

**IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM VIGAS METÁLICAS
UTILIZANDO WAVELETS E DADOS NUMÉRICOS E
EXPERIMENTAIS**

ERWIN ULISES LOPEZ PALECHOR

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS
E CONSTRUÇÃO CIVIL
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM VIGAS METÁLICAS
UTILIZANDO WAVELETS E DADOS NUMÉRICOS E
EXPERIMENTAIS**

ERWIN ULISES LOPEZ PALECHOR

ORIENTADOR: LUCIANO MENDES BEZERRA

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS E
CONSTRUÇÃO CIVIL**

PUBLICAÇÃO: E.DM-018A/13

**BRASÍLIA, DF
2013**

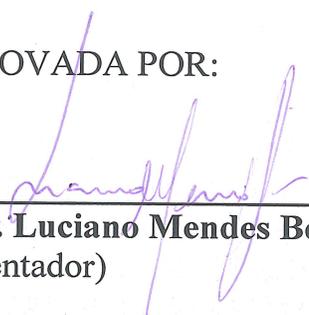
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM VIGAS METÁLICAS
UTILIZANDO WAVELETS E DADOS NUMÉRICOS E
EXPERIMENTAIS

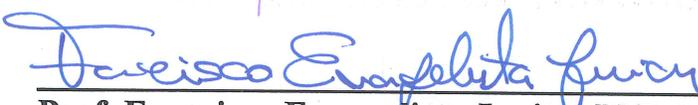
ERWIN ULISES LOPEZ PALECHOR

DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

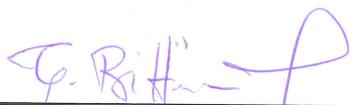
APROVADA POR:



Prof. Luciano Mendes Bezerra, PhD (UnB)
(Orientador)



Prof. Francisco Evangelista Junior, PhD (UnB)
(Examinador Interno)



Prof. Tulio Nogueira Bittencourt, PhD (USP)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA, 9 DE SETEMBRO DE 2013

FICHA CATALOGRÁFICA

PALECHOR, ERWIN ULISES LOPEZ.

Identificação de Danos em Vigas Metálicas Utilizando Wavelets e Dados Numéricos e Experimentais. [Distrito Federal] 2013.

xxxvi, 299p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas e Construção Civil, 2013).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Transformada de Wavelet

2. Vigas metálicas

3. Danos

4. Frequências naturais

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

PALECHOR, E. U. L. (2013). Identificação de Danos em Vigas Metálicas Utilizando Wavelets e Dados Numéricos e Experimentais. Dissertação de Mestrado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.DM-018A/13, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 299p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Erwin Ulises Lopez Palechor

TÍTULO: Identificação de Danos em Vigas Metálicas Utilizando Wavelets e Dados Numéricos e Experimentais.

GRAU: Mestre ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Erwin Ulises Lopez Palechor

Dedicatória.

Aos meus Pais Nidia Maria e Nilson Lopez

*A minha irmã Leydy Lopez
pelo apoio e amor incondicional*

AGRADECIMENTOS

Em primeiro lugar a Deus por me dar a oportunidade e sabedoria para conseguir realizar este sonho.

Aos meus pais: Nidia Palechor e Nilson Lopez, pois eles são o fundamento da minha vida e os verdadeiros arquitetos do meu crescimento como pessoa e como profissional. A minha irmã Leydy Evonne por ter sempre palavras de incentivo em tempos difíceis e a toda minha família pelo apoio.

Ao Professor Luciano Mendes Bezerra, pela consistente orientação, disponibilidade, apoio e motivação ao longo do trabalho.

Ao meu amigo o doutorando Ramon Saleno pela colaboração e amizade.

Aos amigos e colegas do mestrado pelo companheirismo, amizade e solidariedade, que contribuíram direta ou indiretamente para a elaboração desta dissertação de mestrado.

À CAPES, pelo suporte financeiro.

“Deus não escolhe os capacitados, ele capacita seus escolhidos.”

Albert Einstein.

RESUMO

IDENTIFICAÇÃO DE DANOS EM VIGAS METÁLICAS UTILIZANDO WAVELETS E DADOS NUMÉRICOS E EXPERIMENTAIS

Autor: Erwin Ulises Lopez Palechor

Orientador: Luciano Mendes Bezerra, PhD

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, Setembro de 2013

A maioria dos métodos tradicionais de identificação de danos em estruturas precisa da resposta estática ou dinâmica da estrutura intacta. Nos últimos anos, alguns procedimentos utilizam somente a resposta da estrutura danificada foram desenvolvidos, obtendo-se bons resultados. O objetivo deste estudo foi desenvolver uma metodologia que permite a localização de danos em estruturas com a Transformada de Wavelet. O método foi desenvolvido de forma experimental e numérica. Na análise experimental foram testadas quatro vigas (perfis-I) de aço biapoiadas, submetidas a um carregamento concentrado no meio do vão e com danos induzidos no flange dos perfis. Na análise numérica, as mesmas vigas utilizadas na análise experimental foram modeladas no ANSYS, utilizando três elementos disponíveis da biblioteca do programa. As respostas estáticas (ou deslocamentos) e as respostas dinâmicas (ou modos de vibração) foram obtidas e processadas através do MATLAB para posteriormente aplicação do método de interpolação, do método de regularização de Tikhonov, e finalmente das Transformadas Discreta e Continua de Wavelet. Os resultados obtidos mostraram que as transformadas de wavelet são capazes de detectar danos, até mesmo, de pequenas dimensões através dos coeficientes de wavelet que alcançam grandes amplitudes na região danificada. Assim sendo, o uso das transformadas de wavelet mostra-se promissor no processo de detecção e monitoramento de danos em estruturas.

Palavras-chave: Transformada de Wavelet, vigas, danos, resposta estática, resposta dinâmica.

ABSTRACT

DAMAGE IDENTIFICATION IN METAL BEAMS USING WAVELETS AND NUMERICAL AND EXPERIMENTAL DATA

Author: Erwin Ulises Lopez Palechor

Supervisor: Luciano Mendes Bezerra, PhD

Graduate Program in Structures and Civil Construction

Brasilia, September of 2013

The most traditional methods of damage identification in structures need the static or the dynamic response of the intact structure. In the last years, some procedures that only use the damaged response of the structure have been developed, which obtained good results. The aim of this study was the development of a methodology that allows the location of damage in structures using Wavelet Transform. The method was developed experimentally and numerically. In the experimental analysis four simply supported steel beams (profile-I) were tested. The beams were subjected to a concentrated load at mid-span and to an induced damage in the flange of the steel I-section. For the numerical analysis was used the same beams tested in the experimental analysis. In this way, these beams were modeled in the ANSYS software using three available elements in the program library. The static (or displacements) and dynamic (or mode shapes) responses obtained were processed in MATLAB and after that an interpolation method was applied so that more data along the beams in obtained. The data from MATLAB was used to apply the Tikhonov regularization method, and finally the Discrete and Continuous Wavelet Transform. The results showed that the wavelet transforms are able to detect damage, even for small damages using the wavelet coefficients that reach large amplitudes in the damaged region. Thus, the use of wavelet transforms is promising in the detection process and monitoring of damage in structures.

Keywords: Wavelet Transform, beams, damages, static response, dynamic response.

SUMÁRIO

1. - INTRODUÇÃO	1
1.1 – MOTIVAÇÃO	3
1.2 – OBJETIVOS	5
1.2.1 - Objetivo geral	5
1.2.2 - Objetivos específicos.....	5
1.3 - ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO.....	5
2. - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	7
2.1 - CONCEITOS E GENERALIDADES	7
2.1.1 - Efeito de danos na resposta	8
2.1.2 - Classificação do processo de detecção de danos.....	8
2.2 – REVISÃO DOS MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE DANOS.....	9
2.3 – MÉTODOS ESTÁTICOS.....	9
2.3.1 - Variação de deslocamentos estáticos	9
2.3.2 - Utilizando técnicas de Otimização	11
2.3.3 - Método da viga conjugada.	12
2.4 – MÉTODOS DINÂMICOS.....	15
2.4.1 - Método COMAC.....	15
2.4.2 - Método da Curvatura.....	16
2.4.3 - Método Índice de dano (ID).....	17
2.4.4 – Método Mudança de Flexibilidade	17
2.4.5 – Método MAC.....	18
2.4.6 - Solução do problema inverso de Identificação de danos em treliça via método dos elementos finitos.	19
2.4.7 - Procedimentos numéricos para solução do problema inverso de localização de danos em estruturas aporticadas.	19
3. - ANÁLISE COM AS WAVELET	21
3.1 – HISTÓRIA.....	21
3.2 - ANÁLISE DE FOURIER VERSUS ANÁLISE DE WAVELETS	21
3.3 - TRANSFORMADA DE FOURIER.....	22
3.3.1 - Transformada Rápida de Fourier (TRF).....	23
3.4 - INTRODUÇÃO ÀS WAVELET.....	25
3.4.1 - Transformada Contínua de Wavelet (TCW)	29
3.4.2 - Transformada Discreta de Wavelet (TDW)	41
3.5 – FAMÍLIAS	42
3.5.1 - Família Wavelet Haar.....	42
3.5.2 - Família Wavelet Daubechies.....	42
3.5.3 - Família Wavelet Biortogonal.	43
3.5.4 - Família Wavelet Coiflets.....	45
3.5.5 - Família Wavelet Symlets.	45
3.5.6 – Função Morlet.....	46
3.5.7 – Função Chapéu Mexicano.	46
3.5.8 – Função Meyer.	46
3.6 - PROPRIEDADES DAS WAVELETS	47
3.7 - APLICAÇÃO	49
3.8 - WAVELET TOOLBOX – MATLAB	49
3.9 - TRABALHOS DESENVOLVIDOS.....	51

3.10 - MÉTODOS DE INTERPOLAÇÃO	56
3.10.1 - Interpolação com splines.....	56
3.10.2 - Interpolação Bézier	60
3.11 - MÉTODOS DE REGULARIZAÇÃO.....	62
4. - DESCRIÇÃO ALGORITMOS UTILIZADOS NESTA PESQUISA.....	64
4.1 – INTERPOLAÇÃO.....	66
4.2 –REGULARIZAÇÃO	67
4.3 - AVALIAÇÃO DAS TRANSFORMADAS DE WAVELET	69
5. - ANÁLISE EXPERIMENTAL.....	71
5.1 - VERIFICAÇÃO CARGA MÁXIMA DA VIGA	76
5.1.1 - Verificação da seção quanto à ocorrência de flambagem local.	76
5.2 – INSTRUMENTAÇÃO	82
5.3 - SISTEMA DE ENSAIOS	83
5.4 – RESULTADOS DA ANÁLISE ESTÁTICA.....	86
5.5 – IDENTIFICAÇÃO DO DANO UTILIZANDO SOMENTE A RESPOSTA DANIFICADA	86
5.5.1 –TDW.....	89
5.5.2 – TCW	93
6. - ANÁLISE NUMÉRICA	98
6.1 – DESCRIÇÃO GERAL DA METODOLOGIA UTILIZADA	98
6.2 - CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS UTILIZADOS NA MODELAGEM NO PROGRAMA ANSYS.....	103
6.2.1 - Elemento BEAM3.....	103
6.2.2 - Elemento SOLID45	107
6.2.3 - Elemento SHELL63.....	112
6.3 - ANÁLISE ESTÁTICA.....	116
6.3.1 -Elemento BEAM3.....	117
6.3.2 - Elemento SOLID45	135
6.3.3 - Elemento SHELL63.....	152
6.4 -ANÁLISE DINÂMICA	169
6.4.1 - Elemento BEAM3.....	170
6.4.2 - Elemento SOLID45	193
6.4.3 - Elemento SHELL63.....	217
7. - METODOLOGIA PROPOSTA PARA IDENTIFICAÇÃO DE DANOS	242
8. - CONCLUSÕES E SUGESTÕES	244
8.1 - CONCLUSÕES GERAIS.....	244
8.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHO FUTUROS	247
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	250
APÊNDICE	254
APÊNDICE A. - SCRIPT UTILIZADO PARA GERAÇÃO DA ANÁLISE ESTÁTICA E DINAMICA DAS VIGAS COM O ELEMENTO BEAM3.....	255
APÊNDICE B. - SCRIPT UTILIZADO PARA GERAÇÃO DA ANÁLISE ESTÁTICA E DINAMICA DAS VIGAS COM O ELEMENTO SOLID45.....	259

APÊNDICE C. - SCRIPT UTILIZADO PARA GERAÇÃO DA ANÁLISE ESTÁTICA E DINAMICA DAS VIGAS COM O ELEMENTO SHELL63.....	268
APÊNDICE D. RESULTADO DOS DESLOCAMENTOS MEDIDOS NA ANÁLISE EXPERIMENTAL ESTÁTICA.	277
APÊNDICE E. - RESULTADO DOS DESLOCAMENTOS MEDIDOS NA ANÁLISE NUMÉRICA- ESTÁTICA.	280
1. - RESULTADOS OBTIDOS COM O ELEMENTO BEAM3.....	280
2. - RESULTADOS OBTIDOS COM O ELEMENTO SOLID45.....	283
3. - RESULTADOS OBTIDOS COM O ELEMENTO SHELL63.....	287
APÊNDICE F. - RESULTADO DOS DESLOCAMENTOS MEDIDOS NA ANÁLISE NUMÉRICA- DINÂMICA.	291
1. - RESULTADOS OBTIDOS COM O ELEMENTO BEAM3.....	291
2. - RESULTADOS OBTIDOS COM O ELEMENTO SOLID45.....	294
3. - RESULTADOS OBTIDOS COM O ELEMENTO SHELL63.....	296

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1- Método da viga conjugada.	12
Tabela 3.1- Diferença TCW e TDW (Ovanesova, 2000).....	29
Tabela 3.2- Propriedades funções wavelet-mãe.	48
Tabela 3.3- Propriedades funções wavelet-mãe.	48
Tabela 3.4- Funções wavelet disponíveis no programa MATLAB.....	50
Tabela 4.1- Funções wavelet mãe para a TDW testadas	69
Tabela 4.2- Funções wavelet mãe para a TCW testadas	69
Tabela 5.1- Características geométricas e do material da viga- ensaio experimental.	71
Tabela 5.2- Diminuição do momento de inércia da seção devida ao dano.	75
Tabela 5.3- Carga máxima que pode ser aplicada na viga intacta.....	81
Tabela 5.4- Estágios de carga- análise estática.....	84
Tabela 5.5- Correspondência entre distância - nós.....	87
Tabela 5.6- Estágio de carga para aplicação do método de identificação de danos.....	87
Tabela 6.2 – Características dos elementos utilizados na modelagem numérica.	99
Tabela 6.3- Características elemento BEAM3.	104
Tabela 6.4- Convergência malhado elemento BEAM3.....	104
Tabela 6.5- Constantes reais- modelagem numérica elemento BEAM3.....	105
Tabela 6.6- Diminuição da inércia do elemento danificado na modelagem numérica - elemento BEAM3.	106
Tabela 6.7- Características elemento SOLID45.	108
Tabela 6.8- Convergência malhado elemento SOLID45.....	109
Tabela 6.9- Diminuição área da seção transversal.	112
Tabela 6.10- Características elemento SOLID45.	113
Tabela 6.11- Convergência malhando elemento SHELL63.....	113
Tabela 6.12- Diminuição área da seção transversal.	115
Tabela 6.13- Estágios de carga-análise estática.....	116
Tabela 6.14- Estágios de carga para aplicação das wavelets.....	116
Tabela 6.15- Correspondência distância - nós.....	117
Tabela 6.16- Frequências Analíticas segundo Blevins(1979).....	169
Tabela 6.17- Frequências (Hz) obtidas no ANSYS para o elemento BEAM3	170
Tabela 6.18- Frequências (Hz) obtidas no ANSYS para o elemento SOLID45.	194

Tabela 6.19- Frequências (Hz) obtidas no ANSYS para o elemento SHELL63.....	217
Tabela D.1- Deslocamentos verticais Uy- viga V1E.....	277
Tabela D.2- Deslocamentos verticais Uy- viga V2E.....	277
Tabela D.3- Deslocamentos verticais Uy- viga V2E-2.	278
Tabela D.4- Deslocamentos verticais Uy- viga V3E.....	279
Tabela E.1- Deslocamentos análise estática viga V1E.....	280
Tabela E.2- Deslocamentos análise estática viga V2E.....	280
Tabela E.3- Deslocamentos análise estática viga V2E-2.	281
Tabela E.4- Deslocamentos análise estática viga V3E.....	281
Tabela E.5- Deslocamentos análise estática viga V4E.....	282
Tabela E.6- Deslocamentos análise estática viga V5E.....	283
Tabela E.7- Deslocamentos verticais Uy- viga V1E.....	283
Tabela E.8- Deslocamentos verticais Uy- viga V2E.....	284
Tabela E.9- Deslocamentos verticais Uy- viga V2E-2.....	284
Tabela E.10- Deslocamentos verticais Uy- viga V3E.....	285
Tabela E.11- Deslocamentos verticais Uy- viga V4E.....	285
Tabela E.12- Deslocamentos verticais Uy- viga V5E.....	286
Tabela E.13- Deslocamentos verticais Uy- viga V1E.....	287
Tabela E.14- Deslocamentos verticais Uy- viga V2E.....	287
Tabela E.15- Deslocamentos verticais Uy- viga V2E-2.....	288
Tabela E.16- Deslocamentos verticais Uy- viga V3E.....	288
Tabela E.17- Deslocamentos verticais Uy- viga V4E.....	289
Tabela E.18- Deslocamentos verticais Uy- viga V5E.....	289
Tabela F.1- Modos de vibração viga V1D – elemento BEAM3.....	291
Tabela F.2- Modos de vibração viga V2D – elemento BEAM3.....	291
Tabela F.3- Modos de vibração viga V3D – elemento BEAM3.....	292
Tabela F.4- Modos de vibração viga V4D – elemento BEAM3.....	292
Tabela F.5- Modos de vibração viga V5D – elemento BEAM3.....	293
Tabela F.6- Modos de vibração viga V1D – elemento SOLID45.....	294
Tabela F.7 Modos de vibração viga V2D – elemento SOLID45.....	294
Tabela F.8- Modos de vibração viga V3D – elemento SOLID45.....	295
Tabela F.9- Modos de vibração viga V4D – elemento SOLID45.....	295
Tabela F.10- Modos de vibração viga V5D – elemento SOLID45.....	296
Tabela F.11 Modos de vibração viga V1D – elemento SHELL63.....	297

Tabela F.12 - Modos de vibração viga V2D – elemento SHELL63.	297
Tabela F.13- Modos de vibração viga V3D – elemento SHELL63.	298
Tabela F.14- Modos de vibração viga V4D – elemento SHELL63.	298
Tabela F.15- Modos de vibração viga V5D – elemento SHELL63.	299

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1- Inspeção de Estruturas e teste de carga em pontes.	1
Figura 2.1- Viga fictícia método viga conjugada (Choi, 2002).....	13
Figura 2.2- Deslocamento devido a carga estática P_j (Choi, 2002)	14
Figura 2.3- Deslocamento devido a carga estática unitária no j -ésimo elemento (Choi, 2002).....	14
Figura 3.1- Transformada de Fourier (Misiti <i>et al.</i> , 2002)	22
Figura 3.2- Transformada Rápida de Fourier (Misiti <i>et al.</i> , 2002).....	23
Figura 3.3- Transformada de Wavelet (modificada, Misiti <i>et al.</i> , 2002).....	25
Figura 3.4. Pontos de descontinuidade no sinal (modificada, Misiti <i>et al.</i> , 2002).	26
Figura 3.5- Coeficientes Fourier (Weeks, 2012).	26
Figura 3.6- Coeficientes Wavelet (Misiti <i>et al.</i> , 2002).....	26
Figura 3.7- Comparação sinais: Transformada Fourier - Transformada de Wavelet (Misiti <i>et al.</i> , 2002).....	28
Figura 3.8- Processo decomposição Transformada de Fourier (modificada, Misiti <i>et al.</i> , 2002).....	30
Figura 3.9- Processo Transformada de Wavelet (modificada, Misiti <i>et al.</i> , 2002).....	30
Figura 3.10- Escala Transformada de Wavelet (Weeks, 2012).....	31
Figura 3.11- Função Wavelet (Weeks, 2012).....	31
Figura 3.12- Ilustração calculo coeficientes wavelet (modificada, Misiti <i>et al.</i> , 2002).....	32
Figura 3.13- Ilustração escala wavelet (modificada, Misiti <i>et al.</i> , 2002)..	32
Figura 3.14- Explicação eixos dos gráficos da TCW (modificado, Gutierrez, 2002).	33
Figura 3.15- Exemplo gráficos TCW (Misiti <i>et al.</i> , 2002).....	33
Figura 3.16- Função Haar (Weeks, 2012).	34
Figura 3.17- Derivadas da Função Gaussiana (Weeks, 2012).....	35
Figura 3.18- Função Chapéu Mexicano (Weeks, 2012).....	36
Figura 3.19- Função Chapéu Mexicano para um parâmetro $x-3$ (Weeks, 2012).	37
Figura 3.20- Escalonamento do Chapéu Mexicano (Weeks, 2012)..	39
Figura 3.21- Função wavelet Harr (Misiti, 2002).....	42
Figura 3.22- Funções wavelet- Daubechies (Weeks, 2012).....	43
Figura 3.23- Funções wavelet Biortognais (Daubechies, 1992).....	44
Figura 3.24- Funções wavelet coiflet (Daubechies, 1992).....	45

Figura 3.25- Função wavelet Symlet (Weeks, 2012).	45
Figura 3.26- Função wavelet –Morlet (Misiti, 2002).	46
Figura 3.27- Função wavelet – Chapéu mexicano (Daubechies, 1992)	46
Figura 3.28- Função wavelet- Meyer (Daubechies, 1922).	46
Figura 3.29- Janela "wavemenu"-MATLAB	50
Figura 3.30- Estudo identificação do dano (Ovanesova, 2000)	51
Figura 3.31- Análise experimental (Choi, 2002)	52
Figura 3.32- Identificação do dano- Método da curvatura (Choi, 2002)	52
Figura 3.33- Identificação do dano- Método da viga conjugada (Choi, 2002)	52
Figura 3.34- Local do dano (Rucka e Wilde, 2006)	52
Figura 3.35- Identificação do dano na viga -Transformada Continua de Wavelet (TCW) (Rucka e Wilde, 2006)	53
Figura 3.36- Identificação do dano na placa -Transformada Continua de Wavelet (TCW) (Rucka e Wilde , 2006)	53
Figura 3.37 - Estudo identificação do dano (Salgado, 2008)	54
Figura 3.38- Ensaio numérico-experimental (N. Wu e Q. Wang, 2011)	54
Figura 3.39- Estudo Identificação do dano (Silva, 2011)	55
Figura 3.40- Análise Experimental (Radzienski <i>et al.</i> , 2011)	55
Figura 3.41- Identificação do dano (Radzienski <i>et al.</i> ,2011)	56
Figura 3.42- Spline de grau 0 (Boor, 1990)	57
Figura 3.43- Spline de grau 1 (Boor, 1990)	57
Figura 3.44- Curva de Bézier linear, t em [0,1]	61
Figura 3.45- Curva de Bézier quadrática, t em [0,1]	62
Figura 3.46- Curva de Bézier cúbica, t em [0,1]	62
Figura 4.1- Fluxograma geral da pesquisa.	65
Figura 4.2- Regularização Tikhonov.	67
Figura 5.1- Divisão da viga em 16 elementos.	72
Figura 5.2- Posições do dano para a análise estática.	73
Figura 5.3- Serra circular.	74
Figura 5.4- Dano induzida na viga.	74
Figura 5.5- Viga danificada	75
Figura 5.6- Sistema de apoios da viga.	75
Figura 5.7- Flambagem local da mesa (Pfeil, 2009).	77
Figura 5.8- Flambagem local da alma (Pfeil, 2009)	78

Figura 5.9- Flambagem lateral por flexo-torção (Pfeil, 2009)	79
Figura 5.10- Detalhe dos LVD'Ts	82
Figura 5.11- Posicionamento dos LVDT's	83
Figura 5.12- Pórtico para ensaios.	84
Figura 5.13- Blocos de concreto para apoiar a viga.	84
Figura 5.14- Atuador Hidráulico	84
Figura 5.15- Bombas Hidráulicas	84
Figura 5.16- Detalhe célula de carga.	85
Figura 5.17- Hardware para aquisição de dados.....	85
Figura 5.18- Viga intacta V1E.....	86
Figura 5.19- Viga danificada V2E.....	86
Figura 5.20- Viga danificada V2E-2	86
Figura 5.21- Viga danificada V3E.....	86
Figura 5.22- Perturbação gerada pela força aplicada.	87
Figura 5.23- Interpolação viga V2E.	88
Figura 5.24- Regularização viga V2E.	88
Figura 5.25- Interpolação viga V2E-2.....	88
Figura 5.26- Regularização viga V2E-2.....	88
Figura 5.27- Interpolação viga V3E.	88
Figura 5.28- Regularização viga V3E.	88
Figura 5.29-TDW viga V2E usando rbio2.6.	89
Figura 5.30-TDW viga V2E usando rbio2.6.	89
Figura 5.31-TDW viga V2E usando sym6.	90
Figura 5.32-TDW viga V2E usando coif3.	90
Figura 5.33- TDW viga V2E usando db5.....	90
Figura 5.34-TDW viga V2E-2 usando bior6.8.....	91
Figura 5.35-TDW viga V2E-2 usando rbio2.6.....	91
Figura 5.36- TDW viga V2E-2 usando sym6.....	91
Figura 5.37- TDW viga V2E-2 usando coif3.	91
Figura 5.38- TDW viga V2E-2 usando db5.	91
Figura 5.39- TDW viga V3E usando bior6.8.	92
Figura 5.40- TDW viga V3E usando rbio2.6.	92
Figura 5.41- TDW viga V3E usando sym6.	92
Figura 5.42- TDW viga V3E usando coif3.....	92

Figura 5.43- TDW viga V3E usando db5.....	92
Figura 5.44- TCW viga V2E usando db5.....	93
Figura 5.45- TCW viga V2E usando coif4.....	94
Figura 5.46- TCW viga V2E usando sym8.....	94
Figura 5.47- TCW viga V2E usando gaus8.....	94
Figura 5.48- TCW viga V2E-2 usando db5.....	95
Figura 5.49- TCW viga V2E-2 usando coif4.....	95
Figura 5.50- TCW viga V2E-2 usando sym8.....	95
Figura 5.51- TCW viga V2E-2 usando gaus8.....	96
Figura 5.52- TCW viga V3E usando db5.....	96
Figura 5.53- TCW viga V3E usando coif4.....	96
Figura 5.54- TCW viga V3E usando sym8.....	97
Figura 5.55- TCW viga V3E usando gaus8.....	97
Figura 6.1- Pontos escolhidos da viga.....	99
Figura 6.2- Posições do dano para a análise estática.....	100
Figura 6.3- Posições do dano para a análise dinâmica.....	101
Figura 6.4- Escolha de nós para a análise com as wavelet - elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).....	102
Figura 6.5- Escolha de nós para a análise com as wavelet - elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).....	102
Figura 6.6- Identificação do dano- Análise Numérica.....	103
Figura 6.7- Elemento BEAM3, da Biblioteca (ANSYS, 2007).....	104
Figura 6.8- Gráfico da convergência para o elemento BEAM3.....	105
Figura 6.9- Malha viga com o elemento BEAM3 (ANSYS, 2007).....	105
Figura 6.10- Simulação do dano- elemento BEAM3 (ANSYS, 2007).....	106
Figura 6.11- Apoios viga-elemento BEAM3 (ANSYS, 2007).....	107
Figura 6.12- Elemento SOLID45, da Biblioteca (ANSYS, 2007).....	107
Figura 6.13- Modelagem 3-D com o elemento SOLID45, da Biblioteca (ANSYS, 2007).....	108
Figura 6.14- Gráfico da convergência para o elemento SOLID45.....	109
Figura 6.15- Malha gerada no ANSYS- elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).....	110
Figura 6.16- Condições de contorno-elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).....	111
Figura 6.17- Simulação do dano- elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).....	111
Figura 6.18- Diminuição da seção transversal (ANSYS, 2007).....	111

Figura 6.19- Elemento SHELL63, da Biblioteca (ANSYS, 2007).....	112
Figura 6.20- Gráfico da convergência para o elemento SHELL63.	114
Figura 6.21- Malha gerada no ANSYS- elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).	114
Figura 6.22- Condições de contorno- elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).	115
Figura 6.23- Simulação do dano-elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).	115
Figura 6.24- Aplicação da força viga V2E, V2E-2, V3E (ANSYS, 2007).	117
Figura 6.25- Aplicação da força viga V4E (ANSYS, 2007).	117
Figura 6.26. Aplicação da força viga V5E (ANSYS, 2007).....	118
Figura 6.27- Gráfico deslocamentos viga V1E.	118
Figura 6.28- Gráficos deslocamentos viga V2E.....	118
Figura 6.29- Gráficos deslocamentos viga V2E-2.....	119
Figura 6.30- Gráficos deslocamentos viga V3E.....	119
Figura 6.31- Gráficos deslocamentos viga V4E.....	119
Figura 6.32- Gráficos deslocamentos viga V5E.....	119
Figura 6.33- Comparação experimental - numérico viga V1E.....	119
Figura 6.34- Comparação experimental - numérico viga V2E.....	119
Figura 6.35- Comparação experimental - numérico viga V2E-2.	120
Figura 6.36- Comparação experimental - numérico viga V3E.....	120
Figura 6.37- Interpolação análise estática viga V2E.....	120
Figura 6.38- Regularização análise estática viga V2E.	120
Figura 6.39- Interpolação análise estática viga V2E-2.....	120
Figura 6.40- Regularização análise estática viga V2E-2.....	120
Figura 6.41- Interpolação análise estática viga V3E.....	121
Figura 6.42- Regularização análise estática viga V3E.	121
Figura 6.43- Interpolação análise estática viga V4E.....	121
Figura 6.44- Regularização análise estática viga V4E.....	121
Figura 6.45- Interpolação análise estática viga V5E.....	121
Figura 6.46- Regularização análise estática viga V5E.....	121
Figura 6.47-TDW viga V2E usando rbio2.6.	122
Figura 6.48- TDW viga V2E usando bior6.8.....	122
Figura 6.49- TDW viga V2E usando sym6.....	122
Figura 6.50- TDW viga V2E usando coif3.....	122
Figura 6.51- TDW viga V2E usando db5.....	123
Figura 6.52- TDW viga V2E-2 usando bior6.8.....	123

Figura 6.53- TDW viga V2E-2 usando rbio2.6.....	123
Figura 6.54- TDW viga V2E-2 usando sym6.....	123
Figura 6.55- TDW viga V2E-2 usando coif3.....	123
Figura 6.56- TDW viga V2E-2 usando db5.....	123
Figura 6.57- TDW viga V3E usando bior6.8.....	124
Figura 6.58- TDW viga V3E usando rbio2.6.....	124
Figura 6.59- TDW viga V3E usando sym6.....	124
Figura 6.60- TDW viga V3E usando coif3.....	124
Figura 6.61- TDW viga V3E usando db5.....	124
Figura 6.62- TDW viga V4E usando bior6.8.....	124
Figura 6.63- TDW viga V4E usando rbio2.6.....	124
Figura 6.64- TDW viga V4E usando sym6.....	125
Figura 6.65- TDW viga V4E usando coif3.....	125
Figura 6.66- TDW viga V4E usando db5.....	125
Figura 6.67- TDW viga V5E usando bior2.8.....	125
Figura 6.68- TDW viga V5E usando rbio2.6.....	125
Figura 6.69- TDW viga V5E usando sym6.....	125
Figura 6.70- TDW viga V5E usando coif3.....	125
Figura 6.71- TDW viga V5E usando db5.....	126
Figura 6.72- TCW viga V2E usando db5.....	129
Figura 6.73- TCW viga V2E usando coif4.....	129
Figura 6.74- TCW viga V2E usando sym8.....	129
Figura 6.75- TCW viga V2E usando gaus8.....	129
Figura 6.76- TCW viga V2E-2 usando db5.....	130
Figura 6.77- TCW viga V2E-2 usando coif4.....	130
Figura 6.78- TCW viga V2E-2 usando sym8.....	130
Figura 6.79- TCW viga V2E-2 usando gaus8.....	130
Figura 6.80- TCW viga V3E usando db5.....	131
Figura 6.81- TCW viga V3E usando coif4.....	131
Figura 6.82- TCW viga V3E usando sym8.....	131
Figura 6.83- TCW viga V3E usando gaus8.....	131
Figura 6.84- TCW viga V4E usando db5.....	132
Figura 6.85- TCW viga V4E usando coif4.....	132
Figura 6.86- TCW viga V4E usando sym8.....	132

Figura 6.87- TCW viga V4E usando gaus8.....	132
Figura 6.88- TCW viga V5E usando db5.....	133
Figura 6.89- TCW viga V5E usando coif4.....	133
Figura 6.90- TCW viga V5E usando sym8.....	133
Figura 6.91- TCW viga V5E usando gaus8.....	133
Figura 6.92- Aplicação da força - modelagem elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).....	135
Figura 6.93- Gráfico deslocamentos viga V1E.....	136
Figura 6.94- Gráfico deslocamentos viga V2E.....	136
Figura 6.95- Gráfico deslocamentos viga V2E-2.....	136
Figura 6.96- Gráfico deslocamentos viga V3E.....	136
Figura 6.97- Gráfico deslocamentos viga V4E.....	136
Figura 6.98- Gráfico deslocamentos viga V5E.....	136
Figura 6.99- Comparação experimental - numérica viga V1E.....	137
Figura 6.100- Comparação experimental - numérica viga V2E.....	137
Figura 6.101- Comparação experimental - numérica viga V2E-2.....	137
Figura 6.102- Comparação experimental - numérico viga V3E.....	137
Figura 6.103- Interpolação análise estática viga V2E.....	137
Figura 6.104- Regularização análise estática viga V2E.....	137
Figura 6.105- Interpolação análise estática viga V2E-2.....	138
Figura 6.106- Regularização análise estática viga V2E-2.....	138
Figura 6.107- Interpolação análise estática viga V3E.....	138
Figura 6.108- Regularização análise estática viga V3E.....	138
Figura 6.109- Interpolação análise estática viga V4E.....	138
Figura 6.110- Regularização análise estática viga V4E.....	138
Figura 6.111- Interpolação análise estática viga V5E.....	138
Figura 6.112- Regularização análise estática viga V5E.....	138
Figura 6.113- TDW viga V2E usando bior6.8.....	139
Figura 6.114- TDW viga V2E usando rbio2.6.....	139
Figura 6.115- TDW viga V2E usando sym6.....	140
Figura 6.116- TDW viga V2E usando coif3.....	140
Figura 6.117- TDW viga V2E usando db5.....	140
Figura 6.118- TDW viga V2E-2 usando bior6.8.....	140
Figura 6.119- TDW viga V2E-2 usando rbio2.6.....	140
Figura 6.120- TDW viga V2E-2 usando sym6.....	140

Figura 6.121- TDW viga V2E-2 usando coif3.....	140
Figura 6.122- TDW viga V2E-2 usando db5.....	141
Figura 6.123- TDW viga V3E usando bior6.8.....	141
Figura 6.124- TDW viga V3E usando rbio2.6.....	141
Figura 6.125- TDW viga V3E usando sym6.....	141
Figura 6.126- TDW viga V3E usando coif3.....	141
Figura 6.127- TDW viga V3E usando db5.....	141
Figura 6.128- TDW viga V4E usando bior6.8.....	142
Figura 6.129- TDW viga V4E usando rbio2.6.....	142
Figura 6.130- TDW viga V4E usando sym6.....	142
Figura 6.131- TDW viga V4E usando coif3.....	142
Figura 6.132- TDW viga V4E usando db5.....	142
Figura 6.133- TDW viga V5E usando bior6.8.....	142
Figura 6.134- TDW viga V5E usando rbio2.6.....	142
Figura 6.135- TDW viga V5E usando sym6.....	143
Figura 6.136- TDW viga V5E usando coif3.....	143
Figura 6.137- TDW viga V5E usando db5.....	143
Figura 6.138- TCW viga V2E usando db5.....	146
Figura 6.139- TCW viga V2E usando coif4.....	146
Figura 6.140- TCW viga V2E usando sym8.....	146
Figura 6.141- TCW viga V2E usando gaus8.....	146
Figura 6.142- TCW viga V2E-2 usando db5.....	147
Figura 6.143- TCW viga V2E-2 usando coif4.....	147
Figura 6.144- TCW viga V2E-2 usando sym8.....	147
Figura 6.145- TCW viga V2E-2 usando gaus8.....	147
Figura 6.146- TCW viga V3E usando db5.....	148
Figura 6.147- TCW viga V3E usando coif4.....	148
Figura 6.148- TCW viga V3E usando sym8.....	148
Figura 6.149- TCW viga V3E usando gaus8.....	148
Figura 6.150- TCW viga V4E usando db5.....	149
Figura 6.151- TCW viga V4E usando coif4.....	149
Figura 6.152- TCW viga V4E usando sym8.....	149
Figura 6.153- TCW viga V4E usando gaus8.....	149
Figura 6.154- TCW viga V5E usando db5.....	150

Figura 6.155- TCW viga V5E usando coif4.....	150
Figura 6.156- TCW viga V5E usando gaus8.....	150
Figura 6.157- TCW viga V5E usando sym8.	150
Figura 6.158- Aplicação da força modelagem elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).....	152
Figura 6.159- Gráfico deslocamentos viga V1E.	152
Figura 6.160- Gráfico deslocamentos viga V2E.	152
Figura 6.161-Gráfico deslocamentos viga V2E-2	153
Figura 6.162- Gráfico deslocamentos viga V3E	153
Figura 6.163- Gráfico deslocamentos viga V4E.	153
Figura 6.164- Gráfico deslocamentos viga V5E.	153
Figura 6.165- Comparação experimental - numérica viga V1E.....	153
Figura 6.166- Comparação experimental - numérica viga V2E.....	153
Figura 6.167- Comparação experimental - numérica viga V2E-2.....	154
Figura 6.168- Comparação experimental - numérica viga V3E.....	154
Figura 6.169- Interpolação análise estática viga V2E.....	154
Figura 6.170- Regularização análise estática viga V2E.....	154
Figura 6.171- Interpolação análise estática viga V2E-2.....	154
Figura 6.172- Regularização análise estática viga V2E-2.....	154
Figura 6.173- Interpolação análise estática viga V3E.....	155
Figura 6.174- Regularização análise estática viga V3E.....	155
Figura 6.175- Interpolação análise estática viga V4E.....	155
Figura 6.176- Regularização análise estática viga V4E.....	155
Figura 6.177- Interpolação análise estática viga V5E.....	155
Figura 6.178- Regularização análise estática viga V5E.....	155
Figura 6.179- TDW viga V2E usando bior6.8.	156
Figura 6.180- TDW viga V2E usando rbio2.6.	156
Figura 6.181- TDW viga V2E usando sym6.	156
Figura 6.182- TDW viga V2E usando coif3.....	156
Figura 6.183- TDW viga V2E usando db5.....	157
Figura 6.184- TDW viga V2E-2 usando bior6.8.....	157
Figura 6.185- TDW viga V2E-2 usando rbio2.6.....	157
Figura 6.186- TDW viga V2E-2 usando sym6.....	157
Figura 6.187- TDW viga V2E-2 usando coif3.....	157
Figura 6.188- TDW viga V2E-2 usando db5.....	157

Figura 6.189- TDW viga V3E usando bior6.8.	158
Figura 6.190- TDW viga V3E usando rbio2.6.	158
Figura 6.191- TDW viga V3E usando sym6.	158
Figura 6.192- TDW viga V3E usando coif3.....	158
Figura 6.193- TDW viga V3E usando db5.....	158
Figura 6.194- TDW viga V4E usando bior6.8.	159
Figura 6.195- TDW viga V4E usando rbio2.6.	159
Figura 6.196- TDW viga V4E usando sym6	159
Figura 6.197- TDW viga V4E usando coif3.....	159
Figura 6.198- TDW viga V4E usando db5.....	159
Figura 6.199- TDW viga V5E usando bior6.8.	159
Figura 6.200- TDW viga V5E usando rbio2.6.	159
Figura 6.201- TDW viga V5E usando sym6.	160
Figura 6.202- TDW viga V5E usando coif3.....	160
Figura 6.203- TDW viga V5E usando db5.....	160
Figura 6.204- TCW viga V2E usando db5.	163
Figura 6.205- TCW viga V2E usando coif4.....	163
Figura 6.206- TCW viga V2E usando sym8.	163
Figura 6.207- TCW viga V2E usando gaus8.....	163
Figura 6.208- TCW viga V2E-2 usando db5.....	164
Figura 6.209- TCW viga V2E-2 usando coif4.	164
Figura 6.210- TCW viga V2E-2 usando sym8.....	164
Figura 6.211- TCW viga V2E-2 usando gaus8.	164
Figura 6.212- TCW viga V3E usando db5.	165
Figura 6.213- TCW viga V3E usando coif4.....	165
Figura 6.214- TCW viga V3E usando sym8.	165
Figura 6.215- TCW viga V3E usando gaus8.....	165
Figura 6.216- TCW viga V4E usando db5.....	166
Figura 6.217- TCW viga V4E usando coif4.....	166
Figura 6.218- TCW viga V4E usando sym8.	166
Figura 6.219- TCW viga V4E usando gaus8.....	166
Figura 6.220- TCW viga V5E usando db5.	167
Figura 6.221- TCW viga V5E usando coif4.....	167
Figura 6.222- TCW viga V5E usando sym8.	167

Figura 6.223- TCW viga V5E usando gaus8.....	167
Figura 6.224- Modos de vibração verticais- modelagem elemento BEAM3 (ANSYS, 2007).....	171
Figura 6.225- Modo de vibração para a viga V1D- elemento BEAM3.	171
Figura 6.226 - Modo de vibração para a viga V2D- elemento BEAM3.	171
Figura 6.227- Modo de vibração para a viga V3D- elemento BEAM3.	172
Figura 6.228- Modo de vibração para a viga V4D- elemento BEAM3.	172
Figura 6.229- Modo de vibração para a viga V5D- elemento BEAM3.	172
Figura 6.230- Deslocamento para o segundo modo de vibração $U_y=0$ (ANSYS, 2007)..	173
Figura 6.231- Interpolação Modo 1- viga V2D.....	173
Figura 6.232- Regularização Modo 1- viga V2D.....	173
Figura 6.233- Interpolação Modo 2- viga V2D.....	174
Figura 6.234- Regularização Modo 2- viga V2D.....	174
Figura 6.235- Interpolação Modo 1- viga V3D.....	174
Figura 6.236- Regularização Modo 1- viga V3D.....	174
Figura 6.237- Interpolação Modo 2- viga V3D.....	174
Figura 6.238- Regularização Modo 2- viga V3D.....	174
Figura 6.239- Interpolação Modo 1- viga V4D.....	174
Figura 6.240- Regularização Modo 1- viga V4D.....	174
Figura 6.241- Interpolação Modo 2- viga V4D.....	175
Figura 6.242- Regularização Modo 2- viga V4D.....	175
Figura 6.243- Interpolação Modo 1- viga V5D.....	175
Figura 6.244- Regularização Modo 1- viga V5D.....	175
Figura 6.245- Interpolação Modo 3- viga V5D.....	175
Figura 6.246- Regularização Modo 3- viga V5D.....	175
Figura 6.247- TDW-Modo1 para a viga V2D usando bior6.8.	176
Figura 6.248- TDW- Modo 1 para a viga V2D usando rbio2.6.	176
Figura 6.249- TDW- Modo 1 para a viga V2D usando sym6.	176
Figura 6.250- TDW- Modo 1 para a viga V2D usando coif3.....	176
Figura 6.251- TDW- Modo 1 para a viga V2D usando db5.....	177
Figura 6.252- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando bior6.8.	177
Figura 6.253- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando rbio2.6.	177
Figura 6.254- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando sym6.	177
Figura 6.255- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando coif3.....	177

Figura 6.256- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando db5.....	177
Figura 6.257- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando bior6.8.	178
Figura 6.258- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando rbio2.6.	178
Figura 6.259- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando sym6.	178
Figura 6.260- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando coif3.....	178
Figura 6.261- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando db5.....	178
Figura 6.262- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando bior6.8.	179
Figura 6.263- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando rbio2.6.	179
Figura 6.264- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando sym6.	179
Figura 6.265- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando coif3.....	179
Figura 6.266- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando db5.....	179
Figura 6.267- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando bior6.8.	180
Figura 6.268- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando rbio2.6.	180
Figura 6.269- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando sym6.	180
Figura 6.270- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando coif3.....	180
Figura 6.271- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando db5.....	180
Figura 6.272- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando bior6.8.	181
Figura 6.273- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando rbio2.6.	181
Figura 6.274- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando sym6.	181
Figura 6.275- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando coif3.....	181
Figura 6.276- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando db5.....	181
Figura 6.277- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando bior6.8.	182
Figura 6.278- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando rbio2.6.	182
Figura 6.279- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando sym6.	182
Figura 6.280- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando coif3.....	182
Figura 6.281- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando db5.....	182
Figura 6.282- TDW- Modo 2 para a viga V5D usando bior6.8.	183
Figura 6.283- TDW- Modo 2 para a viga V5D usando rbio2.6.	183
Figura 6.284- TDW- Modo 2 para a viga V5D usando sym6.	183
Figura 6.285- TDW- Modo 2 para a viga V5D usando coif3.....	183
Figura 6.286- TDW- Modo 3 para a viga V5D usando db5.....	183
Figura 6.287- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando db5.....	185
Figura 6.288- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando coif4.....	185
Figura 6.289- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando sym8.	185

Figura 6.290- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando gaus8.....	185
Figura 6.291- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando db5.....	186
Figura 6.292- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando coif4.....	186
Figura 6.293- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando sym8.	186
Figura 6.294- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando gaus8.....	186
Figura 6.295- TCW- Modo 1 para a viga V3D usando db5.....	187
Figura 6.296- TCW- Modo 1 para a viga V3D usando coif4.....	187
Figura 6.297- TCW- Modo 1 para a viga V3D usando sym8.	187
Figura 6.298- TCW- Modo 1 para a viga V3D usando gaus8.....	187
Figura 6.299- TCW- Modo 2 para a viga V3D usando db5.....	188
Figura 6.300- TCW- Modo 2 para a viga V3D usando coif4.....	188
Figura 6.301- TCW- Modo 2 para a viga V3D usando sym8.	188
Figura 6.302- TCW- Modo 2 para a viga V3D usando gaus8.....	188
Figura 6.303- TCW- Modo 1 para a viga V4D usando db5.....	189
Figura 6.304- TCW- Modo 1 para a viga V4D usando coif4.....	189
Figura 6.305- TCW- Modo 1 para a viga V4D usando sym8.	189
Figura 6.306- TCW- Modo 1 para a viga V4D usando gaus8.....	189
Figura 6.307- TCW- Modo 2 para a viga V4D usando db5.....	190
Figura 6.308- TCW- Modo 2 para a viga V4D usando coif4.....	190
Figura 6.309- TCW- Modo 2 para a viga V4D usando sym8.	190
Figura 6.310- TCW- Modo 2 para a viga V4D usando gaus8.....	190
Figura 6.311- TCW- Modo 1 para a viga V5D usando db5.....	191
Figura 6.312- TCW- Modo 1 para a viga V5D usando coif4.....	191
Figura 6.313- TCW- Modo 1 para a viga V5D usando sym8.	191
Figura 6.314- TCW- Modo 1 para a viga V5D usando gaus8.....	191
Figura 6.315- TCW- Modo 3 para a viga V5D usando db5.....	192
Figura 6.316- TCW- Modo 3 para a viga V5D usando coif4.....	192
Figura 6.317- TCW- Modo 3 para a viga V5D usando sym8.	192
Figura 6.318- TCW- Modo 3 para a viga V5D usando gaus8.....	192
Figura 6.319- Modos de vibração verticais- modelagem elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).....	194
Figura 6.320- Modo de vibração para a viga V1D - elemento SOLID45	195
Figura 6.321- Modo de vibração para a viga V2D- elemento SOLID45.....	195
Figura 6.322 - Modo de vibração para a viga V3D- elemento SOLID45	195

Figura 6.323- Modo de vibração para a viga V4D - elemento SOLID45	195
Figura 6.324 - Modo de vibração para a viga V4D - elemento SOLID45	196
Figura 6.325- Deslocamento para o segundo modo de vibração $U_y \approx 0$ (ANSYS, 2007)..	196
Figura 6.326 – Interpolação Modo 1 - viga V2D	197
Figura 6.327- Regularização Modo 1-viga V2D.....	197
Figura 6.328 - Interpolação Modo 2- viga V2D.....	197
Figura 6.329- Regularização Modo 2-viga V2D.....	197
Figura 6.330 - Interpolação Modo 1- viga V3D.....	197
Figura 6.331- Regularização Modo 1-viga V3D.....	197
Figura 6.332 - Interpolação Modo 2- viga V3D.....	197
Figura 6.333- Regularização Modo 2- viga V2D.....	197
Figura 6.334 - Interpolação Modo 1- viga V4D.....	198
Figura 6.335- Regularização Modo 1- viga V4D.....	198
Figura 6.336 - Interpolação Modo 2- viga V4D.....	198
Figura 6.337- Regularização Modo 2- viga V4D.....	198
Figura 6.338 - Interpolação Modo 1- viga V5D.....	198
Figura 6.339- Regularização Modo 1-viga V5D.....	198
Figura 6.340 - Interpolação Modo 3- viga V5D.....	198
Figura 6.341- Regularização Modo 3- viga V5D.....	198
Figura 6.342- TDW-Modo1 para a viga V2D usando bior6.8.	199
Figura 6.343- TDW-Modo1 para a viga V2D usando rbio2.6.	199
Figura 6.344- TDW-Modo1 para a viga V2D usando sym6.	200
Figura 6.345- TDW-Modo1 para a viga V2D usando coif3.....	200
Figura 6.346- TDW-Modo1 para a viga V2D usando db5.....	200
Figura 6.347- TDW-Modo1 para a viga V2D usando bior6.8.	200
Figura 6.348- TDW-Modo2 para a viga V2D usando rbio2.6.	200
Figura 6.349- TDW-Modo2 para a viga V2D usando sym6.	201
Figura 6.350- TDW-Modo2 para a viga V2D usando coif3.....	201
Figura 6.351- TDW-Modo2 para a viga V2D usando db5.....	201
Figura 6.352- TDW-Modo1 para a viga V3D usando bior6.8.	201
Figura 6.353- TDW-Modo1 para a viga V3D usando rbio2.6.	201
Figura 6.354- TDW-Modo1 para a viga V3D usando sym6.	202
Figura 6.355- TDW-Modo1 para a viga V3D usando coif3.....	202
Figura 6.356- TDW-Modo1 para a viga V3D usando db5.....	202

Figura 6.357- TDW-Modo2 para a viga V3D usando bior6.8.	202
Figura 6.358- TDW-Modo2 para a viga V3D usando rbio2.6.	202
Figura 6.359- TDW-Modo2 para a viga V3D usando sym6.	203
Figura 6.360- TDW-Modo2 para a viga V3D usando coif3.....	203
Figura 6.361- TDW-Modo2 para a viga V3D usando db5.....	203
Figura 6.362- TDW-Modo1 para a viga V4D usando bior6.8.	203
Figura 6.363- TDW-Modo1 para a viga V4D usando rbio2.6.	203
Figura 6.364- TDW-Modo1 para a viga V4D usando sym6.	204
Figura 6.365- TDW-Modo1 para a viga V4D usando coif3.....	204
Figura 6.366- TDW-Modo1 para a viga V4D usando db5.....	204
Figura 6.367- TDW-Modo2 para a viga V4D usando bior6.8.	204
Figura 6.368- TDW-Modo2 para a viga V4D usando rbio2.6.	204
Figura 6.369- TDW-Modo2 para a viga V4D usando sym6.	205
Figura 6.370- TDW-Modo2 para a viga V4D usando coif3.....	205
Figura 6.371- TDW-Modo2 para a viga V4D usando db5.....	205
Figura 6.372- TDW-Modo1 para a viga V5D usando bior6.8.	205
Figura 6.373- TDW-Modo1 para a viga V5D usando rbio2.6.	205
Figura 6.374- TDW-Modo1 para a viga V5D usando sym6.	206
Figura 6.375- TDW-Modo1 para a viga V5D usando coif3.....	206
Figura 6.376- TDW-Modo1 para a viga V5D usando db5.....	206
Figura 6.377- TDW-Modo3 para a viga V5D usando bior6.8.	206
Figura 6.378- TDW-Modo3 para a viga V5D usando rbio2.6.	206
Figura 6.379- TDW-Modo3 para a viga V5D usando sym6.	206
Figura 6.380- TDW-Modo3 para a viga V5D usando coif3.....	206
Figura 6.381- TDW-Modo3 para a viga V5D usando db5.....	207
Figura 6.382- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando db5.....	209
Figura 6.383- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando coif4.....	209
Figura 6.384 - TCW- Modo 1 para a viga V2D usando sym8.	209
Figura 6.385- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando gaus8.....	209
Figura 6.386- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando db5.....	210
Figura 6.387- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando coif4.....	210
Figura 6.388- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando sym8.	210
Figura 6.389- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando gaus8.....	210
Figura 6.390- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando db5.....	211

Figura 6.391- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando coif4.....	211
Figura 6.392- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando sym8.	211
Figura 6.393 - TCW - Modo 1 para a viga V3D usando gaus8.....	211
Figura 6.394- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando db5.	212
Figura 6.395- TCW - Modo2 para a viga V3D usando coif4.....	212
Figura 6.396- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando sym8.	212
Figura 6.397- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando gaus8.....	212
Figura 6.398- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando db5.	213
Figura 6.399- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando coif4.....	213
Figura 6.400- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando sym8.	213
Figura 6.401- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando gaus8.....	213
Figura 6.402- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando db5.	214
Figura 6.403- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando coif4.....	214
Figura 6.404- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando sym8.	214
Figura 6.405- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando gaus8.....	214
Figura 6.406- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando db5.	215
Figura 6.407- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando coif4.....	215
Figura 6.408- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando sym8.	215
Figura 6.409- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando gaus8.....	215
Figura 6.410- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando db5.	216
Figura 6.411- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando coif4.....	216
Figura 6.412- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando sym8.	216
Figura 6.413- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando gauss8.	216
Figura 6.414- Modos de vibração verticais- modelagem elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).....	218
Figura 6.415- Modo de vibração para a viga V1D- elemento SHELL63.	219
Figura 6.416- Modo de vibração para a viga V2D - elemento SHELL63.....	219
Figura 6.417- Modo de vibração para a viga V3D- elemento SHELL63.	219
Figura 6.418- Modo de vibração para a viga V4D- elemento SHELL63.	219
Figura 6.419 - Modo de vibração para a viga V5D- elemento SOLID45.	220
Figura 6.420- Deslocamento para o segundo modo de vibração $U_y \approx 0$ (ANSYS, 2007)..	220
Figura 6.421- Interpolação Modo1 - viga V2D.....	221
Figura 6.422- Regularização Modo 1-viga V2D.....	221
Figura 6.423- Interpolação Modo2 - viga V2D.....	221

Figura 6.424- Regularização Modo 2-viga V2D.....	221
Figura 6.425- Interpolação Modo1-viga V3D.....	221
Figura 6.426- Regularização Modo 1-viga V3D.....	221
Figura 6.427- Interpolação Modo2 - viga V3D.....	222
Figura 6.428- Regularização Modo 2-viga V3D.....	222
Figura 6.429- Interpolação Modo1 - viga V4D.....	222
Figura 6.430- Regularização Modo 1-viga V4D.....	222
Figura 6.431- Interpolação Modo2 - viga V4D.....	222
Figura 6.432- Regularização Modo 2-viga V4D.....	222
Figura 6.433- Interpolação Modo1 - viga V5D.....	222
Figura 6.434- Regularização Modo 1-viga V5D.....	222
Figura 6.435- Interpolação Modo3 - viga V5D.....	223
Figura 6.436- Regularização Modo 3-viga V5D.....	223
Figura 6.437- TDW-Modo1 para a viga V2D usando bior6.8.....	224
Figura 6.438- TDW-Modo1 para a viga V2D usando rbio2.6.....	224
Figura 6.439- TDW-Modo1 para a viga V2D usando sym6.....	224
Figura 6.440- TDW-Modo1 para a viga V2D usando coif3.....	224
Figura 6.441- TDW-Modo1 para a viga V2D usando db5.....	224
Figura 6.442- TDW-Modo2 para a viga V2D usando bior6.8.....	225
Figura 6.443- TDW-Modo2 para a viga V2D usando rbio2.6.....	225
Figura 6.444- TDW-Modo2 para a viga V2D usando sym6.....	225
Figura 6.445- TDW-Modo2 para a viga V2D usando coif3.....	225
Figura 6.446- TDW-Modo2 para a viga V2D usando db5.....	225
Figura 6.447- TDW-Modo1 para a viga V3D usando bior6.8.....	226
Figura 6.448- TDW-Modo1 para a viga V3D usando rbio2.6.....	226
Figura 6.449- TDW-Modo1 para a viga V3D usando sym6.....	226
Figura 6.450- TDW-Modo1 para a viga V3D usando coif3.....	226
Figura 6.451- TDW-Modo1 para a viga V3D usando db5.....	226
Figura 6.452- TDW-Modo2 para a viga V3D usando bior6.8.....	227
Figura 6.453- TDW-Modo2 para a viga V3D usando rbio2.6.....	227
Figura 6.454- TDW-Modo2 para a viga V3D usando sym6.....	227
Figura 6.455- TDW-Modo2 para a viga V3D usando coif3.....	227
Figura 6.456- TDW-Modo2 para a viga V3D usando db5.....	227
Figura 6.457- TDW-Modo1 para a viga V4D usando bior6.8.....	228

Figura 6.458- TDW-Modo1 para a viga V4D usando rbio2.6.	228
Figura 6.459- TDW-Modo1 para a viga V4D usando sym6.	228
Figura 6.460- TDW-Modo1 para a viga V4D usando coif3.....	228
Figura 6.461- TDW-Modo1 para a viga V4D usando db5.....	228
Figura 6.462- TDW-Modo2 para a viga V4D usando bior6.8.	229
Figura 6.463- TDW-Modo2 para a viga V4D usando rbio2.6.	229
Figura 6.464- TDW-Modo2 para a viga V4D usando sym6.	229
Figura 6.465- TDW-Modo2 para a viga V4D usando coif3.....	229
Figura 6.466- TDW-Modo2 para a viga V4D usando db5.....	229
Figura 6.467- TDW-Modo1 para a viga V5D usando bior6.8.	230
Figura 6.468- TDW-Modo1 para a viga V5D usando rbio2.6.	230
Figura 6.469- TDW-Modo1 para a viga V5D usando sym6.	230
Figura 6.470- TDW-Modo1 para a viga V5D usando coif3.....	230
Figura 6.471- TDW-Modo1 para a viga V5D usando db5.....	230
Figura 6.472- TDW-Modo3 para a viga V5D usando bior6.8.	231
Figura 6.473- TDW-Modo3 para a viga V5D usando rbio2.6.	231
Figura 6.474- TDW-Modo3 para a viga V5D usando sym6.	231
Figura 6.475- TDW-Modo3 para a viga V5D usando coif3.....	231
Figura 6.476- TDW-Modo3 para a viga V5D usando db5.....	231
Figura 6.477- TCW - Modo 1 para a viga V2D usando db5.	233
Figura 6.478- TCW - Modo 1 para a viga V2D usando coif4.....	233
Figura 6.479- TCW - Modo 1 para a viga V2D usando sym8.	233
Figura 6.480- TCW - Modo 1 para a viga V2D usando gaus8.....	233
Figura 6.481- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando db5.	234
Figura 6.482- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando coif4.....	234
Figura 6.483- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando sym8.	234
Figura 6.484- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando gaus8.....	234
Figura 6.485- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando db5.....	235
Figura 6.486- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando coif4.....	235
Figura 6.487- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando sym8.	235
Figura 6.488- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando gaus8.....	235
Figura 6.489- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando db5.....	236
Figura 6.490- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando coif4.....	236
Figura 6.491- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando sym8	236

Figura 6.492- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando gaus8.....	236
Figura 6.493- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando db5.....	237
Figura 6.494- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando coif4.....	237
Figura 6.495- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando sym8.....	237
Figura 6.496- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando gaus8.....	237
Figura 6.497- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando db5.....	238
Figura 6.498- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando coif4.....	238
Figura 6.499- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando sym8.....	238
Figura 6.500- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando gaus8.....	238
Figura 6.501- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando db5.....	239
Figura 6.502- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando coif4.....	239
Figura 6.503- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando sym8.....	239
Figura 6.504- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando gaus8.....	239
Figura 6.505- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando db5.....	240
Figura 6.506- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando coif4.....	240
Figura 6.507- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando sym8.....	240
Figura 6.508- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando gaus8.....	240

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

K -	matriz de rigidez
K^{-1} -	inversa matriz de rigidez
M -	matriz de massa
C -	amortecimento
u -	vetor de deslocamentos
F -	vetor de forças
ΔK -	alterações na matriz de rigidez
B_i -	matriz Booleana
E_i -	rigidez
β -	razão entre a rigidez efetiva
D_i^M -	deslocamento medido
D_i^C -	deslocamento calculado
I -	momento de inercia
P -	carga
y -	deslocamentos
δ -	deslocamentos unitários
s -	Regularidade de uma função
nl -	número de elementos
α -	índice de dano
ψ -	modo de vibração, estrutura intacta
ψ^* -	modo de vibração, estrutura danificada
M -	momento
ϵ -	curvatura
U -	energia de deformação
ϕ -	modos de vibração estrutura intacta
ϕ^* -	modos de vibração estrutura danificada
N_t -	número de nós
ΔM -	perturbações matriz massa
F_5 -	assinatura
Δu_x^j -	diferenças deslocamentos eixo x
Δu_y^j -	diferenças deslocamentos eixo y

Δw -	diferenças entre as frequências
$\hat{f}(w)$ -	Transformada de Fourier da função $f(t)$
w -	frequência
$w(t)$ -	função janela
C -	coeficientes wavelet
a -	parâmetro de escala
b -	parâmetro de posição
W_{ψ}^f -	Transformada de Wavelet
$\psi^{a,b}$ -	funções wavelet-mãe
$F(w)$ -	Transformada de Fourier
$S(x)$ -	spline
$P_{in}(t)$ -	binômio de Newton
kN-	kilonewton
λ -	parâmetro adimensional utilizado para o cálculo da frequência natural;
Ω -	matriz diagonal com os quadrados das frequências naturais de vibração;
t -	tempo
ν -	coeficiente de Poisson
EI -	Rigidez à flexão
$\Delta\omega$ -	quadrados das diferenças entre as frequências naturais obtidas com a estrutura intacta (ω^i) e com a estrutura danificada (ω^d)
Δu -	diferença entre os deslocamentos nodais da estrutura intacta (u^i) e da estrutura danificada (u^d)
m -	massa por unidade de comprimento;
ρ -	massa específica
i -	índice de escala
MEF -	método dos elementos finitos
ND -	número de elementos danificados
COMAC -	Coordinate Modal Assurance Criterion
ID -	método índice de dano
MAC -	Modal Assurance Criterion
TF -	Transformada de Fourier
TPJF -	Transformada por Janelas de Fourier
TRF -	Transformada Rápida de Fourier

TDW -	Transformada Discreta de Wavelet
TCW -	Transformada Contínua de Wavelet
MPa-	megapascal
2D-	duas dimensões
3D-	três dimensões
NBR	Norma Brasileira Regulamentadora
PECC -	Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil
CEB -	Comitê Euro-Internacional do Concreto
UnB-	Universidade de Brasília
ENC -	Departamento de Engenharia Civil e Ambiental da UnB
SHM-	Structural Health Monitoring
NDE-	Nondestructive examination

1. - INTRODUÇÃO

A deterioração nas estruturas é um processo que ocorre sempre, sendo um fenômeno inevitável que provoca o surgimento de danos. Esses danos podem ser fissuras e podem ocorrer devido a vários fatores, tais como: cargas repetidas, riscos ambientais, sobrecargas, cargas de vento, terremotos, acidentes na conservação entre outros. Nas obras de infraestruturas, como pontes, auditórios, coberturas entre tantas outras estruturas tais danos podem causar perda de vidas humanas e um impacto socioeconômico considerável. Por estas razões, uma inspeção adequada e precisa para a identificação de danos é um procedimento muito importante (Choi, 2002) e que deveria ser rotina.

A fim de reduzir a probabilidade de falha nas estruturas, uma manutenção preventiva de reabilitação é comumente empregada. Os procedimentos de manutenção incluem: inspeção visual, que é um método de avaliação não destrutiva, como mostrado na Figura 1.1(a), (inspeção visual feita sobre a ponte de Omaha-Missouri), e ensaios de carga específica Figura 1.1(b), (Teste de carga da ponte suspensa sobre o vale de Buelna – Cantabria, Espanha). Os métodos de avaliação não destrutiva incluem várias metodologias, tais como: acústica, ultrassom, impacto eco-radar, raios-X, campos magnéticos ou térmicos, etc.



(a) Ponte de Omaha do sul- sobre o rio Missouri
(Tatsumi, 2007)



(b) Teste de carga da ponte suspensa sobre o
vale de Buelna - Cantabria Espanha
(Cavia, 2011).

Figura 1.1- Inspeção de Estruturas e teste de carga em pontes.

No entanto, existem danos nas estruturas que não podem ser detectados apenas com a inspeção visual. Por esta razão, a detecção, localização e subsequente quantificação

de danos em estruturas através da resposta estática ou mesmo dinâmica têm sido um dos tópicos mais importantes na pesquisa de identificação de danos. Recentemente, têm sido realizados extensos trabalhos de pesquisa em sistema de identificação de danos em estruturas civis. Embora o conceito de identificação estrutural tenha sido introduzido na Engenharia Civil há quase duas décadas (Aktan *et al.*, 1997).

Com o rápido progresso de dispositivos de medição e custos decrescentes de instrumentação, mais atenção tem sido dada à identificação de danos em estruturas. Essas necessidades exigem o desenvolvimento de novas tecnologias para identificação e avaliação estrutural com precisão. É por isso que o desenvolvimento de um método não destrutivo baseado no uso das "**wavelets**" é necessário e eficaz para a detecção de danos nas estruturas e seria muito bem recebido para o diagnóstico de estruturas. O método utilizando as wavelets baseia-se na análise do sinal de resposta estático e dinâmico da estrutura submetida a diferentes condições de carga. Enquanto as aplicações práticas requerem experimentalmente medir o sinal da estrutura sem dano e fazer uma comparação com o sinal da estrutura com dano, nesta pesquisa abre-se a possibilidade de aplicação de técnicas de identificação de danos baseadas apenas na resposta danificada da estrutura, o que se aproxima mais da realidade, já que a resposta da estrutura intacta é raramente conhecida (Estrada, 2008).

O objetivo dos sistemas de identificação de danos é a solução do problema inverso, isto é, a identificação de um sistema que descreve a relação entre uma entrada (desconhecida-resposta) e uma saída conhecida. Isso significa que o objetivo de identificação de danos é a descrição de um modelo estrutural existente, com base em dados obtidos experimentalmente (resposta estática ou resposta dinâmica). Muitas vezes é desejável detectar irregularidades ou alterações da resposta da estrutura, considerando propriedades que foram alteradas pelo dano. O campo de identificação de danos inclui os seguintes objetivos (Volkmar, 2002):

1. Detecção da presença do dano;
2. Localização do dano;
3. Grau de severidade (quantificação);
4. Predição da segurança que oferece a estrutura.

1.1 – MOTIVAÇÃO

O desempenho estrutural de uma ponte diminui ao longo de sua vida útil devido a muitos processos de deterioração (fadiga, carbonatação, deslocamento do concreto, corrosão de armaduras, oxidação de estruturas metálicas, ligações, etc.). Sendo assim, a falha de uma importante parte da estrutura pode causar perdas econômicas significantes e também perda de vidas humanas, que é mais grave ainda (Estrada, 2008).

Um dos requisitos mais importantes para a manutenção bem-sucedida de estruturas é a detecção de danos (fissuras), ainda nas fases iniciais do crescimento. As fissuras, em elementos estruturais, podem causar variações locais de rigidez que podem afetar o comportamento estático e dinâmico da estrutura. Em particular, as alterações das frequências naturais e modos de vibração podem ocorrer por causa da existência de fissuras. Isto levou à proposta de utilizar as “wavelets” como método para identificar a presença de fissuras, o qual se baseia na análise das propriedades dinâmicas e estáticas da estrutura. No entanto, a presença de uma pequena fissura pode não ser evidente a partir das variações nas frequências naturais da estrutura ou a partir dos modos de vibração, que são as propriedades dinâmicas. Isto conduz à necessidade de desenvolver técnicas não destrutivas eficazes na detecção de fissuras em estruturas, utilizando a resposta estática da estrutura.

A técnica moderna de análise via Wavelet fornece uma ferramenta conveniente para desenvolver esta tarefa. A premissa da técnica baseada em Wavelet é que o dano na estrutura causa algumas pequenas perturbações locais. Embora estas perturbações não possam ser evidentes através de análise convencional, elas são frequentemente detectáveis a partir das componentes da Wavelet, que é uma alternativa aos atuais métodos baseados na Transformada de Fourier, o qual utiliza comparação entre a resposta da estrutura antes e após do dano. A análise Wavelet ultrapassa estes problemas, conseguindo determinar a localização do dano a partir da resposta da estrutura danificada (Ovanesova, 2000). As técnicas de processamento de sinais baseadas na análise de Fourier, por sua vez, apresentam apenas as componentes de frequência do sinal, mas não as suas ocorrências em intervalos de tempo específico.

As principais vantagens da identificação de dano utilizando o método Wavelet são (Ovanesova, 2000):

1. Capacidade de realizar análise local de um sinal no domínio do espaço ou no tempo. Assim, as wavelets são capazes de revelar aspectos que outras técnicas de análise de sinal não conseguem detectar;
2. Capacidade de analisar o sinal em qualquer intervalo de espaço ou de tempo em que as mudanças de função são rápidas, o que causa problemas para a transformada rápida de Fourier. A análise de Fourier espalha uma mudança rápida em um pequeno intervalo de tempo ao longo do espectro de frequências. A transformada wavelet, no entanto, produz não só a informação de frequência, mas também informação de tempo;
3. Eliminação dos problemas de *aliasing* (ruído), exibidas pela Transformada Rápida de Fourier (TRF);
4. Oferecem uma redução potencial em recursos computacionais necessários para processar uma transformação do sinal;

Os métodos de identificação do dano baseados na análise das Wavelets pode se tornar uma ferramenta confiável que pode ser aplicada à manutenção e reabilitação de infraestruturas existentes (pontes, conduções de água, distribuição de gás, energia elétrica e torres de transmissão, barragens e outras estruturas hidráulicas).

Vale ressaltar que o método baseado em wavelets, utilizado nesta pesquisa, enquadra-se no método de detecção de danos de nível II, segundo a classificação proposta por Rytter (2003), a qual define se a estrutura está danificada e determina a localização do dano.

Na Universidade de Brasília estudantes de mestrado e doutorado fizeram estudos na área de identificação de danos, alguns dos trabalhos desenvolvidos foram feitos por: Caldeira (2006), Brito (2008) e Silva (2011). A proposta deste trabalho é contribuir na linha de pesquisa e no desenvolvimento de metodologias capazes de identificar danos em estruturas utilizando somente a resposta da estrutura danificada, contribuindo um nas pesquisas desenvolvidas na Universidade de Brasília.

1.2 – OBJETIVOS

1.2.1 - Objetivo geral

O objetivo da pesquisa proposta é utilizar a Transformada de Wavelet para identificação de danos em vigas, usando a resposta dinâmica através da obtenção numérica dos modos de vibração e também a resposta estática obtida numericamente e experimentalmente.

1.2.2 - Objetivos específicos

- Fazer análise experimental e numérica de vigas metálicas (perfis –I) biapoiadas. A análise numérica será realizada no programa ANSYS, utilizando o MEF e também usando o programa MATLAB como plataforma para processamento dos dados;
- Realizar ensaios experimentais (estáticos) com vigas de aço (perfis I) para extrair dados da resposta e aplicar a esses dados à metodologia proposta;
- Recomendar uma metodologia para a avaliação dos danos de estruturas com base nos resultados da pesquisa.

1.3 - ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Este trabalho é constituído de sete capítulos. O primeiro capítulo é dedicado à introdução do tema proposto pela pesquisa. No segundo capítulo, apresenta-se uma revisão bibliográfica, com o estado de arte sobre o assunto. Inicialmente mostram-se os conceitos e generalidades que envolvem a identificação de danos nas estruturas e, em seguida, são mostrados os diferentes métodos estáticos e dinâmicos utilizados para identificar os danos em uma estrutura. Além disso, são apresentados alguns trabalhos já desenvolvidos na área de detecção de danos, utilizando as wavelets.

O terceiro capítulo mostra os conceitos fundamentais relacionados à área da pesquisa; uma descrição geral da história das wavelets; introdução às wavelets e às diferentes famílias que estão contidas na sua análise, além de apresentar a aplicação das wavelets utilizando o programa MATLAB. Neste capítulo, também são apresentados os

diferentes métodos de interpolação e regularização utilizados no processamento de dados desta pesquisa.

No quarto capítulo apresenta-se uma descrição dos aspectos importantes utilizados na pesquisa, como: o método de interpolação escolhido, o método de regularização e a utilização da ferramenta de MATLAB para desenvolver as Transformadas de Wavelet.

O quinto capítulo, por sua vez, mostra a descrição da análise experimental, as diferentes condições nas quais as vigas foram testadas, além de apresentar os resultados obtidos com as Transformada de Wavelet Contínua e Discreta.

O sexto capítulo apresenta a análise numérica desenvolvida no programa ANSYS, além de apresentar os resultados obtidos com a aplicação da metodologia proposta como as wavelets.

Finalmente, o sétimo capítulo reporta às conclusões obtidas neste trabalho e às sugestões para trabalhos futuros.

2. - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1 - CONCEITOS E GENERALIDADES

Alguns danos em estruturas podem causar diminuição da vida útil da estrutura. Define-se vida útil como o período de tempo no qual a estrutura é capaz de desempenhar as funções para as quais foi projetada sem necessidade de intervenções não previstas (CEB/FIP Model Code, 1990). As estruturas, como as pontes, estão sujeitas a condições ambientais que alteram suas propriedades físicas e químicas, comprometendo a sua durabilidade e favorecendo o surgimento de patologias. A NBR 6118 (2003) define durabilidade como a capacidade da estrutura resistir às influências ambientais previstas e definidas em conjunto pelo autor do projeto estrutural e o contratante, no início dos trabalhos de elaboração do projeto. Entende-se ainda por patologia a queda de desempenho de um produto, componente ou construção ao longo do tempo, devido a erros de: planejamento, projeto, execução, uso e deterioração, provenientes de sua interação com o meio ambiente (Nepomuceno e Teatini, 1999).

Recentemente a detecção, localização e quantificação dos danos em estruturas por meio de resposta de vibração estrutural têm sido um dos muito tópicos importantes na pesquisa de identificação do sistema. Uma pesquisa recente sobre as literaturas técnicas mostra que os algoritmos de identificação de danos foram desenvolvidos utilizando a variação das características dinâmicas, especialmente, no domínio da frequência (Doebbling *et al.*, 1996). Há, portanto, poucos estudos sobre a identificação de danos usando a resposta estática. Cao *et al.*, (2011) apresentaram um método de detecção de dano baseado na análise estática e modal. Bezerra e Saigal (1993) estudaram a detecção de trincas em painéis a partir de métodos numéricos, utilizando o método dos elementos de contorno.

As frequências naturais são indicadores sensíveis de integridade estrutural. Assim, uma análise de medições de frequência periódica pode ser usada para monitorar o estado da estrutura. As medições de frequência fornecem uma técnica de avaliação de baixo custo estrutural (Salawu, 1997). Nas últimas décadas, os exames não destrutivos (nondestructive examination - NDE) e as técnicas de monitoramento têm recebido especial atenção, entre as quais a análise de vibração para a detecção de danos tem sido a mais popular, por causa

da simplicidade de implementação e por ser um dos parâmetros mais sensível ao dano (Radzienski *et al.*, 2011).

2.1.1 - Efeito de danos na resposta

Geralmente os sistemas de identificação de danos são classificados, principalmente, no domínio da frequência e do tempo. Os sistemas de identificação de danos, em grande parte, fazem uso de parâmetros dinâmicos. Logo, existem poucos estudos de sistemas de identificação usando a resposta estática.

A identificação de danos usando a resposta estática parece ser um tópico de investigação vantajoso, porque os parâmetros modais são difíceis de serem obtidos com precisão em estruturas reais pelo fato de serem difíceis de excitar (Choi, 2002). Além disso, a precisão da medição está relacionada à sensibilidade de resposta ao dano e a variação desta resposta é afetada pelo comprimento dos danos, bem como o grau de dano.

2.1.2 - Classificação do processo de detecção de danos.

De acordo com Rytter (1993), o processo de detecção de danos em estruturas, pode ser classificado como:

- I. Detecção de dano;
- II. Localização geométrica do dano;
- III. Avaliação da severidade do dano;
- IV. Determinação da vida útil remanescente da estrutura.

Métodos nível I consideram somente a determinação se a estrutura apresenta dano ou não. Métodos nível II consideram se a estrutura está danificada e a localização do dano. No nível III, a detecção e localização devem ser quantificadas em extensão e severidade e, no nível IV, a vida útil remanescente da estrutura deve ser determinada considerando o dano quantificado.

2.2 – REVISÃO DOS MÉTODOS DE IDENTIFICAÇÃO DE DANOS

Os métodos de identificação de danos em estruturas são baseados, principalmente, na resposta da estrutura (estática ou dinâmica). A resposta estática faz referência aos deslocamentos provocados pela ação de uma carga estática e a resposta dinâmica faz referência às frequências e aos modos de vibração. Na seção seguinte, discutem-se alguns métodos de identificação de danos que utilizam a resposta estática e a resposta dinâmica da estrutura. Infelizmente estes métodos apresentados em sua grande maioria precisam do conhecimento da resposta da estrutura intacta, o que resulta em um problema importante na identificação do dano. Já que essas não têm dados da sua resposta intacta, para obtê-la tem que se idealizar a resposta da estrutura, o que gera uma grande quantidade de imprecisões.

2.3 – MÉTODOS ESTÁTICOS

A técnica de identificação de danos utilizando a resposta estática da estrutura foi desenvolvida, principalmente, para avaliar a integridade estrutural de pontes. Nas técnicas convencionais de avaliação de danos, usando a resposta dinâmica, é difícil obter significativas mudanças nos modos de vibração da estrutura (Choi, 2002). Por essa razão, é que as técnicas que utilizam a resposta estática podem ser uma boa alternativa para o processo de identificação de danos.

2.3.1 - Variação de deslocamentos estáticos

Neste método de identificação de dano, a redução da rigidez está relacionada à variação dos deslocamentos estáticos. As medidas dos deslocamentos, provocadas pelas cargas estáticas, podem ser obtidas com o peso próprio da estrutura, isto é, deslocamentos causados pela carga morta da estrutura.

A degradação das propriedades estruturais, por causa dos danos, se manifesta como uma variação nas respostas estáticas e dinâmicas. As características das estruturas são definidas em termos de rigidez (K), amortecimento (C) e massa (M). A técnica de identificação do dano baseia-se nas respostas estáticas e a equação que rege o equilíbrio estático pode ser descrito como se segue:

$$K = u * F \quad (2.1)$$

Onde K e u é a matriz de rigidez e vetor de deslocamentos respectivamente; F é o vetor de forças estáticas aplicadas. Em seguida, o vetor de deslocamentos u pode ser calculado usando:

$$u = K^{-1}F \quad (2.2)$$

Geralmente os danos estruturais podem provocar alterações na matriz de rigidez, por uma quantidade ΔK . Portanto, a equação de equilíbrio da estrutura danificada pode ser expressa como:

$$(K + \Delta K)u^* = F \quad (2.3)$$

O deslocamento vetor u^* pode ser avaliado a partir da aproximação de primeira ordem a seguir:

$$u^* = (K + \Delta K)^{-1}F \approx (K^{-1} - K^{-1}\Delta K K^{-1})F \quad (2.4)$$

Em seguida a alteração dos deslocamentos, devidos aos danos já existentes, é descrita como:

$$\Delta u = u - u^* \approx K^{-1}\Delta K K^{-1}F \quad (2.5)$$

Quando se utiliza o método dos elementos finitos (MEF), a mudança na matriz de rigidez do sistema pode ser expressa como a soma das mudanças nas matrizes de rigidez dos elementos.

$$\Delta K = \sum_{i=1}^{ND} B_i^T \Delta k_i^* B_i \quad (2.6)$$

Onde ND é o número de elementos danificados, B_i é a matriz Booleana correspondente ao i -ésimo elemento e Δk_i^* é a variação da rigidez no i -ésimo elemento, que pode ser adicionalmente expressa como:

$$\Delta k_i^* = \alpha_i E_i \Delta k_i \quad (2.7)$$

Onde α_i é um escalar que denota a fração do dano; α_i está no intervalo $(-1 \leq \alpha_i \leq 0)$ e E_i é o parâmetro que representa a propriedade de rigidez no i -ésimo elemento danificado. A matriz Δk_i envolve apenas propriedades geométricas ou termos que contem a relação de gravidade e o escalar α_i pode ser representado como um fator comum α (Wang *et al.*, 2001).

Este método é muito eficiente na localização de um único dano na estrutura. Além disso, é bem sucedida quando se utilizam dados experimentais muito contaminados.

2.3.2 - Utilizando técnicas de Otimização

A técnica baseia-se na utilização dos deslocamentos estáticos e a rigidez de cada elemento, já que os danos nas estruturas geralmente estão definidos como uma redução da rigidez do elemento (Choi, 2002).

$$X = (\beta_1, \beta_2, \dots, \dots, \beta_{nl},) \quad (2.8)$$

Onde β é a razão entre a rigidez efetiva do i -ésimo elemento.

A função para a otimização pode ser estabelecida usando tanto os deslocamentos estáticos adquiridos da análise dos elementos finitos (FEM) da estrutura intacta e os deslocamentos correspondentes à estrutura danificada. A função pode ser mostrada como segue:

$$F = \sum_{i=1}^{nn} \left| \frac{D_i^M}{D_i^C} - 1 \right| \quad (2.9)$$

Onde D_i^M e D_i^C são: o deslocamento medido e o deslocamento calculado no i -ésimo nó respectivamente; nn é o número de nós do sistema.

O procedimento de detecção de danos usando técnicas de otimização é como se segue:

1. Medição do deslocamento a partir da estrutura danificada;
2. Cálculo de deslocamento a partir do modelo não danificado;
3. Verificação da convergência;
4. Verificar se o critério de convergência é atingido;
5. Mude para um novo ponto;
6. O cálculo do deslocamento, no ponto de novo;
7. A iteração do passo (3) para o passo (6).

Esta técnica de identificação de danos baseada na otimização é menos sensível ao ruído do que outras técnicas.

2.3.3 - Método da viga conjugada.

O método da viga conjugada baseia-se no mesmo método de momentos de área, mas é diferente em sua aplicação. Consiste em gerar uma viga fictícia com um mesmo comprimento e as mesmas características do que a viga original, com carga igual ao diagrama de momentos da viga original dividido por EI .

O ângulo da tangente em qualquer ponto da elástica da viga real, esta é dada pela força de cisalhamento da viga nova, e a flecha são determinados calculando o momento fletor dessa viga.

Tabela 2.1- Método da viga conjugada.

VIGA REAL	VIGA FICTICIA
Momento M	Carga (M/EI)
Ângulo	Cortante
Flecha	Momento

$$\frac{dy}{dx} = \text{Pendente} \quad (2.10)$$

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \text{Momento}(M) \quad (2.11)$$

$$\frac{d^3y}{dx^3} = \text{Cisalhamento} \quad (2.12)$$

$$\frac{d^4y}{dx^4} = \text{Carga}(q) \quad (2.13)$$

De acordo com a teoria da viga conjugada, a carga estática P_j e M_j/E_jI_j e o deslocamento de qualquer ponto da viga real é numericamente igual ao momento correspondente na viga conjugada, como mostra a Figura 2.1.

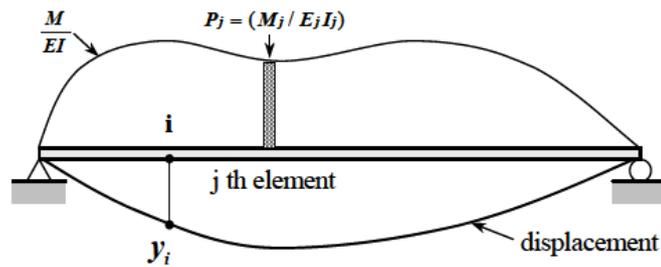


Figura 2.1- Viga fictícia método viga conjugada (Choi, 2002).

Para obter o deslocamento na viga real, devem ser obtidos os momentos na viga conjugada submetida a um carregamento estático, M/EI . A carga estática pode ser dividida em várias partes. O deslocamento, devido à carga estática do elemento j -ésimo, pode ser calculado como:

$$y_{ij} = \delta_{ij} P_j \quad (2.14)$$

Onde P_j é a carga do j -ésimo elemento e δ_{ij} é o deslocamento no nó i devido à carga unitária mostrada nas Figura 2.2 e Figura 2.3:

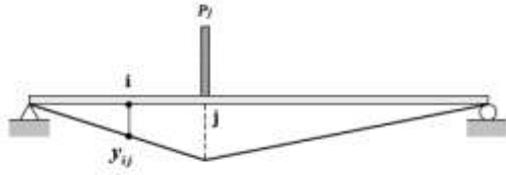


Figura 2.2- Deslocamento devido a carga estática P_j (Choi, 2002)

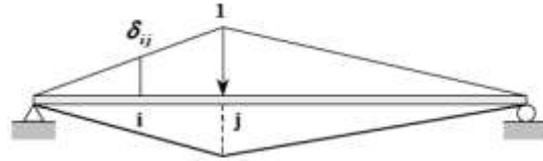


Figura 2.3- Deslocamento devido a carga estática unitária no j-ésimo elemento (Choi, 2002)

Aplicando o método superposição, os deslocamentos podem ser obtidos, usando a seguinte equação:

$$y_i = \sum_{j=1}^{nl} y_{ij} \quad (2.15)$$

Onde:

y_{ij} = deslocamento nó no i-ésimo devido à força P_j

nl = numero de elementos.

y_i = deslocamento da viga real no i-ésimo nó.

Temos a seguinte equação:

$$y_i = \sum_{j=1}^{nl} \delta_{ij} P_j \quad (2.16)$$

Se as cargas aplicadas na viga real são conhecidas, o momento real pode ser facilmente calculado. Além disso, se o dano do elemento é definido como a redução da rigidez à flexão, o dano pode ser expresso como segue:

$$E_j I_j = \beta_j E_{j0} I_{j0} \quad (2.17)$$

Onde β_j é a relação entre momento de inércia da viga intata e a viga danificada no i-ésimo elemento. β_j refere-se à mudança da rigidez à flexão e é representado como um índice. E_{j0} e I_{j0} são o módulo de elasticidade e o momento de inércia do estado danificado.

Finalmente, a relação entre o deslocamento e a rigidez à flexão podem ser expressos como segue:

$$y_i = \sum_{j=1}^{nl} \alpha_j \delta_{ij} P_{j0} \quad (2.18)$$

Onde:

$$P_{ij} = \delta_{ij} P_{j0} \quad (2.19)$$

Se o número de pontos de medição é "ns" e o número de elemento a ser identificado é "nl", a equação pode ser expressa como forma de matriz.

$$Y = P \alpha \quad (2.20)$$

Onde Y e α são o vetor deslocamento e o índice de dano do elemento respectivamente; P é a matriz P_{ij} .

Esta técnica baseada na teoria da viga conjugada pode ser utilizada para avaliar o dano quando o desvio padrão do ruído é de 10%. Esta técnica pode ser útil na área de monitoramento a longo prazo de estruturas.

2.4 – MÉTODOS DINÂMICOS

Nesta seção, dá-se continuidade a uma descrição geral de alguns dos métodos de detecção de danos baseados na resposta dinâmica de estruturas mais utilizados.

2.4.1 - Método COMAC.

Um dos métodos mais simples de detecção de danos é o Coordenar Modal Assurance Criterion (COMAC). Este método mede a correlação entre vários vetores. Se os deslocamentos no nó i de um conjunto de modos de vibração são idênticos, então o valor COMAC é um para este nó. Em contraste, quando temos uma perturbação gerada pelo

dano, os deslocamentos no nó i serão diferentes para o conjunto de modos de vibração. Em consequência disso, o valor COMAC para este nó pode dar valores menores que um. Sua interpretação matemática é dada pela seguinte equação (Estrada, 2008; Ndambi *et al*, 2002):

$$COMAC_J = \frac{\left[\sum_{i=1}^N |\psi_{ij} \psi_{ij}^*| \right]^2}{\sum_{i=1}^N \psi_{ij}^2 \sum_{i=1}^N \psi_{ij}^{*2}} \quad (2.21)$$

Onde ψ_{ij} e ψ_{ij}^* são os modos de vibração correspondentes ao j -ésimo nó do i -ésimo modo de vibração da estrutura intata e a estrutura danificada respectivamente.

2.4.2 - Método da Curvatura.

Há algum tempo, descobriu-se que a curvatura formada pela resposta da estrutura é um bom parâmetro para identificação de danos. Esse método, proposto pela primeira vez por Pandey *et al* (1991), baseia-se no fato de que a curvatura do modo de vibração está relacionada à rigidez de flexão da estrutura da seguinte maneira:

$$\epsilon = \frac{d^2 y}{dx^2} = \frac{d^2 \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i}{dx^2} = \frac{M}{EI} \quad (2.22)$$

Onde ϵ é a curvatura da seção transversal, M o momento de flexão correspondente à seção transversal, E o módulo de elasticidade, y é a deflexão total, I o momento de inércia da seção e $d^2 \sum_{i=1}^{\infty} \psi_i / dx^2$ corresponde à segunda derivada e à soma dos modos de vibração com relação a uma distância longitudinal x . Deste modo, se um dano aparece, a rigidez de flexão da viga (EI) irá diminuir o que causa um aumento na magnitude da curvatura.

Nesse método, o dano pode ser detectado apenas com a informação do modo de vibração da estrutura danificada. As principais desvantagens desse método estão relacionadas à técnica utilizada para obter as segundas derivadas dos modos de vibração. O método das diferenças centrais é comumente usado nesses casos. Com essa técnica, pequenas irregularidades nos modos de vibração não correspondentes aos danos também são ampliadas, contaminando os resultados com vários picos. Outros métodos para a

obtenção da segunda derivada têm sido testados. No entanto, nenhum deles até agora têm resolvido esse problema (Maeck *et al*, 2000).

2.4.3 - Método Índice de dano (ID)

O método Índice de dano (ID), proposto por Kim e Stubbs (1995), calcula a mudança da energia armazenada na viga quando esta se deforma. Considerando-se uma viga de Euler-Bernoulli de comprimento L , na qual apenas a flexão em torno do eixo vertical é permitida, a energia de deformação da viga, correspondente ao modo de vibração ϕ_i , pode ser expressa da seguinte forma:

$$U_i = \frac{1}{2} \int_0^L EI(x) \left(\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right)^2 dx \quad (2.23)$$

A formulação do método de índice de dano pode ser expressa como segue:

$$\beta_{ij} = \frac{(\epsilon_{i,j}^*)^2 + \sum_1^{N_t} (\epsilon_{i,j}^*)^2 \sum_1^{N_t} (\epsilon_{i,j})^2}{(\epsilon_{i,j})^2 + \sum_1^{N_t} (\epsilon_{i,j}^*)^2 \sum_1^{N_t} (\epsilon_{i,j})^2} \quad (2.24)$$

$$\epsilon_{i,j} = \left[\frac{\partial^2 \phi_i}{\partial x^2} \right]_{x=x_i} \quad ; \quad \epsilon_{i,j}^* = \left[\frac{\partial^2 \phi_i^*}{\partial x^2} \right]_{x=x_i} \quad (2.25)$$

Onde N_t é o total de nós na viga, ϵ é a curvatura do modo de vibração, ϕ_i e ϕ_i^* são os modos de vibração da viga intacta e da viga danificada respectivamente.

2.4.4 – Método Mudança de Flexibilidade

Zimmerman e Kaouk (1994) desenvolveram um método de detecção de danos baseado nas alterações da matriz de rigidez de uma estrutura. O parâmetro proposto é deduzido a partir do problema de valores próprios de uma estrutura intacta e não amortecida:

$$(-\Omega M + K)\Phi = 0 \quad (2.26)$$

Onde M e K são a matriz de massa e de rigidez da estrutura intacta respectivamente. Se ΔM e ΔK são perturbações da matriz de massa e a matriz de rigidez respectivamente, o problema de eigenvalores da estrutura não amortecida resulta em:

$$[-\Omega^*(M - \Delta M) + (K - \Delta K)]\Phi^* = 0 \quad (2.27)$$

Onde o asterisco denota os parâmetros correspondentes à estrutura danificada. Separando as perturbações dos parâmetros originais, o parâmetro de índice D_i é definido como:

$$D_i = (w_i^{2*}M + K)\Phi_i^* = (w_i^{2*}\Delta M + \Delta K)\Phi_i^* \quad (2.28)$$

A matriz de rigidez da estrutura intacta e danificada pode ser obtida a partir de seus parâmetros modais de uma forma semelhante, como foi obtida a matriz de flexibilidade:

$$K = \phi\Omega\phi^T = \sum_{i=1}^N w_i^2 \phi_i\phi_i^T \quad (2.29)$$

$$K^* = \phi^*\Omega^*\phi^{*T} = \sum_{i=1}^N w_i^{*2} \phi_i^*\phi_i^{*T} \quad (2.30)$$

$$\Delta K = K^* - K \quad (2.31)$$

2.4.5 – Método MAC

Um dos mais conhecidos métodos para determinar a correlação entre dois conjuntos de vetores é o método Modal Assurance Criterion (MAC). Este método permite determinar a proteção de um vetor para outro de tal maneira que ambos os vetores sejam iguais. Quando o valor MAC é igual a um, significa que os vetores são iguais; quando o resultado é um valor próximo de zero, indica que os vetores não são correlacionados. O método MAC entre dois vetores modais é definido como (Allemang, 2003):

$$\text{MAC}(\phi_i, \phi_i^*) = \frac{|\phi_i^T \phi_i^*|^2}{(\phi_i^T \phi_i)(\phi_i^{*T} \phi_i^*)} \quad (2.32)$$

Onde ϕ_i e ϕ_i^* são o i -ésimo modo de vibração da estrutura intacta e da estrutura danificada respectivamente, e T denota a transposta do vetor.

2.4.6 - Solução do problema inverso de Identificação de danos em treliça via método dos elementos finitos.

Brito (2008) apresenta o problema inverso na identificação de danos em estruturas, especialmente em treliças planas. Inicialmente, o autor apresenta a análise de um conjunto de “assinaturas estruturais”. Os melhores resultados foram obtidos com a seguinte assinatura:

$$F_5(z) = \frac{\sum_{j=1}^N (|\Delta u_x^j| + |\Delta u_y^j|)}{\sum_{j=1}^K |\Delta w_j^2|} \quad (2.33)$$

A assinatura $F_5(z)$ dada pela Equação (2.33) tem formulação estático-dinâmica. Esta assinatura utiliza diferenças de deslocamentos estáticos nas duas direções x e y ($\Delta u_x^j + \Delta u_y^j$) e diferenças entre as frequências (ao quadrado) Δw_j^2 , entre a estrutura intacta e a estrutura danificada. A assinatura é computada para todos os N graus de liberdade das barras da treliça e para as K primeiras frequências naturais extraídas para a estrutura.

A formulação $F_5(z)$ possui maior robustez no que diz respeito ao tratamento dos parâmetros utilizados em seu equacionamento. Capturando muito bem o dano no elemento proposto.

2.4.7 - Procedimentos numéricos para solução do problema inverso de localização de danos em estruturas aperticadas.

Caldeira (2009) apresenta um trabalho que aborda o problema inverso de identificação de danos em estruturas que é a análise de assinaturas. Estas assinaturas são aqui analisadas e escritas em termos de características de rigidez, deslocamentos às cargas

estáticas e modos de vibrar das estruturas. Os melhores resultados foram obtidos com a assinatura $F_4(z)$, representada pela Equação (2.34, criada pela multiplicação do somatório dos quadrados das diferenças Δu_j^2 (entre estrutura intacta e danificada) de todos os N deslocamentos nodais resultantes, nas direções x e y ; e do somatório quadrado das diferenças (entre estrutura intacta e danificada) das seis primeiras frequências da estrutura (Δw_k^2).

$$F_4(z) = \sum_{j=1}^N \left(\Delta u_x^j{}^2 + \Delta u_y^j{}^2 \right) \sum_{k=1}^6 \Delta w_k^2 \quad (2.34)$$

3. - ANÁLISE COM AS WAVELET

3.1 – HISTÓRIA

A palavra wavelet tem como origem a palavra francesa “Ondalette”, que significa onda pequena. Também é conhecida como “Onda”. As wavelets foram mencionadas pela primeira vez no apêndice da tese de Haar (1910). As wavelets de Haar ficaram no anonimato por vários anos, até que nos anos 30, vários grupos trabalhando independentemente, pesquisaram a representação de funções usando uma base e variando com a escala. Naquela ocasião, usando como base as wavelets de Haar, Paul Levy investigou o movimento Browniano. Ele mostrou que as funções com a base de Haar eram melhores do que as funções com a base de Fourier para estudar os pequenos e complicados detalhes do movimento Browniano.

Por um período longo, as wavelets de Haar continuaram a ser a única base ortonormal de wavelets conhecida. Em 1985, Mallat deu às wavelets um grande impulso através de seu trabalho em processamento digital de imagens. Meyer (1989) inspirado nos resultados de Mallat construiu a primeira wavelet não trivial (suave). Ao contrário das wavelets de Haar, as wavelets de Meyer são continuamente diferenciáveis, mas não têm suportes compactos. Em 1990, Ingrid Daubechies usou os trabalhos de Mallat, para construir um conjunto de bases ortonormais de wavelets suaves, com suportes compactos. Os trabalhos de Daubechies são os alicerces das aplicações atuais das Wavelets. (Gutierrez, 2002).

3.2 - ANÁLISE DE FOURIER *VERSUS* ANÁLISE DE WAVELETS

Para um bom entendimento da análise das *wavelets*, é necessário começar com a análise de técnicas mais simples. Na prática muitos sinais vêm representados no domínio do tempo, com uma determinada amplitude. Estes mesmos sinais podem ser representados de outra forma, isto é, no domínio da frequência.

A representação do sinal no domínio da frequência é obtida aplicando a transformada de Fourier (TF) à série original, expressa no domínio do tempo. O resultado

desta transformação é um conjunto de frequências que caracterizam o sinal original. Mas, surge a pergunta: porque precisamos de informação de frequência? Muitas vezes a informação que se precisa não pode ser vista no domínio do tempo, e sim no domínio da frequência. Em outros casos a parte mais importante da informação do sinal está “escondida” nas suas frequências. Esta transformação pode ser aplicada aos sinais não estacionários, ou seja, sinais que mudam seus parâmetros ao longo do tempo.

Em muitas aplicações, é muito importante saber quando ou em que intervalo de tempo as frequências ocorrem. Para essa análise, a TF já não é a mais adequada, salvo se a série for estacionária (os seus parâmetros permanecem constantes ao longo do tempo), pois as frequências pelas quais os sinais estacionários estão compostos ocorrem no tempo de existência do sinal. Como alternativa para resolver este problema, surgiu a Transformada por Janelas de Fourier (TPJF), que é uma generalização da TF. A sua aplicação permitirá obter a informação do sinal em tempo e frequência. A metodologia da TPJF tem alguns problemas, como por exemplo, a escolha da largura da janela.

3.3 - TRANSFORMADA DE FOURIER

Uma parte importante da dinâmica estrutural é a identificação de certas propriedades como as frequências e os modos de vibração. Neste contexto, sinais medidos são dependentes da variável tempo (ou espaço), e muitas vezes são transferidas para outro domínio (frequência) (Figura 3.1), assim o método mais comumente utilizado na análise destes sinais é a transformada de Fourier (Volkmar, 2002).

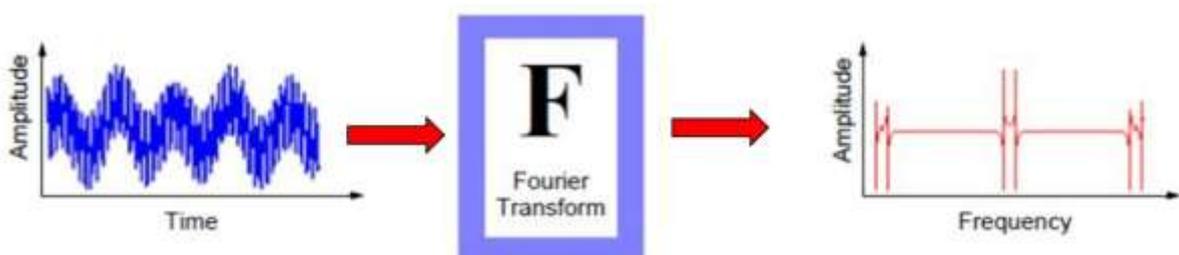


Figura 3.1- Transformada de Fourier (Misiti *et al.*, 2002)

Para muitos sinais, a análise de Fourier é extremamente útil, porque a frequência é de grande importância. A análise de Fourier tem uma séria desvantagem: ao transformar o sinal para o domínio da frequência, as informações correspondentes ao tempo são perdidas.

Ao revisar uma transformada de Fourier de um sinal é impossível dizer quando um determinado evento ocorreu (Wavelet Toolbox, 2002).

3.3.1 - Transformada Rápida de Fourier (TRF)

Em um esforço para corrigir a deficiência apresentada pela Transformada de Fourier, Dennis Gabor em 1946 adaptou a técnica para analisar apenas uma pequena parte do sinal. A adaptação de Gabor é chamada de “Transformada Rápida de Fourier” (TRF) (Figura 3.2). Esta técnica mapeia um sinal para uma função bidimensional de tempo e frequência.

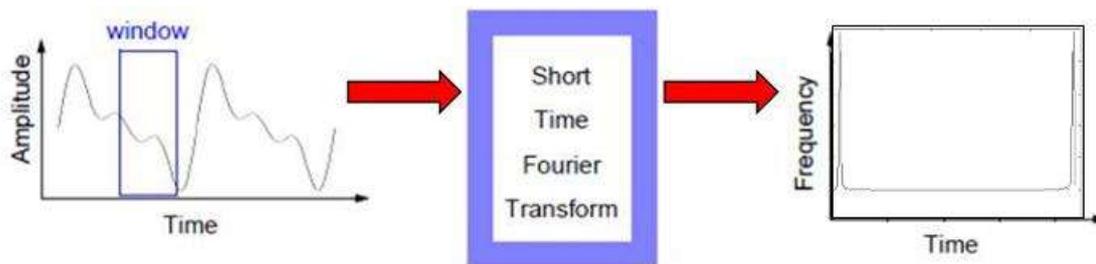


Figura 3.2- Transformada Rápida de Fourier (Misiti *et al.*, 2002).

A TRF representa uma relação entre o tempo - frequência. Ele fornece algumas informações sobre ambos quando e em que frequências um evento de sinal ocorre. No entanto, só é possível obter esta informação com precisão limitada, e a precisão é determinada pelo tamanho da janela. A desvantagem é que, ao se escolher um tamanho determinado da janela para o tempo, esta janela é a mesma para todas as frequências. Muitos sinais, na realidade, requerem uma abordagem mais flexível, aquele em que podemos variar o tamanho da janela para determinar com mais precisão o tempo ou frequência do sinal.

A ideia básica da análise de Fourier é descrever um sinal por meio de uma série infinita de funções harmônicas. A Transformada de Fourier de uma função $f(t)$ é definida como:

$$\hat{f}(w) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} f(t)e^{-iwt} dt \quad (3.1)$$

Sua inversa é dada por:

$$f(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \hat{f}(w) f(t) e^{-iwt} dw \quad (3.2)$$

A transformada de Fourier é definida para funções reais contínuas que são integráveis. A função $f(t)$ pertence ao espaço $L^2(R), R := (-\infty, +\infty)$, se cumpre a seguinte condição:

$$\int_R f^2(t) dt < \infty \quad (3.3)$$

Se a condição da Equação (3.3) for satisfeita, e com a normalização usando as Equações (3.1) e (3.2) tem-se:

$$\|\hat{f}(w)\|_{L^2} = \|f\|_{L^2} \quad (3.4)$$

Com:

$$\|f\|_{L^2} = \left[\int |f(t)|^2 \right]^{1/2} \quad (3.5)$$

A aplicação da análise de Fourier tornou-se muito popular, uma vez que foi introduzida a análise da Transformada Rápida de Fourier (TRF). Normalmente, a análise de Fourier é aplicada a séries finitas temporais, assumindo que os sinais são contínuos e periódicos. A Transformada de Fourier não fornece informação sobre o comportamento da frequência em relação ao tempo.

