

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE  
MATERIAIS DA ENGENHARIA**

**UM MODELO DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE SOB  
CONDIÇÕES DE FALHA POR FADIGA - APLICAÇÃO À PÁS DE  
HIDROTURBINAS KAPLAN**

**ERICH DOUGLAS DE SOUZA**

**ORIENTADOR: DR. JORGE LUIZ DE ALMEIDA FERREIRA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS  
DA ENGENHARIA**

**PUBLICAÇÃO: 004A/2013**

**BRASÍLIA/DF: Agosto – 2013**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA  
PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE  
MATERIAIS DA ENGENHARIA.**

**UM MODELO DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE SOB CONDIÇÕES  
DE FALHA POR FADIGA - APLICAÇÃO À PÁS DE HIDRO TURBINAS  
KAPLAN**

**ERICH DOUGLAS DE SOUZA**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA DA FACULDADE GAMA E FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. Dr. Jorge Luiz de Almeida Ferreira  
(Orientador)**

---

**Prof. Dr. Lucival Malcher  
(Examinador Interno)**

---

**Prof. Dr. Antonio Manoel Dias Henriques  
(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 14 DE AGOSTO DE 2013**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

ERICH DOUGLAS DE SOUZA

UM MODELO DE ANÁLISE DE CONFIABILIDADE SOB CONDIÇÕES DE FALHA POR FADIGA - APLICAÇÃO À PÁS DE HIDRO TURBINAS KAPLAN, [Distrito Federal] 2013.

004A/2013, 210 x 297 mm (FGA/UnB Gama, Mestre, Integridades de Materiais da Engenharia, 2013). Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade Gama. Programa de Pós-graduação em Integridade De Materiais De Engenharia.

|                   |                    |
|-------------------|--------------------|
| 1. Confiabilidade | 2. Monte Carlo     |
| 3. FORM           | 4. SORM            |
| I. FGA/UnB        | II. Título (Série) |

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

SOUZA, E. D. (2013). *Um Modelo De Análise De Confiabilidade Sob Condições De Falha Por Fadiga - Aplicação À Pás De Hidro Turbinas Kaplan*. Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais de Engenharia. Publicação 004A/2013, Programa de Pós-graduação em Integridade De Materiais De Engenharia Departamento de Integridade de Materiais da Engenharia, Faculdade Gama, Universidade de Brasília, Brasília, DF. 84 p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Erich Douglas de Souza

TÍTULO: Um Modelo De Análise De Confiabilidade Sob Condições De Falha Por Fadiga - Aplicação À Pás De Hidro Turbinas Kaplan.

GRAU: Mestre

ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Erich Douglas de Souza

Faculdade UnB/GAMA – Área Especial nº 01, Setor Central.

CEP 72.405-610 Brasília, DF – Brasil.

## *Agradecimento*

*Agradeço primeiramente a Deus por ter me guiado durante todo este período do Mestrado. Aos meus pais pelo apoio incontestável e por todos os esforços para que eu recebesse a melhor educação possível. Agradeço aos professores do departamento de Engenharia mecânica da Universidade de Brasília, em especial ao meu orientador Professor Jorge Luiz pela dedicação. Agradeço a minha namorada pelo apoio nos momentos difíceis e pelo incentivo constante.*

## RESUMO

Este trabalho apresenta a implementação de métodos de confiabilidade sob componentes mecânicos sujeitos a falha por fadiga. A aplicação destes métodos foi feita no estudo da integridade estrutural das pás de uma hidroturbina, confeccionadas em aço ASTM A743 CA6NM. As pás são componentes essenciais na integridade estrutural da turbina e estão susceptíveis a iniciação de trincas por fadiga, sendo este o modo de falha preponderante deste componente. Para efetuar a análise estrutural, as características de resistência do material, aqui denominada função de capacidade, foram obtidas através de ensaios de tração e de fadiga. O histórico de tensões, aqui denominado demanda, foi obtido através da análise em elementos finitos da pá da turbina. A demanda de carregamentos foi analisada através de três modelos de fadiga distintos: modelo de Goodman, modelo de Gerber e Modelo de Walker. Baseado nos resultados da capacidade do material e na demanda que a pá está submetida foi obtido o índice de confiabilidade e a confiabilidade do componente de acordo com os métodos de Monte Carlo, FORM e SORM. Os resultados revelam que a pá da turbina não apresenta grande probabilidade de falhar sob as condições simuladas. O efeito do fator de superfície na confiabilidade da pá é estudado, e revela que a probabilidade de falha é sensível a este fator. O efeito de variações no histórico de carregamento na confiabilidade também é analisado, demonstrando que a tensão alternada possui maior impacto na probabilidade de falha.

## **ABSTRACT**

This paper presents the application of reliability methods to mechanical components subject to fatigue failure. The application of these methods was conducted in the study of the structural integrity of the blades from a hydro generator Kaplan, built on steel ASTM A743 CA6NM. The blades are essential components in the structural integrity of the turbine and are susceptible to fatigue crack initiation, which is the predominant mode of failure of this component. To perform the structural analysis, the strength characteristics of the material, here called function capacity were obtained from tensile and fatigue tests. The stress history, here called demand has been obtained by finite element analysis of the blade's generator. The demand loads was analyzed by three different fatigue models: Goodman's model, Gerber's model and Walker's model. Based on the results of the capacity of the material and the demand applied in to the blade, it was obtained the reliability index and the reliability, according to the Monte Carlo simulation, and the methods FORM and SORM. The results reveal that the blade is not likely to fail under the conditions simulated. The surface factor effects on reliability of the blade are studied, revealing that the failure probability is sensitive to this factor. The effect in the reliability of variations in the load history is also analyzed, demonstrating that the alternating stress has a greater impact on the failure probability.

## LISTA DE FIGURAS

|   |    |
|---|----|
| FIGURA 1 - REPRESENTAÇÃO GRÁFICA DE UM CARREGAMENTO CÍCLICO A AMPLITUDE CONSTANTE.....  | 4  |
| FIGURA 2 - MODELO DE CURVAS S-N PARA DIFERENTES RAZÕES DE CARREGAMENTO. (SILVA, 2009) .....   | 6  |
| FIGURA 3 - REPRESENTAÇÃO DAS RELAÇÕES DE GOODMAN E GERBER EM UM DIAGRAMA DE HAIGH (SILVA ET AL, 2009).....  | 8  |
| FIGURA 4 - COMPORTAMENTO TÍPICO DA EQUAÇÃO DE WALKER PARA DIVERSOS VALORES DE $r$ . SOUZA, (2011) .....   | 9  |
| FIGURA 5 - INTERFERÊNCIA ENTRE AS DISTRIBUIÇÕES DAS FUNÇÕES DE CAPACIDADE E DEMANDA. ....   | 10 |
| FIGURA 6 - DISTRIBUIÇÃO DA FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE (FEL) E VISUALIZAÇÃO DA REGIÃO DE FALHA. ....  | 11 |
| FIGURA 7 - VISUALIZAÇÃO DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE NA DISTRIBUIÇÃO NORMALIZADA DA FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE. ....  | 12 |
| FIGURA 8 - REPRESENTAÇÃO DO MÉTODO DE MONTE CARLO. ....   | 21 |
| FIGURA 9 - CURVAS S-N DO AÇO ASTM A743 CA6NM PARA DIFERENTES RAZÕES DE CARREGAMENTO (SILVA ET AL, 2013).....  | 22 |
| FIGURA 10 - ESTRATÉGIA DE AVALIAÇÃO DA ADERÊNCIA DOS MODELOS DE FADIGA. SILVA ET AL. (2013).....  | 24 |
| FIGURA 11 - CAMPO DE PRESSÃO OBTIDO PELA SIMULAÇÃO NUMÉRICA (SOARES ET AL, 2005).....   | 25 |
| FIGURA 12 - REGIÃO DA PÁ ONDE O CAMPO DE PRESSÃO FOI MODIFICADO. (SOARES ET AL, 2005). ....   | 25 |
| FIGURA 13 - HISTÓRICO DE CARREGAMENTO UTILIZADO NA ANÁLISE TRANSIENTE DA PÁ DA HIDROTURBINA (SOARES ET AL, 2005) .  | 26 |
| FIGURA 14 - CAMPO DE TENSÕES EQUIVALENTES DE VON MISES NA ANÁLISE TRANSIENTE NO INSTANTE $t=3,92$ SEGUNDOS (SOARES ET AL, 2005).....  | 26 |
| FIGURA 15 – HISTÓRICO DE CARREGAMENTO (A) E DIAGRAMA DE DISPERSÃO DA TENSÃO MÉDIA E ALTERNADA (B) BASEADOS NO RAIN-FLOW DO PONTO MAIS SOLICITADO (SOARES ET AL, 2005). .... | 27 |
| FIGURA 16 - CARACTERIZAÇÃO GEOMÉTRICA DA CAPACIDADE E DA DEMANDA. ....  | 28 |
| FIGURA 17 - FATOR DE SUPERFÍCIE EM FUNÇÃO DA RUGOSIDADE SUPERFICIAL E DA RESISTÊNCIA À TRAÇÃO (JOHNSON, 1967).....  | 32 |
| FIGURA 18 - RUGOSIDADE NOS PROCESSOS DE USINAGEM (ALVES, 2002).....   | 33 |
| FIGURA 19 - EFEITO DO FATOR DE SUPERFÍCIE NA RESISTÊNCIA À FADIGA. ....   | 34 |
| FIGURA 20 - ZONA DE SOLICITAÇÃO DE UM CARREGAMENTO GENÉRICO NO MODELO DE GOODMAN.....   | 35 |
| FIGURA 21 - VISUALIZAÇÃO DO EFEITO DA ANÁLISE CV FIXO NAS TENSÕES DE SOLICITAÇÃO – MODELO DE GOODMAN.....   | 36 |
| FIGURA 22 - VISUALIZAÇÃO DO EFEITO DA ANÁLISE DESVIO FIXO NAS TENSÕES DE SOLICITAÇÃO – MODELO DE GOODMAN. ....  | 37 |
| FIGURA 23 - VISUALIZAÇÃO DO EFEITO DA ANÁLISE MÉDIA FIXA NAS TENSÕES DE SOLICITAÇÃO – MODELO DE GOODMAN .....   | 38 |
| FIGURA 24 - VISUALIZAÇÃO DO EFEITO DA ANÁLISE DESVIO FIXO EM CADA TENSÃO DE SOLICITAÇÃO – MODELO DE GOODMAN.....  | 39 |
| FIGURA 25 - DISTRIBUIÇÃO DA FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE SEGUNDO OS MÉTODOS FORM, SORM E MONTE CARLO SEGUNDO MODELO DE GOODMAN. ....   | 40 |
| FIGURA 26 - DISTRIBUIÇÃO DA FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE SEGUNDO OS MÉTODOS FORM, SORM E MONTE CARLO SEGUNDO MODELO DE GERBER. ....  | 41 |
| FIGURA 27 - DISTRIBUIÇÃO DA FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE SEGUNDO OS MÉTODOS FORM, SORM E MONTE CARLO SEGUNDO MODELO DE WALKER.....   | 41 |
| FIGURA 28 - COMPARAÇÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO NORMAL E DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA O MODELO DE GOODMAN. .   | 42 |
| FIGURA 29 - COMPARAÇÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO NORMAL E DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA O MODELO DE GERBER.....  | 42 |
| FIGURA 30 - COMPARAÇÃO DE UMA DISTRIBUIÇÃO NORMAL E DA SIMULAÇÃO DE MONTE CARLO PARA O MODELO DE WALKER. ....   | 43 |
| FIGURA 31- CURVA DE REFERÊNCIA DO MODELO DE GOODMAN E DEMANDA MECÂNICA DO COMPONENTE. ....  | 44 |
| FIGURA 32- CURVA DE REFERÊNCIA DO MODELO DE GERBER E DEMANDA MECÂNICA DO COMPONENTE. ....   | 44 |

|  |    |
|--|----|
| FIGURA 33 - CURVA DE REFERÊNCIA DO MODELO DE WALKER E DEMANDA MECÂNICA DO COMPONENTE. ....   | 45 |
| FIGURA 34 - CONVERGÊNCIA DA PROBABILIDADE DE FALHA EM FUNÇÃO DO NÚMERO DE ITERAÇÕES PARA O MODELO DE WALKER... ..  | 46 |
| FIGURA 35 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO EM FUNÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE – MODELO DE GOODMAN. .... | 48 |
| FIGURA 36 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA DO MÉTODO DE MONTE CARLO EM FUNÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE – MODELO DE GERBER. ....                                | 48 |
| FIGURA 37 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO EM FUNÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE – MODELO DE WALKER. ....  | 48 |
| FIGURA 38 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM EM FUNÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE – MODELO DE GOODMAN.....            | 49 |
| FIGURA 39 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM EM FUNÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE – MODELO DE GERBER.....             | 50 |
| FIGURA 40 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM EM FUNÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE – MODELO DE WALKER. ....            | 50 |
| FIGURA 41 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM EM FUNÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE – MODELO DE GOODMAN.....            | 51 |
| FIGURA 42 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM EM FUNÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE – MODELO DE GERBER. ....            | 51 |
| FIGURA 43 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM EM FUNÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE – MODELO DE WALKER. ....            | 52 |
| FIGURA 44 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO COM CV FIXO – MODELO DE GOODMAN.....                       | 54 |
| FIGURA 45 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO COM CV FIXO – MODELO DE GERBER. ....                       | 54 |
| FIGURA 46 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO COM CV FIXO – MODELO DE WALKER. ....                       | 54 |
| FIGURA 47 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM COM CV FIXO – MODELO DE GOODMAN.....                                 | 55 |
| FIGURA 48 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM COM CV FIXO – MODELO DE GERBER.....                                  | 56 |
| FIGURA 49 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM COM CV FIXO – MODELO DE WALKER.....                                  | 56 |
| FIGURA 50 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM COM CV FIXO – MODELO DE GOODMAN.....                                 | 57 |
| FIGURA 51 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM COM CV FIXO – MODELO DE GERBER. ....                                 | 57 |
| FIGURA 52 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM COM CV FIXO – MODELO DE WALKER. ....                                 | 58 |

|  |    |
|--|----|
| FIGURA 53 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO COM DESVIO FIXO— MODELO DE GOODMAN. .... | 59 |
| FIGURA 54 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO COM DESVIO FIXO— MODELO DE WALKER. ....  | 59 |
| FIGURA 55- CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM COM DESVIO FIXO— MODELO DE GOODMAN. ....            | 60 |
| FIGURA 56 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM COM DESVIO FIXO— MODELO DE GERBER. ....            | 60 |
| FIGURA 57 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM COM DESVIO FIXO— MODELO DE WALKER. ....            | 61 |
| FIGURA 58 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM COM DESVIO FIXO— MODELO DE GOODMAN. ....           | 62 |
| FIGURA 59 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM COM DESVIO FIXO— MODELO DE GERBER. ....            | 62 |
| FIGURA 60 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM COM DESVIO FIXO— MODELO DE WALKER. ....            | 62 |
| FIGURA 61 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO COM MÉDIA FIXA— MODELO DE GOODMAN . .... | 63 |
| FIGURA 62 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO COM MÉDIA FIXA— MODELO DE GERBER. ....   | 64 |
| FIGURA 63 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO DE MONTE CARLO COM MÉDIA FIXA— MODELO DE WALKER. ....   | 64 |
| FIGURA 64 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM COM MÉDIA FIXA— MODELO DE GOODMAN. ....            | 65 |
| FIGURA 65 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM COM MÉDIA FIXA— MODELO DE GERBER. ....             | 65 |
| FIGURA 66 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO FORM COM MÉDIA FIXA — MODELO DE WALKER. ....            | 66 |
| FIGURA 67 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM COM MÉDIA FIXA— MODELO DE GOODMAN. ....            | 66 |
| FIGURA 68 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM COM MÉDIA FIXA— MODELO DE GERBER. ....             | 67 |
| FIGURA 69 - CURVA DE TENDÊNCIA DA VARIAÇÃO DA PROBABILIDADE DE FALHA E DO ÍNDICE DE CONFIABILIDADE DO MÉTODO SORM COM MÉDIA FIXA— MODELO DE WALKER. ....             | 67 |
| FIGURA 70 - EFEITO DO FATOR DE SUPERFÍCIE NA PROBABILIDADE DE FALHA UTILIZANDO O MODELO DE WALKER. ....  | 68 |
| FIGURA 71 – EFEITO DA VARIAÇÃO DAS TENSÕES DE SOLICITAÇÃO NA PROBABILIDADE DE FALHA UTILIZANDO MODELO DE WALKER. .   | 69 |
| FIGURA 72 - EFEITO DA VARIAÇÃO DA VARIÂNCIA DAS VARIÁVEIS DE SOLICITAÇÃO NA PROBABILIDADE DE FALHA SEGUNDO MODELO DE WALKER. ....                                    | 70 |

## LISTA DE TABELAS

|  |    |
|--|----|
| TABELA 1- PARÂMETROS DE CARACTERIZAÇÃO DAS CURVAS S-N. ....  | 23 |
| TABELA 2 - RESULTADO ESTATÍSTICO OBTIDO PARA O FATOR DE AJUSTE $\Gamma$ DO MODELO DE WALKER. SILVA ET AL. (2013). .... | 23 |
| TABELA 3 - CARACTERÍSTICAS ESTATÍSTICAS DAS COMPONENTES DE TENSÃO. (SOARES ET AL, 2005).....                           | 27 |
| TABELA 4 - PARÂMETROS ESTATÍSTICOS DAS VARIÁVEIS DA FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE (FEL) EM CONDIÇÃO NOMINAL.....             | 31 |
| TABELA 5 - VALORES DE REFERÊNCIA DO CÁLCULO DA MÉDIA DO FATOR DE SUPERFÍCIE (SHIGLEY, 2005). ....                      | 32 |
| TABELA 6 - ESTIMATIVAS DA PROBABILIDADE DE FALHA E CONFIABILIDADE DAS PÁS DA TURBINA. ....                             | 40 |
| TABELA 7 - EFEITO DO FATOR DE SUPERFÍCIE SOBRE A PROBABILIDADE DE FALHA. ....  | 47 |

## LISTA DE ABREVIATURAS E SÍMBOLOS

|                              |   |
|------------------------------|---|
| CV                           | Coeficiente de Variação                             |
| FEL                          | Função de Estado Limite                             |
| FORM                         | First Order Reliability Method                      |
| FS                           | Fator de Segurança                                  |
| MCS                          | Simulação ou método de Monte Carlo                  |
| MS                           | Margem de Segurança                                 |
| PbF                          | Probabilidade de Falha                              |
| SORM                         | Second Order Reliability Method                     |
| $\bar{K}_a$                  | Fator de superfície médio                           |
| $S_e'$                       | Limite de resistência à fadiga modificado           |
| $\hat{A}$                    | Novo parâmetro A da curva S-N                       |
| $\hat{b}$                    | Novo parâmetro b da curva S-N                       |
| $\bar{C}$                    | Média da função de capacidade                       |
| $\bar{D}$                    | Média da função de demanda                          |
| $K_a$ ou $C_{\text{superf}}$ | Fator de Superfície                                 |
| $N_0$                        | Número total de simulações                          |
| $n_a$                        | Número de ocorrências do evento a                   |
| $N_e$                        | Vida infinita do material                           |
| $N_f$ ou N                   | Vida para falha                                     |
| $P_A$                        | Probabilidade do evento A                           |
| $P_f$                        | Probabilidade de Falha                              |
| $R_a$                        | Rugosidade máxima                                   |
| $S_{10^3}$                   | Tensão em mil ciclos                                |
| $S_a$                        | Tensão alternada associada à capacidade             |
| $S_{ar}$                     | Resistência à fadiga em carregamento reverso (R=-1) |
| $S_e$                        | Limite de resistência à fadiga                      |
| $S_m$                        | Tensão média associada à capacidade                 |
| $S_{\text{max}}$             | Tensão máxima                                       |
| $S_{\text{min}}$             | Tensão mínima                                       |
| $S_{rt}$                     | Resistência à tração                                |
| $\bar{X}$                    | Vetor médio   |

|                                |  |
|--------------------------------|--|
| $\sigma_a$                     | Tensão alternada associada à demanda               |
| $\sigma_m$                     | Tensão média associada à demanda                   |
| $\sigma_x$                     | Desvio padrão da variável "x"                      |
| $\Delta\sigma$                 | Amplitude de tensão                                |
| $Cov(X_i, X_j)$                | Covariância da Variável $X_i$                      |
| $f(X)$                         | Função de densidade de probabilidade               |
| R                              | Razão de carregamento                              |
| $Var(X_i)$                     | Variância da variável $X_i$                        |
| $\beta$                        | Índice de confiabilidade                           |
| $\gamma$                       | Fator de ajuste do modelo de Walker                |
| $\delta\sigma_a$               | Variação na tensão alternada                       |
| $\delta\sigma_m$               | Variação na tensão média                           |
| $\delta\sigma_m\delta\sigma_a$ | Variação combinada (média + alternada)             |
| $\mu$                          | Média  |
| $\Phi$                         | Função de distribuição acumulada de probabilidades |
| $E[ ]$                         | Expectância ou esperança                           |

## SUMÁRIO

|   |    |
|---|----|
| 1. INTRODUÇÃO .....   | 1  |
| 2. REVISÃO TEÓRICA .....                                      | 4  |
| 2.1. FENÔMENO DA FADIGA .....                                 | 4  |
| 2.1.1. Tipos De Carregamento .....                            | 4  |
| 2.1.2. A Curva S-N.....                                       | 5  |
| 2.1.3. Revisão Histórica.....                                 | 6  |
| 2.2. ESTIMATIVA DA CONFIABILIDADE .....                       | 9  |
| 2.2.1. Métodos de confiabilidade.....                         | 13 |
| 2.2.1.1. FORM.....  | 14 |
| 2.2.1.2. SORM.....  | 17 |
| 2.2.1.3. Método De Monte Carlo.....                           | 20 |
| 2.3. COMPORTAMENTO EM FADIGA DO AÇO ASTM A743 CA6NM.....      | 22 |
| 2.4. ANÁLISE EM ELEMENTOS FINITOS DA PÁ DA HIDROTURBINA ..... | 24 |
| 3. METODOLOGIA .....  | 27 |
| 3.1. MODELAGEM DA FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE .....               | 27 |
| 3.2. CONSTRUÇÃO DO ALGORITMO .....                            | 30 |
| 3.3. CONDIÇÃO NOMINAL .....                                   | 30 |
| 3.4. EFEITO DO FATOR DE SUPERFÍCIE .....                      | 31 |
| 3.4.1. Modificação Da Resistência À Fadiga .....              | 33 |
| 3.5. VARIAÇÃO DO HISTÓRICO DE CARREGAMENTO .....              | 35 |
| 3.5.1. Análise CV Fixo .....                                  | 36 |
| 3.5.2. Análise Desvio Fixo.....                               | 36 |
| 3.5.3. Análise Média Fixa.....                                | 37 |
| 3.5.4. Tipos de Variações .....                               | 38 |
| 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES .....                              | 39 |
| 4.1. CONDIÇÃO NOMINAL .....                                   | 39 |
| 4.2. VARIAÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE .....                    | 46 |
| 4.2.1. Efeito sobre Monte Carlo.....                          | 47 |
| 4.2.2. Efeito sobre FORM .....                                | 49 |
| 4.2.3. Efeito sobre SORM .....                                | 51 |
| 4.3. VARIAÇÃO DO HISTÓRICO DE CARREGAMENTO .....              | 52 |
| 4.3.1. CV fixo.....   | 53 |
| 4.3.1.1. Efeito sobre Monte Carlo .....                       | 53 |
| 4.3.1.2. Efeito sobre FORM.....                               | 55 |
| 4.3.1.3. Efeito sobre SORM.....                               | 57 |
| 4.3.2. Desvio Fixo.....                                       | 58 |
| 4.3.2.1. Efeito sobre Monte Carlo .....                       | 58 |
| 4.3.2.2. Efeito sobre FORM.....                               | 60 |
| 4.3.2.3. Efeito sobre SORM.....                               | 61 |

|          |                                |    |
|----------|--------------------------------|----|
| 4.3.3.   | Média Fixa .....               | 63 |
| 4.3.3.1. | Efeito sobre Monte Carlo ..... | 63 |
| 4.3.3.2. | Efeito sobre FORM.....         | 65 |
| 4.3.3.3. | Efeito sobre SORM.....         | 66 |
| 4.3.4.   | Modelo de Walker .....         | 67 |
| 5.       | CONCLUSÕES .....               | 71 |
| 6.       | REFERÊNCIAS .....              | 75 |
|          | APÊNDICE A.....                | 78 |

## 1. INTRODUÇÃO

A evolução tecnológica é consequência da constante demanda e incentivo do ser humano em suprir suas necessidades. Incidindo nas mais diversas áreas de atuação humana, a evolução tecnológica tem como uma de suas bases a utilização de máquinas projetadas para responder a estas necessidades. Simples ou complexas, estas máquinas estão sujeitas a falhas estruturais que geram riscos à segurança.

Ainda que projetada de maneira adequada, uma máquina ou estrutura está sujeita a falhas. Muitas destas falhas estão relacionadas à incidência de variáveis não consideradas na etapa de projeto ou às incertezas associadas aos componentes estruturais. Por vezes estas incertezas são identificadas apenas em ensaios destrutivos, portanto não são aplicáveis. Para que se tenha maior controle das incertezas, as variáveis podem ser determinadas estatisticamente.

Neste contexto surge o termo confiabilidade, referindo-se à probabilidade da estrutura não apresentar falha quando submetida a uma determinada condição por um determinado período de tempo (Harr, 1987). Como primeiro passo para estimar a confiabilidade de uma estrutura, deve-se identificar quais são os modos de falha que a mesma está inserida. Existem diferentes modos de falha de uma estrutura, porém este trabalho se limita ao estudo da confiabilidade sob condições de falha por fadiga.

Fadiga é uma forma de falha mecânica verificada em elementos e componentes mecânicos sujeitos a ciclos de tensão ou deformação. Este fenômeno é de importância crucial na concepção de máquinas e estruturas, pois é possível a ocorrência da falha em um nível de tensão inferior à resistência do material. Estima-se que as falhas por fadiga compreendam aproximadamente 90% das falhas em metais (Callister, 2002). O fenômeno da fadiga não ocorre em um determinado momento, sendo ocasionado pelo acúmulo de danos devido aos ciclos de tensão ou deformação que o componente estrutural está submetido. O dano por fadiga é considerado nulo em materiais não expostos a carregamentos cíclicos, e o mesmo evolui até o estado crítico de dano com o aparecimento de uma trinca no material ou até mesmo de sua ruptura total.

As técnicas de projeto de fadiga cresceram desde o fim do século XIX, sendo hoje um dos focos no estudo da engenharia (Callister, 2002). As incertezas provenientes destas técnicas e do próprio fenômeno da fadiga incentivam a

utilização de modelos de confiabilidade para minimizar riscos associados a este modo falha. O capítulo 2 deste trabalho, especificamente na seção 2.1, apresenta um breve histórico do estudo do fenômeno da fadiga e introduz os conceitos necessários para compreensão da análise de confiabilidade sob condições de falha por fadiga.

Uma vez conhecido o modo de falha preponderante de um sistema, podem-se utilizar diferentes técnicas de estimativa da probabilidade de falha, de forma que se determine a confiabilidade do sistema. No contexto deste trabalho, três técnicas de confiabilidade são implementadas: Método de Monte Carlo (MCS), *First Order Reliability Method* (FORM) e *Second Order Reliability Method* (SORM). As técnicas são abordadas também no capítulo 2, mais especificamente na seção 2.2.

Dados os métodos de confiabilidade empregados e o modo de falha a ser analisado, utilizou-se como objeto de estudo a pá de uma hidroturbina Kaplan da hidroelétrica de Coaracy Nunes localizada no estado do Amapá. Mesmo sem apresentar falhas por fadiga, as pás da hidroturbina de Coaracy Nunes foram estudadas preventivamente, dado o histórico de falhas por fadiga que pás de outras hidroturbinas semelhantes apresentam. Ressalta-se que, ainda que conhecidas as condições de solicitação e de resistência do material no qual o componente mecânico é construído, a extrapolação da confiabilidade desta hidroturbina para outras acarreta pode acarretar em erros.

Construída em aço ASTM A743 CA6NM, a hidroturbina Kaplan da planta de Coaracy Nunes já foi objeto de estudos anteriores (Soares et al, 2005; Silva et al, 2013). Silva estudou o fenômeno da fadiga e determinou os parâmetros de resistência do material de confecção da hidroturbina, enquanto Soares estudou as condições de carregamento que a mesma estava submetida. Ainda no capítulo 2, seção 2.3 e 2.4, são apresentados, respectivamente, os resultados do trabalho de Silva e de Soares que auxiliaram na composição deste trabalho.

A partir do conhecimento das variáveis associadas à resistência do material e das condições de solicitação que a pá se encontra é possível realizar a análise de confiabilidade das pás. No capítulo 3, correspondente à metodologia, são apresentadas as funções que regem a análise de confiabilidade. Estas funções foram utilizadas na construção e implementação das técnicas de confiabilidade anteriormente citadas, com auxílio de um algoritmo computacional construído em linguagem MATLAB.

A análise de confiabilidade das pás da turbina também pode ser estendida para condições de operação diferentes das determinadas por Soares (2005). Levando-se em conta os parâmetros determinados por Soares, é proposto ainda no capítulo 3, duas diferentes variações nas condições de operação: variação do fator de superfície e variação do histórico de carregamento.

O capítulo 4 trata dos resultados provenientes das análises conduzidas. Primeiramente é apresentada e discutida a confiabilidade da pá quando submetida às condições nominais de operação, sendo seguida das apresentações e discussões dos efeitos da variação do fator de superfície e do histórico de carregamento.

Por fim, no capítulo 5, são apresentadas as conclusões decorrentes deste trabalho e pontuações quanto à utilização dos métodos de confiabilidade. Neste capítulo também são apresentadas propostas para trabalhos futuros no contexto das pás da hidroturbina e no contexto da confiabilidade.

## 2. REVISÃO TEÓRICA

### 2.1. FENÔMENO DA FADIGA

Entende-se por fadiga o processo de alteração na estrutura de um elemento mecânico que ocorre de forma localizada, progressiva e permanente. Ocorre em elementos sujeitos a tensões variáveis, que são originadas por carregamentos dinâmicos, sobre uma mesma região do elemento mecânico (ASTM, 1991). Os materiais submetidos a estes carregamentos podem romper em tensões inferiores às aquelas encontradas na literatura ou determinadas em ensaios estáticos. A ruptura que ocorre nessas condições de esforço é reconhecida como ruptura por fadiga. A falha por fadiga é geralmente do tipo súbita e total, não havendo forma visual de identificação da falha iminente por não apresentar deformação plástica aparente.

Com o avanço da tecnologia aumentaram a quantidade de componentes mecânicos submetidos a esforços dinâmicos. Com isto aumentaram a quantidades de falhas mecânicas causadas pelo fenômeno de fadiga (Callister, 2002). A vital importância do fenômeno na engenharia desencadeou vários estudos sobre o tema.

#### 2.1.1. Tipos De Carregamento

Sendo os ciclos de carregamento considerados constantes, pode-se dizer que o fenômeno de fadiga ocorrerá a amplitudes constantes. Observando a Fig.1 é possível fazer algumas considerações sobre o tipo de carregamento.

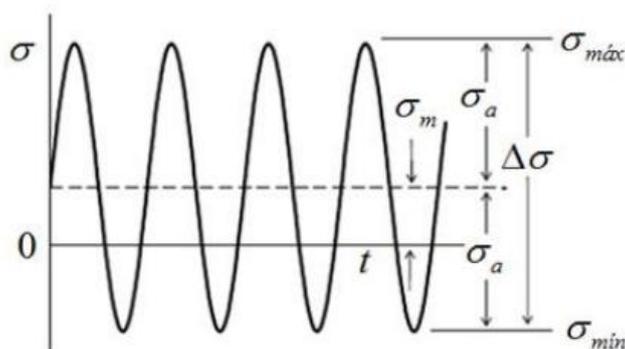


Figura 1 - Representação gráfica de um carregamento cíclico a amplitude constante.

Quando a tensão média,  $S_m$ , é nula, o carregamento será dito alternado. Para os casos onde a tensão média for diferente de zero, o carregamento é denominado flutuante. Um caso particular do carregamento flutuante ocorre quando a tensão mínima,  $S_{min}$ , é igual a zero. Neste caso, a tensão média será igual à tensão alternada,  $S_a$ . Este caso particular é denominado carregamento repetido (Souza, 2011).

