  $\theta_{9,10}$  se estabilizou em torno de zero até mudar levemente de sentido próximo à ruptura e  $\theta_{7,8}$  se situou a meio termo entre ambos. A descontinuidade entre as rotações do pilar e a face interna da laje foi evidente ao se comparar as tendências de  $\theta_{pilar}$  e  $\theta_{2,3}$ . Já para a laje de apoio concêntrico L2, todas as rotações foram semelhantes entre si, apresentando pouca torção e sem apresentar também

grandes discontinuidades na interface entre laje e o pilar em sua região interna, o que faz sentido, uma vez que o momento total da laje nas proximidades do pilar é muito pequeno. As lajes L5 e L6, caracterizadas por terem menores excentricidades, começaram a apresentar uma tendência de dispersão das curvas, com um maior desenvolvimento da rotação  $\theta_{pilar}$ , seguido de  $\theta_{7,8}$  significando que as rotações nas laterais da ligação passaram a discordar do pilar na iminência da ruptura, o que indica surgimento de torção nas bordas, e é confirmado também por  $\theta_{9,10}$ , cuja menor rotação leva à divergência de inclinações no plano da laje. Corrobora para esse mecanismo, a rotação  $\theta_{2,3}$  no eixo longitudinal da laje, revelando uma tênue discontinuidade na região interna em relação ao pilar.

Finalmente, para as lajes de maior excentricidades, L3 e L4, a rotação  $\theta_{pilar}$  se destacou fortemente por ser bem mais pronunciada, havendo além disso a ocorrência de uma maior discontinuidade entre as rotações  $\theta_{pilar}$  e  $\theta_{2,3}$  na face interna do pilar, como esquematizado na Figura 4.47, a qual revela uma aproximação experimental dos pontos reproduzidos devido aos deslocamentos das porções adjacentes à laje, e atenta portanto, às deformações residuais decorrentes da rotação do modelo. No caso de  $\theta_{7,8}$ , esta se encontra entre  $\theta_{pilar}$  e  $\theta_{2,3}$ , mas mais perto de  $\theta_{2,3}$  que de  $\theta_{pilar}$ . Já  $\theta_{9,10}$  é bem menor, o que se configura uma torção significativa ao longo da borda da laje que aumenta desproporcionalmente perto da ruptura, enquanto que  $\theta_{9,10}$  é constante ou decrescente.

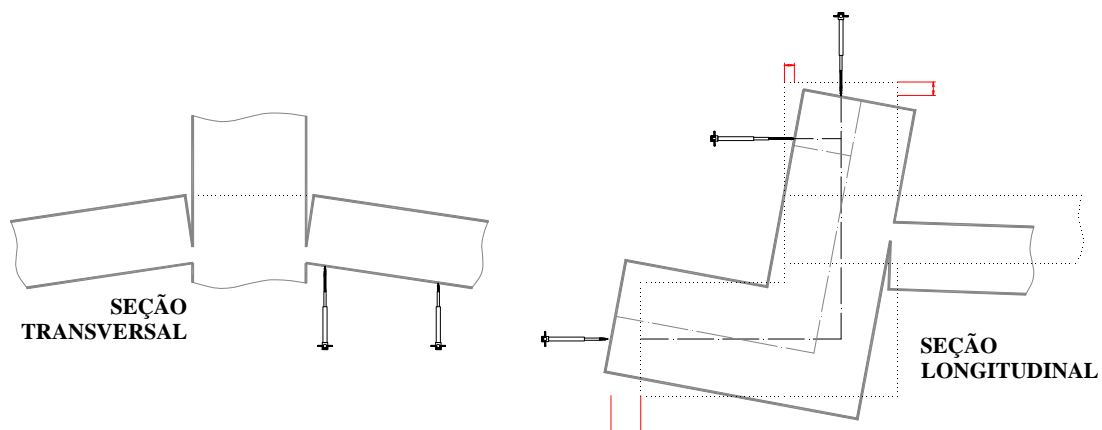


Figura 4.47 – Descontinuidades reproduzidas a partir dos dados experimentais

No grupo 2, L12 ( $e=150$  mm) e L11 ( $e=350$  mm) permitem descrever o comportamento geral dos modelos com modificações na armadura de flexão, de onde se extrai que ambos apresentaram as rotações  $\theta_{2,3}$  e  $\theta_{9,10}$  evoluindo de maneira contígua, e indica inclinações dentro de um mesmo plano. É possível observar para o modelo de menor excentricidade,



que  $\theta_{pilar}$  e  $\theta_{7,8}$  também seguiram em evolução semelhantes entre si, embora exibissem rotações pouco mais evidentes, enquanto que para o modelo de maior excentricidade,  $\theta_{pilar}$  foi continuamente crescente e divergiu mais de  $\theta_{7,8}$ , caracterizando-se torção nessa região. Importa frisar que em todos os modelos desse grupo – que tiveram a inclusão de uma barra extra – as rotações foram excessivas nos instantes prévios à queda da carga, entendendo-se que essa disposição garantiu uma maior ductilidade para a ligação.

Dentre as lajes do grupo 3, L8, de mesma excentricidade de L4, embora consideravelmente mais rígida devido à combinação dos efeitos das barras principais adicionais e os estribos de torção na extremidade da laje apresentou  $\theta_{9,10}$  próximo à  $\theta_{2,3}$  o que sugere que a laje, embora fletida, permaneceu praticamente no mesmo plano, fora de uma região limitada no entorno do pilar. Essa tendência foi mais consistente em L13 ( $e=350$  mm), uma vez que as rotações  $\theta_{2,3}$  e  $\theta_{9,10}$  seguiram juntas até a ruptura. Da mesma forma, as rotações  $\theta_{pilar}$  e  $\theta_{7,8}$  também evoluíram juntas, indicando que a inclusão dos estribos tiveram efeito benéfico à torção na borda da ligação.

O grupo 4, que incluiu as lajes com armadura de cisalhamento, apresentou indícios de rigidez adicional à ligação, dada a rotação  $\theta_{pilar}$  mostrar um comportamento quase idêntico à  $\theta_{7,8}$  com o decorrer da carga em ambos os modelos. Já  $\theta_{9,10}$  foi menos acentuada nos dois casos (L9 e L10), se afastando proporcionalmente de  $\theta_{7,8}$  como resultado do movimento global da estrutura, embora no primeiro caso, a ausência da excentricidade no apoio aliada à menor flexibilidade da ligação propiciou uma perfil atípico de descontinuidade transversal da laje, onde as medições de  $\theta_{2,3}$  superaram  $\theta_{pilar}$ .

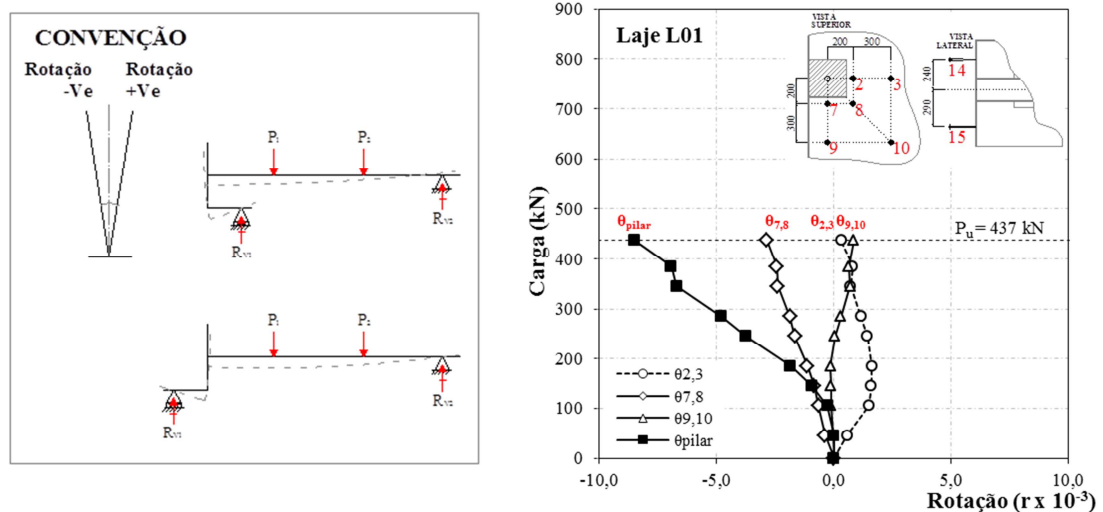


Figura 4.48 – Convenção e rotações na faixa da borda da laje L01 ( $e=-300$ mm)

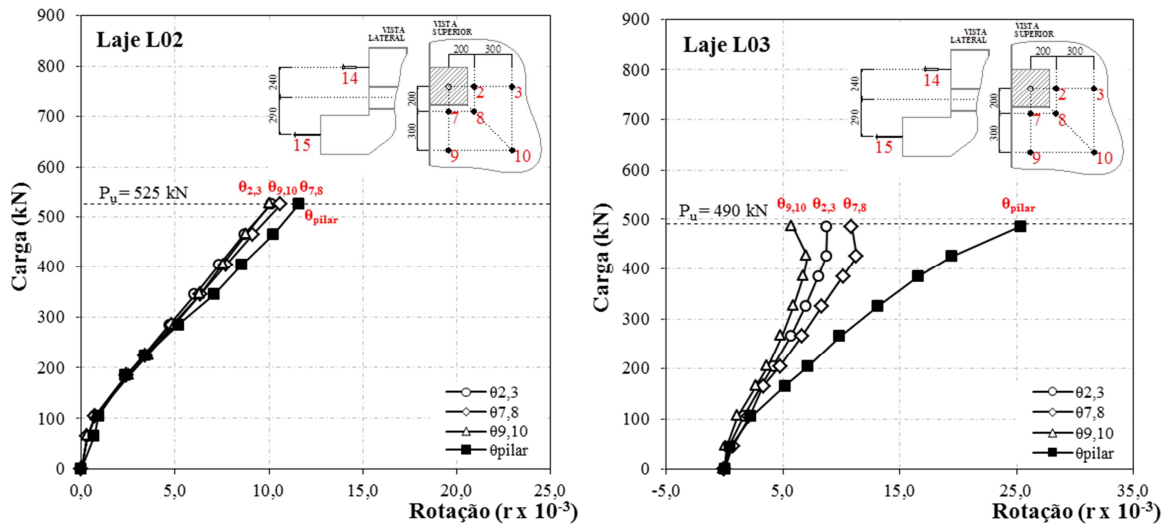


Figura 4.49 – Rotações na faixa da borda das lajes L02 (e=0mm) e L03 (e=300mm)

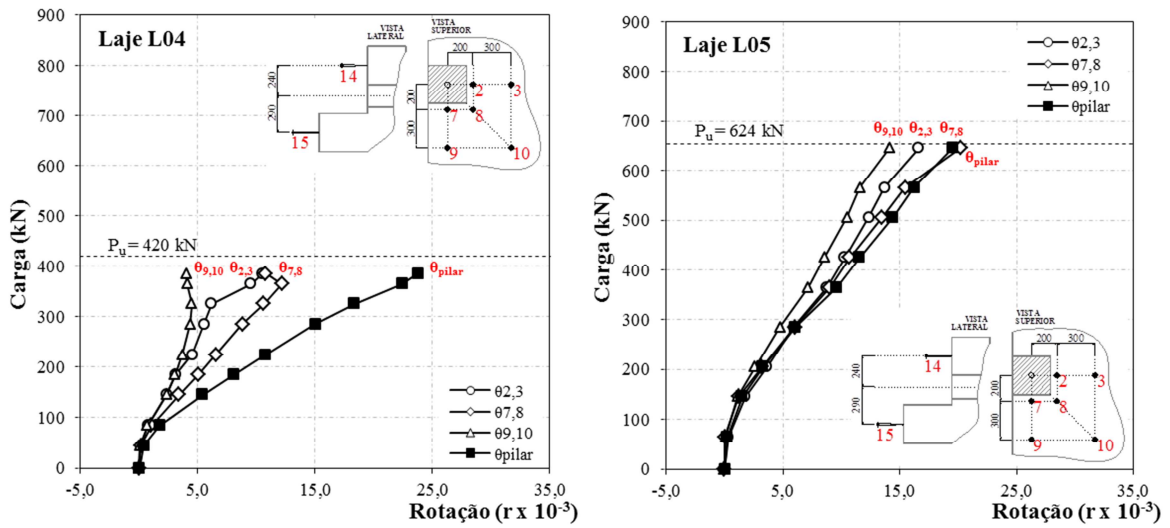


Figura 4.50 – Rotações na faixa da borda das lajes L04 (e=400mm) e L05 (e=200mm)

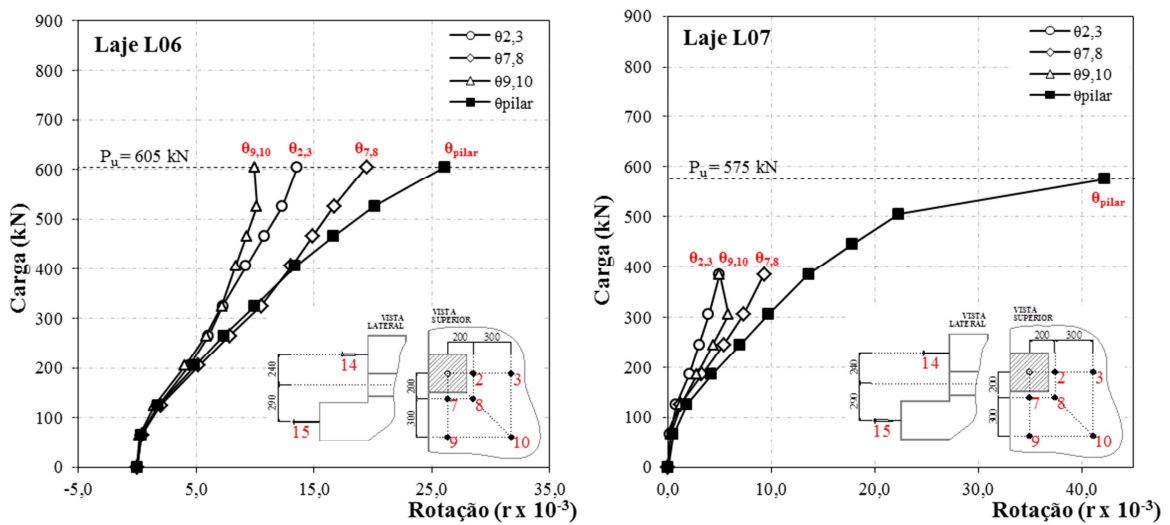


Figura 4.51 – Rotações na faixa da borda das lajes L06 (e=100mm) e L07 (e=400mm)

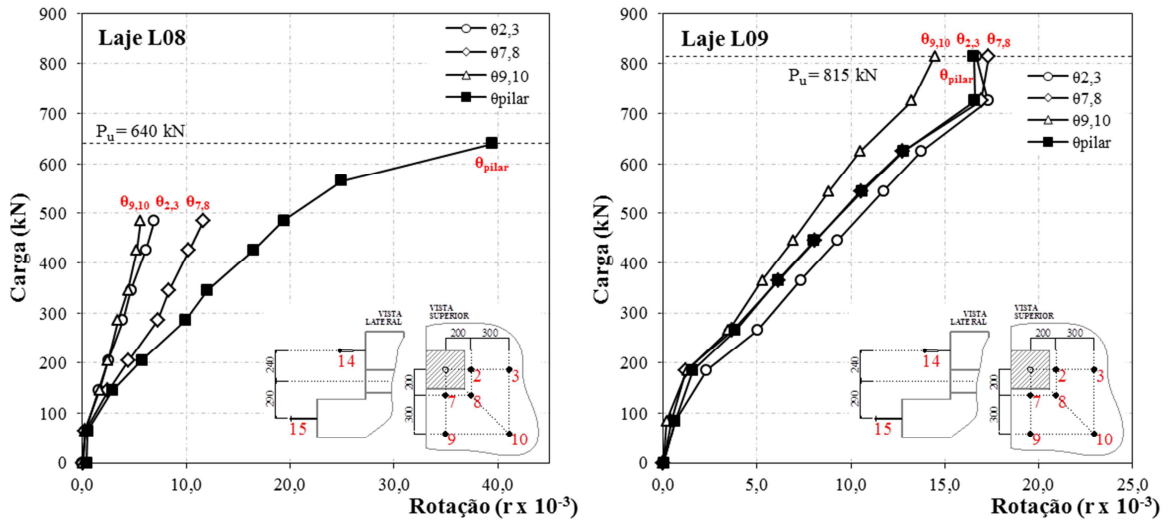


Figura 4.52 – Rotações na faixa da borda das lajes L08 ( $e=400\text{mm}$ ) e L09 ( $e=0\text{mm}$ )

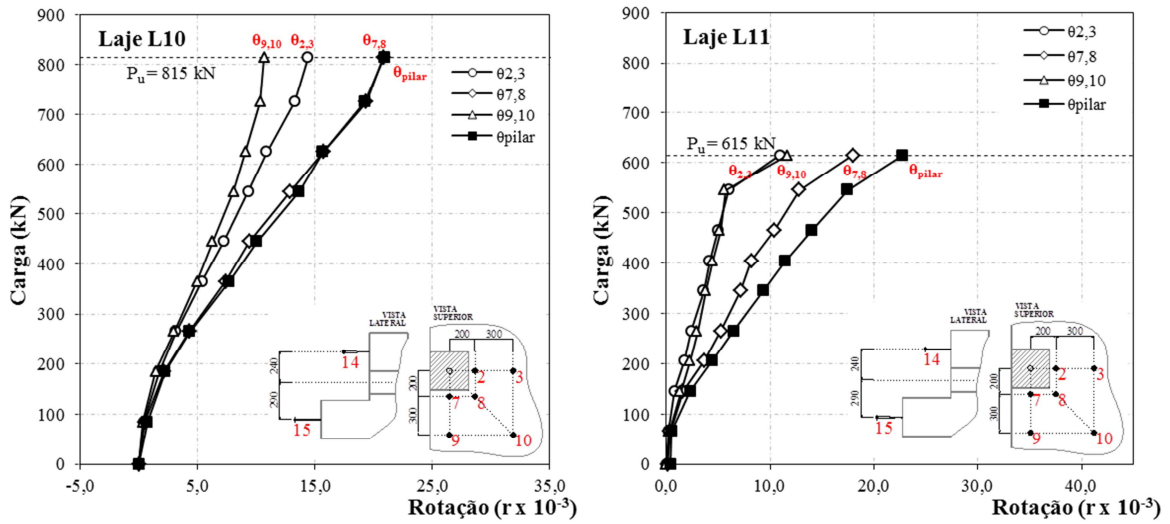


Figura 4.53 – Rotações na faixa da borda das lajes L10 ( $e=200\text{mm}$ ) e L11 ( $e=350\text{mm}$ )

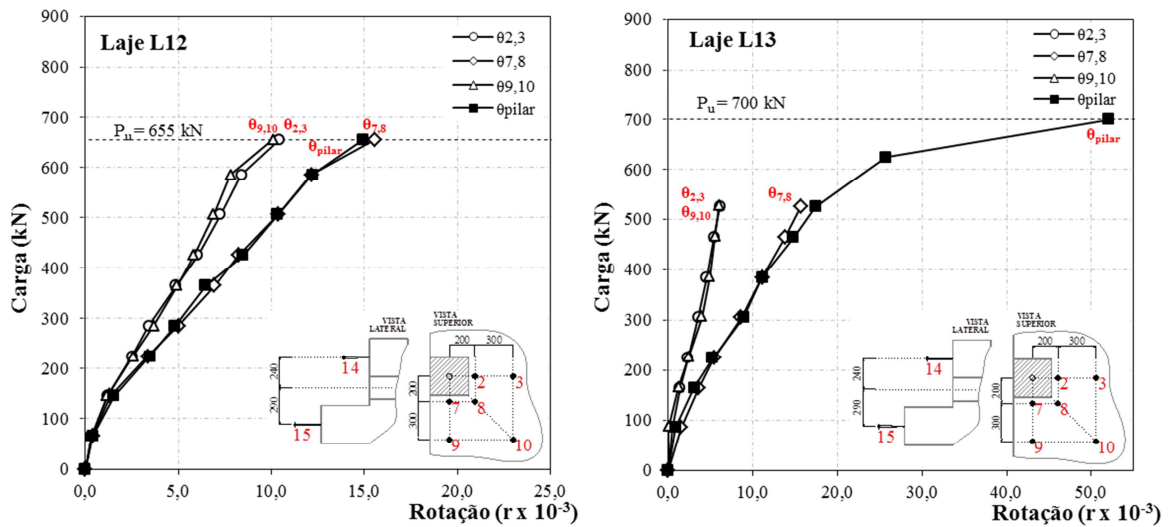


Figura 4.54 – Rotações na borda das lajes L12 ( $e=150\text{mm}$ ) e L13 ( $e=350\text{mm}$ )

## 4.2.5 – Comportamento Carga-Deformação

### 4.2.5.1 – Armaduras de Flexão

É mostrada, nas Figura 4.55 a Figura 4.78, a evolução das deformações do aço com o incremento de carga nos pontos monitorados nas Figura 3.28 a Figura 3.31, considerando-se tanto o lado tracionado da laje quanto, em alguns casos, o lado comprimido. A variação das deformações no aço da armadura transversal superior (e inferior, quando existente), assim como variação das deformações no aço da armadura longitudinal inferior (e superior quando existente) da ligação com a laje nos sentidos pertinentes são apresentados de modo a contrastar as interações existentes, proporcionando assim uma visão geral dos modelos.

Considerando o grupo 1, tem-se que as deformações últimas paralelas à borda livre nas armaduras transversais da laje de excentricidade interna L1, se mostram não-lineares ao longo da largura na lateral pilar, seja as armaduras superiores ou inferiores, embora apresentem tendências contrárias entre si. Partindo-se da borda livre, a deformação na barra extrema superior sofre um declínio quando chega na última barra que passa pelo pilar, seguido da maior tração atuante nas proximidades do canto interno da ligação, porém na barra que não atravessa o pilar, e daí passa a aliviar mais a tração quando se aproxima do interior da laje. Já na barra extrema inferior, embora ocorra o declive de deformação na última barra passante pelo pilar, ela tende a se anular na barra adjacente, mas externa à ligação, e passa a sofrer compressão na região interna da laje.

Com relação às deformações últimas perpendiculares à borda livre nas barras longitudinais superiores de L01, foi observado que na barra que passa ao centro do pilar a tração é crescente até alcançar valores máximos, inclusive com registro de escoamento, na barra adjacente (que também passa pelo pilar), para então recair em deformações levemente abaixo das observadas no centro do pilar na barra externa ao pilar. Na região central mais distantes à ligação as deformações nas barras que passam pelo pilar permaneceram diminutas. As barras longitudinais inferiores junto ao centro do pilar sofreram um aumento suave nas deformações de tração até decrescerem quando chegam na barra externa ao pilar, enquanto que na região mais distante da ligação as barras passantes pelo pilar atingem magnitudes bem maiores sob os esforços de tração.

Para L2, as distribuições de deformação no eixo perpendicular à borda livre para o aço da armadura transversal superior mostra que a armadura transversal superior é tracionada ao longo da largura mencionada, decrescendo a uma taxa relativamente constante. Na armadura transversal inferior o declive de deformações a partir da borda até a barra externa ao pilar é mais íngreme, a ponto de se anular nessa interface, seguindo constante sob compressão para o interior da laje. Em contrapartida, as deformações nas armaduras longitudinais superior partiram do eixo do pilar sob esforços de compressão e seguiram diminuindo gradualmente até atingir cerca de um terço de seu valor inicial na barra externa ao canto do pilar, enquanto que na região central mais distante da ligação a compressão foi mais incidente. Nas armaduras longitudinais inferiores rente ao centro do pilar, as deformações de tração foram mais linearmente crescentes até chegar à barra externa ao canto do pilar, embora os esforços de tração mais consideráveis foram em pontos mais distantes da ligação nas barras que passavam pelo pilar.

As lajes L3 e L4 apresentaram tendências semelhantes, com deformações paralelas à borda que atingem o escoamento na barra extrema superior e vão decrescendo à medida que se encaminha para o interior da laje, sem deixar de tracionar. Nas armaduras transversais inferiores, observa-se um decréscimo mais brusco, chegando a captar deformações sujeitas à compressão na região interna da laje. As deformações nas armaduras longitudinais superiores trabalham sob compressão na barra que passa pelo eixo do pilar, tanto rente ao pilar quanto nas regiões mais internas da laje. A barra externa à ligação porém, trabalha sob tração próxima ao canto interno do pilar. Os esforços de tração são predominantes nas barras longitudinais inferiores, tanto rente ao pilar quanto nas regiões mais internas da laje, além da externa à ligação, que é um pouco mais aliviada. Nas lajes L5 e L6 foi possível obter mais pontos intermediários de monitoração, embora somente nas armaduras transversais superiores e longitudinais inferiores, as quais foram mais tracionadas. Sendo lajes de menores excentricidades, as medições confirmam a transição das deformações obtidas desde a laje de apoio concêntrico para as lajes de grandes excentricidades, conferindo credibilidade aos resultados.

No grupo 3, embora não haja total concordância entre as deformações nas armaduras transversais superiores nas lajes L8 e L13, julga-se que a presença de estribos estabilizou as deformações na faixa da borda da laje nas barras que atravessam transversalmente o pilar à níveis mais baixos de carga. Acredita-se que houve descolamento do extensômetro

1 em L13, tornando-o incapaz de coletar os dados de deformações nos últimos estágios de carga, podendo ter levado à leituras menos consistentes na barra extrema quando próximo à ruptura. No entanto, das informações coletadas em L8, tem-se que a maior deformação acontece por tração na borda e pode manter-se constante ou diminuir até atingir o limite do pilar, quando o nível de tensões é menor e torna-se mais uniforme. Da análise das deformações nas armadura transversal inferior assim como contrastando aos resultados de deformações nos estribos, é notório que sua presença nas bordas possibilita maior absorção da torção até o início do escoamento, quando então torna-se evidente os esforços de tração na barra extrema mais externa e compressão na barra extrema mais interna passando pelo pilar. Com base na observação das deformações nas armaduras longitudinais de L13 próximas à ruptura ao longo da linha que passa pela face interna do pilar, paralelamente à borda livre, na qual se verifica-se que o nível de tensões nas barras se encontram no início do escoamento, podendo-se tratar de potenciais linhas de ruptura. Constata-se também que a variação das deformações ao longo dessa linha se altera suavemente a partir de um valor mínimo na barra extrema próxima às bordas de aplicação de carga, até um valor máximo na barra externa mais próxima do canto interno da ligação, mantendo-se relativamente constante nas barras passantes pelo pilar.

As lajes L9 e L10 do grupo 4, as deformações paralelas à borda nas armaduras transversais superiores foram decrescentes desde a barra mais externa que passa pela lateral do pilar, ultrapassando o escoamento, até a região mais interna da laje, caindo para quase a metade da deformação máxima no ponto monitorado mais distante. Para a laje de menor excentricidade houve grande descontinuidade na região do canto interno do pilar, caindo, em média, para  $80\% \cdot \varepsilon_s$  nos pontos distantes 155 mm entre si na mesma barra externa à ligação, enquanto que para a laje de maior excentricidade, a descontinuidade que ocorriam nas deformações à menores níveis de carga praticamente não existiam quando próximas da ruptura. As deformações rente ao centro do pilar nas armaduras longitudinais inferiores foram crescentes de tração até a região central, com deformações similares nas barras adjacentes que passavam pelo pilar, para ambos os modelos. Houve destaque na carga última às deformações da barra que passa pelo eixo em L09 e na barra adjacente em L10.

No grupo 2, a inclusão de barras extras conferiu maior ductilidade à laje, permitindo assim maiores deformações. Na armadura transversal superior elas passaram de uma máxima de 2,93‰ em L4 para 3,44‰ em L7 e na armadura longitudinal inferior de 2,76‰ para 3‰.

Além disso, com o auxílio de um grande número de pontos instrumentados nas lajes L11 e L12, foi possível obter um panorama da variação das deformações no aço das armaduras longitudinais e transversais em diferentes eixos, a fim de melhor compreender o comportamento dos modelos como amostras para pequenas e grandes excentricidades, embora se reconheça a mudança no modo de ruptura.

Tomando-se a armadura transversal inferior de L11 com as deformações paralelas à borda em dois alinhamentos diferentes – tangente à lateral do pilar e outro distante cerca de 300 mm – foi possível identificar a ocorrência de torção, uma vez que no primeiro alinhamento continha grandes deformações de compressão na barra mais externa que passava pelo pilar e na barra mais interna que passava as deformações praticamente zeravam, enquanto que no alinhamento mais distante da face lateral do pilar a tração foi predominante na barra central e em menor proporção na barra mais externa. Já em L12, no alinhamento tangente à lateral do pilar, as deformações foram essencialmente de tração, com destaque para a barra mais interna que passava pelo pilar, seguida da mais externa. Essas características também puderam ser observadas girando-se a vista dos extensômetros, a partir das barras que passam pelos cantos interno e externo do pilar e outra passando pelo ponto médio do lado do pilar. As linhas cheias mostram as deformações transversais inferiores na barra mais interna que passa pela lateral do pilar indicando que a maior compressão ocorre no canto interno da ligação e diminui no alinhamento mais distante em L11; contrariamente, em L12 são captadas as maiores deformações de tração rente à lateral do pilar e uma pequena compressão mais distante. As linhas pontilhadas mostram as deformações na barra central que passa pela lateral do pilar de L11 e indicam aumento da compressão na interface da ligação e no alinhamento mais distante da lateral do pilar passa a sofrer tração enquanto que em L12 ocorre o alívio dos esforços de tração e compressão em relação à sua barra mais externa, tanto perto quanto distante da ligação. Por fim, as linhas tracejadas mostram as deformações na barra mais externa que passa pelo pilar indicando grande compressão e tração próximo e distante da ligação da laje com o pilar em L11; já as deformações nas armaduras transversais em L12 apenas aumenta o nível da deformação de tração próximo ao canto interno da ligação e quando mais distante a compressão diminui.

Nas armaduras transversais superiores, tomando-se dois alinhamentos perpendiculares à borda, sendo um tangente à lateral do pilar e outro a 300 mm distante, percebe-se que os pontos instrumentados nas barras de L11 que passam pelo pilar foram altamente solicitados

no primeiro caso (linha cheia) enquanto que no segundo (linha tracejada) as barras mais solicitadas foram as que se localizavam externas à ligação; já em L12 essa disparidade não existiu, apresentando uma tendência suave de decréscimo. Analisando por outro ângulo, constata-se que os pontos instrumentados mais próximos à ligação de L11 são muito mais tracionados que os mais afastados nas barras que passam pelo pilar, os quais tendem a se equiparar em magnitude à medida que se afasta da ligação, embora o efeito contrário próximo à borda de carga nos pontos na barra dos extensômetros 4 e 9. Esse efeito pode ser atribuído à formação da superfície de ruptura ao redor dos pontos de carga. Em L12, maiores deformações de tração são comuns a todos os pontos observados no alinhamento rente ao pilar quando comparados com o alinhamento mais distante, embora apresente magnitudes comparativamente menores que L11.

Tomando-se a distribuição dada pela deformação nas armaduras longitudinais inferiores obtidas a partir do alinhamento diagonal que une um canto interno do pilar à borda livre da laje à 45° (linhas pontinhas) em comparação com o alinhamento perpendicular à borda livre partindo do extensômetro 8 (linhas cheias), fica evidente que o estado de tensões nesta região apresenta potencial para a diagonal se tornar uma linha de ruptura, demonstrado pelo início de escoamento perto do canto do pilar em L11, não podendo ser verificado em L12 devido à ocorrência de perda de extensômetros, com o aumento da carga. As deformações nas armaduras longitudinais inferiores em diversas faixas perpendiculares à borda livre foram razoavelmente similares, apresentando maiores magnitudes nas barras centrais no canto interno do pilar, seguida das barras extremas na borda de carga, próximo às cargas em L11; e similarmente, mas em menor escala em L12, embora até a última leitura realizada para cargas menores que  $50\% \cdot P_u$  o canto interno do pilar indicou grandes deformações, havendo perda da leitura dos extensômetros 3 e 4 para maiores carregamentos.

Mesmo com a perda precoce do extensômetro 3 no canto interno do pilar tanto em L11 quanto em L12, pode-se observar a partir das deformações nas armaduras longitudinais inferiores no alinhamento junto à face do pilar, paralelamente à borda, mostraram se aglomerar na região imediatamente vizinha à face interior do pilar, confirmando a presença da seção crítica na região imediata à face do pilar para dentro e que tem uma largura na região igual à largura do pilar. Este comportamento também foi confirmado em L12, porém, com menores magnitudes, mas bem próximas do escoamento. A partir disto, é possível concluir que a diagonal e face interna são linhas de ruptura em potencial.



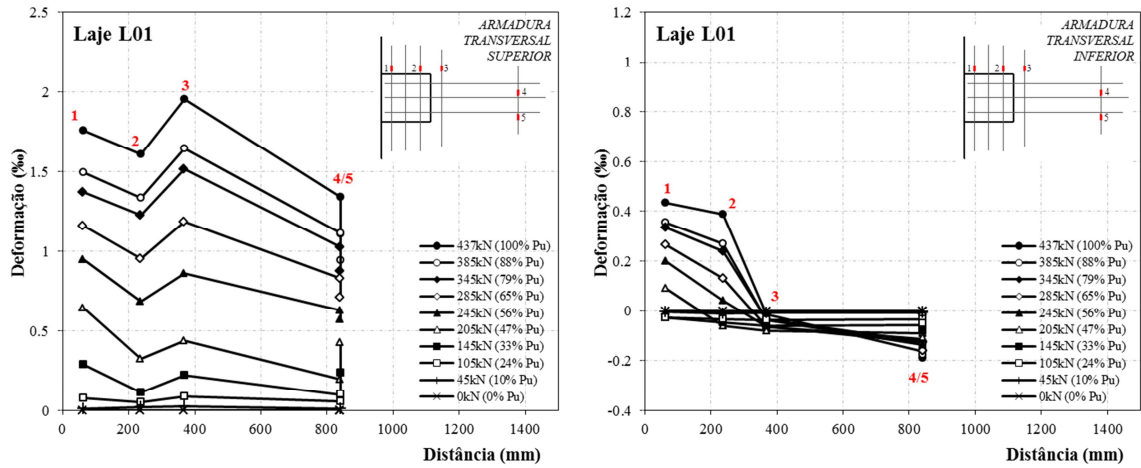


Figura 4.55 – Deformações nas armaduras transversais de L01 (e=-300mm)

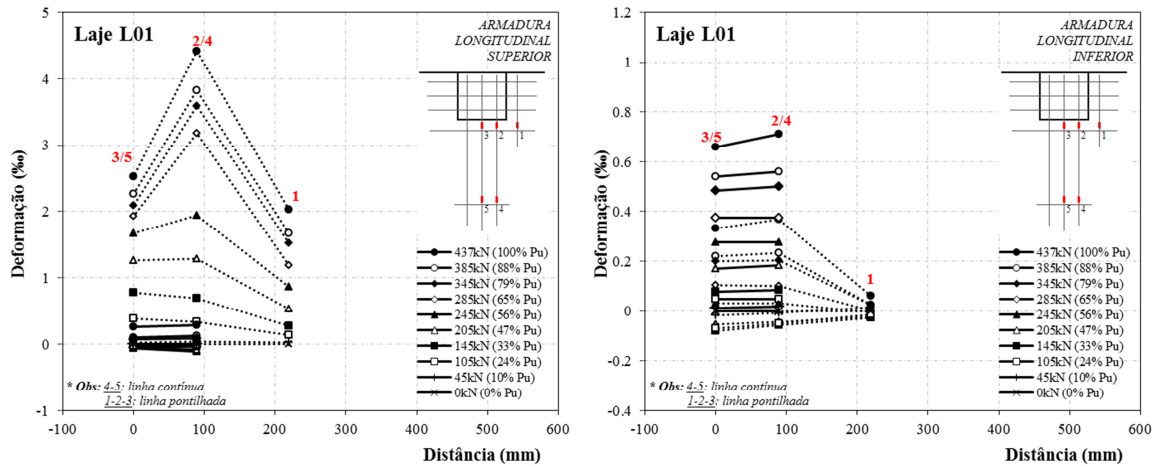


Figura 4.56 – Deformações nas armaduras longitudinais de L01 (e=-300mm)

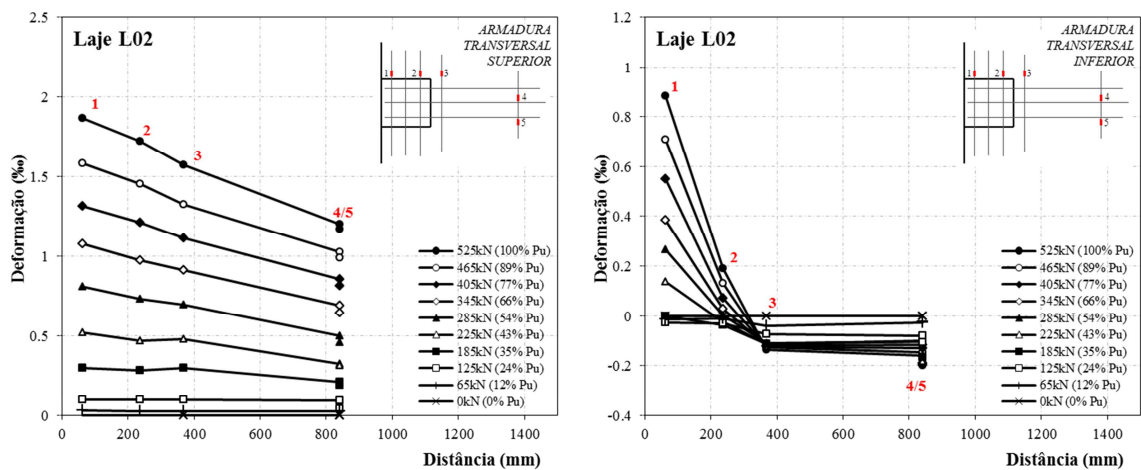


Figura 4.57 – Deformações nas armaduras transversais de L02 (e=0mm)

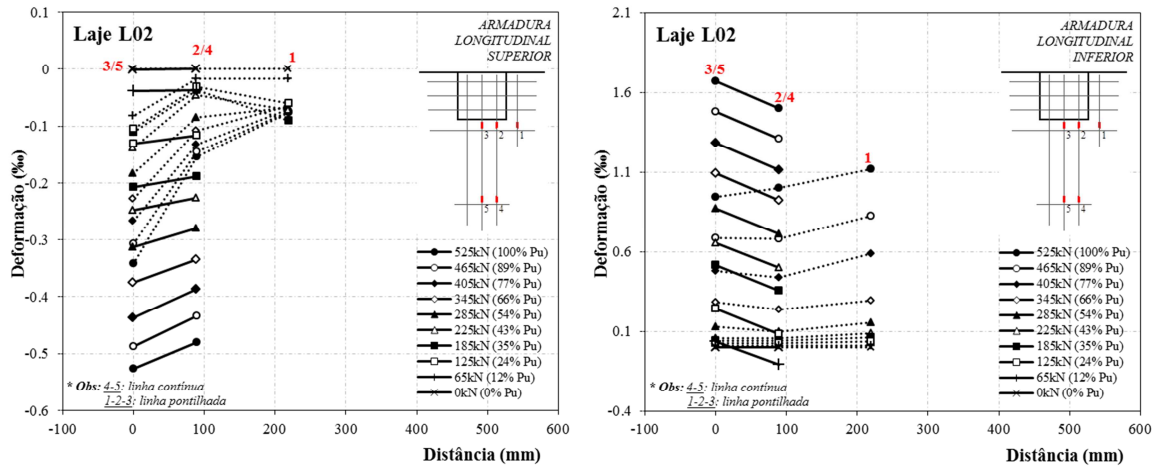


Figura 4.58 – Deformações nas armaduras longitudinais de L02 (e=0mm)

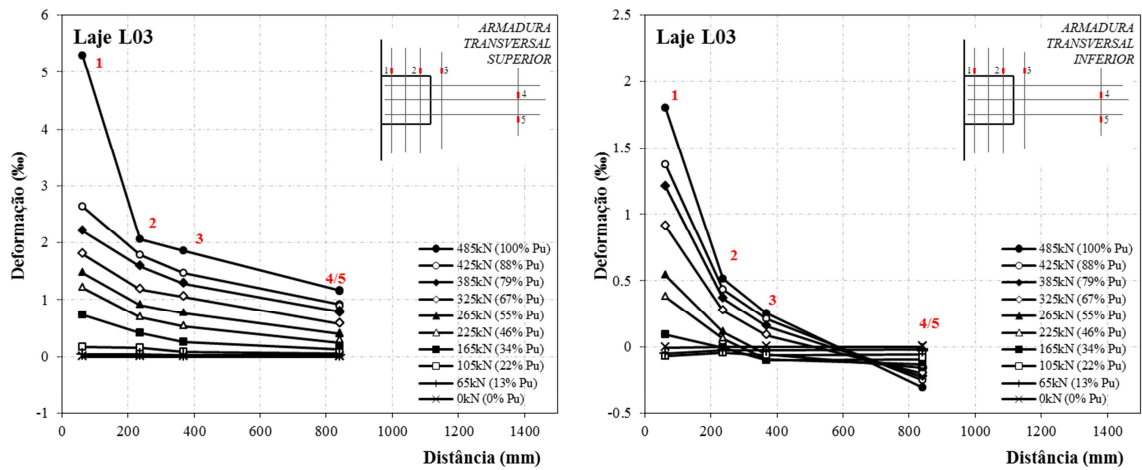


Figura 4.59 – Deformações nas armaduras transversais de L03 (e=300mm)

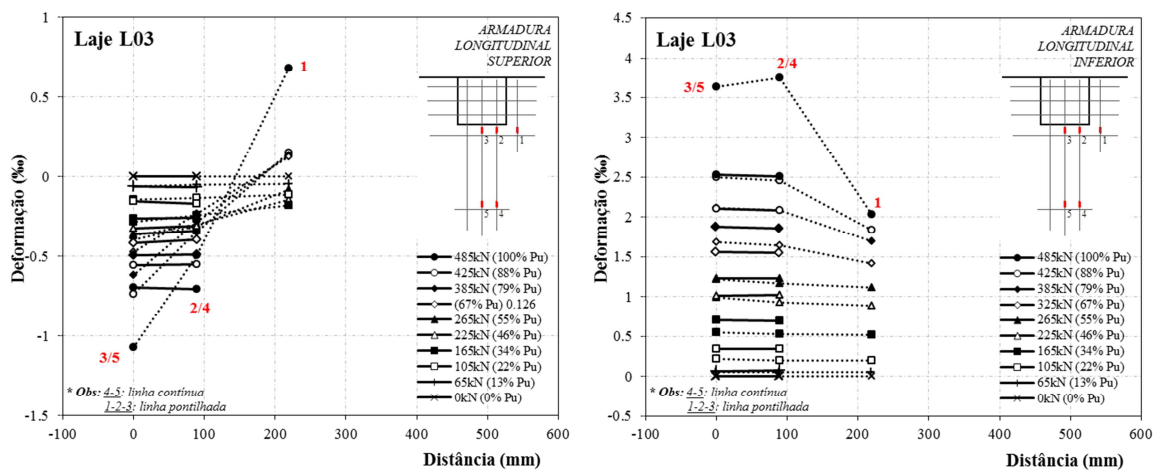


Figura 4.60 – Deformações nas armaduras longitudinais de L03 (e=300mm)

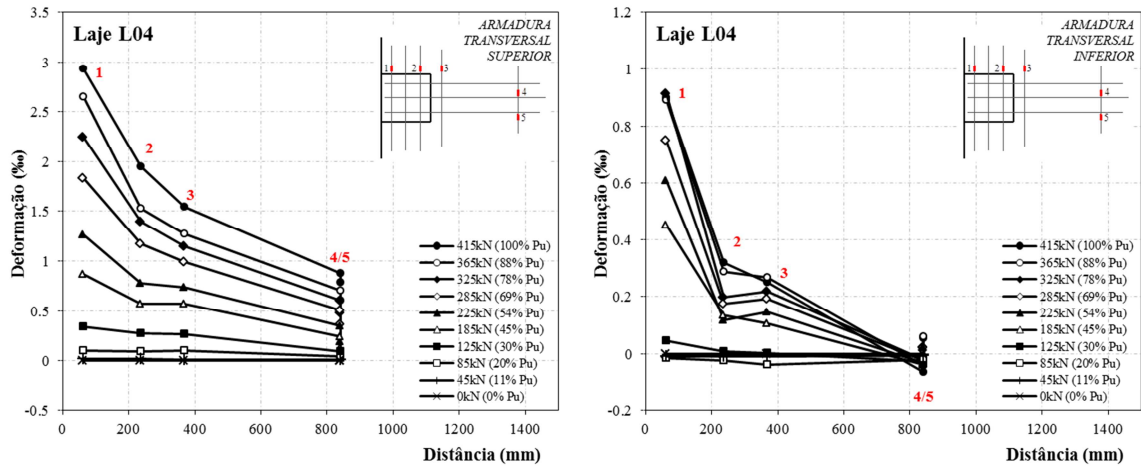


Figura 4.61 – Deformações nas armaduras transversais de L04 (e=400mm)

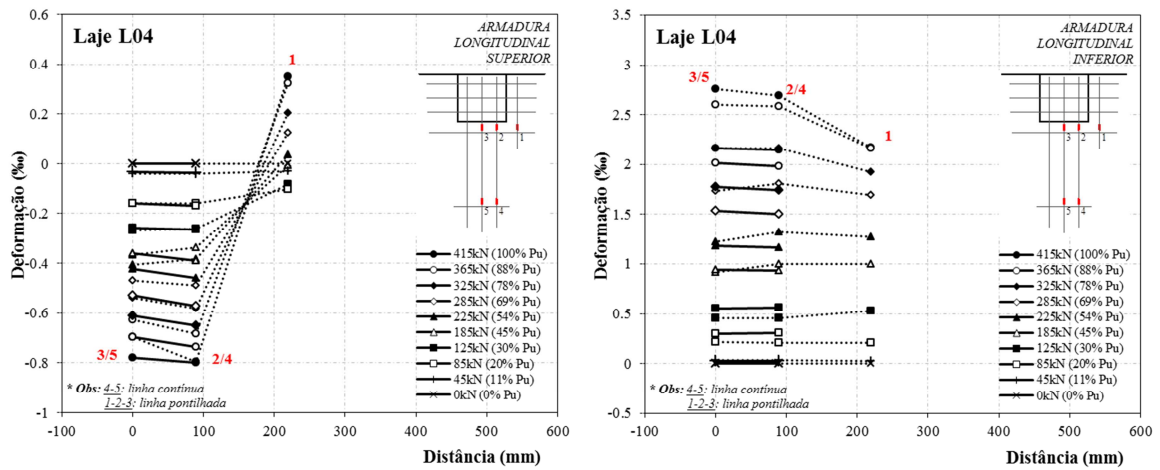


Figura 4.62 – Deformações nas armaduras longitudinais de L04 (e=400mm)

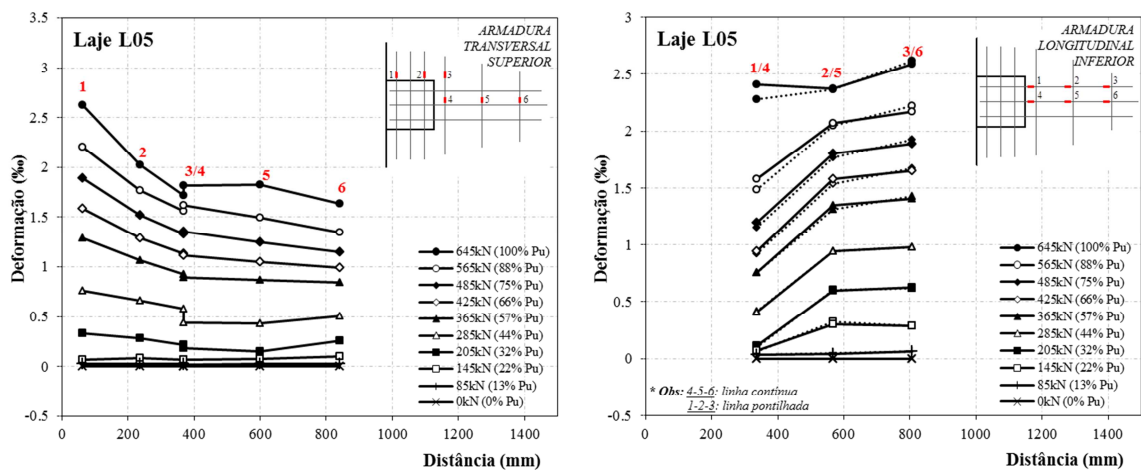


Figura 4.63 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L05 (e=100mm)