O primeiro passo importante para a análise de sinais no domínio do tempo-frequência foi a introdução de uma janela. Basicamente, com a janela de Fourier, o conteúdo de frequência de um sinal dentro de uma janela de tempo é analisado. A janela é de comprimento constante é percorrida ao longo do eixo do tempo. Isso significa que a análise de Fourier é aplicada somente a uma seção de todo o sinal; dentro de cada uma destas seções do sinal é assumido como estacionário. Tal seção é chamada de sinal de janela.

$$f_w(t) = w(t)f(t) \quad (3.6)$$

A função janela $w(t)$ deve ser quadrada e integrável, e o produto $f(t)w(t)$ tem que ser um elemento $L^2(R)$. Ao mover a janela ao longo do eixo do tempo, o domínio do tempo completo é coberto, conseqüentemente o sinal da janela $f_w(t)$, depende tanto do tempo quanto da posição das janelas.

$$f_w(t, \tau) = w(t - \tau)f(t) \quad (3.7)$$

Ao aplicar a transformada de Fourier sobre um sinal em janelas, obtém-se a janela Transformada de Fourier, como uma função da frequência e a posição da janela.

$$\hat{f}_w(t, \tau) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} w(t - \tau)f(t)e^{-i\omega t} dt \quad (3.8)$$

3.4 - INTRODUÇÃO AS WAVELET

A análise de Wavelet é uma abordagem diferente, pois a teoria baseia-se na ideia de que qualquer sinal pode ser dividido em uma série de funções básicas chamadas de “ondas”. Esta técnica também permite a utilização de janelas com tamanho variável, e a utilização de intervalos de tempo e espaço longos e curtos para captar a informação necessária (Figura 3.3).

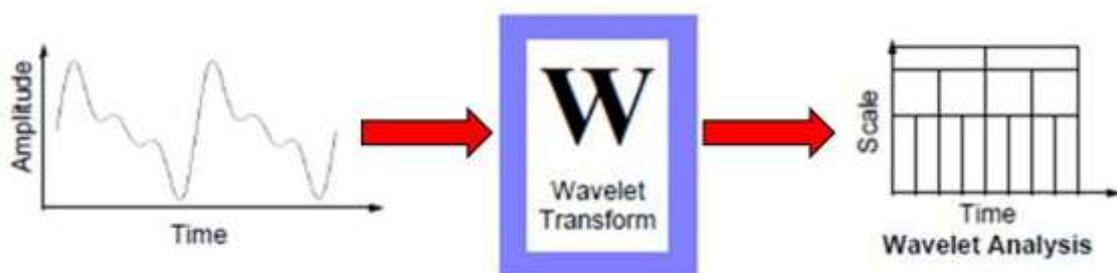


Figura 3.3- Transformada de Wavelet (modificada, Misiti *et al.*, 2002).

Uma grande vantagem proporcionada pelas wavelets é a capacidade de realizar análises locais. Considere-se um sinal sinusoidal com uma pequena descontinuidade - uma tão pequena quanto a ser pouco visível como na Figura 3.4.

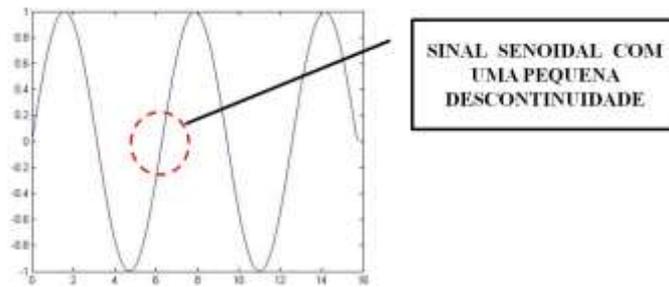


Figura 3.4. Pontos de descontinuidade no sinal (modificada, Misiti *et al.*, 2002).

Um gráfico dos coeficientes de Fourier deste sinal não mostra nada em particular, exceto pelos picos que representam as frequências (Figura 3.5). No entanto, uma parcela de coeficientes wavelet mostra claramente a localização exata no tempo da descontinuidade gerada pela perturbação no sinal (Figura 3.6).

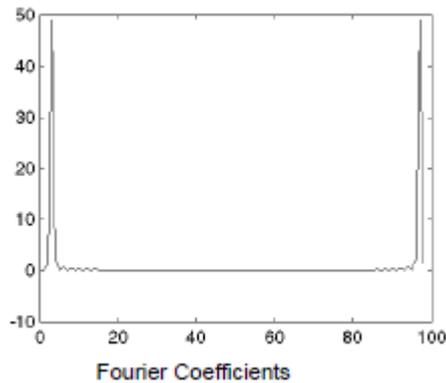


Figura 3.5- Coeficientes Fourier (Weeks, 2012).

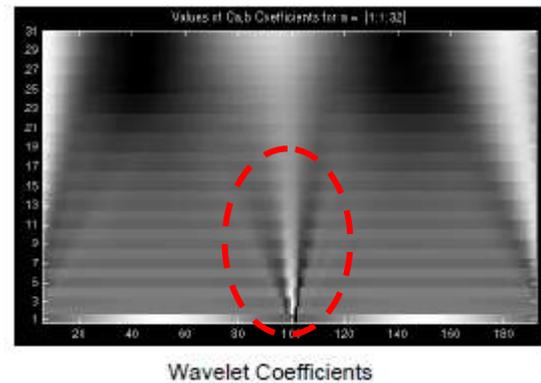


Figura 3.6- Coeficientes Wavelet (Misiti *et al.*, 2002).

Uma wavelet é uma forma de onda de duração limitada de forma eficaz, que tem uma média de valor igual a zero. Uma das principais vantagens fornecidas pelas Wavelet é a capacidade de realizar análise local, isto é, para analisar uma área localizada de um sinal maior. Esta análise é capaz de revelar aspectos que outras técnicas de processamento de sinais não podem obter, aspectos como: as tendências, pontos de degradação, descontinuidades. No caso da identificação de danos, essas descontinuidades são provocadas pelo dano (Ovanesova, 2000).

A decomposição wavelet consiste em calcular um “índice de semelhança”, entre o sinal e a função wavelet. Se o índice é grande, então a semelhança é forte, caso contrário, a semelhança é fraca. A transformada de Wavelet de um sinal $f(x)$, é a família $C(a, b)$, que

depende de dois índices a e b , os valores $C(a, b)$ que são chamados de coeficientes (Figura 3.13).

As wavelet têm sido amplamente utilizadas para analisar os sinais do domínio do tempo. Para a análise Wavelet de sinais de domínio espacial, podemos simplesmente substituir o tempo por uma coordenada espacial $f(x)$, correspondente aos modos de vibração ou deslocamentos devido à carga estática (Wu e Wang, 2011).

Semelhante à transformada de Fourier por janelas, a Transformada de Wavelet unidimensional projeta um sinal em um espaço bidimensional. A Transformada de Wavelet do sinal $f(x)$ é definida como:

$$W_{\psi}^f(a, b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi^* \left(\frac{x-b}{a} \right) dx \quad (3.9)$$

Onde $\psi^*(.)$ indica o conjugado complexo de $\psi(.)$ é assumido que o valor médio da função $\psi(x)$ desaparece:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dx = 0 \quad (3.10)$$

Tanto na transformação de Fourier por janelas quanto na Transformada de Wavelet, o sinal $f(x)$ é multiplicado por uma função de duas variáveis. No caso das variáveis da transformada de Fourier por janelas, a função é a seguinte:

$$w^{w,\tau}(x) = \frac{1}{2\pi} w(x - \tau) e^{-iwx} \quad (3.11)$$

A respectiva função para a transformada de wavelet é dada por:

$$\psi^{a,b}(x) = |a|^{-1/2} \psi^* \left(\frac{x-b}{a} \right) \quad (3.12)$$

As funções $\psi^{a,b}$ são chamadas de wavelets ou funções wavelet-mãe. As funções da transformada de Fourier por janelas usualmente oscilam e decaem rapidamente. Em contraste com as funções $\psi^{a,b}(x)$, o número de oscilações permanece constante com a mudança de janela. Isso significa que uma wavelet é “esticada” ou “dilatada” ao longo do

eixo do tempo (ou espaço). Para a transformação de Fourier com janelas, o tamanho das janelas permanece constante, enquanto o número de oscilações muda. Este princípio é ilustrado na Figura 3.7.

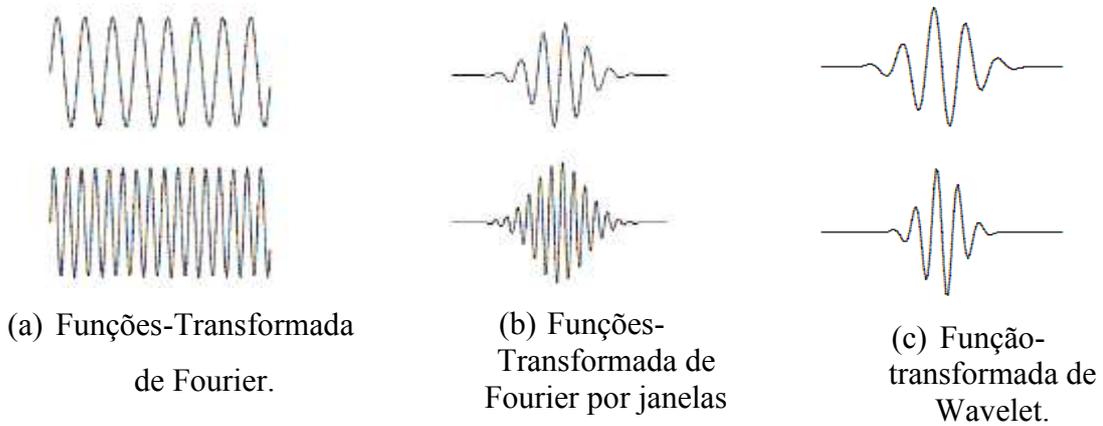


Figura 3.7- Comparação sinais: Transformada Fourier - Transformada de Wavelet (Misiti *et al.*, 2002).

Para a análise da transformada wavelet, $\psi(x)$ é a função complexa de valores localizada no domínio espacial x . $\psi(x)$ é a wavelet mãe, a partir da qual são gerados os coeficientes wavelet por translação e dilatação (Wang e Deng, 1999). A translação a partir da wavelet-mãe pode ser definida como:

$$\psi_{a,b}(x) = 2^{\frac{a}{2}}\psi(2^a x - b) \quad (3.13)$$

Onde a e b são a escala e b a translação respectivamente.

Para um sinal espacial $f(x)$ no intervalo $[a, b]$, a sua Transformada Wavelet é dada por:

$$C_{a,b} = \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi_{a,b}(x) dx \quad (3.14)$$

Onde $C_{a,b}$ é o coeficiente para a Wavelet mãe $\psi_{a,b}(x)$ com escala a , e posição b (Wu e Wang, 2011).

A Transformada de Wavelet inclui a Transformada Contínua de Wavelet (TCW) e Transformada Discreta de Wavelet (TDW). A principal vantagem da TCW é a sua

capacidade de fornecer informação do tempo e escala (Honfnan *et al.*, 2008). A diferença entre as duas transformações está na forma de representação da escala, como é mostrado na seguinte tabela:

Tabela 3.1- Diferença TCW e TDW (Ovanesova, 2000)

Tempo Contínuo	Tempo Contínuo	Tempo Discreto ($\Delta = 1$)
Análise Contínua	Análise Discreta	Análise Discreta
$C_{a,b} = \int_R S(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$ $a \in R^+, b \in R$	$C_{a,b} = \int_R S(t) \frac{1}{\sqrt{a}} \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) dt$ $a = \Delta 2^j, b = \Delta k 2^j$ $j, k \in Z^2$	$C_{j,k} = \sum_{n \in Z} s(n) g_{j,k}(n)$ $a = 2^j, b = k 2^j$ $j \in N, k \in Z$

- Na análise contínua, a escala varia quase continuamente entre: por exemplo, 2^1 e 2^5 . Quando uma escala é pequena, apenas pequenos detalhes são analisados. Esta é a razão pela qual a análise contínua é muitas vezes mais fácil de ser interpretada;
- Na análise discreta, a escala é diádica, por exemplo, $2^1, 2^2, 2^3, 2^4$ e 2^s . Cada coeficiente de nível k é repetido 2^k vezes. Esta é a razão pela qual a análise discreta garante economia de espaço de codificação e é suficiente para a síntese (Ovanesova, 2000).

3.4.1 - Transformada Contínua de Wavelet (TCW)

O processo de análise de Fourier, matematicamente, é representado pela Transformada de Fourier:

$$F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} f(t) e^{-j\omega t} dt \quad (3.15)$$

Que é a soma ao longo do período do sinal $f(t)$, multiplicada por um complexo exponencial. Os resultados da transformação são os coeficientes de Fourier, os quais, multiplicados por uma sinusóide, produzem o constituinte dos componentes do sinal original. Graficamente o processo é o seguinte:

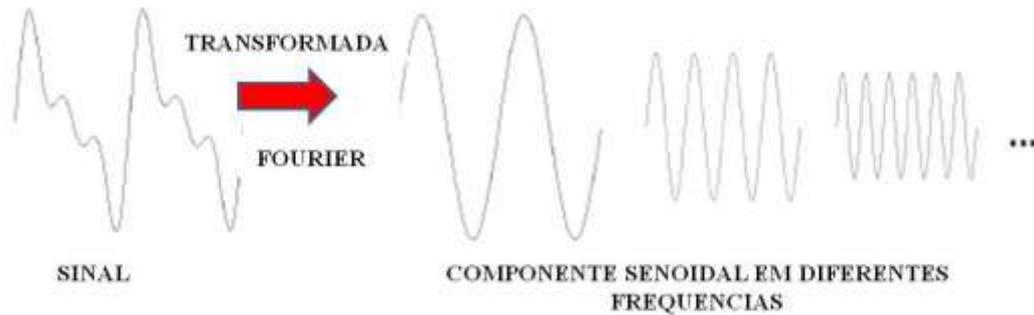


Figura 3.8- Processo decomposição Transformada de Fourier (modificada, Misiti et al., 2002)

Da mesma forma, a Transformada Contínua de Wavelet (TCW) é definida como a soma sobre todo o tempo (ou espaço) do sinal multiplicado pela escala.

$$C(\text{escala}, \text{posição}) = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi(\text{escala}, \text{posição})dx \quad (3.16)$$

O resultado da TCW é os coeficientes C , que estão em função da escala e da posição. Multiplicando cada coeficiente pela wavelet adequadamente dimensionada, produz os wavelets constitutivos do sinal original:

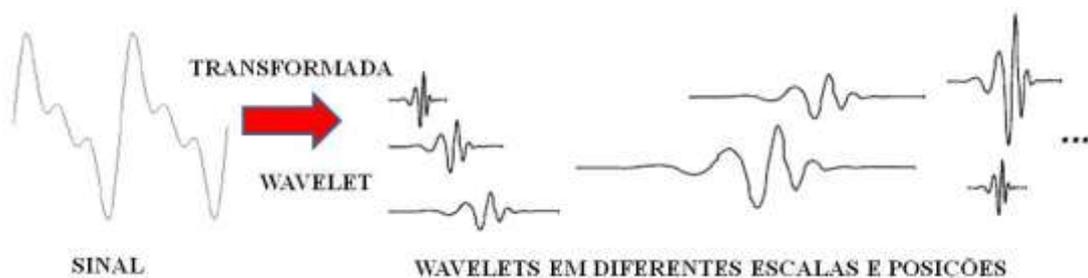


Figura 3.9- Processo Transformada de Wavelet (modificada, Misiti et al., 2002).

3.4.1.1 - Escala.

Escalar uma wavelet significa que a wavelet está alongando ou comprimindo. Se os sinais forem sinusóides, o efeito do fator de escala será muito fácil de ver, como mostrado na Figura 3.10, para a função $f(t)$, com fator de escala a :

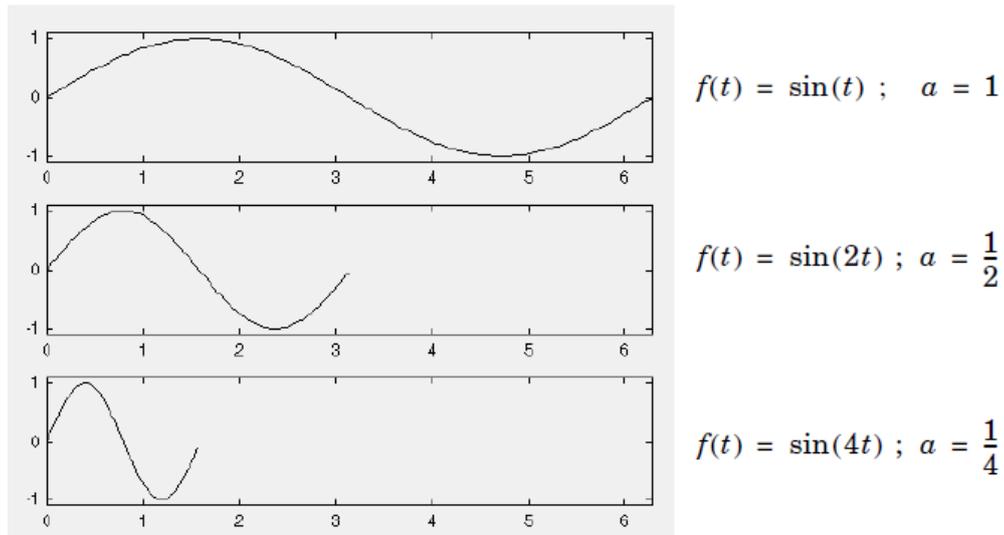


Figura 3.10- Escala Transformada de Wavelet (Weeks, 2012).

3.4.1.2 - Deslocamento.

O deslocamento das wavelet é simplesmente atrasar ou acelerar o seu aparecimento. Matematicamente, atrasar k vezes, uma função $f(t)$ é representada por $f(t - k)$ (Figura 3.11).

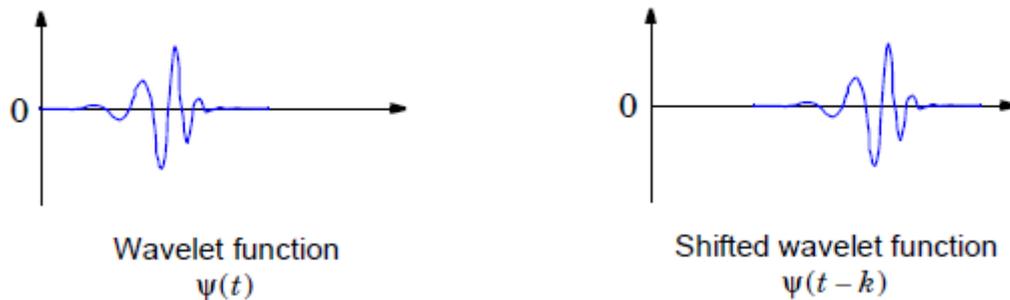


Figura 3.11- Função Wavelet (Weeks, 2012)..

A TCW de um sinal é a soma ao longo do sinal multiplicado por escala a e com deslocamento b . Este processo produz coeficientes wavelet, que são uma função da dimensão (a) e posição (b). Aqui estão os cinco passos para a criação de um TCW:

1. Escolher uma wavelet-mãe e compará-la a uma seção no início do sinal original.
2. Calcular um número C , que representa a semelhança entre a wavelet e o sinal no intervalo analisado. Note-se que os resultados dependem da forma da wavelet escolhida Figura 3.12.

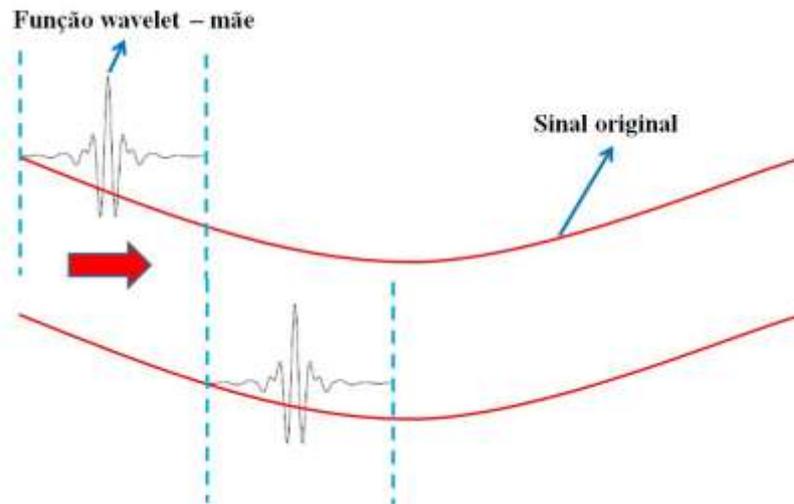


Figura 3.12- Ilustração calculo coeficientes wavelet (modificada, Misiti et al., 2002).

3. O passo seguinte é colocar a wavelet para a direita e repetir os passos 1 e 2, até que seja coberto todo o sinal (Figura 3.12).
4. Escalar a wavelet no tramo analisado e repetir os passos 1 a 3 .

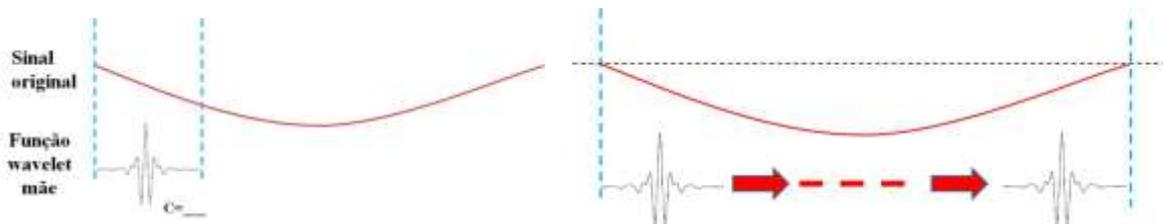


Figura 3.13- Ilustração escala wavelet (modificada, Misiti et al., 2002)..

5. Repetir os passos 1 a 4 para todas as escalas.

Como resultado final, se terá coeficientes produzidos para diferentes escalas. Para a representação dos resultados, o eixo x representa a posição ao longo do sinal (tempo ou espaço), o eixo y representa a escala (a), e a cor de cada ponto xy representa a magnitude dos coeficientes wavelet C . A Figura 3.15 mostra o gráfico dos coeficientes gerados pela TCW.

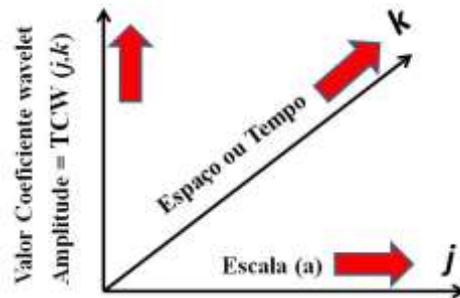
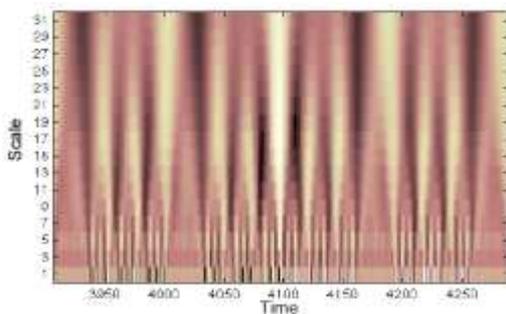
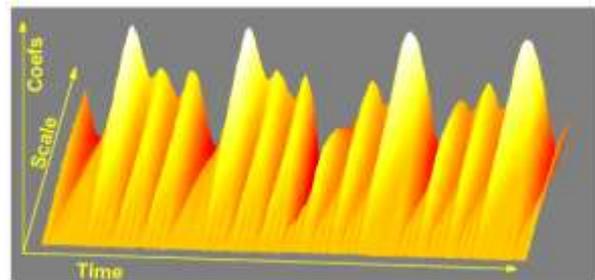


Figura 3.14- Explicação eixos dos gráficos da TCW (modificado, Gutierrez, 2002).



(a) Gráfico 2D TCW



(b) Gráfico 3D TCW

Figura 3.15- Exemplo gráficos TCW (Misiti *et al*, 2002).

Para a transformada contínua de wavelet, a wavelet $\psi^{a,b}$ pode ser descrita como uma função analítica, que depende do parâmetro a (escala), e do parâmetro b (translação) que muda continuamente sobre todo \mathbb{R} , excluindo $a = 0$. A transformada contínua de wavelet é definida pela seguinte equação:

$$W_{\psi}^f(a,b) = |a|^{-1/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi\left(\frac{x-b}{a}\right) dx \quad (3.17)$$

3.4.1.3 - Exemplos de Wavelets

3.4.1.3.1 - Função HAAR

Função Wavelet Haar é conhecida desde 1910 e é definida como segue:

$$\psi(x) = \begin{cases} 1 & \text{para } 0 \leq x \leq 1/2 \\ -1 & \text{para } 1/2 \leq x \leq 1 \\ 0 & \text{outro lugar} \end{cases} \quad (3.18)$$

A transformada de Fourier é obtida com:

$$\hat{\psi}(w) = 2 \frac{t}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{iw}{2}} \frac{1 - \cos(w/2)}{w} \quad (3.19)$$



(a) Função Haar domínio Tempo.

(b) Função Haar domínio Frequência.

Figura 3.16- Função Haar (Weeks, 2012).

3.4.1.3.2 - A família gaussiana

As ondas da família Gaussiana são formadas pelas n -ésimas derivadas da função de distribuição Gaussiana $g(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$. Cada uma das wavelet desta família é definida como:

$$\psi(x) = (-1)^n \frac{d^n}{dx^n} e^{-\frac{x^2}{2}}, \quad n \in \mathbb{N}. \quad (3.20)$$

A respectiva transformada de Fourier é:

$$\hat{\psi}(x) = (-iw)^n e^{-\frac{w^2}{2}}. \quad (3.21)$$

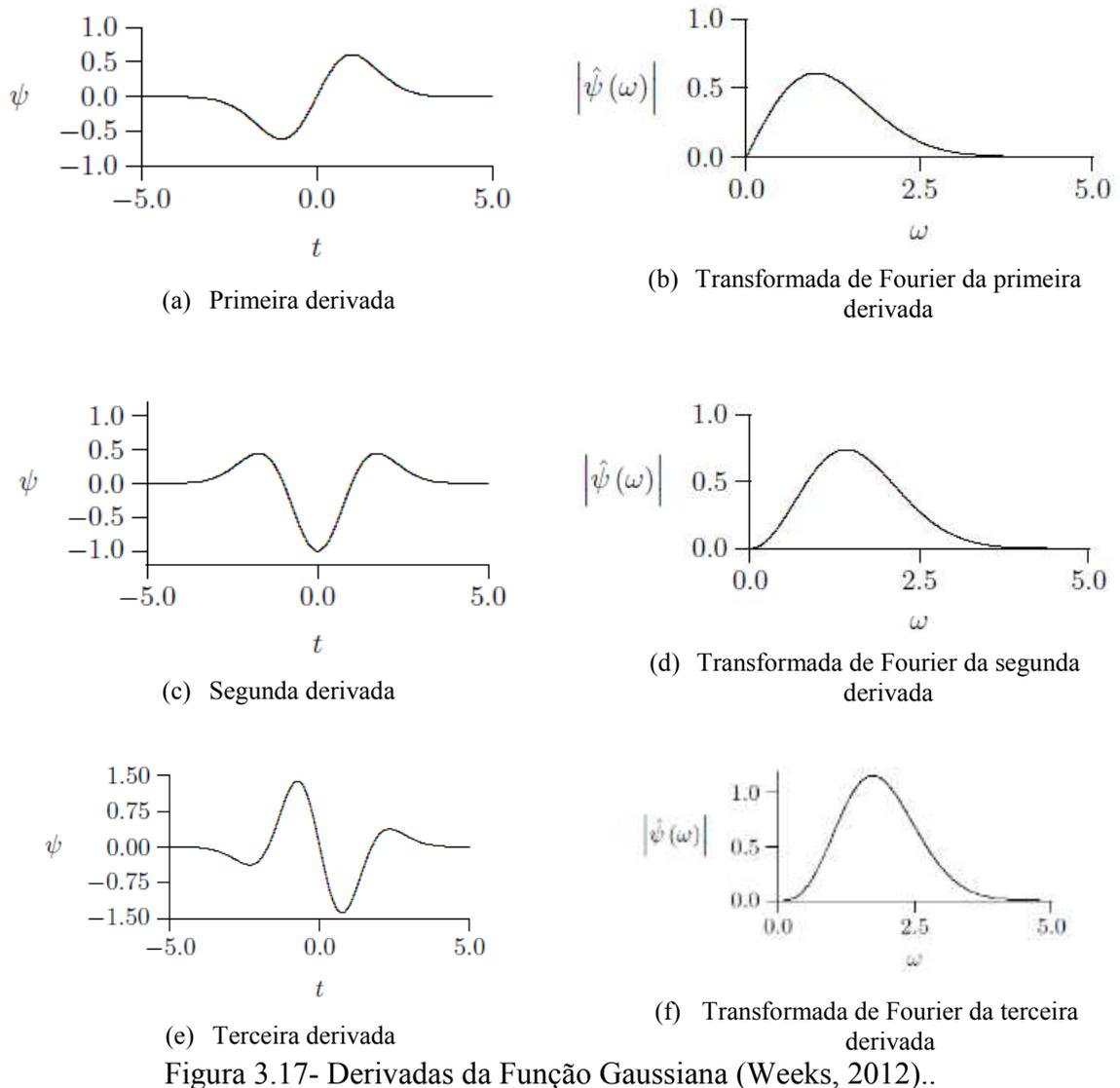


Figura 3.17- Derivadas da Função Gaussiana (Weeks, 2012)..

3.4.1.3.3 - Morlet wavelet

A função Morlet é definida como o produto de uma função exponencial complexa e a função Gaussiana, como é mostrado na seguinte fórmula:

$$\psi(x) = e^{iw_{\psi}x} e^{-\frac{|x|^2}{2}}. \quad (3.22)$$

A transformada de Fourier é:

$$\hat{\psi}(x) = e^{-\frac{(w-w_{\psi})^2}{2}}. \quad (3.23)$$

3.4.1.3.4 - A wavelet chapéu mexicano

É uma wavelet contínua comumente utilizada, e a equação que define esta função é a seguinte:

$$\psi(x) = (1 - x^2)e^{-\frac{x^2}{2}}. \quad (3.24)$$

Conforme mostrado na Figura 3.18, a função Chapéu Mexicano efetivamente lembra um sombreiro. A função possui dois pequenos logos negativos em ambos os lados de um pico alto, centralizado em zero. Apenas olhando a forma da função, podemos conjecturar que as áreas positivas e as áreas negativas cancelam umas às outras. Além disso, a função possui valor zero em sua maior parte, exceto para a pequena área em torno de $t = 0$.

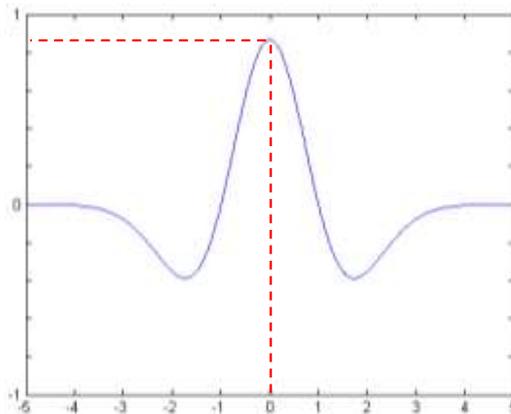


Figura 3.18- Função Chapéu Mexicano (Weeks, 2012).

Considera-se que a função ψ é um valor real. Na prática, existem wavelets complexas, mas o exemplo fica mais simples se limitarmos a análise às funções ψ reais. Essa simplificação significa que ψ^* , o complexo conjugado, possui o mesmo valor que ψ .

3.4.1.3.4.1 - Deslocamento do Chapéu Mexicano.

O valor de $\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ depende dos valores escolhidos para a e b . Para desenvolver o exemplo, escolhamos $a = 1$, só para ter uma idéia de como o parâmetro b funciona. Isso significa que nossa função assumirá a seguinte forma: $\psi\left(\frac{x-b}{1}\right) = \psi(x - b)$.

Primeiramente, um requisito para uma wavelet é que ela tenha uma integral igual à zero:

$$\int_{-\infty}^{\infty} \psi(x) dt = \int_{-\infty}^{\infty} (1 - x^2)e^{-\frac{x^2}{2}} dx = 0 \quad (3.25)$$

Ao examinar $\psi(x - b)$, pensemos no termo $x - b$ como algo a ser comparado ao original x . No traçado da função (Figura 3.18), vemos que o valor Máximo (=1) ocorre em $x = 0$. Podemos verificar que $\psi(0) = 1$:

$$\psi(0) = (1 - 0^2)e^{-\frac{0^2}{2}} = (1 - 0)e^0 = 1 \quad (3.26)$$

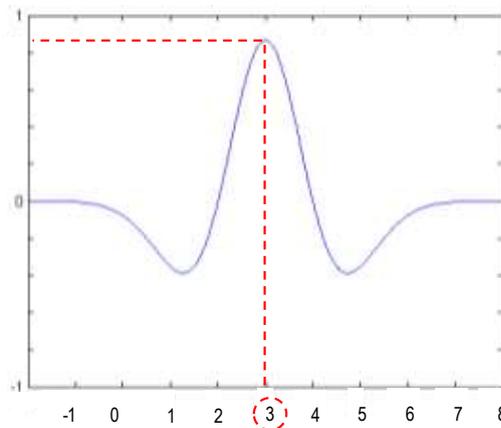


Figura 3.19- Função Chapéu Mexicano para um parâmetro $x - 3$ (Weeks, 2012).

Uma vez que função retorna 1, quando o parâmetro é 0, o valor 1 deve aparecer quando $x - b = 0$. Se movermos b para o outro lado da equação, esperaremos o valor Máximo (=1) quando $x = b$. Ao subtrairmos b de x , os valores que a função ψ retorna não são alterados, visto que o que se altera é o instante em que a função os retorna, em relação ao x original. A Figura 3.19 exibe um traçado da função $\psi(x - 3)$. Ela mostra a função Chapéu Mexicano, centralizada em torno de $x - 3$, Assim, encare $\psi(x + b)$ como a mesma função que ψ , apenas atrasada em b unidades.

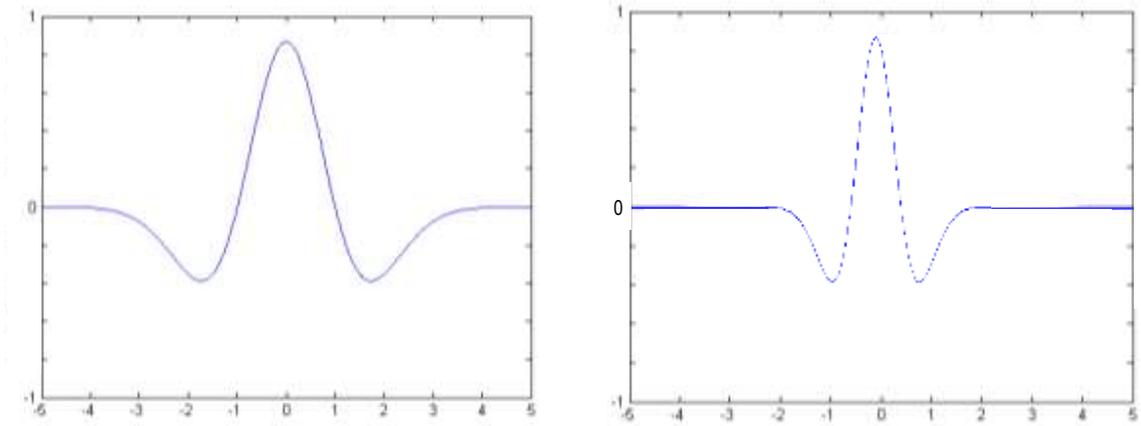
3.4.1.3.5 - Escalonamento do Chapéu

Agora vamos examinar o parâmetro a . Consideremos $b = 0$, de modo que possamos ignorá-lo momentaneamente, tornando $\psi\left(\frac{x-b}{a}\right)$ igual a $\psi\left(\frac{x}{a}\right)$. Visto que $\frac{0}{a} = 0$,

essa função retorna a 1 quando $t = 0$. O gráfico não se move, mas apresenta uma aparência diferente. Para verificarmos isso, examinaremos alguns valores de a . Primeiramente quando $a = 1$ nada novo acontece; temos apenas $\psi(x)$ como antes. Mas quando $a < 1$ ou $a > 1$, as coisas começam a ficar interessantes. O índice t passa a ser multiplicado por uma fração ou por um fator. Seu efeito real é fazer com que o sinal pareça mais curto ou mais longo, pois a área de suporte (onde ele possui valores diferentes de zero) muda.

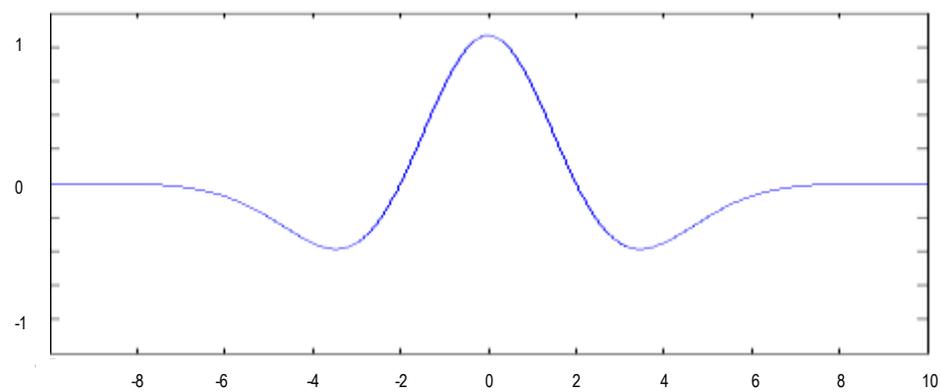
Vimos no traçado original da função Chapéu Mexicano que ela é igual a zero, exceto para uma pequena área na proximidade -4 a $+4$. Se multiplicássemos o índice por uma constante positiva igual a -2 , a função nos retornaria valores diferentes de zero por quase todo entre -8 e $+8$, aproximadamente. Trata-se de um mapeamento: aquilo que a função utilizou para retornar em $x = 1$ agora retorna em $x = 2$. Em geral, o que a função calcularia para $x = k$ agora calcula para $x = 2k$. O resultado faz com que a porção diferente de zero da função ψ se estenda. Ela parece mais larga. Note que o valor de b correspondente seria $1/2$, visto que $\frac{b}{a} = 2t$ somente quando $b = 1/2$.

Quando multiplicarmos nosso índice t por uma fração, por exemplo, $1/2$ (correspondente a $b = 2$), a função retornará valores diferentes de zero para uma faixa reduzida (Figura 3.20 (b)). Em vez do Chapéu Mexicano variando de -4 a $+4$ aproximadamente, teremos metade da faixa -2 a $+2$, aproximadamente. Assim, a função tem uma forma mais estreita. A Figura 3.20 mostra a função Chapéu Mexicano para três parâmetros diferentes de t . Vemos a função original na parte superior na Figura 3.20 (a), seguida por $\psi(t/2)$ na parte central na Figura 3.20 (b), e $\psi(2t)$ na parte inferior na Figura 3.20 (c). Note que o eixo x mostra os valores originais, como os valores retornados pela função ao longo do eixo y (o valor Máximo continua sendo =1).



(a) Função Chapéu Mexicano para x

(b) Função Chapéu Mexicano para $x/2$



(c) Função Chapéu Mexicano para $x * 2$

Figura 3.20- Escalonamento do Chapéu Mexicano (Weeks, 2012)..

É claro como b atrasa a função (deslocando-a ao longo do eixo x) e como a escala a função, tornando-a mais estreita ou mais larga. Sua utilização permite deslocar simultaneamente a função wavelet.

Agora voltemos nossa atenção para a transformada de wavelet repetida aqui.

$$W_{\psi}^f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int_{-\infty}^{\infty} f(x) \psi^* \left(\frac{x-b}{a} \right) dx \tag{3.27}$$

Da esquerda à direita, temos um rótulo para essa transformada no lado esquerdo da equação, como dois parâmetros que podemos definir. No lado direito, temos a integral do sinal $f(x)$ multiplicada por $1/\sqrt{a}$ (que é um número), multiplicada pelo complexo conjugado da função wavelet deslocada e escalonada.

Agora o desenvolvimento da transformada é uma multiplicação ponto por ponto do sinal com o complexo conjugado da função wavelet, para a e b fornecidos. A multiplicação é simples e tem que levar em conta que qualquer coisa multiplicada por zero é zero. Assim, todos os valores antes do início do Chapéu Mexicano ou após o seu término serão iguais a zero.

Uma vez realizada a multiplicação, só basta encontrar a área abaixo da curva, calculando a integral que retorna um único número, para a e b fornecidos. Esse número pode ser complexo se a wavelet ou sinal original tiver valores complexos.

3.4.1.3.6 - Exemplo analítico TCW

Deseja-se calcular a TCW da função:

$$f(x) = e^{\frac{x^2}{2}} \quad (3.28)$$

Calculemos a TCW com a função Chapéu Mexicano:

$$W_{\psi}^f(a, b) = \frac{1}{\sqrt{a}} \int f(x) \psi^* \left(\frac{x-b}{a} \right) dx = \frac{1}{\sqrt{a}} \int e^{\frac{x^2}{2}} \left(1 - \left(\frac{x-b}{a} \right)^2 \right) e^{-\frac{\left(\frac{x-b}{a} \right)^2}{2}} dx \quad (3.29)$$

Para o exemplo selecionamos $a = 1$ e $b = 0$:

$$W(1,0) = \frac{1}{\sqrt{1}} \int e^{\frac{x^2}{2}} \left(1 - \left(\frac{x-0}{1} \right)^2 \right) e^{-\frac{\left(\frac{x-0}{1} \right)^2}{2}} dx \quad (3.30)$$

$$W(1,0) = \int e^{\frac{x^2}{2}} (1 - x^2) e^{-\frac{x^2}{2}} dx \quad (3.31)$$

$$= \int (1 - x^2) e^0 dx \quad (3.32)$$

$$= \int (1 - x^2) dx \quad (3.33)$$

$$= \int 1 dx - \int x^2 dx \quad (3.34)$$

$$= x - \frac{x^3}{3} + C \quad (3.35)$$

A constante C aparece uma vez que tenhamos uma integral indefinida. Se estimarmos $W(1,0)$ computaremos $x = 10, -323,33$ mais a constante.

3.4.2 - Transformada Discreta de Wavelet (TDW)

O cálculo dos coeficientes wavelet em cada escala possível gera uma boa quantidade de dados. Para minimizar esta tarefa, faz-se a escolha de apenas um subconjunto de escalas e posições. As escalas e posições escolhidas são baseadas em potências de dois, chamadas de escalas diádicas, o que resulta em uma análise muito mais eficiente. Esta análise é chamada de Transformada Discreta de Wavelet (TDW) (Ovanesova, 2000).

Para este fim, a escala é definida como $a = 2^j$ e a translação ou deslocamento $b = k2^j$ onde $(j, k) \in Z$ e Z é o conjunto dos números inteiros. Usando estes parâmetros, a TDW é dada como:

$$TDW_{j,k} = 2^{-j/2} \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi(2^{-j}x - k)dx = \int_{-\infty}^{\infty} f(x)\psi_{j,k}(x)dx \quad (3.36)$$

Abaixo, estão os passos para a detecção de danos usando o TDW:

1. Obtenção de um sinal associado à resposta da estrutura completa ou examinar apenas uma área específica da estrutura;
2. Cálculo dos coeficientes de wavelet, efetuando a TDW do sinal em níveis diferentes ou escalas diferentes. Os coeficientes Wavelet $C_{j,k}$ são obtidos a partir da seguinte equação:

$$C_{j,k} = \int_Z f(x)\psi_{j,k}(x)dx \quad (3.37)$$

Onde $f(x)$ é o sinal analisado, $j \in N$ é a escala, e $k \in Z$ é a posição; N é o conjunto de todos os inteiros positivos; Z é o conjunto de todos os números inteiros, e $\psi_{j,k}(x)$ é a Wavelet expressa como:

$$\psi_{j,k}(x) = 2^{\frac{j}{2}}\psi_{j,k}(2^j x - k) \quad (3.38)$$

3. Plotagem do gráfico dos coeficientes de Wavelet para cada nível da decomposição. Examinar a distribuição dos coeficientes Wavelet para cada nível. A mudança brusca (isto é, um pico) na distribuição dos coeficientes wavelet significa uma perturbação local. Se a perturbação detectada não é causada por uma fonte conhecida, como a descontinuidade geométrica ou do material, então isso significa que existe um dano perto do local da perturbação.

3.5 – FAMÍLIAS

Matematicamente, uma função $\psi(x)$, para ser considerada uma wavelet-mãe, deve pertencer ao espaço $L^2 \mathbb{R}$ e satisfazer a condição de admissibilidade. Sem muito rigor matemático, uma wavelet-mãe é uma função que oscila, tem energia finita e tem valor médio nulo. As diferentes famílias de funções wavelet são:

3.5.1 - Família Wavelet Haar.

A primeira e a mais simples das wavelets é a wavelet Haar. A wavelet Haar se assemelha a uma função degrau. Ela representa a wavelet Daubechies db1 mesmo.

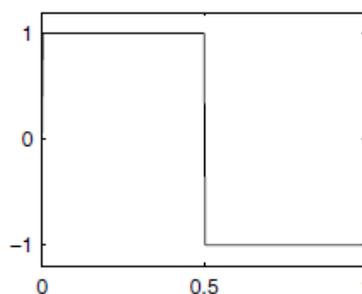


Figura 3.21- Função wavelet Harr (Misiti, 2002).

3.5.2 - Família Wavelet Daubechies.

Ingrid Daubechies, uma das estrelas mais brilhantes no mundo da pesquisa das wavelet, inventou as que são chamadas de wavelets ortonormais. Os nomes das wavelets Daubechies são escritos como “dbN”, onde N é a ordem, e db o "sobrenome" da wavelet.

A wavelet db1, como mencionado acima, é o mesmo que wavelet Haar. Aqui estão as principais funções wavelet dos próximos nove membros da família:

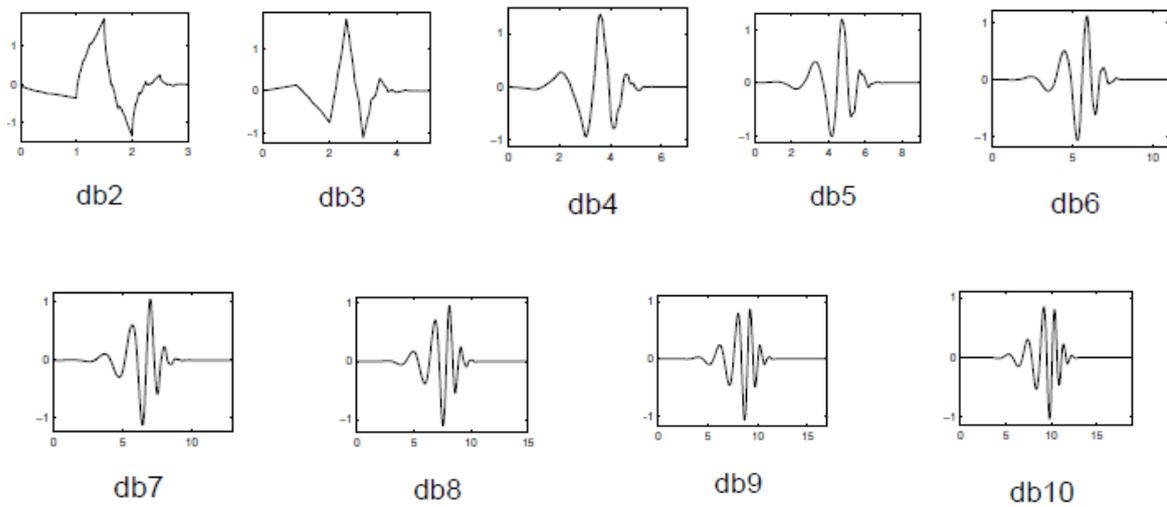


Figura 3.22- Funções wavelet- Daubechies (Weeks, 2012)..

As *wavelets* ortogonais de Daubechies, “dbN” são perfeitamente compactas no tempo, mas no domínio da frequência tem um alto grau de superposição espectral entre as escalas. Sua principal vantagem é serem ortogonais, o que significa que um erro no sinal de entrada não cresce com a transformação, e a estabilidade numérica computacional é assegurada.

3.5.3 - Família Wavelet Biortogonal.

Bases de wavelets biortogonais foram introduzidas por Daubechies (1992) com o intuito de obter wavelets que fossem simétricas e de suporte compacto (Souza *et al*, 2007). A Figura 3.22 mostra alguns exemplos de wavelets biortogonais.

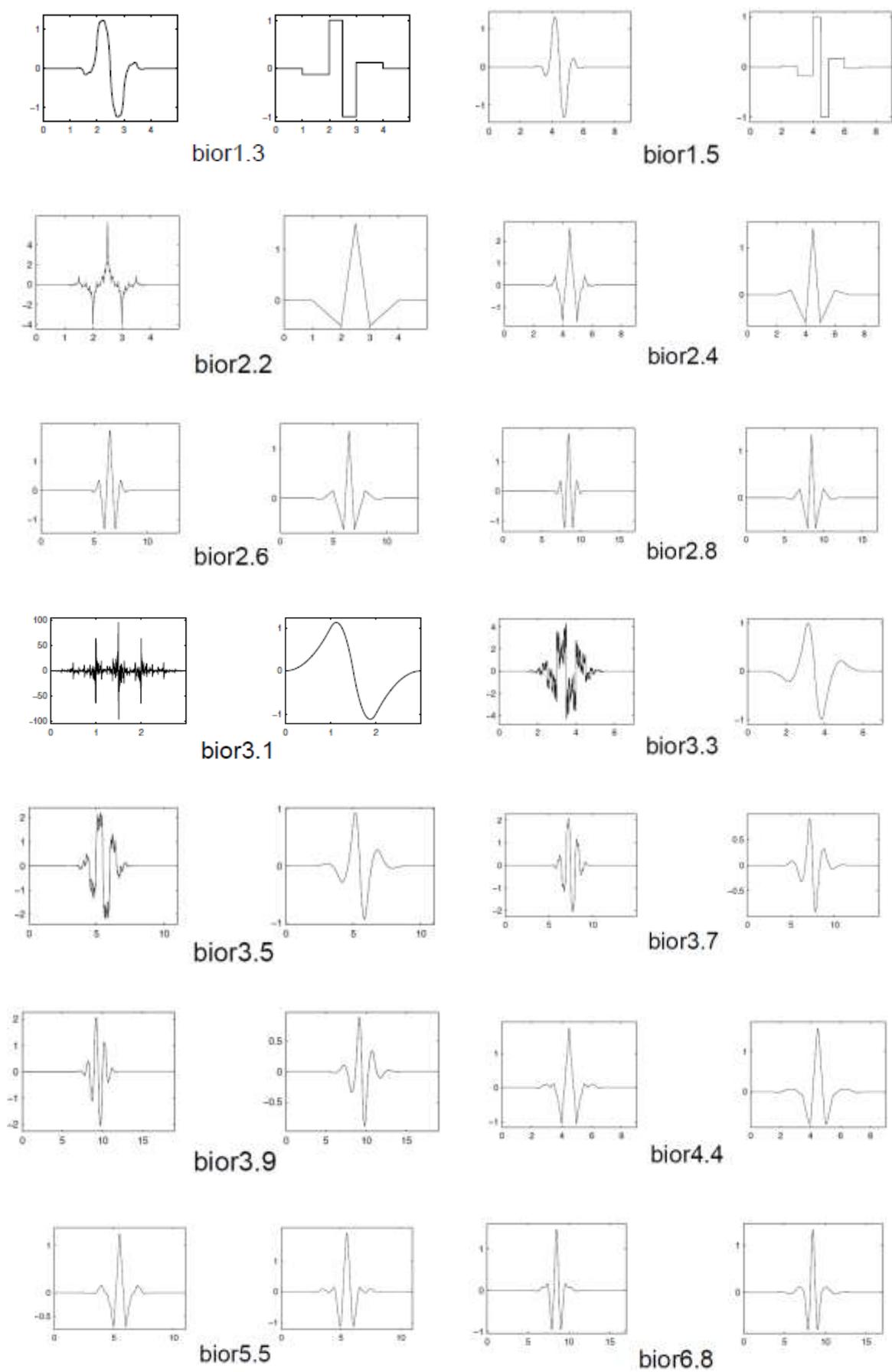


Figura 3.23- Funções wavelet Biortogonais (Daubechies, 1992).

3.5.4 - Família Wavelet Coiflets.

Construída por I. Daubechies a pedido de R. Coifman, a função de onda tem $2N$ momentos iguais a “0” e a função de escala tem $2n-1$ momentos iguais a 0. As duas funções têm um comprimento de apoio de $6N-1$ (Figura 3.24).

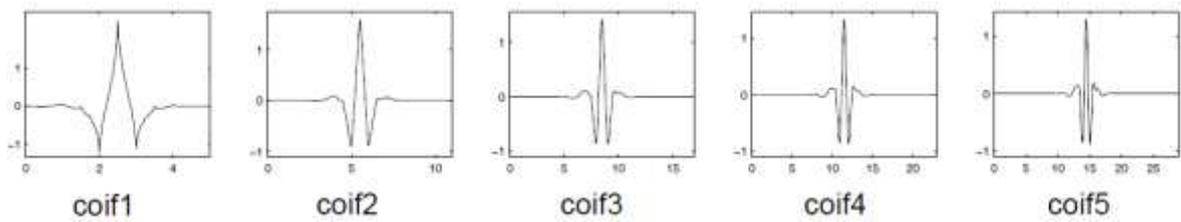


Figura 3.24- Funções wavelet coiflet (Daubechies, 1992).

3.5.5 - Família Wavelet Symlets.

As wavelets symlets são quase simétricas, e são propostas por Daubechies como modificações para da família db. As propriedades das duas famílias (dbN e Sym) são semelhantes, mas as funções *symlets* tendem a ser simétricas. Aqui estão as principais funções wavelet.

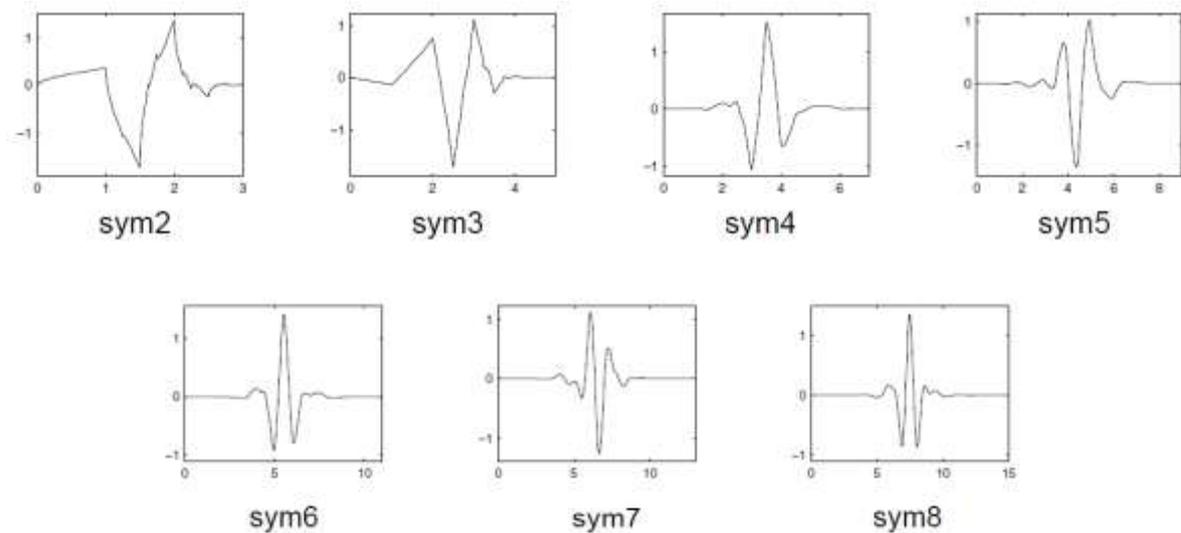


Figura 3.25- Função wavelet Symlet (Weeks, 2012).

3.5.6 – Função Morlet.

A função Morlet é representada na Figura 3.26.

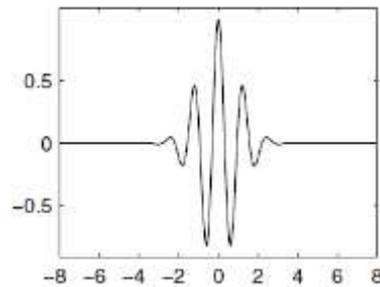


Figura 3.26- Função wavelet –Morlet (Misiti, 2002).

3.5.7 – Função Chapéu Mexicano.

Esta wavelet não tem nenhuma função de escala e se deriva de uma função que é proporcional à função da segunda derivada da probabilidade gaussiana – função de densidade.

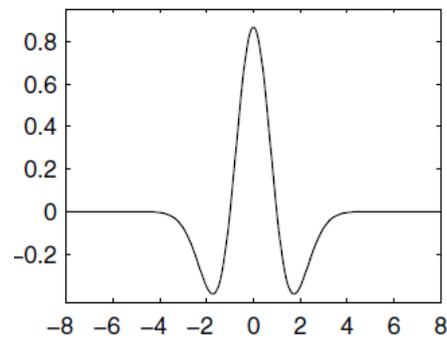


Figura 3.27- Função wavelet – Chapéu mexicano (Daubechies, 1992) .

3.5.8 – Função Meyer.

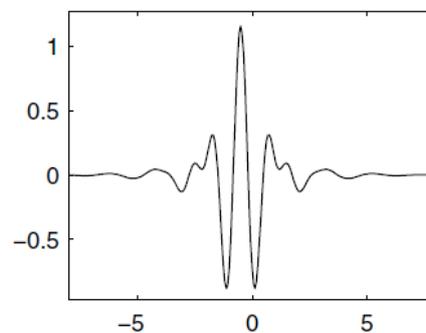


Figura 3.28- Função wavelet- Meyer (Daubechies, 1922).

3.6 - PROPRIEDADES DAS WAVELETS

As funções wavelet possuem diferentes propriedades que lhes permitem ser mais apropriadas para determinados fins. Segundo Estrada (2008), as propriedades mais relevantes que uma função wavelet precisa para um processo de detecção de danos são:

(a) **Ortogonalidade e biortogonalidade:** estas propriedades garantem o cálculo rápido dos coeficientes de wavelet. Infelizmente, nem todas as funções de wavelet possuem estas duas propriedades.

Duas funções $u(x)$ e $g(x)$ são ortogonais se seu produto interno é nulo:

$$\langle u(x), g(x) \rangle = \int_a^b u(x)g^*(x) dx = 0 \quad ; \quad g^*: \text{complexo conjugado de } g(x) \quad (3.39)$$

O termo "bi-ortogonal" refere-se às duas bases diferentes que são ortogonais entre si, mas que não formam um conjunto ortogonal.

(b) **Suporte compacto:** é denominado suporte de uma função o conjunto de pontos onde a função não é zero. Diz-se que a função tem suporte compacto, se a aderência do conjunto, onde não é nula, conforma um conjunto cerrado e delimitado. Esta propriedade significa que a função *wavelet* não assume o valor zero para intervalos finitos, permitindo representar de forma mais eficiente os sinais que têm características localizadas.

(c) **Momentos nulos:** esta propriedade determina o grau do polinômio que podem ser aproximados. Esta propriedade é usada para selecionar a wavelet-mãe mais adequada para a detecção de danos. Mais precisamente, se o valor médio de $x^k \psi(x)$ é igual a zero (onde $\psi(x)$ é a função wavelet), para $k = 0, 1, \dots, n$, então a função wavelet tem $n + 1$ momentos de fuga e polinômios de grau n são suprimidos por esta função wavelet.

(d) **Regularidade:** é o número de vezes que uma função é diferenciável no ponto x_0 . Singularidades em uma função podem ser detectadas por essa regularidade. s é a regularidade da função f ; se a derivada de f de ordem m aproxima-se a $|x - x_0|^r$ localmente ao redor de x_0 , então $s = m + r$, com $0 < r < 1$.

Tabela 3.2- Propriedades funções wavelet-mãe.

Propriedade	morl	mexh	meyr	haar	dbN	symN	coifN	BiorNr.Nd
Infinitamente Regular	x	x	x					
Suporte Compacto Ortogonal				x	x	x	x	
Suporte Compacto Biortogonal								x
Ortogonal			x	x	x	x	x	
Biortogonal			x	x	x	x	x	x
Número de momentos nulos arbitrarios					x	x	x	x
Transformada continua	x	x	x	x	x	x	x	x
Transformada Discreta			x	x	x	x	x	x

Tabela 3.3- Propriedades funções wavelet-mãe.

Propriedade	rbioNr.Nd	gaus	dmey	cgau	cmor	fbsp	shan
Infinitamente Regular		x		x	x	x	x
Suporte Compacto Ortogonal							
Suporte Compacto Biortogonal	x						
Ortogonal							
Biortogonal	x						
Número de momentos nulos arbitrarios	x						
Transformada continua	x	x					
Transformada Discreta	x		x				

De acordo com essas propriedades, a maioria das wavelets-mãe conhecidas são classificadas em (Ovanesova e Suarez, 2004):

- As funções: Haar, Daubechies de ordem n , Meyer, Symlets de ordem n e as Coiflets de ordem n são exemplos de wavelets mães ortogonais.

- As funções: Haar, Daubechies de ordem n , Symlets de ordem n e os Coiflets de ordem n são wavelets mãe tem um suporte compacto.
- As funções: Daubechies de ordem n , Symlets de ordem n e as Coiflets de ordem n , são funções wavelet-mãe que tem um número arbitrário de momentos de fuga;
- As funções: Morlet, Meyer e Gaussian wavelets são regulares. Por outro lado, as funções Daubechies de ordem n , Symlets de ordem n e as Coiflets de ordem n são wavelets-mãe que apresentam pouca regularidade.

3.7 - APLICAÇÃO

Para a aplicação da transformada de wavelet foi utilizado o programa MATLAB, a seguir é apresentada a descrição das ferramentas utilizadas nesta pesquisa.

3.8 - WAVELET TOOLBOX – MATLAB

A caixa de ferramentas Wavelet é uma coleção de funções construídas no programa MATLAB, ambiente de computação técnica. Ele fornece ferramentas para a análise e síntese de sinais e imagens, e ferramentas para aplicações estatísticas, usando wavelets e pacotes wavelet no âmbito do MATLAB. A caixa de ferramentas fornece duas categorias de ferramentas:

- Linha de funções de comando;
- Gráficos e ferramentas interativas.

A primeira categoria de ferramentas é composta de funções, chamadas diretamente a partir a linha de comando ou de seus próprios aplicativos. A maioria destas funções são M – files. Um resumo das funções Wavelet Toolbox que estão disponíveis no programa MATLAB.

A segunda categoria de ferramentas é um conjunto de ferramentas de interface gráfica que permite o acesso a uma ampla funcionalidade. O acesso a essas ferramentas se faz digitando “**wavemenu**”, onde aparece uma janela que é mostrada na Figura 3.29:



Figura 3.29- Janela "wavemenu"-MATLAB

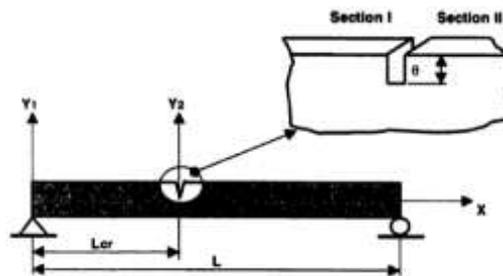
As diferentes funções wavelet disponíveis nas ferramentas do programa MATLAB são mostradas na Tabela 3.4.

Tabela 3.4- Funções wavelet disponíveis no programa MATLAB.

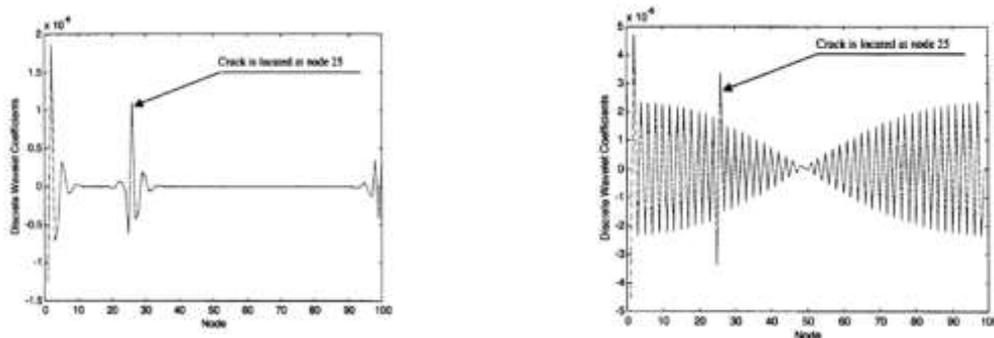
Família Wavelet- Nome curto	Família Wavelet Nome
“haar”	Wavelet Haar
“db”	Wavelet Daubechies
“sym”	Wavelet Symlets
coif [“]	Wavelet Coiflets
“bior”	Wavelet Biortogonal
“rbior”	Wavelet Inversa Biortogonal
“meyr”	Wavelet Meyer
“dmey”	Wavelet Discreta Meyer
“gaus”	Wavelet Gaussiana
“mexh”	Wavelet Chapéu Mexicano
“morl”	Wavelet Morlet
“cgau”	Wavelet Gaussiana Complexa
“shan”	Wavelet Shannon
“fbsp”	Wavelet Frequência B-spline
“cmor”	Wavelet Morlet complexa

3.9 - TRABALHOS DESENVOLVIDOS

O estudo realizado por Ovanesova (2000) apresenta o desenvolvimento analítico de um método não destrutivo baseado no uso das Wavelets. O método proposto baseia-se na análise do sinal de resposta da estrutura, submetida às diferentes condições de carga. Esta tese foi validada por meio da simulação numérica em materiais isotrópicos. (Figura 3.30).



(a) Local do dano (Ovanesova, 2000).



Identificação do dano utilizando a wavelet-mãe “boir6.8”.

Identificação do dano utilizando a wavelet-mãe “Haar”

Figura 3.30- Estudo identificação do dano (Ovanesova, 2000)

Yoon Choi, (2002) apresenta abordagens sobre identificação de danos em pontes, utilizando a resposta estática. Para esta finalidade, estudou: método da curvatura (Figura 3.32), viga conjugada (Figura 3.33) e otimização. As técnicas baseadas na resposta estática (deslocamentos) foram desenvolvidas numérica e experimentalmente como uma viga biapoiada de 9m de comprimento Figura 3.31.



(a) Sistema de medição



(b) Sistema de apoios

Figura 3.31- Análise experimental (Choi, 2002)

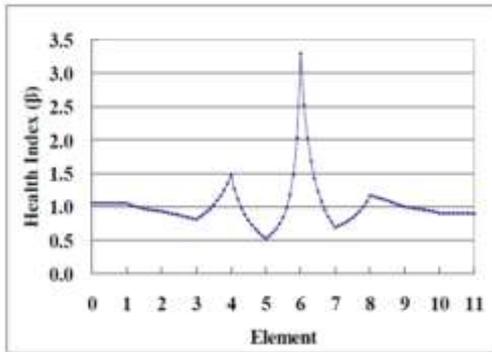


Figura 3.32- Identificação do dano- Método da curvatura (Choi, 2002)

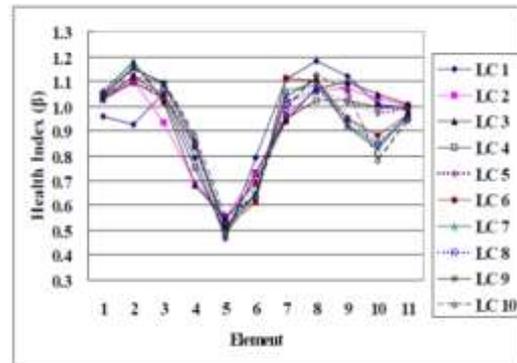
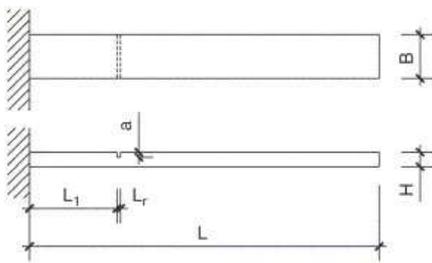
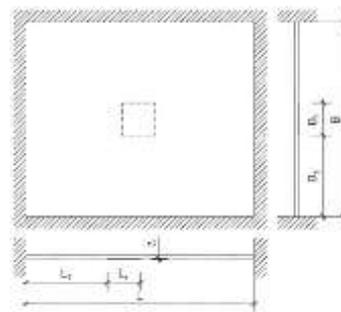


Figura 3.33- Identificação do dano- Método da viga conjugada (Choi, 2002)

Rucka e Wilde (2006) apresenta um método para estimar e localizar danos em vigas e placas. Uma viga e uma placa de aço com quatro condições de apoio foram testadas (Figura 3.34). Os modos de vibração foram analisados com a Transformada Contínua e Discreta de Wavelet. As wavelet aplicadas foram a wavelet Gauss e, para a Transformada Discreta, a wavelet Biortogonal (Figura 3.35 e Figura 3.36).



(a) Viga



(b) Placa

Figura 3.34- Local do dano (Rucka e Wilde, 2006)

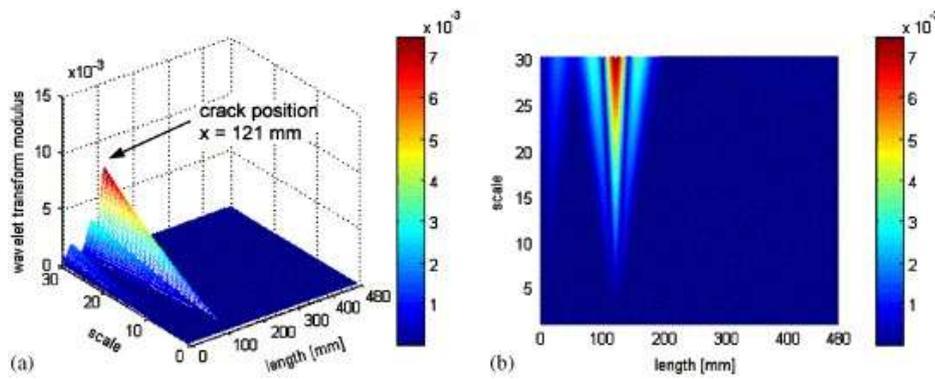


Figura 3.35- Identificação do dano na viga -Transformada Continua de Wavelet (TCW) (Rucka e Wilde, 2006)

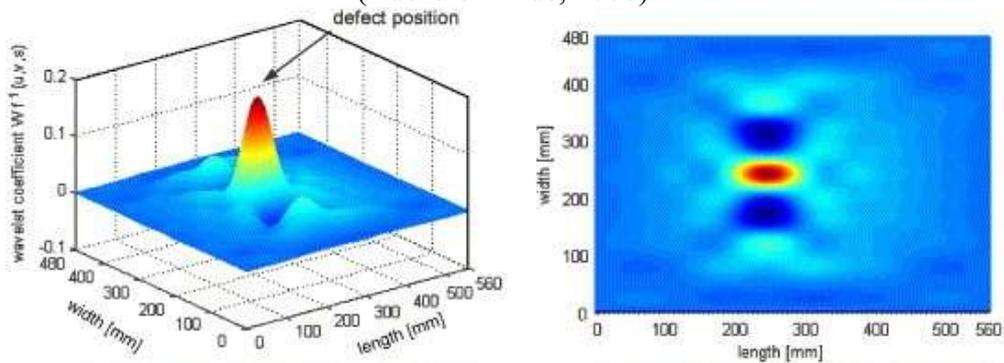
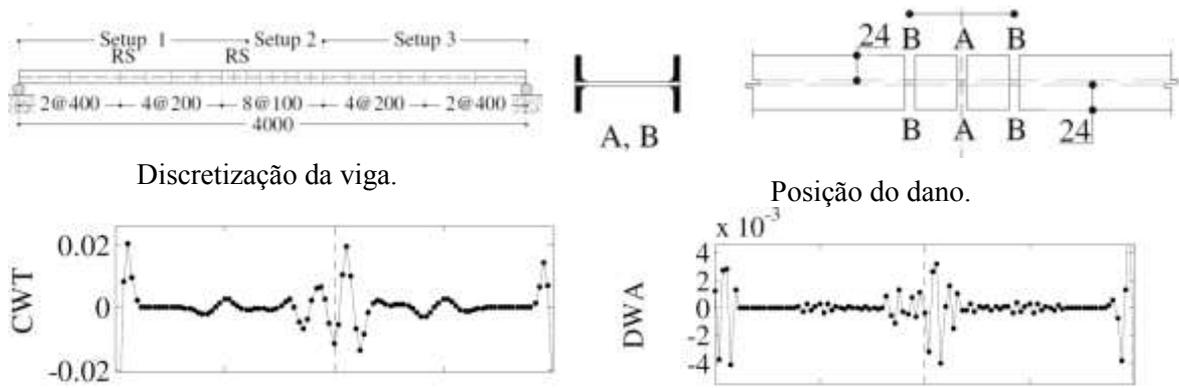


Figura 3.36- Identificação do dano na placa -Transformada Continua de Wavelet (TCW) (Rucka e Wilde, 2006)

Nesta seção, será apresentada uma revisão da literatura que abrange estudos anteriores a fim de selecionar resultados e conclusões que contribuíram para o desenvolvimento deste trabalho.

O trabalho desenvolvido por Estrada (2008) apresenta uma análise comparativa detalhada da eficácia de métodos de detecção de dano em pontes. Uma atenção especial é dada aos métodos baseados, exclusivamente, na resposta dinâmica da estrutura danificada. Para este efeito são escolhidos os métodos baseados na análise de “wavelets”, na curvatura das formas modais e na modificação da matriz de flexibilidade Figura 3.37.

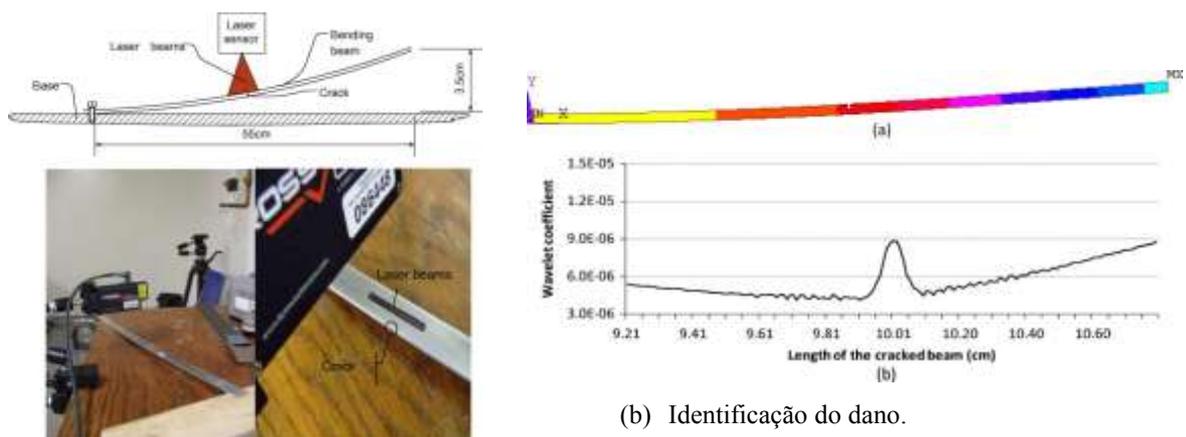


Identificação do dano com TCW.

(d) Identificação do dano com TDW.

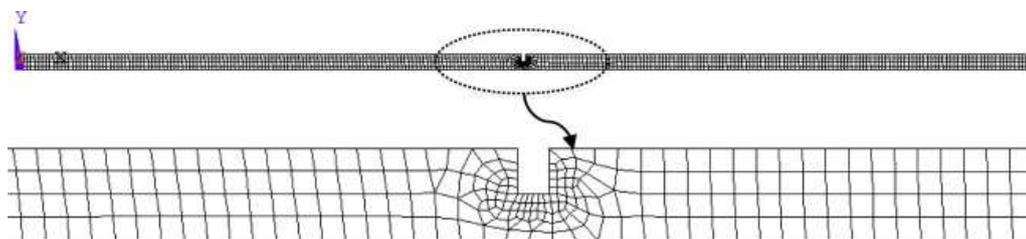
Figura 3.37 - Estudo identificação do dano (Salgado, 2008)

N. Wu e Q. Wang, (2011) realizaram estudos numéricos e experimentais para a identificação de danos em uma viga, utilizando a Transformada de Wavelet. Para a realização do experimento, foi testada uma viga engastada de alumínio submetida ao carregamento estático (Figura 3.38).



(a) Ensaio experimental.

(b) Identificação do dano.

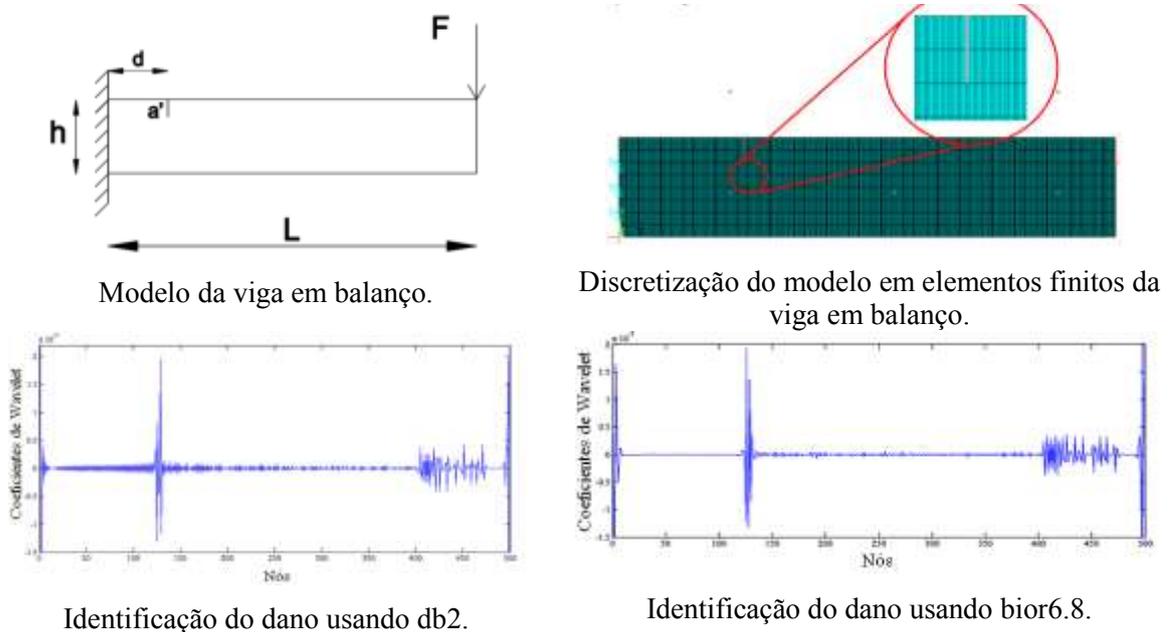


(c) Discretização em elementos finitos.

Figura 3.38- Ensaio numérico-experimental (N. Wu e Q. Wang, 2011)

O estudo realizado por Silva (2011) apresenta o estudo de detecção de danos em estruturas, utilizando modelagem numérica em elementos finitos e a Transformada de Wavelet. Para isto, diversas situações de dano foram simuladas numericamente em vigas,

treliças e pontes e, em seguida, sinais de deslocamento e modos de vibração foram utilizados para avaliar a eficiência das transformadas de wavelet na detecção de danos para diferentes condições de contorno e de carregamentos aplicados nessas estruturas como mostrado na Figura 3.39.



Modelo da viga em balanço.

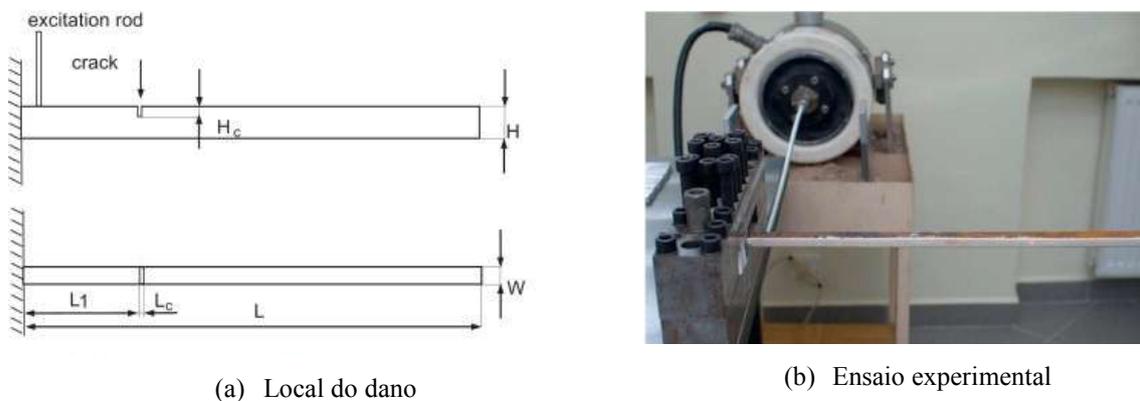
Discretização do modelo em elementos finitos da viga em balanço.

Identificação do dano usando db2.

Identificação do dano usando bior6.8.

Figura 3.39- Estudo Identificação do dano (Silva, 2011)

Radzienski *et al.*,(2011) apresentam um novo método para detecção de danos estruturais com base em parâmetros modais obtidos experimentalmente. O novo método é adequado para a detecção de danos por fadiga que ocorre numa viga de alumínio. O dano foi realizado com cortes de serra de tamanhos distintos e em locais diferentes. A montagem do ensaio experimental é mostrada na Figura 3.40, e os resultados utilizando a Transformada de Wavelet são apresentados na Figura 3.41.



(a) Local do dano

(b) Ensaio experimental

Figura 3.40- Análise Experimental (Radzienski *et al.*, 2011)

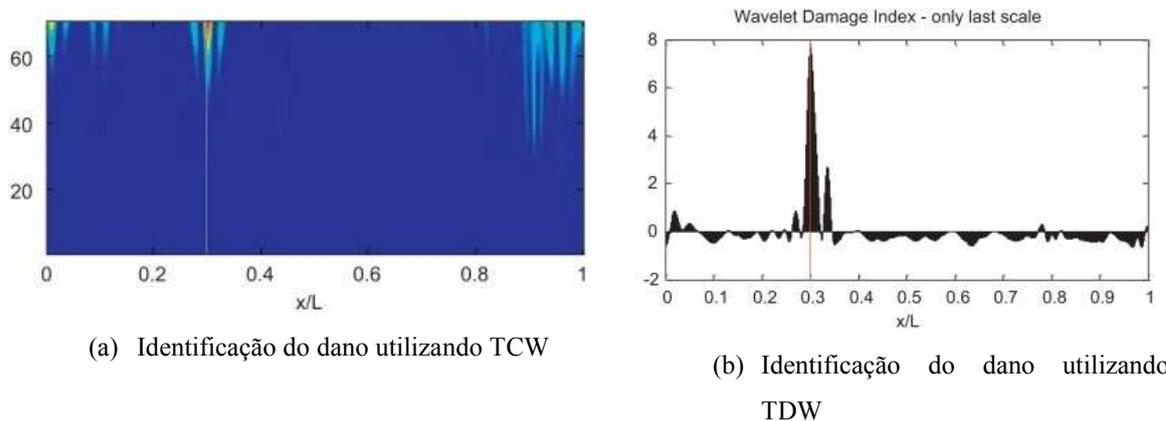


Figura 3.41- Identificação do dano (Radzienski *et al.*,2011)

3.10 - MÉTODOS DE INTERPOLAÇÃO

Os métodos de interpolação foram necessários, para aumentar o número de dados obtidos na análise experimental. A coleta dos dados experimentais limita-se ao número de pontos que podem ser medidos com a instrumentação disponível. Na análise experimental-estática foram obtidos 17 pontos de medição que precisam ser aumentados, para aplicar o método de identificação de danos proposto em esta pesquisa. No capítulo 4 é apresentado o algoritmo utilizado no programa MATLAB para a aplicação da Transformada de Wavelet .

Para aplicar a Transformada de Wavelet a esses dados, é necessário aumentá-los a 100 pontos para a TDW e a 1000 pontos para a TCW, a fim de que se possam obter bons resultados na localização do dano. O método de interpolação que obteve melhor resultado, nesta pesquisa, foi o *spline cúbico*. A seguir são explicados alguns métodos de interpolação testados nesta pesquisa.

3.10.1 - Interpolação com splines

Uma função spline é formada por vários polinômios, cada um definido sobre um intervalo. Esses polinômios se unem seguindo certas condições de continuidade. Suponhamos que dispomos de $n + 1$ pontos, que denominaremos nós (Boor, 1990):

$$t_0 < t_1 < \dots < t_n \quad (3.40)$$

Suponha que tem um inteiro fixo $k \geq 0$. Dizemos que uma função **spline de grau k** com nós em t_0, t_1, \dots, t_n é uma função S que satisfaz as seguintes condições:

- i. Em cada intervalo de $(t_{i-1}, t_i]$, S é um polinômio de grau inferior ou igual a k .
- ii. S tem derivada de ordem $(k - 1)$ contínua em $[t_0, t_n]$.

Os splines de grau zero são funções constantes por zonas. Uma forma de apresentar um spline de grau zero é a seguinte:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = c_0 & x \in [t_0, t_1) \\ S_1(x) = c_1 & x \in [t_1, t_2) \\ \vdots & \vdots \\ S_{n-1}(x) = c_{n-1} & x \in [t_{n-1}, t_n) \end{cases} \quad (3.41)$$

Os intervalos de $[t_{i-1}, t_i)$ não se intersectam entre si, de modo que não existe ambiguidade na definição da função nos nós. Um spline de grau um pode-se ser definido por:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = a_0x + b_0 & x \in [t_0, t_1) \\ S_1(x) = a_1x + b_1 & x \in [t_1, t_2) \\ \vdots & \vdots \\ S_{n-1}(x) = a_{n-1}x + b_{n-1} & x \in [t_{n-1}, t_n) \end{cases} \quad (3.42)$$

Nas Figura 3.42 a Figura 3.43 apresentam os gráficos correspondentes ao spline de grau zero, e ao spline de grau um:

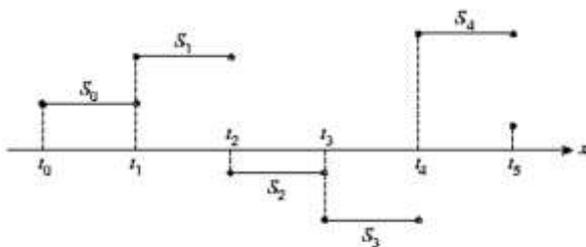


Figura 3.42- Spline de grau 0 (Boor, 1990).

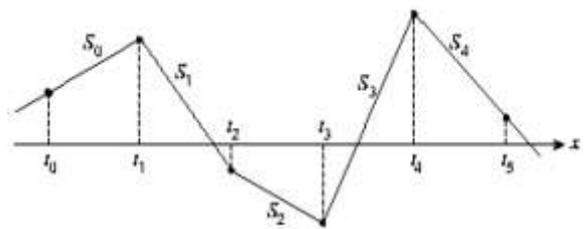


Figura 3.43- Spline de grau 1 (Boor, 1990).

3.10.1.1 - Splines cúbicos.

O spline cúbico ($k = 3$) é o spline mais empregado, devido ao fato de proporcionar um excelente ajuste aos pontos e seu cálculo não é excessivamente complexo (Cristina e Cunha, 1993).

Sobre cada intervalo $[t_0, t_1], [t_1, t_2], \dots, [t_{n-1}, t_n]$, S é definido por um polinômio cúbico diferente. S_i é um polinômio cúbico que representa a S no intervalo $[t_i, t_{i+1}]$, Assim:

$$S(x) = \begin{cases} S_0(x) = S_0 & x \in [t_0, t_1) \\ S_1(x) = S_1 & x \in [t_1, t_2) \\ \vdots & \vdots \\ S_{n-1}(x) = S_{n-1} & x \in [t_{n-1}, t_n) \end{cases} \quad (3.43)$$

Os polinômios S_{i-1} e S_i interpolam o mesmo valor no ponto t_i , quer dizer, se cumpre que:

$$S_{i-1}(t_i) = y_i = S_i(t_i) \quad (1 \leq i \leq n - 1) \quad (3.44)$$

Garante-se, assim, que S seja contínua ao longo de todo o intervalo. Além disso, é assumido que S' e S'' são contínuas, uma condição que é usada na dedução de uma expressão analítica para a função spline cúbica.

Aplicando as condições de continuidade do spline S e das derivadas primeiras S' e segunda S'' , é possível encontrar a expressão analítica do spline. A expressão resultante é:

$$S_i(x) = \frac{z_i}{6h_i} (t_{i+1} - x)^3 + \frac{z_{i+1}}{6h_i} (x - t_i)^3 + \left(\frac{y_{i+1}}{h_i} + \frac{z_{i+1}h_i}{6} \right) (x - t_i) + \left(\frac{y_i}{h_i} - \frac{z_i h_i}{6} \right) (t_{i+1} - x) \quad (3.45)$$

Na expressão anterior $h_i = t_{i+1} - t_i$ e z_0, z_1, \dots, z_n são incógnitas. Para determinar os valores, utilizamos as condições de continuidade que devem cumprir as funções. O resultado é o seguinte:

Onde:

$$A_i = \frac{1}{6h_i}(z_{i+1} - z_i) \quad (3.53)$$

$$B_i = \frac{z_i}{2} \quad (3.54)$$

$$C_i = -\frac{h_i}{6}z_{i+1} - \frac{h_i}{3}z_i + \frac{1}{h_i}(y_{i+1} - y_i) \quad (3.55)$$

3.10.2 - Interpolação Bézier

A **curva de Bézier** é uma curva polinomial expressa com a interpolação linear entre alguns pontos representativos, chamados de pontos de controle. A curva simplesmente baseia seu cálculo no Binômio de Newton para a resolução de seus coeficientes e é resolvida facilmente através de (Forrest, 1971):

$$(x + y)^n = \sum_{k=0}^n \binom{n}{k} x^{n-k} y^k. \quad x = t, \quad y = (1 - t) \quad (3.56)$$

O índice t é um valor de parametrização para percorrer a curva e pode ser qualquer valor entre zero e um; n é o grau do Binômio, tal que usamos $n + 1$ pontos de controle para cada curva que desejamos desenhar. Por exemplo, para a resolução de $(t + (1 - t))^2$, 3 pontos de controle teriam que ser usados para se obter curvas quadráticas. Com o uso do binômio $(t + (1 - t))^3$, teriam que ser usados 4 pontos de controle para se obter curvas cúbicas. Os pontos de controle B_i podem ser escolhidos aleatoriamente, e devem ser multiplicados cada um por uma das parcelas do binômio resolvido. O i -ésimo coeficiente da interpolação é obtido através do Binômio de Newton e é um polinômio da forma:

$$P_{in}(t) = \binom{n}{i} (1 - t)^{n-i} t^i \quad (3.57)$$

Um ponto na curva correspondente a t é dado por:

$$B(t) = \sum_{i=0}^n P_{in}(t) * B_i = \sum_{i=0}^n \binom{n}{i} (1 - t)^{n-i} t^i * B_i \quad (3.58)$$

Em que o número de pontos de controle é n mais 1, t assume um valor tal que $t \in \mathbb{R}, 0 \leq t \leq 1, B_i$ é o i -ésimo ponto de controle. É importante salientar que todos os pontos da curva devem estar dentro da região delimitada pelos seus pontos de controle.

3.10.2.1 - Curva de Bézier Linear

$$B(t) = (1 - t)B_0 + tB_1, \quad t \in [0,1] \quad (3.59)$$

A Figura 3.44 apresenta a o desenvolvimento da curva de Bézier linear entre 2 pontos P_0, P_1 , para diferentes valores de t .

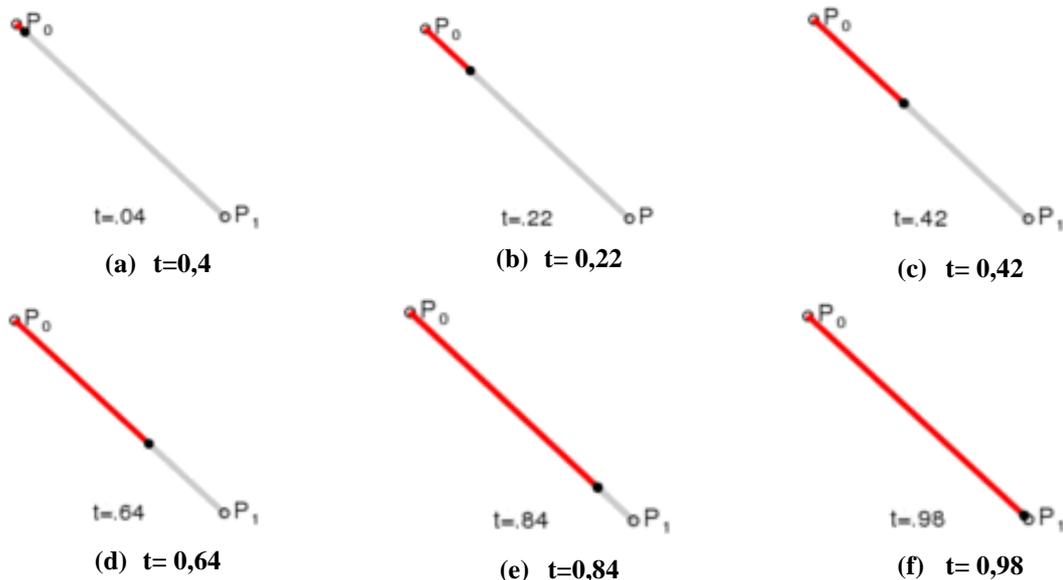


Figura 3.44- Curva de Bézier linear, t em $[0,1]$

3.10.2.2 - Curva de Bézier Quadrática

$$B(t) = (1 - t)^2B_0 + 2t(1 - t)B_1 + t^2B_2, \quad t \in [0,1] \quad (3.60)$$

A Figura 3.45 apresenta a o desenvolvimento da curva de Bézier quadrática entre 2 pontos P_0, P_2 , e um ponto de controle P_1 , para diferentes valores de t .

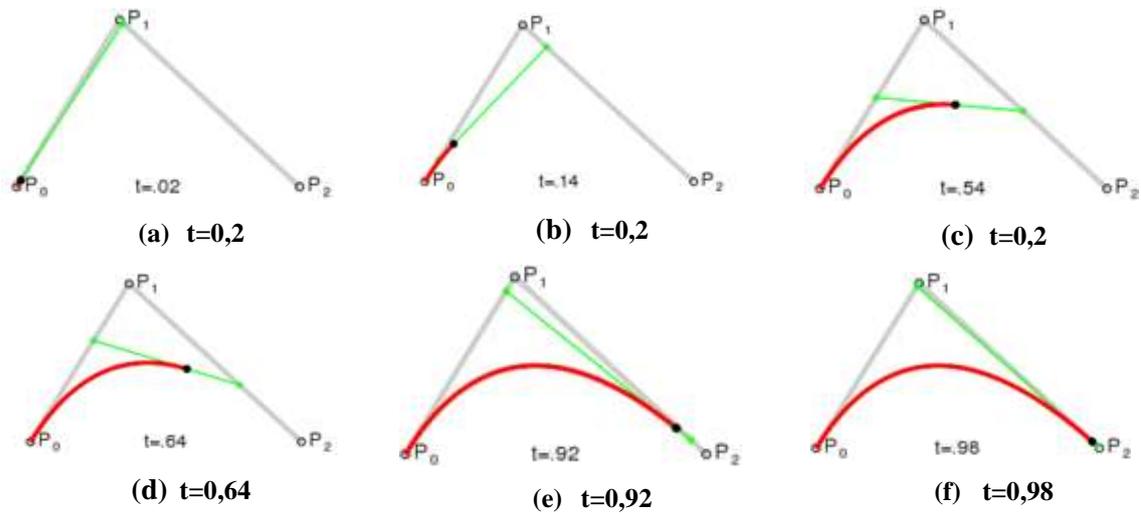


Figura 3.45- Curva de Bézier quadrática, t em $[0,1]$

3.10.2.3 - Curva de Bézier Cúbica.

$$B(t) = (1 - t)^3 B_0 + 3t(1 - t)^2 B_1 + 3t^2(1 - t) B_2 + t^3 B_3, \quad t \in [0,1] \quad (3.61)$$

A Figura 3.46 apresenta a o desenvolvimento da curva de Bézier cúbica entre dois pontos P_0, P_3 , e dois pontos de controle P_1, P_2 , para diferentes valores de t .

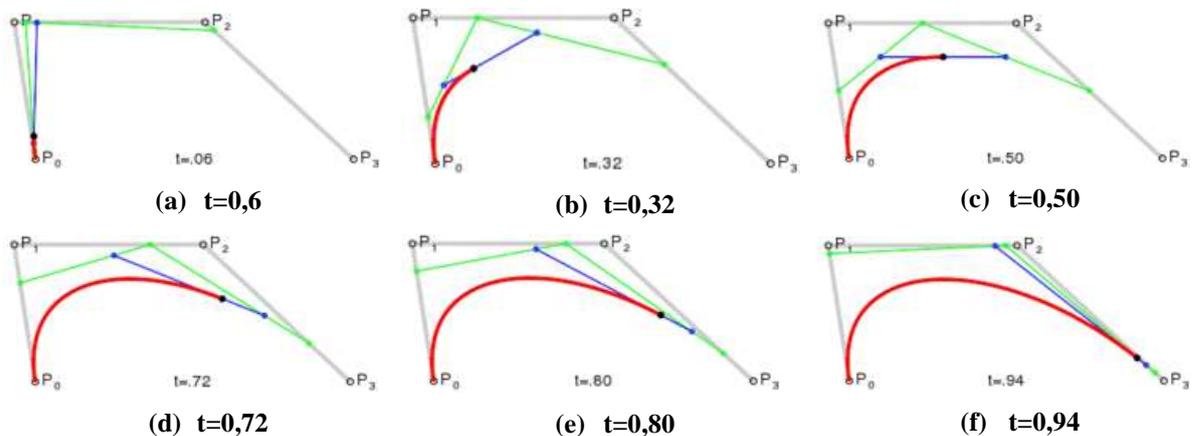


Figura 3.46- Curva de Bézier cúbica, t em $[0,1]$

3.11 - MÉTODOS DE REGULARIZAÇÃO

Nesta pesquisa foi necessário aplicar o método da regularização, proposto por Tikhonov em 1990, para incrementar a perturbação gerada pela presença do dano nos gráficos dos coeficientes Wavelets.

Em geral, os problemas inversos são mal colocados e as suas soluções não são estáveis em que os pequenos erros nos dados medidos experimentalmente podem resultar numa diferença significativa. Os métodos de regularização também buscam reduzir as oscilações numéricas na solução, modificando a função objetiva (Tikhonov and Arsenin 1977; Schnur and Zabarar 1990). Os termos “regularização” mais utilizados são da ordem zero, primeira ordem, e os termos de segunda ordem (Beck *et al* 1985). O termo de ordem zero controla as alterações na grandeza do vetor u , o termo de primeira ordem controla as mudanças na amplitude da taxa de variação do vetor u , e os termos de segunda ordem podem ser expressos na forma integral como (Schnur and Zabarar 1990):

$$\rho = \beta_0 \int (u^2) ds + \beta_1 \int \left(\frac{\partial u}{\partial s} \right)^2 ds + \beta_2 \int \left(\frac{\partial^2 u}{\partial s^2} \right)^2 ds \quad (3.62)$$

Uma equação de regularização análoga escrita em diferenças finitas é:

$$\rho = \beta_0 \sum_{i=1}^p (u_i^{(n)})^2 + \beta_1 \sum_{i=1}^p (u_i^{(n)} - u_i^{(n-1)})^2 + \beta_2 \sum_{i=1}^p (u_i^{(n)} - 2u_i^{(n-1)} + u_i^{(n-2)})^2 \quad (3.63)$$

Onde β_j são parâmetros de regularização; s é um parâmetro espacial; n é o número de iteração; u_i são os componentes de u . Segundo Beck *et al*, 1985, a Equação (3.62) é análoga à Equação (3.63). A expressão de regularização em diferenças finitas (3.62) será utilizada neste trabalho.

Com grandes valores de β_j obtêm-se variações do vetor u e tendem a retardar a convergência, enquanto pequenos valores de β_j podem resultar em grandes oscilações da solução (Bezzera, 1993).

No seguinte capítulo é apresentado o algoritmo utilizado no programa MATLAB para aplicar o método de regularização.

4. - DESCRIÇÃO ALGORITMOS UTILIZADOS NESTA PESQUISA.

O objetivo deste trabalho foi avaliar o método de identificação de danos, usando Transformada Wavelet, para uma viga (perfil-I) bi-apoiada. A análise foi desenvolvida experimentalmente e numericamente. Na parte experimental foi realizada a análise estática de quatro vigas submetidas a diferentes estágios de carga e diferentes posições do dano. A análise numérica foi desenvolvida tentando simular ao máximo as condições na análise estática do teste experimental. Nesta parte numérica também foi feita a análise dinâmica para cinco vigas bi-apoiadas com diferente posição do dano.

Vale ressaltar que o método baseado em wavelets, utilizado nesta pesquisa, enquadra-se no método de detecção de danos de nível II, segundo a classificação proposta por Rytter (2003), a qual define se a estrutura está danificada e determina a localização do dano.

No presente fluxograma é apresentada a metodologia geral e os passos, para a identificação do dano em cada viga ensaiada.

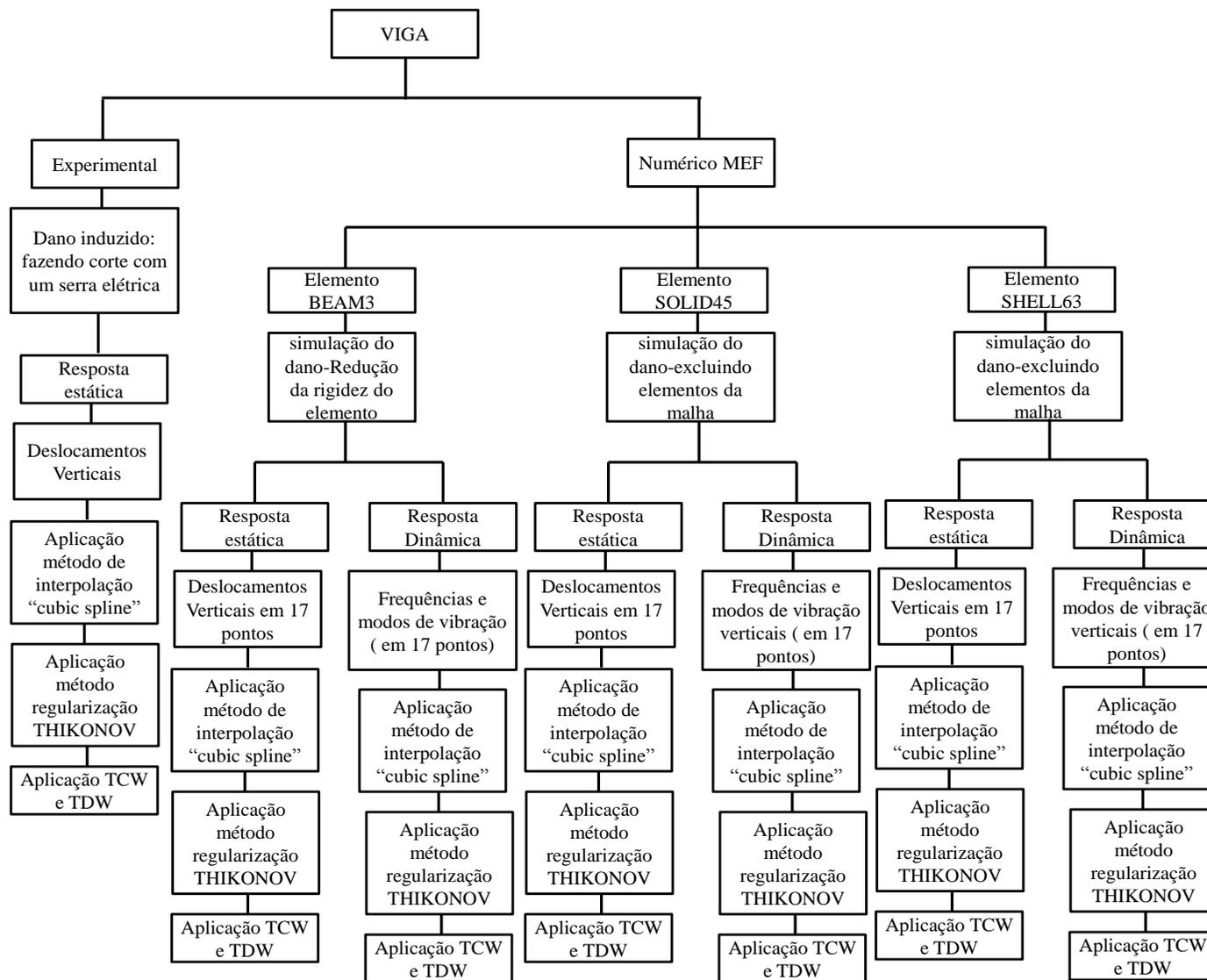


Figura 4.1- Fluxograma geral da pesquisa.

4.1 – INTERPOLAÇÃO

Na análise experimental e na análise numérica foram obtidos 17 pontos correspondentes aos deslocamentos (modos de vibração e deslocamentos por causa do carregamento estático) da viga. Para aplicar o método de identificação de danos, utilizando as Transformadas de Wavelet, é necessário ingressar um maior número de dados dentro do algoritmo, por isso foi necessário aplicar métodos de interpolação no sinal. No caso da TDW são interpolados 17 pontos para 100 pontos e no caso da TCW são interpolados 17 pontos para 1000 pontos.

Foram testados os seguintes métodos de interpolação usando o programa MATLAB:

- Bézier (terceira e quarta ordem)
- Polinomial
- P-chip
- Cubic-spline

Os melhores resultados foram obtidos com o método de interpolação *Cubic-Spline*, incluso no Toolbox do programa, com as seguintes características:

- **A sintaxe:**

$yy = spline(x, Y, xx)$ $pp = spline(x, Y)$

Algoritmo 4.1- Sintaxe interpolação cubic-spline –MATLAB.

