UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Instituto de Ciências Biológicas
Instituto de Física
Instituto de Química
Faculdade UnB Planaltina
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências

GRANDEZAS, FUNÇÕES E ESCALAS - UMA RELAÇÃO ENTRE A FÍSICA E A MATEMÁTICA

Cristiano Pereira da Silva

Brasília, DF

2013

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
Instituto de Ciências Biológicas
Instituto de Física
Instituto de Química
Faculdade UnB Planaltina
Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências
Mestrado Profissional em Ensino de Ciências

GRANDEZAS, FUNÇÕES E ESCALAS - UMA RELAÇÃO ENTRE A FÍSICA E A MATEMÁTICA

Cristiano Pereira da Silva

Dissertação realizada sob orientação do Prof. Dr. Cássio Laranjeiras e apresentada à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências – Área de Concentração “Ensino de Física”, pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade de Brasília.

Brasília, DF

2013

FOLHA DE APROVAÇÃO

CRISTIANO PEREIRA DA SILVA

"GRANDEZAS, FUNÇÕES E ESCALAS – UMA RELAÇÃO ENTRE A FÍSICA E A MATEMÁTICA"

Dissertação apresentada à banca examinadora como requisito parcial à obtenção do Título de Mestre em Ensino de Ciências – Área de Concentração "Ensino de Física", pelo Programa de Pós-Graduação em Ensino de Ciências da Universidade de Brasília.

Aprovada em 06 de fevereiro de 2013.

BANCA EXAMINADORA

Prof. Dr. Cássio Costa Laranjeiras
(Presidente)

Prof.ª Dr.ª Eliana dos Reis Nunes
(Membro interno não vinculado ao Programa – IF/UnB)

Prof.ª Dr.ª Maria de Fátima da Silva Verdeaux
(Membro interno vinculado ao Programa – IF/UnB)

Brasília – DF

2013

A minha família e amigos, em especial aos meus pais, com amor e gratidão.

AGRADECIMENTOS

Agradeço a todos os professores e colegas do PPGEC-UnB que lutaram para que o sonho do mestrado em Ensino de Ciências se tornasse realidade.

Em especial, agradeço ao professor Cássio Costa Laranjeiras pela orientação, pela enorme paciência e principalmente pelo aprendizado sobre ciência e educação, ao professor Gerson Mól pelo enorme apoio e boas conversas ao longo do curso e às professoras Eliana dos Reis Nunes e Maria de Fátima da Silva Verdeaux pelas elucidativas e importantes orientações dadas para a melhoria do presente trabalho.

A CAPES/REUNI pela bolsa concedida.

RESUMO

É imperativa a necessidade de se formar cidadãos para o mundo atual, para trabalharem, viverem e intervirem na sociedade, de maneira crítica e responsável, tomando decisões que estarão atreladas a seu futuro, da sociedade e do planeta. Foi sob essa perspectiva que se realizou o presente trabalho, tendo-se como principal objetivo produzir e organizar um Material Didático Instrucional (MDI) que possibilite ao professor e ao estudante um contato cultural com os conhecimentos de Ciência, mais especificamente da Física em sua relação com a Matemática. Conteúdos como grandezas e suas unidades, conversões e fatores de conversão, funções, proporção direta e inversa, gráficos e uso de escalas são os tópicos que protagonizam o presente trabalho, tendo em vista que se fazem presentes em diferentes contextos do dia a dia de todo cidadão. Nesta direção são propostas duas Lições de Física (LF), na forma de proposição didática, cada uma delas estruturada de forma a contemplarem diferentes etapas do processo de ensino-aprendizagem usando a matemática como linguagem estruturante do pensamento físico.

Palavras-chave: Ensino de Física, Material Didático Instrucional, Funções e Escalas.

ABSTRACT

The need to form citizens in order for them to work, live and intervene in society in a critical and responsible way, making decisions that will be linked to the future of society and the planet, is imperative. In that perspective the present work was developed being it´s main goal to produce Institutional Didactic Material (MDI) that gives the teacher and the students a cultural contact with science knowledge, more specifically with Physics and its relations to Mathematics. Topics such as quantities and it´s unities, conversions and conversion factors, functions, direct and indirect proportions, figures and the use of scales are the main characters of it in the context of day to day life of every citizen. In this sense two Lessons of Physics (LF) are presented in the form of a didactic proposal, each one structured so that it takes into account the different stages of the teaching-learning process and using mathematics as a structurant language of physics thinking.

Keywords: Physical Education, Institutional Didactic Material, Functions and Scales.

LISTA DE FIGURAS

LISTA DE TABELAS

LISTA DE SIGLAS

AC	Alfabetização Científica
ACT	Alfabetização Científica e Tecnológica
BNDE	Banco Nacional de Desenvolvimento
CEFET	Centro Federal de Educação Tecnológica
CTS	Ciência, Tecnologia e Sociedade
COPPE	Coordenação de Programas de Pós-Graduação em Engenharia
DCNEM	Diretrizes Curriculares Nacionais para o Ensino Médio
FAPESP	Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo
FIC	Formação Inicial e Continuada
FUNTEC	Fundo de Desenvolvimento Técnico-Científico
IF	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia
IFB	Instituto Federal de Educação, Ciência e Tecnologia de Brasília
LDB	Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional
MEC	Ministério da Educação e Cultura
MIT	Massachusetts Institute of Technology
NSF	National Science Foundation
NUFFIELD	Nuffield Foundation / Nuffield College, University of Oxford
PCN	Parâmetros Curriculares Nacionais
PSSC	Physical Science Study Committee

SUMÁRIO

INTRODUÇÃO

A primazia dos conhecimentos científicos e tecnológicos na sociedade contemporânea tem sido incontestável, embora a escola, em suas diferentes práticas educativas, ainda se mostre distanciada dessa realidade. O fácil acesso a informações, em diferentes áreas de interesse, ainda se mostra em grande contraste com aquilo que tem sido objeto de estudo no ambiente escolar. O ensino escolar continua reduzido à física de séculos passados. Espaço e tempo ainda são grandezas absolutas; o átomo ainda é entendido como um “pudim de passas” formado pelos indivisíveis prótons, nêutrons e elétrons; a eletricidade e o magnetismo não são compreendidos de maneira unificada, a estrutura da matéria espera ainda por ser “desvendada”, etc.

Em meio a esse contraste, um novo cenário vem se configurando para o ensino no país. O ensino técnico está voltando a ser discutido como uma possível forma de contribuição para melhoria da qualificação e elevação dos níveis de escolaridade da população. Em 2008, foram criados os Institutos Federais de Educação, Ciência e Tecnologia (IFs), muitos dos quais já reconhecidos centros de ensino, os antigos Centros Federais de Educação Tecnológica (CEFETs), e com eles diversos cursos técnicos em todo o país.

Esta expansão da Rede Federal de Educação pretende instaurar uma nova realidade para a educação brasileira que passa novamente a contar com os cursos técnicos nas modalidades:

- Integral, em que o estudante estuda as componentes curriculares do ensino médio e técnico simultaneamente, na mesma escola da Rede Federal;
- Concomitante, em que o estudante estuda na Rede Federal as componentes profissionalizantes e faz o ensino médio em outra instituição;
- Subsequente, na qual o estudante já terminou o ensino médio e estuda apenas as componentes profissionalizantes na Rede Federal.

Os IFs continuam expandindo-se e com eles a necessidade de se repensar os conteúdos apresentados em cada disciplina. Como oferecer aos estudantes condições para que sejam capazes de trabalhar com os conhecimentos e as tecnologias dentro e fora da escola? Como formar estudantes capazes de compreender informações, de tecer relações entre temas de seu interesse, de julgar prós e contras frente às situações que vivenciam e que, de uma forma ou de outra, afligem sua vida, a sociedade e o ambiente?

É imperativa a necessidade de formar cidadãos para o mundo contemporâneo, para trabalharem, viverem e intervirem na sociedade, de maneira crítica e responsável, em decisões que estarão vinculadas a seu futuro, da sociedade e do planeta.

Mas, como alcançar esses objetivos? O que deve ser levado em consideração na proposição dos currículos para tornar mais eficaz a efetivação desses objetivos? E em sala de aula, quais ações e estratégias devem ser adotadas para tornar realidade a formação de cidadãos para o mundo atual?

Resulta que ensinar e aprender Física não deve se resumir a mera apreensão de conceitos e fórmulas visando a resolução de problemas de lápis e papel, sem a devida contextualização. Ensinar e aprender Física exige diálogo, atitude investigativa, envolve a criação e gerenciamento de ambientes e situações de aprendizagem que promovam a investigação, o levantamento de hipóteses e sua consequente testagem.

Como professor ingressante dos quadros do Instituto Federal de Brasília (IFB) iniciei meu trabalho com turmas do curso de Eletromecânica, e venho sentindo a necessidade de conciliar não apenas os conhecimentos de Física, mas a Matemática e algumas outras disciplinas da Engenharia como Elementos de Máquinas, Metrologia, Ferramentaria, Ensaio de Materiais, Cálculo e Desenho Técnico. Nesta direção tenho buscado mesclar os conhecimentos necessários à formação técnica dos estudantes às metodologias de ensino e aprendizagem que os levem a uma aprendizagem significativa da física.

O objetivo primeiro deste trabalho é produzir e organizar um Material Didático Instrucional (MDI) que possibilite ao professor e ao estudante um contato cultural com os conhecimentos de Ciência, mais especificamente da Física, e promover a aprendizagem de conhecimentos que possam ser usados como base para outras disciplinas.

Conteúdos como grandezas e suas unidades, conversões e fatores de conversões, funções, proporção direta e inversa, gráficos e uso de escalas foram os tópicos que mais chamaram a atenção por serem aplicados em todas as disciplinas citadas anteriormente e por possibilitarem a discussão de questões atuais que fazem parte do dia a dia de todo cidadão.

Observando-se que o material disponibilizado pelo projeto americano *Physical Science Study Committee* (PSSC)[1] e traduzido pela Universidade de Brasília em 1965 apresenta muitos tópicos de qualidade, mas que precisam ser trabalhados sob a ótica das atuais metodologias de ensino e aprendizagem, buscou-se estruturar duas lições, chamadas aqui de "Lições de Física", adaptando-se partes do texto do referido projeto.

Cada lição apresenta uma estrutura didático-pedagógica de abordagem dos assuntos apresentados, fazendo uso de diferentes momentos pedagógicos e usando a Matemática como linguagem estruturante do pensamento físico.

Com o objetivo de alicerçar as lições fez-se um estudo sobre os documentos oficiais brasileiros como a LDB e os PCN e PCN+ procurando-se planejá-las levando-se em conta as competências e habilidades descritas nos documentos e que podem ser alcançadas utilizando-se os conteúdos citados anteriormente.

Fez-se ainda, um estudo sobre a problematização e a contextualização no Ensino de Ciências visando inserir aspectos nas lições que consigam levar os estudantes a relacionar suas experiências escolares em ciências com os problemas do cotidiano e que possam auxiliá-los na aprendizagem de conceitos científicos e de aspectos relativos à natureza da ciência.

As lições foram aplicadas para uma turma do curso técnico de Eletromecânica do Instituto Federal de Brasília (IFB) com os objetivos de verificar acertos e adaptações que deveriam ser feitos nos textos das lições e traçar uma metodologia para aplicação do material em sala de aula, levando-se em conta as necessárias: contextualização, problematização e interdisciplinaridade.

O presente trabalho está dividido em cinco capítulos, sendo o último apresentado na forma de considerações finais.

O Capítulo 1 apresenta uma revisão bibliográfica, reunindo uma breve retrospectiva do Ensino de Física no Brasil, além de dissertações e teses relacionadas ao uso da Matemática como linguagem estruturante do pensamento físico.

---

[1] Durante o período de 1950-1970 o ensino de ciências nos Estados Unidos testemunhou um movimento curricular massivo sem precedentes e cujo objetivo principal era reformar e não simplesmente revisar o currículo de ciências e matemática. Foi neste contexto que nasceu o Physical Science Study Committee (PSSC). Sua intenção era recuperar as classes de física, que vinham sendo esvaziadas por falta de motivação dos jovens com relação à ciência.

No Capítulo 2 são apresentadas as principais ideias e conceitos da Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel, adotado neste trabalho como orientação didático-pedagógica, e não como referência teórica *stricto-senso*.

O Capítulo 3 apresenta as principais características do que aqui se está chamando de “Lições de Física” e reúne ainda, na forma de Material Didático Instrucional (MDI), duas lições que abordam aspectos introdutórios de matemática, sobretudo em sua relação com a física, e que compõem o conteúdo proposto nas disciplinas de Matemática e Física do curso de Eletromecânica do Instituto Federal de Brasília (IFB).

No Capítulo 4 apresenta-se a metodologia adotada na aplicação das duas lições sugeridas, bem como alguns resultados preliminares.

No Capítulo 5 são apresentadas as considerações finais sintetizando-se os principais elementos que emergiram como fruto dessa pesquisa.

Os Anexos da presente dissertação reúnem as duas Lições propostas na forma de proposição didática com algumas orientações ao professor.

1. REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

A presente revisão bibliográfica foi baseada em livros, artigos, dissertações e periódicos de âmbito nacional. Foram selecionados seis periódicos para serem pesquisados no período de 2000 a 2011: Ciência & Educação, Revista Brasileira de Ensino de Física (RBEF), Caderno Brasileiro de Ensino de Física (CBEF), Caminhos de Educação, Ciência & Ensino e Revista Tecnologia e Sociedade. Como resultado, selecionou-se 14 artigos de interesse dentro do contexto deste trabalho. Além desses artigos, foram também utilizadas quatro dissertações de mestrado dos anos de 2000, 2005, 2006 e 2008.

Após a leitura e análise dos artigos e das dissertações, os trabalhos foram organizados em categorias, citando-se:

- O Ensino de Física no Brasil: o Projeto PSSC (3 artigos);
- Os Documentos Oficiais Brasileiros e o Ensino Profissionalizante (3 artigos);
- Problematização e Contextualização no Ensino de Ciências (3 artigos e 1 dissertação);
- A Matemática como Linguagem Estruturante (6 artigos e 3 dissertações).

1.1. O ENSINO DE FÍSICA NO BRASIL: O PROJETO PSSC

Os três artigos que serão apresentados nesta seção referem-se a uma rápida retrospectiva do Ensino de Física no Brasil, além de apresentarem e analisarem o Projeto *Physical Sciense Study Committee* (PSSC).

Segundo Moreira (2000), analisar o Ensino de Física no Brasil é investigar também o Ensino de Física em nível internacional. As tendências passadas e futuras desse ensino no Brasil são as mesmas de outros países, guardadas as devidas proporções e respeitadas as peculiaridades nacionais.

Segundo o autor, um bom ponto de partida para uma breve retrospectiva do Ensino de Física, no Ensino Médio em nível nacional, seria uma análise do curso de Física do *Physical Science Study Committee* (PSSC), embora tenha sido desenvolvido em outro país. O PSSC foi um projeto de renovação do currículo de Física no Ensino Médio, iniciado em 1956, no *Massachusetts Institute of Technology* (MIT), com apoio da *National Science Foundation* (NSF). Esse projeto foi fruto de uma grande insatisfação, particularmente entre os físicos, com o Ensino de Física das escolas secundárias norte-americanas àquela época.

Após sua primeira edição, publicada em 1960, pela *D.C. Heath & Co.*, o PSSC foi traduzido para o português em 1963, pela Editora Universidade de Brasília. Segundo Moreira (2000) "não era, simplesmente, um novo livro de Física para a escola média. Era um projeto curricular completo, com materiais instrucionais educativos inovadores e uma filosofia de Ensino de Física, destacando procedimentos físicos e a estrutura da Física" (p. 94).

O autor aponta que até essa época, o ensino de Física era baseado, ou referenciado, por livros de texto. Apesar da atividade experimental desenvolvida pelos estudantes já ser considerada importante para o Ensino de Física, o referencial ainda era o livro de texto. Existiam bons livros, no entanto, foram substituídos pelo paradigma dos projetos. Provavelmente, por influência do PSSC surgiram outros grandes projetos curriculares para o Ensino Médio como o *Nuffield*, na Inglaterra, o *Harvard Physics Project*, também nos Estados Unidos, e o Projeto de Ensino de Física, na Universidade de São Paulo, Brasil.

Mas, o paradigma dos projetos não durou muito. Os projetos indicavam como se deveria ensinar a Física (experimentos, demonstrações, projetos, *hands On*, história da Física, etc.), mas pouco ou nada disseram sobre como se aprenderia esta mesma Física. A aprendizagem não é uma consequência direta da simples leitura de um texto, das indicações do "passo a passo" de um experimento, ou da exposição de determinados conteúdos feita pelo professor, por mais clara que esta seja.

Para Moreira (2000), a partir do momento em que as questões da aprendizagem tornaram-se o foco das pesquisas surgiu outra questão, o da pesquisa em Ensino de Física, "que começou a emergir com mais clareza nos anos setenta, com o estudo das chamadas concepções alternativas, consolidou-se na década de oitenta, com as pesquisas sobre a mudança conceitual, e encontra-se em plena 'ciência normal'" (p. 95), apresentando investigações bem diversificadas, dentre elas:

- A resolução de problemas;
- As representações mentais dos estudantes;
- Concepções epistemológicas dos professores;

- A formação inicial e permanente de professores, inserindo-se aqui, a avaliação dos currículos dos cursos de Licenciatura em Física, por exemplo.

Não se pode deixar de mencionar outras iniciativas e contribuições importantes como “Física do cotidiano”, “equipamento de baixo custo”, “ciência, tecnologia e sociedade”, “história e filosofia da ciência” e, recentemente, “Física Contemporânea” e “novas tecnologias”. Segundo o autor, cada uma destas vertentes tem seu valor e suas limitações e, até mesmo, prejuízos para o ensino da Física, à medida que se mostrarem exclusivas. “É um erro ensinar Física sob um único enfoque, por mais atraente e moderno que seja” (p. 95).

Para Moreira (2000):

> É um erro ensinar Física somente sob a ótica da Física do cotidiano é uma distorção porque, em boa medida, aprender Física é, justamente, libertar-se do dia-a-dia. De modo semelhante, ensinar Física apenas sob a perspectiva histórica, também não parece uma boa metodologia porque para adquirir/construir conhecimentos o ser humano, normalmente, não precisa descobri-los, nem passar pelo processo histórico de sua construção. Tampouco o microcomputador será um bom recurso metodológico, se for usado com exclusividade, dispensando a interação pessoal, a troca, ou negociação, de significados que é fundamental para um bom Ensino de Física (Moreira, 2000, p. 95).

A pesquisa em ensino de Física tem seus méritos e limitações. Não se pode esperar que aponte soluções milagrosas para o ensino em sala de aula, mesmo porque boa parte dela é básica e não visa a aplicabilidade imediata em sala de aula. Segundo dizeres de Moreira (2000):

> Mas, definitivamente, não é, ou não deveria ser, época de ensinar Física sob a abordagem de um único texto. Digo “não deveria”, porque, agora me referindo apenas à realidade brasileira, muito do ensino de Física em nossas escolas secundárias está, atualmente, outra vez referenciado por livros, porém de má qualidade – com muitas cores, figuras e fórmulas – e distorcido pelos programas de vestibular; ensina-se o que cai no vestibular e adota-se o livro com menos texto para leitura (Moreira, 2000).

O Projeto PSSC, para Gaspar (2002) se constituiu em um projeto com uma proposta metodológica revolucionária, utilizando material textual diferenciado, com uma linguagem moderna e uma sequência conceitual nova, incorporando tópicos conceituais até então pouco explorados. Buscava-se a participação ativa do estudante em todas as atividades e com os diferentes recursos didáticos apresentar uma inter-relação entre situações-problema, prática experimental e desenvolvimento teórico da Física, propondo ao estudante uma visão diferenciada da ciência escolar, aproximando-a da atividade científica.

Gaspar (2002) informa que o PSSC era composto de um texto base que sintetizava a filosofia proposta. Nele “a física é apresentada não como um simples conjunto de fatos, mas basicamente como um processo em evolução, por meio do qual os homens procuram compreender a natureza do mundo físico” (PSSC, 1963, p. 7). O material do PSSC incentivava a participação ativa do estudante através de uma ação pedagógica que deveria promover discussões, estimuladas pelo contato com questões abertas e com a manipulação experimental. Essa manipulação experimental era realizada exigindo que todos os estudantes realizassem o experimento ao mesmo tempo. Os *kits* de experiência eram acompanhados por guias que explicavam o funcionamento do equipamento e que forneciam informações básicas sobre a atividade, sem, contudo, detalhá-las. Os “guias de laboratório” que acompanhavam os experimentos afastavam-se das conhecidas fórmulas “cook-book”[2].

O Guia do Professor orientava a atividade do docente, sobretudo em relação à ênfase a ser dada aos diferentes conteúdos. Apresentava conteúdos suplementares e notas de laboratório em que eram dadas informações auxiliares e indicados os momentos mais adequados para que os estudantes realizassem com maior proveito as atividades experimentais sugeridas.

Segundo Gaspar (2002), o PSSC estava centrado, de um lado, em uma nova proposta curricular de física, e de outro, no entendimento de que o estudante só poderia aprender ciência por si, a partir da atividade experimental, como se dizia no prefácio do guia de laboratório incluído no texto básico: “As ideias, os conceitos, e as definições, só têm, na verdade, um sentido efetivo quando baseados em experiências” (PSSC, 1963, p. 213). Essas experiências dariam ao estudante a possibilidade de simular o papel do cientista na descoberta da ciência: “Ao realizar experiências cujo resultado, de antemão, lhe é desconhecido, fica o estudante tomado por uma sensação de participação pessoal nas descobertas científicas; tornam-se lhe mais significativas a ciência e a importância do cientista.” (PSSC, 1963, p. 213).

O programa foi aplicado inicialmente nos anos de 1957-1958 nos Estados Unidos, recebendo comentários e sugestões para sua melhoria e ampliação. Nos anos seguintes foi implementado em um número cada vez maior de escolas. No entanto, os resultados apresentados não foram animadores nos Estados Unidos, nem mesmo nos

[2]Roteiros prontos nos quais o estudante é direcionado a seguir instruções detalhadas e sequenciais para a realização dos experimentos.

demais países onde fora aplicado. Não foram observadas melhorias significativas no Ensino de Física, muitos estudantes continuaram desmotivados e desinteressados em estudar Física.

Gaspar (2002) cita algumas razões para o fracasso do projeto PSSC, dentre elas:

1. A má compreensão do professor sobre seu papel durante o processo de ensino e aprendizagem na aplicação dos projetos;
2. O seu principal conceito, a participação ativa do estudante, com a crença de que a experimentação levaria à compreensão ou até mesmo à redescoberta de leis científicas, pode ter resultado numa ênfase exagerada e irreal dada à experimentação;
3. O PSSC tratava muito bem dos conceitos físicos, mas não trazia suas implicações sociais e nem aplicações tecnológicas;
4. O livro do estudante, em geral, não era muito atrativo, contendo textos longos com pouca ou nenhuma relação com cotidiano do estudante, e também, com um desenvolvimento matemático não muito claro;
5. Foi dada uma grande ênfase na estrutura da física, o que tornou o material conceitualmente complexo, sendo atrativo apenas para os estudantes que já se interessavam pela física.

O autor aponta que no caso do Brasil, a aplicação do projeto foi muito restrita, limitada a poucas escolas onde lecionavam alguns professores que dele tomaram conhecimento e sentiram-se capazes de aplicá-lo. Outros professores, embora o conhecessem não se animaram em aplicá-lo, principalmente pela dificuldade de utilização do material experimental entregue às escolas pela Fundação Brasileira para o Desenvolvimento de Ensino de Ciências (Funbec). Possuía muitos *kits* incompletos, sem identificação adequada ou qualquer instrução auxiliar, além do texto. O currículo proposto era desvinculado da realidade educacional brasileira e a esmagadora maioria dos professores não estava preparada. Gaspar (2002) cita ainda, a carga horária reduzida da disciplina Física e as dificuldades associadas à infraestrutura precária das escolas brasileiras, tais como, a falta de laboratórios, o difícil acesso e a impossibilidade de exibição dos filmes como fatores para o insucesso desta proposta no Brasil.

Apesar do insucesso em sua aplicação no ensino secundário, ressalta-se sua vertente inovadora e revolucionária pela quantidade de traduções que teve e pelo número de trabalhos acadêmicos que o analisaram.

Clement et al. (2009) apresentam e discutem um conjunto de critérios e categorias para análise dos exercícios e problemas presentes nos livros texto do projeto PSSC que nos interessa revisitar brevemente, tendo em vista a necessidade de formularmos nas Lições de Física exercícios em certa medida análogos ao utilizados neste projeto de ensino.

Tradicionalmente, nas aulas de Física do Ensino Médio, um tempo significativo é reservado para a resolução de problemas. Atividade que segundo os autores, constitui-se em um importante recurso didático, apesar do baixo desempenho dos estudantes.

Inicialmente, os autores apresentam algumas características do projeto PSSC, um pouco de sua história e motivos para seu surgimento. Indicam que o curso de Física do PSSC foi estruturado sobre três pilares: os filmes, as experiências de laboratório e os livros texto. Os livros texto em número de quatro foram estabelecidos mediante critérios que fugiam das propostas tradicionais de currículo. Diversos tópicos comuns nos cursos de Física não foram explorados, houve preferência pelas ideias, que segundo os formuladores do curso, melhor contribuíam para a compreensão do mundo físico, para o desenvolvimento do "pensamento científico". Os temas abordados foram: "O Universo", "Ótica e Ondas", "Mecânica" e "Eletricidade e Estrutura Atômica".

O trabalho de Clement et al. (2009) foi desenvolvido em três etapas:

1. Escolha e definição do material didático para análise – optou-se pelo projeto PSSC por três razões:
    a. O PSSC caracteriza-se como um bom referencial histórico tendo sido o precursor da era dos grandes projetos de ensino;
    b. O projeto foi traduzido para diversas línguas e teve uma razoável difusão no Brasil;
    c. Mesmo tratando-se de um projeto criado para uma realidade educacional diferente da brasileira, influenciou fortemente o desenvolvimento de material instrucional para o Ensino de Física no Brasil.
2. Definição dos critérios e categorias de análise dos exercícios/problemas – tomando por base trabalhos já presentes na literatura e alguns resultados preliminares obtidos, chegou-se a um conjunto de categorias de classificação. "Cada exercício/problema pode ser classificado, inicialmente, de acordo com o tipo de exigência que propõe ao solucionador, podendo

representar tanto uma Situação Problema quanto um Problema de Reprodução Literal" (p. 4);

3. Categorização dos exercícios/problemas e análise dos resultados.

Segundo Clement et al. (2009), nos quatro volumes (Partes I, II, III, IV) do projeto PSSC foram encontrados 776 exercícios/problemas: 210 no 1º volume (O Universo), 176 no 2º volume (Ótica e Ondas), 206 no 3º volume (Mecânica) e 184 no 4º volume (Eletricidade e Estrutura Atômica). Os volumes apresentam uma característica comum ao que se refere à distribuição dos exercícios/problemas, mantendo uma organização de três seções distintas: "Exemplos", "Para Casa" e "Para Classe e Laboratório".

Ao final, os autores apresentam os dados estatísticos referentes à análise e constatam que a maioria das questões presentes exigia um tratamento matemático, ou seja, eram quantitativas, e destas, um número expressivo possuía por solução a simples aplicação direta de equações e poucas apresentavam contextualização cotidiana. Como aspecto positivo, apontam a presença de questões que continham em seus enunciados diagramas, figuras e/ou gráficos.

1.2. OS DOCUMENTOS OFICIAIS BRASILEIROS E O ENSINO PROFISSIONALIZANTE

A Física e a Matemática que forem apresentadas aos estudantes dos Ensinos Fundamental e Médio deverão servir para a vida, para o uso no cotidiano, possibilitando melhor compreensão do mundo e da tecnologia presente nos dias de hoje. Trata-se, pois, de ensinar Física e Matemática como construção, como modelagem de significados, não tendo sentido ensiná-las como se todos os estudantes fossem físicos ou matemáticos em potencial. Eles serão, sobretudo, cidadãos. Uma Física e uma Matemática significativas com vistas à cidadania.

Nesta seção serão apresentados três artigos. O primeiro deles refere-se aos documentos oficiais brasileiros e a alfabetização científica, os outros dois tratam de aspectos históricos e sociais e discutem a situação atual do Ensino Profissionalizante no Brasil. A ideia de se trazer estas referências para este trabalho é reunir elementos que possibilitem sinalizar tendências na área da educação científica, entender o histórico do ensino profissionalizante no Brasil e avaliar as habilidades e competências indicadas pelos documentos oficiais e que podem ser almejadas com a apresentação dos conteúdos que serão tratados nas lições e por último reunir elementos para o enriquecimento da abordagem realizada neste trabalho.

1.2.1. A LDB: Diretrizes para a Educação Nacional

Segundo Sasseron (2010), em 1996, com a promulgação da nova Lei de Diretrizes e Bases da Educação Nacional (LDB), "o cenário educacional brasileiro ficou à mercê de modificações" (p. 4). A LDB corroborou o que já havia sido colocado na Constituição Federal de 1988 e enunciou a Educação Básica obrigatória e gratuita como correspondendo aos doze anos de escolarização formal[3], divididos em dois níveis de ensino: o Ensino Fundamental e o Ensino Médio (Brasil, 1996).

Mas, segundo a autora, mesmo antes da promulgação da LDB, já eram analisadas e discutidas novas maneiras de se conceber e, em decorrência, planejar e organizar os currículos escolares. A formação geral do cidadão e a sua preparação para o trabalho eram alguns dos objetivos centrais planejados para a Educação Básica.

Sasseron (2010) aponta que o foco nessas duas vertentes tinha por objetivo contribuir para o desenvolvimento de habilidades como compreender, intervir, investigar e participar das discussões que envolvem a realidade do indivíduo, permitindo-lhe atuar na sociedade contemporânea. Nesse sentido, "esferas morais de seu comportamento também precisariam receber atenção" (p. 4).

A autora chama a atenção para o fato de que, anteriormente, a Educação, incluindo-se os documentos oficiais, era centrada na transmissão de conteúdos. O papel do professor em sala de aula era o de informar conhecimentos aos estudantes e estes tinham um papel preponderantemente passivo, sendo avaliados apenas pela quantidade de informações de que eram capazes de acumular. Segundo Sasseron (2010):

> A preocupação com a formação geral dos estudantes demanda estender estas fronteiras: não basta mais que os estudantes saibam apenas certos conteúdos escolares; é preciso formá-los para que sejam capazes de conhecer esses conteúdos, reconhecê-los em seu cotidiano, construir novos conhecimentos a partir de sua vivência e utilizá-los em situações com as quais possam se defrontar ao longo de sua vida. A educação escolar deixa de ter a obrigação de explorar apenas os assuntos de cada disciplina e precisa formar os estudantes para viver em sociedade. Um papel bem mais amplo se comparado com a Educação que se previa alguns anos atrás (Sasseron, 2010, p.5).

Com tudo isso, surge a questão "Como deve ser o trabalho em sala de aula?". Sasseron (2010) indica algumas direções:

[3] A partir de 2007, o total passa a ser de 13 anos devido ao acréscimo de um ano ao Ensino Fundamental.

- Para se desenvolver o espírito crítico deve-se oferecer espaço para discussões entre estudantes e professores;
- Para se desenvolver o espírito investigativo exigir que se criem oportunidades de verdadeira investigação;
- Para desenvolver o espírito participativo e solidário, atento às próprias necessidades e às outras pessoas, deve-se permitir a participação verdadeira dos estudantes em sua própria formação, envolvendo-se com os colegas no processo de aprendizagem, negociando valores, significados e crenças.

1.2.2. O Ensino Profissionalizante

Amorim e Falcioni (2009) retratam historicamente algumas experiências de ensino profissionalizantes descrevendo suas características na relação educação, trabalho e sociedade. O objetivo base é apontar a existência de um eixo comum, ocasionado pela herança pós Revolução Industrial, ou seja, a manutenção e reprodução das relações de classes e do sistema capitalista vigente, excluindo uma maioria e privilegiando uma minoria na sociedade através da educação.

Os autores indicam que foi somente a partir do contexto pós Revolução Industrial que países mais avançados econômica, social e industrialmente tiveram em seu sistema educacional o surgimento do ensino profissionalizante. Tanto Karl Marx quanto Friedrich Engels "tinham a convicção de que o surgimento e a existência da fábrica forçaram o engendramento, lento e paulatino, de uma popularização do acesso à educação" (p. 4).

No Brasil, as diversas implantações de modelos de educação profissionalizante, segundo Amorim e Falcioni (2009), estavam ligadas a influência de interesses do grupo dirigente no poder diante dos modelos de ensino, manifestada através das propostas políticas, como também nas respostas de setores da sociedade diante de necessidades classistas.

Em janeiro de 1942, sob o Decreto Lei nº 4048, Getúlio Vargas e os ministros da educação e do trabalho assinaram a promulgação que autorizava a criação do Serviço Nacional de Aprendizagem Industrial – SENAI.

O SENAI foi um exemplo de política patrimonialista e que serviu às esferas públicas e privadas. Para Amorim e Falcioni (2009) solucionava o problema da falta de mão de obra qualificada nas indústrias que àquela época[4] desfrutavam de um aumento na produção e no consumo, "juntamente com a intenção não manifesta do governo de Getúlio Vargas em obter o apoio popular perante sua posição no poder vigente de forma autoritária e antidemocrática" (p. 6). Os autores indicam que a instituição adotou uma filosofia que valorizava as normas, regras, disciplina e padrões de comportamento, visando mecanizar o estudante. Era uma formação profissionalizante sem engajamento político, sem visão crítica das relações de classes e da natureza dos modos de produção e, principalmente, "formação de mão de obra qualificada barata para as necessidades momentâneas das novas tecnologias industriais" (p. 7).

Amorim e Falcioni (2009) fazem uma rápida análise do período de 1950 à 1970 até a idealização da Lei nº 5692/71 que previa a extensão da obrigatoriedade escolar de 4 para 8 anos, além, do ensino profissionalizante em nível médio de forma compulsória. Os autores indicam que foi um fracasso. Limitação de recursos, resistência por parte das empresas em absorver a mão de obra formada neste ensino e o fim das expectativas governamentais em reduzir a demanda educacional para as universidades.

Os autores finalizam o trabalho, apontando que o ensino profissionalizante ao longo da história se revestiu de uma roupagem com diferentes discursos e objetivos, e com uma tendência central: a manutenção, a garantia e a reprodução das relações de classes e do sistema capitalista vigente.

Brandão (2011), em seu trabalho, discute as questões da oferta, do atendimento e da formação profissional postas pelo Plano Nacional de Educação (Lei nº 10172/2001), cuja vigência expirou em janeiro de 2011. É muito importante avaliar o período anterior, analisando-se quais objetivos e metas já foram alcançados, quais foram parcialmente alcançados e quais ainda não foram alcançados, afinal, um novo projeto, para a próxima década, encontra-se em discussão no Congresso Nacional.

De acordo com a LDB, o Ensino Profissional, deverá ser integrado às diferentes formas de educação, ao trabalho, à ciência e à tecnologia, conduzindo o estudante ao permanente desenvolvimento de aptidões para a vida produtiva. O estudante matriculado ou egresso do Ensino Fundamental, Médio e Superior, bem como o trabalhador em geral, jovem ou adulto, terá a possibilidade de acesso ao Ensino Profissional, que deve ser desenvolvido articuladamente com o ensino regular, ou ainda,

[4] Período do Estado Novo no Brasil, que coincide com o período da Segunda Guerra Mundial.

através de diferentes estratégias de educação continuada, em instituições especializadas ou no ambiente de trabalho.

O Ensino Profissional pode se dar de, pelo menos, três maneiras: Ensino Profissional articulado com o ensino regular, Ensino Profissional ministrado na forma de educação continuada em instituições especializadas ou Ensino Profissional ministrado na forma de educação continuada no ambiente de trabalho.

O conhecimento adquirido no Ensino Profissional, inclusive o conhecimento adquirido na forma de educação continuada no ambiente de trabalho, poderá ser objeto de avaliação, reconhecimento e certificação, com objetivo de permitir o prosseguimento ou conclusão de estudos do estudante, sendo que os diplomas de cursos da Educação Profissional, quando registrados, são válidos em todo o território nacional, porém, a certificação da qualificação profissional não permite aos seus portadores ingressarem no ensino superior, pois este acesso é reservado exclusivamente àqueles que concluíram o ensino médio.

Na situação atual, normatizada pelo Decreto nº 5.154/04, onde houver a reintegração entre o Ensino Médio e o Ensino Profissional, o estudante poderá ter o certificado de conclusão do Ensino Médio, possibilitando assim, seu acesso à Educação Superior. O reconhecimento e certificação do conhecimento adquirido, inclusive no trabalho, possui o objetivo de permitir que o trabalhador continue se aperfeiçoando, por meio de novos estudos.

As escolas técnicas e as escolas profissionais, além dos seus cursos regulares, poderão oferecer cursos especiais, abertos à comunidade, cuja matrícula estará condicionada à capacidade de aproveitamento, e não necessariamente ao nível de escolaridade, aumentando assim, as possibilidades de acesso aos mais diferentes cursos e programas de Ensino Profissional. Brandão (2011) afirma que ao valorizar a ideia de educação continuada, ao invés da ideia de "progressão continuada", o Ensino Profissional está muito mais dirigido para o aprendizado efetivo dos conteúdos do que com o "avanço" do estudante em direção à aquisição do certificado ou diploma formal, diferentemente do que ocorre com os outros níveis de ensino (Fundamental e Médio).

Segundo o autor, o governo Lula lançou o *Programa Escola de Fábrica*, que visa a dar formação profissional inicial à jovens de 16 a 24 anos matriculados na Educação Básica (Ensino Fundamental, Ensino Médio e Educação de Jovens e

Adultos), oriundos de famílias com renda *per capita* de até um salário mínimo. Assim como o *PROJOVEM*, o *Programa Escola de Fábrica* também se constitui em um programa inserido no contexto de uma política compensatória de educação, com o agravante de, em algumas situações específicas, possuir também um viés assistencialista.

Dando continuidade ao trabalho, Brandão (2011) aponta a necessidade de ampliar a capacidade instalada na rede de instituições de Ensino Profissional e para tanto discute duas propostas:

1. O estabelecimento de parcerias entre os sistemas federal, estadual e municipal e a iniciativa privada, para ampliar a oferta de educação profissional. Essa proposta aponta, explicitamente, para a divisão de responsabilidades entre o Poder Público e a iniciativa privada na oferta de Ensino Profissional;
2. A reorganização da rede de escolas agrotécnicas, de forma a garantir que cumpram o papel de oferecer Ensino Profissional específica e permanente para a população rural, levando em conta seu nível de escolarização e as peculiaridades e potencialidades da atividade agrícola na região.

Ao final, Brandão (2011) faz referencias à formação de profissionais para atuar no Ensino Profissional, apontando duas questões mais específicas:

1. A primeira diz respeito à necessidade de se modificar as normas atuais que regulamentam a formação de pessoal docente para essa modalidade de ensino, de forma a aproveitar e valorizar a experiência profissional dos formadores;
2. A segunda questão refere-se ao estabelecimento de parcerias entre o Ministério da Educação e Cultura (MEC), o Ministério do Trabalho, as universidades, os Centros Federais de Educação Tecnológica (CEFETs), as escolas técnicas de nível superior, os serviços nacionais de aprendizagem e a iniciativa privada, com o objetivo de organizar e oferecer programas de formação de formadores para o Ensino Profissional.

1.2.3. PCN e PCN+: Planejar as aulas a partir dos documentos oficiais.

Segundo Sasseron (2010), os Parâmetros Curriculares Nacionais (PCN) são orientações curriculares que se estendem muito além da simples lista de conteúdos, trazendo associações entre aspectos conteudistas, metodológicos e epistemológicos. Foram publicados, ainda na década de 1990, seguindo as diretrizes indicadas na LDB e devem ser considerados na elaboração e planejamento de currículos e cursos, oferecendo claro incentivo ao desenvolvimento de projetos político-pedagógicos pelas escolas.