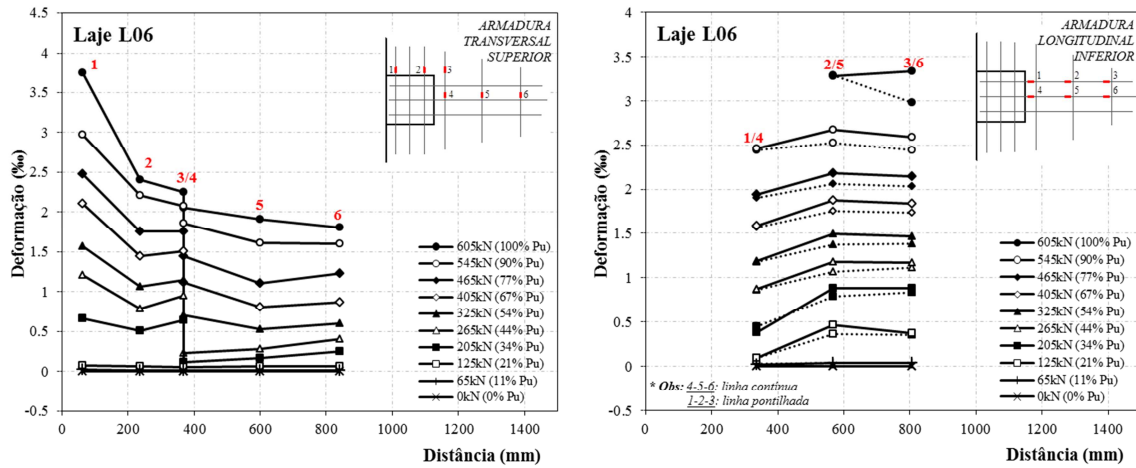


Figura 4.64 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L06 (e=0mm)

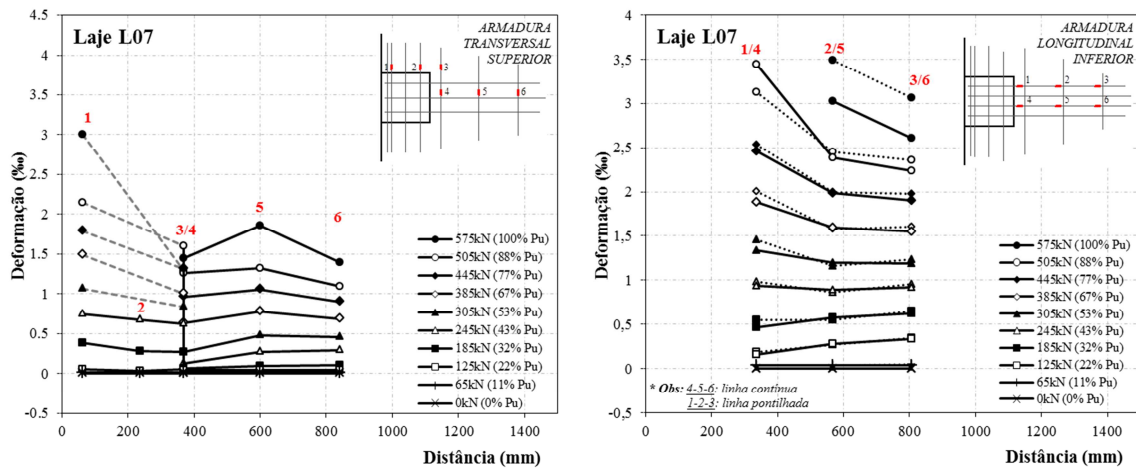


Figura 4.65 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L07 (e=400mm)

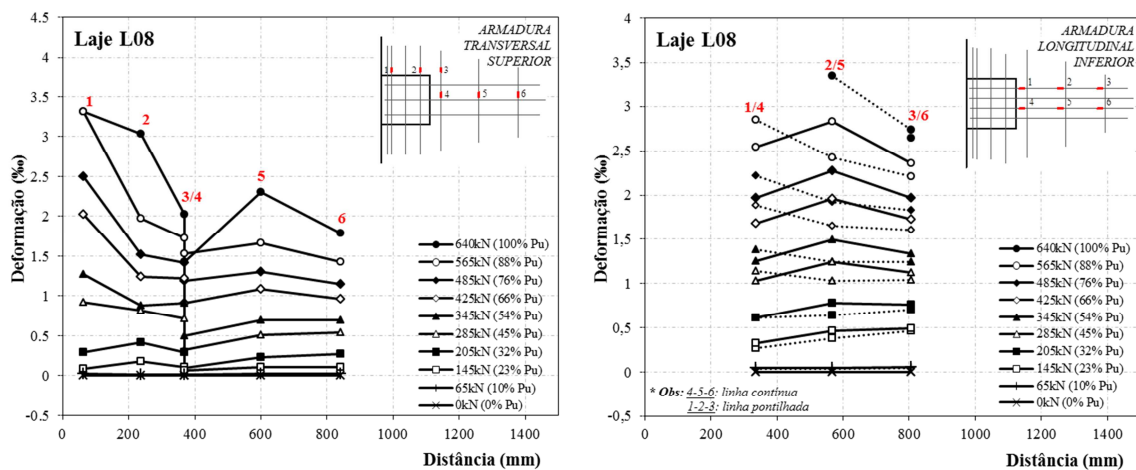


Figura 4.66 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L08 (e=400mm)

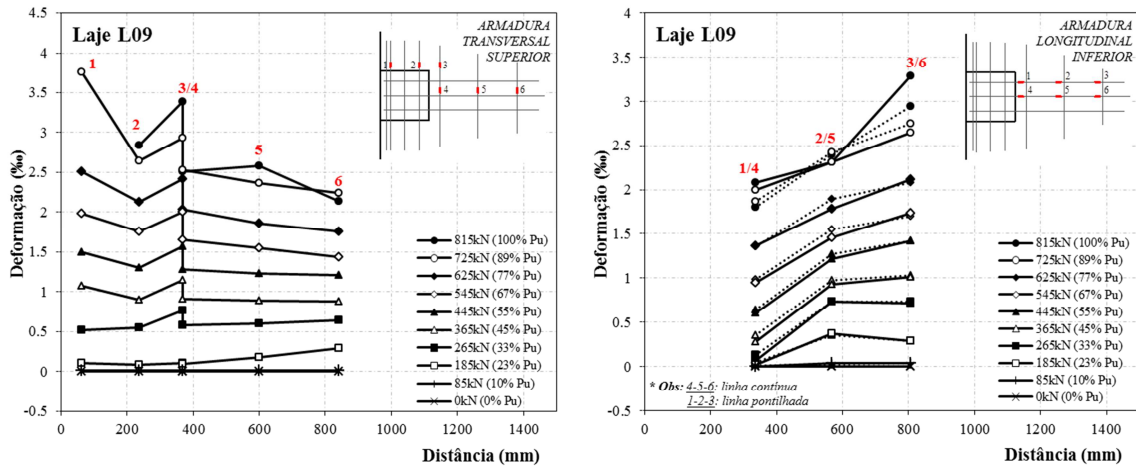


Figura 4.67 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L09 (e=0mm)

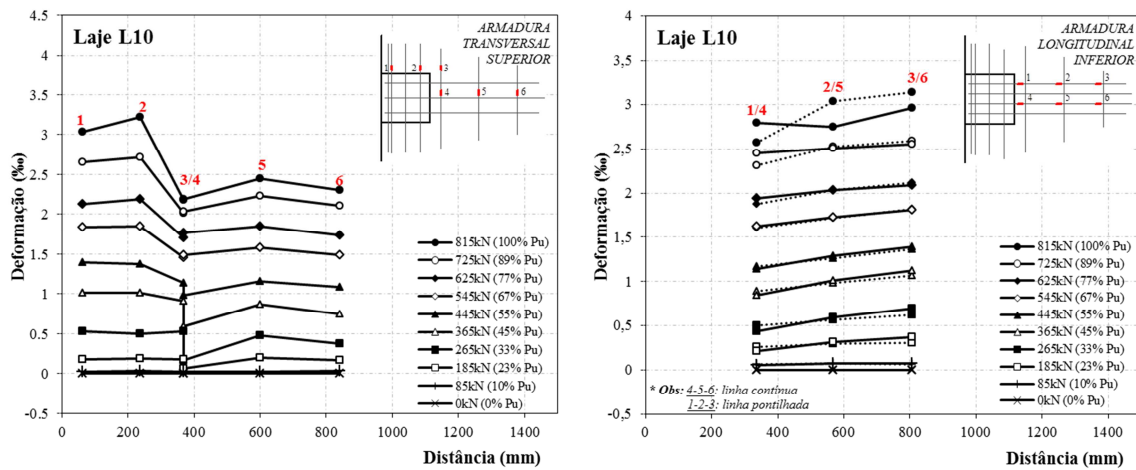


Figura 4.68 – Deformações nas armaduras instrumentadas de L10 (e=200mm)

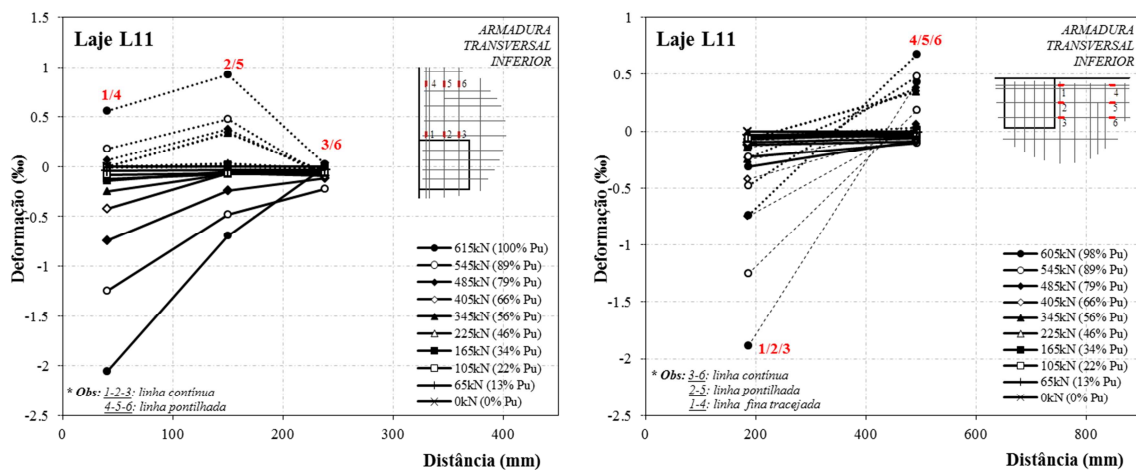


Figura 4.69 – Panorama (I) de deformações nas armaduras de L11 (e=350mm)

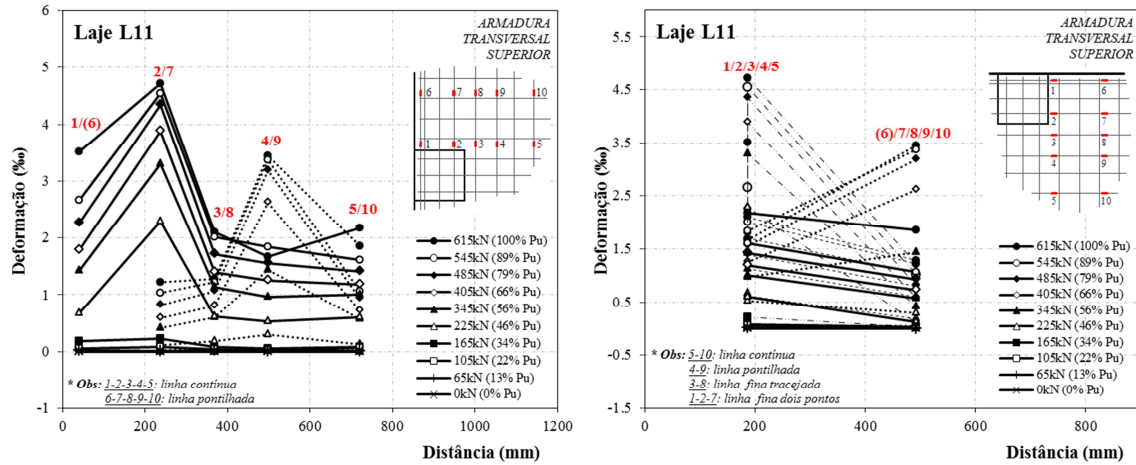


Figura 4.70 – Panorama (II) de deformações nas armaduras de L11 (e=350mm)

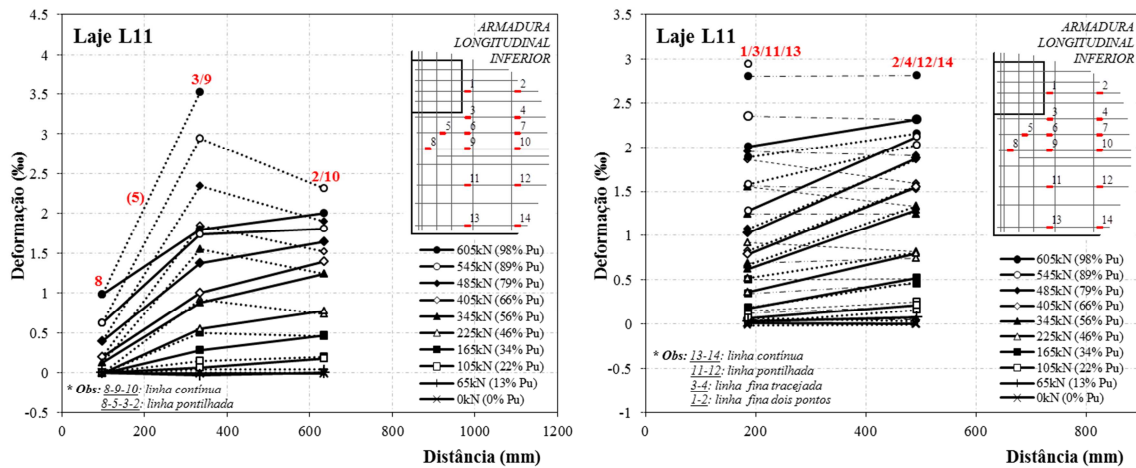


Figura 4.71 – Panorama (III) de deformações nas armaduras de L11 (e=350mm)

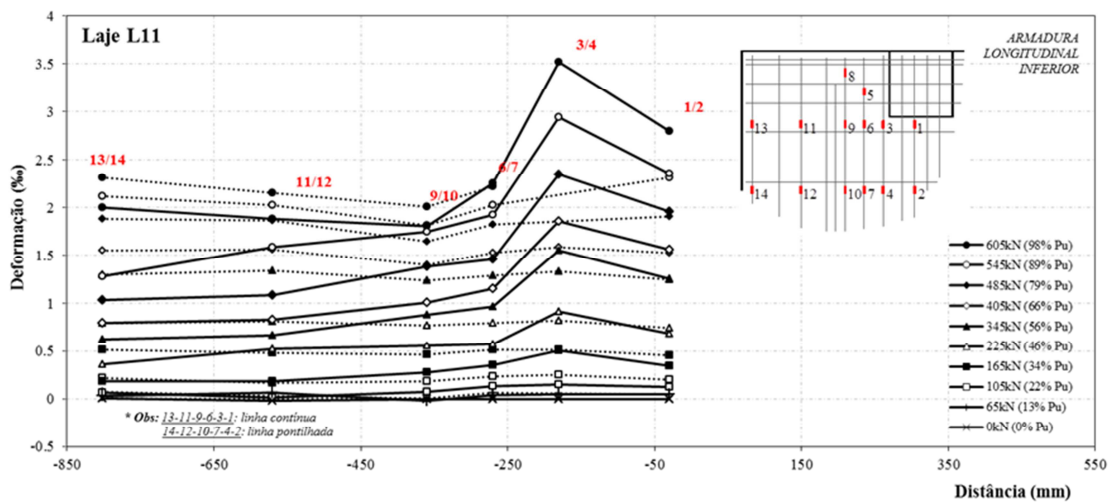


Figura 4.72 – Panorama (IV) de deformações nas armaduras de L11 (e=350mm)

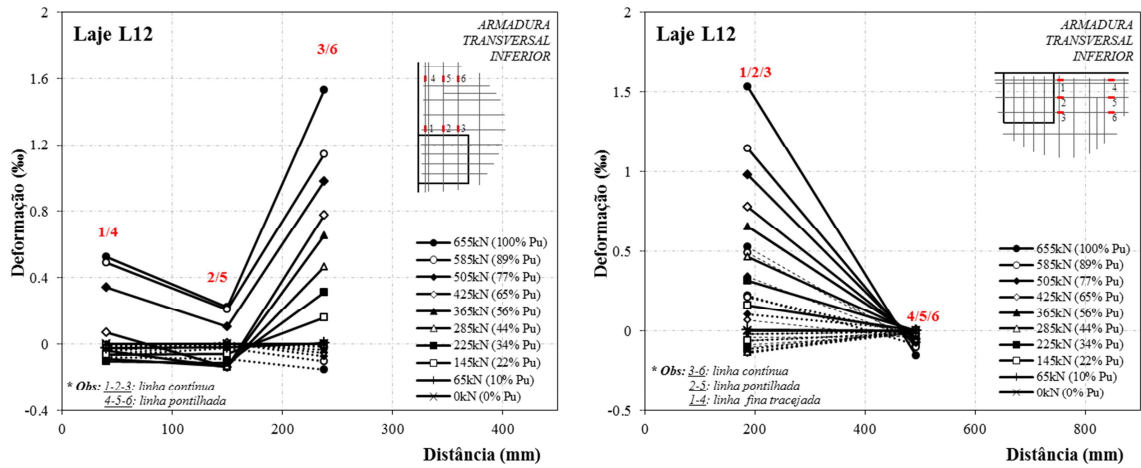


Figura 4.73 – Panorama (I) de deformações nas armaduras de L12 (e=150mm)

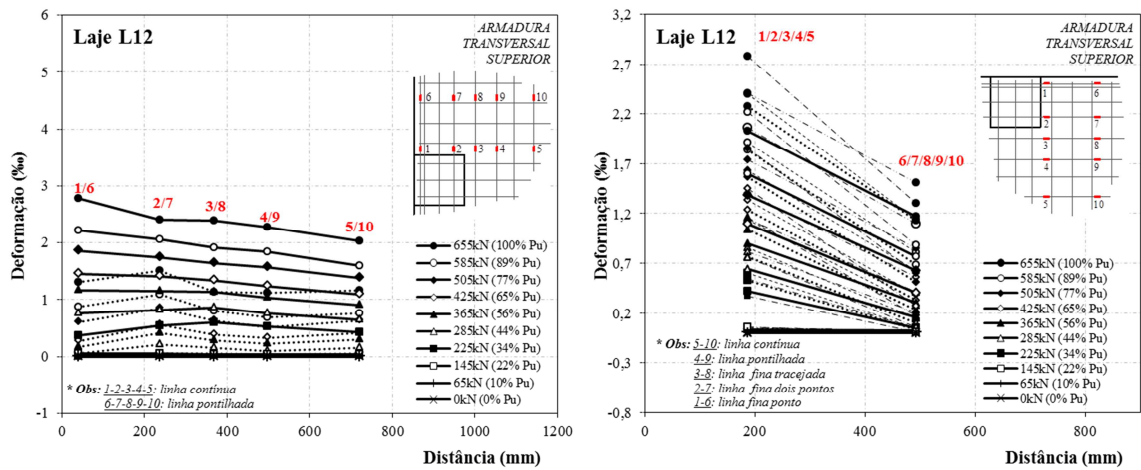


Figura 4.74 – Panorama (II) de deformações nas armaduras de L12 (e=150mm)

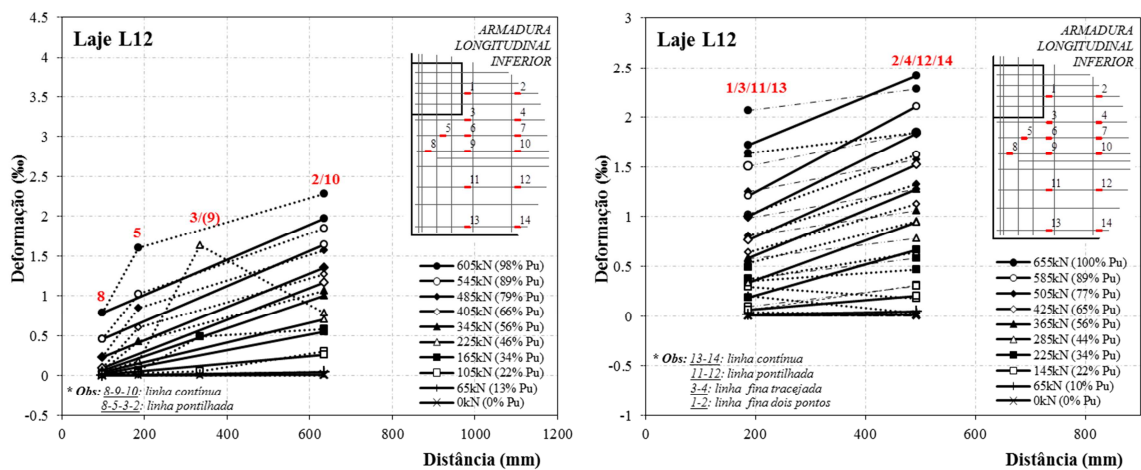


Figura 4.75 – Panorama (III) de deformações nas armaduras de L12 (e=150mm)

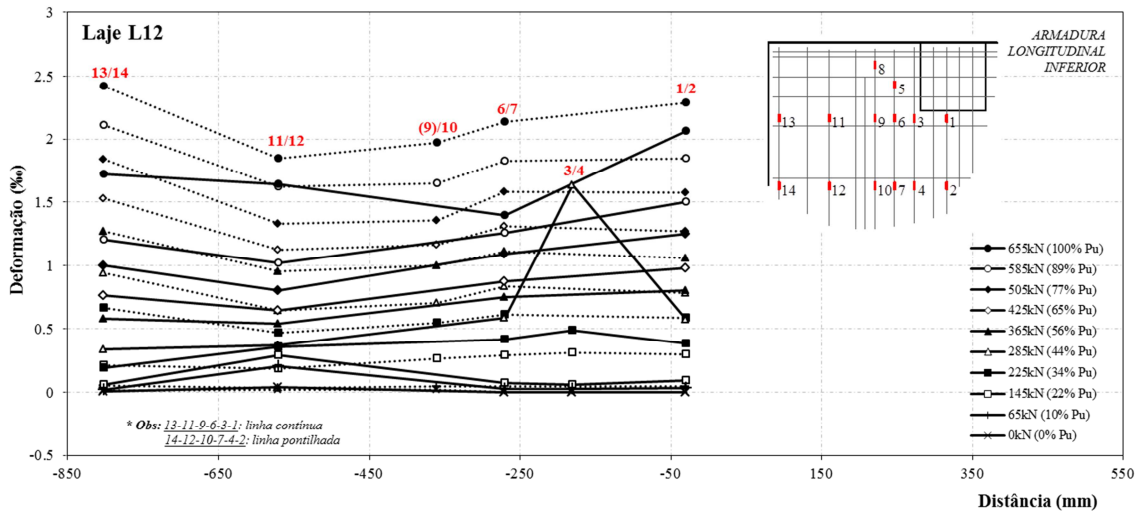


Figura 4.76 – Panorama (IV) de deformações nas armaduras de L12 (e=150mm)

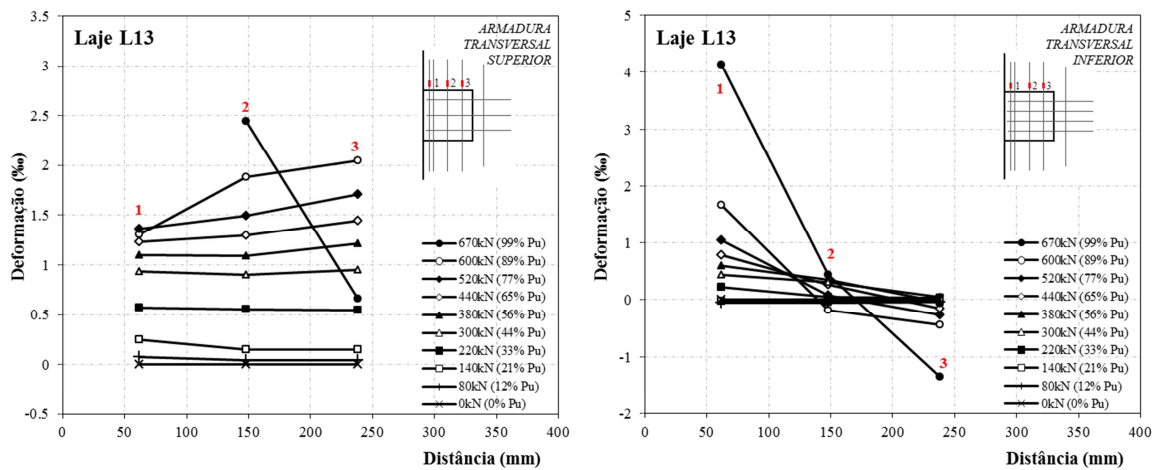


Figura 4.77 – Deformações nas armaduras transversais de L13 (e=350mm)

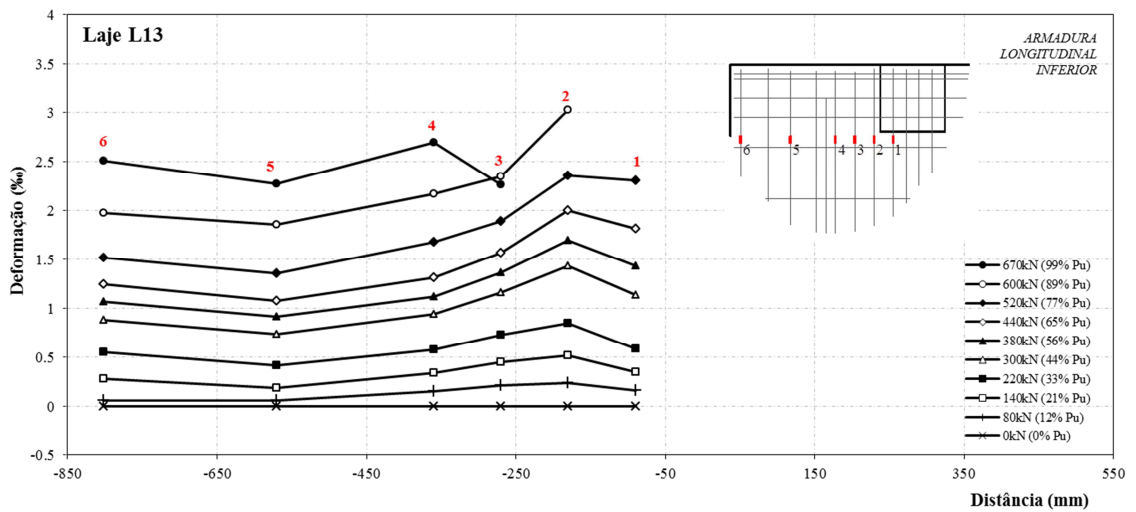


Figura 4.78 – Deformações nas armaduras longitudinais de L13 (e=350mm)



#### 4.2.5.2 – Armaduras de Cisalhamento

Dentre as lajes que continham armadura de cisalhamento, L09 ( $e=0$  mm) e L10 ( $e=200$  mm), os resultados das deformações nos *studs* observadas nos ensaios com a evolução da carga foram ilustrados nas Figura 4.79 à Figura 4.82, a partir dos pontos de monitoramento indicados na Figura 3.32. Para auxiliar na visualização dos gráficos, a primeira e última camada de *studs* foram identificadas com marcadores cheios e as camadas mais internas apresentaram marcadores sem preenchimento. Além disso, as cargas de ruptura das lajes, bem como as cargas onde ocorreu a primeira fissuração visível e a deformação de início de escoamento segundo os ensaios mecânicos dos materiais, são apresentados também como referência.

Excetuando-se pelo destaque da deformação na 1ª camada de *studs* disposta na fileira à  $0^\circ$  da borda da laje L09 que chegou a atingir 1,76%, as outras deformações nas armaduras de cisalhamento ordenadas à  $0^\circ$  da borda foram pouco significativas, tendo valores máximos a 0,83% e 0,33% para L09 e L10, respectivamente. As deformações na fileira disposta à  $30^\circ$  apresentaram-se mais evidentes, chegando aos valores de 2,02% e 0,99% na 4ª camada de *studs*, embora tenha ocorrido a perda de alguns extensômetros no decorrer do ensaio de L9, cuja maior conturbação foi a partir de 500 kN, indicando possível aparecimento e “costura” de fissuras nesta região. Já a fileira disposta à  $60^\circ$  foi especialmente mais solicitada após 600 kN, quando as deformações chegavam a 1,53% e 2,47% na 2ª camada de *studs* em L09 e L10, enquanto que na fileira à  $90^\circ$ , embora se tenha observado deformações de 2,76% e 1,76% na 2ª camada de *studs*, não foi registrado escoamento em nenhum caso.

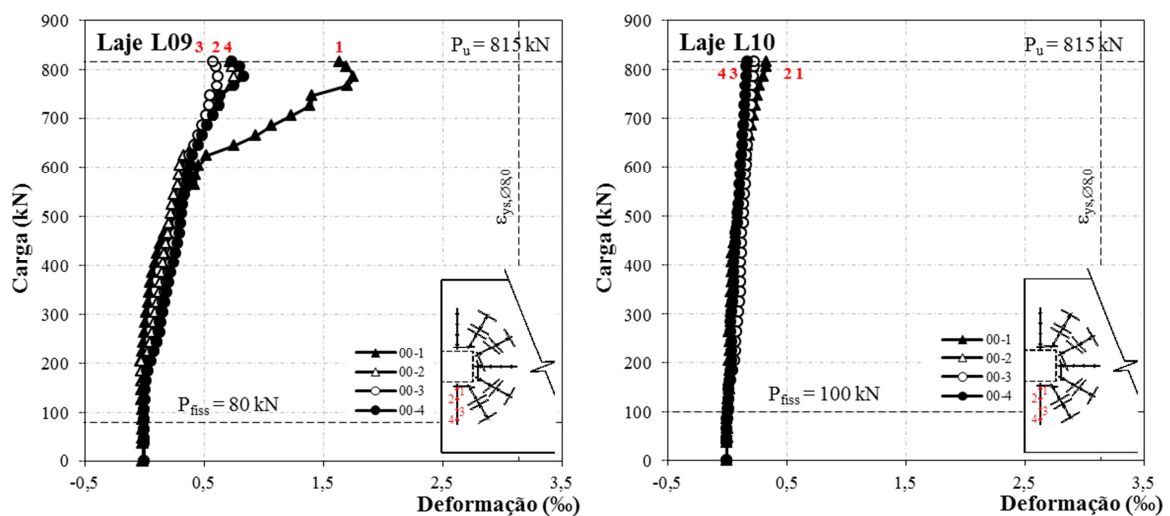


Figura 4.79 – Deformações na fileira de *studs* à  $0^\circ$  da borda das lajes L09 e L10

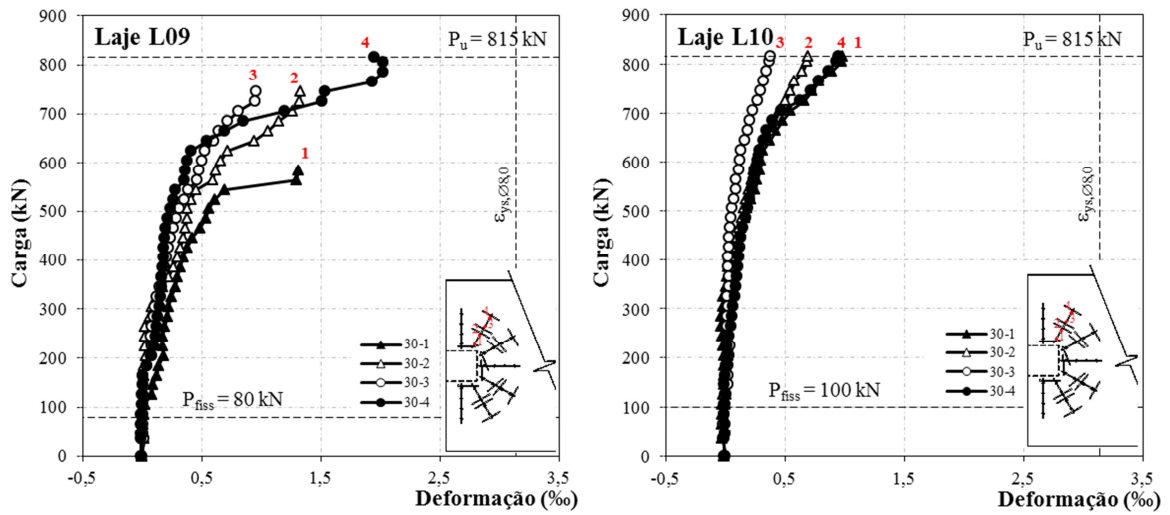


Figura 4.80 – Deformações na fileira de *studs* à 30° da borda das lajes L09 e L10

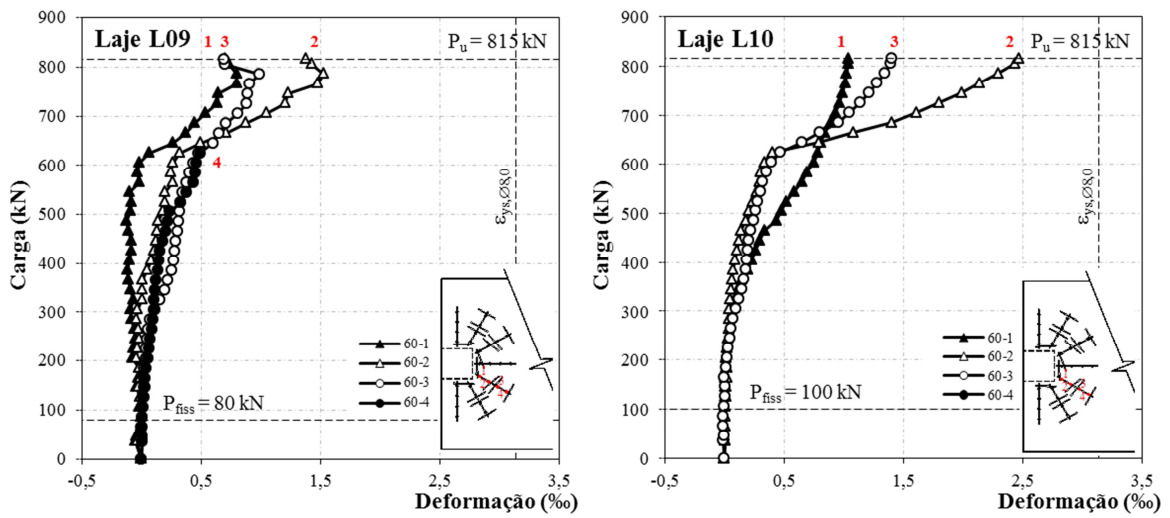


Figura 4.81 – Deformações na fileira de *studs* à 60° da borda das lajes L09 e L10

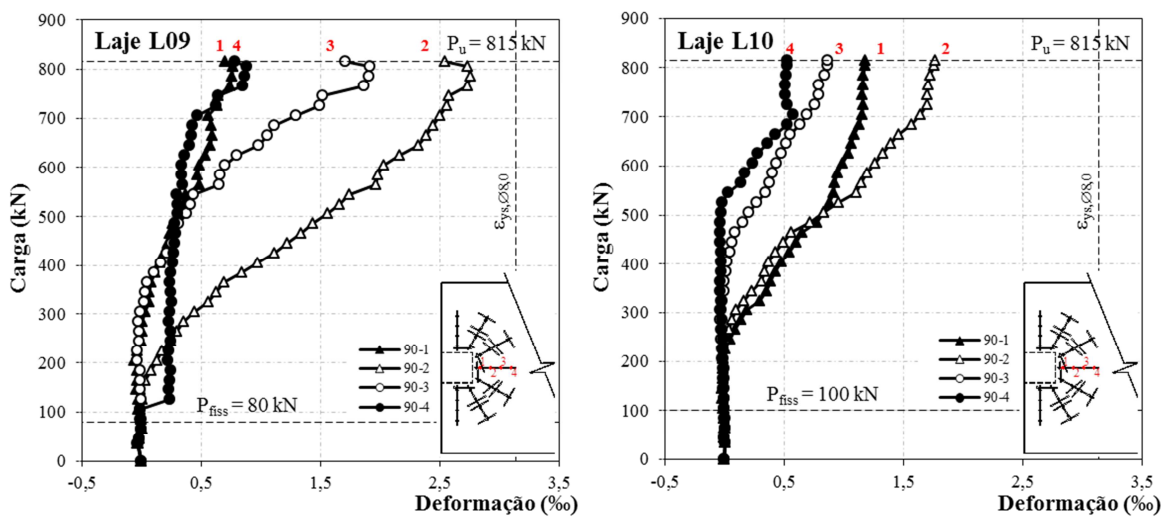


Figura 4.82 – Deformações na fileira de *studs* à 90° da borda das lajes L09 e L10

#### 4.2.5.3 – Armaduras de Torção

As deformações da laje L13, observadas nos ramos superior, inferior, externo e interno dos estribos foram monitoradas e plotadas nas Figura 4.83 e Figura 4.84 conforme o posicionamento mostrado na Figura 3.33. Os extensômetros dos estribos posicionados no ramo superior foram mais ostensivamente solicitados, atingindo deformações máximas que variavam de 4,59‰ a 0,82‰ desde a 1ª até a 4ª camada, que em comparação às deformações máximas alcançadas pelo ramo inferior, variavam de 1,88‰ a 0,82‰ desde a 1ª até a 4ª camada. Já as deformações no ramo externo foram mais proeminentes se comparadas às do ramo interno, cujos valores máximos atingiram 3,91‰ em relação à 1,87‰. Nos casos mais adversos, como os ramos superiores e externos, a deformação de escoamento foi atingida.

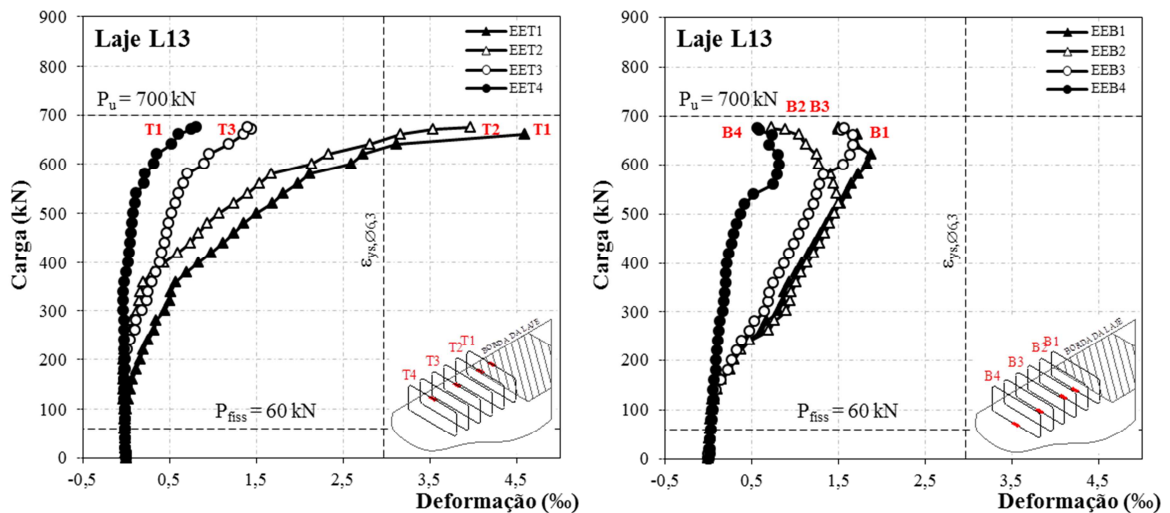


Figura 4.83 – Deformações nos ramos superior e inferior dos estribos em L13

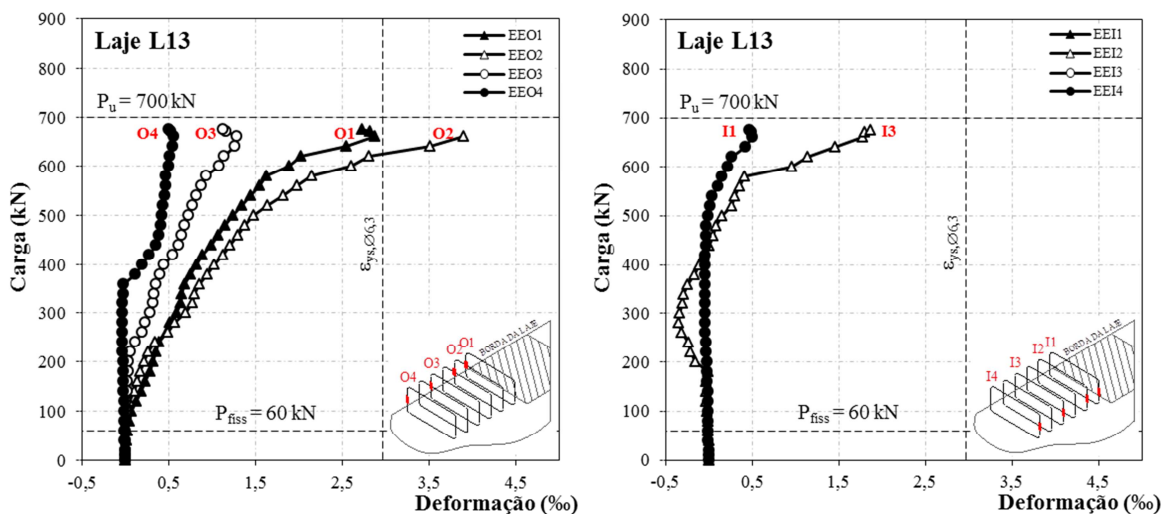


Figura 4.84 – Deformações nos ramos externo e interno dos estribos em L13

#### ***4.2.5.4 – Superfície do Concreto***

Os resultados obtidos a partir da variação das deformações na superfície do concreto na região da interface do pilar com a laje são plotados nas Figura 4.85 à Figura 4.89 em função da carga. Como mostrado anteriormente na Figura 3.34, foi adaptada a instalação de rosetas para os ensaios dos lotes concretados 1 e 2, com a colagem de extensômetros coincidentes ao centro (A), no canto (B) e na lateral (C) da ligação na superfície inferior do pilar, com eixos nas direções longitudinal, transversal e diagonal à 45°, enquanto que, para o lote 3, houve uma reorganização nas direções e posicionamento dos pontos de fixação dos extensômetros, uma vez que grande parte dos dados gerados pelos extensômetros do concreto não se mostravam consistentes. Ressalta-se que mesmo havendo uma verificação prévia aos ensaios quanto ao funcionamento correto dos extensômetros, no decorrer do carregamento, os resultados se mostravam dispersos acarretando, algumas vezes, na perda da conexão. Essa interferência foi creditada aos danos devido às deformações de tração que geravam a abertura de fissuras que atravessavam os sensores. A mudança no posicionamento dos extensômetros no grupo 3 de lajes permitiu interpretar a transmissão das cargas através do direcionamento dos esforços com razoável grau de precisão, sendo assim dispensada a aplicação de novos extensômetros para concreto no lote 4 (L11 a L13).

Aparentemente, a disposição dos extensômetros em rosetas funcionou bem à compressão para a laje L1, de excentricidade interna, com destaque ao ponto C45, que atingiu -1,74‰. Para L2, de apoio concêntrico, nota-se similar tendência das deformações do concreto medidas nos arredores do pilar serem de compressão, embora de intensidade menor, além do surgimento de eventuais fissuras próximas ao sensor levaria à leituras de deformações sob tração. O ponto A00 se sobressaiu contando com -0,89‰, e ao comparar com -1,11‰ de L1, sugere um alívio na face interna do pilar para este último caso. Embora para as lajes de maiores excentricidades, L3 e L4, tenham apresentado poucas opções confiáveis de deformação, os pontos A00 (-1,58‰) e BC (cerca de -1,30‰) evidenciaram a presença de compressão no alinhamento ao lado interno do pilar. Essa predisposição foi confirmada pelas lajes L5 e L6, de menores excentricidades, cuja notoriedade dos pontos BC (-1,19‰) e C90 (-1,80‰) foi patente. Tomando-se os pontos A00 e BC como referência, tem-se para L7, deformações em torno de -0,93‰ e -1,23‰, respectivamente, o que indica que a região na face interna do pilar não foi drasticamente afetada pela inclusão de barras extras na borda livre da laje, quando comparada com L4 em termos de magnitude, porém em

termos de quantidade de fissuras, BC se mostrou afetar pela inclinação tendendo ao lado tracionado próximo à ruptura em L7. Esse efeito é mais pronunciado em L8, quando A00 e BC tomam rumos diferentes, gerando indícios de torção, devido à presença de estribos.

O novo layout de monitoração nas lajes L9 e L10 gerou menor perda dos extensômetros, além de promover melhor desempenho na captação das bielas, onde se observou em I30 deformações máximas de -2,08‰ para L09, chegando a -3,31‰ em L10. Dentre os outros pontos que se destacaram em L09 tem-se I45 (1,78‰) e I00 (1,14‰), enquanto que para L10 tem-se S90 (2,22‰), seguido de I45 (1,70‰) e I00 (1,46‰). Esses resultados levam a crer que a direção equivocada para a captura das deformações indicam que as inclinações definidas na roseta não captaram deformações máximas, acusando valores mais baixos.