Definem-se as relações básicas de caracterização de um ciclo de carregamento a partir das seguintes equações:

$$S_m = \left( \frac{S_{max} + S_{min}}{2} \right) \quad (1)$$

$$S_a = \left( \frac{S_{max} - S_{min}}{2} \right) \quad (2)$$

Uma forma usada para descrever o nível de tensão média consiste em adotar um fator que caracterize o grau de simetria do carregamento, tipicamente chamada de fator de simetria do ciclo, ou simplesmente razão de carregamento,  $R$ , cujo valor é quantificado é dado por:

$$R = \frac{S_{min}}{S_{max}} \quad (3)$$

Pode-se relacionar o fator de carregamento com o valor da tensão média e da tensão alternada segundo:

$$S_a = \frac{1 - R}{1 + R} \cdot S_m \quad (4)$$

### 2.1.2. A Curva S-N

Os estudos iniciais sobre fadiga efetuados por Wöhler (1870) permitiram concluir que a vida em fadiga aumenta com a diminuição da intensidade de tensão aplicada. Este estudo resultou na caracterização do comportamento de componentes estruturais submetidos a carregamentos cíclicos através da curva S-N. Utilizada como referência para a previsão do comportamento em fadiga de um material, a curva S-N correlaciona a tensão alternada atuante em um ponto de uma

estrutura ao número de ciclos necessários para o aparecimento de uma trinca por fadiga neste ponto.

Expressa em escala logarítmica, a curva S-N apresenta comportamento linear conforme ilustrado na Fig. 2. A relação entre a tensão alternada atuante,  $S_a$ , que causaria falha por fadiga após a aplicação de um número de ciclos,  $N_f$ , pode ser expressa pela Eq. (5):

$$S_a = A \cdot N_f^b \quad (5)$$

onde A e b são constantes relacionadas ao material e ao carregamento submetido e  $N_f$  superior a  $10^3$  (mil) ciclos para aços.

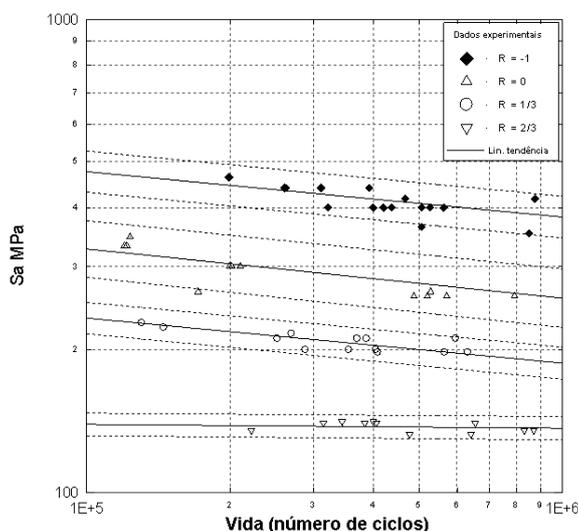


Figura 2 - Modelo de curvas S-N para diferentes razões de carregamento. (Silva, 2009)

A curva S-N de um material tende a ficar paralela à abscissa abaixo uma determinada tensão alternada. Define-se como limite de resistência à fadiga,  $S_e$ , como a tensão em que ocorre esta transição. Em aços esta transição ocorre entre  $10^6$  e  $10^7$  ciclos.

### 2.1.3. Revisão Histórica

A fim de compreender melhor o fenômeno da fadiga, esta seção apresenta um breve histórico de alguns dos modelos de fadiga, incluídos os utilizados neste trabalho.

Em 1870, Wöhler (1870) enunciou uma relação para descrever o efeito do carregamento sobre a resistência a fadiga. Em seu trabalho, Wöhler afirmou que

"Rupturas podem ser causadas, não só pela aplicação de cargas estáticas que ultrapassem a resistência mecânica do componente, mas também pela aplicação de esforços repetidos". Ainda segundo Wöhler, quando um carregamento repetido é aplicado sobre um componente mecânico, a máxima carga que pode ser aplicada depende da amplitude do esforço, conforme apresentado na Eq. (6).

$$S_{max} = f(\Delta S) \quad (6)$$

Em 1874, Gerber (1874) publicou seu trabalho sobre tensões admissíveis que poderiam ser aplicadas em projetos de pontes ferroviárias. O trabalho foi baseado em resultados experimentais de Wöhler e assume que os mesmos podem ser representados por uma parábola descrita pela Eq. (7).

$$\left(\frac{S_{min}}{S_{rt}}\right)^2 + \frac{1}{4} \cdot \left(\frac{\Delta S}{S_{rt}}\right)^2 + \left(\frac{S_{min} \cdot \Delta S}{S_{rt}^2}\right) + \left(\frac{\Delta S}{S_{rt}}\right) \cdot k = S_{ar} \cdot k \quad (7)$$

onde  $k$  é uma constante de ajuste e  $S_{ar}$  é o limite de resistência à fadiga para a condição de carregamento reverso,  $R = -1$ , tal que a relação entre  $S_{ar}$  e a vida  $N_f$  pode ser descrita pela equação de Basquin, representada matematicamente pela Eq. (8) (Silva et al, 2009).

$$S_{ar} = A \cdot (2N_f)^b \quad (8)$$

Gerber utilizou inicialmente em sua equação as variáveis  $S_{min}$  e  $\Delta S$ , correspondentes à tensão mínima e a amplitude de tensão respectivamente. Estas variáveis correspondem às cargas mortas e vivas aplicadas na ponte (carga estática devido ao peso da ponte e cargas dinâmicas devido à transição de veículos e ventos, respectivamente). É possível descrever a Eq. (7) em termos das tensões médias e alternadas, sendo apresentada na Eq. (9).

$$\frac{S_a}{S_{ar}} + \left(\frac{S_m}{S_{rt}}\right)^2 = 1 \quad (9)$$

Em 1917, Haigh (1917) mostrou que, considerando níveis de vida constante, a relação entre os parâmetros que descrevem a história de carregamento e o comportamento de fadiga do material poderia ser expressa pela relação apresentada na Eq. (10).

$$S_a = S_{ar} \cdot \left(1 - \frac{S_m}{S_{rt}}\right) \quad (10)$$

onde  $S_{ar}$  é o limite de resistência à fadiga sob condições de carregamento reverso. Esta equação é resultado da inclusão da linha que define a condição de escoamento do material em um diagrama  $\sigma_m$  versus  $\sigma_a$ . Esta equação é erroneamente conhecida como equação Goodman (Nicholas, 2006). A Figura 3 apresenta uma representação esquemática das equações de Goodman e Gerber neste diagrama.

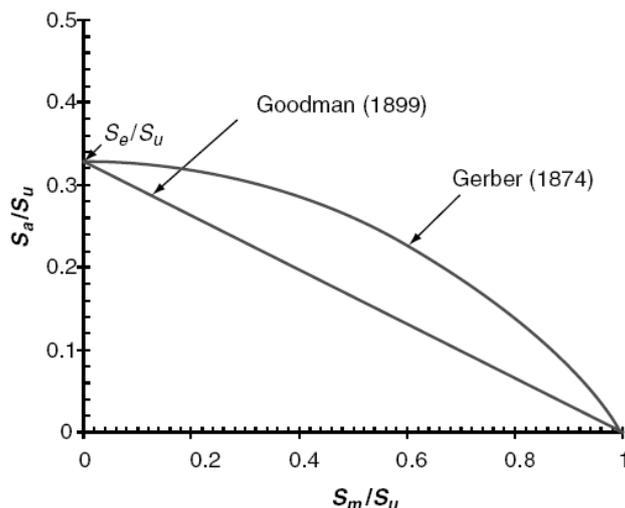


Figura 3 - Representação das relações de Goodman e Gerber em um diagrama de Haigh (Silva et al, 2009).

Em 1970, Smith, Watson, e Topper (SWT) (Smith et al, 1970) propuseram uma relação em que a tensão equivalente no limite de resistência à fadiga para a condição  $R = -1$ ,  $S_{ar}$ , poderia ser expressa na forma da Eq. (11).

$$S_{ar} = S_a \sqrt{\frac{2}{1-R}} \quad (11)$$

Ainda em 1970, Walker (1970) apresentou um critério semelhante ao SWT, mas utilizando um fator  $\gamma$  que possibilita um ajuste da curva em relação aos dados experimentais, apresentado na Eq. (12). A Figura 4 apresenta o comportamento típico da equação de Walker para diferentes valores de  $\gamma$ .

$$S_{ar} = S_a \cdot \left(\frac{2}{1-R}\right)^{1-\gamma} \quad (12)$$

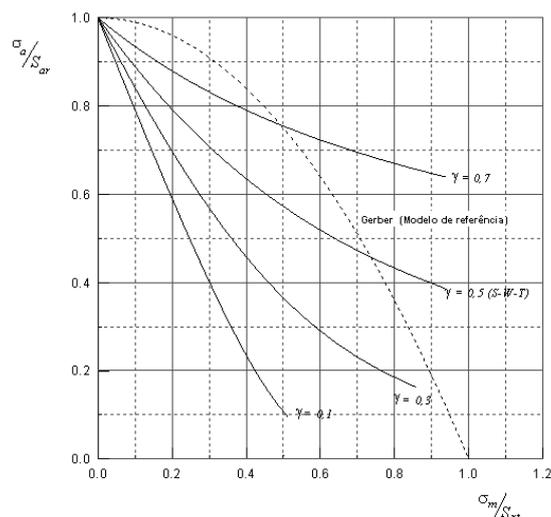


Figura 4 - Comportamento típico da Equação de Walker para diversos valores de  $\gamma$ . Souza, (2011)

## 2.2. ESTIMATIVA DA CONFIABILIDADE

A crescente demanda por segurança de máquinas ou peças, associada à complexidade das mesmas, impõe níveis de confiabilidade cada vez maiores, resultando em uma maior necessidade de avaliação da integridade estrutural de uma peça ou máquina. Segundo Harr (1987), confiabilidade pode ser definida como a probabilidade de sucesso de um sistema suportar uma condição de operação específica, por um determinado período de tempo.

O estudo da confiabilidade em engenharia necessita de duas condições definidas, aqui intituladas Capacidade e Demanda. A Capacidade é a condição de uma máquina ou componente de suportar determinada condição sem que haja falha. Por outro lado, entende-se como Demanda as condições de operação que um determinado componente está submetido. Em muitos casos, as condições de operação estão além da simples análise de tensões atuantes, fazendo parte também as condições de fabricação, estado de conservação ou modo de utilização da máquina (Ferreira, 1997).

Tradicionalmente, a avaliação do risco de uma falha é feito através do fator de segurança, FS. Este fator é definido como a razão entre a capacidade, C, de um sistema e a demanda, D, que o mesmo está submetido (Shen e Soboyejo, 2001). A Eq. (13) apresenta esta relação.

$$FS = \frac{C}{D} \quad (13)$$

Na análise do fator de segurança de casos complexos, há a dificuldade de se precisar tanto a capacidade como a demanda que um sistema está submetido, pois existem diversos componentes de incertezas que dificultam a obtenção de um valor exato das variáveis envolvidas. Neste contexto, o fator de segurança, FS, não é capaz de estimar a probabilidade de falhas ou garantir a confiabilidade do sistema (Shen e Soboyejo, 2001).

Supondo as condições de capacidade e demanda como variáveis aleatoriamente distribuídas, é possível analisar de outra maneira a probabilidade de ocorrência de falha de um componente. A Figura 5 apresenta a distribuição de probabilidade da capacidade e da demanda de um componente genérico. A região de interferência da capacidade e da demanda, correspondente a área hachurada, mostra a região de falha, pois é uma região onde a demanda pode superar a capacidade.

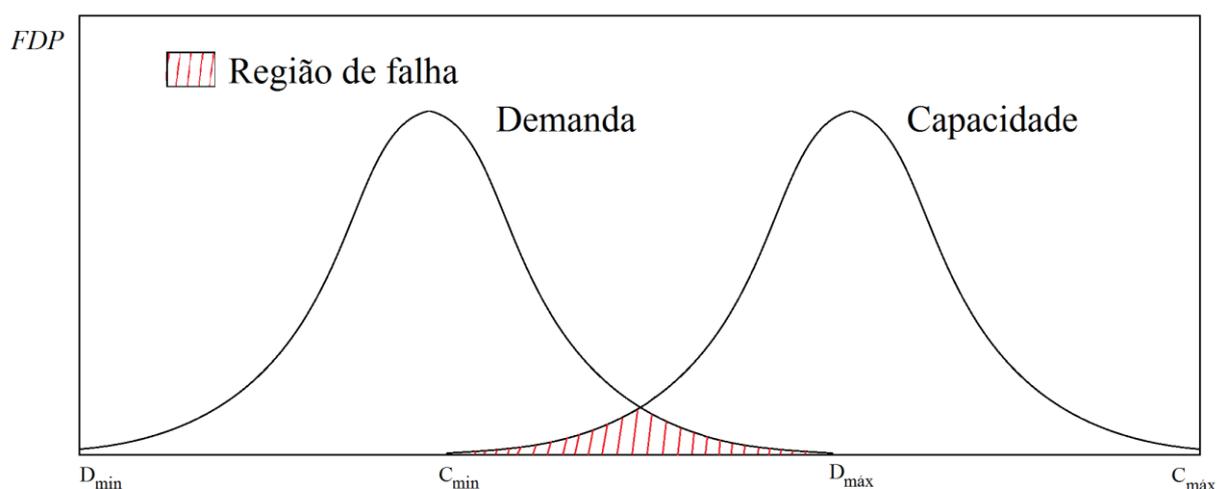


Figura 5 - Interferência entre as distribuições das funções de capacidade e demanda.

Pode-se definir que a função intitulada margem de segurança, MS, seja descrita a partir da relação contida na Eq. (14).

$$MS = C - D \quad (14)$$

onde a margem de segurança também pode ser interpretada como uma medida associada à confiabilidade (Soares, 2005).

Definindo as variáveis  $X_i$  como variáveis associadas à capacidade e a demanda, pode-se escrever a função de estado limite (FEL),  $g(X)$ , baseada na margem de segurança, MS, através da seguinte expressão:

$$MS = g(X) = g(X_1, X_2, X_3, \dots, X_i) \quad (15)$$

Variando os valores das variáveis  $X_i$ , a função de estado limite,  $g(X)$ , apresentará pode assumir uma das seguintes características:

$$g(X) < 0 \quad , \text{ Ocorrência de Falha.} \quad (16)$$

$$g(X) = 0 \quad , \text{ Condição Limite} \quad (17)$$

$$g(X) > 0 \quad , \text{ Não ocorre Falha.} \quad (18)$$

A função de densidade de probabilidade (FDP) da função de estado limite está genericamente apresentada na Fig. 6.

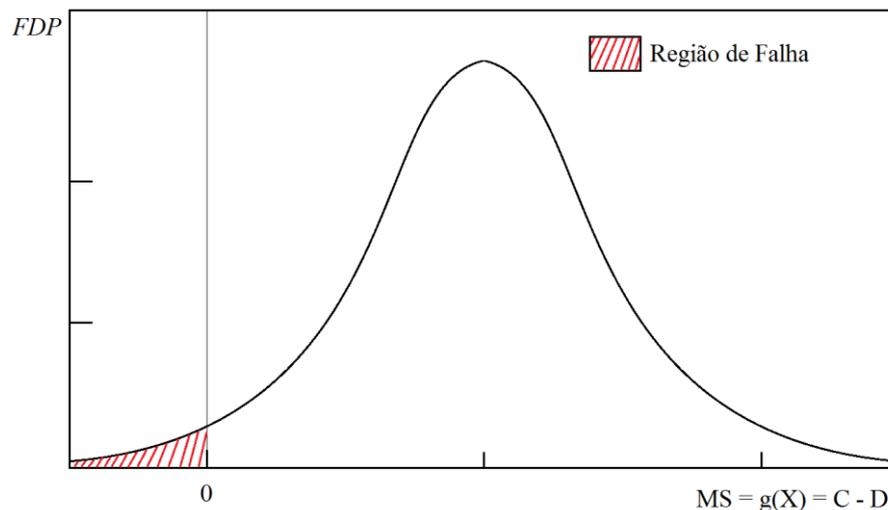


Figura 6 - Distribuição da função de estado limite (FEL) e visualização da região de falha.

A probabilidade de falha,  $P_f$ , pode ser calculada a partir da área da região hachurada. Pode-se escrever então que:

$$P_f = P[g(X) < 0] = \int_{g(X) < 0} f(X) dX \quad (19)$$

A função  $f(X)$  é a função de densidade de probabilidade conjunta das variáveis  $X_i$ . Devido à complexidade da função  $f(X)$ , a estimativa da probabilidade

de falha pode ser realizada através de métodos alternativos (Shen e Soboyejo, 2001). Uma medida de confiabilidade utilizada para estimar a probabilidade de falha, consiste no cálculo do índice de confiabilidade  $\beta$ , definido pela Eq. (20).

$$\beta = \frac{\mu_{MS}}{\sigma_{MS}} \quad (20)$$

Caso a funções de capacidade e de demanda da Eq. (20) apresente comportamento linear, pode-se calcular o valor do índice de confiabilidade através da equação a seguir (Lee e Kim, 2006):

$$\beta = \frac{\mu_C - \mu_D}{\sqrt{\sigma_C^2 + \sigma_D^2}} \quad (21)$$

O índice de confiabilidade  $\beta$  mede a distância entre a origem e a região de falha em uma função de densidade de probabilidade normalizada. Como a função é construída de forma que  $g(X)=0$  seja a condição limite, tem-se que  $\beta$  indica a distância até a condição de falha. Pode-se visualizar o índice de confiabilidade através da Fig. 7.

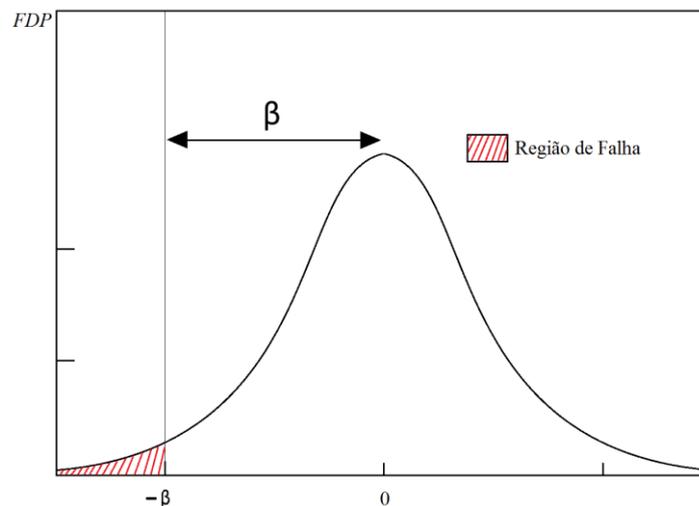


Figura 7 - Visualização do índice de confiabilidade na distribuição normalizada da função de estado limite.

Assumindo que a distribuição da função de estado limite é Gaussiana, pode-se expressar a probabilidade de falha através da Eq. (22).

$$P_f = \Phi(-\beta) \quad (22)$$

onde  $\Phi$  corresponde à função de distribuição acumulada de probabilidades da função de estado limite normalizada. Matematicamente, a probabilidade de falha pode ser calculada através da área da seção hachurada, sendo determinada através da Eq. (23) (Lee e Kim, 2007).

$$\Phi(\beta) = \int_{-\infty}^{-\beta} f(X) dX \quad (23)$$

A partir da estimativa da probabilidade de falha, pode-se calcular a confiabilidade através da utilização da Eq. (24).

$$\text{Confiabilidade (\%)} = (1 - P_f) \cdot 100 \quad (24)$$

Neste contexto, dois métodos analíticos são utilizados para estimar o índice de confiabilidade e posteriormente a probabilidade de falha: *First Order Reliability Method* (FORM) e *Second Order Reliability Method* (SORM). A probabilidade de falha também pode ser determinada diretamente sem a necessidade do cálculo do índice de confiabilidade através do método numérico de simulação de Monte Carlo (MCS) (Ferreira, 1997). Os métodos são apresentados na seção seguinte.

### 2.2.1. Métodos de confiabilidade

Os métodos de confiabilidade podem ser classificados de duas formas: método analítico e método numérico. O método numérico, também conhecido como método exato, apresentado neste trabalho é conhecido como simulação de Monte Carlo ou método de Monte Carlo (Soares et al, 2005). Como será apresentado neste capítulo, o método de Monte Carlo necessita de grande esforço computacional para estimar a probabilidade de falha. Já os métodos analíticos foram desenvolvidos para evitar o esforço computacional proveniente do método numérico (Harr, 1987). Estes métodos estimam os dois primeiros momentos estatísticos, correspondentes à média e variância, através de expansão em séries de Taylor. Para obter estimativas mais consistentes, as expansões são realizadas em torno dos valores médios das variáveis da FEL que descreve o modelo (Meyer, 1983; Harr, 1987).

A utilização dos métodos analíticos se torna interessante, pois as estimativas dos dois primeiros momentos de uma FEL multivariável,  $g(X)=(X_1, X_2, X_3, \dots, X_n)$ , são encontradas sem que seja necessário obter a distribuição de  $g(X)$ . A desvantagem

do uso dos métodos analíticos FORM e SORM é que, na medida em que a função de estado limite se distancia de uma distribuição Gaussiana, os resultados começam a divergir do valor real da probabilidade de falha (Souza e Carvalho, 2001).

Nas seções 2.2.1.1 e 2.2.1.2 serão apresentadas as equações fundamentais da utilização dos métodos FORM e SORM. Há certa dificuldade em encontrar outras fontes que apresentem os passos necessários para obtenção destas equações, sendo estes apresentados nas seções seguintes.

#### 2.2.1.1. FORM

Como dito anteriormente, o método de confiabilidade FORM é utilizado para estimar os dois primeiros momentos da função de estado limite através da expansão séries de Taylor. Por se tratar de um método de primeira ordem, a expansão é feita apenas para os termos lineares. A metodologia de análise FORM pautar-se no pressuposto que as variáveis envolvidas na função de estado limite podem ser descritas a partir de sua média e variância.

As Equações (25) a (40) correspondem a aproximações e simplificações úteis para estimar a média e a variância da função de estado limite (Ferreira, 1997).

Sabendo que a função de estado limite pode ser escrita na forma:

$$g(X) = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_n) \quad (25)$$

e que o vetor  $\bar{X}$  corresponde ao vetor dos valores médios das variáveis envolvidas, escrito na forma:

$$\bar{X} = (\bar{X}_1, \bar{X}_2, \bar{X}_3, \dots, \bar{X}_n) \quad (26)$$

pode-se fazer a expansão em séries de Taylor, resultando na seguinte expressão:

$$g(X) = \sum_i \frac{1}{i!} \cdot \left( \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^i \quad (27)$$

onde  $\Delta \bar{X}_i = X_i - \bar{X}_i$  e  $\left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^i$  denota  $\frac{\partial^i g(\bar{X})}{\partial X_k^i}$ .

Expandindo apenas os termos lineares da série, obtém-se:

$$g(X) \approx g(\bar{X}) + \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \quad (28)$$

A estimativa da expectância,  $E[g(X)]$  da Eq. (28), nos conduz a seguinte aproximação:

$$E[g(X)] \approx E \left[ g(\bar{X}) + \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right] \quad (29)$$

logo:

$$E[g(X)] \approx E[g(\bar{X})] + E \left[ \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right] \quad (30)$$

Como as derivadas parciais calculadas no ponto  $\bar{X}$  são constantes, pode-se reescrever a Eq. (29) na forma:

$$E[g(X)] \approx E[g(\bar{X})] + \sum_k E[\Delta \bar{X}_k] \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \quad (31)$$

O termo  $g(\bar{X})$  é constante, portanto a sua expectância é igual ao próprio termo como mostra a equação abaixo.

$$E[g(\bar{X})] = g(\bar{X}) \quad (32)$$

Tem-se também que, por definição, o somatório dos termos  $E[\Delta \bar{X}_k]$  é igual à zero, pois:

$$E[\Delta \bar{X}_k] = E[X_k - \bar{X}_k] = E[X_k] - E[\bar{X}_k] = \bar{X}_k - \bar{X}_k = 0 \quad (33)$$

Assim, através da simplificação da Eq. (31), pode-se escrever a aproximação de FORM para a média na forma:

$$E[g(X)] = g(\bar{X}) \quad (34)$$

Para estimar a variância da função de estado limite, tem-se que por definição que:

$$Var[\lambda] = E[(\lambda - \bar{\lambda})^2] \quad (35)$$

Aplicando esta definição para a função  $g(X)$ , e substituindo os termos  $\lambda$  pela Eq. (28) e  $\bar{\lambda}$  pela Eq. (34), tem-se que:

$$Var[g(X)] \approx E \left[ \left( g(\bar{X}) + \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} - E[g(X)] \right)^2 \right] \quad (36)$$

logo:

$$Var[g(X)] \approx E \left[ \left( \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^2 \right] \quad (37)$$

Pode considerar a seguinte igualdade com relação à Eq. (37):

$$E \left[ \left( \sum_k \Delta \bar{X}_k \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^2 \right] = E \left[ \sum_k (\Delta \bar{X}_k)^2 \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^2 + \sum_{k \neq j} \left( \Delta \bar{X}_k \Delta \bar{X}_j \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_j} \right) \right] \quad (38)$$

Considerando que as derivadas parciais de  $g(\bar{X})$  são constantes, pode-se reescrever a Eq. (38) como:

$$Var[g(X)] \approx \sum_k \left[ \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^2 \cdot E[(\Delta \bar{X}_k)^2] \right] + \sum_{k \neq j} \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_j} \cdot E[\Delta \bar{X}_k \cdot \Delta \bar{X}_j] \right) \quad (39)$$

O termo  $E[(\Delta \bar{X}_k)^2]$  representa a variância da variável aleatória, e o termo  $E[\Delta \bar{X}_k \cdot \Delta \bar{X}_j]$  corresponde à covariância entre as variáveis. Assim, a variância da função  $g(X)$  pode ser aproximada pela seguinte expressão:

$$Var[g(X)] \approx \sum_k \left[ \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^2 \cdot Var[X_k] \right] + \sum_{k \neq j} \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_j} \cdot Cov[X_k, X_j] \right) \quad (40)$$

A partir das estimativas da média e variância da função de estado limite  $g(X)$ , utiliza-se a Eq. (20) para determinar o índice de confiabilidade  $\beta$  e estimar a probabilidade de falha (Ferreira, 1997).

O método FORM é amplamente utilizado por se tratar de um método de fácil implementação e de baixo custo computacional. Apesar desta facilidade, o método FORM apresenta fragilidade na estimativa da probabilidade de falha de funções de

estado limite que tenham variáveis não lineares em sua construção (Souza e Carvalho, 2001). Para diminuir esta fragilidade, utiliza-se o método SORM descrito a seguir.

#### 2.2.1.2. SORM

O método de confiabilidade SORM é também utilizado para estimar os dois primeiros momentos da função de estado limite. A estimativa é feita a partir da expansão de segunda ordem em séries de Taylor. A expansão de segunda ordem incrementa a metodologia de FORM, pois introduz informações referentes à curvatura do estado limite (Lee e Kim, 2007). Assim como no método FORM, o método SORM parte do pressuposto que as variáveis associadas à função de estado limite podem ser descritas em função da sua média e variância.

As Equações (41) a (57) correspondem a aproximações e simplificações úteis para estimar a média da função de estado limite (Ferreira, 1997).

Sabe-se que a função de estado limite pode ser escrita na forma da Eq. (25) e que o vetor  $\bar{X}$  corresponde ao vetor com os valores médios das variáveis como apresentado na Eq. (26), tem-se que a expansão em séries de Taylor resulta na Eq. (41).

$$g(X) = \sum_i \frac{1}{i!} \cdot \left( \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^i \quad (41)$$

onde  $\Delta \bar{X}_i = X_i - \bar{X}_i$  e  $\left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^i$  denota  $\frac{\partial^i g(\bar{X})}{\partial X_k^i} \dots$ .

Ao se expandir até o termo de segunda ordem Eq. (41) em torno do ponto  $\bar{X}$ , tem-se que:

$$g(X) \approx g(\bar{X}) + \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} + \frac{1}{2} \cdot \sum_k \Delta \bar{X}_k^2 \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \quad (42)$$

A expectância da função  $g(X)$  pode ser determinada da seguinte forma:

$$E[g(X)] \approx E \left[ g(\bar{X}) + \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} + \frac{1}{2} \cdot \sum_k \Delta \bar{X}_k^2 \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right] \quad (43)$$

logo:

$$E[g(X)] \approx E \left[ g(\bar{X}) + \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right] + E \left[ \frac{1}{2} \cdot \sum_k \Delta \bar{X}_k^2 \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right] \quad (44)$$

O primeiro termo do lado direito da Eq. (44) corresponde a expectância calculada na metodologia de FORM, como apresentado nas Equações (29) a (34). Pode-se então substituir o resultado na Eq. (44). Desta forma, tem-se que:

$$E[g(X)] \approx g(\bar{X}) + E \left[ \frac{1}{2} \cdot \sum_k \Delta \bar{X}_k^2 \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right] \quad (45)$$

Assumindo que a covariância entre as variáveis é nula, tem-se também que:

$$E \left[ \frac{1}{2} \cdot \sum_k \Delta \bar{X}_k^2 \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right] = \frac{1}{2} \sum_k \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \cdot Var[X_k] \quad (46)$$

Considerando a simplificação acima, pode-se escrever que a média da função  $g(X)$  é dada pela expressão:

$$E[g(X)] \approx g(\bar{X}) + \frac{1}{2} \sum_k \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \cdot Var[X_k] \quad (47)$$

Para determinar a variância de acordo com o método SORM, também é utilizada a Eq. (35) como base de cálculo, porém o valor médio  $\bar{\lambda}$  utilizado corresponde à aproximação de primeira ordem, dado pela Eq. (34) (Oliveira, 1997). Tem-se que:

$$Var[g(X)] \approx E \left[ \left( g(\bar{X}) + \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} + \frac{1}{2} \cdot \sum_k \Delta \bar{X}_k^2 \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} - E[g(X)] \right)^2 \right] \quad (48)$$

Substituindo a Eq. (34) na expressão acima, encontra-se:

$$Var[g(X)] \approx E \left[ \left( \sum_k \Delta \bar{X}_k \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} + \frac{1}{2} \cdot \sum_k \Delta \bar{X}_k^2 \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right)^2 \right] \quad (49)$$

Sabendo que as derivadas parciais são constantes, pode-se reescrever a Eq. (49) da seguinte forma:

$$Var[g(X)] = \sum_k \left( \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^2 \cdot E[(\Delta \bar{X}_k)^2] \right) + \frac{1}{4} \cdot \sum_k \left( \left( \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right)^2 \cdot E[(\Delta \bar{X}_k)^4] \right) +$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{k \neq j} \left( \left( \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k \partial X_j} \right)^2 \cdot E[(\Delta \bar{X}_k \cdot \Delta \bar{X}_j)^2] + 2 \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_j} \right) \cdot E[\Delta \bar{X}_k \cdot \Delta \bar{X}_j] \right) + \\
& \sum_k \left( \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right) \cdot E[(\Delta \bar{X}_k)^3] \right) + \\
& \sum_k \sum_{k \neq j} \left( \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_j^2} \right) \cdot E[(\Delta \bar{X}_k \cdot \Delta \bar{X}_j^2)] \right) + \\
& 2 \cdot \sum_k \sum_{k \neq j} \left( \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k \partial X_j} \right) \cdot E[(\Delta \bar{X}_k^2 \cdot \Delta \bar{X}_j)] \right) + \\
& \frac{1}{2} \cdot \sum_{k \neq j} \left( \left( \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_j^2} \right) \cdot E[(\Delta \bar{X}_k^2 \cdot \Delta \bar{X}_j^2)] \right) + \\
& \sum_k \sum_{k \neq j} \left( \left( \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k \partial X_j} \right) \cdot E[(\Delta \bar{X}_k^3 \cdot \Delta \bar{X}_j)] \right) \tag{50}
\end{aligned}$$

Considerando que as variáveis são estatisticamente independentes, tem-se que:

$$E[(X_k - \bar{X}_k) \cdot (X_j - \bar{X}_j)^2] = 0 \tag{51}$$

A partir da simplificação acima e sabendo que  $E[(\Delta \bar{X}_k)^2]$  corresponde à variância da variável  $X_k$ , pode-se reescrever a Eq. (50) de forma que se obtenha:

$$\begin{aligned}
Var[g(X)] &= \sum_k \left( \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^2 \cdot Var[X_k] + \frac{1}{4} \cdot \left( \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right)^2 \cdot E[(\Delta \bar{X}_k)^4] \right) + \\
& \sum_{k \neq j} \left( \left( \left( \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k \partial X_j} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_j^2} \right) \cdot Var[X_k] \cdot Var[X_j] \right) + \\
& \sum_k \left( \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right) \cdot E[(\Delta \bar{X}_k)^3] \right) \tag{52}
\end{aligned}$$

O método de confiabilidade SORM parte da suposição que as variáveis aleatórias da função de estado limite possuam distribuição Gaussiana. Os momentos

centrados de terceira e quarta ordem de uma variável aleatória,  $X_k$ , podem ser estimados pelas seguintes expressões:

$$E[(\Delta\bar{X}_k)^3] = E[(X_k - \bar{X}_K)^3] = \beta_1 \cdot (Var[X_k])^{\frac{3}{2}} \quad (53)$$

$$E[(\Delta\bar{X}_k)^4] = E[(X_k - \bar{X}_K)^4] = \beta_2 \cdot (Var[X_k])^2 \quad (54)$$

onde  $\beta_1$  e  $\beta_2$  são, respectivamente, o coeficiente de assimetria e o coeficiente de Curtose (Harr, 1987). Para distribuições Gaussianas  $\beta_1 = 0$  e  $\beta_2 = 3$  (Ferreira, 1997).