Os PCN apresentam a interdisciplinaridade e a contextualização como eixos organizadores da doutrina curricular.

Segundo a autora, tanto na LDB como nos PCN, "a interdisciplinaridade é descrita como a possibilidade de relacionar diferentes disciplinas em projetos e planejamentos de ensino da escola. Os PCN fazem questão de frisar que a interdisciplinaridade não deve diluir as disciplinas, mas sim manter a individualidade de cada uma e, simultaneamente, congregar temas relacionados" (p. 6).

Quanto à contextualização, esta "deve ser entendida como a possibilidade de se transitar do plano experimental vivenciado para a esfera das abstrações e das construções que regem os fenômenos" (p. 6).

Outro aspecto importante dos PCN é a apresentação da ideia de competências e habilidades a serem desenvolvidas pelos estudantes como parte dos objetivos que se espera alcançar com a formação geral.

Sasseron (2010) aponta que muitas das ideias apresentadas nos PCN encontram respaldo na "tipologia de conteúdos" (Coll, 1997; Zabala, 1998) que amplia os significados atribuídos aos conteúdos da aprendizagem. Segundo a autora:

> Esses conteúdos assumem o papel de envolver outras dimensões para a formação do indivíduo e são agrupados em três categorias: os conteúdos factuais ou conceituais, relacionados ao que se deve aprender, os conteúdos procedimentais, ligados ao que e como se deve proceder; e os conteúdos atitudinais, voltados para o que e como se espera que o indivíduo seja e aja em sociedade (Sasseron, 2010, p. 7).

A autora esclarece que uma extensa lista de competências e habilidades pode ser encontrada nos PCN para cada uma das disciplinas da Base Comum Nacional e "apesar de essas listas diferirem entre si, há três grandes blocos nos quais elas se dividem: Representação e Comunicação, Investigação e Compreensão e Contextualização Sociocultural" (p. 7).

Quanto aos "Conhecimentos de Física", os PCN apontam:

> Espera-se que o seu ensino, na escola média, contribua para a formação de uma cultura científica efetiva, que permita ao indivíduo a interpretação dos fatos, fenômenos e processos naturais, situando e dimensionando a interação do ser humano com a natureza como parte da própria natureza em transformação. Para tanto, é essencial que o conhecimento físico seja explicitado como um processo histórico, objeto de contínua transformação e associado às outras formas de expressão e produção humanas. É necessário também que essa cultura em Física inclua a compreensão do conjunto de equipamentos e procedimentos técnicos ou tecnológicos, do cotidiano doméstico, social e profissional (BRASIL, 2002, p. 229).

Sasseron (2010) ressalta a necessidade de um currículo que seja capaz de trabalhar os "caminhos" pelos quais se chega até o conhecimento e as consequências que este pode trazer. Segundo a autora, "embora consonantes com a intenção de serem diretrizes curriculares para o Ensino Médio, as ideias apresentadas nos PCN trazem informações bastante gerais a respeito de como o programa de um curso pode ser desenhado" (p. 10). Foi com o objetivo de apresentar diretrizes mais específicas, que em 2002, surgem os PCN+ como orientações educacionais complementares. Enfatizando-se que "o desenvolvimento das habilidades e competências deve ser encarado como um processo contínuo, a ser desenvolvido ao longo da vida educacional do estudante" (p. 10).

Segundo a autora, a lista de habilidades e competências que se deseja desenvolver explora as três dimensões de conteúdos propostas por Zabala (1998) e Coll (1997):

> Há menção, por exemplo, ao trabalho com conteúdos conceituais em trechos como: "conhecer e utilizar conceitos físicos" ou "compreender enunciados que envolvam códigos e símbolos físicos"; referência aos conteúdos procedimentais ao mencionar a necessidade de "desenvolver a capacidade de investigação física. Classificar, organizar, sistematizar. Identificar regularidades. Observar, estimar ordens de grandeza, compreender o conceito de medir, fazer hipóteses, testar"; e, por fim, registros ligados aos conteúdos atitudinais em trechos como "ser capaz de emitir juízos de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes" (Sasseron, 2010, p.9).

Os PCN+ trazem uma maior especificidade. Em relação à Física propõem seis temas estruturadores. São eles:

1. Movimentos – variações e conservações;
2. Calor, ambiente, fontes e uso de energia;
3. Som, imagem e informação;
4. Equipamentos eletromagnéticos e telecomunicações;
5. Matéria e radiação;
6. Universo, Terra e vida.

Conforme aponta Sasseron (2010), pode-se perceber que “os documentos oficiais são claros em frisar a necessidade de se formar cidadãos prontos para trabalhar, atuar e participar da sociedade contemporânea” (p. 12). Segundo a autora, é imperativo que a escola não se encarregue apenas de fornecer conteúdos aos seus estudantes, mas que também desenvolva entre eles uma racionalidade crítica que lhes ofereça condições de localizar socialmente os problemas científicos e, em consequência, participar de discussões referentes a problemas de sua comunidade.

Na Tabela 1.1 são listadas as competências e habilidades indicadas nos PCN e que devem ser desenvolvidas em Matemática no Ensino Médio.

Tabela 1.1 Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Matemática.

Representação e Comunicação	• Ler e interpretar textos de Matemática; • Ler, interpretar e utilizar representações matemáticas (tabelas, gráficos, expressões, etc); • Transcrever mensagens matemáticas da linguagem corrente para linguagem simbólica • (equações, gráficos, diagramas, fórmulas, tabelas etc.) e vice-versa; • Exprimir-se com correção e clareza, tanto na língua materna, como na linguagem matemática, usando a terminologia correta; • Produzir textos matemáticos adequados; • Utilizar adequadamente os recursos tecnológicos como instrumentos de produção e de comunicação; • Utilizar corretamente instrumentos de medição e de desenho.
Investigação e Compreensão	• Identificar o problema (compreender enunciados, formular questões, etc); • Procurar, selecionar e interpretar informações relativas ao problema; • Formular hipóteses e prever resultados; • Selecionar estratégias de resolução de problemas; • Interpretar e criticar resultados numa situação concreta; • Distinguir e utilizar raciocínios dedutivos e indutivos; • Fazer e validar conjecturas, experimentando, recorrendo a modelos, esboços, fatos conhecidos, relações e propriedades; • Discutir ideias e produzir argumentos convincentes.
Contextualização Sociocultural	• Desenvolver a capacidade de utilizar a Matemática na interpretação e intervenção no real; • Aplicar conhecimentos e métodos matemáticos em situações reais, em especial em outras áreas do conhecimento; • Relacionar etapas da história da Matemática com a evolução da humanidade; • Utilizar adequadamente calculadoras e computador, reconhecendo suas limitações e potencialidades.

Fonte: BRASIL. MEC. PCNEM. Brasília: Ministério da Educação, 2002. p. 46.

Na Tabela 1.2 são listadas as competências e habilidades indicadas nos PCN e que devem ser alcançadas em relação a abordagem da Física no Ensino Médio.

Tabela 1.2 Competências e habilidades a serem desenvolvidas em Física.

Competências	Habilidades
Representação e Comunicação	• Compreender enunciados que envolvam códigos e símbolos físicos. Compreender manuais de instalação e utilização de aparelhos; • Utilizar e compreender tabelas, gráficos e relações matemáticas gráficas para a expressão do saber físico. Ser capaz de discriminar e traduzir as linguagens matemática e discursiva entre si; • Expressar-se corretamente utilizando a linguagem física adequada e elementos de sua representação simbólica. Apresentar de forma clara e objetiva o conhecimento apreendido, através de tal linguagem; • Conhecer fontes de informações e formas de obter informações relevantes, sabendo interpretar notícias científicas; • Elaborar sínteses ou esquemas estruturados dos temas físicos trabalhados.
Investigação e Compreensão	• Desenvolver a capacidade de investigação física. Classificar, organizar, sistematizar. Identificar regularidades. Observar, estimar ordens de grandeza, compreender o conceito de medir, fazer hipóteses, testar; • Conhecer e utilizar conceitos físicos. Relacionar grandezas, quantificar, identificar parâmetros relevantes. Compreender e utilizar leis e teorias físicas; • Compreender a Física presente no mundo vivencial e nos equipamentos e procedimentos tecnológicos. Descobrir o “como funciona” de aparelhos; • Construir e investigar situações-problema, identificar a situação física, utilizar modelos físicos, generalizar de uma a outra situação, prever, avaliar, analisar previsões; • Articular o conhecimento físico com conhecimentos de outras áreas do saber científico.
Contextualização Sociocultural	• Reconhecer a Física enquanto construção humana, aspectos de sua história e relações com o contexto cultural, social, político e econômico; • Reconhecer o papel da Física no sistema produtivo, compreendendo a evolução dos meios tecnológicos e sua relação dinâmica com a evolução do conhecimento científico; • Dimensionar a capacidade crescente do homem propiciada pela tecnologia; • Estabelecer relações entre o conhecimento físico e outras formas de expressão da cultura humana; • Ser capaz de emitir juízos de valor em relação a situações sociais que envolvam aspectos físicos e/ou tecnológicos relevantes.

Fonte: BRASIL. MEC. PCN. Brasília: Ministério da Educação, 2002. p. 237.

1.3. PROBLEMATIZAÇÃO E CONTEXTUALIZAÇÃO NO ENSINO DE CIÊNCIAS

Nesta seção serão apresentados três artigos e uma dissertação de mestrado que discutem os enfoques dados a contextualização, algumas alternativas didático-metodológicas, a problematização e a interdisciplinaridade no ensino de ciências.

Santos (2007) analisa concepções de contextualização de CTS e orientações curriculares estabelecidas pelos documentos dos PCN. Enfatiza que cursos de CTS para o ensino de ciências têm sido propostos tanto para a educação básica quanto para cursos superiores e até de pós-graduação. Aponta, ainda, que

> o objetivo central desse ensino na educação básica é promover a educação científica e tecnológica dos cidadãos, auxiliando o estudante a construir conhecimentos, habilidades e valores necessários para tomar decisões responsáveis sobre questões de ciência e tecnologia na sociedade e atuar na solução de tais questões” (Santos, 2007, p. 2).

Segundo o autor, pode-se considerar que um currículo tem ênfase em CTS quando nele se verifica inter-relações entre explicação científica, planejamento tecnológico, solução de problemas e tomada de decisão sobre temas práticos de importância social. O autor indica ainda, que na primeira versão dos PCN para o ensino médio, destacou-se no item “histórico do ensino de ciências e suas tendências” o “sentido do aprendizado na área”:

> Ao se denominar a área como sendo não só de Ciências e Matemática, mas também de suas Tecnologias, sinaliza-se claramente que, em cada uma de suas disciplinas, pretende-se promover competências e habilidades que sirvam para o exercício de intervenções e julgamentos práticos. Isso significa, por exemplo, o entendimento de equipamentos e de procedimentos técnicos, a obtenção e análise de informações, a avaliação de riscos e benefícios em processos tecnológicos, de um significado amplo para a cidadania e também para a vida profissional (Santos, 2007, p.3).

No entanto, para Santos (2007), o ensino de ciências, na maioria das escolas, tem sido trabalhado de forma descontextualizada da sociedade e de forma dogmática. Os estudantes não conseguem identificar “a relação entre o que estudam em ciência e o seu cotidiano e, por isso, entendem que o estudo de ciências se resume a memorização de nomes complexos, classificações de fenômenos e resolução de problemas por meio de algoritmos” (p. 4).

Segundo Santos (2007), a contextualização apresenta três objetivos básicos:

1. O desenvolvimento de atitudes e valores em uma perspectiva humanística diante de questões sociais relativas à ciência e tecnologia;

2. O auxílio à aprendizagem de conceitos científicos e de aspectos relativos à natureza da ciência;
3. Encorajar os estudantes a relacionar suas experiências escolares em ciências com problemas do cotidiano.

O autor discute ainda, a visão reducionista da alfabetização científica e tecnológica e seus três mitos. O mito da superioridade científica, com decisões tecnocráticas assentadas em uma visão cientificista da ciência que desconsidera a participação democrática na tomada de decisões. O mito da perspectiva salvacionista traduzindo-se na concepção unidirecional de que o progresso científico leva ao progresso tecnológico, que por sua vez, gera progresso econômico e este leva ao progresso social. E o mito do determinismo tecnológico que conduziria obrigatoriamente ao desenvolvimento humano acrescido da crença da autonomia da tecnologia sem a influência da sociedade.

Santos (2007) indica uma proposta de ensino de ciências por meio de temas CTS apresentando o Projeto Ensino de Química e Sociedade – Pequis, no qual têm sido produzidos materiais didáticos para o ensino médio de Química, dentre os quais, cita-se o livro "Química e Sociedade". São comentados vários aspectos do livro e dos temas abordados visando identificar suas características CTS.

O autor finaliza apontando dois aspectos importantes:

1. Uma perspectiva crítica significa ampliar o olhar sobre o papel da ciência e da tecnologia na sociedade e discutir em sala de aula questões econômicas, políticas, sociais, culturais, éticas e ambientais, sem perder-se o foco conceitual dos temas, afinal a tomada de decisão implica a compreensão dos conceitos científicos envolvidos;
2. É necessária a formação contínua do professor, "o que passa pela sua postura de reflexão crítica sobre o contexto da sociedade tecnológica" (p. 10).

Ricardo (2010) inicia seu trabalho com a seguinte questão: "Como construir uma sequência didática que tenha como ponto de partida uma problematização, sustentada em uma situação tal que os estudantes se deparem com a necessidade de se apropriar de um conjunto de saberes que ainda não têm, e que permita uma contextualização?".

Para o autor, a busca de significado para a contextualização é reforçada nos PCN+, que em um primeiro enfoque é considerada condição indispensável para a interdisciplinaridade: “a forma mais direta e natural de se convocarem temáticas interdisciplinares é simplesmente examinar o objeto de estudo disciplinar em seu contexto real, não fora dele” (BRASIL, 2002, p. 14). Mas, ainda nos PCN+, um segundo enfoque é assumido, a perspectiva sócio histórica, que se torna clara com a afirmação: “a contextualização no ensino de ciências abarca competências de inserção da ciência e de suas tecnologias em um processo histórico, social e cultural e o reconhecimento e discussão de aspectos práticos e éticos da ciência no mundo contemporâneo” (p. 33). Tem-se ainda, a existência de um terceiro enfoque, que articula os dois anteriores, e está “relacionado às transformações sofridas pelos saberes escolares até chegarem à sala de aula, como produto de uma didatização” (p. 33). O contexto original de produção da Ciência Física não é o mesmo da Física escolar. É a chamada Transposição Didática de Yves Chevallard (Chevallard, 1991).

Portanto, a contextualização pode ser vista sob três enfoques, no caso, o didático, o epistemológico e o sócio histórico.

Segundo Ricardo (2010), os conteúdos de Física presentes nos manuais e livros didáticos encontram-se distantes da vida cotidiana e das tecnologias. “O uso de novos materiais, como os paradidáticos, e inovações curriculares com outras ênfases, como a abordagem CTS ou projetos interdisciplinares, buscam, em certa medida, uma aproximação, pois trazem novos elementos aos conteúdos disciplinares estritos” (p. 40).

O autor indica que um Ensino de Física contextualizado e problematizado, deve ser estruturado tendo por base situações de aprendizagem bem definidas. As situações de aprendizagem localizam-se no centro da relação didática professor – estudantes/estudantes – saberes a ensinar. Se um desses atores for negligenciado ou esquecido, a relação didática não se estabelece. “Um dos desafios do professor é justamente organizar e dirigir situações de aprendizagem” (p. 41).

Quanto à problematização, para Ricardo (2010) ela corresponde a um conjunto de estratégias didáticas que precede a contextualização. Consiste na construção de situações-problema que irão estruturar as situações de aprendizagem, dando-lhes um significado percebido pelos estudantes. As situações-problema não se constituem por si mesmas; não se trata de ilustrar os assuntos a serem ensinados e diluí-los em generalidades. Trata-se de construir um cenário de aprendizagem, com pontos de partida e de chegada bem definidos.

Segundo o autor, uma situação-problema não deve gerar um diálogo entre professor e estudantes cujas respostas sejam apenas sim/não, contra/a favor, conheço/não conheço, sei/não sei. A problematização se consolida também nas interações dentro da sala de aula, pois é algo da realidade dos estudantes que está sendo analisado, confrontado e questionado. Uma situação-problema pode e deve levar à formulação de outros problemas.

Martins (2005) em seu trabalho teve por objetivo pesquisar o tratamento interdisciplinar como uma das alternativas de organização curricular, analisando a literatura existente sobre o tema, a posição de alguns especialistas e também as condições de implementação, tanto em termos da formação de professores como em termos dos materiais didáticos disponíveis.

A questão de pesquisa investigada foi (p. 5):

"Que fundamentos sobre a organização curricular apoiam a ideia de interdisciplinaridade? Em especial, como isso se aplica aos currículos para o ensino de Matemática, particularmente em termos da inter-relação entre Matemática e Física?".

Quanto aos procedimentos metodológicos o trabalho foi desenvolvido em duas fases. Na primeira buscou-se nos documentos oficiais e na literatura, informações e resultados de pesquisas sobre currículos e interdisciplinaridade e foram analisadas seis coleções de livros didáticos buscando identificar as propostas de interação entre Matemática e Física. Na segunda realizou-se entrevistas semiestruturadas com dois educadores matemáticos e uma especialista em ensino de Física, para identificar posições a respeito de abordagens interdisciplinares.

O autor apresenta alguns conceitos importantes como:

- Riqueza: referindo-se à profundidade do currículo;
- Recursão: como uma operação matemática iterativa que visa desenvolver a competência, a capacidade de organizar, combinar, inquirir, utilizar as coisas heuristicamente;
- Relações: onde as relações podem ser pedagógicas referindo-se às relações dentro do currículo, e culturais ou cosmológicas que estão fora do currículo, mas constituem uma matriz dentro do qual o currículo está inserido;
- Rigor: evita que um currículo transformativo deixe de ser uma verdadeira alternativa e passe a ser apenas uma variação daquilo que ele tenta substituir;

- Disciplina: “matéria de ensino suscetível de servir de exercício intelectual” (p. 21).

No que se refere à interdisciplinaridade, o autor analisa os PCN (BRASIL, 1999) como eixo norteador. Surge desta forma, a necessidade de se pensar a interdisciplinaridade em termos do currículo a ser seguido pelas disciplinas, pois estas deveriam desenvolver suas habilidades e competências próprias, sem perder sua identidade frente ao estudante, porém deixando claro que o conhecimento se dá de uma maneira integrada.

O autor recorre às ideias de David Ausubel, centrando-se na representação da hierarquização de componentes oferecida pelos mapas conceituais, para definir como deveria ser elaborado o currículo, devendo ser programado de “forma hierárquica, com estrutura lógica, tornando explícitas as relações entre ideias, relatando similaridades e elementos comuns, sempre considerando o conhecimento prévio do estudante” (p.40).

Martins (2005) segue o trabalho apresentando os pontos de vista de alguns professores e especialistas em ensino de Física. Primeiramente, o autor mostra que a preocupação com o tratamento interdisciplinar dado às disciplinas é antiga e exemplifica fazendo uma análise dos Anais do I Congresso de Ensino de Matemática realizado na Bahia em 1955. Após, são apresentadas as respostas dadas às questões feitas em entrevistas semiestruturadas com dois educadores de Matemática e um especialista em Física. Em capítulo posterior são analisados, segundo o autor, os dois principais desafios para a implementação de projetos interdisciplinares nas classes de Ensino Médio: a formação de professores e a tradição expressa nos livros didáticos e materiais apostilados.

Utilizando os resultados de um projeto de formação continuada promovido pelo Centro de Ciências Exatas e Tecnologia de São Paulo em 2002 e que envolvia 1800 professores de Ensino Médio, o autor apontou alguns aspectos relevantes:

- A transferência de responsabilidade: muitos professores buscaram ajuda junto aos professores de Física e até transferiram para estes a responsabilidade de trabalhar com o fascículo;
- Os recursos didáticos: muitos professores apontaram o estímulo à pesquisa e à busca de fontes alternativas, por parte dos estudantes, como aspectos positivos;

- Os conhecimentos básicos: boa parte dos problemas que surgiram no desenvolvimento do trabalho foram fortemente relacionados, pelos professores, à falta de domínio de conhecimentos básicos em Física e Matemática
- A interpretação de textos: os professores apontaram a dificuldade dos estudantes em interpretar (textos, gráficos e fórmulas) e extrair elementos essenciais na busca da solução de problemas propostos;
- A contextualização do conhecimento: os professores apontaram como aspecto positivo o interesse despertado nos estudantes ao trabalharem com situações contextualizadas;
- Projetos e condições de trabalho: outros aspectos apontados pelos professores foram a falta de condições de trabalho nas escolas e a desorganização provocada pela superposição de projetos.

Finalizando o estudo, o autor realiza uma análise dos livros didáticos selecionados pelo Programa Nacional do Livro de Ensino Médio (PNLEM), do MEC. Critérios como presença de abordagem contextualizada e interfaces entre Matemática e Física foram o foco.

Martins (2005) ao concluir todo esse trabalho, apontou aspectos merecedores de reflexão, alguns foram transcritos nas linhas seguintes:

"... ainda é muito forte a ideia de que "currículo" é algo que não tem a ver com professores e estudantes, mas com a burocracia do sistema." (p. 93);

"É muito diferente olhar para o currículo como uma ferramenta para uma atuação "técnica" e olhar para o currículo pensando em riqueza, recursão, relações, rigor, representatividade, poder explicativo." (p. 93);

"... "mapas conceituais" e "redes de significado" ... trazem contribuições importantes para a realização das perspectivas interdisciplinares ou, até mesmo, disciplinares." (p. 94);

"... nossa pesquisa de campo mostrou muitas dificuldades por parte dos professores de Matemática que, em muitos casos, em vez de procurarem o "diálogo" com o professor de Física, apenas transferiram a responsabilidade de abordar um dado assunto ao colega" (p. 94);

"... os livros didáticos, que ainda continuam sendo os grandes orientadores do "currículo real" colocado em prática na sala de aula não apresentam situações interessantes que estimulem uma abordagem interdisciplinar, restringindo-se a poucos exercícios e a vagas citações, particularmente em termos da inter-relação entre Matemática e Física" (p. 94).

1.4. A MATEMÁTICA COMO LINGUAGEM ESTRUTURANTE

Nesta seção serão apresentados seis artigos e três dissertações de mestrado que discutem a Matemática como Linguagem estruturante da Física e trazem observações, ideias e metodologias para trabalhar com os estudantes em sala de aula os conteúdos de proporção direta e proporção inversa, funções e representações gráficas, grandezas, unidades e o processo de medição.

O primeiro artigo aqui apresentado é um trabalho realizado por Pietrocola (2002) e que traz um aprofundamento da ideia "A Matemática é a linguagem estruturante da Ciência" focando-se no caso específico da Física. Sua análise é importante por trazer não apenas uma série de justificativas da afirmação apresentada, mas, por indicar a necessidade de uma mudança epistemológica dos educadores com respeito à forma de apresentação da Matemática, para que os estudantes adquiram esta habilidade, ou seja, o estudante precisa dominar as ferramentas Matemáticas para que possa operar as próprias teorias físicas.

Pietrocola (2002) em seu trabalho objetivou mostrar que "existe uma relação muito mais complexa" (p. 89) entre a Física e a Matemática, "que faz da Matemática um estruturante do conhecimento físico. Tendo esta relação profundas implicações para o ensino de Física" (p. 89).

O autor inicia seu texto com uma discussão sobre a linguagem da ciência e as dificuldades de ensino, expondo:

> Os conteúdos da ciência, quando comparados àqueles presentes na vida cotidiana, apresentam uma série de barreiras para seu ensino: os conceitos nela presentes são por demais abstratos, mantendo uma relação indireta com situações presentes no cotidiano; estão relacionadas às situações de observação que invariavelmente requerem equipamentos sofisticados, presentes apenas nos laboratórios; envolvem um estilo de raciocínio muito diferente daquele vulgarmente empregado pelas pessoas. Tais características permitem dimensionar o quão distante se encontra o mundo da ciência daquele cidadão comum. Alguns autores fazem menção a uma cultura científica muito diferente da cultura do senso comum (Pietrocola, 2002, p. 89).

A linguagem utilizada pela Ciência, no caso a Matemática, tornou-se critério de cientificidade na física, "na medida em que a incapacidade de expressar propriedades de sistemas em linguagem matemática inviabiliza mesmo a possibilidade de admiti-las como hipóteses para o debate científico" (p. 89). Dessa forma, a incapacidade de se expressar nessa linguagem impossibilitaria a participação do indivíduo num diálogo científico e, é considerada, em muitos casos, como a responsável pelo fracasso escolar do estudante. Chegando-se ao ponto de se acreditar que uma boa base Matemática garantiria sucesso no ensino de Física.

Pietrocola (2002) analisa tal argumento, precisando primeiramente o papel da Matemática na constituição do conhecimento físico, uma vez que "muitos a consideram apenas como ferramenta do método empírico, este sim fonte de todo conhecimento possível sobre a realidade. Para outros, se coloca como a própria essência da realidade, sendo a Física o método de acessá-la" (p. 90). O autor expõe ainda:

> Nos livros e artigos, vê-se que a Matemática enche a cena do discurso científico através de elementos como funções, equações, gráficos, vetores, tensores, inequações, geometrias, entre outros. Professores de todos os níveis não têm dúvidas de que sem conhecimentos em Matemática (e não se tratará de saberes simples à medida que se aprofunda na área) não é possível exercer boa Física (Pietrocola, 2002, p. 90).

Para Pietrocola (2002), no Ensino Médio, esta questão assume contornos muito específicos, devido ao caráter não profissionalizante do ensino. "Na perspectiva de uma educação geral e formativa do cidadão, os compromissos do ensino não se vinculam apenas com as necessidades intrínsecas da atividade profissional do físico ou do cientista. O ensino das ciências no Ensino Médio não pode e não deve ser visto como um estágio anterior a uma formação científica profissional" (p. 91). Para o autor "muitas vezes, os professores de Física acabam por atribuir à Matemática a responsabilidade pelas dificuldades na aprendizagem e não naquilo que ensinam" (p. 91) e conclui dizendo que "admitir que boa parte dos problemas do aprendizado da Física se localiza no domínio da Matemática reflete um posicionamento epistemológico ingênuo – acaba-se por atribuir à segunda função de instrumento da primeira!" (p. 91).

Para reforçar essa conclusão, Pietrocola (2002) faz uma análise de obras de Ensino Médio e das colocações de alguns professores, indicando que

> Embora exista consciência por parte de estudantes e professores de que a Física é uma ciência da natureza e que relatos de experiências, observações, laboratórios e dados empíricos, etc., abundam nos livros e nos discursos didáticos, as atividades escolares acabam por se restringir às aplicações de

> formalismos matemáticos e aos exercícios numéricos extraídos das teorias (Pietrocola, 2002, p. 91).

Para o autor é, no entanto, "precipitado aderir a esta conclusão quando procuramos apoio numa análise epistemológica que busque entender a adequação entre conhecimento físico e conhecimento matemático" (p. 92). "Na forma como se apresenta, a Matemática configura-se como obstáculo-pedagógico" (p. 92), e colaborar para sua superação passou a ser o objetivo de seu trabalho.

Seguindo tal objetivo, Pietrocola (2002) faz uma análise sobre o Empirismo, realismo ingênuo e Matemática como descrição.

Via uma exposição histórica, o autor apresenta o fato de inicialmente os fenômenos físicos terem sido observados e descritos sem o uso de relações matemáticas, ressaltando que só no século XVII com Galileu entre outros, é que os fenômenos naturais começaram a ser sistematicamente expressos através de relações matemáticas. Herança da tradição pitagórica, nela a natureza era concebida através de analogias entre os fenômenos e relações tiradas de formas idealizadas. Nos anos seguintes, com a formação da Física-Matemática, "a matematização é concebida como inerente aos conceitos e suporte para a construção dos mesmos" (p. 93).

Pietrocola (2002) expõe que embora o papel da Matemática tenha mudado os livros ainda espelham uma tradição muito próxima das tradições pitagóricas e galilelianas. Citando trechos de alguns livros, o autor chama a atenção sobre a ideia apresentada de que é "natural que as leis Físicas sejam expressas matematicamente" (p. 94).

Outro aspecto relevante apontado pelo autor pode ser visto nas seções destinadas ao "Método Científico" dos livros, "que em geral, são apresentados como um processo baseado na observação, medida e indução de leis, tributários de um empiricismo ingênuo. Não é raro que o empiricismo se associe a um realismo também ingênuo e que apareça com frequência na concepção dos livros-textos" (p. 95).

O autor, por fim, coloca que:

> O empiricismo e realismo ingênuos como epistemologia implícita em muitos livros didáticos permite melhor entender a forma como são concebidas em geral, as relações entre a Matemática e a Física. Ela se revestiria em instrumento do método científico para a produção de conhecimento seguro (Pietrocola, 2002, p. 97).

O próximo passo de Pietrocola (2002) é discutir linguagem, comunicação e pensamento. O autor indica o fato de que conceber “a Matemática como instrumento da Física, além da coerência com a tradição empírico-realista, recebe reforço da própria ideia espontânea que se tem da linguagem. Dizemos também que a Matemática é a linguagem da Física!” (p. 97).

Pietrocola (2002) segue fazendo uma análise da Matemática como linguagem do mundo da ciência. O autor aponta que a maior importância da Matemática como linguagem da ciência está “no papel estruturante que ela pode desempenhar quando do processo de produção de objetos que irão se constituir nas interpretações do mundo físico. Ao buscar entender as mudanças na nossa visão de mundo produzidas pelas modernas teorias científicas, somos levados a crer que não há uma estruturação tão rígida no mundo, a ponto de conferir solidez absoluta às nossas tentativas de interpretá-lo. Ou seja, todos os produtos da pesquisa científica são frutos de tentativas de estruturas de representações sobre o mundo e sofrem modificações de tempos em tempos.” (p. 101).

Pietrocola (2002) encerra evidenciando a importância de uma mudança epistemológica dos educadores com respeito à forma de apresentação da Matemática, pois se esta é a linguagem que permite estruturar o pensamento para apreender o mundo, o ensino de Ciências deve propiciar meios para que os estudantes adquiram esta habilidade. Ou seja, não basta ao estudante dominar as ferramentas Matemáticas para que possa operar as teorias físicas, “mas de saber apreender teoricamente o real através de uma estruturação Matemática” (p. 106).

O segundo artigo aqui apresentado é uma pesquisa realizada por Barbeta e Yamamoto (2002) e que também justifica a ideia de que “A Matemática é a linguagem estruturante da Ciência”, no entanto, o fazem por meio da aplicação e análise de um questionário e concluem que não é apenas a falta de ferramentas matemáticas que prejudica o desenvolvimento dos estudantes, mas também, a deficiência em relação aos conceitos básicos de física, indicando-se que as concepções alternativas têm forte influência nas concepções dos estudantes, levando a uma visão restrita da natureza.

Barbeta e Yamamoto (2002) apresentam em sua pesquisa alguns resultados obtidos via aplicação de um teste entre estudantes ingressantes no ciclo básico de um curso de engenharia. O teste, uma adaptação do “*Mechanics Baseline Test*”, visava levantar as principais dificuldades conceituais em Física, apresentadas pelos estudantes, em tópicos de mecânica clássica.

Inicialmente, os autores apresentam o fato de que as dificuldades enfrentadas pelos estudantes no estudo de Física do ensino superior são muitas vezes atribuídas à deficiência dos próprios estudantes em manipular o ferramental matemático que é normalmente exigido em tais cursos. Cita-se que na tentativa de minimizar tal problema algumas disciplinas de física ministradas em cursos ligados à área de biomédicas, por exemplo, são às vezes concebidas de modo a se utilizar pouco ou nenhuma ferramenta de cálculo. Procedimento que se torna mais evidente ao analisar-se alguns livros didáticos que procuram discutir a física em termos conceituais evitando ao máximo o uso de ferramentas matemáticas.

Ainda, discutindo a questão da Matemática, apontam que é comum a disciplina de "Cálculo" ser oferecida em paralelo com a "Física", e com isso, "o desconhecimento do cálculo é considerado o culpado pelo fracasso de parte dos estudantes em obter promoção nas disciplinas de física" (p. 324).

No entanto, para Barbeta e Yamamoto (2002), "no ensino de física para estudantes das áreas de ciências exatas, a habilidade para expressar matematicamente os conceitos físicos é tão importante quanto o conhecimento dos conceitos em si" (p. 324) e ainda "para que o estudante tenha sucesso em um curso de física no ensino superior, é preciso que ele domine os conceitos básicos que são explorados pela disciplina, bem como possua a habilidade para interpretar e criar gráficos" (p. 324).

Os autores não deixaram de indicar a importância do estudo das concepções alternativas, ou espontâneas, seja por sua influência "na forma pela qual os estudantes aprendem os novos conceitos que lhe são ensinados" (p. 325), pela persistência destas noções, mesmo depois de anos de educação formal e, finalmente, por representarem barreiras para a construção de modelos mentais para a resolução de problemas de física.

Dando continuidade à pesquisa, Barbeta e Yamamoto (2002) procuraram identificar o grau de entendimento conceitual de tópicos relativos à cinemática e à dinâmica de pontos materiais, verificando ainda, até que ponto a Matemática é um obstáculo para o aprendizado da Física.

Como instrumento de pesquisa foi utilizado um teste constituído de 26 questões de múltipla escolha, das quais sete exigiam a realização de algum tipo de cálculo matemático, requerendo apenas o entendimento de álgebra elementar. O teste foi aplicado em 1585 estudantes do curso de Física I, nas primeiras semanas de aula, de forma que ainda não tivessem contato com conteúdos de Física no Nível Superior.

Os resultados obtidos foram tabulados e comparados aos resultados indicados pelos autores do MBT em um colégio do Estado do Arizona e na Universidade de Harvard, nos Estados Unidos, além de terem calculado, para cada uma das questões, o escore reduzido ou "escore z" para comparação das turmas analisadas.

Pela análise dos resultados obtidos com a aplicação dos testes, percebeu-se um baixo rendimento nas questões sobre cinemática linear, o que não era esperado por conta do tempo que se trabalha esse tópico no Ensino Médio. Essa análise se manteve constante para outros tópicos com exceção do movimento curvilíneo, que teve uma média de acerto de apenas 7%. Nas questões que se referiam ao conhecimento de relações matemáticas, houve altos índices de marcação para a alternativa "não sei responder"; porém, as que necessitavam das relações da Cinemática, tiveram índices melhores que as referentes à força de atrito, aceleração centrípeta e energia potencial e cinética.

Ao realizar uma análise individual das questões, foram feitas observações interessantes, podendo-se destacar:

- A dificuldade no estabelecimento dos coeficientes angulares por meio do método gráfico;
- Uma constante confusão entre os conceitos de velocidade e aceleração que segundo os autores constitui-se em um tipo de concepção espontânea apresentada por estudantes de diferentes níveis;
- Os estudantes costumam atribuir à força normal aplicada pelo plano no corpo, o mesmo valor da força peso do corpo, concluindo-se que os conceitos de decomposição de força e de força resultante não estão presentes na grande maioria dos estudantes;
- Mesmo conhecendo as leis de Newton, principalmente a segunda e terceira leis, apresentam falhas em sua aplicação, principalmente se a necessidade de uso da lei não está explícita no problema;

- Existe, aparentemente, um desconhecimento do significado gráfico da aceleração média (coeficiente angular da reta que liga os pontos) e do significado físico do cálculo da área sob a curva.

Comparando-se as amostras, os autores apontaram dois aspectos interessantes:

- O primeiro, quanto à comparação entre o desempenho de calouros e veteranos, verificou-se que não há grande diferença entre as dificuldades enfrentadas por ambas as categorias;
- O segundo, quanto à comparação entre o desempenho de estudantes dos cursos diurno e noturno, percebeu-se uma leve superioridade dos estudantes do curso noturno, fato atribuído ao semestre no qual é cursada a disciplina Física I. No primeiro semestre para estudantes do diurno e no segundo para estudantes do noturno, ou seja, estes já tinham cursado uma série de disciplinas de matemática.

Com a aplicação do questionário e sua análise, Barbeta e Yamamoto (2002) concluíram que não é apenas a falta de ferramentas matemáticas que prejudica o desenvolvimento dos estudantes ingressantes no curso superior. Os resultados da aplicação do teste confirmaram "a grande deficiência em relação aos conceitos básicos de física" (p. 332). Os autores indicaram que as concepções alternativas têm forte influência nas concepções dos estudantes, levando a uma visão restrita da natureza, como por exemplo, a ideia de que é necessária a aplicação de forças para que se mantenha a velocidade, ou seja, os estudantes apresentam uma visão mais próxima da defendida por Aristóteles do que a proposta de Newton.

Ao finalizar o trabalho, os autores colocam:

> As deficiências apontadas anteriormente têm que ser enfrentadas pelos professores dos períodos iniciais, oferecendo, ao mesmo tempo, condições para que os estudantes possam ampliar seus conhecimentos, sua capacidade de raciocínio, e consolidar os conceitos fundamentais. Conhecer a forma de pensar dos estudantes, trabalhar com as concepções espontâneas que trazem e planejar estratégias para reelaborá-las é, pois, de importância fundamental para que se possam minimizar as dificuldades conceituais apresentadas e assim maximizar o processo de aprendizagem (Barbeta e Yamamoto 2002, p.332).

Os dois primeiros artigos apresentados nesta seção foram analisados por trazerem à tona a visão da Matemática como Linguagem Estruturante da Física indicando diversas ideias e justificativas para que o educador procure melhorar o trabalho em sala de aula observando que a Matemática não é apenas um "pré-requisito" nas aulas de Física, mas deve ser trabalhada para embasar os conceitos físicos que serão ensinados. No primeiro artigo, Pietrocola (2002) mostra que no Ensino Médio, devido ao caráter não profissionalizante, os compromissos do ensino não se vinculam apenas com as necessidades intrínsecas da atividade profissional do físico ou do cientista e, no segundo artigo, Barbeta e Yamamoto (2002) mostram os problemas que os estudantes dos primeiros ciclos universitários apresentam devido à falta do ferramental matemático focado à Física e à própria formação deficiente nesta disciplina proveniente do Ensino Médio.

1.4.1. Proporção Direta e Proporção Inversa

O artigo de Ruiz (2002) que será agora apresentado trouxe contribuições importantes ao presente trabalho não apenas por discutir uma visão ampla da Matemática, mas por trazer situações abordando raciocínio proporcional, envolvendo problemas de geometria projetiva. Uma das situações citadas foi utilizada na montagem das lições, objetivo primeiro deste trabalho.

A motivação de Ruiz (2002) para a realização deste trabalho teve origem no desconforto diante da fragilidade que o analfabetismo matemático impõe à sociedade.

Ruiz (2002) apresenta em seu trabalho duas formas distintas e complementares de se ver a Matemática: uma restrita e uma ampla. Sob uma visão restrita ela é concebida como a "ciência das quantidades e do cálculo", marcada pela regularidade e precisão. Sob uma visão ampla, ou simplesmente matemática, surge da sucessão de revoluções do pensamento, constituindo-se numa forma de pensar, fazer perguntas, coordenar ideias e criar instrumentos para leitura das situações do mundo. Destaca que com o advento das calculadoras e dos computadores, a aquisição de habilidades matemáticas em seu sentido restrito tem perdido importância. Mas, em seu sentido amplo, a matemática continua a ampliar seus horizontes.

O autor ao citar Piaget e sua visão sobre o ensino de Matemática como uma espécie de interface entre o espírito humano e o mundo, infere que "aprender Matemática é adquirir ferramentas cognitivas para atuar sobre a realidade" (p. 218). Ainda, referindo-se às colocações de Piaget, aponta que "todo conhecimento dever ser visto como sendo relativo a um estado anterior de menor conhecimento e, também, como suscetível de constituir-se em estado anterior em relação a um conhecimento mais elaborado" e que "existe o caráter de continuidade entre as estruturas lógico-matemáticas espontâneas do pensamento infantil e os edifícios formais construídos pelos matemáticos” (p. 218).