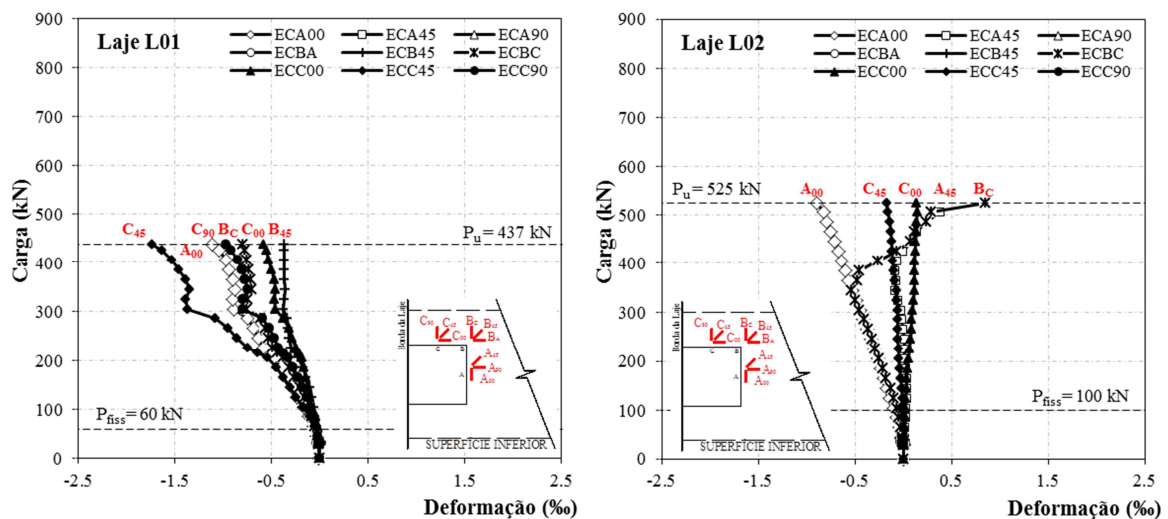


Figura 4.85 – Deformações do concreto nas lajes L1 ( $e=-300$  mm) e L2 ( $e=0$  mm)

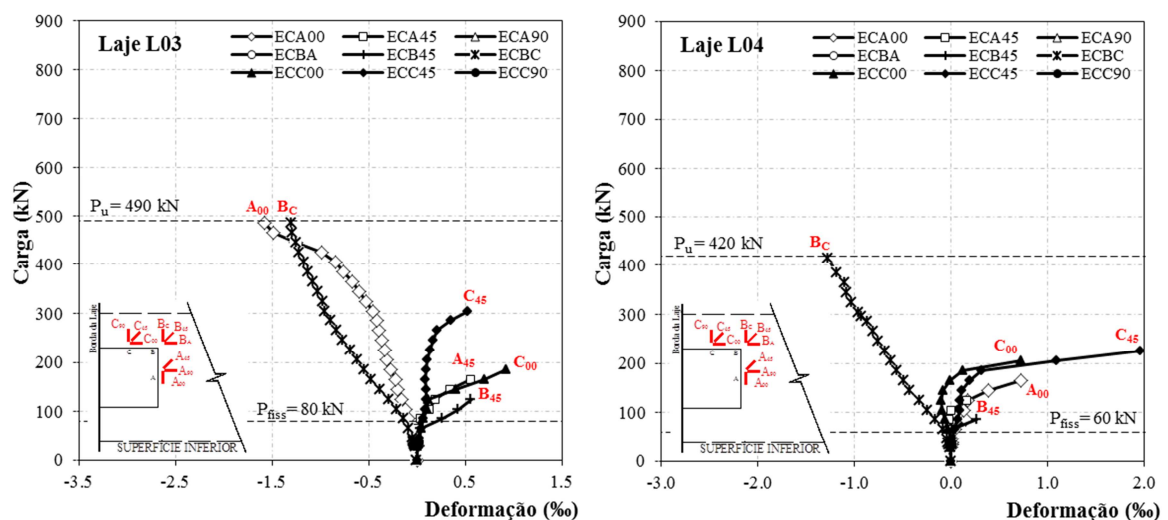


Figura 4.86 – Deformações do concreto nas lajes L3 ( $e=300$  mm) e L4 ( $e=400$  mm)

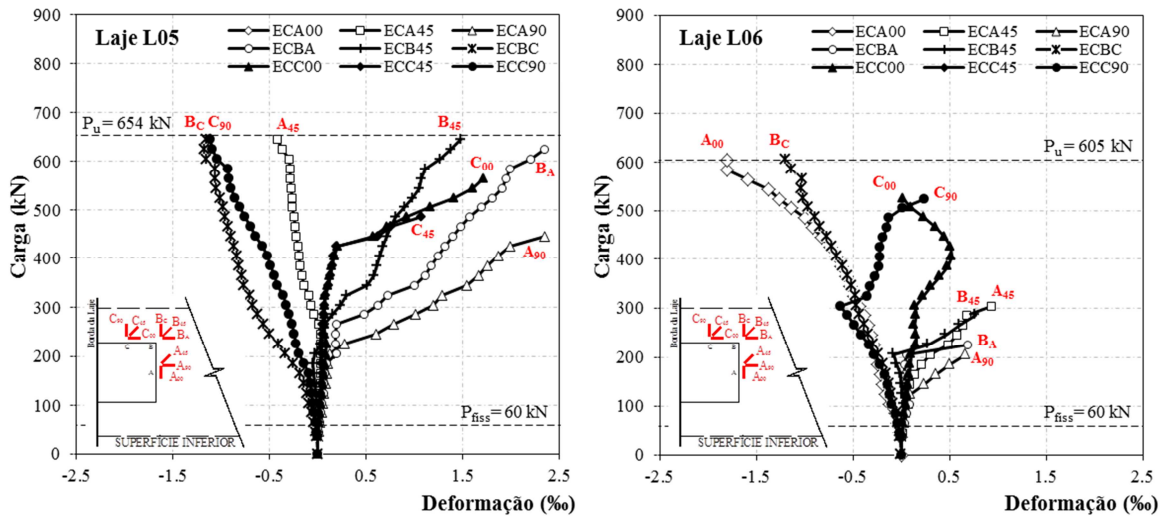


Figura 4.87 – Deformações do concreto nas lajes L5 (e=100 mm) e L6 (e=200 mm)

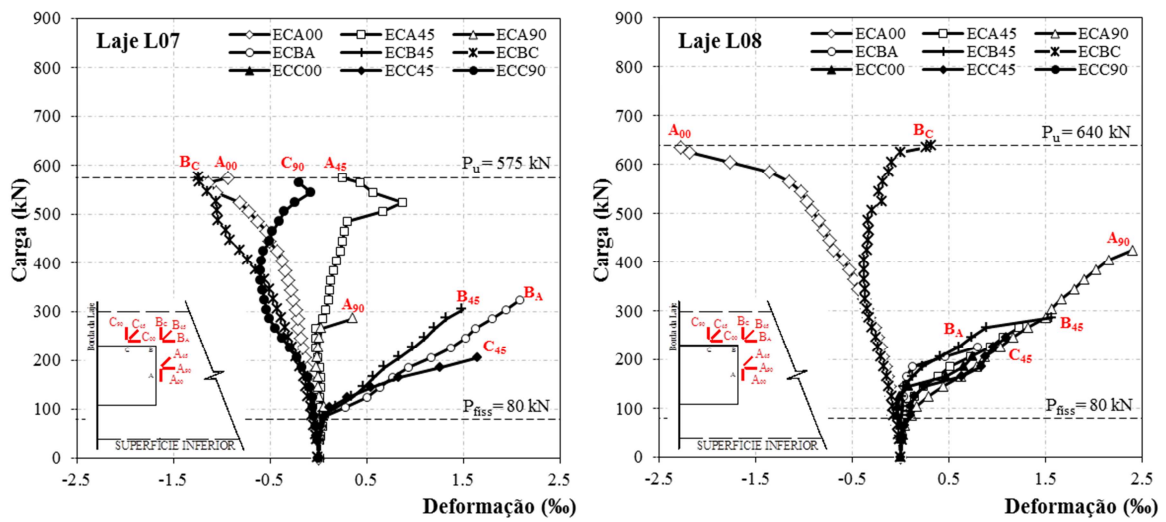


Figura 4.88 – Deformações do concreto nas lajes L7 (e=400 mm) e L8 (e=400 mm)

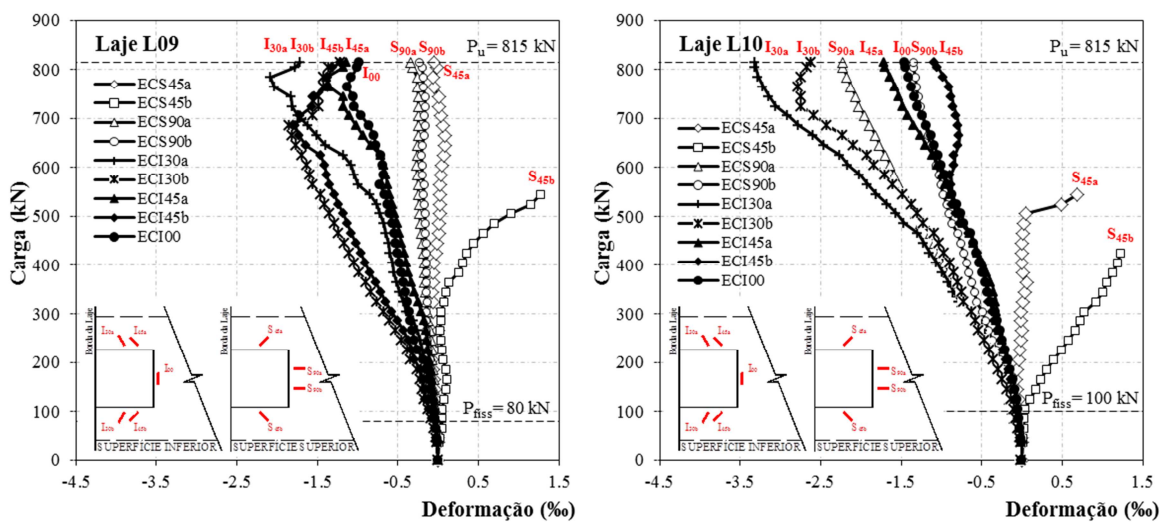


Figura 4.89 – Deformações do concreto nas lajes L9 (e=0 mm) e L10 (e=200 mm)

### 4.3 – EFEITO DAS VARIÁVEIS NA RESISTÊNCIA DAS LIGAÇÕES

A partir da apresentação dos resultados dos ensaios experimentais, expressos através de parâmetros nos campos de deformações, rotações e deslocamentos é possível discutir o efeito das variáveis consideradas no presente estudo, podendo ser apontado quais os seus impactos na capacidade das ligações, conforme as evidências experimentais reproduzidas em laboratório. Esta base experimental permitiu quantificar tal influência, associada às excentricidades do apoio com o decorrer dos estágios de carregamento.

Conforme os comportamentos e padrões de fissuração dos ensaios referidos nas seções anteriores, foi possível elencar visualmente em três níveis diferentes de aberturas de fissuras espalhadas em toda a laje, agrupando-se as lajes L2, L10 e L12 dentre as que apresentaram as menores aberturas; as lajes L1, L5 e L9 dentre que apresentaram aberturas medianas; e as demais lajes, que apresentaram grandes aberturas de fissuras. Daí deduz-se que lajes com grandes excentricidades externas no apoio são as que geram as maiores aberturas de fissura e que, mesmo sendo bastante considerável, a excentricidade interna não provocou o mesmo efeito.

De maneira geral, o mecanismo de ruptura primário da ligação da laje com o pilar, sujeita tanto à ação do momento quanto ao cortante, pode ser idealizado como ilustrado na Figura 4.90, partindo-se da proposta de REGAN (1981) para excentricidade interna. A punção do pilar na laje à cargas últimas pode ser considerada um fenômeno secundário após o esmagamento da zona comprimida, devido à ação combinada de flexão e de cortante. Os mecanismos de ruptura deslocados da ligação da laje com o pilar observados nas lajes L9 e L10 (cisalhamento na outra extremidade), bem como nas lajes L11 e L12 (ruptura abaixo dos pontos de carga) tratam-se de casos à parte de modos de ruptura, não sendo aqui aprofundados por não serem o enfoque deste trabalho.

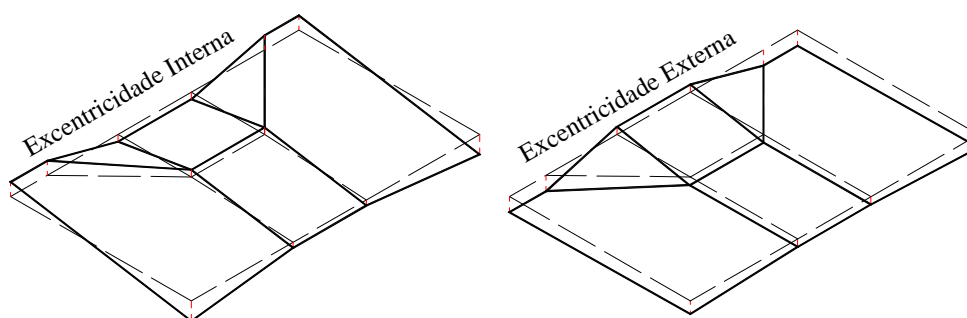


Figura 4.90 – Possíveis mecanismos de ruptura de lajes sujeitas à flexão

Levando-se em conta as alterações nos padrões de fissuração durante as comparações delineadas entre os modelos que constituem as séries de ensaios, verifica-se que as medições de angulação das fissuras de torção são também afetadas pela excentricidade, quando para menores excentricidades as fissuras desenvolvidas atingem a borda livre em pontos mais distantes da ligação, enquanto que para maiores excentricidades as fissuras tornam-se mais íngremes e atingem a borda livre em pontos mais próximos da ligação.

A constatação de que é possível traçar uma relação direta com a variação da excentricidade é confirmada pelos resultados das rotações coletadas, embora tais informações sejam limitadas. As dificuldades sobre correta interpretação da forma fletida da laje recaem na aproximação experimental à reprodução dos deslocamentos residuais dos cursores dos LVDTs que foram dispostos a diferentes distâncias dos alinhamentos centrais, possuindo diferentes comprimentos e diferentes pontos de partida, no qual pondera-se que seria muito útil o traçado das distribuições de rotações em toda a largura da laje, e portanto, um rearranjo na disposição dos pontos em que são medidos os deslocamentos.

Esta aparente correlação também foi reconhecida pela forma fletida das lajes, observadas a partir da coleta dos deslocamentos verticais, onde o maior deslocamento foi verificado nos pontos limites extremos da faixa posicionada transversalmente à margem da borda livre das lajes com maior excentricidade no apoio. As lajes L5, L2 e L9, de excentricidades menores, apresentaram comportamento similar, tendo o deslocamento mais acentuado o que foi posicionado abaixo dos pontos de aplicação das cargas.

A captação das deformações máximas no concreto foram dependentes da forma como a distribuição das fissuras ocorreu, abrindo possibilidades de oscilação do valor adquirido, onde o direcionamento dos extensômetros fixados pode não ter sido o mais adequado. Isso também explica a não linearidade das deformações nos eixos considerados, sendo portanto, considerado um fator limitante das áreas mais perturbadas no primeiro layout de colagem dos extensômetros. No segundo layout percebeu-se que as deformações do concreto foram comparativamente mais pronunciadas no caso de maior excentricidade externa, com maior destaque para as laterais do pilar, nas redondezas de onde foram desenvolvidas as fissuras que formaram a eventual superfície de ruptura.

O mecanismo de ruptura pôde ser delineado através da formação das linhas de ruptura conforme a avaliação das deformações coletadas nas armaduras de cisalhamento e torção,



evidenciando que as deformações nas armaduras de cisalhamento para cada fileira definida foi sempre maior quanto maior a excentricidade, ocorrendo em todos os casos na segunda camada de *studs*. Já nas armaduras de torção, foi identificado que as deformações nos ramos superior e externo se destacaram, mostrando que os estribos posicionados nas primeiras duas camadas mediam as maiores deformações e diminuía à medida que se afastava da ligação. Esta observação confirma a superfície de ruptura observada em L13, ao mostrar que a superfície crítica comprimida teria sido inclinada em direção às faces laterais do pilar.

A variação das deformações do aço foi, de maneira geral, maior nas barras que atravessavam o pilar em qualquer das direções, sendo mais perceptível nas barras transversais ao longo da face externa do pilar e no alinhamento que passa pelo canto interno do pilar perpendicularmente à borda livre da laje para as maiores excentricidades externas; e na barra longitudinal que passava pelo eixo do pilar. Foi possível identificar que, mesmo nos casos cujas as barras não alcançaram o escoamento, o desenvolvimento pleno da fissuração foi notório no entorno da ligação, localizada à curta distância, próxima ao canto do pilar. As deformações de maior destaque ocorreram nas lajes sujeita à maiores excentricidades externas, se estendendo ao longo das linhas projetadas na Figura 4.90, sendo também refletido nas deformações medidas, o padrão de fissuração observado. Além disso, ficou evidente que a capacidade última da ligação dependeu principalmente da quantidade de armadura que prevalecia na proximidade do pilar e não somente de um único parâmetro, como a excentricidade.

Para fins comparativos, foi selecionado um dos pontos monitorados comum a todas as lajes, localizado na barra longitudinal inferior que atravessa o centro do pilar distando aproximadamente 40 mm da face interna do pilar para confrontar as deformações no aço que foram mais relevantes, considerando o sentido da excentricidade no apoio. Na Figura 4.91, foi possível traçar uma fronteira clara entre as deformações com relação às variáveis consideradas, ficando próximo ao escoamento ou mesmo ultrapassando este patamar para lajes cujas excentricidades eram maiores que 200 mm. Abaixo desse limite, os valores são decrescentes até alcançar o outro extremo, no caso da laje com excentricidade interna. O uso das armaduras de cisalhamento aumentou consideravelmente a carga última da ligação enquanto que a inclusão das armaduras de torção contribuiu favoravelmente à sua ductilidade, sendo o ganho da capacidade da ligação em menor proporção.

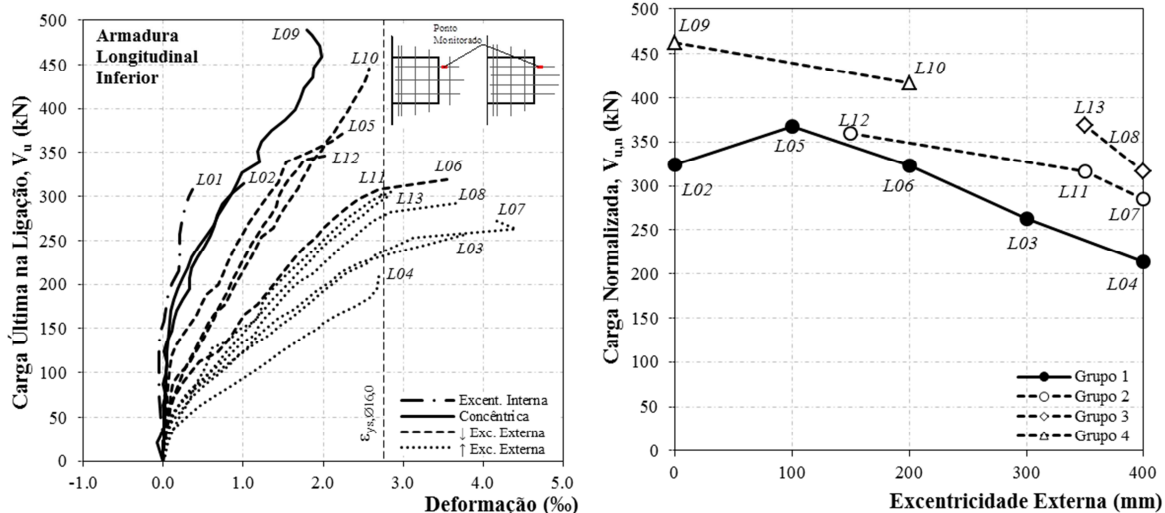


Figura 4.91 – Curvas relacionadas à capacidades de carga dos modelos

Ainda na Figura 4.91, foi traçada uma comparação entre as tendências gerais de acordo com as características de cada grupo de lajes conforme as informações contidas na Figura 3.8, sendo normalizada a carga última em relação à  $f_c^{1/3}$  médio. Foi registrado que no grupo 1 – considerado de distribuição padrão das armaduras – uma tendência de queda mais íngreme na capacidade de carga da ligação que no grupo 2 – de maior taxa de armadura de flexão – à medida que a excentricidade aumenta. Os modelos do grupo 3, cujos apoios exibiram maiores excentricidades, apresentaram tendência similar ao grupo 1, sendo evidenciado pelo paralelismo superior entre as curvas, confirmando que os estribos proporcionam maior ductilidade à ligação, além de favorecerem o aumento da carga última das ligações. Este último benefício é mais evidente para os modelos do grupo 4, de menores excentricidades, havendo indícios de que a presença dos *studs* proporcionou maior eficiência no caso da laje centrada em relação à laje com apoio excêntrico, dada a maior discrepância entre as cargas ultimas da ligação.

## **5 – PROCEDIMENTO ANALÍTICO**

Neste capítulo são apresentadas as previsões da capacidade última das ligações ensaiadas conforme as prescrições das normas correntes, já apresentadas no Capítulo 2, em particular EC2 (2004) e ACI 318 (2011), assim como suas respectivas relações com as cargas obtidas experimentalmente. Em seguida, forma-se um banco de dados a fim de categorizar as informações dos estudos experimentais realizados previamente, com a visualização da situação atual das ligações sujeitas a excentricidades – tanto internas quanto externas – perante as respostas segundo as normas. Uma comparação entre as previsões normativas e os resultados experimentais coletados no banco de dados é apresentada. Essa análise prévia teve papel importante no desenvolvimento de um método simplificado de cálculo para obtenção da carga última para ligações de borda sem armadura adicional (de cisalhamento ou torção) com base na excentricidade do apoio, cuja fundamentação foi baseada na teoria de torção em tubos de paredes finas, apresentada mais extensivamente em trabalhos como o de VOLLUM (1998) para caso de ligações externas de lajes e vigas.

### **5.1 – DISCUSSÃO DAS ESTIMATIVAS NORMATIVAS**

São apresentadas e discutidas as estimativas de resistência à punção das lajes ensaiadas neste trabalho, com base nos resultados obtidos segundo as recomendações constantes nas normas EC2 (2004) e ACI 318 (2011). Para a utilização de ambas as normas é necessário o tratamento adequado da armadura que é relevante (aço atuando sob tração), de maneira a concordar com as direções da excentricidade atuante. A ligação de borda requer atenção, visto que não se pode idealizá-las indeliberadamente como um caso em que a armadura de tração principal é sempre, em ambas as direções – paralela e perpendicular à borda da laje, na armadura superior (negativa), com a superfície de ruptura interceptando os arranjos das barras em seu limite extremo superior. É mais razoável adotar as barras posicionadas na superfície que atua sob tração que, para o caso das condições de apoio ao qual o sistema foi submetido – ocorrência de excentricidade externa, encontram-se parcialmente na armadura inferior (positiva). Assim, para determinar a taxa de armadura das lajes deve-se considerar como armadura principal: no eixo transversal as barras que constituem a armadura superior e no eixo longitudinal as que constituem a armadura inferior. Por se tratar de um objeto de estudo cujo panorama é diferente do usual, o tratamento dos valores de  $\rho$  e  $d$  estabelecidos nos cálculos são descritos a seguir, a fim de se evitar ambiguidade de interpretações.

Para o cálculo de seus respectivos perímetros de controle definidos nas normas (Figura 2.15 e Figura 2.16) e demais cálculos decorrentes de sua aplicação, a altura útil  $d$  da laje é admitida como constante, sendo obtida pela média das alturas úteis das barras nas direções ortogonais entre si, tomando-se a escolha mais adaptada para cada caso. Como pode se observar na Tabela 5.1, à exceção da laje L1, assume-se  $d$  a partir da armadura longitudinal inferior, enquanto que na outra direção toma-se por base a barra transversal superior. Para uma melhor visualização, um esquema com indicações a partir de um corte transversal na laje é mostrado na Figura 5.1.

Tabela 5.1 – Tratamento de  $d$  e  $\rho$

Laje	$d_l$ (mm)	$d_t$ (mm)	$d$ (mm)	$\rho_l$ (%)	$\rho_t$ (%)	$\rho$ (%)
L1	153,8	139,5	147	0,7	1,3	1,0
L2-L6, L9	152,0	139,5	146	1,2	1,3	1,3
L7, L10-L13	152,0	139,5	146	1,5	1,5	1,5
L8	152,0	139,5	146	1,3	1,5	1,4

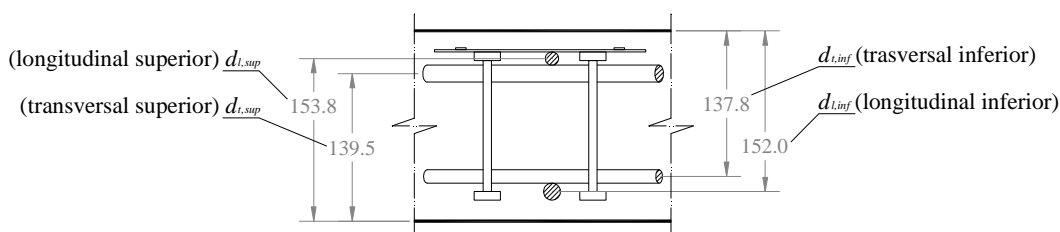


Figura 5.1 – Detalhamento da altura útil das barras na seção transversal da laje

O EC2 (2004) menciona ainda que as taxas de armadura referem-se às barras tracionadas nas direções longitudinal e transversal, as quais devem ser calculadas como valores médios em uma largura de laje igual à largura do pilar acrescida de  $3d$  para cada lado. A técnica para o cálculo de  $\rho$  é feita com base no número de barras efetivas distribuídas na região da ligação, ponderando os espaçamentos nos limites da região analisada, como ilustrado na Figura 5.2. Os casos de excentricidades externas em análise se assemelham à situação explicada por FANELLA (2002), onde a distribuição de momento transferida às armaduras da ligação de borda depende da razão entre os momentos advindos das cargas de gravidade e de cargas laterais. Para razões maiores que 1, o momento combinado na laje em cada face do pilar é negativo e toda a armadura que transfere o momento deve ser posicionada na região superior da laje, enquanto que para razões menores que 1, o momento combinado é positivo em uma das faces do apoio e negativo na outra face. Nessa situação é prudente dividir a armadura que transfere o momento entre as regiões superiores e inferiores da seção transversal da laje para levar em consideração a inversão de momentos.

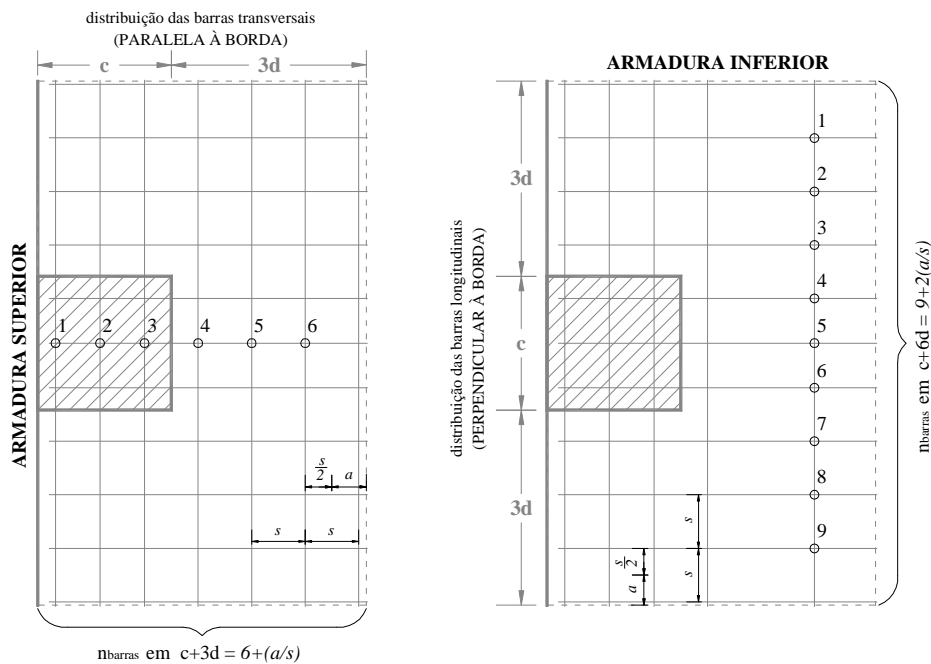


Figura 5.2 – Quantidade de barras efetivas na região da ligação

Para garantir que a ruptura por punção não ocorra antes da capacidade à flexão ser alcançada, esta é calculada através de  $V_{flex}$  que, tanto para o EC2 (2004) quanto para o ACI 318 (2011), é determinada pela limitação de uma largura efetiva  $b_e$  necessária para que a armadura de flexão perpendicular à borda livre transmita o momento fletor da laje ao pilar de borda. Uma vez determinado o momento resistente da laje, a carga de ruptura teórica por flexão é calculada multiplicando-se pelas excentricidades de momento de cada laje em relação ao eixo do pilar. No caso do EC2 (2004), esta largura é  $c_{\perp}+c_{//}$  para ligações de borda em que a face externa do pilar coincide com a extremidade da laje. Já para o ACI 318 (2011) se assemelha às recomendações do FIP (1998), uma vez que ele permite que as barras sejam ancoradas nas potenciais linhas de ruptura locais em diagonais à  $45^{\circ}$ , embora também limite  $b_e \leq b_w + 8h_f$ . Ambos os casos são mostrados na Figura 5.3 e verificados individualmente na Tabela 5.2. O ACI 318 (2011) estabelece ainda que, a menos que sejam tomadas medidas para resistir às tensões de torção e cisalhamento, toda armadura que resiste parcialmente o momento fletor a ser transferido ao pilar deve ser posicionada entre linhas distando  $1,5 \cdot h$  para cada lado do pilar. Dessa maneira, define-se a capacidade máxima à flexão para um momento  $\gamma_f M$  que seja suficiente para resistir a flexão na largura efetiva da laje. Caso a armadura de flexão na largura supracitada seja maior que  $\gamma_f M$ , então a norma permite que  $\gamma_v \cdot M$  seja reduzida. Nessas condições, ignora-se a excentricidade da carga, diminuindo  $\gamma_v$  [Eq.(2.13)] até zero para pilares de borda, mas limita-se que  $V_u \leq 0,75 \cdot V_{Rc}$  (calculado para  $e = 0$ ).

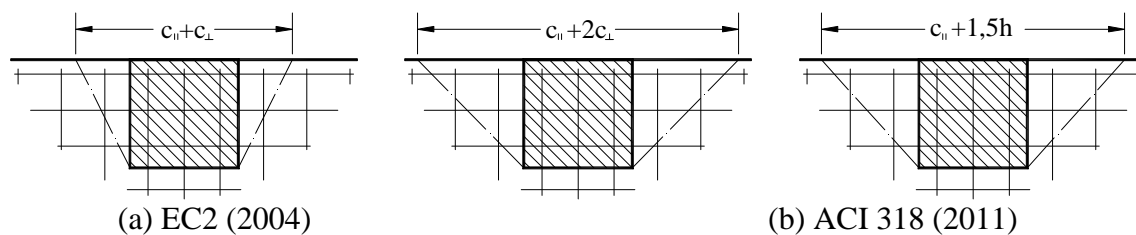


Figura 5.3 – Largura efetiva para transmissão do momento fletor

As estimativas dos momentos resistentes e  $V_{flex}$  são apresentados na Tabela 5.6. Como critério parcial, se a razão entre a carga de ruptura  $V_u$  e  $V_{flex}$  for menor que 1, a ruptura pode ser classificada como punção; caso contrário, a ruptura se dá por flexão. Nessa sequência, no caso de as estimativas obtidas pelos métodos de cálculo à punção e à flexão não concordarem sobre a previsão do modo de ruptura, o parecer final é definido tomando-se a menor diferença entre as razões  $V_u/V_{flex}$  e  $V_u/V_{norma}$ , com  $V_{norma} = V_{EC2}$  ou  $V_{norma} = V_{ACI}$ . De maneira geral, as previsões das ligações de lajes lisas em pilares de borda submetidas à grandes excentricidades externas conduziram à uma ruptura predominantemente por flexão (comprovadas pelas lajes L3, L4, L8 e L13), seguida de punção como sendo um fenômeno secundário, enquanto que para excentricidades menores, a tendência era ocasionar punção. As estimativas concordam em grande parte com os modos de ruptura experimentais – 78% para o EC2 (2004) e 67% para o ACI (2011) – se desconsiderar as lajes que romperam em regiões afastadas da ligação.

Com relação à análise das cargas últimas de ruptura por punção das lajes de acordo com as prescrições normativas, outro cálculo relevante, válido tanto para o EC2 (2004) quanto o ACI (2011), se refere às tensões em torno do perímetro de controle adotados ( $u_1/u_{out}$  ou  $b_0/b_{out}$ ) devido à flexão, tomadas em relação ao eixo do centroide elástico, mostrado na Figura 5.5, o qual significa que o momento fletor do perímetro em torno desse ponto é zero. No entanto, embora não esteja claramente definido em norma, deve-se atentar para o caso de ligações de borda que, somente no caso do EC2 (2004), quando se calcula o valor do módulo de resistência plástica  $W_I$ , a referência de centroide muda para um eixo diferente, chamado centroide plástico, correspondente à divisão do comprimento total do perímetro ao meio, equivalente a duas parcelas de  $u_1/4$  nas laterais e outra de  $u_1/2$ , como mostra a Figura 5.4b. Isso significa que, existe uma posição na qual um carregamento axial é aplicado cujas tensões produzidas nesse perímetro são iguais, justamente devido à correspondência dessas distâncias, já que a força total é igual à parte oposta.

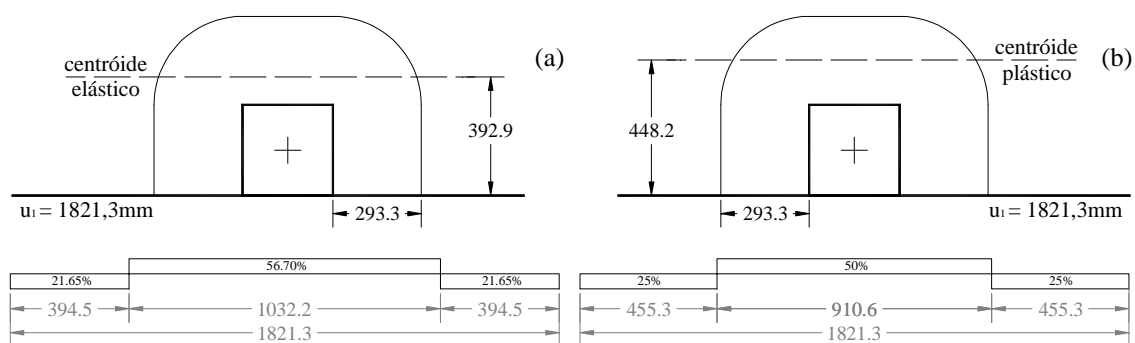


Figura 5.4 – Diferença entre os eixos dos centroides (a) elástico e (b) plástico

De posse desses dados, é possível avaliar quanto à segurança estrutural das estimativas apresentadas pelas normas EC2 (2004) e ACI (2008), comparando-as aos resultados dos ensaios com objetivo de verificar a adequação das mesmas, bem como definir quais as situações que estão abaixo de um nível de aceitabilidade na dispersão.

Nas Tabela 5.2 e Tabela 5.3 são apresentadas as resistências das lajes sem e com armadura de cisalhamento segundo o EC2 (2004), respectivamente. Segundo a sequência de cálculo, há basicamente, duas vertentes as quais se baseiam nos valores de  $V_{Rc}^*$  e  $\beta$ . Tomando-se, a priori, as comparações realizadas a partir de  $V_{u,exp}/V_{Rc}$  – para previsões que não consideram os efeitos da excentricidade – tem-se razões variando de 0,5 a 0,8 partindo-se do modelo com excentricidade interna (L1) até as maiores excentricidades externas, respectivamente. Como era de se esperar, quanto maior a excentricidade externa mais penalizado era o resultado. Em contrapartida, comparando-se os valores (\*) de  $V_{u,exp}/V_{Rc}^*$ , embora ainda fossem obtidos valores contra a segurança na maioria dos casos – exceto nas lajes L5 e L12 – observou-se que as diferenças diminuíram em torno de 13%, se aproximando mais de 1. Vale lembrar que o cálculo através de  $V_{Rc}^*$  é a principal abordagem do EC2 (2004) para excentricidade interna, não sendo indicado para o caso de excentricidade externa. Neste caso, para L1 a norma apresentou concordância com a estimativa, demonstrando prever com boa precisão as resistências de ligações de borda submetidas a excentricidade interna.

Nas lajes com armadura de cisalhamento, tanto  $V_{u,exp}/V_{R,cs}$  quanto  $V_{u,exp}/V_{R,out}$  apresentaram resultados subestimados de resistência à punção, conduzindo, em ambos os casos, a uma razão de 0,8 para L9 (sem excentricidade) e 0,7 para L10 ( $e=200\text{mm}$ ). Essas lajes contam com o eixo centroide alterado em relação à referência devido ao acréscimo do perímetro de controle com a presença dos *studs*, contribuindo para o incremento de excentricidades. Daí pressupõe-se que, mesmo que a excentricidade do apoio fosse centrada em L9, tem-se que a excentricidade correlata ao eixo centroide, que é a determinante, confirmando-se que os

resultados contra a segurança se devem basicamente à não consideração dos efeitos da excentricidade nesses cálculos. No entanto, ressalta-se que os modos de ruptura verificados nos ensaios – por cisalhamento no apoio da outra extremidade – não coincidem com a previsão de colapso por punção na ligação entre a laje e o pilar de borda e, portanto, não poderia ser considerada a mais crítica dentre os resultados, o que garante maior reserva de capacidade estrutural, acarretando num menor comprometimento da segurança.

Para se admitir os efeitos das excentricidades externas, conforme as orientações do EC2 (2004), deve-se considerar os valores de  $\beta$  nos cálculos de previsão de carga. Observou-se, no entanto, que os resultados obtidos para as lajes sem armadura de cisalhamento foram demasiadamente conservadores, uma vez que todas as estimativas ficaram bem distantes do valor obtido no ensaio, apresentando valores de  $V_{u,exp}/V_{EC2}$  variando de 1,4 a 2,2 nas lajes sem estribos de torção (e um modo ruptura compatível), chegando a atingir 2,6 nas lajes com estribos de torção. Os resultados obtidos nesse caso foram sempre a favor da segurança, apresentando maiores discrepâncias quanto maior era a excentricidade externa. Para as lajes com armadura de cisalhamento, as razões de  $V_{u,exp}/V_{EC2}$  obtidas foram de 1,6 para L9 ( $e=0\text{mm}$ ) e 1,7 para L10 ( $e=200\text{mm}$ ).

Um contraponto a se considerar é que para excentricidade zero (apoio concêntrico), usar a equação utilizando  $\beta$  não parece ser satisfatória, mas se usar a equação de  $u_I^*$  o resultado já passa a ser mais coerente. Detendo-se à formulação de  $u_I^*$ , a carga prevista um pouco acima da experimental para a laje sem *studs* não chega a ser questionável, levando-se em consideração que um erro de 5% é pouco significativo (para o lado inseguro). Vale frisar ainda que para as resistências estimadas, foi ignorado o limite do *size effect*, sem limitá-lo a 2, o qual se fosse limitado, ficaria um pouco mais seguro, compensando-o.

No entanto, a grande diferença de 33% entre as duas previsões do EC2 (2004) pode ser discutível quando da necessidade de se trabalhar com ambas as equações, partindo-se do pressuposto de que a escolha de uma excentricidade nula em relação ao eixo do pilar se enquadra em ambos os casos. Assim, para o caso concêntrico, ao comparar esses resultados de previsão da capacidade de carga, nota-se que os valores obtidos pelos dois métodos não se equivalem, sugerindo a ocorrência de uma descontinuidade. Observa-se que as resistências previstas tendem a manter as estimativas do lado mais conservador utilizando a abordagem de  $\beta$ , (momento paralelo à borda livre), e se for tomada a abordagem de  $u_I^*$ , ela tende a permanecer mais do lado inseguro, conferindo-lhes uma lacuna entre as equações.



Já nas Tabela 5.4 e Tabela 5.5 se encontram os resultados obtidos para as resistências das lajes sem e com armadura de cisalhamento, respectivamente, através do tratamento pelo ACI 318 (2011). Segundo a sequência de cálculo, valendo-se das comparações realizadas a partir de  $V_{u,exp}/V_{Rc}$  – sendo  $V_{Rc}$  o menor valor entre  $V_{c(1)}$ ,  $V_{c(2)}$  e  $V_{c(3)}$  – nas previsões que não consideram os efeitos da excentricidade, obtém-se um valor médio em torno de 0,8 entre todas as lajes, de onde se tira que os valores se encontram acima da referência experimental.

No entanto, seguindo o processo básico do ACI 318 (2011) para ligações de borda – cujo o momento se dá em torno do eixo paralelo à borda da laje – deve-se admitir os efeitos das excentricidades, sejam elas internas ou externas, cuja exigência está em utilizar a equação de  $\gamma_v$ . Assim, para as lajes sem armadura de cisalhamento, tem-se a razão de  $V_{u,exp}/V_{ACI}$  de 1,1 para a L2 (laje de apoio concêntrico), indicando uma boa previsão de norma, tendendo ao lado seguro. Essa razão aumenta para 1,2 no caso de L1 (com excentricidade interna), podendo-se julgar ainda que permanece dentro de um limite satisfatório, embora mais conservador. A convergência dos resultados é, no entanto, menos satisfatória quando se trata de excentricidades externas, onde apresenta razões em média móvel variando em torno de 1,5 para menores excentricidades (L5, L6 e L12) – embora as lajes L3 e L4 também estejam nesse patamar – até uma média móvel em torno de 1,9 para maiores excentricidades (L7, L8, L11 e L13).

Com relação à resistência à punção das lajes com armadura de cisalhamento, foi usado o menor entre os valores de  $V_{R,cs}$ ,  $V_{out}$  e  $V_{R,max}$  para obter  $V_{u,exp}/V_{ACI}$ , o que resulta em uma razão de 1,2 para L9 (sem excentricidade) e 1,1 para L10 (excentricidade externa de 200mm), sendo considerada uma previsão conservadora, porém aceitável.

Sendo um número maior de dados experimentais de lajes cujos os apoios são submetidos a excentricidades externas, verifica-se que as comparações contribuem para uma discussão mais abrangente sobre a reavaliação da precisão das normas nesses casos, fundamentando a necessidade de estudo contendo outras referências bibliográficas.

Tabela 5.2 – Resistências das lajes sem armadura de cisalhamento, segundo o EC2 (2004)

Geometria e Materiais							Cálculo do Centróide					Sem efeitos excentricidade				Com efeitos excentricidade					Resumo		$V_{u,exp} / V_{EC2}$		
Laje	e (mm)	$c_{\perp} = c_{\parallel}$	d (mm)	$\rho$ (%)	$f_c$ (MPa)	k	$u_1$ (mm)	$u_1^*$ (mm)	$c_{CD(1)}$ Elast	Centróide	$c_{CD(1)}$ Plast	$W_1$ (mm <sup>2</sup> )	$V_{R,c}$ (MPa)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,c}^*$ (kN)	$V_{u,exp} / V_{EC2}$	M/V	Dir eção	$\beta$	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,extra}$ (kN)		$V_{EC2}$ (kN)	$V_{u,exp}$ (kN)
L1	-300	300	147	1,0	45,9	2,168	1821	1521	369	219	448	302.847	1,39	370	309	0,8 (1,0*)	-81	int	1,293	286	2323	740	286	308	1,1
L2	0	300	146	1,3	44,8	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,50	397	332	0,8 (0,9*)	218	ext	1,788	222	1632	795	222	315	1,4
L3	300	300	146	1,3	43,7	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,49	394	329	0,6 (0,8*)	518	ext	2,873	137	996	788	137	256	1,9
L4	400	300	146	1,3	43,5	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,49	394	329	0,5 (0,6*)	618	ext	3,235	122	882	787	122	210	1,7
L5	100	300	146	1,3	50,1	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,56	413	344	0,9 (1,1*)	318	ext	2,150	192	1479	825	192	374	1,9
L6	200	300	146	1,3	50,4	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,56	413	345	0,8 (1,0*)	418	ext	2,511	165	1271	827	165	330	2,0
L7	400	300	146	1,5	49,0	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,64	435	363	0,7 (0,8*)	618	ext	3,235	135	966	871	135	288	2,1
L8	400	300	146	1,4	49,4	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,61	425	355	0,8 (0,9*)	618	ext	3,235	131	973	850	131	320	2,4
L11	350	300	146	1,5	42,5	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,57	415	347	0,8 (0,9*)	568	ext	3,054	136	918	831	136	304	2,2
L12	150	300	146	1,5	42,7	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,57	416	347	0,9 (1,1*)	368	ext	2,331	178	1207	832	178	347	1,9
L13	350	300	146	1,5	43,1	2,171	1816	1516	368	218	446	301.133	1,58	417	348	0,9 (1,0*)	568	ext	3,054	137	927	834	137	357	2,6

Tabela 5.3 – Resistências das lajes com armadura de cisalhamento, segundo o EC2 (2004)

Geometria e Materiais				Cálculo do Centróide			Sem efeitos excentricidade						Com efeitos excentricidade						Resumo			$V_{u,exp} / V_{EC2}$			
Laje	e (mm)	$A_{sw}/cam$ (mm <sup>2</sup> )	$u_{out}$ (mm)	$c_{CD(out)}$ Plast	Centróide	$W_{out}$ (mm <sup>2</sup> )	$V_{R,c}$ (MPa)	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,s}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{u,exp} / V_{EC2}$	M/V	Dir eção	$\beta$	$V_{R,c}$ (kN)	$V_{R,s}$ (kN)	$V_{R,cs}$ (kN)	$V_{R,out}$ (kN)	$V_{R,max}$ (kN)	$V_{R,extra}$ (kN)		$V_{EC2}$ (kN)	Superfície	$V_{u,exp}$ (kN)
L9	0	351,9	2686	569	419	663.029	1,634	432,4	253,4	577,7	639,6	0,8	419	ext	1,920	225	132	301	333	1467	865	301	dentro	489	1,6
L10	200	351,9	2686	569	419	663.029	1,753	463,9	253,4	601,3	686,2	0,7	619	ext	2,319	200	109	259	296	1239	928	259	dentro	444	1,7

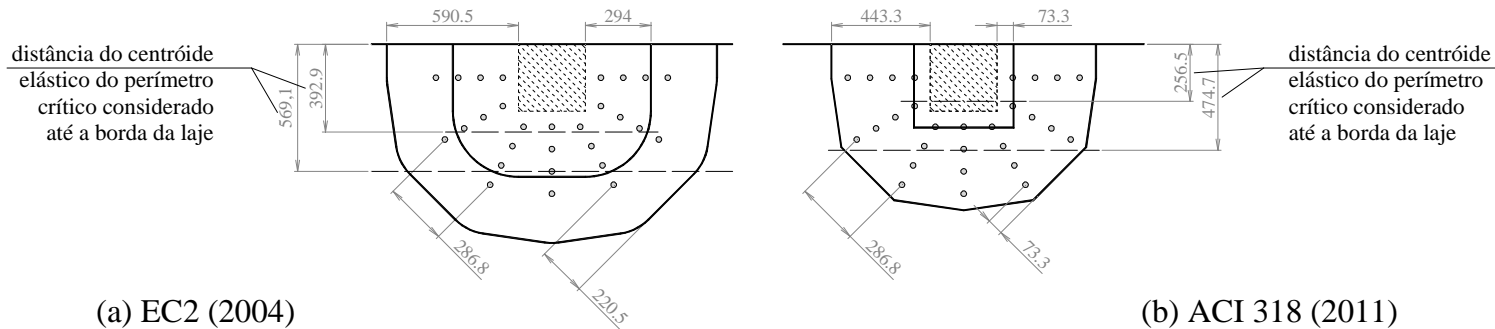


Figura 5.5 – Perímetros de controle  $u_1/b_0$  e  $u_{out}/b_{out}$ , conforme o EC2 (2004) e o ACI 318 (2011)

Tabela 5.4 – Resistências das lajes sem armadura de cisalhamento, segundo o ACI 318 (2011)

Lajes	Cálculo do Centróide								Sem efeitos excentricidade					Com efeitos excentricidade					Resumo		$V_{u,exp} / V_{ACI}$	
	e (mm)	c = e	d (mm)	b <sub>0</sub> (mm)	A <sub>c</sub> (mm <sup>2</sup> )	J <sub>c,1</sub> (mm <sup>4</sup> )	c <sub>CD</sub> (mm)	Centróide	V <sub>c</sub> (1) (kN)	V <sub>c</sub> (2) (kN)	V <sub>c</sub> (3) (kN)	V <sub>R,c</sub> (kN)	V <sub>u,exp</sub> / V <sub>R,c</sub>	γ <sub>v</sub>	γ <sub>f</sub>	M/V	Direção	V <sub>calc</sub> (kN)	V <sub>R,max</sub> (kN)	V <sub>ACI</sub> (kN)		V <sub>u,exp</sub> (kN)
L1	-300	300	147	1193	172.716	2.660.525.448	257	107	605	560	395	395	0,8	0,379	0,621	-193	int	254	593	254	308	1,2
L2	0	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	593	547	387	387	0,8	0,379	0,621	106	ext	297	581	297	315	1,1
L3	300	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	585	540	383	383	0,7	0,379	0,621	406	ext	177	574	177	256	1,4
L4	400	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	584	539	382	382	0,5	0,379	0,621	506	ext	156	573	156	210	1,3
L5	100	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	627	578	410	410	0,9	0,379	0,621	206	ext	258	614	258	374	1,5
L6	200	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	629	580	411	411	0,8	0,379	0,621	306	ext	219	616	219	330	1,5
L7	400	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	620	572	405	405	0,7	0,379	0,621	506	ext	165	608	165	288	1,7
L8	400	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	623	574	407	407	0,8	0,379	0,621	506	ext	166	610	166	320	1,9
L11	350	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	578	533	378	378	0,8	0,379	0,621	456	ext	164	566	164	304	1,9
L12	150	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	579	534	378	378	0,9	0,379	0,621	256	ext	218	568	218	347	1,6
L13	350	300	146	1193	174.953	2.698.738.071	256	106	581	537	380	380	0,9	0,379	0,621	456	ext	165	570	165	357	2,2

Tabela 5.5 – Resistências das lajes com armadura de cisalhamento, segundo o ACI 318 (2011)

Tabela 5.6 – Estimativas dos momentos resistentes e  $V_{flex}$

Geometria			Cálculo do Centróide (out)				
Lajes	e (mm)	b <sub>out</sub> (mm)	A <sub>c,out</sub> (mm <sup>2</sup> )	c <sub>AB</sub> (mm)	c <sub>CD</sub> (mm)	Centróide	J <sub>c,out</sub> (mm <sup>4</sup> )
L9	0	2230	325.087	269	475	325	17.008.628.612
L10	200	2230	325.087	269	475	325	17.008.628.612

Parâmetros				Sem efeitos da excentricidade						
Lajes	γ <sub>v</sub>	γ <sub>f</sub>	M/V	Direção	V <sub>R</sub> (kN)	V <sub>calc</sub> (kN)	V <sub>c</sub> (1) (kN)	V <sub>c</sub> (2) (kN)	V <sub>c</sub> (3) (kN)	V <sub>u,exp</sub> / V <sub>ACI</sub>
L9	0,379	0,621	325	ext	823	1082	1259	811	823	0,6
L10	0,379	0,621	525	ext	834	1360	1276	823	834	0,5

Com efeitos da excentricidade						Resumo				V <sub>u,exp</sub> / V <sub>ACI</sub>
Lajes	V <sub>R,c</sub> s/stud	V <sub>R,c</sub> c/stud	V <sub>R,s</sub> (kN)	V <sub>R,cs</sub> (kN)	V <sub>out</sub> (kN)	V <sub>R,max</sub> (kN)	V <sub>ACI</sub> (kN)	Superfície	V <sub>u,exp</sub> (kN)	
L9	811	617	215	832	411	1234	411	fora	489	1,2
L10	823	626	215	841	417	1251	417	fora	444	1,1

Lajes	Experimental				EC2 (2004)				ACI 318 (2011)			
	e (mm)	V <sub>u,exp</sub> (kN)	V <sub>yield</sub> (kN)	Modo Rupt	M <sub>flex,EC2</sub> (kNm)	V <sub>flex,EC2</sub> (kN)	V <sub>u</sub> / V <sub>flex</sub>	Modo Rupt	M <sub>flex,ACI</sub> (kNm)	V <sub>flex,ACI</sub> (kN)	V <sub>u</sub> / V <sub>flex</sub>	Modo Rupt
L1	-300	308	275	P	46	153	2,0	P	64	214	1,4	P
L2	0	315	---	P	75	∞	0,0	P	104	290	1,1	P
L3	300	256	425	F	75	249	1,0	F	104	290	0,9	F
L4	400	210	360	F	75	187	1,1	F	104	261	0,8	F
L5	100	374	---	P	75	746	0,5	P	104	290	1,3	P
L6	200	330	525	FP	75	373	0,9	P	104	290	1,1	P
L7	400	288	485	F	119	299	1,0	P	149	290	1,0	P
L8	400	320	525	F	119	299	1,1	F	149	290	1,1	F
L9	0	489	655	C	75	∞	0,0	P	104	290	1,7	P
L10	200	445	775	C	119	597	0,7	P	149	290	1,5	F
L11	350	304	265	RL	119	341	0,9	P	149	290	1,0	P
L12	150	347	---	RL	119	796	0,5	P	149	290	1,2	P
L13	350	357	675	F	119	341	1,0	F	149	290	1,2	F

Obs: Modos de ruptura: F – Flexão; P – Punção; FP – Flexo-punção; C – Cisalhamento; RL – Ruptura local.

### **5.2.1 – Formação de banco de dados**

Visando ampliar o estado de conhecimento atual para fins comparativos de previsão de comportamento, realizou-se uma investigação de caráter bibliográfico para formação de um banco de dados que contivesse informações relevantes relativas ao comportamento de ligações laje-pilar de borda. Buscou-se conferir na literatura a aplicação das prescrições normativas e o desenvolvimento de curvas de interação M/V, conduzindo a elaboração de planilhas de apoio às informações coletadas a fim de estudar os critérios de ruptura baseados em ensaios de lajes lisas com ligações de borda, e, por conseguinte, ampliar a abrangência de cálculo para casos de excentricidades externas, que não são amplamente cobertas por norma e cujo comportamento se destaca pela natureza singular.