- **Descrição:**

Para nosso caso a sintaxe é:

$P(a, b) = [distância, deslocamento]$ $x = P(:, 1)$ $y = P(:, 2)$ $u(:, 2) = spline(x, y, [0: 6/100: 6]);$ $u(:, 1) = 0: 6/100: 6;$

Algoritmo 4.2- Algoritmo interpolação *Cubic-Spline*.

Onde:

$P(a, b)$, é a matriz correspondente aos deslocamentos obtidos; $x = P(:,1)$ corresponde à localização do ponto; $x = P(:,2)$ corresponde aos deslocamentos verticais obtidos, tanto para modos de vibração quanto para os deslocamentos devido ao carregamento estático. $u(m, n)$ é a matriz na qual se guarda os valores interpolados; $u(:,1)$ é o número de total de pontos, e $u(:,2)$ são os dados interpolados. O numero 100 corresponde ao número total de pontos interpolados.

4.2 –REGULARIZAÇÃO

Para incrementar as alterações provocadas pelo dano no sinal de resposta, foi aplicado o método de regularização de TIKHONOV. Na Figura 4.2 mostra a diferença do valor dos coeficientes wavelet, para um sinal regularizado e para outro sinal sem regularização.

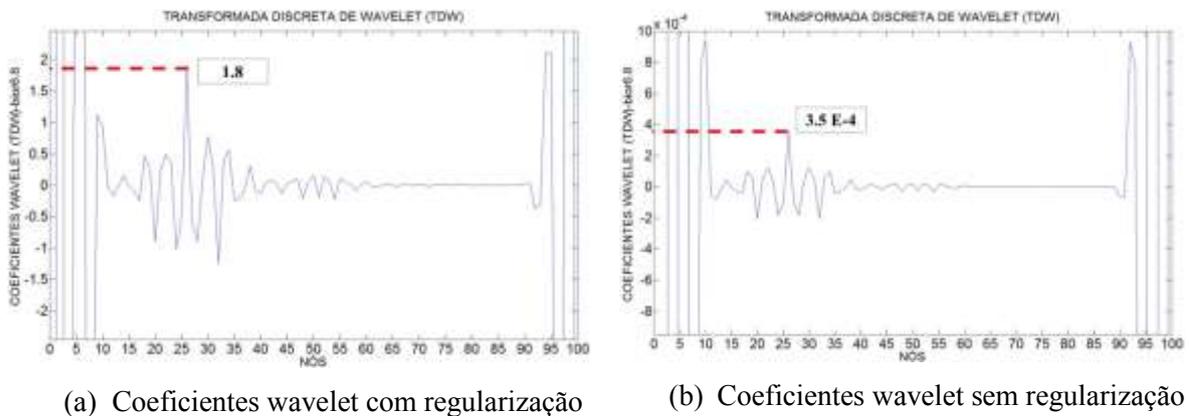


Figura 4.2- Regularização Tikhonov.

Este método foi desenvolvido no programa MATLAB. O algoritmo utilizado é mostrado abaixo:

```

B0 = 100;
B1 = 100;
B2 = 100;
n = length(u);
Parte1 = 0;
Parte2 = 0;
Parte3 = 0;

for i = 1:n
    if i == 1
        a = (u(i,2))^2;
        Parte1 = a;
        b = ((u(i,2)))^2;
        Parte2 = b;
        c = ((u(i,2)))^2;
        Parte3 = c;
        Ponto(i) = (B0 * (Parte1)) + (B1 * (Parte2)) + (B2 * (Parte3));
    elseif i == 2
        a = (u(i,2))^2;
        Parte1 = a;
        b = ((u(i,2)) - (u(i - 1,2)))^2;
        Parte2 = b;
        c = ((u(i,2)) - (2 * (u(i - 1,2))))^2;
        Parte3 = c;
        Ponto(i) = (B0 * (Parte1)) + (B1 * (Parte2)) + (B2 * (Parte3));
    else
        a = (u(i,2))^2;
        Parte1 = a;
        b = ((u(i,2)) - (u(i - 1,2)))^2;
        Parte2 = b;
        c = ((u(i,2)) - (2 * (u(i - 1,2))) + u(i - 2,2))^2;
        Parte3 = c;
        Ponto(i) = (B0 * (Parte1)) + (B1 * (Parte2)) + (B2 * (Parte3));
    end
end
figure(2)
hold on
grid on
plot(u(:,1),u(:,2),'b')
plot(u(:,1),Ponto(:),'r')
title('Regularização TIKHONOV')

```

Algoritmo 4.3- Regularização TIKHONOV- MATLAB.

Onde:

$Ponto(i)$ é o vetor resultante da regularização do vetor $u(:,2)$.

4.3 - AVALIAÇÃO DAS TRANSFORMADAS DE WAVELET

Para a avaliação da TDW e TCW foi utilizado o Toolbox do programa MATLAB. Dentro desta caixa de ferramentas, várias funções (wavelet-mãe) foram testadas para serem escolhidas as wavelet com os melhores resultados na identificação do dano.

Para a TDW foram testadas a seguintes funções mães:

Tabela 4.1- Funções wavelet mãe para a TDW testadas

Função Wavelet mãe utilizadas na avaliação da TDW			
Db2	Bior2.2	Bior6.8	Sym7
Db3	Bior2.4	Coif1	Sym8
Db4	Bior2.6	Coif2	rbior1.1
Db5	Bior2.8	Coif3	rbior1.3
Db6	Bior3.1	Coif4	rbior1.5
Db7	Bior3.3	Coif5	Rbior2.2
Db8	Bior3.5	Sym2	Rbior2.4
Db9	Bior3.7	Sym3	Rbior2.6
Db10	Bior3.9	Sym4	Rbior2.8
Bior1.3	Bior4.4	Sym5	Rbior3.1
Bior1.5	Bior5.5	Sym6	Rbior3.3

Para a TCW foram testadas as seguintes funções wavelet mãe:

Tabela 4.2- Funções wavelet mãe para a TCW testadas

Função Wavelet mãe utilizadas na avaliação da TCW			
Db2	Bior2.6	Coif4	Rbior2.4
Db3	Bior2.8	Coif5	Rbior2.6
Db4	Bior3.1	Sym2	Rbior2.8
Db5	Bior3.3	Sym3	Rbior3.1
Db6	Bior3.5	Sym4	Rbior3.3
Db7	Bior3.7	Sym5	Gaus1
Db8	Bior3.9	Sym6	Gaus2
Db9	Bior4.4	Sym7	Gaus3
Db10	Bior5.5	Sym8	Gaus4

Função Wavelet mãe utilizadas na avaliação da TCW			
Bior1.3	Bior6.8	Rbior1.1	Gaus5
Bior1.5	Coif1	Rbior1.3	Gaus6
Bior2.2	Coif2	Rbior1.5	Gaus7
Bior2.4	Coif3	Rbior2.2	Gaus8

O algoritmo utilizado para a TDW no programa MATLAB foi o seguinte:

```

s = y4(1:length(y4));
l_s = length(s);
[cA1,cD1] = dwt(s,'db3');
D1 = upcoef('d',cD1,'db3',1,l_s);
figure(4);
plot(D1);
axis([0 100 -8 8]);
hold on
set(gca,'Xtick',0:5:100)
title('DISCRETE WAVELET TRANSFORM (DWT)','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
xlabel('NODES','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
ylabel('WAVELET COEFFICIENT (DWT) - db3','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
set(gca,'FontSize',tamano_letra_ejes);

```

Algoritmo 4.4- Transformada Discreta de Wavelet- MATLAB.

Para a avaliação da TCW:

```

figure(71)
coef = cwt(ymod,1:scale,'sym7','3Dplot');
title('CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM (CWT)','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
xlabel('POINTS (6m = 1000 points)','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
ylabel('SCALE (a)','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
zlabel('COEFFICIENTS (CWT) sym7','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
set(gca,'FontSize',tamano_letra_ejes);
colormap('jet')
figure(72)
coef = cwt(ymod,1:scale,'sym7','plot');
title('CONTINUOUS WAVELET TRANSFORM (CWT)','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
xlabel('POINTS (6m = 1000 points)','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
ylabel('COEFFICIENTS (CWT) sym7','fontsize',tamano_rotulos_ejes)
set(gca,'FontSize',tamano_letra_ejes);
colormap('jet')

```

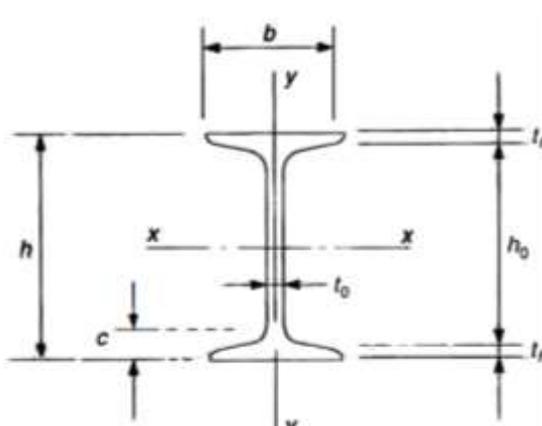
Algoritmo 4.5- Transformada Continua de Wavelet – MATLAB.

5. - ANÁLISE EXPERIMENTAL

Neste trabalho, o programa experimental teve por objetivo utilizar a Transformada de Wavelet para determinar a posição do dano introduzido numa viga (perfil-I), utilizando a resposta estática (deslocamentos) da viga danificada. A viga metálica testada foi de aço MR-250 de comprimento igual a 6 metros, em condição biapoiada, submetida a diferentes estágios de carga aplicada no meio do vão. As características geométricas e do material das vigas ensaiadas são mostradas na Tabela 5.1. Cabe ressaltar que os valores, principalmente da tensão de escoamento (f_y), módulo de elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (ν), foram escolhidos do catálogo fornecido pelo fabricante porque neste trabalho não foram feitos ensaios de caracterização do material (aço).

Tabela 5.1- Características geométricas e do material da viga- ensaio experimental.

Perfil I - Aço 102 X 11,4	
h(cm)	10,16
h₀(cm)	8,68
t_f(cm)	0,74
t₀(cm)	0,483
c(cm)	1,59
b(cm)	6,76
Area (cm²)	14,5
I_x (cm⁴)	252
W_x (cm³)	49,7
i_x (cm)	4,17
I_y (cm⁴)	31,7
W_y (cm³)	9,37
i_y (cm)	1,48
Z_x(cm³)	56,220
Z_y (cm³)	17,414
f_y(KN/cm²)	25
E (KN/cm²)	20000
Comprimento (m)	6



Quatro vigas foram testadas no laboratório de estruturas da Universidade de Brasília. As vigas foram divididas em 16 elementos de 37,5 cm de comprimento cada um, com 17 nós igualmente espaçados ao longo da viga como é mostrado na Figura 5.1.

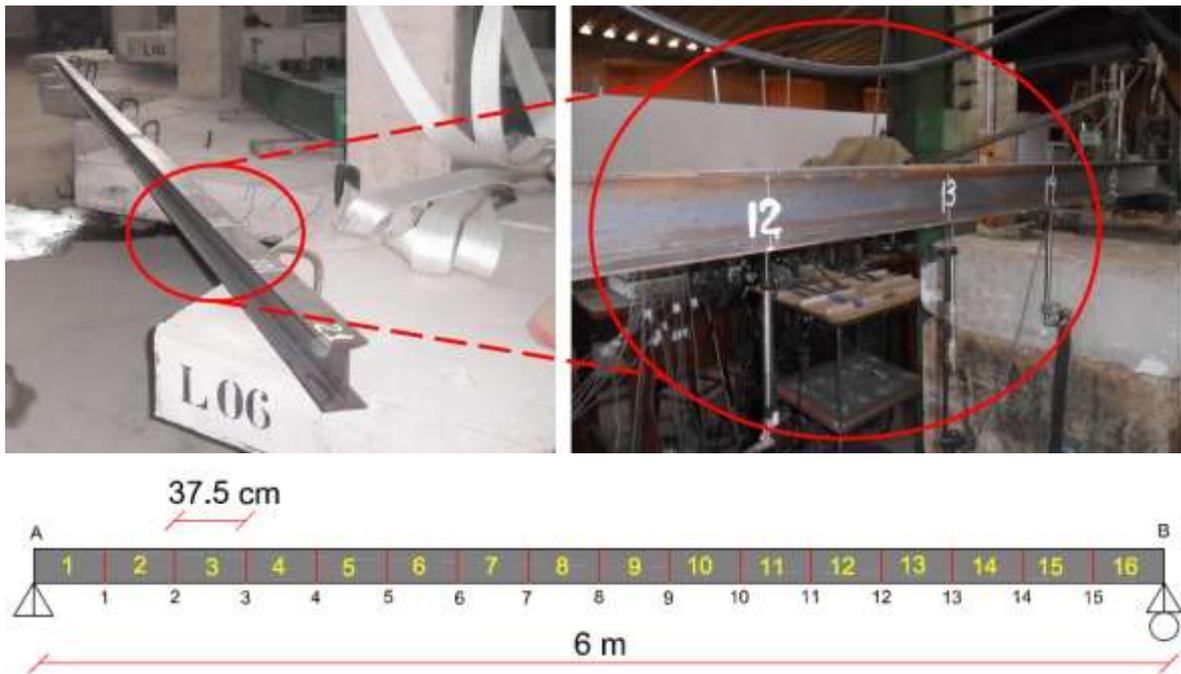


Figura 5.1- Divisão da viga em 16 elementos.

A seguir, são apresentadas a localização e as características do dano induzido nas 4 vigas testadas. A posição da carga foi a mesma para todas as vigas, aplicada no meio do vão, exatamente sobre o nó numero 8, de acordo com a discretização feita na Figura 5.1. A descrição detalhada de cada viga é mostrada na Figura 5.2.

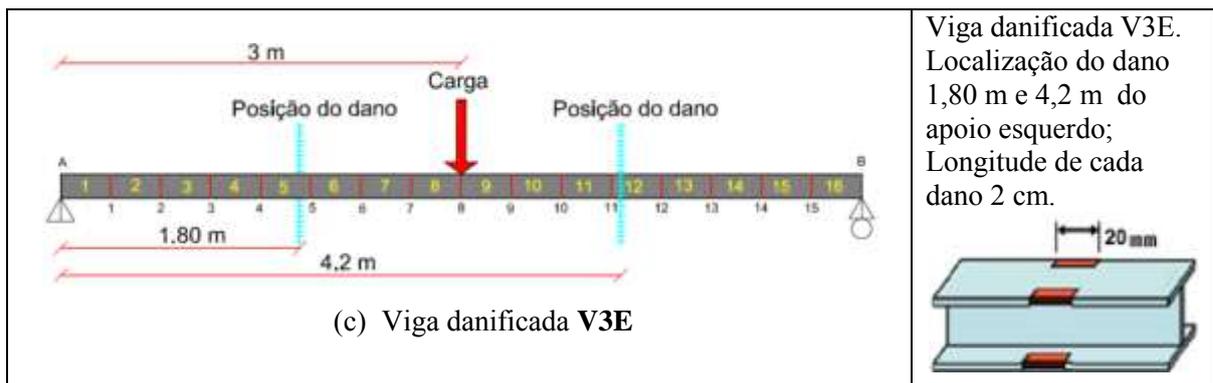
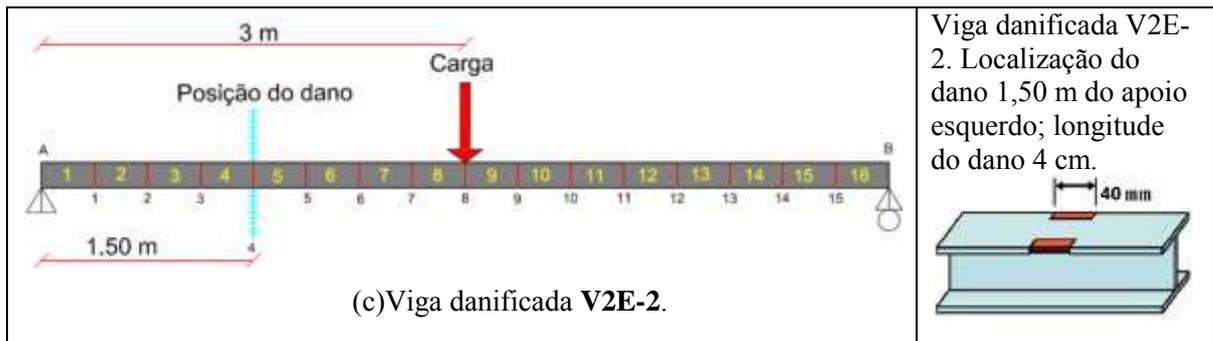
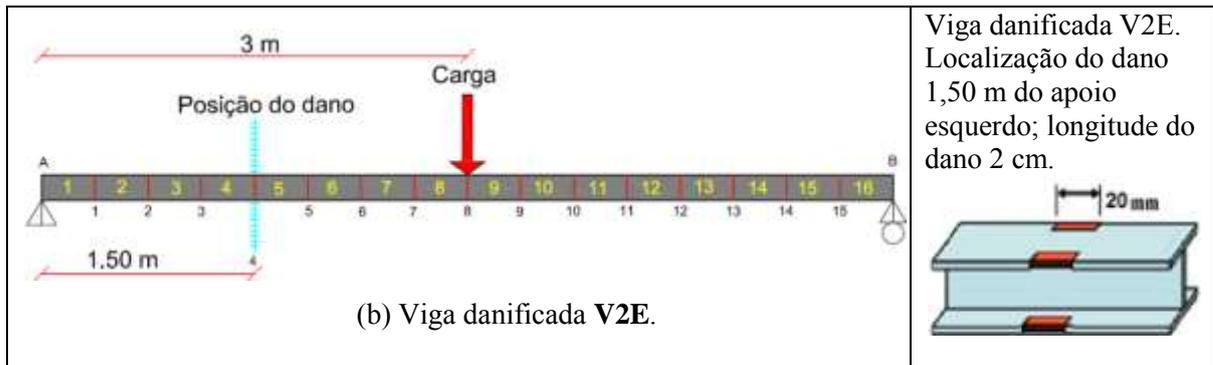
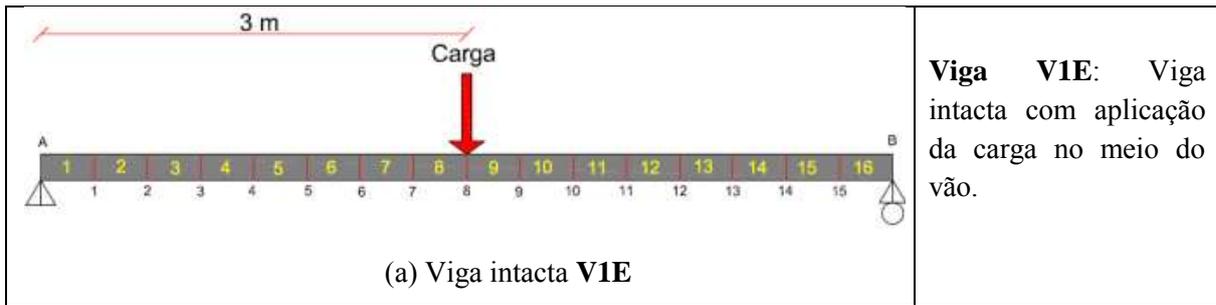


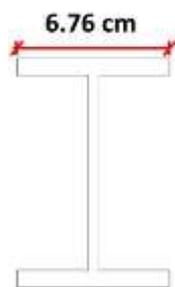
Figura 5.2- Posições do dano para a análise estática.

Foi testada uma viga intacta (Figura 5.2a), para se ter uma viga de referência, mas os resultados da resposta da viga intacta não foram utilizados na metodologia de identificação de danos proposta neste trabalho.

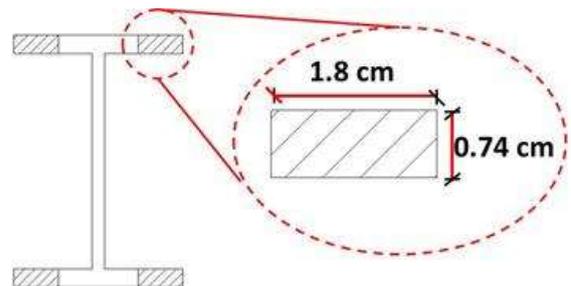
Os danos induzidos nas vigas foram feitos com um serra circular (Figura 5.3). Como foi explicado na Figura 5.2, os cortes tinham dimensões de 2cm e de 4cm, ambos produziram uma igual diminuição na inercia da seção transversal. Esses cortes são mostrados nas Figura 5.4 e Figura 5.5.



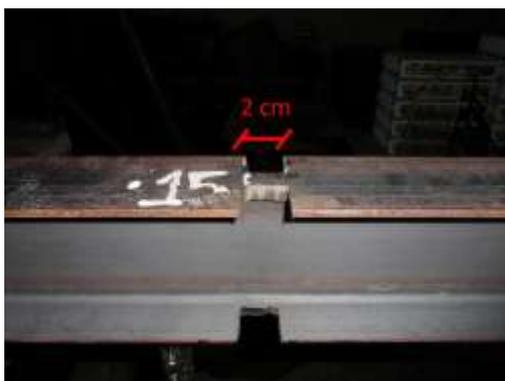
Figura 5.3- Serra circular.



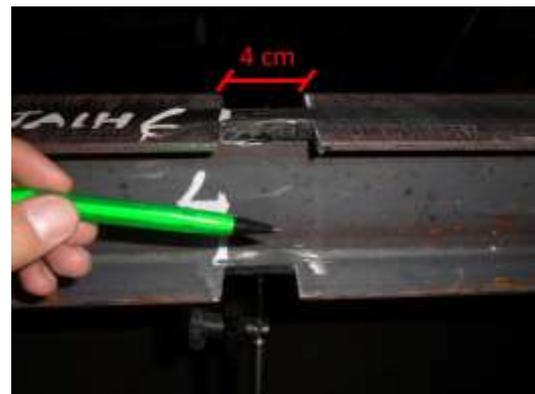
(a) Viga intacta



(b) Tamanho do dano seção transversal



(c) Dano Induzido (2 cm)



(d) Dano Induzido (4 cm)

Figura 5.4- Dano induzida na viga.

O primeiro teste foi feito com a viga V2E com o dano de 2cm em um local só. Aplicando o método de identificação de danos proposto, têm-se resultados onde a localização do dano é identificável, mas também são gerados outros picos nos gráficos

devido ao ruído presente no sinal. Por essa razão não foram testadas vigas com danos menores do que 2cm na mesa.

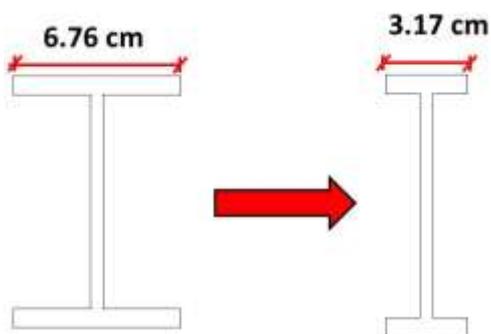


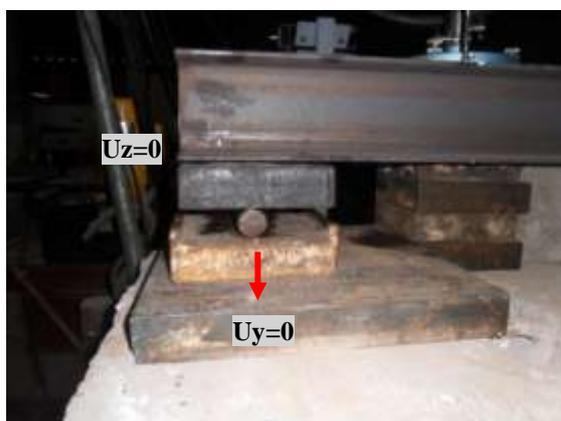
Figura 5.5- Viga danificada

Na Tabela 5.2 são apresentados os valores do momento de inércia da seção intacta e da seção danificada.

Tabela 5.2- Diminuição do momento de inércia da seção devida ao dano.

	Inércia I_x (cm^4)	Inércia I_y (cm^4)	Raio de giro r_x (cm)	Raio de giro r_y (cm)
Seção intacta	252	31,7	4,17	1,48
Seção danificada	130,71	4,0215	3,83	0,67

As vigas ensaiadas estavam em condição biapoiada, para garantir o apoio de primeiro gênero (Figura 5.6 (a)). Utilizaram-se duas chapas lisas e um rolete que garante apenas o deslocamento na direção x. Para o apoio de segundo gênero (Figura 5.6 (b)) foram utilizadas duas placas desenhadas para que rolete não tenha deslocamento na direção x, y e z (rotação liberada).



(a) Apoio primeiro gênero.



(a) Apoio segundo gênero.

Figura 5.6- Sistema de apoios da viga.

5.1 - VERIFICAÇÃO CARGA MÁXIMA DA VIGA

É necessário conhecer o limite de carga que a viga intacta pode suportar para ter uma ideia da magnitude da carga a ser aplicada na viga danificada. É importante ressaltar que a viga na realidade não é perfeita e a verificação do carregamento máximo que ela pode suportar, pode concorrer em uma carga menor do que a carga calculada. É por isso que a escolha da resposta estática foi para um incremento de carga menor do que o máximo calculado.

Na seguinte seção é apresentado o cálculo da verificação da carga máxima que pode ser aplicada à viga intacta (sem dano), para evitar a flambagem local.

5.1.1 - Verificação da seção quanto à ocorrência de flambagem local.

De acordo com a norma norte-americana (AISC) e brasileira (NBR 8800), as seções das vigas podem ser divididas em três classes, conforme a influência da flambagem local sobre os respectivos momentos fletores resistentes (M_{res}): Seção compacta, semi compacta e esbelta. Apresenta-se a seguir o cálculo do momento resistente de cálculo e consequentemente a máxima carga concentrada que a viga pode receber para que atenda aos estados limites exigidos pela NBR8800:2008 (Pfeil, 2009).

Cálculo do módulo plástico (Z_x):

$$Z_x = b_f t_f (h - t_f) + \frac{t_w}{4} (h - 2t_f)^2 \quad (5.1)$$

$$Z_x = 6,76 * 0,74(10,16 - 0,74) + \frac{0,483}{4} (10,16 - 2 * 0,74)^2 = 56,220 \text{ cm}^3 \quad (5.2)$$

De acordo com as características e propriedades geométricas da seção da viga utilizada, mostradas na Tabela 5.1, a verificação por flambagem local da mesa é a seguinte:

5.1.1.1 -Flambagem local da mesa (FLM).

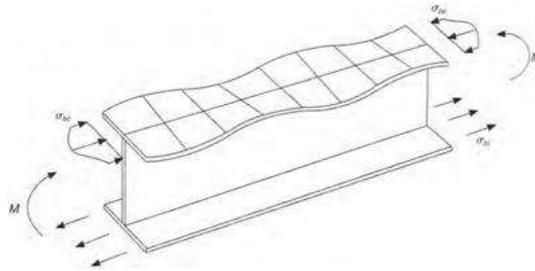


Figura 5.7- Flambagem local da mesa (Pfeil, 2009).

λ_b é definida como a esbeltez de placa. Onde b_f largura da mesa, t_f , é a espessura da mesa.

$$\lambda_b = \frac{1}{2} * \frac{b_f}{t_f} = \frac{1}{2} * \frac{6,76}{0,74} = 4,567 \quad (5.3)$$

$$\lambda_p = 0,38 * \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 0,38 * \sqrt{\frac{20000}{25}} = 10,74 \quad (5.4)$$

$\lambda_b \leq \lambda_p$; A seção é compacta. Para uma seção compacta o momento nominal M_n é definido como:

$$M_n = Z_x f_y \quad (5.5)$$

$$M_n = 56,220 * 25 = 1405,5 \text{ Kn cm} = 14,04 \text{ [kN * m]} \quad (5.6)$$

O momento de serviço em função da carga P , e tendo em consideração o peso próprio da viga ($q = 0,1117 \text{ kN/m}$) é mostrado na Equação (5.7):

$$M_s = \frac{PL}{4} + \frac{qL^2}{8} = \frac{P * 6}{4} + \frac{0,1117 * 6^2}{8} = 1,50P + 0,50265 \text{ [kN * m]} \quad (5.7)$$

$$M_s = M_n \quad (5.8)$$

$$1,50P + 0,50265 = 14,04 \quad (5.9)$$

$$P_{max} = 9,0249 \text{ kN} = 9024,9N \cong 903 \text{ Kg} \quad (5.10)$$

5.1.1.2 - Flambagem local da alma (FLA)



Figura 5.8- Flambagem local da alma (Pfeil, 2009)

$$\lambda_b = \frac{h_w}{t_w} = \frac{10,16 - 2 * 0,74}{0,483} = 17,97 \quad (5.11)$$

$$\lambda_p = D \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 3,76 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 106,34 \quad (5.12)$$

$\lambda_b \leq \lambda_p$; A seção é compacta. Para uma seção compacta, o momento nominal M_n é definido como:

$$M_n = Z_x f_y \quad (5.13)$$

$$M_n = 56,220 * 25 = 1405,5 \text{ Kn cm} = 14,04 \text{ [kN * m]} \quad (5.14)$$

$$M_s = \frac{PL}{4} + \frac{qL^2}{8} = \frac{P * 6}{4} + \frac{0,1117 * 6^2}{8} = 1,50P + 0,50265 \text{ [kN * m]} \quad (5.15)$$

$$M_s = M_n \quad (5.16)$$

$$1,50P + 0,50265 = 14,04 \quad (5.17)$$

$$P_{max} = 9,0249 \text{ kN} = 9024,9N \cong 903 \text{ Kg} \quad (5.18)$$

5.1.1.3 -Flambagem lateral por flexo-torção (FLT)

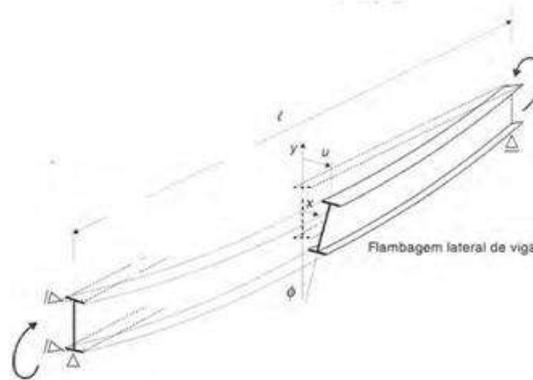


Figura 5.9- Flambagem lateral por flexo-torção (Pfeil, 2009)

$$\lambda = \frac{l_b}{r_y} = \frac{600}{1,48} = 405,405 \quad (5.19)$$

$r_y=1.48$ cm; raio de giração da seção intacta em relação ao eixo principal de inércia perpendicular ao eixo de flexão.

$l_b= 6$ m= 600 cm; distância entre duas seções, contidas a flambagem lateral com torção (comprimento destravado).

$$\lambda_p = 1,76 \sqrt{\frac{E}{f_y}} = 1,76 \sqrt{\frac{20000}{25}} = 49,780 \quad (5.20)$$

$\lambda > \lambda_p$; l_{br} tem que ser definido:

$$l_{br} = \frac{1,38 \sqrt{I_y J}}{r_y J \beta_1} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 C_w \beta_1^2}{I_y}}} \quad (5.21)$$

C_w : constante do empenamento da seção intacta.

I_y : momento de inércia da seção em relação ao eixo da seção intacta, que passa pelo médio da alma.

d : altura externa da seção, medida perpendicularmente ao eixo de flexão.

t_f : espessura da mesa.

Para um perfil I ou H duplamente simétrico, as constantes J e C_w são expressas por:

$$J = \frac{1}{3}(2b_f t_f^3 + h_0 t_w^3) = \frac{1}{3}(2 * 6,76 * 0,74^3 + (10,16 - 2 * 0,74) * 0,483^3) = 2,152 \text{ cm}^3 \quad (5.22)$$

$$\beta_1 = \frac{(f_y - \sigma_r)W_x}{EJ} = \frac{(25 - 0,3 * 25)49,7}{20000 * 2,152} = 0,0202 \quad (5.23)$$

$$C_w = \frac{I_y(d - t_f)^2}{4} = \frac{31,7(10,16 - 0,74)^2}{4} = 703,23 \text{ cm}^6 \quad (5.24)$$

$$l_{br} = \frac{1,38 \sqrt{31,7 * 2,152}}{1,48 * 2,152 * 0,0202} \sqrt{1 + \sqrt{1 + \frac{27 * 703,23 * 0,0202^2}{31,7}}} = 177,1 \quad (5.25)$$

$$l_b > l_{br} \quad \therefore \text{Viga longa } M_n = M_{cr} \quad (5.26)$$

$$M_{cr} = \frac{C_b \pi^2 E I_y}{l_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + \frac{0,039 J l_b^2}{C_w}\right)} \quad (5.27)$$

$$C_b = \frac{12,5 M_{max}}{2,5 M_{max} + 3 M_A + 4 M_B + 3 M_C} \quad Rm \leq 3,0 ; Rm = 1 \quad (5.28)$$

$$M_A \left(\frac{l}{4}\right) = 0,3769 + 0,75P ; \quad M_B \left(\frac{l}{2}\right) = 0,50265 + 1,50P ; [kN * m] \quad (5.29)$$

$$M_C \left(\frac{3l}{4}\right) = 0,3769 + 0,75P ; [kN * m] \quad (5.30)$$

Substituindo os valores dos momentos dados nas Equações (5.29) e (5.30), temos o valor para C_b :

$$C_b = \frac{12,5(1,50P + 0,50265)}{2,5(1,50P + 0,50265) + 3(0,75P + 0,3769) + 4(1,50P + 0,50265) + 3(0,75P + 0,3769)} \quad (5.31)$$

O momento de serviço M_s :

$q = 0,1117 \text{ kN/cm}$; peso próprio da viga.

$$M_s = \frac{PL}{4} + \frac{qL^2}{8} = \frac{P * 600}{4} + \frac{0,1117 * 600^2}{8} = 1,50P + 0,50265 \text{ [kN * m]} \quad (5.32)$$

Igualando a Equação (5.27) com a Equação (5.32); isolando P , temos o seguinte resultado:

$$M_s = M_{cr} \quad (5.33)$$

$$1,50P + 0,50265 = \frac{C_b \pi^2 EI_y}{l_b^2} \sqrt{\frac{C_w}{I_y} \left(1 + \frac{0,039 J l_b^2}{C_w} \right)} \quad (5.34)$$

Isolando a variável P :

$$P_{max} = 4,3735Kn = 4373 N \cong 438 Kg \quad (5.35)$$

Resumo:

Tabela 5.3- Carga máxima que pode ser aplicada na viga intacta.

FLA	$P_{max} = 903 \text{ kg}$
FLM	$P_{max} = 903 \text{ kg}$
FLT	$P_{max} = 438 \text{ kg} = 4373N$

A carga máxima que pode ser aplicada à **viga intacta (sem dano)** no meio do vão é de **4373 N**, para a viga não sofrer flambagem local.

É importante ressaltar que o cálculo do carregamento máximo, foi calculado com os dados da viga intacta, isto é, porque na realidade não se conhece nem o tamanho do dano nem a localização do dano. Tendo em consideração que a carga calculada na realidade pode concorrer em uma carga menor devida as imperfeições apresentadas na viga (imperfeições geométricas e do material) que podem levar a peça ao regime plástico, por está razão é muito importante aplicar na estrutura incrementos de carga menores do que a carga máxima.

5.2 – INSTRUMENTAÇÃO

Os deslocamentos verticais (no plano de aplicação da carga) dos modelos testados foram obtidos em 15 pontos, correspondentes aos 15 nós centrais da viga. Os pontos correspondentes às extremidades (apoios A e B) não foram levados em conta, porque a Transformada de Wavelet gera grandes perturbações nos apoios por causa da descontinuidade apresentada neles. É importante ressaltar que as vigas podem sofrer deslocamentos laterais que possam resultar em dados importantes para a localização do dano, mas nesta pesquisa só foram coletados os deslocamentos gerados no plano de aplicação da carga.

Os deslocamentos foram medidos utilizando-se quinze transdutores de variação de deslocamento linear (LVDT's) fabricados pela empresa HBM. Os LVDT's foram posicionados abaixo da viga, em contato com a superfície inferior, em pontos localizados no eixo central longitudinal que faziam ângulos de 90 graus entre a face inferior da viga e cada medidor. Os pontos monitorados foram sempre os mesmos para permitir a comparação dos resultados dos diferentes modelos.

A Figura 5.11 apresenta os pontos onde foram monitorados os deslocamentos verticais nos modelos. A Figura 5.10 mostra detalhes dos LVDT's utilizados durante os ensaios.

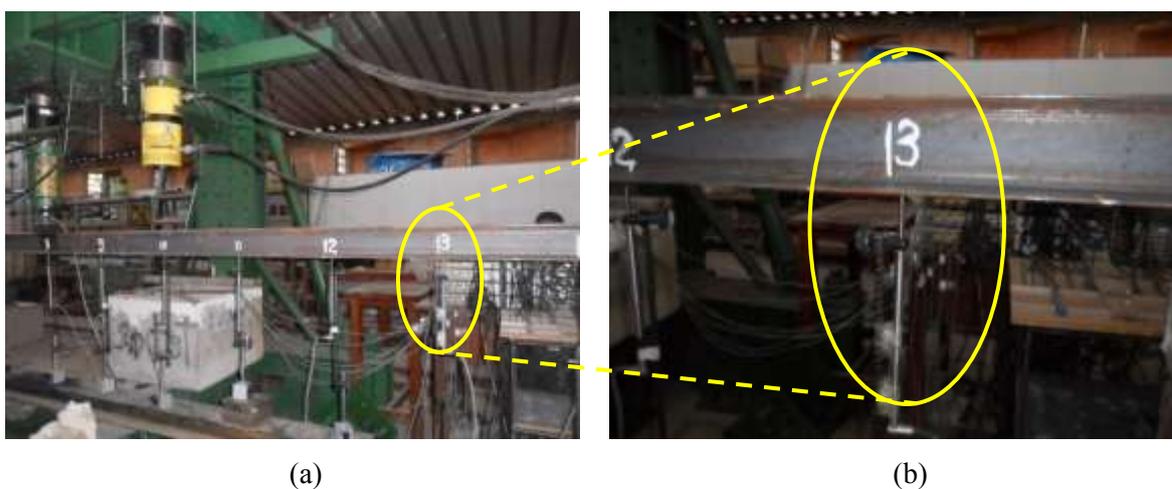
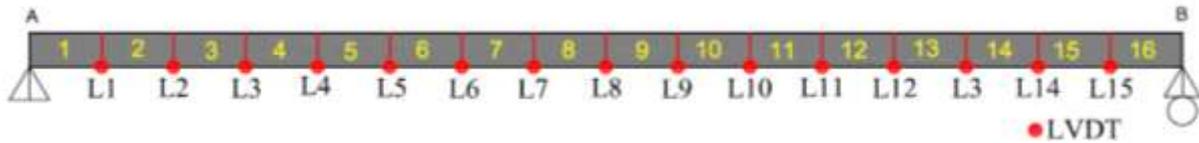


Figura 5.10- Detalhe dos LVD'Ts



(a) Posicionamento LVDT's



(b)



(c)

Figura 5.11- Posicionamento dos LVDT's

5.3 - SISTEMA DE ENSAIOS

O sistema de ensaio utilizado nesta pesquisa foi composto pelo pórtico de reação existente no laboratório de estruturas da Universidade de Brasília. O sistema está composto por 1 atuador hidráulico da marca ENERPAC (Figura 5.14) , com capacidade de 1000 kN; 1 célula de carga (Figura 5.16), e indicadores digitais fabricados pela *Kratos Equipamentos Industriais Ltda*, com capacidade de 1000 kN e com precisão de 1 kN; 1 chapa, posicionadas entre o êmbolo do atuador hidráulicos e a célula de carga; 1 bomba hidráulica elétrica ENERPAC (Figura 5.15) para o acionamento do atuador hidráulico e 2 chapas de aço.

Na Figura 5.12 é possível observar detalhes da configuração de ensaio dos modelos. Para incrementar a altura da posição da viga foram usados dois blocos de concreto em cada um dos apoios, conforme é mostrado na Figura 5.13.



Figura 5.12- Pórtico para ensaios.



Figura 5.13- Blocos de concreto para apoiar a viga.



Figura 5.14- Atuador Hidráulico



Figura 5.15- Bombas Hidráulicas

O carregamento foi aplicado na direção vertical, no sentido de cima para baixo, em passos de carga, tendo em consideração o valor da carga máxima suportada pela viga intacta, para não sofrer flambagem local. Esses valores de carga escolhidos para a aplicação do método de identificação de dano proposto foram menores do que o valor de carga máxima calculado. Os valores dos estágios de carga a serem analisadas com as wavelet são mostrados na Tabela 5.4.

Tabela 5.4- Estágios de carga- análise estática.

VIGA ENSAIADA	ESTÁGIOS DE CARGA (N)				
VIGA V1E	930	2010	3090	4080	-
VIGA V2E	1020	1320	2280	3330	4200
VIGA V2E-2	990	2040	3060	3990	4530
VIGA V3E	960	2040	3120	4350	4620

No monitoramento de estruturas, com o objetivo de identificação de danos, o valor da carga máxima suportada pela **viga danificada** não é conhecido, por isso neste trabalho foi adotado o valor de carga máxima da viga intacta, para ter uma ideia do carregamento suportado pela viga, e fazer a escolha dos estágios de carga a serem analisados com as wavelets.

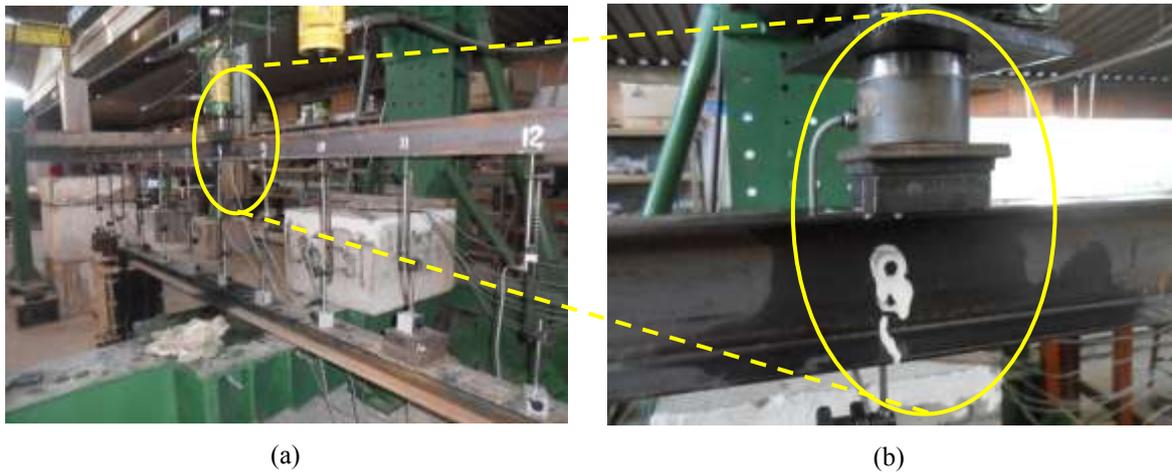


Figura 5.16- Detalhe célula de carga.

O sistema utilizado para a aquisição de dados dos LVDT's foi composto por 2 módulos do sistema de aquisição *Spider 8*, modelos SR30 e SR55, fabricados pela empresa HBM, interligados em cascata e ligados a um computador. O software de aquisição de dados utilizado para os módulos *Spider 8* foi o CATMAN versão 4.5. Detalhes do sistema de aquisição de dados podem ser vistos na Figura 5.17.



(a) Sistema de aquisição de dados *SPIDER 8*

(b) Computador utilizado em conexão com o *SPIDER 8*

Figura 5.17- Hardware para aquisição de dados

5.4 – RESULTADOS DA ANÁLISE ESTÁTICA

Na presente seção são apresentados os resultados obtidos na resposta estática (deslocamentos verticais U_y) para cada viga ensaiada. Nas Figuras 5.18 a 5.21 são apresentados os deslocamentos das quatro vigas ensaiadas.

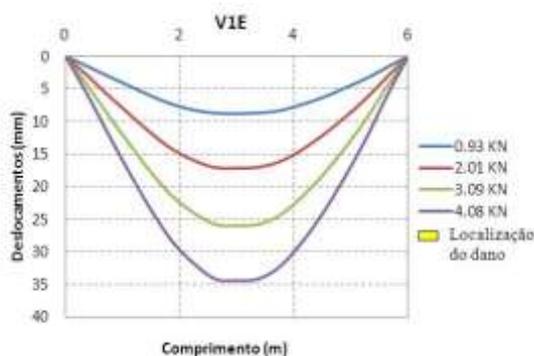


Figura 5.18- Viga intacta V1E

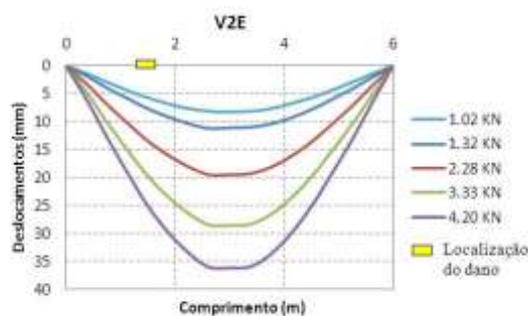


Figura 5.19- Viga danificada V2E

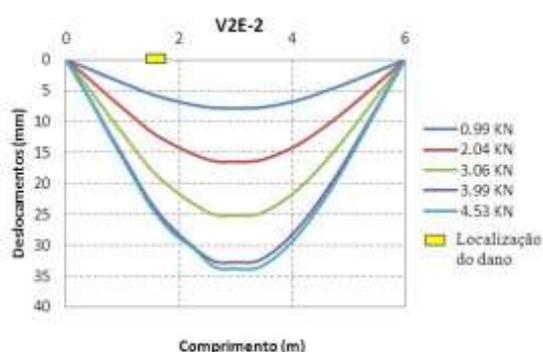


Figura 5.20- Viga danificada V2E-2

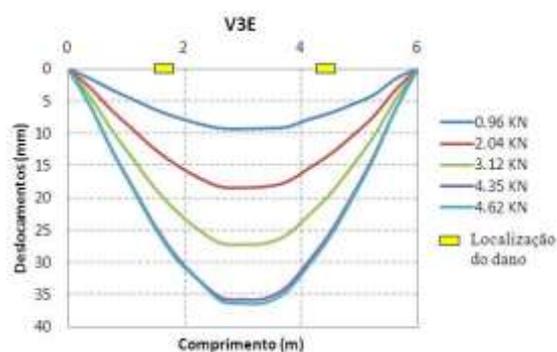


Figura 5.21- Viga danificada V3E

5.5 – IDENTIFICAÇÃO DO DANO UTILIZANDO SOMENTE A RESPOSTA DANIFICADA

A localização do dano foi feita tomando somente as resposta da viga danificada, isto é, as vigas V2E, V2E-2 e V3E. Os dados dos 17 pontos correspondentes aos deslocamentos nodais das 3 vigas foram exportados para o MATLAB e, em seguida, a interpolação *Cubic-Spline* foi aplicada para aumentar o número de dados. Aos resultados da interpolação, foi-lhes aplicado o método de regularização de Tikhonov. Como último procedimento foi aplicada a TDW e a TCW. A identificação do dano é apresentada na Tabela 5.5, em que se faz a correspondência distância-nó para localizar o dano nos gráficos da Transformada de Wavelet.

Tabela 5.5- Correspondência entre distância - nós.

Localização do dano – Distância medida desde o apoio esquerdo			
Viga	Posição (m)	Nó (#) TDW	Nó (#) TCW
V2E	1,5 m dano de 2cm	25	250
V2E-2	1,5 m dano maior de 4cm	25	250
V3E	1,8 m e 4,2 m; dano de 2cm	30 e 70	300 e 700

A Transformada de Wavelet foi aplicada somente num estágio de carga menor do que a carga máxima (4373N). Na Tabela 5.6 é mostrado o estágio de carga escolhido para cada viga.

Tabela 5.6- Estagio de carga para aplicação do método de identificação de danos.

VIGA	ESTAGIO DE CARGA (N)
V2E	3330
V2E-2	3990
V3E	3120

Considerando que a carga gera perturbações no sinal, algumas wavelet foram testadas para ver o seu comportamento. A Figura 5.22 mostra a TDW e a TCW. Nelas, indica como no ponto de aplicação da força são geradas perturbações elevadas que podem atrapalhar as perturbações geradas pelo dano. Por esta razão, foi necessário desconsiderar a leitura do LVDT-#8 que foi colocado no ponto de aplicação da carga.

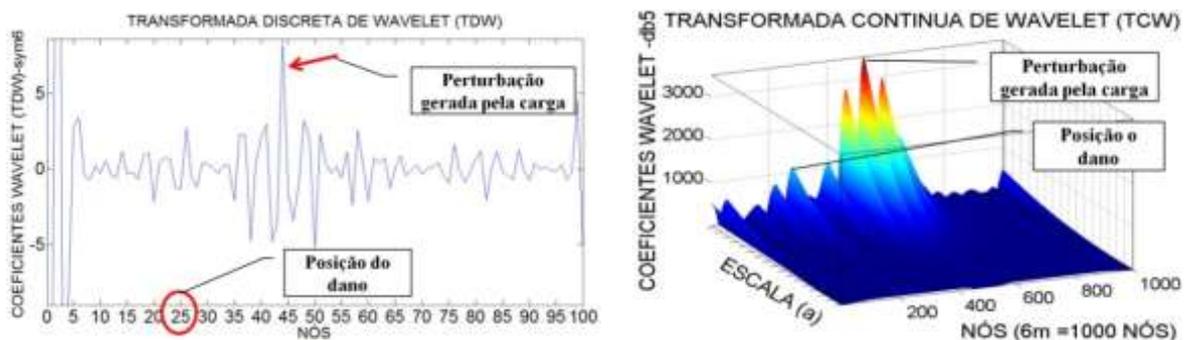


Figura 5.22- Perturbação gerada pela força aplicada.

Nas Figuras 5.23, 5.25 e 5.27 são mostrados os gráficos nos quais se têm as leituras dos LVDT's (deslocamentos verticais), a curva de interpolação Cubic-spline gerada a partir destas leituras e nas Figuras 5.24, 5.26 e 5.28 a curva de regularização que foi aplicada a cada uma das vigas.



Figura 5.23- Interpolação viga V2E.



Figura 5.24- Regularização viga V2E.



Figura 5.25- Interpolação viga V2E-2.

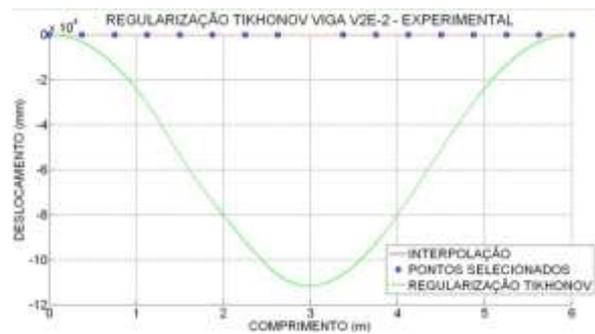


Figura 5.26- Regularização viga V2E-2.



Figura 5.27- Interpolação viga V3E.

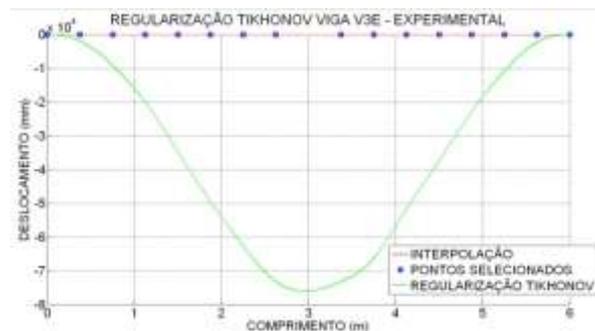


Figura 5.28- Regularização viga V3E.

Os gráficos regularizados apresentaram nos extremos falsos engastes, isto foi devido à regularização nos pontos de fronteira que geraram uma grande descontinuidade provocada pelo valor do ponto anterior e o ponto seguinte ($X_0 = 0$) nos extremos. Esses valores de zero provoca uma descontinuidade na hora de substituir na equação proposta por Tikhonov (Equação (3.63)).

Os gráficos correspondentes ao sinal regularizado apresentam uma magnitude muito maior, devido à escolha do valor arbitrário ($\beta_0 = \beta_1 = \beta_2 = 100$) na Equação (3.63) e ao valor escolhido foram obtidos os melhores resultados na metodologia de identificação de danos proposta.

Depois de ter os resultados da regularização, a Transformada de Wavelet contínua e discreta foi aplicada. Foram escolhidas para a TDW as 5 funções wavelet-mãe e para a TCW foram escolhidas 4 funções wavelet-mãe que apresentaram os melhores resultados na identificação do dano.

5.5.1 –TDW

Para identificar o dano foram analisadas 44 funções wavelet-mãe como mostrado na Tabela 4.1, a partir das quais foram escolhidas as 5 funções que mostraram o melhor resultado e o maior grau de precisão na localização do dano. As cinco funções wavelet-mãe escolhidas são mencionadas abaixo e, em seguida, os resultados obtidos com a TDW e a TCW são mostrados:

Funções:

- Biortogonal - Bior6.8
- Reverse biortogonal– Rbio2.6
- Symlet - Sym6
- Coiflet - Ciof3
- Daubechies - Db5

A seguir são apresentados os resultados obtidos para as diferentes condições nas vigas ensaiadas, segundo a Figura 5.2.

5.5.1.1 -Viga V2E



Figura 5.29-TDW viga V2E usando rbio2.6.



Figura 5.30-TDW viga V2E usando rbio2.6.



Figura 5.31-TDW viga V2E usando sym6.



Figura 5.32-TDW viga V2E usando coif3.



Figura 5.33- TDW viga V2E usando db5.

Na situação da viga V2E, com o dano localizado no nó 25 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar a localização do dano através de elevados picos na região danificada (Figuras 5.29 a 5.33). Exatamente no nó 26 apresentaram maior pico, afastado 4 cm do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, as wavelet geram perturbações nas extremidades, por causa das discontinuidades geométricas nos apoios.

Os gráficos também apresentam perturbações próximas do nó 75, que indica um falso dano, que podem ser causadas pela presença de ruído no sinal.

5.5.1.2 -Viga V2E-2



Figura 5.34-TDW viga V2E-2 usando bior6.8.



Figura 5.35-TDW viga V2E-2 usando rbio2.6.



Figura 5.36- TDW viga V2E-2 usando sym6.



Figura 5.37- TDW viga V2E-2 usando coif3.

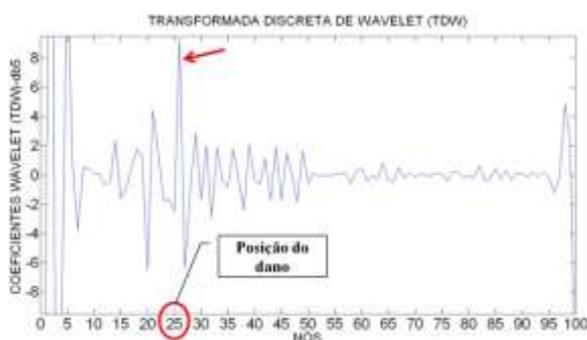


Figura 5.38- TDW viga V2E-2 usando db5.

Na viga V2E-2 que apresenta um dano maior que a viga V2E localizado no nó 25 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar a localização do dano através de elevados picos na região danificada (Figuras 5.34 a 5.38). No nó 26, apresentam, exatamente, maior pico a uma distância de 4 cm do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se as perturbações nas extremidades, devido às discontinuidades geométricas nos apoios. Estes gráficos também apresentam pequenas perturbações sobre o resto do sinal, as quais podem ter ocorrido devido à inclusão do ruído no sinal. Essa interferência gerada pelo ruído é significativamente menor do que a viga V2E.

5.5.1.3 -Viga V3E



Figura 5.39- TDW viga V3E usando bior6.8.



Figura 5.40- TDW viga V3E usando rbo2.6.



Figura 5.41- TDW viga V3E usando sym6.



Figura 5.42- TDW viga V3E usando coif3.



Figura 5.43- TDW viga V3E usando db5.

Na viga V3E com dois locais do dano, localizados no nó 30 e no nó 70 (1,8 m e 4,2 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar a localização mais claramente correspondente ao dano no nó 70 através de elevados picos na região danificada. Para o dano localizado no nó 30, os gráficos apresentam picos menores do que no nó 70, e estes picos estão localizados ao redor do nó 25, afastados 30 cm do dano (Figuras 5.39 a 5.43). Cabe ressaltar que os gráficos apresentam uma perturbação por causa do ruído presente no sinal, igual aos dois casos anteriores.

5.5.2 – TCW

Para o cálculo dos coeficientes da TCW foram analisadas 52 funções wavelet-mãe como mostrado na Tabela 4.2. A partir destas funções foram escolhidas 4 funções que mostraram o melhor resultado e o maior grau de precisão na localização do dano. A TCW mostra dois tipos de gráficos para uma mesma função que são: o gráfico em 3-D e o gráfico em 2-D.

Foram testados vários valores para a escala a , dando melhores resultados na identificação do dano o valor $a = 50$. As quatro funções wavelet-mãe escolhidas são especificadas abaixo e, posteriormente, são mostrados os resultados obtidos.

- Daubechies - Db5
- Coiflet - Coif4
- Symlet - Sym8
- Gaussiana - Gaus8

A seguir são apresentados os resultados obtidos para as diferentes condições das vigas ensaiadas, segundo Figura 5.2.

5.5.2.1 - Viga V2E

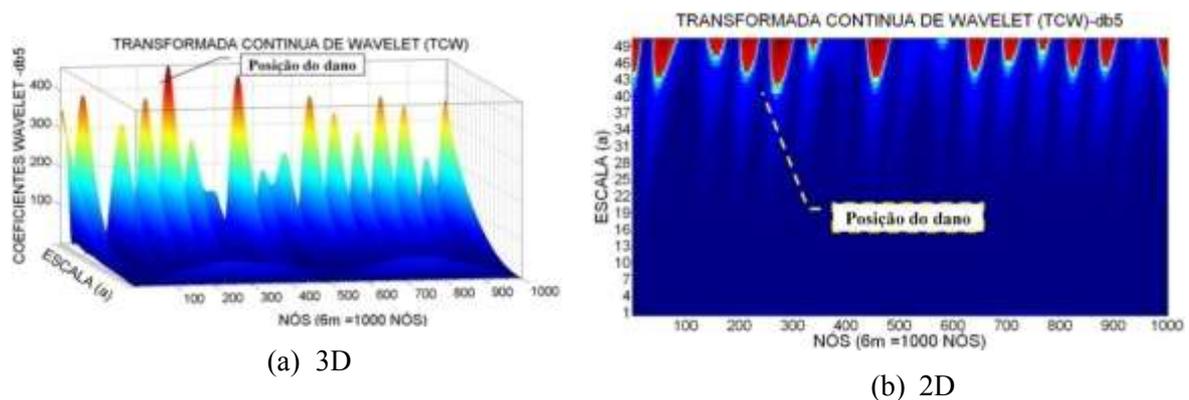


Figura 5.44- TCW viga V2E usando db5.

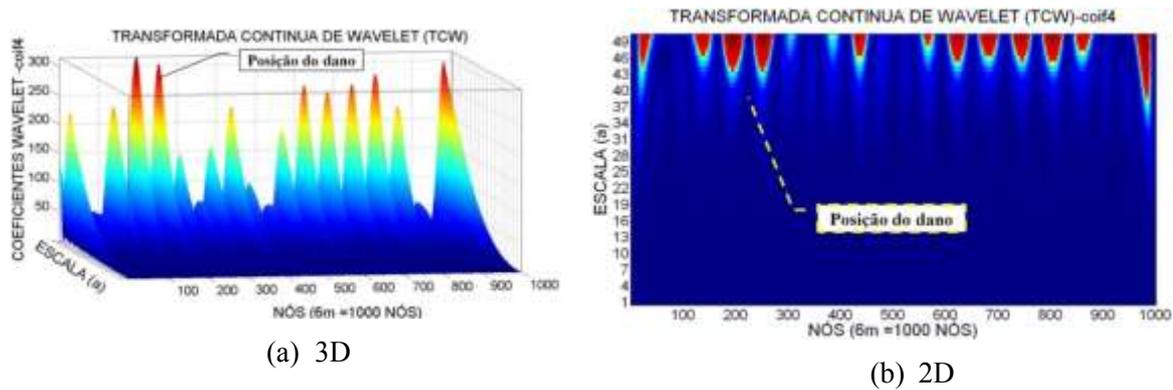


Figura 5.45- TCW viga V2E usando coif4.

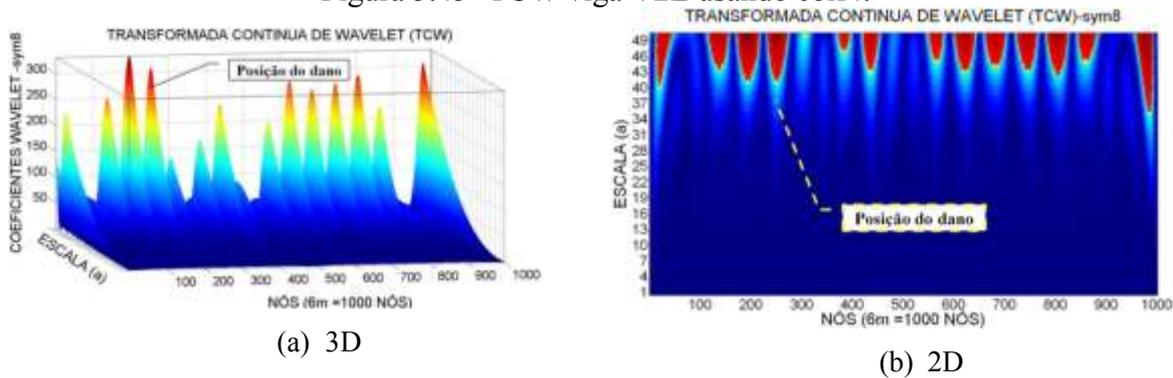


Figura 5.46- TCW viga V2E usando sym8.

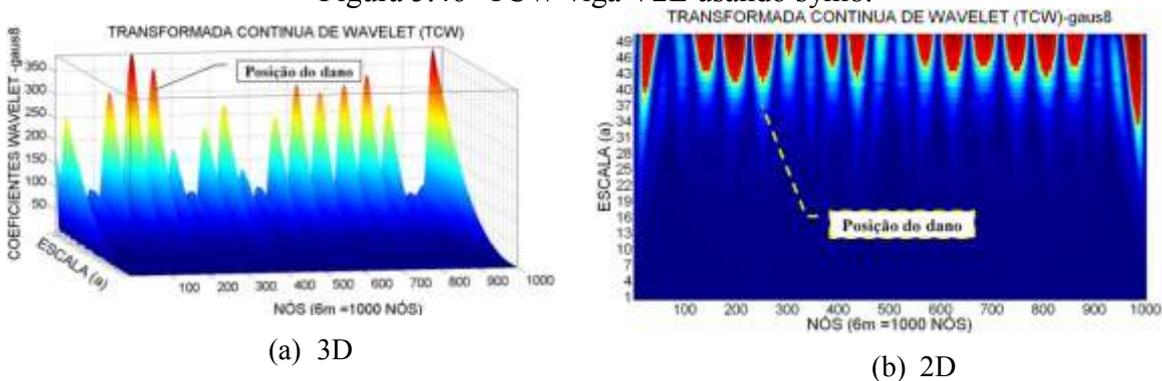


Figura 5.47- TCW viga V2E usando gaus8.

Para a viga V2E com o dano localizado no nó 250 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações ao longo de toda a viga, mas a maior perturbação gerada está localizada ao redor da região danificada. O melhor resultado foi obtido com a wavelet-mãe db5 (Figura 5.44), detectando o dano no nó 270, aproximadamente, o que corresponde a uma distância de 1,62 m (10 cm afastado do dano). As outras wavelet: coif4, sym8, gaus8 apresentaram a maior perturbação no nó 200 aproximadamente, o que corresponde a uma distância de 30 cm afastada do dano (Figuras 5.45 a 5.47).

Além das perturbações geradas pelo dano, todos os gráficos apresentam perturbações nas extremidades devido às descontinuidades nos apoios que são maiores do que as perturbações geradas pelo dano, e também apresentam perturbações ao longo de toda a longitude, que pode ser devido ao ruído presente no sinal.

5.5.2.2 -Viga V2E-2

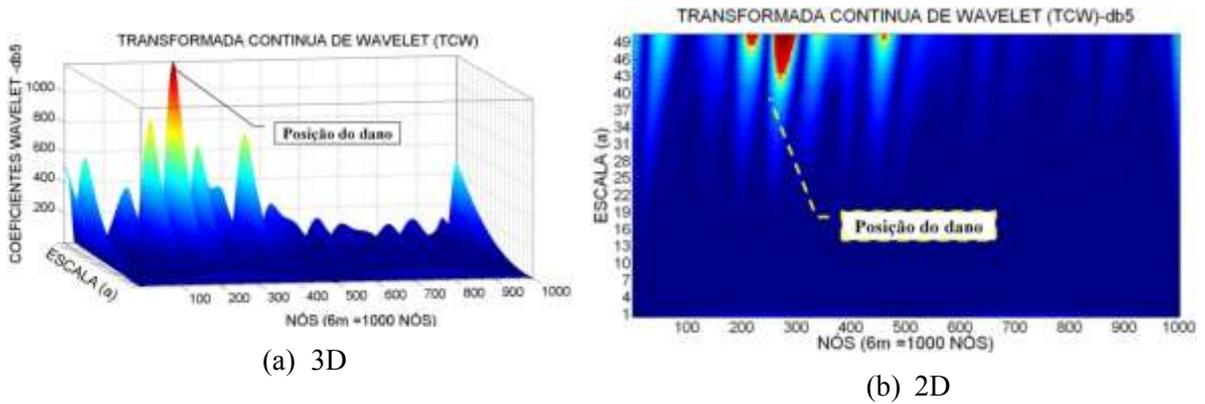


Figura 5.48- TCW viga V2E-2 usando db5.

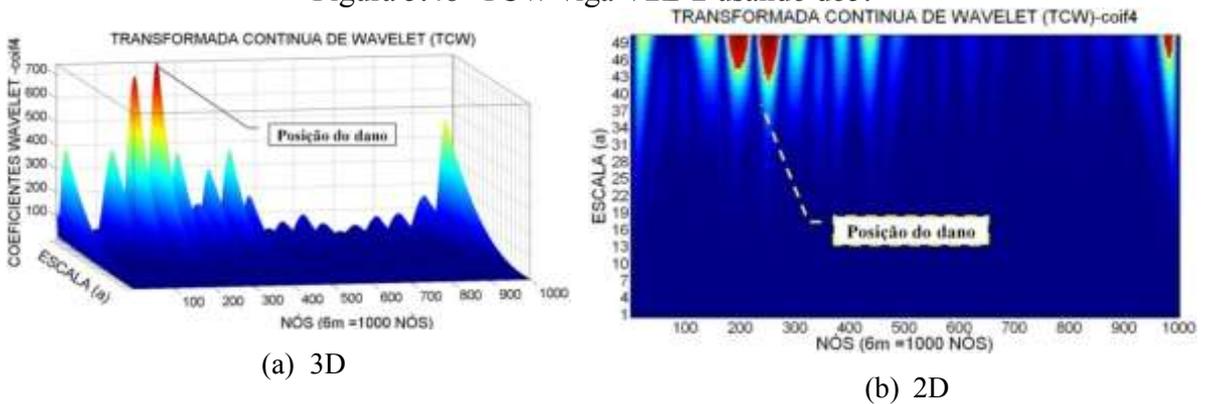


Figura 5.49- TCW viga V2E-2 usando coif4.

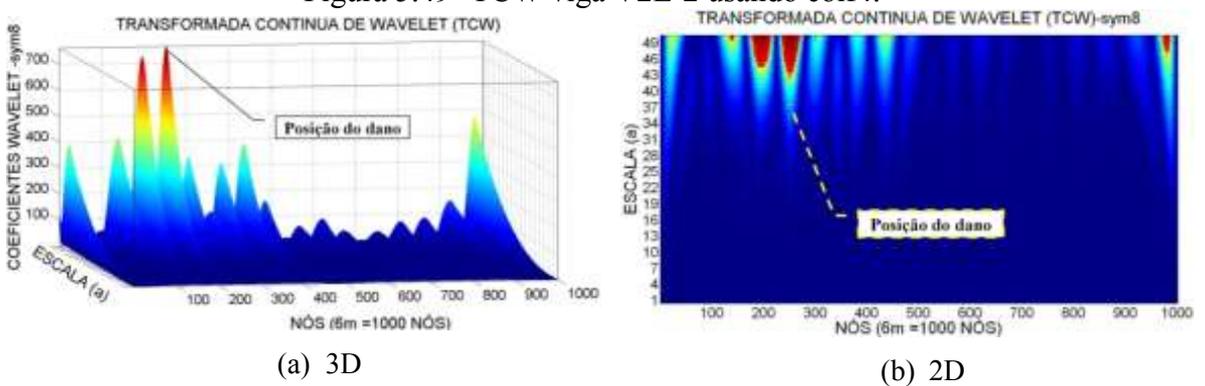


Figura 5.50- TCW viga V2E-2 usando sym8.

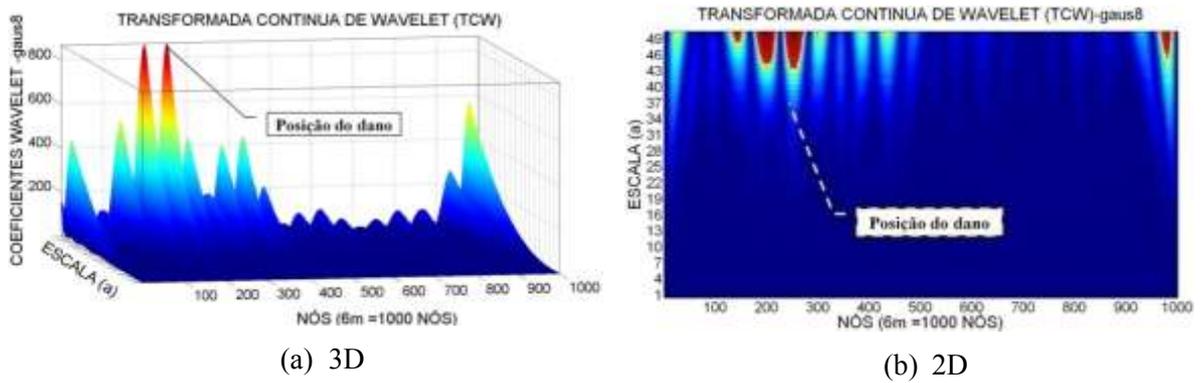


Figura 5.51- TCW viga V2E-2 usando gauss8.

Para a viga V2E-2, com o dano maior localizado no nó 250 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes wavelet perto do local danificado. A função db5 (Figura 5.48) apresenta o maior pico no nó 270, localizado a 12 cm do dano. As funções coif4 (Figura 5.49), sym8 (Figura 5.50) e gauss8 (Figura 5.51) apresentam o maior pico ao redor do nó 250, mas também apresentam uma perturbação no nó 200, indicando um falso dano.

5.5.2.3 -Viga V3E

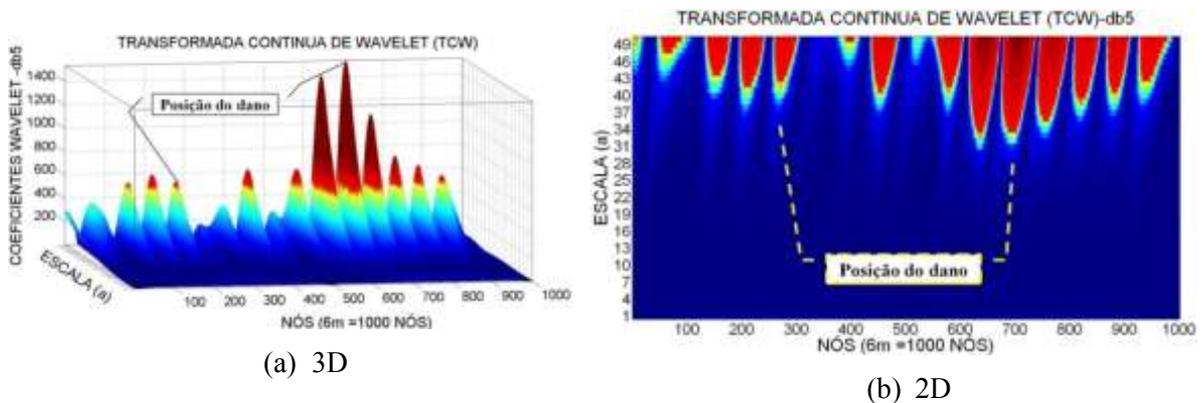


Figura 5.52- TCW viga V3E usando db5.

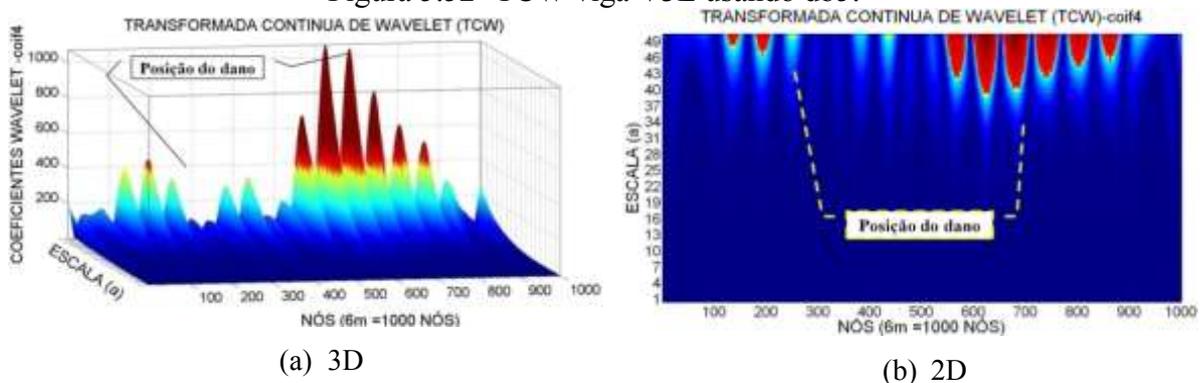


Figura 5.53- TCW viga V3E usando coif4.

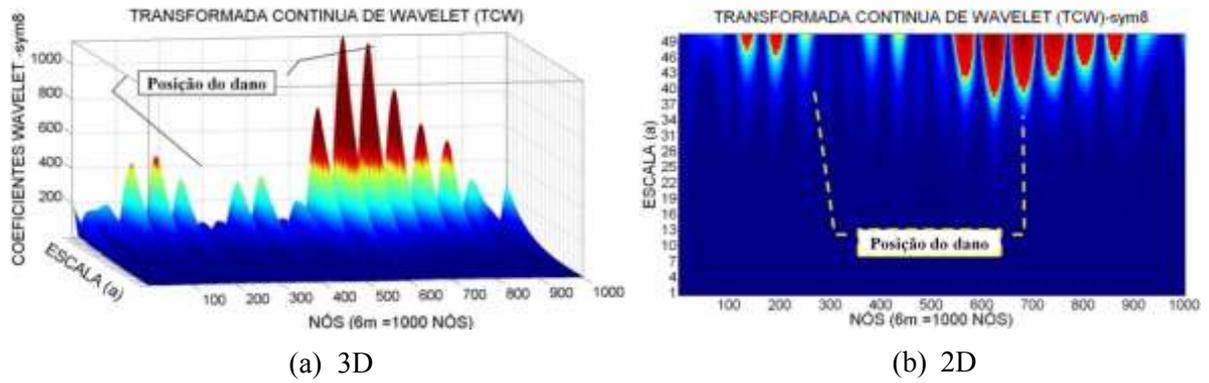


Figura 5.54- TCW viga V3E usando sym8.

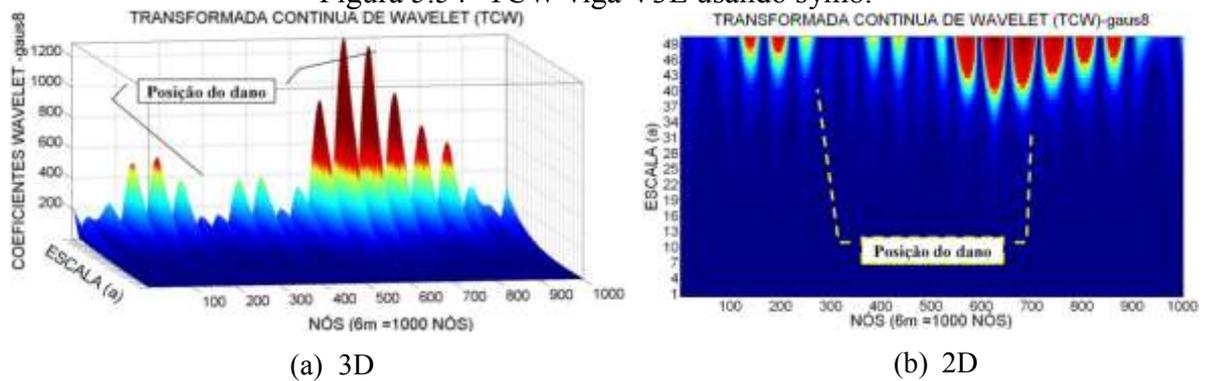


Figura 5.55- TCW viga V3E usando gaus8.

Para a viga V3E, com dois locais do dano localizados no nó 300 e 700 (1,8m e 4,2m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes wavelet perto do dano localizado a 4,2m (nó 700). Com a função db5 (Figura 5.52), foi obtido o melhor resultado, gerando o maior pico no nó 700, e no dano localizado a 1,5m, o pico foi localizado no nó 220 afastado 48cm do local do dano. As funções coif4 (Figura 5.53), sym8 (Figura 5.54) e gaus8 (Figura 5.55) apresentaram picos nos nós 250 e 650.

6. - ANÁLISE NUMÉRICA

Neste capítulo será apresentada a análise numérica (estática e dinâmica) feita no programa ANSYS (versão 11.0) para uma viga (perfil-I) biapoada, na tentativa de reproduzir as condições da análise experimental estática. Além disso, foram feitas modelagens para desenvolver o método de identificação de dano proposto, utilizando a resposta dinâmica (modos de vibração) da viga em estudo.

A viga foi submetida a diferentes condições de carga e diferentes localizações do dano. Os elementos utilizados para a modelagem numérica foram: o elemento BEAM3, SOLID45, SHELL63. As características e os resultados obtidos na identificação do dano serão apresentados posteriormente.

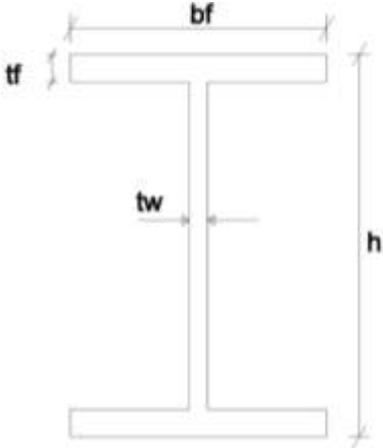
6.1 – DESCRIÇÃO GERAL DA METODOLOGIA UTILIZADA

Na presente seção é apresentada a metodologia utilizada para a identificação do dano utilizando as Transformadas de Wavelet na análise numérica. Para este efeito, o método foi avaliado nos seguintes estágios:

- 1. Modelagem da viga:** (perfil-I), biapoada utilizando o programa ANSYS (versão 11.0). As características (geométricas e do material) da viga são apresentadas na Tabela 6..

Tabela 6.-: Propriedades geométricas viga (perfil-I).

DADOS PERFIL-I	
Material	Aço
h (m)	0,1016
bf (m)	0,0676
tw (m)	0,00483
tf (m)	0,0074
E (Pa)	2,00E+11
Modulo de Poisson	0,3
A (m ²)	1,45E-03
I _x (m ⁴)	2,487E-06
I _y (m ⁴)	3,818E-06
Comprimento (m)	6
ρ(densidade kg/m ³)	7,80E+03



2. **Discretização da viga:** a modelagem numérica foi feita tentando simular as condições reais do ensaio, em que os pontos de medição são limitados. Por isso, a discretização da viga foi feita para cada tipo de elemento, considerando os pontos de medição na análise experimental, ou seja, para a modelagem feita com os elementos BEAM3, SOLID45 e SHELL63 que são os elementos mais simples na representação do comportamento da viga. A criação da malha foi desenvolvida pensando que os dados utilizados para a identificação do dano foram 17 pontos igualmente espaçados ao longo da viga como mostrado na Figura 6.1. Na seguinte seção é explicada mais claramente a discretização da malha para cada tipo de elemento.

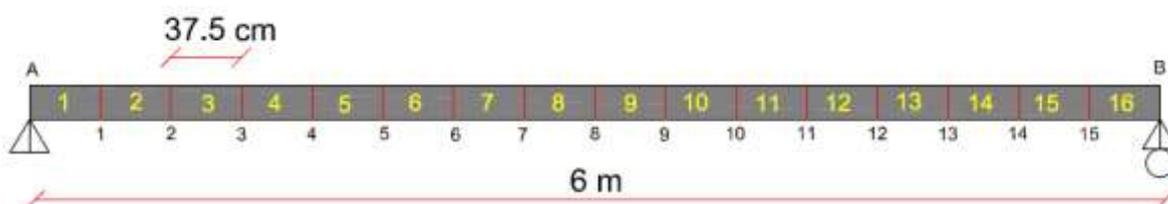
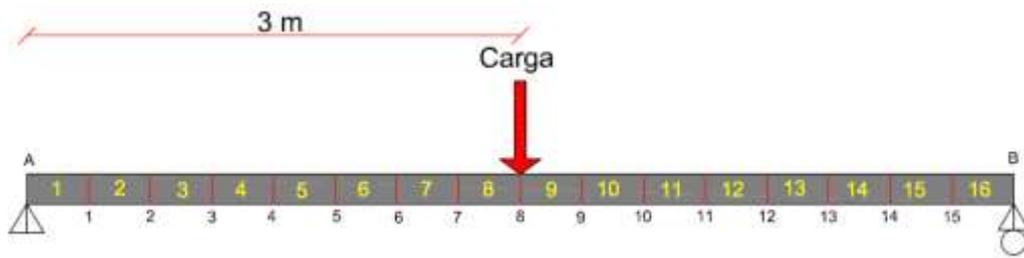


Figura 6.1- Pontos escolhidos da viga.

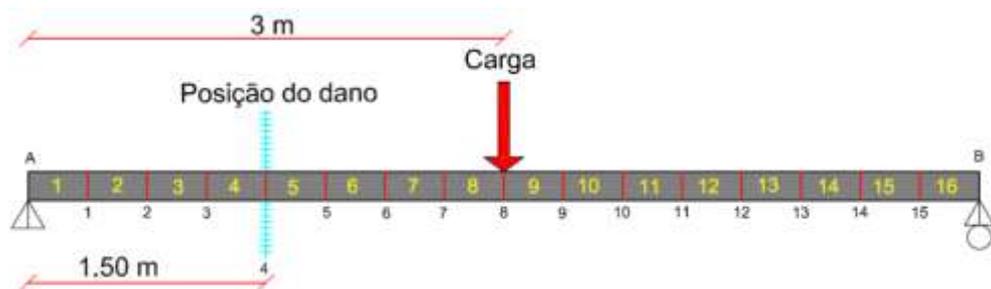
Tabela 6.1 – Características dos elementos utilizados na modelagem numérica.

ELEMENTO	NUMERO DE NÓS	GRAUS DE LIBERDADE POR NÓ
BEAM3	2	2 de translação e 1 de rotação
SOLID45	8	3 de translação
SHELL63	4	3 de translação e 3 de rotação

3. **Posição do dano:** foram testadas várias posições do dano para a análise estática e dinâmica como mostrado nas Figuras 6.2 e 6.3. A simulação do dano na modelagem numérica foi feita da seguinte forma: no caso da modelagem feita com o elemento BEAM3, o dano foi simulado com a redução da área e do momento de inércia do elemento danificado; no caso da modelagem, com o elemento SOLID45 e o elemento SHELL63, a simulação do dano foi feita eliminando elementos da malha gerada pelo programa.



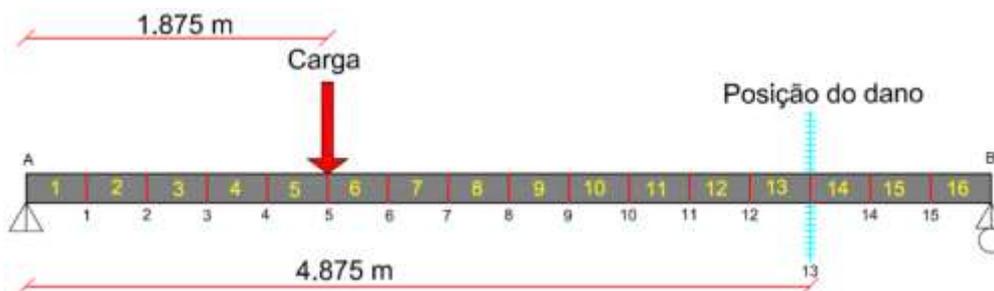
(a) Viga intacta V1E



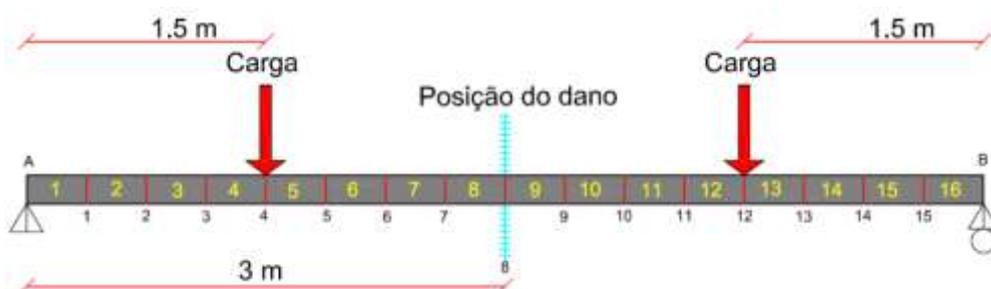
(b) Viga danificada V2E.



(c) Viga danificada V3E

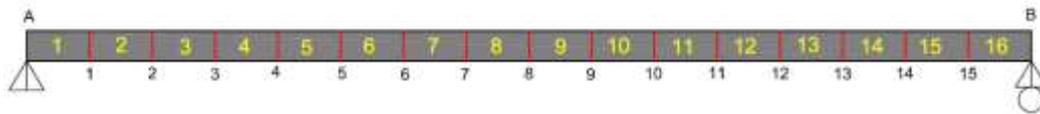


(d) Viga danificada V4E

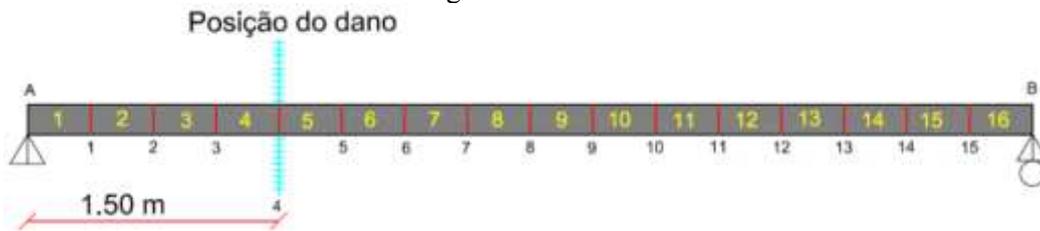


(e) Viga danificada V5E.

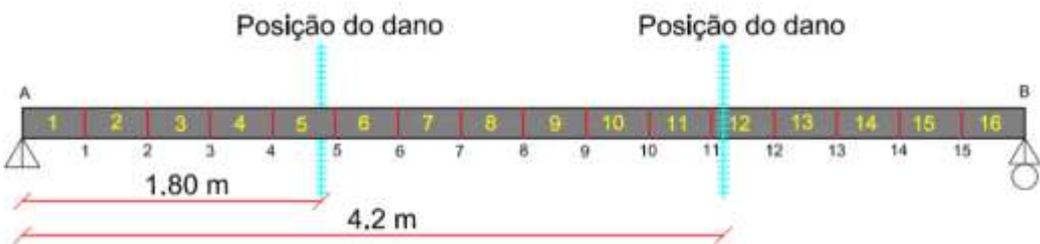
Figura 6.2- Posições do dano para a análise estática.



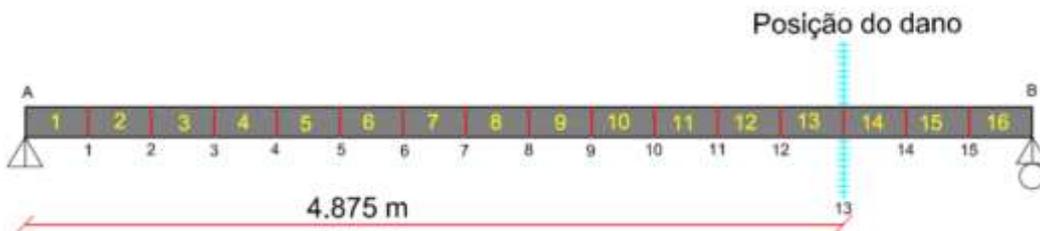
Viga Intacta V1D.



(a) Viga danificada V2D.



(b) Viga danificada V3D.



(c) Viga danificada V4D.



(d) Viga danificada V5D.

Figura 6.3- Posições do dano para a análise dinâmica.

4. **Obtenção da resposta estática (deslocamentos) e a resposta dinâmica (modos de vibração) da viga:** para se obter a resposta estática da viga foram feitas modelagens para diferentes condições de carga aplicada em diferentes pontos ao longo da viga; para a aquisição da resposta dinâmica foram testadas vigas com diferentes posições do dano. A resposta estática e dinâmica da estrutura foi definida por 17 pontos colineares e espaçados igualmente ao longo da viga, localizados na

parte inferior central do perfil-I, tentando simular os mesmos pontos coletados na análise experimental (Figuras 6.4 e 6.5).

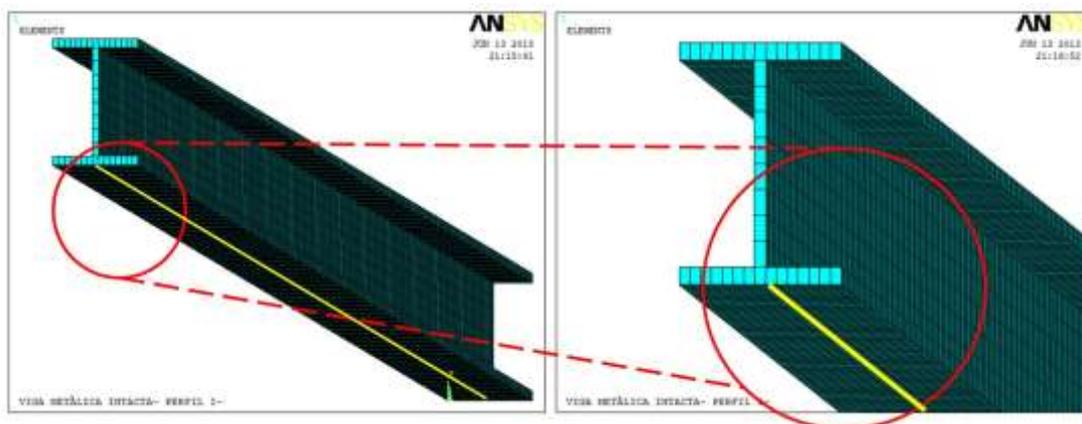


Figura 6.4- Escolha de nós para a análise com as wavelet - elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).

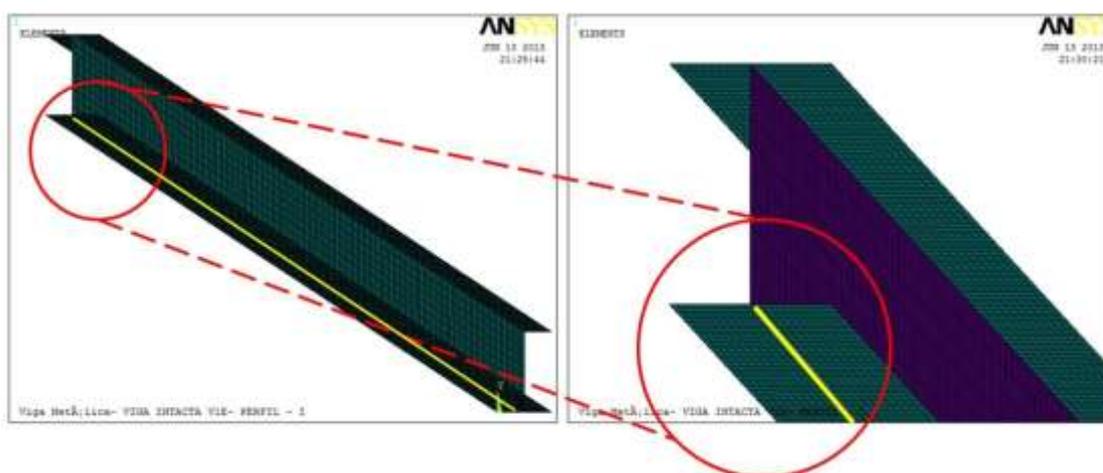


Figura 6.5- Escolha de nós para a análise com as wavelet - elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).

- 5. Aplicação de métodos de interpolação:** aos dados coletados no item anterior, é aplicado o método de interpolação Cubic-spline, pois, para aplicar a Transformada de Wavelet, é necessário ingressar uma boa quantidade de dados, isto é, os 17 pontos correspondentes à resposta da estrutura não são suficientes para aplicar a Transformada de Wavelet. A interpolação é feita da seguinte forma: para a TDW são interpolados os 17 pontos para 100 pontos e para a TCW são interpolados os 17 pontos para 1000 pontos.
- 6. Método de Regularização:** para os pontos interpolados no passo anterior foi aplicado o método de regularização de Tikhonov, para acrescentar as variações ou perturbações geradas pelo dano (Figura 4.2).

7. **Aplicação da TDW e a TCW:** a Transformada de Wavelet é aplicada, testando com diferentes wavelet-mãe, fazendo uma escolha dos melhores resultados, em que é evidente a localização do dano.

A Figura 6.6 mostra um resumo global do processo que foi feito para a identificação do dano da viga na análise numérica.



Figura 6.6- Identificação do dano- Análise Numérica.

6.2 - CARACTERÍSTICAS DOS ELEMENTOS UTILIZADOS NA MODELAGEM NO PROGRAMA ANSYS

A seguir é apresentada a modelação numérica da viga em estudo, utilizando cada um dos elementos escolhidos. São apresentadas características comuns para as duas análises desenvolvidas (análise estática e modal).

6.2.1 - Elemento BEAM3

O elemento BEAM3 é um elemento uniaxial com tensão, compressão e capacidade de flexão. O elemento tem três graus de liberdade por nó; translação nos eixos X e Y e rotação ao redor do eixo Z.

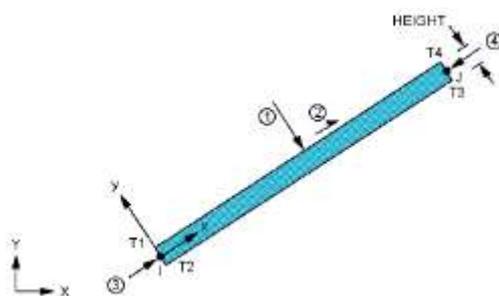


Figura 6.7- Elemento BEAM3, da Biblioteca (ANSYS, 2007).

A Figura 6.7 mostra a geometria do elemento, a localização dos nós e o sistema de coordenadas deste elemento. O elemento é definido por dois nós, a área da seção transversal, a altura (h), o momento de inércia e as propriedades do material. As características do elemento BEAM3 estão resumidas na Tabela 6.2.

Tabela 6.2- Características elemento BEAM3.

CARACTERÍSTICAS DO ELEMENTO BEAM3	
Nodes	I, J
Graus de liberdade	UX, UY, ROTZ
Constantes Reais	AREA – Área da seção transversal IZZ – Momento de inércia HEIGHT – altura do elemento ADDMAS – massa por unidade de comprimento
Propriedades do Material	EX, ALPX (ou CTEX ou THSX), DENS, GXY, DAMP

Para a escolha do número de elementos ótimos para a modelagem da viga, foi feita uma convergência dos elementos, testando os deslocamentos num só ponto localizado no meio do vão, gerado por uma carga de 4000N e variando a quantidade de elementos (refinamento da malha em sentido longitudinal). Os resultados são apresentados na Tabela 6.3.

Tabela 6.3- Convergência malhado elemento BEAM3.

Tamanho do elemento (cm)	Força (N)	Deslocamentos no meio do vão (mm)	Numero de elementos
150	4000	-35,7140	4
100	4000	-35,7140	6
50	4000	-35,7140	12
20	4000	-35,7140	30
10	4000	-35,7140	60
5	4000	-35,7140	120
2.5	4000	-35,7140	240
0.5	4000	-35,7140	1200

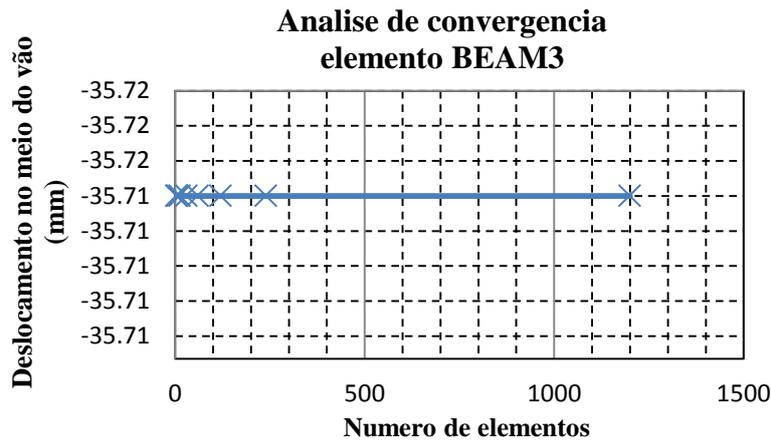


Figura 6.8- Gráfico da convergência para o elemento BEAM3.

Na Figura 6.8 é mostrado que a convergência do elemento BEAM3 é imediata. Para nosso caso foi escolhida a malha com 1200 elementos, com 0.5 cm de comprimento cada um deles, pela facilidade da simulação do dano.

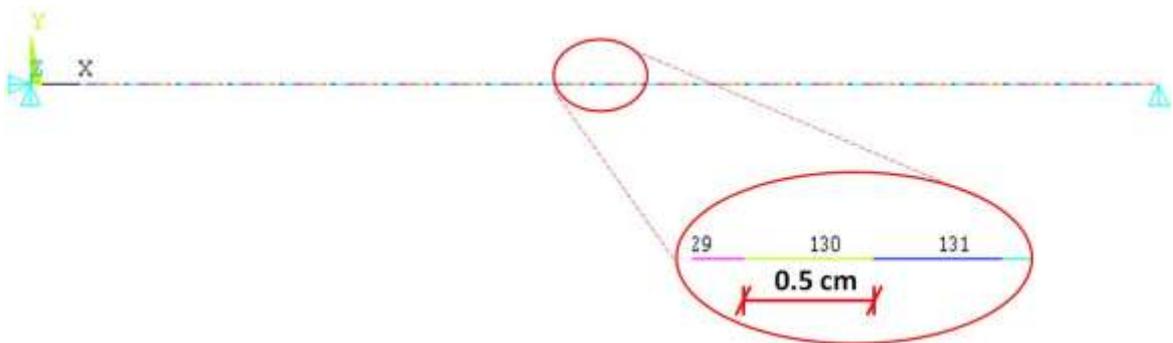


Figura 6.9- Malha viga com o elemento BEAM3 (ANSYS, 2007).

As propriedades da viga introduzidas na modelagem, como o elemento BEAM3, foram as seguintes:

Tabela 6.4- Constantes reais- modelagem numérica elemento BEAM3.

PROPRIEDADES E CONSTANTES REAIS INTRODUZIDAS NA MODELAGEM NUMÉRICA	
Modulo de elasticidade E (2e11 N/m ²)	2E11
Coefficiente de Poisson ν	0,3
Densidade do Aço (Kg/m ³)	7800
Área da seção (m ²)	1,45E-3
Inércia da seção (m ⁴)	2,52E-6
Altura da seção (m)	0,1016

Para simular o local danificado, foi feita uma diminuição da área e do momento de inércia dos elementos danificados, para o nosso caso quatro elementos foram

danificados no dano de 2cm e oito elementos para o dano de 4cm. A área da seção danificada e a inércia são correspondentes com o dano feito na viga no ensaio experimental, esses dados são mostrados na Tabela 6.5, e na Figura 6.10 mostra o elemento danificado no ANSYS.

Tabela 6.5- Diminuição da inércia do elemento danificado na modelagem numérica - elemento BEAM3.

DIMINUIÇÃO DA ÁREA E DO MOMENTO DE INERCIA DO ELEMENTO DANIFICADO	
Área elemento intacto (cm ²)	14,5
Área elemento danificado (cm ²)	7,83
Inercia elemento danificado (cm ⁴)	130,7141
Inercia Ix (cm ⁴)	252

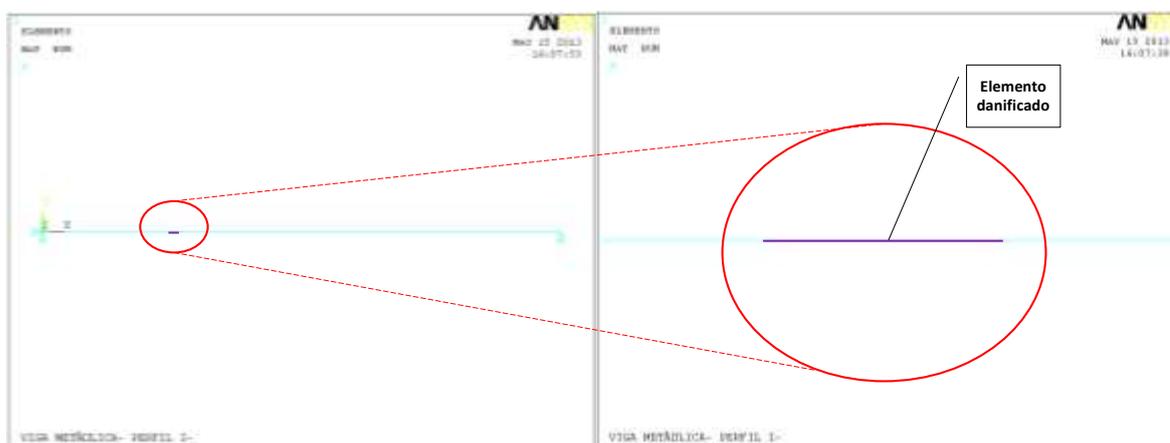


Figura 6.10- Simulação do dano- elemento BEAM3 (ANSYS, 2007).

As condições de contorno foram feitas tentando simulá-las o mais próximo da realidade. As condições dos apoios são mostradas na Figura 6.11, em que o apoio do lado esquerdo é um apoio de segundo gênero e o apoio do lado direito é um apoio de primeiro gênero.

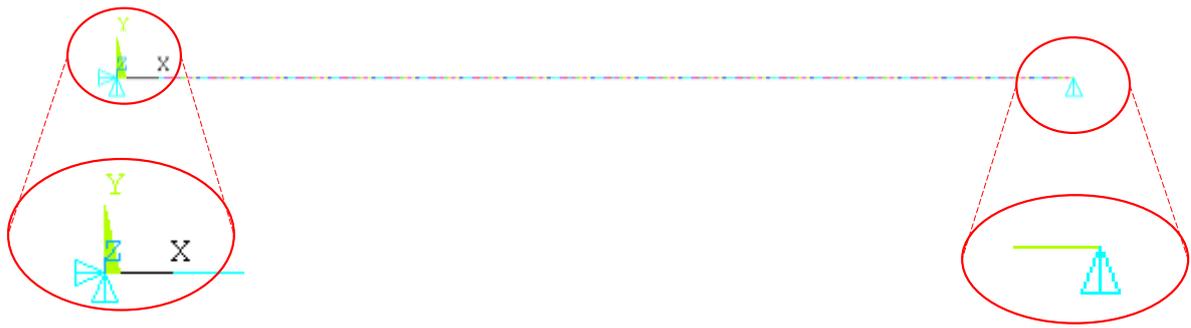


Figura 6.11- Apoios viga-elemento BEAM3 (ANSYS, 2007)..

6.2.2 - Elemento SOLID45

O elemento SOLID45 é usado para modelagem de estruturas solidas 3-D. O elemento é definido por oito nós com três graus de liberdade em cada nó.

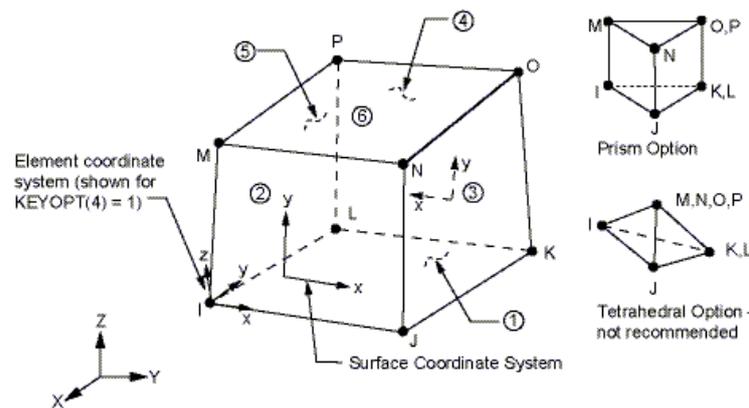


Figura 6.12- Elemento SOLID45, da Biblioteca (ANSYS, 2007).