Ruiz (2002) segue apresentando alguns exemplos importantes de revoluções do pensamento humano e algumas citações como a de Paulos (1996) que diz que “a função principal da matemática não é organizar cifras em fórmulas e fazer cálculos, mas é, isto sim, uma forma de pensar e de fazer perguntas” (p. 219), ou ainda, que “frequentemente, ideias matemáticas muito ‘avançadas’ são mais intuitivas e compreensivas que certos temas de álgebra elementar” (Paulos, 1993, p. 15) indo em consonância com o fato de que “o certo e o errado cedem lugar a uma enorme diversidade de soluções: umas sensivelmente provisórias, outras mais elaboradas...” (p. 220).

Dando continuidade à sua pesquisa, Ruiz (2002) apresentou o relato de pesquisa presente no livro “*De la lógica del niño a la lógica del adolescente*”, de Inhelder e Piaget, com vistas a exemplificar as investigações piagetianas que ensinam “que os sujeitos percorrem uma longa jornada para a construção dos conceitos matemáticos” (p. 220).

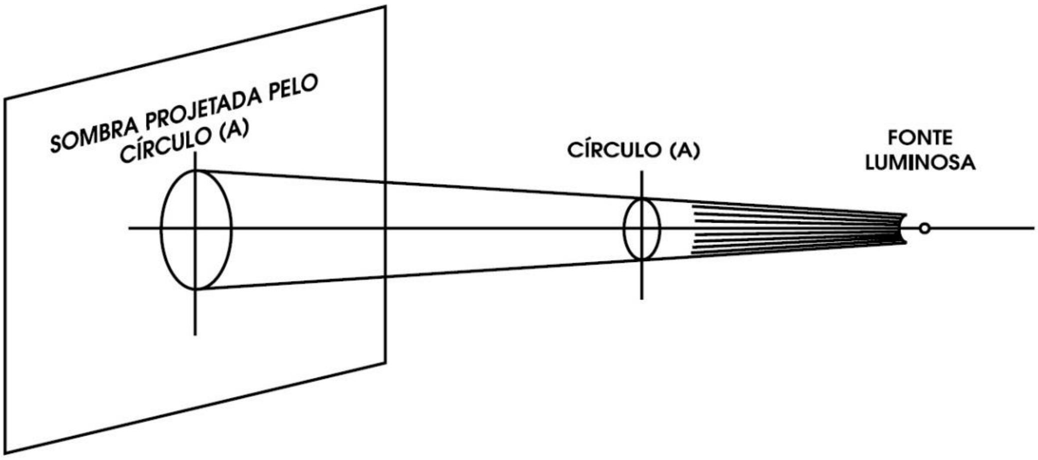


Figura 1.1. Experimento realizado por Ruiz (2002). Fonte: Ruiz (2002), p. 220.

A primeira situação apresentada, abordando raciocínio proporcional, envolvia um problema de geometria projetiva. A situação problema foi montada usando-se um anteparo, um círculo e uma fonte luminosa (Figura 1.1), em que o movimento do círculo alteraria a sombra projetada no anteparo. A questão central era descobrir que “o tamanho da sombra é diretamente proporcional ao diâmetro do círculo, e inversamente proporcional à distância entre o círculo e a fonte luminosa” (p. 220). Uma das questões propostas às crianças foi que, utilizando círculos de diâmetros distintos, formassem sombras iguais. Ao analisar as respostas formuladas por crianças de diferentes idades verificou-se o nível de aprofundamento; todas deram respostas significativas, porém o mais velho foi capaz de inferir a existência de uma mesma relação entre o tamanho dos círculos de diferentes diâmetros e as distâncias que os separavam, criando, de certo modo, uma relação Matemática entre eles.

Baseando-se em práticas piagetianas, Ruiz (2002) propôs um jogo a um grupo de vinte e três crianças com idades entre dez e treze anos. Cada uma recolheria uma carta de baralho dentre um grupo de oito (quatro setes e quatro cincos) em conjunto com o entrevistador que também retiraria uma carta. Primeiramente, o entrevistador tentaria acertar a carta retirada pela criança, e depois a situação se inverteria. Na sequência a criança seria questionada: "...quem tenta adivinhar tem tanta chance quanto o outro de ganhar?" (p. 222).

Ao analisar alguns depoimentos, sempre se observando a idade, percebeu-se que para os mais jovens não existia diferença nas chances de vitória, enquanto que os mais velhos já apresentaram uma noção de probabilidade, afirmando que é quem tenta adivinhar a carta, pois ao ver sua carta sabe que a outra pessoa terá 3 chances de ter um valor e 4 de ter outro. Para Ruiz (2002) as estratégias apontadas mostram momentos diferentes do percurso das crianças na aquisição do conceito de probabilidade. As crianças começam por admitir chances iguais, passando depois para soluções qualitativas do tipo "quem tenta adivinhar tem mais chance" e alcançando, na sequência, formulações quantitativas do tipo "sobram três contra quatro" (p. 223).

Ruiz (2002) conclui sua pesquisa questionando o analfabetismo matemático da sociedade adulta: "Como pessoas que iniciam uma caminhada como aprendizes competentes alcançam, depois de árduos anos de escolarização e de exposição a múltiplas formas de informação, comportamentos ingênuos diante de situações matematizáveis?" (p. 224).

Como hipótese primeira indica que a nossa cultura trata a Matemática sob a visão restrita com suas contas e medidas. Nas palavras do autor:

> Existe um velho túnel, prosaico e sacro, cheio de escadas, pelo qual (quase) todos nós passamos. Entram nele ávidos aprendizes, que na sequência dos degraus vão escrevendo numerais, fazendo continhas, recitando tabuadas, efetuando exercícios de fixação, seguindo o modelo dado, decorando teoremas e treinando para o uso de algoritmos. Nesse túnel prevalece a vetusta e desencaminhadora concepção da Matemática como a "ciência da

> quantidade". Dele saem uma legião de analfabetos matemáticos e alguns raríssimos amantes da Matemática (Ruiz, 2002, p. 224).

Finaliza indicando "o computador como um possível aliado na busca de uma cultura que permita, aos não-matemáticos, relações de amizade com o inquieto espírito da matemática do nosso tempo" (p. 224) e reafirmando a necessidade do educador procurar, ao transitar por este território repleto de desafios, limites, ensinamentos e possibilidades, desenvolver um "trabalho paciente com a formação de conceitos para que o gosto pelo aprender matemática deixe de ser privilégio das crianças e dos matemáticos" (p. 225).

1.4.2. Funções e Representação Gráfica

Os artigos que nesta seção serão apresentados tem por base a discussão da "Linguagem da Matemática". São analisadas situações em que a representação gráfica é utilizada trazendo à tona detalhes de aplicação em sala de aula. É verificada a facilidade dos estudantes em trabalharem matematicamente as mudanças do registro algébrico para o registro gráfico e ao fim analisado o uso do computador para trabalhar situações problema.

Zuffi e Pacca (2002) apresentam em seu trabalho alguns resultados obtidos via a observação da prática pedagógica de três professores de Matemática do Ensino Médio. A partir de uma análise qualitativa dos dados obtidos propõem algumas categorias representativas das concepções geradas em sala de aula com o conceito de função, a partir das formas de expressão efetivamente articuladas pelos professores, junto aos estudantes.

Inicialmente, Zuffi e Pacca (2002) discutem a criação de linguagens próprias para explicar os fenômenos da natureza, principalmente, na fase de construção de um determinado conceito. Dessa maneira, cada indivíduo pode apresentar concepções ou explicações espontâneas para interpretar e conceituar estes fenômenos.

A questão é que na Matemática, a criação de uma linguagem própria servirá, tanto para explicar os fenômenos, como para resolver qualquer tipo de problema, sendo esse de natureza científica ou não. Desta forma, segundo as autoras, as concepções espontâneas sobre os conceitos matemáticos se aplicam em poucas situações geralmente ligadas à vivência do indivíduo. Já para situações mais complexas, é difícil que essas concepções se revelem, pois "se mostram muito distantes do conhecimento especializado dos matemáticos e do conhecimento escolar" (p. 2).

Acreditando que seja este, o caso do conceito matemático de função, as autoras indicam que, embora se tenha "uma concepção espontânea de variação e de associação entre duas grandezas, a caracterização das propriedades específicas das relações que são também funções matemáticas, só foi possível num processo histórico longo e delicado", possibilitando um alto nível de abstração desse conceito.

Dessa forma, entendem que só poderão ser analisadas as concepções do estudante sobre o conceito de função, depois que ele tiver contato com a ideia matematicamente construída, ou por um livro, ou por um professor.

Com tais pressupostos, as autoras dedicaram-se à investigar a linguagem matemática utilizada por professores do Ensino Médio ao lidarem com "funções" em suas aulas, buscando identificar as concepções sobre esse conceito que vêm sendo transmitidas por eles. Assim, procurou-se responder às seguintes questões: "Qual é a conceituação que o professor quer construir para as funções? Qual é a que ele verdadeiramente constrói, ao efetivar o uso da linguagem matemática de uma maneira característica do Ensino Médio?" (p. 3).

Em campo, para tentar responder às questões levantadas, foram observados três professores de Matemática (Meg, Bel e Mark) do Ensino Médio, em suas salas de aula nos anos de 1997 e 1998, no momento em que ensinavam sobre "funções".

As escolas onde cada um lecionava apresentavam características disciplinares e pedagógicas bem distintas. A primeira escola pesquisada, onde lecionavam as duas professoras Meg e Bel, possuía grande tradição e a segunda escola, onde lecionava o professor Mark, bem diferente da primeira, era mais nova e tinha gestão cooperativa, "com a participação de pais e professores sobre as diretrizes pedagógicas e organizacionais" (p. 3).

Os três professores citados tinham métodos de ensino bastante tradicionais, com aulas expositivas e pouca participação ativa dos estudantes, diferenciando-se um pouco, o professor Mark que costumava coordenar algumas atividades diferenciadas, como a resolução de listas de exercícios em grupo, competições e jogos matemáticos em atividades extra classe.

Zuffi e Pacca (2002) destacaram, ainda, que “a escola do professor Mark estimulava o rigor disciplinar, a organização e a ordem, tanto fora, quanto dentro das salas de aula, o que não ocorria com a outra escola” (p. 3).

Com a análise das aulas, dos questionários realizados e algumas entrevistas curtas e semi-abertas dentro de uma perspectiva qualitativa de pesquisa, as autoras levantaram 21 unidades de significados, “ a partir de termos recorrentes na expressão dos professores em sala de aula, ou evidenciadas nas entrevistas e com o questionário” (p. 5) e agruparam esses significados em categorias “que destacam alguns modos de conceber o conceito de função e seus periféricos” (p. 5).

São citadas seis dessas categorias:

1. As definições propostas em aula e as definições históricas – as funções foram apresentadas na sua notação analítica, mesmo que o domínio se tratasse de um conjunto discreto e pequeno de pontos, para somente depois se caracterizarem os gráficos e tabelas. As definições gerais de função e as ideias formais de conjunto, relação, domínio, contradomínio e imagens aproximavam-se às de Dirichlet, mas, os modelos apresentados estavam mais próximos à definição histórica de Euler, pois as funções eram dadas por expressões algébricas simples, em conjuntos numéricos reais, e com modelos de cálculos sobre números inteiros;
2. Imagens do conceito – as funções apresentadas pelos professores, em sala de aula, foram em sua maioria, de expressões simples e “bem-comportadas”. Raros foram os casos em que se exemplificou funções descontínuas. Infelizmente, as imagens conceituais formadas pelos estudantes e evidenciadas através das respostas ao questionário, não correspondiam, em grau de profundidade, às definições formais apresentadas anteriormente pelos professores, limitando-se aos casos “bem-comportados”;
3. Concepção evidenciada dentre as de “ação, processo e objeto” – a concepção de ação predominou na linguagem de sala de aula. Os professores deram grande ênfase à atribuição de valores específicos para a variável independente, calculando os valores das imagens, para só então, colocá-los no gráfico, além do fato de que os gráficos eram observados através de poucos pontos esparsos. Com isso “a ideia de variação, fortalecida na

concepção de processo, fica prejudicada no enfoque dado pelos professores, deixando lacunas quanto a este aspecto essencial à conceituação de função" (p. 6);

4. Expressões informais mostraram ter um papel mais significativo do que a definição matemática, no tratamento do conceito – na sala de aula houve pouca discussão das condições para o domínio e a unidade das imagens, contidas na definição geral de função. Casos mais gerais, definidos em conjuntos numéricos diferenciados, ou mesmo, em conjuntos não numéricos, não foram explorados. Com isso, a definição formal proposta aos estudantes, embora ampla, acabava substituída por termos da prática pedagógica dos professores e pelos exemplos que estes consideravam relevantes;

5. Alguns dos professores observados parecem "concretizar o abstrato" – os símbolos e as notações eram tomados como coisas, não atingindo seus significados abstratos. Além disso, faltou o concreto, ou seja, a apresentação de exemplos reais e de possível uso no cotidiano do estudante. Mesmo nos momentos em que se tentou apresentar exemplos mais concretos, eles já vinham elaborados em linguagem muito próxima da notação simbólica e a ênfase dos professores ainda era dada nas "leis" algébricas que descreviam as situações, e nos cálculos a partir delas, sem explorar os significados ligados à situação real, tomando a expressão algébrica abstrata como um fim em si mesma. Esse fato também aconteceu ao se falar das inequações.

6. A relação discreto/contínuo é confusa. Os detalhes sobre a passagem do discreto ao contínuo não eram explicitados pelos professores – categoria esta que só foi identificada com a observação das aulas. Algumas funções de domínio discreto eram representadas por expressões analíticas usadas para domínios contínuos e os gráficos contínuos eram determinados por um conjunto pequeno de pontos discretizados, não havendo discussão sobre o que ocorria com as imagens nos intervalos entre esses pontos.

Segundo as autoras:

> muitas ideias a respeito do conceito de função não ficavam explícitas na expressão dos professores através da linguagem matemática, em sala de aula: as noções de correspondência; as propriedades que caracterizam particularidades na relação, para que esta seja considerada uma função; os diferentes papéis dos conjuntos de domínio, contradomínio e imagem; os critérios de escolha e localização de elementos para a identificação desta

> correspondência no gráfico cartesiano; a observação das “leis” ou “regras” como executando transformações globais entre dois conjuntos, os quais poderiam ser, inclusive, não numéricos; a infinidade de pares que estão representados através de um gráfico, ou de uma expressão algébrica que representa uma função e eventuais situações físicas de deslocamento que a função representa (Zuffi e Pacca, 2002, p.8).

Com os resultados obtidos e a análise realizada, algumas considerações foram feitas a respeito de como se dá a transposição da linguagem Matemática para o Ensino de Física e de Química. As autoras enfatizaram o fato de que mesmo o professor de Física trabalhando paralelamente as relações funcionais que caracterizam os movimentos uniformes e uniformemente variados com o professor de Matemática tratando do tema “funções” em suas aulas estes utilizavam notações bem diferentes. Sem alertar os estudantes sobre essas diferenças, “alguns estudantes poderiam ter a impressão de que estão lidando com conceitos estanques, totalmente independentes, não percebendo que a ideia de dependência temporal, nos movimentos, caracteriza o que se chamou de função matemática” (p. 8).

Outros aspectos apresentados dizem respeito ao trabalho com gráficos, procedimento muito comum nas aulas de Física, e à passagem do discreto ao contínuo na linguagem do professor de Matemática.

Primeiramente, os estudantes tendem a interpretar o formato do gráfico como a trajetória percorrida pelo corpo em movimento no plano, e não como uma relação funcional abstrata entre os valores da posição e os instantes de seu deslocamento. Como indicado na categoria de número 5 citada, “as funções, sendo concretizadas como objetos visualizáveis nos gráficos, mais do que como relações abstratas entre grandezas, perdem sua ideia principal, que é a de relação” (p. 9).

Quanto à passagem do discreto ao contínuo, mostrada na categoria 6, o professor trabalha com valores discretizados em uma tabela, traça um gráfico contínuo e não faz inferências sobre o que acontece com os valores intermediários aos que foram previamente escolhidos. Dificuldade que “poderia ser amenizada se houvesse maior integração entre os professores de Matemática e de Física” (p. 9).

Com relação ao Ensino de Química, para Zuffi e Pacca (2002), a ideia de proporcionalidade poderia ser melhor trabalhada se fosse ligada à ideia de função linear trabalhada nas aulas de Matemática, além da própria linguagem algébrica proposta pelos professores de Matemática e Química que diferem significativamente e necessitariam de um aprofundamento maior ao serem apresentadas aos estudantes indicando diferenças e igualdades em cada contexto.

Finalizando o trabalho, as autoras concluem que o modo como tem sido efetuada a integração da linguagem matemática nas aulas de Física e Química tem deixado muito a desejar, no que diz respeito a auxiliar o estudante na compreensão das nuanças dos vários significados envolvidos em notações semelhantes, mas usadas em contextos diversos. “Nesse sentido, um maior intercâmbio entre os responsáveis pelo ensino de Física, Química e Matemática, no Ensino Médio, faz-se necessário para o esclarecimento desses pontos” (p.10).

Um último aspecto apresentado é o fato de que os professores utilizam uma linguagem mais próxima da que experimentaram quando estudantes de nível médio do que a que se pretendia atingir com o curso de Licenciatura. Assim, as autoras, propuseram como uma alternativa para minimizar tal problema, a execução de atividades de formação continuada, voltadas para integração e troca de experiências didáticas entre os professores de Matemática e de Ciências, que utilizam a Matemática como um tipo de linguagem.

Um aspecto de destaque na discussão feita por Zuffi e Pacca (2002) e que foi utilizado no presente trabalho é a ideia de que a proporcionalidade poderia ser trabalhada se fosse ligada aos conceitos e representações de função linear ou até quadrática, além da própria linguagem algébrica proposta pelos professores de Matemática e Física.

Bellucco e Carvalho (2009) em seu trabalho centram-se na linguagem gráfica, pretendendo responder a questão “Como, em uma sequência de ensino por investigação, estudantes e professores articulam a linguagem gráfica com as outras linguagens para construir os significados científicos?” (p. 62) e adotam a concepção de aprendizagem como enculturação, ou seja, “aprender Ciência é se envolver na cultura científica, apreendendo parte de suas linguagens, métodos, processos e práticas, adquirindo novas visões de mundo e ampliando as antigas” (p. 62).

Bellucco e Carvalho (2009) indicam que nas variadas formas de comunicação da cultura científica, são encontradas diversas linguagens, desde a escrita ao uso de tabelas, gráficos, equações, simulações, esquemas, etc, implicando no fato de a matemática não ser a única linguagem da Ciência e, mesmo ela, “é constituída de outras linguagens, tal como a gráfica e a algébrica, sendo que este fato não a torna menos importante” (p. 63).

Para os autores, o uso simultâneo das diversas formas de linguagem é importante para o desenvolvimento da atividade científica, associando-se por dois processos distintos de construção de significado: a cooperação (duas ou mais linguagens para construir um mesmo significado) e a especialização (duas ou mais linguagens atribuem um significado para um conceito realizando funções distintas). O que leva à conclusão do quão importante é não somente aprender as linguagens, mas também sobre elas.

Outra característica importante da ciência, citada por Bellucco e Carvalho (2009), “é que ela não é construída e nem comunicada somente pela linguagem oral ou escrita, pois a sua linguagem é híbrida, contendo, ao mesmo tempo, um componente verbal-tipológico e outro matemático-gráfico-operacional-topológico” (p. 63). Como exemplo, a escrita e a oralidade têm ênfase no tipológico, e a matemática e as representações visuais no topológico.

Para verificar o problema proposto, os autores analisaram, com base em todo o referencial pesquisado, as gravações das aulas de laboratório aberto em uma escola de Ensino Médio na turma de 1º ano. Essas aulas faziam parte de uma sequência de ensino sobre calor e temperatura, e os estudantes buscavam responder à questão “Como a água aquece?” e assim encontrar a equação fundamental da calorimetria.

As aulas foram divididas em sete momentos, analisadas minuto a minuto, concentrou-se no quarto momento, ou melhor, na análise do gráfico. Na confecção dos gráficos foi deixada clara a visão de que não se deve ligar os pontos, afinal não se trata de um gráfico de matemática associado a uma função matemática contínua, e desta forma deu-se ênfase ao comportamento da curva. É destacada a necessidade da cooperação das linguagens verbal e gestual para apontar as características da curva obtida, pois apenas uma forma de linguagem não é capaz de representar todos os conceitos observados. Seguindo-se a análise dos momentos, discutiu-se a possível imprecisão dos dados observando-se flutuações nas medidas e a influência do observador e por fim definiu-se “Desvio Experimental e Reta Média” (p. 76).

As análises das aulas foram feitas com base nas falas dos estudantes, mas concluindo o trabalho Bellucco e Carvalho (2009) deixam claro o importante papel do professor, evidenciado pela necessidade da especialização das linguagens para a construção dos significados, proporcionando o desenvolvimento de uma visão geométrica e de uma visão fenomenológica, sendo esse o primeiro passo para a tradução da linguagem natural para a matemática.

Com o uso simultâneo de diversas linguagens, os autores concluem:

> Foi possível o desenvolvimento de diversas características da atividade científica (em especial da Física), a mencionar: natureza do gráfico científico, reconhecer as características da curva obtida, ajustar uma reta aos pontos obtidos, entender as flutuações nas medidas, verificar a influência do observador na medida, arredondamento das medidas, sincronia das medidas – tempo de reação, interpretar o fenômeno usando conceitos apreendidos, definir conceitos úteis ("Desvio Experimental" e "Reta Média") e ajuste de curvas. (Bellucco e Carvalho, 2009, p. 81)

Por fim, os autores afirmam que o nível de enculturação científica promovida pelas aulas de laboratório vai além da simples aquisição de algumas práticas e conceitos e atribuem ao trabalho a importante implicação de destacar, em trabalhos de formação inicial e continuada de professores, a importância do uso dos mais variados tipos de linguagem (oral, escrita, visual, gestual e matemática), bem como "a necessidade da cooperação e da especialização entre elas para a promoção de uma visão do fenômeno" (p. 81) ali presente.

Campos (2000) tem por objetivo mostrar que alguns fenômenos físicos podem ser abordados tomando por base suas relações matemáticas. Baseando-se na ideia de que a Matemática atua como uma linguagem estruturante que dá corpo ao conhecimento físico, propõe uma integração dos conteúdos matemáticos e físicos visando uma melhor significação dos conceitos por parte dos estudantes.

O autor apresenta três questões centrais (Campos, 2000, p. 9):

- "É possível obter, no universo pedagógico da sala de aula, a integração de conteúdos matemáticos e físicos, especificamente no que se refere à cinemática e às funções?";
- "Há algum ganho pedagógico nessa integração?";
- "É possível promover junto aos estudantes a construção de conceitos físicos com base na experimentação empírica combinada com a análise matemática de alguns fenômenos específicos?".

Utilizando-se de sua experiência pedagógica, Campos (2000) indica que as conexões entre os conteúdos referentes à cinemática escalar e ao estudo de funções são geralmente desprezadas pelos professores da 1ª Série do Ensino Médio (tanto os de Física como os de Matemática) e relegadas a segundo plano em livros didáticos.

Inicialmente, o autor faz uma análise histórica e epistemológica, onde cita diversos outros autores e trabalha a evolução da ciência e a evolução histórica e epistemológica de conceitos, apresentando todo um cenário histórico para mostrar as ideias de Nicole Oresme quanto ao conceito de função e o estudo da cinemática escalar realizado por Galileu.

Campos (2000) segue uma metodologia de pesquisa conhecida por engenharia didática, cujas principais características são:

1. "É um esquema experimental com base em "realizações didáticas" em sala de aula, isto é, sobre a concepção, a realização, a observação e a análise de sequências de ensino" (p. 36);
2. Os modos de validação são feitos internamente, baseando-se na confrontação de uma análise *a priori* com uma análise *a posteriori*;
3. Os objetivos podem ser diversos, por exemplo, têm-se estudos que visam analisar os processos de aprendizagem de um conceito e outros que são transversais ao conteúdo, mesmo baseando-se no ensino de um domínio específico.

Campos (2000) apresenta a Teoria das Situações Didáticas e conceitua a situação didática como "um conjunto de relações estabelecidas explicitamente e/ou implicitamente entre um estudante ou um grupo de estudantes, num certo meio, compreendendo eventualmente instrumentos e objetos e um sistema educativo (o professor) com o intuito de transmitir a esses estudantes um saber constituído ou em vias de constituição" (p. 45). Já a situação a-didática representa, segundo o autor, "o momento mais importante da aprendizagem, pois o sucesso que o estudante nela alcança significa que conseguiu sintetizar um conhecimento" (p. 45). E essa proposta está diretamente ligada ao construtivismo, na medida em que coloca o estudante numa posição de construção do conhecimento.

As situações didáticas foram realizadas com cinquenta estudantes da primeira série do Ensino Médio de uma escola particular de postura tradicionalista do interior paulista. Os estudantes com idades entre 14 e 15 anos no ano de 1999 eram advindos do Ensino Fundamental da própria escola e já possuíam noção de cinemática num nível descritivo, sem nenhuma ligação com o conceito matemático de função ou com alguma aplicação prática em situações reais.

A integração dos conteúdos se deu por meio de cinco atividades teóricas com diversos exercícios que se encaixavam nas situações didáticas da ação, formulação, validação e institucionalização (p. 46) e atividades práticas (experimentação). Nessas atividades foram abordados o MU (Movimento Uniforme) e o MUV (Movimento Uniformemente Variado) descritos por intermédio de suas funções horárias.

Após a aplicação das atividades, Campos (2000) diagnosticou a facilidade dos estudantes em trabalharem matematicamente as mudanças do registro algébrico para o registro gráfico, porém no caminho inverso os estudantes já não apresentaram a mesma familiaridade.

Quanto à compreensão física dos conceitos, o autor se disse satisfeito com os resultados alcançados pelos estudantes. A realização de experiências empíricas empolgou os estudantes atuando como elemento motivador e contribuindo para situá-los num contexto de investigação.

Campos (2000) conclui seu trabalho indicando que as perguntas centrais definidas desde o início foram respondidas e os objetivos didáticos de sua pesquisa foram alcançados, no entanto, aponta que aspectos importantes ainda não foram discutidos, como por exemplo, a parte cognitiva que envolve o aprendizado dessas disciplinas.

Carvalho Júnior (2008) tem por objetivo verificar as contribuições que uma abordagem construcionista de ensino traria à aprendizagem dos estudantes sobre conceitos de cinemática e que benefícios o estudo integrado de conteúdos matemáticos e físicos envolvidos neste tema somados à utilização de ferramentas computacionais poderia trazer.

Carvalho Júnior (2008) buscou em seu trabalho responder às questões (p. 17):

1. "Que contribuições uma abordagem construcionista de ensino traria à aprendizagem de estudantes do 2º ano de ensino médio dos conceitos de cinemática, quando comparada à abordagem tradicional?";
2. "Que benefícios o estudo integrado dos conteúdos de funções e de cinemática, com a utilização de uma ferramenta computacional auxiliar,

pode trazer para a construção dos conhecimentos de cinemática dos estudantes do 2º ano do ensino médio?”.

Carvalho Júnior (2008) faz inicialmente uma análise sobre a cinemática e seu estudo no ensino médio. Discute as abordagens conceitual e matematizada e apresenta algumas dificuldades que os estudantes têm ao tratarem com gráficos. Quanto ao conceito de funções indica que os estudantes têm uma forte inclinação para o uso de princípios gerais, definindo *Regras Globais* como artifícios muito usados pelos estudantes na tentativa de descrever o comportamento das variáveis de uma função, mas que, em geral, são muito simples ou até complexas demais e inconsistentes não podendo ser generalizadas. Fato que, segundo o autor, pode estar ligado a uma fragilidade na habilidade dos estudantes em articular e empregar tais regras, ou poderia ser o resultado da pouca experiência dos estudantes em procurar argumentos que os auxiliem na construção de um melhor e mais adequado repertório de Regras Globais. Regras que poderiam ser formadas por meio da busca por regularidades, simetrias ou proporcionalidades nos dados experimentais, ou outras evidências que permitam explicar e generalizar o comportamento de um fenômeno descrito por meio de uma função.

O autor ao apresentar sua metodologia de trabalho faz, primeiramente, uma análise das concepções espontâneas dos estudantes, indicando a necessidade de contextualização do conteúdo a ser apresentado para que haja ganho pedagógico e maior significação. Utilizando-se elementos da metodologia Experimento de Ensino, ou *Design Experiment*, trabalhou-se com estudantes da segunda série do ensino médio da rede pública estadual de ensino do estado de São Paulo. Estes foram divididos em dois grupos, um primeiro com 16 estudantes que utilizaram a ferramenta computacional (Grupo Construcionista) e o segundo grupo com 32 estudantes que realizaram as atividades com “lápis e papel” (Grupo Tradicional).

Foi desenvolvida uma sequência de atividades utilizando o software *Interactive Physics* (IP), abordando os temas “Lançamento de Corpos” e “Funções de 1º e 2º graus”, utilizando o Construcionismo desenvolvido por Papert (1980) como princípios norteadores e a classificação criada por Valente (1995) – Descrição, Execução, Reflexão e Depuração – para análise dos procedimentos dos estudantes.

A primeira etapa envolveu um experimento piloto com o objetivo de realizar alguns ajustes de natureza pedagógica às atividades propostas. Seguiu-se uma segunda etapa, para familiarização com o software IP, dividida em dois momentos: um primeiro seguindo simulações já prontas e um segundo onde o estudante criou sua própria simulação.

Em outra seção o autor apresenta as simulações utilizadas: "Queda Livre", "Lançamento Horizontal" e "Lançamento Oblíquo". Nestas simulações foram abordados aspectos como o comportamento de corpos, constituídos de materiais diferentes, em queda livre, com ou sem a influência da resistência do ar, corpos com formas diferentes também em queda livre, as componentes vetoriais da velocidade do objeto no lançamento horizontal, bem como, sua distância horizontal. Os gráficos foram trabalhados na penúltima seção.

Com o grupo tradicional, as aulas foram ministradas de maneira expositiva e seguiram a mesma sequência daquelas aplicadas ao grupo construcionista, porém, sem a utilização do software IP.

As questões propostas pelo autor foram abordadas analisando-se as respostas dadas a um questionário realizado dentre todos os estudantes dos dois grupos. Observou-se que "a principal contribuição dada por uma abordagem construcionista está relacionada ao fato dos estudantes terem a oportunidade de se sentirem responsáveis pelo próprio conhecimento adquirido" (p. 173) e a facilidade de os estudantes poderem transitar entre os domínios específicos da Física e da Matemática viabilizada pelo software.

Segundo Carvalho Júnior (2008), a motivação, o empenho e o nível de satisfação demonstrados pelos estudantes com a manipulação do software na busca por soluções das questões propostas indicaram a vantagem pedagógica deste tipo de abordagem. Com o software foi possível a realização de diversas simulações o que favoreceu o entendimento dos significados dos coeficientes e variáveis das funções horárias, bem como a interpretação e a representação gráfica dessas funções.

O autor finaliza indicando que a abordagem construcionista, favorecida pelo uso da ferramenta computacional, possibilitou a análise do movimento dos corpos de forma dinâmica e não estática aproximando este estudo dos fenômenos reais existentes na natureza.

1.4.3. Grandezas, Unidades e o Processo de Medição

O primeiro artigo aqui apresentado é um trabalho realizado por Figueiroa e Godoi (2008) que traz ideias para uma abordagem interdisciplinar em sala de aula do Sistema de Unidades e Medidas sob concepções históricas e sociais. Ao se montar as lições procurou-se seguir algumas dessas ideias trabalhando-se vídeos e textos que favorecessem a análise e discussão do "peso social" que as grandezas e suas unidades apresentam.

Figueiroa e Godoi (2008) apresentam em seu trabalho uma proposta de plano de ensino que tem por objetivo possibilitar aos professores do Ensino Fundamental e Médio, e àqueles que têm interesse em realizar um trabalho interdisciplinar, uma abordagem do sistema de unidades e medidas sob as concepções dos Estudos Sociais ou a Nova História e Sociologia do Conhecimento, implicando em um maior dinamismo via discussões, dinâmicas de grupos, leitura e interpretação de textos históricos e de outras possíveis fontes.

Para Figueiroa e Godoi (2008) os conteúdos científicos determinados nos Programas de Ensino Fundamental e Médio brasileiros normalmente são contemplados nos livros didáticos de modo desvinculado das dimensões históricas e filosóficas da ciência. "A concepção de ciência veiculada é a de que os fatos estariam na natureza para serem "descobertos" pelos cientistas e que suas proposições a respeito delas estariam despojadas de suas paixões pessoais, subjetividade, formação e relações culturais" (p. 525).

Segundo as autoras, essa concepção histórica de ciência traz questões sérias, primeiramente, "por ressaltar uma imagem de ciência com sua dimensão abstrata extremamente valorizada, o que quase nunca corresponde à realidade" (p. 525) e por colocar a ciência como saber por excelência, desconsiderando-se e julgando-se as outras formas de produção do conhecimento.

Com a preocupação de discutir a natureza do conteúdo científico, procurou-se ao longo do trabalho mostrar que o sistema de unidades e medidas adotado atualmente (SI) "não é um dado natural, mas resultado da negociação de significados ao longo do processo histórico e que, portanto, sua configuração é contingente das relações sociais" (p 527).

O roteiro proposto apresenta cinco aulas:

- Primeira e segunda aulas – introdução do tema "Sistema de Pesos e Medidas" apresentando-se aos estudantes questões do dia a dia, questões básicas através de recortes de jornais e solicitando-se que pesquisassem dentre os colegas e com seus familiares mais detalhes sobre o assunto, inclusive questionando-os sobre outras medidas que por ventura conhecessem;
- Terceira aula – discussão das informações relativas ao trabalho de pesquisa pedido nas primeiras aulas com o registro das formas não-convencionais verificadas. Em seguida, a realização de uma tarefa em grupo: criar novas unidades de medida para medir o comprimento da sala de aula, sem se preocupar em fazer conversões para os padrões vigentes.
- Quarta aula – a partir das dinâmicas anteriores, o conteúdo formal do tópico poderia ser desenvolvido a analisado.
- Quinta aula – o professor poderia consultar previamente, ou em conjunto com os estudantes, os sites do INMETRO e do Instituto de Pesos e Medidas do Estado de São Paulo (IPEM). Os sites trazem muitas informações interessantes e de fácil acesso.

Essa sequência de cinco aulas, proposta por Figueiroa e Godoi (2008) foi relevante como referência na organização das duas Lições de Física propostas neste trabalho, proporcionando uma melhor adequação dos conteúdos em cada uma das Lições, conforme abordado no capítulo 3.

O próximo trabalho a ser apresentado foi realizado por Rocha (2006) e nele é discutida a utilização de instrumentos de medida. Este ponto é importante para o trabalho em sala de aula e para a montagem das lições aqui apresentadas. Foi avaliado o procedimento proposto e as possibilidades que o uso de tal ferramental poderia proporcionar a presente pesquisa.

O trabalho realizado por Rocha (2006) tem por objetivo principal investigar o uso de instrumentos de medição, em sessões didáticas, como suporte para a aprendizagem da grandeza comprimento no universo do sistema métrico decimal.

A questão base levantada foi (p. 19):

"A utilização de instrumentos de medição, como recurso didático, inserido num estudo previamente elaborado, estimula a aprendizagem do estudante na aquisição do conceito de comprimento, da abordagem do sistema métrico decimal e do ato de medir?".

Rocha (2006) apresenta, inicialmente, um estudo sobre a grandeza comprimento. Analisa a evolução da Geometria teórica a partir da mensuração, a noção de grandeza, o significado do ato de medir, a formalização matemática da grandeza comprimento envolvendo a ideia de dimensão, discretização do contínuo e modelagem matemática, e por fim, faz um resgate histórico das unidades de medida tendo como foco o sistema métrico decimal.

Como referenciais teóricos norteadores do aspecto cognitivo tem-se Piaget (1982) com os processos de assimilação e acomodação do conhecimento e Vygotsky (1994) com os processos de interação social. Recorre-se, ainda, à literatura especializada na área de Educação Matemática para análise de procedimentos didáticos que envolvam o estudo da grandeza comprimento.

A fase de experimentação foi realizada numa escola municipal de Fortaleza, em uma turma com 33 estudantes do sexto ano do ensino fundamental. Inicialmente, foi realizado um pré-teste dividido em três partes. A primeira parte, constituída por quatro questões, teve por objetivo sondar os conhecimentos sobre as noções de comprimento e medidas não padronizadas. A segunda parte, formada por sete questões, procurou sondar os conhecimentos dos estudantes sobre unidades de medida padronizadas ligadas à grandeza comprimento, noções de figuras geométricas e perímetro. A terceira parte, formada por uma questão subdividida em sete itens, objetivou sondar a capacidade do estudante em situar-se no tempo e espaço, algumas noções do próprio corpo e sua relação com a Matemática.

A autora baseou-se na Engenharia Didática e desenvolveu seu trabalho em quatro fases:

1. Análise preliminar da pesquisa: teve início em projetos pilotos e demais estudos bibliográficos realizados. Os aspectos observados foram: justificativa, conteúdo, objetivos, saber científico do assunto em pauta, experiência prévia do grupo e análise dos entraves existentes nos jogos de quadros;

2. Análise *a priori* da pesquisa: hipóteses decorrentes da pergunta da pesquisa, juntamente com os dados obtidos na análise preliminar orientaram a elaboração das sessões didáticas e a previsão de possíveis realinhamentos;
3. Experimentação: momento em que se sucedeu o contato entre o pesquisador, o professor e os observadores com a população de estudantes. As situações didáticas foram retratadas pela transcrição das fitas de vídeo feitas a cada sessão.
4. Análise *a posteriori* e validação: fase em que ocorre a confrontação entre o real e o ideal. Foram feitas a análise e tabulação das fichas de atividades para validar ou refutar as hipóteses estabelecidas e verificar o que os estudantes de fato assimilaram.

Foram realizadas 16 sessões didáticas.

Rocha (2006) verificou na análise do pré-teste que 61% dos estudantes não tinham noção da ação de medir, com ou sem a régua graduada, 90% não sabiam fazer transformação de unidades padrão e 93% desconheciam o cálculo do perímetro de um polígono. Índices comprovados ao ser realizada a fase de experimentação. A autora aponta “o estudo mal feito realizado nas séries anteriores” (p. 70) e indica as principais dificuldades encontradas:

- Dificuldade na identificação de figuras planas e não planas;
- Dificuldade na compreensão de figuras poligonais;
- Dificuldade de estabelecer ligação entre a fração decimal e o número decimal;
- Dificuldade de estabelecer ligação entre a grandeza a ser medida, a unidade de medida e o número resultante da medida;
- Dificuldades em compreender a noção da distância relativa a cada unidade de medida padrão;
- Dificuldades de fazer conversões entre as unidades de medida padrão.

Na análise das fichas de atividades e das filmagens das sessões didáticas, a autora indicou a confirmação da hipótese de que a utilização de instrumentos de medição facilita o entendimento do conteúdo de comprimento, estimula a aprendizagem em todo o contexto que envolve o ato de medir e favorece o entendimento do sistema métrico decimal.

Rocha (2006) ao final de seu trabalho não deixa de indicar a necessidade de sempre fazer menção à unidade de medida e a noção de comparação existente no processo de medir.

2. ORIENTAÇÃO DIDÁTICO-PEDAGÓGICA

Todos trazem de sua vida cotidiana um conhecimento, uma prática, que na maioria das vezes não condiz com os conhecimentos apresentados na escola. Buscar formas de interligar, ou mesmo, reformular, esse conhecimento deve ser hoje o papel da escola. É com essa concepção que este trabalho apoia-se na Teoria da Aprendizagem Significativa (TAS) de David Ausubel.