Reescrevendo a Eq. (52) utilizando as condições propostas, tem-se a equação para obter a variância da função  $g(X)$  de acordo com o método SORM, como apresentado na Eq. (55).

$$Var[g(X)] = \sum_k \left( \left( \frac{\partial g(\bar{X})}{\partial X_k} \right)^2 \cdot Var[X_k] + \frac{3}{4} \cdot \left( \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \right)^2 \cdot (Var[X_k])^2 \right) + \quad (55)$$

$$\sum_{k \neq j} \left( \left( \left( \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k \partial X_j} \right)^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_k^2} \cdot \frac{\partial^2 g(\bar{X})}{\partial X_j^2} \right) \cdot Var[X_k] \cdot Var[X_j] \right)$$

De forma semelhante ao método FORM, pode-se obter índice de confiabilidade  $\beta$  da função de estado limite utilizando os valores da média e variância da função  $g(X)$  calculados a partir das Equações (47) e (55) respectivamente. Após o obter o índice de confiabilidade utilizando a Eq. (20) pode-se estimar a probabilidade de falha e conseqüentemente a confiabilidade através das Equações. (22) e (24).

### 2.2.1.3. Método De Monte Carlo

O termo "Monte Carlo" foi introduzido por John Von Neumann como um código de guerra durante a segunda guerra mundial (Harr, 1987). Utilizada em diversas áreas das ciências exatas, a técnica de Monte Carlo (MCS) apresenta grande destaque na estimativa de probabilidades.

Neste contexto a técnica, ou simulação, de Monte Carlo consiste na estimativa da probabilidade de um evento acontecer baseado em uma amostragem

deste evento (Ferreira, 1997), ou seja, a estimativa da probabilidade de um evento é feita a partir da frequência relativa deste evento ocorrer. A Figura 8 esquematiza o funcionamento do método de Monte Carlo

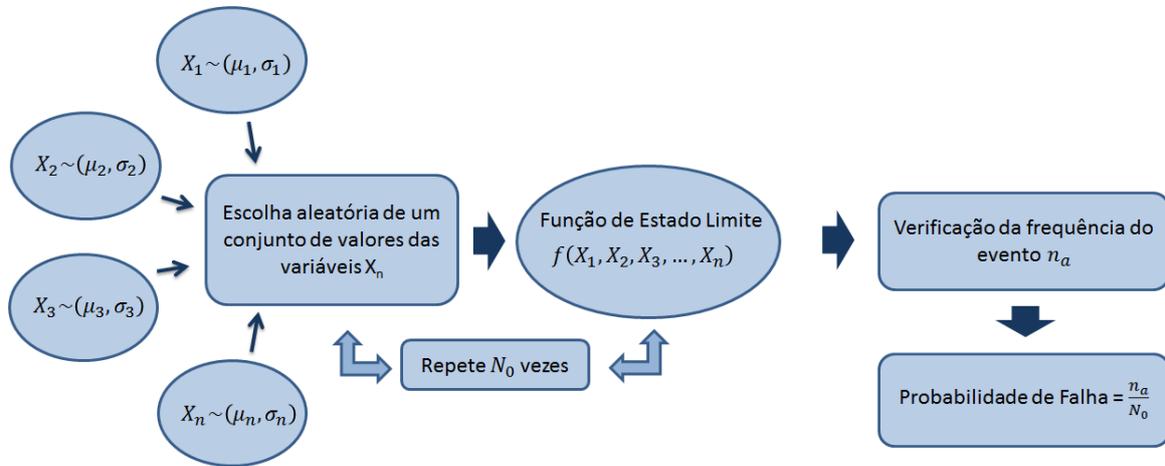


Figura 8 - Representação do método de Monte Carlo.

Adotando "A" como o evento a ser analisado, atribui-se  $n_A$  como o número de ocorrências deste evento. Sendo  $N_0$  o número total da amostra, pode-se escrever que a probabilidade do evento A acontecer,  $P_A$ , é igual a:

$$P_A = \frac{n_A}{N_0} \quad (56)$$

Como o método se pauta no cálculo da frequência de um evento específico, é necessário que primeiramente sejam realizadas todas as simulações possíveis, de forma que seja criado o espaço amostral  $N_0$ . Os eventos do espaço amostral são calculados a partir da função de estado limite, onde as variáveis de associadas à função são criadas aleatoriamente através de softwares numéricos (Press et al. 1992; Ayyub e McCuen 1997; Ayyub e Chao 1994). Devido a esta necessidade, o método de Monte Carlo apresenta grande custo computacional, pois quanto maior for a quantidade de variáveis aleatórias envolvidas, maior será a necessidade de geração de valores aleatórios para cada variável.

Na medida em que a população  $N_0$  se aproxima do infinito, a probabilidade  $P_A$  converge para o valor verdadeiro da probabilidade do evento (Meyer, 1983; Dachs, 1988). A necessidade de que a população cresça reforça a afirmação do alto custo computacional do método. Em contraponto ao alto custo, a convergência da probabilidade do evento torna o método como referência aos demais métodos de estimativa de confiabilidade, pois é capaz de precisar probabilidades de funções

complexas e multivariáveis, mesmo para funções que não apresentem distribuição conhecida.

### 2.3. COMPORTAMENTO EM FADIGA DO AÇO ASTM A743 CA6NM

A fim de avaliar o efeito da tensão média sobre a resistência a fadiga do aço ASTM A743 CA6NM, Silva et al (2009) realizou uma série de ensaios de fadiga sob condições de carregamento uniaxial. Os ensaios foram realizados para diferentes razões de carregamento, totalizando 132 ensaios distribuídos entre as razões de carregamento  $R = -1$ ,  $R = -2/3$ ,  $R = -1/3$ ,  $R = 0$ ,  $R = 1/3$  e  $R = 2/3$ .

A partir dos resultados obtidos com os espécimes ensaiados, foi traçada a curva S-N para cada razão de carregamento, determinando o limite de fadiga do aço bem como a dispersão dos dados. A Figura (9) apresenta a curva S-N obtida para todas as razões de carregamento, enquanto a Tab.1 apresenta os parâmetros  $A$  e  $b$  proveniente de uma regressão dos dados experimentais na forma da Eq.(5).

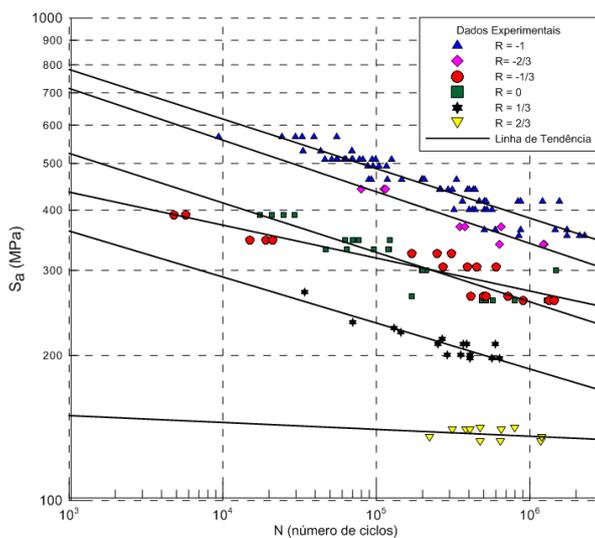


Figura 9 - Curvas S-N do aço ASTM A743 CA6NM para diferentes razões de carregamento (Silva et al. ,2013).

Tabela 1- Parâmetros de caracterização das curvas S-N.

| R     | A       |                  | b       |                  | Resistência à fadiga<br>10 <sup>6</sup> ciclos [MPa] |                  | Resistência à fadiga<br>2.10 <sup>6</sup> ciclos [MPa] |                  |
|-------|---------|------------------|---------|------------------|--|------------------|--|------------------|
|       | Média   | Desvio<br>Padrão | Média   | Desvio<br>Padrão | Média  | Desvio<br>Padrão | Média  | Desvio<br>Padrão |
| -1    | 1636,34 | 109,33           | -0,1048 | 0,0055           | 384,60   | 26,51            | 357,35   | 26,76            |
| - 2/3 | 1328,24 | 195,29           | -0,0972 | 0,0117           | 346,87   | 19,29            | 324,28   | 20,40            |
| - 1/3 | 1213,52 | 430,64           | -0,1093 | 0,0272           | 267,89   | 23,91            | 248,34   | 26,01            |
| 0     | 1284,51 | 229,15           | -0,1186 | 0,0147           | 249,57   | 28,11            | 229,87   | 28,80            |
| 1/3   | 563,79  | 91,3             | -0,0785 | 0,0129           | 190,49   | 9,29             | 180,40   | 10,20            |
| 2/3   | 197,38  | 129,55           | -0,0271 | 0,0497           | 135,66   | 16,63            | 133,14   | 19,05            |

A partir de todos os dados experimentais, Silva et al. (2013) obteve o valor do fator de ajuste  $\gamma$  do modelo de Walker, cujo resultado é apresentado na Tab. 2.

Tabela 2 - Resultado estatístico obtido para o fator de ajuste  $\gamma$  do modelo de Walker. Silva et al. (2013).

| Parâmetro | Valor esperado |               | Intervalo de Confiança |               |
|-----------|----------------|---------------|------------------------|---------------|
|           | Média          | Desvio Padrão | Lim. Inferior          | Lim. Superior |
| $\gamma$  | 0,3658         | 0,004         | 0,3578                 | 0,3737        |

Para analisar a aderência dos modelos de fadiga aos dados experimentais, Silva et al. (2013) utilizou os três parâmetros que caracterizam um ensaio: Tensão média, tensão alternada e vida. As tensões foram utilizadas para prever a resistência à fadiga segundo o modelo de fadiga, enquanto a vida foi utilizada para prever a resistência à fadiga a partir do modelo de Basquin. A Figura 10 esquematiza o procedimento adotado.

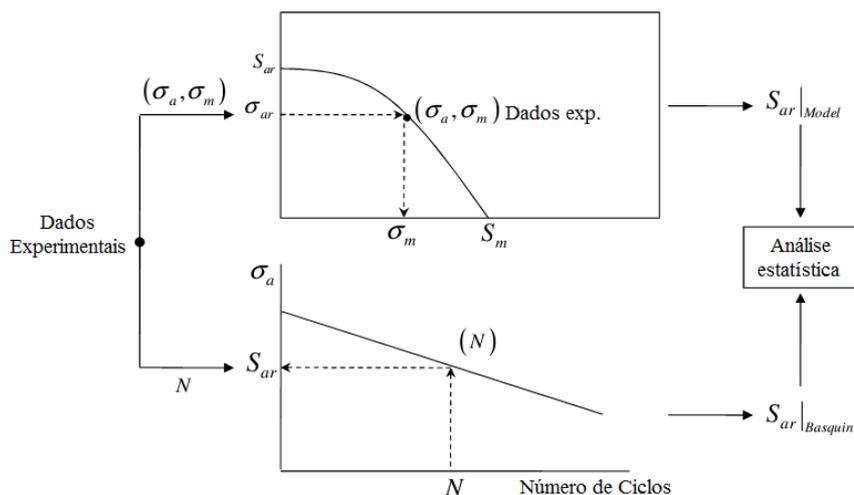


Figura 10 - Estratégia de avaliação da aderência dos modelos de fadiga. Silva et al. (2013).

Os resultados provenientes desta metodologia revelaram que o modelo de fadiga de Walker apresenta maior aderência aos dados experimentais, sendo capaz de prever com maior exatidão o efeito de tensões médias na vida em fadiga do material (Silva et al, 2013).

#### 2.4. ANÁLISE EM ELEMENTOS FINITOS DA PÁ DA HIDROTURBINA

Para conduzir a análise transiente na pá da hidroturbina Kaplan foi inicialmente conduzida uma simulação numérica em Ansys CFX para obter o carregamento estático no componente (Soares et al, 2005). A análise estática foi realizada de acordo com os dados fornecidos do Manual Voith-Hydro-UHE Coaracy Nunes de 1998.

Como resultado da análise estática foi possível observar o campo de pressão que a pá está submetida. O campo de pressão, apresentado na Fig. 11, foi modificado para a análise transiente da pá. Soares modificou o campo de pressão de forma que o mesmo sofresse variações de 10% em relação à pressão média. As Figuras 12 e 13 apresentam respectivamente a região da pá que sofreu variação no

campo de pressão e o bloco de carregamento produzido por esta variação.

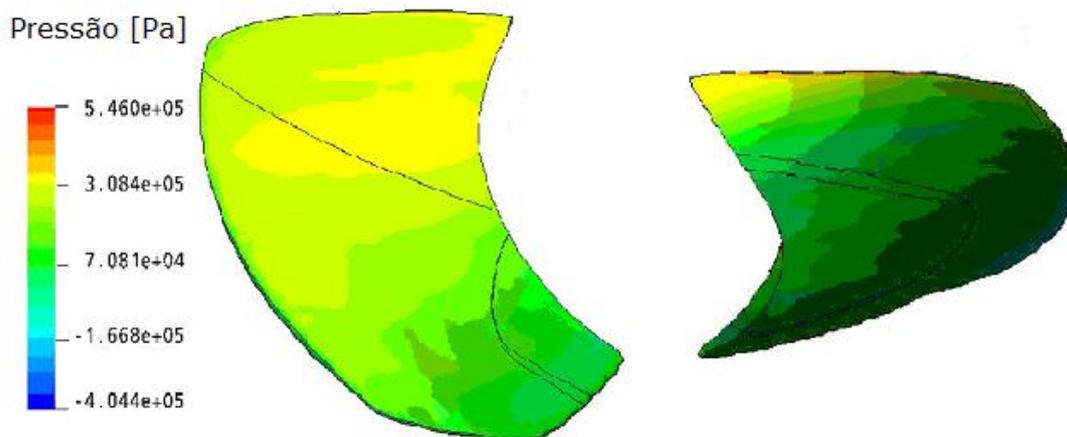


Figura 11 - Campo de Pressão obtido pela simulação numérica (Soares et al, 2005).

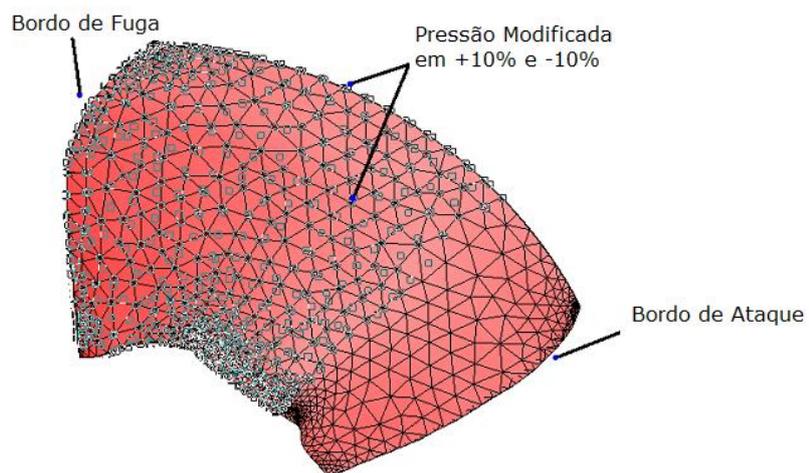


Figura 12 - Região da pá onde o campo de pressão foi modificado. (Soares et al, 2005).

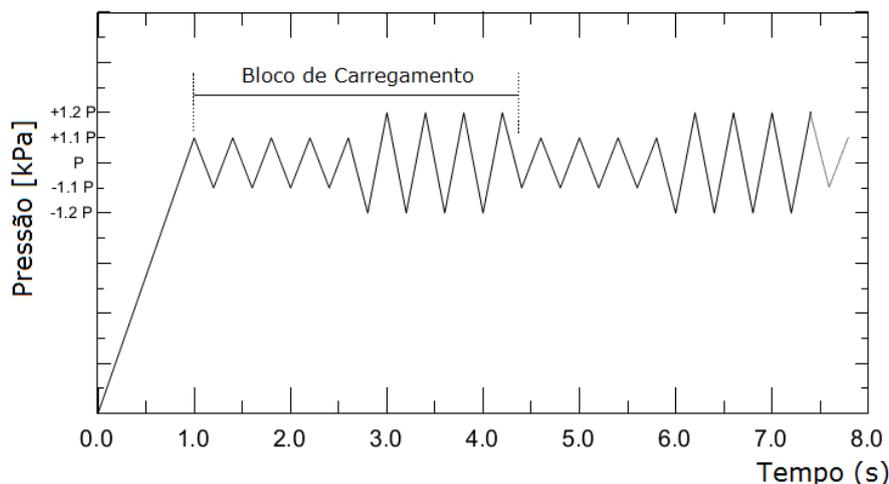


Figura 13 - Histórico de carregamento utilizado na análise transiente da pá da hidroturbina (Soares et al, 2005).

A análise transiente revelou a existência de uma zona de maior concentração de tensões na pá da turbina, sendo apresentada na Fig. 14.

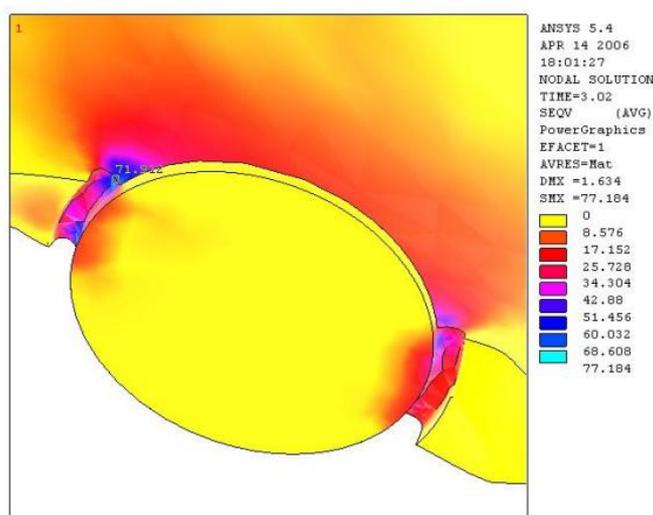


Figura 14 - Campo de tensões equivalentes de Von Mises na análise transiente no instante  $t=3,92$  segundos (Soares et al, 2005).

O histórico de carregamento da região mais solicitada está apresentado na Figura 15 (A). Utilizando a técnica de contagem de ciclos *Rain-flow*, foram construídos 50 (cinquenta) pontos de carregamento, determinados pelo par ordenado  $(\sigma_m, \sigma_a)$ . Através dos pontos de carregamento, apresentado na Figura 15 (B), foi possível identificar as características estatísticas das distribuições das tensões de solicitação (Soares et al, 2005). As características podem ser encontradas na Tab. 3.

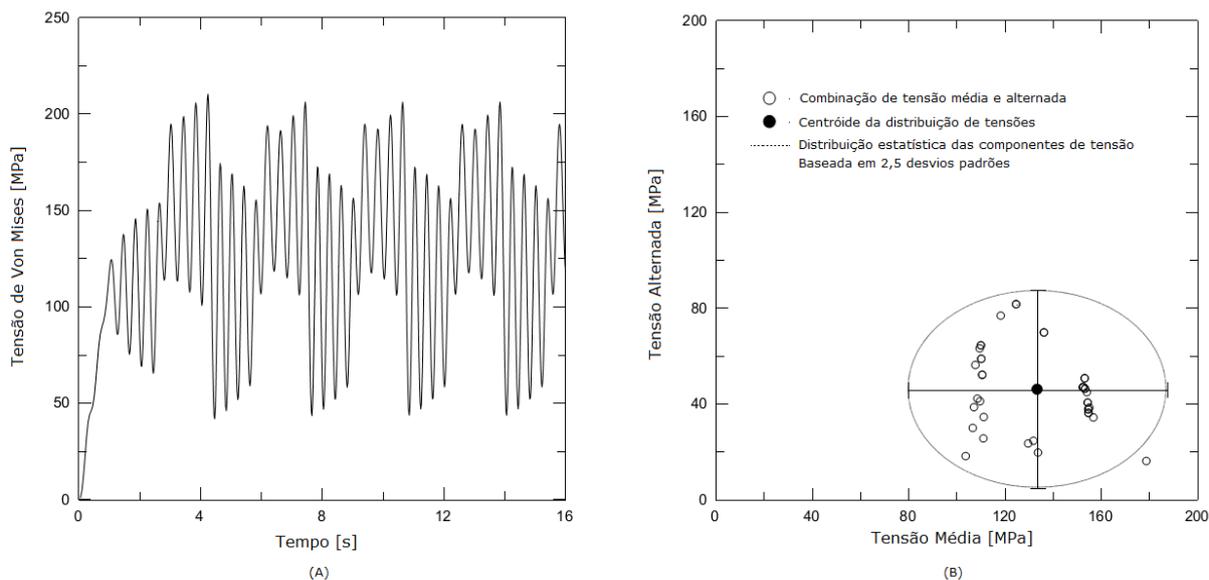


Figura 15 – Histórico de carregamento (A) e diagrama de dispersão da tensão média e alternada (B) baseados no Rain-flow do ponto mais solicitado (Soares et al, 2005).

Tabela 3 - Características estatísticas das componentes de tensão. (Soares et al, 2005).

| Componente de Tensão |            | Média [MPa] | Mediana [MPa] | CV (%) | Distribuição |
|----------------------|------------|-------------|---------------|--------|--------------|
| Tensão Média         | $\sigma_m$ | 133,6       | 134,0         | 16,1   | Normal       |
| Tensão Alternada     | $\sigma_a$ | 45,9        | 46,1          | 36,0   | Normal       |

As características estatísticas provenientes do trabalho de Soares foram utilizadas para analisar a confiabilidade em fadiga da pá da hidroturbina neste trabalho.

### 3. METODOLOGIA

#### 3.1. MODELAGEM DA FUNÇÃO DE ESTADO LIMITE

Considerando um histórico de carregamento cíclico com tensão média não nula, tem-se que as Equações (9), (10) e (12) definem, respectivamente, as condições de falha de acordo com os modelos de Gerber, Goodman e Walker. A partir destas equações e do diagrama de Haigh, pode-se construir uma função de estado limite que leve em consideração as tensões de solicitação que o componente está submetido e a curva característica dos modelos de fadiga.

Considere um ponto de solicitação definido pela tensão média,  $\sigma_m$ , e pela tensão alternada,  $\sigma_a$ . Considere também que uma reta partindo da origem do sistema cartesiano passa pelo ponto de solicitação  $(\sigma_m, \sigma_a)$  e intercepte a curva característica de um dos modelos de fadiga. Este ponto de intercepção, definido pela tensão média,  $S_m$ , e tensão alternada,  $S_a$ , é o ponto de resistência. Nesta reta, caracteriza-se a distância entre a origem e o ponto de solicitação como a função demanda,  $\bar{D}$ , e a distância entre a origem do sistema cartesiano até o ponto de resistência como a função capacidade,  $\bar{C}$ . É possível expressar a margem de segurança em relação à falha por fadiga, MS, através das funções demanda e capacidade, sendo definida e ilustrada, respectivamente, pela Eq. (14) e Fig. 16:

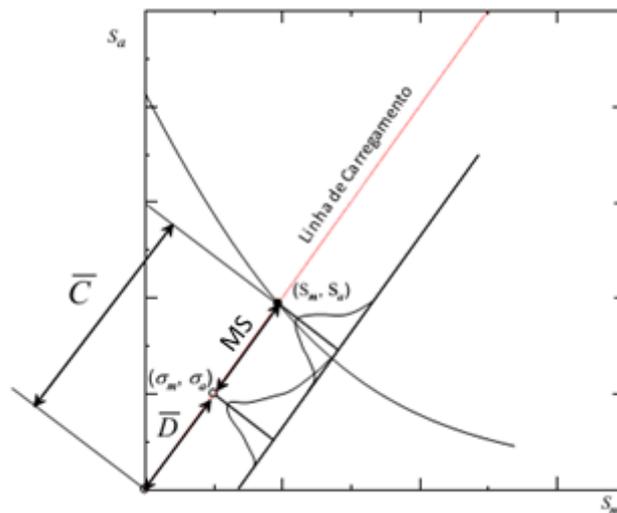


Figura 16 - Caracterização geométrica da capacidade e da demanda.

Sendo função MS o resultado da diferença entre a distância do ponto de resistência e do ponto de solicitação, pode-se construir a função de estado limite multivariável, como definido na Eq. (15), através das coordenadas do ponto, resultando na Eq.(57):

$$g(X) = \sqrt{S_m^2 + S_a^2} - \sqrt{\sigma_m^2 + \sigma_a^2} \quad (57)$$

A partir da Eq. (62), caracterizam-se como condição de falha por fadiga os pontos cujas coordenadas resultarem em  $g(X)$  menor que zero, os pontos que apresentem  $g(X)$  igual a zero são considerados estados limites, pois estão na iminência de falhar, e os pontos que apresentem  $g(X)$  maior que zero são pontos seguros.

Todo ponto de solitação está associado a um único ponto de resistência. A relação entre estes pontos é dada pela reta que parte da origem, e pode ser expressa na forma da Eq. (58).

$$S_a = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \cdot S_m \quad (58)$$

Considerando a relação entre as coordenadas dos pontos e os modelos de fadiga de Goodman, Gerber e Walker, podem-se encontrar quais são as coordenadas do ponto de resistência a partir do ponto de solitação para estes modelos, sendo as Equações (59) a (64) a expressão para cada modelo.

$$S_m|_{Goodman} = \frac{\sigma_m}{\frac{\sigma_a}{S_{ar}} + \frac{\sigma_m}{S_{rt}}} \quad (59)$$

$$S_a|_{Goodman} = \frac{\sigma_a}{\frac{\sigma_a}{S_{ar}} + \frac{\sigma_m}{S_{rt}}} \quad (60)$$

$$S_m|_{Gerber} = \frac{1}{2} \cdot \left[ \sqrt{\left( \frac{\sigma_a \cdot S_{rt}^2}{\sigma_m \cdot S_{ar}} \right)^2 + 4 \cdot S_{rt}^2} - \frac{\sigma_a \cdot S_{rt}^2}{\sigma_m \cdot S_{ar}} \right] \quad (61)$$

$$S_a|_{Gerber} = \frac{\sigma_a}{2 \cdot \sigma_m} \cdot \left[ \sqrt{\left( \frac{\sigma_a \cdot S_{rt}^2}{\sigma_m \cdot S_{ar}} \right)^2 + 4 \cdot S_{rt}^2} - \frac{\sigma_a \cdot S_{rt}^2}{\sigma_m \cdot S_{ar}} \right] \quad (62)$$

$$S_m|_{Walker} = S_{ar} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_a} \cdot \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_a} + 1 \right)^{\gamma-1} \quad (63)$$

$$S_a|_{Walker} = S_{ar} \cdot \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_a} + 1 \right)^{\gamma-1} \quad (64)$$

O limite de resistência à fadiga pode ser escrito para um número de ciclos,  $N$ , utilizando a Eq. (5).

Substituindo as equações correspondentes ao par ordenado  $(S_m, S_a)$  para cada modelo de fadiga na Eq. (57), obtém-se a função de estado limite (FEL) segundo o modelo de fadiga específico.

### 3.2. CONSTRUÇÃO DO ALGORITMO

Para a realização das simulações foi construído um algoritmo computacional em linguagem MATLAB, utilizando as funções de estado limite descritas na seção anterior e que possibilitasse a análise dos métodos de confiabilidade FORM, SORM e Monte Carlo simultaneamente.

Para a utilização do algoritmo, é necessário prévio conhecimento do tipo de distribuição, da média e do desvio padrão das variáveis da função de estado limite. Com estas informações devidamente inseridas no algoritmo, é necessário indicar o número de iterações que deseja ser realizado, por se tratar de uma informação importante para o método de Monte Carlo, e qual o modelo de fadiga a ser utilizado na construção da função de estado limite (Goodman, Gerber ou Walker).

A utilização do método de Monte Carlo foi feita através da geração de números aleatórios segundo o modelo de distribuição de cada variável. Nas tensões de solicitação foi necessário introduzir uma metodologia de exclusão de dados para que não houvesse incoerências físicas. A exclusão dos dados ocorreu sempre que o gerador de números aleatórios gerava uma tensão média ou alternada menor ou igual à zero. A exclusão destes dados não acarreta danos na estimativa da probabilidade de falha, pois o dado excluído é substituído por outro dado com as mesmas propriedades estatísticas (média e desvio padrão) que o dado excluído.

Para minimizar os erros decorrentes de aproximações, as derivadas parciais de primeira e segunda ordem, utilizadas nos métodos FORM e SORM, foram feitas através da matemática simbólica do MATLAB, de forma que o erro associado a arredondamentos fosse diminuído.

### 3.3. CONDIÇÃO NOMINAL

Para a utilização do código computacional construído em MATLAB, é necessário que os parâmetros estatísticos das variáveis da função de estado limite para cada modelo de fadiga esteja previamente determinada. Estes parâmetros foram obtidos através de ensaios mecânicos e através de simulações em métodos de elementos finitos (Silva et al, 2013; Soares et al, 2005). A combinação destes parâmetros é intitulada neste trabalho como condição nominal, e pode ser observada com suas características estatísticas na Tabela 4.

Tabela 4 - Parâmetros estatísticos das variáveis da função de estado limite (FEL) em condição nominal.

| Parâmetro                              |            | $\mu$          | $\sigma$ | CV (%) | Distribuição |
|--|------------|----------------|----------|--------|--------------|
| Tensão média (MPa)                     | $\sigma_m$ | 133,6          | 21,51    | 16,10  | Normal       |
| Tensão Alternada (MPa)                 | $\sigma_a$ | 45,9           | 16,52    | 36,00  | Normal       |
| Resistência à tração (MPa)             | $S_{rt}$   | 942            | 34,00    | 3,61   | Normal       |
| Parâmetro "A" da curva S-N             | A          | 1629           | 109,60   | 6,73   | Normal       |
| Parâmetro "b" da curva S-N             | b          | -0,1046        | 0,0055   | 5,26   | Normal       |
| Parâmetro de ajuste - Walker           | $\gamma$   | 0,3658         | 0,0040   | 1,09   | Normal       |
| Fator de Superfície                    | $K_a$      | 0,7248         | 0,0420   | 5,80   | Log-Normal   |
| Vida infinita para o material (Ciclos) | $N_e$      | $2 \cdot 10^6$ | -        | -      | -            |
| Ciclos para falha - Vida               | $N_f$      | $2 \cdot 10^6$ | -        | -      | -            |

### 3.4. EFEITO DO FATOR DE SUPERFÍCIE

Segundo Marin (1962), uma série de fatores pode alterar a resistência à fadiga de um material. Dentre os fatores citados por Marin se destacam o fator de tamanho, fator de superfície, fator de carga, fator de temperatura e o fator de efeitos diversos (Shigley, 2005). Com exceção do fator de superfície, os demais fatores foram utilizados no cálculo do carregamento atuante nas pás da turbina (fatores de tamanho, carga e efeitos diversos) ou não são aplicáveis por não haver dados da condição real da hidroturbina (fator de temperatura).

Como o fator de superfície não foi incluído nos cálculos prévios, uma análise do efeito do mesmo na confiabilidade da hidroturbina foi proposta. A análise foi conduzida com auxílio de duas metodologias distintas para inclusão do fator de superfície, sendo a primeira descrita por Shigley (2005) e a segunda descrita por Norton (2004).