A elaboração de planilhas para avaliação segundo as normas objetivaram padronizar e otimizar a execução dos estudos de avaliação de carga de ruptura. Essas planilhas foram aplicadas a partir da quantificação das características geométricas das lajes, as propriedades mecânicas do concreto e das armaduras de flexão e cisalhamento assim como as cargas últimas obtidas na ruptura, auxiliando na organização e seleção dos resultados experimentais, incluindo estudos comparativos entre procedimentos experimentais e previstos por norma. Os cálculos têm como base o procedimento descrito no EC 2 (2004) e no ACI 318 (2011) para quantificação da capacidade à punção da ligação. Todos os parâmetros de entrada utilizados foram detalhadamente avaliados, visando o emprego de valores em conformidade com o recomendado para cada caso.

Para avaliar a aplicação das normas de uma forma mais geral, foi necessária uma abordagem integrada e compreensiva (ligações de modelos físicos isolados e contínuos) a partir dos dados obtidos experimentalmente por outros pesquisadores que reproduziram ensaios em lajes lisas de concreto armado com pilares de borda, que contivesse detalhes sobre o sistema de ensaio e também sobre a distribuição da armadura de flexão e que permitisse a distinção entre os modelos com ou sem armaduras de cisalhamento. A descrição de outros detalhes relevantes, como a presença de vigas ou faixas externas contendo armaduras de torção, também foi incluída nessa classificação.

Assim, um abrangente levantamento bibliográfico veio a contribuir para esta pesquisa, com a criação de um banco de dados da literatura internacional tido como satisfatório para os fins dessa análise. Foram definidas 18 pesquisas técnicas-científicas [ANDERSSON

(1966); KINNUNEN (1971); NARASIMHAN (1971); ZAGHLOOL (1971); HAWKINS e CORLEY (1974); REGAN *et al.* (1978); REGAN (1978); BRÄNDLI *et al.* (1982); RANGAN (1990); MORTIN e GHALI (1991); REGAN (1993); LIM e RANGAN (1995); EL-SALAKAWY *et al.* (1998); SHERIF e DILGER (2000a); SHERIF e DILGER (2000b); AFHAMI *et al.* (2000); SHERIF *et al.* (2005); BOMPA e MUTTONI (2013)] analisadas quanto às suas variáveis físicas e geométricas, distribuição e detalhes do arranjo das barras de flexão, tipo, padrão do arranjo, quantidade de linhas e camadas da armadura de cisalhamento,  $V_{test}$ ,  $M_{test}$ , modo de ruptura e a razão  $M/V$  ou simplesmente  $e$ , totalizando 99 espécimes de lajes lisas conectadas a pilares de borda foram fornecidos.

As Tabela 5.7 e Tabela 5.8 apresentam as características geométricas e propriedades dos materiais utilizados nas pesquisas elencadas no banco de dados, incluindo tanto as lajes reforçadas e não reforçadas ao cisalhamento. Para os ensaios que apresentavam somente o valor de resistência do concreto em corpos de provas cúbicos, adotou-se a conversão para o valor de resistência do concreto em corpos de provas cilíndricos de  $f_c=0,8f_{cu}$ . De forma amostral, no apêndice A são apresentados os croquis das lajes ensaiadas pelos autores com as dimensões e a distribuição das armaduras das ligações.

Os estudos foram agrupados em dois conjuntos onde o primeiro continha 69 ensaios destinado às lajes sem armadura de cisalhamento e o segundo continha 30 ensaios com armadura de cisalhamento. As planilhas possibilitam armazenar todas as informações qualitativas e quantitativas necessárias e no caso de suprir eventuais faltas de informações sobre o arranjo de barras de alguns trabalhos, os dados apresentados foram reavaliados por tentativa-e-erro até atingirem a mesma taxa de armadura informada, sendo em seguida a distribuição das armaduras desenhada para a previsão das cargas últimas e avaliação e comparativo com as expressões do EC 2 (2004) e do ACI 318 (2011).

É importante frisar que, para poder comparar os resultados experimentais, foram retirados os coeficientes de segurança na previsão da carga última pelos procedimentos normativos. Embora não seja o foco deste estudo, entende-se que se trata de uma questão de maior complexidade e requer uma verificação de cunho probabilístico, já que as referidas normas usam critérios de segurança diferentes entre si. Logo, a informação sobre a real situação de segurança das ligações de borda projetadas com o uso dos coeficientes parciais seria ainda imprecisa.

Tabela 5.7 – Características geométricas/materiais das lajes do banco de dados

Investigador	Laje/ Ligação	$c_{\perp}$ (mm)	$c_{\parallel}$ (mm)	h (mm)	d (mm)	$f_c$ (mm)	$f_v$ (mm)	$\rho$ (mm)	Padrão de Distribuição
Ensaio realizados na Presente Pesquisa	L1 (I)	300	300	180	145	45,9	566	1,00	ortogonal
	L2 (I)	300	300	180	147	44,8	566	1,25	ortogonal
	L3 (I)	300	300	180	147	43,7	566	1,25	ortogonal
	L4 (I)	300	300	180	147	43,5	566	1,25	ortogonal
	L5 (I)	300	300	180	147	50,1	566	1,25	ortogonal
	L6 (I)	300	300	180	147	50,4	566	1,25	ortogonal
	L7 (I)	300	300	180	147	49,0	566	1,52	ortogonal
	L8 (I)	300	300	180	147	49,4	566	1,40	ortogonal
	L9 (I)	300	300	180	147	57,6	566	1,25	ortogonal
	L10 (I)	300	300	180	147	59,3	566	1,52	ortogonal
	L11 (I)	300	300	180	147	42,5	566	1,52	ortogonal
	L12 (I)	300	300	180	147	42,7	566	1,52	ortogonal
	L13 (I)	300	300	180	147	43,1	566	1,52	ortogonal
ANDERSSON (1966)	Ia (I)	250	250	145	120	22,5	435	1,01	radial
	Ib (I)	250	250	145	122	26,9	445	0,89	radial
	Ic (I)	200	300	145	121	30,6	436	1,00	radial
KINNUNEN (1971)	1F (C)	200	200	130	102	24,0	432	1,29	radial
	2F (C)	200	200	130	102	26,6	429	1,04	radial
	3F (C)	200	200	130	102	23,4	431	1,49	radial
	4F (C)	200	200	130	102	27,8	500	0,99	radial
	5F (C)	200	200	130	102	26,4	460	1,45	radial
	6F (C)	200	200	130	102	25,3	500	0,99	radial
	7F (C)	200	200	130	102	25,2	500	0,79	radial
	8P (C)	200	200	130	102	28,4	500	1,45	radial
	9P (C)	200	200	130	102	27,7	500	1,45	radial
NARASIMHAN (1971)	ES1 (I)	305	305	178	127	27,0	398	0,99	ortogonal
	ES2 (I)	305	305	178	127	30,4	398	0,99	ortogonal
	ES3 (I)	305	305	178	127	40,0	398	0,99	ortogonal
	ES4 (I)	305	305	178	127	41,6	398	0,99	ortogonal
	ES5 (I)	305	305	178	127	32,1	398	0,99	ortogonal
	ES6 (I)	305	305	178	127	26,5	398	0,99	ortogonal
	ES7 (I)	305	305	178	127	35,5	398	0,99	ortogonal
ZAGHLOOL (1971)	Z-IV(1) (I)	178	178	152	121	27,3	476	1,45	ortogonal
	Z-V(1) (I)	267	267	127	121	34,3	474	1,28	ortogonal
	Z-V(2) (I)	267	267	152	121	40,5	474	1,40	ortogonal
	Z-V(3) (I)	267	267	152	117	38,7	475	2,02	ortogonal
	Z-V(4) (I)	267	267	152	121	35,0	437	1,28	ortogonal
	Z-V(5) (I)	267	267	152	121	35,2	476	1,28	ortogonal
	Z-V(6) (I)	267	267	152	121	31,3	476	1,28	ortogonal
Z-VI(1) (I)	356	356	152	121	26,0	476	1,15	ortogonal	
HAWKINS e CORLEY (1974)	CN1 (I)	305	305	152	120	22,7	445	1,26	ortogonal
	DN1 (I)	203	305	152	120	22,6	393	1,39	ortogonal
REGAN <i>et al.</i> (1978)	SE1 (C)	200	300	125	98	35,7	480	0,95	ortogonal
	SE2 (C)	200	300	125	101	43,7	480	0,76	ortogonal
	SE3 (C)	200	300	125	101	36,6	480	0,76	ortogonal
	SE4 (C)	300	200	125	98	27,4	480	0,95	ortogonal
	SE5 (C)	300	200	125	98	44,2	500	0,60	ortogonal
	SE6 (C)	300	200	125	99	32,0	500	0,50	ortogonal
	SE7 (C)	300	200	125	99	39,6	500	0,86	ortogonal
	SE8 (C)	100	300	125	98	41,6	480	0,74	ortogonal
	SE9 (C)	250	250	125	98	41,4	480	0,68	ortogonal
	SE10 (C)	250	250	125	98	40,7	480	0,68	ortogonal
	SE11 (C)	250	250	125	98	50,0	480	0,68	ortogonal
	(SE12) (C)	160	160	80	62	50,5	480	0,92	ortogonal
	(SE13) (C)	160	160	80	62	41,4	480	0,92	ortogonal

\* Nota: Referência quanto ao tipo de modelo ensaiado: (I) laje isolada; (C) laje contínua

Lajes que aparecerem em grifo se remetem às que possuem armadura de cisalhamento

Tabela 5.8 – Características geométricas/materiais das lajes do banco de dados (cont.)

Investigador	Laje/ Ligação	$c_{\perp}$ (mm)	$c_{\parallel}$ (mm)	h (mm)	d (mm)	$f_c$ (mm)	$f_y$ (mm)	$\rho$ (mm)	Padrão de Distribuição
REGAN <i>et al.</i> (1978)	(SE14) (C)	160	160	80	62	44,5	480	1,01	ortogonal
	(SE15) (C)	160	160	80	62	42,6	480	1,01	ortogonal
	(SE16) (C)	160	160	80	60	26,7	480	1,12	radial
	(SE17) (C)	160	160	80	60	34,6	480	1,31	radial
	(SE18) (C)	160	160	80	62	40,0	480	1,45	ortogonal
REGAN (1978)	W1-A (C)	220	220	104	79	28,1	480	1,08	ortogonal
	W1-B (C)	220	220	104	79	29,6	480	1,08	ortogonal
	W2-A (C)	220	220	104	79	31,9	480	1,20	ortogonal
	W2-B (C)	220	220	104	79	31,9	480	1,72	ortogonal
BRÄNDLI <i>et al.</i> (1982)	P10A (C)	250	250	180	163	34,6	515	1,07	ortogonal
	P10B (C)	250	250	180	167	34,6	515	1,81	ortogonal
	P11A (C)	250	250	180	167	29,9	515	1,32	ortogonal
	P11B (C)	250	250	180	164	29,9	515	1,36	ortogonal
RANGAN (1990)	A (C)	250	200	100	82	30,3	462	0,48	ortogonal
	B (C)	250	200	100	82	48,3	462	0,35	ortogonal
	C (C)	170	170	80	60	28,4	480	0,32	ortogonal
	D (C)	170	170	80	60	27,2	480	0,20	ortogonal
MORTIN e GHALI (1991)	JS1 (I)	254	254	152	122	43,2	421	0,74	ortogonal
	JS2 (I)	254	254	152	122	49,0	421	1,00	ortogonal
	JS3 (I)	254	254	152	122	44,7	421	1,00	ortogonal
	JS4 (I)	254	254	152	122	32,2	421	1,00	ortogonal
	JS5 (I)	254	254	152	122	35,8	421	1,00	ortogonal
	JS6 (I)	254	254	152	122	33,9	421	1,00	ortogonal
REGAN (1993)	1(1) (C)	300	300	200	168	35,4	507	0,60	ortogonal
	1(2) (C)	300	300	200	168	35,4	507	0,60	ortogonal
	2(1) (C)	300	300	200	168	35,4	507	0,60	ortogonal
	2(2) (C)	300	300	200	168	35,4	507	0,60	ortogonal
	3(1) (C)	300	300	200	168	41,0	507	0,60	ortogonal
	3(2) (C)	300	300	200	168	41,0	507	0,60	ortogonal
	4(1) (C)	300	300	200	165	42,7	507	0,83	ortogonal
	4(2) (C)	300	300	200	168	42,7	507	0,46	ortogonal
	5(1) (C)	300	300	200	168	38,4	507	0,67	ortogonal
	5(2) (C)	300	300	200	168	38,4	507	0,67	ortogonal
LIM e RANGAN (1995)	Slab 1 (I)	250	250	110	98	25,0	516	0,31	ortogonal
	Slab 2 (I)	250	250	110	87	26,9	516	0,39	ortogonal
	Slab 3 (I)	250	250	110	87	27,5	516	0,39	ortogonal
	Slab 4 (I)	600	150	110	87	26,3	546	0,35	ortogonal
	Slab 5 (I)	600	150	110	87	27,7	546	0,35	ortogonal
	Slab 6A (I)	400	150	110	87	35,5	524	0,38	ortogonal
	Slab 7 (I)	400	150	110	87	27,7	515	0,38	ortogonal
EL-SALAKAWY <i>et al.</i> (1998)	XXX (I)	250	250	120	89	33,0	545	0,60	ortogonal
	HXXX (I)	250	250	120	89	36,5	545	0,60	ortogonal
	XXX-R (I)	250	250	120	89	32,0	545	0,60	ortogonal
	HXXX-R (I)	250	250	120	89	33,5	545	0,60	ortogonal
SHERIF e DILGER (2000a; 2000b)	S1-2/EC (C)	250	250	150	114	28,0	444	1,37	ortogonal
	S2/EC (C)	250	250	150	114	33,0	556	1,37	ortogonal
	EC1(T2) (C)	250	250	150	114	84,1	532	1,28	ortogonal
AFHAMI <i>et al.</i> (2000)	Norte (C)	305	255	152	116	34,8	420	0,51	ortogonal
	Sul (C)	305	255	152	116	34,8	420	1,05	ortogonal
SHERIF <i>et al.</i> (2005)	EX-S1 (I)	300	300	120	100	35,6	394	0,94	ortogonal
	EX-S2 (I)	225	225	120	100	31,7	394	0,96	ortogonal
	EX-S3 (I)	150	150	120	100	31,0	394	1,20	ortogonal
	EX-S4 (I)	150	265	120	100	31,0	394	1,17	ortogonal
	EX-S5 (I)	375	150	120	100	31,0	394	1,17	ortogonal
BOMPA e MUTTONI (2013)	DB07 (I)	300	300	200	157	22,9	583	1,11	ortogonal
	DB08 (I)	300	300	230	187	24,7	583	1,10	ortogonal
	DB09 (I)	300	300	260	217	22,0	583	1,12	ortogonal

\* Nota: Referência quanto ao tipo de modelo ensaiado: (I) laje isolada; (C) laje contínua  
Lajes que aparecerem em grifo se remetem às que possuem armadura de cisalhamento

### 5.2.1.1 – Ligações de borda sem armadura de cisalhamento

A partir dos dados coletados procedeu-se à revisão das disposições de dimensionamento à punção de lajes lisas em pilares de borda sem armadura de cisalhamento, aplicando-se os métodos normativos internacionais considerados [EC 2 (2004) e ACI 318 (2011)]. As estimativas das normas são apresentadas nas Tabela 5.9 e Tabela 5.10.

Tabela 5.9 – Comparativo das normas para lajes sem reforço transversal

Investigadores		Experimental					EC 2 (2004)		ACI 318 (2011)	
Referência	Lajes	$V_{exp}$ (kN)	$M_{exp}$ (kN.m)	$e_{apoio}$ (mm)	Direção de $e_{apoio}$	Modo Ruptura	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u /$ $V_{EC2}$	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u /$ $V_{ACI}$
Presente Pesquisa	L1	308	92	-300	interna	P/T	309	1,00	254	1,21
	L2	315	0	0	centrada	P	222	1,42	297	1,06
	L3	255	77	300	externa	F	137	1,86	177	1,45
	L4	210	84	400	externa	F	122	1,72	156	1,35
	L5	374	37	100	externa	P	192	1,95	257	1,45
	L6	330	66	200	externa	P/YS	165	2,00	219	1,51
	L7	287	115	400	externa	F	135	2,14	165	1,74
	L8	320	128	400	externa	F	131	2,43	166	1,93
	L11	314	110	350	externa	S/YS	136	2,31	163	1,92
	L12	365	55	150	externa	S	178	2,05	218	1,68
L13	357	125	350	externa	F	137	2,62	165	2,17	
ANDERSSON (1966)	Ia	150	56	-370	interna	P/T	175	0,85	95	1,58
	Ib	196	58	-295	interna	F	183	1,07	123	1,60
	Ic	172	70	-410	interna	P/T	196	0,87	120	1,42
KINNUNEN (1971)	1F	128	50	-389	interna	P	144	0,89	57	2,23
	2F	129	45	-353	interna	P	139	0,93	64	2,00
	3F	169	47	-280	interna	P	150	1,13	70	2,40
NARASIMHAN (1971)	ES1	309	0	0	centrada	P	142	2,18	199	1,55
	ES2	342	78	-228	interna	P	226	1,51	198	1,73
	ES5	264	60	228	externa	P	97	2,71	143	1,85
ZAGHLOOL (1971)	Z-IV(1)	122	45	-368	interna	P/C	189	0,65	72	1,71
	Z-V(1)	215	85	-393	interna	P/C	227	0,95	123	1,75
	Z-V(2)	247	94	-379	interna	P	246	1,00	137	1,81
	Z-V(3)	268	104	-386	interna	P	265	1,01	127	2,11
	Z-V(4)	0	81	$\infty$	externa	F/T	228	0,00	248	0,00
	Z-V(5)	279	0	0	centrada	P/C	156	1,79	191	1,46
	Z-V(6)	117	88	-753	interna	P/C	220	0,53	74	1,59
	Z-VI(1)	265	107	-403	interna	P/C	227	1,17	150	1,77
HAWKINS e CORLEY (1974)	CN1	111	47	-422	interna	P/T	206	0,54	112	1,00
	DN1	101	45	-448	interna	P/T	197	0,51	99	1,02
REGAN <i>et al.</i> (1978)	SE1	198	40	-199	interna	YS	154	1,29	142	1,39
	SE2	192	34	-177	interna	P	159	1,21	172	1,11
	SE4	152	31	-201	interna	P	142	1,07	110	1,38
	SE5	164	39	-235	interna	YS	142	1,15	129	1,27
	SE6	149	28	-185	interna	P	122	1,22	125	1,19
	SE7	129	32	-246	interna	YS	157	0,82	121	1,07
	SE8	136	34	-248	interna	P	136	1,00	115	1,19
	SE9	123	36	-290	interna	P	145	0,85	113	1,09
	SE10	114	36	-316	interna	P	145	0,79	106	1,08
	SE11	138	40	-286	interna	P	155	0,89	125	1,11
	(SE12)	69	18	-259	interna	HS	80	0,87	40	1,71
	(SE13)	60	15	-245	interna	S	74	0,81	38	1,58
	(SE14)	46	12	-265	interna	S	79	0,58	37	1,23
	(SE15)	48	7	-154	interna	S	78	0,62	51	0,94
	(SE16)	55	12	-213	interna	C	66	0,83	32	1,72
	(SE17)	50	13	-268	interna	C	76	0,66	31	1,60
	(SE18)	56	15	-264	interna	YS	86	0,65	36	1,57

\* Modos de ruptura experimentais: F: Flexão; S: Cisalhamento local; YS: Escoamento do aço; P: Punção; H: Formação de rótula plástica entre a laje e o pilar; C: Esmagamento do concreto; T: Torção.



Tabela 5.10 – Comparativo das normas para lajes sem reforço transversal (cont.)

Investigadores		Experimental					EC 2 (2004)		ACI 318 (2011)	
Referência	Lajes	$V_{exp}$ (kN)	$M_{exp}$ (kN.m)	$e_{apoio}$ (mm)	Direção de $e_{apoio}$	Modo Ruptura	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u / V_{EC2}$	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u / V_{ACI}$
REGAN (1978)	W1-A	108	30	-275	interna	P/T	108	1,00	61	1,78
	W1-B	112	34	-303	interna	P/T	109	1,02	59	1,91
	W2-A	109	45	-409	interna	P/T	116	0,94	50	2,19
	W2-B	107	38	-354	interna	P/T	131	0,82	55	1,95
BRÄNDLI <i>et al.</i> (1982)	P10A	345	38	-109	interna	P	252	1,37	338	1,02
	P10B	360	77	-214	interna	P	419	0,86	265	1,36
RANGAN (1990)	A	120	32	-265	interna	S	89	1,35	69	1,75
	B	108	28	-258	interna	S	94	1,15	88	1,23
	C	22	9	-427	interna	S	45	0,48	22	1,00
	D	36	10	-275	interna	F	38	0,94	30	1,23
MORTIN e GHALI (1991)	JS1	105	60	-576	interna	P	202	0,52	101	1,04
	JS4	141	60	-428	interna	P	203	0,70	108	1,31
REGAN (1993)	1(1)	282	113	-401	interna	P	290	0,97	230	1,22
	1(2)	264	138	-523	interna	P	290	0,91	194	1,36
	2(1)	256	124	-484	interna	P	290	0,88	204	1,25
	2(2)	285	129	-453	interna	P	290	0,98	213	1,34
	3(1)	416	73	-175	interna	P	277	1,50	380	1,10
	3(2)	233	148	-635	interna	P	305	0,76	182	1,28
	4(1)	289	149	-516	interna	P	335	0,86	209	1,38
	4(2)	281	111	-395	interna	P	283	0,99	255	1,10
	5(1)	331	84	-254	interna	P	308	1,07	310	1,07
	5(2)	236	86	-364	interna	P	308	0,77	254	0,93
LIM e RANGAN (1995)	Slab 1	106	16	-153	interna	P	115	0,92	122	0,87
EL-SALAKAWY <i>et al.</i> (1998)	XXX	125	38	-300	interna	P	114	1,10	86	1,46
	HXXX	69	46	-660	interna	P	118	0,59	52	1,33
SHERIF e DILGER (2000a; 2000b)	S1-2/EC	185	44	-237	interna	P	196	0,95	128	1,44
	EC1(T2)	245	103	-420	interna	P	276	0,89	157	1,56
AFHAMI <i>et al.</i> (2000)	North	181	47	-257	interna	P	162	1,12	156	1,16
	South	220	88	-400	interna	P	206	1,07	120	1,83
SHERIF <i>et al.</i> (2005)	EX-S1	167	50	-300	interna	P	172	0,97	131	1,27
	EX-S2	155	47	-300	interna	P	146	1,06	87	1,77
	EX-S3	95	29	-300	interna	P	135	0,71	54	1,76
	EX-S4	150	45	-300	interna	P	150	1,00	96	1,57
	EX-S5	172	52	-300	interna	P	166	1,04	111	1,55

\* Modos de ruptura experimentais: F: Flexão; S: Cisalhamento local; YS: Escoamento do aço; P: Punção; H: Formação de rótula plástica entre a laje e o pilar; C: Esmagamento do concreto; T: Torção.

Nos histogramas da Figura 5.6 são informadas as excentricidades usadas nas previsões da capacidade resistente das lajes, dadas por  $M/V$ , diferindo, por conseguinte, de  $e_{apoio}$ , uma vez que dependem do posicionamento dos centroides dos perímetros de controles adotados.

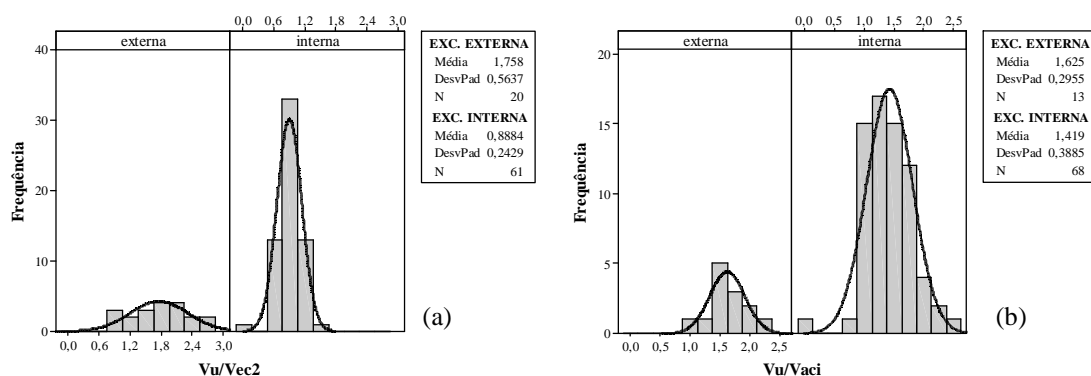


Figura 5.6 – Frequência de excentricidades, conforme: (a) EC2 (2004); (b) ACI (2011) nas ligações de borda sem armadura de cisalhamento

Ao analisar as frequências segundo as estimativas do EC 2 (2004) para lajes sem armadura de cisalhamento, nota-se a influência direta da excentricidade na dispersão dos resultados, tomando por base o valor de  $V_u/V_{EC2}$ . Para excentricidade externa teve média 1,76 com desvio padrão de 0,56 num universo de 20 amostras, enquanto que para excentricidade interna a média foi de 0,89 num desvio padrão de 0,24 num universo de 61 amostras. Isto mostra que as estimativas do EC 2 (2004) para excentricidades internas se encontram mais calibradas e menos dispersas entre si, tendendo a valores no lado inseguro, ao contrário das excentricidades externas, cujas previsões foram bem mais dispersas e conservadoras. Por outro lado, conforme a análise pelo ACI 318 (2011), na excentricidade externa obteve-se média de 1,63, com desvio padrão de 0,3 num universo de 13 amostras; e na excentricidade interna, a média foi de 1,42, com um desvio padrão de 0,39 num universo de 68 amostras, demonstrando que no ACI 318 (2011) a dispersão é equilibrada em ambos os casos. Em ambas as normas o coeficiente de variação é de 27% para o caso de excentricidade externa.

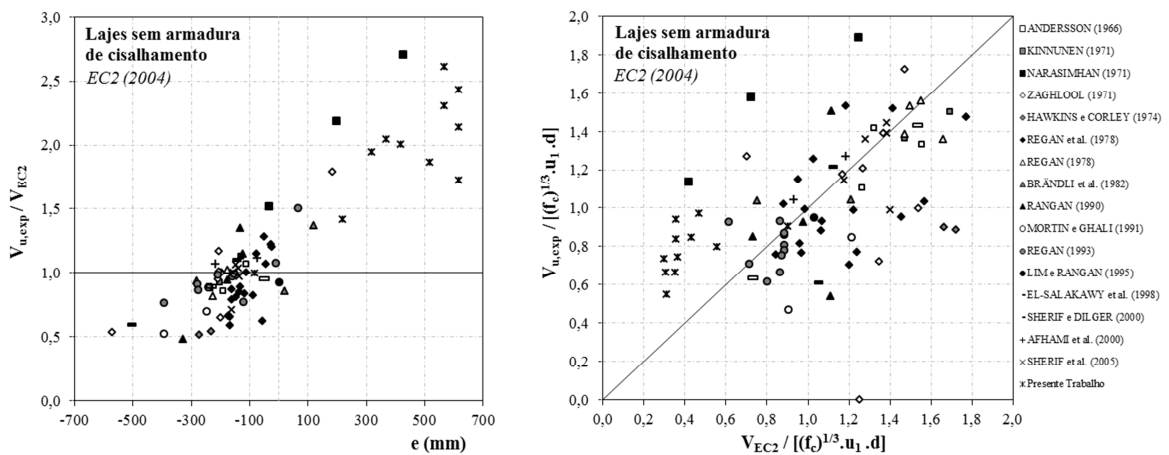


Figura 5.7 – Verificação da precisão das estimativas de resistência à punção das lajes sem armadura de cisalhamento, segundo o EC2 (2004)

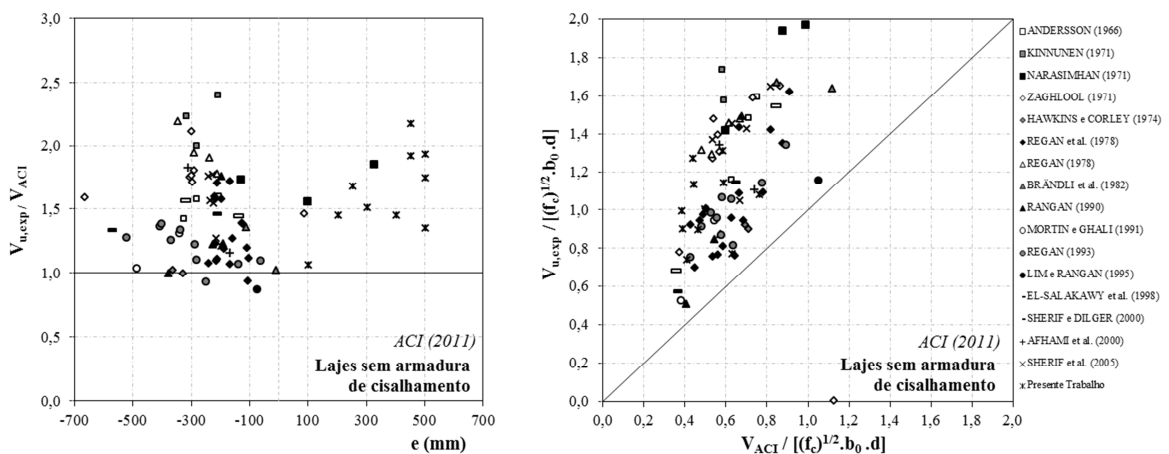


Figura 5.8 – Verificação da precisão das estimativas de resistência à punção das lajes sem armadura de cisalhamento, segundo o ACI 318 (2011)

Concordando com a análise de frequências, a Figura 5.7 confirma o melhor desempenho da norma EC 2 (2004) na previsão à punção para excentricidades internas nas ligações de borda sem armadura de cisalhamento. Deve-se, no entanto, estar alerta aos casos previstos para excentricidade externa, os quais fornecem resultados dispersos e antieconômicos. Já na Figura 5.8, nota-se uma tendência do ACI 318 (2011) em prever, de forma generalizada, resistências das ligações a favor da segurança, igualmente dispersos. Em ambos os casos, é possível correlacionar os resultados descartando a influência das dimensões da ligação (pilar e laje) e resistências do concreto com a conversão em valores normalizados.

### 5.2.1.2 – Ligações de borda com armadura de cisalhamento

As estimativas à punção pelas normas EC 2 (2004) e ACI 318 (2011) em ligações de borda com armadura de cisalhamento são apresentadas na Tabela 5.11, considerando o caso mais crítico entre  $V_{max}$ ,  $V_{out}$  e  $V_{c,s}$  individualmente.

Tabela 5.11 – Comparativo das normas para lajes com reforço transversal

Investigadores		Experimental					EC 2 (2004)		ACI 318 (2011)	
Referência	Lajes	$V_{exp}$ (kN)	$M_{exp}$ (kN.m)	M/V (mm)	Direção de $e_{apoio}$	Modo Ruptura	$V_{EC2}$ (kN)	$V_u /$ $V_{EC2}$	$V_{ACI}$ (kN)	$V_u /$ $V_{ACI}$
Presente Pesquisa	L9	489	0	0	centrada	S	301	1,62	411	1,19
	L10	444	89	200	externa	S	259	1,71	417	1,07
KINNUNEN (1971)	4F	135	48	-353	interna	H	165	0,82	103	1,31
	5F	228	73	-320	interna	PI	184	1,24	101	2,27
	6F	124	36	-294	interna	PI	160	0,78	98	1,26
	7F	224	61	-271	interna	PI	148	1,51	98	2,28
	8P	220	63	-285	interna	C	189	1,16	104	2,11
	9P	235	76	-320	interna	C	187	1,25	103	2,28
NARASIMHAN (1971)	ES3	442	101	-229	interna	PI	301	1,47	201	2,20
	ES4	508	116	-229	interna	PO	305	1,67	205	2,48
	ES6	370	0	0	centrada	PI	158	2,34	163	2,26
	ES7	310	71	229	externa	PO	118	2,63	189	1,64
REGAN <i>et al.</i> (1978)	SE3	256	33	-127	interna	YS	88	2,90	190	1,35
BRÄNDLI <i>et al.</i> (1982)	P11A	588	200	-340	interna	PI	385	1,53	392	1,50
	P11B	470	160	-340	interna	PO	380	1,24	421	1,12
MORTIN e GHALI (1991)	JS2	231	95	-413	interna	F	280	0,83	268	0,86
	JS3	212	90	-422	interna	F	271	0,78	256	0,83
	JS5	212	86	-407	interna	YS	252	0,84	208	1,02
	JS6	201	86	-426	interna	F	188	1,07	230	0,87
LIM e RANGAN (1995)	Slab 2	145	21	-141	interna	PI	174	0,83	134	1,08
	Slab 3	119	20	-172	interna	PI	112	1,06	200	0,59
	Slab 4	161	25	-156	interna	YS/PI	147	1,09	132	1,22
	Slab 5	161	24	-148	interna	PI	194	0,83	199	0,81
	Slab 6A	162	16	-96	interna	PI	227	0,71	144	1,12
	Slab 7	132	14	-104	interna	PI	174	0,76	191	0,69
EL-SALAKAWY <i>et al.</i> (1998)	XXX-R	154	46	-300	interna	F	140	1,10	166	0,93
	HXXX-R	85	56	-660	interna	YS	142	0,60	170	0,50
SHERIF e DILGER (2000a)	S2/EC	213	72	-338	interna	PI	249	0,85	241	0,88
BOMPA e MUTTONI (2013)	DB07	491	1	-2	interna	PI	345	1,42	391	1,25
	DB08	551	0	0	centrada	PI	409	1,35	492	1,12
	DB09	643	0	0	centrada	S	475	1,35	547	1,17

\* *Modos de ruptura experimentais*: F: Flexão; S: Cisalhamento local; YS: Escoamento do aço; PI: Punção dentro da região armada ao cisalhamento; PO: Punção fora da região armada ao cisalhamento; H: Formação de rótula plástica entre a laje e o pilar; C: Esmagamento do concreto; T: Torção.

Aplicando as disposições normativas do EC 2 (2004) e o ACI 318 (2011), respectivamente, tem-se resultados médios de 1,58 e 1,23, com desvios padrão de 0,6 e 0,4 num universo de 12 e 11 amostras na avaliação de excentricidade externa. Já para excentricidade interna, a média é de 1,1 e 1,39, com desvios padrão de 0,3 e 0,64 entre as 19 e 20 amostras.

No entanto, ao tratar-se de uma avaliação da precisão das estimativas de resistência à punção das lajes com armadura de cisalhamento, importa ressaltar que os casos devem ser tratados individualmente – de acordo com o modo de ruptura experimental observado – para que possam ser correlacionados aos valores de  $V_{max}$ ,  $V_{out}$  e  $V_{c,s}$  no perímetro adequado, confirmando ou não a ocorrência de escoamento com ruptura por tração diagonal dentro ou fora da zona reforçada pela armadura de cisalhamento ou por esmagamento do concreto. O estudo normativo sobre a eficiência na previsão dos modos de ruptura direcionado às ligações de borda adotando-se armadura de cisalhamento não foi possível ser concluído em tempo hábil, inviabilizando a apresentação dos resultados na forma de gráficos específicos.

### 5.2.2 – Considerações gerais

Por se considerar mais conveniente em termos de representação da norma brasileira NBR 6118 (2014), optou-se por focar nos efeitos decorrentes da excentricidade a partir do EC 2 (2004), mais especialmente no caso das ligações de borda em lajes lisas sem armadura de cisalhamento. Dessa forma, levando-se em conta as estimativas calculadas, constata-se que a norma europeia tende a ser muito mais conservadora ao utilizar a Eq.(2.22), quando se adota excentricidades externas, superestimando, assim, a capacidade última de suporte da ligação. A discrepância decresce à medida que se aproxima da excentricidade zero, passando a subestimar as resistências das ligações com excentricidades internas, ao usar o perímetro reduzido  $u_l^*$ , que gera resultados contra a segurança.

Essa predisposição é mostrada na Figura 5.9, ao comparar aos resultados das cargas últimas do banco de dados. O fato de haver diversas magnitudes relativas agregadas gera maiores dificuldades na apresentação das relações entre resultados experimentais, seja com relação à previsão do EC 2 (2004) ou ao diagrama de interação experimental, criando uma nuvem de pontos possíveis resultante dos resíduos com limites arbitrários em torno do centroide médio das ligações avaliadas, embora em proporções razoáveis. Os pontos de dados experimentais apresentados no gráfico no lado da excentricidade interna encontram-se próximos da curva, com pontos abaixo (indicando que a norma contra a segurança) e

pontos acima da curva (com valores mais conservadores). Para as excentricidades externas (incluindo ainda os resultados a partir do centroide do perímetro), todos se encontram acima e bem mais afastados da curva, apontando ser excessivamente conservadora.

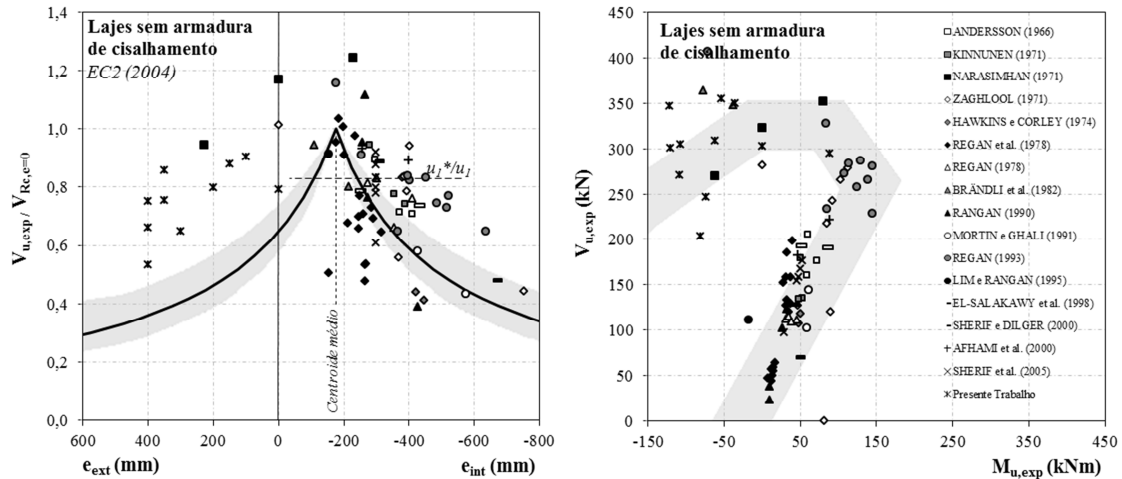


Figura 5.9 – Previsão segundo o EC2 (2004)

Deve-se atentar ao fato de que toda ligação de borda estar sujeita à ação da transferência de momento e cortante, devendo ser apta a resistir a ambos os esforços. Essa interação é constatada também na Figura 5.9 com os resultados advindos do banco de dados relativo às ligações de borda sem armadura de cisalhamento. A nuvem de pontos se assemelha ao diagrama proposto por REGAN (1981), mostrado na Figura 2.13, que retrata a influência de um esforço na mudança do outro para o caso de excentricidades internas. A inclusão de excentricidades externas modifica o sentido dos momentos nas ligações, podendo levar à transposição de eventuais tolerâncias, uma vez que se encontram mais dispersas entre si.

Em pilares de borda, o momento é transferido entre a laje e o pilar por flexão e por cortante na face do pilar perpendicular à direção da transferência de momento, e por cisalhamento e torção nas faces laterais paralelas à direção de transferência de momento. Ao dimensionar uma ligação tomando-se o perímetro de controle do EC2 (2004), por exemplo, deve-se determinar no cálculo do momento por cisalhamento desbalanceado neste perímetro qual é a proporção que se obtém do momento total. Assim, sabendo-se que associada a  $\beta$  existe uma distribuição uniforme de tensões de cisalhamento, proporcional à ação da gravidade, que é somada a outra distribuição de tensões devido ao momento, assume-se que a ruptura ocorre quando a tensão de cisalhamento atinge a resistência do concreto. Com isso, é possível gerar para cada caso estudo um diagrama nos moldes da Figura 2.17, que é limitado pela armadura fornecida. Atentando-se à distribuição de tensões calculadas, parte-

se para o pressuposto de que a distribuição de tensões pode esclarecer o porquê da equação associada à  $\beta$  essa distribuição não estar funcionando adequadamente para o caso sem excentricidade.

Embora a variabilidade dos materiais seja o principal fator para diferença entre as tensões axiais  $v_{R,c}$ , os cálculos parecem fornecer mais indícios empíricos com relação à diferença entre as estimativas na combinação dos esforços, já que deveria ser efetivamente constante para todas as lajes. Tomando-se L2, por exemplo, que atingiu o valor de  $\beta$  correspondente a 1,8, gerando uma equivalência ao valor é decorrente da razão de  $V_{EC2}/V_{R,c}$ . Para o cálculo de um  $\beta$  experimental equivalente ( $V_u/V_{R,c}$ ), tem-se o valor de 1,3 para uma excentricidade zero, justificando a grande diferença deste valor superestimado preconizado pela norma.

No caso de uma possível redistribuição de  $k$ , o cisalhamento assimétrico deve aumentar na região da ligação, fazendo com que as barras que passam pelo pilar de borda escoem, e uma maior parte do momento desbalanceado é, então, resistido por cisalhamento. Essa é uma premissa adotada pela teoria plástica, sendo considerada suficientemente adequada na análise estrutural de peças de concreto armado. Tal suposição ganha força ao verificar a distribuição de tensões para o caso de carregamento mais excêntrico do mesmo grupo de lajes (L4) que ocorre cisalhamento bastante expressivo nas laterais (Figura 5.10).

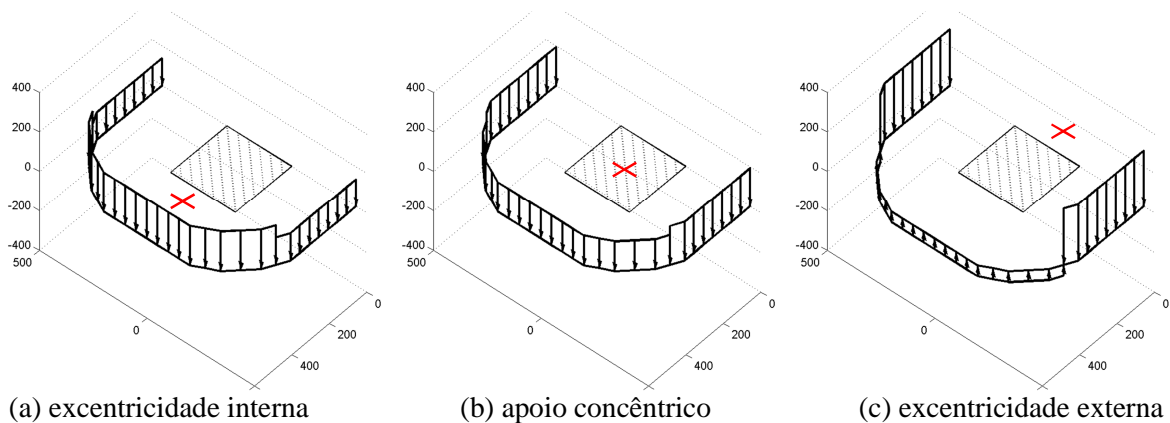


Figura 5.10 – Distribuição das tensões de cisalhamento em L1 ( $e = -300\text{mm}$ ), L2 ( $e = 0\text{mm}$ ) e L4 ( $e = 400\text{mm}$ ), de acordo com o EC2 (2004)

## 5.2 – METODOLOGIA PARA PREVISÃO DE RESISTÊNCIA DE LIGAÇÕES DE BORDA SEM ARMADURA DE CISALHAMENTO

A visualização do problema ocorreu a partir dos apontamentos sobre torção em tubos de paredes finas – cuja teoria para análise e dimensionamento é baseada na analogia de treliça espacial generalizada, bastante explorada no trabalho de VOLLUM (1998) – foi idealizada uma viga submetida à torção cuja seção transversal, conforme essa concepção, tem seu núcleo negligenciado. Partiu-se do pressuposto de que a laje tem uma viga externa que atravessa a ligação entre a laje e o pilar, sendo desenvolvida uma solução aproximada focando, à priori, nas ligações de borda das lajes do grupo 1 ensaiadas neste trabalho.

Para idealizar o modelo, observou-se o mecanismo responsável por fornecer resistência à flexão, à torção e ao cisalhamento à peça para, em seguida, proceder à análise através da aplicação das equações de equilíbrio estático que atuam sobre o tubo de paredes finas. Dessa maneira, quando o momento é aplicado ao sistema, a carga se distribui em torno do tubo, como uma tensão cisalhante, assumindo-se o avanço das fissuras no concreto com o ângulo inicialmente de 45° e as forças longitudinais no aço equilibram os componentes do concreto de acordo com as equações definidas pelo EC2 (2004) para torção.

A representação das forças que atuam na ligação devido à atuação dos momentos fletores e torçores foi considerada de acordo com o diagrama de corpo livre mostrado na Figura 5.11. Assim, obtém-se que a resistência ao cisalhamento é a menor das resistências decorrentes da punção, torção ou flexão, sendo  $V$  limitado pelas seguintes desigualdades:

$$V \leq 2(T_{\max} - 0,25V_{face}c_1 + 0,5M_{face})/e \leq V_{punção} \leq \frac{A_s f_y z}{(e + 0,5c_1)} \quad \text{Eq.(5.1)}$$

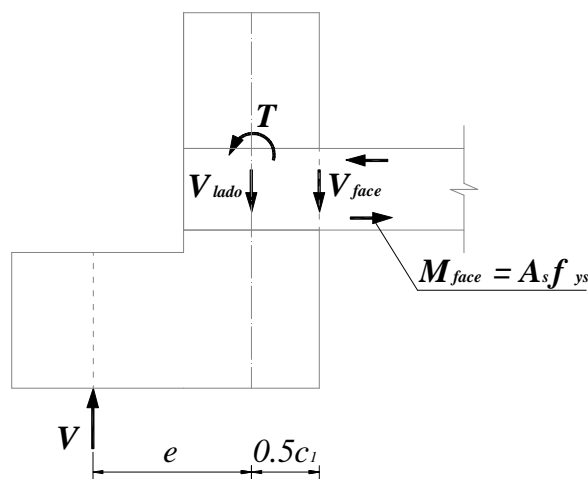


Figura 5.11 – Avaliação dos mecanismos de transferência de carga da laje para o pilar

Considerando o pilar como um corpo livre, obtém-se por equilíbrio vertical a Eq.(5.2).

$$V = V_{face} + V_{lado} \quad \text{Eq.(5.2)}$$

A distribuição da força de cisalhamento é indeterminada em toda a largura da laje de forma que precisa a ser assumida. Uma possibilidade é tomá-la através da Eq.(5.3).

$$V_{face} = \frac{M_{face}}{(0,5c_1 + e)} \quad \text{Eq.(5.3)}$$

onde  $M_{face}$  é o momento na face interna do pilar, determinado de acordo com a Eq.(5.4) considerando-se que as barras de flexão ancoradas no pilar escoam.

$$M_{face} = A_{s,pil} f_y z \quad \text{Eq.(5.4)}$$

Através do equilíbrio de momentos tem-se a Eq.(5.5).

$$T = 0,5Ve + 0,25V_{face} c_1 - 0,5M_{face} \leq T_{max} \quad \text{Eq.(5.5)}$$

onde  $T_{max}$  é a menor das resistências de torção:  $T_{Rd,c max}$  devido o esmagamento do concreto ou  $T_{Rd,l max}$  devido o escoamento da armadura transversal que passa pelo pilar.

A resistência à torção correspondente ao esmagamento de concreto pode ser calculada de acordo com o EC2 (2004) da seguinte forma:

$$T_{Rd,c} = \frac{2v \cdot f_c t A_k}{\cot\theta + \tan\theta} \quad \text{Eq.(5.6)}$$

A máxima resistência à torção devido ao esmagamento de concreto na biela corresponde a  $\cot\theta = 1$  em cada caso, podendo ser assim simplificada pela Eq.(5.7).

$$T_{Rd,c max} = v \cdot f_c t A_k \quad \text{Eq.(5.7)}$$

A resistência à torção pode também ser limitada pelo escoamento da armadura longitudinal em cada caso, adotando-se assim a Eq.(5.8).

$$T_{Rd,l max} = 2A_k A_{sl,ef} f_{yd} / U_k \quad \text{Eq.(5.8)}$$



onde  $U_k = 2(c_1 + h_{laje} - 2t)$ ,  $t = A/U = 0,5c_1 h_{laje} / (c_1 + h_{laje})$ , e  $A_{sl,ef}$  é a área efetiva da armadura longitudinal, que é dada pela Eq.(5.9):

$$A_{sl,ef} = \min [2(A_{slj,t} - A_{slj,flex}), 2(A_{slj,b} + A_{slj,flex})] \quad \text{Eq.(5.9)}$$

onde  $A_{slj,t}$  é a área de armadura transversal superior que passa pelo pilar,  $A_{slj,b}$  é a área de armadura transversal inferior que passa pelo pilar e  $A_{slj,flex}$  é a área de armadura que passa pelo pilar necessária para combater a flexão transversal.