Segundo Moreira e Masini (2008), a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel é aquela em que o significado do novo conhecimento é adquirido, atribuído, construído, por meio da interação com algum conhecimento prévio, especificamente relevante, existente na estrutura cognitiva do aprendiz, ou seja, é a aprendizagem com significado.

Para Ausubel (Moreira e Masini, 2008) *interação* é a palavra-chave: interação entre conhecimentos novos e conhecimentos prévios. Se não há essa interação, não há aprendizagem significativa. Havendo interação, ambos os conhecimentos se modificam: o novo passa a ter significados para o indivíduo e o prévio adquire novos significados, fica mais diferenciado, mais elaborado.

Moreira e Masini (2008) indicam duas condições base para uma aprendizagem significativa:

1. Como primeira condição, o estudante deve ter em sua estrutura cognitiva conhecimentos prévios adequados para dar significados aos novos conhecimentos. Este conhecimento prévio é chamado de subsunçor. Diz-se, então, que o estudante deve ter os subsunçores adequados para dar significado ao novo conhecimento;
2. A outra condição é que o estudante queira dar significado a esses novos conhecimentos. É preciso querer relacionar os novos conhecimentos aos prévios para que a aprendizagem possa ser significativa.

O autor chama a atenção para o fato de que a essência da aprendizagem significativa está na interação entre os novos conhecimentos e aqueles já existentes na estrutura cognitiva, porém de maneira não arbitrária e não literal.

Segundo Moreira e Masini (2008), quando o armazenamento, a internalização e a incorporação à estrutura cognitiva ocorrem de maneira literal, arbitrária e sem significado, a aprendizagem é dita mecânica ou automática. Em contraposição, aprendizagem significativa é aprendizagem com compreensão, com significado, com possibilidade de transferência, com capacidade explicativa, com maior retenção. No entanto, aprendizagem significativa e aprendizagem mecânica não constituem uma dicotomia. A aprendizagem não é “ou significativa ou mecânica”. Muitas aprendizagens ocorrem em uma zona intermediária, nem bem mecânica nem bem significativa.

Quanto à Aprendizagem Significativa, Moreira e Masini (2008) distinguem três tipos:

1. Aprendizagem representacional - embora simples, é importante por ser pré-conceitual. Ela ocorre quando se estabelece uma correspondência entre um determinado significado e certa representação. Palavras, por exemplo, são representações, significam alguma coisa;
2. Aprendizagem conceitual – quando, por exemplo, uma palavra adquire um significado mais amplo, referindo-se não mais a um item específico, mas a toda uma classe desses itens, que compartilham certas regularidades e que são distintos de outras classes. Esse processo envolve sucessivos encontros com instâncias do conceito, abstração, indução, generalização dentro de uma classe e discriminação entre classes. A palavra inicial passa a ser uma palavra-conceito, passa a representar uma classe, no sentido de compartilhar regularidades. Diz-se que houve uma aprendizagem conceitual. Conceitos apontam regularidades em objetos ou eventos e são representados, geralmente, por palavras-conceito;
3. Aprendizagem proposicional – neste tipo de aprendizagem proposições são construídas a partir de conceitos, mas seus significados vão além dos significados dos conceitos.

Segundo o autor, a aprendizagem significativa resulta da interação de novos conhecimentos com conhecimentos prévios especificamente relevantes preexistentes na estrutura cognitiva. Essa interação pode ocorrer de três maneiras: subordinada, superordenada e combinatória.

Quando a nova informação adquire significado "ancorando-se"[5] no subsunçor, a aprendizagem significativa é dita subordinada. O esquema apresentado na Figura 2.1 ilustra melhor o processo da Aprendizagem Significativa Subordinada.

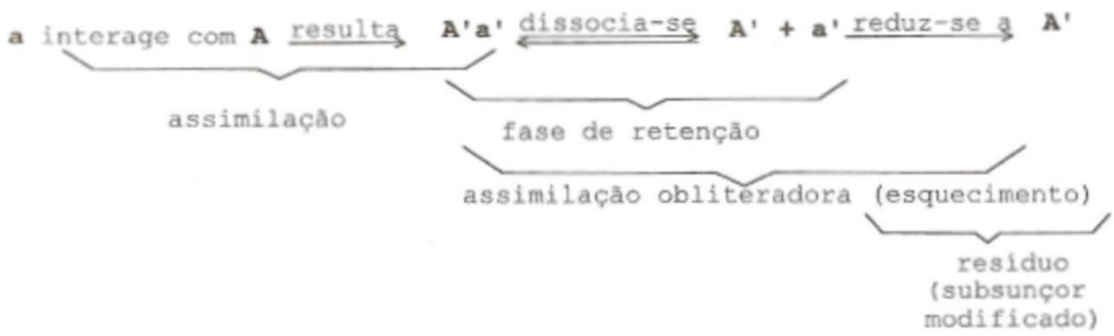


Figura 2.1. Processo da Aprendizagem Significativa.
Fonte: Moreira e Masini (2008), p.29

Observando-se as etapas do processo, tem-se:

- Assimilação – ocorre a interação entre o novo material (a) e a estrutura cognitiva existente – subsunçores (A);
- Retenção – período em que as ideias comportam-se como entidades individuais e permanecem dissociáveis de suas ideias âncora.

$$\mathbf{A'a' \leftrightarrow A' + a'}$$

- Assimilação obliteradora (esquecimento) – as novas informações tornam-se menos dissociáveis de suas ideias âncora, até que não estão mais reproduzíveis como entidades individuais.

$$\mathbf{A'a' \leftrightarrow A' + a' \rightarrow A'}$$

- Resíduo – é o membro mais estável do produto **A'a'**, ou seja, o subsunçor modificado **A'**.

A aprendizagem significativa é dita superordenada quando ocorre uma reorganização cognitiva de modo que um novo conhecimento (conceito, ideia, proposição, representação) passa a subordinar, abranger conhecimentos anteriores; quando o estudante percebe relações horizontais ou cruzadas, ou seja, não só subordinadas, entre seus conhecimentos, entre os significados adquiridos e forma uma

[5] É preciso ter cuidado com a metáfora da ideia-âncora, pois, na verdade, trata-se de uma interação, não simplesmente uma ancoragem.

nova hierarquia ou modifica as hierarquias já existentes, de tal maneira que um novo conhecimento é construído de modo a subordinar outros já construídos. O termo novo conhecimento pode significar também um conhecimento já existente que é percebido como mais incluso, mais abrangente do que outros e passa a subordiná-los. A estrutura cognitiva é dinâmica; nela estão sempre ocorrendo subordinações, superordenações, ressubordinações, novas superordenações. No entanto, há uma predominância acentuada da subordinação, ou seja, a aprendizagem subordinada é o mecanismo típico da aprendizagem significativa receptiva[6] (Moreira e Masini, 2008).

Quando a atribuição de significados ao novo conhecimento resulta da interação com a estrutura cognitiva, como um todo, em certa área, a aprendizagem significativa é dita combinatória. Quer dizer, a nova informação interage não com algum subsunçor específico, mas com o conhecimento prévio mais amplo do sujeito em certo campo de conhecimentos. Parece ser um caso especial de aprendizagem subordinada: a ideia-âncora não é algum subsunçor em particular, mas o conjunto de subsunçores e suas inter-relações.

Segundo Moreira e Masini (2008), à medida que o indivíduo domina, progressivamente, situações de um campo conceitual e adquire novos conhecimentos, novos significados, ele progressivamente diferencia seus subsunçores. Mas, enquanto diferencia subsunçores e constrói subsunçores, também diferencia sua estrutura cognitiva. Esse processo é conhecido por diferenciação progressiva.

O autor chama a atenção para o fato de que essa diferenciação não pode prosseguir indefinidamente sob pena de o indivíduo não perceber semelhanças, igualdades, relações, entre os conhecimentos. É preciso também reconciliar e integrar significados, ideias e conceitos. Esse processo, concomitante, e necessário, à diferenciação progressiva, chama-se reconciliação integrativa, ou integradora.

Não há diferenciação progressiva sem reconciliação integrativa e vice-versa. À medida que aprende, o sujeito vai, progressivamente, diferenciando sua estrutura cognitiva, mas, ao mesmo tempo, tem que ir reconciliando diferenças reais ou aparentes e fazendo superordenações. A diferenciação progressiva está mais relacionada à

---

[6] Aprendizagem receptiva é aquela em que o aprendiz recebe o novo conhecimento, ou seja, não tem que descobri-lo para aprender. Mas isso não tem a ver com aula expositiva, nem com ensino transmissivo. A recepção do novo conhecimento pode ser, por exemplo, por meio de modernos recursos audiovisuais ou informáticos. Aprendizagem receptiva e aprendizagem por descoberta ocupam extremos de um contínuo. Assim como no contínuo aprendizagem significativa – aprendizagem mecânica, nesse contínuo também há matizes.

aprendizagem significativa subordinada enquanto a reconciliação integrativa tem mais a ver com a aprendizagem superordenada.

Como foi dito a aprendizagem significativa depende de o estudante ter, em sua estrutura cognitiva, subsunçores especificamente relevantes e de se predispor a usá-los. Mas, ainda assim, uma vez satisfeitas essas condições, é possível facilitar a ocorrência da aprendizagem significativa. Moreira e Masini (2008) citam algumas ferramentas facilitadoras:

1. Linguagem - é talvez o principal recurso facilitador da aprendizagem significativa. A conceitualização é fundamental para essa aprendizagem, pois são os conceitos subsunçores o principal fator que influencia a aprendizagem de novos conhecimentos e nesse processo a linguagem tem papel crucial, tanto pelo poder representacional das palavras como por sua capacidade mediadora;
2. Negociação - A aprendizagem significativa pode ser interpretada como o resultado de uma interação triádica entre estudantes, professor e materiais educativos. Como diz Gowin (Novak e Gowin, 1996), o ensino se consuma quando estudante e professor compartilham significados e quando o estudante capta os significados aceitos no contexto da matéria de ensino. Cabe reiterar que nesse processo a linguagem é o elemento básico;
3. Organizadores prévios - O uso de diferentes materiais instrucionais em um nível mais alto de inclusividade e de generalidade pode funcionar como elemento facilitador da aprendizagem significativa. Destinam-se a fazer uma ponte entre o que o estudante sabe e o que deveria saber;
4. Mapas conceituais - são mapas de conceitos e de relações entre conceitos. Para construí-los é necessário identificar os conceitos-chave, os conceitos específicos e os que estão em um nível intermediário em um certo corpo de conhecimento. Feito isso, é preciso procurar relações – verticais, horizontais, cruzadas – entre eles, buscar palavras que expressem proposicionalmente essas relações e, por fim, estruturar hierarquicamente em um diagrama esses conceitos e relações;
5. Diagrama V - É um diagrama com o formato da letra vê cuja função é servir como um instrumento heurístico para ajudar o estudante a entender que conhecimento é uma construção humana e que essa construção tem uma

> estrutura que pode ser diagramada. No centro do V aparecem as questões-foco, sobre objetos ou eventos de estudo, para as quais se busca respostas que levam à produção de conhecimentos. No lado esquerdo estão os conceitos, princípios, teorias e filosofias que junto com os registros e as transformações metodológicas que integram o lado direito do V conduzem a respostas (provisórias) que se constituem em asserções de conhecimento. Entender que o conhecimento humano é construído é indispensável para a aprendizagem significativa de um corpo organizado de conhecimentos, e os diagramas V podem ajudar muito nesse sentido.

Da teoria de David Ausubel, conclui Moreira (2006), o professor assume o papel de facilitador da aprendizagem significativa ao envolver quatro tarefas fundamentais:

1. Identificar a estrutura conceitual e proposicional da matéria de ensino;
2. Identificar os subsunçores relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado;
3. Diagnosticar o que o estudante já sabe; distinguir dentre os subsunçores especificamente relevantes quais os que estão disponíveis na estrutura cognitiva do estudante;
4. Ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a passagem da estrutura conceitual da matéria ensinada para a estrutura cognitiva do estudante, de maneira significativa.

Segundo Moreira e Masini (2008), a proposta de David Ausubel na década de 1960 para a Teoria da Aprendizagem Significativa pode ser considerada como a visão clássica dessa aprendizagem. Passados quase 50 anos é natural que tenham surgido novas visões da aprendizagem significativa, mas são todas complementares ou enriquecedoras da visão clássica.

Como exemplo, tem-se Joseph Novak (Novak, 1981) que dá à aprendizagem significativa uma visão humanista; é ela que subjaz à integração positiva, engrandecedora, de pensamentos, sentimentos e ações. D. B. Gowin (Novak e Gowin, 1996), apresenta uma visão interacionista social vygotskyana na qual a aprendizagem significativa é uma decisão do aprendiz após ter captado significados, contextualmente aceitos, em um processo de “negociação” de significados, cujo objetivo é o compartilhamento destes.

Moreira (2005) defende uma visão crítica para a aprendizagem significativa, uma perspectiva na qual não basta captar significados aceitos no contexto da matéria de ensino, é preciso captá-los criticamente e propõe onze princípios, ideias ou estratégicas facilitadoras da Aprendizagem Significativa Crítica:

1. Princípio do conhecimento prévio. Aprende-se a partir do que já se sabe;
2. Princípio da interação social e do questionamento. Ensina/aprender perguntas ao invés de respostas;
3. Princípio da não centralidade do livro texto. Do uso de documentos, artigos e outros materiais educativos. Da diversidade de materiais instrucionais;
4. Princípio do aprendiz como preceptor/representador. O estudante é um preceptor/representador, afinal ele percebe o mundo e o representa na medida em que recebe uma informação;
5. Princípio do conhecimento como linguagem. A linguagem representa uma maneira particular de perceber a realidade e, esta percepção se abrange na medida em que uma nova linguagem é apreendida;
6. Princípio da consciência semântica. O indivíduo atribui às palavras os significados baseados na sua experiência;
7. Princípio da aprendizagem pelo erro. O erro é uma fonte real de aprendizado atuando como mecanismo da construção do conhecimento, deve-se proporcionar ao estudante a possibilidade de aprender corrigindo e superando seus erros;
8. Princípio da desaprendizagem. Aprender de maneira significativa implica em relacionar o conhecimento prévio com o novo conhecimento mas, quando o prévio é um obstáculo à captação de novos, é necessário desaprender o velho, ou melhor, mudar seus significados;
9. Princípio da incerteza do conhecimento. A visão acerca de um objeto de conhecimento dependerá de como são formuladas perguntas, definições e metáforas sobre ele, dentro de um dado contexto;
10. Princípio da não utilização do quadro de giz. Da participação ativa do estudante. Da diversidade de estratégias de ensino.
11. Princípio do abandono da narrativa. De deixar o estudante falar.

Segundo Moreira (2005), a Aprendizagem Significativa Crítica permite ao estudante fazer parte de sua cultura, estando dentro e ao mesmo tempo fora dela, manejar a informação criticamente sem sentir-se impotente frente a ela, usufruir da tecnologia sem idolatrá-la, mudar sem ser dominado pela mudança, viver em uma economia de mercado sem deixar que esta direcione sua vida, aceitar a globalização sem aceitar suas perversidades, conviver com a incerteza, a relatividade, a causalidade múltipla, a construção metafórica do conhecimento, a probabilidade das coisas, a não dicotomização das diferenças, a recursividade das representações mentais, rejeitar as verdades fixas, as certezas, as definições absolutas, as entidades isoladas.

Considerações sobre o Referencial Teórico e o presente trabalho

A Teoria da Aprendizagem Significativa Crítica proporciona algumas orientações didático-pedagógicas neste trabalho, permitindo a montagem de um material instrucional cuja proposta é melhorar o processo de aprendizagem dos estudantes do curso técnico de eletromecânica, aproximando o conteúdo científico de um conteúdo que possa vir a ser parte da estrutura cognitiva do estudante e que ele o incorpore e possa aplicá-lo na interpretação de suas atividades diárias e em seu próprio trabalho.

Quanto ao professor, tomou-se por base o papel de facilitador da aprendizagem significativa. Atividades como identificar a estrutura conceitual e proposicional da matéria de ensino, identificar os subsunçores relevantes à aprendizagem do conteúdo a ser ensinado, diagnosticar o que o estudante já sabe e ensinar utilizando recursos e princípios que facilitem a passagem da estrutura conceitual da matéria ensinada para a estrutura cognitiva do estudante, de maneira significativa fizeram parte da organização do material instrucional e do processo de aplicação deste em sala de aula.

Quanto ao planejamento e execução das atividades necessárias a criação do material instrucional, alguns princípios desta teoria foram considerados devido à relação direta com o objetivo base deste trabalho, a saber:

1. Princípio do conhecimento prévio: no sentido de captar e internalizar significados socialmente construídos e contextualmente aceitos. Desenvolver o trabalho considerando-se os conhecimentos que o estudante traz de seu dia a dia. O público a que o material irá servir é normalmente composto por indivíduos que já finalizaram o Ensino Médio ou estão em fase de conclusão e que trabalham em diversas outras atividades. Usar esse conhecimento é crucial, tanto no trabalho em sala de aula, quanto na montagem e complementação do material aqui proposto;

2. Princípio da interação social e do questionamento. Ensinar/aprender perguntas ao invés de respostas: a interação social é indispensável para a concretização do episódio de ensino. Compartilhar os significados com os estudantes em relação aos materiais usados, envolvendo uma troca de perguntas ao invés de respostas, além de tornar o estudante um parceiro nas questões que envolvem os conteúdos vistos e na construção de seu próprio conhecimento;
3. Princípio da não centralidade do livro texto: a ideia de montar um material instrucional para o curso de eletromecânica está focada no fato de que, apesar de não se ter um livro texto único, tem-se uma série de apostilas que cobrem o conteúdo de maneira linear, onde são dadas apenas as “fórmulas” para a resolução de exercícios e não se faz nenhuma ligação do conteúdo com conhecimentos de outras disciplinas nem, tão pouco, com o dia a dia do estudante. Isso não favorece a construção de subsunçores aptos a levarem os estudantes ao entendimento de conteúdos a serem vistos em disciplinas posteriores, dando a entender que o conhecimento físico-matemático ali transmitido é apenas mais um item no currículo, sem ligação com os demais conhecimentos;
4. Princípio do conhecimento como linguagem: aprender de forma significativa e crítica sobre ciência é, também, internalizar um conjunto de símbolos (palavras, instrumentos e procedimentos) próprios de sua linguagem através da negociação de significados possibilitando ao indivíduo falar e pensar sobre o mundo sob a óptica da ciência. Aqui, chama-se a atenção para o fato de estar-se lidando com um curso técnico, onde os estudantes tomam contato com uma grande quantidade de termos usados pelas ciências, pelas engenharias, e ainda no dia a dia dos próprios profissionais da área;
5. Princípio da aprendizagem pelo erro: o erro, aqui referenciado, adota uma roupagem diferente, não se trata de mostrar os enganos cometidos em se realizar medidas, por exemplo, mas mostrar que nestas medições existem os fatores humanos, sociais e até políticos envolvidos e, que isto pode levar a erros e, portanto, a ideia de que os modelos adotados podem sofrer modificações;
6. Princípio da desaprendizagem: um dos objetivos do presente trabalho é produzir um material instrucional em que sejam criados subsunçores de

conhecimentos para outras disciplinas posteriores, e para tanto, é preciso melhorar os conhecimentos prévios, modificando-os e até mesmo promovendo um “esquecimento seletivo” para que seja selecionado o que pode ser relevante;

7. Princípio da não utilização do quadro de giz: o uso do quadro aqui, não pôde ser abolido porque é necessário desenvolver alguns temas passo a passo, permitindo a intervenção do estudante e indicação do professor de pontos chaves, mas tentou-se incluir vídeos e atividades para facilitar o processo de ensino e aprendizagem e tornar as aulas mais atraentes aos estudantes.

3. LIÇÕES DE FÍSICA

O desafio neste momento é, utilizando-se dos conhecimentos apresentados nos capítulos anteriores, organizar um Material Didático Instrucional (MDI) que possibilite ao professor e ao estudante um contato cultural com os conhecimentos de Ciência, mais especificamente da Física. Focar na utilização das metodologias apresentadas como a Problematização e a Contextualização para iniciar os estudantes em tópicos matemáticos de importância visando estruturar o pensamento físico e caminhar para uma real alfabetização científica.

As Lições de Física, aqui apresentadas na forma de uma proposição didática, se constituem como um Material Didático Instrucional (MDI), o que implica compromissos, intencionalidades pedagógicas que se organizam em uma estrutura constituída de três momentos pedagógicos seguindo a ideia proposta por Delizoicov, Angotti e Pernambuco (2002), a saber:

i. Contextualização Inicial;
ii. Construção do Conhecimento;
iii. Síntese e Aplicação do Conhecimento.

A Contextualização Inicial é o momento em que se busca o sentido do conhecimento, momento em que são levantadas questões, cujas respostas constituirão o conhecimento apreendido. Neste momento são apresentados os organizadores prévios como elementos facilitadores da aprendizagem significativa que se deseja buscar.

O uso de organizadores prévios tem por objetivos:

- Fazer uma ponte entre o que o estudante sabe e o que deveria saber, e;
- Explicitar a relação entre o novo conhecimento e o conhecimento prévio, a qual pode não ser facilmente percebida pelo estudante.

Na Construção do Conhecimento, o conhecimento científico é mobilizado na estrutura cognitiva do sujeito aprendiz, do estudante visando ao equacionamento e à solução de problemas surgidos na fase Contextualização Inicial.

Como terceiro momento das Lições de Física, um momento de Síntese e Aplicação do Conhecimento, a dimensão operacional do conhecimento se explicita, abrindo espaço também para o surgimento de novos questionamentos.

Nas Lições apresentadas foram explorados os temas grandezas, funções e escalas. A escolha dos temas deve-se a grande importância destes para os estudantes que começam a trabalhar a Física e que pretendem seguir um curso técnico onde serão exigidos tais conhecimentos em diversas outras etapas.

3.1. 1ª. LIÇÃO DE FÍSICA – GRANDEZAS E RELAÇÕES MATEMÁTICAS

Como foi visto na seção “A Matemática como Linguagem Estruturante”, a matemática é considerada por diversos autores como a linguagem estruturante do conhecimento físico. Muitas das leis da física são expressas por meio de relações matemáticas relacionando-se características de objetos ou sistemas que podem ser medidas ou que dependem de outras que também podem ser mensuradas. Para qualquer atividade é preciso ferramentas adequadas. O físico observa os fenômenos físicos por meio de procedimentos experimentais, e procura descrever tais fenômenos por meio de métodos matemáticos e gráficos.

Os objetivos gerais desta lição são:

- Trabalhar conceitos matemáticos, que apesar de serem simples, são muito importantes no dia a dia do estudante. Conceitos cuja aplicabilidade ao longo de um curso normal ou profissionalizante sempre se fazem presentes;
- Focar nos conceitos de funções (relações matemáticas), gráficos, proporção direta e inversa, a relação do inverso do quadrado e semelhança utilizando exemplos e apresentando alguns temas onde tais tópicos estão inseridos;
- Apresentar, mesmo que de forma superficial no momento, temas que mais tarde serão vistos e melhor explorados, tomando-se o devido cuidado para que não haja a criação de subsunçores que dificultem a aprendizagem e sim que a favoreçam mais tarde.

Dentre os objetivos específicos ligados aos conceitos matemáticos, cita-se:

- Levar o estudante a refletir sobre o que é medir, para que medir e como medir;
- Compreender a necessidade de padronização de unidades de medida;
- Usar as unidades do SI e do Sistema Inglês e respectivos fatores para conversão;

- Lidar com proporcionalidade, isto é, ver onde a proporção direta e inversa se encaixam e usar suas propriedades básicas;
- Reconhecer figuras semelhantes e identificar suas propriedades;
- Construir figuras trabalhando algumas noções iniciais de escala;
- Trabalhar funções, equações e gráficos extraindo informações e analisando-as;
- Construir gráficos de funções simples, utilizando-se de tabelas;
- Construir tabelas usando dados externos e funções dadas.

Dentre os objetivos específicos ligados aos conceitos físicos, pode-se destacar:

- O uso de unidades de medida em diferentes sistemas e suas conversões;
- Trabalhar com unidades físicas;
- Trabalhar o conceito de resistência elétrica, resistividade e Lei de Ohm;
- Trabalhar o conceito de dilatação térmica;
- Trabalhar o conceito de força elétrica e Lei de Coulomb;
- Fazer um comparativo entre as forças elétrica e gravitacional.

A lição está dividida em cinco seções:

- Grandezas e unidades físicas:

Nesta seção são trabalhados conceitos como “o que é medir?”, padrões de medidas, a ideia de medição e conversões de unidades. Destaca-se o Sistema Internacional de Unidades (SI) e o Sistema Inglês e trabalha-se a conversão entre unidades por serem itens importantes para o dia a dia dos estudantes e dos futuros técnicos, além de estarem presentes ao longo de todo o curso profissionalizante em Eletromecânica.

Principais conceitos:

Grandeza Física – propriedade física à qual se pode associar um valor numérico, mediante um processo bem definido de medição.

Grandezas Escalares – definidas com a utilização de um valor numérico seguido de uma unidade de medida (ex: temperatura, tempo e massa).

Grandezas Vetoriais – apresentam características geométricas, necessitando não apenas de um valor numérico seguido de uma unidade, mas também de uma direção (ex: norte-sul, leste-oeste) e de um sentido (ex: de norte para sul, de oeste para leste).

Processo de medição – é uma comparação entre duas grandezas físicas da mesma espécie. Uma delas é tomada como padrão de comparação e no processo de medição verifica-se quantas vezes este padrão está contido na grandeza a ser medida.

Unidade física – é a grandeza tomada como padrão de comparação em um processo de medição.

Sistemas de Unidades Físicas – conjunto de unidades físicas escolhidas como padrão para se caracterizar grandezas físicas (ex: Sistema Métrico, Sistema Inglês).

Sistema Internacional de Unidades (SI) – sistema de unidades estabelecido em 1960. Possui sete quantidades básicas: o comprimento, a massa, o tempo, a corrente elétrica, a temperatura termodinâmica, a quantidade de matéria e a intensidade luminosa. Todas essas quantidades possuem sua unidade básica.

Fator de conversão – razão que representa a quantidade expressa em alguma unidade, ou unidades, dividida pelo equivalente expresso em alguma outra unidade, ou unidades. Como qualquer quantidade pode ser multiplicada pela unidade (por 1) sem alterar seu valor, pode-se multiplicar a quantidade original pelo fator de conversão para converter as unidades.

- Proporção direta e Proporção inversa:

Nesta seção é trabalhado o conceito de Proporcionalidade. Para ilustrar as ideias apresentadas ao longo do texto foram inseridos os conceitos de Resistência Elétrica e Lei de Ohm, resistores lineares, resistores não-lineares (ou não ôhmicos) e resistividade elétrica. Estes conceitos estarão presentes em outras disciplinas específicas mais adiante no curso e serão vistos com maior detalhamento.

Principais conceitos:

Razão – é a divisão ou relação entre duas grandezas.

Proporção – é a igualdade entre razões.

Proporção direta – duas grandezas são ditas proporcionais quando o aumento de uma implica no aumento da outra, ou quando a redução de uma implica na redução da outra.

Proporção inversa – duas grandezas são ditas inversamente proporcionais quando o aumento de uma implica na redução da outra, ou quando a redução de uma implica no aumento da outra.

Resistividade elétrica – é uma medida da oposição de um material ao fluxo de corrente elétrica. Quanto mais baixa, mais facilmente o material permite o fluxo da carga elétrica. É uma constante representada pela letra grega ρ (rô) e que depende do material de que é feito o condutor.

Resistência elétrica – é a capacidade de um corpo qualquer se opor à passagem de corrente elétrica mesmo quando existe uma diferença de potencial aplicada. Seu cálculo é dado pela Primeira Lei de Ohm, e segundo o Sistema Internacional de Unidades (SI), é medida em ohm.

- Variação com a segunda e terceira potências – figuras semelhantes:

Nesta seção é trabalhado conceito de semelhança (Figuras Semelhantes) de forma simples objetivando-se a identificação de algumas propriedades das figuras analisadas, discute-se a variação com a segunda e terceira potências trabalhando-se com áreas e volumes.

Principais conceitos:

Figuras Semelhantes – duas figuras são ditas semelhantes quando guardam entre si uma proporção, ou melhor, quando ampliando-se ou reduzindo-se a figura dita original, em uma proporção constante, sem modificar a sua forma, obtêm-se uma segunda figura cujas medidas são proporcionais às medidas da primeira.

Razão de semelhança – é a razão constante entre os lados correspondentes de figuras semelhantes.

- Representação gráfica e leis de potência:

Nesta seção são trabalhadas: a representação gráfica, as Leis de Potência e funções. É apresentado o conceito de dilatação térmica via um problema comum em mecânica: o encaixe forçado de peças.

Principal conceito:

Dilatação Térmica – é a mudança de dimensão, isto é, de tamanho, que todos os materiais apresentam quando submetidos ao aumento da temperatura.

- A relação do inverso do quadrado:

Nesta seção é apresentada a relação do inverso do quadrado mostrando questões ligadas a Luz e à Eletricidade e por último faz-se uma comparação entre as forças Elétrica e Gravitacional.

Principais conceitos:

Força elétrica – origina-se da interação de uma carga elétrica com outras cargas elétricas. Pode ser de repulsão ou atração, conforme os sinais das cargas, se de sinais contrários se atraem, as de mesmo sinal se repelem.

Força gravitacional – é a força de atração que existe entre as partículas que apresentam massa em todo universo.

Ao texto das seções foram adicionados exemplos e atividades-exemplo que poderão ser trabalhadas, complementadas ou substituídas por outras atividades que o professor julgar mais interessantes dependendo da turma e do curso em que estiver ministrando as aulas.

3.2. 2ª. LIÇÃO DE FÍSICA – ESCALAS

Para se projetar um objeto novo, grande, baseando-se em um pequeno, deve-se estar prevenido de que podem surgir novos efeitos, muito pequenos para serem detectados em nossa escala, e, ainda assim, se tornarem os fatores mais importantes a considerar. Não se pode apenas, às cegas, ampliar e reduzir em escala, geometricamente. Variando de escala à luz de raciocínio físico, pode-se, às vezes, prever as mudanças que ocorrerão. Pode-se desta maneira, empregar a mudança de escala no planejamento racional de um avião, por exemplo, e não chegar a um transporte a jato que pareça uma abelha – e o que é ainda pior – que não voe.

Os objetivos gerais desta lição são:

- Discutir os efeitos de escala, levando o estudante a avaliar questões do dia a dia;
- Apresentar e analisar as tecnologias atuais ligadas ao “nanomundo” (nanociência e nanotecnologia);

Dentre os objetivos específicos, pode-se destacar:

- Comparar objetos de grandes escalas;
- Discutir questões ligadas ao “nanomundo”;
- Apresentar exemplos de aplicações da nanociência.

A lição está dividida em três seções:

- O Muito grande e o Muito pequeno segundo Galileu:

Nesta seção apresentam-se algumas ideias de Galileu no estudo de relações de proporção na natureza.

- O muito grande:

Nesta seção são discutidos alguns aspectos físicos de objetos muito grandes.

- O muito pequeno:

Nesta seção são trabalhados os conceitos iniciais de “nanomundo”, nanociência e nanotecnologia e ao final são apresentadas duas aplicações – as nanopartículas magnéticas e tumores e a magneto-resistência gigante.

Principais conceitos:

Nanociência – é o estudo de materiais nanoparticulados e de suas propriedades. É a pesquisa de materiais em escala manométrica. Os processos de estudo incluem a síntese, que corresponde à capacidade de sintetizar novos materiais com pelo menos uma dimensão manométrica e com forma desejada, e a caracterização e análise dos nanomateriais, ou seja, conhecer as propriedades intrínsecas destes, como composição, estrutura, morfologia e, assim, gerar materiais com propriedades preestabelecidas.

Nanotecnologia – é destreza de manipular estruturas em escala manométrica com o objetivo de desenvolver materiais com propriedades melhoradas ou totalmente novas.

4. METODOLOGIA E APLICAÇÃO

Inicialmente, é importante relembrar a questão central deste trabalho: produzir e organizar um Material Didático Instrucional (MDI) que possibilite ao professor e ao estudante um contato cultural com os conhecimentos de Ciência, mais especificamente da Física e promover a aprendizagem de conhecimentos que possam ser usados como base para outras disciplinas.

Procurando-se seguir as linhas metodológicas analisadas e apresentadas na revisão bibliográfica do presente trabalho e apoiando-se em uma abordagem predominantemente qualitativa realizou-se a aplicação das lições aqui desenvolvidas com os seguintes objetivos:

1. Verificar acertos e adaptações a serem feitos nos textos das lições;
2. Traçar uma metodologia para aplicação do material em sala de aula, levando-se em conta as necessárias contextualizações, problematização e interdisciplinaridade.

A aplicação foi realizada no Instituto Federal de Brasília (IFB) para uma turma do curso de Eletromecânica composta por 10 estudantes. Todo o trabalho ocorreu na disciplina de Matemática e Física com 48 horas/aula, cujo conteúdo é extenso e não se possui um livro texto único, sendo adotados pela maioria dos professores diversos livros distintos e em alguns casos textos para estudantes de graduação.

A estratégia utilizada para investigar a potencialidade do uso das lições no aprendizado dos estudantes foi a resolução de exercícios e o questionamento relativo aos conceitos apresentados em cada texto.

4.1. DESENVOLVIMENTO DOS ENCONTROS

A primeira lição f**o**i aplicada em 21 horas/aula, com a seguinte distribuição horária por seção:

- Grandezas e unidades físicas: 06 horas/aula;
- Proporção Direta: 03 horas/aula;
- Variação com a segunda e terceira potências: 03 horas/aula;
- Representação gráfica e leis de potência: 06 horas/aula;
- A relação do inverso do quadrado: 03 horas/aula.

A aplicação da segunda lição utilizou 03 horas/aula.

4.1.1. Lição 1 - 1ª. Parte: Grandezas e unidades físicas

O tema Grandezas e unidades físicas foi apresentado em dois encontros de 03 horas/aula cada.

1º. Encontro

No primeiro encontro, inicialmente, realizou-se a aplicação de um pré-teste com algumas perguntas sobre o ato de medir, o Sistema Métrico Internacional e conversão de unidades. Foi inferido aos estudantes que mesmo sem uma resposta objetiva tentassem responder as questões com suas próprias palavras e que aquele teste seria verificado, analisado e o mais importante discutido em conjunto.

Em média, realizaram o pré-teste em 15 minutos.

Após a aplicação do pré-teste foi apresentado um vídeo de 13 minutos sobre Metrologia[7]. Nesse meio tempo foi possível ao professor visualizar rapidamente as respostas dadas ao pré-teste e ter uma ideia do nível de conhecimento naquele momento a respeito do tema da aula.

Passada a apresentação do vídeo retornou-se ao conteúdo do pré-teste ligando-o ao que foi apresentado no vídeo. Após uma discussão sobre o tema distribuiu-se uma impressão da primeira parte da lição para os estudantes.

Foram apresentados e discutidos os exemplos apresentados no início da lição e realizadas as primeiras atividades.

Esta parte inicial teve por duração a primeira hora/aula.

Após um breve intervalo, detalhou-se os conceitos de Sistemas de Unidades Físicas, o Sistema SI e o Sistema Inglês e trabalhou-se as unidades de comprimento, área, volume e massa utilizando-se tabelas de conversão. Utilizou-se as tabelas porque, ao se trabalhar dentro de um mesmo sistema de unidades, com elas pode-se mostrar o deslocamento da “vírgula” de uma casa para outra e também a divisão ou produto por potências de dez e assim fazer um paralelo entre as duas simbologias.

Realizou-se alguns exercícios e foi pedido aos estudantes que trabalhassem as atividades inseridas na lição.

---

[7] Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. DVD 1 – Aula 1: Metrologia.

Finalizada a segunda hora/aula e após um breve intervalo, começou-se a terceira hora finalizando-se os exercícios pedidos anteriormente e apresentando-se um segundo vídeo com aproximadamente 13 minutos de nome Medidas e conversões[8]. O objetivo foi mostrar a importância de se entender bem conversões de unidades dentro do Sistema Internacional e do Sistema Inglês bem como dentre eles. Após uma simplificada discussão foi passado aos estudantes algumas tarefas utilizando as mesmas atividades já vistas, mas com enfoques diferenciados, e que deveriam ser entregues no próximo encontro.

2º. Encontro

No segundo encontro, inicialmente, foram recolhidos os trabalhos pedidos à aula anterior e começou-se a trabalhar com conversões. Fez-se uma revisão sobre as unidades do Sistema Internacional e do Sistema Inglês e apresentou-se os “fatores de conversão”. Trabalhou-se os diversos exemplos apresentados no texto da lição e fez-se vários exercícios. Foram retiradas diversas dúvidas.

Na terceira hora/aula foi distribuído um pequeno texto sobre os pesos e medidas como força política. Foi pedido aos estudantes que fizessem uma leitura e uma pequena resenha do texto.

4.1.2. Lição 1 - 2ª. Parte: Proporção direta e Proporção inversa

O tema Proporção direta foi apresentado em um encontro de 03 horas/aula. Foi distribuída aos estudantes a impressão da segunda parte da lição e discutidos os exemplos apresentados ao longo do texto, trabalhando-se as tabelas de dados e a montagem dos gráficos.

Como exemplo da ideia de proporcionalidade foi apresentado o tema: A resistência elétrica e lei de Ohm. Foram discutidos os exemplos e feitos mais exercícios. Ao final do encontro foi fornecida aos estudantes uma série de pequenas resistências para que avaliassem visualmente o código de cores de cada uma.

4.1.3. Lição 1 - 3ª. Parte: Variação com a segunda e terceira potências: Figuras Semelhantes

O tema Variação com a segunda e terceira potências: Figuras Semelhantes foi apresentado em um encontro de 03 horas/aula. Foi distribuída aos estudantes a impressão da terceira parte da lição e novamente discutidos os exemplos apresentados

[8] Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. DVD 1 – Aula 2: Medidas e conversões.

ao longo do texto. Nesta parte, tomou-se bastante cuidado para fazer a ligação entre os temas vistos nas 1ª e 2ª partes da lição, ou seja, grandezas e proporção, e o tema visto neste momento. Trabalhou-se os conceitos de perímetro, área e volume, sempre chamando a atenção dos estudantes para a proporcionalidade dos entes envolvidos e para o uso das unidades. Ao início da 3ª hora/aula foi apresentado o vídeo Escalas[9], de aproximadamente 13 minutos.

Algumas relações de comprimento, área e volume para figuras semelhantes foram deduzidas utilizando diversas figuras, o que auxiliou o entendimento das equações. As atividades da lição foram realizadas em sala de aula.

4.1.4. Lição 1 - 4ª. Parte: Representação Gráfica e Leis de Potência

O tema Representação Gráfica, Leis de Potência e Funções foi apresentado em dois encontros de 03 horas/aula cada.

1º. Encontro

No primeiro encontro foi distribuída aos estudantes a impressão da quarta parte da lição. Trabalhou-se os exemplos apresentados, mas desta vez foi necessário ir além do texto, apresentando-se o conteúdo de funções de 1º e 2º graus, dando-se ênfase inicial a montagem de tabelas e gráficos e por último às relações matemáticas. As atividades foram realizadas em sala de aula.

2º. Encontro

No segundo encontro, primeiramente, foram recolhidos os trabalhos pedidos à aula anterior e iniciou-se a apresentação de outros exemplos de funções de 1º e 2º graus. Foram avaliadas características importantes como coeficiente angular da reta e as raízes da equação de 2º grau, além de terem sido sanadas diversas dúvidas.

No início da segunda hora/aula foi apresentado o vídeo Calculando a Dilatação Térmica[10] com duração aproximada de 14 minutos. Após a exibição voltou-se a atenção para o problema do "encaixe forçado". Ao longo do texto são indicadas algumas relações que foram minuciosamente apresentadas dando-se ênfase às variações e às

---

[9] Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Leitura e interpretação de desenho técnico-mecânico. DVD 3 – Aula 23: Escalas.