A metodologia descrita por Shigley deu origem ao fator de superfície da condição nominal descrito na seção anterior. Segundo o autor, o fator de superfície depende do processo de fabricação do componente e do limite de resistência à tração,  $S_{rt}$ , sendo a construção estocástica do fator de superfície feita através de

uma distribuição log-normal. A Equação (65) é utilizada para se obter o valor médio da distribuição log-normal. Os parâmetros A e b são encontrados na Tab. 5.

$$\overline{K_a} = A \cdot S_{rt}^b \quad (65)$$

Tabela 5 - Valores de referência do cálculo da média do fator de superfície (Shigley, 2005).

| Processo/Acabamento        | A [MPa] | b      | C.V.(%) |
|----------------------------|---------|--------|---------|
| Retificado                 | 1,58    | -0,086 | 12      |
| Usinado ou Laminado a frio | 4,45    | -0,265 | 5,8     |
| Laminado a quente          | 58,1    | -0,719 | 11      |
| Forjado                    | 271     | -0,995 | 14,5    |

Sendo a usinagem o processo de fabricação da pá da hidroturbina, determina-se o valor médio de  $K_a$  e o coeficiente de variação do fator de superfície, possibilitando a construção da distribuição de  $K_a$ . Esta metodologia foi utilizada na condição nominal.

A segunda metodologia foi construída para analisar o efeito do fator de superfície na confiabilidade do componente. Segundo Norton (2004), o valor de  $K_a$  depende processo de fabricação, da rugosidade superficial do componente e do limite de resistência à tração do material. Esta metodologia é determinística, ou seja, somente o valor médio do fator de superfície é obtido. A Figura 17 apresenta o fator de superfície em função da rugosidade superficial e da resistência à tração para peças usinadas ou retificadas.

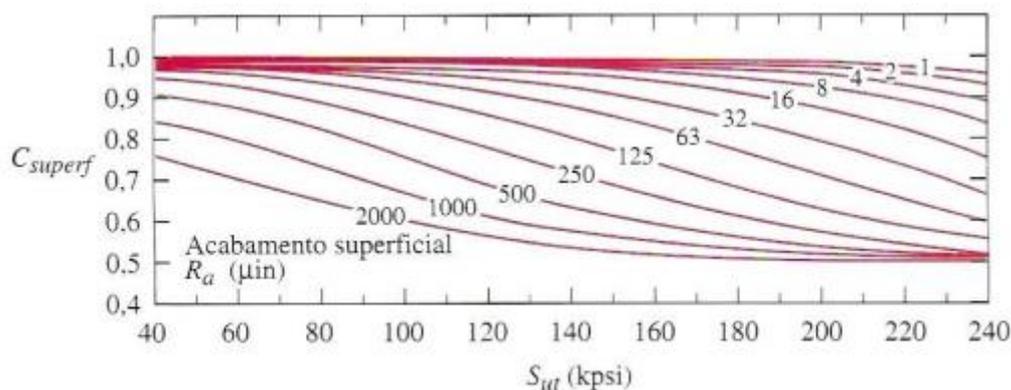


Figura 17 - Fator de superfície em função da rugosidade superficial e da resistência à tração (Johnson, 1967).

O aço ASTM A743 CA6NM apresentou resistência à tração,  $S_{ut}$ , igual a 135 kpsi (Silva, 2009). A Figura 18 apresenta valores de referência de rugosidades máximas,  $R_a$ , segundo o processo de fabricação (Alves, 2002).

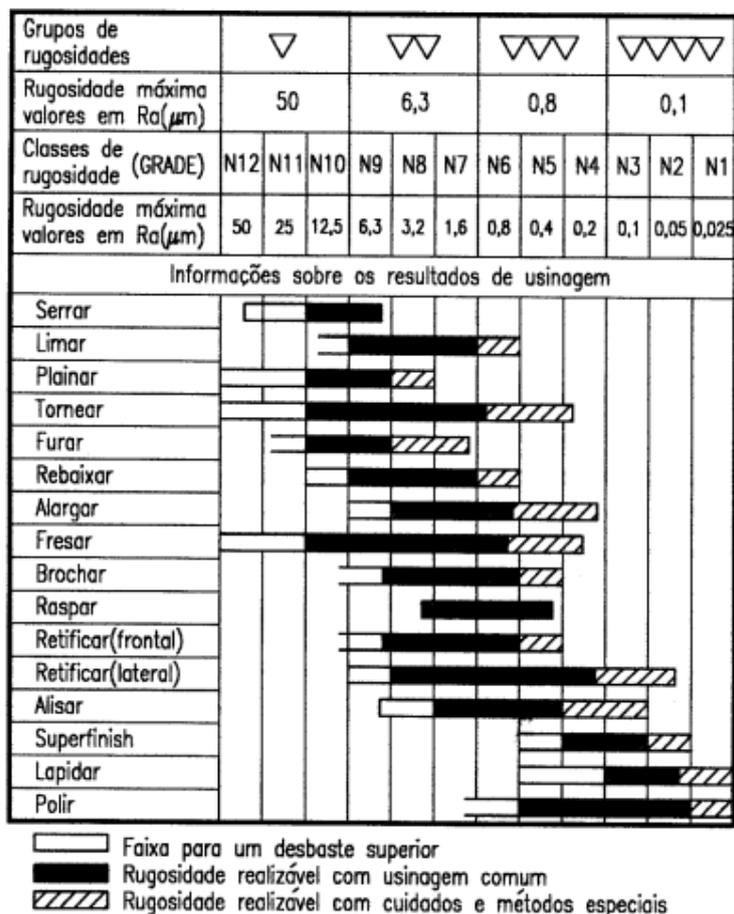


Figura 18 - Rugosidade nos processos de usinagem (Alves, 2002).

A Figura expõe a existência de grande diferença nas rugosidades para um mesmo processo. Esta grande se deve também ao cuidado dado na fabricação da peça. Tomando a Figura 18 como base, e observando a Fig. 17, observa-se que as diferentes rugosidades superficiais podem acarretar variações de  $K_a \approx 0,55$  até  $K_a \approx 1$ . A segunda metodologia consiste na variação da média do fator de superfície,  $K_a$ , na distribuição Log-normal. Estas variações são realizadas de acordo com as variações possíveis descritas pela metodologia de Norton.

### 3.4.1. Modificação Da Resistência À Fadiga

A modificação da resistência à fadiga foi realizada através da Eq. (66) a seguir (Shigley, 2005):

$$S_e = K_a \cdot S_e' \quad (66)$$

Sabendo que a resistência à fadiga sob carregamento reverso pode ser escrita em função dos parâmetros provenientes da curva S-N, pode-se reescrever a Eq. (66) da seguinte forma.

$$S_e = K_a \cdot A \cdot N^b \quad (67)$$

A Figura 19 ilustra o efeito do fator de superfície na resistência à fadiga do material.

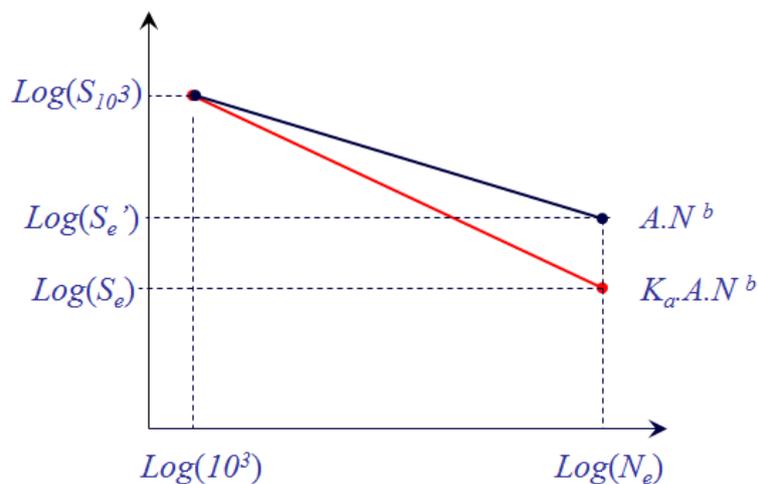


Figura 19 - Efeito do fator de superfície na resistência à fadiga.

Os novos parâmetros da curva S-N modificada são obtidos através das Equações (68) e (69), onde o termo  $S_e$  pode ser substituído pela Eq. (67).

$$\hat{A} = 10^{\log(S_e) - \hat{b} \cdot \log(N_e)} \quad (68)$$

$$\hat{b} = \frac{\log\left(\frac{S_e}{S_{10^3}}\right)}{\log\left(\frac{N_e}{10^3}\right)} \quad (69)$$

As Equações (74) e (75) são calculadas a partir de variáveis aleatórias. O cálculo da média e da variância de  $\hat{A}$  e  $\hat{b}$  foi realizado a partir das estimativas de média e variância dos métodos FORM, SORM e através da média e variância

amostral proveniente do método de Monte Carlo. Os valores obtidos foram utilizados intrinsecamente pelo código computacional para o cálculo da confiabilidade.

### 3.5. VARIAÇÃO DO HISTÓRICO DE CARREGAMENTO

A fim de identificar os efeitos da variação do histórico de carregamento, foram propostas três análises distintas intituladas: CV Fixo, Desvio Fixo e Média Fixa. A finalidade destas análises é observar os efeitos decorrentes das alterações nas condições de solicitação que a pá da turbina. Para realizar estas alterações foram utilizadas as condições nominais de solicitação apresentadas na seção 3.3. As modificações foram feitas a partir da expressão do coeficiente de variação apresentada na Eq. (70).

$$CV = \frac{\text{Desvio padrão}}{\text{Média}} = \frac{\sigma}{\mu} \quad (70)$$

Tendo em vista a Eq. (70), as modificações consistiram em alterar duas das variáveis envolvidas, mantendo a terceira variável fixa.

A diferença entre as análises é melhor compreendida quando as mesmas são apresentadas em formas gráficas. Com auxílio do método de Monte Carlo, geram-se números pseudoaleatórios para originar pontos de solicitação. Estes pontos de solicitação podem ser inseridos num diagrama de Haigh, de forma que uma zona de solicitação seja formada. A Figura 20 apresenta graficamente esta zona para o modelo de Goodman.

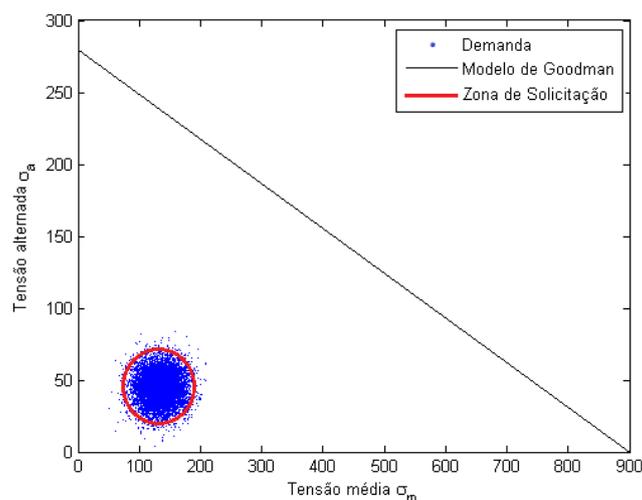


Figura 20 - Zona de solicitação de um carregamento genérico no modelo de Goodman.

A zona de solicitação é a região formada pela nuvem de pontos criados aleatoriamente. O raio da zona de solicitação está ligado à dispersão dos dados. Quanto maior a dispersão dos dados, maior será o raio da zona de solicitação.

A partir da compreensão da zona de solicitação, é possível observar o efeito que cada uma das análises produzirá na mesma.

### 3.5.1. Análise CV Fixo

A análise intitulada CV Fixo parte do princípio que o valor do coeficiente de variação, CV, apresentado na Tab. 4 deverá se manter constante, porém o valor médio e o desvio padrão das variáveis serão alterados. A alteração no valor médio das variáveis de solicitação produz a translação da zona de solicitação, enquanto as alterações no desvio padrão das mesmas variáveis produz alterações no tamanho e forma da zona de solicitação. Os incrementos realizados na média e no desvio padrão devem ser feitos de forma que o coeficiente de variação permaneça constante. A Figura 21 ilustra o resultado da análise de CV fixo num diagrama de Haigh.

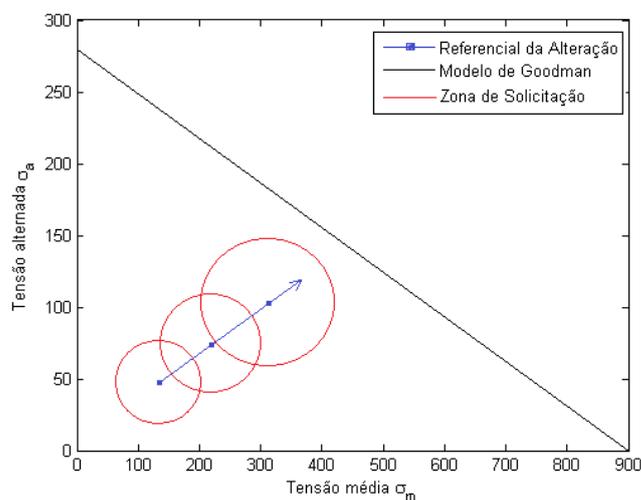


Figura 21 - Visualização do efeito da análise CV fixo nas tensões de solicitação – Modelo de Goodman.

### 3.5.2. Análise Desvio Fixo

Para realizar a análise Desvio fixo é necessário primeiramente calcular o valor do desvio padrão das variáveis de solicitação segundo a condição nominal. Este

valor deve permanecer constante, e o valor da média das variáveis de solicitação deve ser alterado. O crescimento da média produzirá a diminuição do coeficiente de variação. Nesta forma de análise ocorre somente a translação da zona de solicitação. A Figura 22 apresenta o resultado da análise Desvio Fixo num diagrama de Haigh.

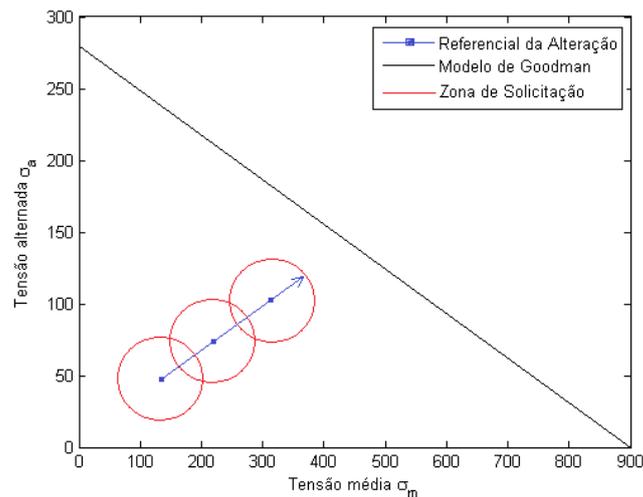


Figura 22 - Visualização do efeito da análise Desvio fixo nas tensões de solicitação – Modelo de Goodman.

### 3.5.3. Análise Média Fixa

A forma de análise Média fixa é feita alterando o valor do desvio padrão das variáveis de solicitação. O crescimento do desvio padrão produz o crescimento do coeficiente de variação CV, mantendo a média constante. Esta forma de análise resulta no crescimento da zona de solicitação. A Figura 23 ilustra o resultado da análise Média fixa num diagrama de Haigh.

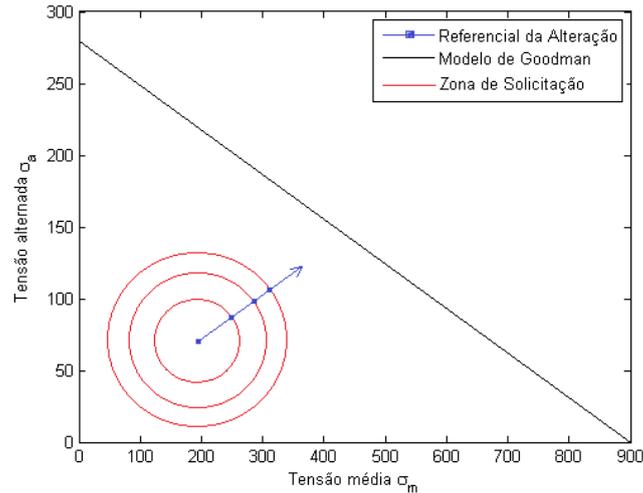


Figura 23 - Visualização do efeito da análise Média fixa nas tensões de solicitação – Modelo de Goodman

### 3.5.4. Tipos de Variações

As diferentes formas de análise (CV Fixo, Desvio Fixo e Média Fixa) consistem em alterações nas variáveis de solicitação: tensão média e tensão alternada. Estas análises foram conduzidas para cada tensão separadamente e para as duas tensões combinadas, ou seja, a variação poderia ocorrer somente na tensão média, ou somente na tensão alternada ou nas duas simultaneamente. As variações individuais visam identificar qual das tensões apresenta maior efeito na confiabilidade quando o histórico de carregamento é alterado. Tomando como exemplo a forma de análise Desvio Fixo, pode-se conduzir a análise segundo cada variável, como é apresentado na Fig. 24, onde  $\delta\sigma_m$  corresponde à variação da tensão média,  $\delta\sigma_a$  corresponde à variação na tensão alternada e  $\delta\sigma_m\delta\sigma_a$  corresponde à variação combinada, tensão média e tensão alternada.

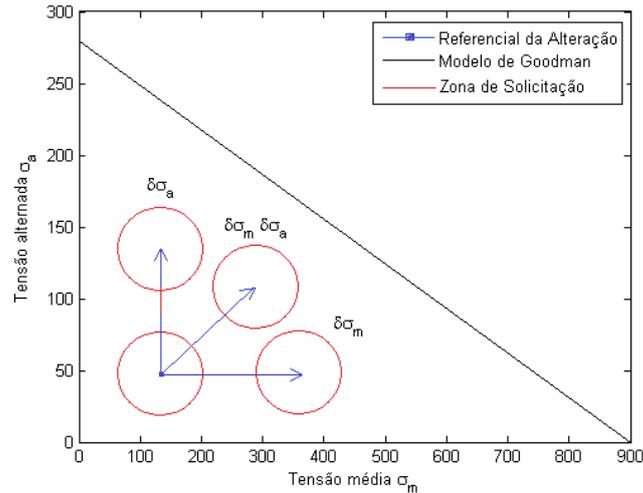


Figura 24 - Visualização do efeito da análise Desvio fixo em cada tensão de solicitação – Modelo de Goodman

#### 4. RESULTADOS E DISCUSSÕES

Para melhor compreensão dos resultados, serão utilizadas as seguintes nomenclaturas:

- Modelo: Se refere ao modelo de fadiga utilizado para a construção da função de estado limite (FEL). Os modelos utilizados foram Goodman, Gerber e Walker.
- Método: Se refere ao método de confiabilidade empregado na análise em questão. Neste trabalho foram utilizados os métodos de Monte Carlo (MCS), FORM e SORM.
- Forma: Se refere à forma de análise descrita na seção 3.5 (metodologia). Foram utilizadas as formas CV fixo, Desvio Fixo, Média Fixa.
- Condição Nominal: referência à condição de solicitação e de propriedades mecânicas apresentadas na Tab. 4.

##### 4.1. CONDIÇÃO NOMINAL

As simulações em condições nominais ocorreram para os três modelos de fadiga e segundo os três métodos de confiabilidade. Os resultados de confiabilidade se encontram na Tab.6.

Tabela 6 - Estimativas da probabilidade de falha e confiabilidade das pás da turbina.

| Modelo de fadiga | Probabilidade de Falha |          |          | Confiabilidade (%) |         |         |
|------------------|------------------------|----------|----------|--------------------|---------|---------|
|                  | MCS                    | FORM     | SORM     | MCS                | FORM    | SORM    |
| Goodman          | 0                      | 7,44E-04 | 3,05E-04 | 100,00             | 99,9256 | 99,9695 |
| Gerber           | 0                      | 1,20E-04 | 3,83E-05 | 100,00             | 99,9880 | 99,9962 |
| Walker           | 4,30E-06               | 0,0177   | 0,0056   | 99,9996            | 98,23   | 99,44   |

Os três modelos de falha apresentam valores de confiabilidade, de acordo com os métodos FORM e SORM, superiores aos valores de confiabilidades previstos por MCS. A diferença entre as estimativas de confiabilidade ocorre, pois, ao se verificar as distribuições construídas utilizando as estimativas de média e variância dos métodos analíticos, se observa que estas não correspondem à distribuição dos resultados construída a partir das simulações de Monte Carlo. As Figuras 25, 26 e 27 apresentam as distribuições dos resultados de Monte Carlo e as distribuições normais construídas através das estimativas de média e variância da função de estado limite segundo os métodos FORM e SORM para cada modelo de fadiga.

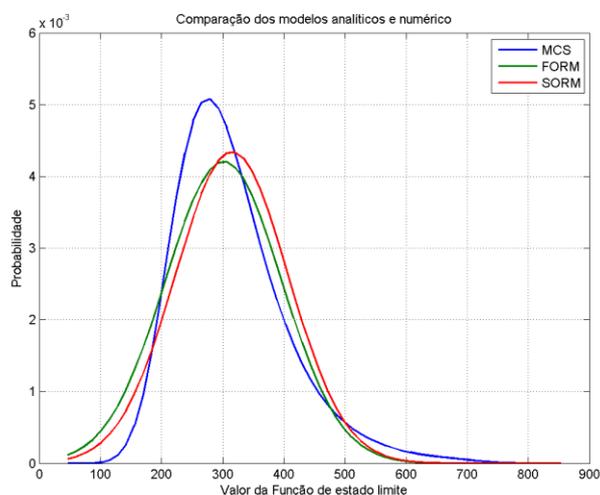


Figura 25 - Distribuição da Função de estado limite segundo os métodos FORM, SORM e Monte Carlo segundo modelo de Goodman.

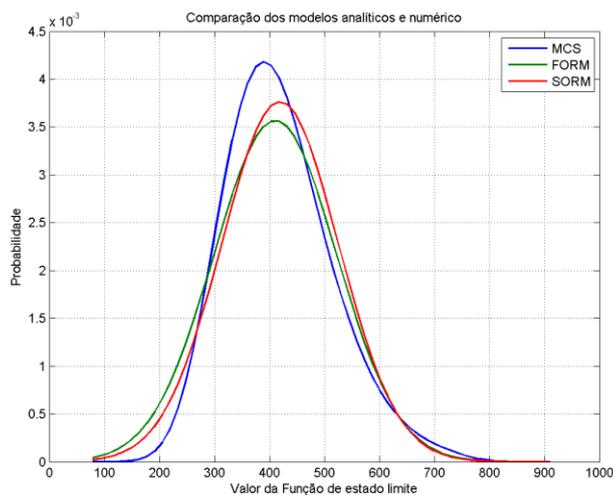


Figura 26 - Distribuição da Função de estado limite segundo os métodos FORM, SORM e Monte Carlo segundo modelo de Gerber.

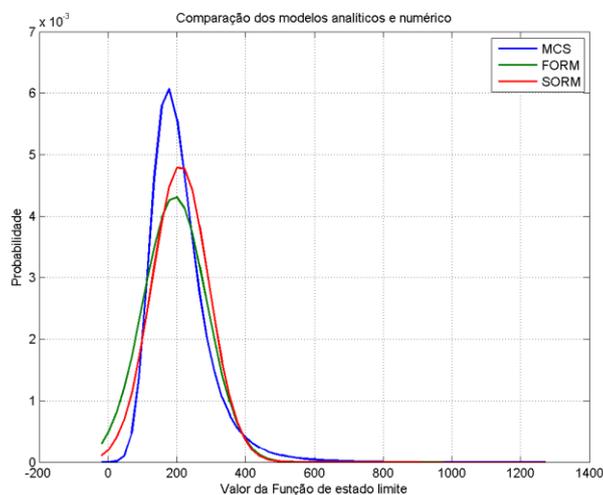


Figura 27 - Distribuição da Função de estado limite segundo os métodos FORM, SORM e Monte Carlo segundo modelo de Walker.

Observando as Figuras 25 e 26, referentes aos modelos de Goodman e Gerber, nota-se que as distribuições estão distantes da região de falha ( $g(X) < 0$ ). Como não há valores menores que zero, o método de Monte Carlo apresenta probabilidade de falha nula. Já os métodos FORM e SORM apresentam probabilidade de falha não nula, pois existe uma distância relativa à falha dada pelo índice de confiabilidade  $\beta$ . Por outro lado, ao se observar a Figura 27, referente ao modelo de Walker, percebe-se que há uma pequena porção das curvas é menor que zero. Esta porção indica que há uma probabilidade de falha não nula para o método de Monte Carlo, evidenciada pela Tab. 6. As diferenças entre as probabilidades de falha são provenientes das diferenças entre as distribuições. Elas ocorrem porque a

função de estado limite não apresenta distribuição normal como os métodos analíticos pressupõem. As Figuras 28, 29 e 30 corroboram esta observação, uma vez que comparam os resultados obtidos através do método de Monte Carlo e uma distribuição normal.

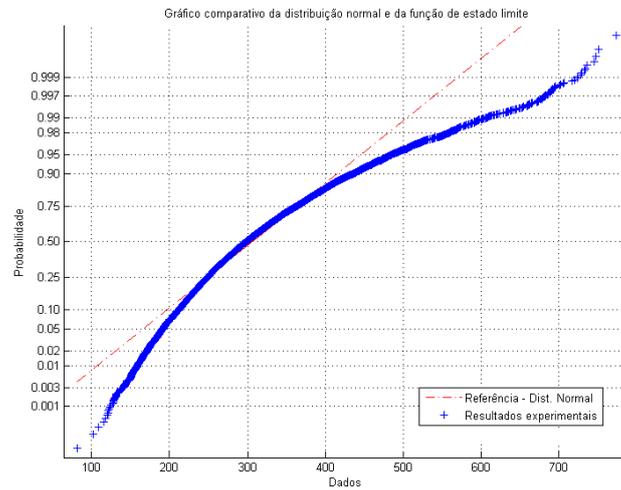


Figura 28 - Comparação de uma distribuição normal e da simulação de Monte Carlo para o modelo de Goodman.

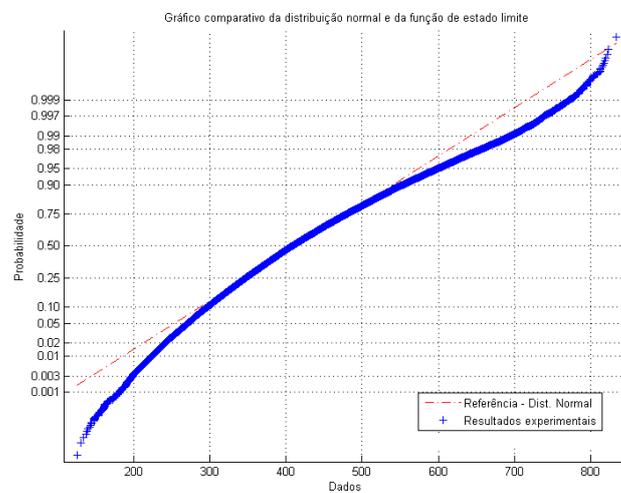


Figura 29 - Comparação de uma distribuição normal e da simulação de Monte Carlo para o modelo de Gerber.

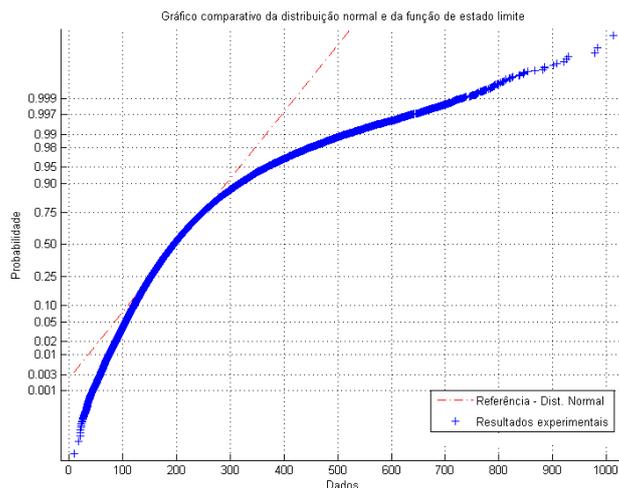


Figura 30 - Comparação de uma distribuição normal e da simulação de Monte Carlo para o modelo de Walker.

Como podem ser observados, os resultados das simulações feitas a partir do método de Monte Carlo podem ser aproximado a uma distribuição gaussiana apenas nos valores centrais, ou seja, apenas quando o resultado se aproxima da média, pois na região das caudas da distribuição a FEL se distancia da curva de referência. Segundo a Tab. 6, a probabilidade de falha para cada modelo de fadiga e para cada método de confiabilidade é pequena, logo implica dizer que a região de falha corresponde à cauda da distribuição. Como os métodos analíticos FORM e SORM assumem que a distribuição é Gaussiana e a distribuição de Monte Carlo mostra que a FEL se difere de uma Gaussiana principalmente nas caudas, tem-se como consequência uma grande diferença na confiabilidade estimada dos métodos.

Analisando a diferença entre as probabilidades de falha dos modelos de fadiga, tem-se que o modelo de Walker, apurado como o modelo que melhor descreve o comportamento do material da turbina (Silva *et al.* 2013), apresenta curva característica no diagrama tensão média,  $\sigma_m$ , versus tensão alternada,  $\sigma_a$ , mais próxima às demandas simuladas do que os demais modelos. Em consequência desta maior aproximação, o modelo de Walker apresenta maior probabilidade de falha, pois a margem de segurança, MS, tende a ser menor. As Figuras 31, 32 e 33 apresentam a visualização dos pontos de demanda em relação à curva característica dos modelos.

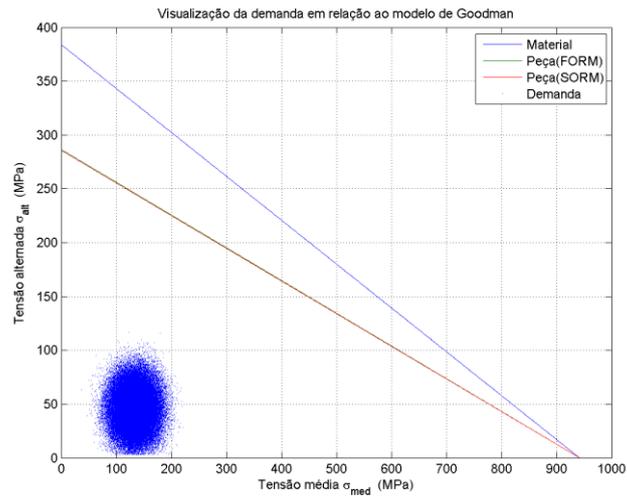


Figura 31- Curva de referência do modelo de Goodman e demanda mecânica do componente.

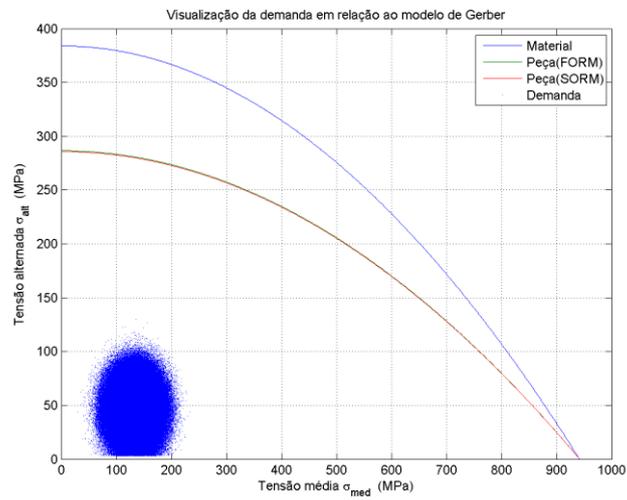


Figura 32- Curva de referência do modelo de Gerber e demanda mecânica do componente.

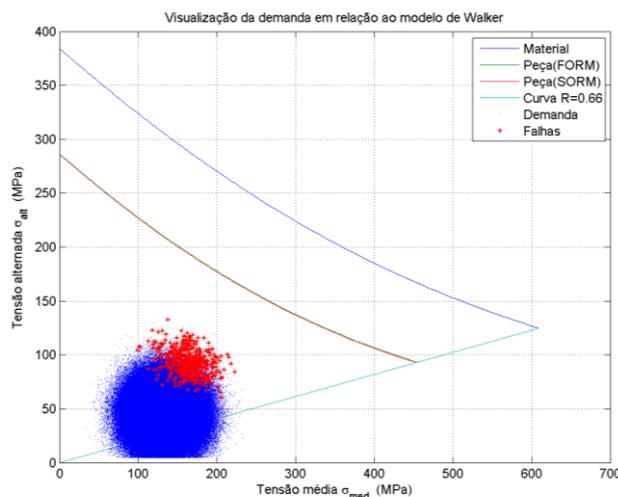


Figura 33 - Curva de referência do modelo de Walker e demanda mecânica do componente.