Para uma distribuição uniforme da força cortante ao longo da faixa externa da laje para ambos os lados do pilar  $A_{slj,flex}$  pode ser estimado através da Eq.(5.10).

$$A_{slj,flex} = 0,25V_{lado} (b - c_2) / z f_y \quad \text{Eq.(5.10)}$$

onde  $b$  é a largura da faixa,  $c_2$  é a largura do pilar e  $z$  é o braço de alavanca devido à flexão.

A resistência ao cisalhamento é a menor das resistências correspondentes à punção, torção ou flexão, na qual  $V$  deve ser limitada pelas seguintes desigualdades:

$$V \leq 2(T_{max} - 0,25V_{face} c_1 + 0,5M_{face}) / e \leq V_{punção} \leq A_s f_y z / (e + 0,5c_1) \quad \text{Eq.(5.11)}$$

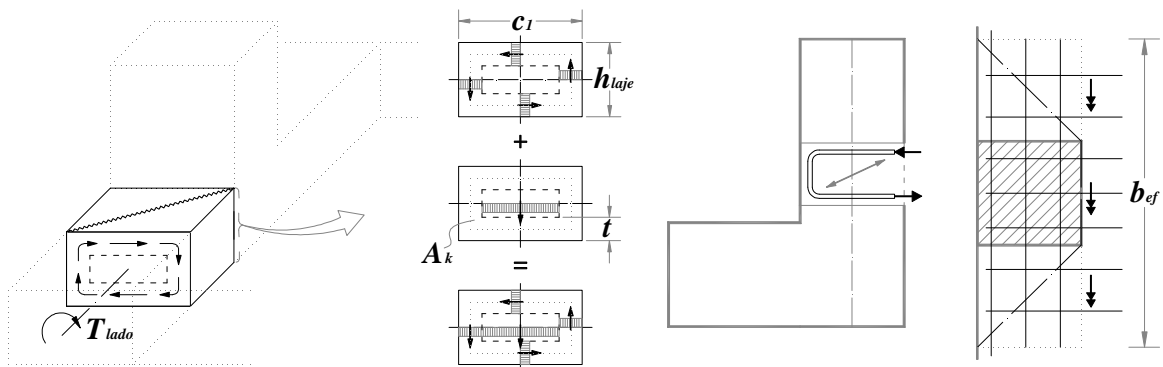


Figura 5.12 – Representação tridimensional do modelo de torção

### 5.2.1 – Implementação de planilha para cálculo

Foi elaborada uma planilha eletrônica visando facilitar a análise dos resultados através de uma metodologia simplificada que permite executar os cálculos de maneira rápida e eficaz. Além disso, a rotina de cálculo foi adaptada utilizando-se as próprias funções registradas na linguagem do MS Excel®, o Visual Basic, que permitiu a automatização dos processos iterativos necessários para aplicar a metodologia.

### 5.2.1.1 – Diretrizes básicas para aplicação da metodologia

Para dar sequência às operações de cálculo através do método proposto, que consiste na determinação de uma solução analítica por torção para estimar a capacidade última das lajes, é necessário dispor dos dados de entrada, cujas informações requeridas levam em consideração as principais características geométricas, dos materiais e condições de equilíbrio, a saber: a excentricidade adotada, as dimensões do pilar, a altura útil e espessura da laje, as dimensões da faixa externa da laje, as larguras alcançadas pelas linhas de ruptura para cada um dos lados do pilar, a tensão de escoamento do aço, a resistência à compressão do concreto, a taxa mecânica das armaduras de flexão, a quantidade e diâmetro das barras de flexão distribuídas ao longo da faixa externa de laje, a quantidade e diâmetro das barras dispostas na largura efetiva de transferência de momento para o pilar nas duas direções.

De posse desses dados, o procedimento usando planilha como ferramenta providencia os cálculos do perímetro de controle para o pilar de borda, o ângulo assumido para a máxima resistência à torção, a profundidade do bloco de tensões do concreto, o braço de alavanca de flexão, e as áreas das armaduras transversais superiores, inferiores e total de flexão transversal, assim como as áreas das armaduras longitudinais efetivas superior, inferior e total. Além disso, para o detalhamento do modelo à torção, faz-se necessário o cálculo das dimensões do tubo de parede fina  $A_k$ ,  $U_k$  e  $t$ , definidas no EC2 (2004) como sendo a área delimitada pelas linhas centrais das paredes (incluindo a área vazia), o perímetro da seção transversal e a espessura efetiva da parede, respectivamente, sendo esta última limitada à razão entre a área e o perímetro da seção transversal da viga adotada na borda ( $A/U$ ).

1. Calcula-se o cortante  $V_{face}$  através da Eq.(5.3), que é limitado à  $V_{face,max}$ , assumindo-se que todo o cisalhamento é introduzido através da face frontal do pilar. Calcula-se o momento  $M_{face}$  que provoca o escoamento da armadura que passa pelo pilar a partir da Eq.(5.4), adotando-se 0,9 o valor da razão  $z/d$ . Por equilíbrio vertical,  $V_{lado}$  é obtido com a Eq.(5.2).
2. Como critério de resistência da ligação,  $V_{crit}$  é o menor valor entre  $V_{punção}$ , que é calculado tomando-se por base o valor da resistência à punção do EC2 (2004) [Eq.(2.15)] e  $V_{torção}$ , que é calculado a partir da Eq.(5.1).

3. Determina-se  $T_{Rd,1max}$  para o escoamento da armadura transversal que passa através do pilar pela Eq.(5.8), e compara-se à  $T_{Rdc}$ , com a Eq.(5.6), devido ao esmagamento de concreto conforme o EC2 (2004), recaindo na Eq.(5.7), de onde se obtém  $T_{rd,cmax}$  como critério de resistência à torção.
4. Com a Eq.(5.9) calcula-se a área de aço longitudinal  $A_{sl,ef}$ , assumindo-se que todas as barras sob tração na largura efetiva  $b_{ef}$  foram mobilizadas. A área de armadura que passa pelo pilar necessária para combater a flexão transversal  $A_{slj,flex}$  é obtida de acordo com a Eq.(5.10).
5. O equilíbrio da torção  $T_{rd,1max}$  é alcançado por  $T_{lado}$ , proveniente da ocorrência do momento  $M_{faixa\ lat}$  e da ação do cortante  $V_{faixa\ lat}$  na face do pilar, devido às porções de laje relativas à toda a largura da faixa transversal  $0,5 \cdot (b-c_2)$ . O momento  $M_{faixa\ lat}$  é obtido pela diferença entre o momento  $M_{face}$  na face frontal do pilar e o momento total  $M_{tot}$  ao longo da faixa de laje, o qual, por ser dependente de  $V_{crit}$ , converte o sistema de equações em um processo iterativo. Da mesma forma, assumindo-se que o cisalhamento se distribui uniformemente na largura efetiva, o cortante  $V_{faixa\ lat}$  é dado pela diferença entre  $V_{face}$  e  $V_{crit}$  em cada lado do pilar.
6. Estima-se o valor de  $V_{guess}$  como o primeiro valor da iteração que, para alcançar o equilíbrio, o qual deve se aproximar de  $V_{torção}$ , até que a diferença entre os dois valores obtidos de duas etapas sucessivas de cálculo se torne suficientemente pequeno. A rotina implementada para agilizar os cálculos, alterando o valor do palpite inicial é descrita na seção 5.2.1.2.
7. Através das iterações, a sequência dos passos 2 a 6 se repete até que o erro calculado fique dentro da tolerância aceitável, adotado neste trabalho quando a diferença zera até duas casas decimais. Assim, tem-se a resistência  $V_{crit}$  através da Eq.(5.11), como o valor da capacidade da ligação de acordo com o método e a carga última experimental  $V_{u,exp}$  pode ser comparada com o valor calculado.

### 5.2.1.2 – Adaptação do Método da Bissecção

O método de bissecção consiste basicamente no processo de refinamento da raiz  $\bar{x}$  de uma função contínua  $f(x)=0$ , avaliada de acordo com a mudança do seu sinal ao longo de uma sequência de intervalos  $[a_i, b_i]$ , cuja amplitude numa iteração é a metade da amplitude do intervalo anterior. Logo, para  $a_0=a$  e  $b_0=b$ , o palpite inicial da raiz é dado por  $x_0=(a+b)/2$ .

Se  $f(x_0) \neq 0$ , deve-se escolher o subintervalo em que a função tenha sinais opostos nas extremidades. Logo, a escolha deve satisfazer a desigualdade  $f(a) \cdot f(x_0) < 0$  ou  $f(x_0) \cdot f(b) < 0$ , repetindo-se o processo até que o critério de precisão  $(b_k - a_k) < \varepsilon$  seja satisfeito.

Dá-se sequência às iterações estimando-se os próximos valores mínimo ( $a_{k+1}$ ) e máximo ( $b_{k+1}$ ) da raiz, obtidos através das considerações:

$$\begin{aligned} \text{Se } f(a_k) \cdot f(x_k) < 0, \text{ então } a_{k+1} &= a_k \text{ e } b_{k+1} = x_k \\ \text{Se } f(a_k) \cdot f(x_k) > 0, \text{ então } a_{k+1} &= x_k \text{ e } b_{k+1} = b_k \end{aligned} \quad \text{Eqs.(5.12)}$$

Com base nesse método, visando simplificar os cálculos, efetuou-se uma adaptação com o objetivo de encontrar a solução para a curva obtida pela metodologia através do tratamento dos erros, isto é, o ponto médio diminui continuamente à metade a cada iteração, redefinindo o novo erro. Quando feito repetidamente, o erro decresce até encontrar uma tolerância aceitável, suficientemente próxima à curva real. Com a atribuição da macro, a segmentação dos erros é executada automaticamente, atualizando os dados da planilha e servindo como uma eficiente ferramenta para aproximação dos critérios de ruptura.

```

Sub Macro3 ()
'
' Macro3 Macro
'
' Variables
Dim Vg As Range
Dim E As Range
Dim Err As Single
Dim Err2 As Single
Dim Diff As Single
Dim n As Integer
Set Vg = Selection
Vg.Name = "Guess"
ActiveSheet.Range("Guess").Offset(0, 1).Select
Set E = Selection
E.Name = "Err"
ActiveSheet.Range("Err").Offset(0, 1).Select
' Definition of Initial Values
n = Vg.Rows.Count
'Loop1
For i = 1 To n
Err = E(i, 1)
Diff = Err / 2
j = 1
'Loop2
Do Until Err <= 0.001 And Err >= -0.001
Err = E(i, 1)
Vg(i, 1) = Vg(i, 1) - Diff
Err = E(i, 1)
Diff = Err / 2
j = j + 1
If j = 100 Then
E(i, 1).Interior.Color = RGB(255, 0, 0)
Exit Do

```

Figura 5.13 – Macro para avaliar a progressão de erro

## 5.2.2 – Aplicação da metodologia

Na previsão das cargas últimas a partir do modelo simplificado de torção supõe-se que a força cortante é uniformemente distribuída em toda a largura da faixa externa da laje, sendo o efeito disso a redução da torção, já que aumenta o momento transversal, ocorrendo também o aumento do cortante da face lateral do pilar. A distribuição do cortante vertical adotado (devido à gravidade) equilibra toda a força cortante direcionada de baixo para cima devido à torção que seria resistida pelo ramo faltante do estribo. Isso acarreta na mudança do cortante da face frontal do pilar para os lados do pilar, provocando o aumento do momento torçor. Assim, com a resistência à punção, impõe-se um limite de segurança que leva à previsões mais razoáveis. A metodologia proposta fornece uma abordagem racional para a previsão da capacidade de ligações entre laje e pilar de borda sujeita a excentricidades. Os resultados obtidos foram confrontados às cargas últimas dos ensaios das lajes do Grupo 1, sendo usados para avaliar o referido método de previsão de carga última, conforme a comparação mostrada na Figura 5.14.

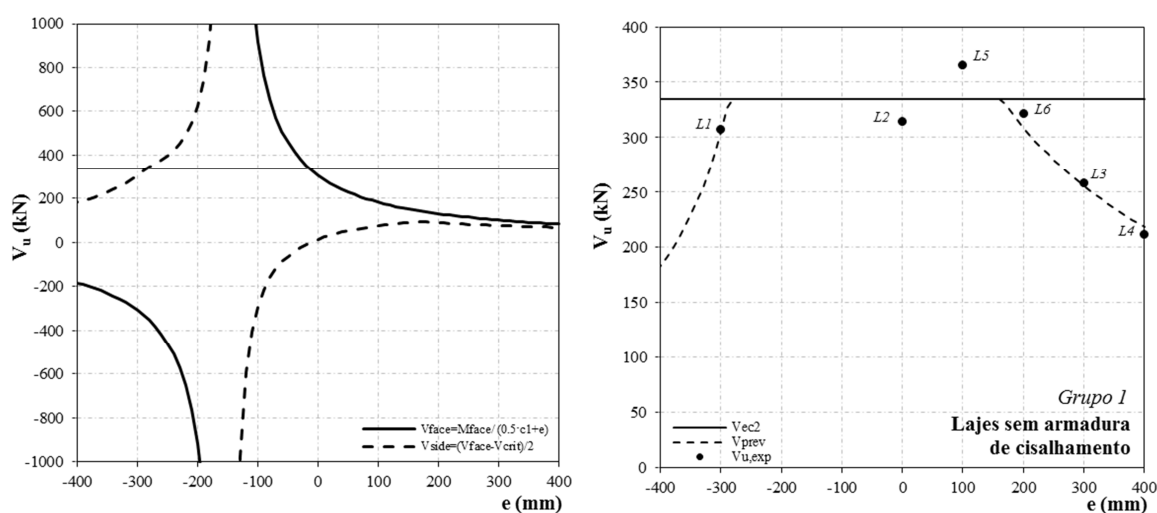


Figura 5.14 – Resultados de acordo com a metodologia proposta

A principal premissa da metodologia de cálculo por torção, supondo que a armadura de flexão longitudinal que passa pelo pilar escoar (barras de flexão ancoradas às linhas de escoamento do pilar), é que a força cortante na face do pilar é assumida ser  $V_{face} = M_{face} / (0,5 \cdot c_1 + e)$ , além de adotar as disposições de dimensionamento à torção pelo EC2 (2004). Seguindo a proposta, é gerada uma curva onde se observa que os valores de  $V_{face}$  e  $V_{lado}$  convergem assintoticamente em  $e \rightarrow +\infty$  e em  $e \rightarrow -\infty$ . Assim, as incógnitas são calculadas através de um sistema entre as Eq.(5.5) e Eq.(5.3), gerando os resultados apresentados na Tabela 5.12.

Tabela 5.12 – Resumo das cargas obtidas através da metodologia de cálculo por torção

Laje	e (mm)	V <sub>face</sub> (kN)	V <sub>lado</sub> (kN)	V <sub>torção</sub> (kN)	V <sub>punção</sub> (kN)	V <sub>crit</sub> (kN)
L1	-300	327,2	305,4	-305,4	335,1	305,4
L2	0	305,4	14,9	∞	335,1	335,1
L5	100	183,2	75,9	653,8	335,1	335,1
L6	200	130,9	89,2	309,3	335,1	309,3
L3	300	101,8	77,0	255,7	335,1	255,7
L4	400	83,3	67,7	218,6	335,1	218,6

Embora os resultados apresentem excelente concordância com os ensaios experimentais deste estudo, ainda há muita coisa que pode ser criticado, como por exemplo, a negligência da interação entre a torção e o cisalhamento nas faixas da borda, assim como o efeito da ausência do ramo vertical interno nos estribos de torção em U incompleta, assumindo-se que o momento torçor nas faixas laterais é bem próximo à resistência à torção calculada. Trata-se, portanto, de uma estimativa otimista, uma vez que foi feita para uma seção com estribos fechados. Além disso, não foi analisada a influencia dos esforços que ocorrem em pontos mais distantes da ligação, deixando-o mais restrito.

Portanto, considerou-se pertinente o desenvolvimento de modelos numéricos baseados em técnicas discretas como o Método dos Elementos Finitos utilizando-se um software comercial para análises linear e não-linear, com o objetivo de avaliar a distribuição de momentos fletores e esforços cortantes avaliados em pontos/trechos específicos, a fim de obter uma compreensão qualitativa e quantitativa em torno da ligação a partir da simulação seu comportamento, fornecendo assim, uma melhor orientação para tomadas de decisões no tratamento do modelo analítico.

## 6 – MODELAGEM COMPUTACIONAL

O método dos elementos finitos (MEF) é uma poderosa técnica numérica para análise de estruturas, sendo uma alternativa relativamente barata e eficiente quando comparado tempo e investimento gastos em ensaios desenvolvidos em laboratório. Ressalta-se, no entanto, que o sucesso no uso desse método está em tentar representar fielmente o comportamento real (ou experimental – quando possível) das estruturas, principalmente nos casos mais complexos que podem levar a escoamentos localizados das armaduras, intensa fissuração e/ou esmagamento do concreto, como pode ocorrer nos casos de punção em ligações de borda. Assim, a precisão na modelagem da geometria, cargas, propriedades dos materiais, condições de contorno e outras propriedades estruturais podem afetar sobremaneira na análise, já complexa por natureza. Essas particularidades são abordadas nesse capítulo.

### 6.1 – APRESENTAÇÃO DOS MODELOS NUMÉRICOS

Seis modelos tridimensionais em elementos finitos foram desenvolvidos através de análises estáticas linear e não-linear no programa TNO DIANA v. 9.1 com o propósito de se obter a distribuição dos esforços nas lajes submetidas a diferentes excentricidades, levando-se em consideração a definição da geometria, condições de apoio, carregamentos e materiais. As excentricidades do apoio foram estabelecidas como variável principal, representando os modelos L1 a L6, cuja excentricidade variou de 300 mm interna até 400 mm externa. Não foram incluídos modelos com armaduras de flexão diferenciada, cisalhamento ou torção.

A Figura 6.1 mostra o refinamento da malha adotada, onde cada modelo continha 1598 elementos de placa bidimensional (50 x 50) mm formando a laje e 736 elementos sólidos tridimensionais (50 x 50 x 50) mm que formava o pilar, totalizando assim 2334 nós.

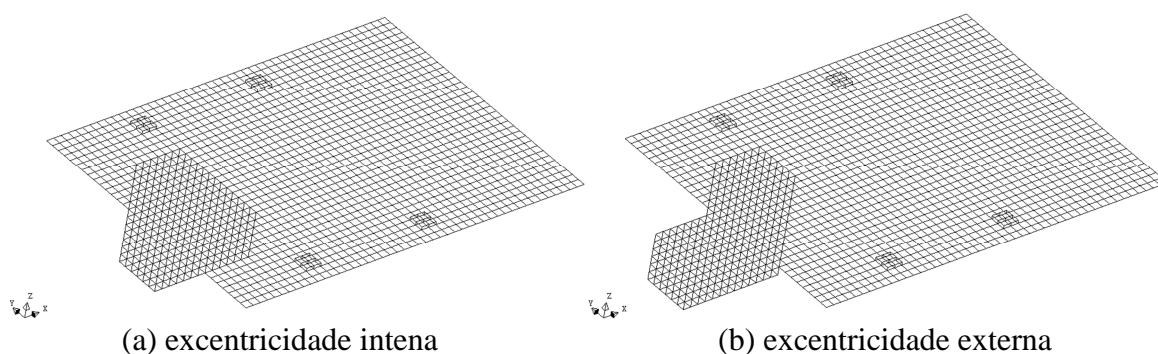


Figura 6.1 – Malha adotada nos modelos numéricos

### 6.1.1 – Definição dos modelos numéricos

As análises foram rodadas a partir da criação de um arquivo de extensão .dat que continha os dados de entrada, tais como as informações físicas, geométricas, das propriedades de materiais, cargas e apoios. A geometria foi criada no pré-processador gráfico *IDiana*, sendo idealizados elementos quadriláteros de casca curva com quatro nós (Q20SH) e cinco graus de liberdade (3 de translação em X, Y e Z e 2 de rotação em X e Y) por nó na modelagem da laje, enquanto que para representar o pilar adotou-se elementos sólidos isoparamétricos do tipo cubo com oito nós (HX24L), onde cada nó apresentava três graus de liberdade (3 de translação em X, Y e Z). Os elementos bidimensionais foram conectados aos tridimensionais como um “sanduíche”, sendo todos os nós da ligação entre a laje (coordenadas dos pontos nodais localizados nas camadas da superfície média) e o pilar foram mesclados a fim de se obter uma completa interação entre os elementos adjacentes.

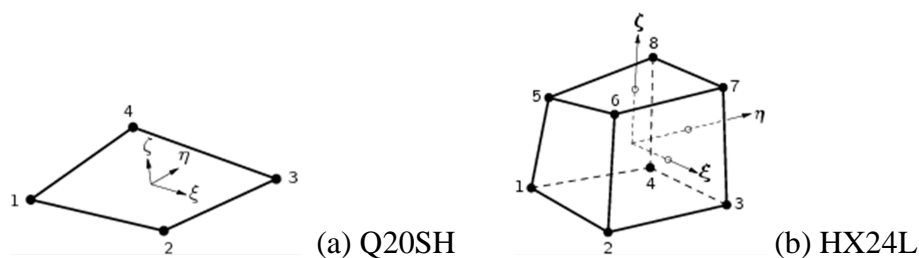


Figura 6.2 – Elementos usados na modelagem da laje e do pilar

As propriedades mecânicas dos materiais foram definidas conforme as obtidas nos ensaios de caracterização. Na modelagem das armaduras foi utilizada, inicialmente, armadura embutida no concreto (*embedded reinforcement*), simulando barras de aço dispostas na mesma posição adotada na parte experimental, por julgar-se que proporcionaria melhor aproximação nos resultados de deformações e deslocamentos. Entretanto, como será apresentado mais adiante na Figura 6.6a, o fato de nem todas as barras discretizadas cruzarem propriamente o elemento finito, ou seja, nas situações em que as barras atravessavam a interface entre os elementos a independência entre os esforços aumentou drasticamente causando um aspecto irregular na distribuição dos esforços. Foi então que passou-se a adotar o conceito de grelha (*grid reinforcement*), na qual a armadura é distribuída uniformemente considerando-se as áreas de aço em cada direção. Nesse caso, a análise dos esforços garantiu maior compatibilidade (Figura 6.6b), fornecendo convergência no aspecto da distribuição das forças cortantes e momentos fletores. Em ambos os casos a aderência foi considerada perfeita entre a armadura e o elemento finito que a envolve.



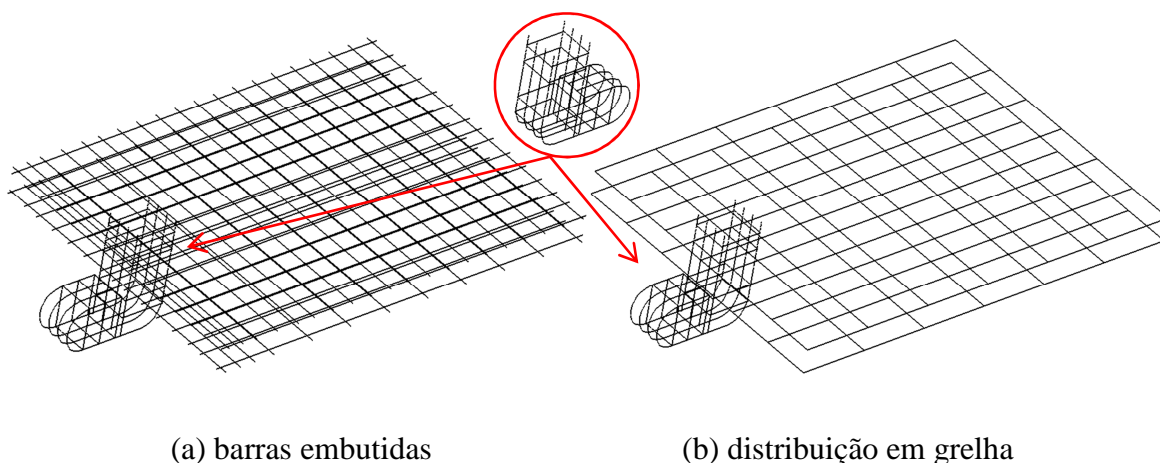


Figura 6.3 – Armaduras adotadas nos modelos numéricos

A aplicação das cargas foi reproduzida de maneira semelhante à situação experimental e embora, idealmente fosse necessário considerar o contato entre a superfície de concreto e a placa de aço utilizada no carregamento, neste estudo assumiu-se a perfeita união entre os materiais. Foi, portanto, descartada a possibilidade de eventuais escorregamentos. Como condições de contorno adotadas, abaixo da projeção do pilar foi considerado um apoio de primeiro gênero, restringindo-se os deslocamento na direção Z da linha externa transversal dos elementos sólidos correspondentes à aba inferior do perfil metálico que era posicionado de acordo com excentricidade requerida, enquanto que na linha do suporte da outra extremidade foi considerado um apoio de segundo gênero, procedendo-se à restrição do deslocamento nas direções X e Z.

#### 6.1.1.1 – Parâmetros adotados

Utilizou-se o conceito de deformação total fixa na orientação da fissuração distribuída como critério de propagação, termo proveniente do inglês “*smearred crack model*”, que assume que a orientação de uma fissura permanece fixa logo após o início da fissuração até mudar sua direção quando o ângulo da fissura variar 90° em relação ao seu ângulo inicial. O programa então calcula automaticamente as ruptura locais, permitindo identificar onde inicia e quais os prováveis locais do colapso a partir da sua propagação.

Esse conceito permite ainda a introdução de um coeficiente de retenção ao cisalhamento  $\beta$ , cujos critérios de fissuração seguem de acordo com as relações de tensão-deformação no comportamento não-linear do material à tração e à compressão do concreto, facilitando identificar o caminho da fissuração e o esmagamento do material. O parâmetro  $\beta$  permite reduzir o valor do módulo de elasticidade transversal do material após iniciada a fissuração

e pode variar de  $0 \leq \beta \leq 1$ , descrevendo como o comportamento ao cisalhamento muda quando o material está fissurado. Isto significa que com o aumento de  $\beta$  a carga de ruptura também será maior, uma vez que inibe a ruptura por cisalhamento. Assim, como no caso do presente estudo, como a principal preocupação foi a distribuição dos esforços cortantes e momento fletores e seus efeitos na rigidez da ligação em detrimento da previsão da capacidade última e modos de ruptura dos modelos, o valor de  $\beta$  foi tomado como um valor mediano (0,5), valor a partir do qual considerou-se que a influência do cisalhamento não foi mais relevante na ruptura. Cabe ressaltar que o estudo prévio do  $\beta$  (valores que vão desde 0,05 a 0,90) e a avaliação de sua influência na resposta do modelo foram realizados, contudo não foram incluídos no corpo desta tese.

A estratégia de solução adotada foi pelo método padrão de Newton-Raphson, com critério de convergência em energia de 0,01, sendo observado que abaixo desse nível a análise tendia a parar prematuramente, uma vez que os critérios de convergência de energia não convergiam. No tocante ao incremento de carga, esse foi dividido igualmente em cerca de 22 passos, tanto na etapa de calibração quanto na etapa de análise paramétrica dos modelos, a fim de se obter uma curva com um número de pontos apropriado.

#### **6.1.1.2 – Modelos constitutivos**

Para a resposta dos modelos em termos de tensão no material resultante da aplicação das cargas (e consequentes deformações) considerou-se a não linearidade dos materiais, com base nos seguintes modelos constitutivos:

O aço foi considerado através do critério de plastificação de Von Mises, adotando-se como modelo constitutivo um material de encruamento linear (ou modelo elastoplástico linear), cujas características são as mesmas na tração e na compressão.

O concreto foi tratado como um material elastoplástico perfeito em  $f_{cc}$  quando em regime de compressão, enquanto que quando submetido à tração assumiu-se um comportamento elástico linear, limitado pela resistência à tração  $f_{ct}$ , seguido de um regime de "amolecimento" pelo fenômeno do enrijecimento à tração (*tension stiffening*). O concreto é assumido como sendo um material isotrópico antes de fissurar e o início do amolecimento do concreto corresponde ao início da fissuração.

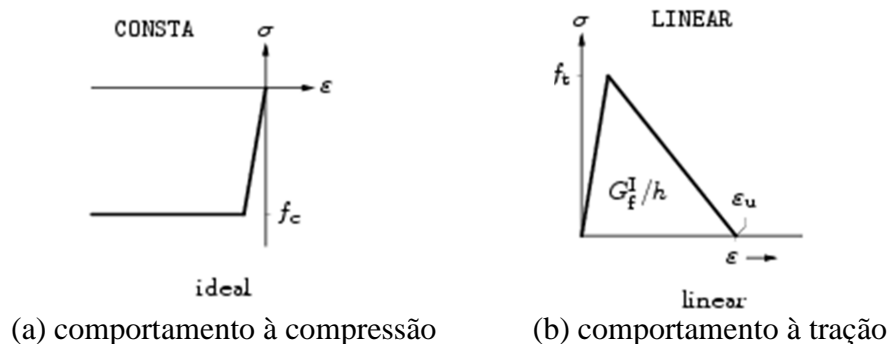


Figura 6.4 – Relações tensão-deformação para o concreto

VOLLUM e TAY (2007) esclarecem que é impossível modelar a tensão de esmagamento do concreto realisticamente utilizando a mesma relação de tensão-deformação em toda a profundidade do elemento. Isto ocorre por causa das alterações das curvas tensão-deformação no perfil do concreto com o enrijecimento à tração resultante da redução da deformação nas armaduras quando surgem fissuras na interface com o concreto. Os autores concluíram através de análise paramétrica que valores de  $0,5 \cdot \epsilon_s$  e  $0,5 \cdot f_{ct}$  foram os valores que geraram curvas mais semelhantes à determinada pelo EC2 (2004), sendo considerados suficientemente precisos para fins práticos, e por isso, foram adotados neste trabalho.

### 6.1.2 – Calibração e validação dos modelos numéricos

No processo de calibração, os valores experimentais medidos são utilizados para validar a simulação numérica, partindo-se dos deslocamentos verticais no ponto monitorado pelo LVDT 5 para proceder às comparações. A Figura 6.5 mostra os resultados referentes à armadura modeladas como grelha e barra, somente para a laje L2 ( $e=0\text{mm}$ ), seguido de um comparativo entre todos os modelos, conforme os parâmetros apresentados anteriormente.

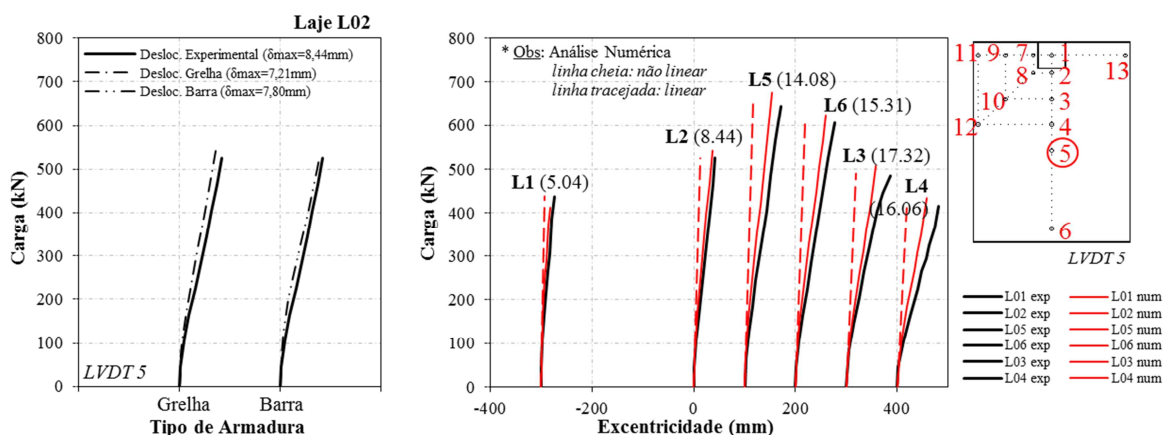


Figura 6.5 – Ponto de partida monitorado para avaliação do deslocamento vertical

Percebe-se que não houve mudança expressiva entre os modelos cujas armaduras foram discretizadas em barras isoladas e grelhas. Assim, embora as primeiras tenham mostrado uma aproximação ligeiramente maior frente aos resultados experimentais, optou-se por apresentar somente os resultados dos modelos que utilizaram grelhas como armadura distribuída, dada à sua distribuição dos esforços mais suave e precisa (Figura 6.6).

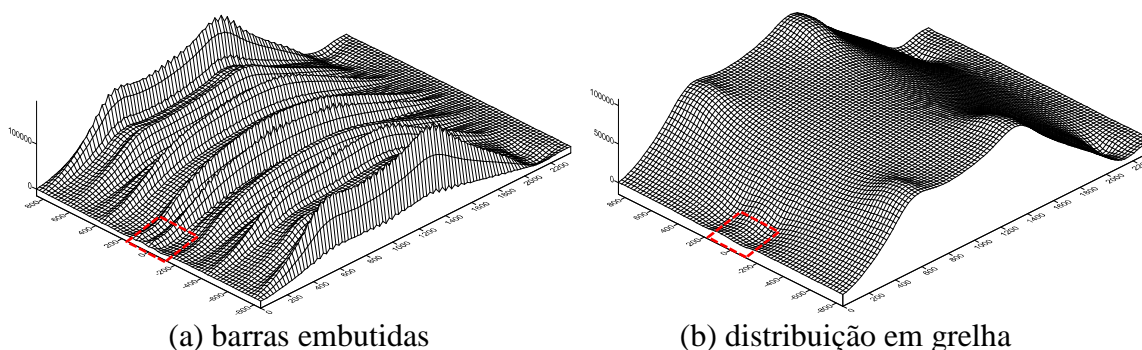


Figura 6.6 – Distribuição do Momento  $M_{YY}$  segundo o tipo de discretização da armadura

As Figura 6.7 a 6.10 mostram comparativamente os resultados das deformações numéricas e experimentais (1ª Série) em conformidade com os parâmetros apresentados. Observou-se o comportamento razoavelmente semelhante entre os modelos avaliados, embora tenha evidenciado maior rigidez na simulação numérica. As maiores discrepâncias observadas foram com relação aos valores medidos experimentalmente referentes aos extensômetros transversais inferiores.

No entanto, conforme as Figura 6.11 a Figura 6.19, observa-se que os modelos numéricos comprovam uma aproximação satisfatória em termos de deslocamentos verticais, embora ocorra um comportamento mais rígido. Já nas proximidades da ligação entre a laje e o pilar há um maior distanciamento da previsão computacional, possivelmente dado pelo rebaixamento da projeção do pilar devido à imposição da excentricidade “em balanço”. Todavia, vale ressaltar que numa estrutura real esse desnível do pilar não ocorre.

Destaca-se ainda que os modelos não foram utilizados para pesquisar a carga de ruptura. As relações de deformações e deslocamentos verticais avaliadas no contexto deste estudo reproduzem tão somente a tendência da curva experimental para um nível aproximado de carregamento. Dada a pouca relevância na previsão de modos de ruína ou cargas últimas, as curvas foram interrompidas em níveis similares de carga experimental. Para fins de avaliação da distribuição de esforços, o modelo mostrou-se adequado para descrever o comportamento de ligações de borda submetidas a excentricidades internas e externas.

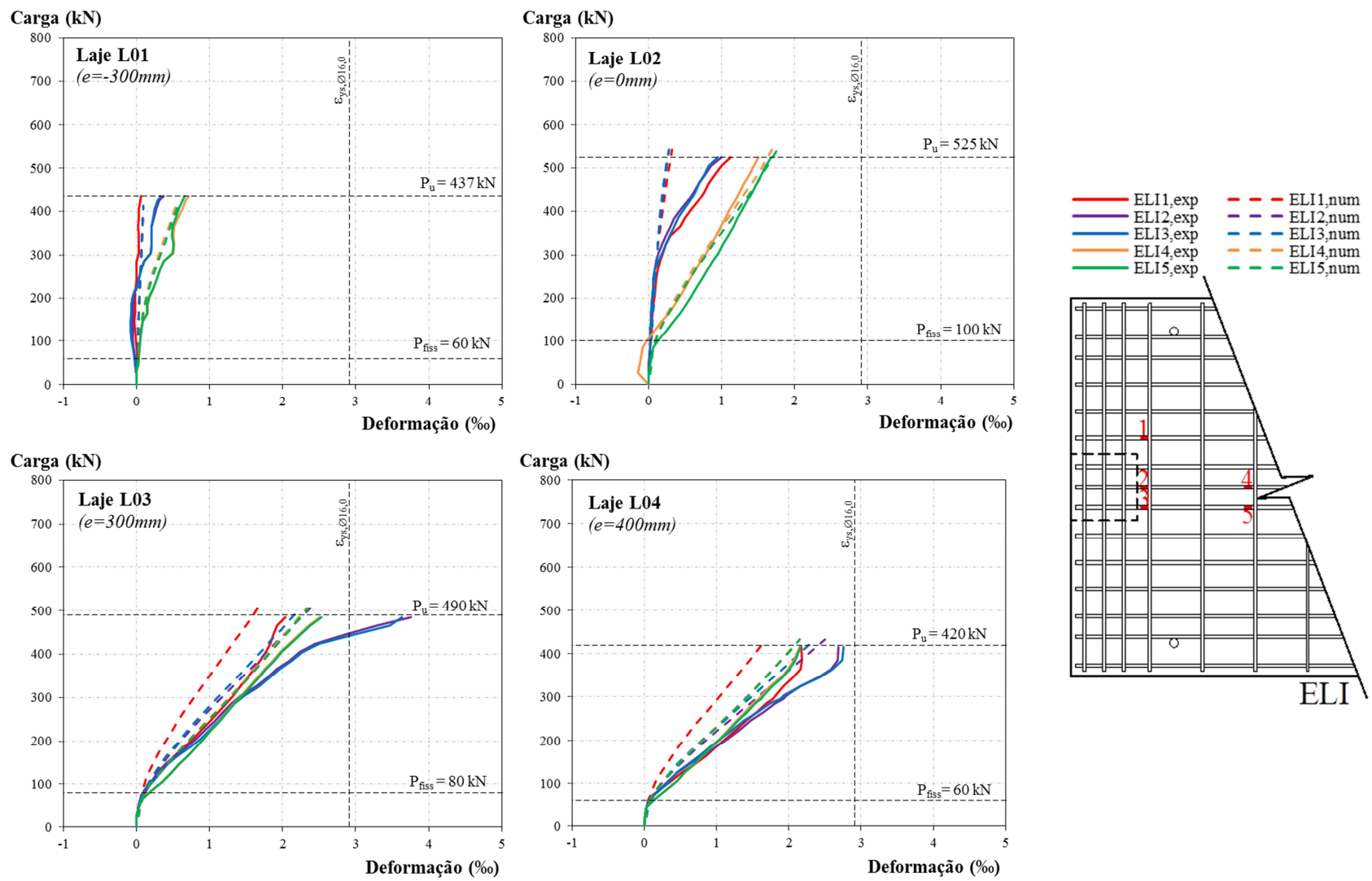


Figura 6.7 – Deformações monitoradas na armadura longitudinal inferior

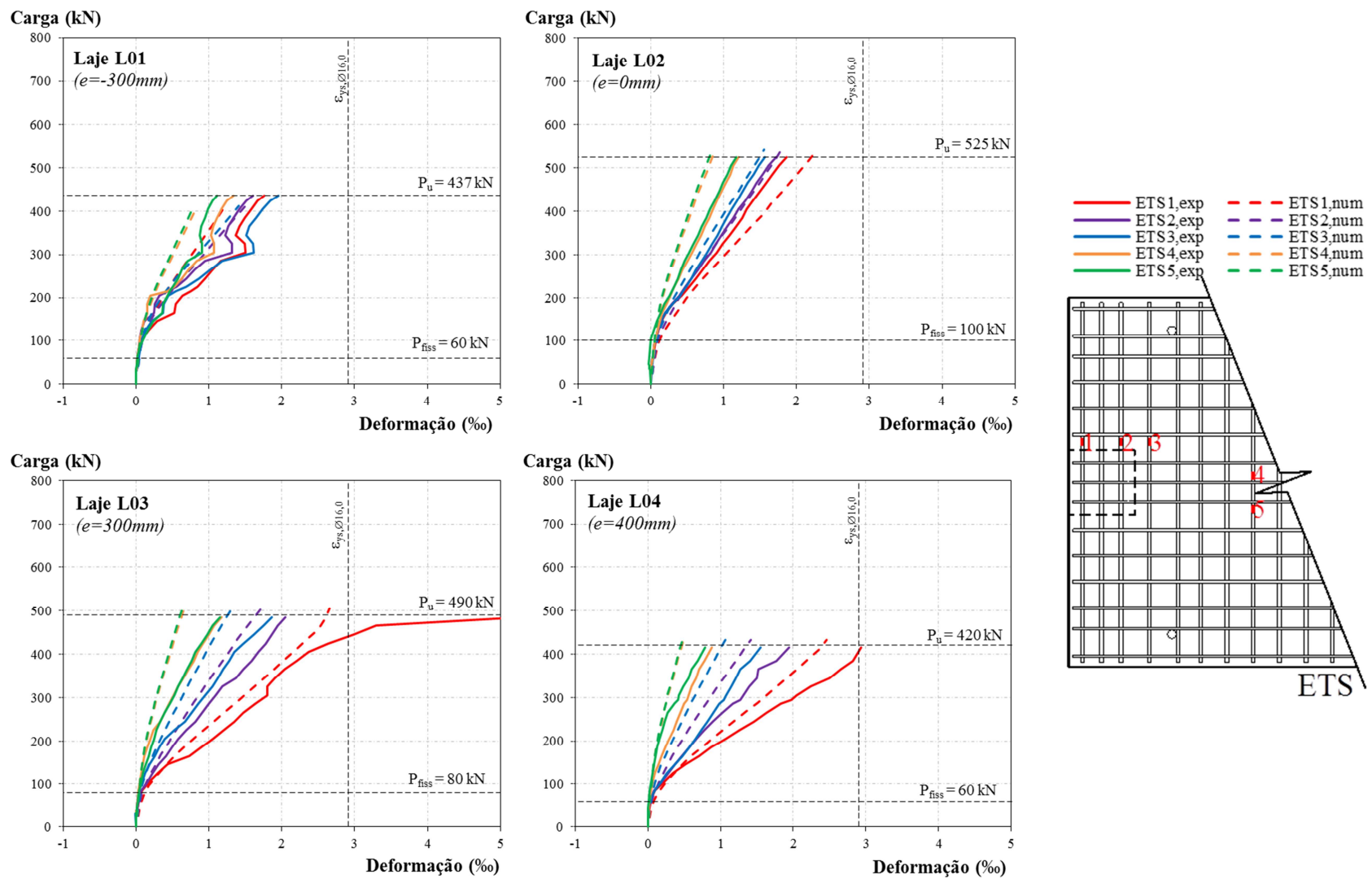


Figura 6.8 – Deformações monitoradas na armadura transversal superior

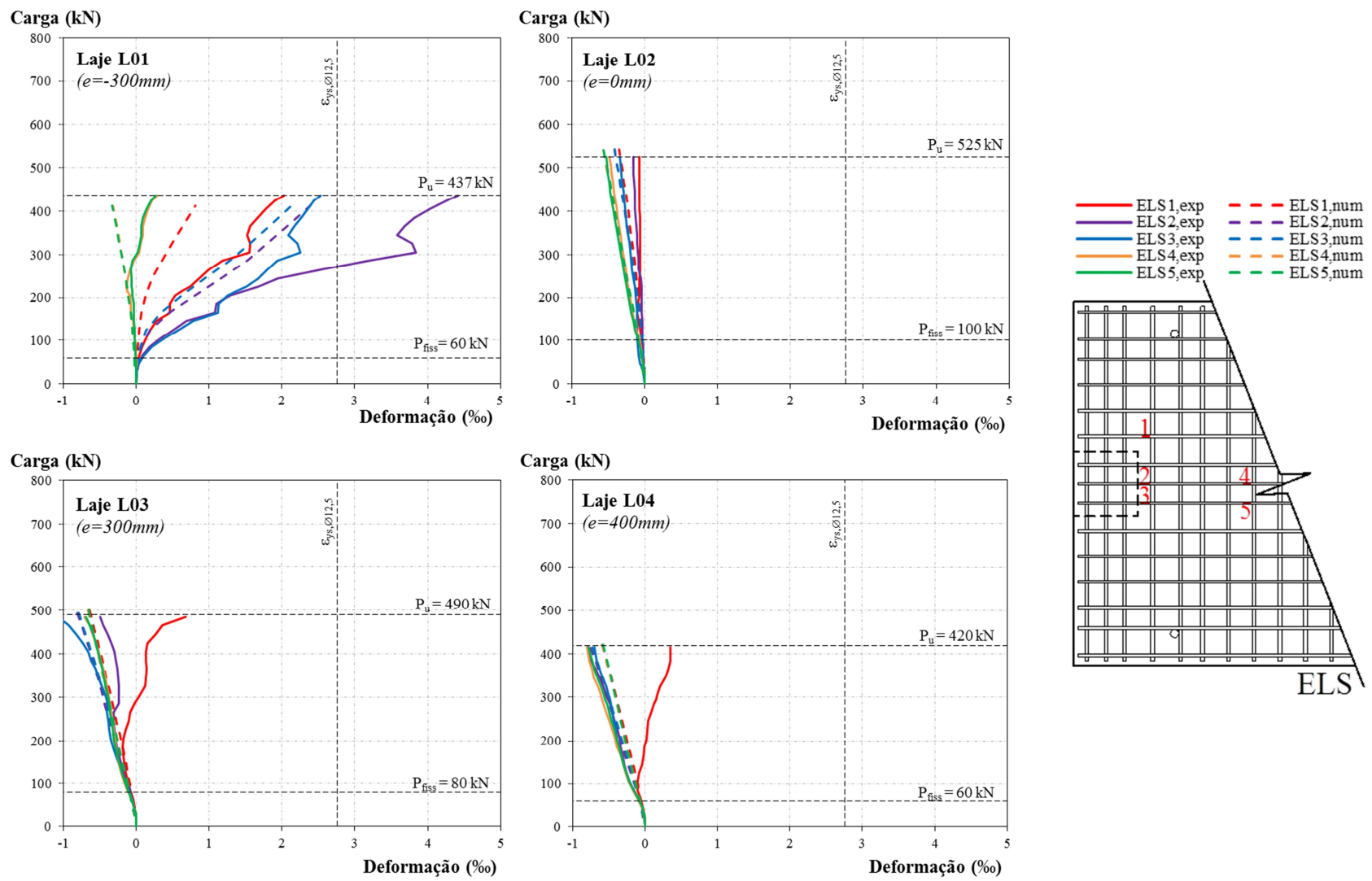


Figura 6.9 – Deformações monitoradas na armadura longitudinal superior

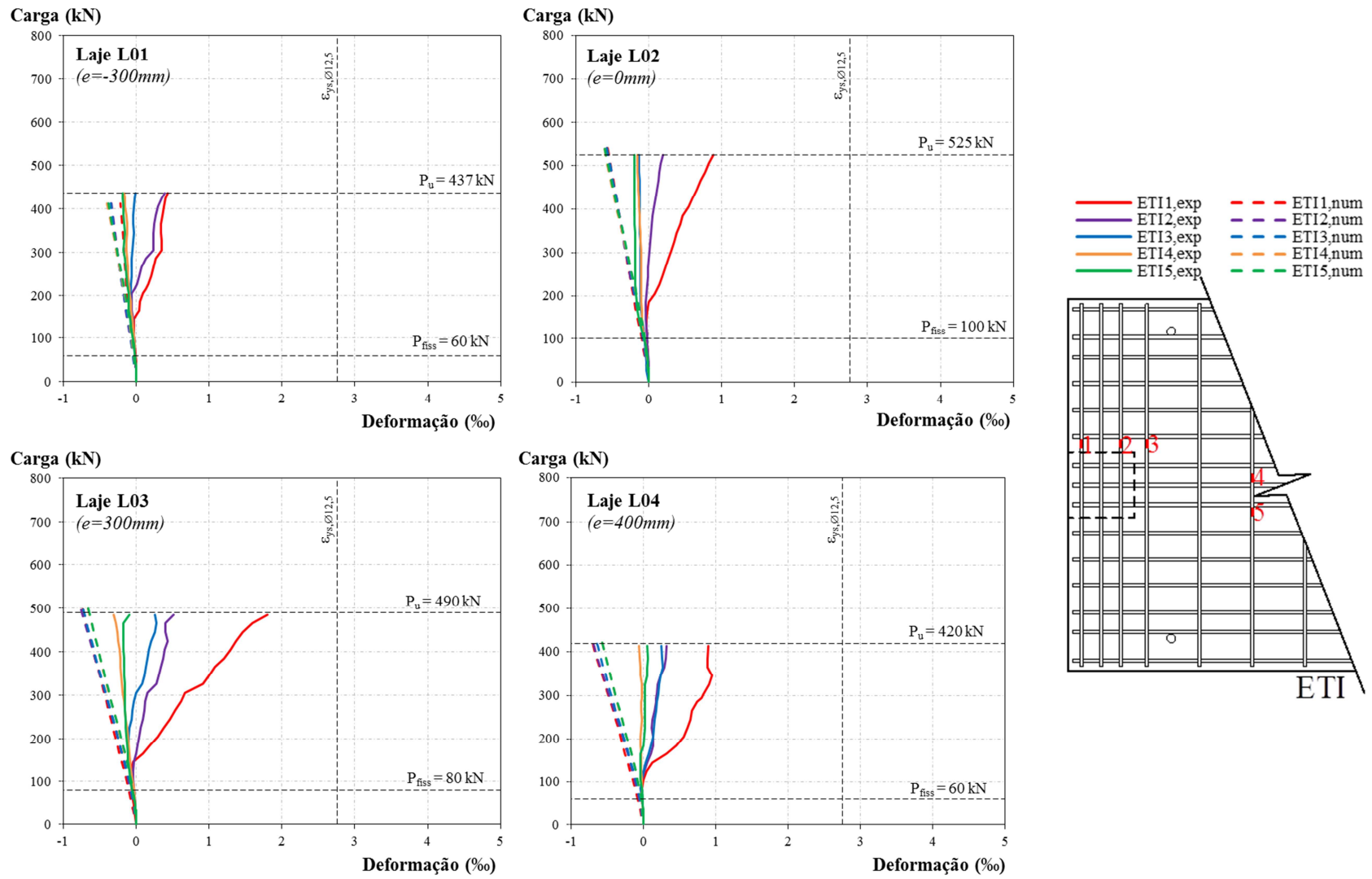


Figura 6.10 – Deformações monitoradas na armadura transversal inferior



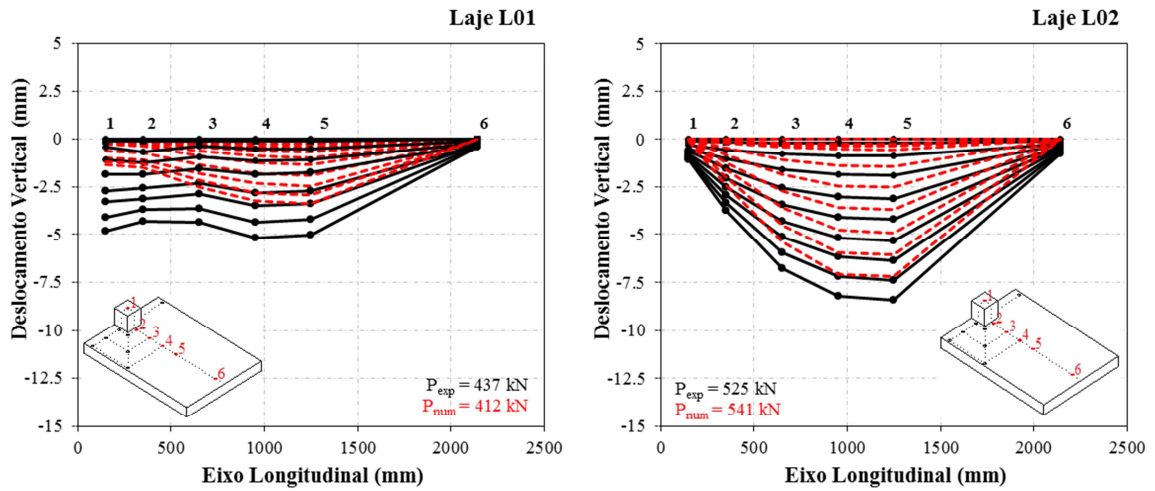


Figura 6.11 – Comparativo entre os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L1 ( $e=-300\text{mm}$ ) e L2 ( $e=0\text{mm}$ )