[10] Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Cálculo Técnico. DVD 1 – Aula 2: Calculando a Dilatação Térmica.

unidades presentes. Novamente, trabalhou-se alguns exemplos e exercícios variando-se os materiais das peças e dimensões.

4.1.5. Lição 1 - 5ª. Parte: A Relação do Inverso do Quadrado

O tema A Relação do Inverso do Quadrado foi apresentado em um encontro de 3 horas/aula. Foi distribuída aos estudantes a impressão da quinta parte da lição e lhes foi cedido um tempo de 20 minutos para a leitura do primeiro tópico do texto (Optica – Trabalhando com a luz). Finalizado o tempo de leitura, fez-se uma análise de todas as relações apresentadas ao longo do texto e analisou-se os exemplos.

Na 2ª e 3ª horas/aula foram trabalhados os conceitos de força elétrica e gravitacional com o intuito maior de exemplificar a relação do inverso do quadrado e ao final compará-las.

4.1.6. Lição 2 - Escalas

A Lição 2 foi apresentada utilizando-se 3 horas/aula. O texto referente a esta lição foi entregue aos estudantes na semana anterior à sua aplicação. O objetivo desta ação foi dar tempo aos estudantes para lerem e avaliarem o conteúdo do texto com tranquilidade.

Na primeira hora/aula foram apresentadas e discutidas as ideias de Galileu quando à questão das escalas, seres grandes ou pequenos e o tópico “o muito grande”.

Na segunda e terceira hora/aula foi estudado o tópico “o muito pequeno”. Para trabalhar melhor o conteúdo apresentou-se dois vídeos: Matéria de capa – nanotecnologia[11] e Nanotecnologia: o que é isso?[12].

Finalizadas as apresentações, foram discutidas as aplicações citadas no texto, relacionando-as aos vídeos e ao dia a dia dos estudantes.

4.2. RESULTADOS E DISCUSSÃO

Os resultados foram analisados de forma qualitativa utilizando os dados provenientes do pré-teste e das demais atividades realizadas em sala de aula e em casa.

4.2.1. O Pré-teste

[11] http://www.youtube.com/watch?v=myr_nMOFOiw
[12] http://www.youtube.com/watch?v=qyBxazLk-2M

É importante observar que o pré-teste realizado teve por objetivo verificar até que ponto os estudantes já conheciam o conteúdo que seria trabalhado na primeira parte da Lição 01 – Grandezas e Unidades Físicas. Medição e unidades foram assuntos vistos em outras disciplinas do curso de Formação Inicial e Continuada (FIC) e esperava-se que os estudantes não apresentassem dificuldades.

Pré-teste – Questão 01. O que é medir?

Tabela 4.1. Respostas dadas à questão 01.

"Fazer uma comparação de um objeto qualquer com outro."
"É a forma que se tem de determinar o tamanho de algo."
"É a distância entre dois pontos, ex: de uma parede a outra."
"Um padrão usado para calcular espaço."
"Dar valor de metragem a objetos."
"Medir nada mais é do que fazer uma comparação com algo que já foi determinado, usando um conceito universal, tipo o metro ou polegada."
"Encontrar medidas de um determinado objeto."

Verifica-se que o conceito de medir para os estudantes está intimamente ligado ao ato de comparar objetos e de se verificar distâncias. As respostas, apesar de não serem "tão formais", mostram que os estudantes já apresentam concepções do significado de "medir", mas ainda é preciso consolidar tal conhecimento, entrando aqui, um processo de diferenciação progressiva dos subsunçores já existentes.

Pré-teste – Questão 02. O que é uma grandeza?

Tabela 4.2. Respostas dadas à questão 02.

"É um sistema de unidade de medidas."
"Por exemplo, o peso de um objeto. O seu valor é uma grandeza."
"Algo de grande valor."
"Valor lógico ou real."

Neste momento, como pode ser observado pelas respostas transcritas, verificou-se dúvida e confusão quanto aos conceitos de grandeza, unidade de grandeza e sistemas de unidade de medida. Não houve nenhum acerto, a resposta mais próxima do que desejava foi aquela em que houve a citação do "peso" como um exemplo de grandeza, ainda assim, pouco elucidativa quanto ao conhecimento do estudante que a indicou.

Pré-teste – Questão 03. Cite alguns sistemas de unidades que você conheça.

Tabela 4.3. Respostas dadas à questão 03.

"metro, newton, etc."
"metro, km, kgf, N.m, mm, pol, dam, cm"
"Sistema Métrico."
"As unidades são componentes para converter dezenas e centenas."
"metros, polegadas, pé, jardas."

As dúvidas e confusões quanto aos conceitos de grandeza, unidade de grandeza e sistemas de unidade ficaram ainda mais explícitas nesta questão. Houve um único acerto, os demais apenas citaram unidades de medida, além de não diferirem os sistemas de medidas às quais as unidades pertenciam.

Pré-teste – Questão 04. Cite algumas unidades de base do sistema internacional.

Tabela 4.4. Respostas dadas à questão 04.

"newton, metro, etc."
"kgforça, newton, metro, "Nm""
"km, hm, dam, m, dcm, cm, mm."
"As unidades são componentes para converter dezenas e centenas."
"Milímetro e polegadas."
"Metros e polegadas."

As respostas dos estudantes mostram que eles possuem conhecimento sobre unidades de medida, mas não foram capazes de relacionar a que Sistema de Unidades pertence os exemplos citados. Também não souberam especificar se são ou não unidades de base ou derivadas.

Pré-teste – Questão 05. Realize as seguintes conversões:

a) $17,53\ cm \rightarrow dam$

e) $13,4\ cm^2 \rightarrow dm^2$

b) $101{,}5\ mm \rightarrow cm$

c) $17{,}5\ km \rightarrow hm$

d) $24{,}5\ cm \rightarrow m$

f) $1{,}5\ mm^2 \rightarrow cm^2$

g) $1{,}705\ m^3 \rightarrow dm^3$

h) $8{,}53\ cm^3 \rightarrow m^3$

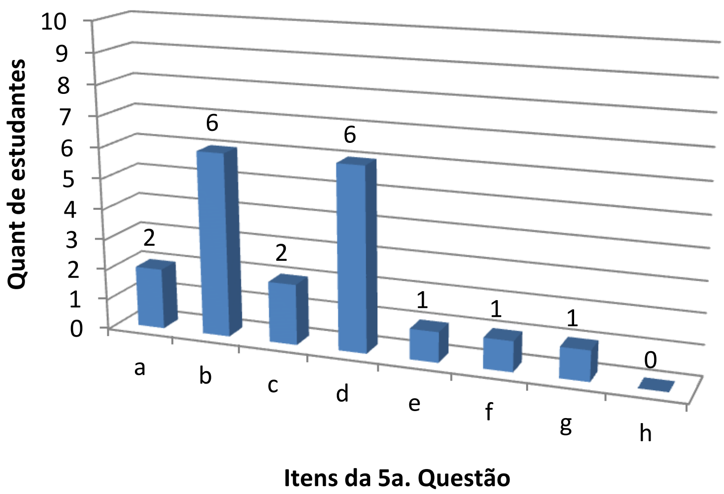


Figura 4.1. Quantidade de acertos por itens da 5ª Questão.

Verifica-se nesta questão que apesar dos estudantes já terem usado instrumentos de medida em outras disciplinas, a conversão entre unidades não foi assimilada. Foram capazes de fazer conversões apenas entre unidades de comprimento do Sistema Internacional. Um único estudante foi capaz de realizar as conversões entre unidades de área e de volume.

4.2.2. As Atividades

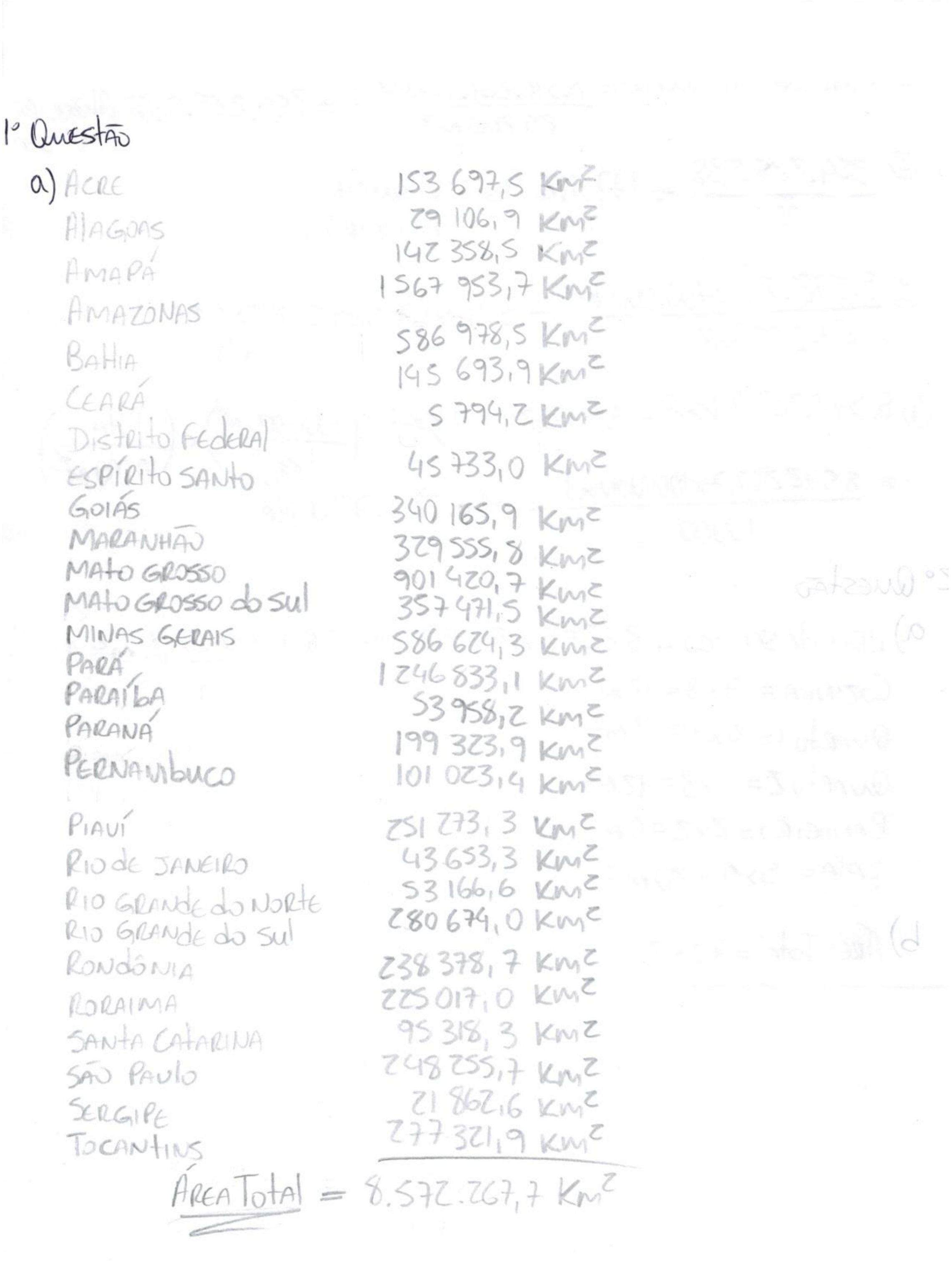
As atividades foram realizadas seguindo-se a ordem em que foram inseridas no texto. São apresentadas nas Figuras 4.2 a 4.11 respostas dadas pelos estudantes a algumas das atividades propostas. Em algumas situações foram trabalhados outros exercícios. Como exemplo cita-se as atividades:

ATIVIDADES

1. Utilizando a Figura 7 – “A área dos estados brasileiros”:
   a. Calcule a área total do território brasileiro;
   b. Converta a unidade da área encontrada para alqueire paulista, alqueire mineiro, alqueire do norte e hectare utilizando fatores de conversão.
2. Utilizando a Figura 4 – “Planta de uma casa”:

a. Calcule a área de cada cômodo;

b. Qual é a área total da casa?



1º Questão

a) Acre 153 697,5 Km²
Alagoas 29 106,9 Km²
Amapá 142 358,5 Km²
Amazonas 1 567 953,7 Km²
Bahia 586 978,5 Km²
Ceará 145 693,9 Km²
Distrito Federal 5 794,2 Km²
Espírito Santo 45 733,0 Km²
Goiás 340 165,9 Km²
Maranhão 329 555,8 Km²
Mato Grosso 901 420,7 Km²
Mato Grosso do Sul 357 471,5 Km²
Minas Gerais 586 624,3 Km²
Pará 1 246 833,1 Km²
Paraíba 53 958,2 Km²
Paraná 199 323,9 Km²
Pernambuco 101 023,4 Km²
Piauí 251 273,3 Km²
Rio de Janeiro 43 653,3 Km²
Rio Grande do Norte 53 166,6 Km²
Rio Grande do Sul 280 674,0 Km²
Rondônia 238 378,7 Km²
Roraima 225 017,0 Km²
Santa Catarina 95 318,3 Km²
São Paulo 248 255,7 Km²
Sergipe 21 862,6 Km²
Tocantins 277 321,9 Km²

Área Total = 8.572.267,7 Km²

Figura 4.2 Atividade Extra – 1ª. Questão: item a)

b) (1) $8\,572\,267{,}7\ Km^2 = 8.572.267{,}7\ \cancel{Km^2} \times \left(\dfrac{1000\,000\ m^2}{1\ \cancel{Km^2}}\right)$

$= 8\,572\,267\,700\,000\ m^2 = \dfrac{8.572.267.700.000\ m^2}{24.200\ m^2} = 354.225.938$ Alqueire Paulista

(2) $\dfrac{354.225.938}{2} = 177.112.969$ Alqueire Mineiro

(3) $\dfrac{8.572.267.700.000\ m^2}{27.225\ m^2} = 314.867.500{,}5$ Alqueire do Norte

(4) $8.572.267{,}7\ Km^2 = 8.572.267{,}7\ \cancel{Km^2} \times \left(\dfrac{1000\,000\ \cancel{m^2}}{1\ \cancel{Km^2}}\right) \times \left(\dfrac{1\ Ha}{10\,000\ \cancel{m^2}}\right)$

$= \dfrac{8572267{,}7 \times 1000000 \times 1}{10000} = 857.226.770\ Ha$

Figura 4.3 Atividade Extra – 1ª. Questão: item b)

2° Questão

a) Área de serviço $= 3 \times 2 = 6\ m^2$ Área de circulação $= 4\ m^2$

Cozinha $= 4 \times 3 = 12\ m^2$

Quarto 1 $= 4 \times 3 = 12\ m^2$

Quarto 2 $= 4 \times 3 = 12\ m^2$

Banheiro $= 2 \times 2 = 4\ m^2$

Sala $= 5 \times 4 = 20\ m^2$

Figura 4.4 Atividade Extra – 2ª. Questão: item a)

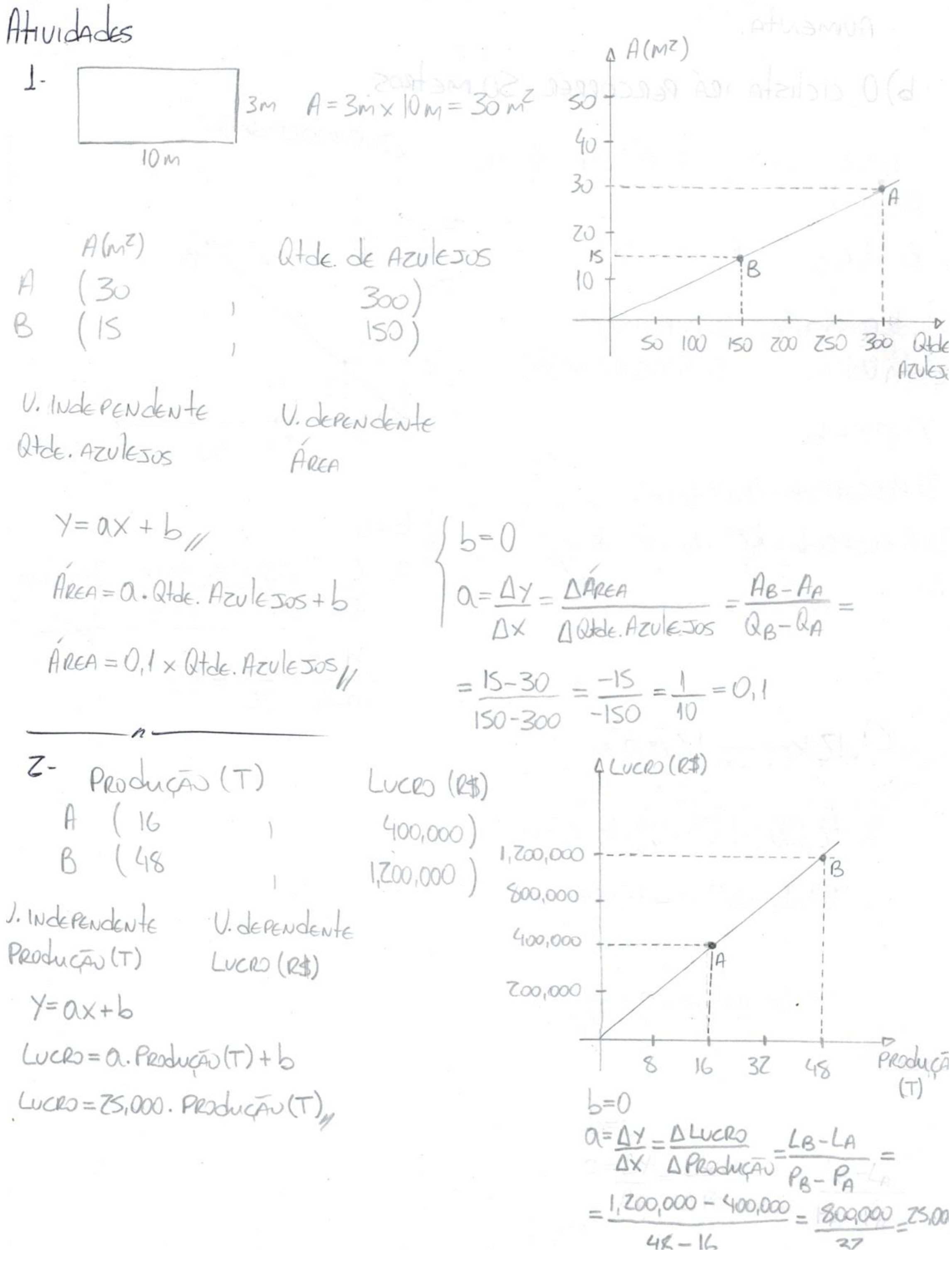
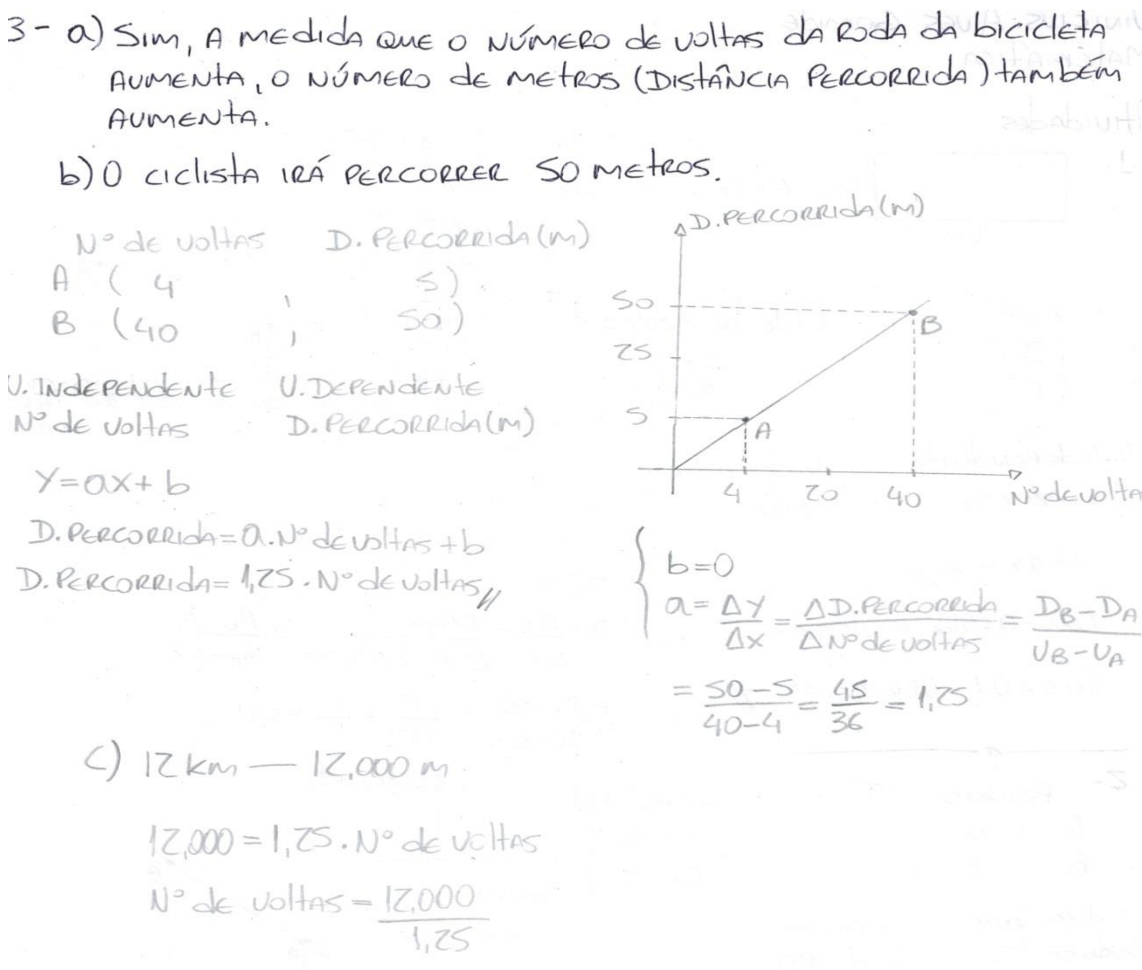


Figura 4.5 Atividades 1 e 2 da Seção 2 – Proporção Direta e Proporção Inversa



3 - a) SIM, A MEDIDA QUE O NÚMERO de voltas da roda da bicicleta AUMENTA, O NÚMERO de METROS (DISTÂNCIA PERCORRIDA) também AUMENTA.

b) O ciclista IRÁ PERCORRER 50 METROS.

Nº de voltas D. PERCORRIDA (m)

A (4 , 5)

B (40 , 50)

V. INDEPENDENTE: Nº de voltas

V. DEPENDENTE: D. PERCORRIDA (m)

$Y = ax + b$

D. PERCORRIDA = a . Nº de voltas + b

D. PERCORRIDA = 1,25 . Nº de voltas

$$\begin{cases} b = 0 \\ a = \dfrac{\Delta Y}{\Delta x} = \dfrac{\Delta \text{D. PERCORRIDA}}{\Delta \text{Nº de voltas}} = \dfrac{D_B - D_A}{V_B - V_A} \end{cases}$$

$$= \frac{50-5}{40-4} = \frac{45}{36} = 1{,}25$$

c) 12 km — 12.000 m

12.000 = 1,25 . Nº de voltas

Nº de voltas = $\dfrac{12.000}{1,25}$

Figura 4.6 Atividade 3 da Seção 2 – Proporção Direta e Proporção Inversa

1. **Desenhe uma ampliação da figura abaixo, utilizando o restante da parte quadriculada do quadro, faça de modo que as dimensões da figura original sejam duplicadas.**

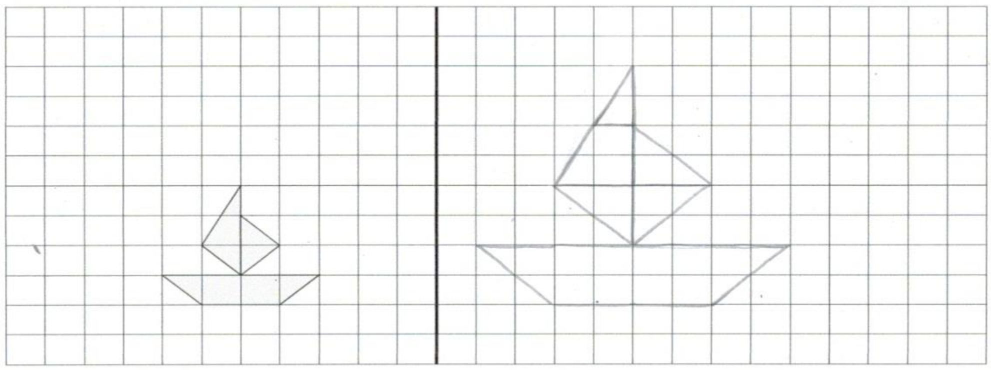


Figura 4.7 Atividade 1 da Seção 3 – Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes.

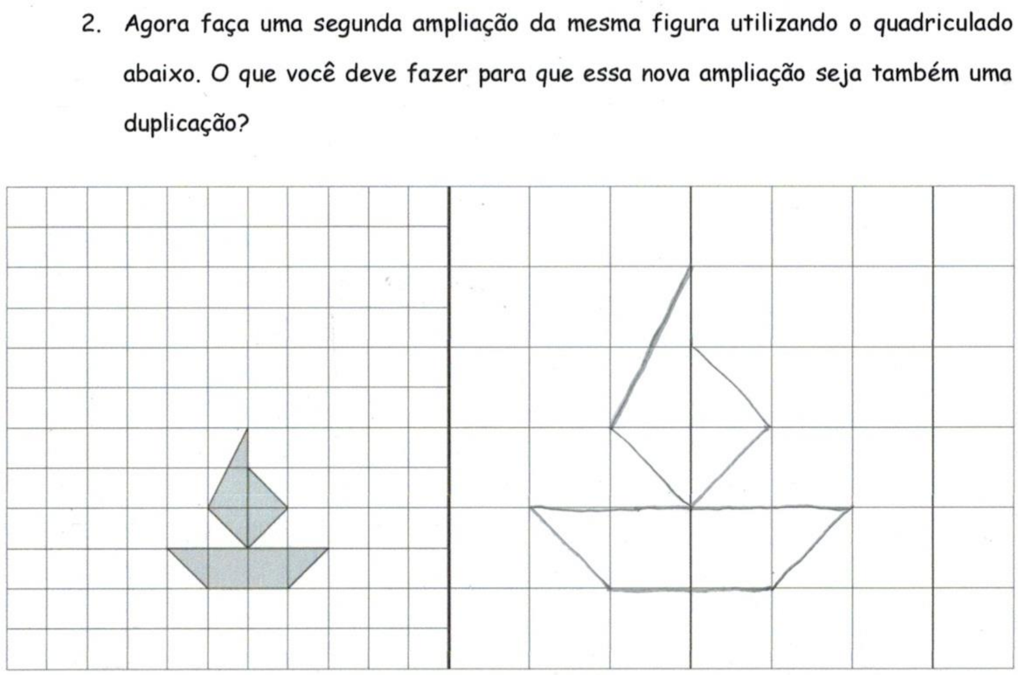


Figura 4.8 Atividade 2 da Seção 3 – Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes.

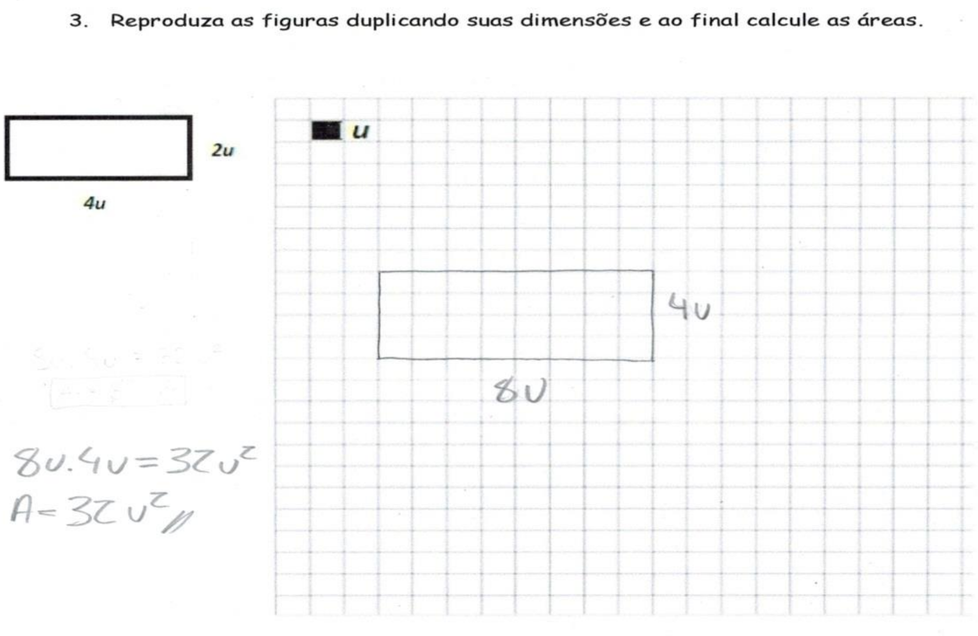


Figura 4.9 Atividade 3a da Seção 3 – Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes.

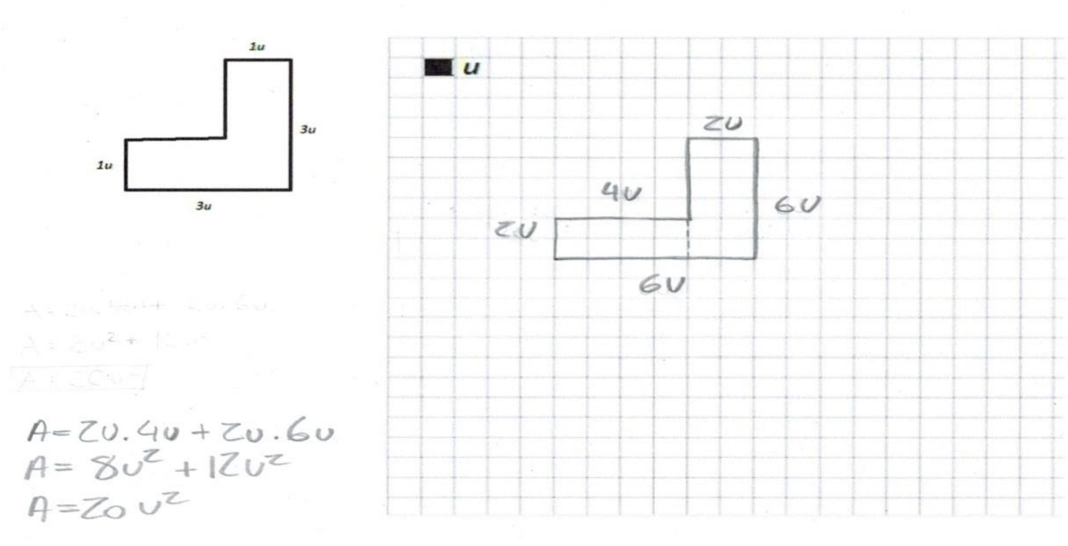


Figura 4.10 Atividade 3b da Seção 3 – Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes.

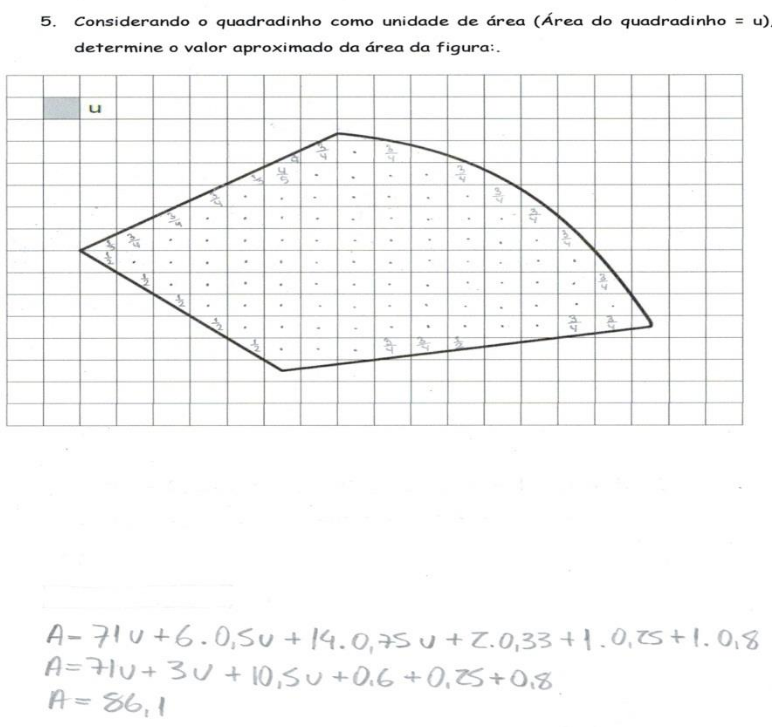


Figura 4.11 Atividade 5 da Seção 3 – Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes.

5. CONSIDERAÇÕES FINAIS

O estudo teórico preliminar, realizado por meio da revisão bibliográfica, apontou um cenário favorável para criação do material instrucional proposto. O curso profissionalizante em eletromecânica, onde exerço minha atividade docente, possui carência de materiais que tragam como pano de fundo uma aprendizagem significativa crítica. Mas, essa revisão trouxe não apenas conhecimentos sobre o atual cenário da Educação, como indicou ferramentas e metodologias para o desenvolvimento de diversos tópicos de interesse dentro do trabalho aqui proposto, tanto na montagem do Material Didático Instrucional (MDI) como na aplicação em sala de aula do mesmo e de outros conteúdos pertinentes.

Na montagem do MDI foram inseridos conteúdos que serão trabalhados em diversos outros momentos do curso técnico com enfoques diferenciados. Buscou-se também trazer mais informações no uso das relações matemáticas do que a mera aplicação destas. Durante a realização do trabalho verificou-se a possibilidade de inserir vários outros conteúdos de maneira a gerar novos subsunçores e trabalhar os já existentes.

Foram estudadas e analisadas duas unidades do projeto *Physical Sciense Study Committee* (PSSC) que versavam sobre Funções e Escalas. Devido a complexidade do texto foi necessário dividi-lo em seções, extrair alguns tópicos e incluir alguns outros seguindo as ideias vistas nos artigos e dissertações utilizados na revisão bibliográfica deste trabalho, mais especificamente na seção “A Matemática como linguagem estruturante”.

Buscou-se com os conteúdos grandezas e unidades físicas, conversões de unidades e fatores de conversão, Sistemas de Unidades, proporção direta e inversa, representação gráfica de dados, funções, escalas, nanociência e nanotecnologia montar um material que dentro dos preceitos dos PCN e PCN+ possibilitasse o trabalho com habilidades, tais como, identificar fenômenos naturais ou grandezas em dado domínio do conhecimento científico, especificamente na Física e na Matemática, estabelecer relações, identificar regularidades, invariantes e transformações, selecionar e utilizar instrumentos de medição e de cálculo, representar dados e utilizar escalas, fazer estimativas, elaborar hipóteses e interpretar resultados. Outras habilidades e competências passíveis de serem trabalhadas são citadas no trabalho.

Com os estudos sobre a problematização, a contextualização e a aplicação de diferentes abordagens metodológicas para tratar o uso da Matemática no ensino da Física foi possível montar um material que possa contribuir não apenas para o estudo de diversas outras disciplinas, mas para a formação de profissionais cidadãos, que trabalhem, vivam e interfiram na sociedade, de maneira crítica e responsável, em decisões que estarão atreladas a seu futuro, da sociedade e do planeta.

Um aspecto importante do trabalho foi o estudo realizado sobre a Teoria da Aprendizagem Significativa de David Ausubel e sua variante Crítica (Moreira, 2005), o que possibilitou uma visão mais consciente frente às questões dos estudantes e ao conteúdo a ser ministrado na busca por habilidades e competências necessárias ao dia a dia dos futuros técnicos.

Montada uma primeira versão e procurando seguir as linhas metodológicas analisadas e apresentadas na revisão bibliográfica realizou-se a aplicação das lições, apoiando-se em uma abordagem predominantemente qualitativa. O objetivo inicial era verificar acertos e adaptações a serem feitos e traçar uma metodologia de aplicação do material em sala de aula.

Foi realizado um pré-teste e ao longo da aplicação das seções das correspondentes lições foram trabalhadas atividades como vídeos e exercícios. Sua aplicação apresentou frutos quanto às melhorias a serem feitas no texto, na divisão dos conteúdos, na aplicação de exercícios e no uso de diferentes materiais motivacionais. Por meio dos resultados obtidos observou-se a necessidade de inserção de uma quantidade maior de atividades e de melhorias quanto ao trato com o tempo de aplicação.

Voltando-se ao objetivo primeiro deste trabalho que foi produzir e organizar um material didático instrucional (MDI) que possibilitasse ao professor e ao estudante um contato com os conhecimentos de Ciência, mais especificamente da Física em sua relação com a Matemática, e que oferecesse ainda conhecimentos que possam ser usados como base para outras disciplinas, este teve sua fase inicial finalizada, isto é, a primeira montagem e aplicação das lições foi realizada.

É importante observar que o material pode e deve sofrer modificações tanto para melhorias dos textos como na metodologia de aplicação, observando-se as necessidades que se apresentarem aos professores e aos estudantes que deste material fizerem uso.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMORIM, M. L. e FALCIONI, R. E. **O Ensino Profissionalizante na Sociedade Moderna Industrial: Um olhar histórico**. Revista Tecnologia e Sociedade, nº8, 1º Semestre de 2009.

AULER, D. e DELIZOICOV, D. **Alfabetização científico-tecnológica para quê?** Ensaio – Pesquisa em Educação em Ciências. v. 3, n. 1, jun. 2001.

BARBETA, V. B.; YAMAMOTO, I. **Dificuldades conceituais em Física apresentadas por estudantes ingressantes em um curso de Engenharia**. Rev. Bras. Ens. Fis., v. 24, nº 3, p. 324, 2002

BELLUCO, A. C e CARVALHO, A. M. P. **Construindo a Linguagem Gráfica em uma Aula Experimental de Física.** Ciência & Educação, v. 15, nº 1, p. 61-84, 2009.

BRANDÃO, C. F.. **O Ensino Profissional no Plano Nacional de Educação: oferta, atendimento e formação do profissional**. Caminhos de Educação, v. 3, nº 1, 2011.

BRASIL. **Lei de diretrizes e bases da educação nacional**. Diário Oficial da União, 20 de dezembro de 1996.

BRASIL. Ministério da Educação, Secretaria da Educação Média e Tecnológica. **Parâmetros Curriculares Nacionais: Ensino Médio**. Brasília: MEC, SEMTEC, 1999.

BRASIL. **Parâmetros Curriculares Nacionais terceiro e quarto ciclos do ensino fundamental**. Matemática, Brasília, 1998.

BRASIL. **PCN+ Ensino Médio: Orientações Educacionais Complementares aos Parâmetros Curriculares Nacionais.** Brasília: MEC, SEMTEC, 2002.

CAMPOS, R. C. **O Ensino da Matemática e da Física numa perspectiva integracionista.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo – PUC/SP, 2000.

CARVALHO, A. M. P. **Ensino de Física.** São Paulo: Cengage Learning, 2010.

CARVALHO JUNIOR, J. C. N. **Física e Matemática – Uma abordagem construcionista: ensino e aprendizagem de Cinemática e Funções com auxílio do computador.** Dissertação de Mestrado. Pontifícia Universidade Católica de São Paulo - PUC/SP, 2008.

CHEVALLARD, Y. **La trasnposición didáctica**: Del saber sábio al saber enseñado. Buenos Aires: Aique Grupo Editor, 1991.