Os pontos em azul correspondem à demanda que o componente foi submetido, sendo estes apresentados na proporção de um para mil (1:1000). A curva intitulada "Material" é construída através dos parâmetros médios dos ensaios mecânicos de resistência do material, enquanto as curvas intituladas "Peça (FORM)" e "Peça (SORM)" são curvas construídas a partir dos valores médios obtidos através dos ensaios mecânicos de resistência do material e das soluções analíticas das Equações (74) e (75). Como a diferença entre as soluções é muito pequena utilizando os métodos FORM e SORM, as curvas são praticamente coincidentes. Ao se considerar a dispersão dos dados, as curvas referentes à peça (FORM e SORM) e a curva do material tendem a se aproximar dos pontos de demanda, sendo então caracterizados os pontos de falhas, representados na cor vermelha.

A forma que os pontos de demanda estão dispostos nas figuras é aqui chamada de zona de solicitação. O centroide desta região corresponde aos valores médios de tensão média e alternada da condição nominal da Tab. 4. Através da Fig. 33, observa-se que as falhas apresentam maior concentração na região de fronteira da zona de solicitação, ou seja, sempre afastadas do centroide. Este fato implica dizer que a variância dos dados de solicitação tem grande responsabilidade pela ocorrência de falhas, pois caso a variância das variáveis de solicitação fosse menor, resultaria em uma zona de solicitação bem menor, ou seja, maior concentração de solicitações próximas ao centroide, e por se tratar de uma região de menor incidência de falhas, a confiabilidade seria maior.

Ainda observando o modelo de Walker, por se tratar do único que obteve falhas pelo método de Monte Carlo, é também importante observar, com auxílio da

Fig. 34, que o número de iterações tem forte influência na probabilidade de falha. Nas condições simuladas, o número mínimo de iterações a serem realizadas para obter-se a convergência da probabilidade de falha é de  $10^7$  (dez milhões).

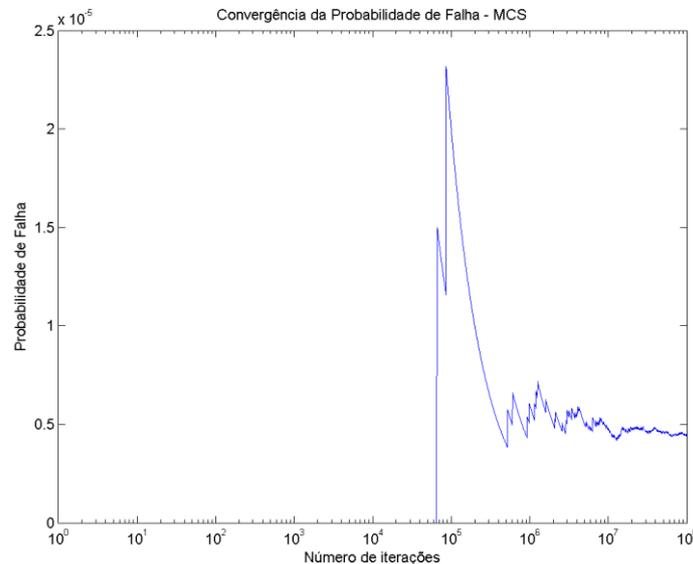


Figura 34 - Convergência da probabilidade de falha em função do número de iterações para o modelo de Walker.

#### 4.2. VARIAÇÃO DO FATOR DE SUPERFÍCIE

As simulações do estudo do efeito do fator de superfície sobre a confiabilidade utilizaram os mesmos parâmetros da condição nominal da Tab. 4, salvo o fator de superfície,  $K_a$ , que foi variado utilizando os valores  $K_a = 0,5$ ;  $K_a = 0,58$ ;  $K_a = 0,66$ ;  $K_a = 0,74$ ;  $K_a = 0,82$ ;  $K_a = 0,9$ . A escolha destes valores foi feita com o auxílio da junção da teoria desenvolvida por Shigley (2005) e Norton (2004). Utilizou-se do modelo de distribuição log-normal e do coeficiente de variação do acabamento usinado descrito por Shigley e o valor médio de  $K_a$  foi dado de acordo com a rugosidade superficial de materiais usinados, como descrito por Norton.

A Tabela 7 apresenta as variações da probabilidade de falha decorrentes das variações do fator de superfície.

Tabela 7 - Efeito do fator de superfície sobre a probabilidade de falha.

| Fator de Superfície | Probabilidade de Falha (%) |        |        |        |        |        |        |        |        |
|---------------------|----------------------------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|--------|
|                     | Goodman                    |        |        | Gerber |        |        | Walker |        |        |
|                     | MC                         | FORM   | SORM   | MC     | FORM   | SORM   | MC     | FORM   | SORM   |
| 0,90                | 0,0000                     | 0,0093 | 0,0027 | 0,0000 | 0,0002 | 0,0000 | 0,0000 | 0,8300 | 0,2000 |
| 0,82                | 0,0000                     | 0,0246 | 0,0085 | 0,0000 | 0,0016 | 0,0004 | 0,0000 | 1,1400 | 0,3000 |
| 0,74                | 0,0000                     | 0,0626 | 0,0250 | 0,0000 | 0,0089 | 0,0027 | 0,0003 | 1,6400 | 0,5000 |
| 0,66                | 0,0000                     | 0,1500 | 0,0698 | 0,0000 | 0,0401 | 0,0152 | 0,0045 | 2,5400 | 0,9000 |
| 0,58                | 0,0000                     | 0,3700 | 0,1900 | 0,0000 | 0,1500 | 0,0691 | 0,0704 | 4,2800 | 1,8100 |
| 0,50                | 0,0001                     | 0,8600 | 0,4900 | 0,0000 | 0,4900 | 0,2600 | 0,8300 | 7,9700 | 4,1200 |

Pode-se notar que o fator de superfície apresenta forte influência sobre a probabilidade de falha. Esta influência é fraca sobre o método de Monte Carlo para os modelos de Goodman e Gerber, sendo mais influente no método de Monte Carlo para o modelo de Walker.

A partir das probabilidades de falhas da Tab. 7 e das variações do índice de confiabilidade, pode-se construir graficamente o comportamento destas variáveis em função do fator de superfície. Para cada valor de  $K_a$  foi calculado a probabilidade de falha (PbF) e o valor do índice de confiabilidade,  $\beta$ , segundo cada modelo de fadiga e segundo cada método de confiabilidade. Foi utilizada a regressão de potência para as variações da PbF em função do fator de superfície,  $K_a$ , enquanto que para as variações de  $\beta$  em função do fator de superfície, utilizou a regressão polinomial de grau 1 (um).

#### 4.2.1. Efeito sobre Monte Carlo

As Figuras 35, 36 e 37 apresentam graficamente os resultados do efeito do fator de superfície sobre o método de Monte Carlo para cada modelo de fadiga.

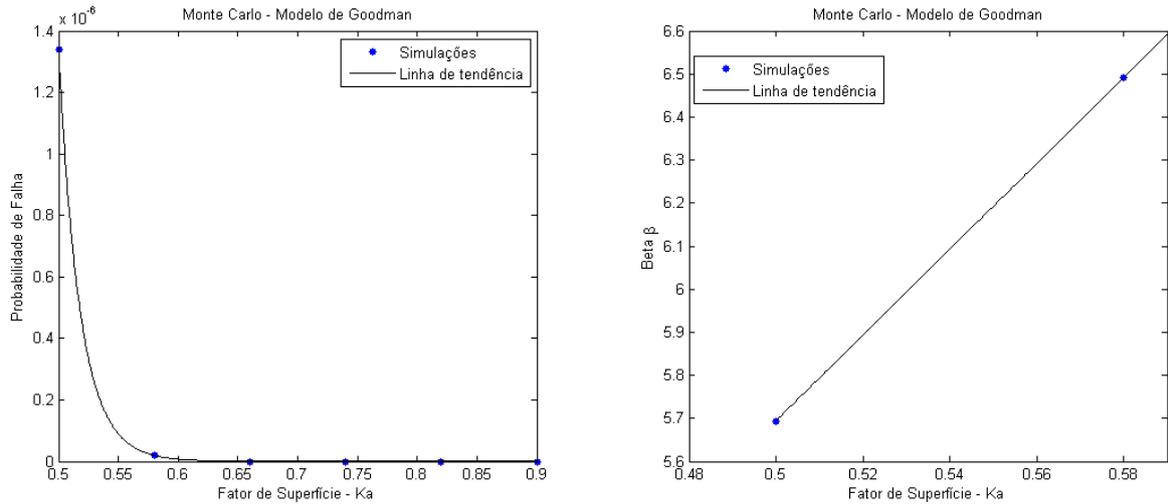


Figura 35 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo em função do fator de superfície – Modelo de Goodman.

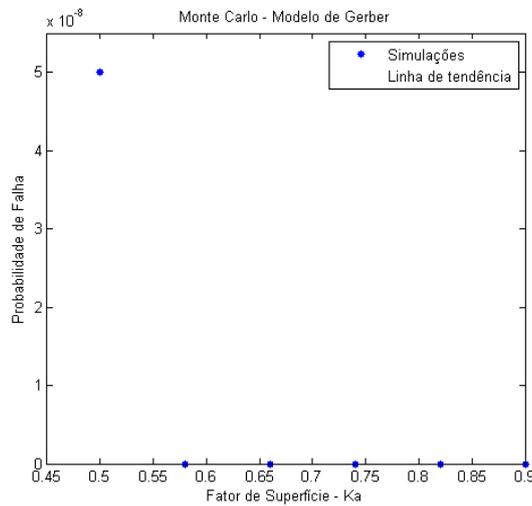


Figura 36 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha do método de Monte Carlo em função do fator de superfície – Modelo de Gerber.

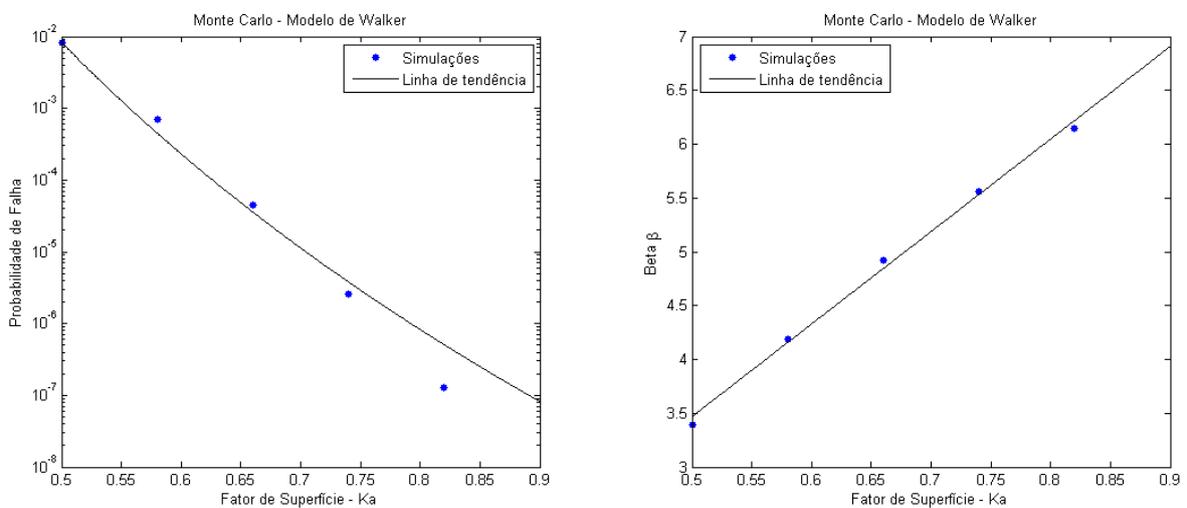


Figura 37 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo em função do fator de superfície – Modelo de Walker.

A probabilidade de falha do modelo de Goodman somente foi superior a zero quando o fator de superfície era inferior a  $K_a=0,58$ . O modelo de Gerber apresentou probabilidade de falha não nula somente em  $K_a=0,5$ , impossibilitando de construir uma curva de tendência. Como  $\beta$  no modelo de Gerber só existe quando  $K_a = 0,5$ , foi suprimido o gráfico do comportamento do índice de confiabilidade. O modelo de Walker, que já apresentava falhas segundo o método MCS utilizando o valor nominal do fator de superfície, apresentou um forte crescimento da probabilidade de falha para fatores de superfície inferiores a  $K_a=0,82$ .

O comportamento do índice de confiabilidade  $\beta$  é contrário à probabilidade de falha. Como este índice identifica uma distância à condição de falha, na medida em que se aumenta o fator de superfície,  $K_a$ , ocorre à diminuição da probabilidade de falha e o aumento do índice de confiabilidade. Pode-se observar este comportamento crescente de  $\beta$  nos modelos de Goodman e Walker.

#### 4.2.2. Efeito sobre FORM

Pode-se analisar graficamente o efeito do fator de superfície  $K_a$  sobre a probabilidade de falha,  $P_bF$ , e sobre o índice de confiabilidade  $\beta$  para o método de confiabilidade FORM através das Fig. 38 a Fig. 40.

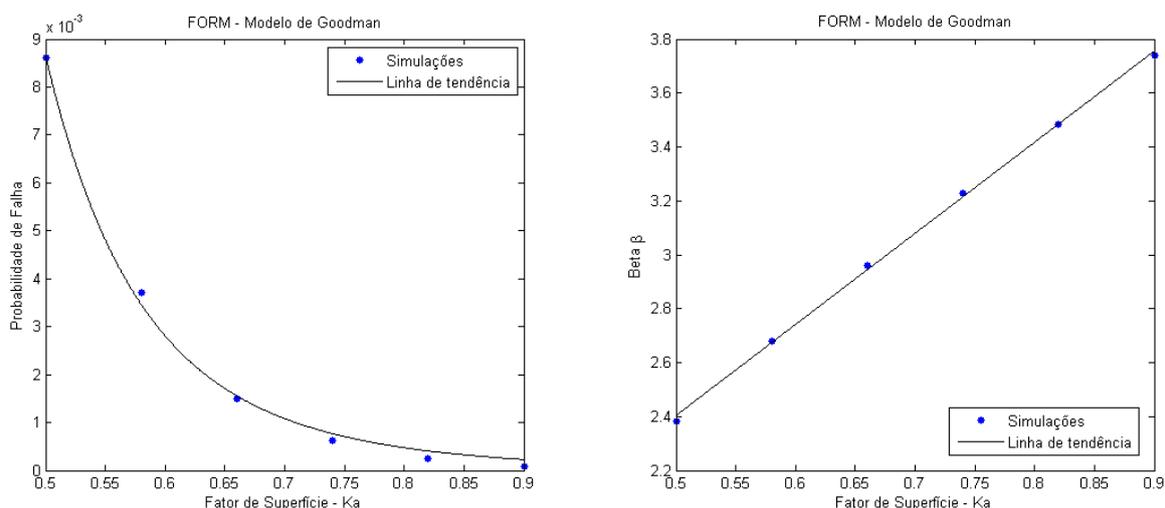


Figura 38 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM em função do fator de superfície – Modelo de Goodman.

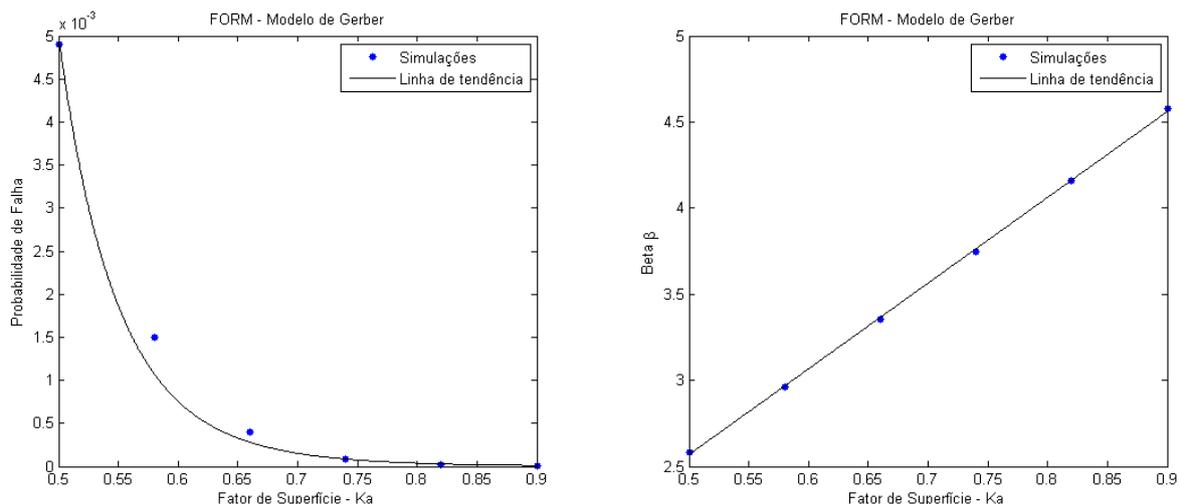


Figura 39 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM em função do fator de superfície – Modelo de Gerber

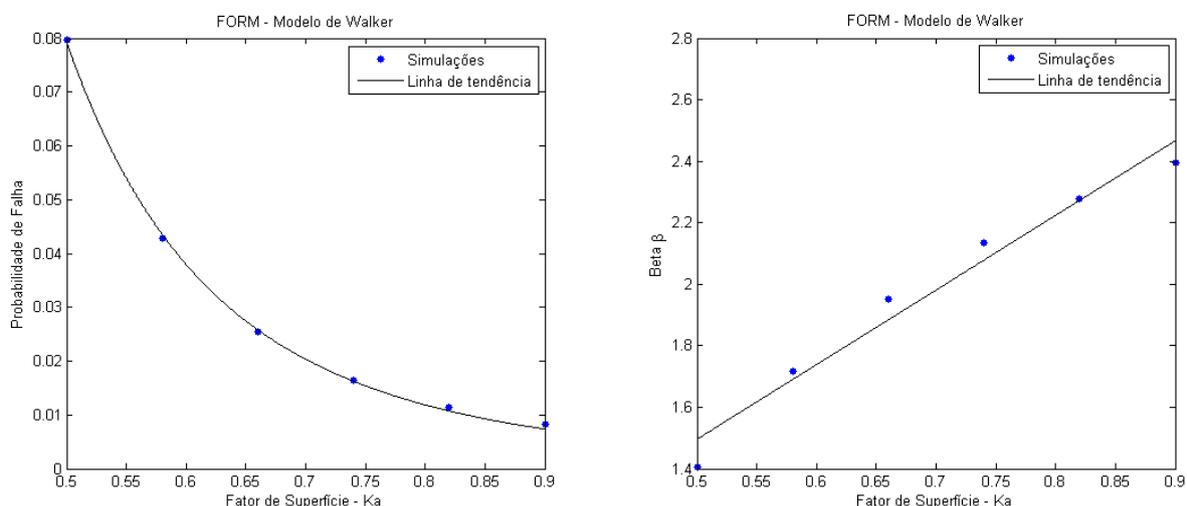


Figura 40 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM em função do fator de superfície – Modelo de Walker.

As variações no fator de superfície acarretam variações mais brandas na probabilidade de falha para o método de confiabilidade FORM quando comparadas as variações para o método de Monte Carlo, sendo possível observar que as linhas de tendência da PbF apresentam curvas mais suaves que as resultantes do método MCS. Esta variação branda pode ser observada para os 3 (três) modelos de fadiga. Tendo em vista a diferença nas escalas dos gráficos, verifica-se também um comportamento mais suave na variação de Beta, em que a inclinação das curvas é menor. Os modelos de Goodman e Gerber apresentam curvas de tendência mais aderentes aos dados simulados, enquanto Walker apresenta leve discrepância.

### 4.2.3. Efeito sobre SORM

Por último, pode-se analisar graficamente o efeito do fator de superfície sobre a probabilidade de falha e sobre o índice de confiabilidade para o método de confiabilidade SORM através das Fig. 41 a Fig. 43.

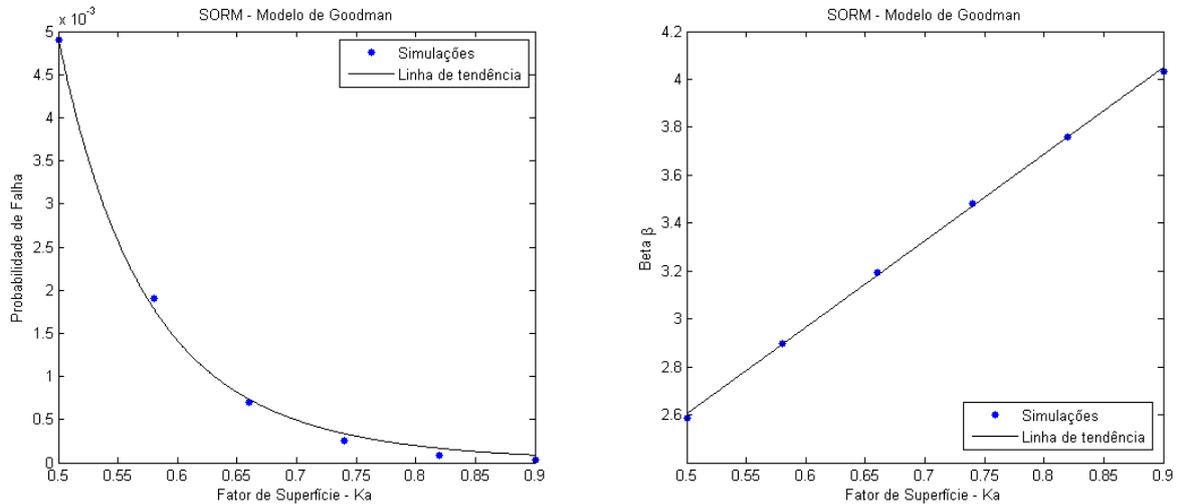


Figura 41 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM em função do fator de superfície – Modelo de Goodman.

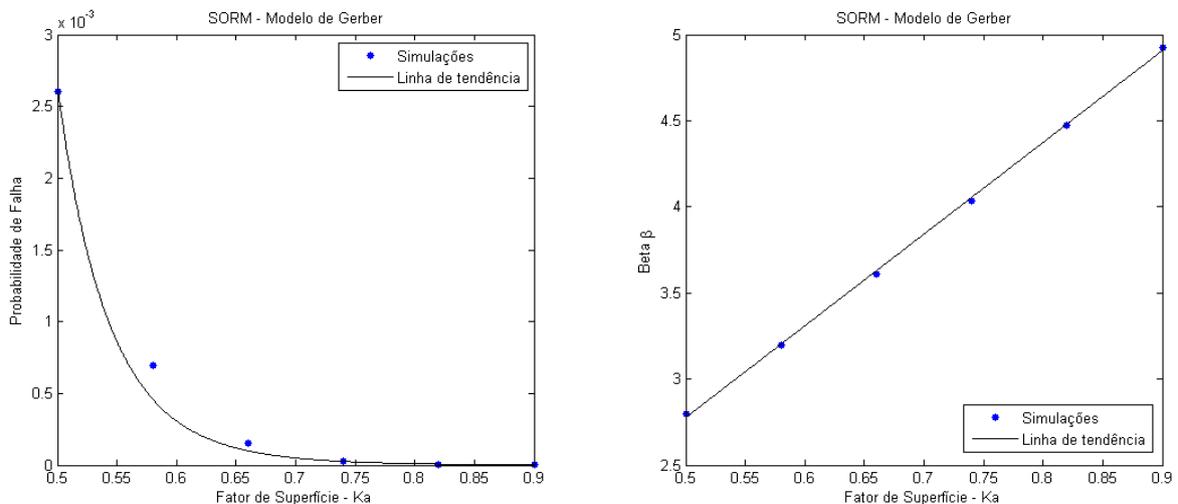


Figura 42 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM em função do fator de superfície – Modelo de Gerber.

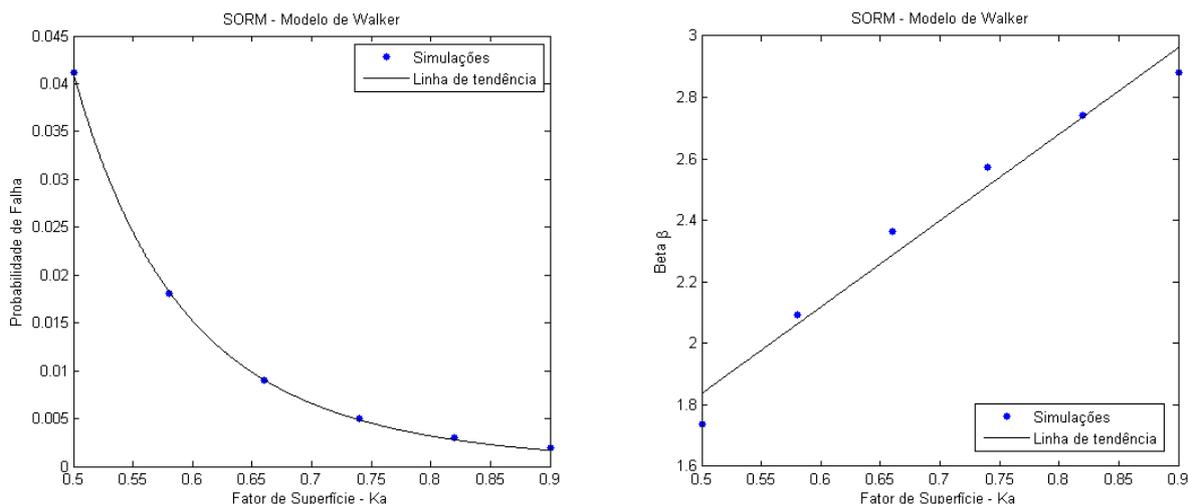


Figura 43 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM em função do fator de superfície – Modelo de Walker.

O que se observa é um comportamento praticamente idêntico ao da análise do método de confiabilidade FORM. De fato, o método SORM é um incremento o método FORM, e a variação do fator de superfície nos métodos resultaram em efeitos muito semelhantes no que tange à forma da linha de tendência, porém ao se analisar quantitativamente os gráficos, observando os valores das probabilidades de falha, vê-se que os mesmos são muito diferentes. Este fato evidencia que o fator de superfície possui efeitos iguais nas metodologias analíticas.

#### 4.3. VARIAÇÃO DO HISTÓRICO DE CARREGAMENTO

As variações do histórico de carregamento ocorreram das seguintes formas:

1. CV Fixo: Neste caso o CV é mantido fixo. A média das tensões médias e alternadas é incrementada com  $\Delta = 5$  Mpa, o que conseqüentemente altera o desvio padrão das mesmas variáveis. Como as variações da média e do desvio padrão são proporcionais, o CV se mantém fixo. Os incrementos,  $\Delta$ , são feitos até se atingir variação de 20 Mpa.
2. Desvio Padrão Fixo: Neste caso o desvio padrão não é alterado, sendo seu valor fixado no mesmo valor do caso nominal da análise. A média da tensão média e alternada sofre variações de  $\Delta = 5$  MPa, o que conseqüentemente altera o coeficiente de variação das mesmas variáveis. Os incrementos,  $\Delta$ , são feitos até se atingir variação de 20 Mpa.
3. Média Fixa: A média das variáveis de carregamento permanece inalterada, com valor igual ao caso nominal da análise. O desvio padrão das variáveis de

carregamento sofre variação de  $\Delta = 2$  MPa, até atingir variação máxima de 10 MPa. O CV é alterado em consequência da variação do desvio padrão.

Além das formas de variação do histórico de carregamento (CV fixo, Desvio padrão fixo e Média fixa), houve também alterações segundo a variável envolvida, como consta na seção 3.5.4. Graficamente, os pontos marcados como  $\delta\sigma_m$  se refere a casos em que houve apenas variação no histórico de carregamento da tensão média;  $\delta\sigma_a$  para casos em que houve apenas variação no histórico de carregamento da tensão alternada; e  $\delta\sigma_m\delta\sigma_a$  para casos onde houve variação no histórico de carregamento de tensão média e alternada.

Os resultados apresentados a seguir estão divididos segundo a forma de variação (CV fixo, desvio fixo ou média fixa), subdivididos segundo método de confiabilidade (MCS, FORM ou SORM) e segundo o modelo de fadiga (Goodman, Gerber ou Walker). Para todos os casos foi utilizada a regressão exponencial para a tendência da probabilidade de falha e regressão polinomial de grau 1 (um) para a tendência do índice de confiabilidade  $\beta$ .

#### 4.3.1. CV fixo

##### 4.3.1.1. Efeito sobre Monte Carlo

A forma de análise CV fixo produz a translação e crescimento da zona de solicitação. As variações realizadas para os modelos de Goodman, Gerber e Walker do método de Monte Carlo são apresentadas graficamente nas Figuras 44, 45 e 46.

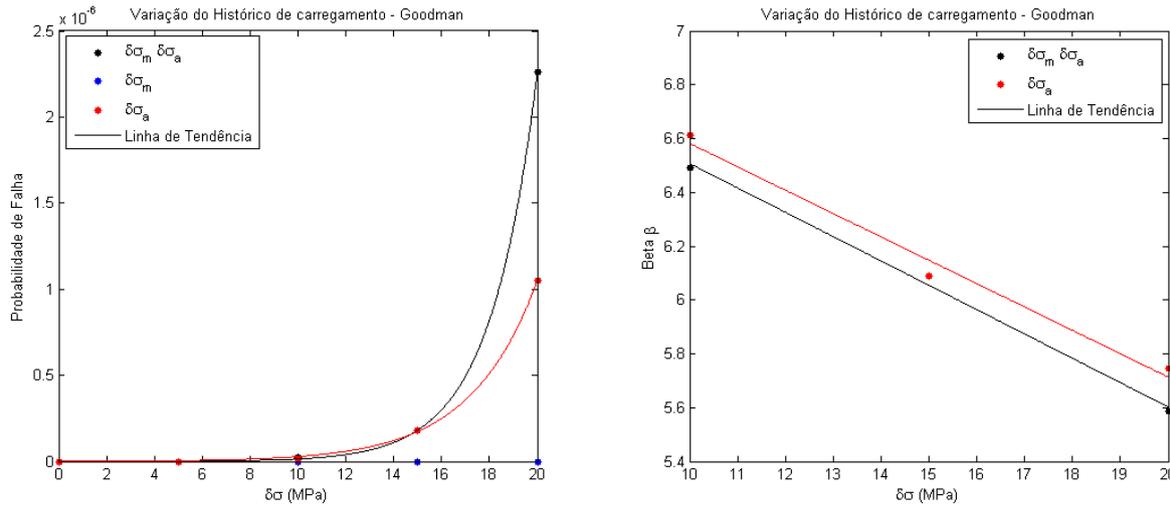


Figura 44 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo com CV fixo – Modelo de Goodman.

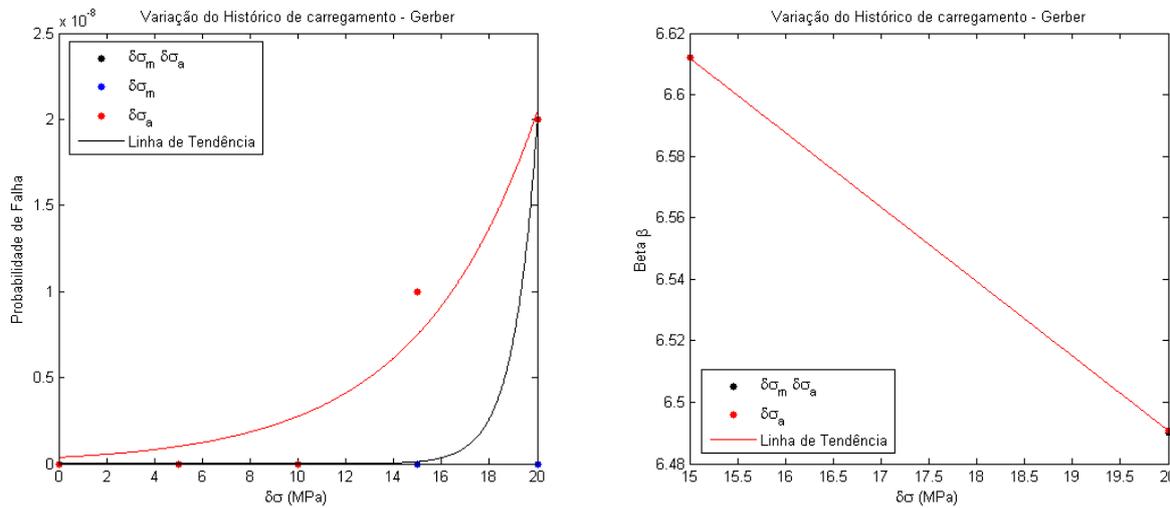


Figura 45 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo com CV fixo – Modelo de Gerber.