A geometria, as localizações dos nós e o sistema de coordenadas para este elemento são mostrados na Figura 6.12. O elemento é definido por oito nós. Cada um dos nós tem três graus de liberdade, correspondente a três direções de deslocamento. O elemento básico tem forma de hexaedro, mas pode ser utilizado como um prisma.

A Figura 6.12 identifica as faces do elemento e representa o sistema de coordenadas. As propriedades do material são ortotropicas (quando suas propriedades mecânicas são únicas e independem das direções de três eixos mutuamente perpendiculares).

6.2.2.1 - Modelagem 3-D

O método dos elementos finitos é um dos métodos mais práticos para a análise de estruturas e modelos tridimensionais. A análise de modelos 3-D necessita de maior uso de recursos computacionais e utiliza mais tempo do que uma análise bidimensional. Por isso, é importante simplificar ao máximo a análise realizada pelo método dos elementos finitos.

As formas básicas dos elementos para a modelagem 3-D são o tetraedro e o hexaedro, como é mostrado na Figura 6.13. O tetraedro não é muito utilizado devido à maior quantidade de elementos requeridos para lograr uma boa malha, o que implica num maior tempo de resolução da análise. Além disso, a visualização do modelo em tetraedros (pirâmides) não é tão fácil de visualizar como a divisão de hexaedros (blocos).

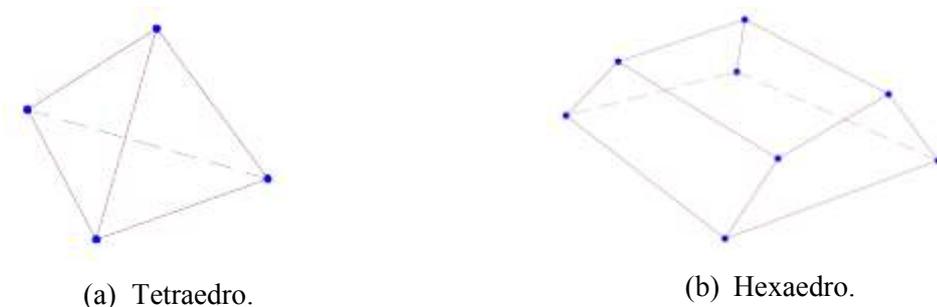


Figura 6.13- Modelagem 3-D com o elemento SOLID45, da Biblioteca (ANSYS, 2007)..

As cargas são definidas como sendo de dois tipos: cargas nodais e cargas do elemento. As cargas nodais são definidas nos nós e não estão diretamente relacionadas aos elementos. Estas cargas nodais estão associadas aos graus de liberdade no nó e, normalmente, são inseridos como restrições de deslocamento, forças e cargas nodais. As cargas do elemento são: cargas de superfície, que carregam o peso próprio do corpo, e cargas de inércia. As características do elemento SOLID45 são resumidas na Tabela 6.6.

Tabela 6.6- Características elemento SOLID45.

CARACTERÍSTICAS DO ELEMENTO SOLID45	
Nodes	I,J,K,L,M,N,O,P
Graus de liberdade	UX, UY,UZ
Propriedades do Material	EX, EY, EZ, PRXY, PRYZ, PRXZ (ou NUXY, NUYZ, NUXZ), ALPX, ALPY, ALPZ (ou CTEX, CTEY, CTEZ ou THSX, THSY, THSZ), DENS, GXY, GYZ, GXZ, DAMP
Cargas Superficiais- pressão	Face 1 (J-I-L-K), face 2 (I-J-N-M), face 3 (J-K-O-N), face 4 (K-L-P-O), face 5 (L-I-M-P), face 6 (M-N-O-P)

Para o elemento SOLID45 também foi feita a convergência do número de elementos necessários para gerar um resultado confiável. Na Tabela 6.7 estão os resultados dos deslocamentos medidos num só ponto, localizado no meio do vão, para um carregamento de 4000N.

Tabela 6.7- Convergência malhado elemento SOLID45.

Tamanho do elemento (cm)	Força (N)	Deslocamentos no meio do vão (mm)	Numero de elementos
50	4000	-36,0100	456
20	4000	-36,2730	1140
10	4000	-36,3120	2280
5	4000	-36,3220	4560
2,5	4000	-36,3260	9120
0,5	4000	-36,3266	45600

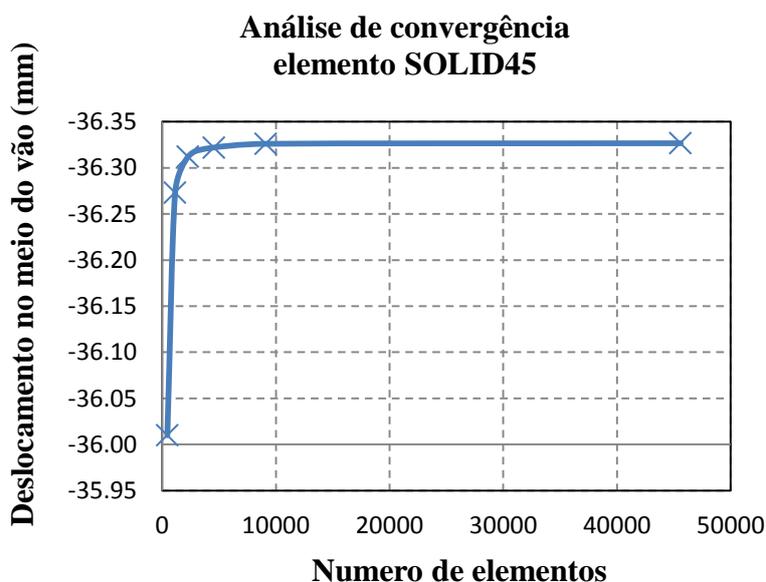
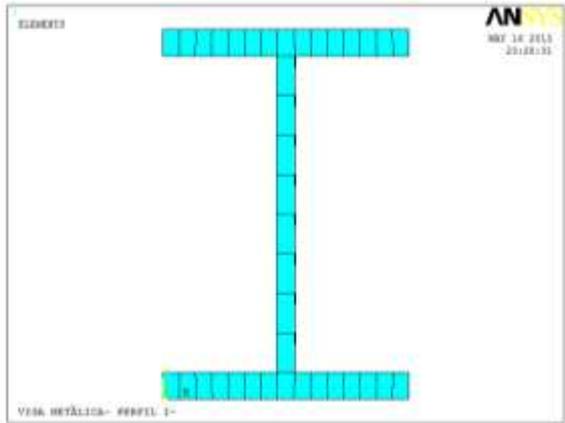
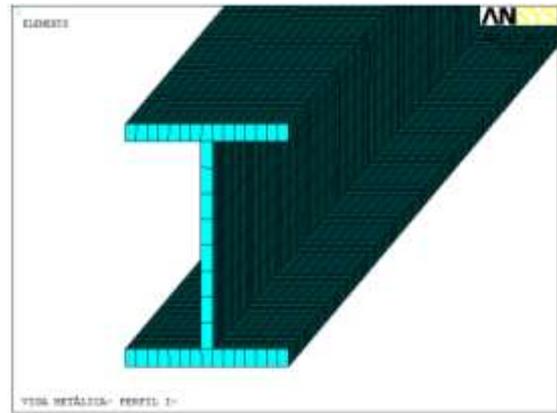


Figura 6.14- Gráfico da convergência para o elemento SOLID45.

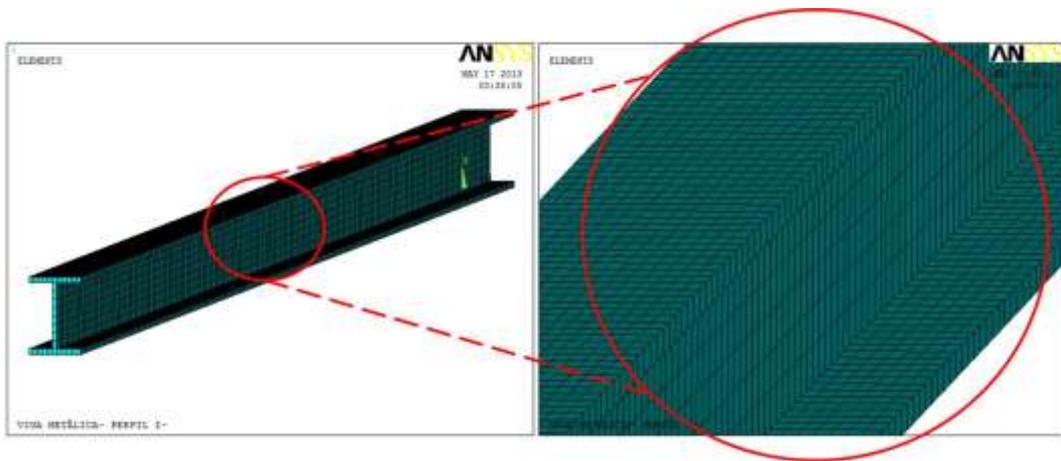
Na Figura 6.14 é mostrado que a convergência do elemento SOLID45 é estável para o número de elementos maior a 2500 aproximadamente. Para nosso caso, foi escolhida a malha com 45600 elementos, que gera elementos de 0,5 cm de comprimento, pela facilidade para simulação do dano.



(a) Malha regularizada



(b) Malha regularizada

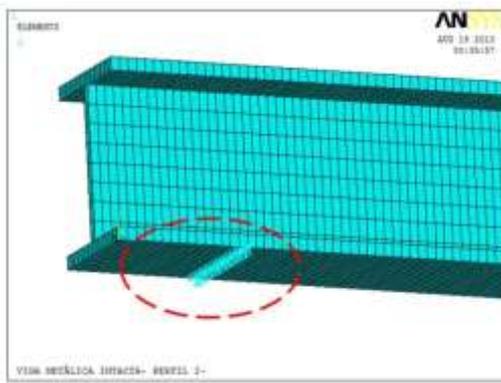


(c) Malha gerada pelo ANSYS

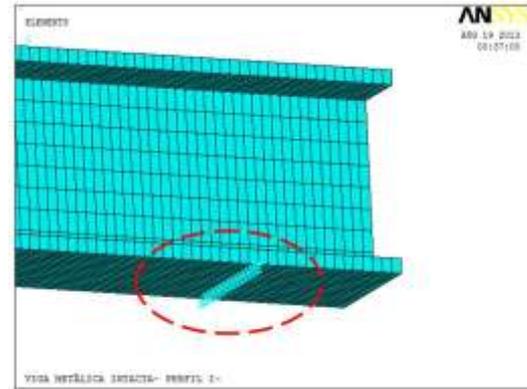
Figura 6.15- Malha gerada no ANSYS- elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).

Nas Figuras 6.15(a), 6.15(b) e 6.15(c), é mostrada a malha gerada pelo programa ANSYS. A malha foi feita de forma regular para se manter o mesmo comprimento em todos os elementos.

As características das condições de contorno para nossa viga são: o apoio de primeiro gênero (Figura 6.16 (a)), e o apoio de segundo gênero (Figura 6.16 (b)). Para simular o apoio do primeiro gênero, os deslocamentos foram restritos na direção x e y para a fila de nós, localizados na parte inferior da viga a 7.5 cm do extremo. Para o apoio de segundo gênero, foi restrito o deslocamento na direção y , z e x para a fila de nós localizados na parte inferior da viga localizado a 7.5 cm do extremo oposto ao anterior.



(a) Apoio de segundo gênero



(b) Apoio de primeiro gênero

Figura 6.16- Condições de contorno-elemento SOLID45 (ANSYS, 2007)..

A simulação do dano foi feita eliminando elementos da malha (Figura 6.17). O número total de elementos eliminados na seção transversal foi de 80 (20 elemento em cada asa) (Figura 6.18). A diminuição da área transversal da viga foi de 39.10%. Os valores são mostrados na Tabela E.5 e a medida de cada elemento eliminado da malha é mostrado na Figura 6.18 (b).

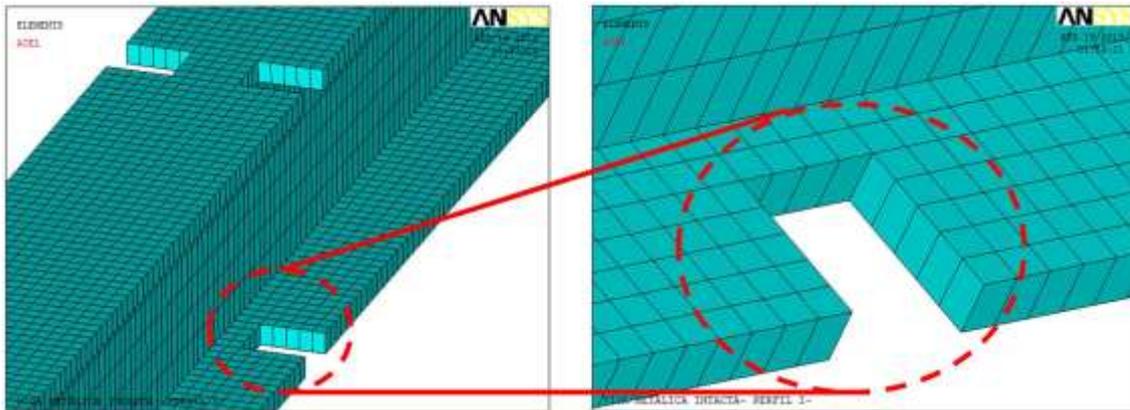
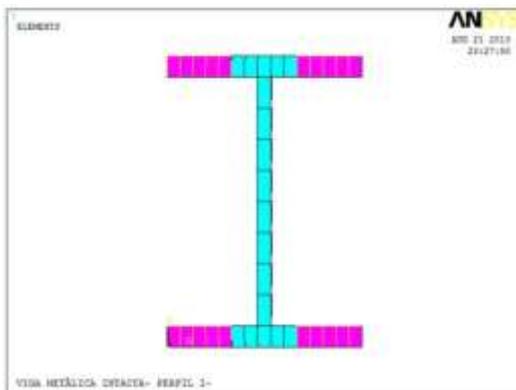
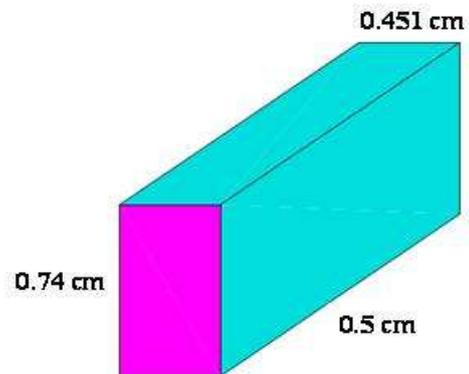


Figura 6.17- Simulação do dano- elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).



(a) Elementos eliminados



(b) Dimensões de cada elemento.

Figura 6.18- Diminuição da seção transversal (ANSYS, 2007).

Tabela 6.8- Diminuição área da seção transversal.

DIMINUIÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL
Área inicial da seção=14,5 cm ²
Área danificada = 5,67 cm ²
Área final da seção = 7,83 cm ²

6.2.3 - Elemento SHELL63

O elemento SHELL63 tem aplicações na modelagem de estruturas feitas a partir de lâminas ou em elementos de parede delgada. Na Figura 6.19, mostra-se o elemento SHELL63. Este elemento é definido por quatro nós, cada um dos quais tem seis graus de liberdade: três de translação e três de rotação. Os eixos de coordenadas X e Y do elemento são definidos no mesmo plano do elemento. O elemento tem uma espessura que é definida em suas constantes reais; a espessura pode variar dentro do elemento. O sistema coordenado do elemento define uma face superior e uma face inferior.

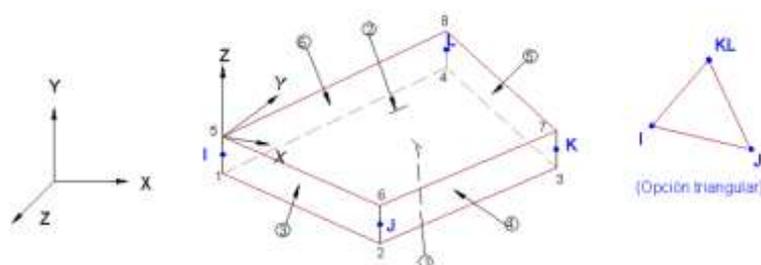


Figura 6.19- Elemento SHELL63, da Biblioteca (ANSYS, 2007).

A geometria das localizações dos nós e o sistema de coordenadas para este elemento são mostrados na Figura 6.19. A propriedade dos materiais é ortotrópica e corresponde à orientação do sistema de coordenadas do elemento.

A espessura pode ser variável ou constante sobre toda a área do elemento, com a espessura de entrada para os quatro nós. Se o elemento tiver espessura constante, apenas necessita de ser introduzida uma só espessura.

As cargas aplicadas ao elemento podem ser divididas em: cargas aplicadas aos nós e cargas aplicadas ao elemento. As pressões podem ser introduzidas como cargas de

superfície sobre as áreas, como mostrado pelos números ao redor do elemento na Figura 6.19.

Tabela 6.9- Características elemento SOLID45.

CARACTERÍSTICAS DO ELEMENTO SHELL63	
Nodes	I, J, K, L
Graus de liberdade	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ
Propriedades do Material	EX, EY, EZ, (PRXY, PRYZ, PRXZ ou NUXY, NUYZ, NUXZ), ALPX, ALPY, ALPZ (ou CTEX, CTEY, CTEZ ou THSX, THSY, THSZ), DENS, GXY, DAMP
Cargas Superficiais- pressão	Face 1 (I-J-K-L) (bottom, in +Z direction), face 2 (I-J-K-L) (top, in -Z direction), face 3 (J-I), face 4 (K-J), face 5 (L-K), face 6 (I-L)

Igual ao elemento SOLID45 e ao elemento BEAM3, uma análise de convergência foi feita para fazer a escolha do grau de refinamento da malha para se obter bons resultados. A Tabela 6.10 apresenta os resultados obtidos para o valor do deslocamento da viga no meio do vão devido à ação da carga aplicada no mesmo lugar.

Tabela 6.10- Convergência malhando elemento SHELL63.

Tamanho do elemento (cm)	Força (N)	Deslocamentos no meio do vão (mm)	Número de elementos
150	4000	-25,9770	172
100	4000	-27,0040	258
50	4000	-27,6230	516
20	4000	-27,7970	1290
10	4000	-27,8230	2580
5	4000	-27,8300	5160
2,5	4000	-27,8320	10320
0,5	4000	-27,8335	58800

Na Figura 6.20 é mostrada que a convergência do elemento SHELL63 é estável para o número de elementos maior a 2500 aproximadamente. Para nosso caso, foi escolhida a malha com 58800 elementos, que gera elementos de 0,5 m de comprimento, a fim de facilitar a simulação do dano.

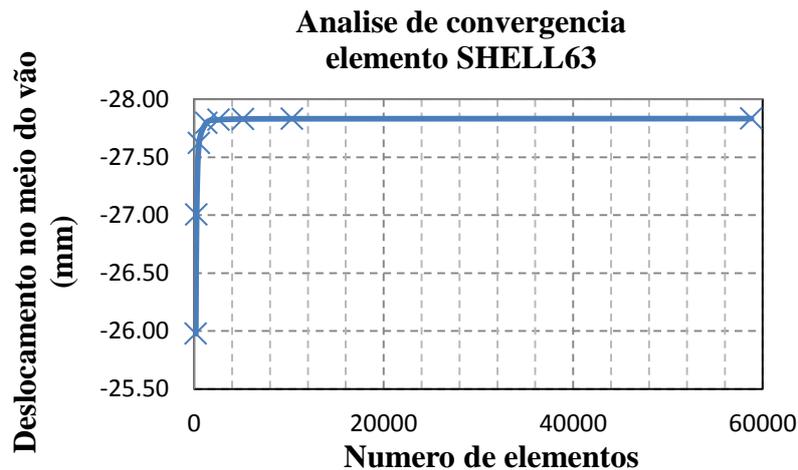


Figura 6.20- Gráfico da convergência para o elemento SHELL63.

Na Figura 6.21 é mostrada a malha gerada pelo programa ANSYS. A malha foi feita de forma regular para se manter o mesmo comprimento em todos os elementos.

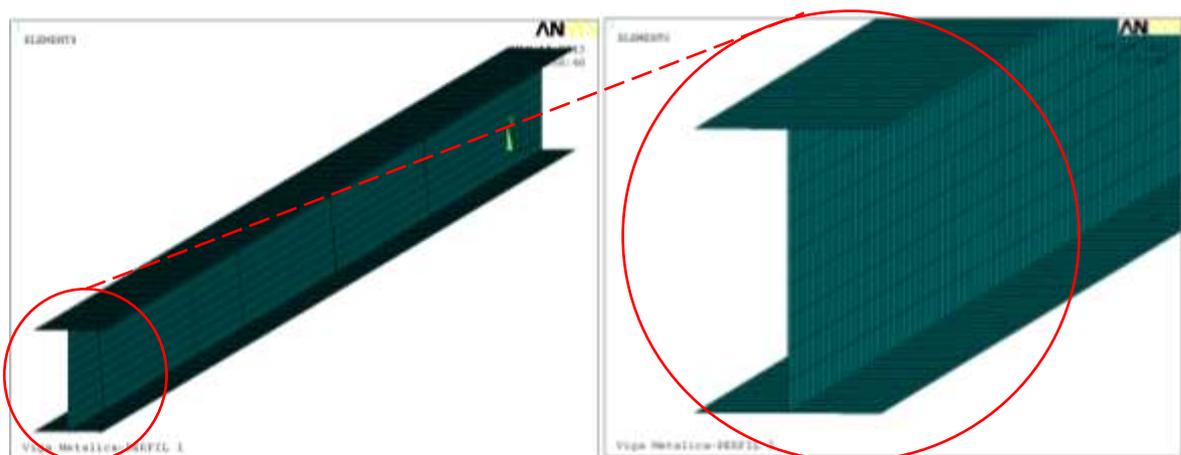
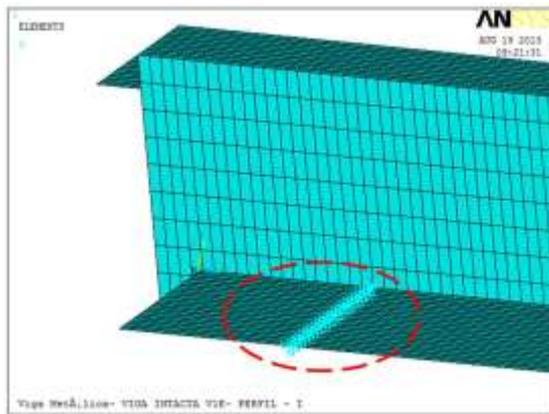
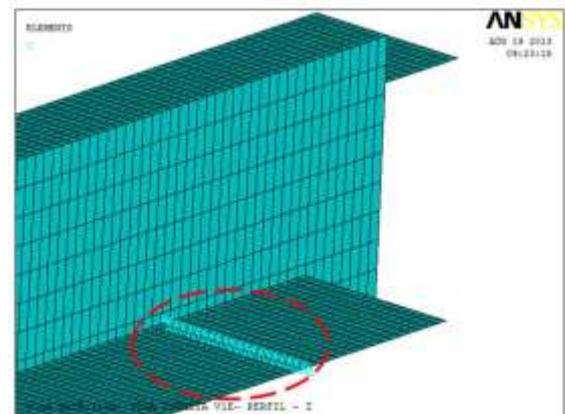


Figura 6.21- Malha gerada no ANSYS- elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).

As características das condições de contorno para nossa viga são: o apoio de primeiro gênero (Figura 6.22 (b)), e o apoio de segundo gênero (Figura 6.22 (a)). Para simular o apoio do segundo gênero, foram restritos os deslocamentos na direção x y e z para a fila de nós localizados a 7.5 cm do extremo, na parte inferior da viga, e para o apoio de primeiro gênero foi restrito o deslocamento na direção z e x para a fila de nós localizados na parte inferior da viga localizado a 7.5 cm do extremo oposto ao anterior (Figura 6.22).



(a) Apoio segundo gênero.



(b) Apoio primeiro gênero.

Figura 6.22- Condições de contorno- elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).

A simulação do dano foi feita eliminando elementos da malha (Figura 6.23). O número total de elementos eliminados na seção transversal foi de 80 (20 elementos em cada asa). A diminuição da área transversal da viga foi de 34.4.10%, e os valores são mostrados na Tabela 6.11.

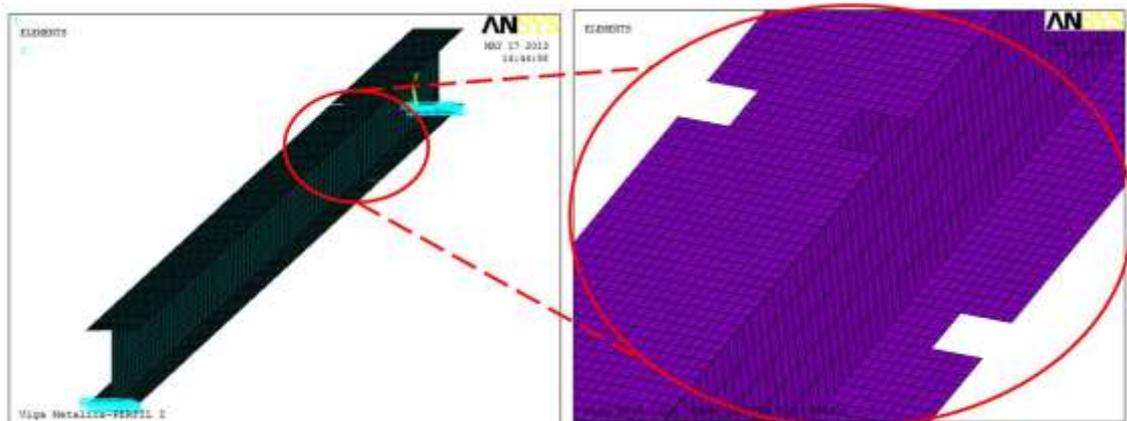


Figura 6.23- Simulação do dano-elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).

Tabela 6.11- Diminuição área da seção transversal.

DIMINUIÇÃO DA SEÇÃO TRANSVERSAL
Área inicial da seção=14,5 cm ²
Área danificada = 5,00 cm ²
Área final da seção = 9,50 cm ²

6.3 - ANÁLISE ESTÁTICA

Nesta seção, são apresentados os resultados obtidos com cada um dos elementos escolhidos para a modelagem numérica, simulando diferentes locais danificados e submetidos a diferentes estágios de carga (Tabela 6.12), para diferentes locais do dano, como é mostrado na Figura 6.2.

Tabela 6.12- Estágios de carga-análise estática.

VIGA ENSAIADA	ESTÁGIOS DE CARGA (Newton)				
	VIGA V1E	930	2010	3090	4080
VIGA V2E-	1020	1320	2280	3330	4200
VIGA V2E-2	990	2040	3060	3990	4530
VIGA V3E	960	2040	3120	4350	4620
VIGA V4E	1000	2000	3000	4000	-
VIGA V5E	1000	2000	3000	4000	-

Foi escolhido um só estágio de carga na modelagem com os três elementos para aplicação das wavelets Tabela 6.13.

Tabela 6.13- Estágios de carga para aplicação das wavelets

Elementos BEAM3-SOLID45- SHELL63.

VIGA	ESTÁGIO DE CARGA (N)
V2E	3330
V2E-2	3990
V3E	3120
V4E	3000
V5E	3000

Para a identificação do dano nas 5 vigas modeladas na Tabela 6.14, é mostrada a correspondência entre a distância e o número do nó no local danificado para cada tipo de viga.

Tabela 6.14- Correspondência distância - nós.

Localização do dano – Distância medida desde o apoio esquerdo			
Viga	Posição (m)	Nó (#) TDW	Nó (#) TCW
V2E	1,5 m dano de 2cm	25	250
V2E-2	1,5 m dano maior de 4cm	25	250
V3E	1,8 m e 4,2 m; dano de 2cm	30 e 70	300 e 700
V4E	4,875 m; dano de 2cm	81,25	812,5
V5E	3 m; dano de 2cm	50	500

6.3.1 -Elemento BEAM3

Na análise estática com o elemento BEAM3, a força foi aplicada diretamente sobre o nó. Para o caso das vigas V2E, V2E-2 e V3E, a força vertical foi aplicada no nó central (Figura 6.24). Para os casos das vigas V4E e V5E a força foi aplicada no nó correspondente à distância (Figuras 6.25 a 6.26).

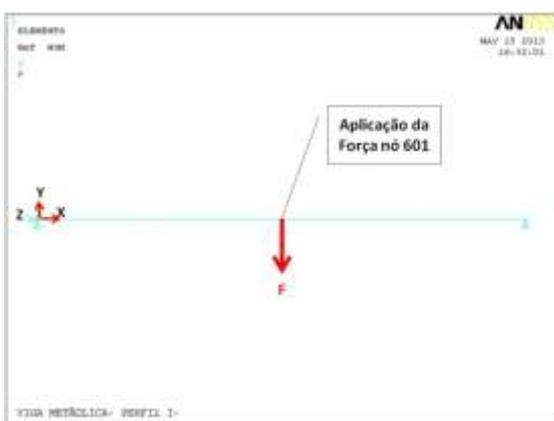


Figura 6.24- Aplicação da força viga V2E, V2E-2, V3E (ANSYS, 2007).



Figura 6.25- Aplicação da força viga V4E (ANSYS, 2007).

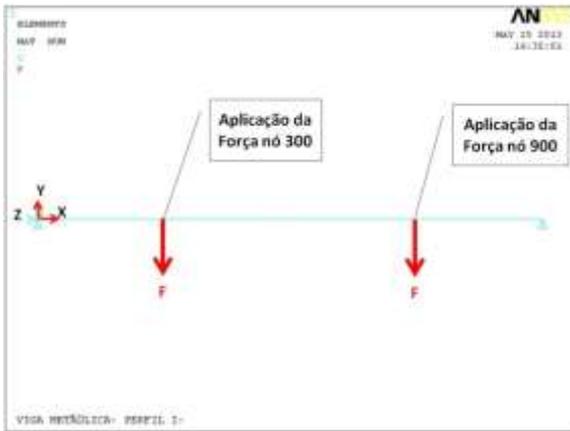


Figura 6.26. Aplicação da força viga V5E (ANSYS, 2007).

A Transformada de Wavelet foi aplicada somente num estágio de carga para cada viga, considerando o limite de carga de 4373N com que a viga pode suportar. Na Tabela 6.13 é mostrado o estágio de carga escolhido para cada viga.

Os gráficos correspondentes aos deslocamentos para as cinco vigas são apresentados nas Figuras 6.27 a 6.32, onde: no eixo x corresponde ao comprimento da viga (6m) e no eixo y corresponde aos deslocamentos gerados pela aplicação de carga.

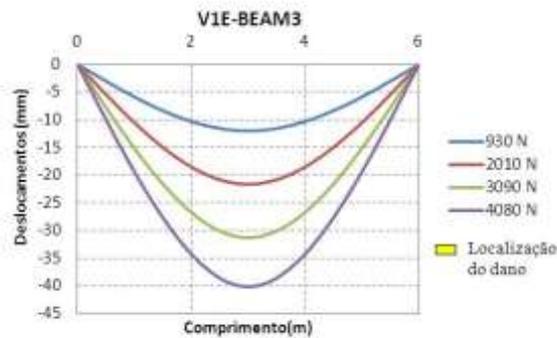


Figura 6.27- Gráfico deslocamentos viga V1E.

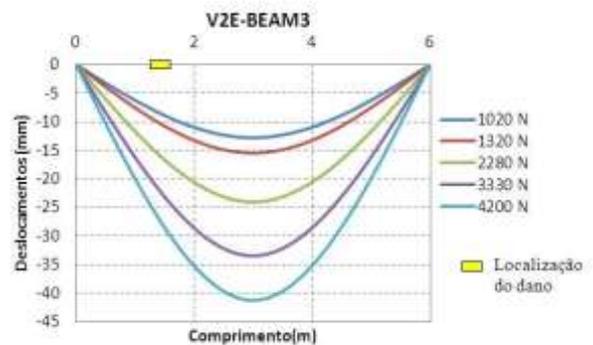


Figura 6.28- Gráficos deslocamentos viga V2E.

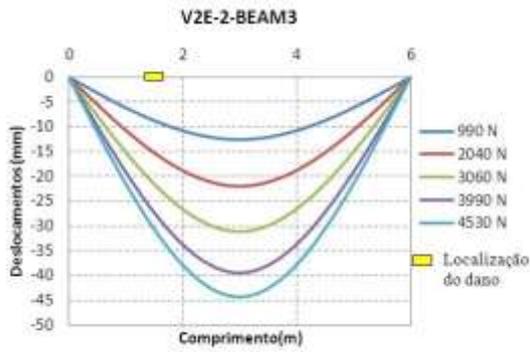


Figura 6.29- Gráficos deslocamentos viga V2E-2

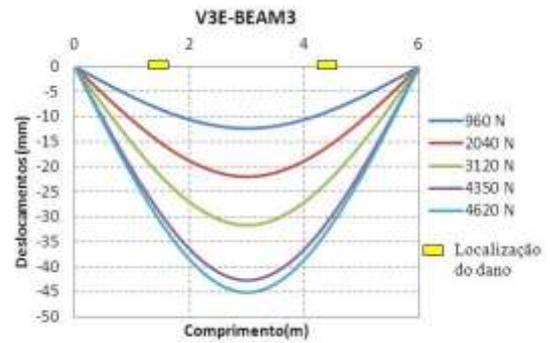


Figura 6.30- Gráficos deslocamentos viga V3E

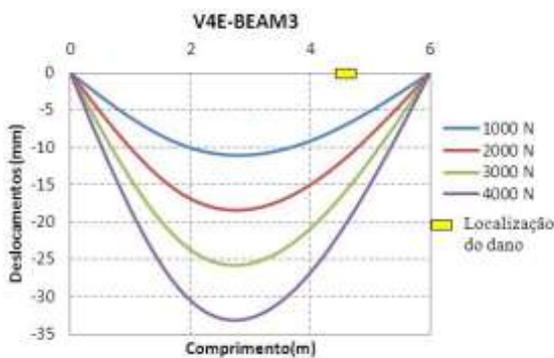


Figura 6.31- Gráficos deslocamentos viga V4E.

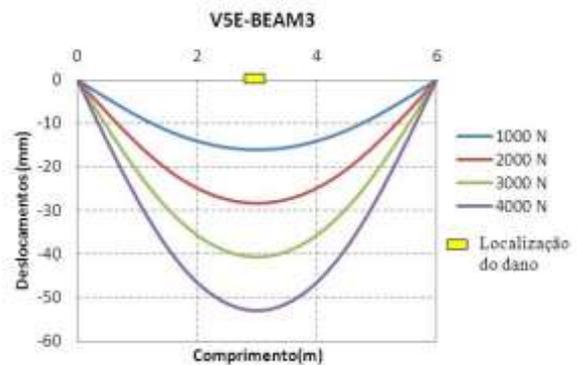


Figura 6.32- Gráficos deslocamentos viga V5E.

Nas Figuras 6.33 a 6.36 mostra-se a comparação entre a análise estática experimental e a análise estático-numérica, desenvolvida com o elemento BEAM3. Nas figuras tem-se que as diferenças dos deslocamentos obtidos entre a análise experimental e a análise numérica é de máximo 7mm para as quatro vigas testadas.

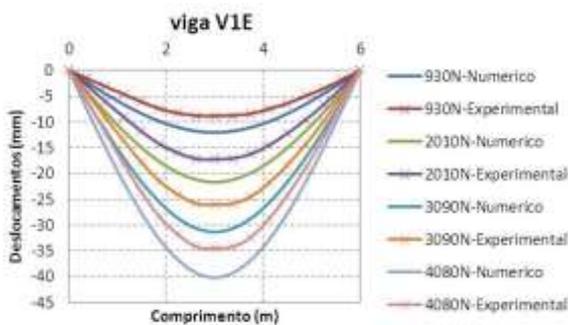


Figura 6.33- Comparação experimental - numérico viga V1E.

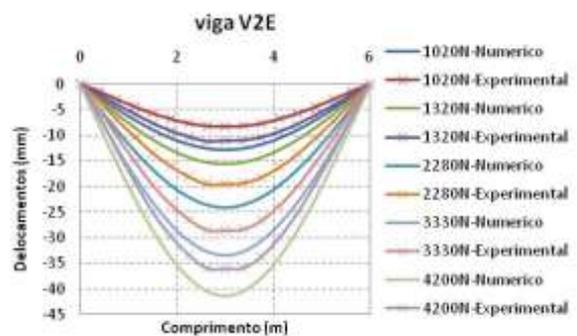


Figura 6.34- Comparação experimental - numérico viga V2E.



Figura 6.35- Comparação experimental - numérico viga V2E-2.

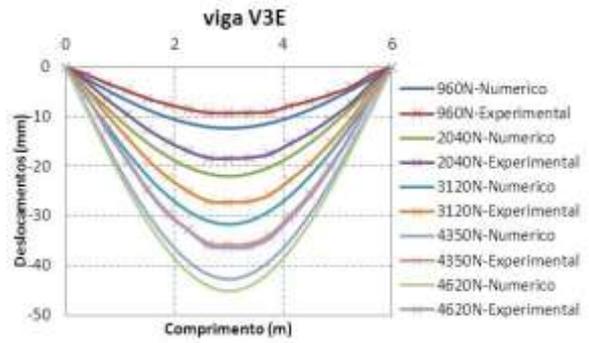


Figura 6.36- Comparação experimental - numérico viga V3E.

Os deslocamentos nodais, obtidos nas diferentes situações de dano, foram exportados para o MATLAB e, em seguida, o método de interpolação Cubic-spline foi aplicado (Figuras 6.36, 6.39, 6.41, 6.43 e 6.45). Para obter uma maior quantidade de pontos, logo foi aplicado o método de regularização de Tikhonov para acrescentar as variações ou mudanças geradas pelo dano (Figuras 6.38 a 6.46).



Figura 6.37- Interpolação análise estática viga V2E.



Figura 6.38- Regularização análise estática viga V2E.



Figura 6.39- Interpolação análise estática viga V2E-2.



Figura 6.40- Regularização análise estática viga V2E-2.



Figura 6.41- Interpolação análise estática viga V3E.



Figura 6.42- Regularização análise estática viga V3E.

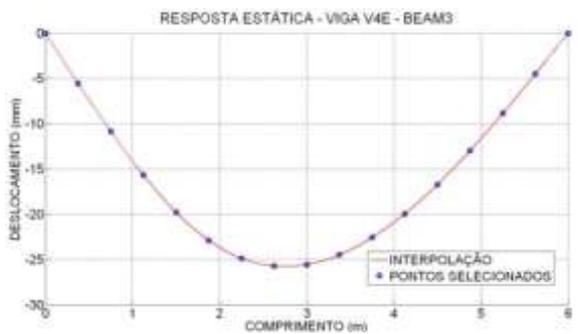


Figura 6.43- Interpolação análise estática viga V4E.



Figura 6.44- Regularização análise estática viga V4E.



Figura 6.45- Interpolação análise estática viga V5E.



Figura 6.46- Regularização análise estática viga V5E.

6.3.1.1 – Identificação do dano utilizando somente a resposta danificada

Aos dados obtidos com a regularização, foram aplicados a TDW e a TCW. Para a identificação do dano, nos gráficos, é apresentada na Tabela 6.14 a correspondência entre a distância e o número do nó.

6.3.1.1.1 – TDW

Para identificar o dano com a TDW também foram analisadas as 44 funções wavelet-mãe testadas na análise experimental, e foram escolhidas as 5 funções utilizadas na análise experimental, pois apresentaram bons resultados e servem para fazer uma análise comparativa. As cinco funções wavelet-mãe escolhidas são indicadas abaixo e, posteriormente, os resultados obtidos são apresentados para os diferentes modelos.

- Biortogonal - Bior6.8
- Reverse biortogonal– Rbio2.6
- Symlet - Sym6
- Coiflet - Ciof3
- Daubechies - Db5

Logo abaixo são apresentados os resultados obtidos para as diferentes condições das vigas ensaiadas, segundo Figura 6.2.

6.3.1.1.1.1 - Viga V2E



Figura 6.47-TDW viga V2E usando rbio2.6.



Figura 6.48- TDW viga V2E usando bior6.8.



Figura 6.49- TDW viga V2E usando sym6.



Figura 6.50- TDW viga V2E usando coif3.



Figura 6.51- TDW viga V2E usando db5.

6.3.1.1.1.2 -Viga V2E-2



Figura 6.52- TDW viga V2E-2 usando bior6.8.



Figura 6.53- TDW viga V2E-2 usando rbio2.6.



Figura 6.54- TDW viga V2E-2 usando sym6.

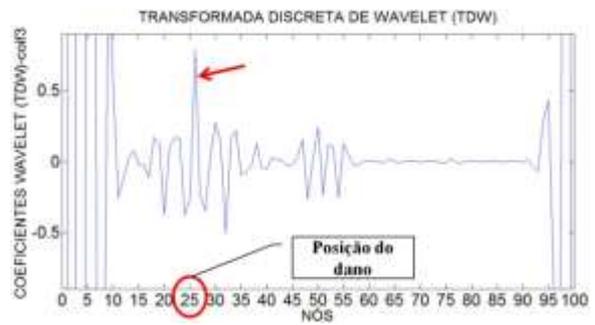


Figura 6.55- TDW viga V2E-2 usando coif3.



Figura 6.56- TDW viga V2E-2 usando db5.

6.3.1.1.1.3 -Viga V3E



Figura 6.57- TDW viga V3E usando bior6.8.



Figura 6.58- TDW viga V3E usando rbio2.6.



Figura 6.59- TDW viga V3E usando sym6.



Figura 6.60- TDW viga V3E usando coif3.

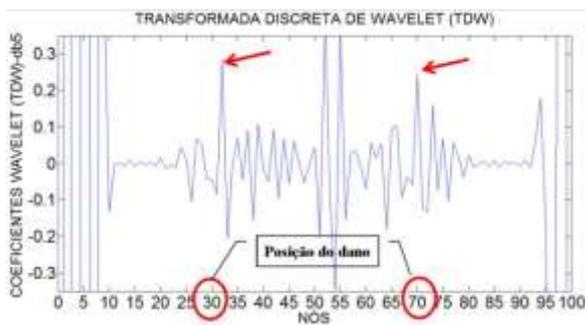


Figura 6.61- TDW viga V3E usando db5.

6.3.1.1.1.4 -Viga V4E

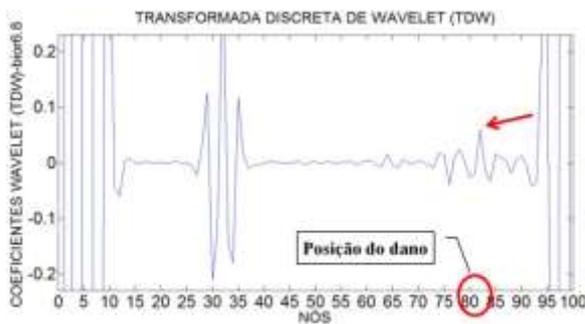


Figura 6.62- TDW viga V4E usando bior6.8.

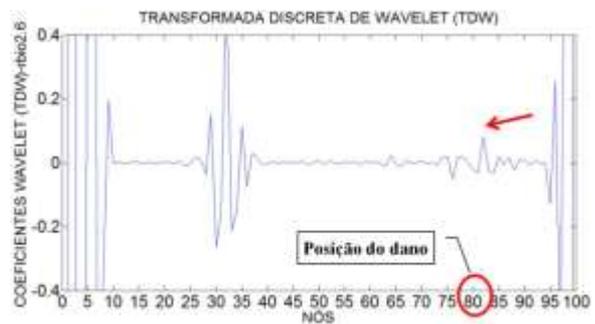


Figura 6.63- TDW viga V4E usando rbio2.6.

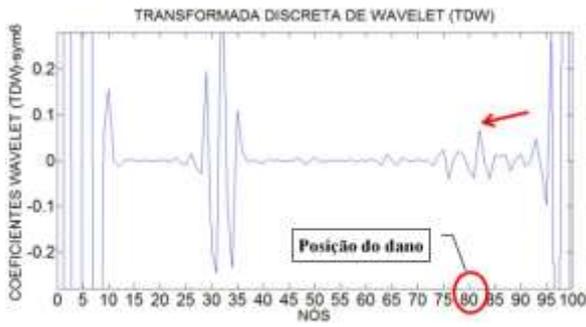


Figura 6.64- TDW viga V4E usando sym6.

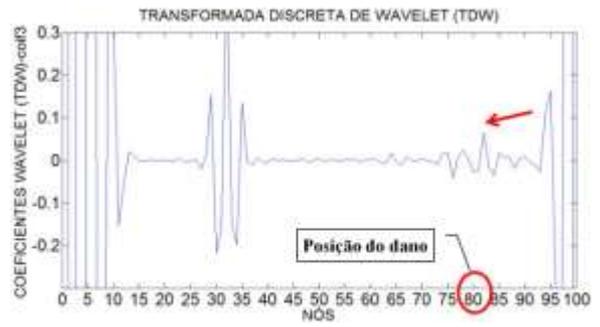


Figura 6.65- TDW viga V4E usando coif3.



Figura 6.66- TDW viga V4E usando db5.

6.3.1.1.1.5 - Viga V5E

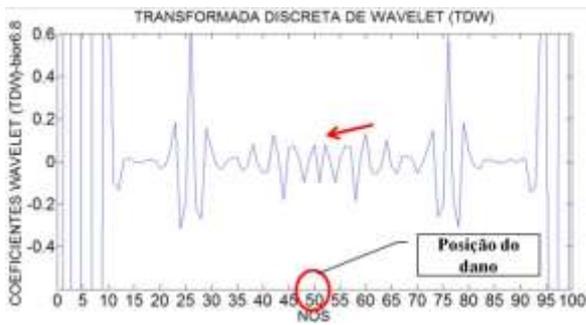


Figura 6.67- TDW viga V5E usando bior2.8.



Figura 6.68- TDW viga V5E usando rbio2.6.



Figura 6.69- TDW viga V5E usando sym6.

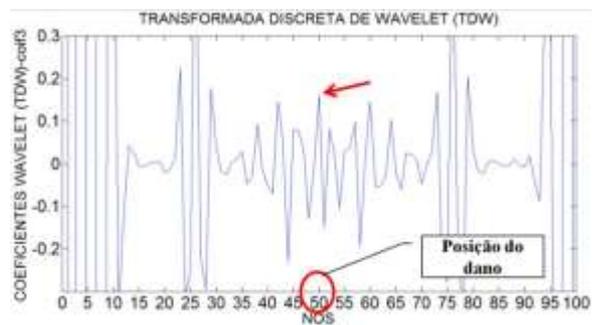


Figura 6.70- TDW viga V5E usando coif3.

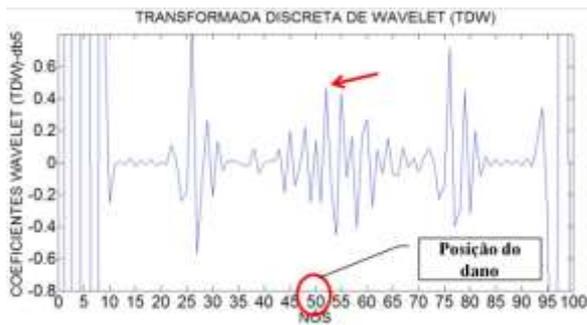


Figura 6.71- TDW viga V5E usando db5.

Na situação da viga V2E, com o dano localizado no nó 25 (1,5 m do apoio esquerdo), os gráficos dos coeficientes wavelet, utilizando as funções escolhidas mostradas nas Figuras 6.47 a 6.51, foram capazes de detectar a localização do dano através de elevados picos na região danificada. Exatamente no nó 26 apresentam maior pico, distantes 4 cm do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, as wavelet geram perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentam perturbações entre o nó 50 e 55 que foram geradas pela aplicação da carga no meio do vão (nó 50).

Na viga V2E-2, que apresenta um dano maior que a viga V2E, localizado no nó 25 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar a localização do dano através de elevados picos na região danificada (Figuras 6.52 a 6.56), exatamente no nó 26 apresentam maior pico, a uma distância de 4 cm do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se as perturbações nas extremidades, por causa das descontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentam perturbações entre o nó 45 e 55, as quais foram geradas pela aplicação da carga no meio do vão (nó 50). Os gráficos apresentam também que a perturbação gerada pelo dano é maior do que a perturbação gerada pela aplicação da carga.

Na viga V3E, com dois locais do dano, localizados no nó 30 e no nó 70 (1,8 m e 4,2 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar a localização dos dois danos: para o dano localizado no nó 30, as wavelet geraram picos altos perto do nó 32 afastado 12 cm do local de dano; e para o dano localizado no nó 70 as wavelet geraram o pico ao redor do nó 70 (Figuras 6.57 a 6.61). Além das perturbações geradas pelo dano têm-se as perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentam uma perturbação entre o nó 45 e

55 devido à aplicação da força no meio do vão (nó 50). Os gráficos mostram que para o caso das funções bior6.8, rbio2.6, sym6 e coif3 a perturbação gerada pelos danos é maior comparada com a perturbação gerada pela carga.

Para a viga V4E, com o local do dano, entre o nó 81 e 82 (4,875m afastado do apoio esquerdo), os coeficientes gerados pelas funções wavelet-mãe escolhidas foram capazes de identificar o dano, gerando perturbações no nó 82 (Figuras 6.62 a 6.66). Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos também apresentaram uma perturbação maior no ponto de aplicação da carga (1,875 m afastado do apoio esquerdo, entre o nó 31 e o nó 32). Igual aos casos anteriores, esses gráficos apresentam perturbações nos extremos por causa da descontinuidade geométrica dos apoios.

Na viga V5E pode-se observar nas Figuras 6.67 a 6.71 que, na região do dano nas proximidades do nó 50, os gráficos apresentam uma perturbação devida ao dano. Têm-se também as perturbações geradas nos pontos de aplicação das duas cargas: no nó 25 e no nó 75. Os maiores picos são apresentados nas extremidades devido à descontinuidade dos apoios. O melhor resultado para este caso é a função db5, que apresenta as perturbações das extremidades devido aos apoios. Os picos gerados pelas duas cargas aplicadas e no meio do vão apresentam uma região perturbada, mas o maior pico dessa região é gerado no nó 54 localizado a 24 cm do dano.

6.3.1.1.2 – TCW

Para o cálculo dos coeficientes da TCW foram analisadas 52 funções wavelet-mãe como mostrado na Tabela 4.1, e das 52 funções foram escolhidas as melhores. Dentro deste grupo estavam as 4 wavelet escolhidas na análise experimental. Então, foram escolhidas estas 4 funções para fazer uma comparação da identificação do dano nas vigas V2E, V2E-2 e V3E. A TCW mostra dois tipos de gráficos para uma mesma função que são: o gráfico em 3-D e o gráfico em 2-D.

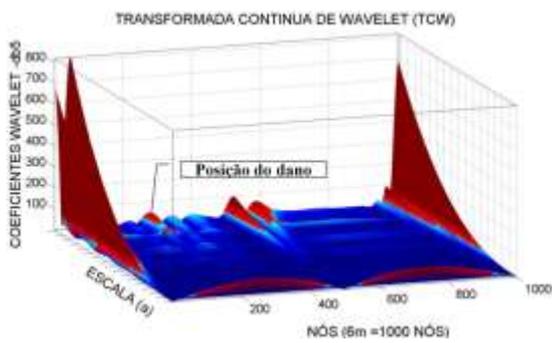
Igual ao que ocorreu na análise experimental foram testados vários valores para a escala a , dando melhores resultados na identificação do dano o valor $a = 50$. As quatro

funções wavelet-mãe escolhidas são indicadas abaixo e, em seguida, são mostrados os resultados obtidos.

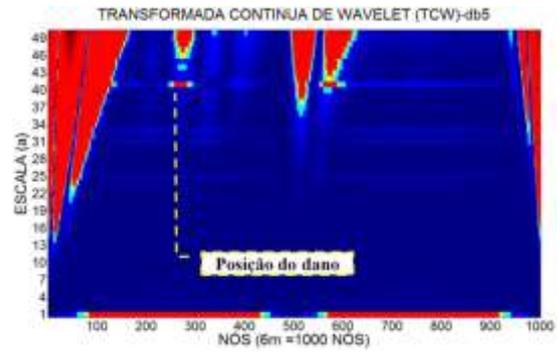
- Daubechies - Db5
- Coiflet - Coif4
- Symlet - Sym8
- Gaussiana - Gaus8

A seguir são apresentados os resultados obtidos para as diferentes condições das vigas ensaiadas, segundo Figura 6.2.

6.3.1.1.2.1 Viga V2E

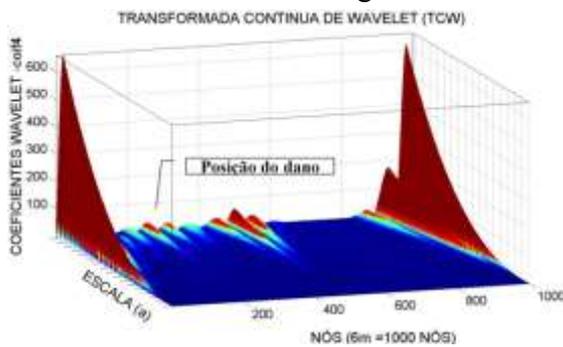


(a) 3D

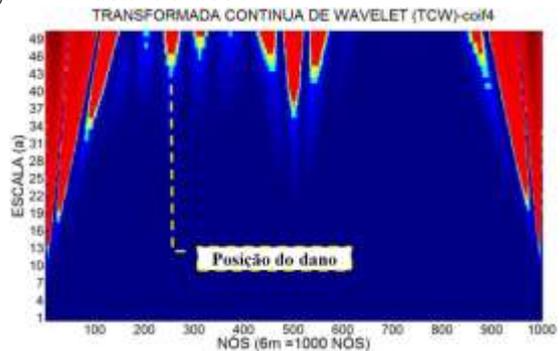


(b) 2D

Figura 6.72- TCW viga V2E usando db5.

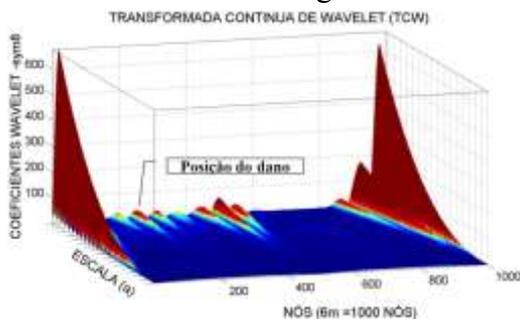


(a) 3D

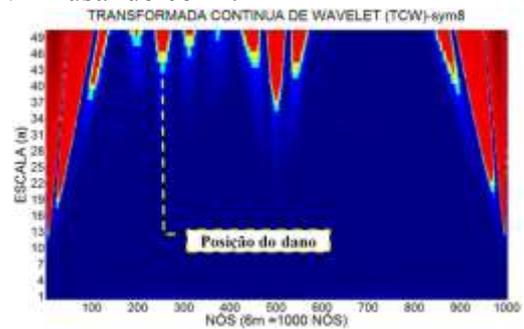


(b) 2D

Figura 6.73- TCW viga V2E usando coif4.

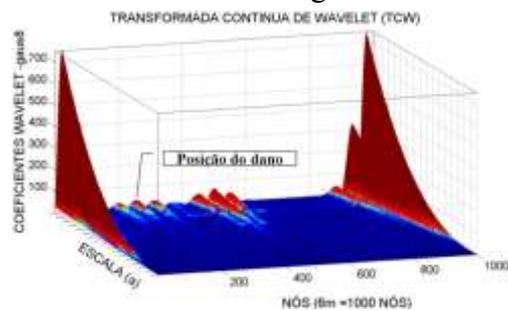


(a) 3D

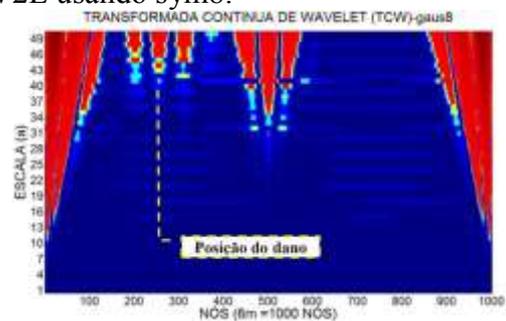


(b) 2D

Figura 6.74- TCW viga V2E usando sym8.



(a) 3D



(b) 2D

Figura 6.75- TCW viga V2E usando gaus8.

6.3.1.1.2.2 - Viga V2E-2

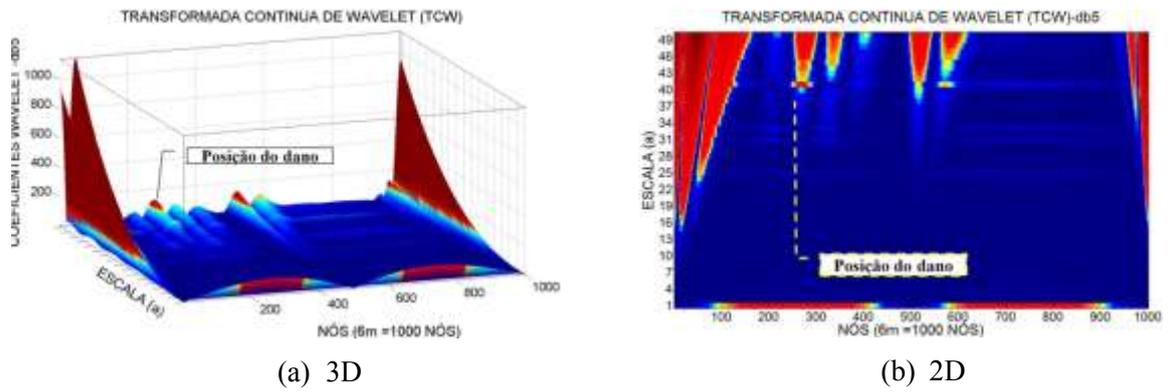


Figura 6.76- TCW viga V2E-2 usando db5.

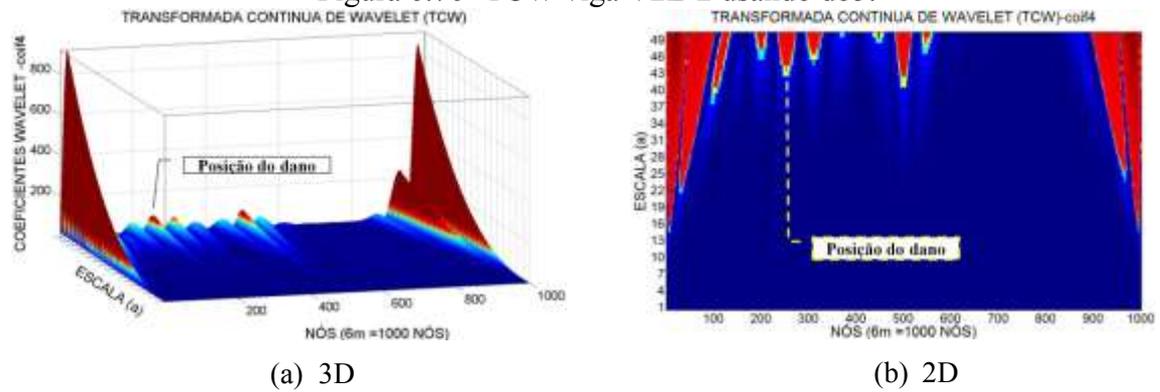


Figura 6.77- TCW viga V2E-2 usando coif4.

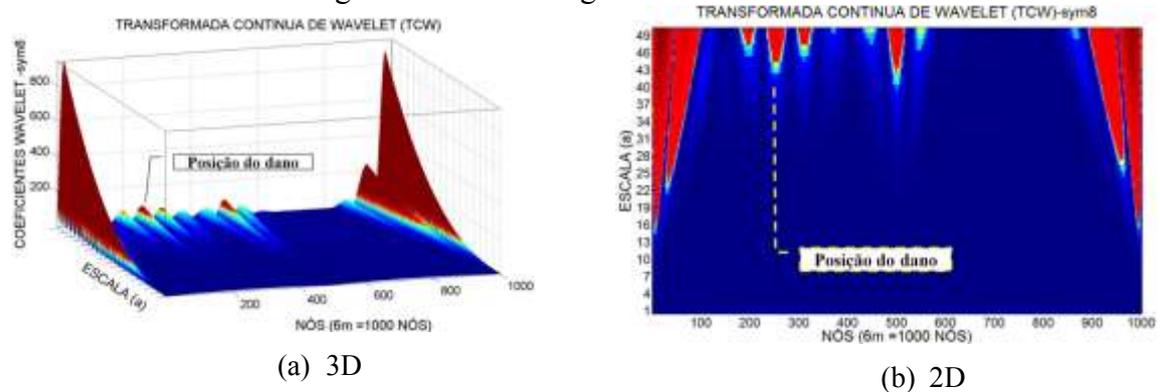


Figura 6.78- TCW viga V2E-2 usando sym8.

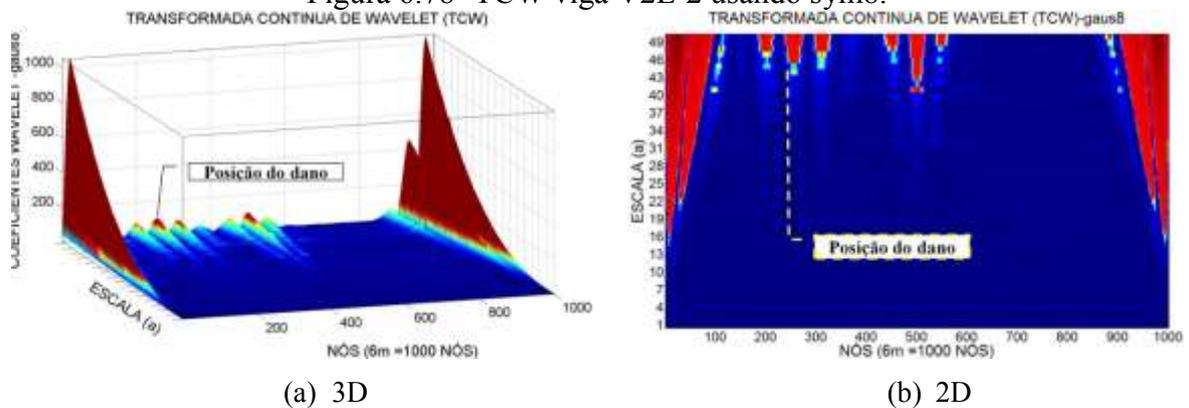


Figura 6.79- TCW viga V2E-2 usando gaus8.

6.3.1.1.2.3 - Viga V3E

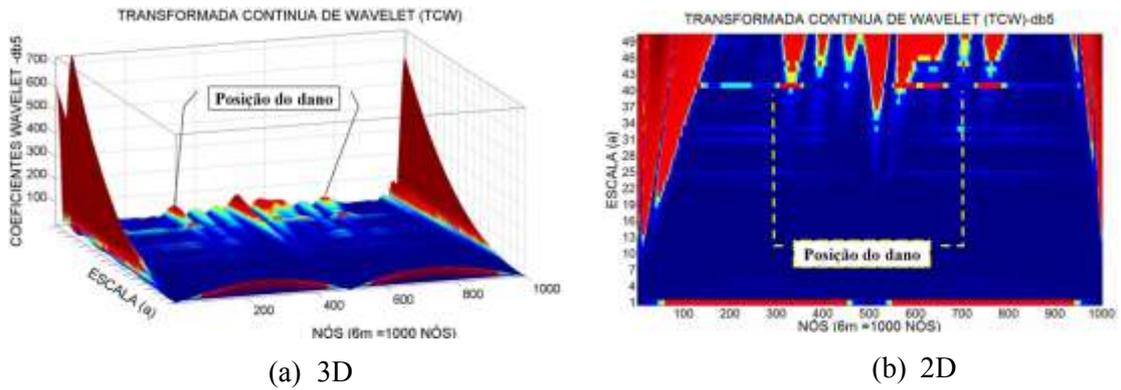


Figura 6.80- TCW viga V3E usando db5.

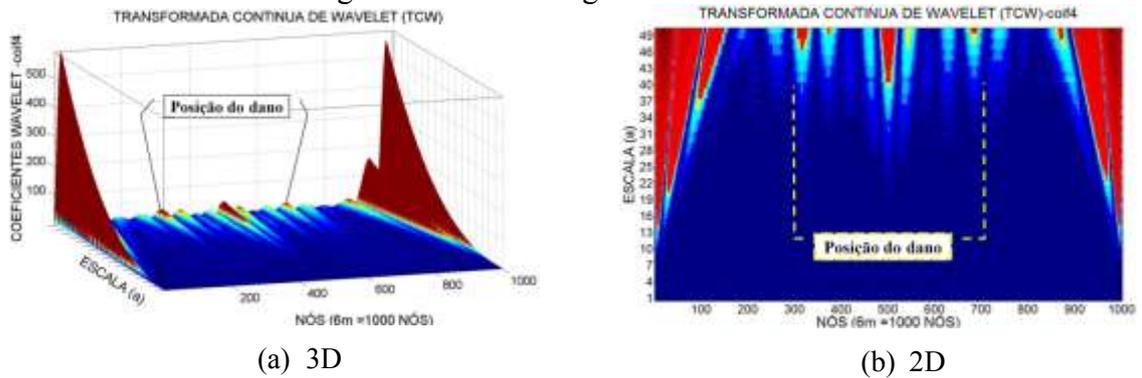


Figura 6.81- TCW viga V3E usando coif4.

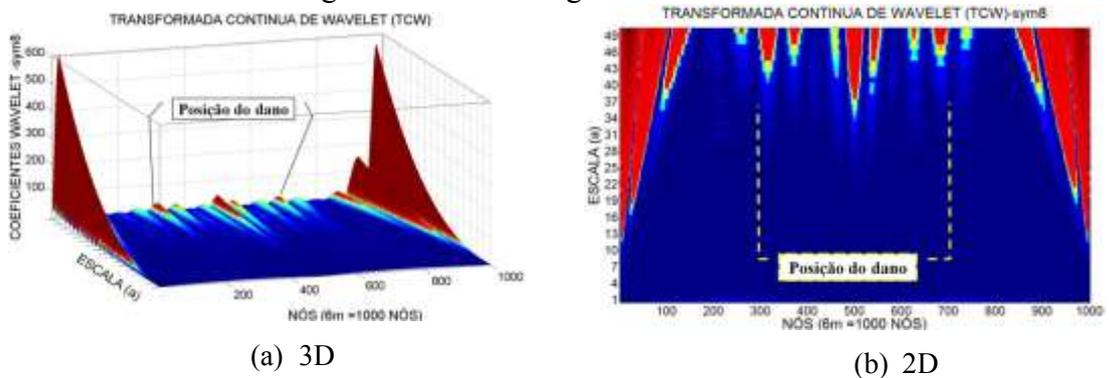


Figura 6.82- TCW viga V3E usando sym8.

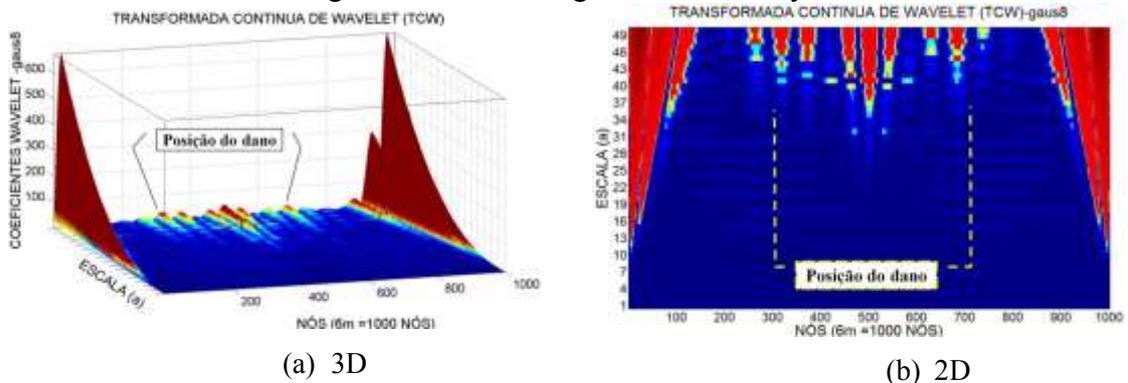


Figura 6.83- TCW viga V3E usando gaus8.

6.3.1.1.2.4 - Viga V4E

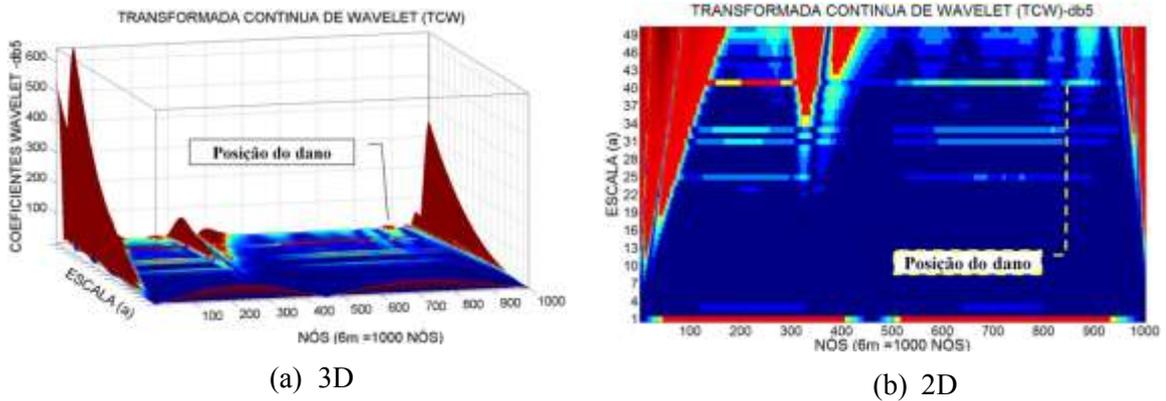


Figura 6.84- TCW viga V4E usando db5.

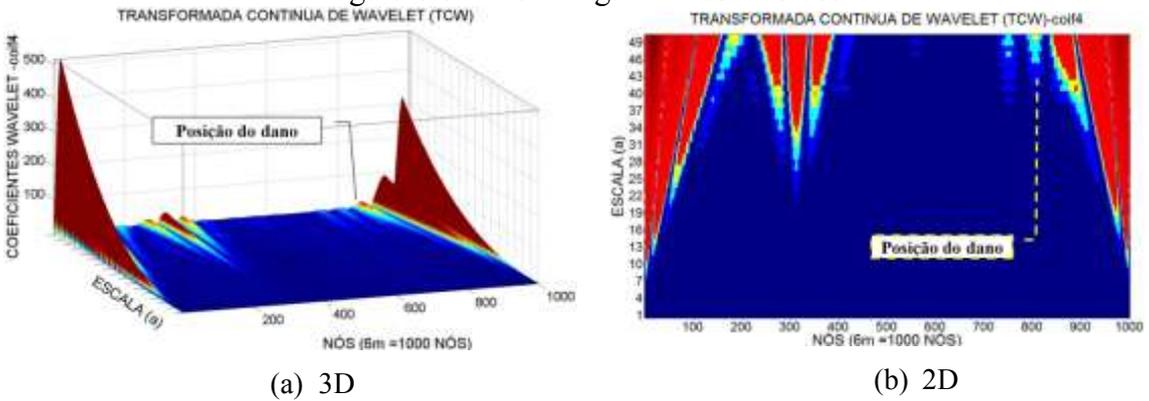


Figura 6.85- TCW viga V4E usando coif4.

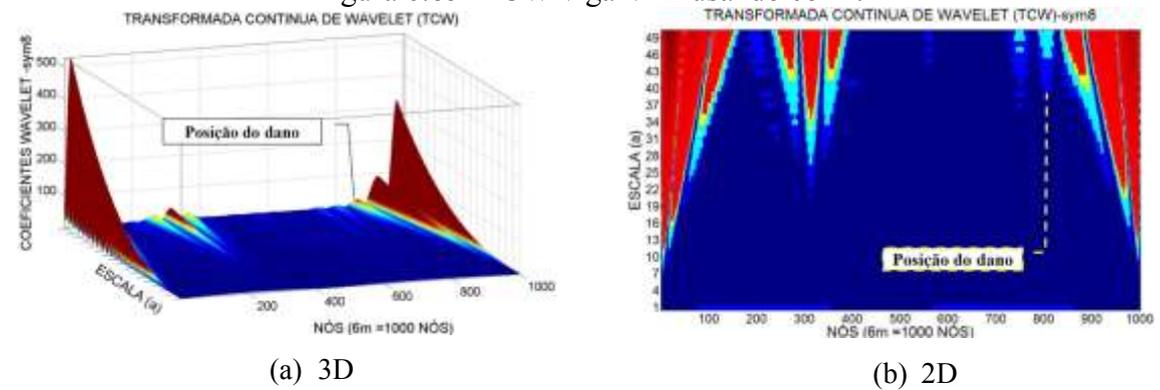


Figura 6.86- TCW viga V4E usando sym8.

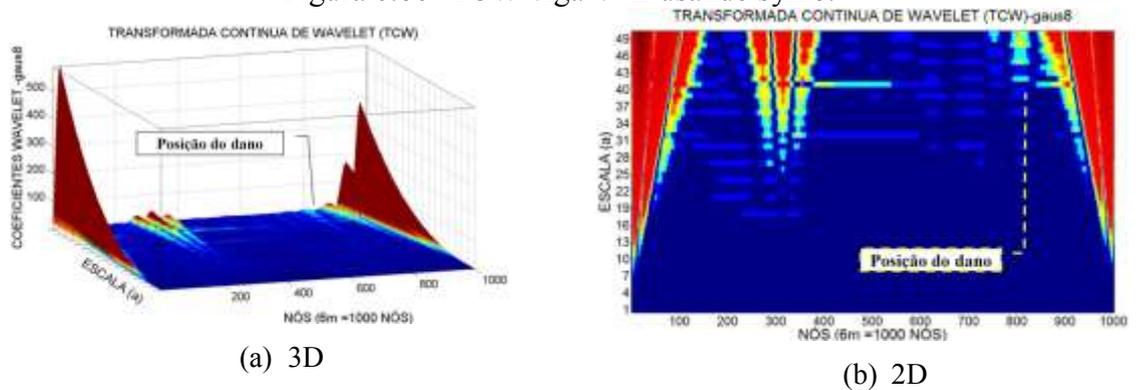
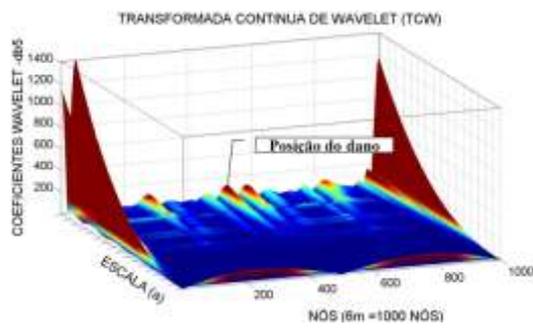
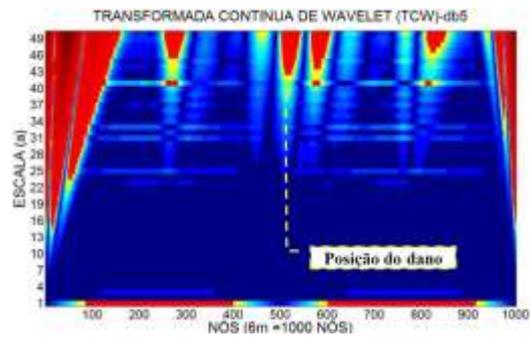


Figura 6.87- TCW viga V4E usando gaus8.

6.3.1.1.2.5 -Viga V5E

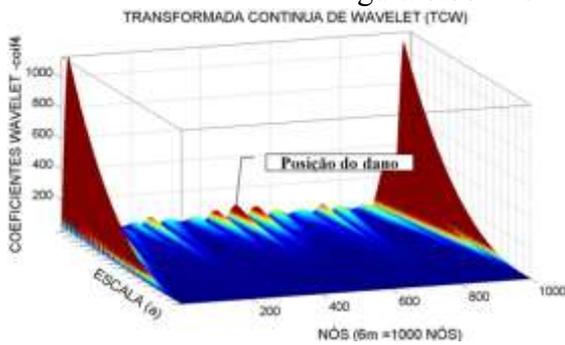


(a) 3D

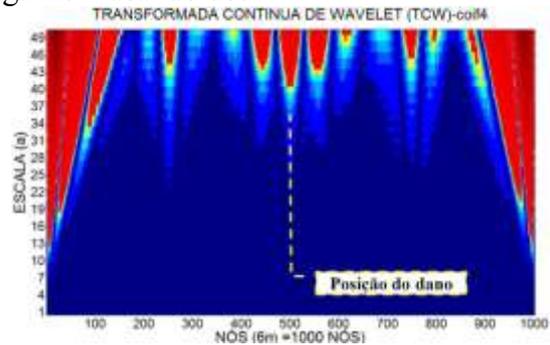


(b) 2D

Figura 6.88- TCW viga V5E usando db5.

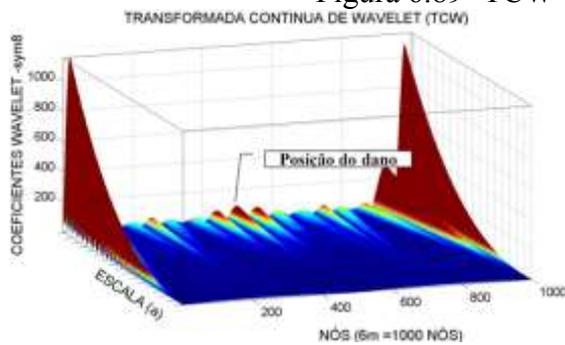


(a) 3D

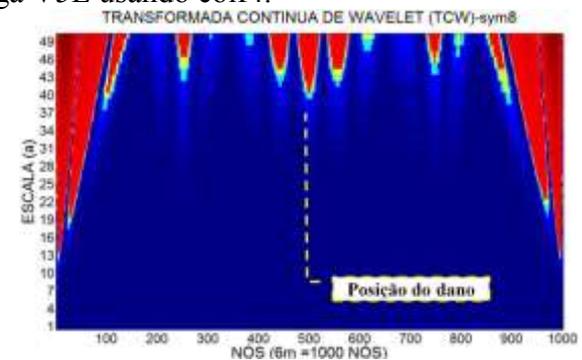


(b) 2D

Figura 6.89- TCW viga V5E usando coif4.

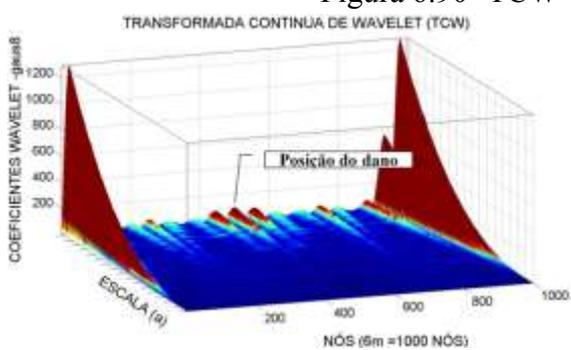


(a) 3D

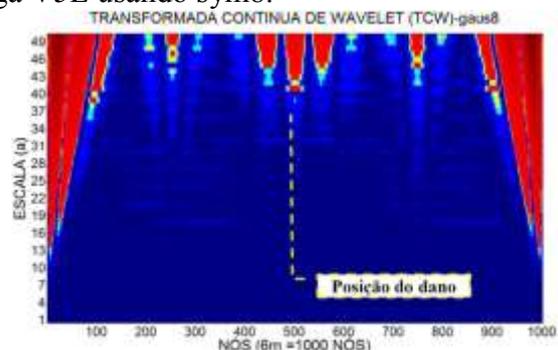


(b) 2D

Figura 6.90- TCW viga V5E usando sym8.



(a) 3D



(b) 2D

Figura 6.91- TCW viga V5E usando gaus8.

Para a viga V2E, com o dano localizado no nó 250 (1,5 m do apoio esquerdo) e a aplicação da carga no nó 500, as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes wavelet perto do local danificado e no meio do vão (Figuras 6.72 a 6.75). Contudo, o melhor resultado foi obtido com a wavelet-mãe sym8 que apresenta um pico no nó 270 aproximadamente, o que corresponde à uma distância de 1.62 m, (12 cm afastado do dano). Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos também apresentam perturbações nas extremidades por causa das descontinuidades geométricas nos apoios, e apresentam também perturbações no meio do vão devido à aplicação da carga.

A viga V2E-2, com o dano maior localizado no nó 250 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes wavelet perto do local danificado (nó 250), mas também apresentaram a perturbação gerada pela aplicação da força no meio do vão (Figuras 6.76 a 6.79). O melhor resultado foi obtido com a wavelet-mãe sym8 (Figura 6.78), que apresentou o pico no nó 260 afastado 6 cm do local danificado. Esses gráficos são iguais a todos os anteriores que apresentaram perturbações nas extremidades devido à descontinuidade dos apoios.

Para a viga V3E, com dois locais do dano localizados no nó 300 e 700 (1,8m e 4.2m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes wavelet perto do dano localizado a 1,8m (nó 300) e 4.2m (nó 700). Com a função sym8 (Figura 6.82) foram obtidos os melhores resultados, gerando o maior pico no nó 700 no dano, localizado a 1,5m, e a outra perturbação foi gerada no nó 320 perto do dano, localizado no nó 300, afastado 12cm aproximadamente. As funções coif4 (Figura 6.81), db5 (Figura 6.80) e gaus8 (Figura 6.83) apresentaram picos ao redor dos nós 250 e 650.

Para a viga V4E, com o local do dano, entre o nó 810 e 820 (4.875m afastado do apoio esquerdo), os coeficientes gerados pelas funções wavelet-mãe escolhidas foram capazes de identificar o dano, gerando perturbações no nó 820 (Figuras 6.84 a 6.87). Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos também apresentaram uma perturbação maior no ponto de aplicação da carga (1,875 m afastado do apoio esquerdo, entre o nó 310 e o nó 320). Igual aos casos anteriores, esses gráficos apresentam perturbações nos extremos devido à descontinuidade geométrica dos apoios.

Na viga V5E, pode-se observar nas Figuras 6.88 a 6.91 que, na região do dano, nas proximidades do nó 500, os gráficos apresentam uma perturbação devida ao dano. Têm-se também as perturbações geradas nos pontos de aplicação das duas cargas: no nó 250 e no nó 750. Os maiores picos são apresentados nas extremidades por causa da descontinuidade geométrica dos apoios.

6.3.2 - Elemento SOLID45

No modelo realizado com o elemento SOLID45, a força foi aplicada nos dois nós centrais e o total da força foi dividido em duas partes, uma para cada nó (Figura 6.92).

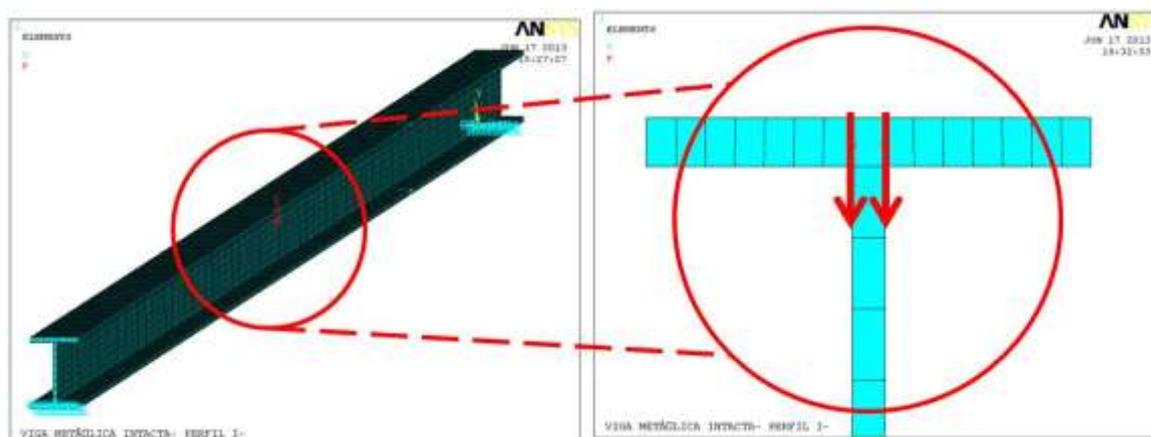


Figura 6.92- Aplicação da força - modelagem elemento SOLID45 (ANSYS, 2007).

A Transformada de Wavelet foi aplicada somente num estágio de carga para cada viga, levando em consideração o limite de carga de 4373 N com que a viga intacta pode suportar. Na Tabela 6.13 é mostrado o estágio de carga escolhido para cada viga.

Os gráficos correspondentes aos deslocamentos para as cinco vigas são apresentados nas Figuras 6.93 a 6.98, onde no eixo x corresponde ao comprimento da viga (6m) e no eixo y corresponde a os deslocamentos gerados pela aplicação de carga.

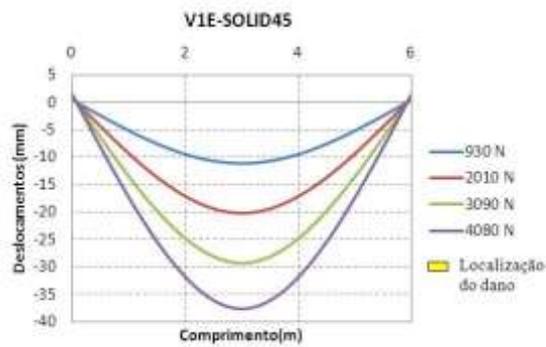


Figura 6.93- Gráfico deslocamentos viga V1E.

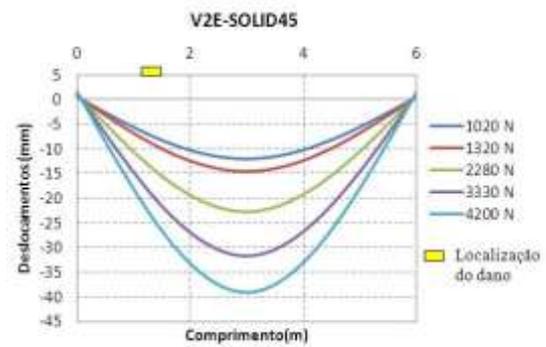


Figura 6.94- Gráfico deslocamentos viga V2E.

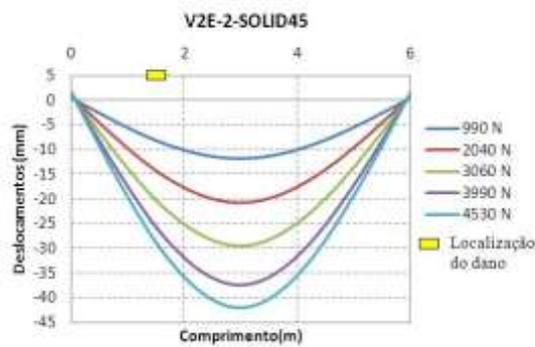


Figura 6.95- Gráfico deslocamentos viga V2E-2

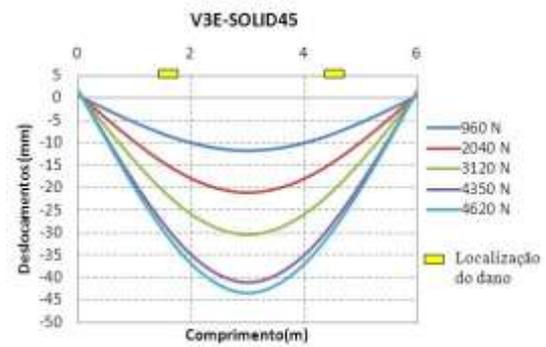


Figura 6.96- Gráfico deslocamentos viga V3E

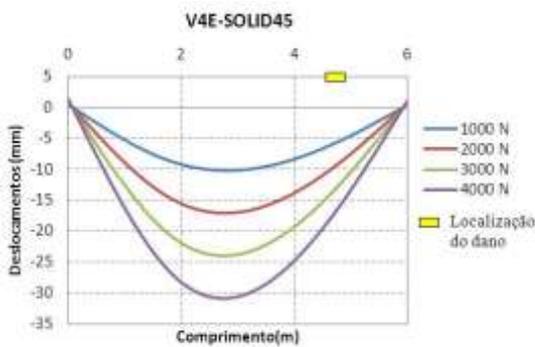


Figura 6.97- Gráfico deslocamentos viga V4E.

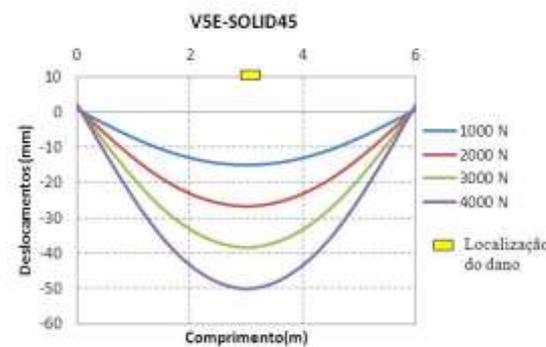


Figura 6.98- Gráfico deslocamentos viga V5E.

As figuras a seguir (Figuras 6.99 a 6.102) mostram a comparação entre a análise estática experimental e a análise estática numérica, desenvolvida com o elemento SOLID45. Nas figuras, têm-se as diferenças dos deslocamentos obtidos entre a análise experimental e a análise numérica é de no máximo 5mm para as quatro vigas testadas.

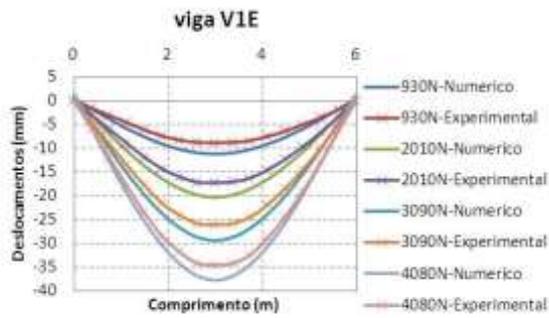


Figura 6.99- Comparação experimental - numérica viga V1E



Figura 6.100- Comparação experimental - numérica viga V2E



Figura 6.101- Comparação experimental - numérica viga V2E-2



Figura 6.102- Comparação experimental - numérico viga V3E

Os deslocamentos nodais, obtidos nas diferentes situações de dano, foram exportados para o MATLAB e, em seguida, foi aplicado o método de interpolação Cubic-spline (Figuras 6.103, 6.105, 6.107, 6.109 e 6.111), para obter uma maior quantidade de pontos. Logo após, foi aplicado o método de regularização de Tikhonov para acrescentar as variações ou mudanças geradas pelo dano (Figuras 6.104, 6.106, 6.108, 6.110, 6.112).



Figura 6.103- Interpolação análise estática viga V2E.

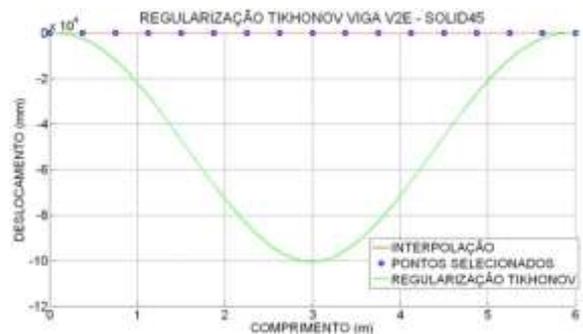


Figura 6.104- Regularização análise estática viga V2E.



Figura 6.105- Interpolação análise estática viga V2E-2.



Figura 6.106- Regularização análise estática viga V2E-2.



Figura 6.107- Interpolação análise estática viga V3E.



Figura 6.108- Regularização análise estática viga V3E.



Figura 6.109- Interpolação análise estática viga V4E.



Figura 6.110- Regularização análise estática viga V4E.



Figura 6.111- Interpolação análise estática viga V5E.



Figura 6.112- Regularização análise estática viga V5E.

6.3.2.1 - Resultados utilizando a resposta danificada

Aos dados obtidos com a regularização, foi aplicado a TDW e a TCW. Para a identificação do dano nos gráficos, é apresentada a correspondência distância-nó na Tabela 6.14.

6.3.2.1.1 – TDW

Para identificar o dano, como a TDW, também foram analisadas as 44 funções wavelet-mãe testadas na análise experimental e foram escolhidas as 5 funções utilizadas na análise experimental, pois apresentou bons resultados e servem para fazer um análise comparativa. As cinco funções wavelet-mãe escolhidas são as seguintes:

- Biortogonal - Bior6.8
- Reverse biortogonal– Rbio2.6
- Symlet - Sym6
- Coiflet - Ciof3
- Daubechies - Db5

A seguir são apresentados os resultados obtidos para as diferentes condições das vigas ensaiadas, segundo Figura 6.2.

6.3.2.1.1.1 - Viga V2E

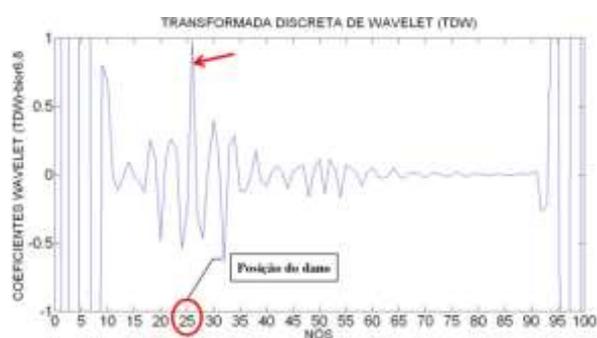


Figura 6.113- TDW viga V2E usando bior6.8.



Figura 6.114- TDW viga V2E usando rbio2.6



Figura 6.115- TDW viga V2E usando sym6.

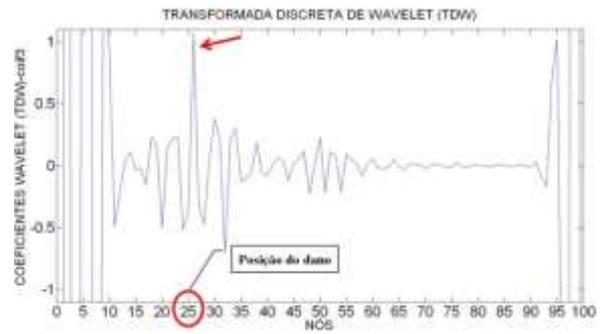


Figura 6.116- TDW viga V2E usando coif3.



Figura 6.117- TDW viga V2E usando db5.

6.3.2.1.1.2 -Viga V2E-2



Figura 6.118- TDW viga V2E-2 usando bior6.8.



Figura 6.119- TDW viga V2E-2 usando rbio2.6.



Figura 6.120- TDW viga V2E-2 usando sym6.



Figura 6.121- TDW viga V2E-2 usando coif3.



Figura 6.122- TDW viga V2E-2 usando db5.

6.3.2.1.1.3 - Viga V3E

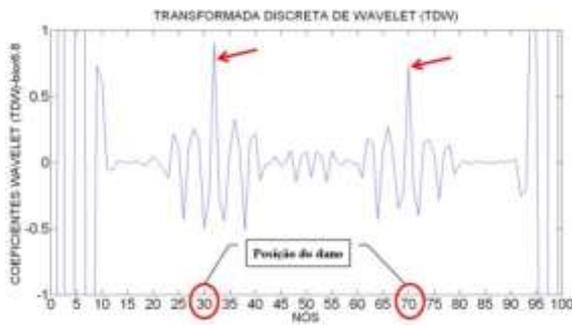


Figura 6.123- TDW viga V3E usando bior6.8.



Figura 6.124- TDW viga V3E usando rbio2.6.



Figura 6.125- TDW viga V3E usando sym6.



Figura 6.126- TDW viga V3E usando coif3.

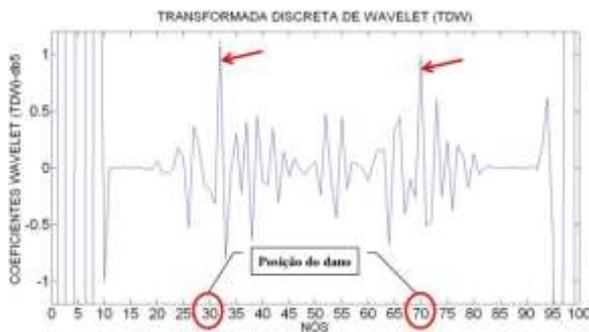


Figura 6.127- TDW viga V3E usando db5.

6.3.2.1.1.4 - Viga V4E

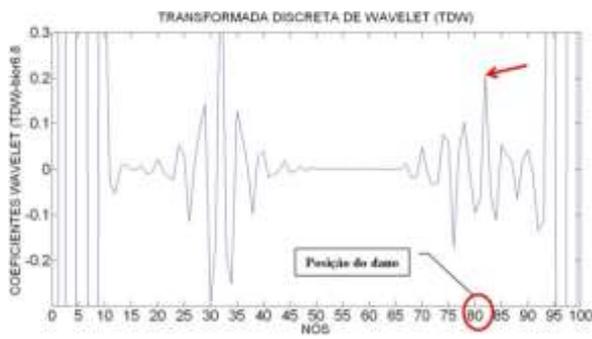


Figura 6.128- TDW viga V4E usando bior6.8.



Figura 6.129- TDW viga V4E usando rbio2.6.



Figura 6.130- TDW viga V4E usando sym6..



Figura 6.131- TDW viga V4E usando coif3.



Figura 6.132- TDW viga V4E usando db5.

6.3.2.1.1.5 -Viga V5E

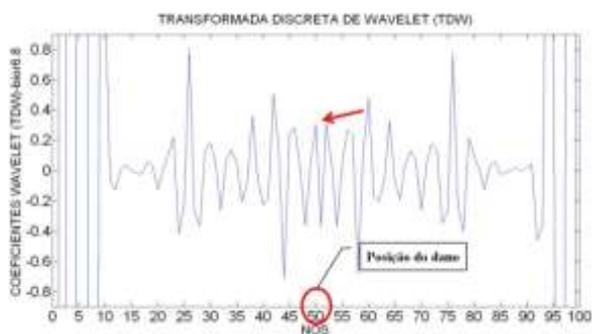


Figura 6.133- TDW viga V5E usando bior6.8.



Figura 6.134- TDW viga V5E usando rbio2.6.



Figura 6.135- TDW viga V5E usando sym6.



Figura 6.136- TDW viga V5E usando coif3.



Figura 6.137- TDW viga V5E usando db5.

Na situação da viga V2E, com o dano localizado no nó 25 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas (Figuras 6.113 a 6.117), foram capazes de detectar a localização do dano através de elevados picos na região danificada, exatamente no nó 26 apresentam o maior pico, afastado 4 cm do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, as wavelet geram perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentam perturbações próximas do nó 55 devido à aplicação da carga no meio do vão.

Na viga V2E-2, que apresenta um dano maior que a viga V2E, localizado no nó 25 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar a localização do dano através de elevados picos na região danificada (Figuras 6.118 a 6.122), exatamente no nó 26 apresentam maior pico, a uma distância de 4 cm do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se as perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentam perturbações entre o nó 45 e 55 que é gerada pela aplicação da carga no meio do vão (nó 50). Nas ilustrações é evidente que a perturbação causada pelo dano é muito maior do que a perturbação gerada pela aplicação de uma força.

Na viga V3E, com dois locais do dano, localizados no nó 30 e no nó 70 (1,8 m e 4,2 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar a localização dos dois danos: para o dano localizado no nó 30, as wavelet geraram picos altos perto do nó 31 afastado 4 cm do local de dano; e para o dano localizado no nó 70, as wavelet geraram o pico ao redor do nó 70 como mostrado nas Figuras 6.123 a 6.127. Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se as perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentam uma perturbação entre o nó 45 e 55 devido à aplicação da força no meio do vão (nó 50). É importante esclarecer que a perturbação gerada pelo dano é maior do que a gerada pela aplicação da carga.

Para a viga V4E, com o local do dano, entre o nó 81 e 82 (4,875m afastado do apoio esquerdo), os coeficientes gerados pelas funções wavelet-mãe escolhidas foram capazes de identificar o dano, gerando perturbações no nó 82 como mostrado nas Figuras 6.128 a 6.132. Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos também apresentaram uma perturbação muito maior no ponto de aplicação da carga (1,875 m afastado do apoio esquerdo, entre o nó 31 e o nó 32). Igual aos casos anteriores, esses gráficos apresentam perturbações nos extremos devido à descontinuidade geométrica dos apoios.

Na viga V5E, pode-se observar, nas Figuras 6.133 a 6.137, que, na região do dano, nas proximidades entre o nó 45 e 55, os gráficos apresentam uma perturbação em decorrência do dano. Têm-se também as perturbações geradas nos pontos de aplicação das duas cargas: no nó 25 e no nó 75. Os maiores picos são apresentados nas extremidades devido à descontinuidade dos apoios. O melhor resultado, para este caso, é a função db5, que apresenta: as perturbações das extremidades devido aos apoios, os picos gerados pelas duas cargas aplicadas no meio do vão, e também apresenta uma região perturbada, cujo maior pico está localizado no nó 53 afastado 16 cm da posição do dano.

6.3.2.1.2 – TCW

Para o cálculo dos coeficientes da TCW foram analisadas 52 funções wavelet-mãe, como na análise experimental e como na modelagem com o elemento BEAM3. As funções testadas são mostradas na Tabela 4.1. Das 52 funções foram escolhidas as melhores, dentro deste grupo estavam as 4 wavelet escolhidas na análise experimental e na

modelagem com o elemento BEAM3. Então, foram escolhidas estas 4 funções para fazer uma comparação da identificação do dano nas vigas V2E, V2E-2 e V3E. A TCW mostra dois tipos de gráficos para uma mesma função que são: o gráfico em 3-D e o gráfico em 2-D.

Igual à análise experimental, foram testados vários valores para a escala a , dando melhores resultados na identificação do dano o valor $a = 50$. As quatro funções wavelet-mãe escolhidas são indicadas abaixo e, em seguida, são mostrados os resultados obtidos.

- Daubechies - Db5
- Coiflet - Coif4
- Symlet - Sym8
- Gaussiana - Gaus8

A seguir são apresentados os resultados obtidos para as diferentes condições das vigas ensaiadas, segundo a Figura 6.2.

6.3.2.1.2.1 -Viga V2E

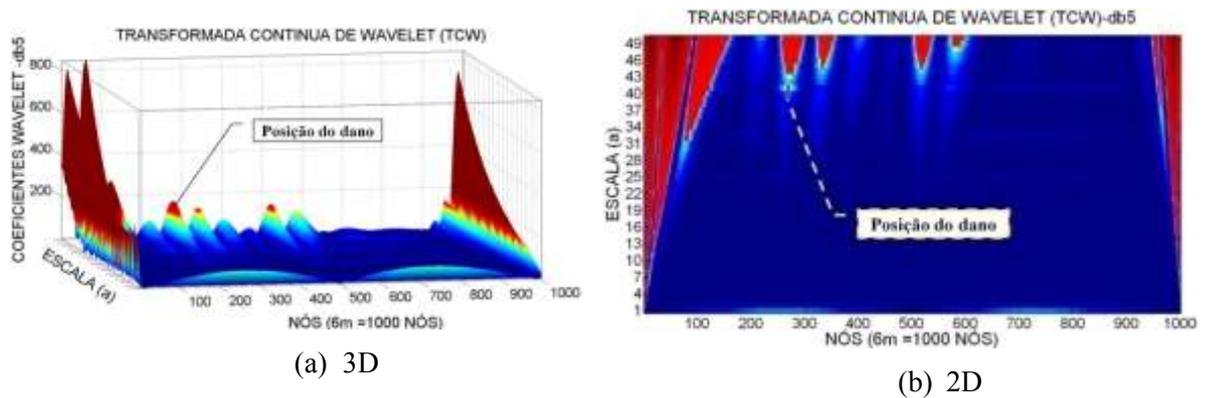


Figura 6.138- TCW viga V2E usando db5.

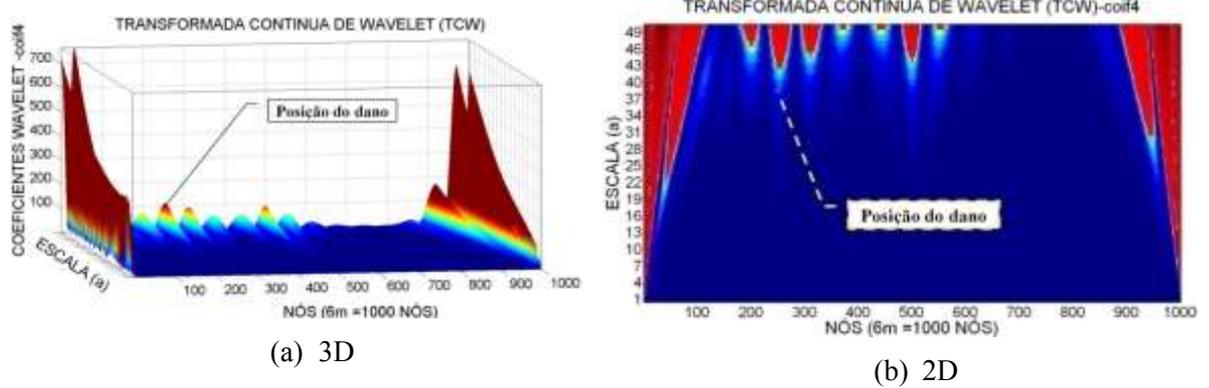


Figura 6.139- TCW viga V2E usando coif4.