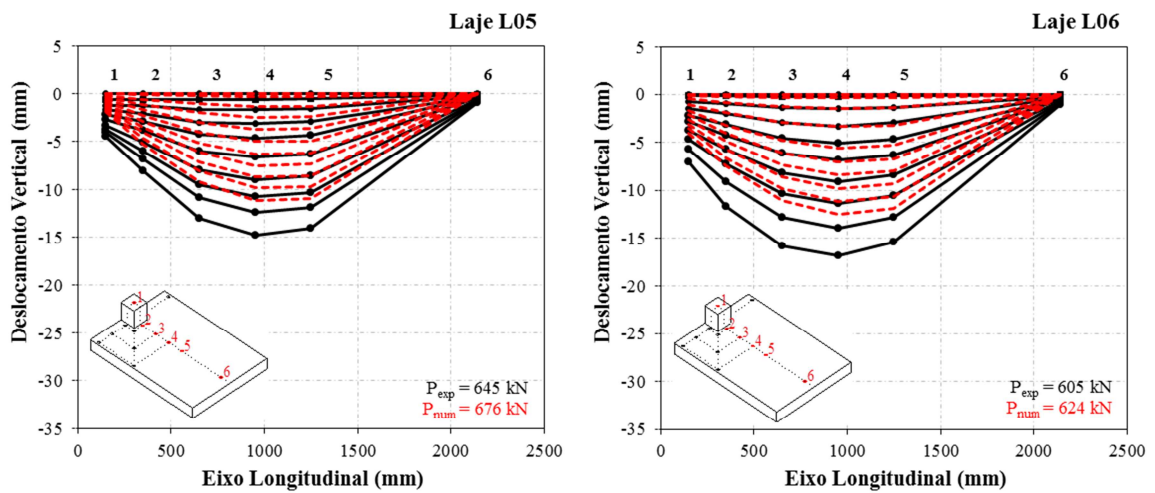


Figura 6.12 – Comparativo entre os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L5 ( $e=100\text{mm}$ ) e L6 ( $e=200\text{mm}$ )

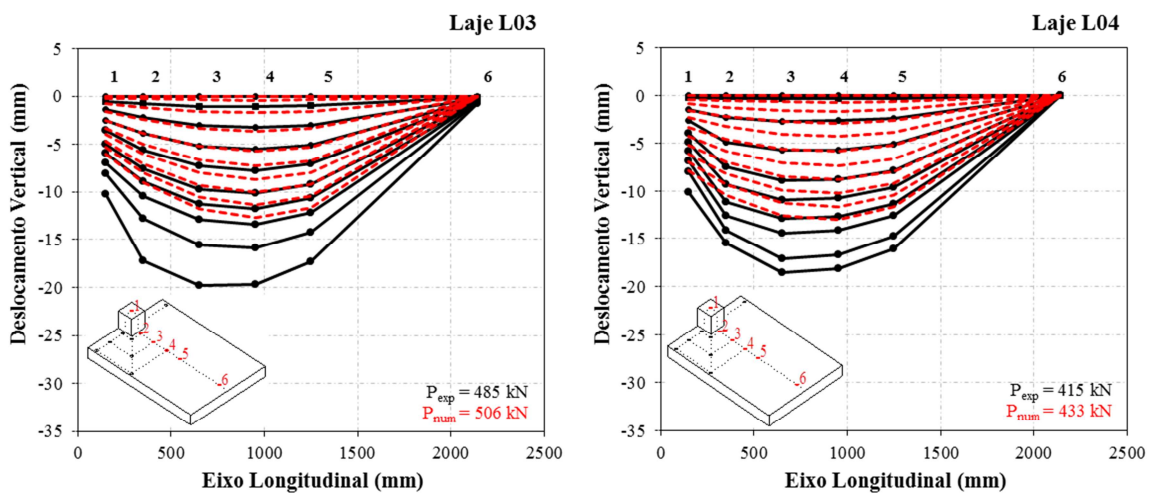


Figura 6.13 – Comparativo entre os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L3 ( $e=300\text{mm}$ ) e L4 ( $e=400\text{mm}$ )

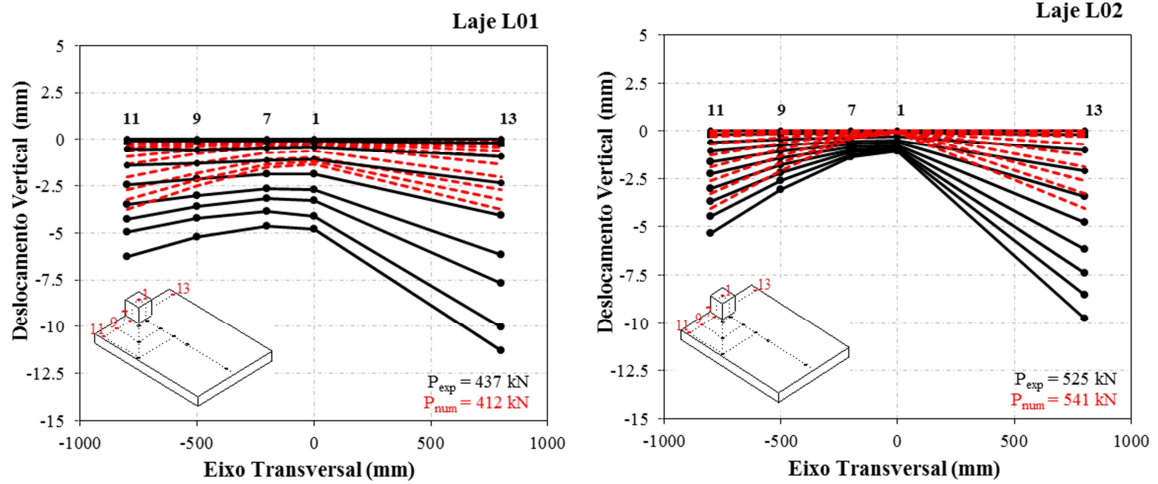


Figura 6.14 – Comparativo entre os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo transversal das lajes L1 ( $e=-300\text{mm}$ ) e L2 ( $e=0\text{mm}$ )

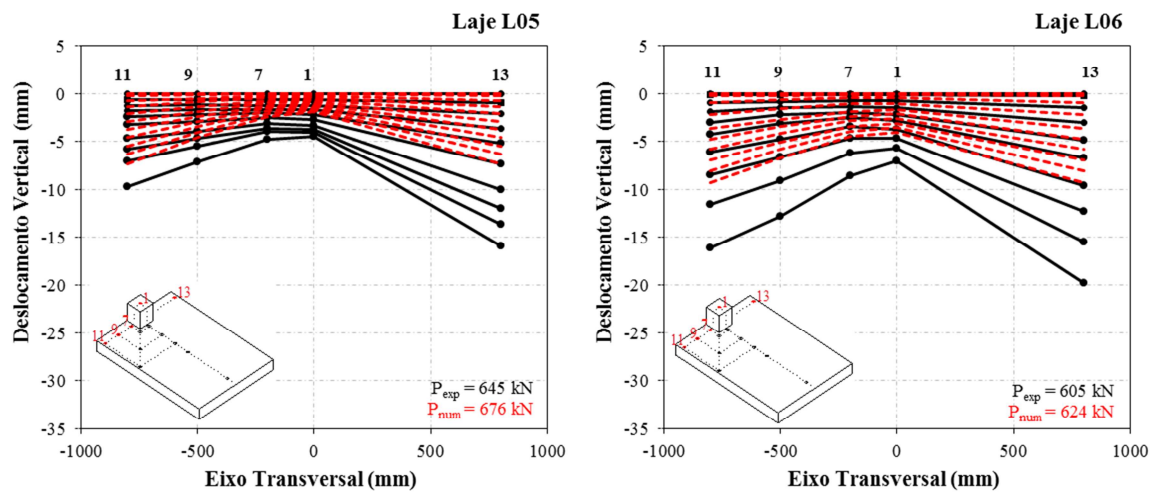


Figura 6.15 – Comparativo entre os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L5 ( $e=100\text{mm}$ ) e L6 ( $e=200\text{mm}$ )

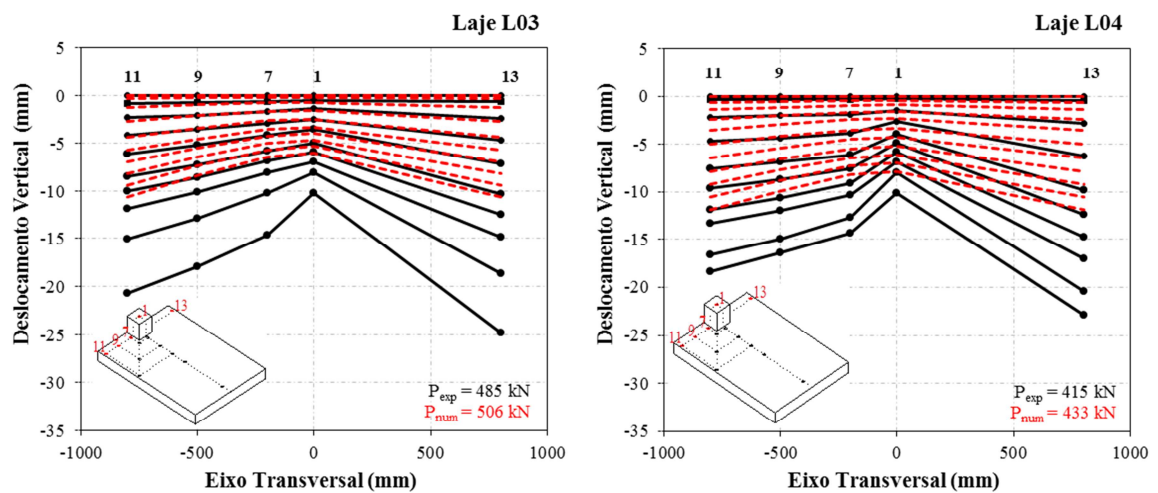


Figura 6.16 – Comparativo entre os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo longitudinal das lajes L3 ( $e=300\text{mm}$ ) e L4 ( $e=400\text{mm}$ )

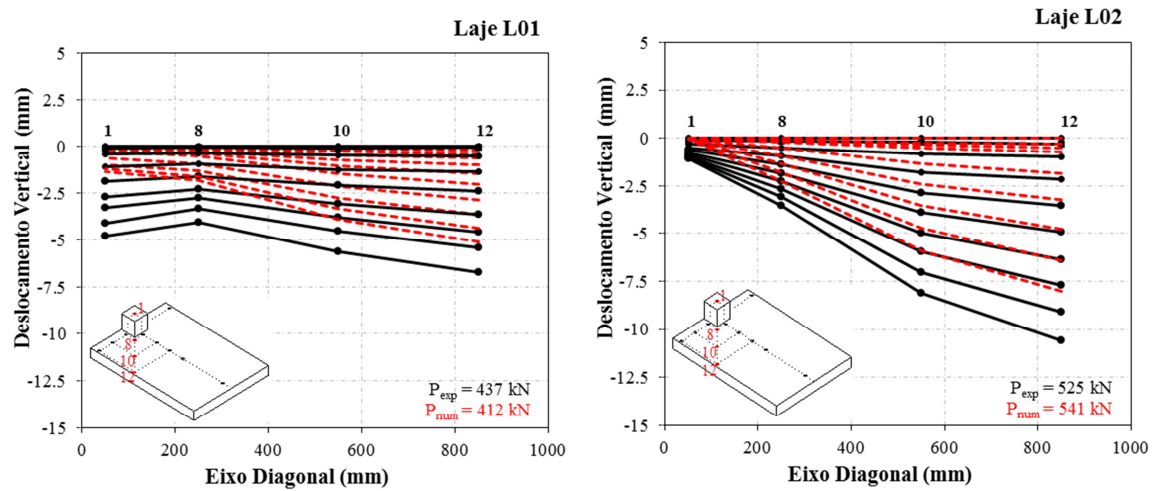


Figura 6.17 – Comparativo entre os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo diagonal das lajes L1 ( $e=-300\text{mm}$ ) e L2 ( $e=0\text{mm}$ )

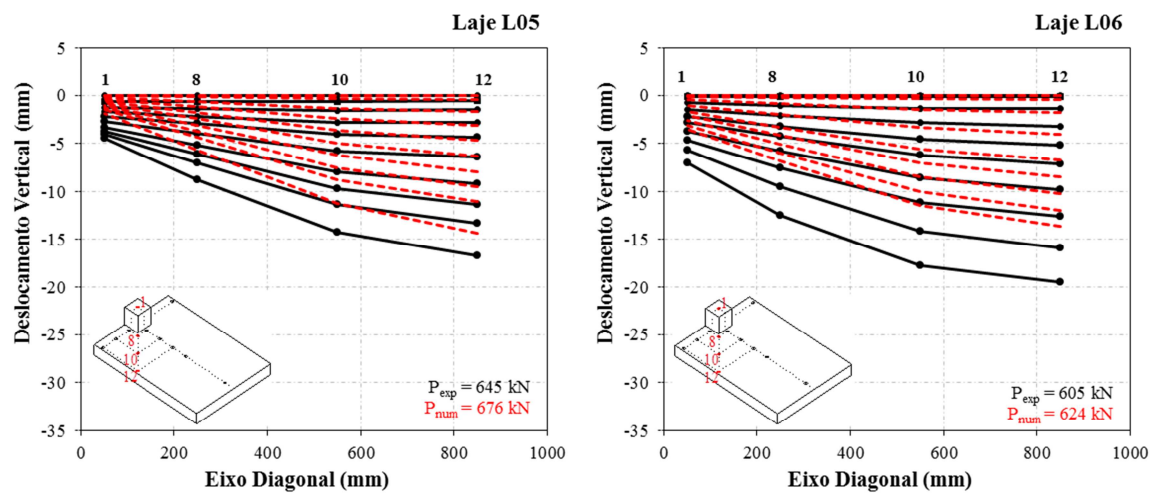


Figura 6.18 – Comparativo entre os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo diagonal das lajes L5 ( $e=100\text{mm}$ ) e L6 ( $e=200\text{mm}$ )

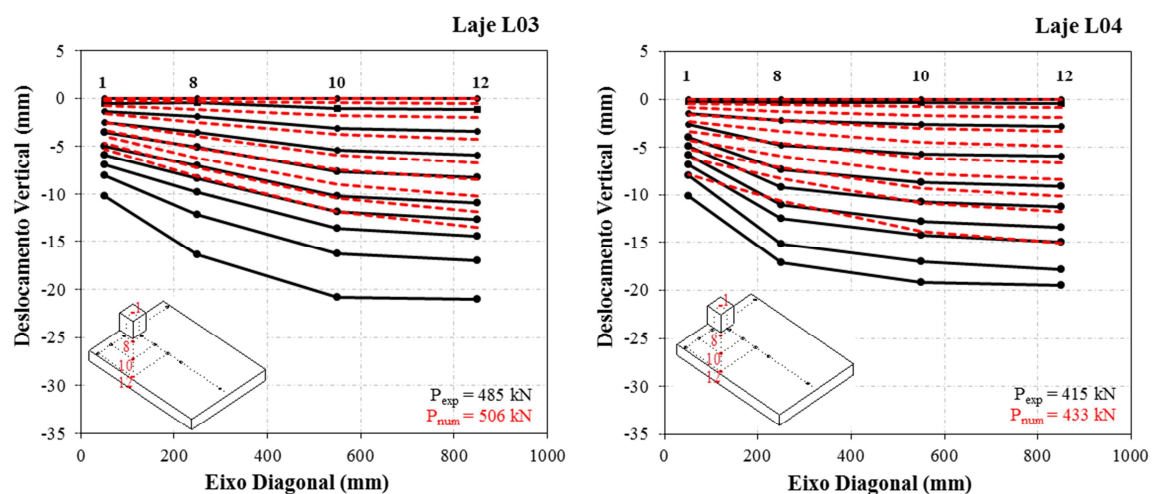


Figura 6.19 – Comparativo entre os deslocamentos verticais numérico e experimental no eixo diagonal das lajes L3 ( $e=300\text{mm}$ ) e L4 ( $e=400\text{mm}$ )

### 6.1.3 – Pós-processamento

Após a preparação dos dados do modelo e a avaliação da aptidão do modelo numérico, entende-se que a simulação foi capaz de descrever, com certa precisão, o comportamento quanto à rigidez do modelo experimental até a ruptura, possibilitando calibrar os parâmetros utilizados nesta análise. Partindo-se, então, para a interpretação dos resultados de fissuração com a ressalva perante os modelos numéricos de que os elementos utilizados podem não representar com fidelidade a distribuição das fissuras em função das limitações dos vetores e da captação do cisalhamento, o padrão de fissuração à carga última observado nas Figura 6.20 a Figura 6.25 se trata de um indicador razoável das direções predominantes nas superfícies tracionadas, como constatado nos ensaios experimentais.

As Figura 6.26 a Figura 6.31 ilustram o traçado do diagrama carga-curvatura numérico a partir das leituras das deformações da armadura superior e inferior dos gauges posicionados no ponto ELS2 juntamente com os mapas de evolução da fissuração, em quatro pontos selecionados, divididos a aproximadamente  $\frac{1}{4}$  da carga última das lajes permitindo a visualização do padrão atingido em cada etapa.

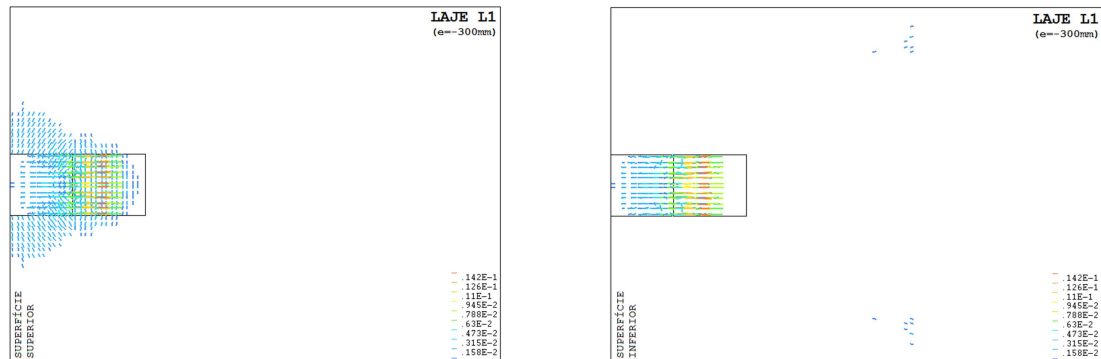


Figura 6.20 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L1 ( $e=-300\text{mm}$ )

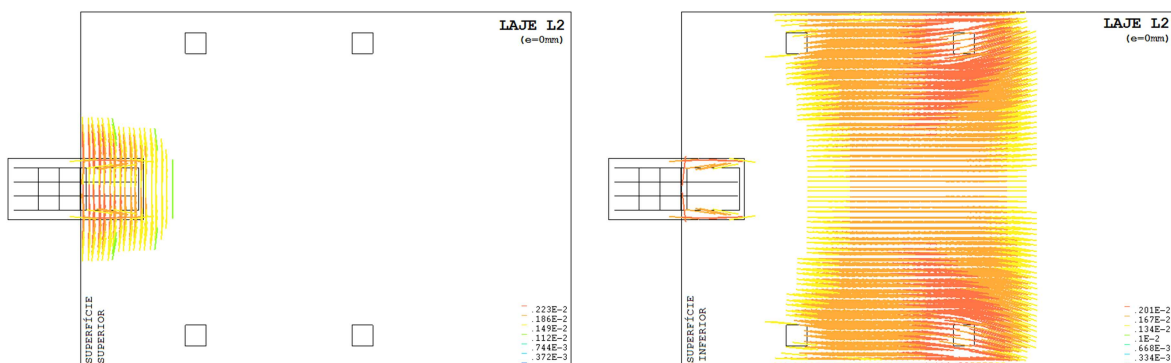


Figura 6.21 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L2 ( $e=0\text{mm}$ )

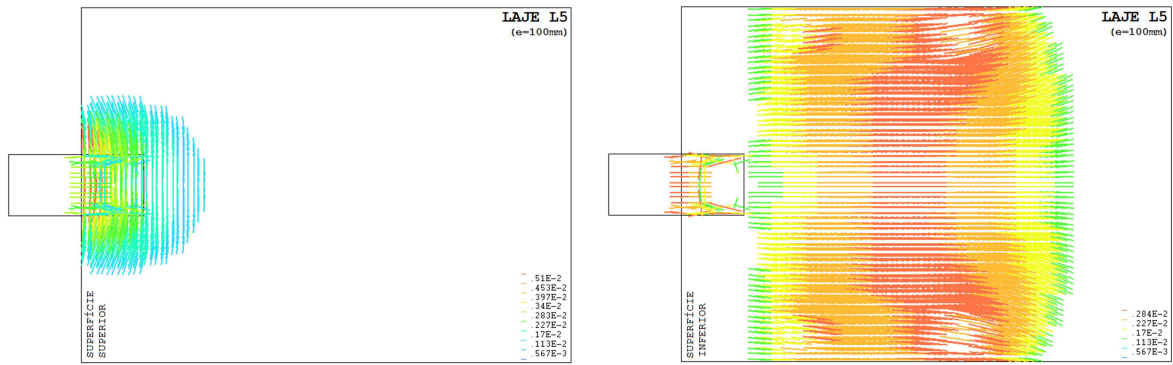


Figura 6.22 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L5 (e=100mm)

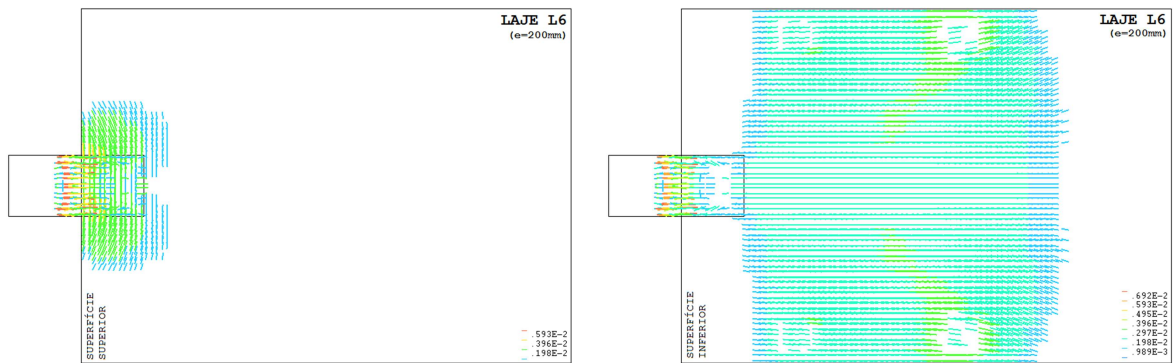


Figura 6.23 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L6 (e=200mm)

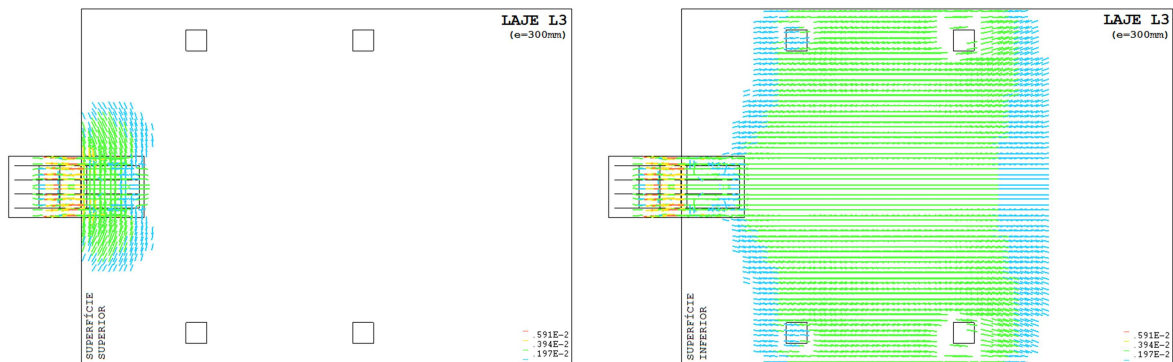


Figura 6.24 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L3 (e=300mm)

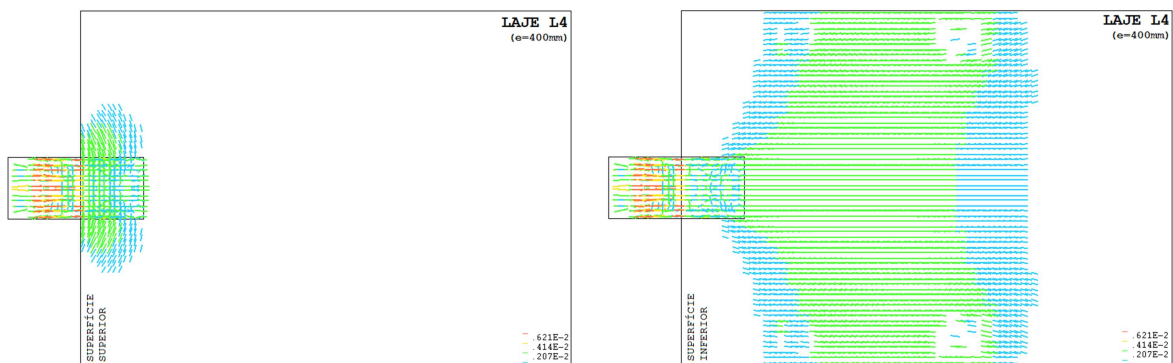


Figura 6.25 – Fissuração nas superfícies inferior e superior da laje L4 (e=400mm)

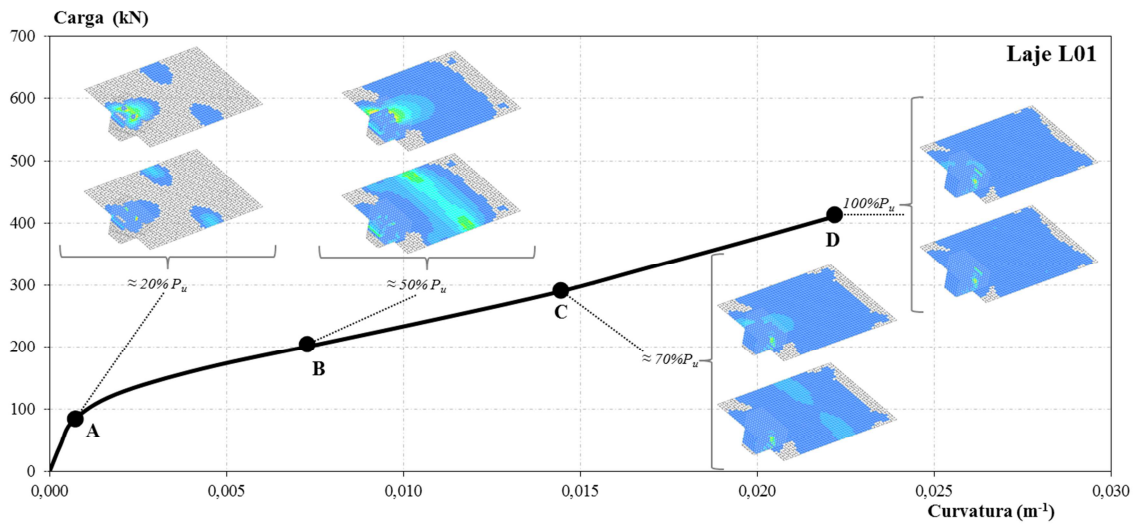


Figura 6.26 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L1 ( $e=300\text{mm}$ )

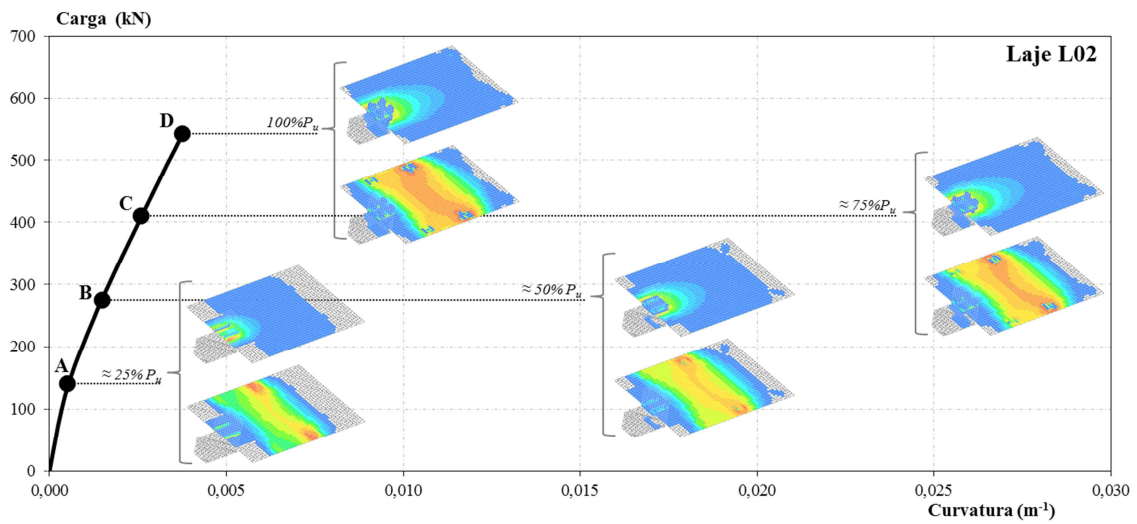


Figura 6.27 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L2 ( $e=0\text{mm}$ )

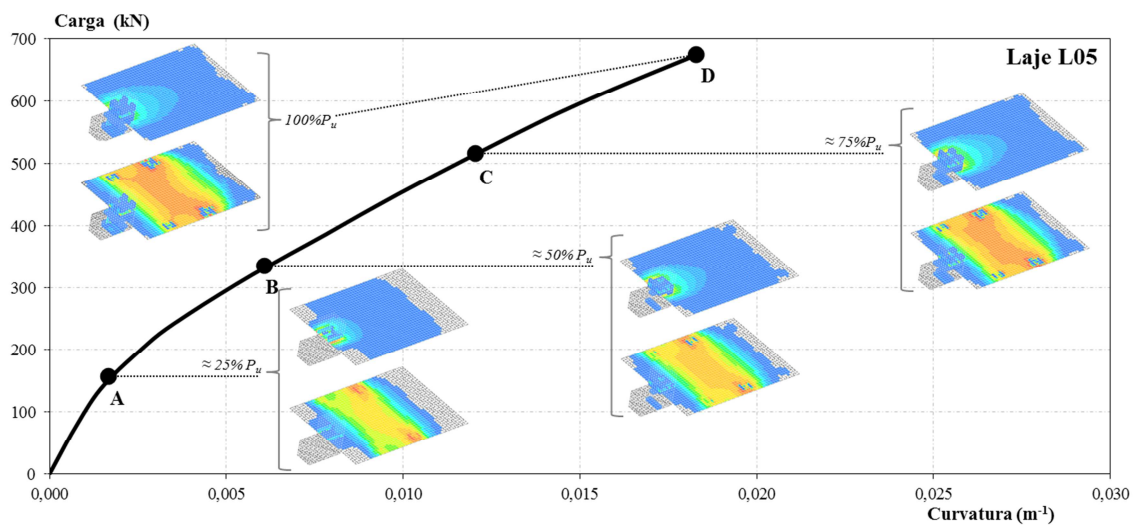


Figura 6.28 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L5 ( $e=100\text{mm}$ )

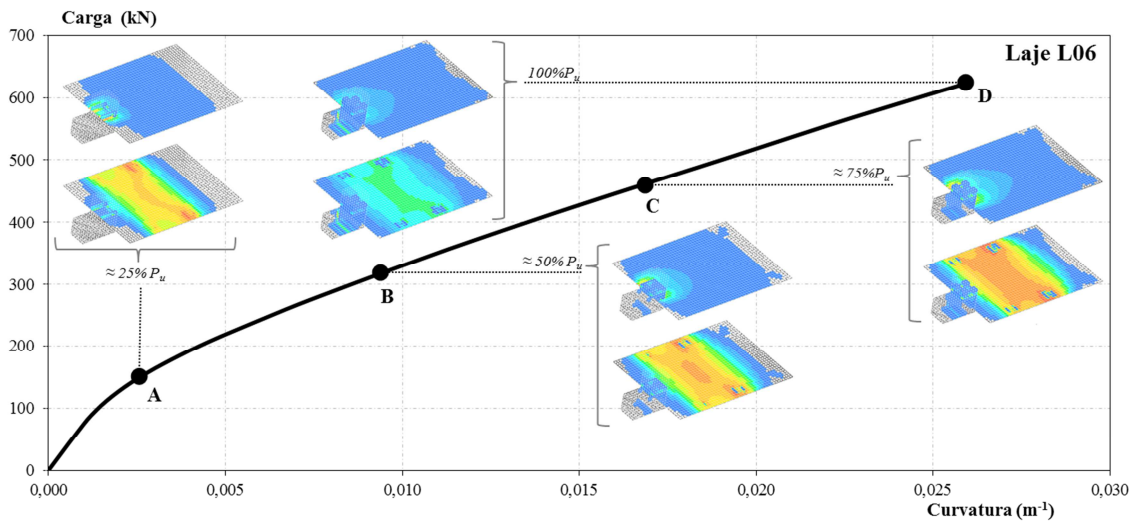


Figura 6.29 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L6 (e=200mm)

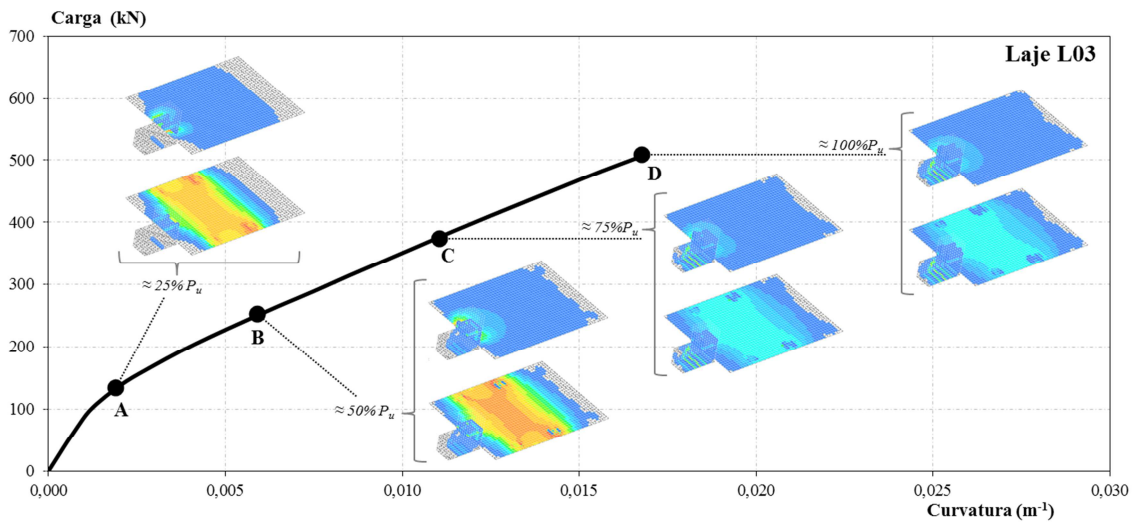


Figura 6.30 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L3 (e=300mm)

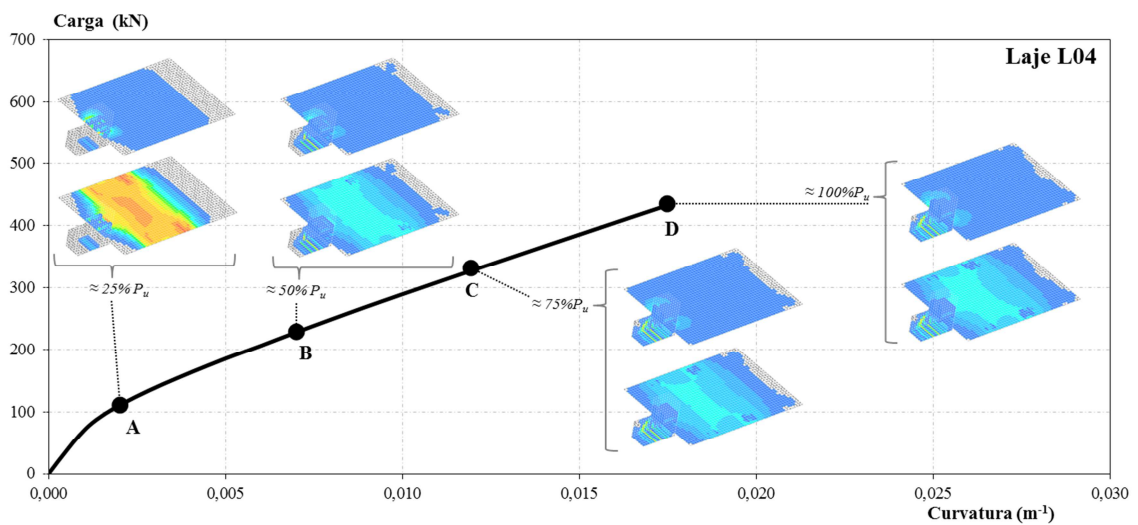


Figura 6.31 – Curva carga-curvatura e a evolução da fissuração na laje L4 (e=400mm)

Analisando-se as curvas resultantes percebe-se que, de maneira geral, logo abaixo do ponto A ocorre o início da fissuração dos modelos, quando a deformação do concreto ultrapassa o valor predefinido e inicia o processo de plastificação. O início de escoamento do aço ocorre entre os pontos B e C da curva, até alcançar o ponto D correspondente à ruptura experimental. De acordo com a análise numérica, no modelo com excentricidade interna as fissuras se iniciam nas proximidades da ligação e atingem as tensões máximas na face superior interna do pilar e nos cantos internos da parte inferior da ligação; no modelo concêntrico, a fissuração se evidencia em toda a extensão das laterais do pilar na superfície superior e em pontos localizados abaixo das cargas; nos casos de excentricidade externa, à medida que esta aumenta, os cantos externos da superfície superior são mais solicitados enquanto que na superfície inferior o ponto mais solicitado tende a se localizar transversalmente no meio do vão.

Com respeito à tendência de propagação e abertura de novas fissuras, observa-se para o modelo com excentricidade interna um crescimento exponencial da fissuração, cuja a alta concentração se dá na superfície superior no entorno da ligação da laje com o pilar; já para o modelo concêntrico houve um crescimento estacionário da fissuração, onde o gráfico pode ser dado por uma linha reta devido à característica constante de geração de novas fissuras até a ruptura, apresentando uma configuração mais proporcionalmente distribuída em relação ao restante da laje; e para os modelos com excentricidades externas ocorre um declínio na propagação de novas fissuras à medida que a excentricidade do apoio se torna mais pronunciada, recaindo num aspecto mais difuso, no qual aparentemente a fissuração transversal é preponderante na superfície inferior da laje.

Comparando-se os padrões de fissuração pelo MEF e experimental, os resultados obtidos revelam-se muito semelhantes, mostrando que, para os modelos avaliados neste estudo, quando a excentricidade for interna, as fissuras se formam principalmente na superfície superior da laje, iniciando-se a partir da face interna do pilar e avançando para as bordas livres da laje através das laterais do pilar, enquanto que para uma excentricidade externa, as fissuras se iniciam na superfície superior a partir da borda externa da laje, se propagando em direção ao interior da laje e na superfície inferior a partir na direção contrária, ou seja, do meio do vão para o apoio.



## 6.2 – ANÁLISE DOS MODELOS NUMÉRICOS

Este estudo numérico buscou fornecer dados para uma melhor compreensão da forma como ocorre a transferência de cargas e momentos da ligação entre a laje e o pilar de borda submetido a distintas excentricidades, trazendo à tona as particularidades de cada caso. As condições de equilíbrio foram verificadas através de análise estática no perímetro a  $2 \cdot d$  das arestas do pilar com os cantos abaulados, tanto nos modelos lineares quanto não-lineares.

Com um erro de apenas 1,23% em termos de área entre o perímetro real e o adotado pelo MEF, a partir dos nós da malha representada na Figura 6.32, foram extraídos os valores e a proporção de momento fletor que é introduzido através da face interna do pilar e a que vai entrar no pilar através de torção pelas laterais, bem como o momento advindo da excentricidade física. Os centroides elástico e plástico foram arredondados por uma questão de conveniência. Vale lembrar que à exemplo da distribuição dos momentos  $M_{YY}$ , já mostrado na Figura 6.6, o processo de avaliação foi iniciado a partir dos modelos com armadura em grelhas como substitutos das barras de aço incorporados à malha, a fim de evitar quaisquer efeitos adversos proveniente do padrão irregular que apresentou picos de variação entre valores adjacentes.

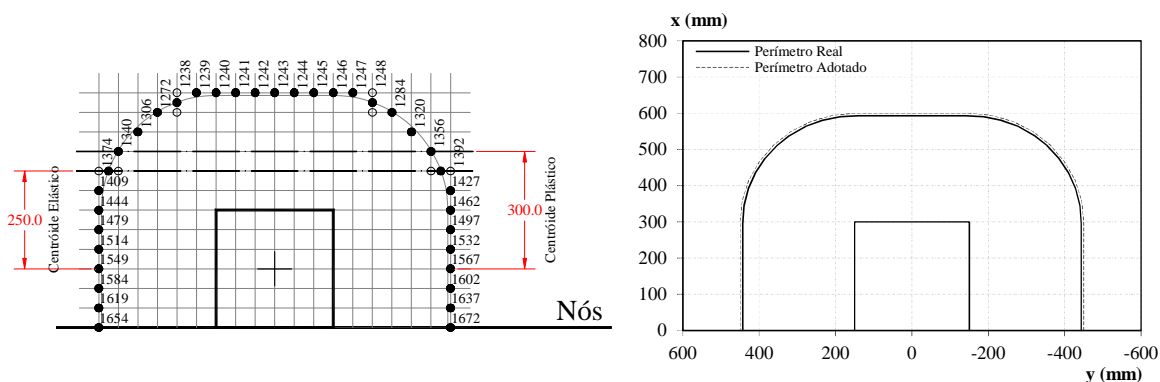


Figura 6.32 – Perímetro de controle conforme a malha de elementos finitos

Esta análise buscou aprofundar-se na discussão sobre o valor do coeficiente tabelado  $k$ , existente em algumas normas, mas tomando-se como base o EC2 (2004). Como exemplo, são apresentados para um pilar interno estes valores de  $k$  (Tabela 2.2), que indica a parcela de momento que é transferida para a laje, podendo ser devido à força cortante excêntrica em torno do eixo do centroide do perímetro adotado ou devido ao momento fletor na face do pilar e torçor nas laterais do pilar. Assim, obtendo-se a distribuição da força cortante ao longo do perímetro, pode-se calcular a proporção de momento dado por cisalhamento enquanto que o restante é por flexão e torção.

Os resultados da análise pelo MEF são apresentados nas Tabela 6.1 e Tabela 6.2, sendo a natureza não linear (NL) e linear (L), respectivamente. Os valores são provenientes da aplicação da carga total (P) aplicada no sistema, onde as forças cortantes (Q) são extraídas e tratadas de acordo com o procedimento de integração numérica por unidade de comprimento na seção previamente definida, e a precisão é verificada comparando-se o somatório de dados armazenados correspondentes à reação de apoio (R) do pilar, assumindo-se um erro permissível máximo até 6% (NL) e 4% (L) para o modelo com excentricidade interna e até 3% (NL) e 2% (L) para os casos concêntrico e de excentricidade externa. Similarmente, o momento aplicado em torno do eixo do pilar é comparado ao momento calculado devido à flexão e torção, gerando erro de 29% (NL) e 16% (L) para o modelo com excentricidade interna e de 4% (NL) e 3% (L) para os casos concêntrico e de excentricidade externa. Dessa forma, é possível obter-se a proporção de momento em torno do centroide elástico do perímetro resistido pela atuação da carga excêntrica.

Tabela 6.1 – Resumo da análise de momentos no perímetro do EC2 (MEF-NL)

Análise pelo MEF-NL									
Laje	e (mm)	P (kN)	Cortante			Momento			Proporção V <sub>exc</sub>
			R (kN)	Q (kN)	Erro	M <sub>aplicado</sub> (kN.m)	M <sub>(flex+v)</sub> (kN.m)	Erro	
L1	-300	435,8	307,7	325,4	1,06	-16,3	-11,6	0,71	1,87
L2	0	542,3	322,2	328,3	1,02	82,1	83,5	1,02	0,09
L3	300	514,4	268,3	262,3	0,98	144,2	149,1	1,03	0,22
L4	400	440,3	220,4	215,5	0,98	140,1	145,5	1,04	0,24
L5	100	684,7	390,8	379,1	0,97	132,7	134,9	1,02	0,14
L6	200	633,6	346,2	338,2	0,98	152,2	156,5	1,03	0,19

Tabela 6.2 – Resumo da análise de momentos no perímetro do EC2 (MEF-L)

Análise pelo MEF-L									
Laje	e (mm)	P (kN)	Cortante			Momento			Proporção V <sub>exc</sub>
			R (kN)	Q (kN)	Erro	M <sub>aplicado</sub> (kN.m)	M <sub>(flex+v)</sub> (kN.m)	Erro	
L1	-300	437,0	308,5	322,3	1,04	-16,1	-13,5	0,84	1,34
L2	0	525,0	315,0	322,5	1,02	80,6	82,0	1,02	0,11
L3	300	490,0	255,7	256,4	1,00	141,0	144,3	1,02	0,20
L4	400	420,0	210,0	209,2	1,00	136,0	139,8	1,03	0,21
L5	100	654,0	373,7	380,0	1,02	133,0	135,1	1,02	0,16
L6	200	605,0	330,0	333,3	1,01	150,0	152,8	1,02	0,18

A tensão de cisalhamento, dada pela Eq.(2.21), pode ser separada em duas parcelas, sendo uma parte uniforme devido à carga axial e igual a  $V/u_1d$  e outra que detecta a interação entre o esforço cortante e os momentos fletores e torçores, correspondente ao valor  $\beta$  da Eq.(2.22). Calculando-se  $\beta$  (no qual  $k$  está inserido), é possível se obter a tensão de cisalhamento distribuída no perímetro de controle, resultante do somatório dos efeitos da

flexão. Assim, tomando-se por base um pilar interno, por exemplo, tem-se basicamente uma distribuição uniforme de tensões que, ao adicioná-las juntas à distribuição de tensões correspondentes à  $\beta$ , tem-se algo similar à Figura 6.33, dependendo da magnitude das forças axiais e excentricidades do apoio. Sendo a transmissão do momento  $M_{Ed,apoio}$  à laje dada por  $M_{Ed} = M_{Ed,apoio} - V_{Ed} \cdot y_0$  e  $y_0$  a menor distância entre a linha do centroide do perímetro de controle e o eixo do pilar, SIBURG e HEGGER (2012) explicam para os casos de excentricidades internas que pequenos valores de  $y_0$  geram tensões de cisalhamento maiores na região interior do apoio, mas se  $y_0$  for grande o suficiente de modo que o  $M_{Ed}$  inverta de sinal, a maior tensão de cisalhamento ocorre na borda livre da laje, produzindo sempre em ambos os casos valores de  $\beta > 1$ , embora ressaltem que, geralmente, um valor mínimo de  $\beta \geq 1,10$  deva ser definido, até mesmo para métodos considerados precisos.