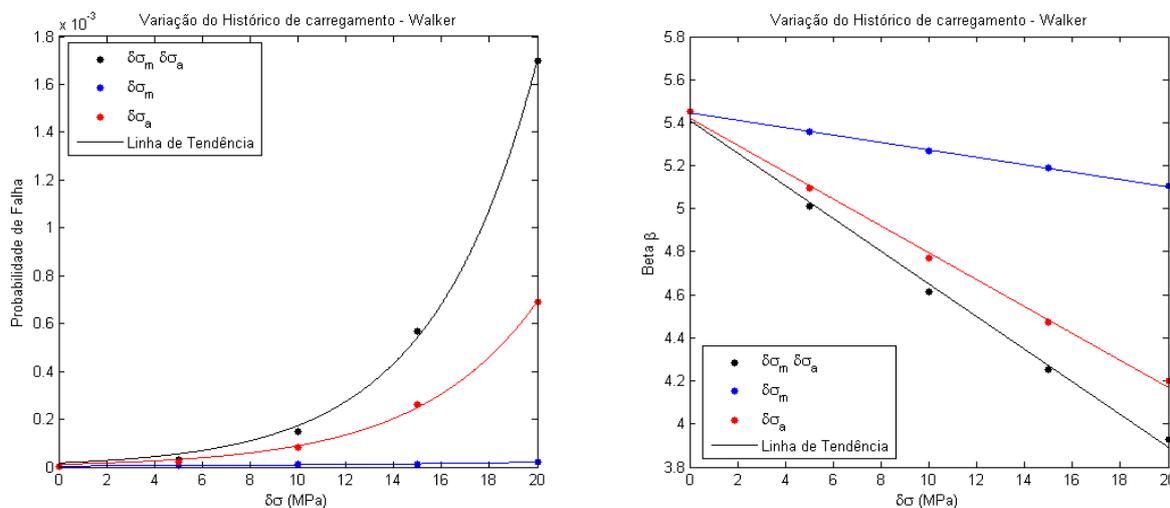


Figura 46 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo com CV fixo – Modelo de Walker.

Ao se analisar os modelos de Goodman e Gerber, observa-se que não houve variação PbF com o incremento na tensão média, sendo a probabilidade de falha sempre igual à zero. Probabilidade igual à zero implica  $\beta$  igual a infinito, e portanto os gráficos do comportamento de  $\beta$  foram suprimidos para o caso de variação  $\delta\sigma_m$ . No modelo de Gerber observa-se que a variação  $\delta\sigma_m\delta\sigma_a$  produziu apenas um caso de aumento da probabilidade de falha, e portanto não houve curva de tendência do índice de confiabilidade. O modelo de Walker apresenta comportamento típico, em que o aumento das tensões de solicitação aumenta a probabilidade de falha e diminuem o índice de confiabilidade, sendo que o grande aumento da probabilidade de falha é causado pela tensão alternada.

#### 4.3.1.2. Efeito sobre FORM

Pode-se analisar o mesmo efeito da mesma variação sobre o método de confiabilidade FORM através das Fig. 47 a Fig. 49.

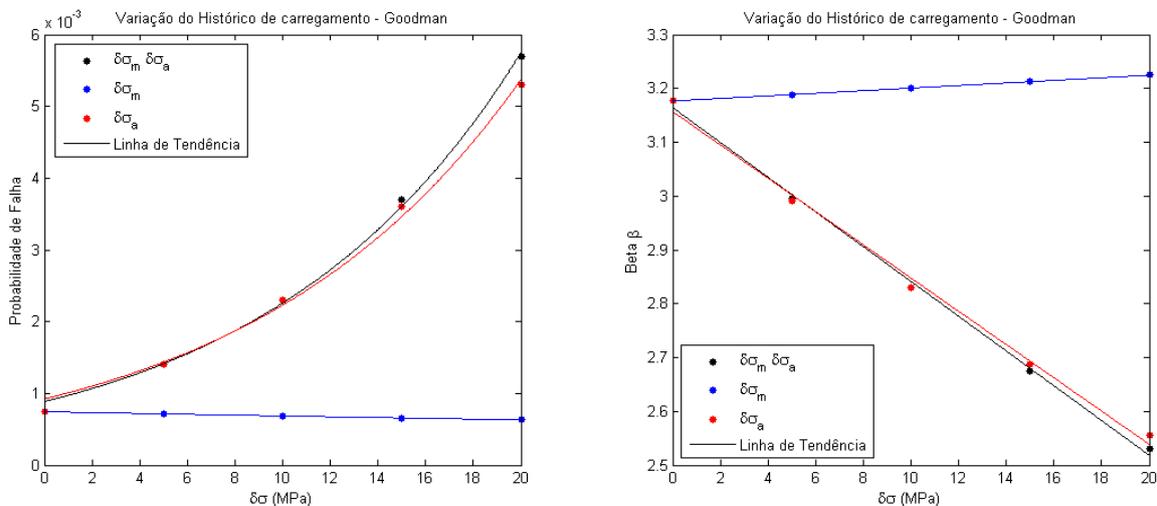


Figura 47 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM com CV fixo – Modelo de Goodman

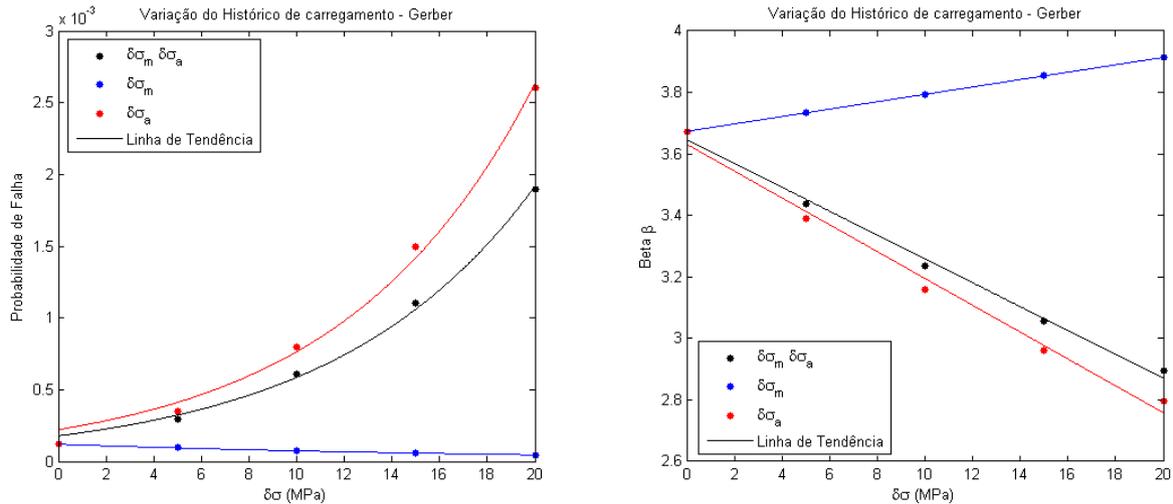


Figura 48 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM com CV fixo – Modelo de Gerber

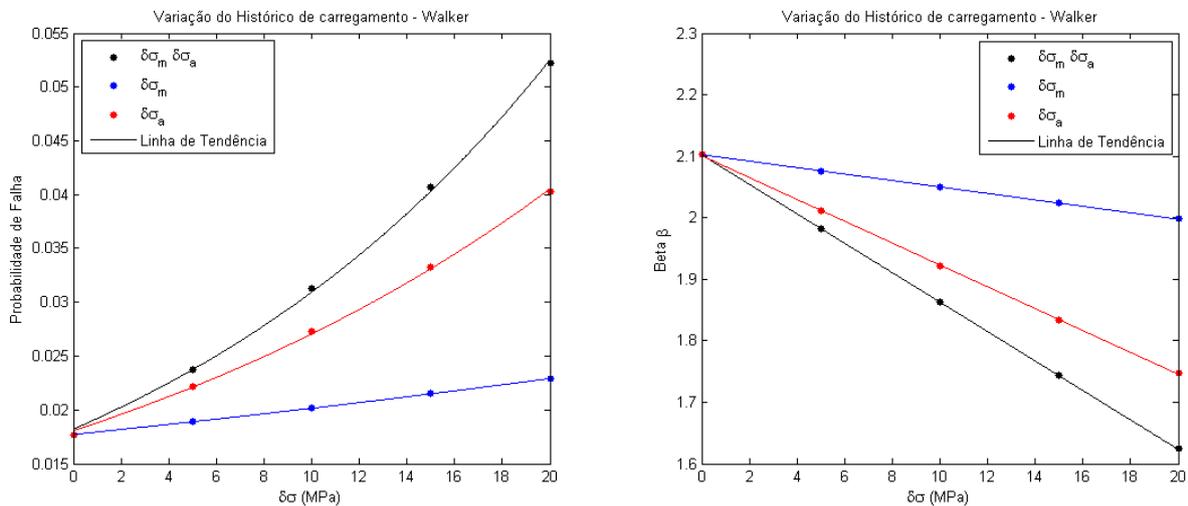


Figura 49 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM com CV fixo – Modelo de Walker

Ao se comparar os resultados obtidos para Monte Carlo com os resultados obtidos para o método FORM, nota-se que a os valores da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade são diferentes. Entretanto, ao se observar o comportamento das curvas do índice de confiabilidade, nota-se que as curvas apresentam comportamentos semelhantes. Este fato indica que os métodos de confiabilidade sofrem efeitos semelhantes na análise CV fixo.

Nos modelos de Goodman e Gerber se observa que o incremento da tensão média produz o decréscimo da PbF e o crescimento de  $\beta$ . Este comportamento atípico ocorre, pois na medida em que a tensão média cresce a distância relativa do ponto até a curva cresce também.

### 4.3.1.3. Efeito sobre SORM

O comportamento do método SORM na variação do histórico de carregamento da forma CV fixo pode ser observado nas Fig. 50 a Fig. 52.

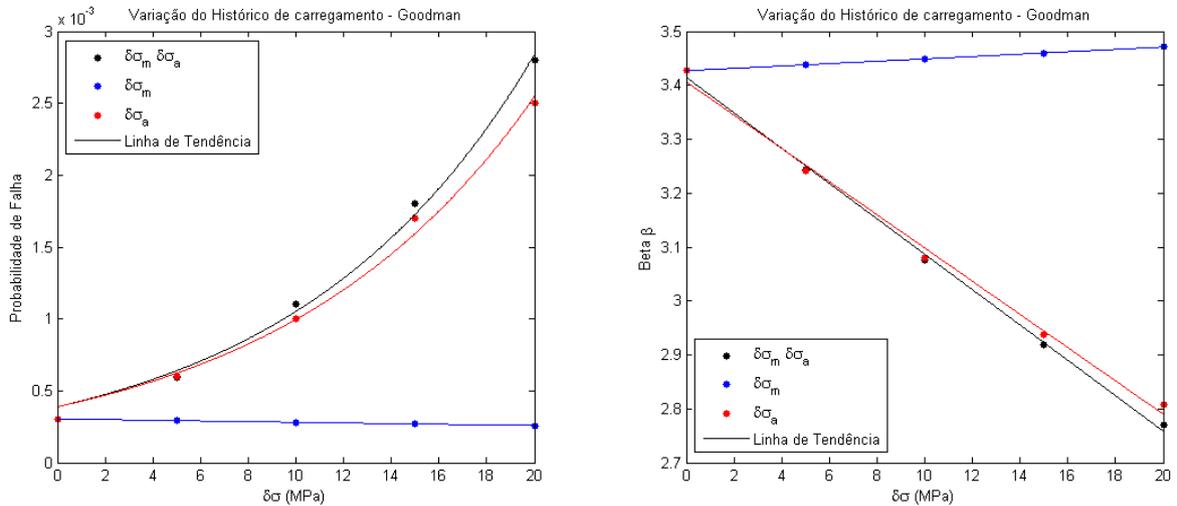


Figura 50 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM com CV fixo – Modelo de Goodman.

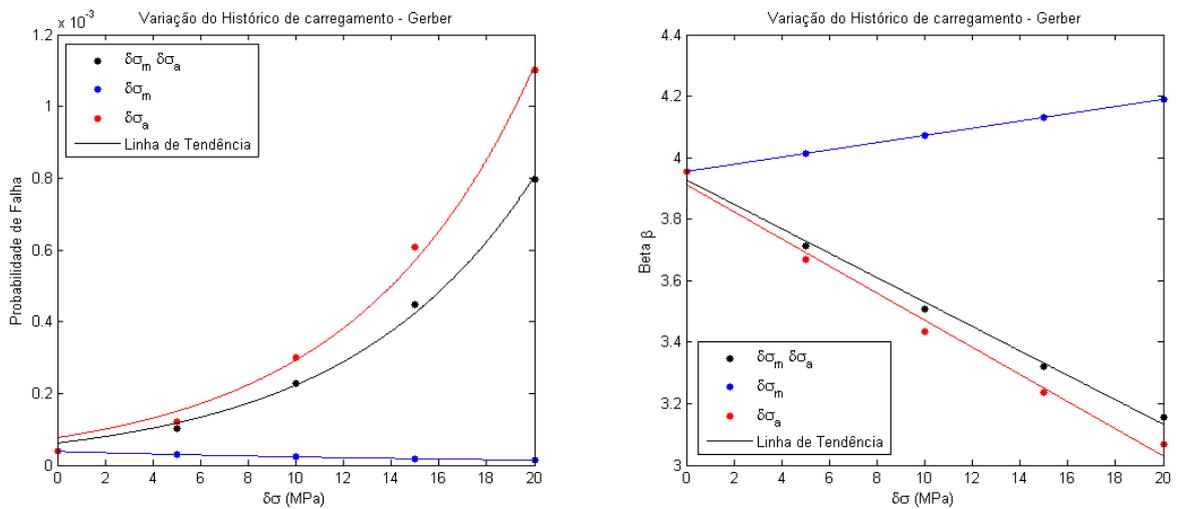


Figura 51 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM com CV fixo – Modelo de Gerber.

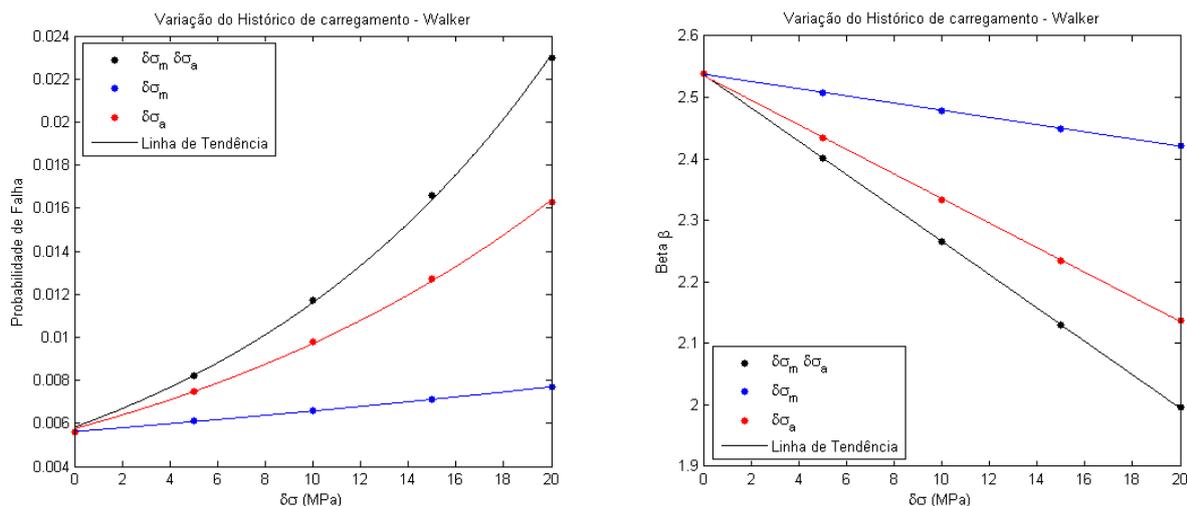


Figura 52 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM com CV fixo – Modelo de Walker.

Os resultados se repetem em SORM. As curvas de tendência para os métodos FORM e SORM são muito semelhantes, mostrando que de fato o comportamento da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade, para casos onde as variações sejam na forma de análise CV fixo, os métodos de confiabilidade apresentam comportamentos bem semelhantes. Novamente é observado um comportamento atípico para a probabilidade de falha e para o índice de confiabilidade nos modelos de Goodman e Gerber.

#### 4.3.2. Desvio Fixo

A forma de análise Desvio fixo produz a translação da zona de solicitação nos eixos coordenados. Os resultados estão apresentados a seguir.

##### 4.3.2.1. Efeito sobre Monte Carlo

Os resultados pertinentes à análise do efeito da variação do histórico de carregamento, especificamente para a variação com desvio fixo e para o método de confiabilidade de Monte Carlo se encontram dispostos nas Fig. 53 e Fig.54.

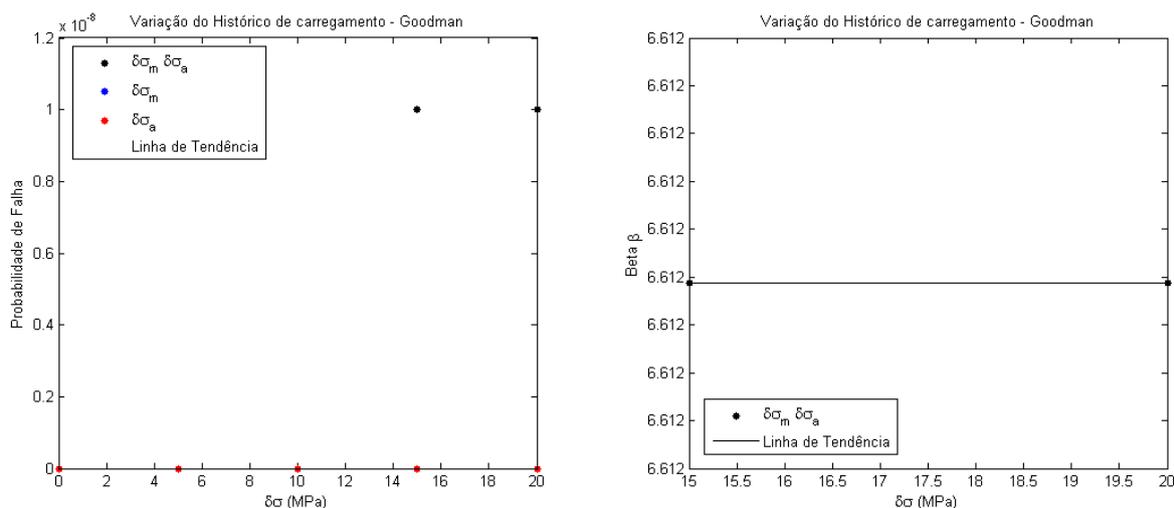


Figura 53 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo com Desvio Fixo– Modelo de Goodman.

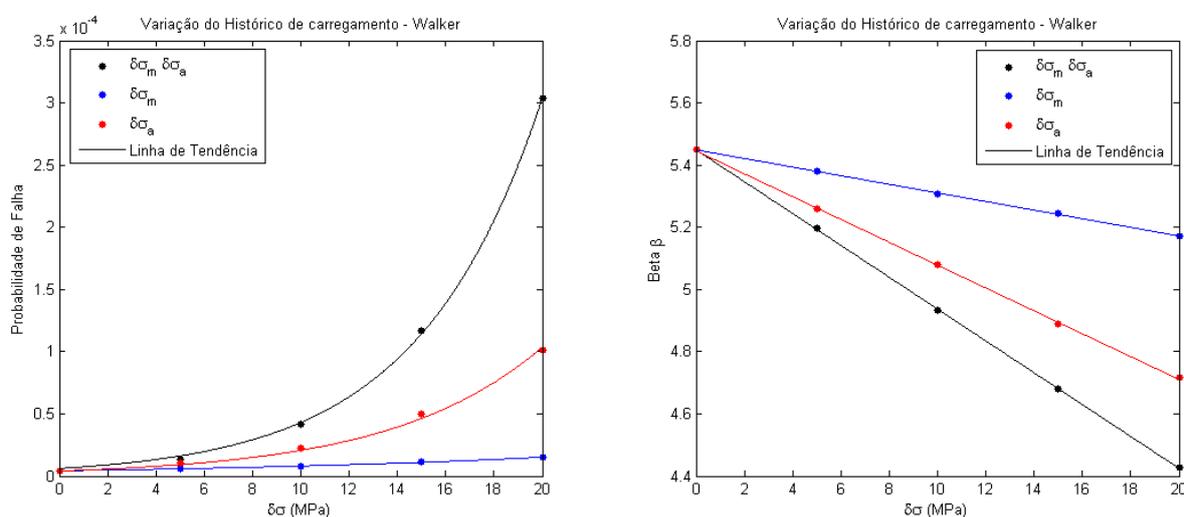


Figura 54 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo com Desvio Fixo– Modelo de Walker.

Como se pode observar, o modelo de Goodman apresentou resultados iguais para a probabilidade de falha de  $\delta\sigma = 15$  MPa e  $\delta\sigma = 20$  MPa. Este fato pode indicar que nas duas simulações não ocorreu convergência segundo o método de Monte Carlo. Como somente há dois pontos que não estão sobre o eixo das abcissas, a inclusão de uma linha de tendência acarreta muitos erros, portanto a mesma não foi incluída.

O modelo de Gerber não apresentou falha pelo método de Monte Carlo, e portanto não há uma curva característica da variação da probabilidade de falha.

O modelo de Walker apresenta comportamento da curva de probabilidade semelhante à análise CV fixo, porém as curvas são mais suaves.

4.3.2.2. Efeito sobre FORM

As Figuras 55, 56 e 57 apresentam os resultados sobre o método FORM.

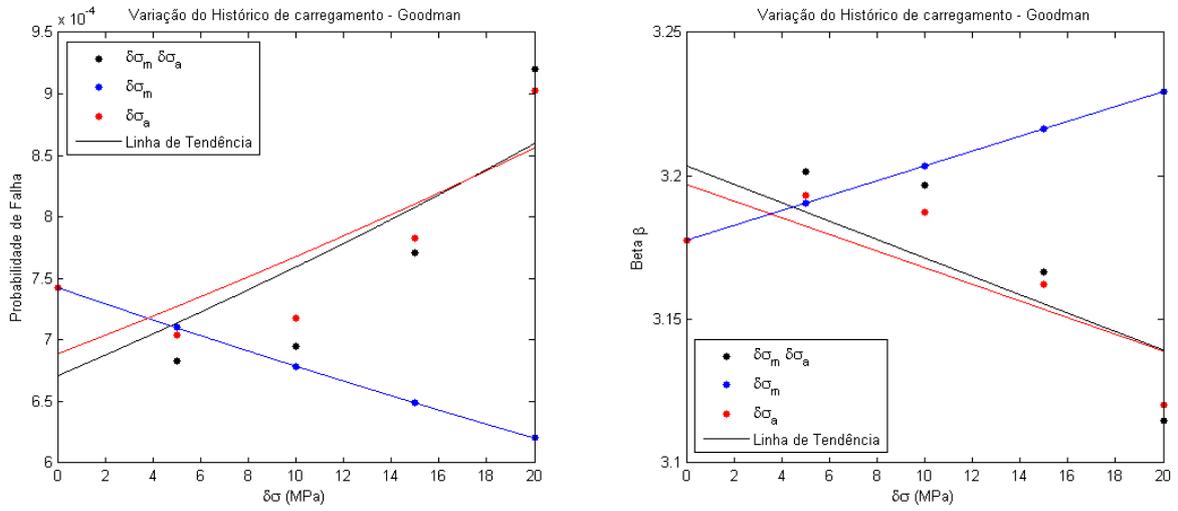


Figura 55- Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM com Desvio Fixo– Modelo de Goodman.

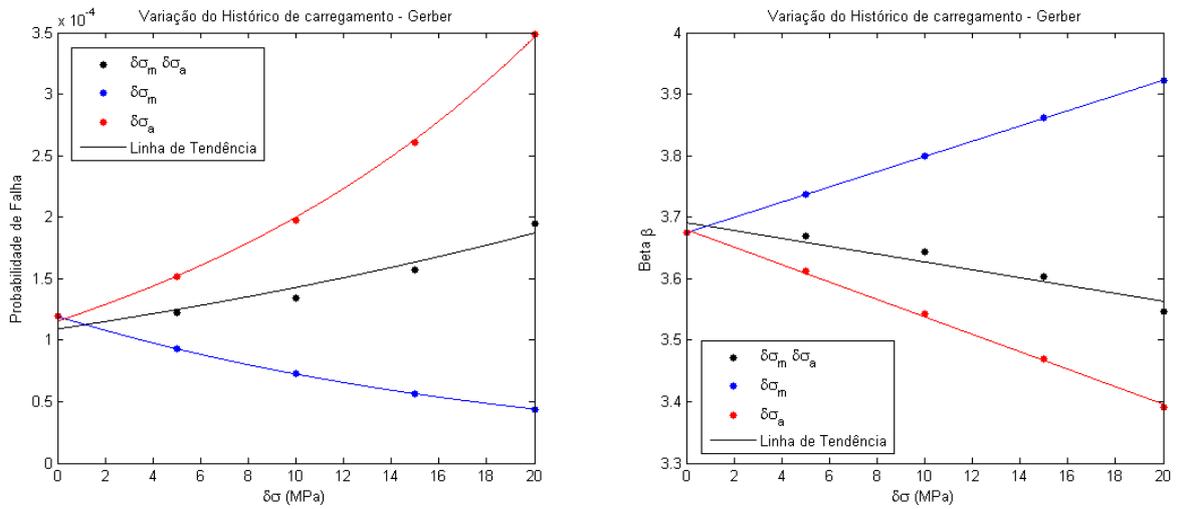


Figura 56 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM com Desvio Fixo– Modelo de Gerber.

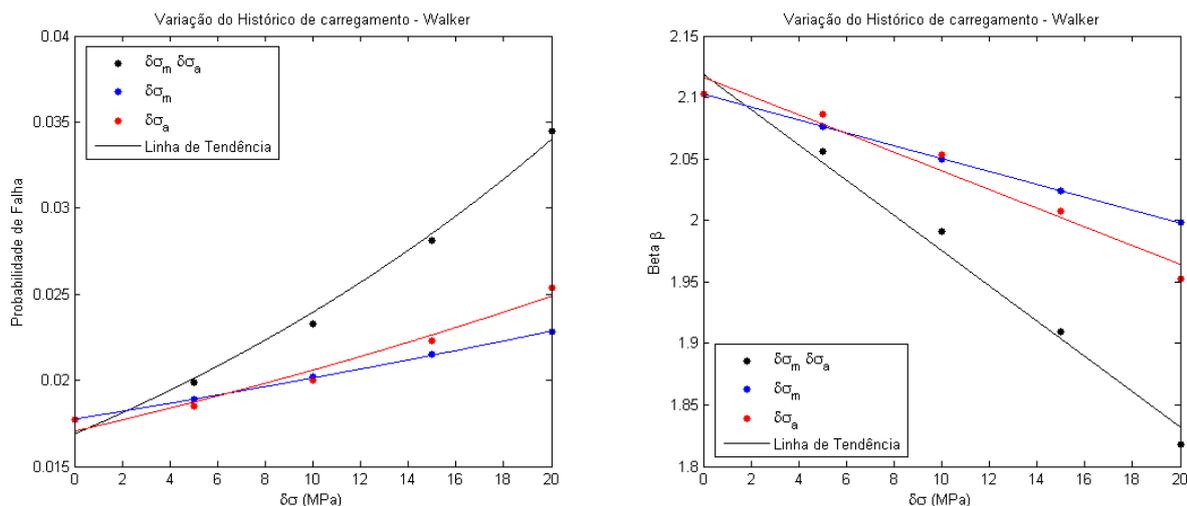


Figura 57 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM com Desvio Fixo– Modelo de Walker.

Nesta análise, conduzida da mesma forma que as demais anteriores, o modelo de Goodman apresenta curvas pouco ajustadas aos dados das simulações. É possível notar que as simulações apresentam um formato mais semelhante a uma parábola, portanto a regressão exponencial incorre em erros.

Pode-se observar novamente que a tensão média trabalha de forma inversa à tensão alternada nos modelos de Goodman e Gerber, pois seu aumento produz a diminuição da probabilidade de falha. Não há semelhança entre as linhas de tendência do método de Monte Carlo e FORM.

No método FORM, o modelo de Walker apresenta equiparação entre os efeitos do crescimento das tensões individualmente, ou seja, variação na tensão média ou na tensão alternada produz efeito semelhante e quando combinadas produzem o maior crescimento da PbF.

#### 4.3.2.3. Efeito sobre SORM

As Figuras 58 a 60 apresentam graficamente os resultados sobre o método SORM.

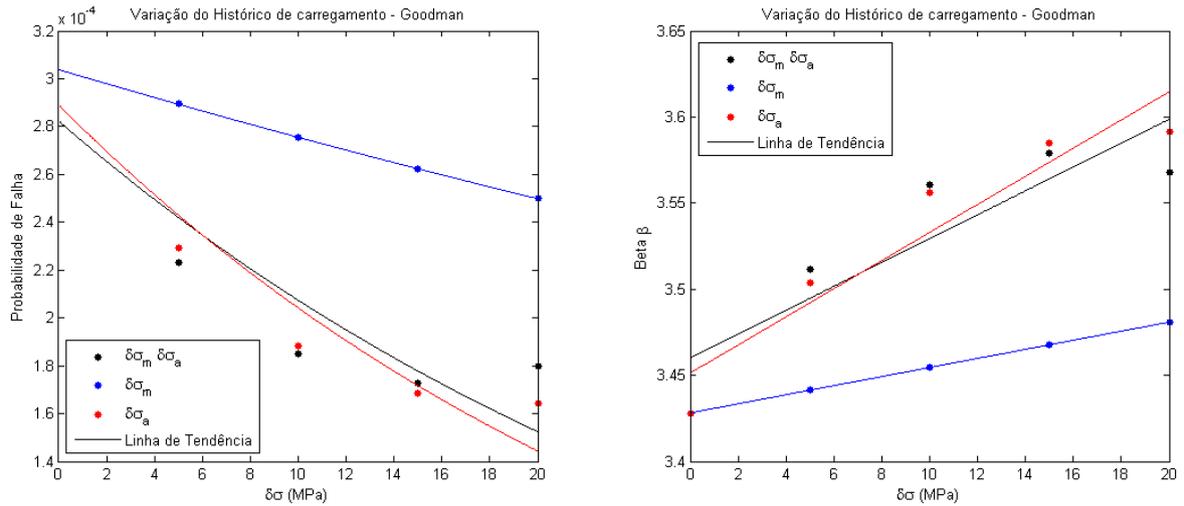


Figura 58 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM com Desvio Fixo– Modelo de Goodman

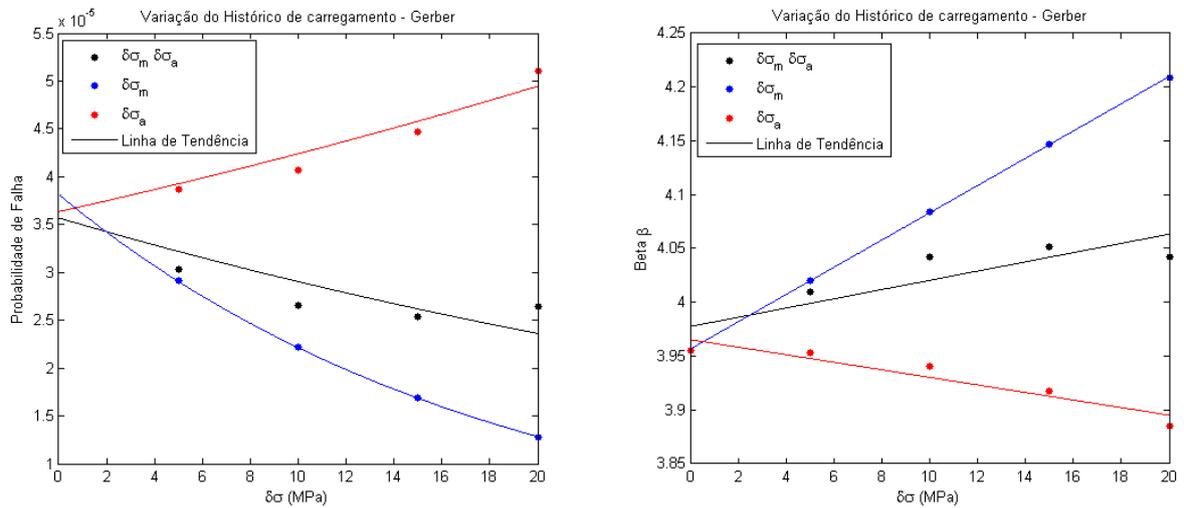


Figura 59 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM com Desvio Fixo– Modelo de Gerber.