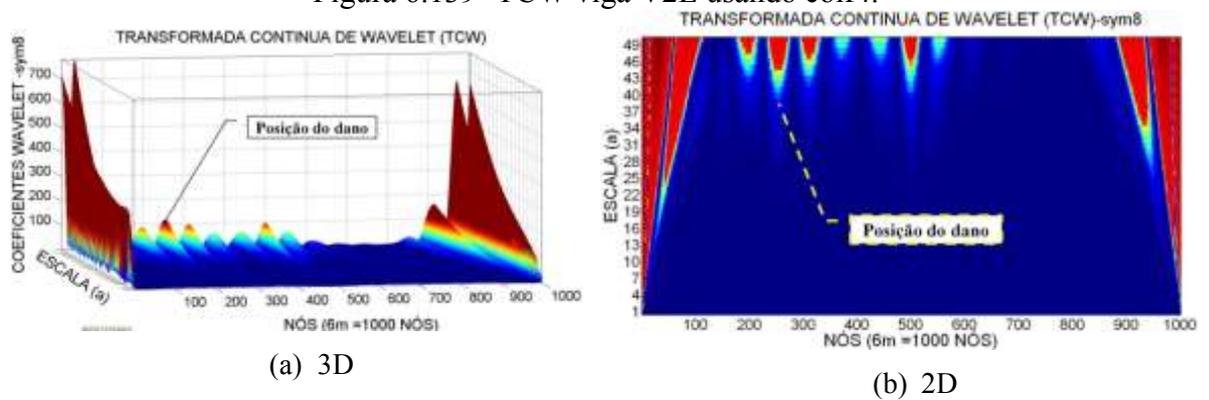


Figura 6.140- TCW viga V2E usando sym8.

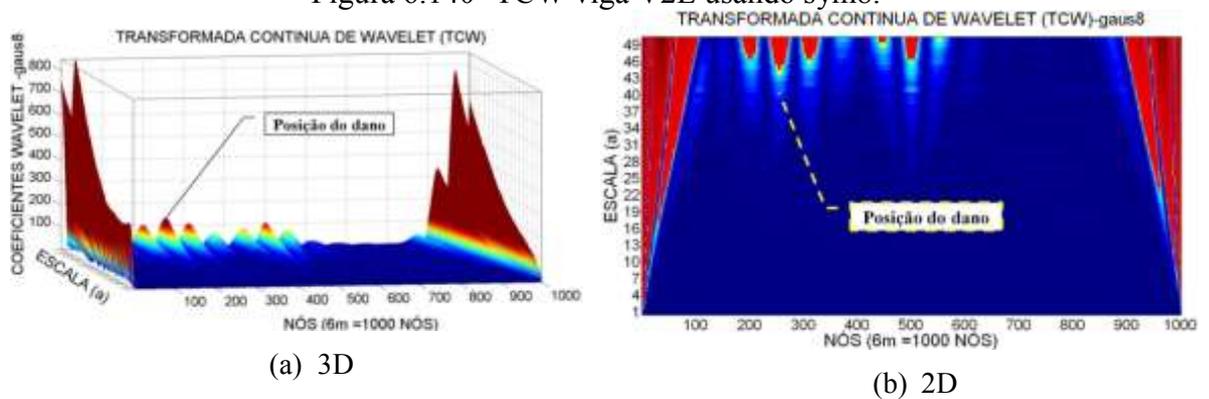


Figura 6.141- TCW viga V2E usando gaus8.

6.3.2.1.2.2 - Viga V2E-2

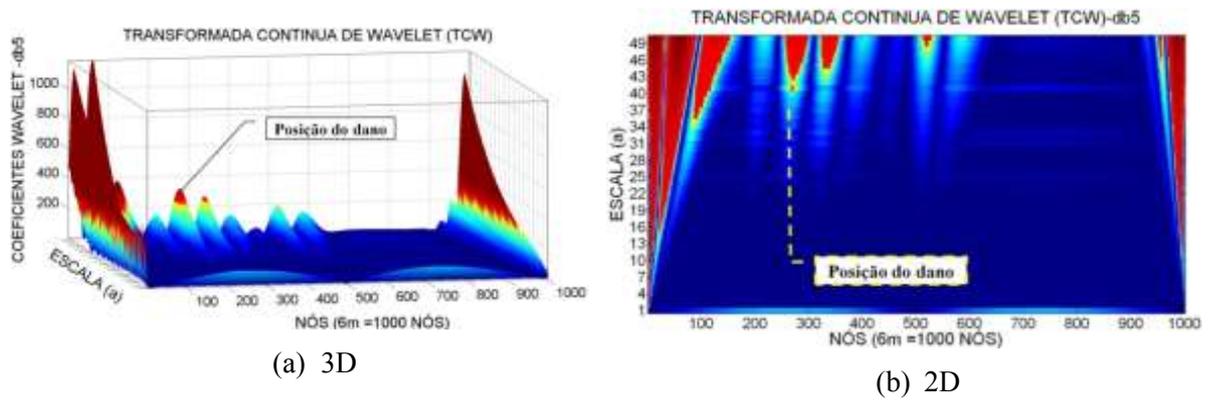


Figura 6.142- TCW viga V2E-2 usando db5.

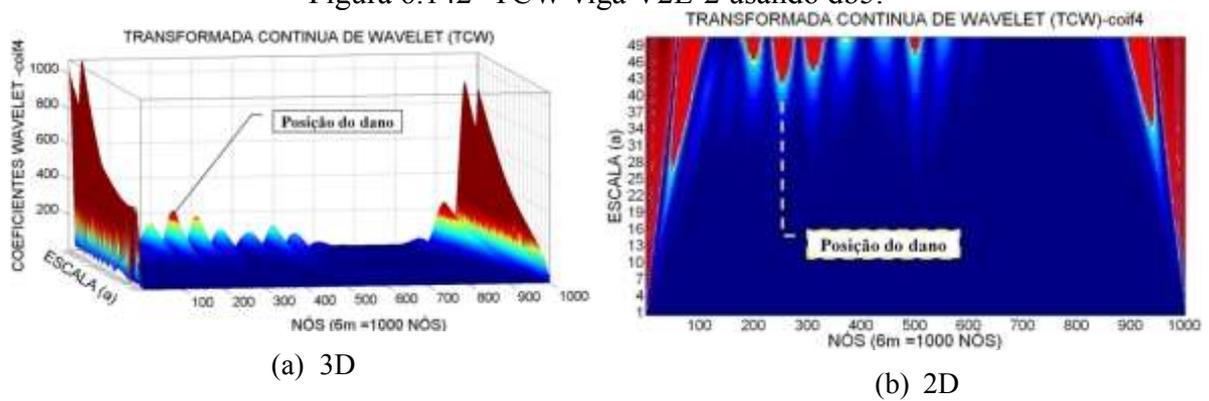


Figura 6.143- TCW viga V2E-2 usando coif4.

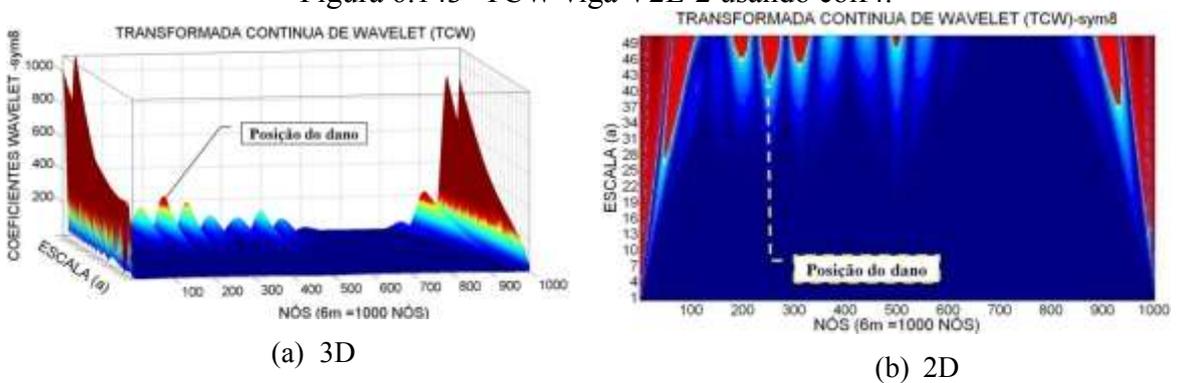


Figura 6.144- TCW viga V2E-2 usando sym8.

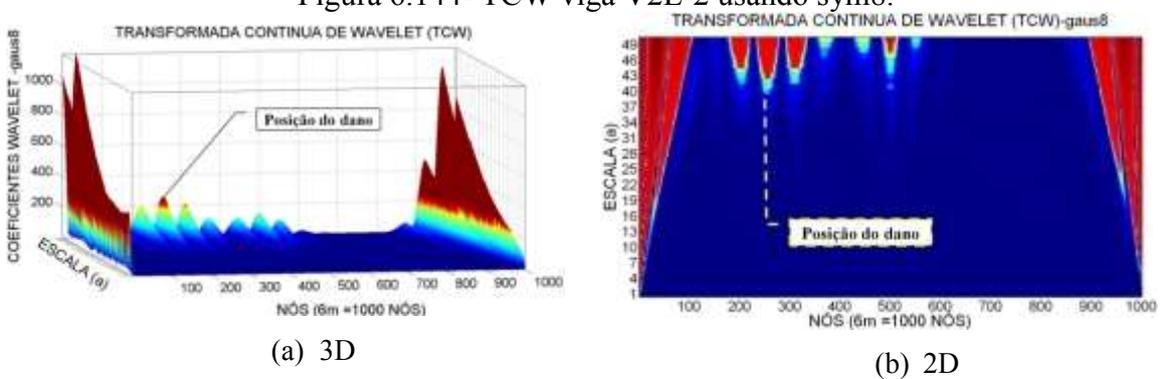


Figura 6.145- TCW viga V2E-2 usando gaus8.

6.3.2.1.2.3 -Viga V3E

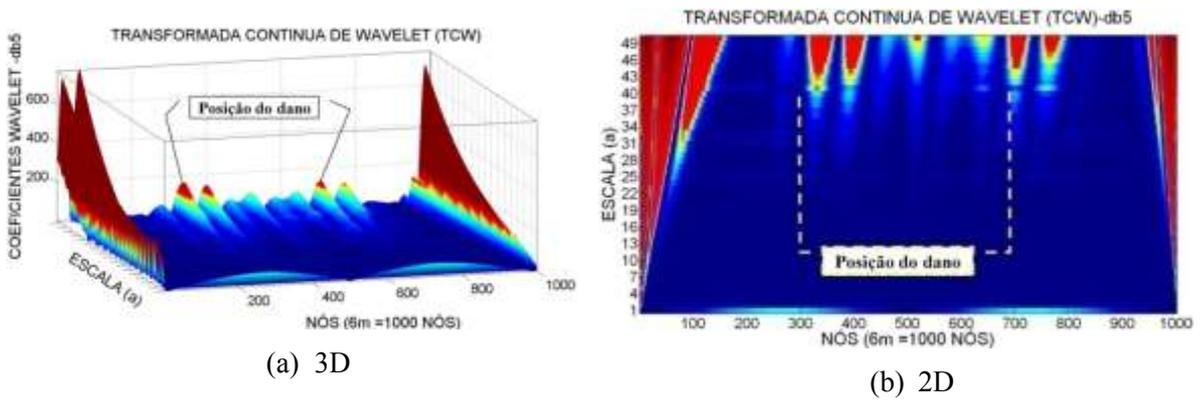


Figura 6.146- TCW viga V3E usando db5

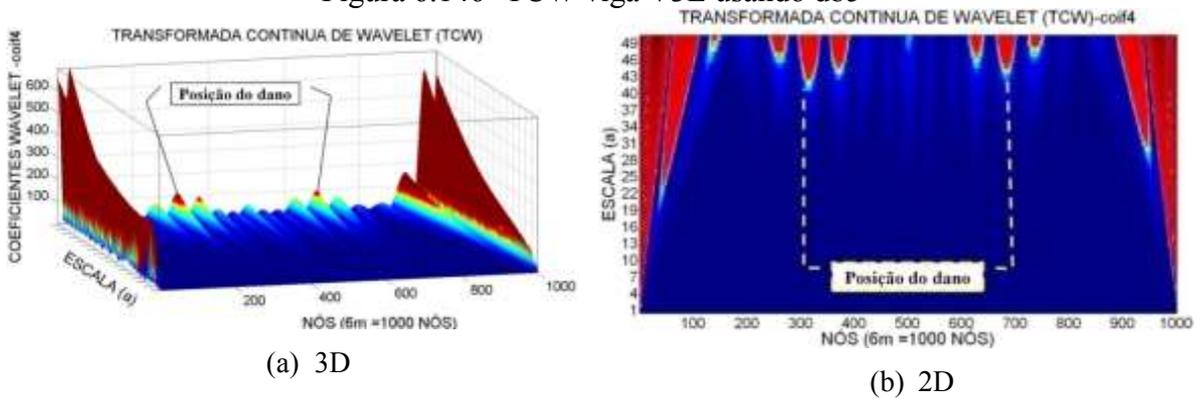


Figura 6.147- TCW viga V3E usando coif4.

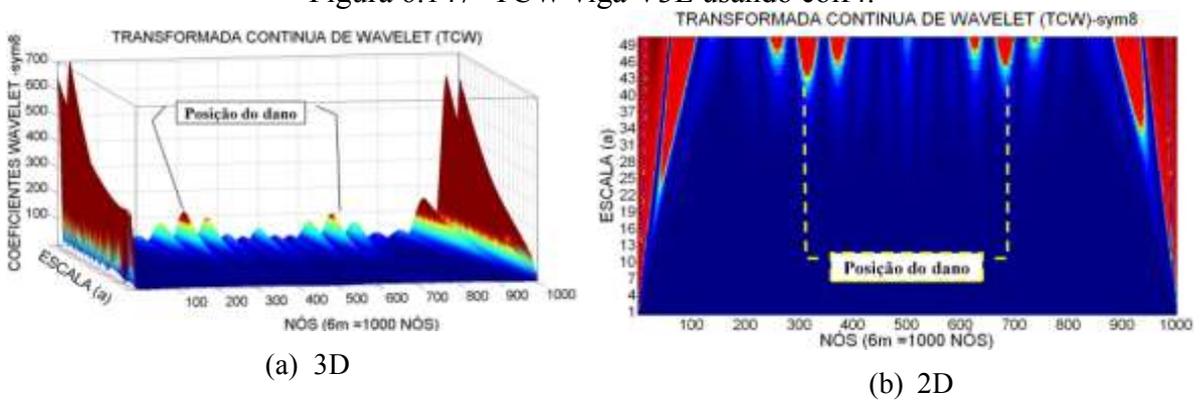


Figura 6.148- TCW viga V3E usando sym8.

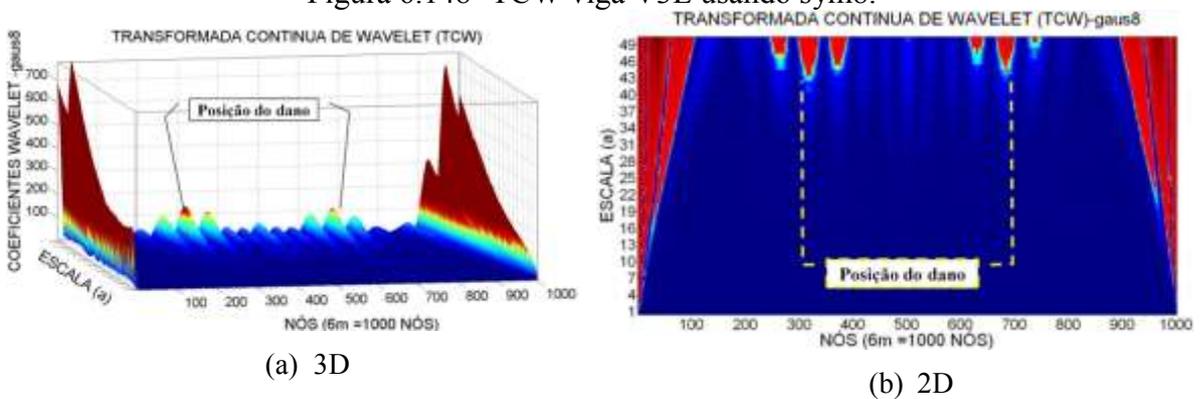
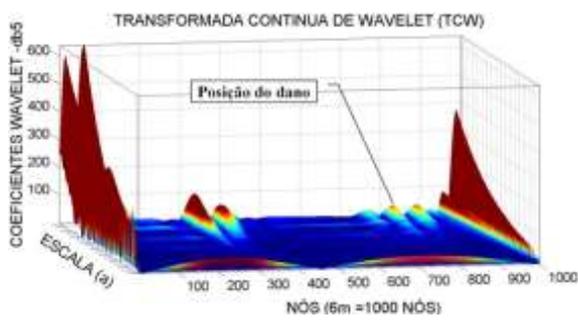
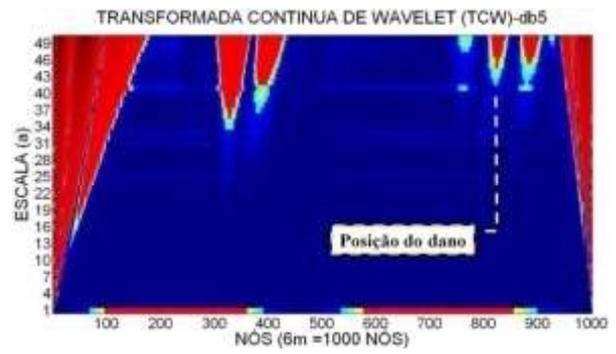


Figura 6.149- TCW viga V3E usando gaus8.

6.3.2.1.2.4 -Viga V4E

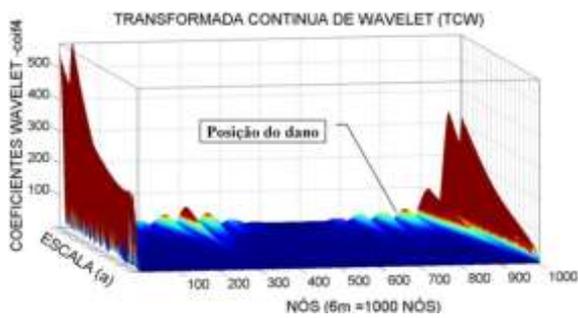


(a) 3D

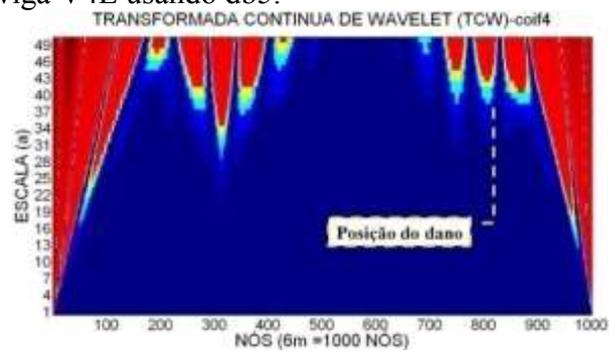


(b) 2D

Figura 6.150- TCW viga V4E usando db5.

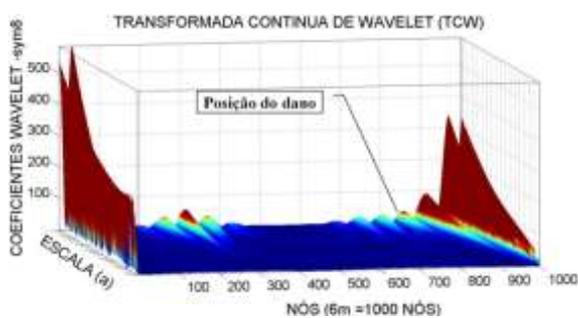


(a) 3D

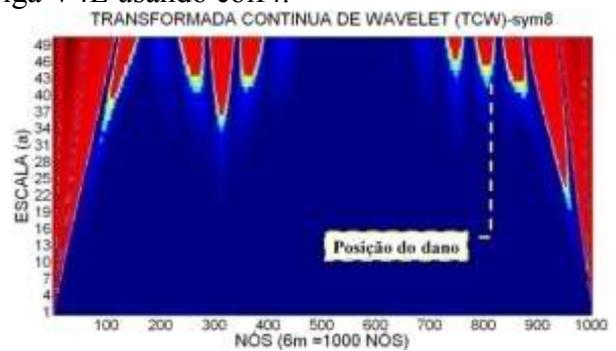


(b) 2D

Figura 6.151- TCW viga V4E usando coif4.

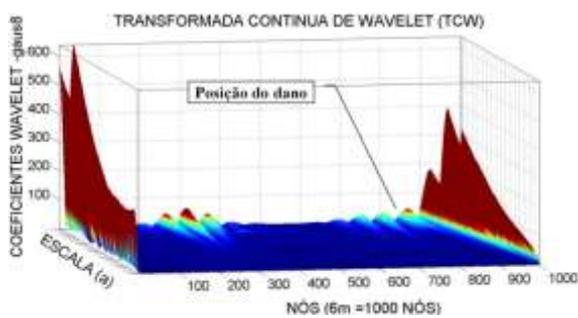


(a) 3D

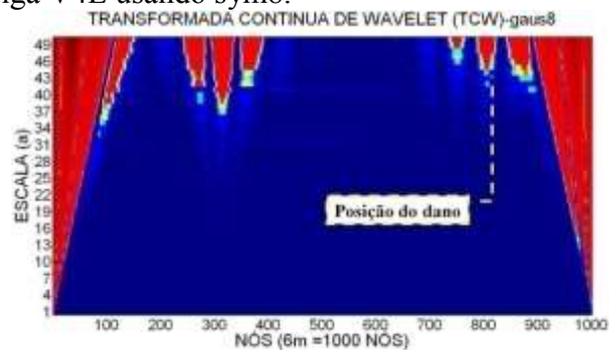


(b) 2D

Figura 6.152- TCW viga V4E usando sym8.



(a) 3D



(b) 2D

Figura 6.153- TCW viga V4E usando gaus8.

6.3.2.1.2.5 -Viga V5E

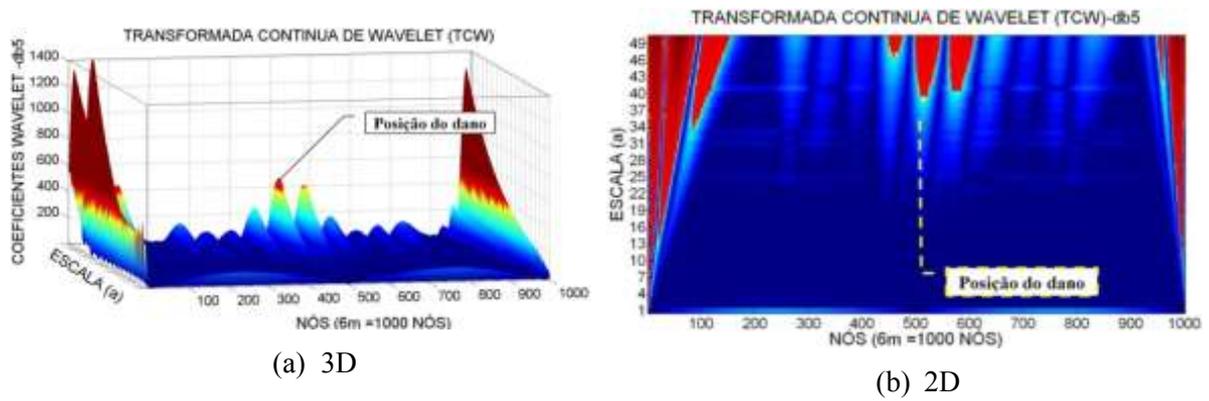


Figura 6.154- TCW viga V5E usando db5.

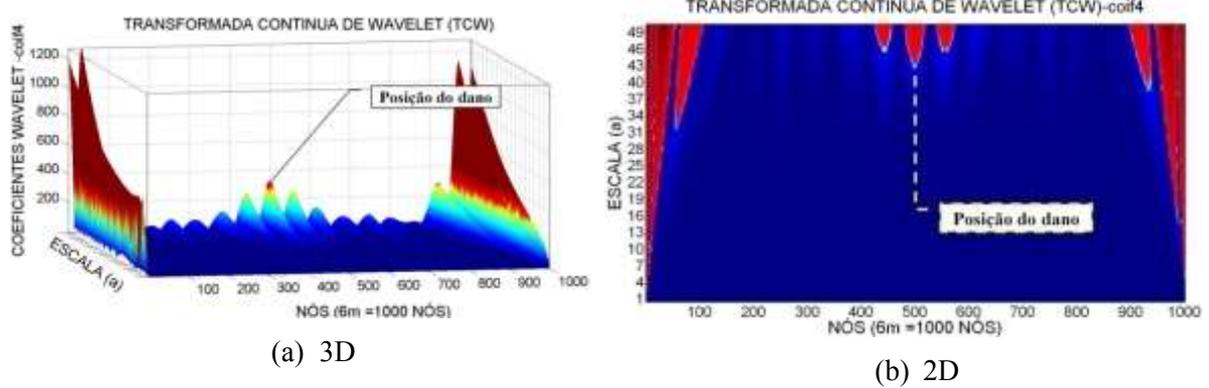


Figura 6.155- TCW viga V5E usando coif4.

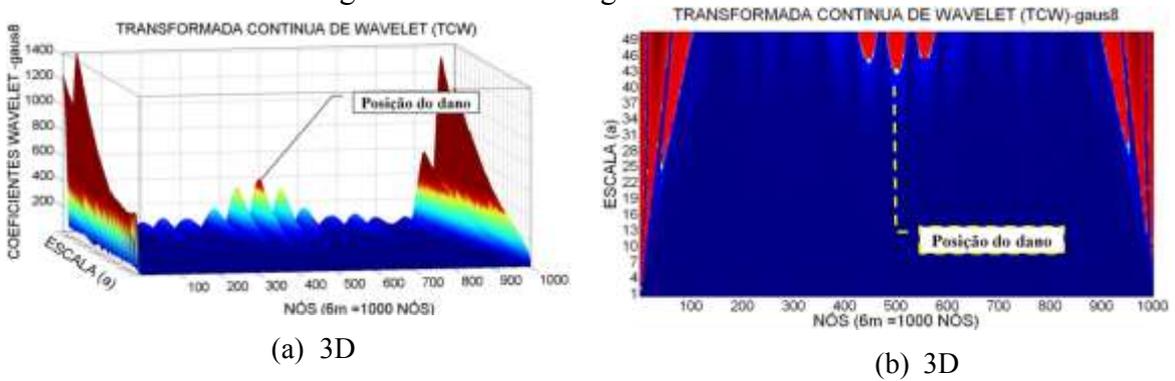


Figura 6.156- TCW viga V5E usando gauss8.

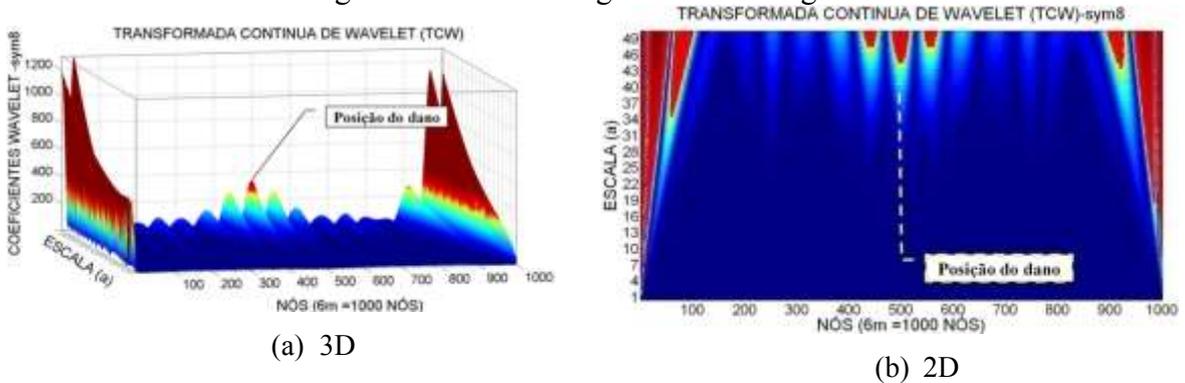


Figura 6.157- TCW viga V5E usando sym8.

Para a viga V2E, com o dano localizado no nó 250 (1,5 m do apoio esquerdo) e a aplicação da carga no nó 500, as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes wavelet perto do local danificado e no meio do vão (Figuras 6.138 a 6.141). Porém, o melhor resultado foi obtido com a wavelet-mãe sym8 e gaus8 que apresentam um pico no nó 270 aproximadamente, o que corresponde a uma distância de 1,62 m (12 cm afastado do dano). Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos também apresentam perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades nos apoios, e apresenta também perturbações no meio do vão devido à aplicação da carga.

Os gráficos da TCW para a viga V2E-2, com o dano maior localizado no nó 250 (1,5 m do apoio esquerdo), apresentam perturbações dos coeficientes wavelet perto do local danificado (Figuras 6.142 a 6.145), mas também apresentaram a perturbação gerada pela aplicação da força no meio do vão. O melhor resultado foi obtido com a wavelet-mãe sym8 e gaus 8, que apresentaram o maior pico no nó 260 afastado 4 cm do local danificado. Esses gráficos ao igual que todos os anteriores apresentam perturbações nas extremidades devido à descontinuidade dos apoios.

Para a viga V3E, com dois locais do dano localizados no nó 300 e 700 (1,8m e 4,2m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes perto do dano localizado a 1,8m e 4,2m (Figuras 6.146 a 6.149). Com a função sym8 e coif4 foram obtidos os melhores resultados, gerando o maior pico no nó 700, correspondente ao dano localizado a 1,5m, e a outra perturbação foi gerada no nó 320 perto do dano localizado no nó 300 (afastado 12cm aproximadamente).

Nos gráficos dos coeficientes wavelet para a viga V4E (Figuras 6.150 a 6.153), é claramente visível que a perturbação gerada pela carga é maior do que a perturbação gerada pelo dano, mas as quatro funções conseguiram identificar o dano no nó 810.

Para a viga V5E, podem-se observar os resultados nas Figuras 6.154 a 6.157. Os gráficos apresentam perturbações na região do dano, nas proximidades do nó 500. Têm-se também as perturbações geradas nos pontos de aplicação das duas cargas: no nó 250 e no nó 750. Os maiores picos são apresentados nas extremidades devido à descontinuidade dos apoios.

6.3.3 - Elemento SHELL63

No modelo realizado com o elemento SHELL63, a força foi aplicada no nó central como mostrado na Figura 6.158.

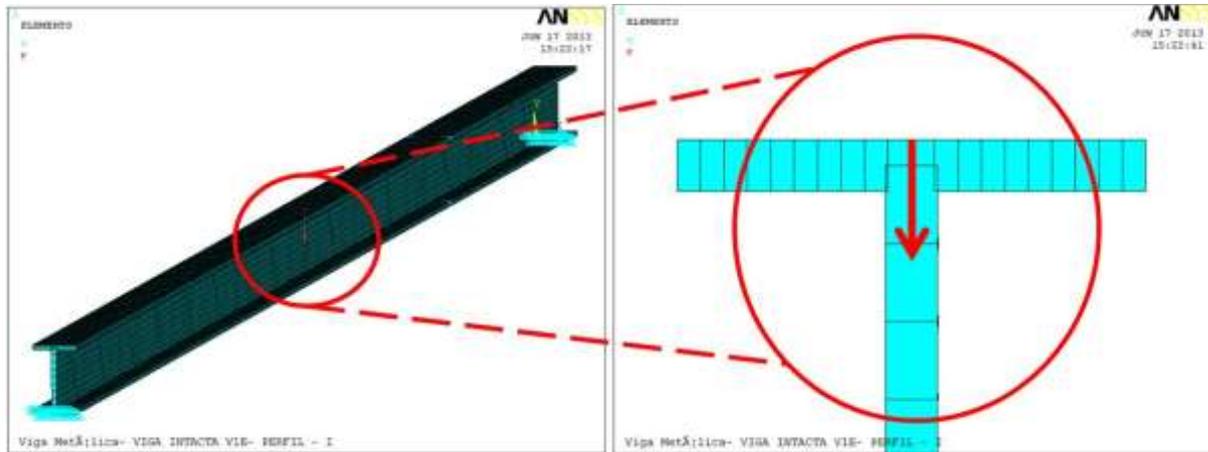


Figura 6.158- Aplicação da força modelagem elemento SHELL63 (ANSYS, 2007).

A Transformada de Wavelet foi aplicada somente num estágio de carga para cada viga, considerando o limite de carga de 4373 N que a viga pode suportar. Na Tabela 6.13 é mostrado o estágio de carga escolhido para cada viga.

Os gráficos correspondentes aos deslocamentos para as cinco vigas são apresentados nas Figuras 6.159 a 6.164, onde no eixo x corresponde ao comprimento da viga (6m) e no eixo y corresponde a os deslocamentos gerados pela aplicação de carga.

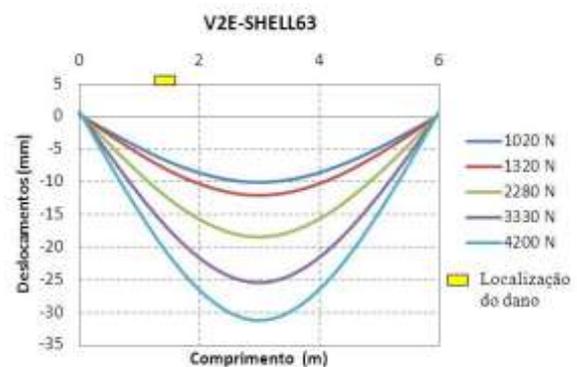
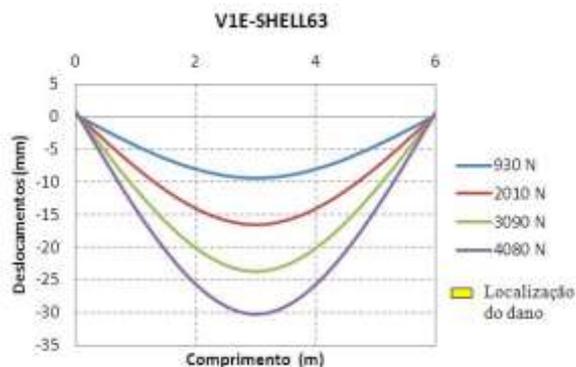


Figura 6.159- Gráfico deslocamentos viga V1E. Figura 6.160- Gráfico deslocamentos viga V2E.

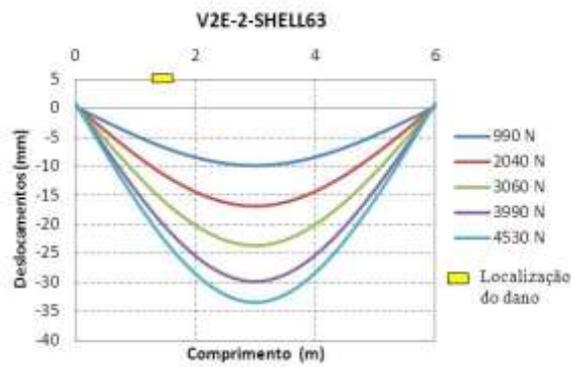


Figura 6.161-Gráfico deslocamentos viga V2E-2

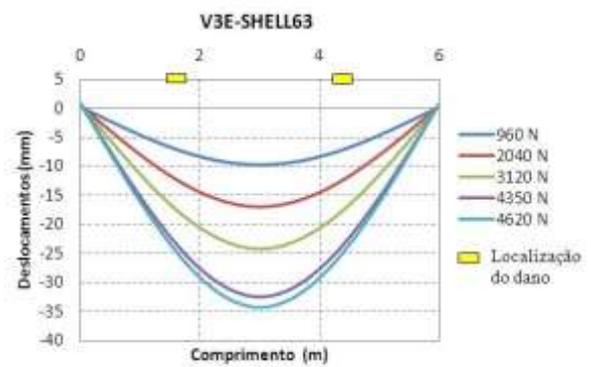


Figura 6.162- Gráfico deslocamentos viga V3E

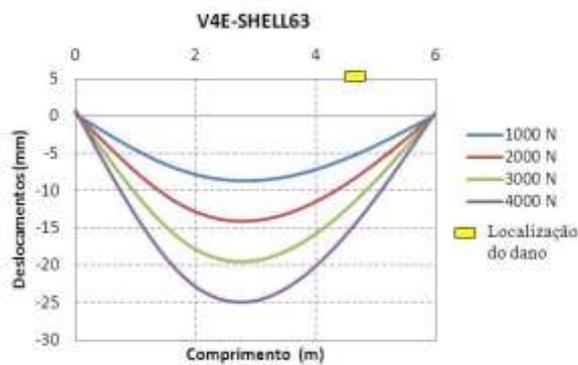


Figura 6.163- Gráfico deslocamentos viga V4E.

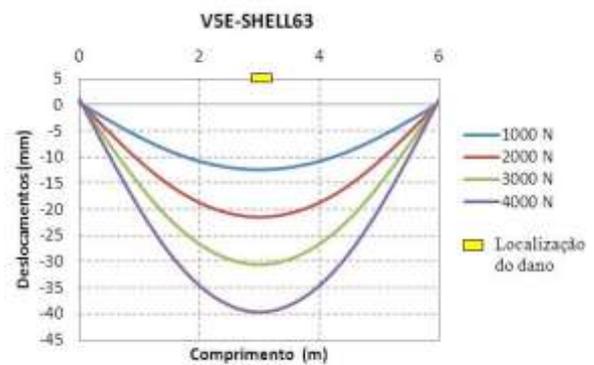


Figura 6.164- Gráfico deslocamentos viga V5E.

As figuras abaixo (Figuras 6.165 a 6.168) mostram a comparação entre a análise estática experimental e a análise estática numérica desenvolvida com o elemento SHELL63. Nestas, as diferenças dos deslocamentos obtidos entre a análise experimental e a análise numérica é de máximo 5mm para as quatro vigas testadas.

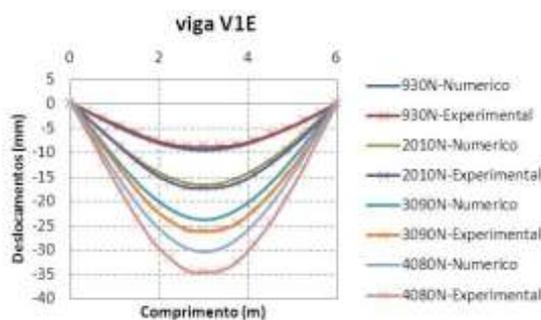


Figura 6.165- Comparação experimental - numérica viga V1E.

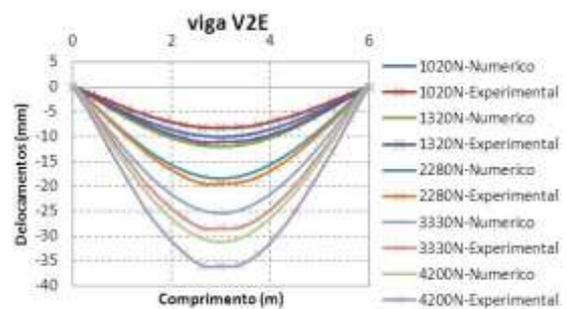


Figura 6.166- Comparação experimental - numérica viga V2E.



Figura 6.167- Comparação experimental - numérica viga V2E-2.

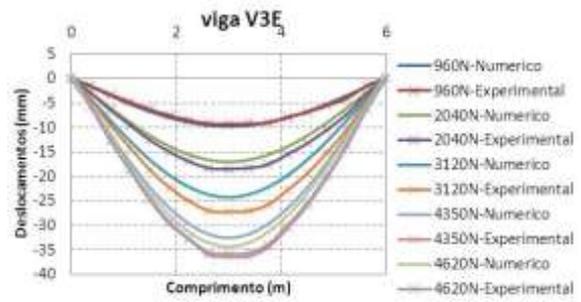


Figura 6.168- Comparação experimental - numérica viga V3E.

Os deslocamentos nodais, obtidos nas diferentes situações de dano, foram exportados para o MATLAB e, em seguida, foi aplicado o método de interpolação Cubic-spline (Figuras 6.169, 6.171, 6.173, 6.175 e 6.177), para obter uma maior quantidade de pontos. Logo em seguida, foi aplicado o método de regularização de Tikhonov para acrescentar as variações ou mudanças geradas pelo dano (Figuras 6.170, 6.172, 6.174, 6.176 e 6.178).



Figura 6.169- Interpolação análise estática viga V2E.

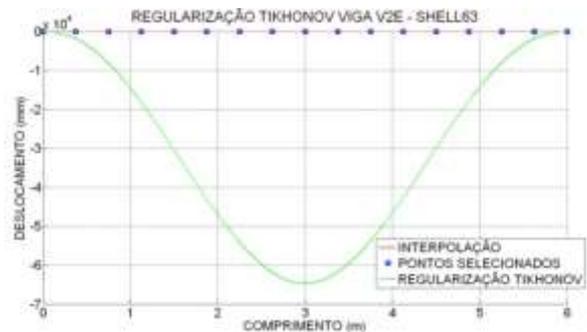


Figura 6.170- Regularização análise estática viga V2E.



Figura 6.171- Interpolação análise estática viga V2E-2.



Figura 6.172- Regularização análise estática viga V2E-2.

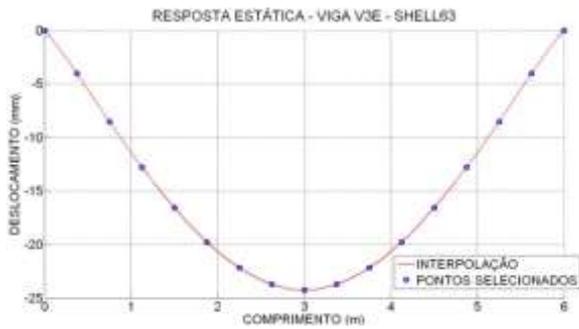


Figura 6.173- Interpoção análise estática viga V3E.

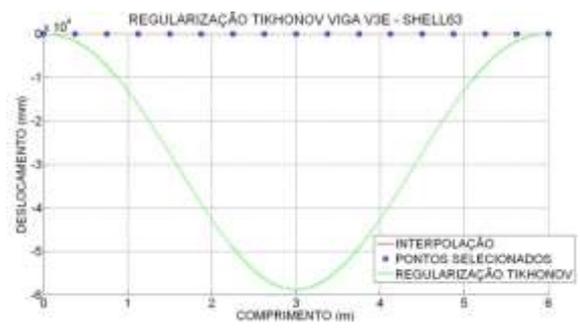


Figura 6.174- Regularização análise estática viga V3E.



Figura 6.175- Interpoção análise estática viga V4E.



Figura 6.176- Regularização análise estática viga V4E.

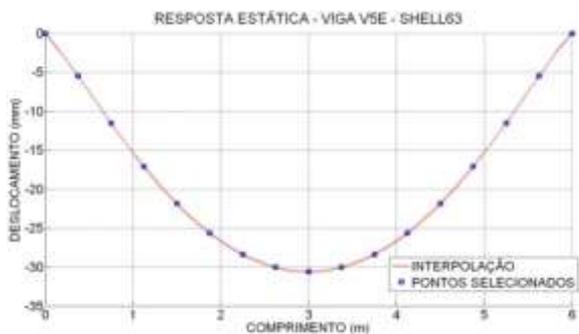


Figura 6.177- Interpoção análise estática viga V5E.

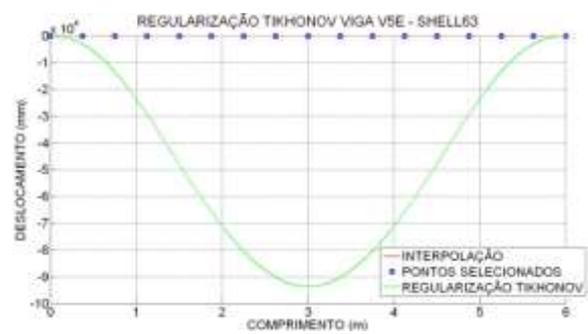


Figura 6.178- Regularização análise estática viga V5E.

6.3.3.1 - Resultados utilizando a resposta danificada

Aos dados obtidos com a regularização, foi aplicado a TDW e a TCW. Para a identificação do dano nos gráficos, apresentada na Tabela 6.14, onde se faz a correspondência distância-nó.

6.3.3.1.1 – TDW

Para identificar o dano, como a TDW, também foram analisadas as 44 funções wavelet-mãe testadas na análise experimental. Posteriormente, foram escolhidas as 5 funções utilizadas na análise experimental, pois apresentou bons resultados e servem para fazer um análise comparativa. As cinco funções wavelet-mãe escolhidas são as seguintes:

- Biortogonal - Bior6.8
- Reverse biortogonal– Rbio2.6
- Symlet - Sym6
- Coiflet - Ciof3
- Daubechies - Db5

Logo abaixo são apresentados os resultados obtidos para as diferentes condições das vigas ensaiadas, segundo Figura 6.2.

6.3.3.1.1.1 -Viga V2E

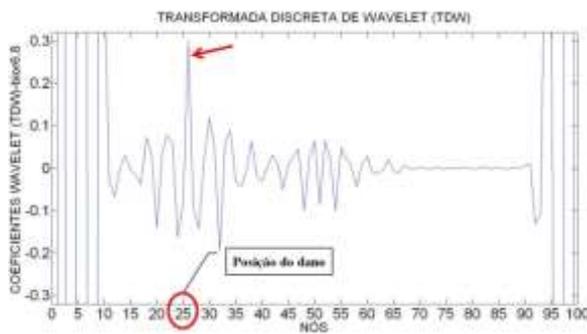


Figura 6.179- TDW viga V2E usando bior6.8.



Figura 6.180- TDW viga V2E usando rbio2.6.



Figura 6.181- TDW viga V2E usando sym6.

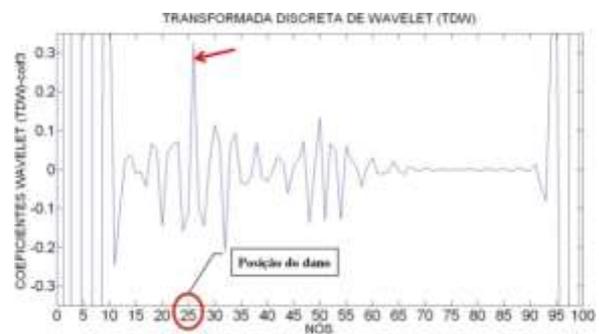


Figura 6.182- TDW viga V2E usando coif3.



Figura 6.183- TDW viga V2E usando db5.

6.3.3.1.1.2 - Viga V2E-2

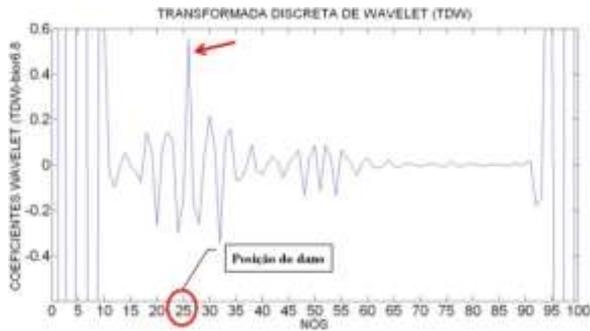


Figura 6.184- TDW viga V2E-2 usando bior6.8.



Figura 6.185- TDW viga V2E-2 usando rbio2.6.



Figura 6.186- TDW viga V2E-2 usando sym6.



Figura 6.187- TDW viga V2E-2 usando coif3.



Figura 6.188- TDW viga V2E-2 usando db5.

6.3.3.1.1.3 -Viga V3E

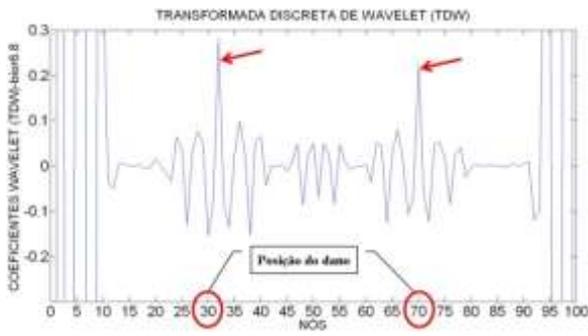


Figura 6.189- TDW viga V3E usando bior6.8.



Figura 6.190- TDW viga V3E usando rbio2.6.



Figura 6.191- TDW viga V3E usando sym6.



Figura 6.192- TDW viga V3E usando coif3.



Figura 6.193- TDW viga V3E usando db5.

6.3.3.1.1.4 -Viga V4E

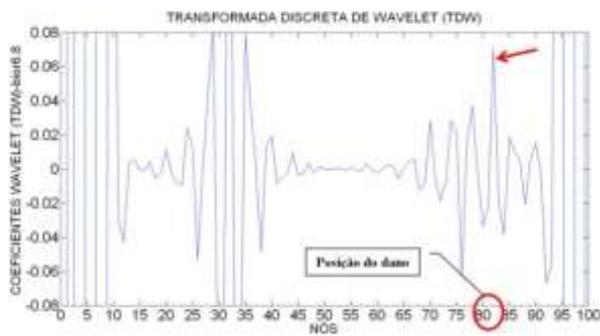


Figura 6.194- TDW viga V4E usando bior6.8.



Figura 6.195- TDW viga V4E usando rbio2.6.



Figura 6.196- TDW viga V4E usando sym6

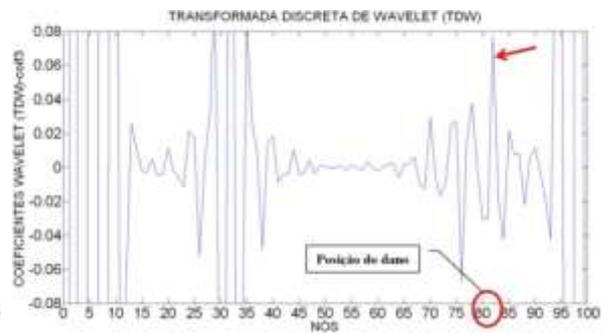


Figura 6.197- TDW viga V4E usando coif3.



Figura 6.198- TDW viga V4E usando db5.

6.3.3.1.1.5 -Viga V5E

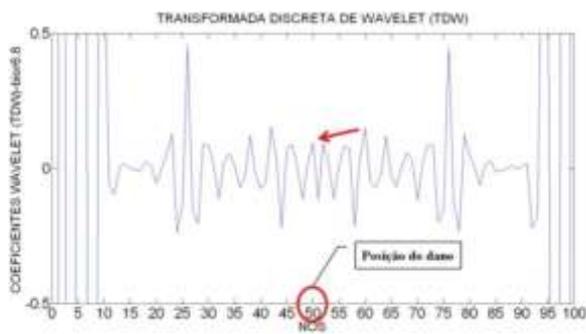


Figura 6.199- TDW viga V5E usando bior6.8.



Figura 6.200- TDW viga V5E usando rbio2.6.

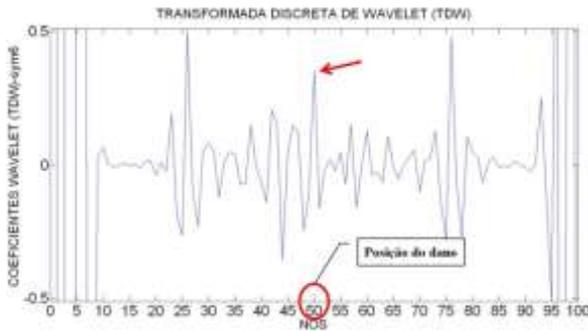


Figura 6.201- TDW viga V5E usando sym6.



Figura 6.202- TDW viga V5E usando coif3.



Figura 6.203- TDW viga V5E usando db5.

Para a viga V2E, com o dano localizado no nó 25 (1,5 m do apoio esquerdo), os gráficos dos coeficientes wavelet gerados são apresentados nas figuras acima (Figuras 6.179 a 6.183). As funções foram capazes de localizar o dano através de elevados picos na região danificada, exatamente no nó 26 afastado 4 cm do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, as wavelet geram perturbações nas extremidades, devido às discontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentam perturbações próximas do nó 55 devido à aplicação da carga no meio do vão.

Os resultados para a viga V2E-2 que apresenta um dano maior do que a viga V2E, localizado no nó 25 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar o dano através de elevados picos na região danificada (Figuras 6.184 a 6.188), exatamente no nó 26 apresentam maior pico, a uma distância de 4 cm do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se as perturbações nas extremidades, devido às discontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentam perturbações entre o nó 50 e 55 que são geradas pela aplicação da carga no meio do vão (nó 50). Nas ilustrações é evidente que a perturbação causada pelo dano é muito maior do que a perturbação gerada pela aplicação da força.

Para a viga V3E, com dois locais do dano, localizados no nó 30 e no nó 70 (1,8 m e 4.2 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar os dois danos: para o dano localizado no nó 30, as wavelet geraram picos altos perto do nó 32 afastado 4 cm do local de dano; e para o dano localizado no nó 70, as wavelet geraram o pico ao redor do nó 70 (Figuras 6.189 a 6.193). Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se as perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentam uma perturbação entre o nó 45 e 55 devido à aplicação da força no meio do vão (nó 50). É importante esclarecer que a perturbação gerada pelos dois danos é maior do que a gerada pela aplicação da carga.

Para a viga V4E, com o local do dano, entre o nó 81 e 82 (4,875m do apoio esquerdo), os coeficientes gerados pelas funções wavelet-mãe escolhidas foram capazes de identificar o dano, gerando perturbações ao redor do nó 82 (Figuras 6.194 a 6.198). Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos também apresentaram uma perturbação muito maior no ponto de aplicação da carga (1,875 m do apoio esquerdo, entre o nó 31 e o nó 32). Semelhante aos casos anteriores, esses gráficos apresentam perturbações nos extremos devido à descontinuidade geométrica dos apoios.

Para a viga V5E, pode-se observar que, na região do dano, nas proximidades entre o nó 45 e 55, os gráficos apresentam uma perturbação, devido ao dano (Figuras 6.199 a 6.203). Têm-se também as perturbações geradas nos pontos de aplicação das duas cargas: no nó 25 e no nó 75. Os maiores picos são apresentados nas extremidades devido à descontinuidade dos apoios. O melhor resultado obtido, para este caso, foi com a função db5 que apresenta as perturbações das extremidades devido aos apoios, os picos gerados pelas duas cargas aplicadas no meio do vão, e também apresenta uma região perturbada na metade, cujo maior pico está localizado no nó 53 (afastado 16 cm do local danificado).

6.3.3.1.2 – TCW

Para o cálculo dos coeficientes da TCW, foram analisadas 52 funções wavelet-mãe, iguais aos casos anteriores. As funções testadas, mostradas na Tabela 4.1, das 52 funções foram escolhidas as melhores. A TCW mostra dois tipos de gráficos para uma mesma função que são: o gráfico em 3-D e o gráfico em 2-D.

Igual à análise experimental, foram testados vários valores para a escala a , dando melhores resultados na identificação do dano o valor $a = 50$. As quatro funções wavelet-mãe escolhidas são dadas a seguir e depois são mostrados os resultados obtidos.

- Daubechies - Db5
- Coiflet - Coif4
- Symlet - Sym8
- Gaussiana - Gaus8

A seguir são apresentados os resultados obtidos para as diferentes condições das vigas ensaiadas, de acordo a Figura 6.2.

6.3.3.1.2.1 -Viga V2E

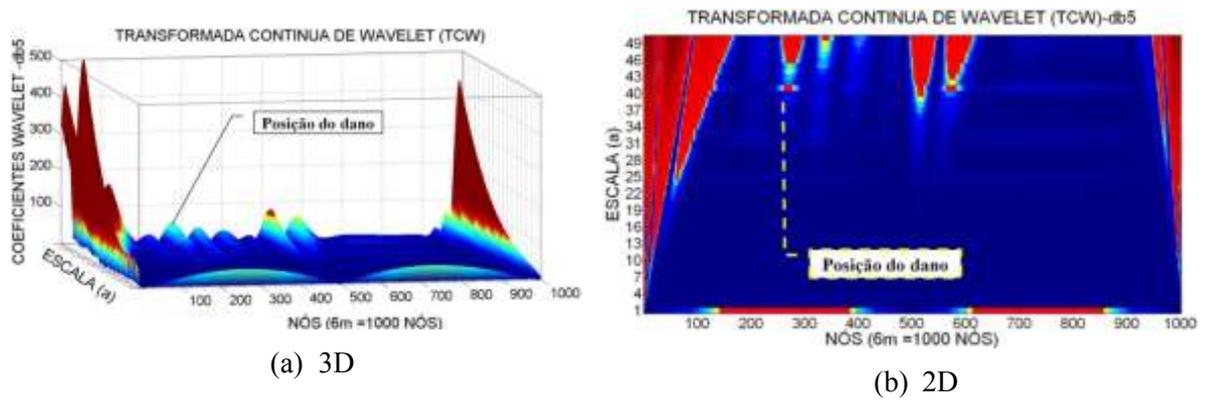


Figura 6.204- TCW viga V2E usando db5.

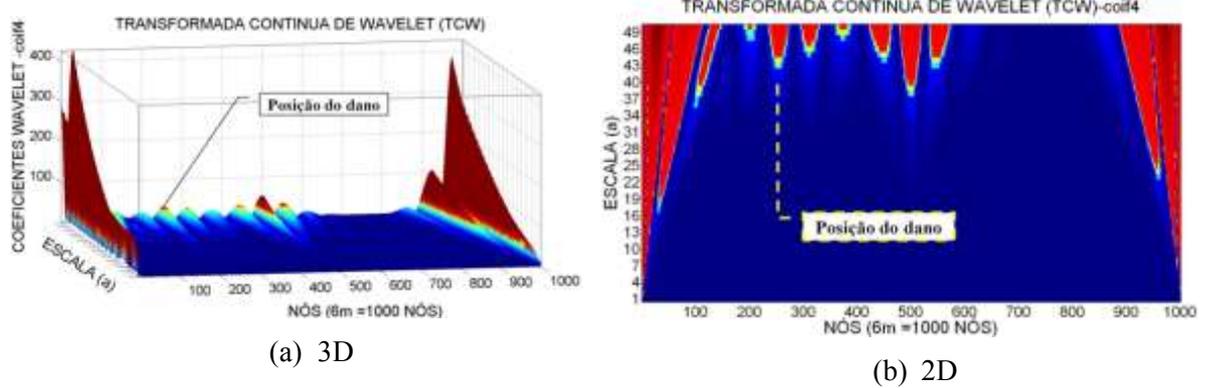


Figura 6.205- TCW viga V2E usando coif4.

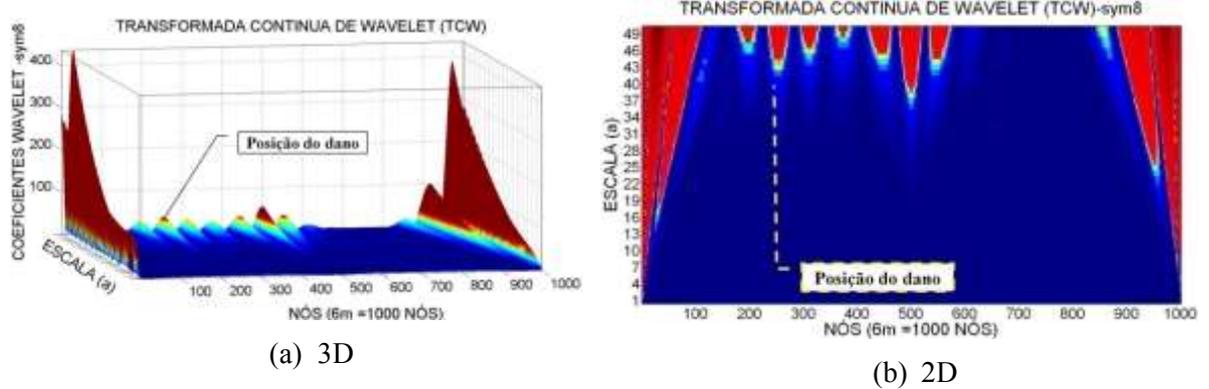


Figura 6.206- TCW viga V2E usando sym8.

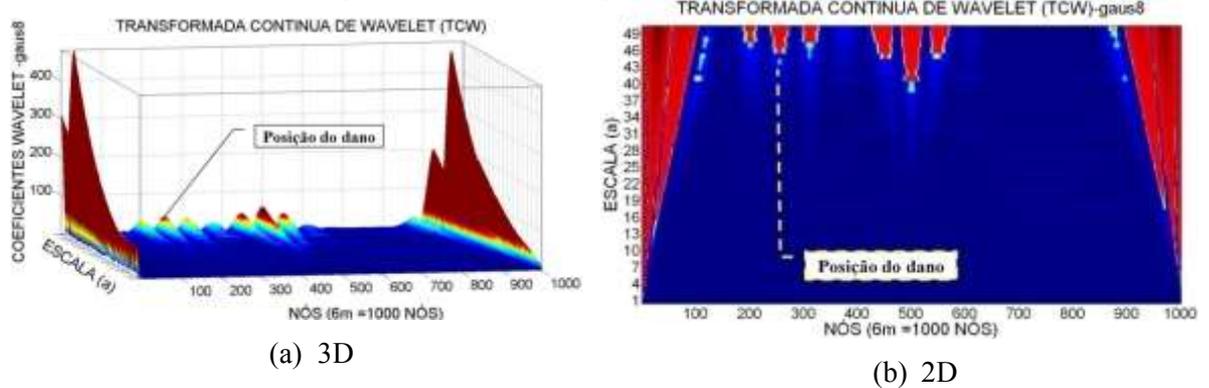
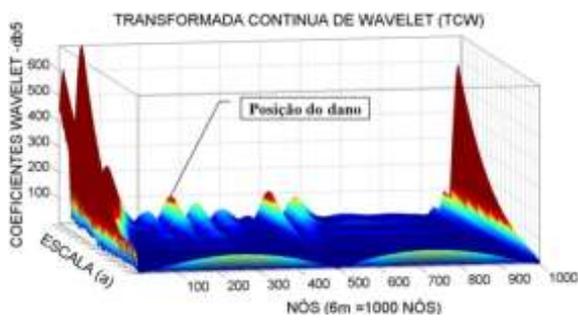
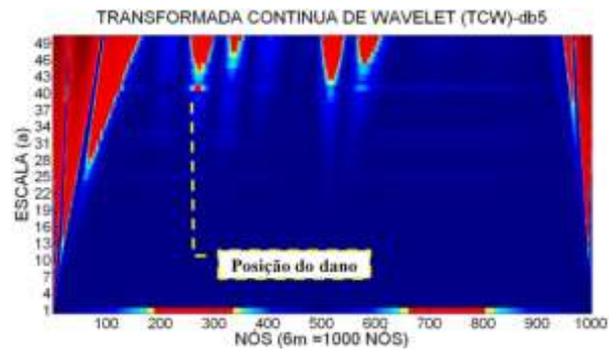


Figura 6.207- TCW viga V2E usando gaus8.

6.3.3.1.2.2 -Viga V2E-2

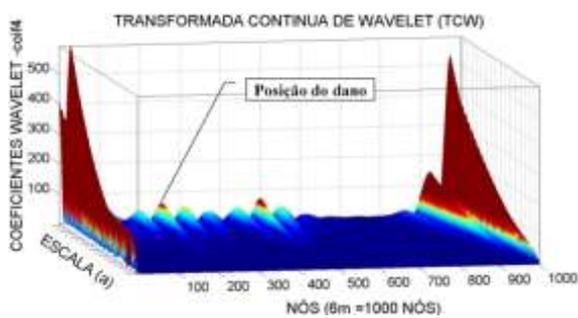


(a) 3D

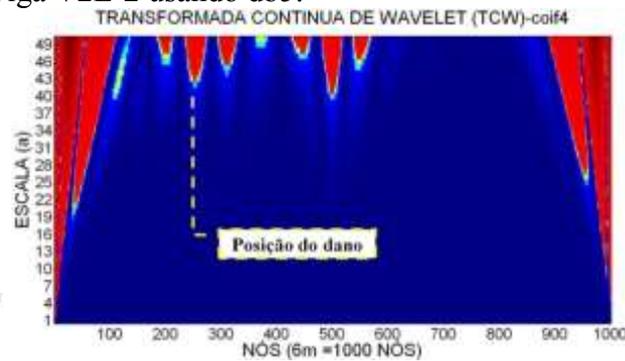


(b) 2D

Figura 6.208- TCW viga V2E-2 usando db5.

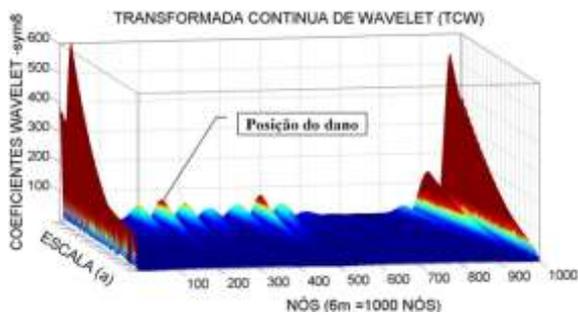


(a) 3D

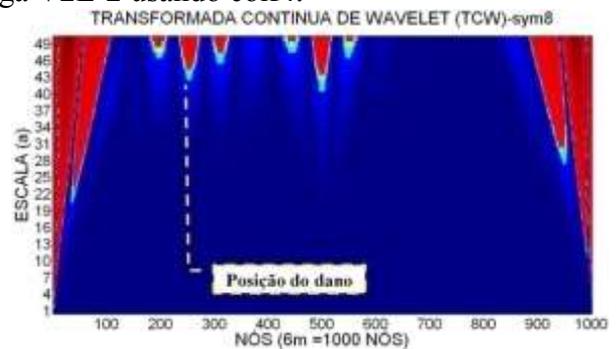


(b) 2D

Figura 6.209- TCW viga V2E-2 usando coif4.

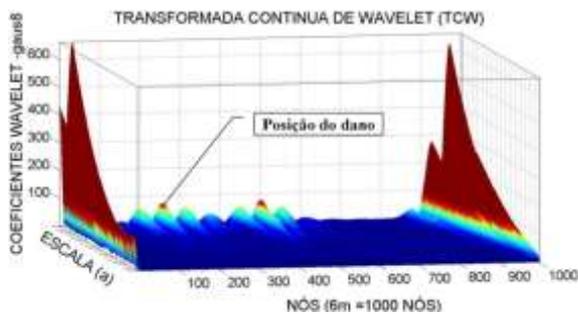


(a) 3D

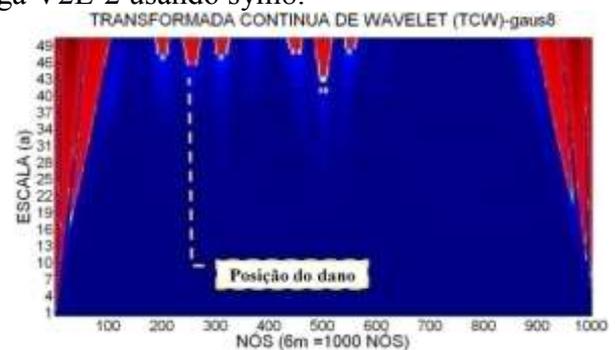


(b) 2D

Figura 6.210- TCW viga V2E-2 usando sym8.



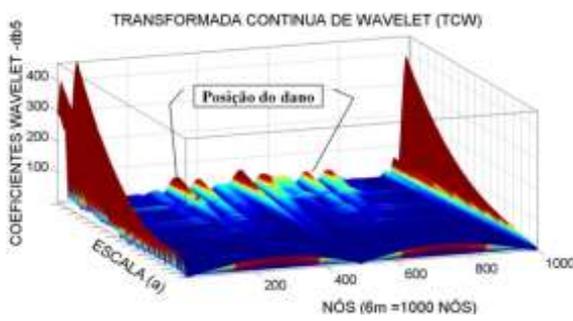
(a) 3D



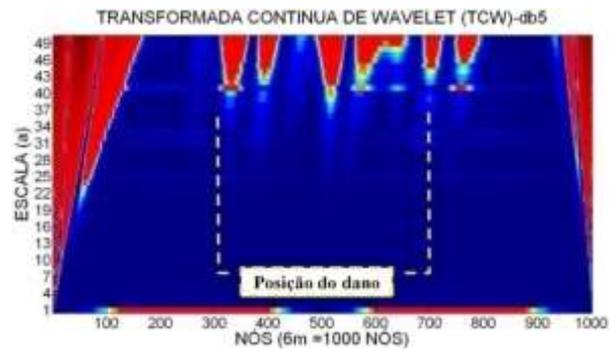
(b) 2D

Figura 6.211- TCW viga V2E-2 usando gaus8.

6.3.3.1.2.3 -Viga V3E

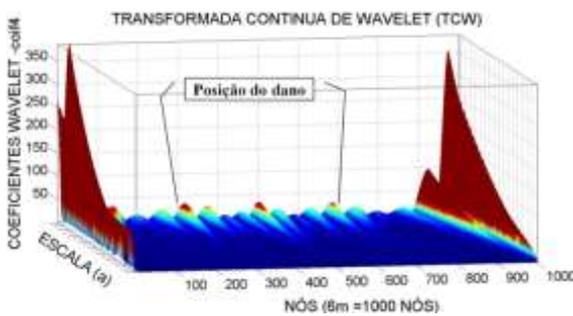


(a) 3D

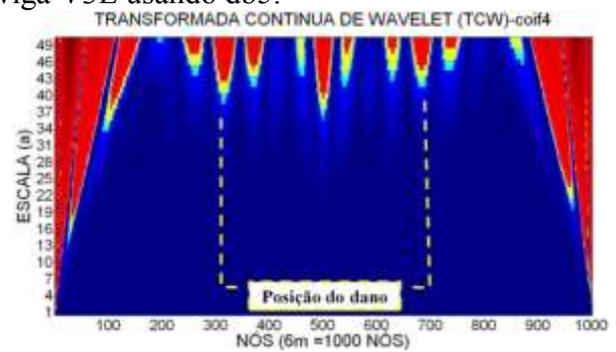


(b) 2D

Figura 6.212- TCW viga V3E usando db5.

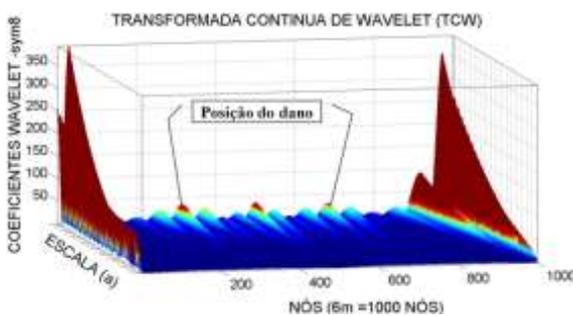


(a) 3D

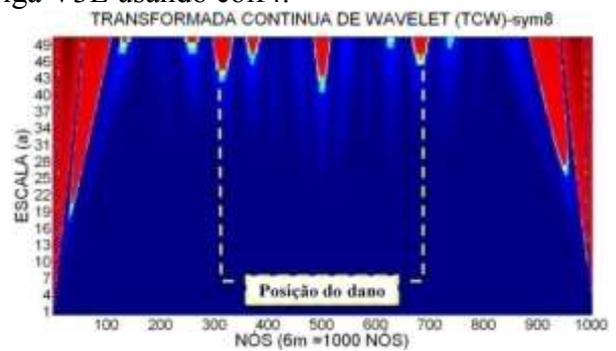


(b) 2D

Figura 6.213- TCW viga V3E usando coif4.

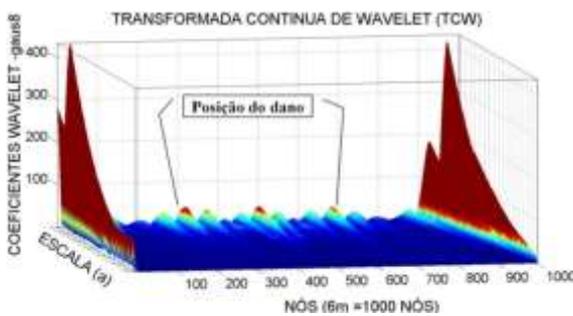


(a) 3D

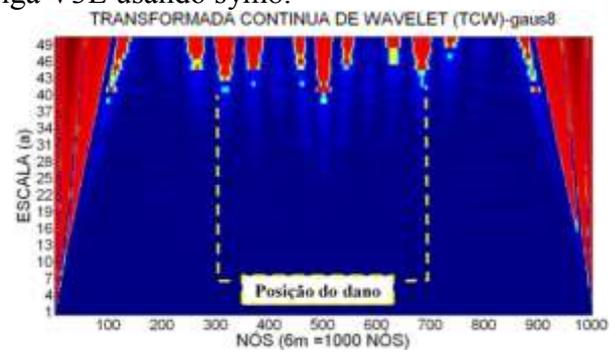


(b) 2D

Figura 6.214- TCW viga V3E usando sym8.



(a) 3D



(b) 2D

Figura 6.215- TCW viga V3E usando gaus8.

6.3.3.1.2.4 -Viga V4E

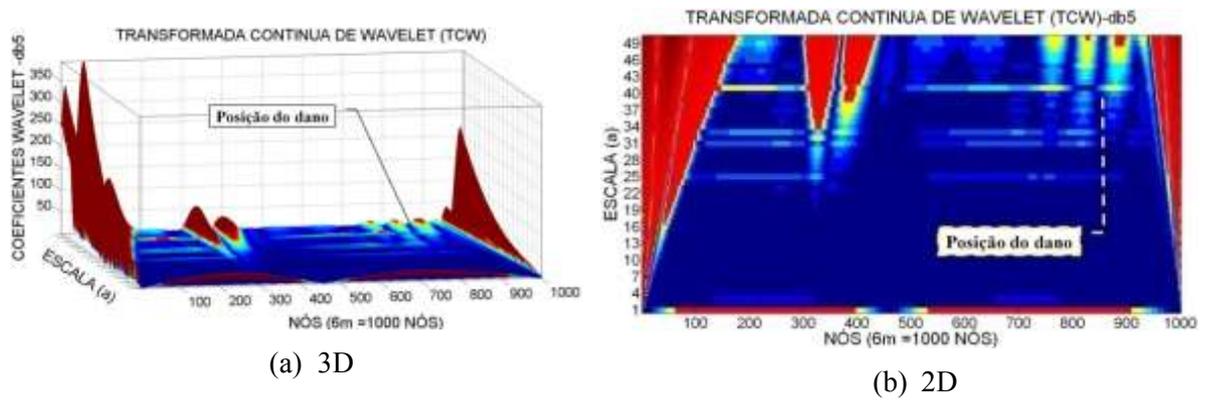


Figura 6.216- TCW viga V4E usando db5.

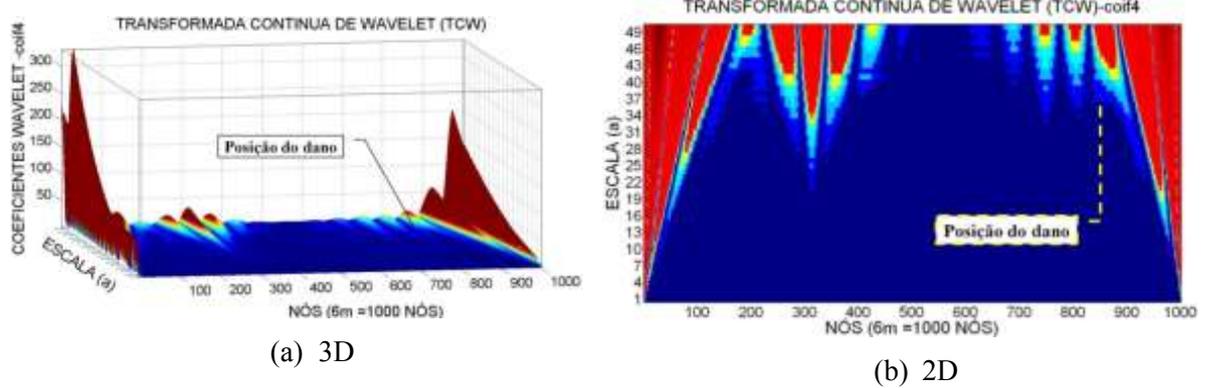


Figura 6.217- TCW viga V4E usando coif4.

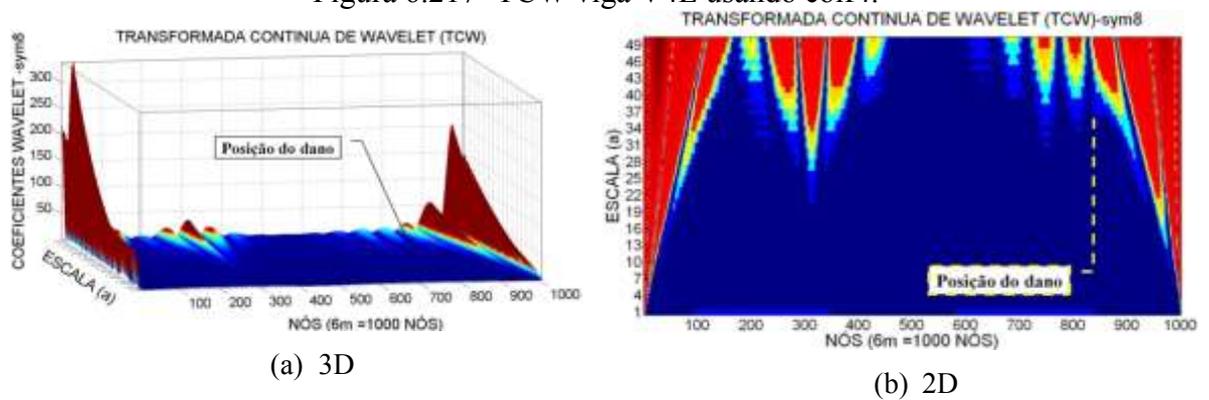


Figura 6.218- TCW viga V4E usando sym8.

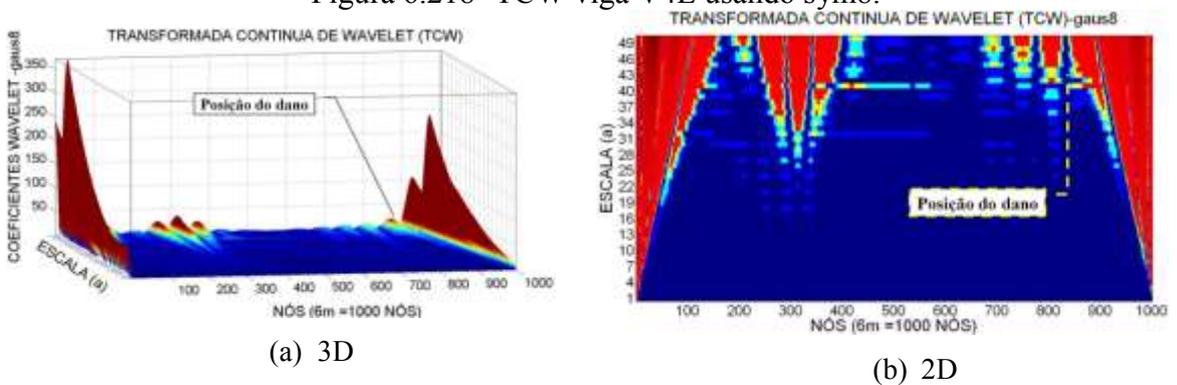


Figura 6.219- TCW viga V4E usando gauss.

6.3.3.1.2.5 - Viga V5E

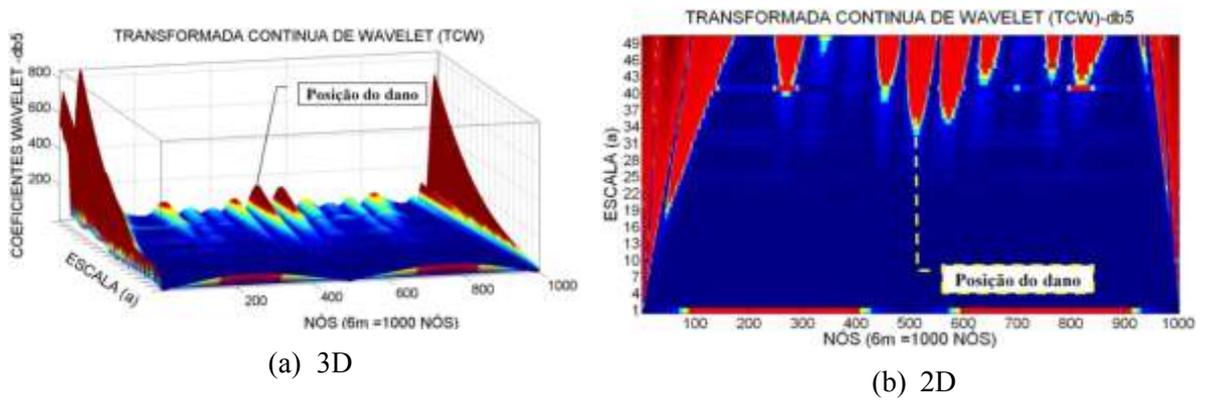


Figura 6.220- TCW viga V5E usando db5.

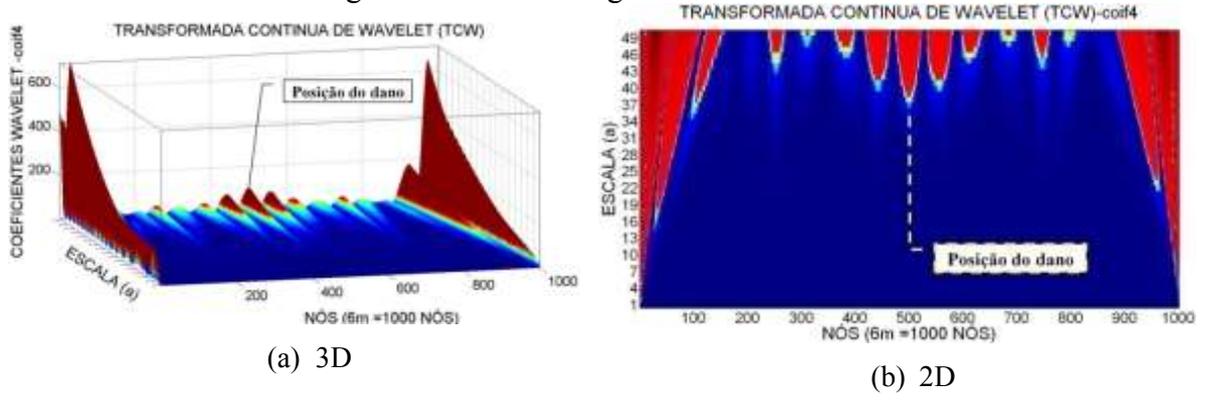


Figura 6.221- TCW viga V5E usando coif4.

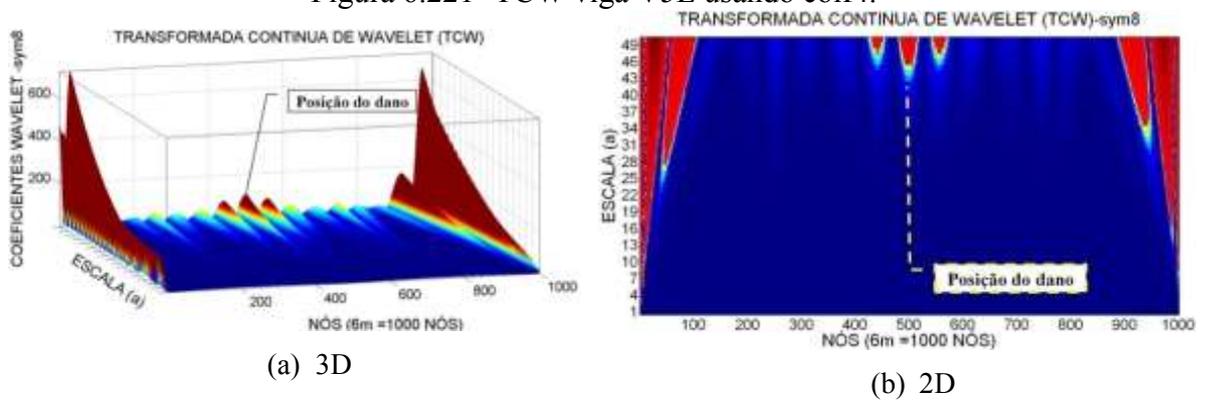


Figura 6.222- TCW viga V5E usando sym8.

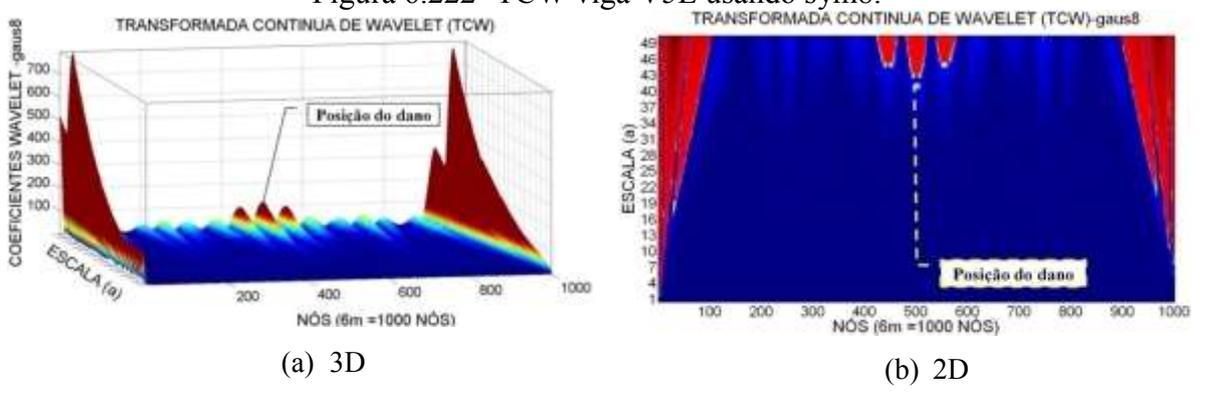


Figura 6.223- TCW viga V5E usando gauss8.

Para a viga V2E, com o dano localizado no nó 250 (1,5 m do apoio esquerdo) e a aplicação da carga no nó 500, as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes wavelet, perto do local danificado e no meio do vão (Figuras 6.204 a 6.207), mas o melhor resultado foi obtido com a wavelet-mãe sym8 e gaus8 que apresentaram um pico no nó 270 aproximadamente, o que corresponde a uma distância de 1.62 m, 12 cm afastado do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos também apresentaram perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades nos apoios, e apresentaram também perturbações no meio do vão devido à aplicação da carga.

Nos gráficos da TCW para a viga V2E-2, com o dano maior localizado no nó 250 (1,5 m do apoio esquerdo), apresentaram-se perturbações dos coeficientes wavelet perto do local danificado (Figuras 6.208 a 6.211), mas também apresentaram a perturbação gerada pela aplicação da força no meio do vão. O melhor resultado foi obtido com a wavelet-mãe sym8 e gaus8, que apresentaram o maior pico no nó 265 (afastado aproximadamente 4 cm do local danificado). Esses gráficos, iguais a todos os anteriores, apresentaram perturbações nas extremidades devido à descontinuidade dos apoios.

Para a viga V3E, com dois locais do dano, localizados no nó 300 e 700 (1,8m e 4.2m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes, perto do dano localizado a 1,8m (nó 300) e 4.2m (nó 700) (Figuras 6.212 a 6.215). Com a função sym8 e coif4, foram obtidos os melhores resultados, gerando o maior pico no nó 700 no dano localizado a 1,5m. A outra perturbação foi gerada no nó 320, perto do dano localizado no nó 300 (afastado 12 cm aproximadamente do local danificado).

Nos gráficos dos coeficientes wavelet para a viga V4E (Figuras 6.150 a 6.153), é claramente visível que a perturbação gerada pela carga é maior que a perturbação gerada pelo dano, mas as quatro funções geraram uma perturbação ao redor do nó 810 local do dano. É possível que a perturbação gerada pela descontinuidade do apoio direito atrapalhe a identificação do dano.

Para a viga V5E, podem-se observar os resultados nas figuras acima (Figuras 6.220 a 6.223). Os gráficos apresentaram perturbações na região do dano nas proximidades do nó 500. Têm-se também as perturbações geradas nos pontos de aplicação das duas

cargas: (nó 250 e no nó 750). Os maiores picos são apresentados nas extremidades devido à descontinuidade dos apoios.

6.4 -ANÁLISE DINÂMICA

Para efeito de verificação do resultado obtido pelo ANSYS da viga sem a fissura, as frequências naturais foram comparadas com o valor obtido através da teoria da mecânica do contínuo, onde as frequências naturais em Hz, segundo Blevins (1979), são expressas por:

$$f_i = \frac{\lambda_i^2}{2\pi L^2} \sqrt{\frac{EI}{m}} \quad (4.1)$$

Sendo λ o parâmetro adimensional, que depende do modo que deseja ser calculado, E o módulo de elasticidade, I o momento de inércia, L o comprimento da viga e m a massa por unidade de comprimento. O valor de λ para os primeiros n modos de vibração de uma viga biapoiada é igual a $n\pi$. O resultado das frequências analíticas é apresentado na Tabela 6.15 e a verificação com cada modelagem feita é apresentada nas Tabela 6.16, Tabela 6.17 e Tabela 6.18.

Tabela 6.15- Frequências Analíticas segundo Blevins(1979)

i	FREQUÊNCIAS ANALÍTICAS SEGUNDO BLEVIS (Hz)
1	9,2109
2	36,8435
3	82,8980
4	147,3742

As frequências naturais e os modos de vibração das vigas modeladas no ANSYS, com e sem fissura, foram obtidas pela análise modal realizada no programa. Os resultados obtidos são apresentados, posteriormente, na descrição da modelagem, na análise modal para cada tipo de elemento.

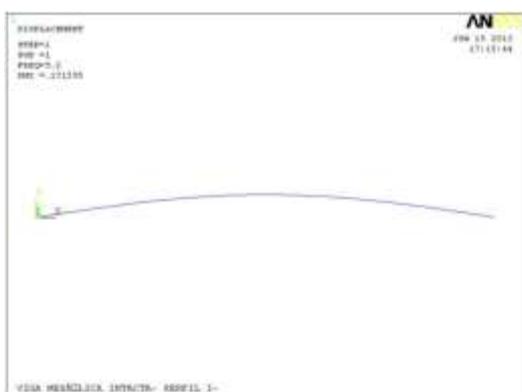
6.4.1 - Elemento BEAM3

Para a modelagem numérica utilizando o elemento BEAM3, os primeiros quatro modos de vibração foram obtidos do programa ANSYS, que só incluem deslocamentos verticais (na direção y). Na Tabela 6.16 são mostradas as frequências obtidas no programa para os diferentes casos de dano. Os dados mostram uma diminuição das frequências comparadas à viga intacta. Comparando as frequências analíticas com as frequências da viga intacta temos uma boa aproximação ao modelo.

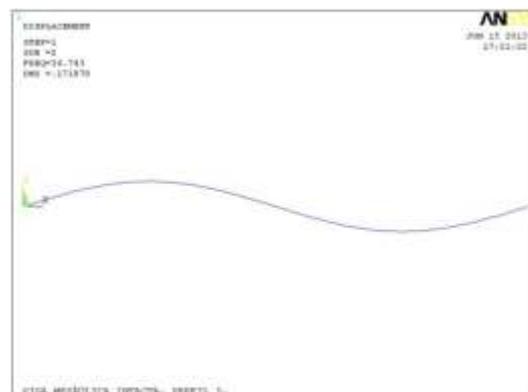
Tabela 6.16- Frequências (Hz) obtidas no ANSYS para o elemento BEAM3

FREQUÊNCIAS (Hz)						
i	ANALÍTICAS	NUMERICAS-ELEMENTO BEAM3				
	SEGUNDO BLEVINS	V1D	V2D	V3D	V4D	V5D
1	9,2109	9,2087	9,2004	9,1872	9,2037	9,1923
2	36,8435	36,8080	36,743	36,69	36,753	36,808
3	82,8980	82,7210	82,65	82,693	82,579	82,574
4	147,3742	146,8200	146,82	146,64	146,68	146,82

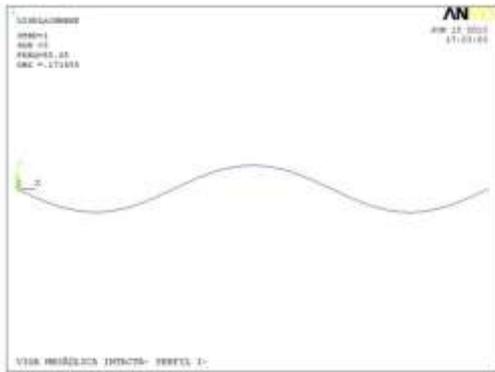
Os gráficos correspondentes aos primeiros quatro modos de vibração, que foram obtidos, são mostrados na Figura 6.224.



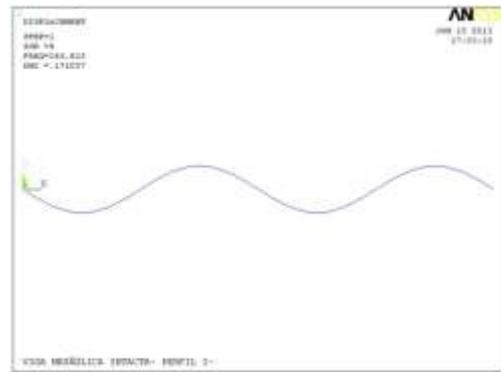
(a) Primeiro modo de vibração – elemento BEAM3.



(b) Segundo modo de vibração – elemento BEAM3.



(c) Terceiro modo de vibração – elemento BEAM3.



(d) Quarto modo de vibração – elemento BEAM3.

Figura 6.224- Modos de vibração verticais- modelagem elemento BEAM3 (ANSYS, 2007).

Nas figuras a seguir (Figuras 6.225 a 6.229) são mostrados os primeiros quatro modos de vibração correspondentes para cada viga.

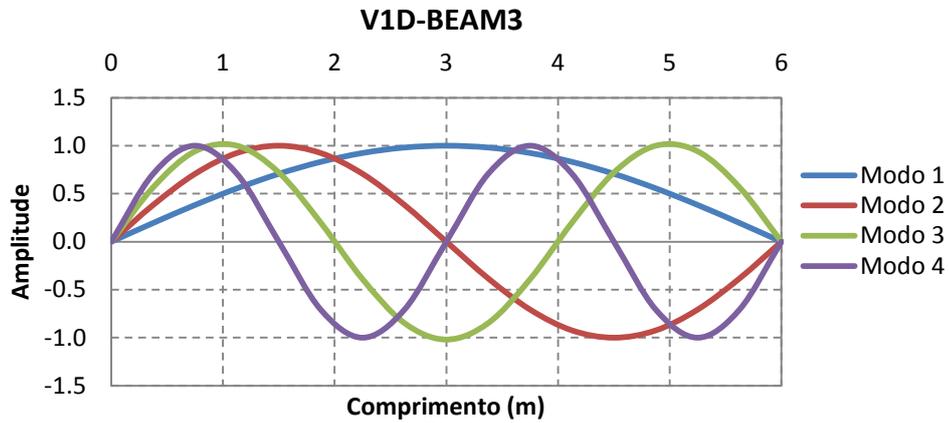


Figura 6.225- Modo de vibração para a viga V1D- elemento BEAM3.

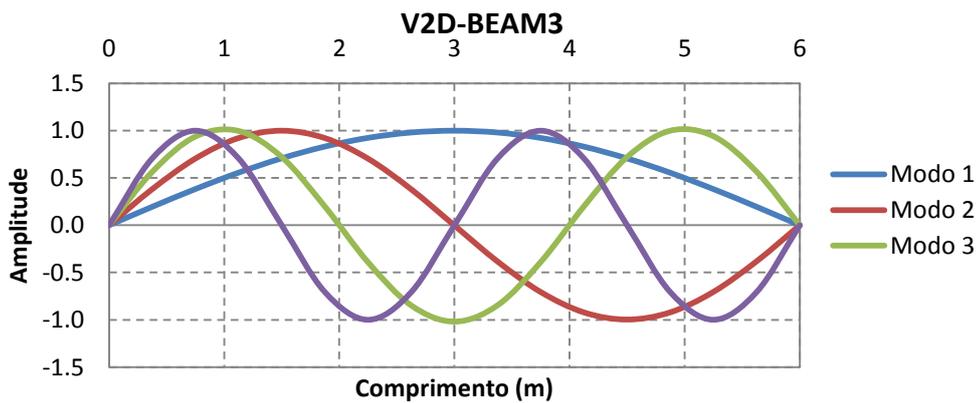


Figura 6.226 - Modo de vibração para a viga V2D- elemento BEAM3.

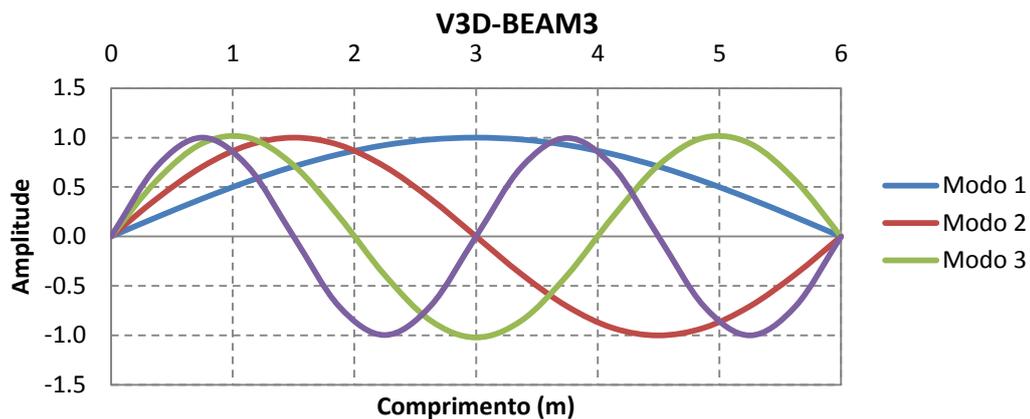


Figura 6.227- Modo de vibração para a viga V3D- elemento BEAM3.

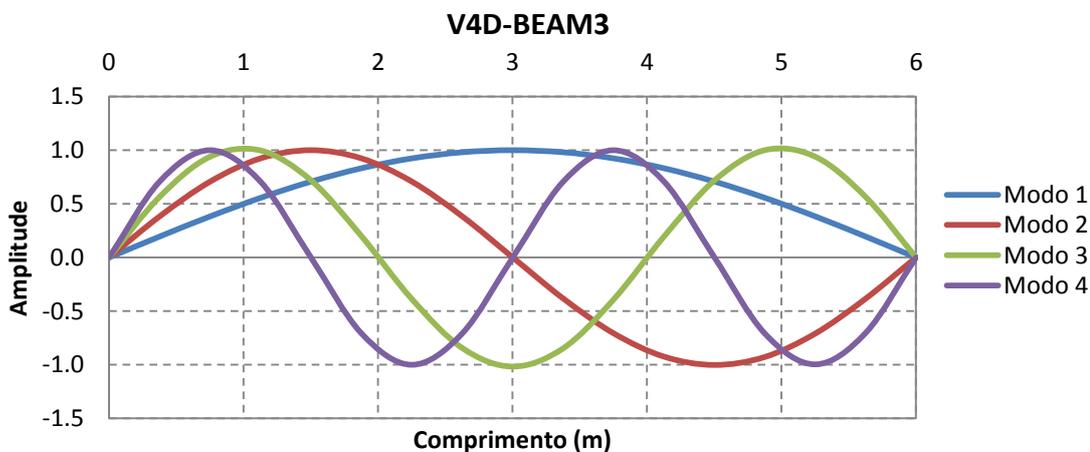


Figura 6.228- Modo de vibração para a viga V4D- elemento BEAM3.

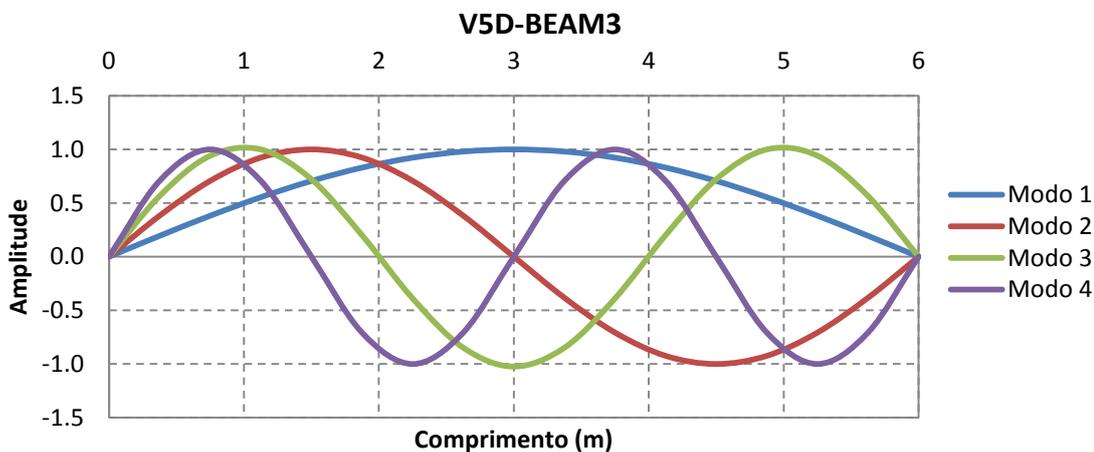


Figura 6.229- Modo de vibração para a viga V5D- elemento BEAM3.

Os modos de vibração nas diferentes situações de dano foram exportados para o MATLAB; no caso das vigas V2D, V3D, V4D foram utilizados o primeiro e o segundo modo de vibração, e no caso da viga V5D foi utilizado o primeiro e o terceiro modo de

vibração, devido à localização do dano para a viga V5D ser na metade da viga. Nesse ponto, o deslocamento para o segundo modo de vibração é zero (Figura 6.230).

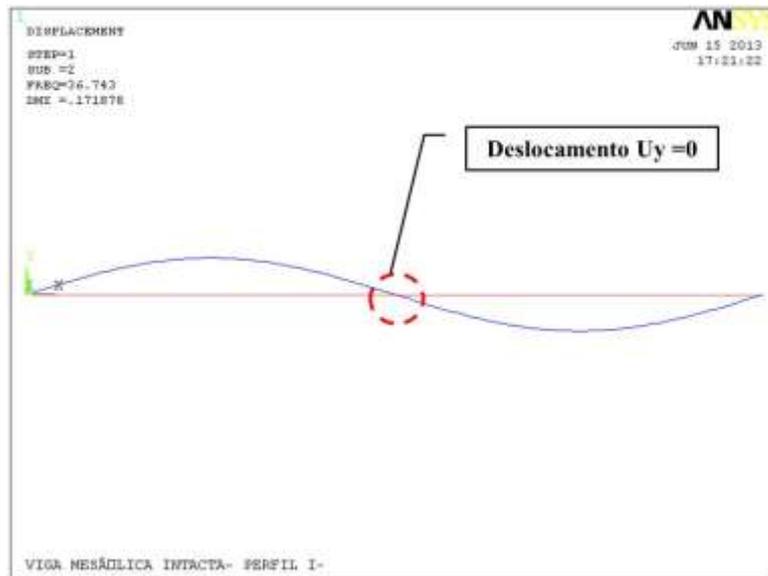


Figura 6.230- Deslocamento para o segundo modo de vibração $U_y=0$ (ANSYS, 2007).

Os deslocamentos nodais, obtidos nas diferentes situações de dano, foram exportados para o MATLAB e, em seguida, foi aplicado o método de interpolação Cubic-spline (Figuras 6.231, 6.233, 6.235, 6.237, 6.239, 6.241, 6.243 e 6.245), para obter uma maior quantidade de pontos. Posteriormente, foi aplicado o método de regularização de Tikhonov para acrescentar as variações ou mudanças geradas no sinal pela presença do dano (Figuras 6.232, 6.234, 6.236, 6.238, 6.240, 6.242, 6.244 e 6.246).



Figura 6.231- Interpolação Modo 1- viga V2D.



Figura 6.232- Regularização Modo 1- viga V2D.



Figura 6.233- Interpolação Modo 2- viga V2D.

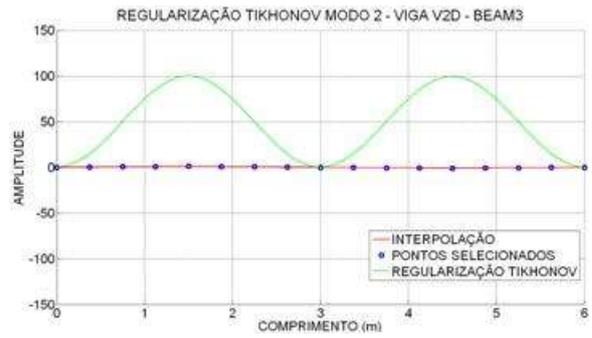


Figura 6.234- Regularização Modo 2- viga V2D.

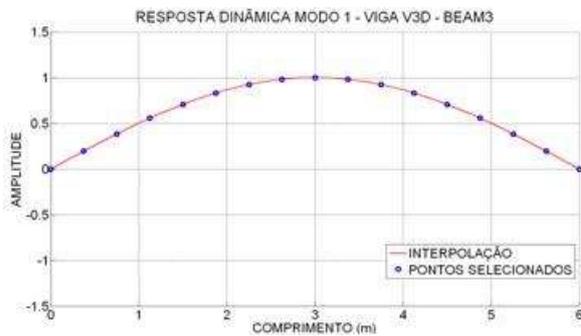


Figura 6.235- Interpolação Modo 1- viga V3D.



Figura 6.236- Regularização Modo 1- viga V3D.



Figura 6.237- Interpolação Modo 2- viga V3D.

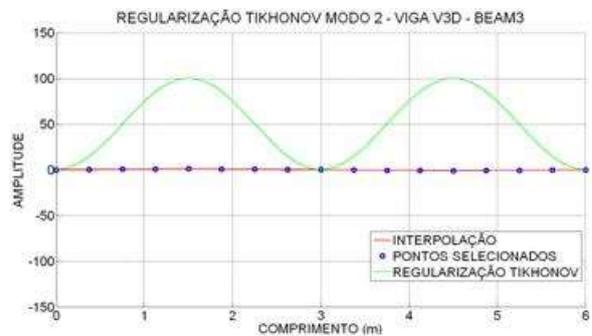


Figura 6.238- Regularização Modo 2- viga V3D.



Figura 6.239- Interpolação Modo 1- viga V4D.