CLEMENT, L. et al. **Projeto de Ensino PSSC: Uma análise dos Exercícios/Problemas**. Artigo presente nos anais do XVIII Simpósio Nacional de Ensino de Física – SNEF, Vitória, ES, 2009. Site: http://www.sbf1.sbfisica.org.br/eventos/snef/xviii/ , visitado em 01/12/2012.

COLL, C. **Psicologia e currículo: uma aproximação psicopedagógica à elaboração do currículo escolar**. São Paulo: Ática, 1997.

DELIZOICOV, D. **Problemas e problematizações**. In: PIETROCOLA, M. (Org.). Ensino de Física: conteúdo, metodologia e epistemologia numa concepção integradora. Florianópolis: Ed. Da UFSC, 2001.

______________.; ANGOTTI, J.A.; PERNAMBUCO, M.M. **Ensino de Ciências: Fundamentos e Métodos**. São Paulo: Ed. Cortez, 2002.

FIGUEIROA, S. F. M; GODOI, L. C. O. **Dois pesos e duas medidas: uma proposta para discutir a natureza do sistema de unidades de medida na sala de aula.** Cad. Bras. Ens. Fis.,v. 25, nº 3, p. 523-545, 2008.

FREIRE, P. **Educação como prática da liberdade**. São Paulo: Paz e Terra, 1980.

GASPAR, A. **Cinquenta anos de Ensino de Física: Muitos equívocos, alguns acertos e a necessidade do resgate do papel do professor.** Artigo presente nos anais do XV Encontro de Físicos do Norte e Nordeste, 2002.

HURD, P. D. **Scientific Literacy: New Minds for a Changing World**. Science Education, v. 82, n. 3, p. 407 – 416, 1998.

LIMA, L. M. **Abaixo os Quilos**. Nossa História, Rio de Janeiro, ano I, n. 8 , p. 33 – 39, jun. 2004.

MARTINS, D. A. N. **Tratamento Interdisciplinar e inter-relações entre Matemática e Física: potencialidades e limites da implementação dessa perspectiva**. 2005. Dissertação (Mestrado em Educação Matemática) — Centro de Ciências Exatas e Tecnologias, PUC-SP, São Paulo (SP)

MOREIRA, I. C.; MASSARANI, L. **Cândido Batista de Oliveira e seu papel na implantação do Sistema Métrico Decimal no Brasil**. Revista da Sociedade Brasileira de História da Ciência, n. 18, p. 3-16, 1997.

MOREIRA, M. A. **Ensino de Física no Brasil: Retrospectiva e Perspectivas**. Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 22, n. 1, mar. 2000.

______________. **Aprendizagem significativa crítica**. Porto Alegre: Instituto de Física da UFRGS, 2005. p. 47.

______________. **A Teoria da Aprendizagem significativa e sua implementação em sala de aula**. Brasília: UnB, 2006**.**

______________.; MASINI, E. F. S. **Aprendizagem significativa: condições para ocorrência e lacunas que levam a comprometimentos**. 1ª Edição. São Paulo: Vetor, 2008.

NOVAK, J. D. **Uma teoria de educação**. São Paulo: Pioneira, 1981.

___________.; GOWIN, D.B. **Aprender a aprender.** Lisboa: Plátano Edições Técnicas, 1996.

PAPERT, S. **Mindstorms: Children, Computers na Powerful Ideas**. 1980. Basic Books, New York. Traduzido para o português como Logo: Computadores e Educação, Editora Brasiliense, São Paulo. 1980.

PAULOS, J. A. **Mas alla de los números.** Barcelona: Tusquets Editores, 1993.

___________. **Um matemático lee el periódico.** Barcelona: Tusquets Editores, 1996.

PIAGET, J. **Seis estudos de Psicologia**. 11 ed. Rio de Janeiro. Forense Universitária Ltda, 1982.

PIETROCOLA, M. **A Matemática como estruturante do conhecimento físico.** Caderno Brasileiro de Ensino de Física, v. 19, nº 1, p. 93 -114, 2002.

PONTES, M. G. **Medidas e proporcionalidades na escola e no mundo do trabalho.** Tese de doutorado em Educação. Universidade Estadual de Campinas, 1996.

PSSC. Física (Ed. **UnB**, Brasília, 1963), v. 1.

RICARDO, E. C. **Problematização e contextualização no ensino de Física**. Coleção Ideias em Ação – Ensino de Física. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

ROCHA, E. M. **Uso de instrumentos de medição no estudo da grandeza comprimento a partir de sessões didáticas**. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal do Ceará, 2006.

RUIZ, A. R. **A Matemática, os matemáticos, as crianças e alguns sonhos educacionais.** Ciência & Educação, v. 8, nº 2, p. 217-225, 2002.

SANTOS, W. L. P. **Contextualização no ensino de ciências por meio de temas CTS em uma perspectiva crítica**. Ciência e Ensino, v. 1, número especial, 2007.

SASSERON, L. H. **Alfabetização científica e documentos oficiais brasileiros: um diálogo na estruturação do ensino da Física**. Coleção Ideias em Ação – Ensino de Física. São Paulo: Cengage Learning, 2010.

SILVA, I. **História dos pesos e medidas**. São Paulo: EdUFSCar, 2004.

VALENTE, J. A. **Por que o computador na educação?.** In: Cap. II – Computadores e Conhecimento – Repensando a Educação. NIED – Núcleo de Informática Aplicada à Educação. UNICAMP. São Paulo. 1995.

VYGOTSKY, L.S. **A Formação Social da Mente**. 5 ed. São Paulo. Martins Fontes, 1994.

ZABALA, A. **A prática educativa: como ensinar**. Porto Alegre: Artmed, 1998.

ZUFFI, E. M.; PACCA, J. L. A. **O Conceito de função e sua linguagem para os professores de Matemática e de Ciências.** Ciência & Educação (UNESP), Bauru, SP, v. 8, nº 1, p. 1-12, 2002.

ANEXOS

ANEXO A – LIÇÃO 01: PLANEJAMENTO/ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR

IDENTIFICAÇÃO			
Autores	**Título**	**Instituição**	**UF**
Cristiano Pereira da Silva	Grandezas e Relações Matemáticas	IFB/UnB	DF

NÍVEL EDUCAÇÃO BÁSICA		
☐ Educação Infantil	☐ Ensino Fundamental	☒ Ensino Médio

Modalidade de Ensino

☒ Presencial ☒ Distância ☐ Misto

Série e/ou Contexto Indicados

☒ 1ª Série ☐ 2ª Série ☒ 3ª Série
☒ Ensino Técnico ☒ EJA ☒ Ampliação da jornada escolar
☐ Avaliação Institucional ☒ Formação continuada de professor ☐ Gestão Educacional

TECNOLOGIA EDUCACIONAL

- Postagens em Blogs;
- Utilização de um ambiente virtual de aprendizagem, no caso, o MOODLE;
- Internet;
- Apresentação de vídeos;
- Uso de ferramentas como régua, paquímetros, micrometro, objetos geométricos sólidos, calculadoras.

OBJETIVOS GERAIS

- Trabalhar conceitos matemáticos, que apesar de serem simples, são muito importantes no dia a dia do estudante. Conceitos cuja aplicabilidade ao longo de um curso normal ou profissionalizante se faz presente a todo momento;
- Focar nos conceitos de funções (relações matemáticas), gráficos, proporção direta e inversa, a relação do inverso do quadrado e semelhança utilizando exemplos e apresentando alguns temas onde tais tópicos estão inseridos;
- Apresentar, mesmo que de forma superficial no momento, temas que mais tarde serão vistos e melhor explorados, tomando-se o devido cuidado para que não haja a criação de subsunçores que dificultem a aprendizagem e sim que a favoreçam mais tarde.

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

Dentre os objetivos específicos ligados aos conceitos matemáticos, cita-se:

- Levar o estudante a refletir sobre o que é medir, para que medir e como medir;
- Compreender a necessidade de padronização de unidades de medida;
- Usar as unidades do SI e do Sistema Inglês e respectivos fatores para conversão;
- Lidar com proporcionalidade, isto é, ver onde a proporção direta e inversa se encaixam e usar suas propriedades básicas;
- Reconhecer figuras semelhantes e identificar suas propriedades;
- Construir figuras trabalhando algumas noções iniciais de escala;
- Trabalhar funções, equações e gráficos extraindo informações e analisando-as;
- Construir gráficos de funções simples, utilizando-se de tabelas;
- Construir tabelas usando dados externos e funções dadas.

Dentre os objetivos específicos ligados aos conceitos físicos, pode-se destacar:

- O uso de unidades de medida em diferentes sistemas e suas conversões;
- Trabalhar com unidades físicas;
- Trabalhar o conceito de resistência elétrica, resistividade e Lei de Ohm;
- Trabalhar o conceito de dilatação térmica;
- Trabalhar o conceito de força elétrica e Lei de Coulomb;
- Fazer um comparativo entre as forças elétrica e gravitacional.

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Esta Lição está organizada em uma estrutura de três momentos pedagógicos distintos, que traduzem compromissos e intencionalidades pedagógicas que o professor precisa considerar e valorizar em seu trabalho em sala de aula. São eles:

1. Contextualização Inicial;
2. Construção do Conhecimento;
3. Síntese e Aplicação do Conhecimento.

A Contextualização Inicial é o momento em que se busca o sentido do conhecimento, momento em que são levantadas questões, cujas respostas constituirão o conhecimento apreendido. Aqui o importante é situar o estudante em uma postura de questionamento.

Na Construção do Conhecimento, o conhecimento científico é mobilizado na estrutura cognitiva do sujeito aprendiz visando ao equacionamento e à solução de problemas surgidos na fase Contextualização Inicial.

Na Síntese e Aplicação do Conhecimento, a dimensão operacional do conhecimento se explicita, abrindo espaço também para o surgimento de novos questionamentos.

ATIVIDADES

Ao longo da lição são citados vários exemplos e são propostas algumas atividades. O professor também possui a liberdade de incluir outras atividades como exercícios, práticas e vídeos.

A média de tempo para cada seção oscila entre 2 e 3 horas/aula dependendo do perfil da turma. Uma sugestão seria a seguinte (total de 21 horas/aula):

- Grandezas e unidades físicas: 6 horas/aula;
- Proporção Direta: 3 horas/aula;
- Variação com a segunda e terceira potências: 3 horas/aula;
- Equações – representação gráfica, leis de potência e funções: 6 horas/aula;
- A relação do inverso do quadrado: 3 horas/aula.

LEITURA COMPLEMENTAR

HAMBURGER, E. W. et al.. **Atração Fatal**. Telecurso Ensino Médio: Física. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.2, 2008, p.153.

HAMBURGER, E. W. et al.. **Hoje estou elétrico**. Telecurso Ensino Médio: Física. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.2, 2008, p.162.

HAMBURGER, E. W. et al.. **Me deixa passar, senão eu esquento**. Telecurso Ensino Médio: Física. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.1, 2008, p.192 a 208.

NOVAES, R.C.R. e SCARAMBONI, A. **Calculando a dilatação térmica**. Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Cálculo Técnico. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2009, p.19 a 24.

NOVAES, R.C.R. e SCARAMBONI, A. **Usando unidades de medida**. Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Cálculo Técnico. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2009, p.13 a 18.

PAULI, R. U. et al.. **Ferramentas matemáticas para o ensino da Física.** São Paulo: EPU, 1978.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 2. Espaço e sua medição**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 3. Funções e escalas**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

SECCO, A.R.; VIEIRA, E. e GORDO, N. **Medidas e conversões**. Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2009, p.19 a 24.

SECCO, A.R.; VIEIRA, E. e GORDO, N. **Metrologia**. Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2009, p.13 a 18.

SILVA, I. **História dos pesos e medidas.** São Carlos: EdUFSCAR, 2004.

WILMER, C. et al.. **Calculando áreas**. Telecurso Ensino Médio: Matemática. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.2, 2008.

WILMER, C. et al.. **O que é medir?**. Telecurso Ensino Fundamental: Matemática. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.1, 2008, p.77 a 83.

WILMER, C. et al.. **Usando padrões para medir**. Telecurso Ensino Fundamental: Matemática. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.1, 2008, p.90 a 99.

INMETRO. Site: http://www.inmetro.gov.br/ .Último acesso 05/01/2013.

VIDEOS

Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. DVD 1 – Aula 1: Metrologia.

Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. DVD 1 – Aula 2: Medidas e conversões.

Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Leitura e interpretação de desenho técnico-mecânico. DVD 3 – Aula 23: Escalas.

Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Cálculo Técnico. DVD 1 – Aula 2: Calculando a Dilatação Térmica.

ANEXO B – LIÇÃO 02: PLANEJAMENTO/ORIENTAÇÃO AO PROFESSOR

IDENTIFICAÇÃO			
Autores	**Título**	**Instituição**	**UF**
Cristiano Pereira da Silva	Escalas	IFB/UnB	DF

NÍVEL EDUCAÇÃO BÁSICA		
☐ Educação Infantil	☐ Ensino Fundamental	☒ Ensino Médio

Modalidade de Ensino

☒ Presencial ☒ Distância ☐ Misto

Série e/ou Contexto Indicados

☒ 1ª Série ☐ 2ª Série ☒ 3ª Série

☒ Ensino Técnico ☒ EJA ☒ Ampliação da jornada escolar

☐ Avaliação Institucional ☒ Formação continuada de professor ☐ Gestão Educacional

TECNOLOGIA EDUCACIONAL

- Postagens em Blogs;
- Utilização de um ambiente virtual de aprendizagem, no caso, o MOODLE;
- Internet;
- Apresentação de vídeos;
- Uso de ferramentas como régua, paquímetros, micrometro, objetos geométricos sólidos, calculadoras.

OBJETIVOS GERAIS

- Discutir os efeitos de escala, levando o estudante a avaliar questões do dia a dia;
- Apresentar e analisar as tecnologias atuais ligadas ao “nanomundo” (nanociência e nanotecnologia);

OBJETIVOS ESPECÍFICOS

- Comparar objetos de grandes escalas;
- Discutir questões ligadas ao “nanomundo”;
- Apresentar exemplos de aplicações da nanociência

ORIENTAÇÕES AO PROFESSOR

Esta Lição está organizada em uma estrutura de três momentos pedagógicos distintos, que traduzem compromissos e intencionalidades pedagógicas que o professor precisa considerar e valorizar em seu trabalho em sala de aula. São eles:

4. Contextualização Inicial;
5. Construção do Conhecimento;
6. Síntese e Aplicação do Conhecimento.

A Contextualização Inicial é o momento em que se busca o sentido do conhecimento, momento em que são levantadas questões, cujas respostas constituirão o conhecimento apreendido. Aqui o importante é situar o estudante em uma postura de questionamento.

Na Construção do Conhecimento, o conhecimento científico é mobilizado na estrutura cognitiva do sujeito aprendiz visando ao equacionamento e à solução de problemas surgidos na fase Contextualização Inicial.

Na Síntese e Aplicação do Conhecimento, a dimensão operacional do conhecimento se explicita, abrindo espaço também para o surgimento de novos questionamentos.

ATIVIDADES

Ao longo da lição são citados vários exemplos e são propostas algumas atividades. O professor também possui a liberdade de incluir outras atividades como exercícios, práticas e vídeos. A média de tempo para apresentação da lição está entre 2 e 3 horas/aula dependendo do perfil da turma. Para trabalhar melhor o conteúdo é interessante apresentar alguns vídeos, como por exemplo:

- Matéria de capa – nanotecnologia;
- Nanotecnologia: o que é isso?.

LEITURA COMPLEMENTAR

PAULI, R. U. et al.. **Ferramentas matemáticas para o ensino da Física.** São Paulo: EPU, 1978.

PSSC. **Parte I – O Universo: 2. Espaço e sua medição**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 3. Funções e escalas**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

SC HULZ, P. A. B. **A encruzilhada da nanotecnologia: inovação, tecnologia e riscos.** Rio de Janeiro: Vieira & Lent, 2009.

VALADARES, E. C. **Aplicações da física quântica: do transistor à nanotecnologia.** 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2005.

VÍDEOS

Matéria de capa – nanotecnologia: http://www.youtube.com/watch?v=myr_nMOFOiw

Nanotecnologia: o que é isso?: http://www.youtube.com/watch?v=qyBxazLk-2M

ANEXO C – COMPETÊNCIAS E HABILIDADES PROCURADAS AO TRABALHAR O CONTEÚDO DAS LIÇÕES

Competência: Representação e comunicação

Na área	Habilidades Gerais	Habilidades em Física	Habilidades em Matemática	Conteúdos das Lições
Símbolos, códigos e nomenclaturas de ciência e tecnologia.	Reconhecer e utilizar adequadamente, na forma oral e escrita, símbolos, códigos e nomenclatura da linguagem científica.	Reconhecer e saber utilizar corretamente símbolos, códigos e nomenclaturas de grandezas da Física; Conhecer as unidades e as relações entre as unidades de uma mesma grandeza física para fazer traduções entre elas e utilizá-las adequadamente.	Reconhecer e utilizar símbolos, códigos e nomenclaturas da linguagem matemática; Identificar, transformar e traduzir adequadamente valores e unidades básicas apresentados sob diferentes formas.	Grandezas e Unidades Físicas. Proporção Direta e Proporção Inversa. Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes. Representação Gráfica e Leis de Potência. A Relação do Inverso do Quadrado.
Articulação dos símbolos e códigos de ciência e tecnologia.	Ler, articular e interpretar símbolos e códigos em diferentes linguagens e representações: sentenças, equações, esquemas, diagramas, tabelas, gráficos e representações geométricas.	Ler e interpretar corretamente tabelas, gráficos, esquemas e diagramas apresentados em textos; Construir sentenças ou esquemas para a resolução de problemas; construir tabelas e transformá-las em gráfico; Compreender que tabelas, gráficos e expressões matemáticas podem ser diferentes formas de representação de uma mesma relação, com potencialidades e limitações próprias, para ser capaz de escolher e fazer uso da linguagem mais apropriada em cada situação, além de poder traduzir entre si os significados dessas várias linguagens.	Ler e interpretar dados ou informações apresentados em diferentes linguagens e representações, como tabelas, gráficos, esquemas, diagramas, árvores de possibilidades, fórmulas, equações ou representações geométricas. Traduzir uma situação dada em determinada linguagem para outra; por exemplo, transformar situações dadas em linguagem discursiva em esquemas, tabelas, gráficos, desenhos, fórmulas ou equações matemáticas e vice-versa, assim como transformar as linguagens mais específicas umas nas outras, como tabelas em gráficos ou equações. Selecionar diferentes formas para representar um dado ou conjunto de dados e informações, reconhecendo as vantagens e limites de cada uma delas.	Grandezas e Unidades Físicas. Proporção Direta e Proporção Inversa. Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes. Representação Gráfica e Leis de Potência. A Relação do Inverso do Quadrado.

Competência: Investigação e compreensão				
Na área	**Habilidades Gerais**	**Habilidades em Física**	**Habilidades em Matemática**	**Conteúdos das Lições**
Interações, relações e funções; invariantes e transformações.	Identificar fenômenos naturais ou grandezas em dado domínio do conhecimento científico, estabelecer relações; identificar regularidades, invariantes e transformações.	Reconhecer a relação entre diferentes grandezas, ou relações de causa-efeito, para ser capaz de estabelecer previsões. Identificar regularidades, associando fenômenos que ocorrem em situações semelhantes para utilizar as leis que expressam essas regularidades na análise e previsões de situações do dia-a-dia. Reconhecer a existência de invariantes que impõem condições sobre o que pode e o que não pode acontecer em processos naturais, para fazer uso desses invariantes na análise de situações cotidianas.	Identificar regularidades em situações semelhantes para estabelecer regras, algoritmos e propriedades. Reconhecer a existência de invariantes ou identidades que impõem as condições a serem utilizadas para analisar e resolver situações-problema. Identificar transformações entre grandezas ou figuras para relacionar variáveis e dados, fazer quantificações, previsões e identificar desvios. Perceber as relações e identidades entre diferentes formas de representação de um dado objeto, como as relações entre representações planas nos desenhos, mapas e telas de computador com os objetos que lhes deram origem. Reconhecer a conservação contida em toda igualdade, congruência ou equivalência para calcular, resolver ou provar novos fatos.	Grandezas e Unidades Físicas. Proporção Direta e Proporção Inversa. Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes. Representação Gráfica e Leis de Potência. A Relação do Inverso do Quadrado. Escalas.
Medida, quantificações, grandezas e escalas.	Selecionar e utilizar instrumentos de medição e de cálculo, representar dados e utilizar escalas, fazer estimativas, elaborar hipóteses e interpretar resultados.	Fazer uso de formas e instrumentos de medida apropriados para estabelecer comparações quantitativas. Compreender a necessidade de fazer uso de escalas apropriadas para ser capaz de construir gráficos ou representações.	Identificar e fazer uso de diferentes formas e instrumentos apropriados para efetuar medidas ou cálculos. Identificar diferentes formas de quantificar dados numéricos para decidir se a resolução de um problema requer cálculo exato, aproximado, probabilístico ou análise de médias. Compreender a necessidade e fazer uso apropriado de escalas.	Grandezas e Unidades Físicas. Proporção Direta e Proporção Inversa. Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes. Representação Gráfica e Leis de Potência. A Relação do Inverso do Quadrado. Escalas.

Relações entre conhecimentos disciplinares, interdisciplinares e interáreas.	Articular, integrar e sistematizar fenômenos e teorias dentro de uma ciência, entre as várias ciências e áreas de conhecimento.	Construir uma visão sistematizada dos diversos tipos de interação e das diferentes naturezas de fenômenos da física para poder fazer uso desse conhecimento de forma integrada e articulada. Identificar e compreender os diversos níveis de explicação física, microscópicos ou macroscópicos, utilizando-os apropriadamente na compreensão de fenômenos. Adquirir uma compreensão cósmica do Universo, das teorias relativas ao seu surgimento e sua evolução, assim como do surgimento da vida, de forma a poder situar a Terra, a vida e o ser humano em suas dimensões espaciais e temporais no Universo. Na utilização de um conceito ou unidade de grandeza, reconhecer ao mesmo tempo sua generalidade e o seu significado específico em cada ciência. Reconhecer, na análise de um mesmo fenômeno, as características de cada ciência, de maneira a adquirir uma visão mais articulada dos fenômenos.	Construir uma visão sistematizada das diferentes linguagens e campos de estudo da Matemática, estabelecendo conexões entre seus diferentes temas e conteúdos, para fazer uso do conhecimento de forma integrada e articulada. Compreender a Matemática como ciência autônoma, que investiga relações, formas e eventos e desenvolve maneiras próprias de descrever e interpretar o mundo. Adquirir uma compreensão do mundo da qual a Matemática é parte integrante, através dos problemas que ela consegue resolver e dos fenômenos que podem ser descritos por meio de seus modelos e representações. Reconhecer relações entre a Matemática e outras áreas do conhecimento, percebendo sua presença nos mais variados campos de estudo e da vida humana, seja nas demais ciências, como a Física, Química e Biologia, seja nas ciências humanas e sociais, como a Geografia ou a Economia, ou ainda nos mais diversos setores da sociedade, como na agricultura, na saúde, nos transportes e na moradia.	Grandezas e Unidades Físicas. Proporção Direta e Proporção Inversa. Variação com a segunda e terceira potências – Figuras Semelhantes. Representação Gráfica e Leis de Potência. A Relação do Inverso do Quadrado. Escalas.

Competência: Contextualização sociocultural				
Na área	**Habilidades Gerais**	**Habilidades em Física**	**Habilidades em Matemática**	**Conteúdos das Lições**
Ciência e tecnologia na história.	Compreender o conhecimento científico e o tecnológico como resultados de uma construção humana, inseridos em um processo histórico e social.	Compreender a construção do conhecimento físico como um processo histórico, em estreita relação com as condições sociais, políticas e econômicas de uma determinada época. Perceber o papel desempenhado pelo conhecimento físico no desenvolvimento da tecnologia e a complexa relação entre ciência e tecnologia ao longo da história.	Compreender a construção do conhecimento matemático como um processo histórico, em estreita relação com as condições sociais, políticas e econômicas de uma determinada época, de modo a permitir a aquisição de uma visão crítica da ciência em constante construção, sem dogmatismos ou certezas definitivas.	Grandezas e Unidades Físicas.
Ciência e tecnologia na cultura contemporânea	Compreender a ciência e a tecnologia como partes integrantes da cultura humana contemporânea.	Compreender a Física como parte integrante da cultura contemporânea, identificando sua presença em diferentes âmbitos e setores. Compreender formas pelas quais a Física e a tecnologia influenciam nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir.	Compreender a Matemática como parte integrante da cultura contemporânea, sendo capaz de identificar sua presença nas manifestações artísticas ou literárias, teatrais ou musicais, nas construções arquitetônicas ou na publicidade. Compreender formas pelas quais a Matemática influencia nossa interpretação do mundo atual, condicionando formas de pensar e interagir.	Escalas.

ANEXO D - PLANEJAMENTO DAS LIÇÕES COM BASE NA DINÂMICA BÁSICA DOS TRÊS MOMENTOS PEDAGÓGICOS (TMP)

1ª Lição de Física

Seção	Conteúdo	Objetivos	Metodologia	Previsão
Seção 1	Texto: Grandezas e unidades físicas Nesta seção são trabalhados conceitos como “o que é medir?”, padrões de medidas, a ideia de medição e conversões de unidades. Destaca-se o Sistema Internacional de Unidades (SI) e o Sistema Inglês e trabalha-se a conversão entre unidades por serem itens importantes para o dia a dia dos estudantes e dos futuros técnicos, além de estarem presentes ao longo de todo o curso profissionalizante em Eletromecânica.	• Levar o estudante a refletir sobre o que é medir, para que medir e como medir; • Compreender a necessidade de padronização de unidades de medida; • Usar as unidades do SI e do Sistema Inglês e respectivos fatores para conversão.	**1º. Encontro** 1. Apresentação de um vídeo com no máximo 15 min sobre Metrologia. Sugestão: Metrologia[13] do Telecurso 2000. 2. Distribuir uma impressão da primeira parte da lição (seção 01) para os estudantes e permitir-lhes a leitura e o manuseio do material por alguns minutos. 3. Apresentar e discutir os exemplos do início da lição e realizar as primeiras atividades. 4. Discutir as ideias advindas das atividades realizadas. 5. Após, apresentar os conceitos de Sistemas de Unidades Físicas, o Sistema SI e o Sistema Inglês. 6. Trabalhar as unidades de comprimento, área, volume e massa utilizando-se as tabelas de conversão. 7. Sugerir alguns exercícios diferentes dos que se encontram na lição, resolvendo-os. 8. Trabalhar as atividades inseridas na lição. 9. Finalizar os exercícios pedidos anteriormente e apresentar um segundo vídeo com no máximo 15 minutos sobre o tema Unidades de Medida. Sugestão: Medidas e conversões[14] do Telecurso 2000. 10. Após a exibição realizar uma discussão sobre os procedimentos vistos e a necessidade de cada um. **2º. Encontro** 1. Inicialmente, fazer uma revisão sobre as unidades do Sistema Internacional e do Sistema Inglês. 2. Apresentar os “fatores de conversão”. 3. Trabalhar os diversos exemplos apresentados no texto da lição. 4. Após apresentar os exemplos, realizar um bom número de exercícios. 5. Ao final, distribuir um texto com o tema Pesos e Medidas. Sugerir que os estudantes façam uma leitura e uma pequena resenha do texto.	6 aulas (dois encontros de 03 horas/aula cada)

13 Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. DVD 1 – Aula 1: Metrologia.
14 Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. DVD 1 – Aula 2: Medidas e conversões.

Seção 2	Texto: Proporção direta e Proporção inversa. Nesta seção é trabalhado o conceito de Proporcionalidade. Para ilustrar as ideias apresentadas ao longo do texto foram inseridos os conceitos de Resistência Elétrica e Lei de Ohm, resistores lineares, resistores não-lineares (ou não ôhmicos) e resistividade elétrica. Estes conceitos estarão presentes em outras disciplinas específicas mais adiante no curso e serão vistos com maior grau de detalhamento.	• Lidar com proporcionalidade, isto é, verificar onde a proporção direta e inversa se encaixam e usar suas propriedades básicas; • Trabalhar o conceito de resistência elétrica, resistividade e Lei de Ohm.	1. Distribuir aos estudantes a impressão da segunda parte da lição (seção 2) e iniciar os trabalhos discutindo os exemplos apresentados ao longo do texto. 2. Trabalhar as tabelas de dados e a montagem dos gráficos. 3. Como exemplo da ideia de proporcionalidade apresentar o tema A resistência elétrica e lei de Ohm. 4. Discutir os exemplos e realizar mais exercícios. 5. Ao final do encontro ceder aos estudantes uma série de pequenas resistências para que avaliem visualmente o código de cores de cada uma.	3 aulas (03 horas/aula)
Seção 3	Texto: Variação com a segunda e terceira potências: Figuras Semelhantes. Nesta seção é trabalhado o conceito de semelhança (Figuras Semelhantes) de forma simples objetivando-se a identificação de algumas propriedades das figuras analisadas e se discute a variação com a segunda e terceira potências trabalhando-se com áreas e volumes.	• Reconhecer figuras semelhantes e identificar suas propriedades; • Construir figuras trabalhando algumas noções iniciais de escala.	1. Distribuir aos estudantes a impressão da terceira parte da lição (seção 3) e iniciar os trabalhos discutindo os exemplos apresentado ao longo do texto. 2. Sempre que possível, fazer a ligação entre os temas vistos nas 1ª e 2ª partes da lição, ou seja, grandezas e proporção, e o tema visto neste momento. 3. Trabalhar os conceitos de perímetro, área e volume, sempre chamando a atenção para a proporcionalidade dos entes envolvidos e para o uso das unidades. 4. Realizar as atividades da lição em sala de aula. 5. Apresentar um vídeo sobre o tema Escalas. Sugestão: o vídeo Escalas [15], de aproximadamente 13 minutos do Telecurso 2000.	3 aulas (03 horas/aula)

[15] Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Leitura e interpretação de desenho técnico-mecânico. DVD 3 – Aula 23: Escalas.

Seção 4	Texto: Representação Gráfica e Leis de potência. Nesta seção são trabalhadas: a representação gráfica, as Leis de Potência e funções. É apresentado o conceito de dilatação térmica via um problema comum em mecânica: o encaixe forçado de peças.	• Trabalhar funções, equações e gráficos extraindo informações e analisando-as; • Construir gráficos de funções simples, utilizando-se de tabelas; • Construir tabelas usando dados externos e funções dadas; • Trabalhar o conceito de dilatação térmica.	**1º. Encontro** 1. Distribuir aos estudantes a impressão da quarta parte da lição. 2. Trabalhar os exemplos apresentados. 3. Se possível ir além do texto, apresentando o conteúdo de funções de 1º e 2º graus, dando-se ênfase inicial à montagem de tabelas e gráficos e por último às relações matemáticas. 4. Sugerir a realização das atividades propostas em sala de aula. **2º. Encontro** 1. Apresentar mais exemplos de funções de 1º e 2º graus, avaliando-se características importantes como o coeficiente angular da reta e as raízes da equação de 2º grau. 2. Apresentar um vídeo sobre o tema Dilatação Térmica. Sugestão: o vídeo Calculando a Dilatação Térmica[16] com duração aproximada de 14 minutos do Telecurso 2000. 3. Após a exibição discutir o problema do "encaixe forçado". 4. Apresentar as relações presentes no texto dando-se ênfase às variações e às unidades presentes. 5. Trabalhar alguns exemplos e exercícios variando-se os materiais das peças e dimensões.	6 aulas (dois encontros de 03 horas/aula cada)
Seção 5	Texto: A relação do inverso do quadrado. Nesta seção é apresentada a relação do inverso do quadrado mostrando questões ligadas a Luz e à Eletricidade e por último faz-se uma comparação entre as forças Elétrica e Gravitacional.	• Trabalhar o conceito de força elétrica e Lei de Coulomb; • Fazer um comparativo entre as forças elétrica e gravitacional.	1. Distribuir aos estudantes a impressão da quinta parte da lição e lhes ceder um tempo de 20 minutos para a leitura do primeiro tópico do texto (Optica – Trabalhando com a luz). 2. Finalizado o tempo de leitura, fazer uma análise de todas as relações apresentadas ao longo do texto e trabalhar os exemplos indicados. 3. Trabalhar os conceitos de Força elétrica e Força gravitacional com o intuito de exemplificar a relação do inverso do quadrado e ao final compará-las.	3 aulas (3 horas/aula)

[16] Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Cálculo Técnico. DVD 1 – Aula 2: Calculando a Dilatação Térmica.

2ª Lição de Física				
Seção	Conteúdo	Objetivos	Metodologia	Previsão
Seção 1	Texto: Escalas Para se projetar um objeto novo, grande, baseando-se em um pequeno, deve-se estar prevenido de que podem surgir novos efeitos, muito pequenos para serem detectados em nossa escala, e, ainda assim, se tornarem os fatores mais importantes a considerar. Não se pode apenas, às cegas, ampliar e reduzir em escala, geometricamente. Variando de escala à luz de raciocínio físico, pode-se, às vezes, prever as mudanças que ocorrerão. Pode-se desta maneira, empregar a mudança de escala no planejamento racional de um avião, por exemplo, e não chegar a um transporte a jato que pareça uma abelha – e o que é ainda pior – que não voe.	• Discutir os efeitos de escala, levando o estudante a avaliar questões do dia a dia; • Apresentar e analisar as tecnologias atuais ligadas ao “nanomundo” (nanociência e nanotecnologia).	1. O texto referente à esta lição deve ser entregue aos estudantes na semana anterior à sua aplicação. O objetivo desta ação é dar tempo aos estudantes para lerem e avaliarem o conteúdo do texto com tranquilidade. 2. Apresentar e discutir as ideias de Galileu quando à questão das escalas, seres grandes ou pequenos e o tópico “o muito grande”. 3. Após apresentar o tópico “o muito pequeno”. Para trabalhar melhor o conteúdo apresentar um ou dois vídeos sobre o tema Nanotecnologia. Sugestões: Matéria de capa – nanotecnologia (http://www.youtube.com/watch?v=myr_nMOFOiw) e Nanotecnologia: o que é isso? (http://www.youtube.com/watch?v=qyBxazLk-2M). 4. Finalizadas as apresentações, discutir as aplicações citadas no texto, relacionando-as aos vídeos e ao dia a dia dos estudantes.	3 aulas (3 horas/aula)

ANEXO D – LIÇÃO 01

1ª. LIÇÃO DE FÍSICA – GRANDEZAS E RELAÇÕES MATEMÁTICAS

1. GRANDEZAS E UNIDADES FÍSICAS

INTRODUÇÃO

Uma das principais funções da Física é o estudo das propriedades "físicas" dos corpos. Este estudo pode ser feito de maneira qualitativa ou quantitativa. O estudo qualitativo limita-se a constatação da existência de determinada propriedade ou fenômeno, enquanto o estudo quantitativo procura associar números a essa propriedade ou ao fenômeno.

Exemplo 1. Pode-se constatar que um imã atrai um objeto metálico, este é um estudo qualitativo. Por outro lado, podemos associar um número a esta constatação, medindo a intensidade da força com que o imã atrai o objeto metálico, teremos então uma constatação quantitativa.

Uma propriedade física à qual se pode associar um valor numérico, mediante um processo bem definido, recebe o nome de **grandeza física**. Este processo, pelo qual se associa um número à grandeza física recebe o nome de **medição**.

Temos as **grandezas escalares**, definidas com a utilização de um valor numérico seguido de uma unidade de medida (ex: temperatura, tempo e massa), e as **grandezas vetoriais**, que apresentam características geométricas, necessitando não só de um valor numérico seguido de uma unidade, mas também de uma direção (ex: norte-sul, leste-oeste) e de um sentido (ex: de norte para sul, de oeste para leste).

É muito importante ter em mente que o **processo de medição** é uma comparação entre duas grandezas físicas da mesma espécie. Uma delas é tomada como **padrão de comparação** e no processo de medição verifica-se quantas vezes este padrão está contido na grandeza que queremos medir. A grandeza tomada como padrão de comparação recebe o nome de **unidade física**.

Exemplo 2. Quando colocamos um objeto numa balança, para medir a sua massa, estamos verificando quantas vezes uma dada unidade de massa (grama, quilograma, tonelada) está contida na massa do objeto.

Pode-se citar como exemplos de grandezas físicas: o comprimento, a massa, a velocidade, a pressão, a frequência, a temperatura, a intensidade de corrente elétrica, etc.

Ao longo desta lição veremos com mais detalhes o que foi dito aqui. É um assunto muito importante e será utilizado em muitos outros momentos, seja em nossos estudos, seja em nosso dia a dia.

1.1. MAS... O QUE É MEDIR?

Digamos que você queira pendurar uma cortina na janela de seu quarto.
E é preciso encomendar uma haste de madeira para pendurar esta cortina.
O que é preciso fazer para comprar a haste do tamanho certinho?

Bom... Seria necessário medir a largura do vão que a cortina irá ocupar. Mas como fazê-lo?

De muitas maneiras. A mais prática talvez seja medir o vão da cortina com o palmo da mão. Uma vez verificados o total de palmos, digamos 8 (Figura 1), basta ir à loja e medirmos a haste também com o palmo, repetindo-o 8 vezes.

Figura 1. Vão da janela do quarto em que se deseja colocar uma cortina.

Podemos também medir o vão com um pedaço de barbante, dando um nó no(s) ponto(s) certo(s). Levamos o barbante para a loja e medimos a haste pelo(s) nó(s).

E podemos ainda, medir essa largura com outros instrumentos, como a fita métrica e a trena. E neste caso, será que a ideia envolvida no uso da fita e da trena é a mesma que no uso do palmo?

É a mesma sim! Ou seja, contar quantos palmos cabem no vão da cortina é o mesmo que contar quantos centímetros cabem naquele vão.

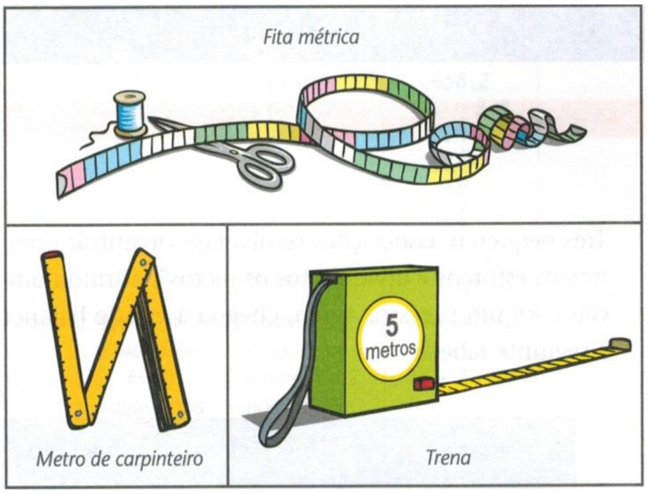


Figura 2. Alguns instrumentos para medir.

A diferença é que, na fita métrica ou na trena (Figura 2), existe uma unidade de medida (o metro) válida para qualquer pessoa que a use, ao passo que, usando o palmo como medida corre-se o risco de obter medidas diferentes, já que o tamanho da mão varia de pessoa para pessoa.

Quando medimos alguma característica de um objeto como a largura, o comprimento ou o peso, a chamamos de grandeza.

Para medir uma grandeza, no caso, a largura do vão, devemos escolher o instrumento adequado. Aquele que nos dará a medida na unidade própria para aquela grandeza, isto é, numa unidade da mesma espécie que a grandeza. Em nosso exemplo, devemos medir o vão com uma trena ou fita métrica, que nos darão a medida em centímetros, metros, polegadas, etc., ou seja, em unidades de comprimento. Não poderíamos, é claro, medir o vão em litros ou em quilogramas, que são unidades de volume e de peso.

Assim, podemos concluir que:

MEDIR É COMPARAR GRANDEZAS DE MESMA ESPÉCIE.

ou

MEDIR UMA GRANDEZA É CONTAR QUANTAS VEZES CABE DENTRO DELA UMA CERTA UNIDADE DE MEDIDA QUE É TOMADA POR PADRÃO.