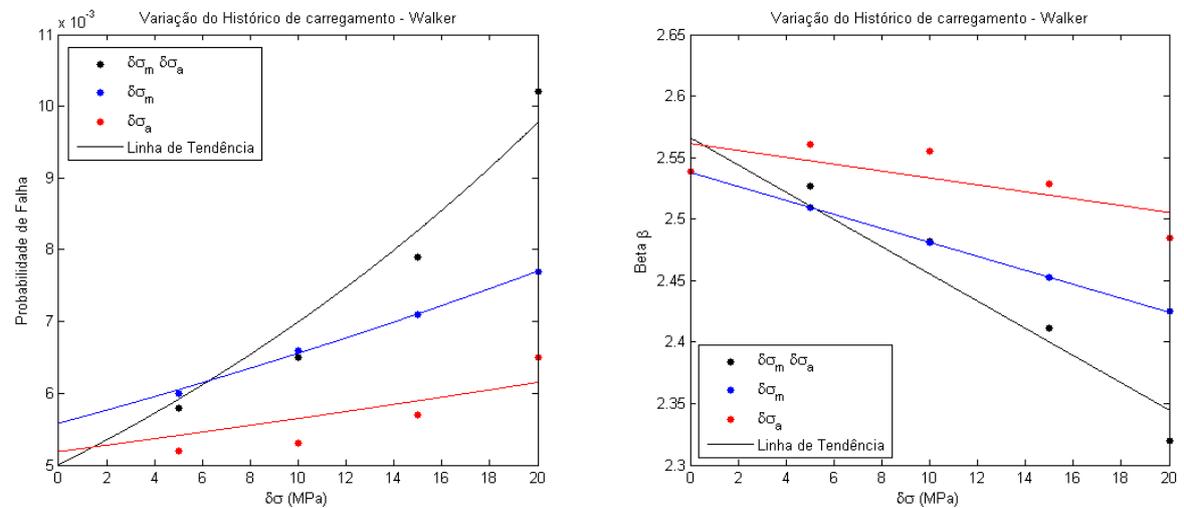


Figura 60 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM com Desvio Fixo– Modelo de Walker.

O mesmo comportamento atípico observado anteriormente para variações da tensão média é observado para o modelo de Goodman, porém neste caso há a diminuição da probabilidade de falha com o aumento de qualquer das tensões de sollicitação.

O resultado proveniente do modelo de Gerber apresenta curvas muito semelhantes à análise FORM, porém, diferentemente do modelo de Goodman, somente o aumento da tensão média é responsável por eventuais aumentos na probabilidade de falha.

Apesar da baixa aderência às simulações, as curvas de tendência do modelo de Walker revelam que para o método SORM a tensão média apresenta maior influência no crescimento da probabilidade de falha.

### 4.3.3. Média Fixa

A forma de análise média fixa produz o crescimento da zona de sollicitação. Os resultados estão subdivididos nas seções a seguir.

#### 4.3.3.1. Efeito sobre Monte Carlo

As Figuras 61, 62 e 63 apresentam graficamente os resultados sobre o método de Monte Carlo.

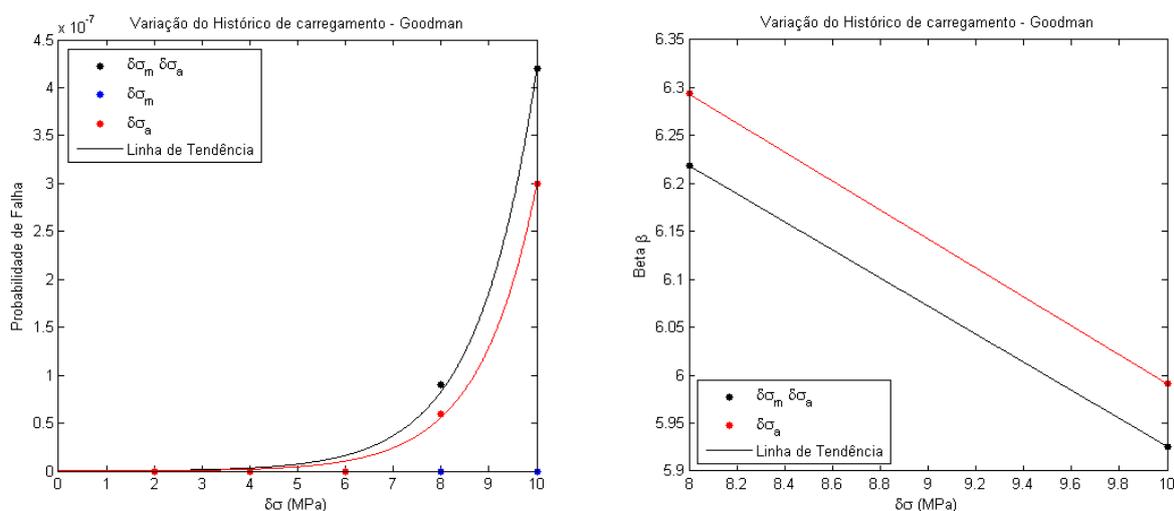


Figura 61 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo com média fixa– Modelo de Goodman

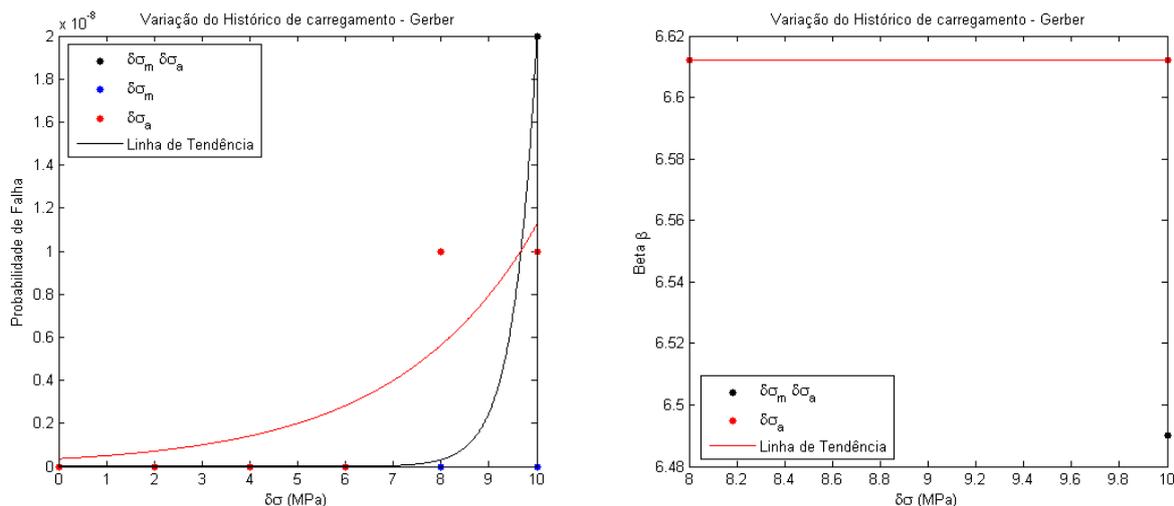


Figura 62 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo com média fixa– Modelo de Gerber.

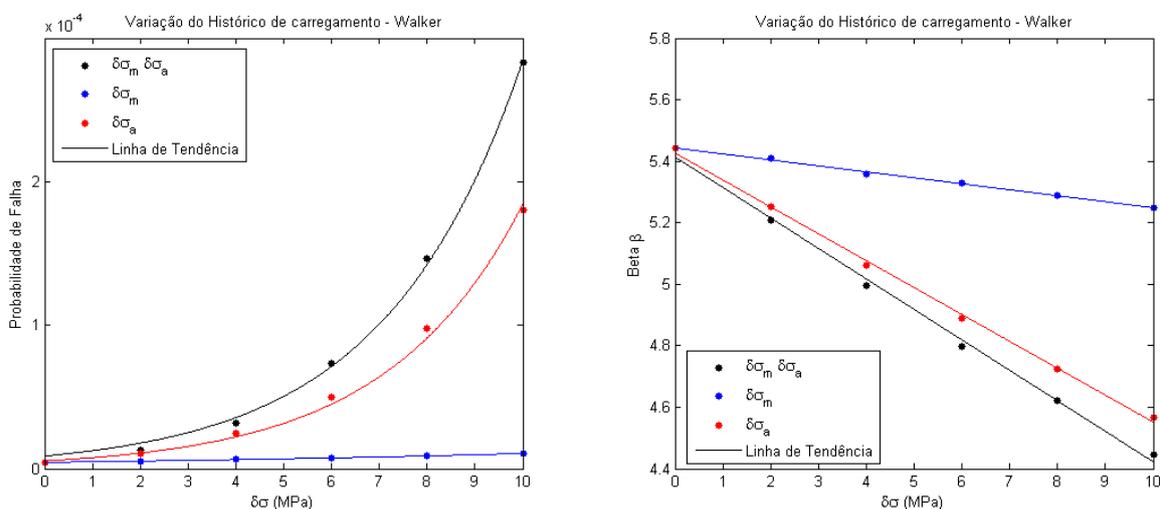


Figura 63 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método de Monte Carlo com média fixa– Modelo de Walker.

Os modelos de Goodman e Gerber apresentam forte crescimento da probabilidade de falha devido à variação do desvio padrão da tensão alternada  $\delta\sigma_a$  e das tensões combinadas  $\delta\sigma_m\delta\sigma_a$ , sendo o crescimento impulsionado principalmente pela variação do desvio padrão de  $\delta\sigma_a$ . Como não houve crescimento da PbF devido à variação no desvio padrão b3da tensão média, tem-se que  $\beta$  é sempre igual a infinito, e portanto não há curva de tendência para estes casos.

O modelo de Walker apresenta linha de tendência da PbF mais suave que os demais modelos de fadiga, com crescimento estimulado principalmente pela tensão alternada. O comportamento de  $\beta$  é muito semelhante às demais análises (CV fixo e Desvio Fixo).

### 4.3.3.2. Efeito sobre FORM

São apresentados nas Figuras 64, 65 e 66 os resultados dos efeitos da média fixa sobre o método FORM.

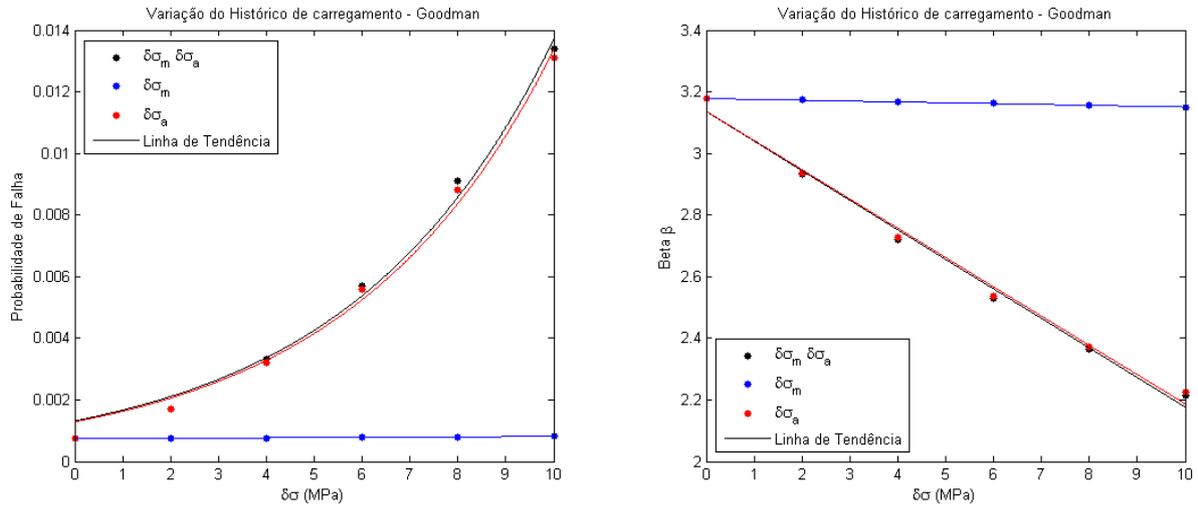


Figura 64 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM com média fixa– Modelo de Goodman.

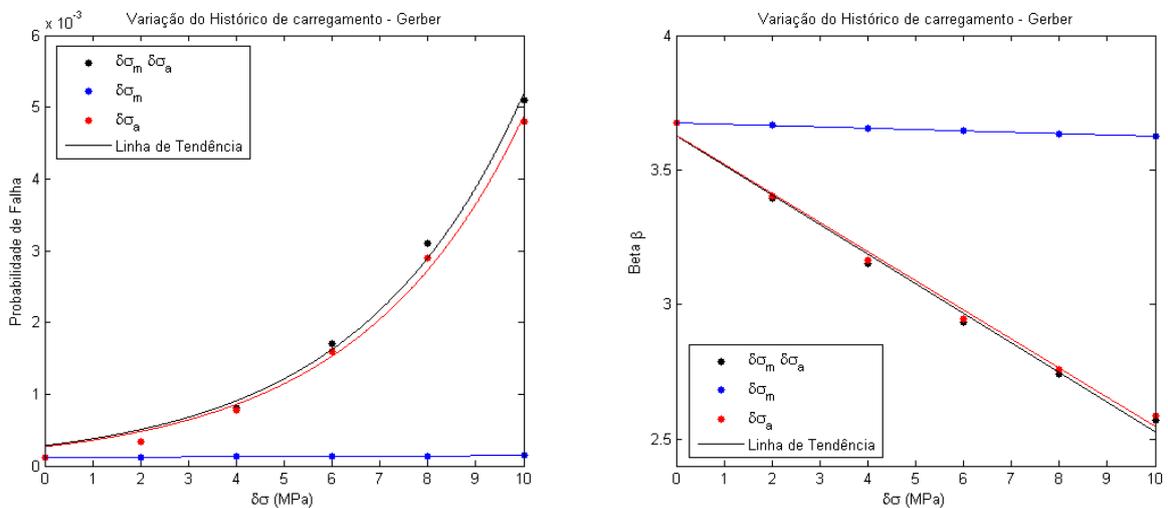


Figura 65 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM com média fixa– Modelo de Gerber.

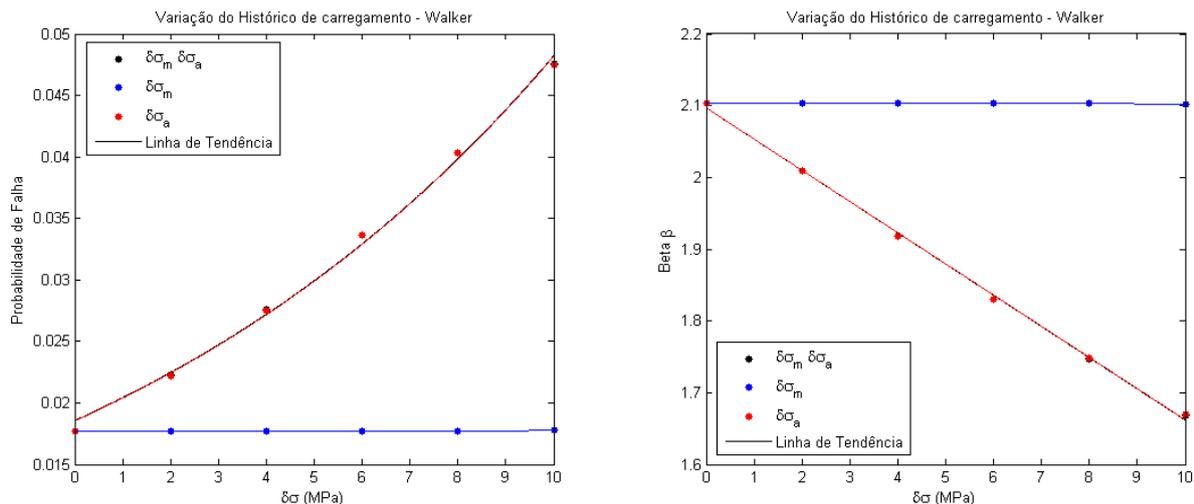


Figura 66 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método FORM com média fixa – Modelo de Walker.

Observa-se um comportamento quase idêntico das curvas de tendência da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade para os três modelos. Nos modelos não há efeito da variação da probabilidade de falha devido à variação do desvio padrão da tensão média,  $\delta\sigma_m$ , sendo a variação da PbF estimulada somente pela variação da tensão alternada,  $\delta\sigma_a$ .

#### 4.3.3.3. Efeito sobre SORM

Os resultados de SORM estão dispostos nas Figuras 67 a 69.

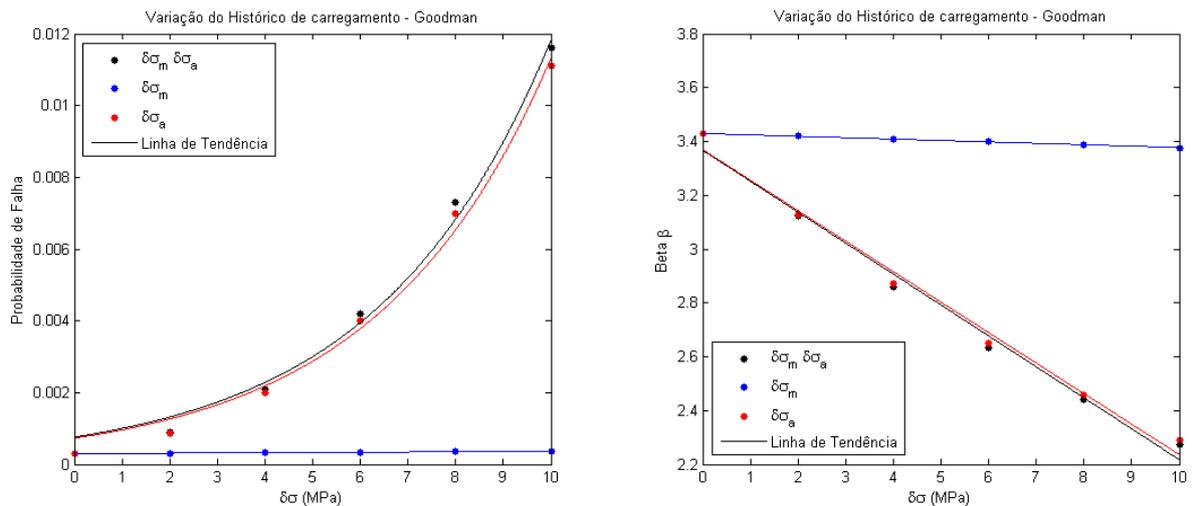


Figura 67 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM com média fixa – Modelo de Goodman.

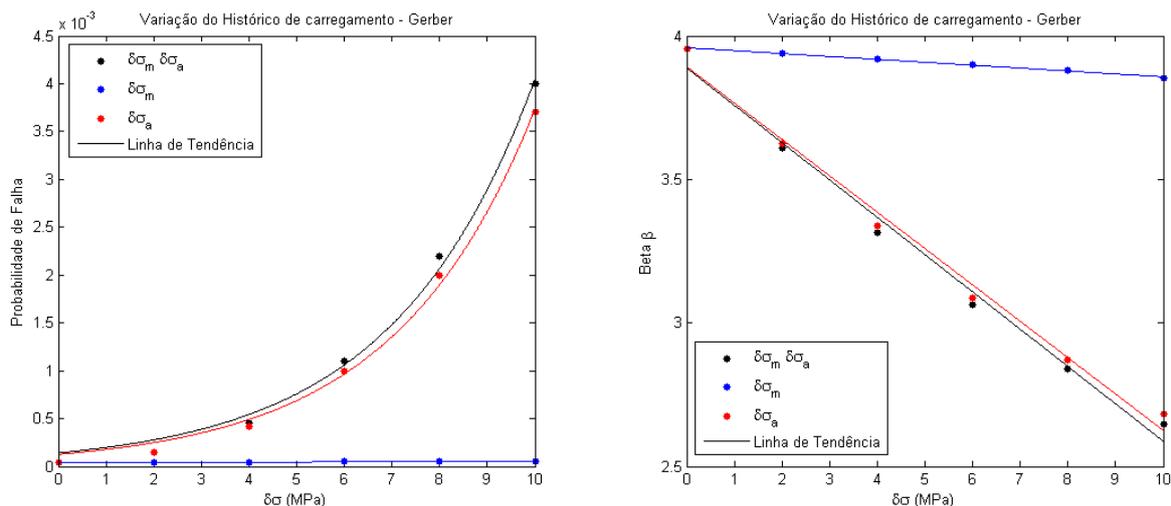


Figura 68 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM com média fixa– Modelo de Gerber.

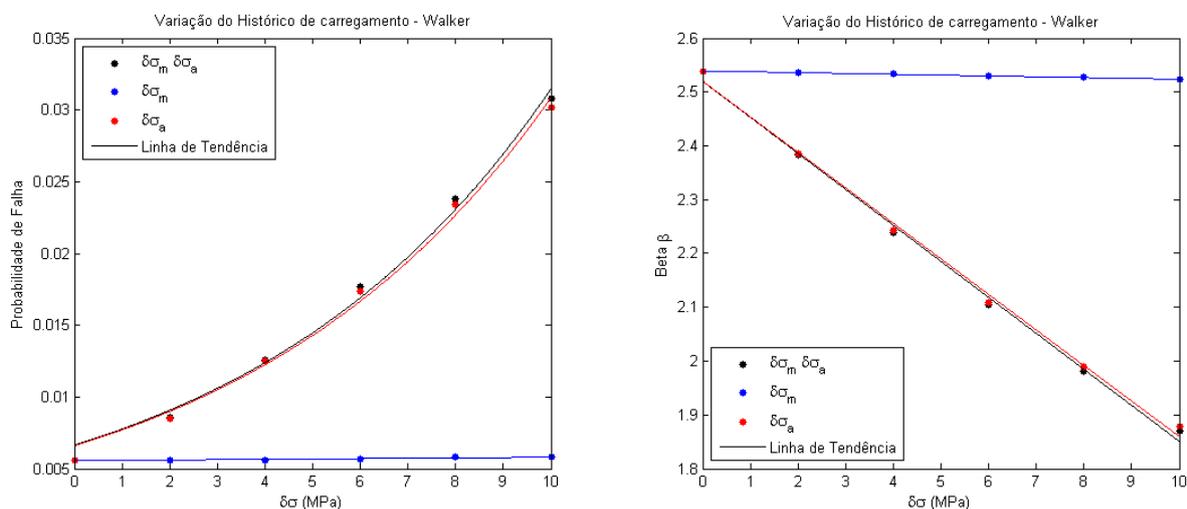


Figura 69 - Curva de tendência da variação da probabilidade de falha e do índice de confiabilidade do método SORM com média fixa– Modelo de Walker.

Assim como nos resultados de FORM, não há diferença no comportamento das linhas de tendência entre os modelos. Também não há diferença no comportamento quando se comparam os métodos FORM e SORM.

#### 4.3.4. Modelo de Walker

Como o modelo de Walker é capaz de descrever melhor os efeitos da tensão média sobre o aço ASTM A743 CA6NM, foi realizada a comparação entre os métodos de confiabilidade neste modelo específico.

Na Figura 70 apresenta-se o resultado da variação do fator de superfície sobre o modelo de Walker.

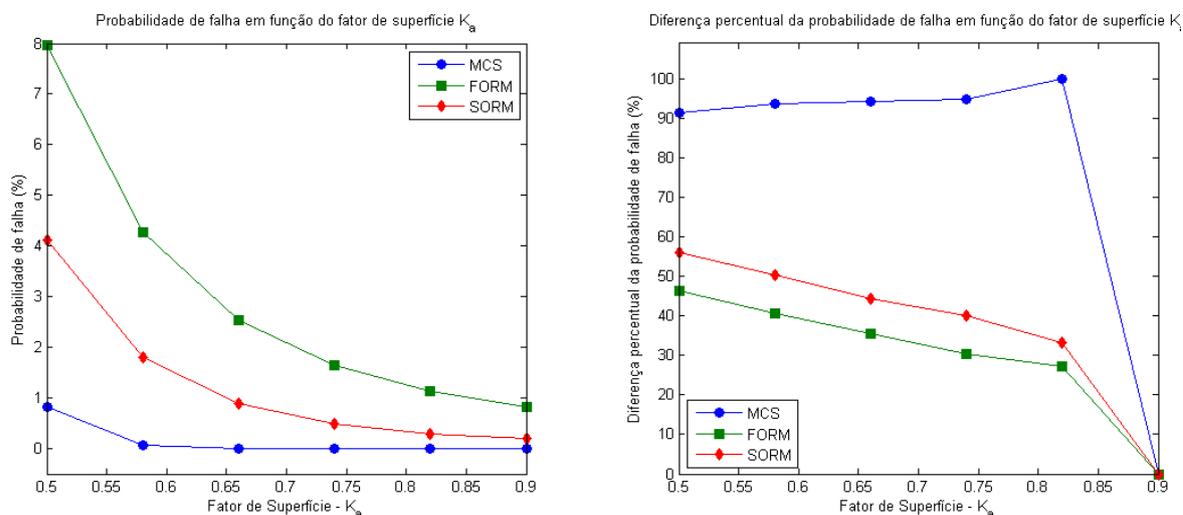


Figura 70 - Efeito do fator de superfície na probabilidade de falha utilizando o modelo de Walker

Observando o gráfico à esquerda, nota-se que o fator de superfície tem forte influência na probabilidade de falha abordada pelo modelo de Walker. A análise qualitativa do efeito do fator de superfície revela que os métodos de confiabilidade apresentam comportamentos semelhantes. Observando a figura à direita, vê-se que quantitativamente a diferença percentual entre a probabilidade de falha entre um valor  $K_{a(i)}$  e seu valor subsequente  $K_{a(i+1)}$  apresenta decréscimo para os métodos FORM e SORM, enquanto o método de Monte Carlo apresenta leve crescimento. De fato, os métodos FORM e SORM apresentaram curvas quase paralelas para a diferença percentual da probabilidade de falha, indicando que o fator de superfície age de forma muito semelhante sobre os dois métodos. O método de Monte Carlo apresentou diferenças percentuais altas, sempre acima de 90%, indicando que o efeito do fator de superfície é alto.

Observando a Figura 71, visualizam-se os efeitos das formas de análise CV fixo e Desvio fixo no modelo de Walker, onde a diferença percentual da probabilidade de falha foi construída entre o incremento  $\delta\sigma_i$  e  $\delta\sigma_{i+1}$ .

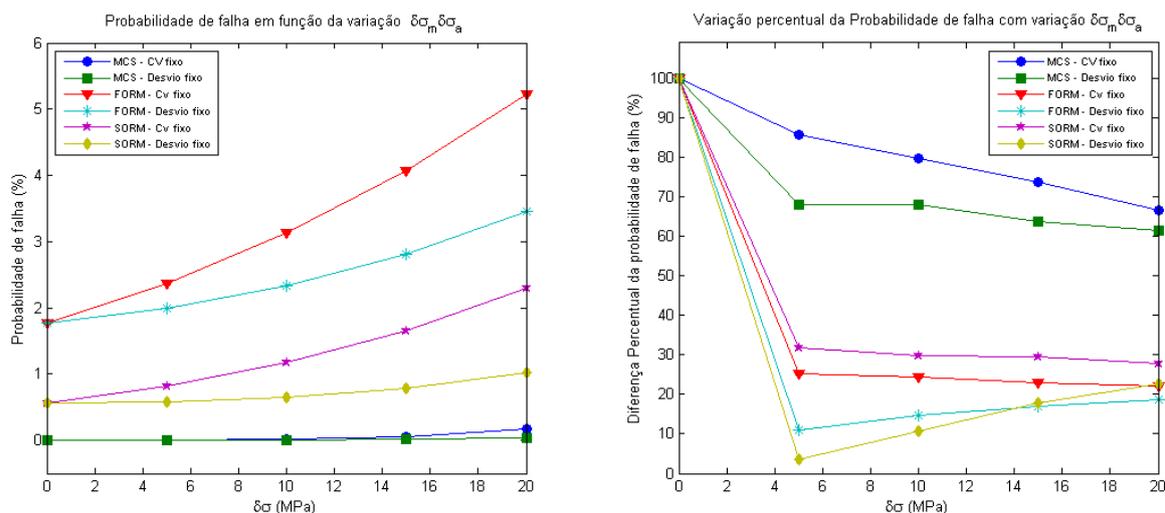


Figura 71 – Efeito da variação das tensões de solicitação na probabilidade de falha utilizando modelo de Walker.

Nota-se que a probabilidade de falha no método de Monte Carlo é sempre muito inferior comparado aos demais métodos, porém ao se observar a diferença percentual da PbF entre os diferentes incrementos  $\delta\sigma$ , tem-se que MCS têm maior diferença percentual, ou seja, apresenta maior crescimento relativo da PbF que os demais métodos. Os modelos analíticos FORM e SORM apresentam probabilidades de falha superiores ao método numérico, sendo até o crescimento PbF aparentemente superior nestes métodos. Contudo, a diferença percentual da PbF permite notar que as diferenças percentuais são sempre menores que em Monte Carlo.

Por último, através da Figura 72, analisam-se os resultados dos diferentes métodos de confiabilidade quando a variância das tensões de solicitação é alterada. A diferença percentual da probabilidade de falha também foi construída entre o incremento  $\delta\sigma_i$  e  $\delta\sigma_{i-1}$ .

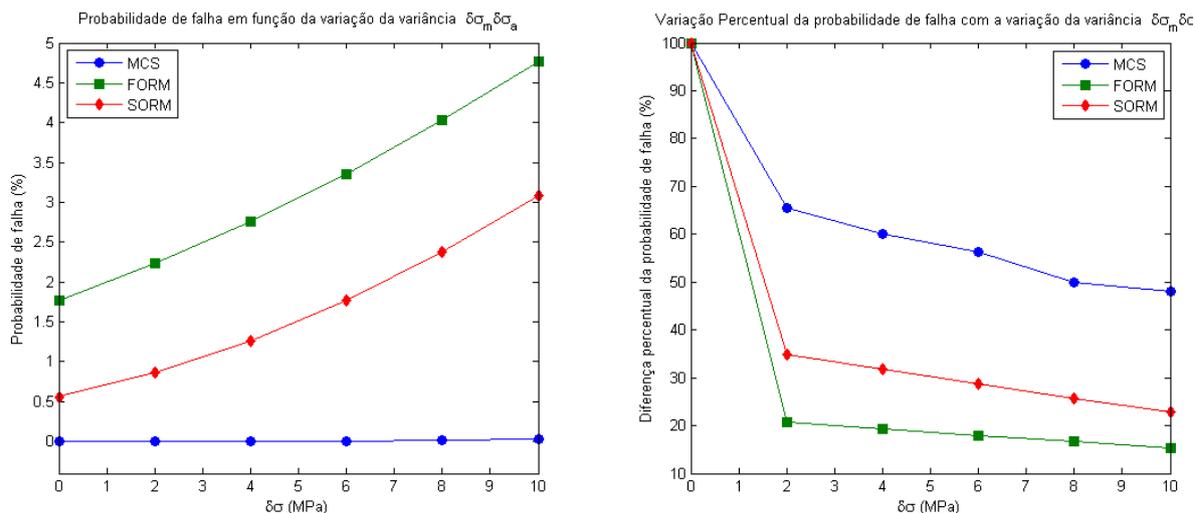


Figura 72 - Efeito da variação da variância das variáveis de solicitação na probabilidade de falha segundo modelo de Walker.

Observa-se um comportamento semelhante a Fig. 70, onde o método de Monte Carlo apresenta PbF inferior aos métodos analíticos. O crescimento da PbF é pequeno se comparado aos métodos FORM e SORM, porém, ao se comparar as diferenças percentuais da probabilidade de falha, observa-se que o método de Monte Carlo exibe sempre diferenças percentuais maiores, indicando que o método é mais afetado pela variação da variância.

## 5. CONCLUSÕES

Este trabalho teve por finalidade a implementação de modelos de confiabilidade estrutural sob condições de falha por fadiga. Nesse sentido, foi utilizado como objeto de análise o problema de falhas por fadiga em pás de hidro turbinas Kaplan da hidroelétrica da usina de Coaracy Nunes. O componente não apresenta histórico de surgimento de trincas por fadiga, porém existe um histórico de iniciação de trincas em pás de hidroturbinas semelhantes. Este histórico incentivou o estudo do fenômeno para evitar eventuais falhas na hidroturbina de Coaracy, pois devido às proporções de tamanho e importância deste componente, uma falha estrutural teria séria gravidade.

Neste estudo específico foi construído um algoritmo computacional em linguagem MATLAB, onde foram implementados os métodos de confiabilidade de Monte Carlo, FORM e SORM. Os métodos de confiabilidade foram construídos para analisar condições de falha por fadiga utilizando os modelos de Goodman, Gerber e Walker.

Devido à qualidade dos resultados e por se tratar de um método de confiabilidade usado como referência, o método de Monte Carlo foi implementado a despeito do esforço computacional necessário para a convergência da probabilidade de falha. Em condições nominais de solicitação, o método de Monte Carlo necessitou de um número mínimo de  $10^7$  (dez milhões) de iterações para obter a convergência da probabilidade de falha no modelo de Walker, enquanto nos modelos de Goodman e Gerber não apresentaram falhas com  $10^8$  (cem milhões) de iterações. A utilização de um número de iterações inferior ao mínimo implica em diferenças de até 5 vezes na probabilidade de falha do modelo de Walker, mostrando a importância de escolha adequada do número de iterações.