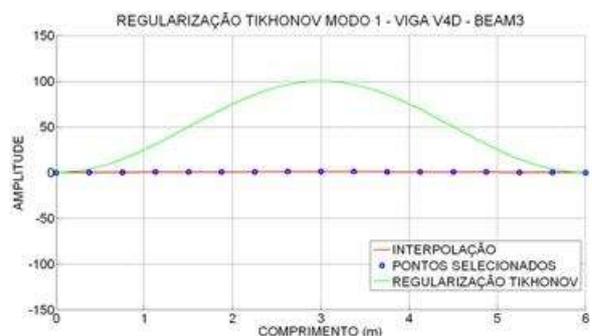


Figura 6.240- Regularização Modo 1- viga V4D.



Figura 6.241- Interpolação Modo 2- viga V4D.

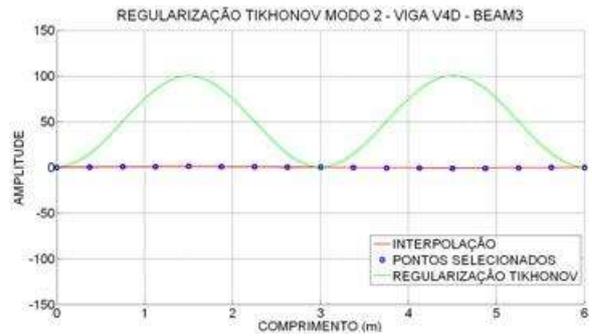


Figura 6.242- Regularização Modo 2- viga V4D.



Figura 6.243- Interpolação Modo 1- viga V5D.

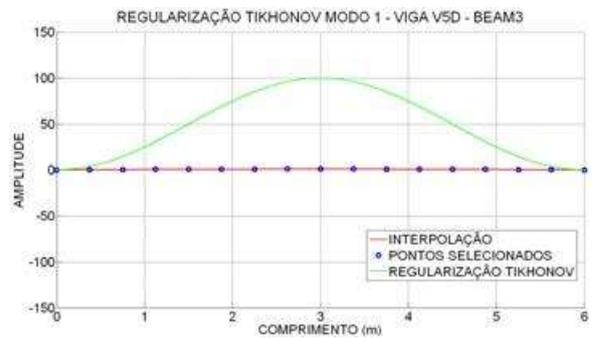


Figura 6.244- Regularização Modo 1- viga V5D.

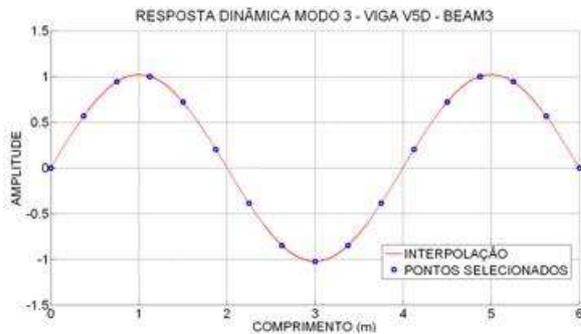


Figura 6.245- Interpolação Modo 3- viga V5D.



Figura 6.246- Regularização Modo 3- viga V5D.

6.4.1.1 - Resultados utilizando a resposta danificada

Aos dados obtidos com a regularização, foram aplicados a TDW e a TCW. Para a identificação do dano nos gráficos, apresentada na Tabela 6.14, onde se faz a correspondência da distância com o número do nó.

6.4.1.1.1 – TDW

Foram escolhidas as mesmas funções utilizadas na análise estática:

- Biortogonal - Bior6.8
- Reverse biortogonal– Rbio2.6
- Symlet - Sym6
- Coiflet - Ciof3
- Daubechies - Db5

Logo abaixo são apresentados os resultados da TDW aplicada aos modos de vibração escolhidos, para as diferentes condições das vigas mostradas na Figura 6.3.

6.4.1.1.1.1 - Viga V2D

Primeiro modo de vibração

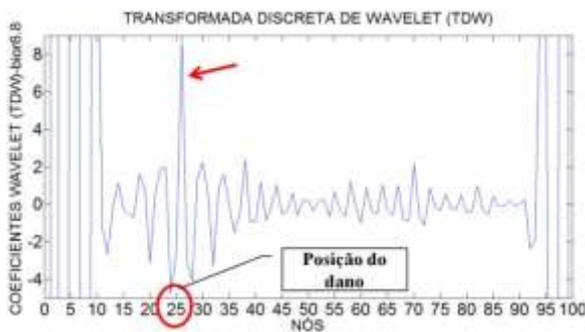


Figura 6.247- TDW-Modo1 para a viga V2D usando bior6.8.

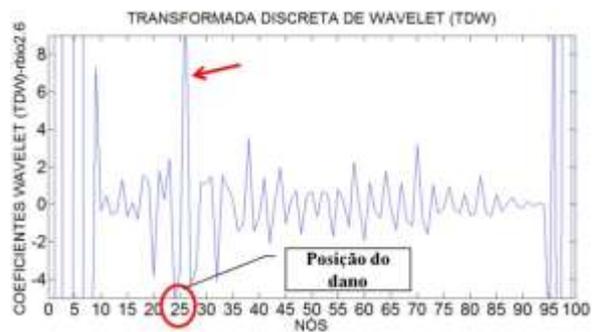


Figura 6.248- TDW- Modo 1 para a viga V2D usando rbio2.6.



Figura 6.249- TDW- Modo 1 para a viga V2D usando sym6.

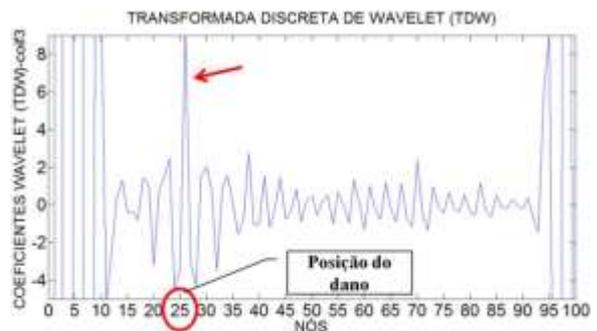


Figura 6.250- TDW- Modo 1 para a viga V2D usando coif3.

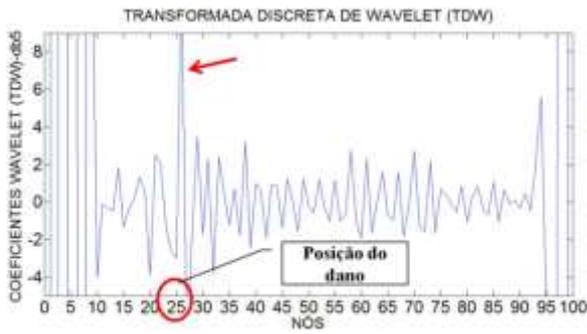


Figura 6.251- TDW- Modo 1 para a viga V2D usando db5.

Segundo modo de vibração

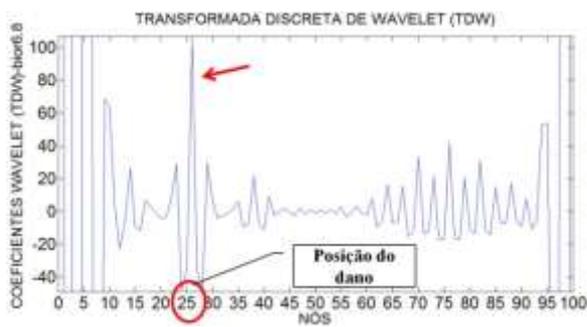


Figura 6.252- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando bior6.8.

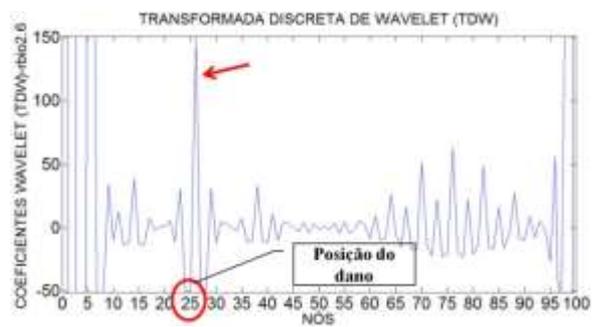


Figura 6.253- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando rbio2.6.



Figura 6.254- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando sym6.

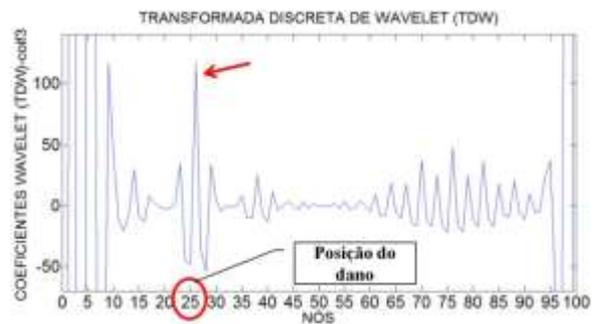


Figura 6.255- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando coif3.



Figura 6.256- TDW- Modo 2 para a viga V2D usando db5.

6.4.1.1.2 -Viga V3D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.257- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando bior6.8.



Figura 6.258- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando rbio2.6.



Figura 6.259- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando sym6.



Figura 6.260- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando coif3.



Figura 6.261- TDW- Modo 1 para a viga V3D usando db5.

Segundo modo de vibração

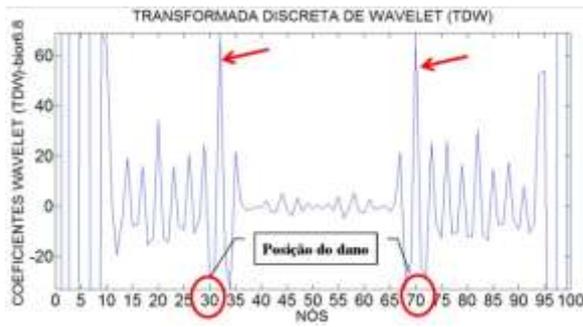


Figura 6.262- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando bior6.8.

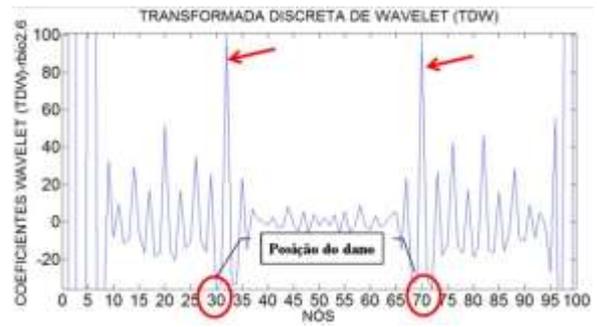


Figura 6.263- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando rbio2.6.

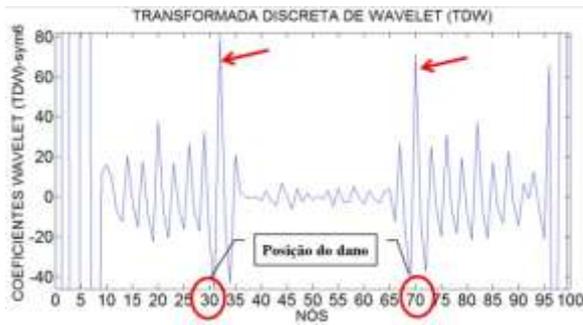


Figura 6.264- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando sym6.

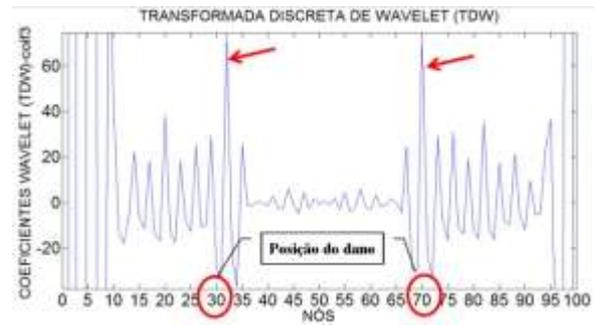


Figura 6.265- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando coif3.

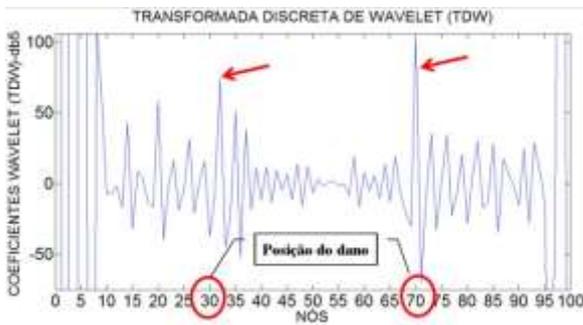


Figura 6.266- TDW- Modo 2 para a viga V3D usando db5.

6.4.1.1.3 -Viga V4D

Primeiro modo de vibração

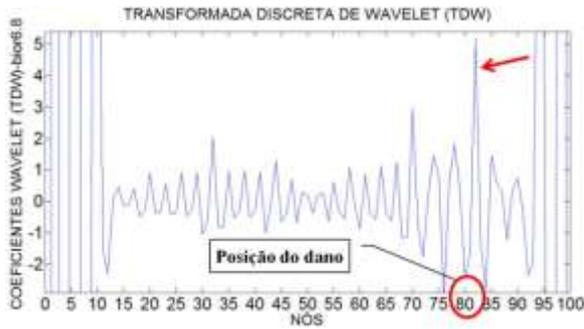


Figura 6.267- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando bior6.8.

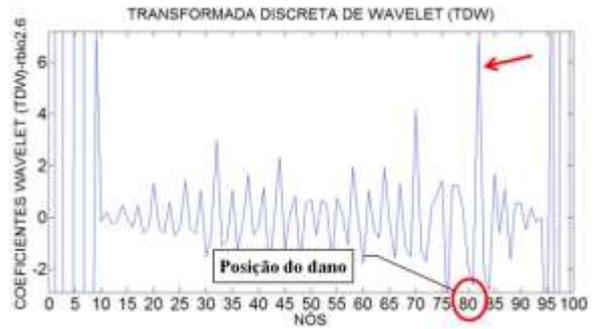


Figura 6.268- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando rbio2.6.



Figura 6.269- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando sym6.



Figura 6.270- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando coif3.

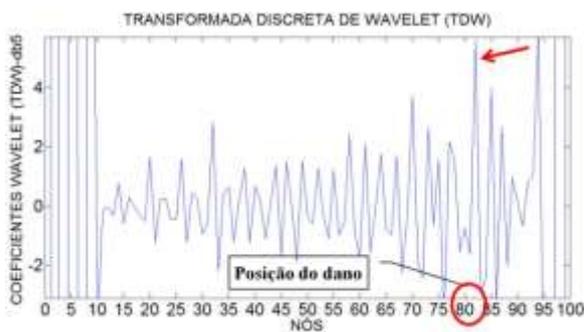


Figura 6.271- TDW- Modo 1 para a viga V4D usando db5.

Segundo modo de vibração

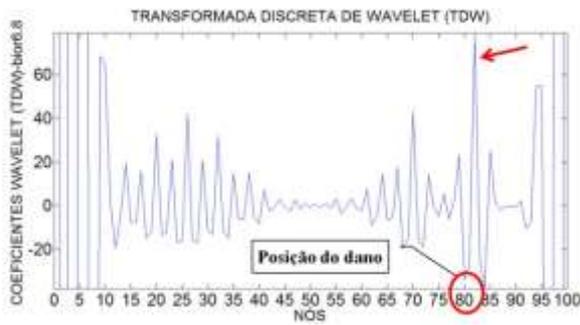


Figura 6.272- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando bior6.8.

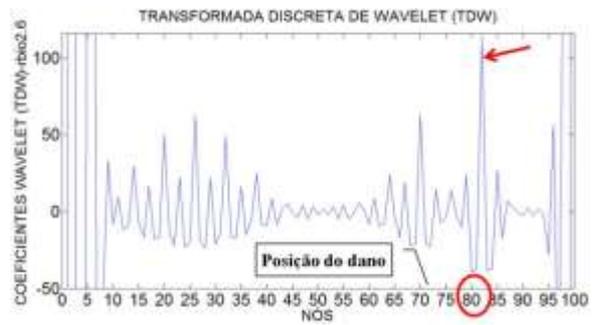


Figura 6.273- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando rbio2.6.



Figura 6.274- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando sym6.

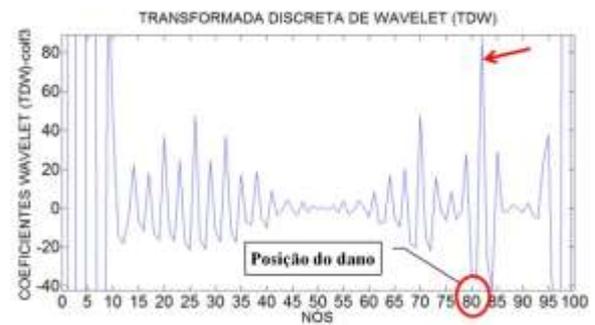


Figura 6.275- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando coif3.

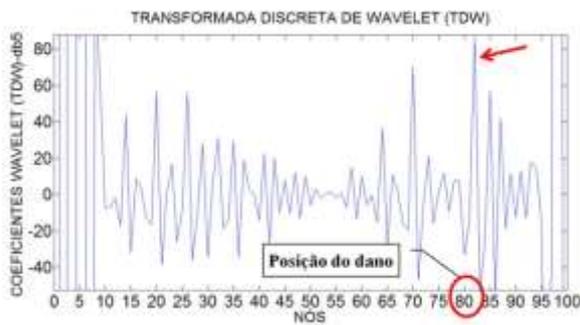


Figura 6.276- TDW- Modo 2 para a viga V4D usando db5.

6.4.1.1.4 -Viga V5D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.277- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando bior6.8.



Figura 6.278- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando rbio2.6.



Figura 6.279- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando sym6.



Figura 6.280- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando coif3.

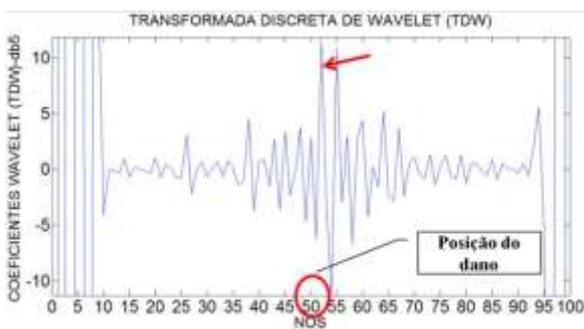


Figura 6.281- TDW- Modo 1 para a viga V5D usando db5.

Terceiro modo de vibração



Figura 6.282- TDW- Modo 2 para a viga V5D usando bior6.8.

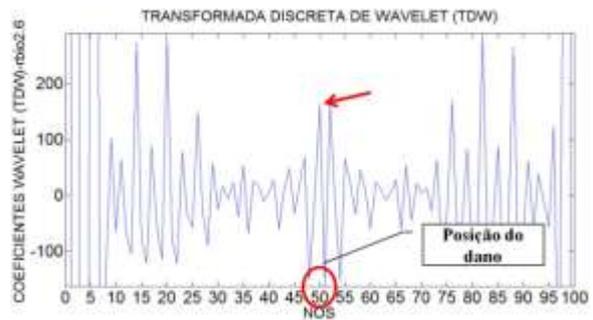


Figura 6.283- TDW- Modo 2 para a viga V5D usando rbio2.6.



Figura 6.284- TDW- Modo 2 para a viga V5D usando sym6.



Figura 6.285- TDW- Modo 2 para a viga V5D usando coif3.



Figura 6.286- TDW- Modo 3 para a viga V5D usando db5.

Para a viga V2D, os gráficos obtidos através da aplicação da TDW ao primeiro e ao segundo modo de vibração, foram capazes de identificar a posição do dano, situado no nó 25 a uma distância de 1,5m do apoio esquerdo (Figuras 6.247 a 6.256). Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos apresentam perturbações nas extremidades, devido à descontinuidade geométrica nos apoios.

Os gráficos para a viga V3D (Figuras 6.257 a 6.266) alcançaram a maior amplitude em proximidades dos danos (nó 30 e nó 70). Os melhores resultados para esta viga foram os obtidos como o primeiro modo de vibração.

Pode-se observar para a viga V4D (Figuras 6.267 a 6.276) que, na região do dano nas proximidades do nó 82, apresentaram perturbações. O melhor resultado foi obtido com o primeiro modo de vibração. Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se picos nos extremos, devido à descontinuidade dos apoios.

Os gráficos para a viga V5D (Figuras 6.277 a 6.286) apresentaram também perturbações no local do dano (nó 50). O melhor resultado foi obtido com a função db5 aplicada ao primeiro modo de vibração. Os resultados obtidos com a aplicação da TDW no terceiro modo de vibração não foram ótimos, devido a que apresentam perturbações grandes ao redor do nó 30 e do nó 70.

6.4.1.1.2 – TCW

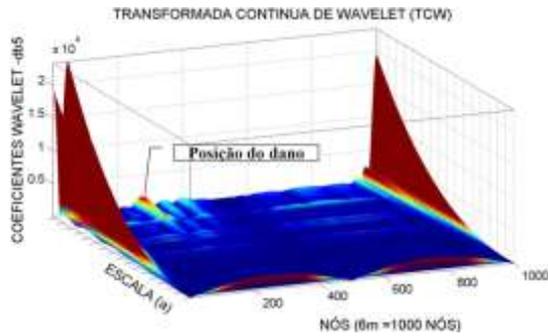
Para o cálculo dos coeficientes da TCW, 52 funções wavelet-mãe foram analisadas. Das 52 funções, mostradas na Tabela 4.1, foram escolhidas as melhores. Igualmente à análise experimental, vários valores para a escala a foram testados, obtendo melhores resultados na identificação do dano o valor $a = 50$. As quatro funções wavelet-mãe escolhidas são dadas abaixo e, posteriormente, são mostrados os resultados obtidos.

- Daubechies - Db5
- Coiflet - Coif4
- Symlet - Sym8
- Gaussiana - Gaus8

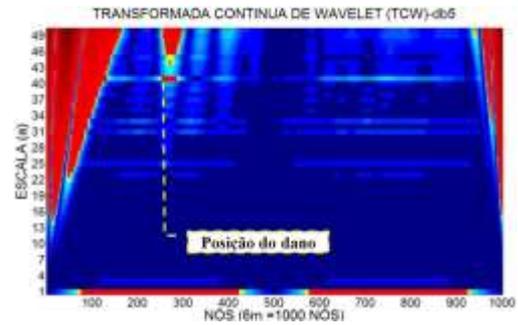
A seguir são apresentados os resultados da TDW aplicada aos modos de vibração escolhidos, para as diferentes condições das vigas mostradas na Figura 6.3.

6.4.1.1.2.1 - Viga V2D

Primeiro modo de vibração

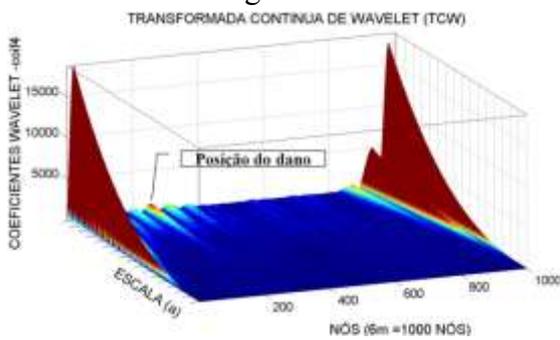


(a) 3D

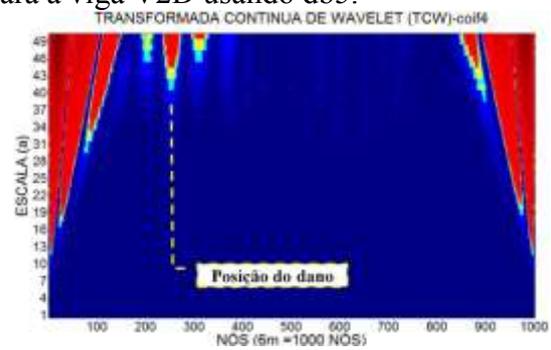


(b) 2D

Figura 6.287- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando db5.

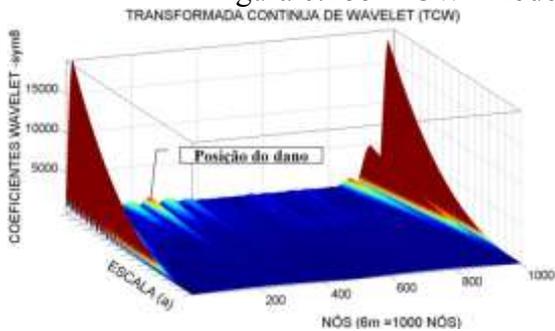


(a) 3D

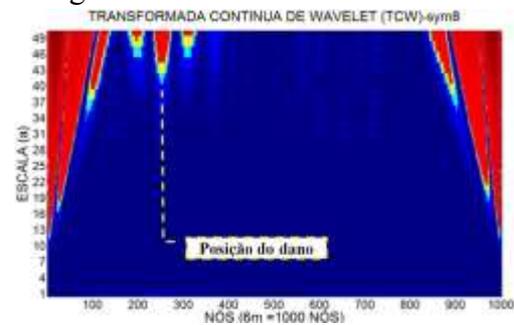


(b) 2D

Figura 6.288- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando coif4.

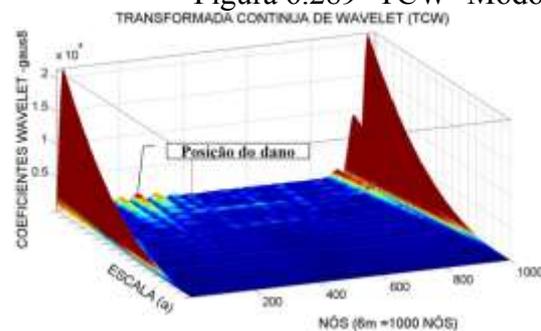


(a) 3D

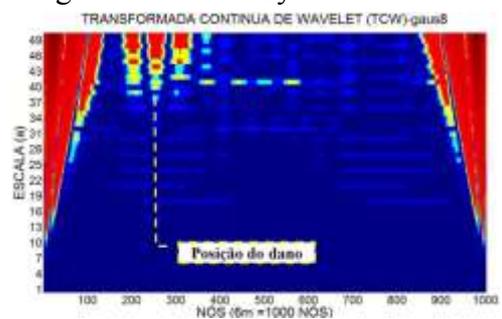


(b) 2D

Figura 6.289- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando sym8.



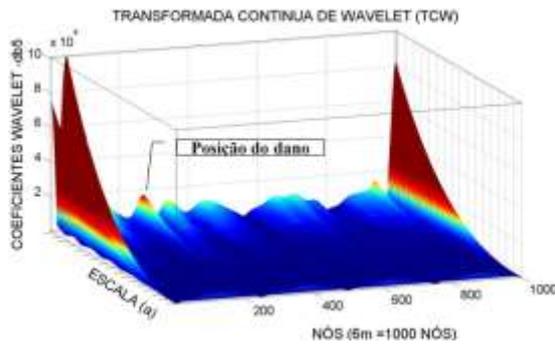
(a) 3D



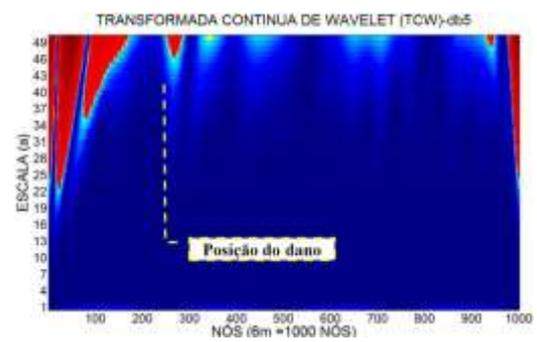
(b) 2D

Figura 6.290- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando gaus8.

Segundo modo de vibração

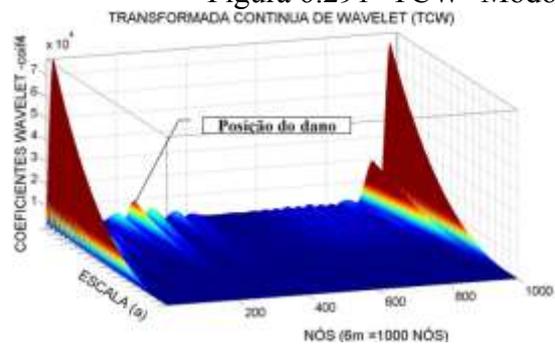


(a) 3D

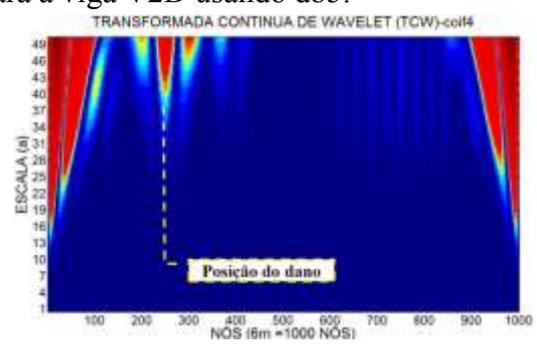


(b) 2D

Figura 6.291- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando db5.

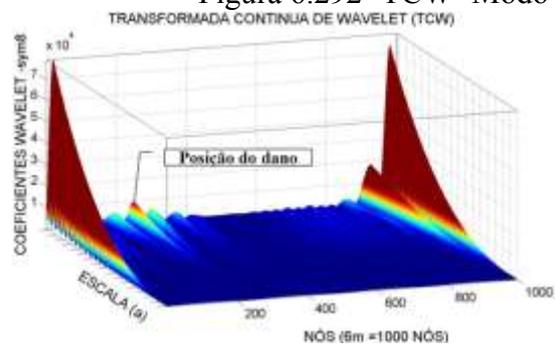


(a) 3D

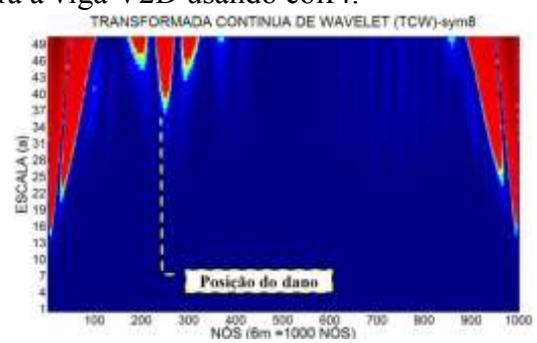


(b) 2D

Figura 6.292- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando coif4.

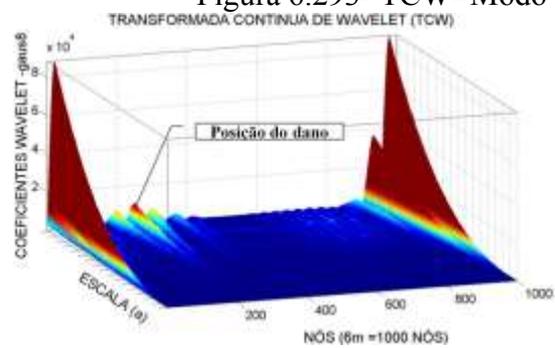


(a) 3D

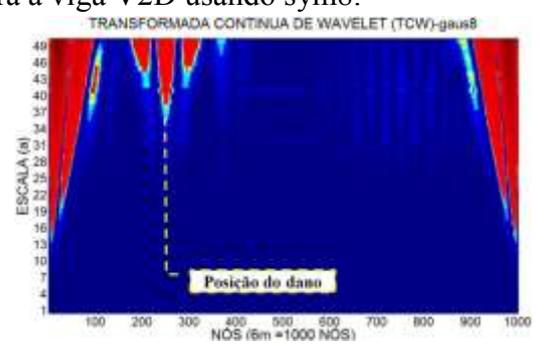


(b) 2D

Figura 6.293- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando sym8.



(a) 3D

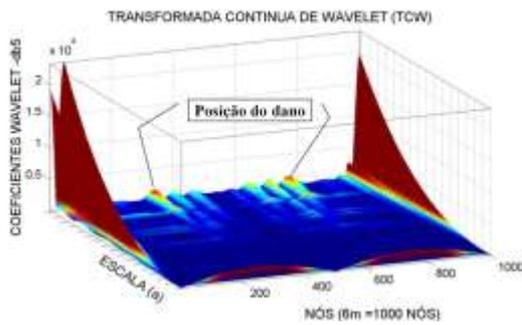


(b) 2D

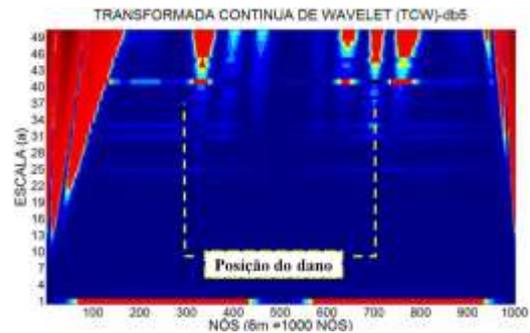
Figura 6.294- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando gauss.

6.4.1.1.2.2 - Viga V3D

Primeiro modo de vibração

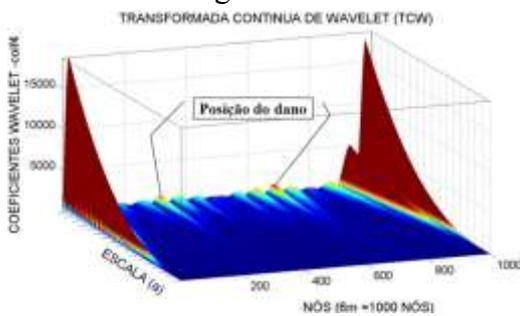


(a) 3D

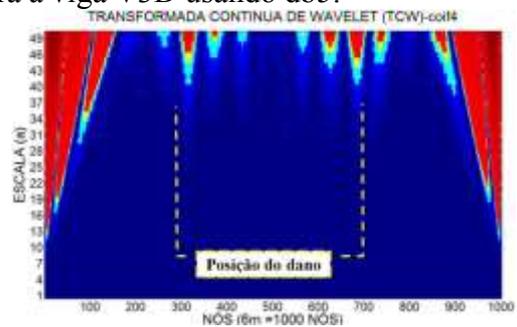


(b) 2D

Figura 6.295- TCW- Modo 1 para a viga V3D usando db5.

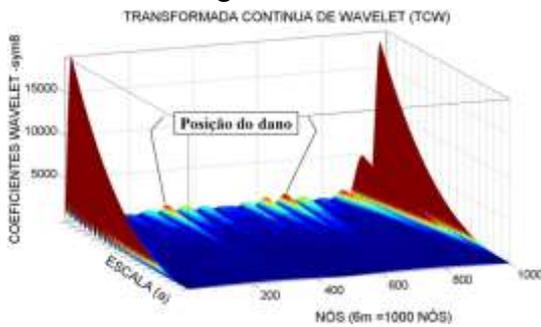


(a) 3D

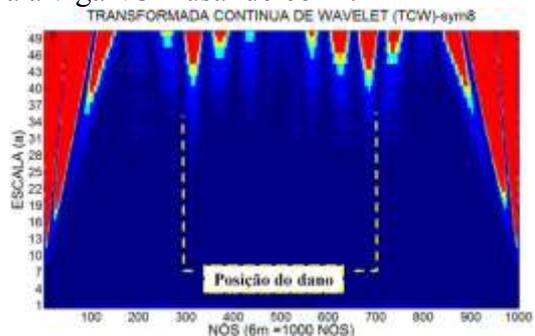


(b) 2D

Figura 6.296- TCW- Modo 1 para a viga V3D usando coif4.

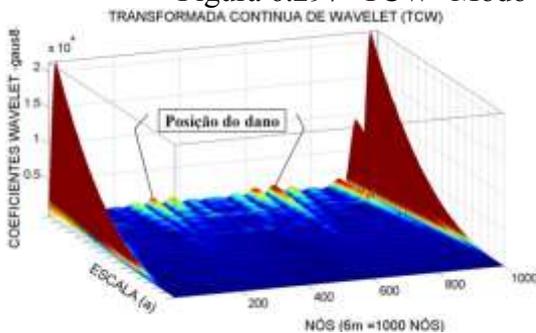


(a) 3D

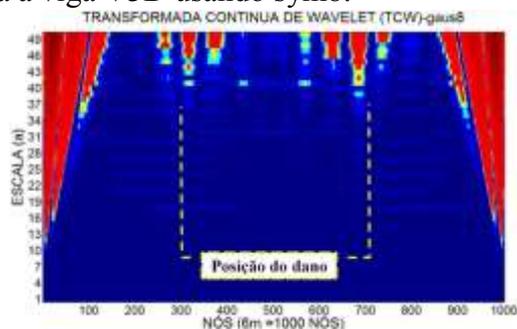


(b) 2D

Figura 6.297- TCW- Modo 1 para a viga V3D usando sym8.



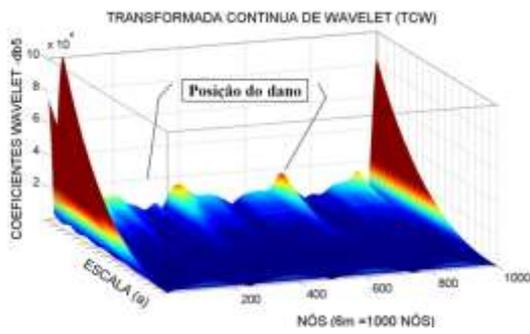
(a) 3D



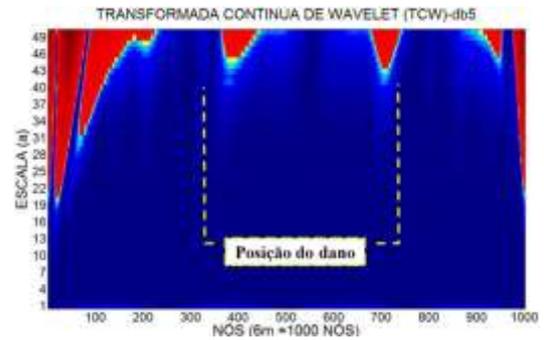
(b) 2D

Figura 6.298- TCW- Modo 1 para a viga V3D usando gaus8.

Segundo modo de vibração

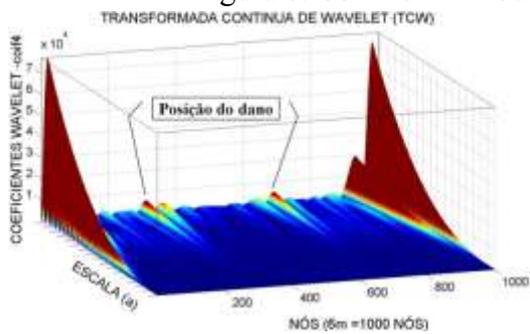


(a) 3D

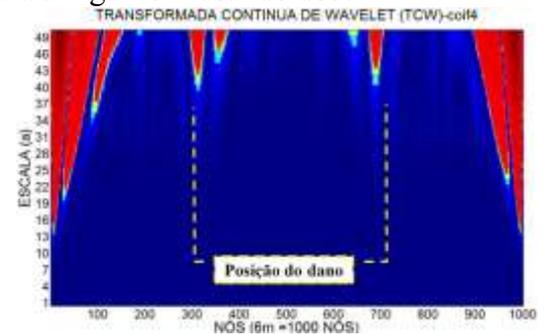


(b) 2D

Figura 6.299- TCW- Modo 2 para a viga V3D usando db5.

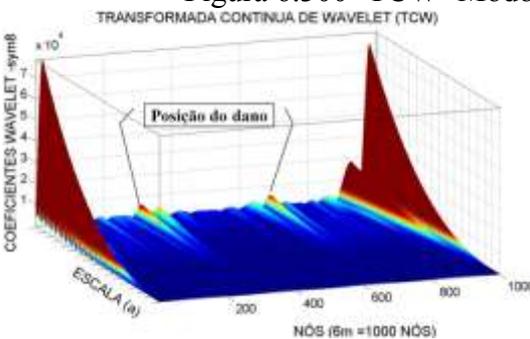


(a) 3D

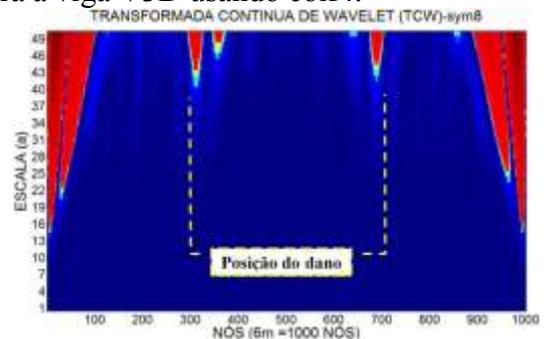


(b) 2D

Figura 6.300- TCW- Modo 2 para a viga V3D usando coif4.

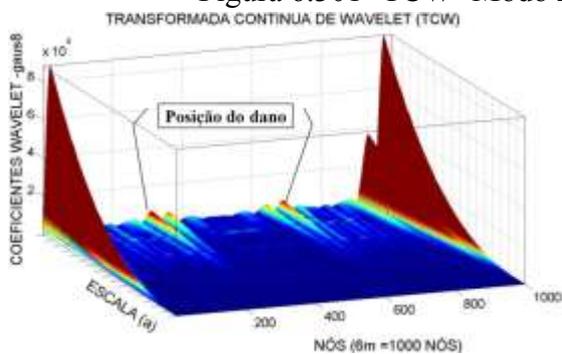


(a) 3D

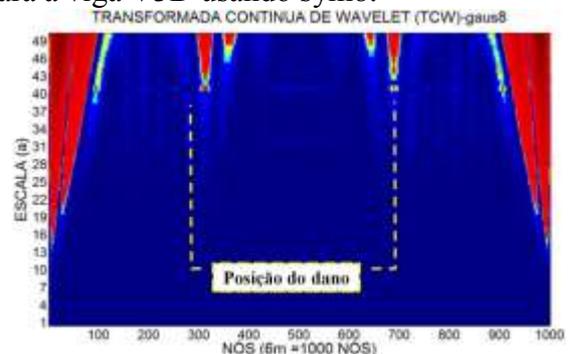


(b) 2D

Figura 6.301- TCW- Modo 2 para a viga V3D usando sym8.



(a) 3D

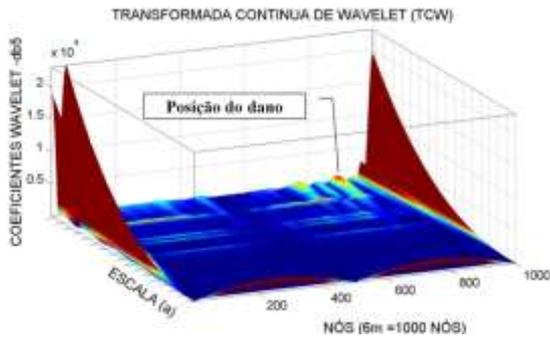


(b) 2D

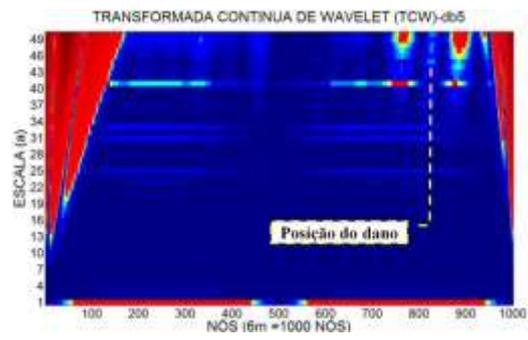
Figura 6.302- TCW- Modo 2 para a viga V3D usando gaus8.

6.4.1.1.2.3 -Viga V4D

Primeiro modo de vibração

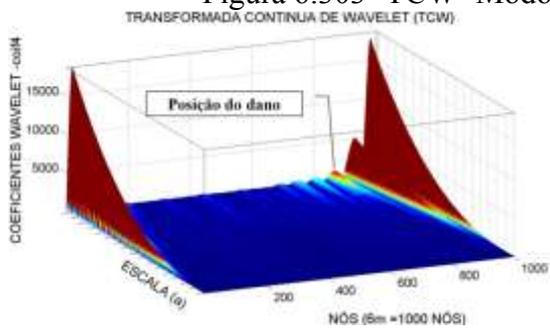


(a) 3D

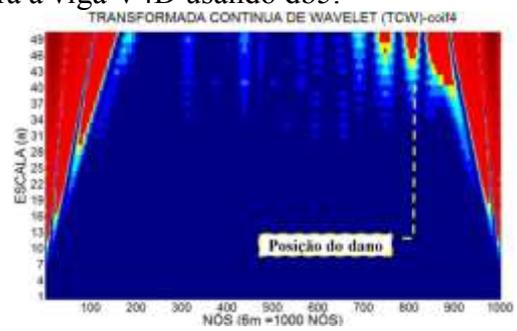


(b) 2D

Figura 6.303- TCW- Modo 1 para a viga V4D usando db5.

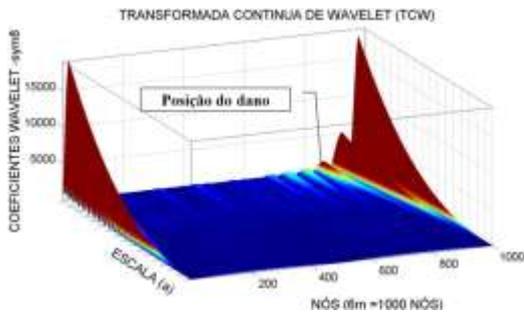


(a) 3D

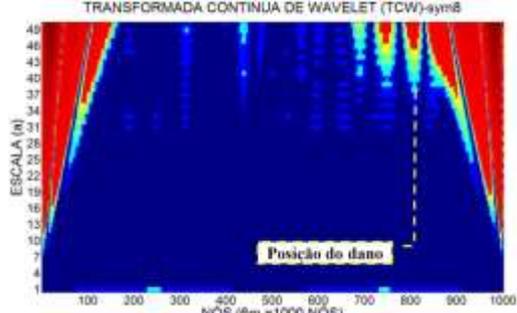


(b) 2D

Figura 6.304- TCW- Modo 1 para a viga V4D usando coif4.

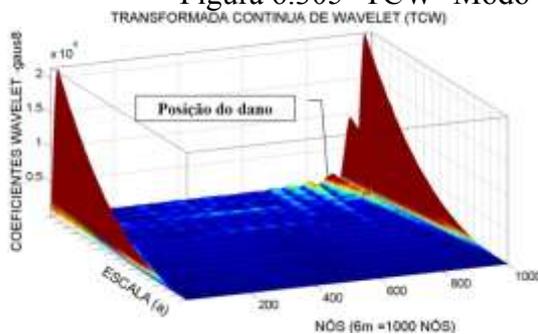


(a) 3D

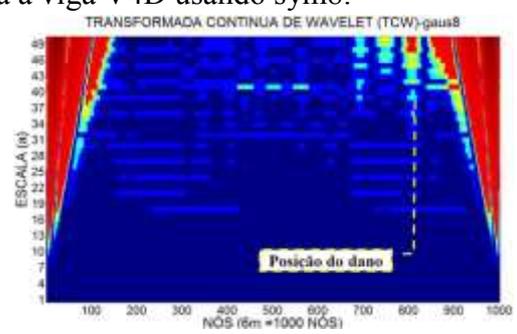


(b) 2D

Figura 6.305- TCW- Modo 1 para a viga V4D usando sym8.



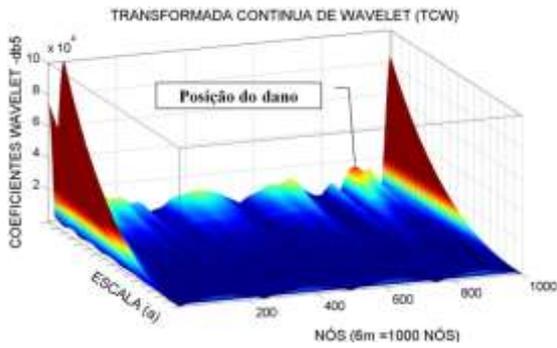
(a) 3D



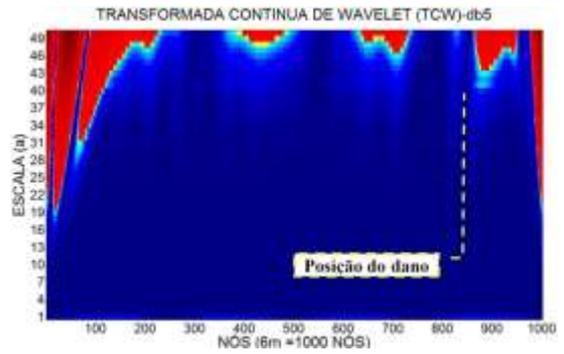
(b) 2D

Figura 6.306- TCW- Modo 1 para a viga V4D usando gaus8.

Segundo modo de vibração

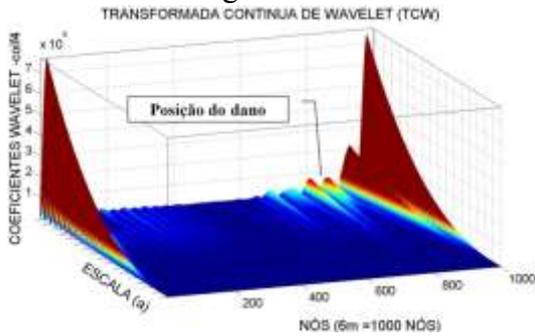


(a) 3D

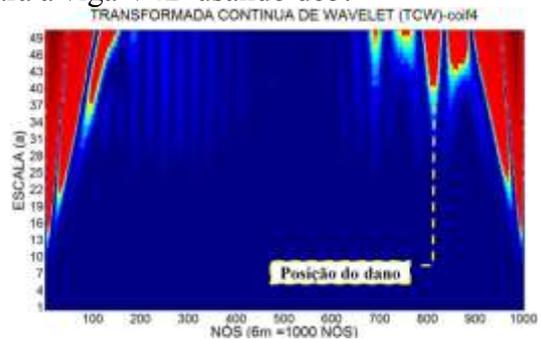


(b) 2D

Figura 6.307- TCW- Modo 2 para a viga V4D usando db5.

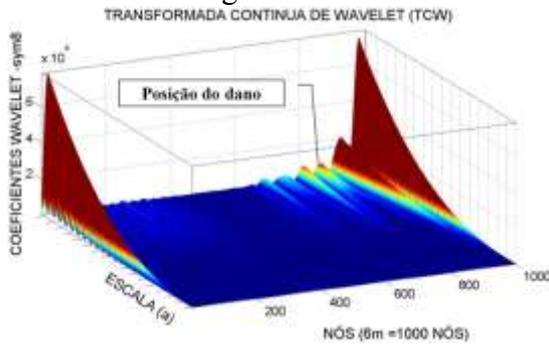


(a) 3D

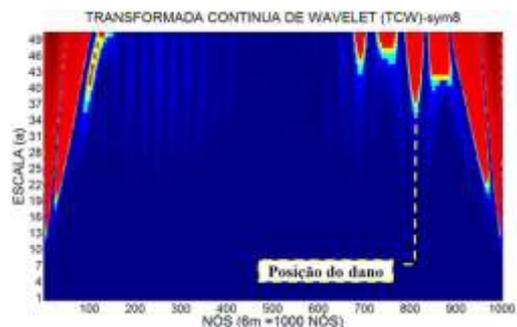


(b) 2D

Figura 6.308- TCW- Modo 2 para a viga V4D usando coif4.

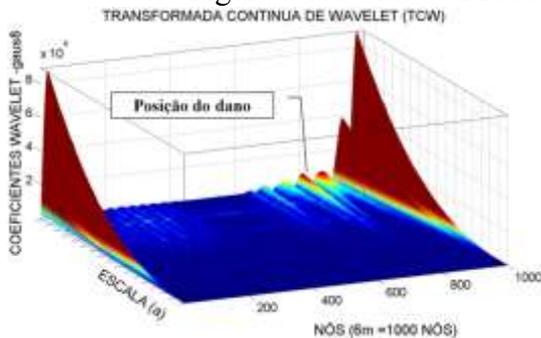


(a) 3D

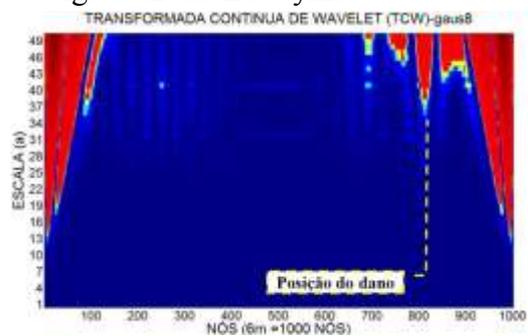


(b) 2D

Figura 6.309- TCW- Modo 2 para a viga V4D usando sym8.



(a) 3D

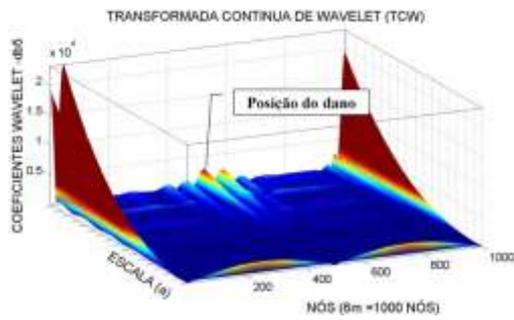


(b) 2D

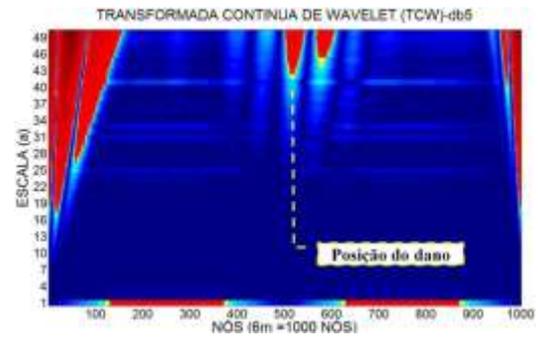
Figura 6.310- TCW- Modo 2 para a viga V4D usando gaus8.

6.4.1.1.2.4 - Viga V5D

Primeiro modo de vibração

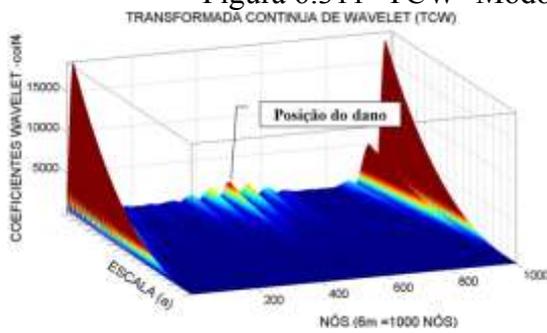


(a) 3D

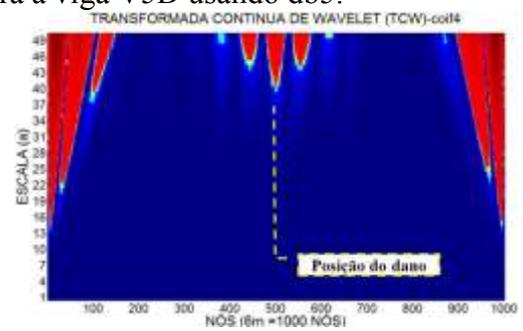


(b) 2D

Figura 6.311- TCW- Modo 1 para a viga V5D usando db5.

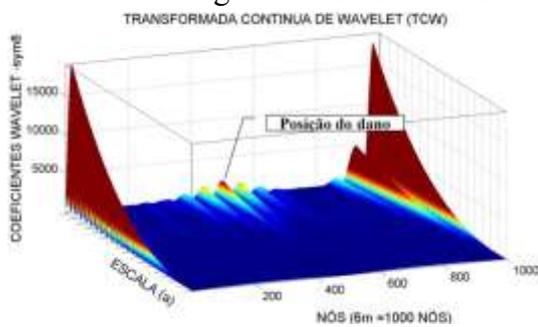


(a) 3D

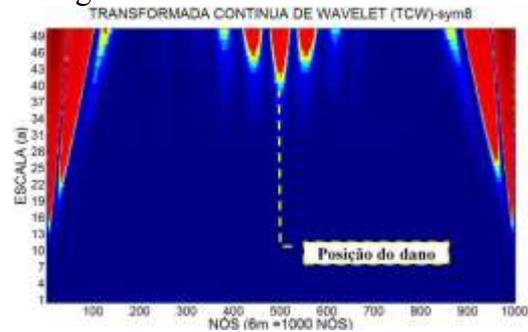


(b) 2D

Figura 6.312- TCW- Modo 1 para a viga V5D usando coif4.

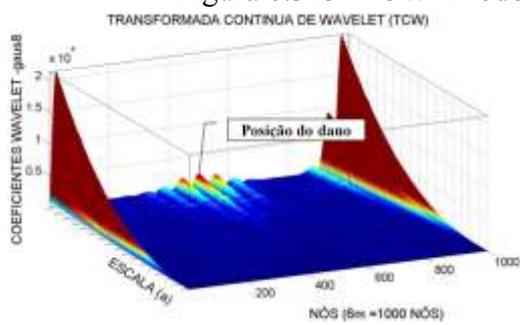


(a) 3D

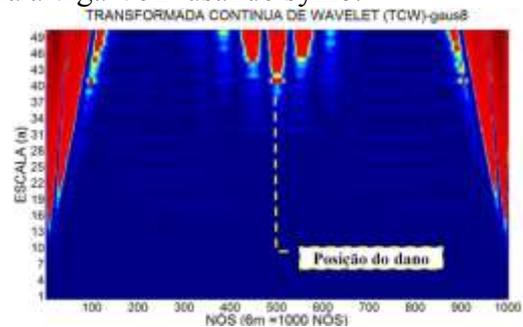


(b) 2D

Figura 6.313- TCW- Modo 1 para a viga V5D usando sym8.



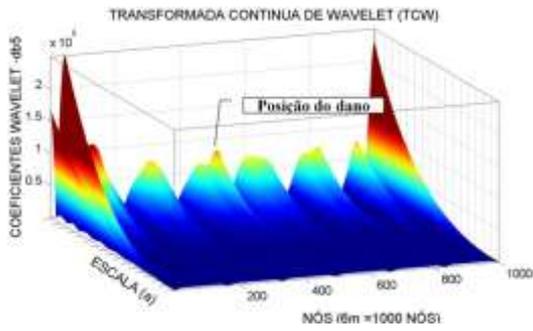
(a) 3D



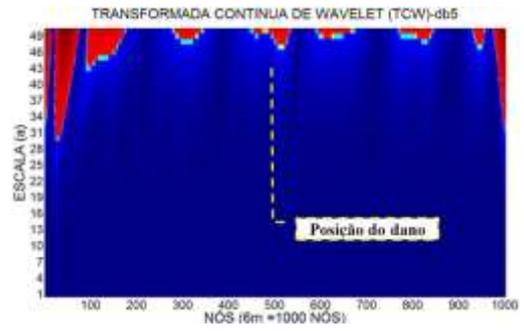
(b) 2D

Figura 6.314- TCW- Modo 1 para a viga V5D usando gaus8.

Terceiro modo de vibração

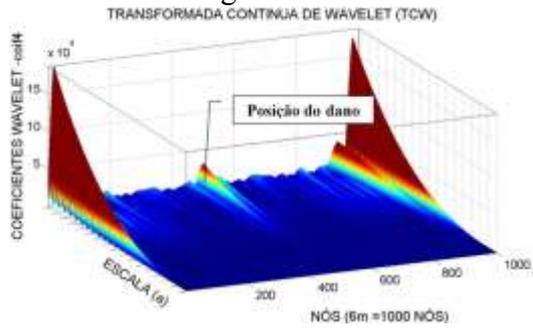


(a) 3D

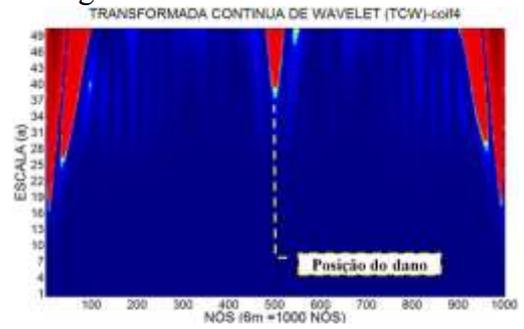


(b) 2D

Figura 6.315- TCW- Modo 3 para a viga V5D usando db5.

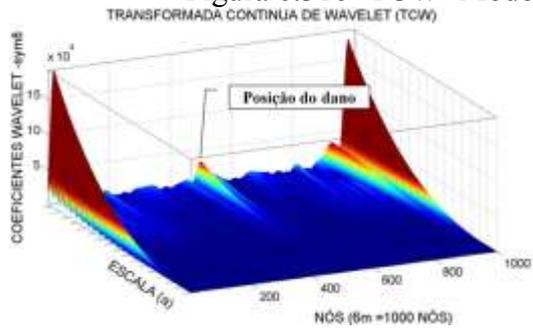


(a) 3D

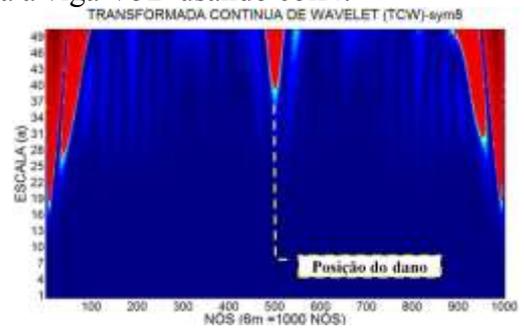


(b) 2D

Figura 6.316- TCW- Modo 3 para a viga V5D usando coif4.

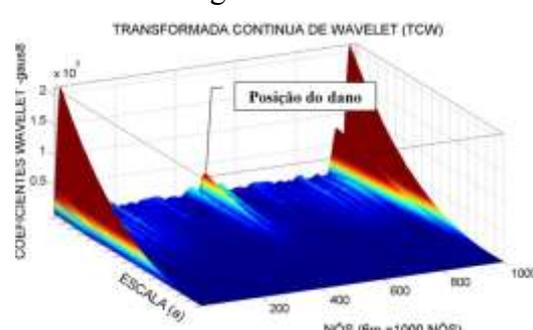


(a) 3D

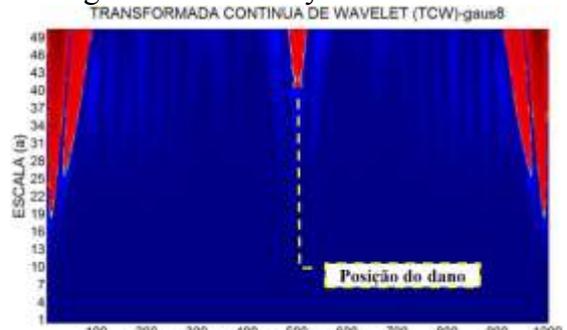


(b) 2D

Figura 6.317- TCW- Modo 3 para a viga V5D usando sym8.



(a) 3D



(b) 2D

Figura 6.318- TCW- Modo 3 para a viga V5D usando gaus8.

Para a viga V2D, com a localização do dano no nó 250, os gráficos obtidos através da aplicação da TDW do primeiro e do segundo modo de vibração, foram capazes de identificar a posição do dano, os gráficos (Figuras 6.287 a 6.294) apresentaram perturbações ao redor do nó 250. Os melhores resultados foram obtidos com a função *coif4* e *sym8* para os dois modos de vibração. Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos apresentam perturbações nas extremidades, devido à descontinuidade geométrica dos apoios. O gráfico correspondente à função *db5* no segundo modo de vibração (Figura 6.291), além de gerar a perturbação no local do dano, gerou outras perturbações que ocultam a região danificada.

Os gráficos para a viga V3D (Figuras 6.295 a 6.302) alcançaram a maior amplitude em proximidades dos danos (nó 300 e nó 700). Os melhores resultados para esta viga foram os obtidos como a função *coif4* no primeiro e no segundo modo de vibração.

Pode-se observar para a viga V4D (Figuras 6.303 a 6.310) que, na região do dano nas proximidades do nó 820, apresentaram-se pequenas perturbações, em decorrência do dano, mas o melhor resultado foi obtido com a função *coif4* no primeiro e no segundo modo de vibração.

Os gráficos para a viga V5D (Figuras 6.311 a 6.314) apresentaram também perturbações no local do dano (nó 500). O melhor resultado foi obtido com as funções *coif4* e *gaus8*, aplicadas ao terceiro modo de vibração.

6.4.2 - Elemento SOLID45

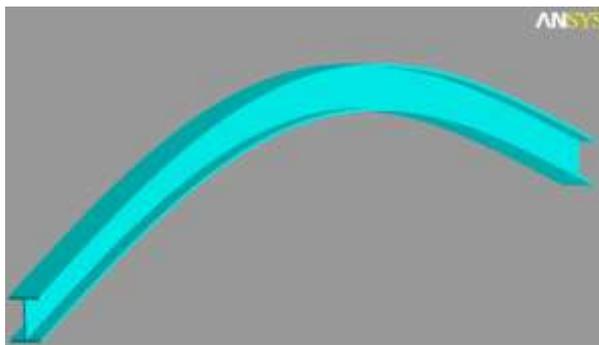
Para a modelagem numérica, utilizando o elemento SOLID45, foram obtidos do programa ANSYS os primeiros quatro modos de vibração que só incluem deslocamentos verticais (na direção y). Na Tabela 6.17 as frequências naturais obtidas no programa foram mostradas para os diferentes casos de dano. Os dados mostraram uma diminuição das frequências devido ao dano, comparadas com a viga intacta.

Tabela 6.17- Frequências (Hz) obtidas no ANSYS para o elemento SOLID45.

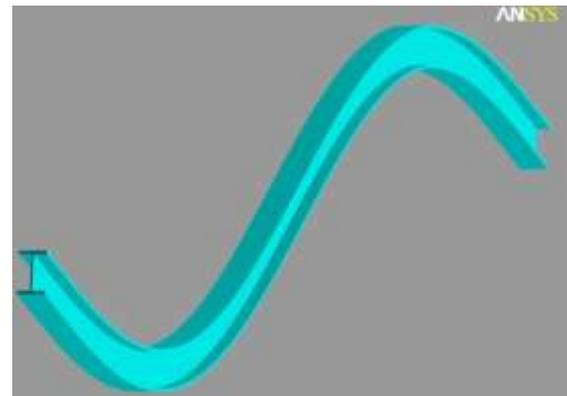
FREQUÊNCIAS (Hz)						
i	ANALÍTICAS SEGUNDO BLEVINS	NUMERICAS-ELEMENTO SOLID45				
		V1D	V2D	V3D	V4D	V5D
1	9,2109	9,6921	9,6350	9,5452	9,6593	9,5766
2	36,8435	38,4150	37,9700	37,6020	38,0550	38,4150
3	82,8980	85,0820	84,6020	84,8530	84,1620	84,1530
4	147,3742	146,9900	146,9500	146,0600	146,0800	146,9700

Comparando as frequências analíticas com as frequências da viga intacta, temos uma boa aproximação ao modelo.

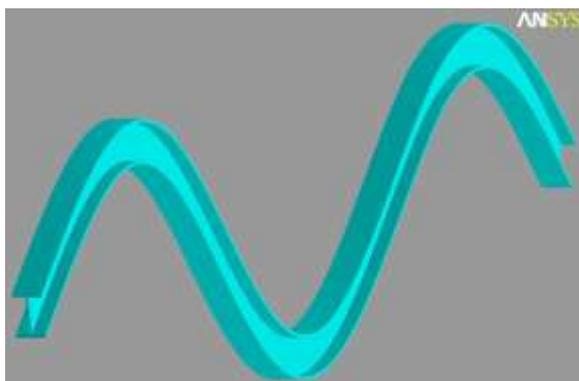
Os gráficos correspondentes aos primeiros quatro modos de vibração verticais, que foram escolhidos na modelagem numérica, são mostrados na Figura 6.319.



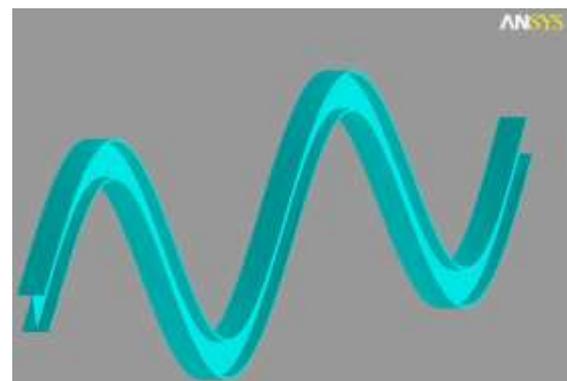
(a) Primeiro modo de vibração



(b) Segundo modo de vibração



(c) Terceiro modo de vibração



(d) Quarto modo de vibração

Figura 6.319- Modos de vibração verticais- modelagem elemento SOLID45 (ANSYS, 2007)..

Nas figuras seguintes (Figuras 6.320 a 6.323), são mostrados os gráficos dos primeiros quatro modos de vibração verticais correspondentes para cada viga.

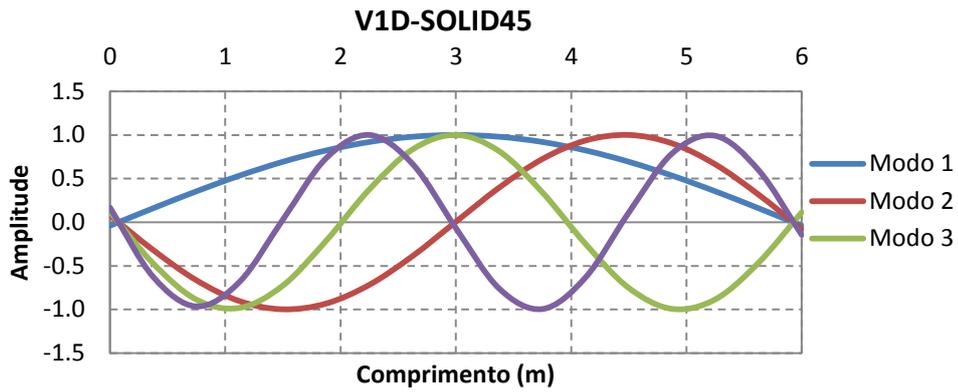


Figura 6.320- Modo de vibração para a viga V1D - elemento SOLID45

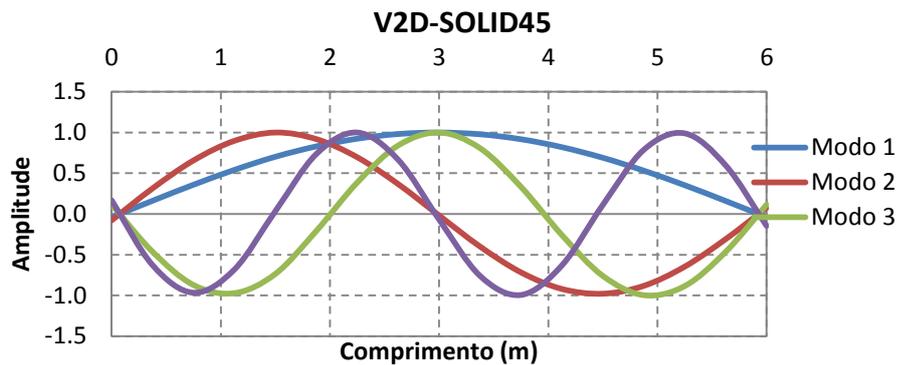


Figura 6.321- Modo de vibração para a viga V2D- elemento SOLID45.

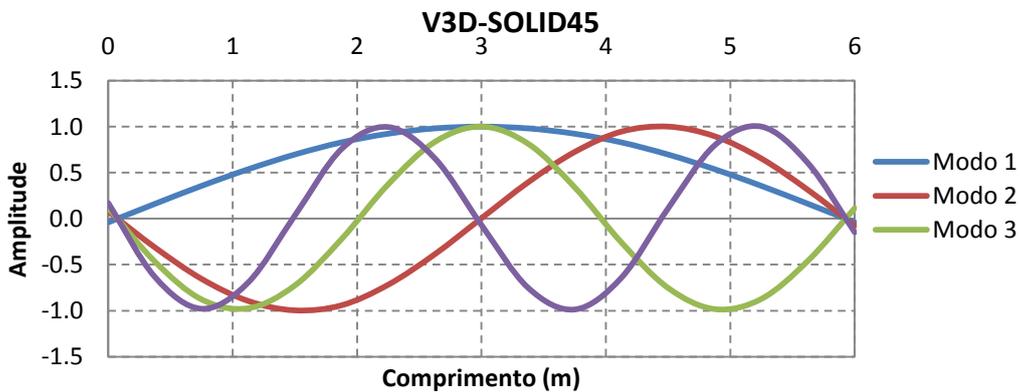


Figura 6.322 - Modo de vibração para a viga V3D- elemento SOLID45

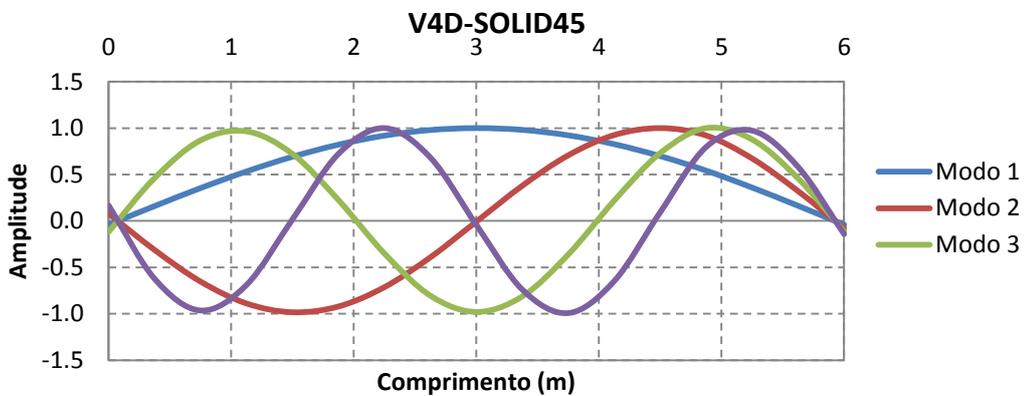


Figura 6.323- Modo de vibração para a viga V4D - elemento SOLID45

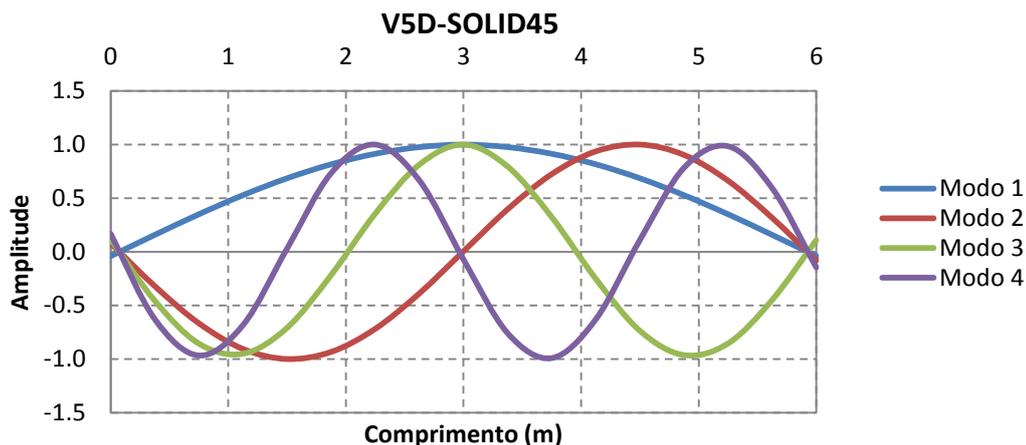


Figura 6.324 - Modo de vibração para a viga V4D - elemento SOLID45

Os modos de vibração nas diferentes situações de dano foram exportados para o MATLAB: no caso das vigas V2D, V3D, V4D foram utilizados o primeiro e o segundo modo de vibração, e no caso da viga V5D foi utilizado o primeiro e o terceiro modo de vibração, devido à localização do dano para a viga V5D estar na metade da viga. Nesse ponto, o deslocamento para o segundo modo de vibração é aproximadamente igual a zero (Figura 6.325).

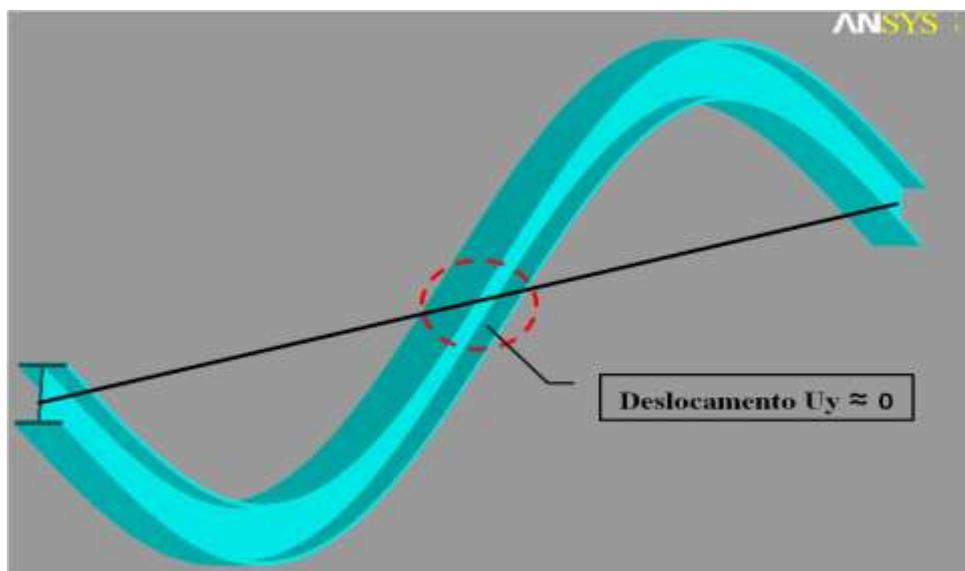


Figura 6.325- Deslocamento para o segundo modo de vibração $U_y \approx 0$ (ANSYS, 2007)..

Os deslocamentos nodais, obtidos nas diferentes situações de dano, foram exportados para o MATLAB e, em seguida, foram aplicados o método de interpolação Cubic-spline (Figuras 6.326, 6.328, 6.330, 6.332, 6.334, 6.336, 6.338 e 6.340), para obter uma maior quantidade de pontos e, em seguida, o método de regularização de Tikhonov

para acrescentar as variações ou mudanças geradas pela presença do dano (Figuras 6.327, 6.329, 6.331, 6.333, 6.335, 6.337, 6.339 e 6.341).



Figura 6.326 – Interpolação Modo 1 - viga V2D



Figura 6.327- Regularização Modo 1-viga V2D.



Figura 6.328 - Interpolação Modo 2- viga V2D.

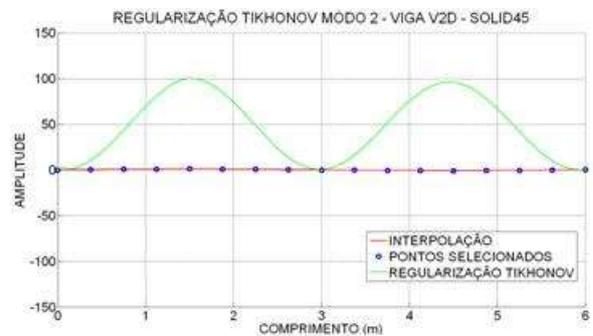


Figura 6.329- Regularização Modo 2-viga V2D.



Figura 6.330 - Interpolação Modo 1- viga V3D.



Figura 6.331- Regularização Modo 1-viga V3D.



Figura 6.332 - Interpolação Modo 2- viga V3D.

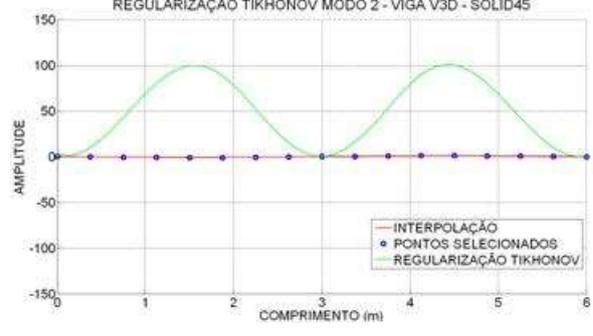


Figura 6.333- Regularização Modo 2- viga V2D.



Figura 6.334 - Interpolação Modo 1- viga V4D.



Figura 6.335- Regularização Modo 1- viga V4D.



Figura 6.336 - Interpolação Modo 2- viga V4D.



Figura 6.337- Regularização Modo 2- viga V4D.



Figura 6.338 - Interpolação Modo 1- viga V5D.



Figura 6.339- Regularização Modo 1- viga V5D.



Figura 6.340 - Interpolação Modo 3- viga V5D.



Figura 6.341- Regularização Modo 3- viga V5D.

6.4.2.1 - Resultados utilizando a resposta danificada

Para os dados obtidos com a regularização, foram aplicados a TDW e a TCW. Para a identificação do dano nos gráficos, apresentada na Tabela 6.14, em que se fez a correspondência da distância com o número do nó.

6.4.2.1.1 – TDW

Foram escolhidas as mesmas funções utilizadas na análise estática:

- Biortogonal - Bior6.8
- Reverse biortogonal– Rbio2.6
- Symlet - Sym6
- Coiflet - Ciof3
- Daubechies - Db5

A seguir são apresentados os resultados da TDW aplicada aos modos de vibração escolhidos, para as diferentes condições das vigas mostradas na Figura 6.3.

6.4.2.1.1.1 -Viga V2D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.342- TDW-Modo1 para a viga V2D usando bior6.8.



Figura 6.343- TDW-Modo1 para a viga V2D usando rbio2.6.



Figura 6.344- TDW-Modo1 para a viga V2D usando sym6.



Figura 6.345- TDW-Modo1 para a viga V2D usando coif3.



Figura 6.346- TDW-Modo1 para a viga V2D usando db5.

Segundo modo de vibração

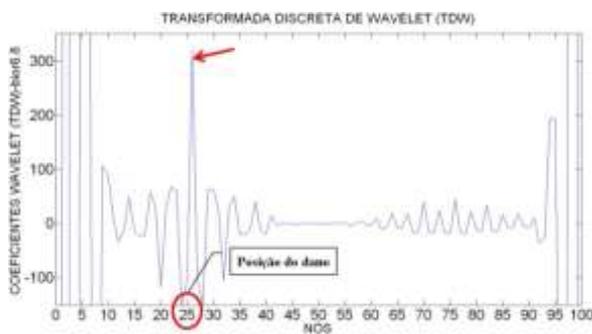


Figura 6.347- TDW-Modo1 para a viga V2D usando bior6.8.



Figura 6.348- TDW-Modo2 para a viga V2D usando rbio2.6.

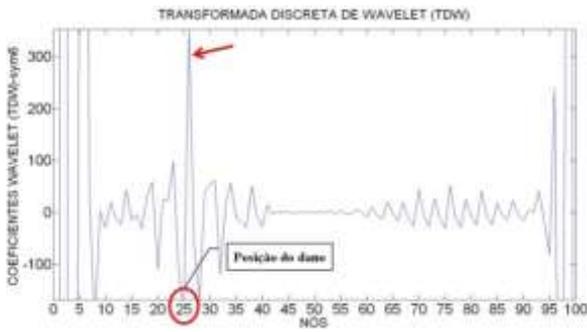


Figura 6.349- TDW-Modo2 para a viga V2D usando sym6.



Figura 6.350- TDW-Modo2 para a viga V2D usando coif3.

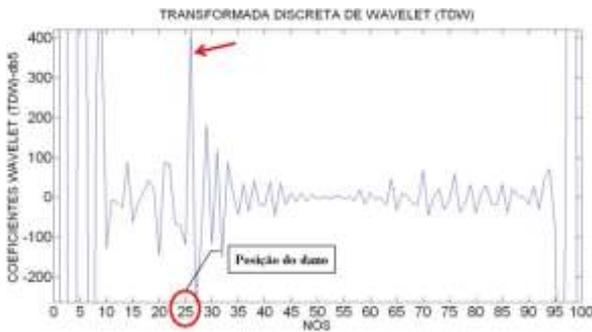


Figura 6.351- TDW-Modo2 para a viga V2D usando db5.

6.4.2.1.1.2 -Viga V3D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.352- TDW-Modo1 para a viga V3D usando bior6.8.



Figura 6.353- TDW-Modo1 para a viga V3D usando rbio2.6.



Figura 6.354- TDW-Modo1 para a viga V3D usando sym6.



Figura 6.355- TDW-Modo1 para a viga V3D usando coif3.

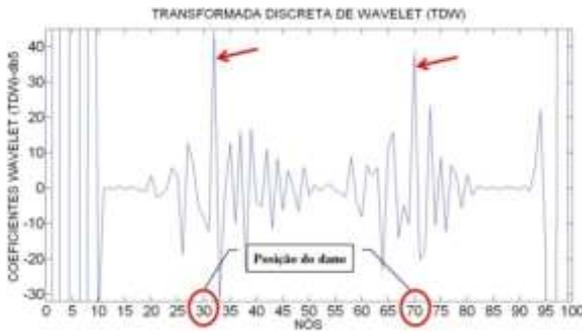


Figura 6.356- TDW-Modo1 para a viga V3D usando db5.

Segundo modo de vibração

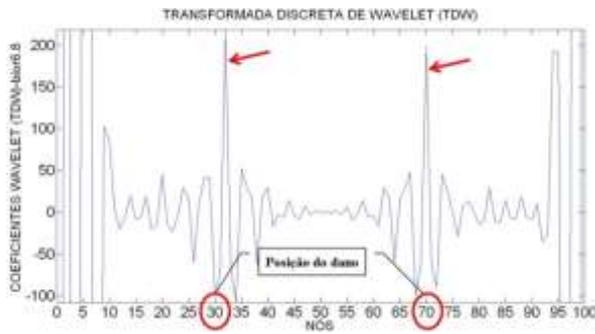


Figura 6.357- TDW-Modo2 para a viga V3D usando bior6.8.



Figura 6.358- TDW-Modo2 para a viga V3D usando rbio2.6.

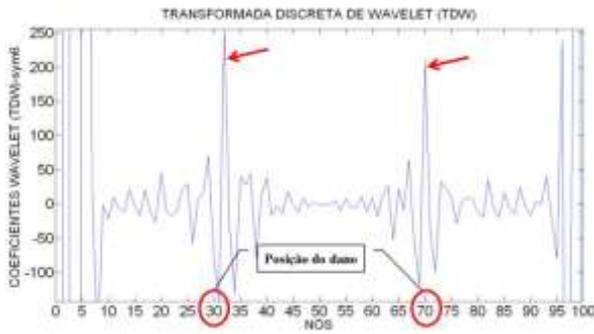


Figura 6.359- TDW-Modo2 para a viga V3D usando sym6.



Figura 6.360- TDW-Modo2 para a viga V3D usando coif3.

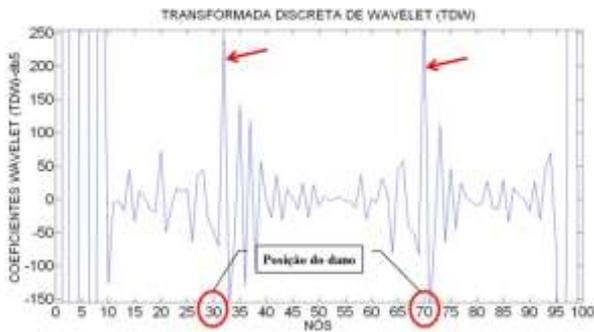


Figura 6.361- TDW-Modo2 para a viga V3D usando db5.

6.4.2.1.1.3 - Viga V4D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.362- TDW-Modo1 para a viga V4D usando bior6.8.

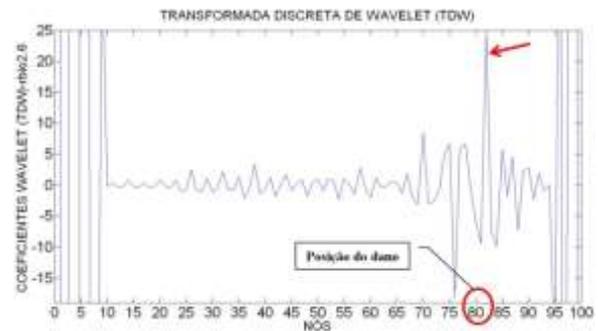


Figura 6.363- TDW-Modo1 para a viga V4D usando rbio2.6.



Figura 6.364- TDW-Modo1 para a viga V4D usando sym6.



Figura 6.365- TDW-Modo1 para a viga V4D usando coif3.



Figura 6.366- TDW-Modo1 para a viga V4D usando db5.

Segundo modo de vibração



Figura 6.367- TDW-Modo2 para a viga V4D usando bior6.8.



Figura 6.368- TDW-Modo2 para a viga V4D usando rbio2.6.

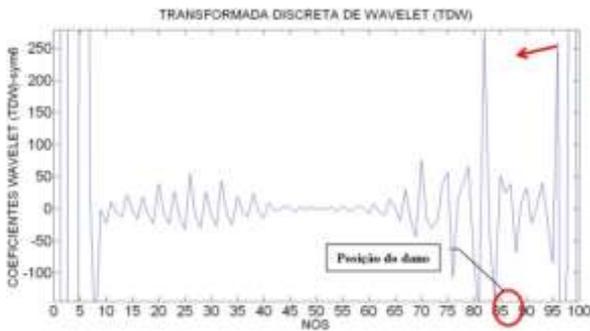


Figura 6.369- TDW-Modo2 para a viga V4D usando sym6.



Figura 6.370- TDW-Modo2 para a viga V4D usando coif3.



Figura 6.371- TDW-Modo2 para a viga V4D usando db5.

6.4.2.1.1.4 -Viga V5D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.372- TDW-Modo1 para a viga V5D usando bior6.8.



Figura 6.373- TDW-Modo1 para a viga V5D usando rbio2.6.



Figura 6.374- TDW-Modo1 para a viga V5D usando sym6.



Figura 6.375- TDW-Modo1 para a viga V5D usando coif3.



Figura 6.376- TDW-Modo1 para a viga V5D usando db5.

Terceiro modo de vibração



Figura 6.377- TDW-Modo3 para a viga V5D usando bior6.8.



Figura 6.378- TDW-Modo3 para a viga V5D usando rbio2.6.



Figura 6.379- TDW-Modo3 para a viga V5D usando sym6.



Figura 6.380- TDW-Modo3 para a viga V5D usando coif3.



Figura 6.381- TDW-Modo3 para a viga V5D usando db5.

Para a viga V2D, os gráficos, obtidos através da aplicação da TDW ao primeiro e ao segundo modo de vibração, foram capazes de identificar claramente a posição do dano, localizado no nó 25 a uma distância de 1,5m do apoio esquerdo (Figuras 6.342 a 6.351). Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos apresentaram perturbações nas extremidades devido à descontinuidade geométrica.

Os gráficos para a viga V3D (Figuras 6.352 a 6.361) alcançaram a maior amplitude em proximidades dos danos (nó 30 e nó 70). Já para a viga V4D (Figuras 6.362 a 6.371), pode-se observar que, na região do dano nas proximidades do nó 82, apresentaram-se perturbações devido ao dano, mas o melhor resultado foi obtido com o primeiro modo de vibração. Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se picos nos extremos, em decorrência da descontinuidade dos apoios.

Os gráficos para a viga V5D (Figuras 6.372 a 6.381) apresentaram também perturbações no local do dano (nó 50). O melhor resultado foi obtido com a função db5 aplicada ao primeiro modo de vibração.

6.4.2.1.2 –TCW

Para o cálculo dos coeficientes da TCW foram analisadas 52 funções wavelet-mãe, como na análise experimental e como na modelagem com o elemento BEAM3. As funções testadas, mostradas na Tabela 4.1, das 52 funções foram escolhidas as melhores. A TCW mostra dois tipos de gráficos para uma mesma função que são: o gráfico em 3-D e o gráfico em 2-D.

Igual à análise experimental, foram testados vários valores para a escala a , fornecendo melhores resultados na identificação do dano o valor $a = 50$. As quatro funções wavelet-mãe escolhidas são indicadas a seguir e, posteriormente, são mostrados os resultados obtidos.

- Daubechies - Db5
- Coiflet - Coif4
- Symlet - Sym8
- Gaussiana - Gaus8

A seguir são apresentados os resultados da TDW aplicada aos modos de vibração escolhidos, para as diferentes condições das vigas mostradas na Figura 6.3.

6.4.2.1.2.1 - Viga V2D

Primeiro modo de vibração

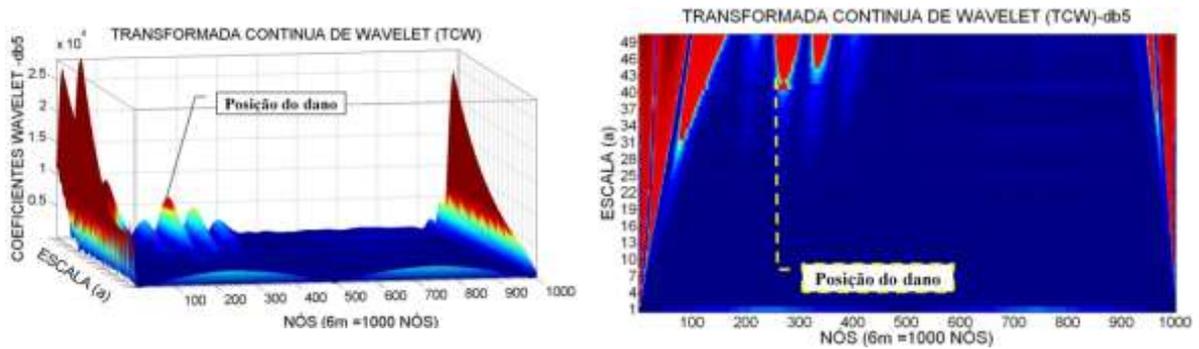


Figura 6.382- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando db5.

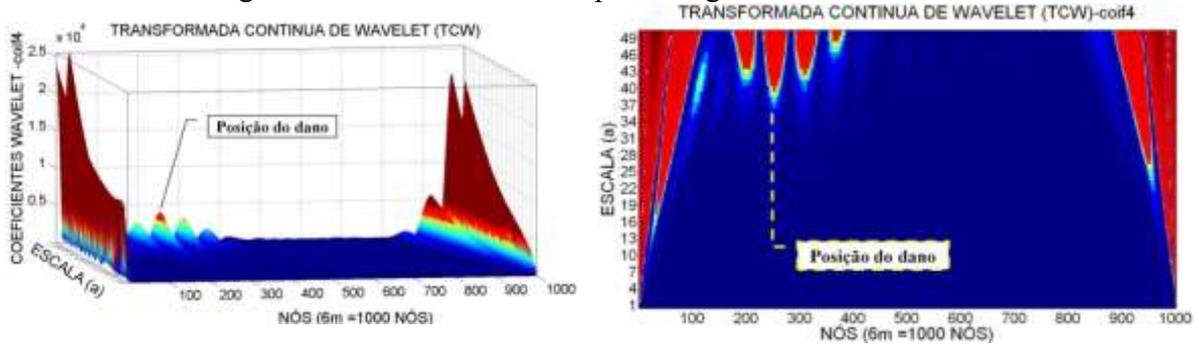


Figura 6.383- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando coif4.

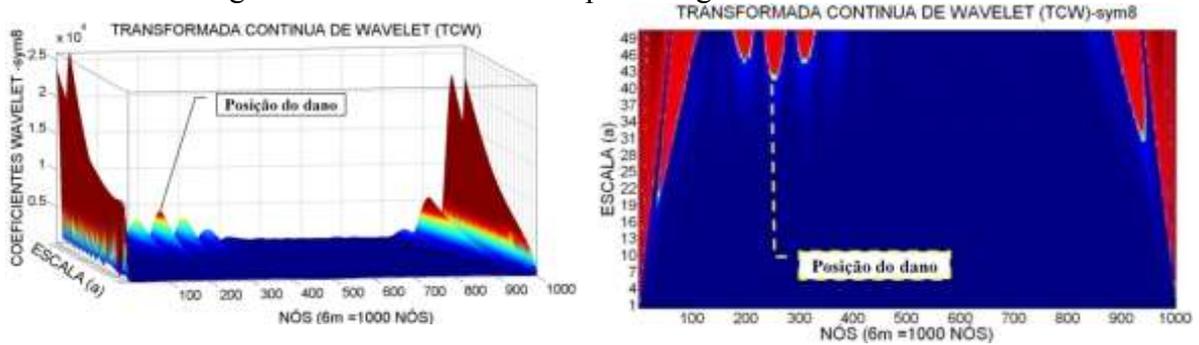


Figura 6.384 - TCW- Modo 1 para a viga V2D usando sym8.

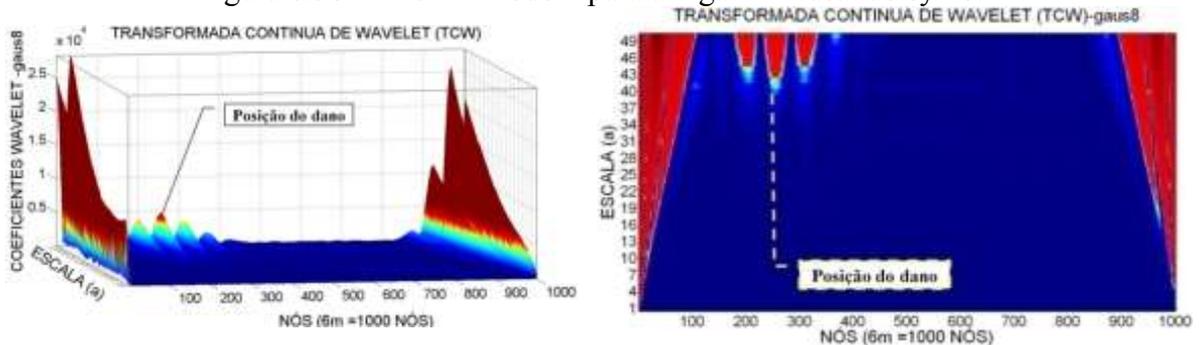


Figura 6.385- TCW- Modo 1 para a viga V2D usando gaus8.

Segundo modo de vibração

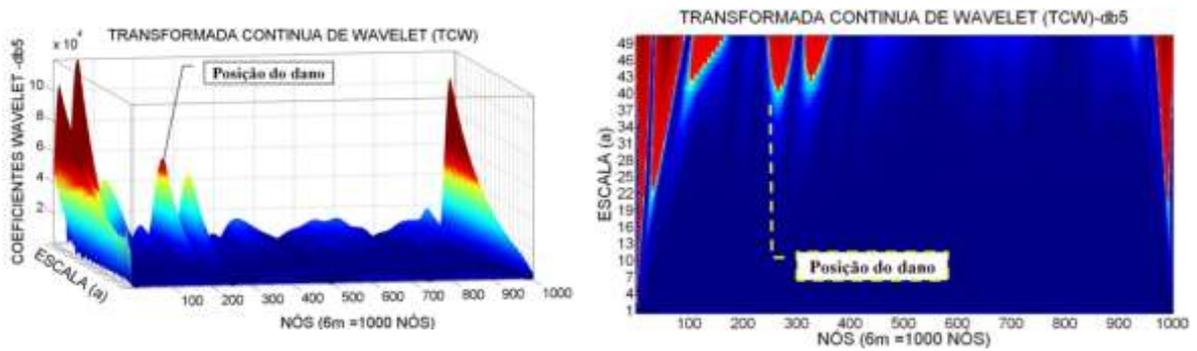


Figura 6.386- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando db5.

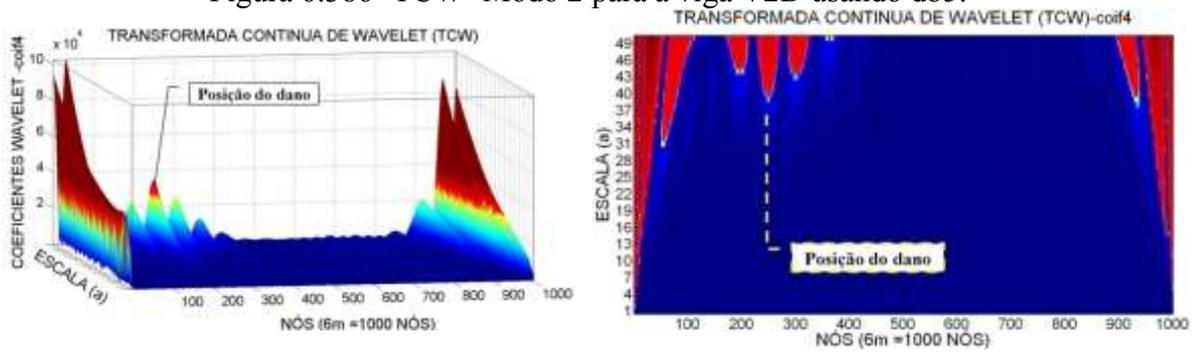


Figura 6.387- TCW- Modo 2 para a viga V2D usando coif4.

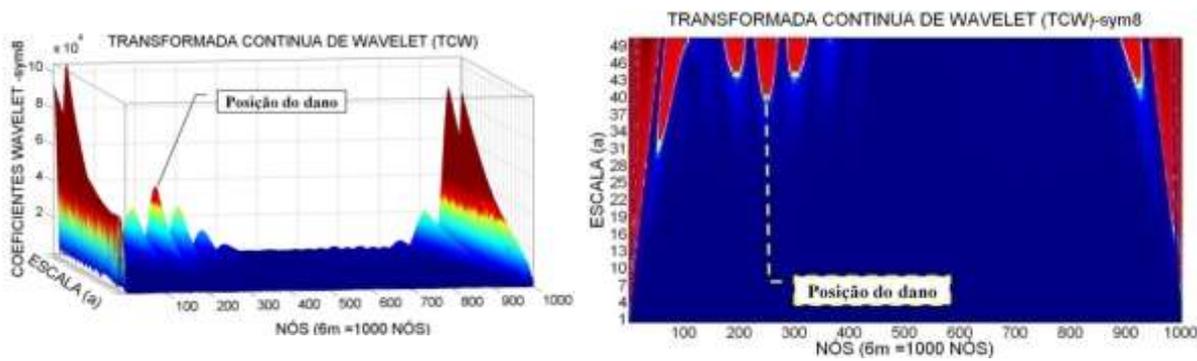


Figura 6.388- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando sym8.

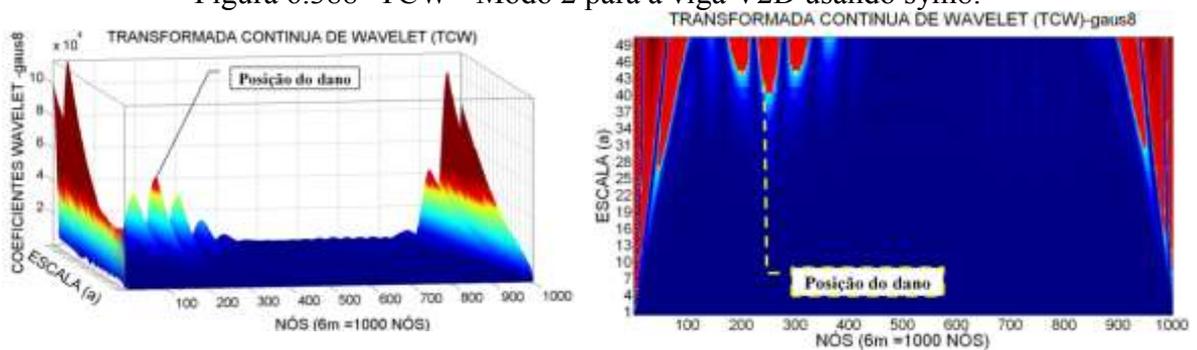


Figura 6.389- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando gaus8.

6.4.2.1.2.2 - Viga V3D

Primeiro modo de vibração

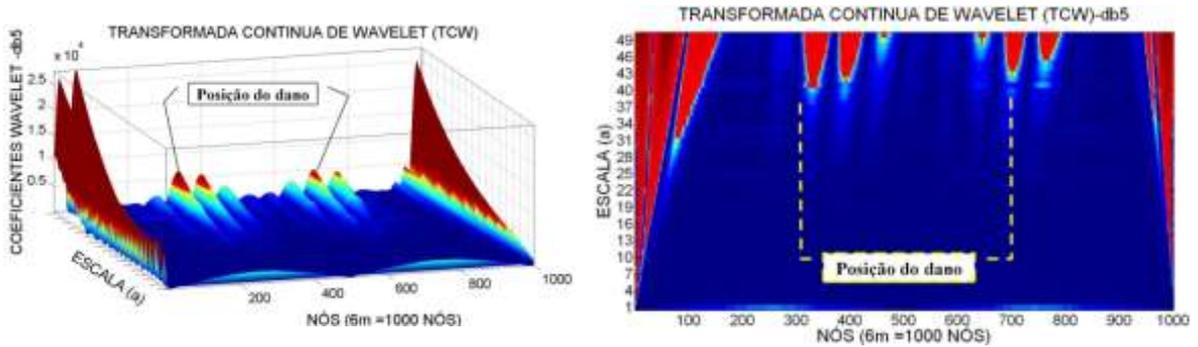


Figura 6.390- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando db5.

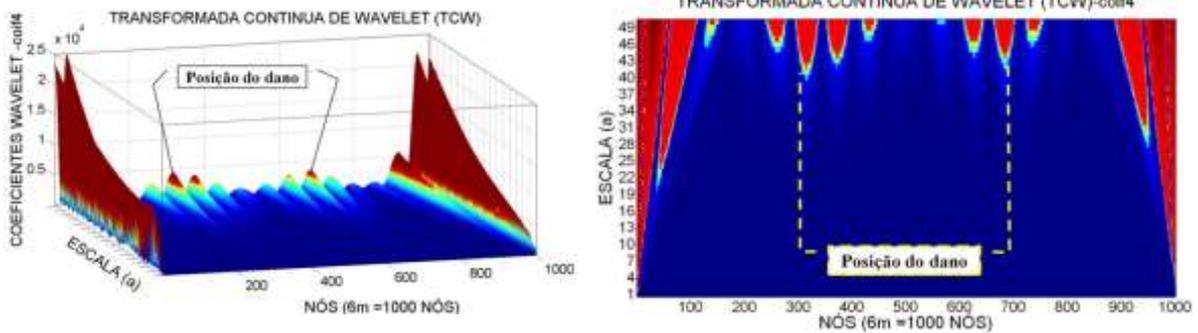


Figura 6.391- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando coif4.