Exemplo 3. Suponhamos que, ao medir o vão da cortina, tenhamos obtido 1,83 m (1 metro e 83 centímetros) de comprimento. Para comprar a haste, diremos ao vendedor que queremos uma haste de 1,83 m de comprimento.

Em nosso exemplo:

- A grandeza é o comprimento (largura do vão);
- A unidade de medida adotada foi o metro (unidade padrão – SI)
- A medida é o valor expresso nessa unidade (1,83 m).

É importante observar que para medir algo de modo a que todos possam entender e aceitar, é preciso adotar um padrão, ou seja, uma unidade de medida. Há vários instrumentos para medir comprimentos, mas todos adotam um padrão.

ATIVIDADES 1

1. Voltando ao exemplo da haste para a cortina.
    a. Imagine que você medisse o vão da cortina com seu palmo e fizesse a encomenda por telefone, dizendo ao vendedor quantos palmos a haste deveria ter. Poderia estar seguro de recebê-la no tamanho certo?
    b. Se o vendedor tivesse a mão maior do que a sua, a haste que ele mediria seria maior ou menor que a encomenda?
2. Medir tem um pouco de contar? (cite exemplos de algo que você saiba medir) O que você "conta" quando mede?

1.2. USANDO PADRÕES PARA MEDIR

Há muitas situações do nosso dia a dia nas quais precisamos medir alguma coisa, como a distância entre duas estações de trem, a distância entre as mudas numa plantação de alface, saber se um móvel novo cabe naquele espaço livre da casa, quantas placas de grama são necessárias para cobrir um terreno, comparar o tamanho de dois estados brasileiros, saber se engordamos, medir a dose de um remédio líquido, medir o consumo de água em sua casa, quanto tempo você leva para caminhar de casa para o trabalho, etc., o importante é lembrar-se de usar o padrão correto para cada medida.

1.2.1. Sistemas de Unidades Físicas

Podemos medir uma dada grandeza física utilizando diversas unidades. Por exemplo, o comprimento pode ser medido em centímetros, metros, quilômetros, polegadas, pés, milhas, etc. Se quisermos criar um padrão para medir as grandezas físicas, devemos fixar (isto é, escolher) a unidade a ser usada para a medição de cada grandeza. Escolhendo um conjunto de unidades físicas para a medição das grandezas, estaremos estabelecendo um **sistema de unidades físicas**.

1.2.2. O Sistema Internacional de Unidades

É muito importante utilizar um conjunto consistente de unidades. Em 1960, um comitê internacional estabeleceu um conjunto de padrões para a comunidade científica chamado de SI (Sistema Internacional). São sete as quantidades básicas no sistema SI: o comprimento, a massa, o tempo, a corrente elétrica, a temperatura termodinâmica, a quantidade de matéria e a intensidade luminosa, e cada uma dessas quantidades têm sua unidade básica. Por exemplo, a unidade SI básica para o tempo é o *segundo*, a unidade básica para o comprimento é o metro e a unidade básica para a massa é o quilograma, as demais unidades são apresentadas na Tabela 1.

Tabela 1. Unidades de base do Sistema Internacional.

Grandeza	**Unidades SI de Base**	
	Nome	**Símbolo**
Comprimento	metro	m
Massa	quilograma	kg
Tempo	segundo	s
Corrente Elétrica	ampére	A
Temperatura Termodinâmica	kelvin	K
Quantidade de Matéria	mol	mol
Intensidade Luminosa	candela	cd

1.2.3. O Sistema Inglês

O Sistema Inglês tem como padrão a jarda. Termo que vem da palavra inglesa *Yard*, e significa “vara”, em referência ao uso de varas nas medições. Esse padrão foi criado por alfaiates ingleses.

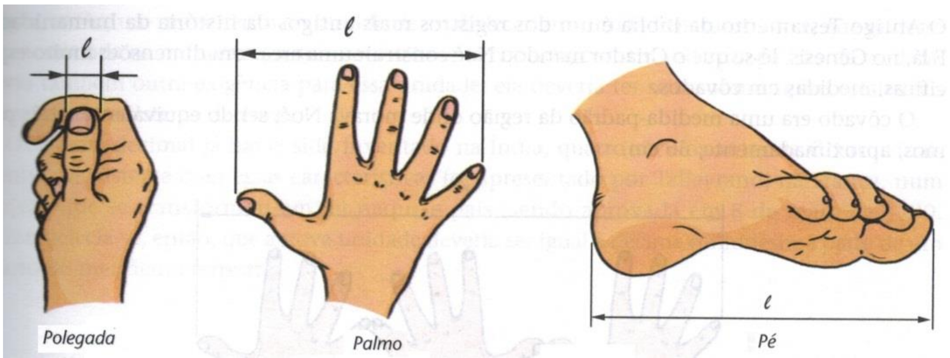


Figura 3a. Exemplos de unidades no antigo Sistema Inglês: a polegada, o palmo e o pé.

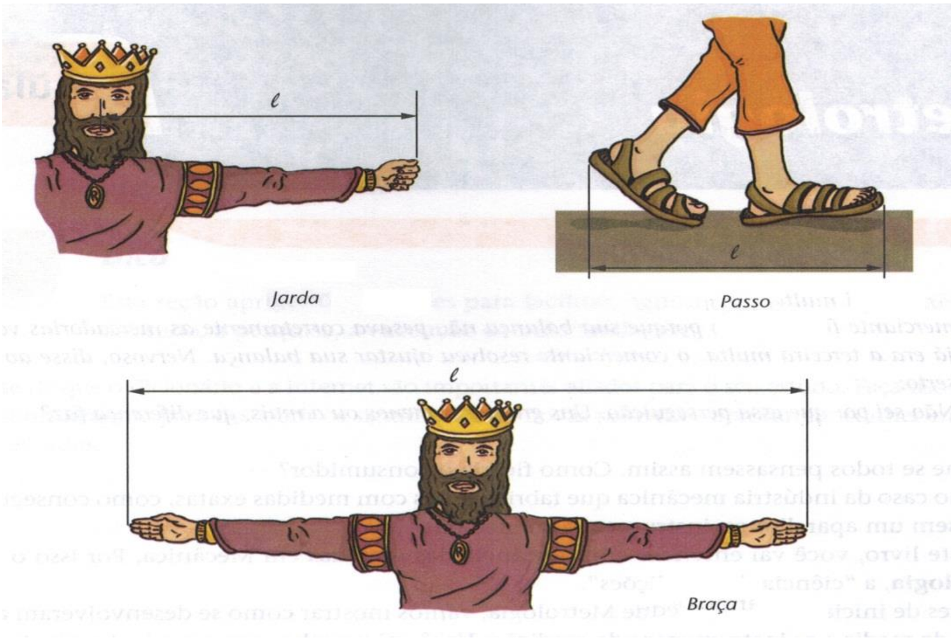


Figura 3b. Exemplos de unidades no antigo Sistema Inglês: a jarda, o passo e o braço.

No século XII, em consequência da sua grande utilização, esse padrão foi oficializado pelo rei Henrique I. A jarda foi definida, àquela época, como a distância entre a ponta do nariz do rei e a de seu polegar, com o braço esticado. Foram construídas e distribuídas barras metálicas para facilitar as medições. Apesar de várias tentativas de uniformização da jarda na vida prática, não se conseguiu evitar que o padrão sofresse modificações ao longo dos anos.

As relações existentes entre a jarda, o pé e a polegada também foram instituídas por leis, nas quais os reis da Inglaterra fixaram que:

- 1 pé = 12 polegadas
- 1 jarda = 3 pés
- 1 milha terrestre = 1760 jardas

O Sistema Inglês difere totalmente do sistema SI, que passou a ser o mais usado em todo o mundo. Em 1959, a jarda foi definida em função do metro, valendo 0,91440 m. As divisões da jarda passaram a ter seus valores expressos no sistema SI:

- 1 jarda (1 yd) = 0,91440 m
- 1 pé (1 ft) = 304,8 mm
- 1 polegada (1 inch) = 25,4 mm

1.2.4. Sistemas coerentes

Todos os sistemas de unidades utilizados atualmente são sistemas coerentes. Para formar um sistema coerente, escolhemos (arbitrariamente) um pequeno número de unidades que são consideradas fundamentais e todas as demais unidades passam a ser definidas a partir das unidades fundamentais, mediante expressões que traduzem analiticamente leis físicas.

Exemplo 4. Na maioria dos sistemas, o comprimento e o tempo são grandezas fundamentais, ou seja, a unidade de comprimento e a unidade de tempo são unidades fundamentais. Ora, observemos a **velocidade** que é o quociente de um comprimento (distância percorrida) por um intervalo de tempo, sua unidade será definida a partir das unidades de comprimento e de tempo, e desta forma, sendo a unidade de comprimento o metro (m) e a unidade de tempo o segundo (s), por exemplo, a unidade de velocidade será o metro por segundo (m/s), que é o quociente da unidade de comprimento pela unidade de tempo.

1.3. FAZENDO MEDIÇÕES

1.3.1. Medindo Comprimentos

Há muito tempo, o homem media pequenos objetos usando a polegada. Ainda hoje, principalmente em alguns setores da indústria, a polegada é utilizada. Para medir objetos maiores, já se usaram o palmo, o braço, o pé, etc.

Para medir comprimento existem vários instrumentos. Temos a trena, a fita métrica e muitos outros.

Como unidade base no SI para o comprimento tem-se o metro (m), no entanto, existem situações em que essa unidade deixa de ser prática, como por exemplo, para se medir grandes extensões ela pode ser pequena ou para se medir extensões muito pequenas ela pode ser muito grande.

A tabela 2 apresenta os múltiplos e submúltiplos do metro (m), sendo muito útil para visualizar as possíveis conversões entre as unidades de comprimento no SI.

Tabela 2. Múltiplos e submúltiplos do metro

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
quilometro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
1000 m	100 m	10 m	1 m	0,1 m	0,01 m	0,001 m
10^3 m	10^2 m	10^1 m	1 m	10^{-1} m	10^{-2} m	10^{-3} m

ATIVIDADES 2

Na Figura 4 temos a planta de uma casa. Quanto o dono desta casa vai gastar de rodapé? Considere que o vão de cada porta tem 80 cm de comprimento.

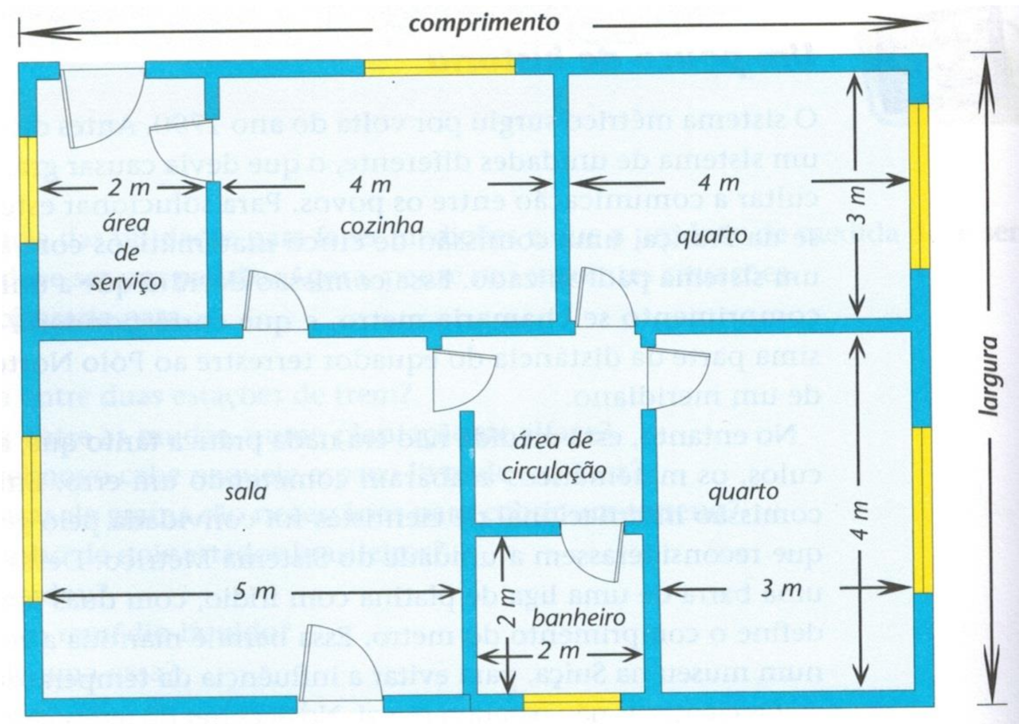


Figura 4. Planta de uma casa.

1.3.2. Medindo Áreas

Quando medimos uma área, queremos saber o espaço que uma superfície ocupa. Para isso, temos unidades de medida específicas. Acompanhe o exemplo seguinte.

Exemplo 5. Imagine que você tenha dois terrenos (Figura 5) e queira cercá-los para depois efetuar um plantio. Será preciso medir o comprimento dos lados dos terrenos e após verificar quanto espaço há disponível para o plantio.

Primeiramente, vamos medir o comprimento total do terreno, o **perímetro**:

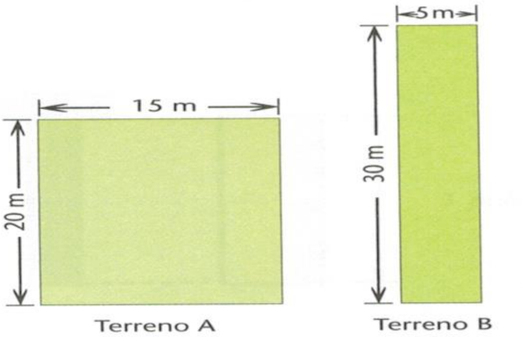


Figura 5. Terrenos A e B.

Perímetro do terreno A:

$$20\text{ m} + 15\text{ m} + 20\text{ m} + 15\text{ m} = 70\text{ m}$$

Perímetro do terreno B:

$$30\text{ m} + 5\text{ m} + 30\text{ m} + 5\text{ m} = 70\text{ m}$$

Ou seja, precisamos de 70 m de cerca para os dois terrenos.

Agora, para verificarmos o espaço disponível para o plantio, devemos medir a área dos terrenos (Figura 6):

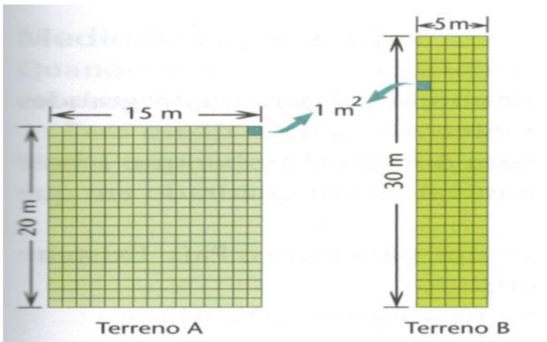


Figura 6. Divisão dos terrenos A e B para cálculo da área.

Área do terreno A:

$$20\text{ m} \times 15\text{ m} = 300\text{ m}^2$$

Área do terreno B:

$$30\text{ m} \times 15\text{ m} = 150\text{ m}^2$$

Observe que embora necessitemos de uma mesma quantidade de cerca, o terreno A é mais espaçoso que o terreno B, possuindo maior área para o plantio.

As unidades mais utilizadas para medir áreas são o metro quadrado (m^2) e o quilômetro quadrado (km^2) no SI.

A tabela 3 apresenta os múltiplos e submúltiplos do metro quadrado (m^2), sendo muito útil para visualizar as possíveis conversões entre as unidades de área do SI.

Tabela 3 Unidades de área - múltiplos e submúltiplos.

km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
quilometro quadrado	hectômetro quadrado	decâmetro quadrado	metro quadrado	decímetro quadrado	centímetro quadrado	milímetro quadrado
1000000 m^2	10000 m^2	100 m^2	1 m^2	0,01 m^2	0,0001 m^2	0,000001 m^2
10^6 m^2	10^4 m^2	10^2 m^2	1 m^2	10^{-2} m^2	10^{-4} m^2	10^{-6} m^2

Para medir grandes áreas, é mais utilizado o quilômetro quadrado, como, por exemplo, a área dos estados brasileiros (Figura 7).

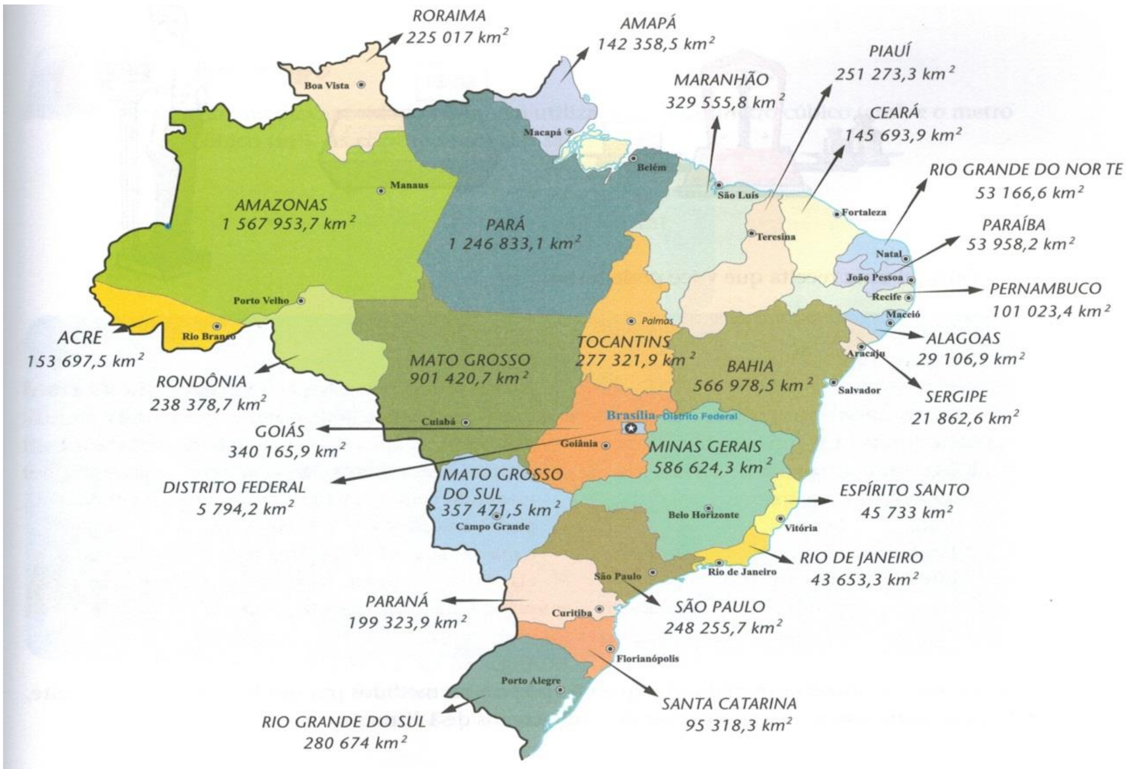


Figura 7. A área dos estados brasileiros.

Existem outras unidades muito utilizadas no Brasil para medir grandes extensões de terra, como o hectare (ha) e o alqueire.

Um hectare é um quadrado cujos lados medem 100 m. Observe que 1 ha é menor que 1 km^2 (quilômetro quadrado), que equivale a um quadrado em que cada lado mede 1 000 m.

Já o alqueire não é uma unidade de medida uniforme para todo o país. Existem:

- O alqueire paulista, com 24200 m^2;
- O alqueire mineiro, com 48400 m^2 (o dobro do paulista), e;
- O alqueire do Norte, com 27225 m^2.

1.3.3. Medindo Massas

Para avaliarmos o "peso" de um objeto ou a quantidade de cada ingrediente de um bolo, usamos as unidades de medida de massa. As mais utilizadas são o grama (g) e o quilograma (kg) do SI.

As balanças (Figura 8) estão entre os instrumentos de medida de massa mais conhecidos. Temos a balança de dois pratos, a balança digital (usada em supermercados), a balança médica (usada em consultórios, postos de saúde e hospitais), a balança analítica (usada em laboratórios) e diversas outras.

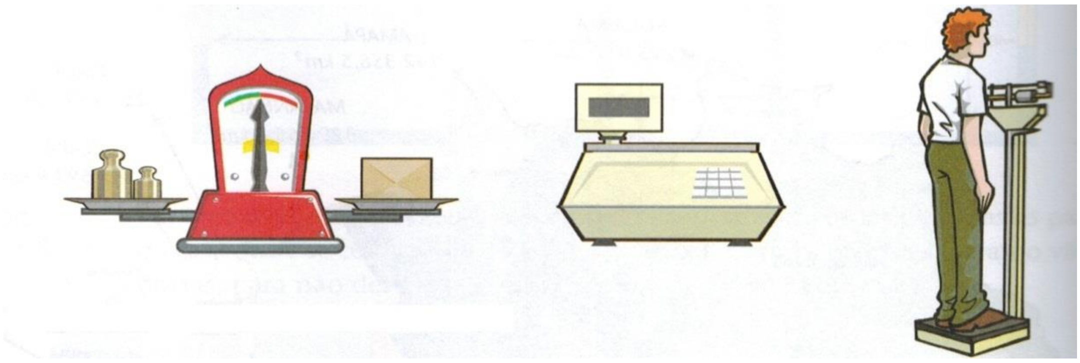


Figura 8. Alguns tipos de balança.

A tabela 4 apresenta os múltiplos e submúltiplos do grama (g), sendo muito útil para visualizar as possíveis conversões entre as unidades do SI.

Tabela 4. Múltiplos e submúltiplos do grama

kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
quilograma	hectograma	decagrama	grama	decigrama	centigrama	miligrama
1000 g	100 g	10 g	1 g	0,1 g	0,01 g	0,001 g
10^3 g	10^2 g	10^1 g	1 g	10^{-1} g	10^{-2} g	10^{-3} g

1.3.4. Medindo Capacidades (Volumes)

Quando medimos a capacidade de uma caixa d'água, de uma cisterna ou de um reservatório de combustível, estamos medindo o seu volume. No SI, a unidade padrão para trabalhar volumes é o metro cúbico (m^3), no entanto, utilizamos muito a unidade litro (l).

A tabela 5 apresenta os múltiplos e submúltiplos do metro cúbico (m^3), sendo muito útil para visualizar as possíveis conversões entre as unidades de volume do SI.

Tabela 5 Unidades de volume - múltiplos e submúltiplos.

km^3	hm^3	dam^3	m^3	dm^3	cm^3	mm^3
quilometro cúbico	hectômetro cúbico	decâmetro cúbico	metro cúbico	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
1000000000 m^3	1000000 m^3	1000 m^3	1 m^3	0,001 m^3	0,000001 m^3	0,000000001 m^3
10^9 m^3	10^6 m^3	10^3 m^3	1 m^3	10^{-3} m^3	10^{-6} m^3	10^{-9} m^3

As correspondências entre as unidades litro (l) e metro cúbico (m^3), bem como, mililitro e centímetro cúbico (cm^3) são:

1000 l = 1 m^3

1 l = 1000 cm^3

1 ml = 1 cm^3

1.3.5. Medindo o tempo

Medir o tempo também é de grande importância. Usamos várias unidades para medi-lo. No SI, a unidade padrão é o segundo (s).

A tabela 6 apresenta algumas unidades que usamos para medir o tempo, sendo muito útil para visualizar as possíveis conversões entre as unidades.

Tabela 6 Unidades de tempo.

Unidade	**Símbolo**	**"Valor"**
Segundo	s	Unidade do SI
Minuto	min	1 min = 60 s
Hora	h	1 h = 60 min = 3600 s
Dia	d	1 dia = 24 h
Semana		1 semana = 7 dias
Quinzena		1 quinzena = 15 dias
Mês		1 mês = 30 dias
Bimestre		1 bimestre = 2 meses
Trimestre		1 trimestre = 3 meses
Semestre		1 semestre = 6 meses
Ano		1 ano = 12 meses
Década		1 década = 10 anos
Século		1 século = 100 anos

1.3.6. Fazendo a leitura de medidas em polegadas

A polegada, unidade base do Sistema Inglês ainda é muito usada, principalmente nos conjuntos mecânicos fabricados em países como os Estados Unidos e a Inglaterra. Embora a unificação dos mercados econômicos da Europa, da América e da Ásia tenha obrigado os países a adotarem como norma o Sistema Métrico Decimal (SI), essa adaptação está sendo feita por etapas. Um exemplo disso são as máquinas de comando numérico computadorizado, ou *Computer Numerical Control* (CNC), que vêm sendo fabricadas com os dois sistemas de medida. Isso permite que o operador escolha o sistema que seja compatível com aquele utilizado em sua empresa.

Por essa razão, mesmo que o sistema adotado no Brasil seja o Sistema Métrico Decimal (SI), é necessário conhecer a polegada e aprender a fazer as conversões para o nosso sistema.

A polegada, que pode ser fracionária ou decimal, é uma unidade de medida que corresponde a 25,4 mm e em sua representação sempre encontraremos o símbolo (").

A polegada divide-se em frações ordinárias de denominadores iguais a 2, 4, 8, 16, 32, 64 e 128 (polegadas fracionárias). Temos, portanto, as seguintes divisões:

- $\frac{1"}{2}$ = meia polegada
- $\frac{1"}{4}$ = um quarto de polegada
- $\frac{1"}{8}$ = um oitavo de polegada
- $\frac{1"}{16}$ = um dezesseis avos de polegada
- $\frac{1"}{32}$ = um trinta e dois avos de polegada
- $\frac{1"}{64}$ = um sessenta e quatro avos de polegada
- $\frac{1"}{128}$ = um cento e vinte e oito avos de polegada

Os numeradores das frações devem ser números ímpares:

$$\frac{1"}{2}, \frac{3"}{4}, \frac{5"}{8}, \frac{15"}{16} \ldots$$

Quando o numerador for par, deve-se proceder à simplificação da fração:

$$\frac{6" : 2}{8 : 2} = \frac{3"}{4}$$

$$\frac{8" : 8}{64 : 8} = \frac{1"}{8}$$

A divisão da polegada em submúltiplos de $\frac{1"}{2}, \frac{1"}{4}, \frac{1"}{8} \cdots \frac{1"}{128}$ dificulta bastante os cálculos na indústria. Por essa razão, criou-se a divisão decimal da polegada (polegadas decimais). Ela aparece em desenhos e aparelhos de medição, como o paquímetro e o micrômetro, e permite medidas menores do que a menor divisão da polegada fracionária ($\frac{1"}{128}$). Na prática, a polegada subdivide-se em milésimo e décimos de milésimo. Vejamos alguns exemplos:

- $\frac{1"}{2}$ = .5" ou 5 décimos de polegada;
- $\frac{1"}{4}$ = .25" ou 25 centésimos de polegada;
- $\frac{1"}{8}$ = .125" ou 125 milésimos de polegada;
- 1.003" = 1 polegada e 3 milésimos
- 1.1247" = 1 polegada e 1247 décimos de milésimos
- .725" = 725 milésimos de polegada

É importante lembrar que no Sistema Inglês, o ponto indica separação de decimais.

Nas medições em que se requer maior exatidão, utiliza-se a divisão de milionésimos de polegada, também chamada de micropolegada. Em inglês, *micro inch*, representado por ***µ inch***:

.000001" = 1 µ inch

1.4. CONVERSÃO DE UNIDADES

Como em nosso dia a dia usamos diferentes sistemas de unidades, é importante saber como converter de uma unidade para outra. Quando quantidades físicas são somadas, subtraídas, multiplicadas ou divididas em uma equação/expressão algébrica, a unidade pode ser tratada como qualquer outra quantidade algébrica.

1.4.1. Fatores de Conversão

Suponha que você queira encontrar a distância percorrida em 3 horas (h) por um carro que se move à velocidade constante de 80 quilômetros por hora (km/h). A distância (d) é o produto da rapidez (v) pelo tempo (t):

$$d = v \times t = \frac{80\ km}{\cancel{h}} \times 3\cancel{h} = 240\ km$$

Cancelamos a unidade de tempo, as horas, assim como faríamos com qualquer outra quantidade algébrica, para obter a distância na unidade apropriada de comprimento, o quilômetro. Este modo de tratar unidades torna fácil a conversão de uma unidade de distância para outra. Agora, suponha que queiramos converter as unidades de nosso resultado de quilômetros (km) para milhas (mi). Primeiro, precisamos encontrar a relação entre quilômetros e milhas, no caso, 1 mi = 1,609 km. Então, dividimos cada lado desta igualdade por 1,609 para obter

$$\frac{1\ mi}{1{,}609\ km} = 1$$

Esta razão é chamada **fator de conversão**. Ela representa a quantidade expressa em alguma unidade, ou unidades, dividida pelo equivalente expresso em alguma outra unidade, ou unidades. Como qualquer quantidade pode ser multiplicada por 1 sem alterar seu valor, podemos multiplicar a quantidade original pelo fator de conversão para converter as unidades:

$$240\ km = 240\ \cancel{km}\ x\ \left(\frac{1\ mi}{1{,}609\ \cancel{km}}\right) = 149\ mi$$

Observe que escrevendo explicitamente as unidades e cancelando-as quando possível, você não precisa se questionar se deve multiplicar ou dividir por 1,609 para mudar de quilômetros para milhas, porque as unidades lhe dizem se você escolheu o fator correto ou o incorreto.

1.4.2. Convertendo unidades de medida dentro do SI

Vejamos alguns exemplos. Lembrando que usaremos os fatores de conversão sempre que possível para que o entendimento e aplicação destes sejam amplos.

Exemplo 6. Comprimento - Façamos as seguintes conversões:

a) 1,15 m para cm
b) 11,4 hm para dm
c) 17,5 m para km
d) 22,7 dm para mm

Solução

a) $1{,}15\ m = 1{,}15\ \cancel{m} \times \left(\frac{100\ cm}{1\ \cancel{m}}\right) = 115\ cm$

b) $11{,}4\ hm = 11{,}4\ \cancel{hm} \times \left(\frac{1000\ dm}{1\ \cancel{hm}}\right) = 11400\ dm$

c) $17{,}5\ m = 1{,}15\ \cancel{m} \times \left(\frac{1\ km}{1\ 000\ \cancel{m}}\right) = 0{,}0175\ km$

d) $22{,}7\ dm = 22{,}7\ \cancel{dm} \times \left(\frac{100\ mm}{1\ \cancel{dm}}\right) = 2270\ mm$

Tabela 7 Conversão de unidades SI para comprimento

km	hm	dam	m	dm	cm	mm
quilometro	hectômetro	decâmetro	metro	decímetro	centímetro	milímetro
			1	1	5,	
1	1	4	0	0,		
0,	0	1	7	5		
			2	2	7	0,

Exemplo 7. Área - Façamos as seguintes conversões:

a) 1,25 m^2 para cm^2

b) 13,4 hm^2 para dm^2

c) 10,5 m^2 para km^2

d) 24,7 dm^2 para mm^2

Solução

e) $1{,}25\ m^2 = 1{,}25\ \cancel{m^2} \times \left(\frac{10000\ cm^2}{1\ \cancel{m^2}}\right) = 12500\ cm^2$

f) $13{,}4\ hm^2 = 13{,}4\ \cancel{hm^2} \times \left(\frac{1000000\ dm^2}{1\ \cancel{hm^2}}\right) = 13400000\ dm^2$

g) $10{,}5\ m^2 = 10{,}5\ \cancel{m^2} \times \left(\frac{1\ km^2}{1000000\ \cancel{m^2}}\right) = 0{,}0000105\ km^2$

h) $24{,}7\ dm^2 = 24{,}7\ \cancel{dm^2} \times \left(\frac{10000\ mm^2}{1\ \cancel{dm^2}}\right) = 247000\ mm^2$

Tabela 8 Conversão de unidades SI para área

km^2		hm^2		dam^2		m^2		dm^2		cm^2		mm^2	
quilometro quadrado		hectômetro quadrado		decâmetro quadrado		metro quadrado		decímetro quadrado		centímetro quadrado		milímetro quadrado	
							1	2	5	0	0,		
		1	3	4	0	0	0	0	0,				
	0,	0	0	0	0	1	0	5					
								2	4	7	0	0	0,

Exemplo 8. Volume - Façamos as seguintes conversões:

a) 1,13 m^3 para cm^3

b) 13,47 hm^3 para dm^3

c) 16,52 m^3 para km^3

d) 21,71 dm^3 para mm^3

Solução

a) $1{,}13\ m^3 = 1{,}13\ \cancel{m^2} \times \left(\frac{1000000\ cm^3}{1\ \cancel{m^3}}\right) = 11300\ cm^3$

b) $13{,}47\ hm^3 = 13{,}47\ \cancel{hm^3} \times \left(\frac{1000000\ dm^3}{1\ \cancel{hm^3}}\right) = 13470000\ dm^3$

c) $16{,}52\ m^3 = 16{,}52\ \cancel{m^3} \times \left(\frac{1\ km^3}{1000000000\ \cancel{m^3}}\right) = 0{,}00000001652\ km^3$

d) $21{,}71\ dm^3 = 21{,}71\ \cancel{dm^3} \times \left(\frac{1000000\ mm^3}{1\ \cancel{dm^3}}\right) = 217100\ mm^3$

Tabela 9 Conversão de unidades SI para volume

km^3			hm^3			dam^3			m^3			dm^3			cm^3			mm^3		
quilometro cúbico			hectômetro cúbico			decâmetro cúbico			metro cúbico			decímetro cúbico			centímetro cúbico			milímetro cúbico		
											1	1	3	0	0	0	0,			
				1	3	4	7	0	0	0	0	0	0	0,						
		0,	0	0	0	0	0	0	0	1	6	5	2							
													2	1	7	1	0	0	0	0,

1.4.3. Convertendo unidades de medida entre diferentes sistemas

Vejamos mais alguns exemplos.

Exemplo 9. ***Transformando polegadas fracionárias em milímetro***. Você tem em casa uma furadeira e um conjunto de brocas medidas em milímetros. Para instalar a secadora de roupas de sua mãe, é necessário fazer um furo na parede de $\frac{5"}{16}$. Qual a medida da broca que você precisa para fazer o furo?

Solução

$$\frac{5"}{16} = \frac{5"}{16}\ x \left(\frac{25{,}4\ mm}{1"}\right) = \frac{127}{16}\ mm = 7{,}937 \text{ mm}$$

Portanto, $\frac{5"}{16}$ corresponde a 7,937 mm. Como o seu conjunto de brocas, certamente, não possui uma broca com essa medida, você deverá usar aquela cuja medida mais se aproxime desse resultado, ou seja, 8 mm.

Exemplo 10. ***Transformando polegadas fracionárias em milímetro***. Um material cilíndrico com diâmetro de $\frac{3"}{8}$ precisa ser torneado para ficar com 8 mm de diâmetro. Quantos milímetros deverão ser torneados?

Solução

$$\frac{3"}{8} = \frac{3"}{8}\ x \left(\frac{25{,}4\ mm}{1"}\right) = \frac{76{,}2}{8}\ mm = 9{,}525 \text{ mm}$$

Portanto, $\frac{3"}{8}$ corresponde a 9,525 mm. Como o diâmetro pedido é 8 mm, é necessário fazer a subtração para saber quanto do material deverá ser desbastado:

$$9{,}525\ mm - 8\ mm = 1{,}525\ mm$$

Portanto, deverão ser torneados 1,525 mm, no diâmetro.

Exemplo 11. ***Transformando milímetros em polegadas fracionárias***. Façamos a transformação de 12,7 mm em polegada fracionária.

Solução

$$12{,}7\ mm = 12{,}7\ \cancel{mm}\ x\ \left(\frac{1"}{25{,}4\ \cancel{mm}}\right) x \left(\frac{128}{1"}\right) x \left(\frac{1"}{128}\right) = \frac{64"}{128} = \frac{32"}{64} = \cdots = \frac{1"}{2}$$

Portanto, 12,7 mm corresponde a $\frac{1"}{2}$.

Exemplo 12. ***Transformando polegada milesimal em polegada fracionária***. Façamos a transformação de .125″ em polegada fracionária.

Solução

Se escolhermos a divisão 128 da polegada, teremos:

$$.125" = .125"\ x\ \left(\frac{128}{1"}\right) x \left(\frac{1"}{128}\right) = \frac{16"}{128} = \frac{8"}{64} = \frac{1"}{8}$$

Se escolhermos a divisão 8 da polegada, teremos:

$$.125" = .125"\ x\ \left(\frac{8}{1"}\right) x \left(\frac{1"}{8}\right) = \frac{1"}{8}$$

Exemplo 13. ***Transformando polegada fracionária em polegada milesimal.*** Façamos a transformação de $\frac{3"}{8}$ em polegada milesimal.

Solução

Basta dividirmos o numerador da fração pelo seu denominador:

$\frac{3"}{8}$ = .375" (trezentos e setenta e cinco milésimos de polegadas)

Exemplo 14. ***Transformando polegada milesimal em milímetro***. Façamos a transformação de .375″ em milimetros.

Solução

$$.375" = .375" \; x \left(\frac{25{,}4\; mm}{1"}\right) = \; 9{,}525\; mm$$

Exemplo 15. ***Transformando milímetro em polegada milesimal***. Façamos a transformação de 18 mm polegada milesimal.

Solução

$$18\; mm = 18\; \cancel{mm}\; x \left(\frac{1"}{25{,}4\; \cancel{mm}}\right) = \; .7086"$$

Exemplo 16. Viajando a serviço, você se encontra em um país onde os sinais de trânsito fornecem as distâncias em quilômetros e os velocímetros dos automóveis são calibrados em quilômetros por hora. Se você está dirigindo a 90 km/h, quão rápido você está viajando em metros por segundo e em milhas por hora?

Solução

Primeiro, devemos encontrar os fatores de conversão apropriados para as conversões de horas para segundos e de quilômetros para metros. Podemos usar o fato de que 1000 m = 1 km e 1h = 60 min = 3600 s. A quantidade 90 km/h é multiplicada pelos fatores de conversão, de forma a cancelar as unidades indesejadas. Para converter para milhas por hora, utilizamos o fator de conversão 1 mi/1609 km.

Agora, multiplique 90 km/h pelos fatores de conversão 1h/3600 e 1000m/1km, para converter km para m e h para s:

$$90\frac{km}{h} = 90\; \frac{\cancel{km}}{\cancel{h}} \times \left(\frac{1000\; m}{1\; \cancel{km}}\right) \times \left(\frac{1\cancel{h}}{60\; \cancel{min}}\right) \times \left(\frac{1\; \cancel{min}}{60\; s}\right) = \frac{90\; \times\; 1000\; \times\; 1\; \times 1}{1\; \times\; 1\; \times\; 60\; \times 60}\; \frac{m}{s} = 25\; \frac{m}{s}$$

Multiplique 90 km/h por 1 mi/1,609 km:

$$90\frac{km}{h} = 90\; \frac{\cancel{km}}{h} \times \left(\frac{1\; mi}{1{,}609\; \cancel{km}}\right) = \; \frac{90 \times 1}{1{,}609}\; \frac{mi}{h} = 56\; \frac{mi}{h}$$

Note que as unidades finais estão corretas, em cada passo. Se você não tivesse utilizado corretamente os fatores de conversão, por exemplo, multiplicando por 1km/1000 m em vez de 1000m/1km, as unidades finais não teriam sido corretas.

ATIVIDADES 3

1. A velocidade do som no ar vale 343 m/s. Qual é a velocidade de um avião supersônico que viaja com o dobro da velocidade do som? Dê sua resposta em quilômetros por hora e em milhas por hora. (Lembrete: 1 mi = 1609 m)

2. Realize as seguintes conversões:

   a. 100 km/h para mi/h;
   b. 60 cm para in;
   c. 100 yd para m.

(Lembrete: 1 mi = 1609 m; 1 in = 0,0254 m; e 1 yd = 0,9144 m)

TERMOS E CONCEITOS IMPORTANTES

Grandeza Física – propriedade física à qual se pode associar um valor numérico, mediante um processo bem definido de medição.

Grandezas Escalares – definidas com a utilização de um valor numérico seguido de uma unidade de medida (ex: temperatura, tempo e massa).