Trabalhos anteriores conduzidos no aço ASTM A743 CA6NM, material utilizado na confecção das pás da turbina, revelaram suas propriedades mecânicas e apontaram que modelo de fadiga de Walker descreve melhor o efeito da tensão média neste material (Silva, 2013). Outra análise, conduzida na estrutura da pá da turbina através de simulação numérica pelo método de elementos finitos, revelou quais as tensões de solicitação que o componente estava submetido (Soares et al, 2005). As informações originárias destes dois trabalhos foram utilizadas para alimentar o algoritmo construído, possibilitando afirmar que, nas condições nominais

simuladas a pá não apresenta grandes riscos de falha por fadiga segundo modelo de Walker, pois a mesma apresenta confiabilidade superior a 99,99% de acordo com o método de Monte Carlo, 98,23% de acordo com o método FORM e 99,44% de acordo com o método SORM.

O método de Monte Carlo apresentou maior confiabilidade quando comparado aos outros métodos. Este fato ocorre, pois a função de estado limite construída para os três modelos de fadiga não apresenta comportamento Gaussiano. Como os métodos FORM e SORM são construídos através de uma aproximação da função de estado limite a uma distribuição Gaussiana, observaram-se grandes divergências na probabilidade de falha destes métodos em relação à estimativa do método de Monte Carlo, levando-se a conclusão que os métodos analíticos FORM e SORM não são adequados à análise de confiabilidade deste estudo. Caso haja a necessidade de estimar a confiabilidade através de métodos analíticos, indica-se a utilização do método SORM, pois suas estimativas foram mais próximas ao método de referência de Monte Carlo.

Foi realizada uma segunda análise de confiabilidade, onde o objetivo era identificar o efeito do fator de superfície na estimativa de confiabilidade da pá da turbina. O fator de superfície, segundo a metodologia apresentada, pode sofrer variações devido às diferentes rugosidades superficiais resultantes de um mesmo processo de fabricação. A partir das diferenças no fator de superfície provenientes da rugosidade superficial da pá, e utilizando as condições de solicitação nominais, foi observado que há forte influência deste fator na confiabilidade. Os três modelos de fadiga apresentaram forte diminuição da probabilidade de falha na medida em que o fator de superfície crescia. Este crescimento produziu maior diferença percentual da probabilidade de falha no método de Monte Carlo do que em FORM e SORM, revelando que o método numérico é mais sensível às variações de  $K_a$ . Conclui-se que o fator de superfície é de grande importância na estimativa da confiabilidade, pois a probabilidade de falha pode sofrer variação entre 0,0000013% para o caso de  $K_a=0,82$  até a probabilidade de 0,83% para o caso de  $K_a=0,5$ .

A análise de confiabilidade em condições nominais revelou que não há grande probabilidade de falha, porém como existe um histórico de iniciação de trincas por fadiga nestes componentes, supõe-se então que exista divergência entre as condições simuladas e o caso real, incentivando o estudo do efeito do histórico de carregamento. A primeira análise realizada foi intitulada de CV fixo, e consistiu no

crescimento proporcional da média e dispersão das tensões de solicitação, de forma que os coeficientes de variação das mesmas permanecessem constantes. A variação do histórico de carregamento, através desta forma de análise, revelou que os modelos de Goodman e Gerber apresentam probabilidades de falha ainda muito pequenas mesmo com o incremento de 20 MPa nas tensões de solicitação. Por outro lado, o modelo de Walker apresenta crescimento da probabilidade de falha de aproximadamente 400 vezes para a mesma variação das tensões de solicitação.

Em seguida a análise na forma CV fixo, foi realizada a análise intitulada Desvio fixo e Média fixa. A análise Desvio fixo consiste no crescimento da média das tensões de solicitação sem o crescimento da dispersão dos dados, enquanto a análise Média fixa consiste no crescimento da dispersão dos dados sem o crescimento da média. Quando comparados os resultados provenientes destas duas análises, tem-se que as probabilidades de falha apresentam valores semelhantes, sendo que a média das tensões de solicitação sofre variação de até 20 MPa enquanto a dispersão das mesmas tensões sofre variação de 10 MPa. Esta comparação revelou que as variações na média das tensões de solicitação são menos prejudiciais que as variações na dispersão das tensões de solicitação.

Nas três formas de análise realizadas para verificar o efeito do histórico de carregamento foi observado que, para a maioria dos casos, a tensão alternada possui maior efeito na probabilidade de falha. Para que se possa aumentar a confiabilidade da pá da turbina, indica-se estudo mais aprofundado na determinação dos parâmetros estatísticos desta variável para que se possa alcançar maior precisão na mesma.

Através dos resultados de todas as análises, pode-se observar que a confiabilidade apresentou alta sensibilidade aos parâmetros de entrada. Este fato nos leva a concluir que a extrapolação dos resultados obtidos neste trabalho para outras hidroturbinas não é adequado, pois seria necessário que todas as variáveis envolvidas, sejam variáveis associadas à demanda ou a capacidade, fossem estatisticamente iguais, de forma que o a confiabilidade não sofresse alterações.

O estudo desenvolvido neste trabalho pode ser ampliado através implementação de outros métodos de confiabilidade, como por exemplo, o método conhecido como ASM (Advanced Second Moment). Propõe-se a criação de uma rotina computacional para realização de análises de confiabilidade de estruturas, dadas às condições de falha e as características estatísticas das variáveis

envolvidas. Propõe-se também a análise do efeito do processo de soldagem da pá na confiabilidade, podendo esta ser realizada concomitantemente com a análise numérica pelo método dos elementos finitos através do software Ansys.

## 6. REFERÊNCIAS

Alves ML. *Efeito da Medição de Rugosidade na Massa de Padrões de Massa Classe F2*. Dissertação de Mestrado – Pontifícia Universidade do Rio de Janeiro, Centro Técnico Científico da PUC. 2002.

ASTM. *Standard Practice for Statistical Analysis of Linear or Linearized Stress-Life (S-N) and Strain-Life (e-N) Fatigue*. In: ASTM E 739-90. 1991.

Ayyub BM, Chao RJ. *Probability distributions for reliability based design of naval vessels*, Naval Surface Warfare Center, U.S. Navy, Carderock Division, Bethesda, MD. 1994.

Ayyub BM, McCuen RH. *Numerical methods for engineers*. Prentice Hall, Upper Saddle River, NJ. 1996.

Callister WDJ. *Ciência e Engenharia de Materiais*, 5 ed., Rio de Janeiro: LTC Editora. 2002.

Dachs JNW. *Estatística computacional*, Livros Técnicos e Científicos LTDA, Rio de Janeiro. 1988.

Ferreira JLA. *Um modelo para previsão da incerteza do dano por fadiga*. Ph.D. thesis, Pontifícia Universidade Católica do Rio de Janeiro, Rio de Janeiro, Brasil. 1997.

Gerber WZ. *Bestimmung der zulässigen Spannungen in Eisen-Constructionen. [Calculation of the allowable stresses in iron structures]*. 1874.

Goodman J. *Mechanics applied to engineering*. 1st ed. London: Longmans, Green and Co.. 1899.

Haigh BP. *Experiments on the fatigue of brasses*. Engineering (London), UK. 1917.

Harr ME. *Reliability-Based Design in Civil Engineering*, Dover Publications, Inc., New York, Chapters 3 and 4.. 1987.

Johnson RC. *Machine Design*, Vol. 45, nº 11, p.108, Penton Publishing, Cleveland, Ohio. 1967.

Lee OS, Kim DH. *Reliability of Fatigue Damaged Structure Using FORM, SORM and Fatigue Model*. Proceedings of the World Congress on Engineering 2007 Vol II, WCE 2007, London, U.K. 2007.

Lee OS, Kim DH. *The reliability estimation of pipelines using FORM, SORM and Monte Carlo Simulation with FAD*. Journal of Mechanical Science and Technology (KSME int. J.), Vol. 20, Nº 12, pp. 2124-2135. 2006.

Manual Voith-Hydro-UHE Coaracy Nunes, 1998. Máquina 3.

Marin J. *Mechanical behavior of engineering materials*, Prentice-Hall Cliffs, N.J., pp.224. 1962.

Meyer PL. *Probabilidade: Aplicações à Estatística*, Livros Técnicos e Científicos LTDA, Rio de Janeiro. 1987.

Nicholas T. *High cycle fatigue. A Mechanics of Materials Perspective*. Air Force Institute of Technology, Department of Aeronautics and Astronautics, Ohio, USA. 2006.

Norton RL. *Projeto de máquinas: uma abordagem integrada*, 2. ed., Porto Alegre: Bookman. 2004.

Oliveira F, Silva BL, Ferreira JLA, Araújo JA. *Determinação Da Resistência À Fadiga Do Aço ASTM A743 – Ca6nm - Efeito Da Presença De Tensão Média Sobre A Vida*, relatório interno. 2009.

Oliveira, NF. *Razões de proporções e uso do método delta para intervalos de confiança em regressão logística*. Rev. Saúde Pública, 31 (1): 90-9. 1997.

Press WH, Teukolsky SA, Vetterling WT, Flannery BP. *Numerical recipe in FORTRAN: The art of scientific computing*. 2nd ed., Cambridge University Press, New York. 1992.

Shen W, Soboyejo ABO, Soboyejo WO. *Probabilistic Modeling of Fatigue Crack Growth in Ti - 6 Al - 4 V*, International Journal of Fatigue, pp. 917-925. 2001.

Shigley JE, Mischke CR, Budynas RG. *Projeto de engenharia mecânica*, 7ed., Bookamn, Porto Alegre, Brasil. 2005.

Silva BL, Ferreira JLA, Oliveira F, Araújo JA. *The Effect of Mean Stress on the Fatigue Behavior of ASTM A743 CA6NM*. Proceedings of the 20th International Congress on Mechanical Engineering. Rio de Janeiro: ABCM, 2009. 2009.

Silva BL, Souza ED, Sá MVC, Ferreira JLA, Araújo JA. *Mean Stress Effect On Fatigue And Fracture Properties Of ASTM A743 Ca6nm Alloy Steel*, Proceedings of the 22th International Congress on Mechanical Engineering. Ribeirão Preto, Brazil. 2013.

Smith KN, Watson P, Topper TH. *Stress-Strain Function for the Fatigue of Metals*. J Mater, 5 (4): 767-768. 1970.

Soares AAB, et al. *Methodologies for Load Distribution on a Kaplan Hydro Turbine Blade*, 2481, Proceedings of the 18th COBEM. 2005.

Souza ED. *Análise do efeito da tensão média sobre a resistência à fadiga do aço ASTM A743 CA6NM*. Trabalho de Conclusão de Curso. (Graduação em Engenharia Mecânica) - Universidade de Brasília, Brasília, Brasil. 2011.

Souza WRM, Carvalho GND. *Propagação de Fissuras em Vigas Submetidas a Diferentes Estados de Carregamento*, Tese de Mestrado, Universidade de Brasília, Brasil. 2001.

Walker K. *The Effect of Stress Ratio During Crack Propagation and Fatigue for 2024-T3 and 7075-T6 Aluminum*, Effects of Environment and Complex Load History on Fatigue Life, ASTM STP462, Am. Soc. for Testing and Materials, West Conshohocken, PA, pp. 1-14. 1970.

Wöhler A. *Über die Festigkeits-Versuche mit Eisen und Stahl* [On strength tests of iron and steel]. Z Bauwesen. 20:pp.73–106. 1870.

## APÊNDICE A

Probabilidades de falha e índice de confiabilidade das simulações realizadas.

## CV FIXO

|                         |  |                         |          |          |          |          |          |        |        |
|-------------------------|--|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|
| <b>Modelo de Walker</b> | <b>S<sub>med</sub> x S<sub>alt</sub></b> | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                         |  | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                         |  | 133,6                   | 45,9     | 4,30E-06 | 0,0177   | 0,0056   | 5,45E+00 | 2,1032 | 2,5385 |
|                         |  | 138,6                   | 50,9     | 3,03E-05 | 0,0237   | 0,0082   | 5,01E+00 | 1,9825 | 2,4019 |
|                         |  | 143,6                   | 55,9     | 1,49E-04 | 0,0313   | 0,0117   | 4,62E+00 | 1,8625 | 2,2660 |
|                         |  | 148,6                   | 60,9     | 5,68E-04 | 0,0407   | 0,0166   | 4,25E+00 | 1,7431 | 2,1306 |
|                         | 153,6                                    | 65,9                    | 0,0017   | 0,0522   | 0,023    | 3,93E+00 | 1,6242   | 1,9955 |        |
|                         | <b>S<sub>med</sub></b>                   | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                         |  | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                         |  | 133,6                   | 45,9     | 4,30E-06 | 0,0177   | 0,0056   | 5,45E+00 | 2,1032 | 2,5385 |
|                         |  | 138,6                   | 45,9     | 6,53E-06 | 0,0189   | 0,0061   | 5,36E+00 | 1,9825 | 2,4019 |
|                         |  | 143,6                   | 45,9     | 9,85E-06 | 0,0202   | 0,0066   | 5,27E+00 | 1,8625 | 2,2660 |
|                         |  | 148,6                   | 45,9     | 1,41E-05 | 0,0215   | 0,0071   | 5,19E+00 | 1,7431 | 2,1306 |
|                         | 153,6                                    | 45,9                    | 2,03E-05 | 0,0229   | 0,0077   | 5,10E+00 | 1,6242   | 1,9955 |        |
|                         | <b>S<sub>alt</sub></b>                   | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                         |  | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                         |  | 133,6                   | 45,9     | 4,30E-06 | 0,0177   | 0,0056   | 5,45E+00 | 2,1032 | 2,5385 |
|                         |  | 133,6                   | 50,9     | 2,12E-05 | 0,0222   | 0,0075   | 5,09E+00 | 2,0111 | 2,4344 |
| 133,6                   |  | 55,9                    | 8,19E-05 | 0,0273   | 0,0098   | 4,77E+00 | 1,9216   | 2,3336 |        |
| 133,6                   |  | 60,9                    | 2,60E-04 | 0,0333   | 0,0127   | 4,47E+00 | 1,8338   | 2,2351 |        |
| 133,6                   | 65,9                                     | 6,91E-04                | 0,0403   | 0,0163   | 4,20E+00 | 1,7475   | 2,1381   |        |        |

|                          |  |                         |          |          |          |          |          |        |        |
|--------------------------|--|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|
| <b>Modelo de Goodman</b> | <b>S<sub>med</sub> x S<sub>alt</sub></b> | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                          |  | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                          |  | 133,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 7,44E-04 | 3,05E-04 | ---      | 3,1770 | 3,4275 |
|                          |  | 138,6                   | 50,9     | 0,00E+00 | 0,0014   | 5,90E-04 | ---      | 2,9961 | 3,2438 |
|                          |  | 143,6                   | 55,9     | 2,00E-08 | 0,0023   | 0,0011   | 6,49E+00 | 2,8304 | 3,0756 |
|                          |  | 148,6                   | 60,9     | 1,80E-07 | 0,0037   | 0,0018   | 6,09E+00 | 2,6758 | 2,9186 |
|                          | 153,6                                    | 65,9                    | 2,26E-06 | 0,0057   | 0,0028   | 5,59E+00 | 2,5294   | 2,7699 |        |
|                          | <b>S<sub>med</sub></b>                   | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                          |  | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                          |  | 133,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 7,44E-04 | 3,05E-04 | ---      | 3,1770 | 3,4275 |
| 138,6                    |  | 45,9                    | 0,00E+00 | 7,15E-04 | 2,93E-04 | ---      | 3,1884   | 3,4378 |        |

|  |       |                         |      |          |          |          |          |        |        |  |
|--|-------|-------------------------|------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|--|
|  |       | 143,6                   | 45,9 | 0,00E+00 | 6,86E-04 | 2,82E-04 | ---      | 3,2003 | 3,4487 |  |
|  |       | 148,6                   | 45,9 | 0,00E+00 | 6,58E-04 | 2,70E-04 | ---      | 3,2125 | 3,4599 |  |
|  |       | 153,6                   | 45,9 | 0        | 6,30E-04 | 2,59E-04 | ---      | 3,2249 | 3,4714 |  |
|  | S_alt | Probabilidades de falha |      |          |          |          | Betas    |        |        |  |
|  |       | Sm                      | Sa   | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |  |
|  |       | 133,6                   | 45,9 | 0,00E+00 | 7,44E-04 | 3,05E-04 | ---      | 3,1770 | 3,4275 |  |
|  |       | 133,6                   | 50,9 | 0,00E+00 | 0,0014   | 5,97E-04 | ---      | 2,9910 | 3,2404 |  |
|  |       | 133,6                   | 55,9 | 1,00E-08 | 0,0023   | 0,001    | 6,61E+00 | 2,8298 | 3,0794 |  |
|  |       | 133,6                   | 60,9 | 1,80E-07 | 0,0036   | 0,0017   | 6,09E+00 | 2,6866 | 2,9373 |  |
|  |       | 133,6                   | 65,9 | 1,05E-06 | 0,0053   | 0,0025   | 5,74E+00 | 2,5563 | 2,8087 |  |

|                         |               |                         |          |          |          |          |          |        |        |  |
|-------------------------|---------------|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|--|
| <b>Modelo de Gerber</b> | S_med x S_alt | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |  |
|                         |               | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |  |
|                         |               | 133,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 1,20E-04 | 3,83E-05 | ---      | 3,6734 | 3,9550 |  |
|                         |               | 138,6                   | 50,9     | 0,00E+00 | 2,93E-04 | 1,02E-04 | ---      | 3,4378 | 3,7142 |  |
|                         |               | 143,6                   | 55,9     | 0,00E+00 | 6,09E-04 | 2,27E-04 | ---      | 3,2347 | 3,5063 |  |
|                         |               | 148,6                   | 60,9     | 0,00E+00 | 0,0011   | 4,46E-04 | ---      | 3,0555 | 3,3225 |  |
|                         |               | 153,6                   | 65,9     | 2,00E-08 | 0,0019   | 7,98E-04 | 6,49E+00 | 2,8943 | 3,1568 |  |
|                         | S_med         | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |  |
|                         |               | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |  |
|                         |               | 133,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 1,20E-04 | 3,83E-05 | ---      | 3,6734 | 3,9550 |  |
|                         |               | 138,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 9,45E-05 | 2,99E-05 | ---      | 3,7333 | 4,0135 |  |
|                         |               | 143,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 7,43E-05 | 2,33E-05 | ---      | 3,7935 | 4,0722 |  |
|                         |               | 148,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 5,82E-05 | 1,81E-05 | ---      | 3,8538 | 4,1311 |  |
|                         | 153,6         | 45,9                    | 0,00E+00 | 4,54E-05 | 1,40E-05 | ---      | 3,9139   | 4,1898 |        |  |
|                         | S_alt         | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |  |
|                         |               | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |  |
|                         |               | 133,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 1,20E-04 | 3,83E-05 | ---      | 3,6734 | 3,9550 |  |
|                         |               | 133,6                   | 50,9     | 0,00E+00 | 3,49E-04 | 1,22E-04 | ---      | 3,3896 | 3,6677 |  |
|                         |               | 133,6                   | 55,9     | 0,00E+00 | 7,96E-04 | 2,99E-04 | ---      | 3,1572 | 3,4327 |  |
|                         |               | 133,6                   | 60,9     | 1,00E-08 | 0,0015   | 6,06E-04 | 6,61E+00 | 2,9624 | 3,2359 |  |
|                         | 133,6         | 65,9                    | 2,00E-08 | 0,0026   | 0,0011   | 6,49E+00 | 2,7955   | 3,0676 |        |  |

## DESVIO FIXO

| Modelo de Walker | S_med x S_alt           | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|------------------|-------------------------|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|
|                  |                         | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                  |                         | 133,6                   | 45,9     | 4,30E-06 | 0,0177   | 0,0056   | 5,45E+00 | 2,1032 | 2,5385 |
|                  |                         | 138,6                   | 50,9     | 1,35E-05 | 0,0199   | 0,0058   | 5,20E+00 | 2,0565 | 2,5267 |
|                  |                         | 143,6                   | 55,9     | 4,21E-05 | 0,0233   | 0,0065   | 4,93E+00 | 1,9906 | 2,4821 |
|                  |                         | 148,6                   | 60,9     | 1,17E-04 | 0,0281   | 0,0079   | 4,68E+00 | 1,9099 | 2,4112 |
|                  | 153,6                   | 65,9                    | 3,04E-04 | 0,0345   | 0,0102   | 4,43E+00 | 1,8180   | 2,3194 |        |
|                  | S_med                   | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                  |                         | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                  |                         | 133,6                   | 45,9     | 4,30E-06 | 0,0177   | 0,0056   | 5,449676 | 2,1032 | 2,5385 |
| 138,6            |                         | 45,9                    | 5,93E-06 | 0,0189   | 0,006    | 5,380146 | 2,0763   | 2,5094 |        |
| 143,6            |                         | 45,9                    | 8,23E-06 | 0,0202   | 0,0066   | 5,308185 | 2,0499   | 2,4806 |        |
| 148,6            |                         | 45,9                    | 1,10E-05 | 0,0215   | 0,0071   | 5,243562 | 2,0239   | 2,4524 |        |
| 153,6            | 45,9                    | 1,51E-05                | 0,0228   | 0,0077   | 5,171802 | 1,9983   | 2,4248   |        |        |
| S_alt            | Probabilidades de falha |                         |          |          |          | Betas    |          |        |        |
|                  | Sm                      | Sa                      | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM     | SORM   |        |
|                  | 133,6                   | 45,9                    | 4,30E-06 | 0,0177   | 0,0056   | 5,449676 | 2,1032   | 2,5385 |        |
|                  | 133,6                   | 50,9                    | 1,03E-05 | 0,0185   | 0,0052   | 5,259156 | 2,0860   | 2,5603 |        |
|                  | 133,6                   | 55,9                    | 2,26E-05 | 0,02     | 0,0053   | 5,079153 | 2,0529   | 2,5554 |        |
|                  | 133,6                   | 60,9                    | 5,04E-05 | 0,0223   | 0,0057   | 4,888706 | 2,0075   | 2,5288 |        |
| 133,6            | 65,9                    | 1,01E-04                | 0,0254   | 0,0065   | 4,715877 | 1,9524   | 2,4842   |        |        |

| Modelo de Goodman | S_med x S_alt           | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|-------------------|-------------------------|-------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|
|                   |                         | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                   |                         | 133,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 7,43E-04 | 3,04E-04 | ---      | 3,1775 | 3,4281 |
|                   |                         | 138,6                   | 50,9     | 0,00E+00 | 6,83E-04 | 2,23E-04 | ---      | 3,2017 | 3,5113 |
|                   |                         | 143,6                   | 55,9     | 0,00E+00 | 6,95E-04 | 1,85E-04 | ---      | 3,1968 | 3,5608 |
|                   |                         | 148,6                   | 60,9     | 1,00E-08 | 7,71E-04 | 1,73E-04 | 6,612001 | 3,1667 | 3,5788 |
|                   | 153,6                   | 65,9                    | 1,00E-08 | 9,20E-04 | 1,80E-04 | 6,612001 | 3,1148   | 3,5677 |        |
|                   | S_med                   | Probabilidades de falha |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                   |                         | Sm                      | Sa       | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                   |                         | 133,6                   | 45,9     | 0,00E+00 | 7,43E-04 | 3,04E-04 | ---      | 3,1775 | 3,4281 |
| 138,6             |                         | 45,9                    | 0,00E+00 | 7,10E-04 | 2,89E-04 | ---      | 3,1905   | 3,4414 |        |
| 143,6             |                         | 45,9                    | 0,00E+00 | 6,79E-04 | 2,76E-04 | ---      | 3,2036   | 3,4546 |        |
| 148,6             |                         | 45,9                    | 0,00E+00 | 6,49E-04 | 2,62E-04 | ---      | 3,2165   | 3,4678 |        |
| 153,6             | 45,9                    | 0,00E+00                | 6,20E-04 | 2,50E-04 | ---      | 3,2293   | 3,4808   |        |        |
| S_alt             | Probabilidades de falha |                         |          |          |          | Betas    |          |        |        |
|                   | Sm                      | Sa                      | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM     | SORM   |        |





|       |       |                         |       |       |          |          |          |          |          |        |        |
|-------|-------|-------------------------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|
|       |       | 133,6                   | 29,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 7,99E-04 | 3,51E-04 | ---      | 3,1563 | 3,3885 |
|       |       | 133,6                   | 31,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 8,16E-04 | 3,68E-04 | ---      | 3,1500 | 3,3761 |
|       |       |                         |       |       |          |          |          |          |          |        |        |
|       | S_alt | Probabilidades de falha |       |       |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|       |       | Sm                      | DpSm  | Sa    | DPSa     | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|       |       | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 7,43E-04 | 3,04E-04 | ---      | 3,1775 | 3,4281 |
|       |       | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 18,52    | 0,00E+00 | 1,70E-03 | 8,78E-04 | ---      | 2,9382 | 3,1286 |
|       |       | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 20,52    | 0,00E+00 | 3,20E-03 | 2,00E-03 | ---      | 2,7263 | 2,8713 |
|       |       | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 22,52    | 0,00E+00 | 5,60E-03 | 4,00E-03 | ---      | 2,5386 | 2,6492 |
|       |       | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 24,52    | 6,00E-08 | 8,80E-03 | 7,00E-03 | 6,29E+00 | 2,3722 | 2,4566 |
| 133,6 |       | 21,51                   | 45,9  | 26,52 | 3,00E-07 | 1,31E-02 | 1,11E-02 | 5,99E+00 | 2,2241   | 2,2886 |        |

|                         |               |                         |       |       |          |          |          |          |          |        |        |
|-------------------------|---------------|-------------------------|-------|-------|----------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|
| <b>Modelo de Gerber</b> | S_med x S_alt | Probabilidades de falha |       |       |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                         |               | Sm                      | DpSm  | Sa    | DPSa     | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                         |               | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 1,19E-04 | 3,82E-05 | ---      | 3,6740 | 3,9557 |
|                         |               | 133,6                   | 23,51 | 45,9  | 18,52    | 0,00E+00 | 3,41E-04 | 1,52E-04 | ---      | 3,3965 | 3,6111 |
|                         |               | 133,6                   | 25,51 | 45,9  | 20,52    | 0,00E+00 | 8,13E-04 | 4,57E-04 | ---      | 3,1511 | 3,3160 |
|                         |               | 133,6                   | 27,51 | 45,9  | 22,52    | 0,00E+00 | 1,70E-03 | 1,10E-03 | ---      | 2,9340 | 3,0616 |
|                         |               | 133,6                   | 29,51 | 45,9  | 24,52    | 0,00E+00 | 3,10E-03 | 2,20E-03 | ---      | 2,7415 | 2,8409 |
|                         |               | 133,6                   | 31,51 | 45,9  | 26,52    | 2,00E-08 | 5,10E-03 | 4,00E-03 | 6,49E+00 | 2,5703 | 2,6481 |
|                         |               |                         |       |       |          |          |          |          |          |        |        |
|                         | S_med         | Probabilidades de falha |       |       |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                         |               | Sm                      | DpSm  | Sa    | DPSa     | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                         |               | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 1,19E-04 | 3,82E-05 | ---      | 3,6740 | 3,9557 |
|                         |               | 133,6                   | 23,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 1,24E-04 | 4,09E-05 | ---      | 3,6653 | 3,9392 |
|                         |               | 133,6                   | 25,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 1,28E-04 | 4,41E-05 | ---      | 3,6560 | 3,9209 |
|                         |               | 133,6                   | 27,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 1,33E-04 | 4,80E-05 | ---      | 3,6460 | 3,9007 |
|                         |               | 133,6                   | 29,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 1,39E-04 | 5,25E-05 | ---      | 3,6354 | 3,8785 |
|                         |               | 133,6                   | 31,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 1,45E-04 | 5,80E-05 | ---      | 3,6241 | 3,8543 |
|                         |               |                         |       |       |          |          |          |          |          |        |        |
|                         | S_alt         | Probabilidades de falha |       |       |          |          |          |          | Betas    |        |        |
|                         |               | Sm                      | DpSm  | Sa    | DPSa     | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                         |               | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 16,52    | 0,00E+00 | 1,19E-04 | 3,82E-05 | ---      | 3,6740 | 3,9557 |
|                         |               | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 18,52    | 0,00E+00 | 3,33E-04 | 1,45E-04 | ---      | 3,4034 | 3,6239 |
|                         |               | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 20,52    | 0,00E+00 | 7,82E-04 | 4,23E-04 | ---      | 3,1626 | 3,3373 |
|                         |               | 133,6                   | 21,51 | 45,9  | 22,52    | 0,00E+00 | 1,60E-03 | 1,00E-03 | ---      | 2,9485 | 3,0887 |
| 133,6                   |               | 21,51                   | 45,9  | 24,52 | 1,00E-08 | 2,90E-03 | 2,00E-03 | 6,61E+00 | 2,7579   | 2,8720 |        |
| 133,6                   |               | 21,51                   | 45,9  | 26,52 | 1,00E-08 | 4,80E-03 | 3,70E-03 | 6,61E+00 | 2,5879   | 2,6820 |        |

## FATOR DE SUPERFÍCIE

| Modelo de Walker | Ka | Probabilidades de falha |      |      |          |        | Betas  |          |        |        |
|------------------|----|-------------------------|------|------|----------|--------|--------|----------|--------|--------|
|                  |    | Sm                      | Sa   | ka   | MCS      | FORM   | SORM   | MCS      | FORM   | SORM   |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,9  | 0,00E+00 | 0,0083 | 0,002  | ---      | 2,3941 | 2,8796 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,82 | 1,30E-07 | 0,0114 | 0,003  | 6,15E+00 | 2,2780 | 2,7428 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,74 | 2,57E-06 | 0,0164 | 0,005  | 5,56E+00 | 2,1344 | 2,5748 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,66 | 4,49E-05 | 0,0254 | 0,009  | 4,92E+00 | 1,9531 | 2,3643 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,58 | 7,04E-04 | 0,0428 | 0,0181 | 4,19E+00 | 1,7188 | 2,0942 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,5  | 8,30E-03 | 0,0797 | 0,0412 | 3,40E+00 | 1,4068 | 1,7373 |

| Modelo de Goodman | Ka | Probabilidades de falha |      |      |          |          | Betas    |          |        |        |
|-------------------|----|-------------------------|------|------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|
|                   |    | Sm                      | Sa   | ka   | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                   |    | 133,6                   | 45,9 | 0,9  | 0,00E+00 | 9,26E-05 | 2,73E-05 | ---      | 3,7385 | 4,0349 |
|                   |    | 133,6                   | 45,9 | 0,82 | 0,00E+00 | 2,46E-04 | 8,49E-05 | ---      | 3,4855 | 3,7602 |
|                   |    | 133,6                   | 45,9 | 0,74 | 0,00E+00 | 6,26E-04 | 2,50E-04 | ---      | 3,2269 | 3,4812 |
|                   |    | 133,6                   | 45,9 | 0,66 | 0,00E+00 | 0,0015   | 6,98E-04 | ---      | 2,9601 | 3,1953 |
|                   |    | 133,6                   | 45,9 | 0,58 | 2,00E-08 | 0,0037   | 0,0019   | 6,49E+00 | 2,6808 | 2,8988 |
|                   |    | 133,6                   | 45,9 | 0,5  | 1,34E-06 | 0,0086   | 0,0049   | 5,69E+00 | 2,3821 | 2,5852 |

| Modelo de Gerber | Ka | Probabilidades de falha |      |      |          |          | Betas    |          |        |        |
|------------------|----|-------------------------|------|------|----------|----------|----------|----------|--------|--------|
|                  |    | Sm                      | Sa   | ka   | MCS      | FORM     | SORM     | MCS      | FORM   | SORM   |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,9  | 0,00E+00 | 2,37E-06 | 4,17E-07 | ---      | 4,5757 | 4,9273 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,82 | 0,00E+00 | 1,61E-05 | 3,81E-06 | ---      | 4,1576 | 4,4755 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,74 | 0,00E+00 | 8,85E-05 | 2,71E-05 | ---      | 3,7497 | 4,0368 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,66 | 0,00E+00 | 4,01E-04 | 1,52E-04 | ---      | 3,3522 | 3,6114 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,58 | 0,00E+00 | 0,0015   | 6,91E-04 | ---      | 2,9641 | 3,1983 |
|                  |    | 133,6                   | 45,9 | 0,5  | 5,00E-08 | 0,0049   | 0,0026   | 6,33E+00 | 2,5831 | 2,7954 |