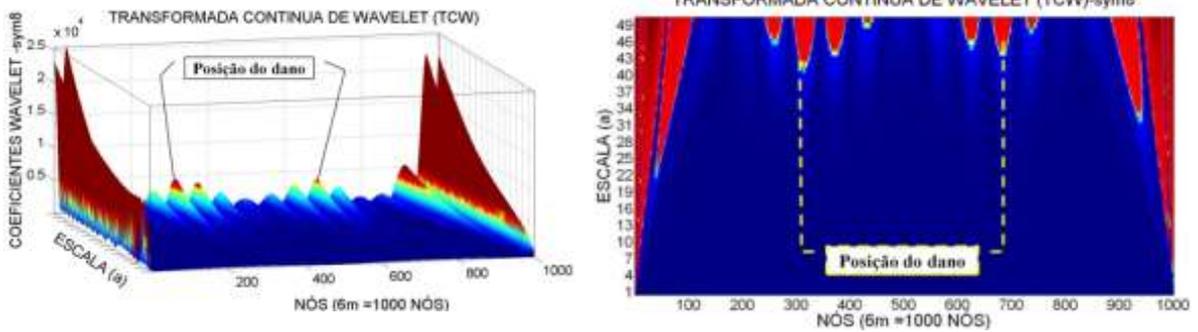


Figura 6.392- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando sym8.

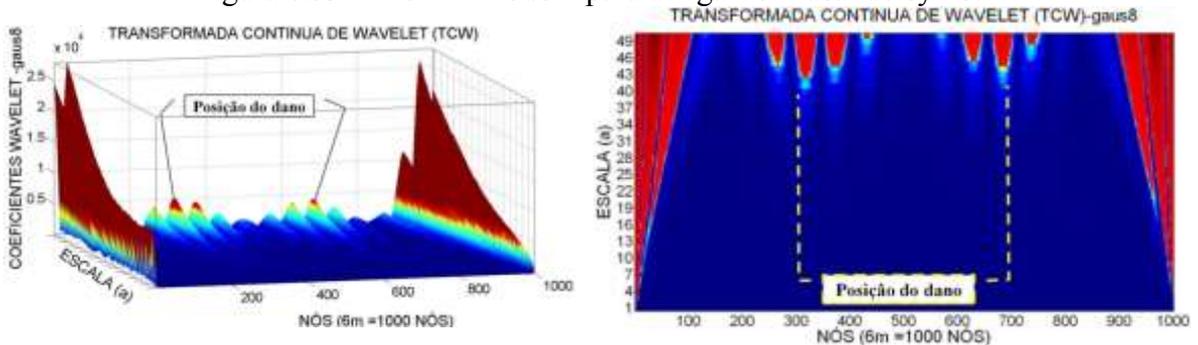


Figura 6.393 - TCW - Modo 1 para a viga V3D usando gaus8.

Segundo modo de vibração

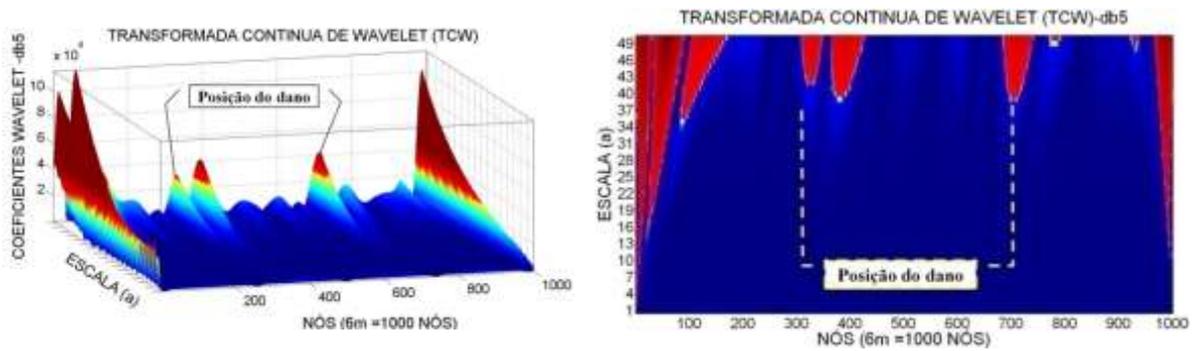


Figura 6.394- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando db5.

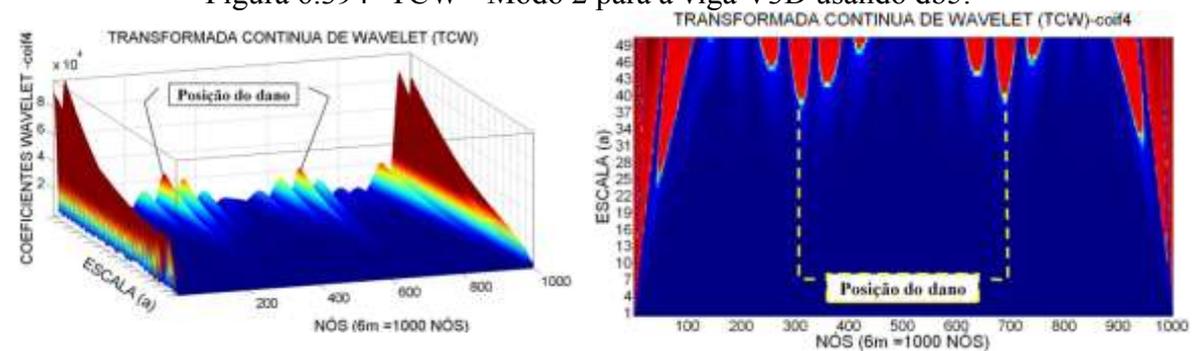


Figura 6.395- TCW - Modo2 para a viga V3D usando coif4.

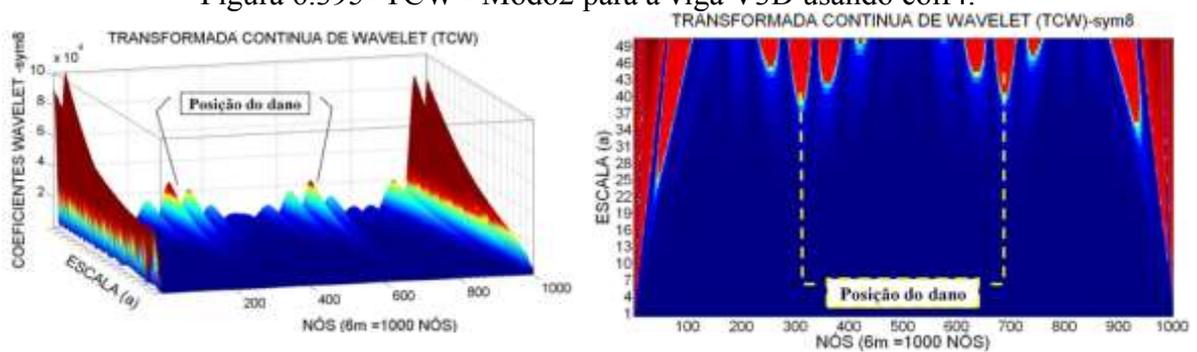


Figura 6.396- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando sym8.

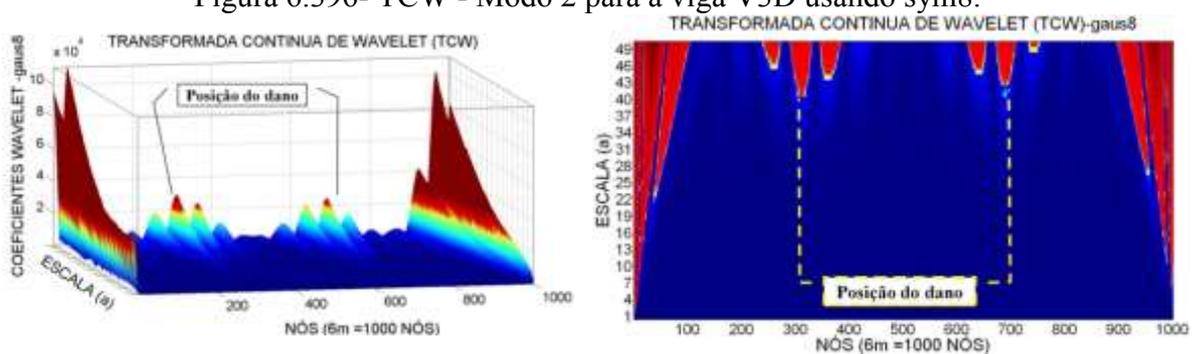


Figura 6.397- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando gaus8.

6.4.2.1.2.3 -Viga V4D

Primeiro modo de vibração

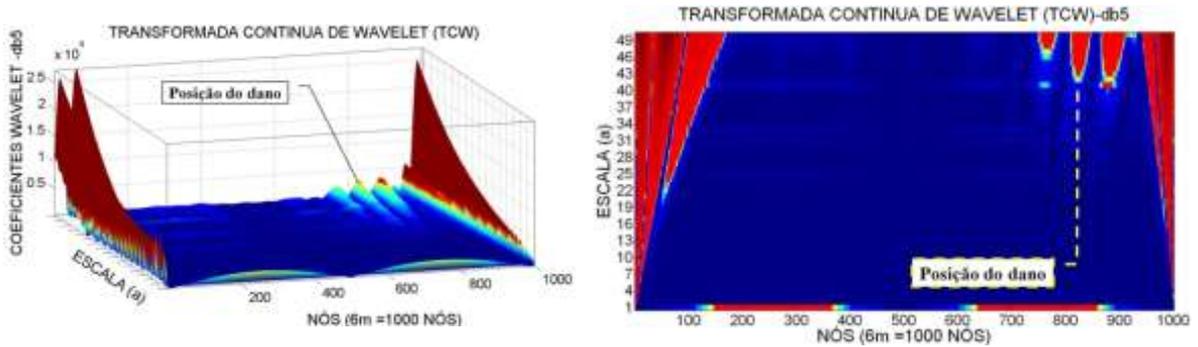


Figura 6.398- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando db5.

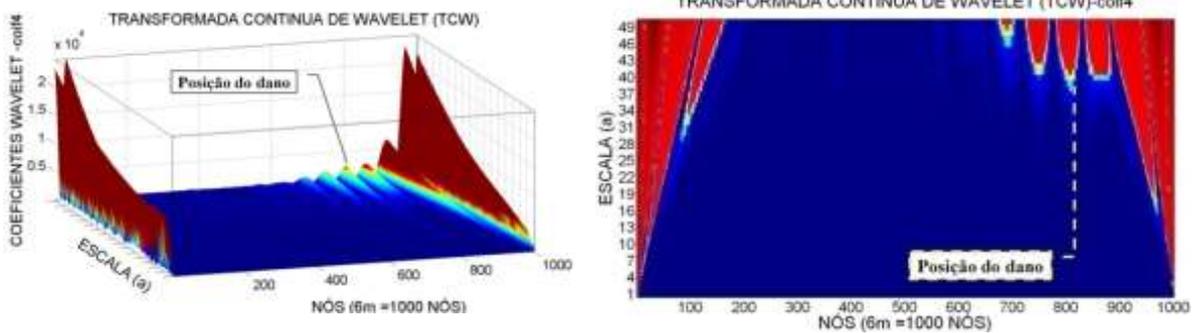


Figura 6.399- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando coif4.

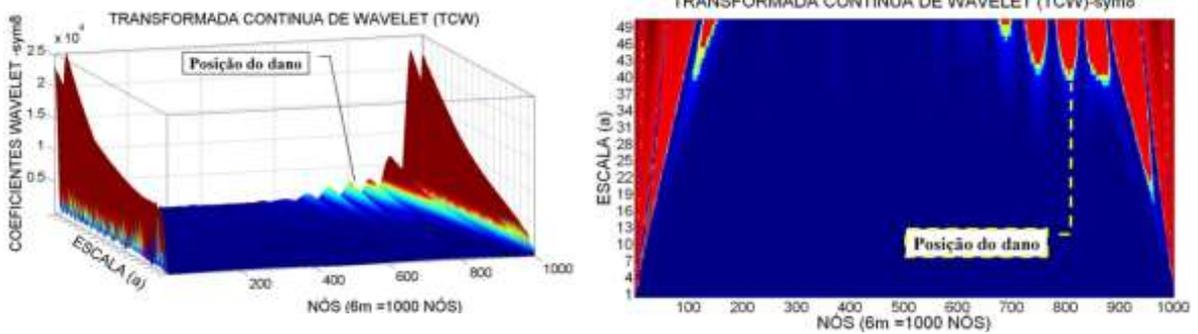


Figura 6.400- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando sym8.

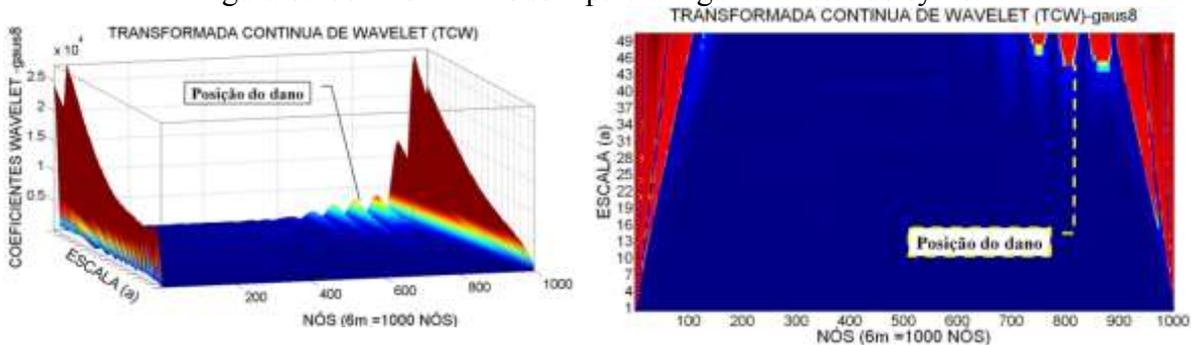


Figura 6.401- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando gaus8.

Segundo modo de vibração

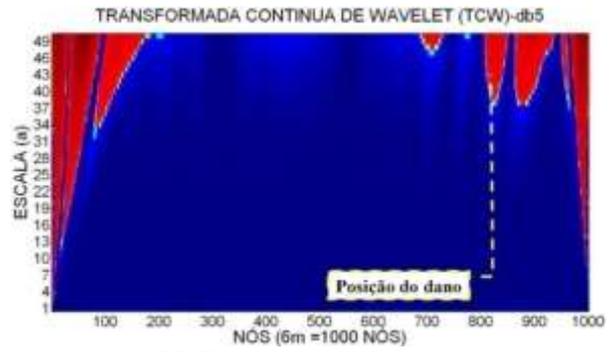
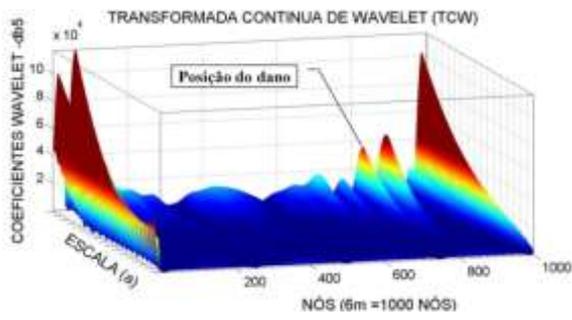


Figura 6.402- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando db5.

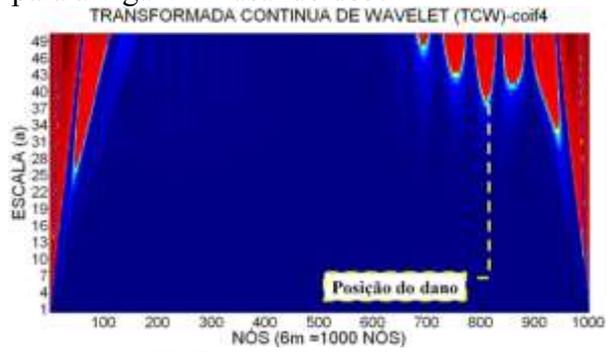
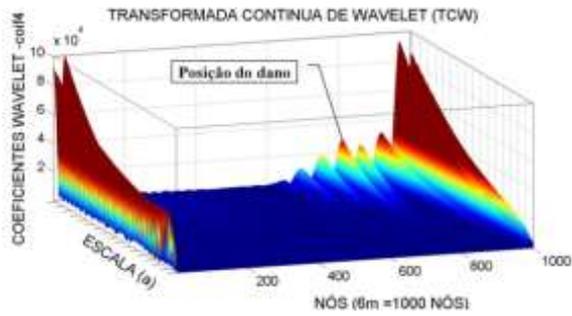


Figura 6.403- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando coif4.

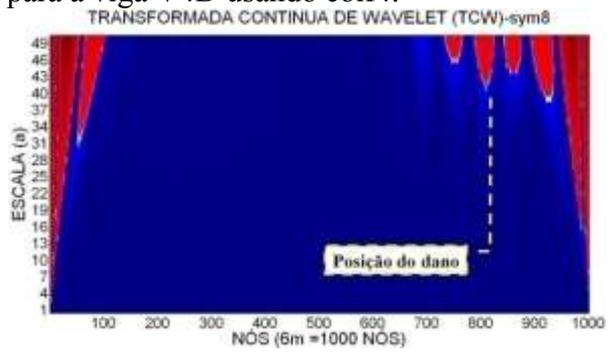
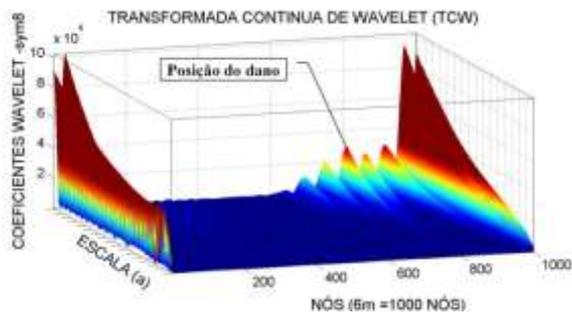


Figura 6.404- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando sym8.

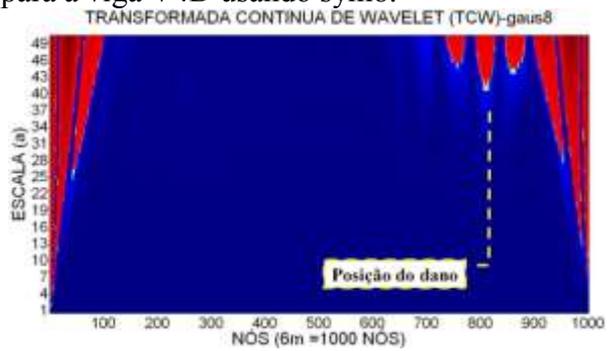
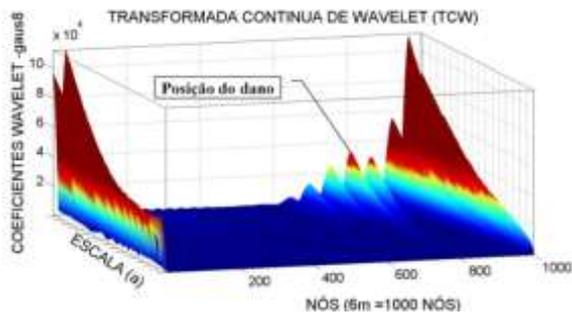


Figura 6.405- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando gaus8.

6.4.2.1.2.4 -Viga V5D

Primeiro modo de vibração

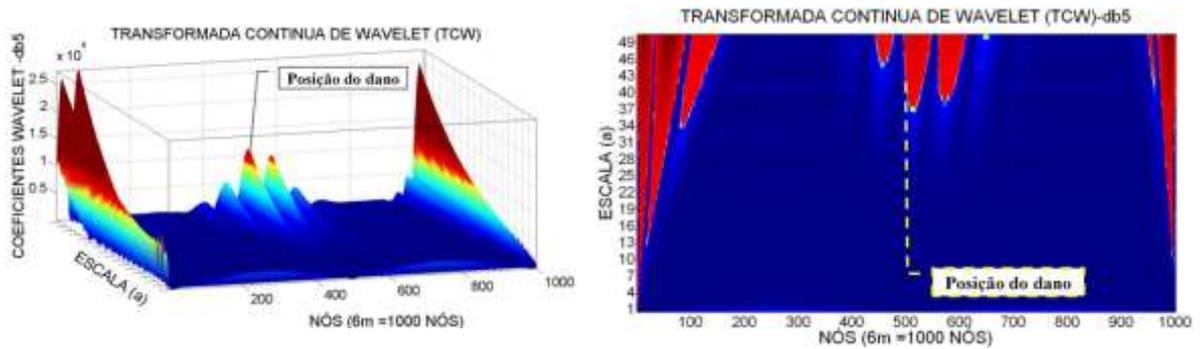


Figura 6.406- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando db5.

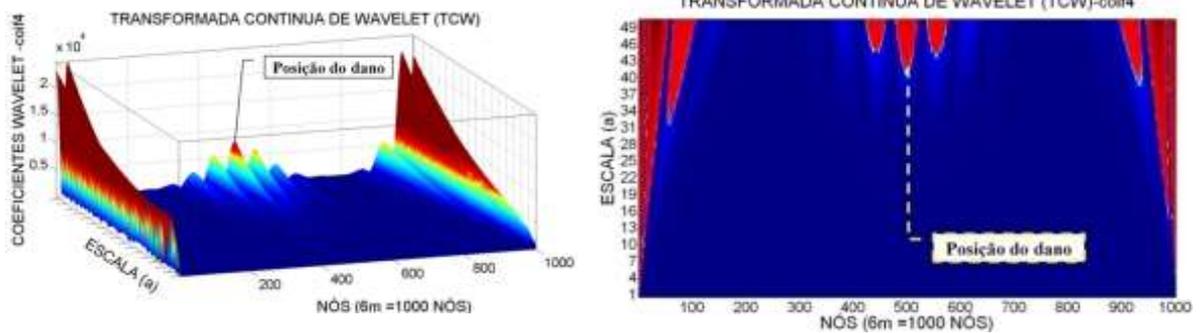


Figura 6.407- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando coif4.

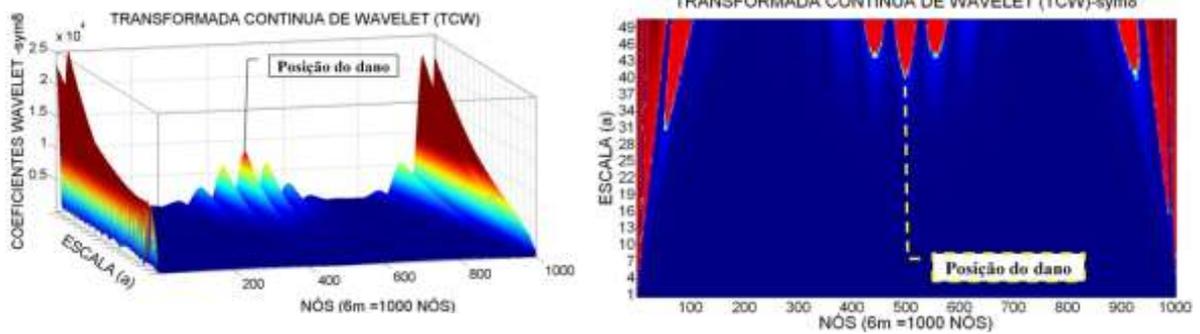


Figura 6.408- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando sym8.

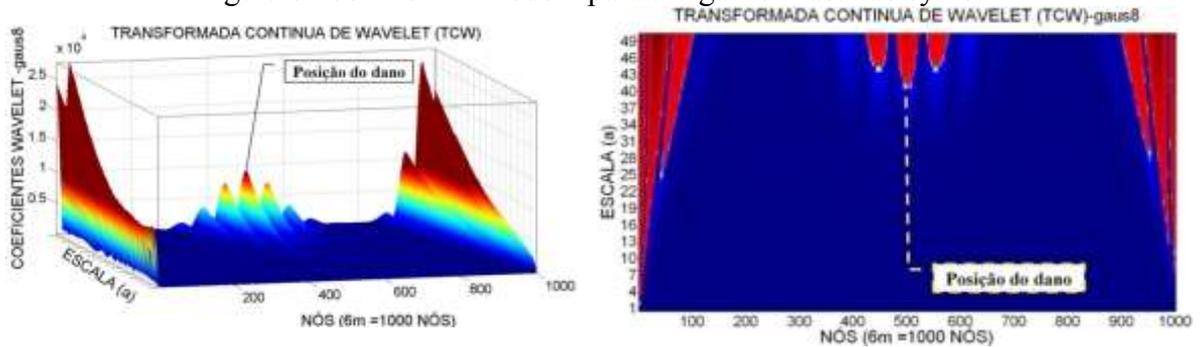


Figura 6.409- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando gaus8.

Terceiro modo de vibração

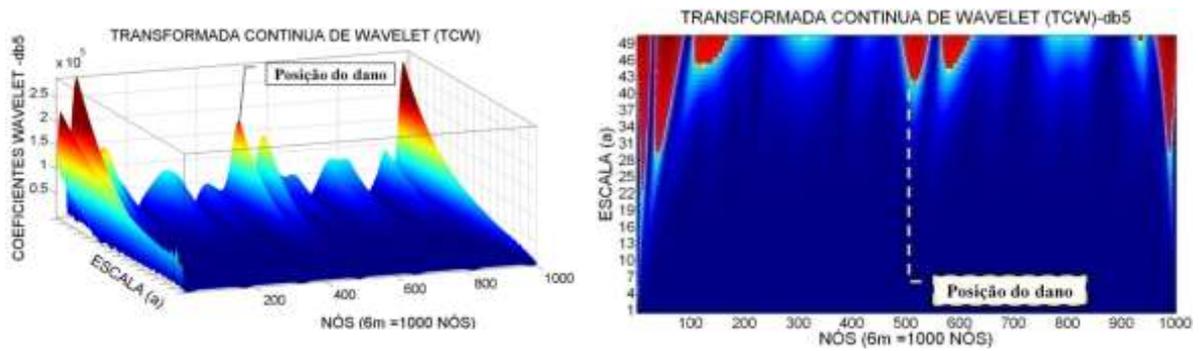


Figura 6.410- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando db5.

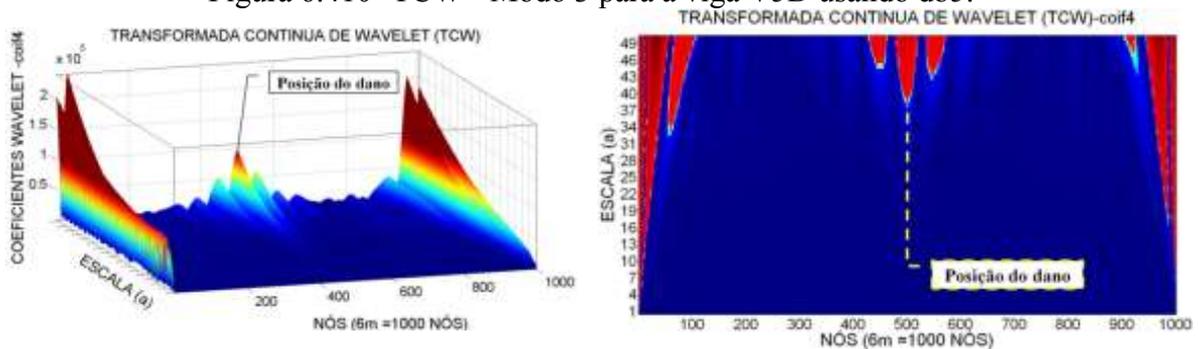


Figura 6.411- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando coif4.

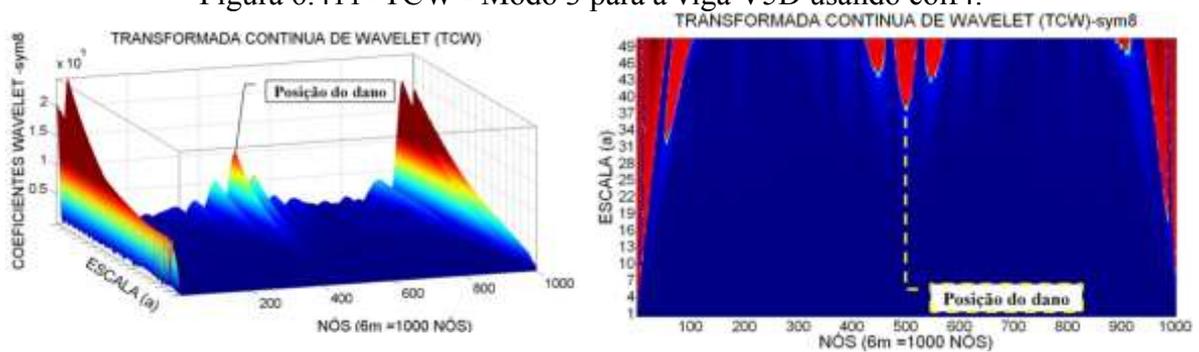


Figura 6.412- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando sym8.

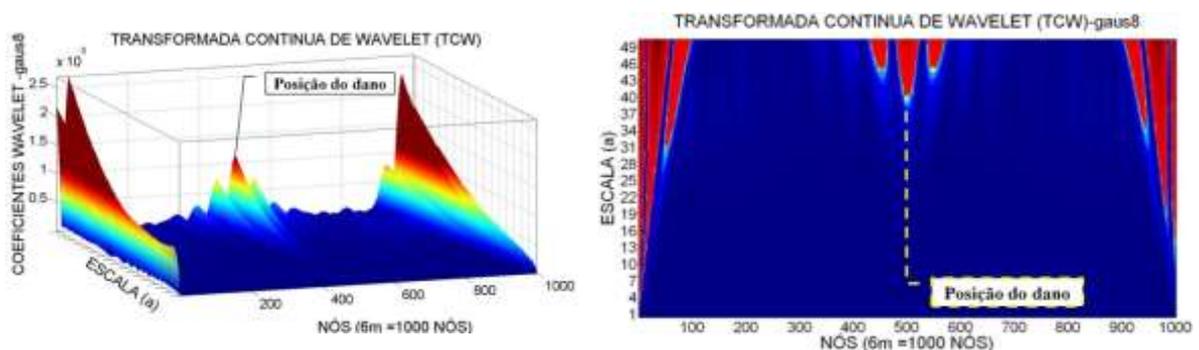


Figura 6.413- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando gauss8.

Os gráficos correspondentes à viga V2D, como o dano localizado no nó 250, resultado da aplicação da TDW ao primeiro e segundo modo de vibração, apresentaram perturbações perto do local danificado (Figuras 6.382 a 6.389). A função coif4 na Figura 6.383 mostra o melhor resultado, gerando um pico no nó 260 aproximadamente, afastado 4

em do dano. Para o segundo modo de vibração os picos gerados pelo dano são maiores do que no primeiro modo.

Os gráficos para a viga V3D (Figuras 6.390 s 6.397) alcançaram a maior amplitude em proximidade dos danos (nó 300 e nó 700). Os melhores resultados para esta viga foram obtidos como a função coif4 no primeiro e no segundo modo de vibração. A localização do dano foi mais exata no nó 700. No nó 300 as perturbações estiveram perto do nó 320.

Pode-se observar para a viga V4D (Figuras 6.398 a 6.405) que, na região do dano, nas proximidades do nó 820, apresentaram pequenas perturbações. O melhor resultado foi obtido com a função coif4 no primeiro e no segundo modo de vibração. Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se picos nos extremos devido à descontinuidade dos apoios.

Os gráficos para a viga V5D (Figuras 6.406 a 6.413) apresentaram também perturbações ao redor do local danificado (nó 500). O melhor resultado foi obtido com as funções coif4 e gaus8 para o primeiro e o terceiro modo de vibração. A função db5 não apresentou bons resultados para o terceiro modo de vibração. Todos os gráficos, em geral, apresentaram perturbações nos extremos, devido à descontinuidade geométrica dos apoios.

6.4.3 - Elemento SHELL63

Para a modelagem numérica, utilizando o elemento SHELL63, foram obtidos do programa ANSYS os primeiros quatro modos de vibração que só incluem deslocamentos verticais (na direção y). Na Tabela 6.18 são mostradas as frequências obtidas no programa para os diferentes casos de dano. Os dados mostram uma diminuição das frequências comparadas com a viga intacta.

Tabela 6.18- Frequências (Hz) obtidas no ANSYS para o elemento SHELL63.

FREQUÊNCIAS (Hz)						
i	ANALÍTICAS	NUMÉRICAS-ELEMENTO SHELL63				
	SEGUNDO BLEVINS	V1D	V2D	V3D	V4D	V5D
1	9,2109	9,7885	9,7614	9,7185	9,7728	9,7340
2	36,8435	38,8370	38,6250	38,4510	38,6630	38,8370
3	82,8980	86,1550	85,9320	86,0550	85,7150	85,7080
4	147,3742	149,1100	149,0900	148,6300	148,6900	149,1000

Comparando as frequências analíticas com as frequências da viga intacta, temos uma boa aproximação ao modelo.

Os gráficos correspondentes aos primeiros quatro modos de vibrações verticais, obtidos na modelagem numérica, são mostrados na Figura 6.414.

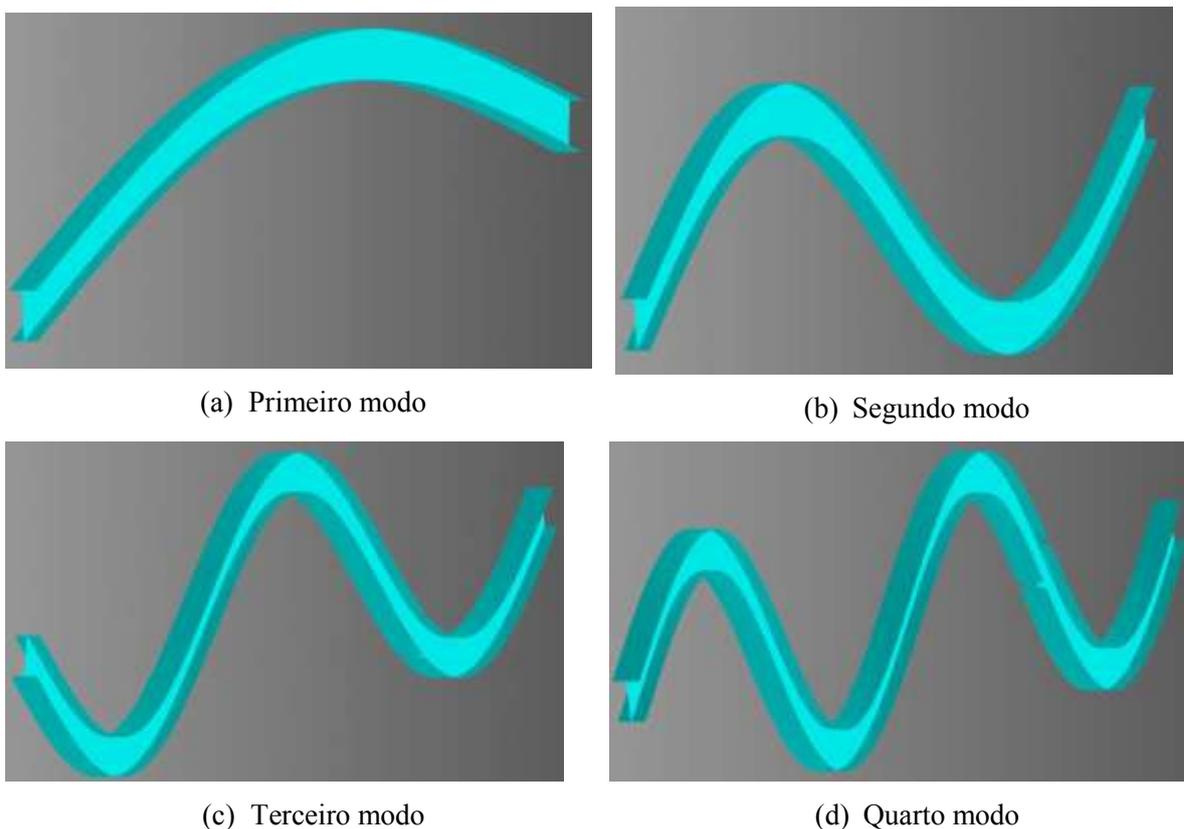


Figura 6.414- Modos de vibração verticais- modelagem elemento SHELL63 (ANSYS, 2007)..

As figuras seguintes (Figuras 6.415 a 6.419) mostram os gráficos dos primeiros quatro modos de vibração verticais correspondentes para cada viga.

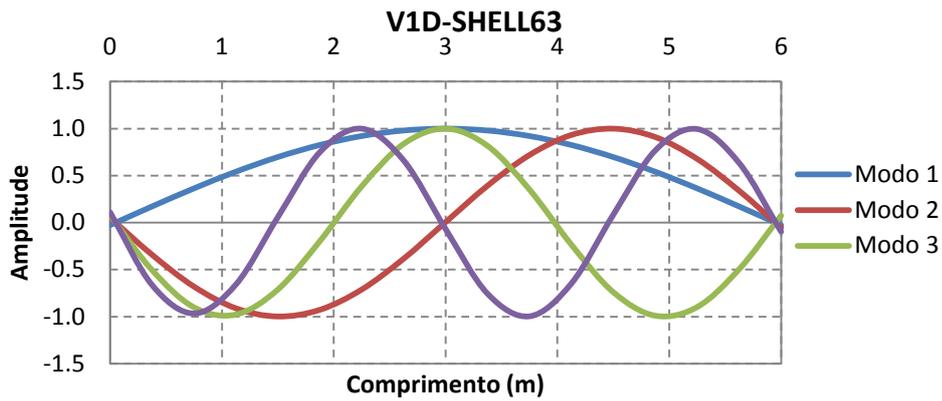


Figura 6.415- Modo de vibração para a viga V1D- elemento SHELL63.

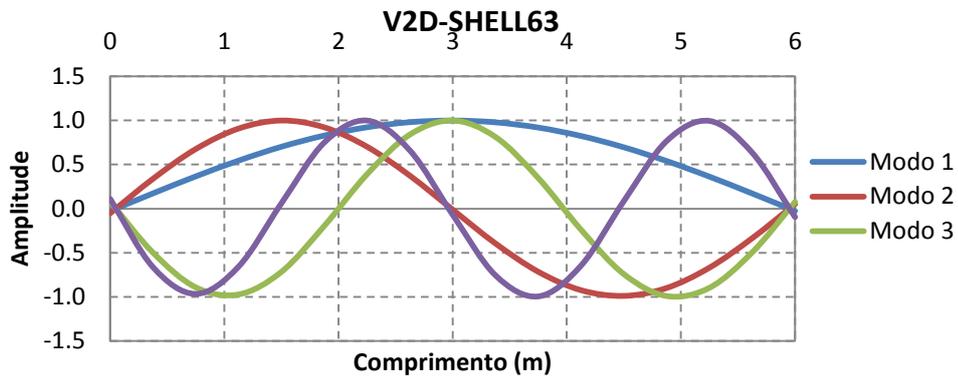


Figura 6.416- Modo de vibração para a viga V2D - elemento SHELL63.

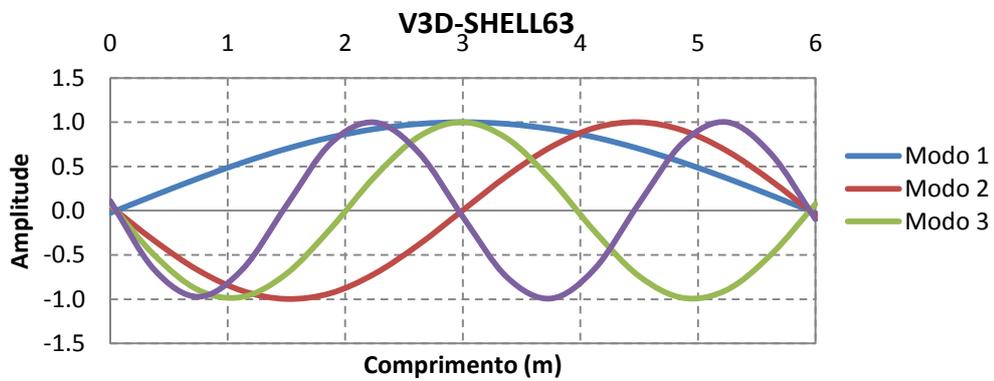


Figura 6.417- Modo de vibração para a viga V3D- elemento SHELL63.

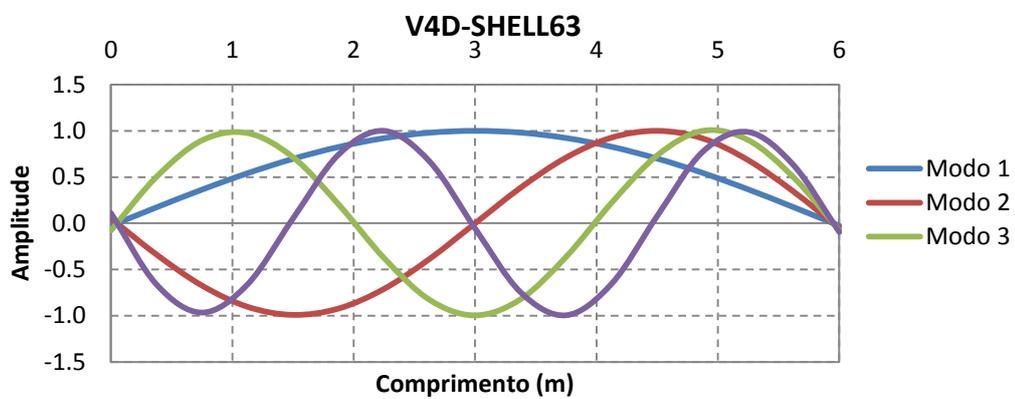


Figura 6.418- Modo de vibração para a viga V4D- elemento SHELL63.

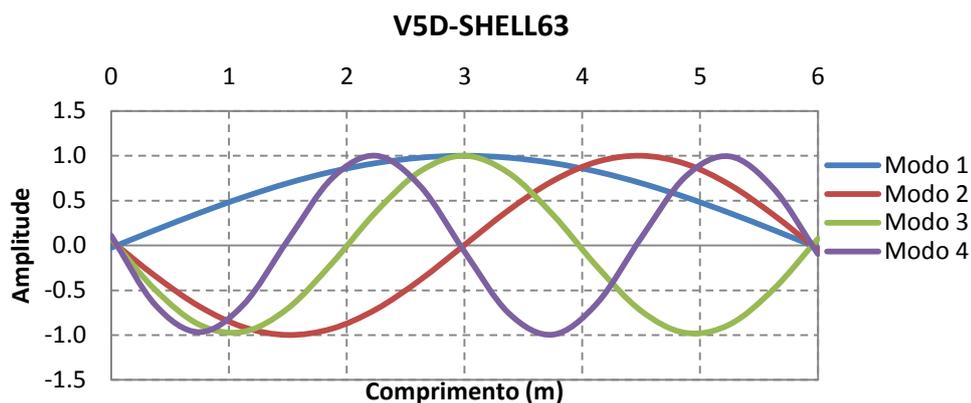


Figura 6.419 - Modo de vibração para a viga V5D- elemento SOLID45.

Os modos de vibração nas diferentes situações de dano foram exportados para o MATLAB: no caso das vigas V2D, V3D, V4D, foram utilizados o primeiro e o segundo modo de vibração, e no caso da viga V5D, foram utilizados o primeiro e o terceiro modo de vibração, devido à localização do dano para a viga V5D estar na metade da viga. Nesse ponto, o deslocamento para o segundo modo de vibração é zero (Figura 6.420).

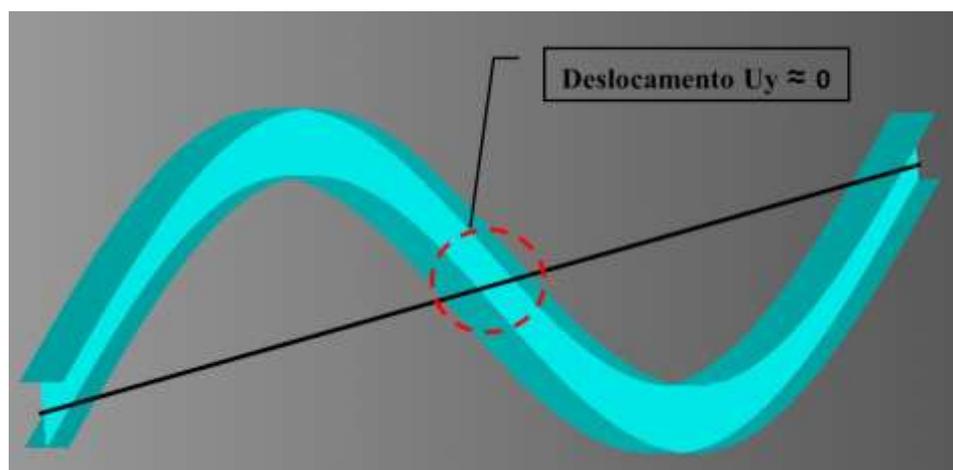


Figura 6.420- Deslocamento para o segundo modo de vibração $U_y \approx 0$ (ANSYS, 2007)..

Os deslocamentos nodais, obtidos nas diferentes situações de dano, foram exportados para o MATLAB e, em seguida, foram aplicados o método de interpolação Cubic-spline (Figuras 6.241, 6.243, 6.245, 6.247, 6.249, 6.431, 6.433 e 6.435), para obter uma maior quantidade de pontos e, logo após, foi aplicado o método de regularização de Tikhonov para acrescentar as variações ou mudanças geradas pelo dano (Figuras 6.422, 6.424, 6.426, 6.428, 6.430, 6.432, 6.434 e 6.436).



Figura 6.421- Interpolação Modo1 - viga V2D.



Figura 6.422- Regularização Modo 1-viga V2D.



Figura 6.423- Interpolação Modo2 - viga V2D.

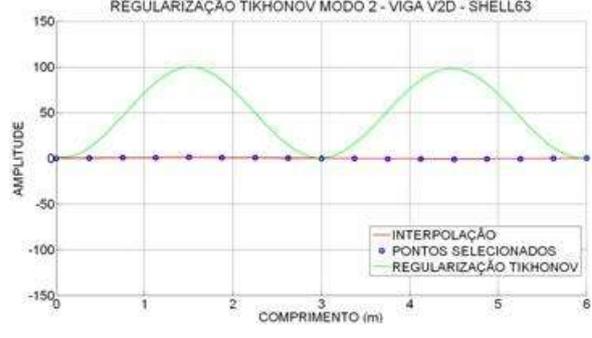


Figura 6.424- Regularização Modo 2-viga V2D.



Figura 6.425- Interpolação Modo1-viga V3D.



Figura 6.426- Regularização Modo 1-viga V3D.



Figura 6.427- Interpolação Modo2 - viga V3D.

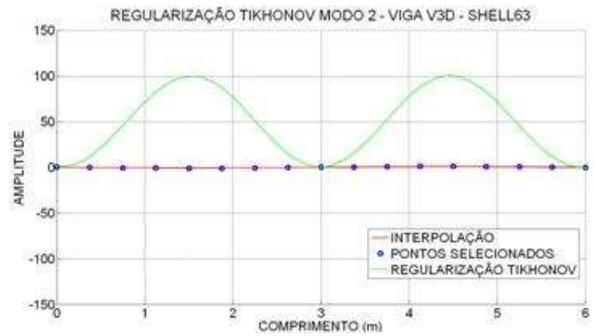


Figura 6.428- Regularização Modo 2-viga V3D.



Figura 6.429- Interpolação Modo1 - viga V4D.

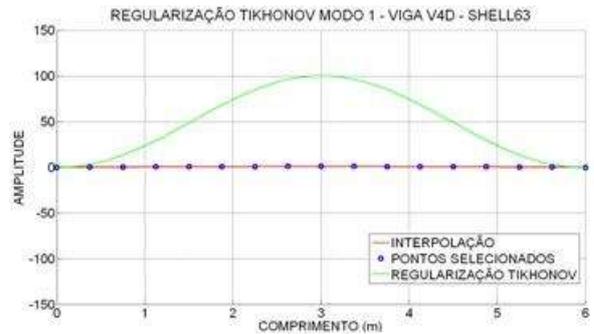


Figura 6.430- Regularização Modo 1-viga V4D.



Figura 6.431- Interpolação Modo2 - viga V4D.



Figura 6.432- Regularização Modo 2-viga V4D.



Figura 6.433- Interpolação Modo1 - viga V5D.

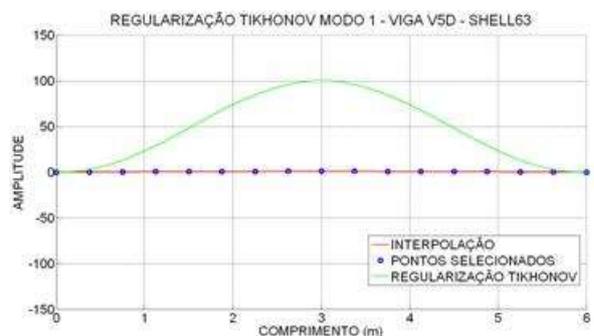


Figura 6.434- Regularização Modo 1-viga V5D.



Figura 6.435- Interpolação Modo3 - viga V5D. Figura 6.436- Regularização Modo 3-viga V5D.

6.4.3.1 -Resultados utilizando a resposta danificada

Para os dados obtidos com a regularização foram aplicados a TDW e a TCW. Para a identificação do dano nos gráficos, apresentada na Tabela 6.14, em que se fez a correspondência da distância com o numero do nó.

6.4.3.1.1 – TDW

Foram escolhidas as mesmas funções utilizadas na análise estática:

- Biortogonal - Bior6.8
- Reverse biortogonal– Rbio2.6
- Symlet - Sym6
- Coiflet - Ciof3
- Daubechies - Db5

A seguir são apresentados os resultados da TDW aplicada aos modos de vibração escolhidos, para as diferentes condições das vigas mostradas na Figura 6.3.

6.4.3.1.1.1 -Viga V2D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.437- TDW-Modo1 para a viga V2D usando bior6.8.



Figura 6.438- TDW-Modo1 para a viga V2D usando rbio2.6.



Figura 6.439- TDW-Modo1 para a viga V2D usando sym6.



Figura 6.440- TDW-Modo1 para a viga V2D usando coif3.

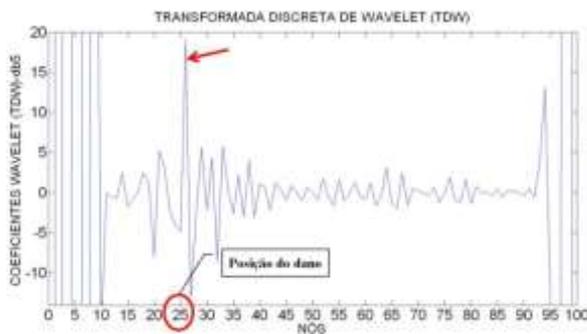


Figura 6.441- TDW-Modo1 para a viga V2D usando db5.

Segundo modo de vibração

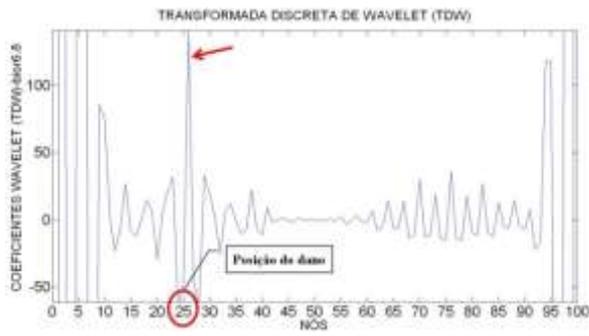


Figura 6.442- TDW-Modo2 para a viga V2D usando bior6.8.



Figura 6.443- TDW-Modo2 para a viga V2D usando rbio2.6.



Figura 6.444- TDW-Modo2 para a viga V2D usando sym6.

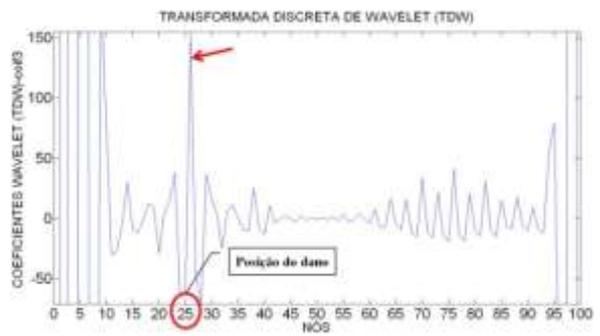


Figura 6.445- TDW-Modo2 para a viga V2D usando coif3.



Figura 6.446- TDW-Modo2 para a viga V2D usando db5.

6.4.3.1.1.2 - Viga V3D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.447- TDW-Modo1 para a viga V3D usando bior6.8.



Figura 6.448- TDW-Modo1 para a viga V3D usando rbio2.6.

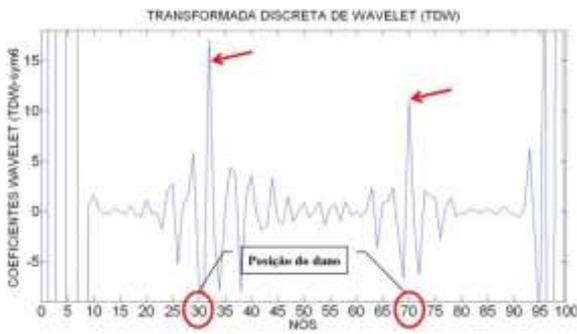


Figura 6.449- TDW-Modo1 para a viga V3D usando sym6.

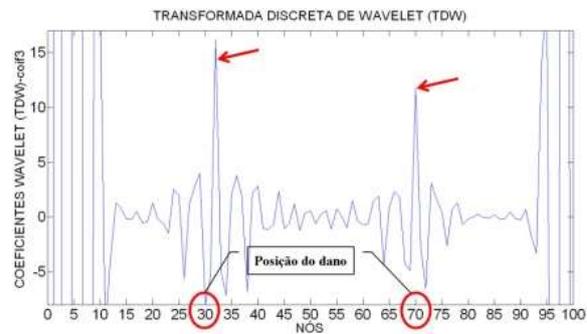


Figura 6.450- TDW-Modo1 para a viga V3D usando coif3.

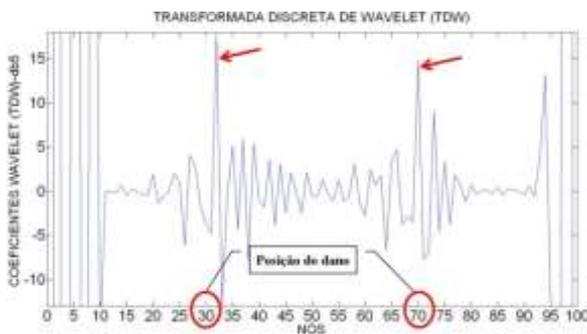


Figura 6.451- TDW-Modo1 para a viga V3D usando db5.

Segundo modo de vibração



Figura 6.452- TDW-Modo2 para a viga V3D usando bior6.8.

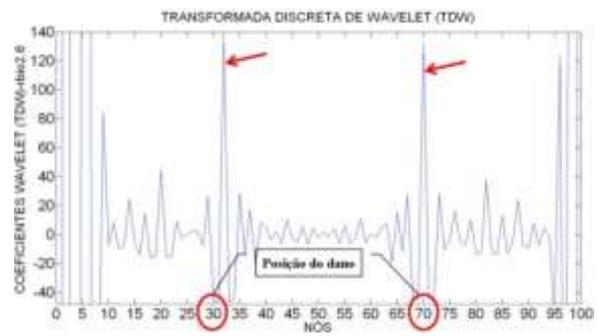


Figura 6.453- TDW-Modo2 para a viga V3D usando rbio2.6.

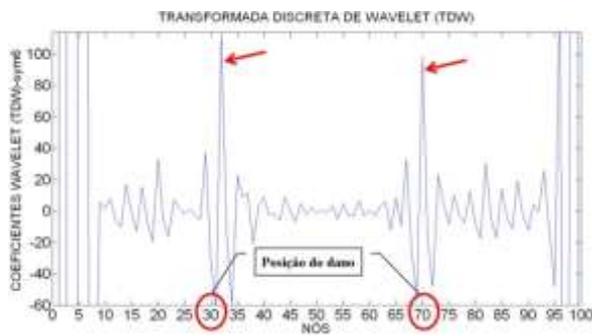


Figura 6.454- TDW-Modo2 para a viga V3D usando sym6.

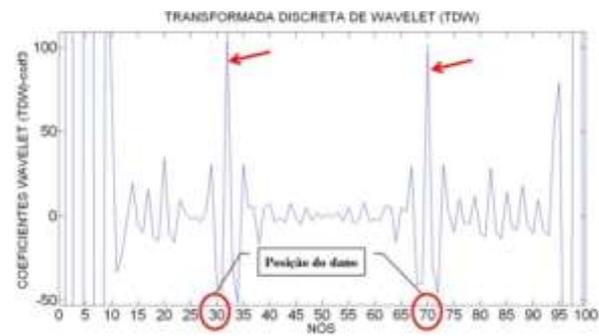


Figura 6.455- TDW-Modo2 para a viga V3D usando coif3.



Figura 6.456- TDW-Modo2 para a viga V3D usando db5.

6.4.3.1.1.3 -Viga V4D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.457- TDW-Modo1 para a viga V4D usando bior6.8.



Figura 6.458- TDW-Modo1 para a viga V4D usando rbio2.6.



Figura 6.459- TDW-Modo1 para a viga V4D usando sym6.



Figura 6.460- TDW-Modo1 para a viga V4D usando coif3.

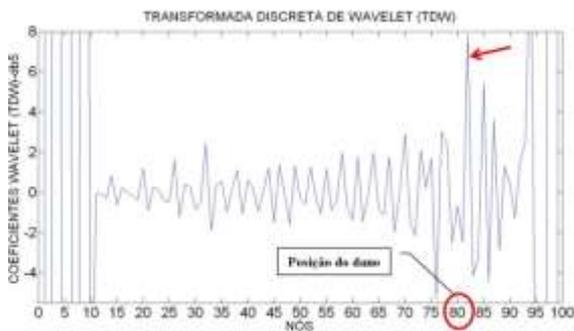


Figura 6.461- TDW-Modo1 para a viga V4D usando db5.

Segundo modo de vibração

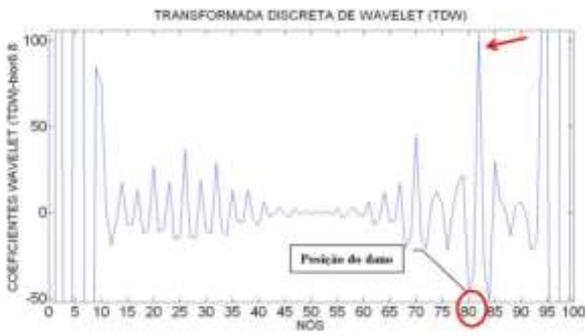


Figura 6.462- TDW-Modo2 para a viga V4D usando bior6.8.

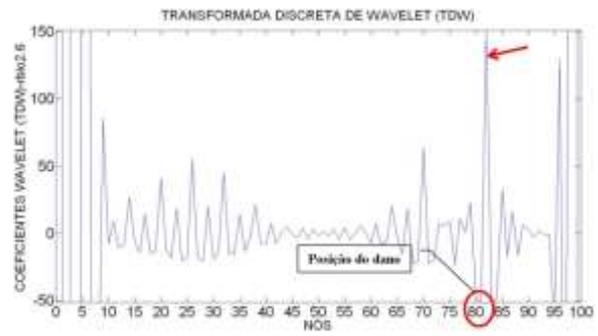


Figura 6.463- TDW-Modo2 para a viga V4D usando rbio2.6.

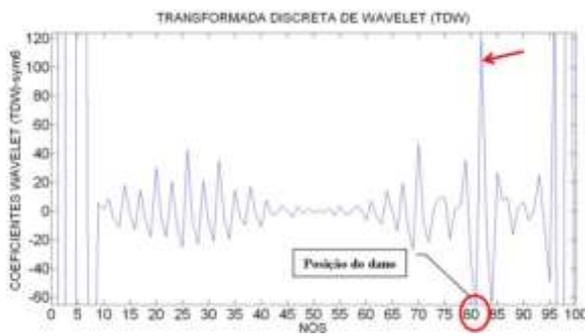


Figura 6.464- TDW-Modo2 para a viga V4D usando sym6.

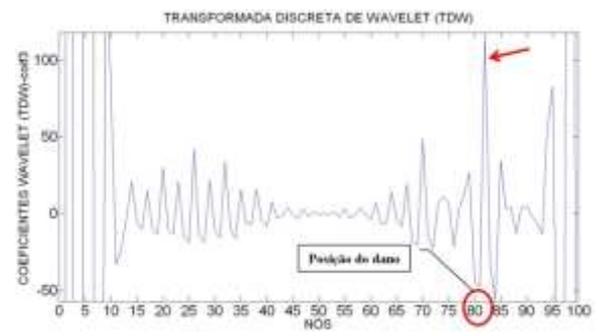


Figura 6.465- TDW-Modo2 para a viga V4D usando coif3.



Figura 6.466- TDW-Modo2 para a viga V4D usando db5.

6.4.3.1.1.4 - Viga V5D

Primeiro modo de vibração



Figura 6.467- TDW-Modo1 para a viga V5D usando bior6.8.



Figura 6.468- TDW-Modo1 para a viga V5D usando rbio2.6.



Figura 6.469- TDW-Modo1 para a viga V5D usando sym6.



Figura 6.470- TDW-Modo1 para a viga V5D usando coif3.



Figura 6.471- TDW-Modo1 para a viga V5D usando db5.

Terceiro modo de vibração



Figura 6.472- TDW-Modo3 para a viga V5D usando bior6.8.



Figura 6.473- TDW-Modo3 para a viga V5D usando rbio2.6.



Figura 6.474- TDW-Modo3 para a viga V5D usando sym6.



Figura 6.475- TDW-Modo3 para a viga V5D usando coif3.



Figura 6.476- TDW-Modo3 para a viga V5D usando db5.

Na situação da viga V2D, com o dano localizado no nó 25 (1,5 m do apoio esquerdo), os gráficos dos coeficientes wavelet, utilizando as funções escolhidas (Figuras 6.437 a 6.446), foram capazes de detectar a localização do dano através de elevados picos na região danificada, exatamente no nó 26 apresentam maior pico, afastado 4 cm do dano. Além das perturbações geradas pelo dano, as wavelet geraram perturbações nas

extremidades muito maiores, devido às descontinuidades geométricas nos apoios. Os gráficos também apresentaram perturbações para o segundo modo entre o nó 65 e 95.

Pode-se observar para a viga V3D, com dois locais do dano, localizados no nó 30 e no nó 70 (1,8 m e 4.2 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de detectar a localização dos dois danos: para o dano localizado no nó 30, as wavelet geraram picos altos, perto do nó 32 afastado 12 cm do local de dano; e para o dano localizado no nó 70, as wavelet geraram o pico ao redor do nó 70 (Figuras 6.447 a 6.456). Além das perturbações geradas pelo dano, têm-se as perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades geométricas nos apoios.

Para a viga V4D com o local do dano, entre o nó 81 e 82 (4.875m afastado do apoio esquerdo), os coeficientes gerados pelas funções wavelet-mãe escolhidas foram capazes de identificar o dano, gerando perturbações no nó 82 (Figuras 6.457 a 6.466), além das perturbações geradas pelo dano. Igual aos casos anteriores, esses gráficos apresentaram perturbações nos extremos, devido à descontinuidade geométrica dos apoios.

Na viga V5D (Figuras 6.467 a 6.476), pode-se observar que, na região do dano nas proximidades do nó 50, os gráficos apresentaram uma perturbação. Essa perturbação aconteceu no intervalo do nó 45 a o nó 55 para o primeiro modo de vibração, e para o terceiro modo de vibração, a identificação do dano é menos visível. Os maiores picos são apresentados nas extremidades, devido à descontinuidade dos apoios. O melhor resultado para este caso é a função db5 para o primeiro modo de vibração.

6.4.3.1.2 – TCW

Igual à análise experimental, foram testados vários valores para a escala a , obtendo melhores resultados na identificação do dano o valor $a = 50$. As quatro funções wavelet-mãe escolhidas são dadas abaixo. Logo após, são mostrados os resultados obtidos.

- Daubechies - Db5
- Coiflet - Coif4
- Symlet - Sym8
- Gaussiana - Gaus8

Logo abaixo são apresentados os resultados da TDW aplicada aos modos de vibração escolhidos, para as diferentes condições das vigas mostradas na Figura 6.3.

6.4.3.1.2.1 - Viga V2D

Primeiro modo de vibração

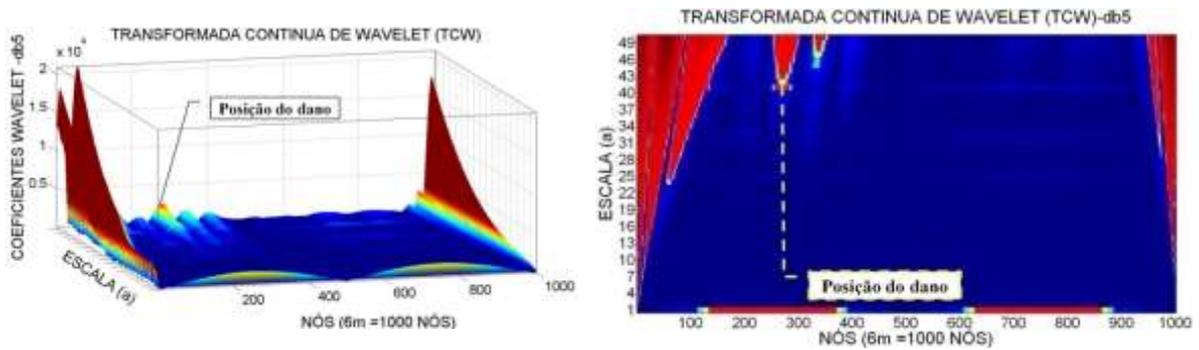


Figura 6.477- TCW - Modo 1 para a viga V2D usando db5.

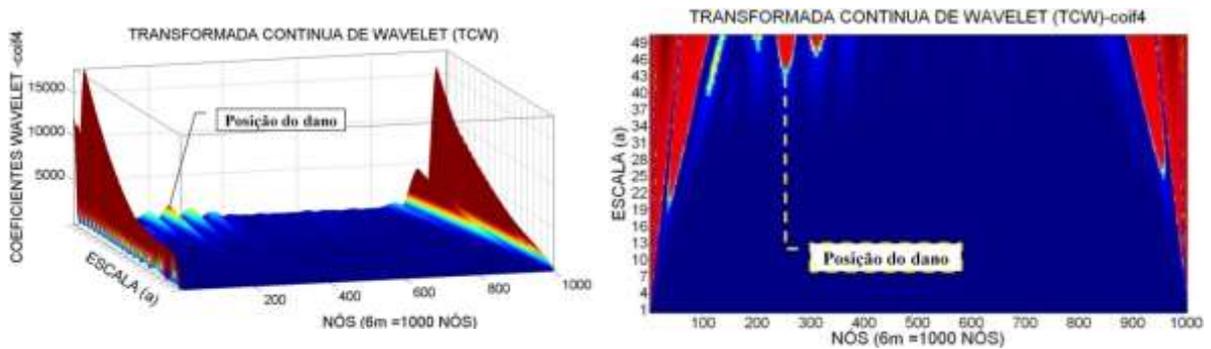


Figura 6.478- TCW - Modo 1 para a viga V2D usando coif4.

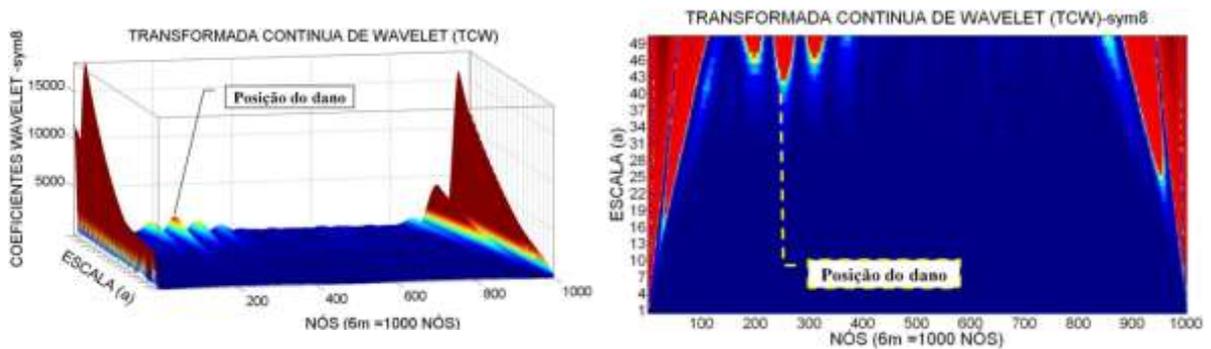


Figura 6.479- TCW - Modo 1 para a viga V2D usando sym8.

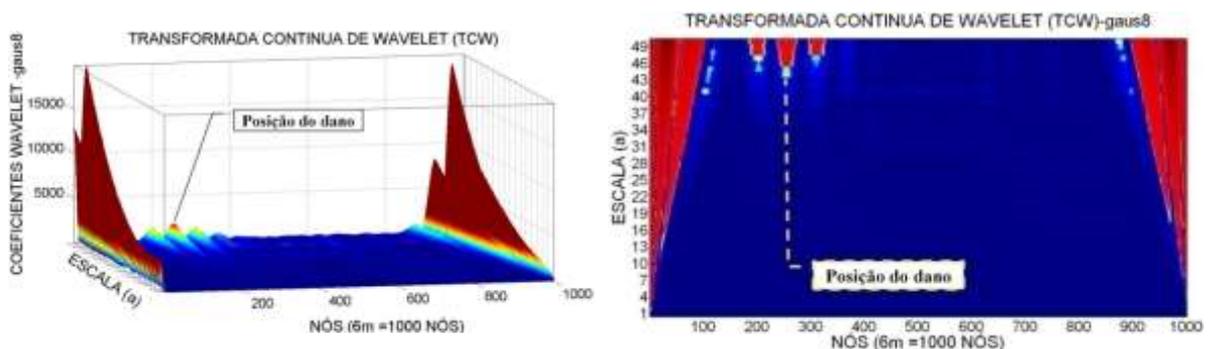


Figura 6.480- TCW - Modo 1 para a viga V2D usando gaus8.

Segundo modo de vibração

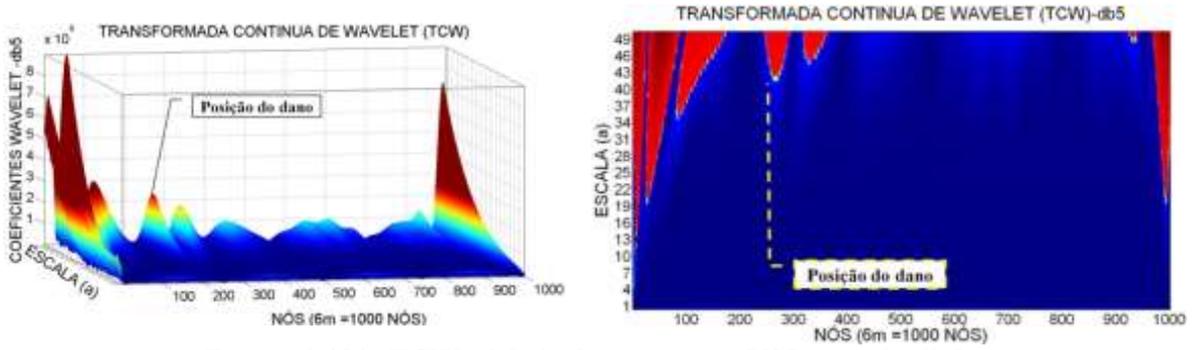


Figura 6.481- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando db5.

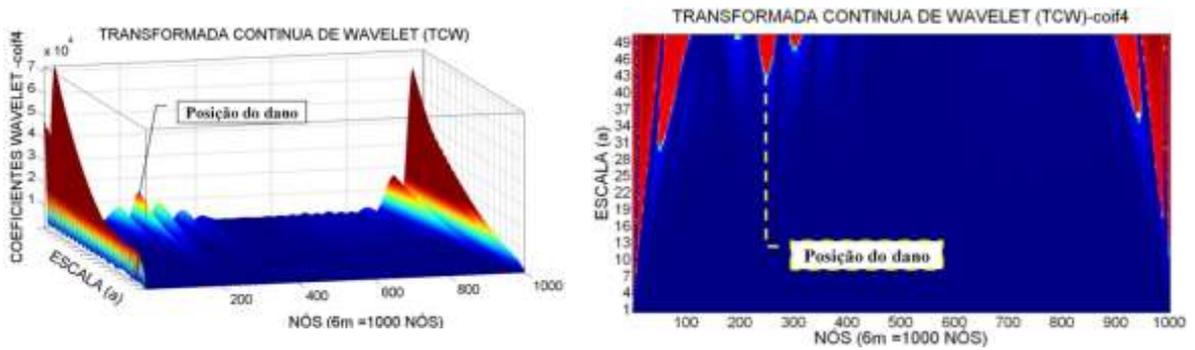


Figura 6.482- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando coif4.

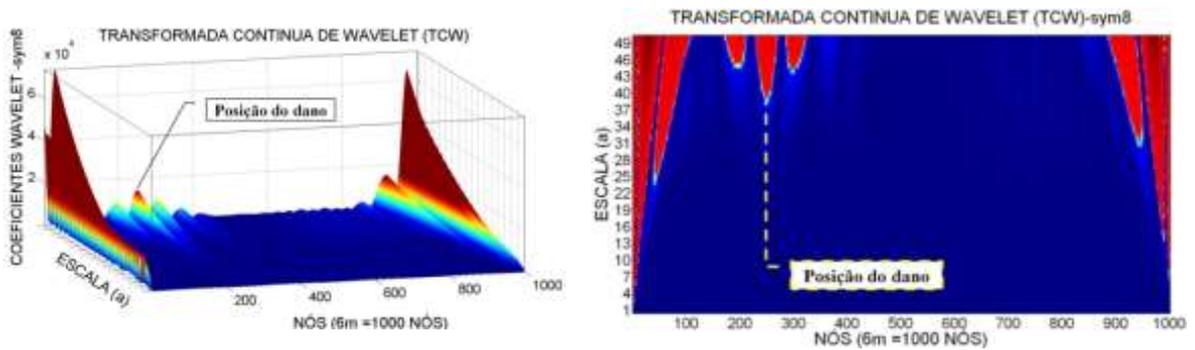


Figura 6.483- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando sym8.

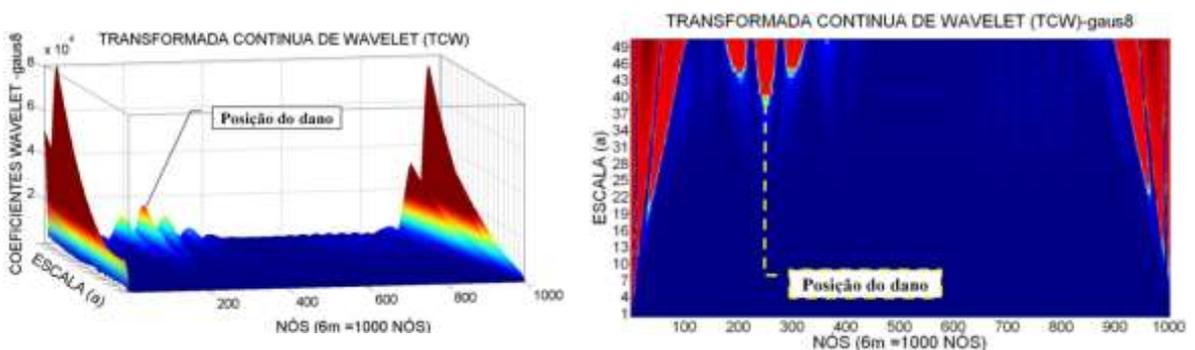


Figura 6.484- TCW - Modo 2 para a viga V2D usando gaus8.

6.4.3.1.2.2 -Viga V3D

Primeiro modo de vibração

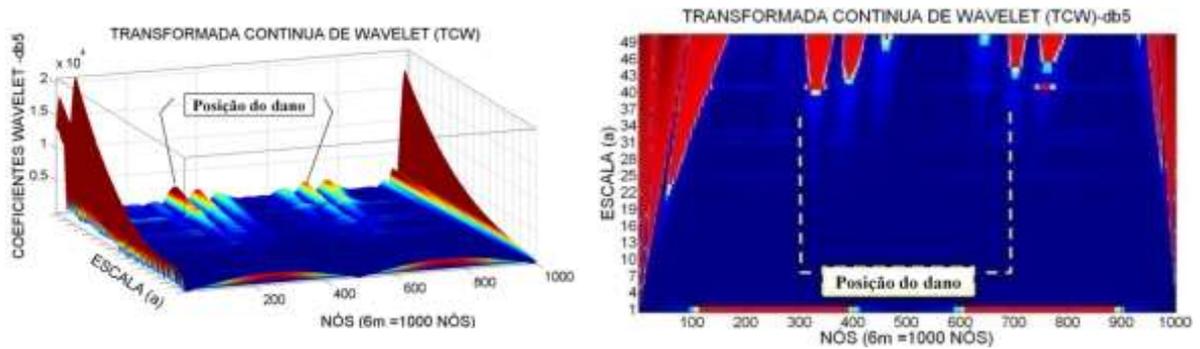


Figura 6.485- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando db5.

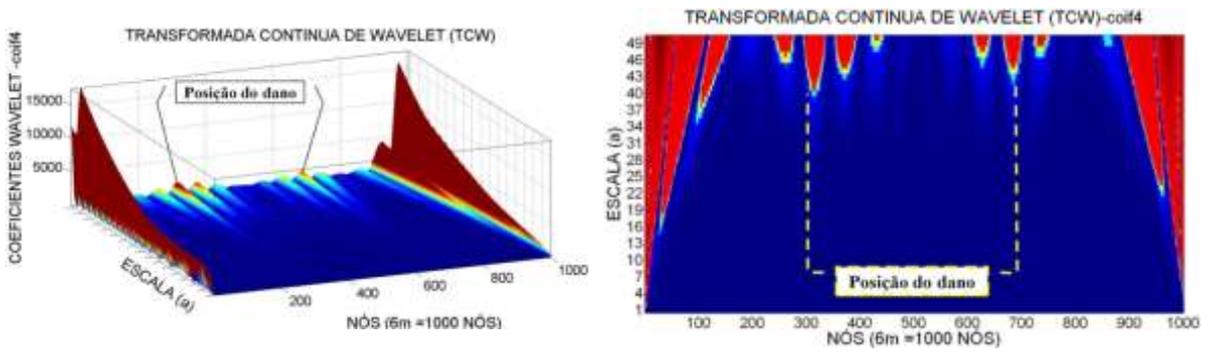


Figura 6.486- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando coif4.

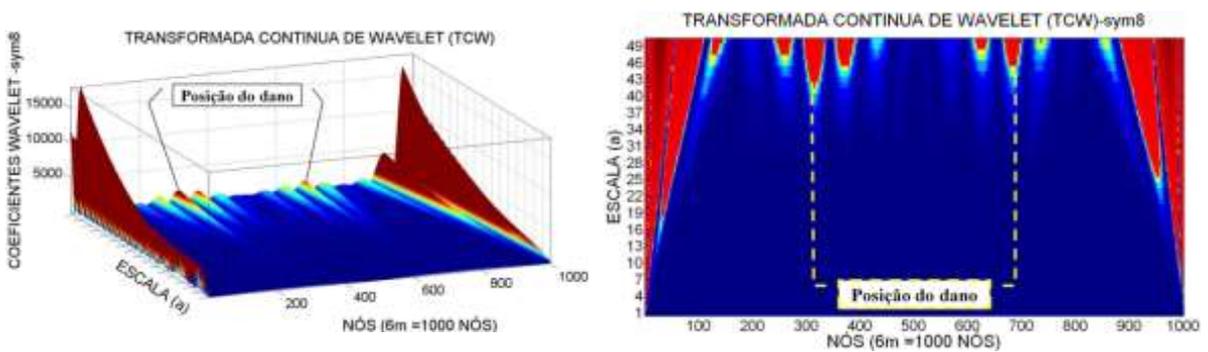


Figura 6.487- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando sym8.

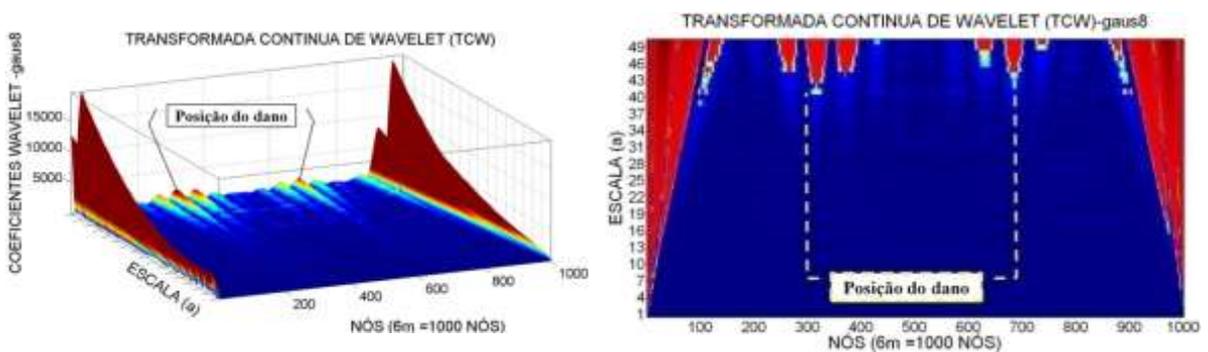


Figura 6.488- TCW - Modo 1 para a viga V3D usando gaus8.

Segundo modo de vibração

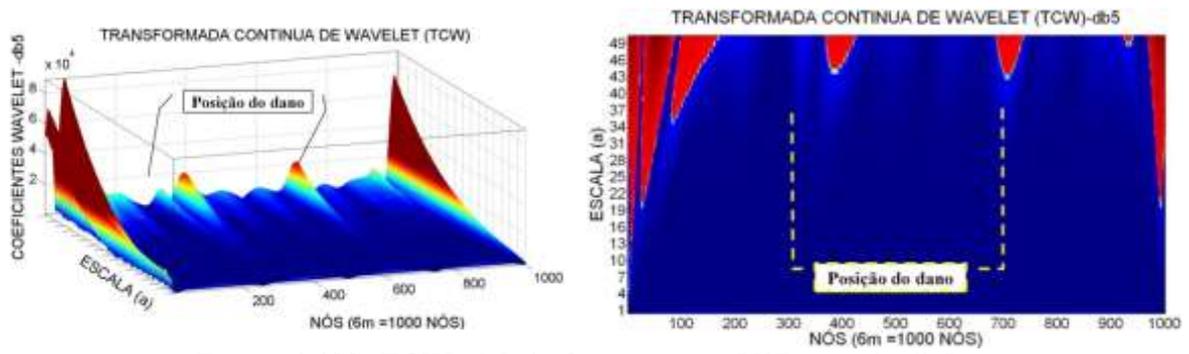


Figura 6.489- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando db5.

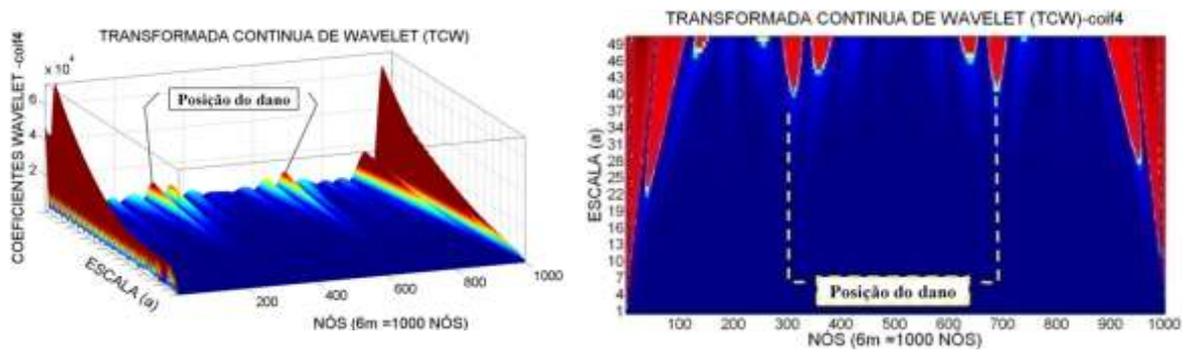


Figura 6.490- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando coif4.

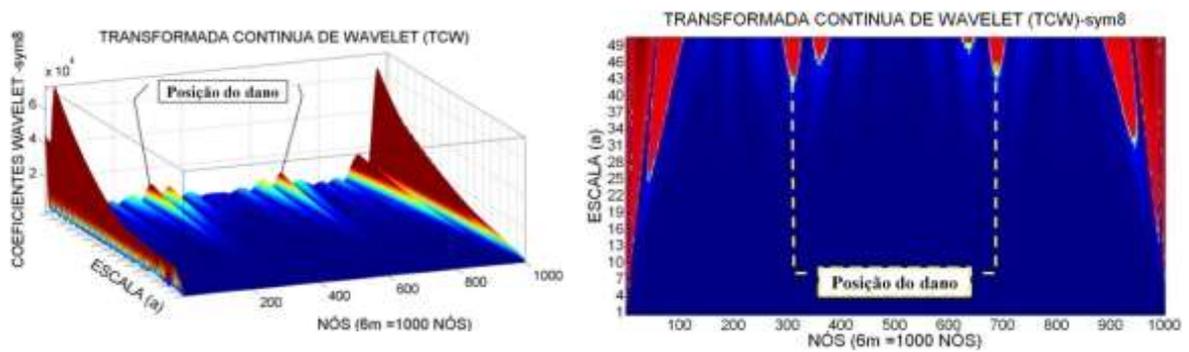


Figura 6.491- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando sym8

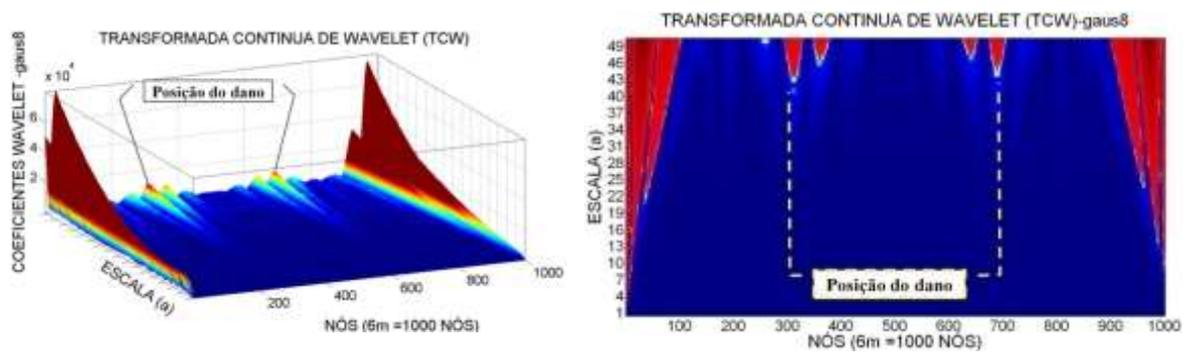


Figura 6.492- TCW - Modo 2 para a viga V3D usando gaus8.

6.4.3.1.2.3 - Viga V4D

Primeiro modo de vibração

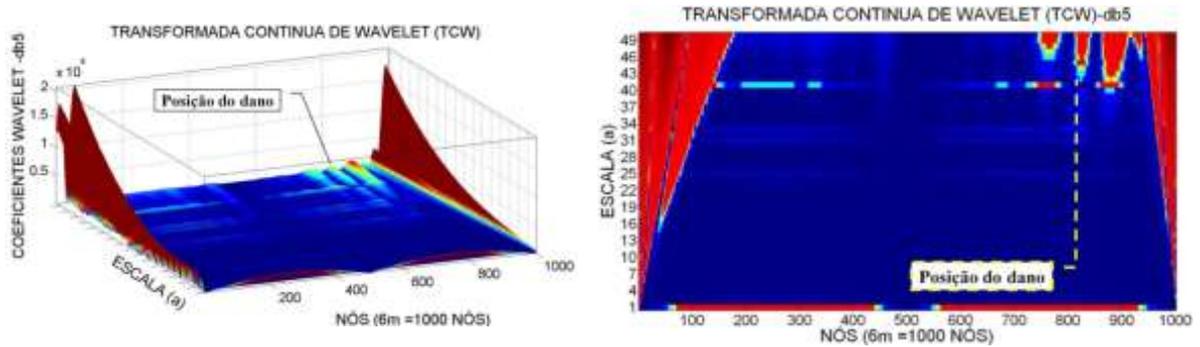


Figura 6.493- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando db5.

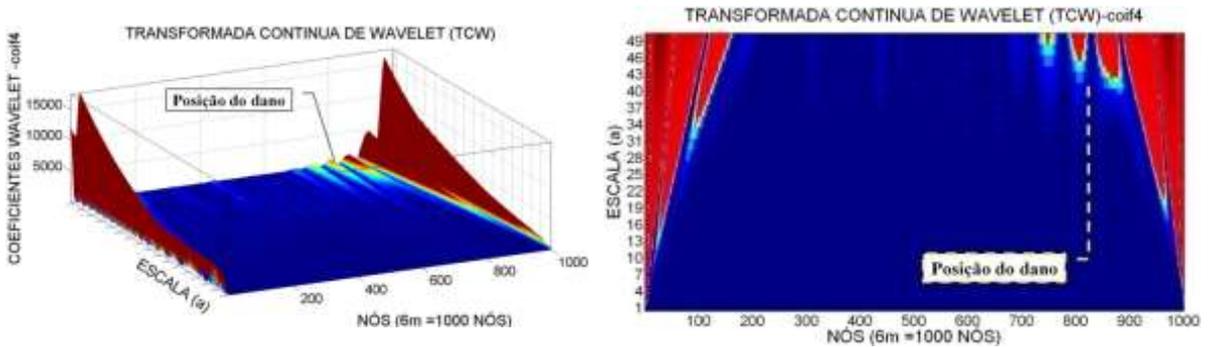


Figura 6.494- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando coif4.

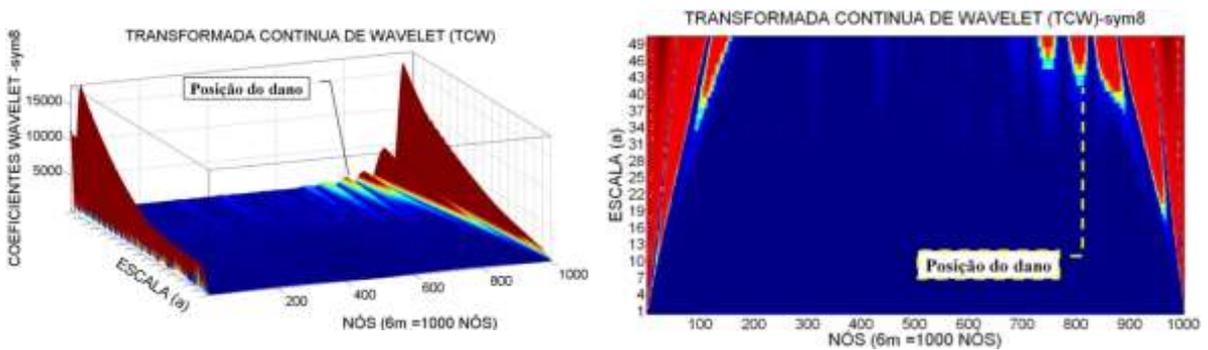


Figura 6.495- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando sym8.

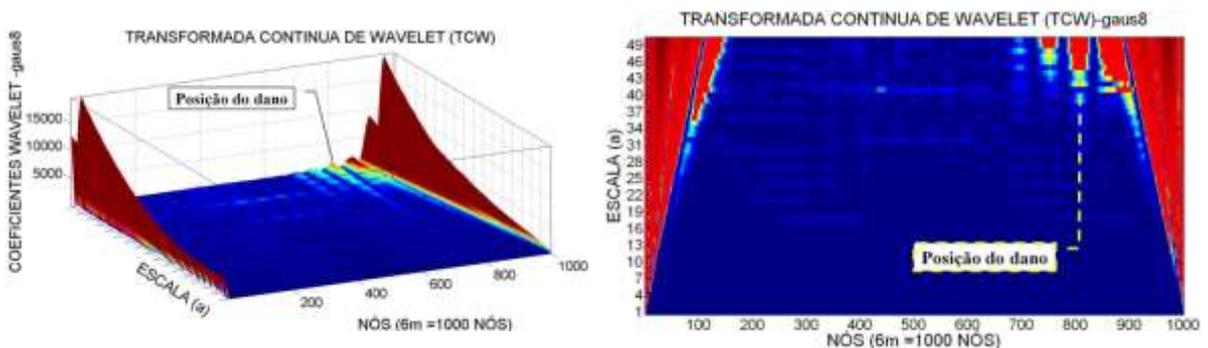


Figura 6.496- TCW - Modo 1 para a viga V4D usando gaus8.

Segundo modo de vibração

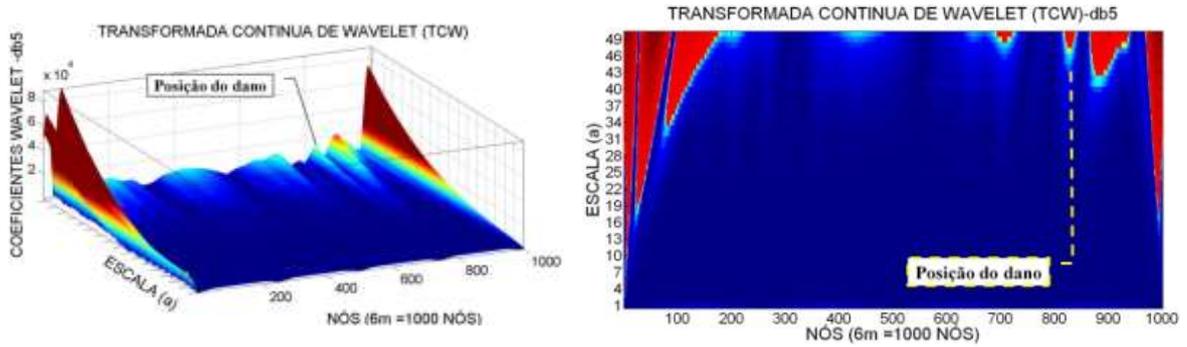


Figura 6.497- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando db5.

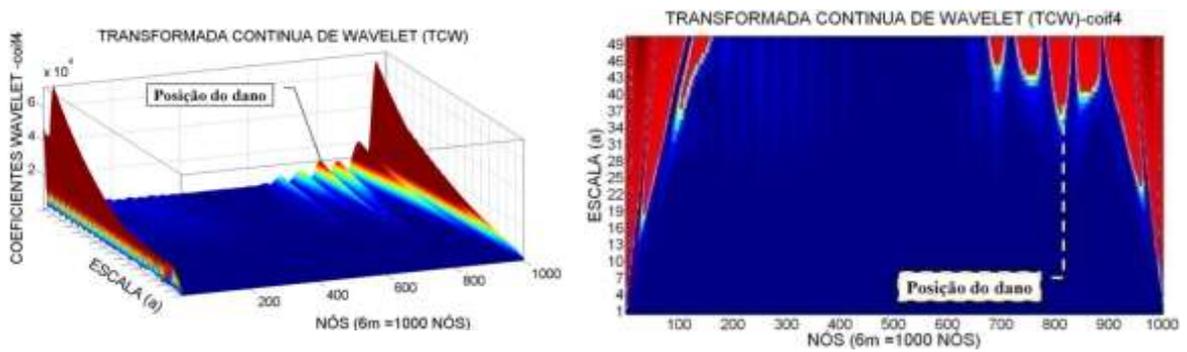


Figura 6.498- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando coif4.

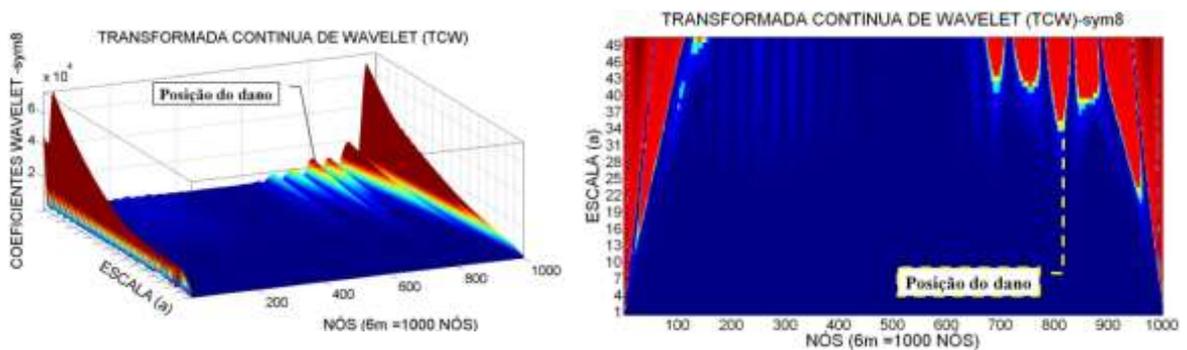


Figura 6.499- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando sym8.

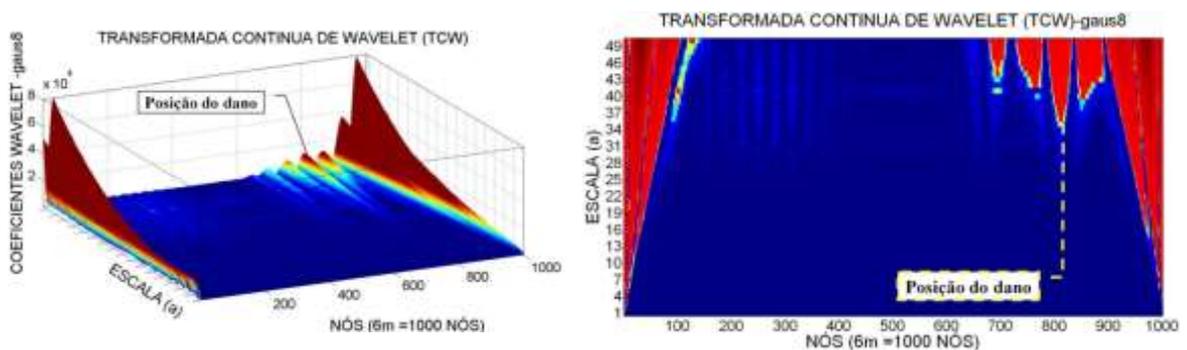


Figura 6.500- TCW - Modo 2 para a viga V4D usando gaus8.

6.4.3.1.2.4 - Viga V5D

Primeiro modo de vibração

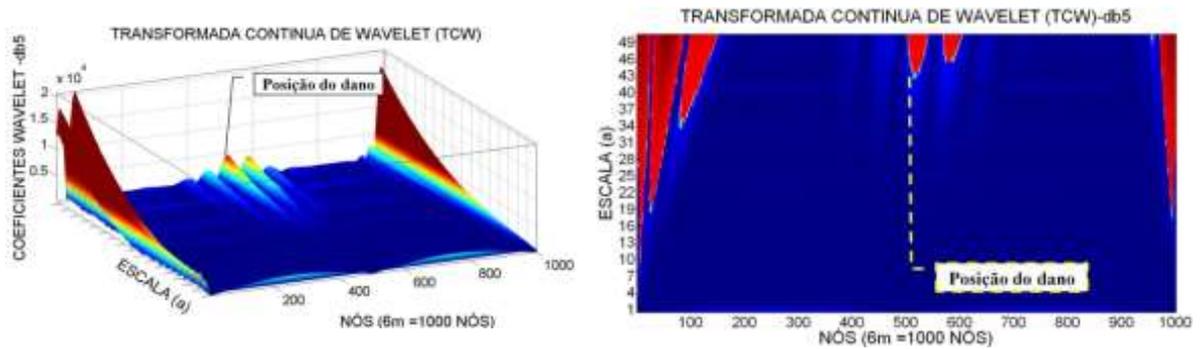


Figura 6.501- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando db5

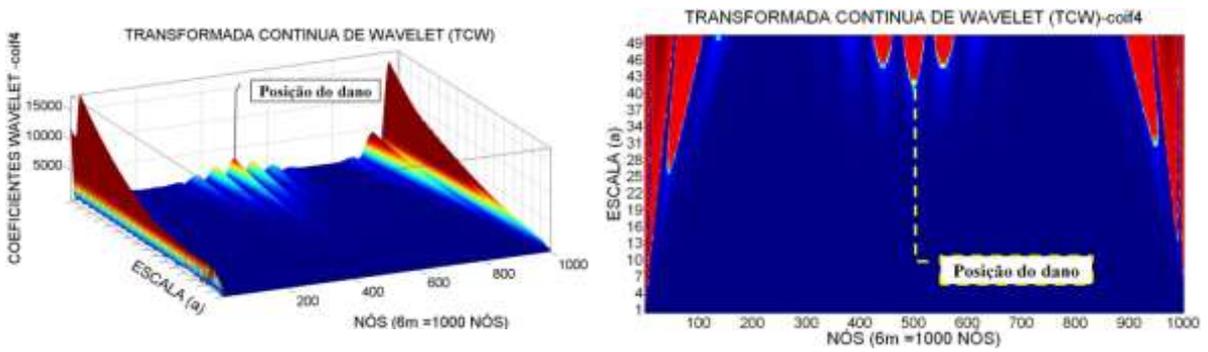


Figura 6.502- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando coif4.

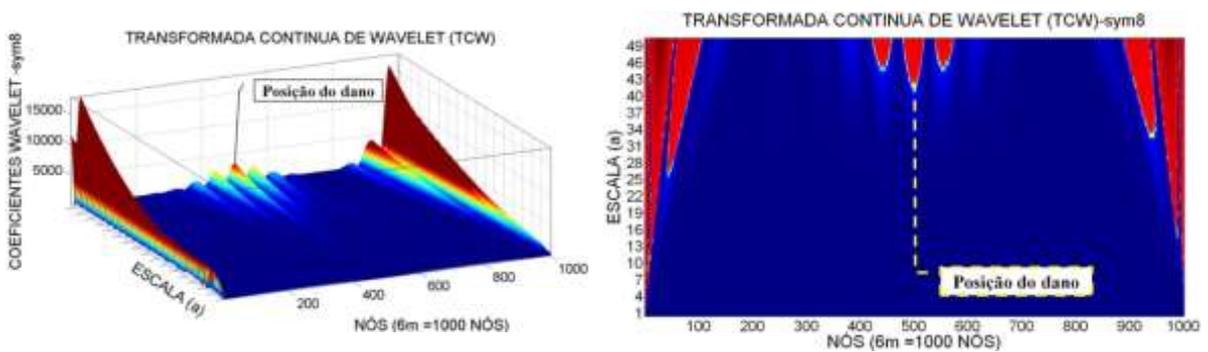


Figura 6.503- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando sym8.

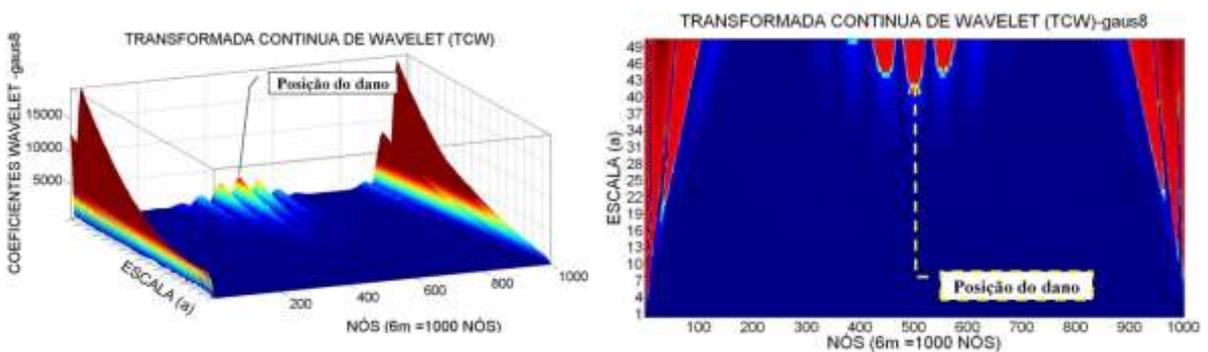


Figura 6.504- TCW - Modo 1 para a viga V5D usando gaus8.

Terceiro modo de vibração

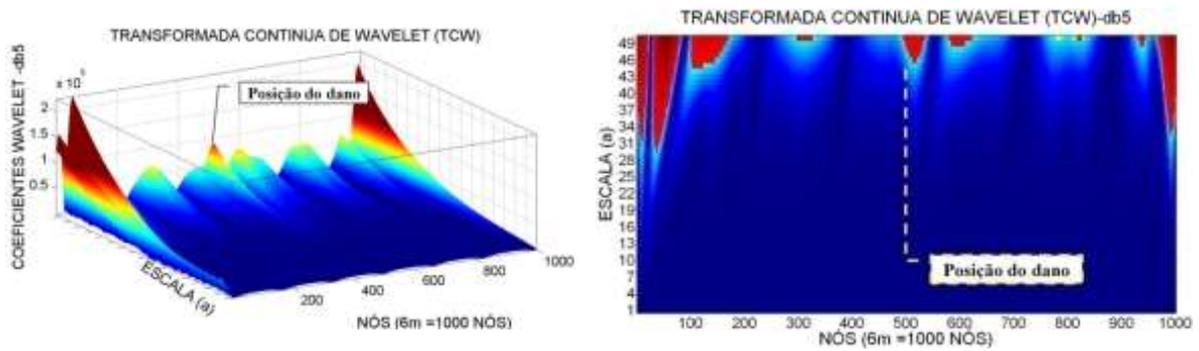


Figura 6.505- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando db5.