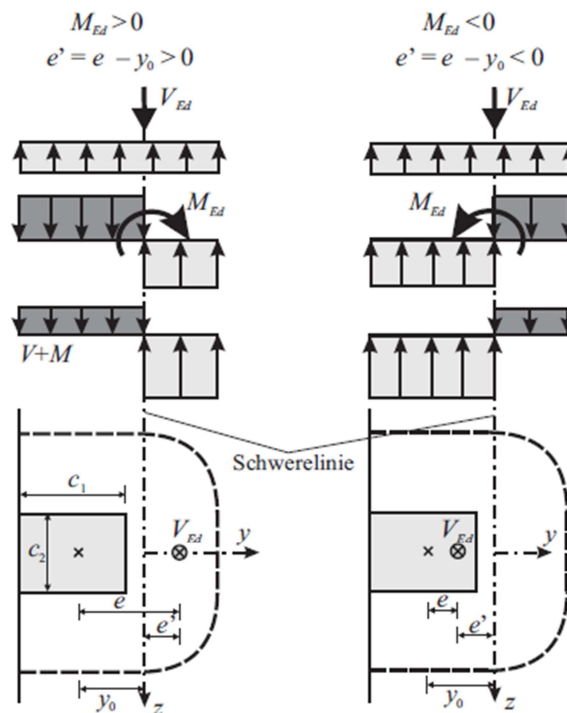


Figura 6.33 – Distribuição plástica de cisalhamento dependendo da excentricidade de carga, conforme SIBURG e HEGGER (2012)

Reconhece-se que os valores de  $k$  (Tabela 2.2) presentes no EC2 (2004) cumprem satisfatoriamente com as expectativas para o caso de pilares internos; contudo, necessário se fazer a prova dos coeficientes estabelecidos pela norma para o caso de pilares externos. Assim, através da interpretação dos gráficos para pilares de borda, foi possível extrair desses resultados o valor de  $k$  adaptado para os casos de excentricidade externa, já que para excentricidade interna a distribuição de tensões tangenciais tem-se mostrado aceitável.

Sendo o coeficiente  $k$  função do tamanho do pilar e corresponde basicamente à proporção de momento resistido pelo cortante excêntrico e a sua parcela restante  $(1-k)$  por flexão e torção no apoio, comparou-se o valor tabelado aos diferentes valores calculados através da análise pelo MEF-NL e MEF-L. Além disso, o valor de  $k$  proporcional à resistência pela força cortante excêntrica experimental também foi calculado com base em  $\beta_{exp}$ , cujo cálculo se deu partir da aplicação do método do EC2 (2004) para se obter uma estimativa melhorada em relação à tabela. Os resultados obtidos são apresentados na Tabela 6.3 e os gráficos comparativos relacionados à proposta de  $k$  e  $\beta$  são ilustrados na Figura 6.34.

Tabela 6.3 – Proporção da distribuição de tensões tangenciais

Laje	e (mm)	EC2			Experimental				MEF-NL			MEF-L			Proposta	
		M/V (mm)	$\beta_{code}$	$k_{code}$	$P_u$ (kN)	$V_u$ (kN)	$\beta_{exp}$	$k_{exp}$	$P_{NL}$ (kN)	$V_{NL}$ (kN)	$k_{NL}$	$P_L$ (kN)	$V_L$ (kN)	$k_L$	$\beta_{prev}$	$k_{modif}$
L1	-300	57	1.21	0.60	437	308	1,19	0,55	436	308	1,87	437	308	1,34	1,21	0,60
L2	0	243	1.88	0.60	525	315	1,26	0,18	542	322	0,09	525	315	0,11	1,13	0,09
L5	100	343	2.24	0.60	654	255	1,10	0,05	685	391	0,14	654	374	0,16	1,29	0,14
L6	200	443	2.61	0.60	605	210	1,25	0,09	634	346	0,19	605	330	0,18	1,52	0,19
L3	300	543	2.97	0.60	490	374	1,54	0,16	514	268	0,22	490	256	0,20	1,72	0,22
L4	400	643	3.33	0.60	420	330	1,87	0,22	440	220	0,24	420	210	0,21	1,92	0,24

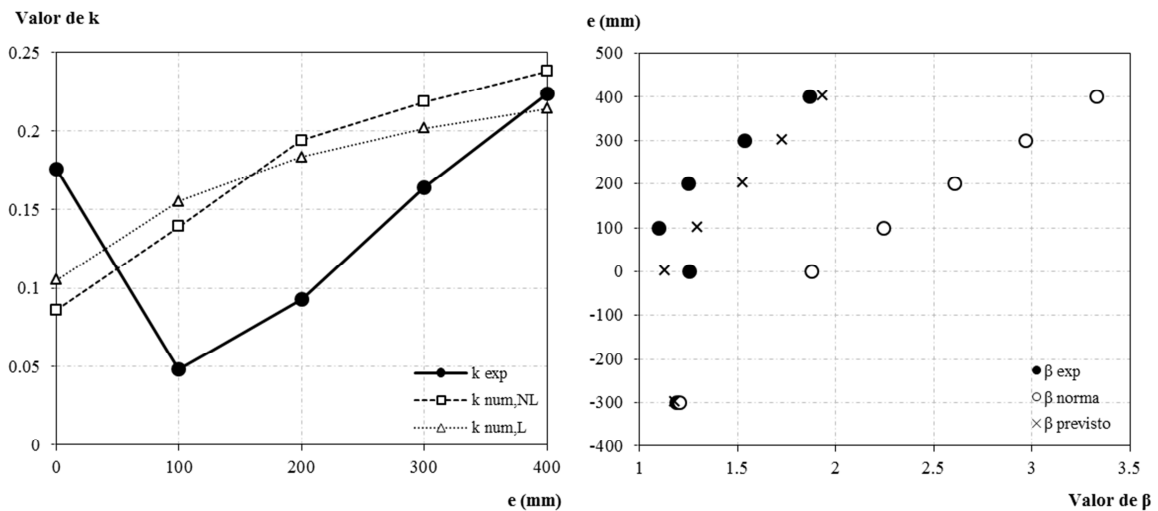


Figura 6.34 – Comparativo de valores propostos de  $k$  e  $\beta$

Nota-se que os valores obtidos pelo MEF-NL e MEF-L tiveram desempenhos semelhantes embora, como esperado, a curva dos valores de  $k$  estimada pelo MEF-NL foi a que mais se aproximou à dos dados experimentais. Percebe-se ainda que os  $\beta$  propostos, que foram previstos segundo a aproximação numérica levaram a curvas muito semelhantes perante os valores experimentais, enquanto que os obtidos em conformidade com a tabela fornecida pelo EC2 (2004) se distanciaram, comprovando sua limitação neste aspecto.

Pelo cálculo do coeficiente  $\beta$  [Eq.(2.22)], considerando-se a ligação de área quadrada como um apoio submetido a uma carga uniaxial excêntrica garante uma seção totalmente plastificada, foi representada a distribuição de tensões tangenciais advindas do EC2 (2004), tendo os resultados coletados plotados tridimensionalmente em contraste aos obtidos pelos MEF-NL e MEF-L, cujas as ilustrações das distribuições correspondentes à carga última são mostradas da Figura 6.35 a Figura 6.40. Adicionalmente, seguindo essa abordagem na carga de ruptura tem-se distribuição dessas tensões dispostas em vista plana em comparação com a resistência ao cisalhamento  $v_{Rdc}$  dada pela norma. De posse dos valores da análise pelo MEF-NL/L (linhas contínuas) e com a distribuição segundo a norma (linha tracejada), tem-se a ruptura assumida pelo EC2 (2004), representado pela linha pontilhada, que se refere ao valor em que atinge a resistência ao cisalhamento de projeto, dado por  $V_{R,c}$  distribuído no perímetro total.

Através dos resultados expostos, ao comparar a forma como a distribuição de tensão obtida na análise pelo MEF em relação ao que a norma sugere para o caso de excentricidade interna, desconsiderando-se os picos nas extremidades do perímetro, percebe-se que ambas apresentam basicamente a mesma conformação, podendo ser citada inclusive a semelhança em termos de magnitude de valores. No modelo sem excentricidade, a média das tensões atuantes no trecho paralelo à face interna do pilar é também compatível às proposições normativas e, embora nos cantos abaulados ocorra uma maior amplitude das tensões, elas retornam nas laterais com distribuição semelhante ao nível de tensões médio ao do trecho paralelo à face interna do pilar, excetuando-se os picos nos extremos do perímetro.

Para as menores excentricidades externas, ainda que apresentasse maior dispersão entre a região central e a abaulada do perímetro, se repetiu a coerência entre as magnitudes de tensão média obtida pelo MEF e sugerida por norma, mas a discrepância nas laterais foi mais evidente. Para as maiores excentricidades externas, ocorreu uma tendência de majoração dos efeitos da torção nas laterais em detrimento dos efeitos da flexão na região central do perímetro de controle, devendo-se considerar uma certa melhoria no tratamento pelo EC2 (2004). No geral, a resistência ao cisalhamento  $v_{Rdc}$  dada pela norma limitou com bastante precisão no caso de excentricidade interna e foi se distanciando mais a medida que aumentava a excentricidade na direção contrária (para o exterior), sendo ainda interessante observar a coincidência das curvas da simulação numérica às proposições de  $V_{R,c,EC2}$ .

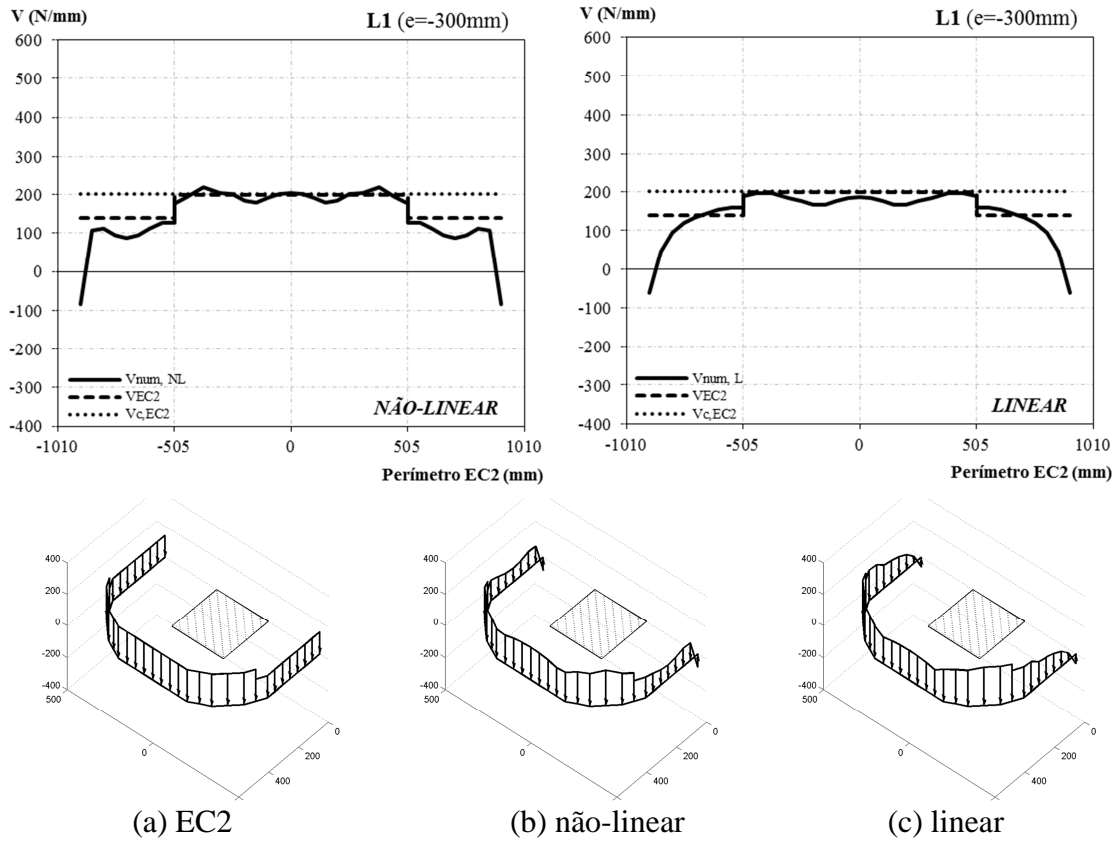


Figura 6.35 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L1 ( $e=-300\text{mm}$ )

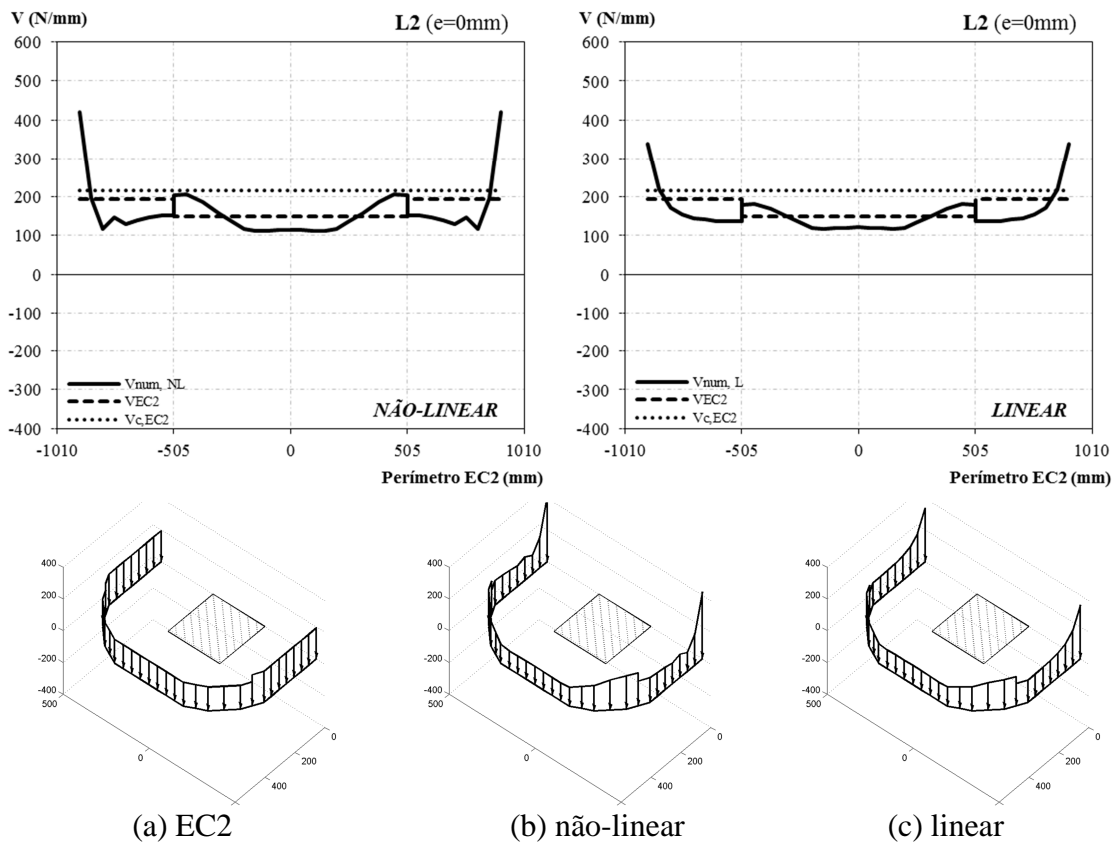


Figura 6.36 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L2 ( $e=0\text{mm}$ )

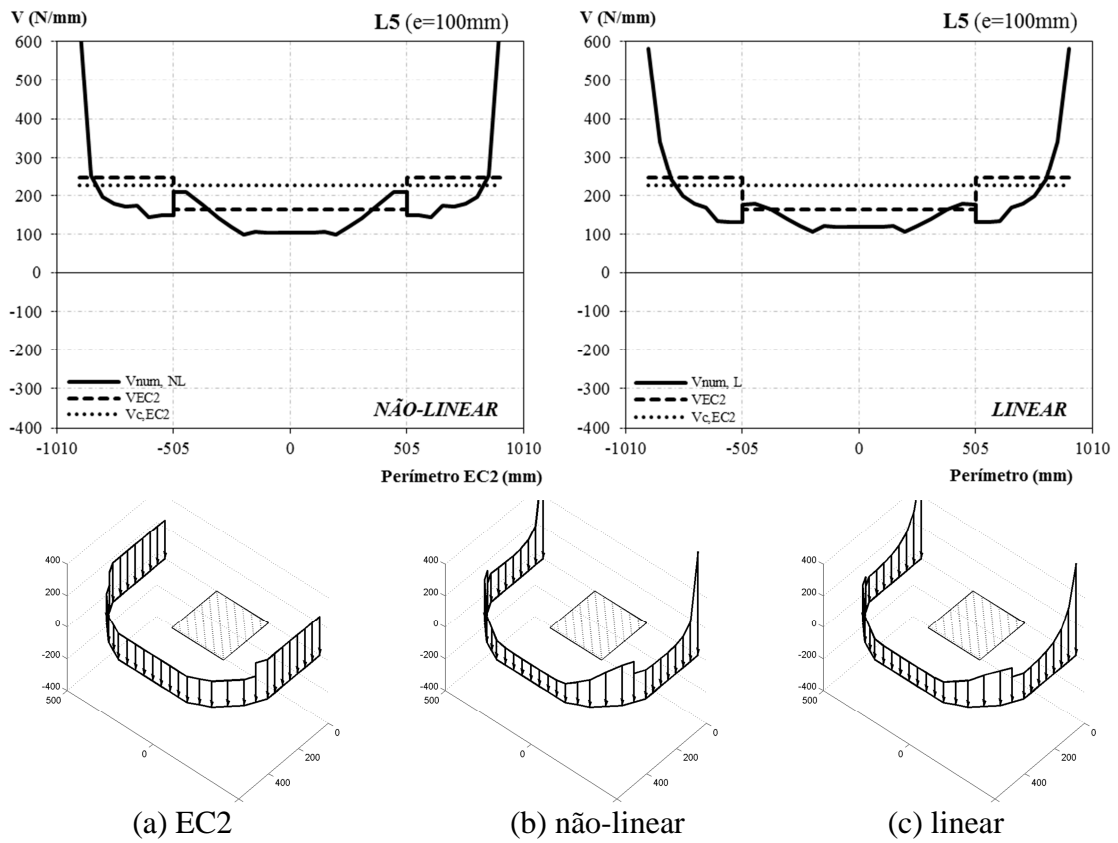


Figura 6.37 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L5 ( $e=100\text{mm}$ )

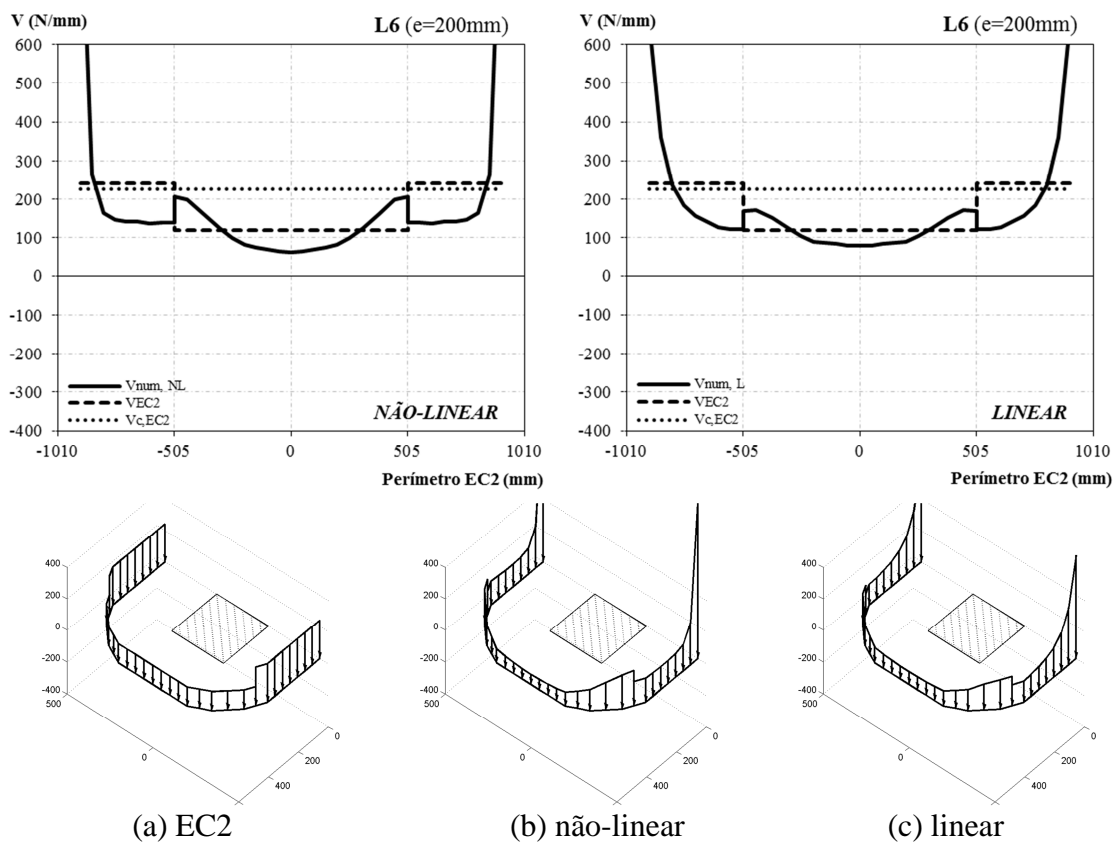


Figura 6.38 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L6 ( $e=200\text{mm}$ )

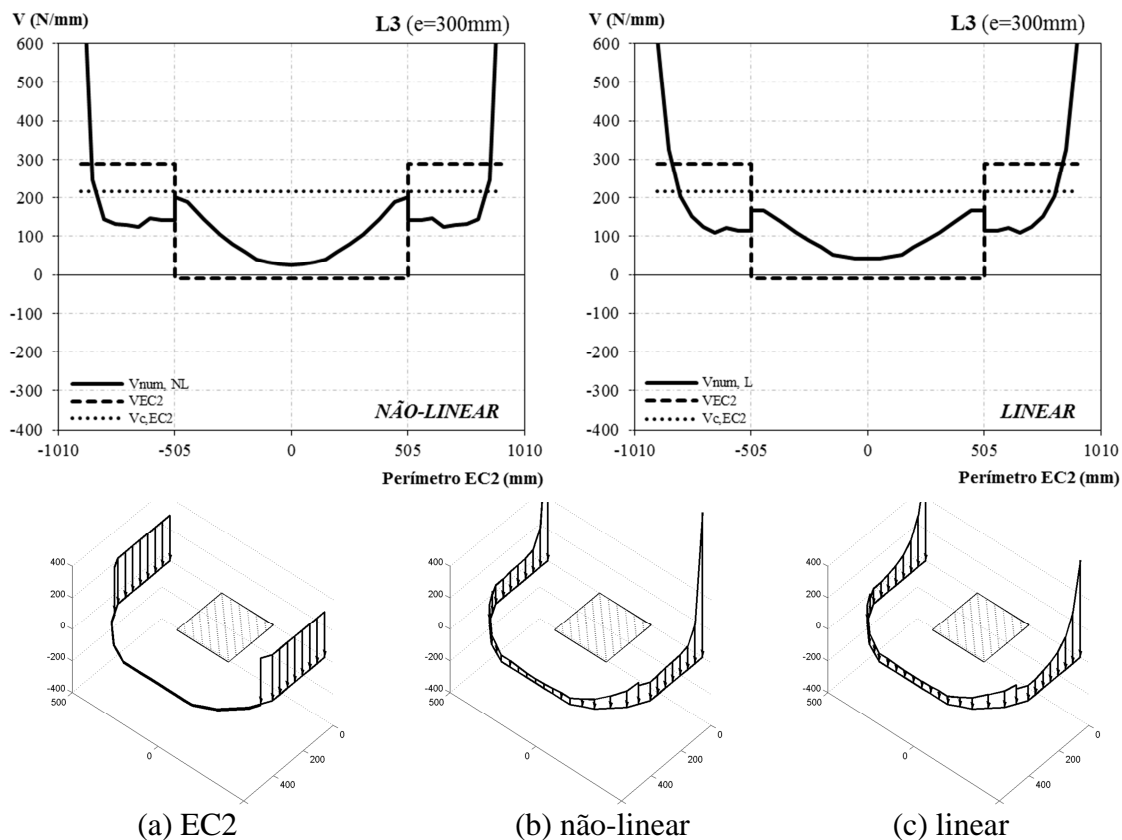


Figura 6.39 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L3 ( $e=300\text{mm}$ )

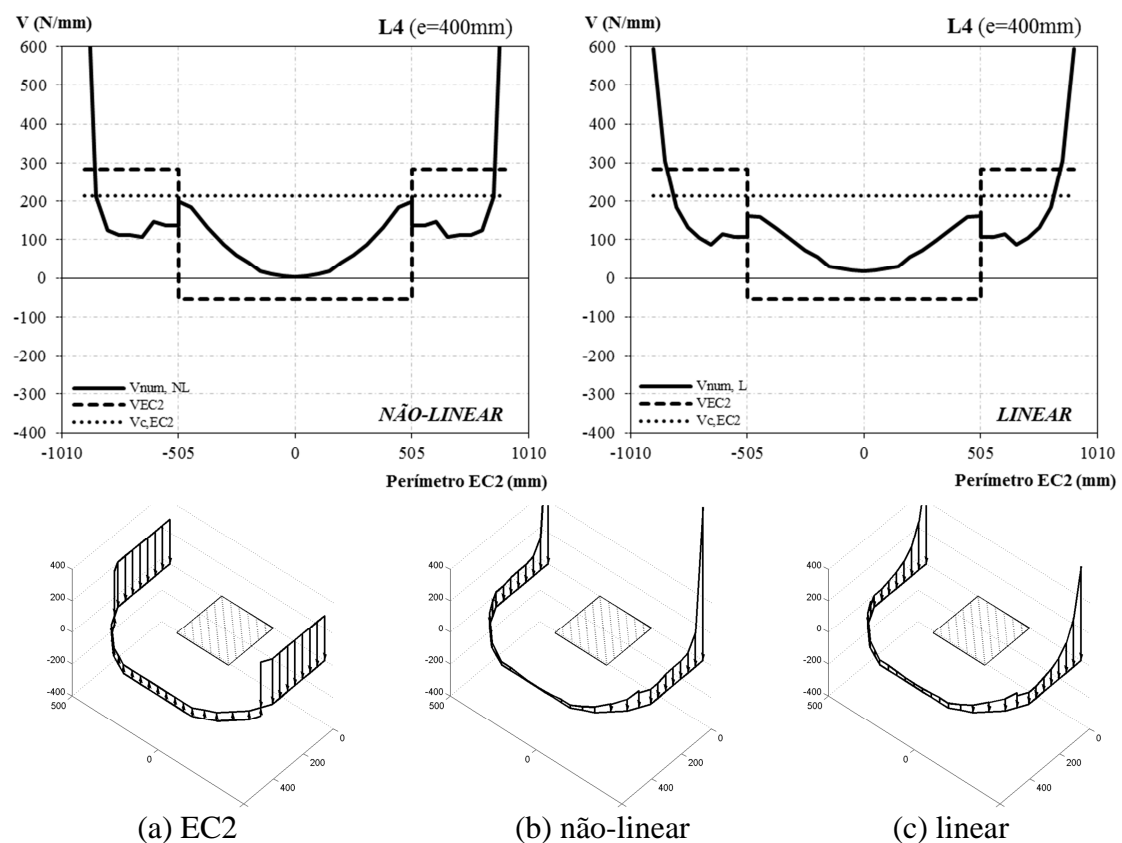


Figura 6.40 – Distribuição das tensões de cisalhamento para o modelo L4 ( $e=400\text{mm}$ )



## **7 – CONCLUSÕES**

O objetivo desta investigação foi estudar experimentalmente a resistência e o comportamento das ligações de lajes lisas de concreto armado com pilar de borda sob diferentes excentricidades de carga, visando obter dados úteis para a análise e compreensão dos mecanismos envolvidos na transferência de carga nessas ligações. O estudo experimental envolveu ensaios em 13 ligações de lajes com pilares de borda em escala natural, avaliando-se, além das excentricidades, a variação de parâmetros como a armadura de flexão, cisalhamento e torção.

### **7.1 – RESUMO**

Foram apresentadas as investigações teóricas e experimentais sobre a resistência e o comportamento de lajes com ligações de borda carregada excentricamente através de uma projeção do pilar, dando-se ênfase às excentricidades externas. A partir do programa de ensaio realizado e baseando-se nas verificações dos diferentes parâmetros envolvidos, foi possível obter as seguintes conclusões nas etapas desta pesquisa:

#### **7.1.1 – Etapa Experimental**

Considerando o comportamento dos modelos (cargas últimas, deslocamentos verticais, rotações, padrão de fissuração, os escoamentos nos cantos internos da ligação da laje com pilar, etc.), foi possível observar a mudança no comportamento das lajes com o aumento da excentricidade, indicando que a capacidade de uma ligação de borda depende não somente da magnitude da relação  $M/V$ , mas também da direção em que a excentricidade é imposta. De maneira geral, o sistema de ensaio, o processo de carregamento e as instrumentações realizadas mostraram-se coerentes, correspondendo a uma coleta de dados satisfatória. A partir dos resultados experimentais é confirmado que, para uma mesma excentricidade, o caso externo é sempre mais crítico que o interno, constatando-se ainda que a capacidade de carga última das ligações externas é dependente da quantidade de armadura que prevalece nas proximidades do pilar e da inclusão de armaduras de torção (estribos nas faixas externas) e de cisalhamento (*studs* distribuídos radialmente em torno do pilar).

### 7.1.2 – Etapa Analítica

Os resultados obtidos experimentalmente foram submetidos às condições de cálculo recomendadas pelas normas EC 2 (2004) e ACI (2011) para as ligações de lajes lisas com pilares de borda submetidas a excentricidades. Para excentricidades internas, as estimativas de carga última concordaram satisfatoriamente com as previsões do EC2 (2004), baseadas em  $u_I^*$ , embora não fornecessem previsões confiáveis para a situação de excentricidade externa com uma abordagem diferente (usando o valor  $\beta$ ), que divergiu consideravelmente dos resultados experimentais. Neste ultimo caso, todas as ligações analisadas, incluindo banco de dados apresentaram a relação  $V_w/V_{EC2}$  maior que 1 para excentricidades externas. Para uma excentricidade nula os valores obtidos resultam em respostas que se contradizem, fornecendo diferenças significativas que não parecem satisfatórias e indicam a necessidade de ajustes em suas formulações, visando não somente a segurança, mas a racionalização do projeto e detalhamento.

Verificou-se que todas as previsões do ACI 318 (2011) para lajes sem armadura de cisalhamento, incluindo o banco de dados com as excentricidades internas e externas, resultaram em média 30% inferiores aos valores experimentais, tratando-se, portanto, de estimativas extremamente conservadoras. Suas previsões também tenderam a superestimar a resistência no caso de lajes com armadura de cisalhamento, embora nem todos os valores  $V_w/V_{ACI}$  se encontrassem no lado seguro.

Foi dada especial atenção ao tratamento da distribuição dos aços de flexão, uma vez que, para uma laje sujeita à flexão na ligação com o pilar de borda, é usual admitir para o caso de excentricidades internas que há tração na superfície superior da laje e compressão na superfície inferior. Quando a excentricidade perpendicular à laje não está voltada para dentro (excentricidade externa), essa suposição não pode ser aplicada, uma vez que o momento em torno de um eixo paralelo à borda da laje afeta as barras superiores paralelas à borda e as inferiores perpendiculares à borda, favorecendo o efeito “sela de cavalo”.

Apresentou-se uma metodologia para a avaliação dos mecanismos de transferência de carga da laje para o pilar, considerando torção na ligação e a excentricidade do cortante nas faces do pilar em um diagrama de corpo livre para o cálculo resistências de ligações em pilar laje de borda. Embora não se possa tirar conclusões mais amplas e gerais por se tratar de um modelo simplificado, a validade das previsões conforme a metodologia proposta foi

verificada tanto em relação aos resultados dos ensaios, mostrando boa concordância, desde que a ruptura da laje não ocorra a uma distância muito considerável da região do pilar.

### **7.1.3 – Etapa Numérica**

Visando esclarecer as dúvidas pertinentes, deu-se início ao desenvolvimento de simulações numéricas computacionais que, calibradas com os resultados experimentais, forneceram subsídios para propor certas alterações visando melhorar as recomendações normativas do EC 2 (2004) na aplicação prática em ligações de borda em estruturas de concreto armado. Foi verificada a distribuição dos esforços no perímetro distante a  $2 \cdot d$  dos lados do pilar, na intenção de conferir a parcela de momento transferido pela força cortante excêntrica fornecida pelos MEF-L e MEF-NL, resultando na proposição de novos valores de  $k$ , baseados na excentricidade. O tratamento dos dados experimentais, assim como os resultados previstos através da aplicação da norma e da análise numérica foram confrontados entre si, conferindo maior aproximação no último caso. A distribuição das tensões de cisalhamento obtidas com a simulação confirma compatibilidade com as prescrições do EC 2 (2004) ao adotar que a ruptura por punção ocorre quando a tensão de cisalhamento atinge a resistência ao cisalhamento do concreto.

## **7.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

A fim de compreender mais profundamente o efeito das excentricidades no comportamento de ligações de lajes lisas com pilares de borda, entende-se que ainda são necessários mais estudos em ligações externas – incluindo também ligações de canto – sujeitas a cargas centradas e/ou com combinação de momentos e cortantes desbalanceados, sendo de grande interesse: realizar ensaios experimentais adicionais com a inclusão de *studs* ou outro tipo de armaduras de cisalhamento, condicionando a ruptura à ligação em estudo; refinar o modelo computacional para obter resultados mais precisos; desenvolver mais análises incluindo a verificação numérica de  $k$  em pilares com diferentes tamanhos e proporções de seção transversal e/ou distâncias da borda da laje; aprimorar a metodologia à torção para as situações de adição de efeitos das armaduras de torção e cisalhamento; executar constantes atualizações e refinamentos do banco de dados; avaliar a segurança das estruturas projetadas pela norma brasileira vigente para situações de punção através de um estudo de confiabilidade.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE. ACI 318 (2011). ACI Committee 318 – *Building Code Requirements for Structural Concrete*, Farmington Hills, Michigan, 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 5739 (2007). *Concreto - Ensaios de compressão de corpos-de-prova cilíndricos*. Rio de Janeiro: ABNT, 2007.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118 (2014). *Projeto de estruturas de concreto – Procedimento*. Rio de Janeiro: ABNT, 2014.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR ISO 6892-1 (2013). *Materiais metálicos – Ensaio de Tração. Parte 1: Método de ensaio à temperatura ambiente*. Rio de Janeiro: ABNT, 2013.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 7222 (2011). *Concreto e argamassa – Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos*. Rio de Janeiro: ABNT, 2011.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 8522 (2008). *Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão*. Rio de Janeiro: ABNT, 2008.
- AFHAMI, S. (1997). *Strip Model for Capacity of Hat Plate-Column Connections*. PhD Thesis, Department of Civil and Environmental Engineering, University of Alberta.
- AFHAMI, S.; ALEXANDER, S. D. B.; SIMMONDS, S. H. (2000). *Shear and moment transfer in a full-scale two-panel flat plate specimen*. Proceedings, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Stockholm, TRITA-BKN: Bulletin 57, KTH, Stockholm, Sweden, pp. 343-350, 2000.
- ANDERSSON, J. L. (1966). *Genomstansning av plattor understödda av pelare vid fri kant (Punching of Slabs Supported on Columns at Free Edges)*, Nordisk Betong, pp. 179-200.
- ANIS, N. N. (1970). *Shear Strength of Reinforced Concrete Flat Slabs Without Reinforcement*. Doctoral thesis, Imperial College of Science and Technology, London, 1970.
- BEUTEL, R.; HEGGER, J. (2002). *The effect of anchorage on the effectiveness of the shear reinforcement in the punching zone*. Cement & Concrete Composites. Vol. 24. 539–549.
- BIRKLE, G. (2004). *Punching of Flat Slabs: The Influence of Thickness and Stud Layout*. Thesis (Ph.D.). University of Calgary – Alberta, Canada. 152p.
- BLANCH, G. E. (2011). *Punzonamiento en losas de hormigón armado sobre pilares de esquina y de borde*. Master thesis. Universitat Politècnica de Catalunya. Departament d'Enginyeria de la Construcció. 111 p.
- BOMPA D. V.; MUTTONI A. (2013). *Failure analysis of edge flat-slab column connections with shear reinforcement*, fib Symposium Tel-Aviv 2013, Tel-Aviv, Israel.
- BRÆSTRUP, M. W. W.; NIELSEN, M.P.; JENSEN, B.C.; BACH, F. (1976). *Axisymmetric Punching of Plain and Reinforced Concrete*. Structural Research Laboratory, Technical University of Denmark, Copenhagen, Denmark, Report, N°. R-75, 1976, 33 pp.

- BRÄNDLI W.; MÜLLER F.; THÜRLIMANN B. (1982). *Durchstanzen von Flachdecken bei Rand- und Eckstützen*. Bericht Nr. 7305-4, Institut für Baustatik und Konstruktion, Eidgenössische Technische Hochschule Zürich (ETHZ), Zürich, 145 p. 1982.
- BRÄNDLI, W. (1985). *Durchstanzen von Flachdecken bei Rand- und Eckstützen*. Institut für Baustatik und Konstruktion ETH Zürich
- COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. CEB-FIP MC 1990 (1993). Comité Euro-International du Béton. *Model Code 1990*, Thomas Telford, London, 1993.
- CORDOVIL, F. A. B. (1995). *Punção em placas de concreto armado*. São Paulo. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- CORLEY, W.G.; HAWKINS, N.M. (1968) *Shearhead reinforcement for slabs*. ACI Journal, v.65, n.10, p.811-824.
- DECHKA, D. C. (2001). *Response of Shear-Stud-Reinforced Continuous Slab-Column Frames to Seismic Loads*. Thesis (Ph.D.). University of Calgary – Alberta, Can.. 347p.
- DI STASIO, J.; VAN BUREN, M. P. (1960). *Transfer of Bending Moment Between Flat Plate Floor and Column*. ACI Journal Proceedings, V. 57, N° 9, Sep.1960, pp.299-314.
- ELGABRY, A. E.; GHALI, A. (1990). *Design of stud-shear reinforcement for slabs*, ACI Structural Journal, May-June 1990, Vol. 87, No. 3, pp. 350-361.
- ELSTNER, R. C.; E. HOGNESTAD (1956). *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs*. ACI Journal Vol. 53: 29-58.
- EL-SALAKAWY, E.F.; POLAK, M.A.; SOLIMAN, M. H.(1998). *Reinforced concrete slab-column edge connections subjected to high moments*. Canadian Journal of Civil Engineering. Vol. 25 N° 3, pp.526-38. 1998.
- EL-SALAKAWY, E.F.; POLAK, M.A.; SOLIMAN, M.H. (2000). *Reinforced concrete slab-column edge connections with shear studs*. Canadian Journal of Civil Engineering, V. 27, No. 2, pp. 338-348.
- EL-SHEIKH, A. (1997). *Effect of Spandrel Beams on Strength and Behaviour of Column-Slab Connections*, Magazine of Concrete Research, V. 49, No. 180, 1997, pp 221-229.
- EUROCODE 2 (2004). *Design of Concrete Structures, Part 1, General rules and rules for buildings*, CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2004.
- FALAMAKI, M.; LOO, Y.C. (1992). *Punching shear tests of half-scale reinforced concrete flat plate models with spandrel beams*. ACI Structural Journal, V.89, N°. 3, May-Jun. 1992, pp. 263-271.
- FERREIRA, M. P. (2010). *Punção em Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados*. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia. Outubro, 2010.
- FIGUEIREDO FILHO, J. R. (1989). *Sistemas estruturais de lajes sem vigas: subsídios para o projeto e execução*. São Carlos. Tese (Doutorado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.

- FUSCO, P. B. (1995). *Técnicas de Armar as Estruturas de Concreto*. São Paulo. Ed. Pini.
- GOMES, H. P. (2010). *Puncionamento em lajes lisas protendidas com pilares de extremidade e momentos desbalanceados nas duas direções*. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia. Abril, 2010.
- GOMES, R. B. (1991). *Punching resistance of reinforced concrete flat slabs with shear reinforcement*. London. Ph.D. Thesis, The Polytechnic of Central London.
- GARDNER, N. J.; SHAO, X. (1996). *Punching Shear of Continuous Flat Reinforced Concrete Slabs*, ACI Structural Journal, V.93, No. 2, Mar.-Apr. 1996, pp. 218-228.
- GAYED, R. B.; GHALI, A.(2008).*Unbalanced Moment Resistance in Slab-Column Joints: Analytical Assessment*. Journal of Structural Engineering, Vol. 134, N° 5, pp. 859-864.
- GUAN, H.; LOO, Y. C. (2001). *Numerical Investigation on Edge Column-Slab Connections with Stud Shear Reinforcement*. Challenges in the 21st Century, 8th East Asia-Pacific Conference on Structural Engineering and Construction (EASEC 8), Singapore, Paper No. 1 142.
- GAMBLE, W. L.; SOZEN, M. A.; SIESS, C. P. (1962). *Measured and Theoretical Bending Moments in Reinforced Concrete Floor Slabs*. Research Project Report. University of Illinois. Urbana, Illinois.
- GHALI, A.; DILGER, W. H. (1998). *Anchoring with Double-Head Studs*, Concrete International, Vol. 20, No. 11, pp. 21-24.
- HANSON, N.M. ; HANSON, J.M. (1968). *Shear and Moment Transfer between Concrete Slabs and Columns*. Journal of the Portland Cement Association Research and Development Laboratories. Vol. 10, N° 1, 2-16. Skokie, Illinois. Bulletin D129.
- HAMMIL, N.; GHALI, A. (1994). *Punching shear resistance of corner slab-column connections*, ACI Structural Journal, V.91, No. 6, Nov.-Dec. 1994, pp. 697-707.
- HAWKINS N.M.; CORLEY W.G (1971). *Transfer of Unbalanced Moment and Shear from Flate Plate to Columns*. ACI-Special Publications, SP 30-7, Detroit, pp. 147-176.
- HAWKINS, N. M.; W. G. CORLEY (1974). *Moment Transfer to Columns in Slabs with Shearhead Reinforcement*. ACI Special Publication SP-42, Shear in Reinforced Concrete. (Research and Development Bulletin RD037, Portland Cement Association, Skokie, Illinois). 1974.
- HAWKINS N.M.; BAO A.; YAMAZAKI J. (1989). *Moment Transfer from Concrete Slabs to Columns*. ACI Structural Journal, t. 86(6), p. 705-716.
- HOLANDA, K. M. A. (2002). *Análise dos Mecanismos Resistentes e das Similaridades de Efeitos da Adição de Fibras de Aço na Resistência e na Ductilidade à Punção de Lajes cogumelo e ao Cisalhamento de Vigas de Concreto*. Tese (Doutorado) – Universidade de São Paulo. São Carlos, SP. 281 p.
- INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (*fib*). (1998). FIP/fib Recommendations: *Design of post-tensioned slabs and foundations*, May 1998.
- INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (*fib*). (1999). *Structural Concrete: Textbook on Behaviour, Design and Performance - Updated knowledge of the*

- CEB/FIP Model Code 1990. Vol. 2: Basis of Design. *fib Bulletin 2*, Lausanne, Switzerland, 350 pp.
- INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (*fib*). (2001). *Punching of Structural Concrete Slabs*. *fib Bulletin 12*, Lausanne, Switzerland, 307 pp.
- INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE (*fib*). (2010). *Structural Concrete Textbook on Behaviour, Design and Performance*. Second edition Volume 2: Basis of design. *fib Bulletin 52*, Lausanne, Switzerland, 338 pp.
- INTERNATIONAL FEDERATION FOR STRUCTURAL CONCRETE. *fib-MC2010* (2012). The International Federation for Structural Concrete, *Model Code 2010 Final draft*. Volume 2, April 2012.
- KINNUNEN, S. (1971). *Tests on concrete slabs supported on columns at free edges*. National Swedish Building Research R2, Stockholm, 1971
- KINNUNEN, S.; NYLANDER, H. (1960). *Punching of concrete slabs without shear reinforcement*. Transactions of the Royal Institute of Technology, Nr. 158, Stockholm, 1960.
- KRÜEGER, G.; BURDET, O.; FAVRE, R. (2000). *Punching Strength of R.C. Flat Slabs with Moment Transfer*. International Workshop on Punching Shear Capacity on RC Slabs, Stockholm, 2000, p 333-341.
- LANTSOGHT, E.O.L. (2013). *Shear in Reinforced Concrete Slabs under Concentrated Loads close to Supports*. Doctor Proefschrift, Technische Universiteit Delft. Juni, 2013.
- LI, K. K. L. (2000). *Influence of size on punching shear strength of concrete slabs*. Dissertation (M.Sc.) – McGill University. Montreal, Canada.
- LIMA NETO, A. F. (2012). *Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Capitéis*. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia. Junho, 2012.
- LIM, F.; RANGAN, V. (1995). *Studies on concrete slabs with stud shear reinforcement in vicinity of edge and corner columns*. ACI Structural Journal, Jg. 92, Nr. 5, S. 515-525
- LIM, F. K.; RANGAN, B. V. (1994). *Strength of Concrete Slabs with Stud Shear Reinforcement in the Vicinity of Edge and Corner Columns*. Research Report No. 1/94, School of Civil Engineering, Curtin University of Technology, Perth, Australia, Apr. 1994, 180 pp.
- MACGREGOR, J. G. (1992). *Reinforced Concrete – Mechanics and Design*. Second Edition Prentice Hall. New Jersey.
- MARZOUK, H.M.; HUSSEIN, A. (1991). *Experimental Investigation on the Behavior of High-Strength Concrete Slabs*. ACI Structural Journal, V. 66, No. 6, pp. 701-713
- MELO, G. S. S. A. (1994). *Proposição de item de norma com referência ao cálculo de armadura contra colapso progressivo em lajes cogumelo*. In: REIBRAC, 36º, Porto Alegre. Anais. v. 2, p.725-734.
- MIRZAEI, Y. (2010). *Post-punching behavior of reinforced concrete slabs*, EPFL Thesis N°. 4613, pp. 230, Lausanne, Switzerland, 2010

- MOE, J. (1961). *Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads*. Bulletin D47, Portland Cement Association–Research and Development Laboratories, Skokie, Illinois, 72 p.
- MOEHLE, J. P. (1988). *Strength of Slab-Column Edge Connections*. ACI Structural Journal. V. 85, N° 1, Jan-Feb, 1988, pp. 89-98.
- MONOTTI, M. N. (2004). *Reinforced Concrete Slabs - Compatibility Limit Design*. Institut für Baustatik und Konstruktion, ETH Zürich. 147 pp.
- MORAES NETO, B. N. (2013). *Comportamento à Punção de Lajes Lisas em Concreto Reforçado com Fibras de Aço sob Carregamento Simétrico*. Tese de Doutorado, Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia. Janeiro, 2013.
- MORTIN, J.D.; GHALI, A. (1991), *Connection of Flat Plates to Edge Columns*, ACI Structural Journal, Vol.88, No.2, 1991, pp. 191-198.
- MORRISON, D. G. (1985). *Dynamic Lateral-Load Tests of R/C Column-Slabs*. Journal of Structural Engineering, Vol. 111, N° 3, March 1985, pp. 685-698.
- MUTTONI, A. (2008). *Punching shear strength of reinforced concrete slabs without transverse reinforcement*, ACI Structural Journal, V.105, No. 4, Jul.-Aug. 2008, pp. 440-450.
- NARASHIMAN, N. (1971). *Shear Reinforcement in Reinforced Concrete Column Heads*, doctoral thesis, Imperial College of Science and Technology, London, UK.
- OLIVEIRA, D. R. C.; MELO, G. S.; REGAN, P. E. (2000). *Punching Strengths of Flat Plates with Vertical or Inclined Stirrups*. ACI Structural Journal, Vol.97, No.3, 2000, pp. 485-491.
- PARK, R.; ISLAM, S. (1976). *Strength of Slab-Column Connections with Shear and Unbalanced Flexure*, Journal of the Structural Division, ASCE, V.102, No. ST9, pp. 1879-1901.
- PARK, H., CHOI, K. (2007). *Strength of exterior slab-column connections subjected to unbalanced moments*. Engineering Structures (SCI), 29(6), June 2007, 1096-1114.
- POLAK, M. A. (2005). *Increasing Punching Strength and Ductility of Existing Reinforced Concrete Slab-Column Connections against Abnormal Loading*. American Society of Civil Engineers. Metropolis & beyond: Proceedings of the 2005 Structures Congress and the 2005 Forensic Engineering Symposium, New York, NY.
- PILAKOUTAS, K.; LI, X. (1997). *Shear band: novel punching shear reinforcement for flat slabs*. Innovation in Composite Materials and Structures, Civil-Comp Ltd, Edinburgh, pp 35-45, 1997.
- RANGAN, B. V. (1990). *Tests on Slabs in the Vicinity of Edge Columns*, ACI Structural Journal, V.87, No. 6, Nov.-Dec. 1990, pp. 623-629.
- REGAN P. E. (1978). *Design of reinforced concrete flat slabs*. Dept. of Civil Engineering and Transport, Polytechnic of Central London, Oct 1978.
- REGAN, P. E.; WALKER, P. R.; ZAKARIA, K. A. A. (1979). *Test of Reinforced Concrete Flat Slabs*. CIRIA Project RP 220, School of the Environment Polytechnic of Central London, London, 217 p.