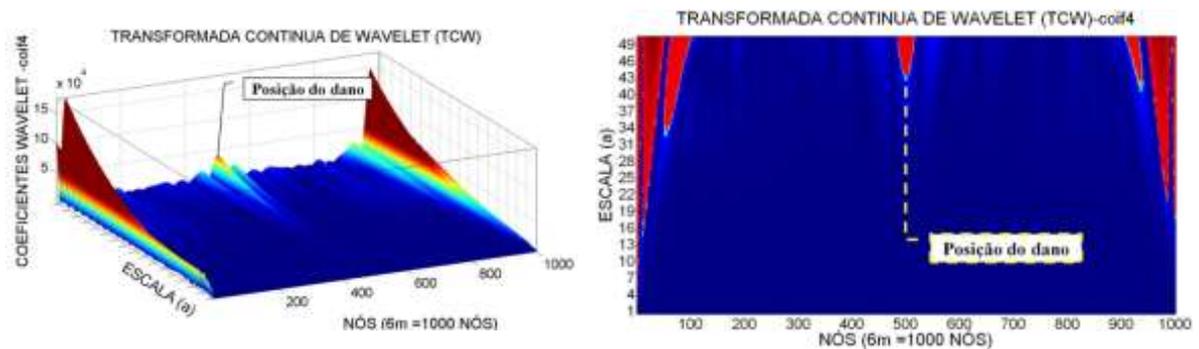


Figura 6.506- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando coif4.

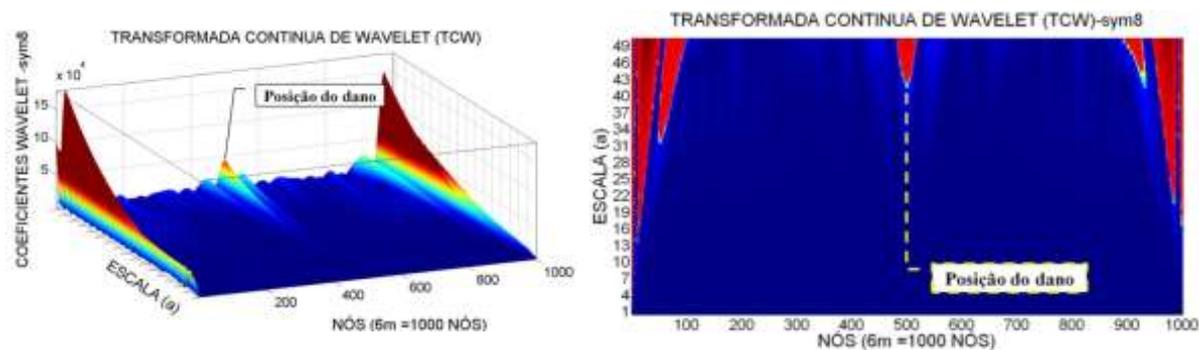


Figura 6.507- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando sym8.

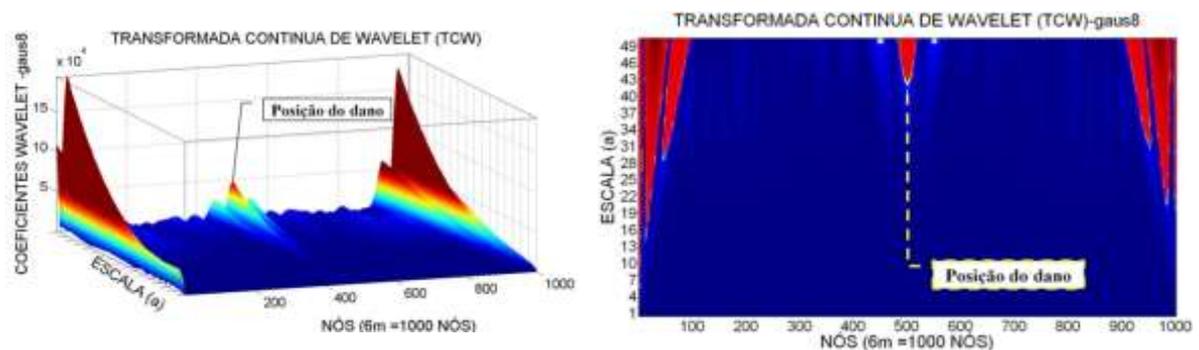


Figura 6.508- TCW - Modo 3 para a viga V5D usando gauss8.

Pode-se observar que para a viga V2D, com o dano localizado no nó 250 (1,5 m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas foram capazes de identificar o dano, gerando picos ao redor do nó 250 (Figuras 6.477 a 6.484). Os melhores resultados foram

obtidos com as funções *coif4* e *sym8* para o primeiro e o segundo modo de vibração. Além das perturbações geradas pelo dano, os gráficos também apresentaram perturbações nas extremidades, devido às descontinuidades nos apoios.

Para a viga V3D, com dois locais do dano localizados no nó 300 e 700 (1,8m e 4.2m do apoio esquerdo), as wavelet-mãe escolhidas apresentaram perturbações nos gráficos dos coeficientes, perto do dano localizado a 1,8m (nó 300) e 4.2m (nó 700) (Figuras 6.485 a 6.492). Com as funções *sym8* e *coif4* foram obtidos os melhores resultados, gerando o maior pico no nó 700 no dano localizado a 1,5m, e a outra perturbação foi gerada no nó 320, perto do dano localizado no nó 300, afastado 12cm aproximadamente, para os dois modos de vibração que foram analisados.

Nos gráficos dos coeficientes wavelet, para a viga V4D (Figuras 6.493 a 6.500), é claramente visível que a perturbação gerada pelo dano está localizada perto do nó 820 para as quatro funções escolhidas. Para a viga V5D, podem-se observar nos gráficos (Figuras 6.501 a 6.508) os resultados que apresentaram perturbações na região do dano nas proximidades do nó 500. Têm-se também as perturbações geradas nas extremidades devido à descontinuidade geométrica dos apoios. Os melhores resultados foram obtidos com as funções *coif4* e *sym8*. A função *db5* não apresenta bons resultados na aplicação da TCW ao terceiro modo de vibração.

7. - METODOLOGIA PROPOSTA PARA IDENTIFICAÇÃO DE DANOS

A seguinte metodologia se baseia nos resultados obtidos nas análises experimental e numérica feitas nas vigas (perfis I). Tendo em consideração que a viga ensaiada foi uma viga biapoiada submetida a carregamentos pontuais estáticos.

A seguir estão os passos para a identificação do dano de uma estrutura, utilizando a resposta estática e as Transformada de Wavelet:

- 1. Discretização da viga:** a discretização recomendada para a viga deve gerar elementos de no máximo 50 cm de comprimento, ou seja, o espaçamento entre os nós feitos na discretização não deve ser maior do que 50 cm. Isto é para se ter uma boa precisão na identificação do dano. Podem-se utilizar espaçamentos maiores do que 50 cm, mas os resultados serão afetados pela aproximação no processo de interpolação.
- 2. Posicionamento dos sensores de deslocamentos:** os sensores de deslocamento vertical devem ser posicionados sobre os nós correspondentes à discretização feita no passo anterior (Figuras 5.10 e 5.11).
- 3. Aplicação do carregamento:** o carregamento deve ser um carregamento pontual aplicado sobre diferentes pontos da estrutura, para evitar que a perturbação gerada pela força atrapalhe a perturbação gerada pelo dano. Este carregamento deve ser incrementado gradualmente, não excedendo o carregamento máximo que pode suportar a estrutura intacta. É recomendável aplicar um carregamento muito menor do que a carga máxima, isto porque não é conhecido o tamanho do dano nem a posição, sendo difícil conhecer o carregamento que pode suportar a estrutura danificada.
- 4. Aquisição dos dados:** para cada incremento de carga são guardados os dados de deslocamentos. As medições devem ser feitas com precisão suficiente, uma vez que, arredondamentos numéricos no sinal de resposta podem afetar o desempenho

das wavelets. Recomenda-se manter o maior número de casas decimais possíveis. Neste trabalho foram utilizadas quatro casas decimais.

- 5. Aplicação do método de interpolação:** como foi explicado no capítulo 3, utilizar um método de interpolação antes de aplicar a transformada de Wavelet é necessário independentemente do número de pontos de medição obtidos. Estes serão incrementados para 1000 pontos na TDW e para 1000 pontos na TCW. O método de interpolação proposto nesta metodologia é o spline cúbico, disponível nas ferramentas do programa MATLAB (Algoritmo 4.2).
- 6. Aplicação do método de regularização:** depois de se obter os pontos da interpolação no passo anterior, é aplicado o método de regularização proposto por Tikhonov (Algoritmo 4.3). O método de Tikhonov gera falsos engastes nos extremos da viga, devido à descontinuidade apresentada nas fronteiras. Porém, os resultados na identificação do dano não são afetados pelos picos altos nos extremos gerados pelos coeficientes wavelets, sejam ou não regularizados.
- 7. Aplicação da TDW e da TCW:** a aplicação da TDW e da TCW será feita utilizando os Algoritmos 4.4 e 4.5, testando para a TCW as funções db5 e coif4 e para a TDW as funções rbior2.6, bior6.8, sym6 e db5.
- 8. Gerar gráficos dos coeficientes wavelet:** com os resultados obtidos no passo anterior, serão feitos os gráficos dos coeficientes wavelet vs. a posição.
- 9. Identificação do dano:** identificar os possíveis picos gerados pelo dano, tendo em consideração os picos gerados pela aplicação da carga e as perturbações geradas pela descontinuidade geométrica dos apoios.

8. - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

8.1 - CONCLUSÕES GERAIS

Esta dissertação abordou o problema de detecção de danos em estruturas, especificamente, para vigas em aço. O objetivo da pesquisa foi desenvolver uma técnica de diagnóstico baseada no uso das wavelet, técnica esta que possa ser utilizada de forma precisa e eficaz. Foram feitas diversas aplicações das wavelets com o objetivo de identificar a posição do dano, com diferentes condições de cargas para as vigas estudadas.

A Transformada de Wavelet é uma alternativa às técnicas de análise baseadas na Transformada de Fourier. O principal conceito por trás do método baseado nas wavelets é a capacidade de gerar perturbações nos sinais de resposta induzida (estática e dinâmica) pela presença de danos.

Os sinais de resposta obtidos nas análises experimental (ensaio estático) e numérica (estáticos e dinâmicos), simulados no programa ANSYS de uma viga danificada, têm sido utilizados para demonstrar a praticidade deste método de identificação de danos. Verificou-se que os danos podem causar pequenas perturbações na resposta estrutural. Essas perturbações ocorrem perto das regiões danificadas com características intrínsecas, e estas características locais podem ser identificadas com a Transformada de Wavelet. Para o caso do dano de comprimento igual a 4cm apresentou uma região mais perturbada do que o dano de 2cm, porém, isto não pode assegurar que com a Transformada de Wavelet possa se calcular o tamanho do dano, somente se pode determinar sua localização.

A metodologia desenvolvida utilizou a transformada de wavelet (contínuas e discretas) para analisar sinais de resposta de uma viga em condição biapoiada. As wavelets detectaram o dano através de perturbações locais geradas ao redor deste. Nos gráficos da TDW é mais fácil visualizar a localização do dano, devido a representação gráfica em 2D precisa de um número de pontos menor do que os pontos necessário para aplicar a TCW. Os métodos clássicos, tais como aqueles baseados na transformada de Fourier e a análise modal, extraem informações sobre a variação das frequências naturais ou modos de vibração que, ao serem comparados com os dados obtidos da estrutura intacta (não

danificada), podem determinar a localização do dano. Com base nos resultados obtidos a partir da análise experimental e análise numérica, o método baseado no uso das wavelets pode proporcionar uma alternativa aos métodos clássicos na detecção de danos, especialmente em situações em que os métodos clássicos são difíceis de serem aplicados pela dificuldade de se obter a resposta da estrutura intacta.

As funções wavelet-mãe escolhidas para a TCW apresentaram bons resultados, sendo o melhor resultado obtido com as funções: db5 e coif4. Para o caso da TDW, as 5 funções wavelet-mãe escolhidas foram rbio2.6, bior6.8, sym6 e db5 que apresentaram bons resultados na identificação do dano. Estas funções têm as seguintes características em comum: grau arbitrário de regularidade, número arbitrário de momentos nulos, as funções são simétricas no eixo y-y e tem um suporte compacto.

Os apoios geram perturbações grandes nos gráficos dos coeficientes wavelets, devido à descontinuidade geométrica. Cabe ressaltar que quando o dano está localizado próximo ao apoio, estas perturbações podem afetar as perturbações geradas pelo dano. Na análise numérica foi testada uma viga com a localização do dano a 1.125m, conseguindo identificar o dano. Quanto mais perto esteja o dano do apoio, a perturbação gerada nos extremos pode ocultar os picos gerados pelo dano, o que pode resultar em uma limitação do método proposto.

Esta pesquisa concentrou-se na análise (experimental e numérica) de uma viga. Na análise numérica, a modelagem foi feita tentando reproduzir ao máximo as condições reais do ensaio. Nesta modelagem realizada só foram escolhidos determinados pontos que depois foram interpolados para gerar uma maior quantidade de dados, para posteriormente, aplicar o método de identificação de danos propostos. O melhor método de interpolação testado foi o spline cúbico.

Fazendo uma comparação da análise numérica feita no ANSYS com os testes experimentais, obteve-se como resultado: o elemento que apresentou maior proximidade frente aos testes experimentais foi o elemento SHELL63, devido a que este elemento é definido por quatro nós e seis graus de liberdade por nó em comparação com o SOLID45 e BEAM3 que tem três graus de liberdade por nó. O elemento BEAM3 mostrou resultados que variam ao redor de 5mm da resposta experimental, devido à simulação do dano feita

com a diminuição da inércia e a área da seção transversal. Já que não se tem controle total da geometria, o elemento SOLID45 apresentou diferenças próximas a 4mm. A diferença de deslocamentos entre a análise numérica e a experimental pode ser devido ao fato de que os valores de tensão de escoamento (f_y), módulo de elasticidade (E) e coeficiente de Poisson (ν) foram escolhidos diretamente do catálogo. Neste trabalho não foram feitos os ensaios de caracterização do aço. Pode ser que nos ensaios de caracterização resultem valores um pouco diferentes, além do fato de que as vigas apresentam tensões residuais que não foram levadas em consideração na modelagem numérica e que afetam a resposta da estrutura.

As análises estática e dinâmica feitas utilizando o elemento BEAM3 apresentaram perturbações ao redor da região danificada e na região de aplicação da carga (no caso da análise estática). Os melhores resultados na identificação do dano foram obtidos com os elementos SOLID45 e SHELL63, os quais apresentaram perturbações grandes ao redor do dano, e perturbações menores na região da aplicação da carga, o que facilita o processo de localização.

A presença do dano gera uma pequena diminuição das primeiras frequências naturais da viga. Este efeito pode ser observado nas três modelagens feitas no programa ANSYS. Os melhores resultados na identificação do dano, utilizando a resposta dinâmica, foram com o primeiro e o segundo modo de vibração da viga.

A localização do dano na análise numérica é mais visível se comparado com a análise experimental. Isso porque, a análise experimental pode ter apresentado a inclusão de ruído no sinal, ou grande espaçamento entre os pontos de medição, o que gera perturbações ao longo de todos os gráficos e dificulta a sua localização.

A aplicação da carga estática é muito importante na hora de se utilizar a transformada de wavelet, porque esta carga influencia na identificação do dano, pois as vezes, a carga gera uma perturbação muito maior do que a perturbação gerada pelo dano. É por isso que a análise tem que ser feita com a carga aplicada em lugares distintos.

Todos os gráficos apresentaram perturbações grandes nos extremos influenciada pela descontinuidade geométrica dos apoios. Para o caso em estudo, o apoio esquerdo (de

segundo gênero) gerou uma perturbação muito maior que a perturbação gerada pelo apoio direito (de primeiro gênero).

Com o método de regularização proposto por Tikhonov foram obtidos bons resultados, pois o método incrementa a perturbação do dano presente no sinal. Também, tem-se que considerar que a regularização gera falsos engastes no sinal por causa da descontinuidade apresentada nas fronteiras (o ponto anterior e o ponto seguinte assumem o valor $x = 0$). Este aspecto não impede a localização do dano pois a Transformada de Wavelet gera picos muito altos nos coeficientes do sinal analisado, seja ou não regularizado.

Algumas das limitações do método de identificação de danos utilizando as wavelets são as seguintes: não é possível determinar o tamanho do dano, somente é possível determinar a sua localização; na análise estática não se tem noção do quanto diminui o carregamento máximo por causa da presença do dano, por isso deve se aplicar cargas muito menores do que o carregamento máximo calculado; para danos localizados perto dos apoios é difícil determinar a posição do dano, por causa das perturbações geradas pela descontinuidade geométrica dos apoios.

É necessário mais investigação e desenvolvimento de metodologias baseadas nas wavelets para detecção de danos, a fim de implementar este método em grandes estruturas.

8.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHO FUTUROS

A pesquisa realizada demonstrou as capacidades práticas e potenciais do método de detecção de danos proposto. No entanto, há várias questões que não foram levadas em consideração, ou que não foram examinadas, por exemplo:

- Fazer análise experimental com modelos de treliças em escala reduzida, para verificar a eficiência do método utilizando a resposta da estrutura (estática e dinâmica);
- Testar a eficiência do método para a utilização em outro tipo de estruturas como: passarelas, tubulações, plataformas offshore, pontes ferroviárias, entre outras;

- Realizar análise do método aplicado à resposta de estruturas de concreto, como por exemplo: vigas em pontes, lajes, entre outras;
- Realizar análise do grau de interferência que pode gerar a aplicação da carga na análise estática. Pode-se testar a estrutura submetida a um carregamento distribuído.
- Realizar ensaios em vigas metálicas submetidas a carregamentos móveis que possam percorrer todo o comprimento da viga.

Na análise experimental estática foram ensaiadas vigas, e foram coletados os descolamentos apresentados no mesmo plano de aplicação da carga. Na realidade, as vigas também podem apresentar deslocamentos laterais que podem resultar em dados importantes para a localização do dano, o que pode ser uma boa alternativa para futuras pesquisas. Por isso é interessante incrementar a modelagem numérica com elementos de instabilidade lateral e na análise experimental incrementar a instrumentação adequada para captar essa informação.

Os métodos propostos com base nas wavelets são muito sensíveis com respeito ao tipo de wavelet selecionada para análise. A seleção ótima das wavelet é um tópico importante para ser pesquisado. Isto significa que é necessário o estudo, de modo a criar uma metodologia universal para a seleção das wavelets apropriadas. Nesta pesquisa, a seleção da wavelet adequada foi feita por tentativa e erro para o caso estudado. Portanto, é altamente recomendável, para estender a investigação, fazer uma análise de sensibilidade das wavelets na avaliação dos danos.

É muito importante verificar os resultados numéricos simulados e apresentados nesta pesquisa com os resultados obtidos no laboratório, utilizando-se de estruturas danificadas. Reconhece-se que a verificação experimental do método proposto é crucial, mas devido às limitações de equipamentos, os ensaios da análise experimental dinâmica não foram desenvolvidos.

Para aplicações práticas, é de interesse no desenvolvimento de métodos de avaliação baseados nas wavelet, o estudo de situações encaminhadas a avaliar o tamanho do dano. A metodologia apresentada nesta dissertação, foi destinada a localizar a presença de danos e a sua posição ao longo da estrutura e não a sua amplitude. Finalmente, a aplicação da análise das wavelets em estruturas reais é necessária, a fim de demonstrar a aplicabilidade prática final da metodologia proposta.

Para aplicar a metodologia proposta na resposta dinâmica da estrutura, recomenda-se utilizar o primeiro e o segundo modo de vibração. Para os casos em que o dano esteja localizado no meio do vão, pode-se utilizar o primeiro e o terceiro modo de vibração.

É importante considerar para futuras pesquisas a inclusão do ruído no sinal, de elementos de instabilidade lateral, e ter em conta as tensões residuais do perfil na modelagem numérica.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Aktan, E. A., Farhey, D. N., Helmicki, A. J., Brown, D. L., Hunt, V. J., Lee, K. L., Levi, A. (1997). "Structural identification for condition assessment: Experimental arts." International Journal of Engineering Science, Volume 123, Pages 1674-1684.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. NBR 6118: "Projeto de estruturas de concreto – Procedimento". Rio de Janeiro, 2003.
- Allemang, R.J. (2003). "The modal assurance criterion –Twenty years of use and abuse." Journal of Sound and Vibration, Pages 14-21.
- Brito, M. A. N. (2008). "Análise de Assinaturas Elastostáticas e Elastodinâmicas na Solução do Problema Inverso de Identificação de Danos em Treliças Via Método dos Elementos Finitos". Dissertação de Mestrado em Estrutura e Construção Civil, Publicação E.DM-004A/08, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 152p.
- Beck, J. V., Blackwell, B., Clair, Jr. C. R. S.T. (1985). "Inverse heat conduction" – Ill-Posed Problems New York:Wiley-Interscience Publication.
- Wavelet Toolbox For use with MATLAB, Version 2, 2002
- Bezerra, L. M.(1993). "Inverse elastostatics solutions with boundary elements." PhD. Dissertation, Department of Civil Engineering of Carnegie Mellon University, Pittsburgh.
- Bezerra, L. M. (1993). "A boundary element formulation for the inverse elastostatics problem (iesp) of flaw detection". International Journal for Numerical Methods in Engineering, Volume 36, Numero 13, Pages 2789-2202.
- Boor, C. (1990). "Spline Toolbox For Use MATLAB"
- Choi, Y. H. (2002). "Damage Identification Techniques for Bridges Using Static Response Tese de Doutorado." Hanyang University Seoul, 153p.
- CEB (1990), CEB - FIP Model Code 90 (MC - 90).Design Code. Lausanne, May 1993. 437p. (Bulletin D'Information, 213-214).
- Cao, M., Ye, L., Zhou, L., Su, Z., Bai, R. (2011). "Sensitivity of fundamental mode shape and static deflection for damage identification in cantilever beams". Journal of Mechanical Systems and Signal Processing, Volume 25, Pages 630-643.
- Cavia, N. (2011). "La nueva carretera entre Barros y Aes". Periodico: El Diario Montanes 16-abril-2011. Espanha.

- Choi, Y. H. (2002). "Damage Identification Techniques for Bridges Using Static Response". Tese de Doutorado, Hanyang University, Seoul, 153p.
- Caldeira, M. M. (2009). "Procedimentos Numéricos para Solução do Problema Inverso de Localização de Danos em Estruturas Aperticadas". Dissertação de Mestrado em Estrutura e Construção Civil, Publicação 007A/09, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 264p.
- Cristina, M., Cunha, C. (1993). "Métodos Numéricos". Editora Unicamp.
- Doebling, S.W., Farrar, C.R., Prime, M.B., Shevitz, D.W.(1996). "Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics": Los Alamos National Laboratory report no. LA-13070-MS.
- Daubechies, I. (1992). "Ten Lectures on Wavelets".
- Estrada, E. S. (2008). "Damage detection Methods in Bridges through Vibration Monitoring: Evaluation and Application". Doctoral Thesis, University of Minho.
- Gabor, D. (1946). "Theory of communication". Journal Electrical Engineers Volume 93, Issue 26, Pages 429-441.
- Guitierrez, C. E. C. (2002). "Eliminação do ruído por encolhimento de wavelets". Dissertação de Mestrado, Pontifícia Universidade Católica de Rio de Janeiro.
- Forrest, A. R. (1971), "Interactive interpolation and approximation by Bézier polynomials". Computer Aided Design Group, Computer Laboratory, University of Cambridge, Volume 15, Number 1, pages 71-79.
- Hongnan, L., Tinghua, Y., Ming, G., Linsheng, H. (2008). "Evaluation of earthquake-induced structural damages by wavelet transform". Journal of Progress in Natural Science, Volume 19, Pages 461-470.
- Haar. A. (1910). "Zur Theorie der Orthogonalen Funktionensysteme". Math. Ann. 69, Pages 331-371.
- Kim, J.T., Stubbs, N. (1995). "Model-uncertainty, impact and damage detection accuracy in plate girder." Journal of Structural Engineering, Volume 121, Pages 1409-1417.
- Maeck, J., Wahab, M. A., Peeters, B., Roeck, D. G., Roeck, D. G., Visscher, J. D., Wilde, W. P. D., Ndambi, J. M., Vantomme, J. (2000). "Damage identification in reinforced concrete structures by dynamic stiffness determination", Volume 22, Pages 1339-1349
- Maeck, J., Wahab, M. A., Peeters, B., Roeck, D. G., Roeck, D. G., Visscher, J. D., Wilde, W. P. D., Ndambi, J. M., Vantomme, J. (2000). "Damage identification in reinforced concrete structures by dynamic stiffness determination", Volume 22, Pages 1339-1349.

- Misiti, M., Misiti, Y., Oppenheim, G., Poggi, J. M. (2002). Wavelet toolbox. Math Works. Inc., Natick, Massachusetts.
- Nepomuceno, A. A., Teatini, J. C.(2009). Notas de aula da disciplina de Patologia, Recuperação e Manutenção de Estruturas da Universidade de Brasília.
- Ndambi, J. M., Vantomme, J., Harry, K. (2002). “Damage assessment in reinforced concrete beams using eigenfrequencies and mode shape derivatives”. *Journal of Engineering Structures*, Volume 24, Issue 4, Pages 501-515.
- Ovanesova, A. V., (2000). “Application of wavelet to crack detection in frame structures.” Tese de Doutorado da Universidade do Porto Rico, 235p.
- Ovanesova, A. V., Suárez L. E.(2004). “Applications of wavelet transforms to damage detection in frame structures.” *Journal Engineering Structures*, Volume 26, Pages 39-49
- Pfeil, W., Michèle Pfeil. (2009) “Estruturas de Aço- Dimencionamento Prático de Acordo com a NBR 8800:2008”, 8ª edição, Páginas 153-204
- Pandey, A. K., Biswas, M., Samman M. M.(1991). “Damage detection from changes in curvature mode shapes”. *Journal of Sound and Vibration*, Volume 145, Issue 2, Pages 321-332.
- Rytter, A.(1993). “Vibration based inspection of civil engineering structures.” Ph.D. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark
- Radzienski, M., Krawczuk, M., Palacz, M. (2011). “Improvement of damage detection methods based on experimental modal parameters”. *Journal of Engineering Structures*, Volume 28, Pages 279–288.
- Rucka, M., Wilde, K. (2006) “Crack identification using wavelets on experimental static deflection profiles”. *Journal of Engineering Structures*, Volume 28, Pages 279-288.
- Rytter, A.(1993). “Vibration based inspection of civil engineering structures”, Ph.D. Dissertation, Department of Building Technology and Structural Engineering, Aalborg University, Denmark.
- Salawu, O. S.(1997). “Detection of structural damage through changes in frequency: a review”.*Journal of Engineering Structures*, Volume 19, Pages 718–723.
- Silva, R. S. (2011). “Determinação de Patologias Estruturais em Vigas Treliças e Pontes Via Modelagem Numérica”. Dissertação de Mestrado, Programa de Pós-Graduação em Estruturas e Construção Civil, Universidade de Brasília.
- Souza, E. M., Pagamisse, A., Monico, J. F. G., Polezel, W. G. C., FCT, UNESP (2007). “Comparação das Bases de Wavelets Ortonormais e Biortogonais: Implementação,

- Vantagens e Desvantagens no Posicionamento com GPS”. Uma publicação da Sociedade Brasileira de Matemática Aplicada e Computacional, Volume 1, Pages 146-158.
- Tatsumi, M., Yasui, J., Ida, K., Konno, Keigo. (2007). “ Manual de Inspección en Puentes”. Direccion de puentes obras públicas y Transporte – Costa Rica, Paginas 114.
- Volkmar, Z. (2002). “Applications of Wavelet Analysis in System Identification”. Doctoral Thesis, Bauhaus-Universität at Weimar.
- Wang, X., Hu, N., Fukunaga, H., Yao, Z. H.(2001). “Structural damage identification using static test data and changes in frequencies”. Journal of Engineering Structures, Volume 23, Pages 610–621.
- Wu, N., Wang, Q. (2011). “Experimental studies on damage detection of beam structures with wavelet transform.” International Journal of Engineering Science, Volume 49, Pages 253-261.
- Weeks, M. (2012). “Processamento digital de sinais utilizando Matlab e wavelets”
- Wang, Q., Deng, X. (1999). “Damage detection with spatial wavelets”. International Journal of Solids and Structures, Volume 36, Pages 3443-3468.
- Zimmerman, D. C., Kaouk, M. (1994). “Structural damage detection using a minimum rank update theory.” Journal of Vibration and Acoustics, Volume 116, Pages 222-231.

APÊNDICE

APÊNDICE A. - SCRIPT UTILIZADO PARA GERAÇÃO DA ANÁLISE ESTÁTICA E DINAMICA DAS VIGAS COM O ELEMENTO BEAM3.

Análise Estática:

```
FINISH
/CLEAR
/PREP7
/TITLE, VIGA METÁLICA- PERFIL I-
```

! Variáveis:

```
Ea = 2e11      !módulo de elasticidade do aço (N/m2)
va = 0.3       !Coeficiente de Poisson Aço
da = 7800      !densidade do aço (Kg/m3)
```

! Definição tipo de elemento

```
ET,1,BEAM3
```

! Definições constantes reais::

```
R,1,1.45e-3,2.52e-6,0.1016, , , ,      ! Área seção transversal (m2), inércia (m4), altura (m)
R,2,7.83e-4,1.307e-6,0.1016, , , ,    ! inercia e área da seção danificada
```

! Definição dos materiais:

```
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0      ! Material 1
MPDATA,EX,1,,Ea ! Modulo de elasticidade material 1
MPDATA,PRXY,1,,va ! coeficiente de Poisson material 1
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1,,da ! densidade material 1
```

! Definição dos keypoints:

```
K,1,0,0,0,
K,17,6,0,0,
```

! Criação da linha:

```
LSTR,1,17
```

! Criação da malha:

```
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,1
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,1200, , , ,1 ! divisão da linha em 1200 elementos
```

```

!*
LMESH, 1
! Condições de contorno:
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,1
!*
/GO
D,P51X,,0,, , ,UX,UY, , , , ! Apoio de segundo gênero

FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,2
!*
/GO
D,P51X,,0,, , ,UY, , , , ! Apoio de primeiro gênero

! Seleção do nó na posição do dano
NSEL,S,LOC,X,1.5 ! Seleção do nó na posição (1.5 m do apoio esquerdo)
ESLN,S ! Seleção dos elementos colados no nó

! Mudança da área e da inércia do elemento danificado:
FLST,2,4,2,ORDE,2
FITEM,2,301
FITEM,2,-304

! aplicação da força no meio do vão
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,602

! Força da gravidade
ACEL,0,9.8,0, ! Aceleração devido a força de gravidade = 9.8m/s2

! Análise estática:
FINISH
/SOL
!*
ANTYPE,0eplot
/STATUS,SOLU
SOLVE

! Fim

Análise Dinâmica:

FINISH
/CLEAR
/PREP7
/TITLE, VIGA METÁLICA- PERFIL I-

```

```

! Variáveis:
Ea = 2e11      !módulo de elasticidade do aço (N/m2)
va = 0.3       !Coeficiente de Poisson Aço
da = 7800      !densidade do aço (Kg/m3)
! Definição tipo de elemento
ET,1,BEAM3

! Definições constantes reais::
R,1,1.45e-3,2.52e-6,0.1016, , , , ! Área seção transversal (m2), inércia (m4), altura (m)
R,2,7.83e-4,1.307e-6,0.1016, , , , ! inercia e área da seção danificada

! Definição dos materiais:
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0      ! Material 1
MPDATA,EX,1,,Ea ! Modulo de elasticidade material 1
MPDATA,PRXY,1,,va ! coeficiente de Poisson material 1
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,DENS,1,,da ! densidade material 1

! Definição dos keypoints:
K,1,0,0,0,
K,17,6,0,0,

! Criação da linha:
LSTR,1,17

! Criação da malha:
FLST,5,1,4,ORDE,1
FITEM,5,1
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,1200, , , ,1 ! divisão da linha em 1200 elementos
!*
LMESH, 1

! Condições de contorno:
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,1
!*
/GO
D,P51X, ,0, , , ,UX,UY, , , , ! Apoio de segundo gênero

FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,2
!*
/GO

```

D,P51X,,0,, ,UY,, , , , ! Apoio de primeiro gênero

! Seleção do nó na posição do dano

NSEL,S,LOC,X,1.5 ! Seleção do nó na posição (1.5 m do apoio esquerdo)

ESLN,S ! Seleção dos elementos colados no nó

! Mudança da área e da inércia do elemento danificado:

FLST,2,4,2,ORDE,2

FITEM,2,301

FITEM,2,-304

! aplicação da força no meio do vão

FLST,2,1,1,ORDE,1

FITEM,2,602

! Força da gravidade

ACEL,0,9.8,0, ! Aceleração devido a força de gravidade = 9.8m/s²

! Análise Dinâmica:

FINISH

/SOL

ANTYPE,2

MODOPT,LANB,10

EQSLV,SPAR

MXPAND,0,, ,0

LUMPM,0

PSTRES,0

!*

MODOPT,LANB,10,0,0, ,OFF ! 10 frequencias

/STATUS,SOLU

SOLVE

! Fim

APÊNDICE B. - SCRIPT UTILIZADO PARA GERAÇÃO DA ANÁLISE ESTÁTICA E DINÂMICA DAS VIGAS COM O ELEMENTO SOLID45.

Análise Estática:

```
FINISH  
/CLEAR  
/PREP7  
/TITLE, VIGA METÁLICA - PERFIL I-
```

! Variáveis:

```
Ec = 2e11      ! módulo de elasticidade do Aço (N/m2)  
vc = 0.3      ! Coeficiente de Poisson do aço  
dc = 7800     ! Densidade do Aço (Kg/m3)
```

! Definição da geometria- keypoints :

```
K,1,0,0,0  
K,2,0.0676,0,0  
K,3,0.0676,0.0074,0  
K,4,0.036215,0.0074,0  
K,5,0.036215,0.0942,0  
K,6,0.0676,0.0942,0  
K,7,0.0676,0.1016,0  
K,8,0,0.1016,0  
K,9,0,0.0942,0  
K,10,0.0313185,0.0942,0  
K,11,0.031385,0.0074,0  
K,12,0,0.0074,0
```

!cria o keypoint número 1 com coordenadas 0,0,0

! Criação de área, uma só:

```
FLST,2,12,3  
FITEM,2,1  
FITEM,2,2  
FITEM,2,3  
FITEM,2,4  
FITEM,2,5  
FITEM,2,6  
FITEM,2,7  
FITEM,2,8  
FITEM,2,9  
FITEM,2,10  
FITEM,2,11  
FITEM,2,12  
A,P51X
```

! Extrude da área a 6m

```
FLST,2,1,5,ORDE,1  
FITEM,2,1
```

VEXT,P51X, , ,0,0,6,,,

! Escolha tipo de elemento SOLID 45

ET,1,SOLID45

!Criação do tipo de elemento Solid45

MP,EX,1,Ec

!Modulo de elasticidade do concreto material 1

MP,NUXY,1,vc

!Coeficiente de Poisson do concreto material 1

MP,dens,1,dc

!Densidade do concreto material 1

! Divisão de linhas:

FLST,5,12,4,ORDE,2

FITEM,5,25

FITEM,5,-36

CM,_Y,LINE

LSEL, , , ,P51X

CM,_Y1,LINE

CMSEL,,_Y

!*

LESIZE,_Y1,0.005, , , , , ,1

! divisão de linhas longitudinais cada 0.5 cm

FLST,5,8,4,ORDE,8

FITEM,5,3

FITEM,5,5

FITEM,5,9

FITEM,5,11

FITEM,5,15

FITEM,5,17

FITEM,5,21

FITEM,5,23

CM,_Y,LINE

LSEL, , , ,P51X

CM,_Y1,LINE

CMSEL,,_Y

!*

LESIZE,_Y1, , ,7, , , ,1

FLST,5,4,4,ORDE,4

FITEM,5,1

FITEM,5,7

FITEM,5,13

FITEM,5,19

CM,_Y,LINE

LSEL, , , ,P51X

CM,_Y1,LINE

CMSEL,,_Y

!*

LESIZE,_Y1, , ,15, , , ,1

FLST,5,8,4,ORDE,8

FITEM,5,2

FITEM,5,6

FITEM,5,8

```

FITEM,5,12
FITEM,5,14
FITEM,5,18
FITEM,5,20
FITEM,5,24
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,1, , , ,1

```

! Geração da Malha:

```

CM,_Y,VOLU
VSEL, , , ,1
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
!*
VSWEEP,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

```

! Condições de Contorno a 7.5cm dos extremos (apoios):

```

FLST,2,16,1,ORDE,16
FITEM,2,275
FITEM,2,276
FITEM,2,277
FITEM,2,278
FITEM,2,279
FITEM,2,280
FITEM,2,281
FITEM,2,282
FITEM,2,283
FITEM,2,284
FITEM,2,285
FITEM,2,286
FITEM,2,287
FITEM,2,288
FITEM,2,16894
FITEM,2,18094
!*
/GO
D,P51X, ,0, , , ,UX,UY,UZ, , ,

```

```

FLST,2,16,1,ORDE,16
FITEM,2,16655
FITEM,2,16656

```

FITEM,2,16657
FITEM,2,16658
FITEM,2,16659
FITEM,2,16660
FITEM,2,16661
FITEM,2,16662
FITEM,2,16663
FITEM,2,16664
FITEM,2,16665
FITEM,2,16666
FITEM,2,16667
FITEM,2,16668
FITEM,2,18064
FITEM,2,19264
!*
/GO
D,P51X, ,0, , , ,UX,UY, , , ,

! Deletar elementos a na posição do dano (região danificada):
FLST,5,80,2,ORDE,80 ! 80 elementos eliminados da malha
FITEM,5,1741
FITEM,5,2221
FITEM,5,2461
FITEM,5,1981
FITEM,5,2701
FITEM,5,61
FITEM,5,301
FITEM,5,541
FITEM,5,781
FITEM,5,1021
FITEM,5,8941
FITEM,5,8461
FITEM,5,8701
FITEM,5,8221
FITEM,5,7981
FITEM,5,5581
FITEM,5,5821
FITEM,5,6061
FITEM,5,6301
FITEM,5,6541

ESEL,U, , ,P51X

! Aplicação da Carga:
FLST,2,2,1,ORDE,2
FITEM,2,11232
FITEM,2,11471
!*
/GO
F,P51X,FY,-(1020/2) ! 1020 N em dividida em 2 nós.

! Força da gravidade:
ACEL,0,9.8,0,

! Tipo de análise- ESTÁTICO:
ANTYPE,0
FINISH
/SOL
/STATUS,SOLU
SOLVE

! escolha da fila inferior de nós:
FLST,5,241,1,ORDE,4
FITEM,5,71
FITEM,5,1513
FITEM,5,-1751
FITEM,5,3432
NSEL,S, , ,P51X
nplot

! Fim

Análise Dinâmica:

FINISH
/CLEAR
/PREP7
/TITLE, VIGA METÁLICA - PERFIL I-

! Variáveis:
Ec = 2e11 ! módulo de elasticidade do Aço (N/m²)
vc = 0.3 ! Coeficiente de Poisson do aço
dc = 7800 ! Densidade do Aço (Kg/m³)

! Definição da geometria- keypoints :

K,1,0,0,0
K,2,0.0676,0,0
K,3,0.0676,0.0074,0 !cria o keypoint número 1 com coordenadas 0,0,0
K,4,0.036215,0.0074,0
K,5,0.036215,0.0942,0
K,6,0.0676,0.0942,0
K,7,0.0676,0.1016,0
K,8,0,0.1016,0
K,9,0,0.0942,0
K,10,0.0313185,0.0942,0
K,11,0.031385,0.0074,0
K,12,0,0.0074,0

! Criação de area, uma só:
FLST,2,12,3

```

FITEM,2,1
FITEM,2,2
FITEM,2,3
FITEM,2,4
FITEM,2,5
FITEM,2,6
FITEM,2,7
FITEM,2,8
FITEM,2,9
FITEM,2,10
FITEM,2,11
FITEM,2,12
A,P51X

```

```

! Extrude da area a 6m
FLST,2,1,5,ORDE,1
FITEM,2,1
VEXT,P51X, , ,0,0,6,,,

```

```

! Escolha tipo de elemento SOLID 45
ET,1,SOLID45          !Criação do tipo de elemento Solid45
MP,EX,1,Ec           !Modulo de elasticidade do concreto material 1
MP,NUXY,1,vc        !Coeficiente de Poisson do concreto material 1
MP,dens,1,dc        !Densidade do concreto material 1

```

```

! Divisão de linhas:
FLST,5,12,4,ORDE,2
FITEM,5,25
FITEM,5,-36
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1,0.005, , , , , ,1      ! divisão de linhas longitudinais cada 0.5 cm
FLST,5,8,4,ORDE,8
FITEM,5,3
FITEM,5,5
FITEM,5,9
FITEM,5,11
FITEM,5,15
FITEM,5,17
FITEM,5,21
FITEM,5,23
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,7, , , , ,1

```

```

FLST,5,4,4,ORDE,4
FITEM,5,1
FITEM,5,7
FITEM,5,13
FITEM,5,19
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,15, , , ,1

```

```

FLST,5,8,4,ORDE,8
FITEM,5,2
FITEM,5,6
FITEM,5,8
FITEM,5,12
FITEM,5,14
FITEM,5,18
FITEM,5,20
FITEM,5,24
CM,_Y,LINE
LSEL,, , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
!*
LESIZE,_Y1, , ,1, , , , ,1

```

```

! Geração da Malha:
CM,_Y,VOLU
VSEL,, , ,1
CM,_Y1,VOLU
CHKMSH,'VOLU'
CMSEL,S,_Y
!*
VSWEEP,_Y1
!*
CMDELE,_Y
CMDELE,_Y1
CMDELE,_Y2

```

```

! Condições de Contorno a 7.5cm dos extremos (apoios):
FLST,2,16,1,ORDE,16
FITEM,2,275
FITEM,2,276
FITEM,2,277
FITEM,2,278
FITEM,2,279

```

FITEM,2,280
FITEM,2,281
FITEM,2,282
FITEM,2,283
FITEM,2,284
FITEM,2,285
FITEM,2,286
FITEM,2,287
FITEM,2,288
FITEM,2,16894
FITEM,2,18094
!*
/GO
D,P51X, ,0, , , ,UX,UY,UZ, , ,

FLST,2,16,1,ORDE,16
FITEM,2,16655
FITEM,2,16656
FITEM,2,16657
FITEM,2,16658
FITEM,2,16659
FITEM,2,16660
FITEM,2,16661
FITEM,2,16662
FITEM,2,16663
FITEM,2,16664
FITEM,2,16665
FITEM,2,16666
FITEM,2,16667
FITEM,2,16668
FITEM,2,18064
FITEM,2,19264
!*
/GO
D,P51X, ,0, , , ,UX,UY, , , ,

! Deletar elementos a na posição do dano (região danificada):
FLST,5,80,2,ORDE,80 ! 80 elementos eliminados da malha
FITEM,5,1741
FITEM,5,2221
FITEM,5,2461
FITEM,5,1981
FITEM,5,2701
FITEM,5,61
FITEM,5,301
FITEM,5,541
FITEM,5,781
FITEM,5,1021
FITEM,5,8941
FITEM,5,8461

FITEM,5,8701
FITEM,5,8221
FITEM,5,7981
FITEM,5,5581
FITEM,5,5821
FITEM,5,6061
FITEM,5,6301
FITEM,5,6541

ESEL,U, , ,P51X

! Aplicação da Carga:

FLST,2,2,1,ORDE,2

FITEM,2,11232

FITEM,2,11471

!*

/GO

F,P51X,FY,-(1020/2) ! 1020 N em dividida em 2 nós.

! Força da gravidade:

ACEL,0,9.8,0,

! Tipo de análise- DINAMICO:

FINISH

/SOL

ANTYPE,2

MODOPT,LANB,20

! Calculo de 20 frequencias

EQSLV,SPAR

MXPAND,0, , ,0

LUMPM,0

PSTRES,0

MODOPT,LANB,20,0,0, ,OFF

/STATUS,SOLU

SOLVE

! escolha da fila inferior de nós:

FLST,5,241,1,ORDE,4

FITEM,5,71

FITEM,5,1513

FITEM,5,-1751

FITEM,5,3432

NSEL,S, , ,P51X

nplot

! Fim

APÊNDICE C. - SCRIPT UTILIZADO PARA GERAÇÃO DA ANÁLISE ESTÁTICA E DINAMICA DAS VIGAS COM O ELEMENTO SHELL63.

Análise Estática:

```
FINISH  
/CLEAR  
/PREP7  
/TITLE, Viga Metálica- PERFIL - I
```

!Variáveis:

```
Ec = 2e11      !módulo de elasticidade do Aço (N/m2)  
vc = 0.3      !Coeficiente de Poisson do aço  
dc = 7800     !densidade do Aço
```

! Definição da geometria- keypoints:

```
K,1,0,0,0  
K,2,0.0338,0,0  
K,3,0.0676,0,0          !cria o keypoint número 1 com coordenadas  
0,0,0  
K,4,0,0.1016,0  
K,5,0.0338,0.1016,0  
K,6,0.0676,0.1016,0  
K,7,0,0,6  
K,8,0.0338,0,6  
K,9,0.0676,0,6  
K,10,0,0.1016,6  
K,11,0.0338,0.1016,6  
K,12,0.0676,0.1016,6
```

! Definição das áreas da mesa e da alma

```
A,4,5,6,12,11,10      !Cria área da seção transversal  
A,1,2,3,9,8,7  
A,2,8,11,5
```

! Tipo de elemento SHELL63:

```
ET,1,SHELL63          !Criação do tipo de elemento Solid65
```

! Materiais:

```
MP,EX,1,Ec            !Modulo de elasticidade do concreto material 1  
MP,NUXY,1,vc          !Coeficiente de Poisson do concreto material 1  
MP,dens,1,dc          !Densidade do concreto material 1
```

!Criação das Constantes Reais:

```
R,1,0.00743, , , , ,  
RMORE, , , ,  
RMORE  
RMORE, ,
```

```
R,2,0.00483, , , , , ,
RMORE, , , ,
RMORE
RMORE, ,
```

```
! Colado das áreas:
FLST,2,3,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-3
AGLUE,P51X
```

```
!Divisão de Linhas:
FLST,5,6,4,ORDE,6
FITEM,5,3
FITEM,5,6
FITEM,5,9
FITEM,5,12
FITEM,5,13
FITEM,5,15
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
```

```
LESIZE,_Y1,0.005, , , , , ,1 ! divisão das linhas longitudinais = 0.5cm
```

```
FLST,5,8,4,ORDE,8
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
FITEM,5,4
FITEM,5,-5
FITEM,5,7
FITEM,5,-8
FITEM,5,10
FITEM,5,-11
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
```

```
! Geração da Malha:
FLST,5,5,5,ORDE,2
FITEM,5,3
FITEM,5,-7
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
```

AMESH,_Y1

!Condições de Contorno:

FLST,2,21,1,ORDE,21

FITEM,2,17

FITEM,2,37235

FITEM,2,37264

FITEM,2,38463

FITEM,2,39662

FITEM,2,40861

FITEM,2,42060

FITEM,2,43259

FITEM,2,44458

FITEM,2,45657

FITEM,2,46856

FITEM,2,48066

FITEM,2,49274

FITEM,2,50473

FITEM,2,51672

FITEM,2,52871

FITEM,2,54070

FITEM,2,55269

FITEM,2,56468

FITEM,2,57667

FITEM,2,58866

!*

/GO

D,P51X, ,0, , , ,UX,UY,UZ, , ,

FLST,2,21,1,ORDE,21

FITEM,2,1187

FITEM,2,36065

FITEM,2,38434

FITEM,2,39633

FITEM,2,40832

FITEM,2,42031

FITEM,2,43230

FITEM,2,44429

FITEM,2,45628

FITEM,2,46827

FITEM,2,48026

FITEM,2,49236

FITEM,2,50444

FITEM,2,51643

FITEM,2,52842

FITEM,2,54041

FITEM,2,55240

FITEM,2,56439

FITEM,2,57638

FITEM,2,58837

```
FITEM,2,60036
!*
/GO
D,P51X, ,0, , , ,UX,UY, , , ,
```

! Eliminação dos elementos- região danificada:

```
FLST,5,80,2,ORDE,80
FITEM,5,2761
FITEM,5,2762
FITEM,5,2763
FITEM,5,2764
FITEM,5,2765
FITEM,5,5166
FITEM,5,5167
FITEM,5,5168
FITEM,5,5169
FITEM,5,5170
FITEM,5,9966
FITEM,5,9967
FITEM,5,9968
FITEM,5,9969
FITEM,5,9970
FITEM,5,7561
FITEM,5,7562
FITEM,5,7563
FITEM,5,7564
FITEM,5,7565
ESEL,U, , ,P51X
```

! Aplicação força

```
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,371
/GO
F,P51X,FY,-1020
! Força da gravidade:
ACEL,0,9.8,0,
```

!Tipo de Análise -ESTÁTICA

```
FINISH
/SOL
ANTYPE,0,plot
/STATUS,SOLU
SOLVE
```

! Seleção da fila de nós:

```
FLST,5,241,1,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-241
NSEL,S, , ,P51X
NPLOT
```

FINISH

! Fim

Análise Dinâmica:

FINISH

/CLEAR

/PREP7

/TITLE, Viga Metálica- PERFIL - I

!Variáveis:

Ec = 2e11 !módulo de elasticidade do Aço (N/m2)

vc = 0.3 !Coeficiente de Poisson do aço

dc = 7800 !densidade do Aço

! Definição da geometria- keypoints:

K,1,0,0,0

K,2,0.0338,0,0

K,3,0.0676,0,0

!cria o keypoint número 1 com coordenadas

0,0,0

K,4,0,0.1016,0

K,5,0.0338,0.1016,0

K,6,0.0676,0.1016,0

K,7,0,0,6

K,8,0.0338,0,6

K,9,0.0676,0,6

K,10,0,0.1016,6

K,11,0.0338,0.1016,6

K,12,0.0676,0.1016,6

! Definição das áreas da mesa e da alma

A,4,5,6,12,11,10

!Cria área da seção transversal

A,1,2,3,9,8,7

A,2,8,11,5

! Tipo de elemento SHELL63:

ET,1,SHELL63

!Criação do tipo de elemento Solid65

! Materiais:

MP,EX,1,Ec

!Modulo de elasticidade do concreto material 1

MP,NUXY,1,vc

!Coeficiente de Poisson do concreto material 1

MP,dens,1,dc

!Densidade do concreto material 1

!Criação das Constantes Reais:

R,1,0.00743, , , , , ,

RMORE, , , ,

RMORE

RMORE, ,

R,2,0.00483, , , , , ,

RMORE, , , ,

RMORE
RMORE, ,

! Colado das áreas:
FLST,2,3,5,ORDE,2
FITEM,2,1
FITEM,2,-3
AGLUE,P51X

!Divisão de Linhas:
FLST,5,6,4,ORDE,6
FITEM,5,3
FITEM,5,6
FITEM,5,9
FITEM,5,12
FITEM,5,13
FITEM,5,15
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y

LESIZE,_Y1,0.005, , , , , ,1 ! divisão das linhas longitudinais = 0.5cm

FLST,5,8,4,ORDE,8
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
FITEM,5,4
FITEM,5,-5
FITEM,5,7
FITEM,5,-8
FITEM,5,10
FITEM,5,-11
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y

! Geração da Malha:
FLST,5,5,5,ORDE,2
FITEM,5,3
FITEM,5,-7
CM,_Y,AREA
ASEL, , , ,P51X
CM,_Y1,AREA
CHKMSH,'AREA'
CMSEL,S,_Y
AMESH,_Y1

!Condições de Contorno:

FLST,2,21,1,ORDE,21
FITEM,2,17
FITEM,2,37235
FITEM,2,37264
FITEM,2,38463
FITEM,2,39662
FITEM,2,40861
FITEM,2,42060
FITEM,2,43259
FITEM,2,44458
FITEM,2,45657
FITEM,2,46856
FITEM,2,48066
FITEM,2,49274
FITEM,2,50473
FITEM,2,51672
FITEM,2,52871
FITEM,2,54070
FITEM,2,55269
FITEM,2,56468
FITEM,2,57667
FITEM,2,58866
!*
/GO
D,P51X, ,0, , , ,UX,UY,UZ, , ,
FLST,2,21,1,ORDE,21
FITEM,2,1187
FITEM,2,36065
FITEM,2,38434
FITEM,2,39633
FITEM,2,40832
FITEM,2,42031
FITEM,2,43230
FITEM,2,44429
FITEM,2,45628
FITEM,2,46827
FITEM,2,48026
FITEM,2,49236
FITEM,2,50444
FITEM,2,51643
FITEM,2,52842
FITEM,2,54041
FITEM,2,55240
FITEM,2,56439
FITEM,2,57638
FITEM,2,58837
FITEM,2,60036
!*
/GO
D,P51X, ,0, , , ,UX,UY, , , ,

! Eliminação dos elementos- região danificada:

FLST,5,80,2,ORDE,80

FITEM,5,2761

FITEM,5,2762

FITEM,5,2763

FITEM,5,2764

FITEM,5,2765

FITEM,5,5166

FITEM,5,5167

FITEM,5,5168

FITEM,5,5169

FITEM,5,5170

FITEM,5,9966

FITEM,5,9967

FITEM,5,9968

FITEM,5,9969

FITEM,5,9970

FITEM,5,7561

FITEM,5,7562

FITEM,5,7563

FITEM,5,7564

FITEM,5,7565

ESEL,U, , ,P51X

! Aplicação força

FLST,2,1,1,ORDE,1

FITEM,2,371

/GO

F,P51X,FY,-1020

! Força da gravidade:

ACEL,0,9.8,0,

!Tipo de Análise -ESTÁTICA

FINISH

/SOL

ANTYPE,0eplot

/STATUS,SOLU

SOLVE

! Seleção da fila de nós:

FLST,5,241,1,ORDE,2

FITEM,5,1

FITEM,5,-241

NSEL,S, , ,P51X

NPLOT

FINISH

! Fim

```
!Tipo de Análise -DINAMICA
FINISH
/SOL
!*
ANTYPE,2
MODOPT,LANB,20
EQLV,SPAR
MXPAND,0, , ,0
LUMPM,0
PSTRES,0
!*
MODOPT,LANB,20,0,0, ,OFF
/STATUS,SOLU
SOLVE

! Fim
```

APÊNDICE D. RESULTADO DOS DESLOCAMENTOS MEDIDOS NA ANÁLISE EXPERIMENTAL ESTÁTICA.

Na presente seção são apresentados os resultados obtidos na resposta estática (deslocamentos verticais U_y) para cada viga ensaiada. Na Tabela D.1 são apresentados os deslocamentos da viga intacta V1E.

Tabela D.1- Deslocamentos verticais U_y - viga V1E.

DESLOCAMENTOS VERTICAIS U_y (cm) - VIGA V1E					
LVDT	DISTÂNCIA (m)	LEITURA CELULA DE CARGA (Newton)			
		930	2010	3090	4080
APOIO A	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
LVDT01	0,375	1,5187500	2,9125000	4,3812500	5,7718750
LVDT02	0,75	3,0875000	6,0093750	9,0468750	11,9718750
LVDT03	1,125	4,5781250	8,9468750	13,5500000	17,9593750
LVDT04	1,5	6,1093750	11,8281250	17,8406250	23,6187500
LVDT05	1,875	7,4031250	14,2906250	21,5187500	28,4718750
LVDT06	2,25	8,2718750	16,0093750	24,0593750	31,8031250
LVDT07	2,625	8,7406250	17,0968750	25,8125000	34,1843750
LVDT08	3	8,8156250	17,2000000	26,0031250	34,4343750
LVDT09	3,375	8,7156250	17,0343750	25,7937500	34,1843750
LVDT10	3,75	8,3656250	16,1906250	24,4281250	32,3062500
LVDT11	4,125	7,4437500	14,4500000	21,7406250	28,7156250
LVDT12	4,5	6,3625000	12,1750000	18,3125000	24,1875000
LVDT13	4,875	4,9437500	9,5375000	14,2968750	18,8093750
LVDT14	5,25	3,5000000	6,6000000	9,8187500	12,8687500
LVDT15	5,625	1,7531250	3,2437500	4,7531250	6,2000000
APOIO B	6	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000

Na Tabela D.2 são apresentados os deslocamentos da viga danificada em um só local, V2E.

Tabela D.2- Deslocamentos verticais U_y - viga V2E.

DESLOCAMENTOS VERTICAIS U_y (cm) - VIGA V2E						
LVDT	DISTÂNCIA (m)	LEITURA CELULA DE CARGA (Newton)				
		1020	1320	2280	3330	4200
APOIO A	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000000	0,0000000
LVDT01	0,375	1,3750000	1,8250000	3,2000000	4,6781250000	5,9500000
LVDT02	0,75	2,9312500	3,9593750	6,8750000	10,0312500000	12,7062500
LVDT03	1,125	4,4156250	5,8250000	10,2218750	15,0093750000	19,0468750
LVDT04	1,5	5,7406250	7,6750000	13,4187500	19,7000000000	25,0125000

DESLOCAMENTOS VERTICAIS U_y (cm) - VIGA V2E						
		LEITURA CELULA DE CARGA (Newton)				
LVDT	DISTÂNCIA (m)	1020	1320	2280	3330	4200
LVDT05	1,875	6,7968750	9,1531250	15,9812500	23,4281250000	29,7281250
LVDT06	2,25	7,6562500	10,3500000	18,0562500	26,3812500000	33,4093750
LVDT07	2,625	8,1625000	11,1906250	19,4625000	28,4375000000	35,9625000
LVDT08	3	8,2656250	11,0750000	19,4437500	28,4968750000	36,0781250
LVDT09	3,375	8,1375000	11,0000000	19,2812500	28,3093750000	35,8843750
LVDT10	3,75	7,6906250	10,4125000	18,1625000	26,5906250000	33,6906250
LVDT11	4,125	6,7531250	9,3156250	16,2093750	23,6687500000	29,9562500
LVDT12	4,5	5,7250000	7,8343750	13,6093750	19,8437500000	25,1125000
LVDT13	4,875	4,3968750	6,0312500	10,4656250	15,2343750000	19,2562500
LVDT14	5,25	2,9500000	4,1156250	7,1531250	10,4062500000	13,1406250
LVDT15	5,625	1,4218750	2,0250000	3,5062500	5,0968750000	6,4406250
APOIO B	6	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000000	0,0000000

Na Tabela D.3 são apresentados os deslocamentos da viga com um dano maior do que a viga anterior em um só local, viga V2E-2.

Tabela D.3- Deslocamentos verticais U_y - viga V2E-2.

DESLOCAMENTOS VERTICAIS U_y(cm) - VIGA V2E-2						
		LEITURA CELULA DE CARGA (Newton)				
LVDT	DISTÂNCIA (m)	990	2040	3060	3990	4530
APOIO A	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
LVDT01	0,375	1,3656250	2,8312500	4,3000000	5,5750000	5,7250000
LVDT02	0,75	2,8093750	5,8656250	8,9281250	11,6125000	11,9437500
LVDT03	1,125	4,1937500	8,7781250	13,4062500	17,4437500	17,9343750
LVDT04	1,5	5,5500000	11,6062500	17,7562500	23,1437500	23,7437500
LVDT05	1,875	6,5250000	13,6562500	20,8781250	27,2093750	27,9187500
LVDT06	2,25	7,2968750	15,2718750	23,2843750	30,2937500	30,4937500
LVDT07	2,625	7,8062500	16,4312500	25,0937500	32,6500000	33,5437500
LVDT08	3	7,8437500	16,5062500	25,2156250	32,7906250	33,8437500
LVDT09	3,375	7,7812500	16,3750000	25,0500000	32,6281250	33,7562500
LVDT10	3,75	7,2812500	15,3000000	23,3937500	30,4687500	31,6218750
LVDT11	4,125	6,4968750	13,6312500	20,7906250	27,0250000	28,1156250
LVDT12	4,5	5,3687500	11,3406250	17,3468750	22,5656250	23,5312500
LVDT13	4,875	4,1312500	8,7531250	13,3468750	17,3500000	18,1156250
LVDT14	5,25	2,7750000	5,8843750	8,9250000	11,5718750	12,0843750
LVDT15	5,625	1,3750000	2,9281250	4,4125000	5,6937500	5,9406250
APOIO B	6	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000

Na Tabela D.4 são apresentados os deslocamentos da viga danificada em dois locais diferentes, viga V2E.

Tabela D.4- Deslocamentos verticais Uy- viga V3E.

DESLOCAMENTOS VERTICAIS Uy (cm) - VIGA V3E						
		LEITURA CELULA DE CARGA (Newton)				
LVDT	DISTÂNCIA (m)	960	2040	3120	4350	4620
APOIO A	0	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000
LVDT01	0,375	1,4687500	2,9031250	4,2937500	5,6312500	5,7156250
LVDT02	0,75	3,2375000	6,4343750	9,5218750	12,5281250	12,7093750
LVDT03	1,125	4,7781250	9,5125000	14,1062500	18,5531250	18,8250000
LVDT04	1,5	6,3312500	12,5531250	18,6156250	24,4812500	24,8093750
LVDT05	1,875	7,5312500	14,9750000	22,2312500	29,2625000	29,6593750
LVDT06	2,25	8,5218750	16,9312500	25,0250000	32,7250000	32,8656250
LVDT07	2,625	9,2187500	18,2968750	27,0343750	35,4781250	36,0062500
LVDT08	3	9,2968750	18,4218750	27,2343750	35,7781250	36,3656250
LVDT09	3,375	9,2156250	18,2687500	27,0593750	35,6281250	36,2750000
LVDT10	3,75	9,0218750	17,5281250	25,7468750	33,8375000	34,5031250
LVDT11	4,125	7,8343750	15,4500000	22,7312500	29,8812500	30,5000000
LVDT12	4,5	6,8343750	13,2218750	19,3500000	25,3687500	25,9281250
LVDT13	4,875	5,5062500	10,4187500	15,0937500	19,7281250	20,1687500
LVDT14	5,25	4,0062500	7,2937500	10,3937500	13,4750000	13,7718750
LVDT15	5,625	1,5031250	3,1843750	4,6843750	6,1437500	6,2781250
APOIO B	6	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000	0,0000000

APÊNDICE E. - RESULTADO DOS DESLOCAMENTOS MEDIDOS NA ANÁLISE NUMÉRICA- ESTÁTICA.

1. - Resultados obtidos com o elemento BEAM3.

Nas tabelas abaixo (Tabela E.1 a Tabela E.6) são apresentados os resultados obtidos na resposta estática (deslocamentos verticais U_y) para as cinco vigas modeladas no programa utilizando o elemento BEAM3.

Tabela E.1- Deslocamentos análise estática viga V1E.

DESLOCAMENTOS (mm) - VIGA V1E-BEAM3				
DISTÂNCIA (m)	CARGA (Newton)			
	930	2010	3090	4080
0,000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000
0,375	-2,285400	-4,084000	-5,882600	-7,531400
0,750	-4,489900	-8,030700	-11,571000	-14,817000
1,125	-6,536600	-11,706000	-16,876000	-21,615000
1,500	-8,352900	-14,982000	-21,612000	-27,689000
1,875	-9,870500	-17,734000	-25,597000	-32,804000
2,250	-11,026000	-19,840000	-28,654000	-36,734000
2,625	-11,759000	-21,185000	-30,611000	-39,252000
3,000	-12,015000	-21,658000	-31,300000	-40,140000
3,375	-11,759000	-21,185000	-30,611000	-39,252000
3,750	-11,026000	-19,840000	-28,654000	-36,734000
4,125	-9,870500	-17,734000	-25,597000	-32,804000
4,500	-8,352900	-14,982000	-21,612000	-27,689000
4,875	-6,536600	-11,706000	-16,876000	-21,615000
5,250	-4,489900	-8,030700	-11,571000	-14,817000
5,625	-2,285400	-4,084000	-5,882600	-7,531400
6,000	0,000000	0,000000	0,000000	0,000000

Tabela E.2- Deslocamentos análise estática viga V2E.

DESLOCAMENTOS (mm) - VIGA V2E-BEAM3					
DISTÂNCIA (m)	CARGA (N)				
	1020	1320	2280	3330	4200
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	-2,4457	-2,9476	-4,5539	-6,3108	-7,7665
0,750	-4,8058	-5,7940	-8,9564	-12,4150	-15,2810
1,125	-6,9988	-8,4420	-13,0600	-18,1110	-22,2960
1,500	-8,9476	-10,7990	-16,7210	-23,2000	-28,5670
1,875	-10,5640	-12,7570	-19,7740	-27,4490	-33,8080

DESLOCAMENTOS (mm) - VIGA V2E-BEAM3					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	1020	1320	2280	3330	4200
2,250	-11,7940	-14,2500	-22,1100	-30,7070	-37,8300
2,625	-12,5740	-15,1990	-23,6010	-32,7900	-40,4040
3,000	-12,8440	-15,5290	-24,1210	-33,5180	-41,3040
3,375	-12,5660	-15,1900	-23,5870	-32,7710	-40,3800
3,750	-11,7790	-14,2320	-22,0820	-30,6680	-37,7820
4,125	-10,5410	-12,7290	-19,7310	-27,3900	-33,7350
4,500	-8,9173	-10,7620	-16,6650	-23,1210	-28,4710
4,875	-6,9763	-8,4148	-13,0180	-18,0520	-22,2240
5,250	-4,7909	-5,7760	-8,9284	-12,3760	-15,2330
5,625	-2,4382	-2,9386	-4,5400	-6,2914	-7,7426
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela E.3- Deslocamentos análise estática viga V2E-2.

DESLOCAMENTOS (mm) - VIGA V2E-2-BEAM3					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	990	2040	3060	3990	4530
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	-2,4056	-4,1708	-5,8855	-7,4489	-8,3567
0,750	-4,7274	-8,2027	-11,5790	-14,6570	-16,4440
1,125	-6,8854	-11,9610	-16,8920	-21,3870	-23,9980
1,500	-8,8040	-15,3150	-21,6400	-27,4080	-30,7560
1,875	-10,3830	-18,0890	-25,5750	-32,4000	-36,3630
2,250	-11,5820	-20,2070	-28,5860	-36,2260	-40,6610
2,625	-12,3410	-21,5560	-30,5070	-38,6690	-43,4080
3,000	-12,6010	-22,0210	-31,1720	-39,5150	-44,3590
3,375	-12,3260	-21,5290	-30,4700	-38,6220	-43,3550
3,750	-11,5520	-20,1550	-28,5120	-36,1320	-40,5560
4,125	-10,3370	-18,0100	-25,4630	-32,2590	-36,2050
4,500	-8,7448	-15,2130	-21,4950	-27,2240	-30,5500
4,875	-6,8413	-11,8840	-16,7830	-21,2500	-23,8440
5,250	-4,6982	-8,1518	-11,5070	-14,5660	-16,3420
5,625	-2,3911	-4,1454	-5,8495	-7,4033	-8,3055
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela E.4- Deslocamentos análise estática viga V3E.

DESLOCAMENTOS (mm) - VIGA V3E-BEAM3					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	960	2040	3120	4350	4620
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	-2,3502	-4,1623	-5,9743	-8,0381	-8,4911
0,750	-4,6181	-8,1857	-11,7530	-15,8160	-16,7080

DESLOCAMENTOS (mm) - VIGA V3E-BEAM3					
DISTÂNCIA (m)	CARGA (N)				
	960	2040	3120	4350	4620
1,125	-6,7252	-11,9350	-17,1450	-23,0790	-24,3820
1,500	-8,5975	-15,2810	-21,9640	-29,5750	-31,2460
1,875	-10,1620	-18,0900	-26,0180	-35,0470	-37,0290
2,250	-11,3420	-20,2210	-29,1000	-39,2120	-41,4320
2,625	-12,0920	-21,5830	-31,0740	-41,8830	-44,2550
3,000	-12,3530	-22,0610	-31,7680	-42,8240	-45,2510
3,375	-12,0910	-21,5820	-31,0730	-41,8820	-44,2550
3,750	-11,3420	-20,2210	-29,0990	-39,2110	-41,4300
4,125	-10,1620	-18,0890	-26,0160	-35,0450	-37,0260
4,500	-8,5977	-15,2810	-21,9640	-29,5760	-31,2470
4,875	-6,7253	-11,9360	-17,1460	-23,0800	-24,3820
5,250	-4,6182	-8,1858	-11,7540	-15,8170	-16,7090
5,625	-2,3503	-4,1624	-5,9744	-8,0382	-8,4912
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela E.5- Deslocamentos análise estática viga V4E.

DESLOCAMENTOS (mm) - VIGA V4E-BEAM3				
DISTÂNCIA (m)	CARGA (N)			
	1000	2000	3000	4000
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	-2,3440	-3,9515	-5,5589	-7,1664
0,750	-4,5839	-7,7268	-10,8700	-14,0130
1,125	-6,6194	-11,1540	-15,6890	-20,2230
1,500	-8,3547	-14,0650	-19,7760	-25,4860
1,875	-9,6983	-16,2970	-22,8950	-29,4940
2,250	-10,5810	-17,7250	-24,8690	-32,0140
2,625	-11,0060	-18,3690	-25,7320	-33,0960
3,000	-11,0000	-18,2880	-25,5760	-32,8640
3,375	-10,5950	-17,5460	-24,4960	-31,4470
3,750	-9,8236	-16,2090	-22,5940	-28,9790
4,125	-8,7265	-14,3490	-19,9720	-25,5950
4,500	-7,3468	-12,0440	-16,7420	-21,4390
4,875	-5,7326	-9,3737	-13,0150	-16,6560
5,250	-3,9273	-6,4093	-8,8913	-11,3730
5,625	-1,9961	-3,2534	-4,5108	-5,7681
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela E.6- Deslocamentos análise estática viga V5E.

DESLOCAMENTOS (mm) - VIGA V5E-BEAM3				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	1000	2000	3000	4000
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	-3,2424	-5,7465	-8,2506	-10,7550
0,750	-6,3480	-11,2520	-16,1550	-21,0590
1,125	-9,1839	-16,2780	-23,3710	-30,4650
1,500	-11,6220	-20,5920	-29,5620	-38,5320
1,875	-13,5540	-24,0000	-34,4450	-44,8900
2,250	-14,9500	-26,4520	-37,9530	-49,4550
2,625	-15,7970	-27,9370	-40,0770	-52,2170
3,000	-16,0890	-28,4490	-40,8080	-53,1680
3,375	-15,7970	-27,9380	-40,0780	-52,2190
3,750	-14,9500	-26,4530	-37,9550	-49,4570
4,125	-13,5550	-24,0000	-34,4460	-44,8910
4,500	-11,6220	-20,5920	-29,5630	-38,5330
4,875	-9,1842	-16,2780	-23,3720	-30,4660
5,250	-6,3482	-11,2520	-16,1560	-21,0590
5,625	-3,2425	-5,7467	-8,2508	-10,7550
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

2. - Resultados obtidos com o elemento SOLID45.

Nas Tabela E.7 a Tabela E.12 são apresentados os resultados obtidos na resposta estática (deslocamentos verticais U_y) para as cinco vigas modeladas no programa utilizando o elemento SOLID45.

Tabela E.7- Deslocamentos verticais U_y - viga V1E.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V1E-SOLID45				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	930	2010	3090	4080
0,000	0,435520	0,783080	1,130600	1,449200
0,375	-1,744800	-3,136900	-4,529000	-5,805100
0,750	-3,861800	-6,948900	-10,036000	-12,866000
1,125	-5,836500	-10,516000	-15,195000	-19,484000
1,500	-7,595900	-13,707000	-19,818000	-25,419000
1,875	-9,071300	-16,397000	-23,722000	-30,437000
2,250	-10,198000	-18,464000	-26,729000	-34,305000
2,625	-10,917000	-19,790000	-28,663000	-36,797000
3,000	-11,171000	-20,263000	-29,355000	-37,689000

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V1E-SOLID45				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	930	2010	3090	4080
3,375	-10,917000	-19,790000	-28,663000	-36,797000
3,750	-10,198000	-18,464000	-26,729000	-34,305000
4,125	-9,071300	-16,397000	-23,722000	-30,437000
4,500	-7,595900	-13,707000	-19,818000	-25,419000
4,875	-5,836500	-10,516000	-15,195000	-19,484000
5,250	-3,861800	-6,948900	-10,036000	-12,866000
5,625	-1,744800	-3,136900	-4,529000	-5,805100
6,000	0,435530	0,783080	1,130600	1,449200

Tabela E.8- Deslocamentos verticais Uy- viga V2E.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V2E-SOLID45					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	1020	1320	2280	3330	4200
0,000	0,474350	0,572940	0,888430	1,233500	1,519400
0,375	-1,900300	-2,295200	-3,558800	-4,940900	-6,086000
0,750	-4,207900	-5,083900	-7,886900	-10,953000	-13,493000
1,125	-6,364900	-7,693300	-11,944000	-16,593000	-20,446000
1,500	-8,292000	-10,028000	-15,583000	-21,660000	-26,694000
1,875	-9,854800	-11,926000	-18,552000	-25,800000	-31,806000
2,250	-11,043000	-13,372000	-20,823000	-28,973000	-35,726000
2,625	-11,795000	-14,290000	-22,271000	-31,000000	-38,233000
3,000	-12,051000	-14,603000	-22,768000	-31,698000	-39,098000
3,375	-11,763000	-14,250000	-22,210000	-30,916000	-38,130000
3,750	-10,977000	-13,293000	-20,701000	-28,805000	-35,519000
4,125	-9,756200	-11,807000	-18,370000	-25,547000	-31,495000
4,500	-8,163900	-9,874100	-15,346000	-21,332000	-26,291000
4,875	-6,269700	-7,578700	-11,768000	-16,349000	-20,146000
5,250	-4,146800	-5,010300	-7,773600	-10,796000	-13,300000
5,625	-1,873200	-2,262500	-3,508500	-4,871200	-6,000400
6,000	0,467570	0,564780	0,875850	1,216100	1,498000

Tabela E.9- Deslocamentos verticais Uy- viga V2E-2.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V2E-2-SOLID45					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	990	2040	3060	3990	4530
0,000	0,468200	0,816170	1,154200	1,462400	1,641400
0,375	-1,875600	-3,269300	-4,623200	-5,857600	-6,574400
0,750	-4,153800	-7,245700	-10,249000	-12,988000	-14,578000
1,125	-6,284300	-10,974000	-15,530000	-19,684000	-22,097000
1,500	-8,187600	-14,317000	-20,272000	-25,702000	-28,854000
1,875	-9,709700	-17,007000	-24,095000	-30,558000	-34,311000

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V2E-2-SOLID45					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	990	2040	3060	3990	4530
2,250	-10,865000	-19,060000	-27,020000	-34,278000	-38,493000
2,625	-11,595000	-20,364000	-28,883000	-36,651000	-41,161000
3,000	-11,838000	-20,804000	-29,514000	-37,455000	-42,066000
3,375	-11,550000	-20,287000	-28,775000	-36,514000	-41,007000
3,750	-10,777000	-18,906000	-26,804000	-34,004000	-38,185000
4,125	-9,576200	-16,776000	-23,770000	-30,147000	-33,850000
4,500	-8,012600	-14,015000	-19,847000	-25,163000	-28,251000
4,875	-6,153200	-10,748000	-15,211000	-19,280000	-21,643000
5,250	-4,069700	-7,100200	-10,044000	-12,728000	-14,287000
5,625	-1,838300	-3,204700	-4,532100	-5,742300	-6,445000
6,000	0,458870	0,800010	1,131400	1,433600	1,609000

Tabela E.10- Deslocamentos verticais Uy- viga V3E.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V3E-SOLID45					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	960	2040	3120	4350	4620
0,000	0,459730	0,819000	1,178300	1,587400	1,677200
0,375	-1,841700	-3,280600	-4,719600	-6,358300	-6,718100
0,750	-4,078700	-7,271100	-10,464000	-14,099000	-14,897000
1,125	-6,170700	-11,014000	-15,857000	-21,372000	-22,583000
1,500	-8,043400	-14,377000	-20,710000	-27,923000	-29,506000
1,875	-9,613600	-17,210000	-24,806000	-33,458000	-35,357000
2,250	-10,765000	-19,301000	-27,836000	-37,558000	-39,692000
2,625	-11,499000	-20,642000	-29,786000	-40,199000	-42,485000
3,000	-11,758000	-21,119000	-30,481000	-41,143000	-43,483000
3,375	-11,497000	-20,640000	-29,782000	-40,195000	-42,480000
3,750	-10,762000	-19,296000	-27,830000	-37,549000	-39,683000
4,125	-9,610000	-17,203000	-24,797000	-33,445000	-35,343000
4,500	-8,044300	-14,378000	-20,712000	-27,926000	-29,509000
4,875	-6,171400	-11,015000	-15,858000	-21,374000	-22,585000
5,250	-4,079100	-7,271800	-10,465000	-14,101000	-14,899000
5,625	-1,841900	-3,281000	-4,720000	-6,358900	-6,718700
6,000	0,459790	0,819080	1,178400	1,587600	1,677400

Tabela E.11- Deslocamentos verticais Uy- viga V4E.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V4E-SOLID45				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	1000	2000	3000	4000
0,000	0,446540	0,756420	1,066300	1,376200
0,375	-1,789700	-3,031600	-4,273500	-5,515500
0,750	-3,943800	-6,680200	-9,416700	-12,153000

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V4E-SOLID45				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	1000	2000	3000	4000
1,125	-5,912300	-10,011000	-14,110000	-18,209000
1,500	-7,598100	-12,854000	-18,110000	-23,367000
1,875	-8,908100	-15,042000	-21,177000	-27,311000
2,250	-9,762400	-16,431000	-23,099000	-29,768000
2,625	-10,174000	-17,057000	-23,940000	-30,823000
3,000	-10,170000	-16,981000	-23,791000	-30,602000
3,375	-9,780800	-16,265000	-22,748000	-29,232000
3,750	-9,040700	-14,976000	-20,912000	-26,847000
4,125	-7,989000	-13,187000	-18,385000	-23,584000
4,500	-6,669200	-10,974000	-15,278000	-19,582000
4,875	-5,128200	-8,414500	-11,701000	-14,987000
5,250	-3,384600	-5,543000	-7,701400	-9,859800
5,625	-1,526900	-2,497600	-3,468300	-4,439000
6,000	0,381160	0,623580	0,865990	1,108400

Tabela E.12- Deslocamentos verticais Uy- viga V5E.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V5E-SOLID45				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	1000	2000	3000	4000
0,000	0,621790	1,104800	1,587900	2,071000
0,375	-2,491800	-4,427400	-6,363100	-8,298800
0,750	-5,497700	-9,769400	-14,041000	-18,313000
1,125	-8,259500	-14,677000	-21,094000	-27,511000
1,500	-10,647000	-18,912000	-27,178000	-35,443000
1,875	-12,544000	-22,263000	-31,982000	-41,702000
2,250	-13,926000	-24,696000	-35,466000	-46,237000
2,625	-14,783000	-26,202000	-37,620000	-49,039000
3,000	-15,106000	-26,769000	-38,432000	-50,094000
3,375	-14,786000	-26,208000	-37,629000	-49,050000
3,750	-13,929000	-24,701000	-35,474000	-46,246000
4,125	-12,546000	-22,267000	-31,988000	-41,710000
4,500	-10,649000	-18,916000	-27,183000	-35,449000
4,875	-8,260900	-14,679000	-21,097000	-27,515000
5,250	-5,498600	-9,771000	-14,043000	-18,316000
5,625	-2,492200	-4,428200	-6,364200	-8,300200
6,000	0,621890	1,105000	1,588200	2,071300

3. - Resultados obtidos com o elemento SHELL63.

Nas Tabela E.13 a Tabela E.18 são apresentados os resultados obtidos na resposta estática (deslocamentos verticais U_y) para as cinco vigas modeladas no programa utilizando o elemento SHELL63.

Tabela E.13- Deslocamentos verticais U_y - viga V1E.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V1E-SHELL63				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	930	2010	3090	4080
0,000	0,243760	0,424310	0,604860	0,770360
0,375	-1,586600	-2,761500	-3,936300	-5,013300
0,750	-3,358700	-5,851400	-8,344200	-10,629000
1,125	-5,007300	-8,736100	-12,465000	-15,883000
1,500	-6,472100	-11,311000	-16,150000	-20,586000
1,875	-7,697000	-13,477000	-19,257000	-24,555000
2,250	-8,629800	-15,137000	-21,644000	-27,609000
2,625	-9,222500	-16,200000	-23,177000	-29,572000
3,000	-9,431000	-16,577000	-23,722000	-30,272000
3,375	-9,222500	-16,200000	-23,177000	-29,572000
3,750	-8,629800	-15,137000	-21,644000	-27,609000
4,125	-7,697000	-13,477000	-19,257000	-24,555000
4,500	-6,472100	-11,311000	-16,150000	-20,586000
4,875	-5,007300	-8,736100	-12,465000	-15,883000
5,250	-3,358700	-5,851500	-8,344200	-10,629000
5,625	-1,586600	-2,761500	-3,936300	-5,013300
6,000	0,243760	0,424310	0,604860	0,770360

Tabela E.14- Deslocamentos verticais U_y - viga V2E

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V2E-SHELL63					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	1020	1320	2280	3330	4200
0,000	0,261440	0,312110	0,474240	0,651580	0,798510
0,375	-1,701600	-2,031300	-3,086400	-4,240300	-5,196400
0,750	-3,603300	-4,303000	-6,541900	-8,990600	-11,020000
1,125	-5,374900	-6,421700	-9,771700	-13,436000	-16,472000
1,500	-6,951600	-8,310600	-12,659000	-17,416000	-21,357000
1,875	-8,249200	-9,868500	-15,050000	-20,718000	-25,414000
2,250	-9,235400	-11,055000	-16,880000	-23,250000	-28,528000
2,625	-9,860300	-11,810000	-18,048000	-24,870000	-30,524000
3,000	-10,076000	-12,071000	-18,455000	-25,437000	-31,222000

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V2E-SHELL63					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	1020	1320	2280	3330	4200
3,375	-9,846900	-11,794000	-18,024000	-24,837000	-30,483000
3,750	-9,208500	-11,024000	-16,832000	-23,184000	-28,448000
4,125	-8,208800	-9,820500	-14,978000	-20,619000	-25,293000
4,500	-6,899200	-8,248300	-12,566000	-17,287000	-21,200000
4,875	-5,335600	-6,375000	-9,701200	-13,339000	-16,354000
5,250	-3,577800	-4,272700	-6,496100	-8,927900	-10,943000
5,625	-1,689800	-2,017300	-3,065100	-4,211200	-5,160800
6,000	0,259620	0,309950	0,470980	0,647100	0,793040

Tabela E.15- Deslocamentos verticais Uy- viga V2E-2.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V2E-2-SHELL63					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	990	2040	3060	3990	4530
0,000	0,257280	0,435300	0,608250	0,765930	0,857490
0,375	-1,674500	-2,833000	-3,958300	-4,984400	-5,580200
0,750	-3,546000	-6,004500	-8,392700	-10,570000	-11,835000
1,125	-5,289700	-8,968600	-12,542000	-15,801000	-17,693000
1,500	-6,842300	-11,619000	-16,259000	-20,490000	-22,946000
1,875	-8,112300	-13,799000	-19,324000	-24,361000	-27,286000
2,250	-9,075500	-15,463000	-21,669000	-27,327000	-30,612000
2,625	-9,684700	-16,523000	-23,167000	-29,224000	-32,741000
3,000	-9,893200	-16,889000	-23,686000	-29,882000	-33,480000
3,375	-9,666500	-16,493000	-23,124000	-29,170000	-32,680000
3,750	-9,039000	-15,402000	-21,583000	-27,219000	-30,491000
4,125	-8,057300	-13,707000	-19,195000	-24,199000	-27,105000
4,500	-6,771900	-11,501000	-16,094000	-20,283000	-22,715000
4,875	-5,237300	-8,880400	-12,419000	-15,646000	-17,520000
5,250	-3,512000	-5,947100	-8,312700	-10,470000	-11,722000
5,625	-1,658700	-2,806400	-3,921200	-4,937700	-5,527900
6,000	0,254850	0,431210	0,602540	0,758750	0,849450

Tabela E.16- Deslocamentos verticais Uy- viga V3E.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V3E-SHELL63					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	960	2040	3120	4350	4620
0,000	0,252650	0,436140	0,619630	0,828610	0,874480
0,375	-1,644400	-2,838400	-4,032400	-5,392200	-5,690700
0,750	-3,482100	-6,016100	-8,550200	-11,436000	-12,070000
1,125	-5,194300	-8,986400	-12,779000	-17,097000	-18,045000
1,500	-6,719400	-11,644000	-16,569000	-22,177000	-23,408000
1,875	-7,994800	-13,878000	-19,762000	-26,463000	-27,934000

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V3E-SHELL63					
	CARGA (N)				
DISTÂNCIA (m)	960	2040	3120	4350	4620
2,250	-8,946800	-15,558000	-22,168000	-29,697000	-31,350000
2,625	-9,551800	-16,632000	-23,713000	-31,777000	-33,547000
3,000	-9,764500	-17,013000	-24,262000	-32,518000	-34,330000
3,375	-9,551300	-16,631000	-23,712000	-31,775000	-33,545000
3,750	-8,945800	-15,556000	-22,166000	-29,694000	-31,346000
4,125	-7,993400	-13,876000	-19,758000	-26,458000	-27,929000
4,500	-6,719800	-11,645000	-16,569000	-22,178000	-23,409000
4,875	-5,194600	-8,986900	-12,779000	-17,098000	-18,046000
5,250	-3,482300	-6,016500	-8,550600	-11,437000	-12,070000
5,625	-1,644500	-2,838500	-4,032600	-5,392500	-5,691000
6,000	0,252660	0,436160	0,619660	0,828650	0,874530

Tabela E.17- Deslocamentos verticais Uy- viga V4E.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V4E-SHELL63				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	1000	2000	3000	4000
0,000	0,249460	0,410510	0,571560	0,732610
0,375	-1,624200	-2,672700	-3,721200	-4,769600
0,750	-3,423900	-5,633900	-7,844000	-10,054000
1,125	-5,065900	-8,332800	-11,600000	-14,867000
1,500	-6,471700	-10,635000	-14,798000	-18,961000
1,875	-7,566400	-12,408000	-17,250000	-22,092000
2,250	-8,287300	-13,542000	-18,797000	-24,053000
2,625	-8,641600	-14,062000	-19,482000	-24,902000
3,000	-8,648600	-14,011000	-19,374000	-24,736000
3,375	-8,331300	-13,439000	-18,546000	-23,653000
3,750	-7,717100	-12,397000	-17,076000	-21,756000
4,125	-6,837000	-10,941000	-15,046000	-19,150000
4,500	-5,726500	-9,133500	-12,540000	-15,947000
4,875	-4,424800	-7,036900	-9,649000	-12,261000
5,250	-2,961200	-4,699500	-6,437800	-8,176100
5,625	-1,397000	-2,214100	-3,031200	-3,848300
6,000	0,214650	0,340240	0,465830	0,591420

Tabela E.18- Deslocamentos verticais Uy- viga V5E.

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V5E-SHELL63				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	1000	2000	3000	4000
0,000	0,339000	0,588970	0,838930	1,088900
0,375	-2,207000	-3,834100	-5,461300	-7,088500
0,750	-4,657500	-8,092400	-11,527000	-14,962000

DESLOCAMENTOS (cm) - VIGA V5E-SHELL63				
	CARGA (N)			
DISTÂNCIA (m)	1000	2000	3000	4000
1,125	-6,903600	-11,995000	-17,086000	-22,177000
1,500	-8,841100	-15,355000	-21,869000	-28,383000
1,875	-10,378000	-18,009000	-25,639000	-33,269000
2,250	-11,493000	-19,925000	-28,358000	-36,790000
2,625	-12,175000	-21,096000	-30,016000	-38,937000
3,000	-12,418000	-21,511000	-30,605000	-39,698000
3,375	-12,177000	-21,098000	-30,019000	-38,941000
3,750	-11,494000	-19,927000	-28,361000	-36,794000
4,125	-10,379000	-18,010000	-25,641000	-33,272000
4,500	-8,841900	-15,356000	-21,871000	-28,386000
4,875	-6,904200	-11,996000	-17,087000	-22,178000
5,250	-4,657900	-8,093100	-11,528000	-14,963000
5,625	-2,207100	-3,834500	-5,461800	-7,089100
6,000	0,339030	0,589020	0,839000	1,089000

APÊNDICE F. - RESULTADO DOS DESLOCAMENTOS MEDIDOS NA ANÁLISE NUMÉRICA- DINÂMICA.

1. - Resultados obtidos com o elemento BEAM3.

Nas Tabela F.1 a Tabela F.5 são mostrados os resultados dos quatro primeiros modos de vibração.

Tabela F.1- Modos de vibração viga V1D – elemento BEAM3.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V1D-BEAM3				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	33,4840	-65,6350	95,1740	120,9300
0,750	65,6820	-121,2800	158,2700	171,0200
1,125	95,3550	-158,4600	168,0200	120,9300
1,500	121,3600	-171,5100	121,1300	0,0000
1,875	142,7100	-158,4600	33,4210	-120,9300
2,250	158,5700	-121,2800	-65,5570	-171,0200
2,625	168,3400	-65,6350	-142,4400	-120,9300
3,000	171,6300	-0,0001	-171,3100	0,0000
3,375	168,3400	65,6350	-142,4400	120,9300
3,750	158,5700	121,2800	-65,5570	171,0200
4,125	142,7100	158,4600	33,4210	120,9300
4,500	121,3600	171,5100	121,1300	0,0000
4,875	95,3550	158,4600	168,0200	-120,9300
5,250	65,6820	121,2800	158,2700	-171,0200
5,625	33,4840	65,6350	95,1740	-120,9300
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela F.2- Modos de vibração viga V2D – elemento BEAM3.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V2D-BEAM3				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	33,5740	65,7660	-95,0220	-120,9500
0,750	65,8650	121,6000	-158,1400	-171,0400
1,125	95,6390	159,0800	-168,2400	-120,9300
1,500	121,7600	172,6200	-122,1500	0,0469
1,875	143,0100	158,9900	-33,7680	120,9500
2,250	158,7800	121,4200	65,5450	171,0300

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V2D-BEAM3				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
2,625	168,4700	65,5530	142,5000	120,9400
3,000	171,7000	-0,1623	171,3100	0,0087
3,375	168,3600	-65,7760	142,3300	-120,9200
3,750	158,5600	-121,3400	65,3620	-171,0200
4,125	142,6800	-158,4200	-33,6470	-120,9300
4,500	121,3200	-171,4000	-121,3400	-0,0029
4,875	95,3170	-158,3100	-168,1700	120,9300
5,250	65,6520	-121,1400	-158,3600	171,0200
5,625	33,4680	-65,5550	-95,2140	120,9300
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela F.3- Modos de vibração viga V3D – elemento BEAM3.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V3D-BEAM3				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	33,5450	-65,5960	95,1260	-121,0200
0,750	65,8100	-121,2700	158,2300	-171,1500
1,125	95,5660	-158,6200	168,0700	-120,9300
1,500	121,6800	-172,0400	121,4200	0,4965
1,875	143,1100	-159,3500	33,9360	122,0400
2,250	158,8800	-121,7500	-65,3510	171,0900
2,625	168,5900	-65,8350	-142,4100	120,7200
3,000	171,8700	-0,0101	-171,3400	-0,0208
3,375	168,5900	65,8150	-142,4200	-120,7400
3,750	158,8700	121,7300	-65,3560	-171,0300
4,125	143,1100	159,3300	33,9460	-121,8700
4,500	121,6800	172,0800	121,4400	-0,4832
4,875	95,5690	158,6500	168,0700	120,9200
5,250	65,8120	121,2900	158,2100	171,1300
5,625	33,5460	65,6050	95,1140	121,0100
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela F.4- Modos de vibração viga V4D – elemento BEAM3.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V4D-BEAM3				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	33,4730	65,5470	95,1020	-120,9800
0,750	65,6610	121,1300	158,2000	-171,1400
1,125	95,3270	158,2900	168,0500	-121,1300

1,500	121,3300	171,3700	121,3400	-0,2081
1,875	142,6800	158,3900	33,7960	120,8400
2,250	158,5500	121,3200	-65,1090	171,1500
2,625	168,3400	65,7780	-142,0800	121,2900
3,000	171,6600	0,2059	-171,1900	0,4536
3,375	168,4000	-65,4420	-142,6200	-120,6100
3,750	158,6800	-121,2100	-65,9350	-170,9800
4,125	142,8700	-158,6400	33,1550	-121,0600
4,500	121,5800	-172,0900	121,4600	0,1587
4,875	95,6440	-159,5900	169,5500	122,2600
5,250	65,8730	-121,9700	158,9200	171,1200
5,625	33,5790	-65,9530	95,3750	120,7000
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

Tabela F.5- Modos de vibração viga V5D – elemento BEAM3.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V5D-BEAM3				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
0,375	33,4940	-65,6360	95,0490	120,9500
0,750	65,7070	-121,2800	158,0900	171,0400
1,125	95,4070	-158,4600	167,9000	120,9500
1,500	121,4600	-171,5100	121,1300	-0,0011
1,875	142,8600	-158,4600	33,4690	-120,9400
2,250	158,8100	-121,2700	-65,6690	-171,0300
2,625	168,6900	-65,6280	-143,1000	-120,9200
3,000	172,1400	0,0127	-173,0600	0,0500
3,375	168,7000	65,6420	-143,1400	120,9500
3,750	158,8200	121,2800	-65,6940	171,0200
4,125	142,8700	158,4600	33,4630	120,9300
4,500	121,4600	171,5100	121,1300	0,0057
4,875	95,4100	158,4500	167,9100	-120,9200
5,250	65,7100	121,2800	158,1100	-171,0100
5,625	33,4950	65,6340	95,0590	-120,9200
6,000	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000

2. - Resultados obtidos com o elemento SOLID45.

A seguir (

Tabela F.6 a Tabela F.9) são mostrados os resultados dos quatro primeiros modos de vibração verticais.

Tabela F.6- Modos de vibração viga V1D – elemento SOLID45.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V1D-SOLID45				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-7,029600	13,893000	20,685000	28,266000
0,375	28,159000	-55,738000	-82,271000	-105,660000
0,750	62,223000	-116,310000	-154,280000	-162,750000
1,125	93,762000	-158,060000	-170,570000	-114,950000
1,500	121,510000	-174,420000	-126,090000	5,255800
1,875	144,330000	-162,840000	-36,846000	123,840000
2,250	161,330000	-125,210000	65,600000	168,660000
2,625	171,800000	-67,551000	145,160000	112,400000
3,000	175,330000	0,921070	173,820000	-11,289000
3,375	171,780000	69,270000	141,490000	-128,080000
3,750	161,280000	126,590000	59,490000	-167,770000
4,125	144,270000	163,720000	-43,383000	-106,490000
4,500	121,440000	174,750000	-131,010000	18,875000
4,875	93,693000	157,900000	-172,630000	132,920000
5,250	62,166000	115,880000	-153,620000	167,040000
5,625	28,127000	55,370000	-80,671000	100,720000
6,000	-7,020300	-13,756000	19,908000	-24,653000

Tabela F.7 Modos de vibração viga V2D – elemento SOLID45.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V2D-SOLID45				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-7,106300	-13,932000	-20,305000	28,323000
0,375	28,465000	55,890000	80,759000	-105,760000
0,750	62,925000	116,920000	151,950000	-162,750000
1,125	94,889000	159,710000	169,390000	-114,710000
1,500	123,080000	177,820000	128,260000	5,814300
1,875	145,410000	163,510000	36,320000	123,930000
2,250	161,910000	123,890000	-67,332000	168,430000
2,625	171,980000	65,268000	-146,650000	112,100000
3,000	175,190000	-3,278500	-174,300000	-11,397000
3,375	171,400000	-71,065000	-140,830000	-127,920000

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V2D-SOLID45				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
3,750	160,760000	-127,480000	-58,036000	-167,440000
4,125	143,700000	-163,690000	45,102000	-106,220000
4,500	120,880000	-174,010000	132,530000	18,917000
4,875	93,227000	-156,860000	173,700000	132,710000
5,250	61,839000	-114,930000	154,230000	166,720000
5,625	27,975000	-54,876000	80,906000	100,510000
6,000	-6,982500	13,634000	-19,967000	-24,604000

Tabela F.8- Modos de vibração viga V3D – elemento SOLID45.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V3D-SOLID45				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-7,044100	13,713000	20,560000	28,452000
0,375	28,216000	-55,012000	-81,765000	-106,500000
0,750	62,387000	-115,110000	-153,540000	-164,400000
1,125	94,116000	-157,270000	-170,260000	-116,440000
1,500	122,170000	-175,210000	-126,960000	5,798200
1,875	145,270000	-165,540000	-38,875000	127,010000
2,250	161,700000	-126,300000	65,187000	167,100000
2,625	171,830000	-67,913000	145,800000	109,990000
3,000	175,230000	0,823570	174,910000	-11,746000
3,375	171,780000	69,449000	142,340000	-126,200000
3,750	161,620000	127,530000	59,365000	-165,710000
4,125	145,150000	166,310000	-45,257000	-107,700000
4,500	122,120000	175,800000	-131,730000	18,724000
4,875	94,062000	157,340000	-171,970000	133,860000
5,250	62,341000	114,850000	-152,560000	167,890000
5,625	28,189000	54,735000	-80,016000	101,100000
6,000	-7,036100	-13,601000	19,744000	-24,753000

Tabela F.9- Modos de vibração viga V4D – elemento SOLID45.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V4D-SOLID45				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-7,006100	13,758000	-20,539000	28,252000
0,375	28,064000	-55,199000	81,721000	-105,860000
0,750	62,020000	-115,260000	153,610000	-163,760000
1,125	93,471000	-156,850000	170,640000	-116,910000
1,500	121,160000	-173,460000	127,550000	3,030300
1,875	143,970000	-162,510000	39,698000	122,680000

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V4D-SOLID45				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
2,250	160,990000	-125,760000	-62,172000	169,720000
2,625	171,530000	-69,015000	-142,520000	115,670000
3,000	175,190000	-1,231600	-173,320000	-7,272900
3,375	171,820000	66,919000	-143,720000	-125,620000
3,750	161,550000	124,730000	-63,836000	-168,460000
4,125	144,820000	163,170000	38,914000	-109,840000
4,500	122,300000	176,330000	129,390000	16,014000
4,875	94,881000	162,230000	176,880000	135,240000
5,250	62,946000	118,550000	155,090000	165,090000
5,625	28,471000	56,484000	80,858000	98,640000
6,000	-7,106300	-14,036000	-19,965000	-24,162000

Tabela F.10- Modos de vibração viga V5D – elemento SOLID45.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V5D-SOLID45				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-7,002200	13,897000	20,479000	28,349000
0,375	28,048000	-55,755000	-81,484000	-105,950000
0,750	62,003000	-116,340000	-153,130000	-163,170000
1,125	93,498000	-158,100000	-169,960000	-115,230000
1,500	121,290000	-174,470000	-126,700000	5,275200
1,875	144,300000	-162,880000	-38,549000	124,110000
2,250	161,620000	-125,220000	63,982000	168,960000
2,625	172,590000	-67,525000	145,750000	112,370000
3,000	176,760000	0,993790	179,040000	-11,962000
3,375	172,610000	69,303000	142,460000	-128,000000
3,750	161,620000	126,580000	58,171000	-167,280000
4,125	144,280000	163,690000	-44,949000	-106,110000
4,500	121,250000	174,710000	-131,690000	18,815000
4,875	93,451000	157,860000	-172,260000	132,410000
5,250	61,960000	115,850000	-152,760000	166,380000
5,625	28,023000	55,355000	-80,085000	100,310000
6,000	-6,994600	-13,752000	19,765000	-24,556000

3. - Resultados obtidos com o elemento SHELL63.

Nas tabelas abaixo (Tabela F.11 a Tabela F.15), são mostrados os resultados dos quatro primeiros modos de vibração verticais.

Tabela F.11- Modos de vibração viga V1D – elemento SHELL63.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V1D-SHELL63				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-4,158900	8,208700	12,198000	16,685000
0,375	27,064000	-53,446000	-78,548000	-99,920000
0,750	57,214000	-106,510000	-140,230000	-145,580000
1,125	85,082000	-142,640000	-152,170000	-99,139000
1,500	109,560000	-156,250000	-110,810000	8,766900
1,875	129,690000	-145,240000	-30,764000	112,800000
2,250	144,660000	-111,390000	60,136000	150,690000
2,625	153,880000	-60,013000	130,380000	99,702000
3,000	156,990000	0,807360	155,650000	-10,143000
3,375	153,860000	61,522000	127,180000	-113,890000
3,750	144,620000	112,600000	54,790000	-150,160000
4,125	129,640000	146,020000	-36,522000	-97,507000
4,500	109,500000	156,550000	-115,210000	12,900000
4,875	85,022000	142,520000	-154,090000	115,700000
5,250	57,163000	106,140000	-139,740000	150,060000
5,625	27,035000	53,111000	-77,127000	95,653000
6,000	-4,153500	-8,127900	11,733000	-14,447000

Tabela F.12 - Modos de vibração viga V2D – elemento SHELL63.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V2D-SHELL63				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-4,181000	8,221100	12,093000	16,709000
0,375	27,207000	-53,524000	-77,878000	-100,020000
0,750	57,530000	-106,800000	-139,260000	-145,650000
1,125	85,583000	-143,410000	-151,750000	-99,051000
1,500	110,260000	-157,780000	-111,840000	9,092700
1,875	130,170000	-145,610000	-30,650000	112,860000
2,250	144,930000	-110,900000	60,794000	150,570000
2,625	153,980000	-59,099000	130,980000	99,558000
3,000	156,950000	1,770000	155,860000	-10,182000
3,375	153,720000	62,263000	126,930000	-113,790000
3,750	144,420000	112,970000	54,202000	-149,980000
4,125	129,400000	146,010000	-37,233000	-97,360000
4,500	109,280000	156,240000	-115,850000	12,917000
4,875	84,829000	142,080000	-154,560000	115,580000
5,250	57,026000	105,730000	-140,020000	149,880000
5,625	26,967000	52,888000	-77,242000	95,535000
6,000	-4,143200	-8,094100	11,751000	-14,429000

Tabela F.13- Modos de vibração viga V3D – elemento SHELL63.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V3D-SHELL63				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-4,164100	8,159700	12,165000	16,730000
0,375	27,097000	-53,126000	-78,344000	-100,290000
0,750	57,302000	-106,010000	-139,940000	-146,290000
1,125	85,262000	-142,350000	-152,060000	-99,771000
1,500	109,890000	-156,670000	-111,190000	9,057900
1,875	130,140000	-146,490000	-31,619000	114,290000
2,250	144,870000	-111,930000	59,944000	150,080000
2,625	153,940000	-60,207000	130,620000	98,697000
3,000	157,000000	0,764190	156,070000	-10,317000
3,375	153,910000	61,634000	127,490000	-113,080000
3,750	144,820000	113,070000	54,690000	-149,330000
4,125	130,060000	147,230000	-37,347000	-98,170000
4,500	109,840000	157,080000	-115,540000	12,756000
4,875	85,209000	142,330000	-153,840000	116,110000
5,250	57,257000	105,720000	-139,300000	150,460000
5,625	27,070000	52,833000	-76,840000	95,851000
6,000	-4,159100	-8,086200	11,690000	-14,477000

Tabela F.14- Modos de vibração viga V4D – elemento SHELL63.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V4D-SHELL63				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-4,152400	8,171000	12,158000	16,682000
0,375	27,021000	-53,201000	-78,308000	-100,040000
0,750	57,127000	-106,060000	-139,960000	-146,060000
1,125	84,960000	-142,120000	-152,230000	-100,000000
1,500	109,420000	-155,840000	-111,460000	7,843600
1,875	129,540000	-145,110000	-31,985000	112,360000
2,250	144,520000	-111,620000	58,690000	151,190000
2,625	153,780000	-60,631000	129,280000	101,090000
3,000	156,940000	-0,093523	155,450000	-8,485000
3,375	153,890000	60,547000	128,120000	-112,890000
3,750	144,750000	111,850000	56,587000	-150,450000
4,125	129,880000	145,840000	-34,703000	-98,839000
4,500	109,890000	157,280000	-114,630000	11,839000
4,875	85,547000	144,430000	-156,020000	116,840000
5,250	57,513000	107,330000	-140,430000	149,300000

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V4D-SHELL63				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
5,625	27,195000	53,628000	-77,217000	94,730000
6,000	-4,178200	-8,207900	11,749000	-14,311000

Tabela F.15- Modos de vibração viga V5D – elemento SHELL63.

MODOS DE VIBRAÇÃO - VIGA V5D-SHELL63				
	Deslocamentos (mm)			
DISTÂNCIA (m)	Modo 1	Modo 2	Modo 3	Modo 4
0,000	-4,152000	8,209700	12,140000	16,708000
0,375	27,019000	-53,453000	-78,191000	-100,050000
0,750	57,130000	-106,520000	-139,730000	-145,760000
1,125	84,988000	-142,660000	-151,920000	-99,261000
1,500	109,500000	-156,260000	-111,070000	8,770900
1,875	129,710000	-145,260000	-31,467000	112,910000
2,250	144,830000	-111,390000	59,510000	150,820000
2,625	154,260000	-60,001000	130,750000	99,684000
3,000	157,650000	0,838600	158,030000	-10,441000
3,375	154,260000	61,536000	127,720000	-113,860000
3,750	144,800000	112,600000	54,294000	-149,960000
4,125	129,670000	146,010000	-37,162000	-97,351000
4,500	109,450000	156,530000	-115,490000	12,874000
4,875	84,937000	142,500000	-153,940000	115,490000
5,250	57,086000	106,120000	-139,370000	149,780000
5,625	26,993000	53,104000	-76,860000	95,475000
6,000	-4,147100	-8,126900	11,693000	-14,420000