- REGAN, P. E. (1981). *Behavior of reinforced concrete flat slabs*. CIRIA Report 89, Construction Industry Research and Information Association, London, 1981.
- REGAN, P. E.; BRÆSTRUP, M. W. (1985). *Punching Shear in Reinforced Concrete —A State of the Art Report*. CEB Bulletin 168, Lausanne, Switzerland. pp. 139-182.
- REGAN, P. E. (1993). *Tests of Connections between flat slabs and edge columns*. School of Architecture and Engineering, University of Westminster. London, 1993.
- RITCHIE, M. H.; GHALI, A., DILGER, W. H.; GAYED, R. B. (2006). *Unbalanced Moment Resistance by Shear in Slab-Column Connections: Experimental Assessment*. ACI Structural Journal, V. 103, N°. 1, Jan.-Feb. 2006, pp. 74-82.
- ROBERTSON, I. N.; DURRANI, A. J. (1991). *Gravity load effect on seismic behavior of exterior slab-column connections*. ACI Structural Journal. Vol. 88, N°. 3, May-Jun 1991. pp. 255-267.
- SAGASETA J.; MUTTONI A.; FERNÁNDEZ RUIZ M.; TASSINARI L. (2011) *Non-axis-symmetrical punching shear around internal columns of RC slabs without transverse reinforcement*. Magazine of Concrete Research. Paper 1000098. UK. 17 p.
- SASANI, M.; BAZAN, M.; SAGIROGU, S. (2007). *Experimental and Analytical Progressive Collapse Evaluation of an Actual Reinforced Concrete Structure*. ACI Structural Journal, V. 104, No. 6, pp. 731-739, Nov.-Dec. 2007
- SHEHATA, I. A. E. M. (1990). *Rational Method for Designing R.C. Slabs to Resist Punching*, Journal of the American Society of Civil Engineers, Structure Division, ASCE, v.116, n.7, pp.2055-2060, 1990.
- SHERIF, A. G. (1996). *Behaviour of Reinforced Concrete Flat Slabs*. University of Calgary, Calgary, Alberta, Ph.D. Thesis, 397 p.
- SHERIF, A.G.; DILGER, W.H. (2000a). *Tests of full-scale continuous reinforced concrete flat slabs*, ACI Structural Journal, Vol. 97, N°. 3, pp. 455-467
- SHERIF, A.G.; DILGER, W.H. (2000b). *Punching Failure of Full-Scale High Strength Concrete Flat Slabs*, Proceedings, International Workshop on Punching Shear Capacity of RC Slabs, Stockholm, TRITA-BKN: Bulletin 57, KTH, Stockholm, Sweden, pp. 235-243, 2000.
- SHERIF, A.; EMARA, M.B.; HASSANEIN, A.; ABUL MAGD, S. (2005). *Effect of the Column Dimensions on the Punching Shear Strength of Edge Column-Slab Connections*, ACI Special Publication 232, Punching Shear in Reinforced Concrete Slabs, pp. 175-192.
- SIMMONDS, S. H.; ALEXANDER, S. D. B. (1987). *Truss Model for Edge Column-Slab Connections*. ACI Structural Journal, V. 84, N°. 4, July-Aug. 1987, pp. 296-303.
- SMULSKI, E. (1918). *A test of the S-M-I System of Flat-Slab Construction*. ACI Journal Proceedings, V. 14, N°. 6, June, 1918, pp. 206-232.
- SUDARSANA, K. (2001). *Punching Shear in Edge and Corner Column Slab Connections of Flat Plate Structures*, doctoral thesis, University of Ottawa, Ontario, Canada.

- STAMENKOVIĆ, A., CHAPMAN, J.C. (1974). *Local Strength at Column Heads at Flat Slabs Subjected to a Combined Vertical and Horizontal Loading*. Proceedings of the Institution of Civil Engineers. Part 2 Research and Theory, London.
- SUNIDJA, H.; FOUTCH, D. A.; GAMBLE, W. L. (1982). *Response of Prestressed Concrete Plate-edge Column Connections*. Civil Engineering Studies. Structural Research Series. Vol. 498. University of Illinois at Urbana-Champaign, 232 p.
- TAKEYA, T. (1981). *Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo*. São Carlos. Dissertação (mestrado), EESC-USP.
- TRAUTWEIN, L. M. (2006). *Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado: Análise Experimental e Numérica*. Tese (Doutorado). 350p. São Paulo, 2006.
- TNO DIANA, <https://support.tnodiana.com/manuals/d944/Diana.html>, *Users's Manual*, Acesso em Setembro de 2013.
- VOCKE, H. (2001). *Durchstanzen von Flachdecken im Bereich von Rand- und Eckstützen*. Dissertation Universität Stuttgart, Institut für Werkstoffe im Bauwesen, 2001
- VOLLUM, R. L. (1998). *Design and analysis of reinforced concrete beam-column joints*. doctoral thesis, Imperial College of Science and Technology, London, UK.
- VOLLUM, R. L.; NEWMAN, J. B. (1999). *Towards the Design of Reinforced Concrete Eccentric Beam-Column Joints*. Magazine of Concrete Research, V. 51, No. 6, 1999, pp. 397-407.
- VOLLUM, R.; TAY, U. L. (2007). *Modelling tension stiffening in reinforced concrete with NLFEA*. Concrete. Concrete Society, vol. 41, n°1, pp. 40-41
- WALKER, P. R.; REGAN, P. E. (1987). *Corner column-slab connections in concrete flat plates*. J. Struct. Eng., 113(4), 704–720.
- YAMADA, T.; NANNI, A.; ENDO, K. (1992). *Punching shear resistance of flat slabs: influence of reinforcement type and ratio*. ACI Structural Journal, 1992, 89, No. 5, 555–563.
- ZAGHLOOL, E. R. F.; DE PAIVA, H. A. R.; GLOCKNER, P. G. (1970). *Test of reinforced concrete flat plate floors*. Journal of Structural Engineering, ASCE, V.96, No. ST3, pp. 487-507.
- ZAGHLOOL, E.R.F. (1971), *Strength and Behavior of Corner and Edge Column-Slab Connections in Reinforced Concrete Flat Plates*, PhD Thesis, Department of Civil Engineering, The University of Calgary, 366pp.

## **APÊNDICES**

## APÊNDICE A – BANCO DE DADOS

### A.1 – COLETÂNEA DE ENSAIOS REALIZADOS EM LAJES COM LIGAÇÕES DE BORDA

Tabela A.1 – Listagem e representação gráfica do banco de dados

Referência	Nº de Ensaios		Representação Tridimensional
	Sem Armad. Cisalh.	Com Armad. Cisalh.	
Presentes Ensaios	11	2	
ANDERSSON (1966)	3	---	
KINNUNEN (1971)	3	6	
NARASIMHAN (1971)	3	4	

Tabela A.2 – Listagem e representação gráfica do banco de dados (cont.)

Referência	Nº de Ensaios		Representação Tridimensional
	Sem Armad. Cisalh.	Com Armad. Cisalh.	
ZAGHLOOL (1971)	8	---	
HAWKINS & CORLEY (1974)	2	---	
REGAN, WALKER & ZAKARIA (1978)	10 + (7)	1	
BRÄNDLI, MÜLLER & THÜRLIMANN (1982)	2	2	

Tabela A.3 – Listagem e representação gráfica do banco de dados (cont.)

Referência	Nº de Ensaio		Representação Tridimensional
	Sem Armad. Cisalh.	Com Armad. Cisalh.	
REGAN (1978)	4	---	
RANGAN (1990)	4	---	
MORTIN e GHALI (1991)	1	5	
LIM e RANGAN (1995)	1	6	

Tabela A.4 – Listagem e representação gráfica do banco de dados (cont.)

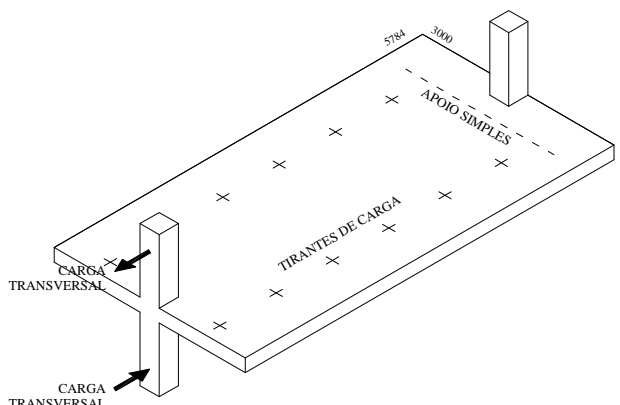
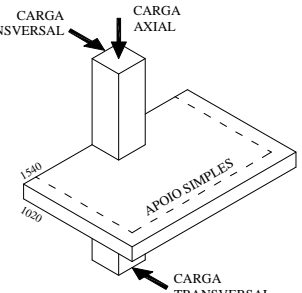
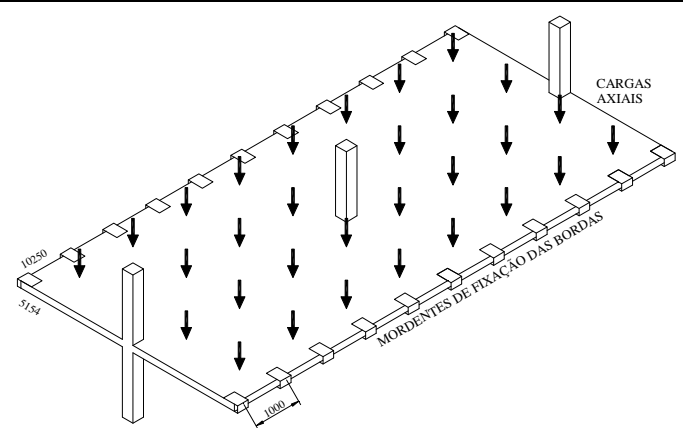
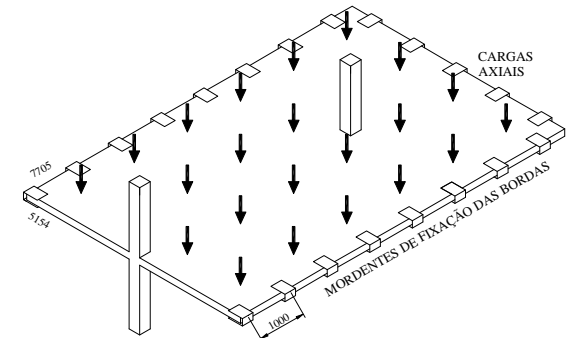
Referência	Nº de Ensaio		Representação Tridimensional
	Sem Armad. Cisalh.	Com Armad. Cisalh.	
REGAN (1993)	10	---	
EL-SALAKAWY, POLAK e SOLIMAN (1998)	2	2	
SHERIF e DILGER (2000a)	1	1	
SHERIF e DILGER (2000b)	1	---	

Tabela A.5 – Listagem e representação gráfica do banco de dados (cont.)

Referência	Nº de Ensaios		Representação Tridimensional
	Sem Armad. Cisalh.	Com Armad. Cisalh.	
AFHAMI, ALEXADER e SIMMONDS (2000)	2	---	
SHERIF, EMARA, HASSANEIN e ABUL (2005)	5	---	
BOMPA e MUTTONI (2013)	---	3	



## A.2 – DISTRIBUIÇÃO DAS ARMADURAS NA REGIÃO VIZINHA À LIGAÇÃO

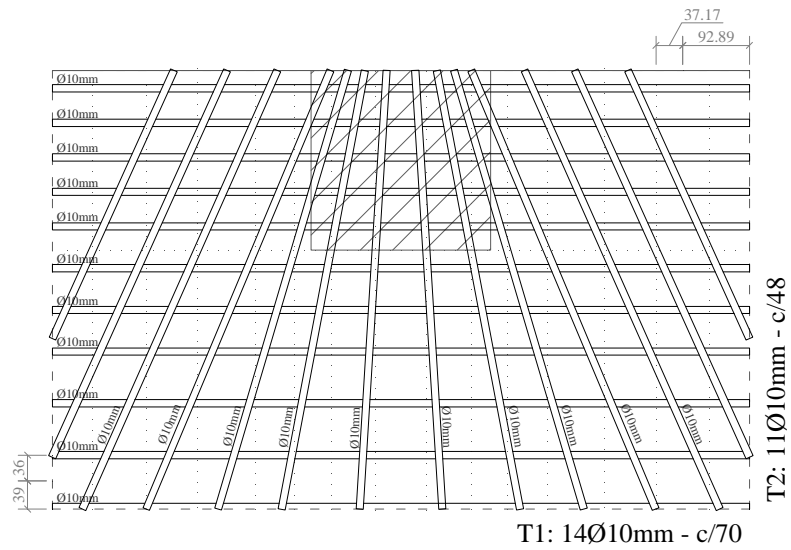


Figura A.1 – Ligação da laje 'Ia' de ANDERSSON (1966)

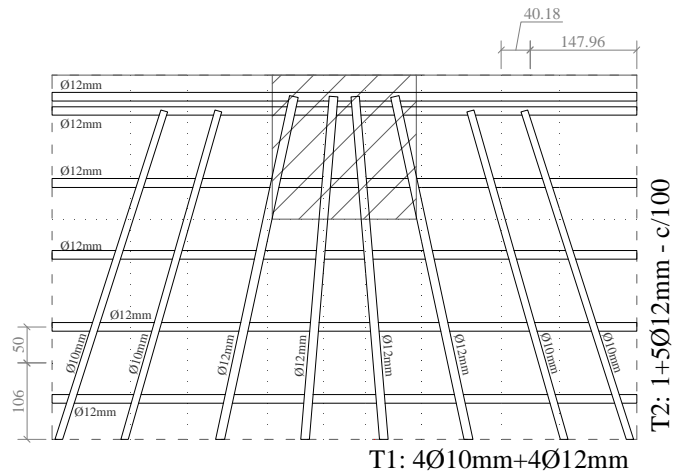


Figura A.2 – Ligação das lajes '2', '4' e '6' de KINNUNEN (1971)

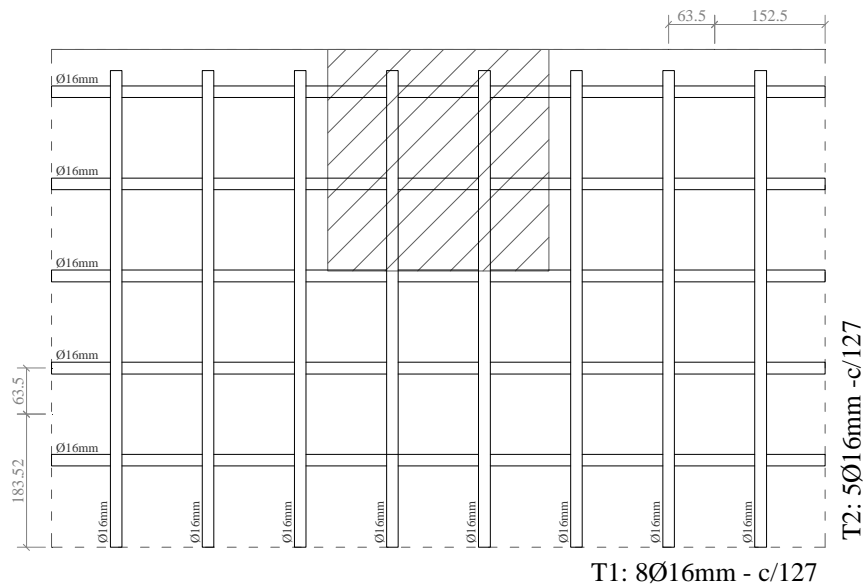


Figura A.3 – Ligação das lajes 'ES-1' e 'ES-7' de NARASIMHAN (1971)

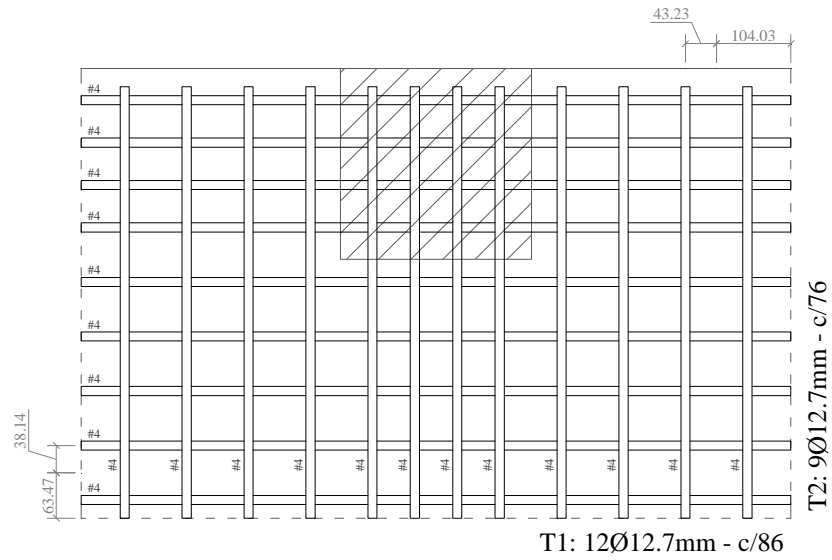


Figura A.4 – Lajes ‘Z-V(1)’, ‘Z-V(4)’, ‘Z-V(5)’ e ‘Z-V(6)’ de ZAGHLOOL (1971)

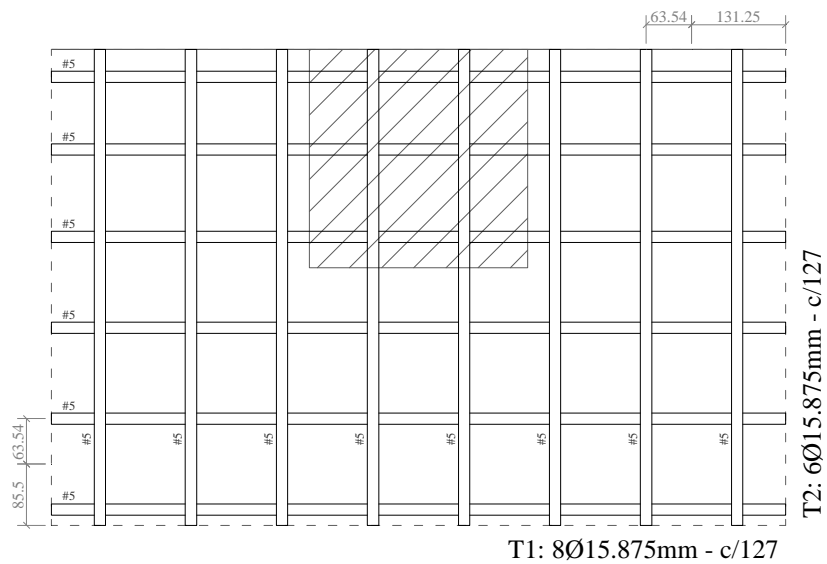


Figura A.5 – Ligação da laje ‘CN1’ de HAWKINS e CORLEY (1974)

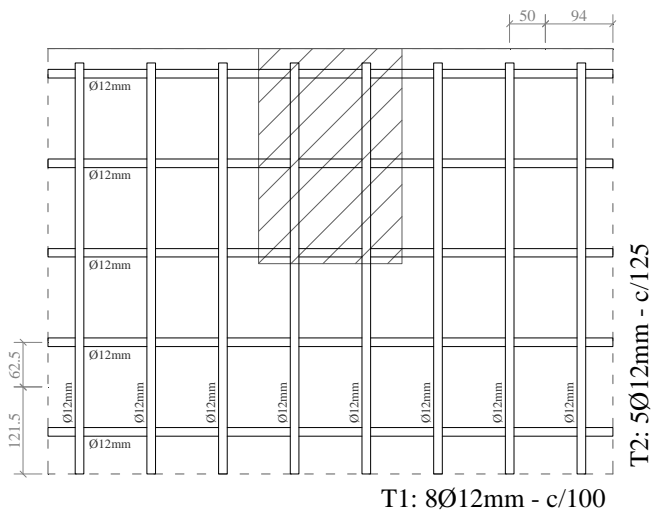


Figura A.6 – Ligação ‘SE1/G1’ da laje de REGAN *et al.* (1978)

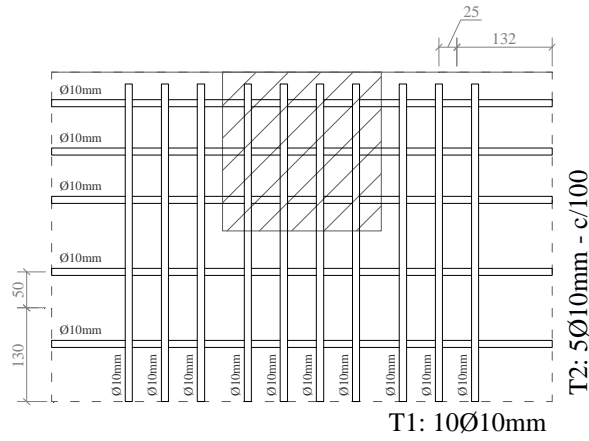


Figura A.7 – Ligação ‘cola’ da W1 laje de REGAN (1978)

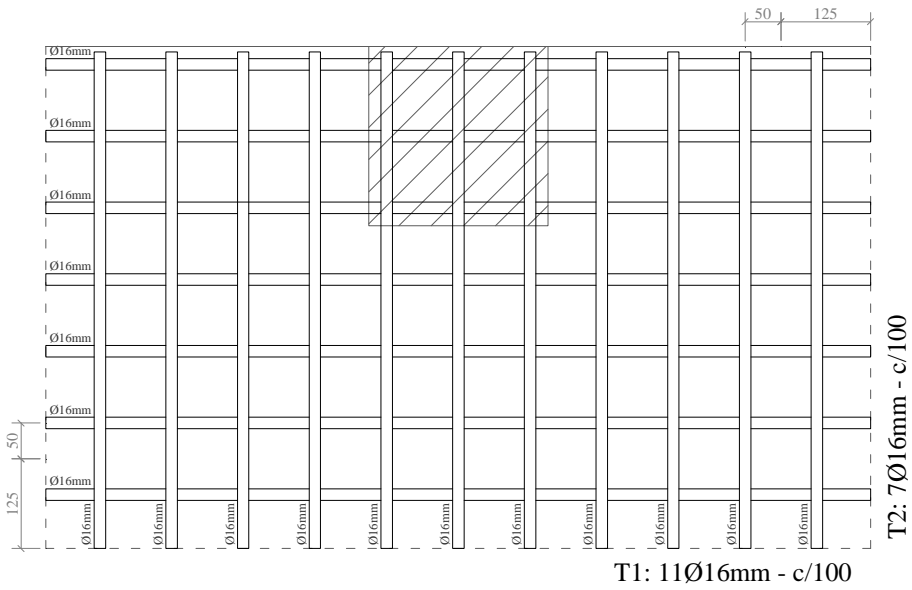


Figura A.8 – Ligação ‘P10A’ da laje de BRÄNDLI *et al.* (1982)

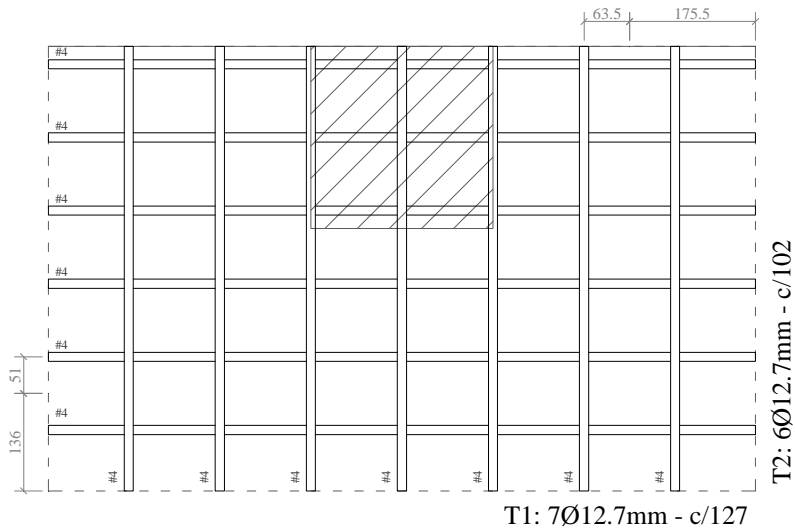


Figura A.9 – Ligação da laje ‘LS-1’ de MORTIN e GHALI (1991)

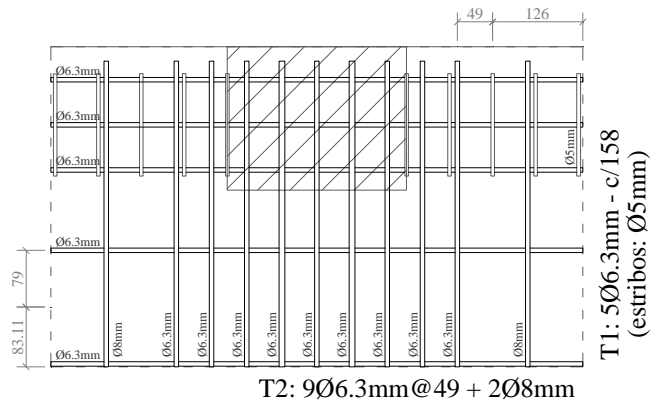


Figura A.10 – Ligação da laje ‘A’ de RANGAN (1990)

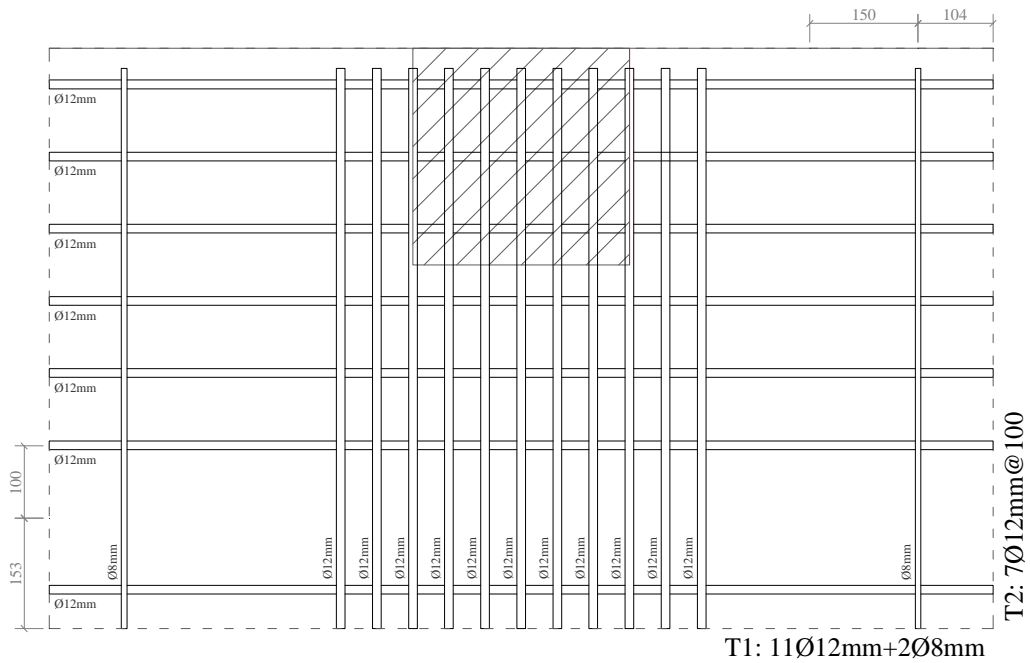


Figura A.11 – Ligação da laje REGAN (1993)

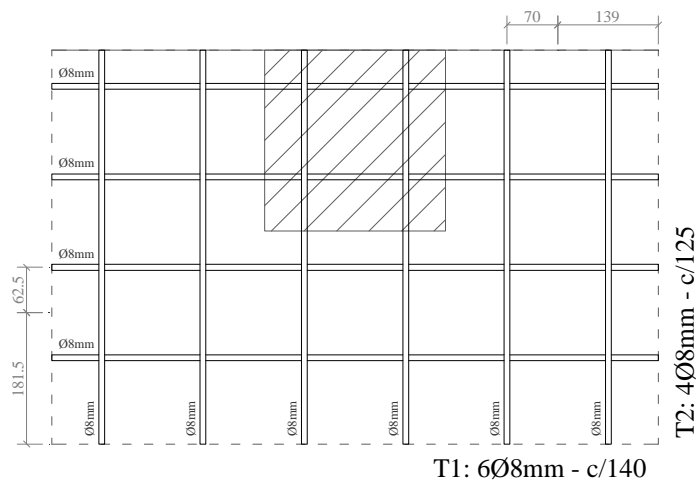


Figura A.12 – Ligação da laje ‘1’ de LIM e RANGAN (1995)

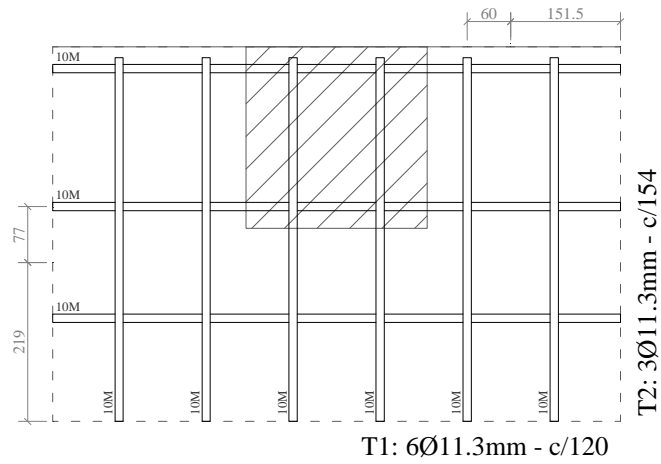


Figura A.13 – Ligação das lajes ‘XXX’ e ‘HXXX’ de EL-SALAKAWY *et al.* (1998)

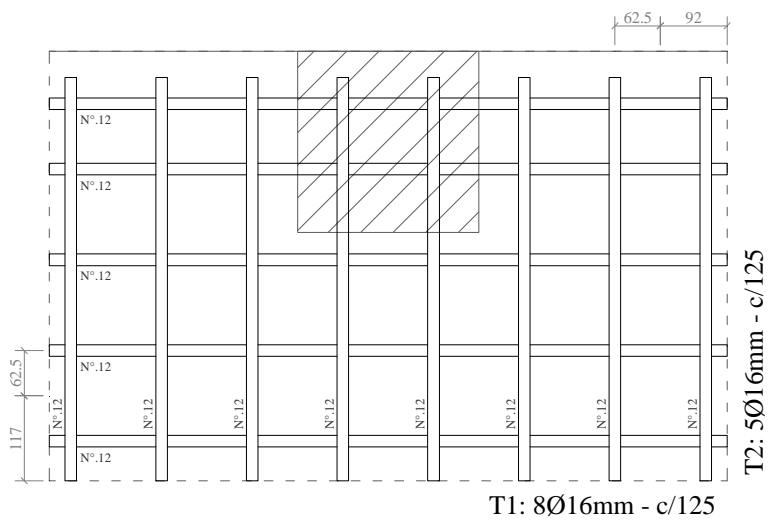


Figura A.14 – Ligações ‘S1-2/EC’ e ‘S2/EC’ da laje de SHERIF e DILGER (2000a)

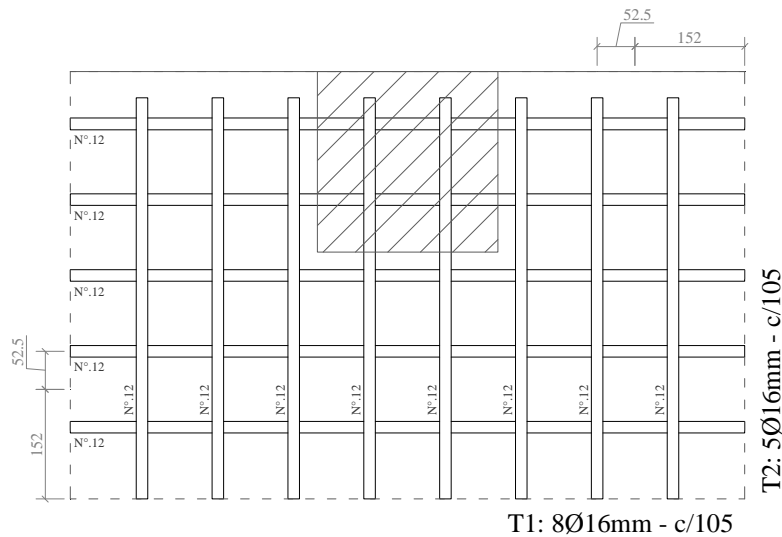


Figura A.15 – Ligação ‘EC1(T2)’ da laje de SHERIF e DILGER (2000b)

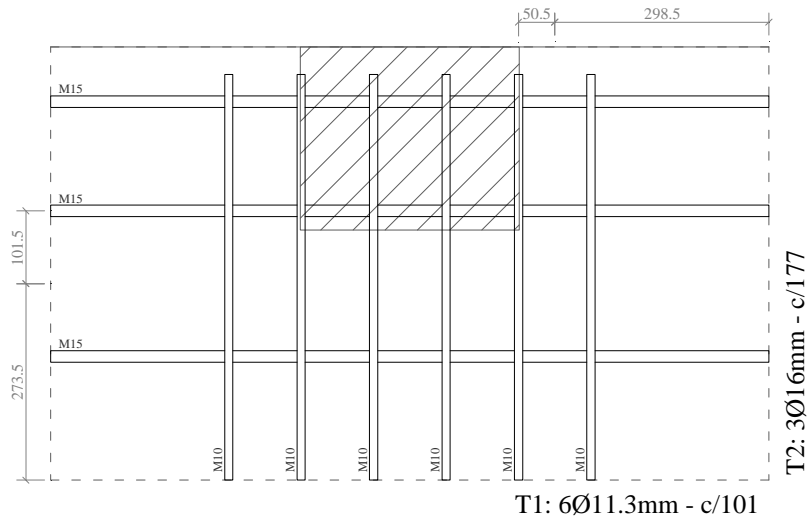


Figura A.16 – Ligação ‘Norte’ da laje de AFHAMI *et al.* (2000)

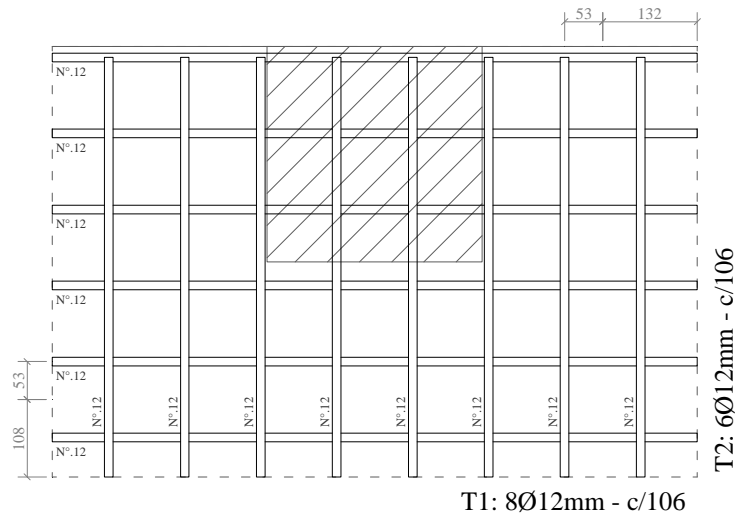


Figura A.17 – Ligação da laje ‘EX-S1’ de SHERIF *et al.* (2005)

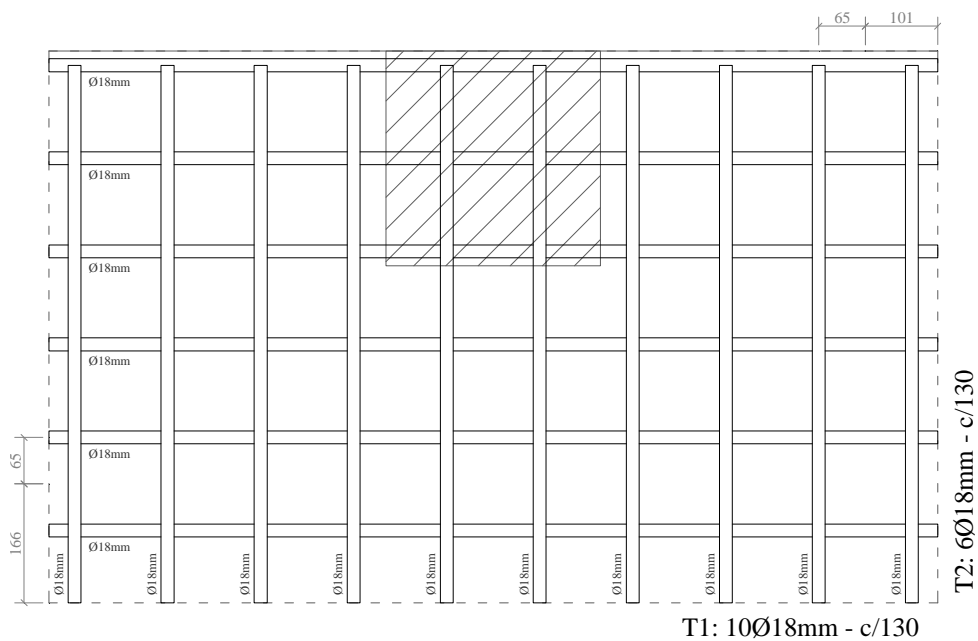


Figura A.18 – Lajes ‘DB-07’, ‘DB-08’ e ‘DB-9’ de BOMPA e MUTTONI (2013)

## APÊNDICE B – SERVIÇOS PARALELOS

### B.1 – MODIFICAÇÕES NO SISTEMA DE ENSAIO

Visando atender às necessidades dos modelos ensaiados nesta pesquisa, foram propostas algumas alterações nas características da estrutura do pórtico, sendo operacionalizadas as seguintes modificações.

#### B.1.1 – Reforço no pórtico

Inclusão de novas chapas metálicas (# 20 mm) triangulares soldadas ao pórtico.

#### B.1.2 – Furos na laje de reação

Abertura de  $\varnothing 150$  mm na laje de reação a 800 mm dos eixos do pórtico.

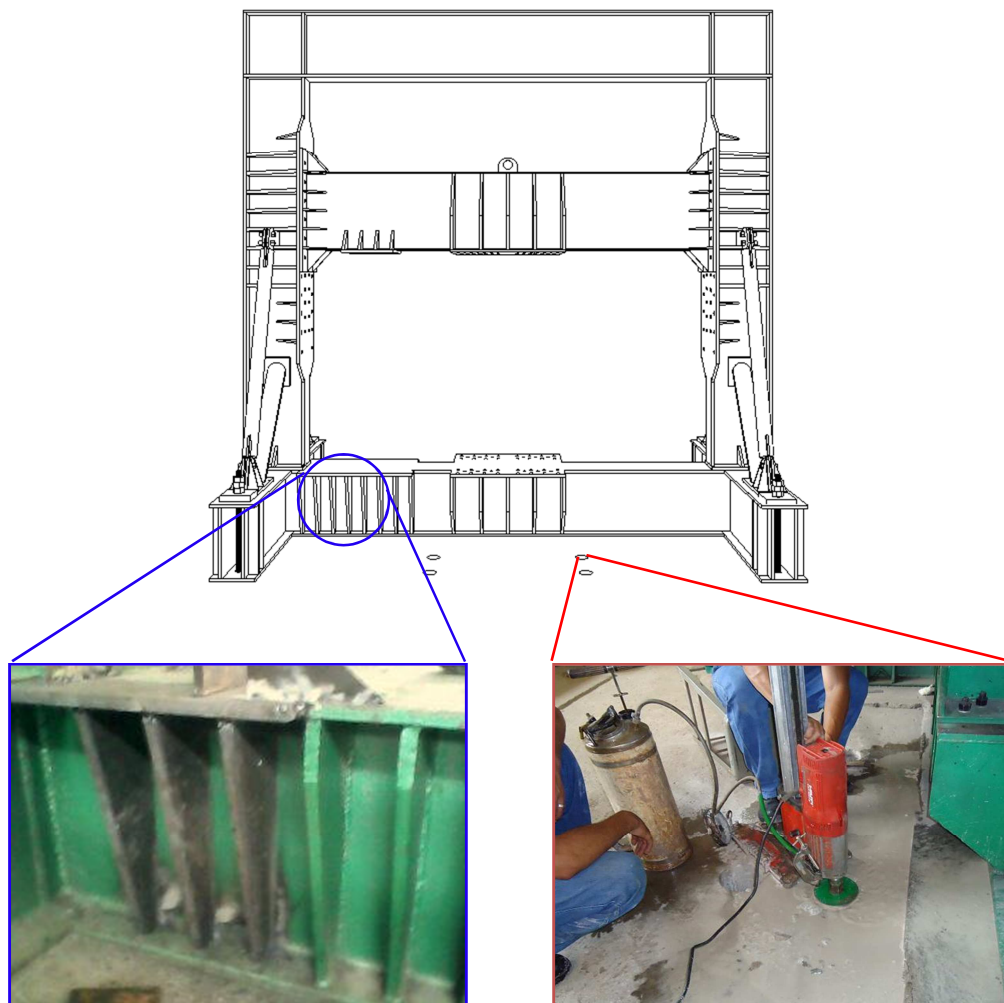
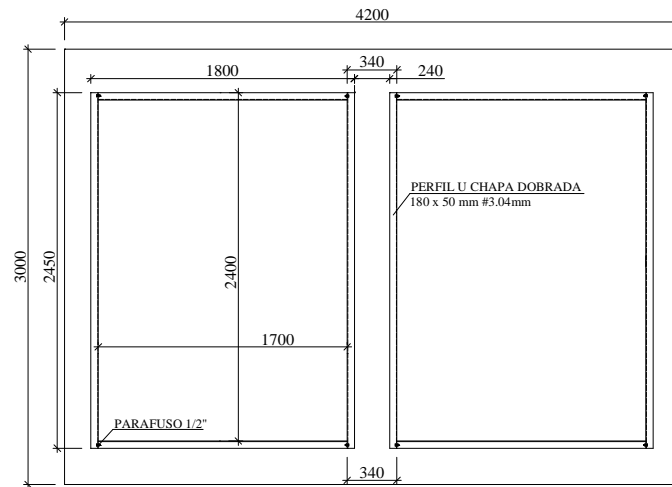
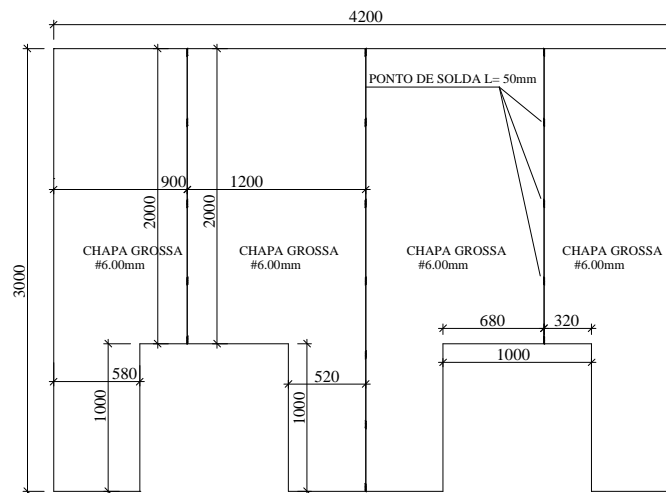


Figura B.1 – Serviços na área do pórtico de reação

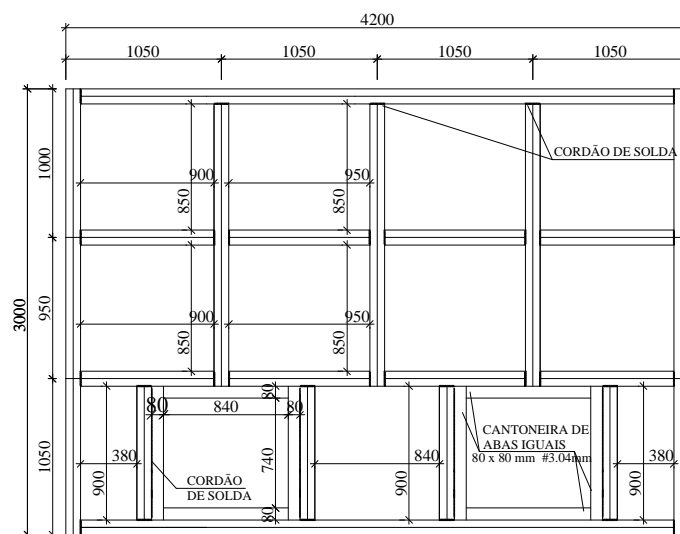
## B.2 – PROJETO DAS FÔRMAS METÁLICAS



VISTA SUPERIOR:  
APENAS AS LATERAIS



VISTA SUPERIOR:  
APENAS AS CHAPAS



VISTA SUPERIOR:  
APENAS AS VIGAS

Figura B.2 – Combo de formas metálicas (2x)



# APÊNDICE C – CÓDIGO TNO DIANA

## C.1 – ENTRADA DE DADOS

```
FEMGEN MODEL      : NIVEA_GRID2
ANALYSIS TYPE     : Structural 3D
'UNITS'
LENGTH   MM
TIME     SEC
TEMPER   KELVIN
FORCE    N
'COORDINATES'
   1      2.700000E+03      8.500000E+02      0.000000E+00
   2      2.700000E+03      8.000000E+02      0.000000E+00
-----
2695      6.000000E+02     -5.000000E+01      2.500000E+02
2696      6.000000E+02     -1.000000E+02      2.500000E+02
'ELEMENTS'
CONNECTIVITY
   1 Q20SH  1 2 37 36
   2 Q20SH  2 3 38 37
-----
2333 HX24L 2695 2696 2546 2545 2436 2443 2444 2437
2334 HX24L 2696 2488 2487 2546 2443 2450 2451 2444
MATERIALS
/ 1-2102 2119-2334 / 1
/ 2103-2118 / 3
GEOMETRY
/ 1-1598 / 7
DATA
/ 1-1598 / 1
'REINFORCEMENTS'
LOCATI
  27 BAR
    LINE      0.146680E+03  -0.346578E+02  -0.320000E+03
             0.995950E+02  -0.346578E+02  -0.311473E+03
-----
291 GRID
    PLANE      0.270000E+04   0.850000E+03  -0.700000E+02
             0.350000E+03   0.850000E+03  -0.700000E+02
             0.350000E+03  -0.850000E+03  -0.700000E+02
             0.270000E+04  -0.850000E+03  -0.700000E+02
    ELEMEN    1-1598 /
MATERIALS
/ 27 40 63 68 73 77 81 85 95 100 105 110 249 262 264 266 268 270
  272 274 276 278 280 282 290 291 /      2
GEOMETRY
/ 27 40 73 77 81 85 249 262 /      2
/ 63 68 95 100 105 110 264 266 268 270 272 274 276 278 280 282 /      3
/ 291 /      8
/ 290 /      9
'MATERIALS'
  1 YOUNG      2.850000E+04
  POISON      2.000000E-01
  TOTCRK FIXED
  TENCRV LINEAR
  TENSTR      1.550000E+00
  EPSULT      1.454000E-03
  COMCRV CONSTA
  COMSTR      4.480000E+01
  CNFCRV VECCHI
  REDCRV VC1993
  SHRCRV CONSTA
  BETA        0.5000000000
```

```

2 YOUNG      1.940000E+05
  POISON    2.000000E-01
  YIELD     VMISES
  YLDVAL    5.660000E+02
3 YOUNG      2.100000E+05
  POISON    3.000000E-01
'GEOMETRY'
2 CROSSE    2.010619E+02
3 CROSSE    3.117250E+01
4 CROSSE    2.010620E+02
5 CROSSE    1.227180E+02
7 THICK     1.800000E+02
8 THICK     1.774000E+00      6.270000E-01
  XAXIS     1.000000E+00      0.000000E+00      0.000000E+00
9 THICK     1.083000E+00      1.710000E+00
  XAXIS     1.000000E+00      0.000000E+00      0.000000E+00
'DATA'
1 NINTEG 2 2 9
'GROUPS'
ELEMEN
1 PLATES / 2103-2118 /
NODES
2 PLATES_N / 668-670 696-698 703-705 731-733 738-740 766-768
          1228-1230 1256-1258 1263-1265 1291-1293 1298-1300
          1326-1328 2367-2402 /
ELEMEN
3 SLAB / 1-1598 /
NODES
4 SLAB_N / 1-1680 /
ELEMEN
5 PILAR / 1599-2102 2119-2334 /
NODES
6 PILAR_N / 1450-1456 1485-1491 1520-1526 1555-1561 1590-1596
          1625-1631 1660-1666 1681-2366 2403-2696 /
REINFO
7 RS1 / 27 /
8 RS2 / 40 /
-----
30 RS81 / 282 /
31 REBGRID / 290 291 /
'SUPPORTS'
/ 2124 2129 2134 2139 2144 2149 2154 144-172 / TR      3
/ 144-172 / TR      1
'LOADS'
CASE 1
NODAL
2367 FORCE 3 -0.312500E+05
2373 FORCE 3 -0.312500E+05
-----
2391 FORCE 3 -0.312500E+05
2393 FORCE 3 -0.312500E+05
'DIRECTIONS'
1 1.000000E+00 0.000000E+00 0.000000E+00
2 0.000000E+00 1.000000E+00 0.000000E+00
3 0.000000E+00 0.000000E+00 1.000000E+00
'END'

```