Grandezas Vetoriais – apresentam características geométricas, necessitando não apenas de um valor numérico seguido de uma unidade, mas também de uma direção (ex: norte-sul, leste-oeste) e de um sentido (ex: de norte para sul, de oeste para leste).

Processo de medição – é uma comparação entre duas grandezas físicas da mesma espécie. Uma delas é tomada como padrão de comparação e no processo de medição verifica-se quantas vezes este padrão está contido na grandeza a ser medida.

Unidade física – é a grandeza tomada como padrão de comparação em um processo de medição.

Sistemas de Unidades Físicas – conjunto de unidades físicas escolhidas como padrão para se caracterizar grandezas físicas (ex: Sistema Métrico, Sistema Inglês).

Sistema Internacional de Unidades (SI) – sistema de unidades estabelecido em 1960. Possui sete quantidades básicas: o comprimento, a massa, o tempo, a corrente elétrica, a temperatura termodinâmica, a quantidade de matéria e a intensidade luminosa. Todas essas quantidades possuem sua unidade básica.

Fator de conversão – razão que representa a quantidade expressa em alguma unidade, ou unidades, dividida pelo equivalente expresso em alguma outra unidade, ou unidades. Como qualquer quantidade pode ser multiplicada pela unidade (por 1) sem alterar seu valor, pode-se multiplicar a quantidade original pelo fator de conversão para converter as unidades.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

NOVAES, R.C.R. e SCARAMBONI, A. **Usando unidades de medida**. Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Cálculo Técnico. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2009, p.13 a 18.

PAULI, R. U. et al.. **Ferramentas matemáticas para o ensino da Física.** São Paulo: EPU, 1978.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 2. Espaço e sua medição**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 3. Funções e escalas**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

SECCO, A.R.; VIEIRA, E. e GORDO, N. **Medidas e conversões**. Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2009, p.19 a 24.

SECCO, A.R.; VIEIRA, E. e GORDO, N. **Metrologia**. Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2009, p.13 a 18.

SILVA, I. **História dos pesos e medidas.** São Carlos: EdUFSCAR, 2004.

WILMER, C. et al.. **O que é medir?**. Telecurso Ensino Fundamental: Matemática. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.1, 2008, p.77 a 83.

WILMER, C. et al.. **Usando padrões para medir**. Telecurso Ensino Fundamental: Matemática. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.1, 2008, p.90 a 99.

INMETRO. Site: http://www.inmetro.gov.br/ .Último acesso 05/01/2013.

VIDEOS

Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. DVD 1 – Aula 1: Metrologia.

Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Metrologia. DVD 1 – Aula 2: Medidas e conversões.

CRÉDITO DAS FIGURAS

Figuras 1 e 2: WILMER, C. et al. – O que é medir?

Figuras 3a e 3b: SECCO, A.R.; VIEIRA, E. e GORDO, N. – Metrologia.

Figuras 4, 5, 6, 7 e 8: WILMER, C. et al. – Usando padrões para medir.

2. PROPORÇÃO DIRETA E PROPORÇÃO INVERSA

INTRODUÇÃO

Uma das relações mais simples entre duas grandezas são as chamadas proporção direta e inversa.

Exemplo 1. A relação existente entre o volume e a massa de uma determinada substância. Se medirmos a massa de 1 cm^3 de ferro com o auxílio de uma balança, verificaremos que esta pesa 7,5 g, que 2 cm^3 de ferro pesam 15 g, que 3 cm^3 pesam 22,5 g, e assim por diante. Esse tipo de relação, na qual, duplicando o volume, a massa duplica, triplicando o volume, a massa triplica, é o que entendemos por proporção direta. Você encontrará muitos casos de proporção direta em seu dia a dia, e é bom, portanto, entender as várias maneiras de descrever esta relação.

Ao longo desta lição veremos com mais detalhes as proporções direta e inversa e algumas de suas aplicações. É um assunto muito importante e será utilizado em diversos outros momentos, seja em nossos estudos, seja em nosso dia a dia.

2.1. PROPORCIONALIDADE DIRETA

Voltando ao exemplo 1, podemos dizer que a massa "é proporcional ao" volume do ferro, ou, que a massa "varia diretamente com" o volume do ferro. Ambos os modos significam a mesma coisa: dobro de volume, massa dupla, dez vezes o volume, dez vezes a massa, e assim por diante. Esta relação pode ser escrita na forma simples

$$M \propto V$$

onde M é a massa de uma determinada quantidade de ferro, V, o seu volume, e o símbolo **α** significa "é proporcional a".

Podemos expressar esta relação como uma equação para qualquer quantidade de ferro inserindo o que chamamos de **constante de proporcionalidade** (*k*) na relação:

$$M = kV$$

Em nosso exemplo, $k = 7{,}5\ g/cm^3$ (gramas por centímetro cúbico) para o ferro. Observe que esta expressão é muito semelhante à relação M **α** V, no entanto, quando *k* é conhecido, a relação $M = kV$, é capaz de nos dizer algo mais, ela nos dá a relação numérica entre M e V.

Outra forma, além da equação, para ilustrar nossas relações é por meio de gráficos (Figura 1). Para nosso exemplo, devemos escolher duas escalas – uma para a direção vertical, que irá simbolizar a variável M (massa), e uma para a direção horizontal, que simbolizará a variável V (volume). Podemos, agora, marcar um ponto no gráfico para cada par de valores que conhecemos.

Volume (cm^3)	Massa (g)
1	7,5
2	15
3	22,5

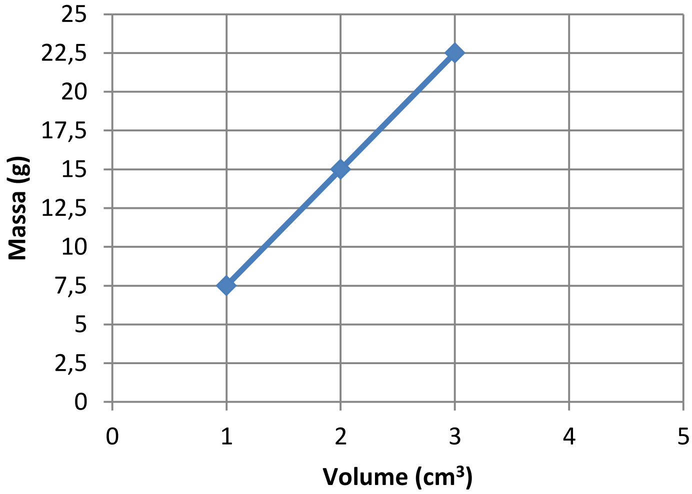


Figura 1. Representação gráfica de uma proporção direta.

O gráfico da relação entre a massa e o volume de ferro é a reta indicada na Figura 1. Nele estão marcados alguns valores de V e os correspondentes valores de M. Um gráfico como este evidencia o significado da relação M = *k*V, ele representa esta relação. Todas as proporções diretas são representadas por **gráficos retilíneos**, como o que acabamos de traçar. Retas distintas ou escalas verticais diversas correspondem a valores diferentes da constante de proporcionalidade *k*.

Além da relação algébrica e da representação gráfica, uma terceira representação muito útil, é a relação $\frac{M}{V}$. Esta relação ou divisão é conhecida por **razão**. Se dividirmos a massa de uma determinada quantidade de ferro por seu volume, o resultado será o mesmo que o obtido pela divisão da massa de qualquer outra amostra pelo seu correspondente volume:

$$\left(\frac{M}{V}\right)_{uma\ amostra} = \left(\frac{M}{V}\right)_{outra\ amostra} = k$$

Isto se deve ao fato de que quando a massa e o volume estão relacionados por uma proporção direta estes têm uma razão constante.

Um último aspecto a ser observado é o fato de que se temos dois volumes diferentes de ferro V e V' proporcionais a suas respectivas massas M e M' pode-se, também, expressar sua relação da seguinte forma

$$\frac{M'}{V'} = \frac{M}{V} = k$$

$$\frac{M'}{M} = \frac{V'}{V} = k$$

Igualdade que se constitui em outro modo de representar M **α** V.

Exemplo 2. Uma barra de latão apresenta, à temperatura de 20°C, um comprimento de 50 cm. Esta barra foi aquecida, sucessivamente, a 30°C, 40°C, 50°C e 60°C. Para cada uma das temperaturas, foi medido o comprimento da barra, e foram obtidos os valores descritos na Tabela 1.

Tabela 1 Dados da barra aquecida obtidos em diferentes temperaturas.

Temperatura (°C)	Comprimento (cm)	Variação da Temperatura (°C)	Variação do Comprimento (cm)
20	50,000	-	-
30	50,008	10	0,008
40	50,016	20	0,016
50	50,024	30	0,024
60	50,032	40	0,032

Examinando a tabela 1, verificamos que os valores da 4ª coluna são proporcionais aos valores da 3ª coluna. Com efeito, dividindo-se os valores da 4ª coluna pelos valores correspondentes da 3ª coluna, obtemos:

$$\frac{0{,}008}{10} = \frac{0{,}016}{20} = \frac{0{,}024}{30} = \frac{0{,}032}{40} = 0{,}0008$$

Vejamos as representações gráficas na Figura 2.

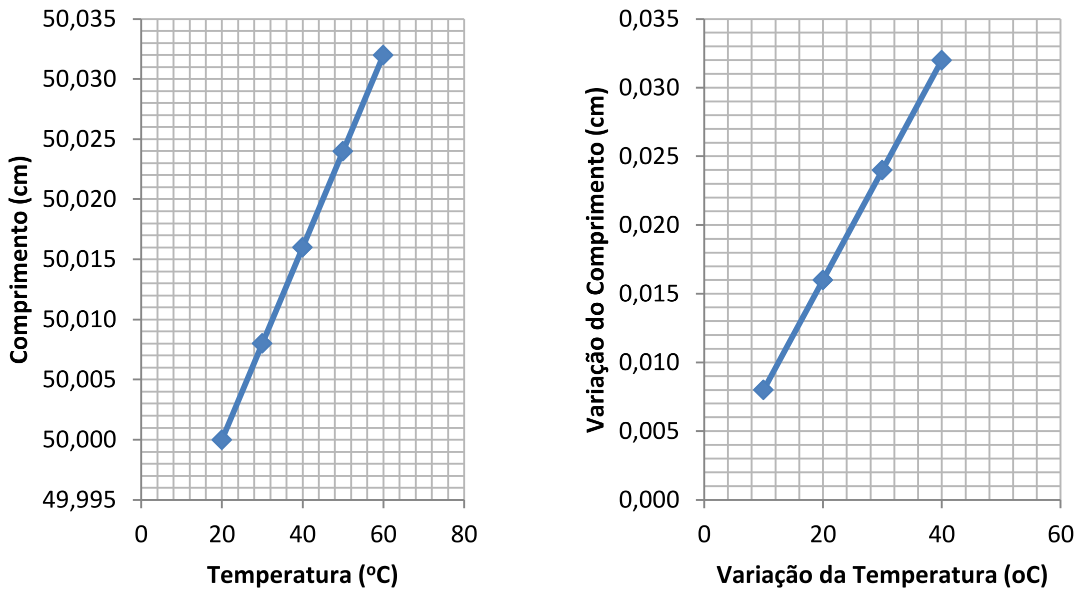


Figura 2. Representações gráficas das relações (a) entre a temperatura e o comprimento e (b) entre a variação da temperatura e a variação do comprimento.

É importante lembrar, que os dados apresentados na tabela 1 são todos teóricos, na prática os valores medidos provavelmente apresentariam variações em relação aos valores da tabela, devido à imperfeição dos métodos e dos instrumentos de medida.

2.2. PROPORCIONALIDADE INVERSA

Nos parágrafos anteriores, falou-se sobre números e grandezas físicas diretamente proporcionais. Se uma grandeza física A (por exemplo, o peso de uma barra de ferro de seção constante) é proporcional a uma grandeza B (por exemplo, o comprimento da barra), quando o valor de B aumenta ou diminui, o valor de A aumentará ou diminuirá na mesma proporção.

No entanto, existem casos em que o valor de A aumenta quando o valor de B diminui, e vice-versa. Estamos falando em números ou **grandezas inversamente proporcionais**.

Exemplo 3. Um caso simples é o de um bolo repartido entre um certo número de pessoas. Quanto maior o número de pessoas, tanto menor será a fatia de cada um.

Dizer que uma grandeza A é inversamente proporcional a uma grandeza B, é dizer que os valores de A são proporcionais aos inversos dos valores de B.

Exemplo 4. Consideremos o caso de uma saca de farinha, de 60 kg, que deve ser distribuída entre certo número de famílias. Quanto maior o número de famílias, menor será a parte de cada uma. Vamos representar, em forma de tabela, o quinhão de cada família, no caso de repartição entre 2, 3, 4, 5 e 6 famílias.

Tabela 2 Quinhão de cada família na repartição entre 2, 3, 4, 5 e 6 famílias.

B (nº de famíias)	2	3	4	5	6
A (parte de cada família)	30	20	15	12	10

Examinando-se a Tabela 2, verifica-se que não existe, neste caso, uma relação constante entre os valores de A e os correspondentes valores de B. Por exemplo:

$$\frac{30}{2} \neq \frac{20}{3}$$

Lembrando-nos que se trata de proporcionalidade inversa, vamos construir outra tabela, na qual, em vez dos valores de B, colocaremos os inversos dos valore de B.

Tabela 3 Valores de A e de B invertido.

$\boldsymbol{\frac{1}{B}}$	$\frac{1}{2}$	$\frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{5}$	$\frac{1}{6}$
A (parte de cada família)	30	20	15	12	10

Agora, sim, encontramos a relação constante (razão), que é uma característica da proporcionalidade:

$$\frac{30}{\frac{1}{2}} = \frac{20}{\frac{1}{3}} = \frac{15}{\frac{1}{4}} = \frac{12}{\frac{1}{5}} = \frac{10}{\frac{1}{6}} = 60$$

Exemplo 5. Suponhamos que um automóvel tenha que percorrer um trajeto de 240 km. Se o carro tiver uma velocidade de 80 km/h , fará o percurso em 3 horas, com uma velocidade de 60 km/h, fará o percurso em 4 horas, com uma velocidade de 40 km/h, gastará 6 horas, e andando a 30 km/h, levará 3 horas para fazer o percurso.

Representemos esses valores em uma tabela (Tabela 4).

Tabela 4 Valores de V - velocidade e de t - tempo.

V (km/h)	80	60	40	30
t (h)	3	4	6	8
$\frac{1}{t}\ (1/h)$	$\frac{1}{3} = 0{,}333$	$\frac{1}{4} = 0{,}250$	$\frac{1}{6} = 0{,}167$	$\frac{1}{8} = 0{,}125$

Observe que

$$\frac{80}{\frac{1}{3}} = \frac{60}{\frac{1}{4}} = \frac{40}{\frac{1}{6}} = \frac{30}{\frac{1}{8}} = 240$$

Esta relação pode ser escrita na forma

$$V\ \boldsymbol{\alpha}\ \frac{1}{t}$$

onde V é a velocidade do automóvel e, t, o tempo gasto no percurso (Obs. O símbolo **α** significa "é proporcional a").

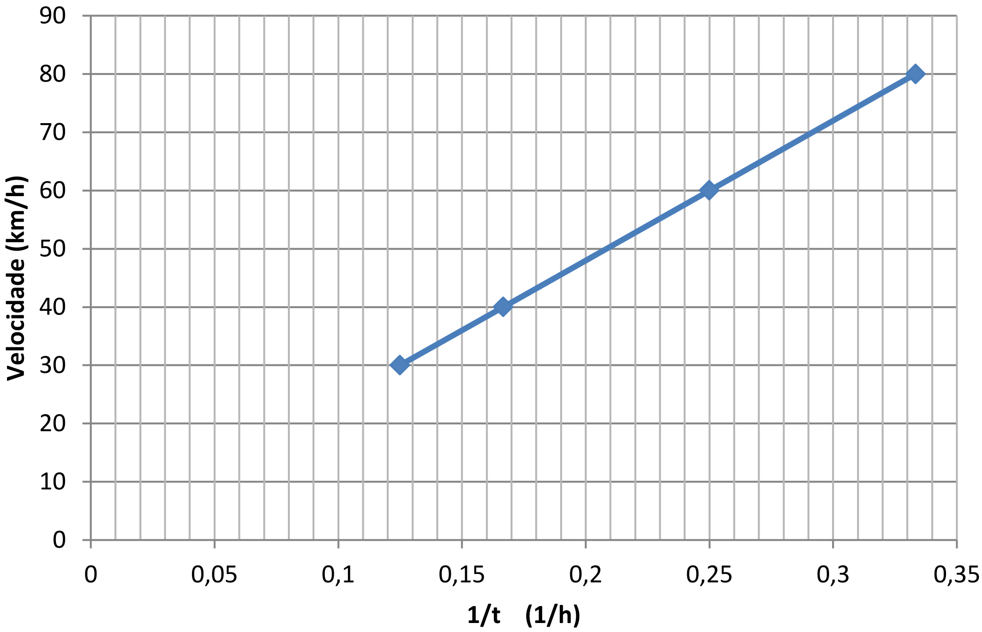


Figura 3. Representação gráfica da relação V **α** $\frac{1}{t}$, verificada no exemplo 5.

ATIVIDADES

1. Para azulejar uma parede retangular, que tem 10 m de comprimento por 3 m de altura, foram usados 300 azulejos. Quantos azulejos iguais a esses seriam usados para azulejar uma parede que tem 15 m^2?
2. Uma siderúrgica obtém R$ 400.000,00 de lucro pela produção de 16 t (dezesseis toneladas) de ferro gusa. Com a melhoria dos processos envolvidos na produção, a siderúrgica verificou que poderá triplicar a produção, com isso qual deverá ser o lucro obtido?
3. A cada quatro voltas que a roda traseira de uma bicicleta dá, o ciclista percorre cinco metros de distância.

a. As "grandezas" número de voltas e distância percorrida formam uma proporção direta? Por quê?
b. Quantos metros o ciclista terá andado após a roda girar 40 vezes (quarenta voltas)?
c. Para que o ciclista percorra 12 km, que é a distância de sua casa até o trabalho, quantos giros a roda irá realizar?

2.2. APLICAÇÕES: A RESISTÊNCIA ELÉTRICA E LEI DE OHM

Uma carga elétrica só se movimenta de um ponto para outro em uma região do espaço se, entre esses dois pontos, houver uma diferença de potencial, em outras palavras, para que apareça uma corrente elétrica (i) entre dois pontos de um condutor é necessária uma diferença de potencial (V) entre eles.

Mas, que relação existe entre essas duas grandezas? Qual o valor da corrente elétrica que passa por um condutor quando suas extremidades são ligadas a uma determinada diferença de potencial?

Essa relação foi estabelecida em 1827, pelo físico alemão Georg Simon Ohm. Ele percebeu que, dependendo do condutor, a mesma diferença de potencial poderia gerar correntes elétricas de intensidades diferentes. Isso significa que alguns condutores "resistem" mais que outros à passagem da corrente, ou seja, alguns corpos têm resistência elétrica maior que outros.

Ohm percebeu, experimentalmente, que a razão entre a diferença de potencial (V) e a corrente elétrica (i) era constante para alguns materiais.

$$\frac{V_1}{i_1} = \frac{V_2}{i_2} = \frac{V_3}{i_3} = k\ (constante)$$

A essa constante (k), Ohm atribuiu o nome de resistência elétrica (R), chegando-se a relação:

$$R = \frac{V}{i}$$

Como, no SI, a unidade de diferença de potencial é o volt (V) e a de corrente elétrica é o ampère (A), a unidade de resistência elétrica será dada pela relação volts/ampère, que recebe o nome de *ohm*, tendo como símbolo a letra grega ômega maiúscula, Ω.

Se essa constante se mantiver ao longo de uma faixa de valores de V e i, chamaremos esse condutor de ôhmico. Então, da definição de resistência elétrica, pode-se tirar a relação conhecida como lei de Ohm:

$$V = R \times i$$

2.2.1.Resistores lineares

Qualquer pedaço de fio condutor é percorrido por uma corrente elétrica quando submetido a uma determinada diferença de potencial (ddp). Esse fio tem, nessas condições, uma resistência elétrica definida. Ele é um resistor, representado simbolicamente pelo desenho da Figura 4.

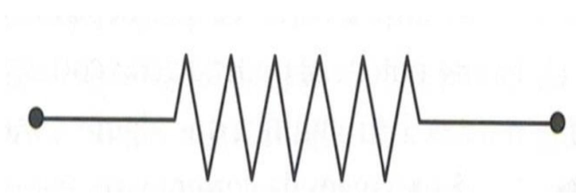


Figura 4. Símbolo gráfico do resistor

Na prática, os resistores são fabricados industrialmente e vendidos no comércio com determinadas especificações de uso, chamadas de valores nominais. São utilizados nas aplicações práticas da eletricidade, quase sempre para aquecimento. Na eletrônica são usados, em geral, para adequar os valores da corrente elétrica às necessidades de cada montagem, circuito, equipamento, etc.

Quando o valor da resistência elétrica R de um resistor é constante, ele obedece à lei de Ohm, que é uma função linear. Isso significa que se esse resistor for submetido a diferentes valores de V, ele será percorrido por diferentes valores de i. Mas os valores de i serão sempre **diretamente proporcionais** a V. Em outras palavras, o gráfico V x i será uma reta. Por isso, nesse caso, o resistor é chamado de linear.

Exemplo 3. Um resistor tem o valor constante R = 10 Ω. Preencha a tabela abaixo, determinando o valor de i para cada valor de V sugerido. Com os valores obtidos, construa o gráfico V x i.

V - ddp aplicada (V)	2	4	6	8	10	12	14	16
Corrente verificada i (A)								

Solução.

Aplicando-se a lei de Ohm, V = R x i, podemos obter os valores de i pela relação $i = \frac{V}{R}$, onde R = 10 Ω. A tabela ficará, então, com os seguintes valores:

V - ddp aplicada (V)	**Corrente verificada i (A)**
2	0,2
4	0,4
6	0,6
8	0,8
10	1,0
12	1,2
14	1,4
16	1,6

Com base nesses valores, pode-se construir o gráfico V x i como você pode verificar na Figura 5.

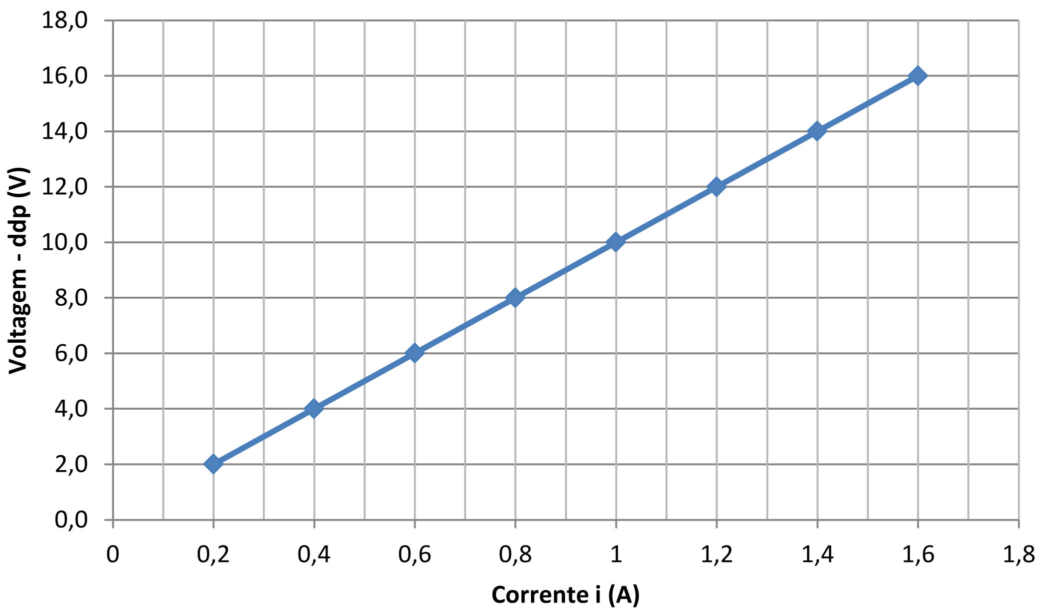


Figura 5. Gráfico V x i

Como em toda função linear, o coeficiente angular da reta é igual à constante de proporcionalidade entre as grandezas envolvidas. Neste caso, as grandezas são V (ddp – eixo das ordenadas) e i (corrente – eixo das abcissas) e a constante de proporcionalidade é R (resistência elétrica). Utilizando-nos do gráfico, temos:

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta i} = \frac{V_2 - V_1}{i_2 - i_1}$$

Tomando-se dois pontos quaisquer do gráfico:

$$R = \frac{\Delta V}{\Delta i} = \frac{12 - 6}{1,2 - 0,6} = 10\ \Omega$$

2.2.2. Resistores não-lineares (ou não ôhmicos)

Os resistores nem sempre têm um valor constante. Em geral, o fato da resistência ser constante só ocorre dentro de um determinado intervalo de valores da corrente elétrica. Quando o valor do resistor é variável, dizemos que ele é um resistor não-linear, pois o seu gráfico V x i deixa de ser uma reta.

Na maioria dos casos, o valor das resistências aumenta com o aumento da corrente elétrica. Isso ocorre porque esse valor em diversas situações aumenta com o aumento da temperatura, e a temperatura aumenta com o aumento da corrente elétrica. Por isso é que os resistores destinados especificamente ao aquecimento – como aqueles utilizados em ferros elétricos, chuveiros e torneiras elétricas, ou mesmo no filamento de lâmpadas de incandescência – têm um valor variável, que aumenta com a temperatura.

Existem alguns resistores construídos especialmente para que o seu valor diminua com o aumento da corrente. São conhecidos por uma sigla, VDR, que, em inglês, significa "resistor que depende da voltagem". Veja os gráficos V x i, que correspondem a esses resistores, na Figura 6.

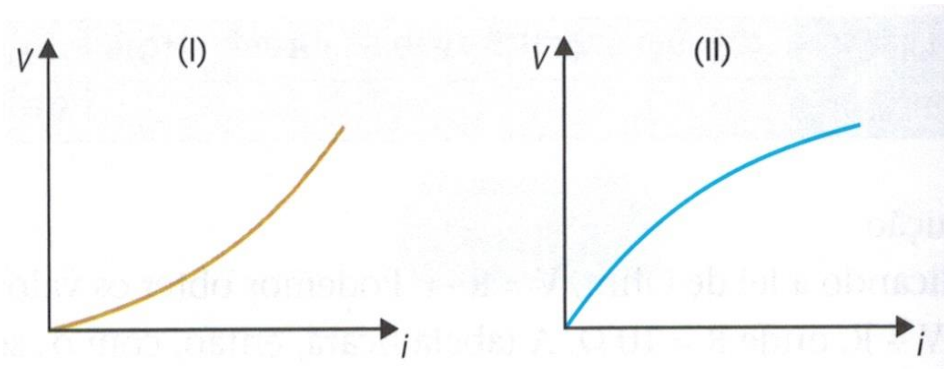


Figura 6. Gráficos de resistores não-lineares: (I) gráfico do filamento de uma lâmpada; (II) gráfico de um VDR (voltage dependent resistor)

2.2.3. Resistividade elétrica

A resistência elétrica de um condutor está relacionada à maior ou menor facilidade com que esse condutor permite a passagem da corrente elétrica. Num fio condutor, essa facilidade ou dificuldade depende de três fatores: do seu comprimento, L, da sua espessura, bitola ou, mais corretamente, área da seção transversal, S, e de uma constante, que depende do material de que é feito esse condutor. Essa constante é a chamada resistividade, representada pela letra grega ρ (rô). Pode-se expressar o valor da resistência elétrica de um fio em função de todos esses fatores, pela relação:

$$R = \rho \times \frac{L}{S}$$

É fácil ver, por essa expressão, que R é **diretamente proporcional** a L – quanto maior o comprimento do fio, maior a sua resistência elétrica – e **inversamente proporcional** à sua área de seção transversal – quanto maior a área, menor a resistência elétrica. Pode-se ainda, a partir dessa relação, definir a unidade da resistividade elétrica de um material.

Se $R = \rho \times \frac{L}{S}$ então:

$$\rho = \frac{R \times S}{L}$$

e, a unidade de ρ, no SI, será Ω m^2/m ou, simplificando, Ω m.

Para essa constante, em geral, prefere-se usar uma unidade mista que relaciona todos os fatores ligados à resistividade. Essa unidade é Ω mm^2/m. Ela é mais prática, porque utiliza como unidade de área, em lugar do metro quadrado, o milímetro quadrado, que é muito mais adequado à área de seção de um fio.

Tabela 2. Resistividade de alguns materiais à temperatura ambiente (20° C)

Material	**Resistividade (Ω m)**
prata	$1{,}62 \times 10^{-8}$
cobre	$1{,}69 \times 10^{-8}$
alumínio	$2{,}75 \times 10^{-8}$
tungstênio	$5{,}25 \times 10^{-8}$
ferro	$9{,}68 \times 10^{-8}$
platina	$10{,}6 \times 10^{-8}$
manganês	$48{,}2 \times 10^{-8}$
Silício	$2{,}5 \times 10^{3}$

Exemplo 4. Determine a resistência elétrica de um fio de cobre de 10 m de comprimento e 0,5 mm^2 de área de seção transversal. Veja a resistividade do cobre na tabela 2.

Solução

Aplicando a relação entre a resistência elétrica e a resistividade, temos:

$$R = \rho \times \frac{L}{S} = 1{,}69 \times 10^{-8}\Omega m \times \frac{10m}{0{,}5 \times 10^{-6} m^2} = 0{,}338\ \Omega$$

onde:

ρ_{Cu} =1,69 x 10^{-8} Ω m (valor tabelado);

L = 10 m

S = 0,5 mm^2 = 0,5 x 10^{-6} m^2

TERMOS E CONCEITOS IMPORTANTES

Razão – é a divisão ou relação entre duas grandezas.

Proporção – é a igualdade entre razões.

Proporção direta – duas grandezas são ditas proporcionais quando o aumento de uma implica no aumento da outra, ou quando a redução de uma implica na redução da outra.

Proporção inversa – duas grandezas são ditas inversamente proporcionais quando o aumento de uma implica na redução da outra, ou quando a redução de uma implica no aumento da outra.

Resistividade elétrica – é uma medida da oposição de um material ao fluxo de corrente elétrica. Quanto mais baixa, mais facilmente o material permite o fluxo da carga elétrica. É uma constante representada pela letra grega ρ (rô) e que depende do material de que é feito o condutor.

Resistência elétrica – é a capacidade de um corpo qualquer se opor à passagem de corrente elétrica mesmo quando existe uma diferença de potencial aplicada. Seu cálculo é dado pela Primeira Lei de Ohm, e segundo o Sistema Internacional de Unidades (SI), é medida em ohm.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

HAMBURGER, E. W. et al.. **Me deixa passar, senão eu esquento**. Telecurso Ensino Médio: Física. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.1, 2008, p.192 a 208.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 2. Espaço e sua medição**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 3. Funções e escalas**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

CRÉDITO DAS FIGURAS

Figuras 3 e 5: HAMBURGER, E. W. et al. – Me deixa passar, senão eu esquento.

3. VARIAÇÃO COM A SEGUNDA E TERCEIRA POTÊNCIAS: FIGURAS SEMELHANTES

INTRODUÇÃO

Outros dois tipos de relação muito comuns entre duas grandezas é a que ocorre quando uma delas varia com o quadrado ou o cubo da outra.

Por exemplo, a área (A) de um quadrado de lado L é igual a L^2 ($A = L^2$), a área (A) de um círculo de raio R é dada por πR^2 ($A = \pi R^2$).

Ao longo desta lição veremos com mais detalhes estas relações. É um assunto muito importante e será utilizado em diversos outros momentos, seja em nossos estudos, seja em nosso dia a dia.

3.1. FIGURAS SEMELHANTES

Quando ampliamos ou reduzimos uma figura em uma proporção constante, sem modificar a sua forma, a nova figura e a figura original são chamadas de **figuras semelhantes**. Observe os quadriláteros abaixo. Será que eles são semelhantes?

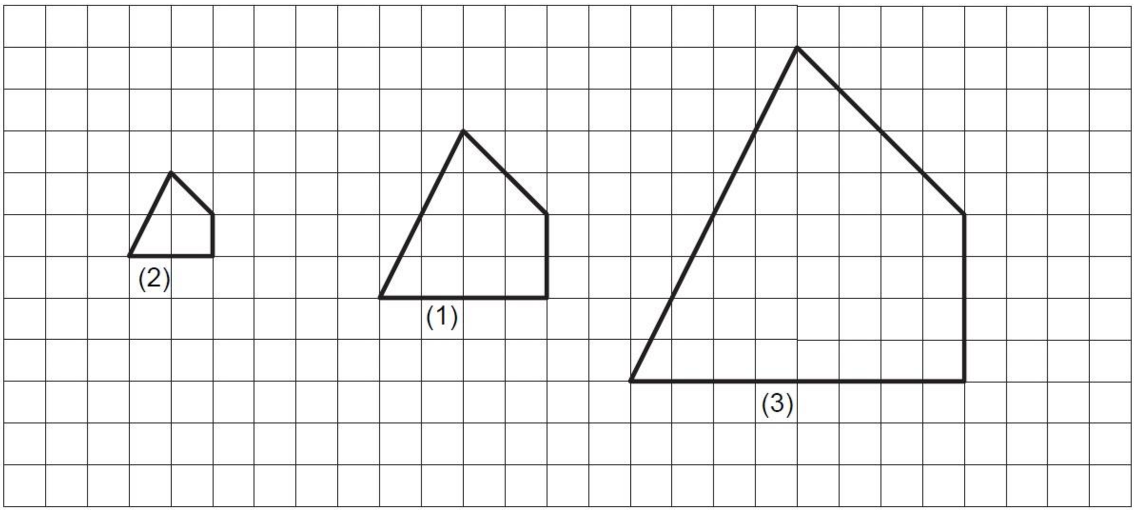


Figura 1. Quadriláteros de diferentes tamanhos.

Sim, eles são realmente semelhantes. O quadrilátero 2 é uma redução e o quadrilátero 3 é uma ampliação do quadrilátero 1.

Observe que os ângulos correspondentes possuem as mesmas medidas. Confira com um transferidor. Os lados correspondentes foram ampliados ou reduzidos sempre na mesma **proporção**.

De 1 para 2, reduzimos cada lado à metade do tamanho original. De 1 para 3, ampliamos cada lado para o dobro do tamanho original.

Para que duas figuras sejam semelhantes elas não precisam estar na mesma posição. No exemplo abaixo, todos os quadriláteros são uma ampliação do quadrilátero ABCD original.

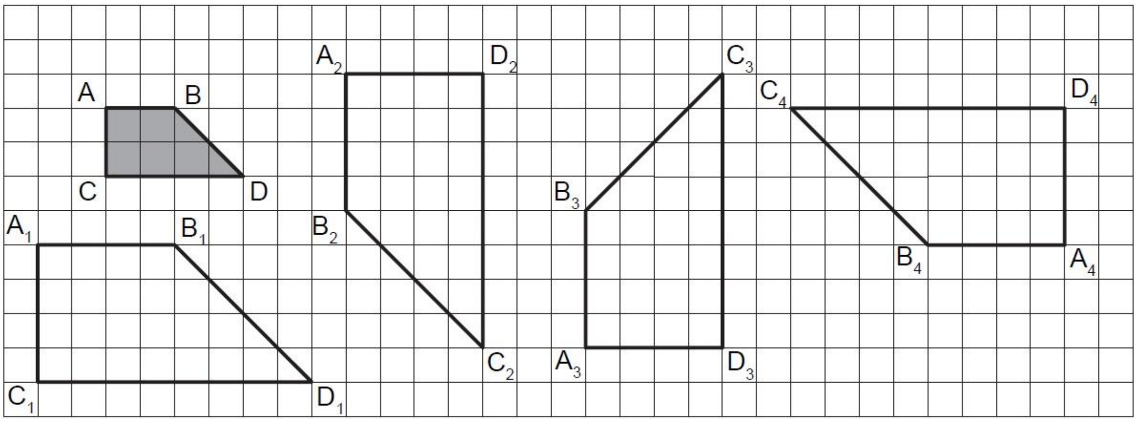


Figura 2. Quadriláteros semelhantes em diversas posições.

Se você comparar a medida de qualquer um dos lados do quadrilátero ABCD com a medida de seu correspondente nos outros quadriláteros, vai verificar que:

$$\frac{AB}{A_1B_1} = \frac{BC}{B_1C_1} = \frac{CD}{C_1D_1} = \frac{DA}{D_1A_1} = \frac{1}{2}$$

A **razão** constante entre lados correspondentes de figuras semelhantes é conhecida como **razão de semelhança** e é comum utilizarmos a letra k para simbolizá-la. Dizemos então que k = $\frac{1}{2}$, neste exemplo.

3.2. VARIAÇÃO COM A SEGUNDA E TERCEIRA POTÊNCIAS

Como foi citado, a área A de um quadrado de lado L é igual a L^2:

$$A = L \times L = L^2$$

onde a constante de proporcionalidade é igual a 1 (*k* = 1). Se L é medido em metros, a área A será expressa em metros quadrados (m^2).

Também, a área A de um círculo de raio R é dada por

$$A = \pi \times R \times R = \pi R^2$$

onde a constante de proporcionalidade entre a área e o raio do círculo é π ($k = \pi$).

Ambas as equações mostram que uma grandeza, uma área (A), varia com o quadrado de outra, no caso, um comprimento, seja ele L (lado do quadrado) ou R (raio do círculo).

É interessante observarmos que todos os quadrados são figuras semelhantes afinal possuem a mesma forma. Todos os círculos também são figuras semelhantes. Eles são apenas cópias ampliadas ou reduzidas, uns dos outros. Não são estas, entretanto, as únicas figuras semelhantes.

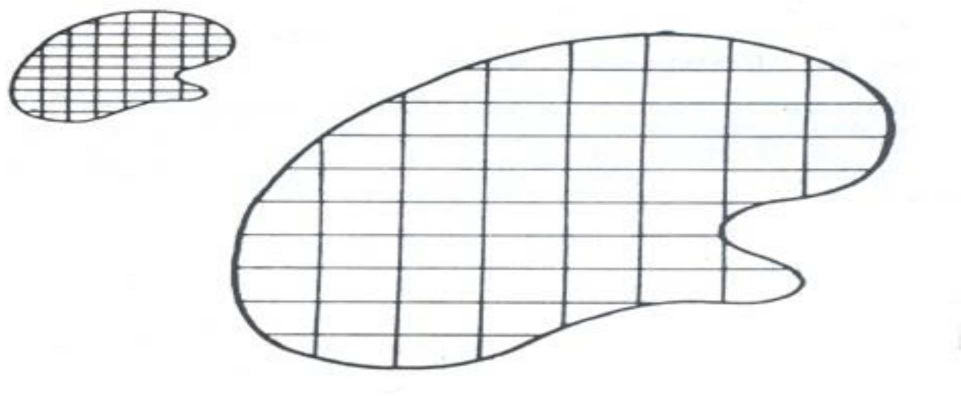


Figura 3. Exemplo de figuras semelhantes quadriculadas.

De todos os tipos de figuras podem ser feitas cópias ampliadas ou reduzidas. As duas estranhas formas apresentadas na Figura 3 são semelhantes. Uma foi feita pela ampliação da outra, até triplicar cada dimensão linear. Você pode comprovar esta afirmação verificando que os lados de cada quadrado na área maior são exatamente três vezes o seu valor na menor. Isto significa que cada quadrado na área maior tem exatamente nove vezes a área do quadrado pequeno correspondente. A área total da figura grande é, pois, nove vezes maior que a da figura menor.

De modo análogo, ao caso de círculos e quadrados, as áreas de figuras semelhantes quaisquer "aumentam com" (variam com) o quadrado de uma dimensão linear. Quando a dimensão linear é multiplicada por 3, a área o é por 9. De modo geral, para figuras semelhantes:

$$A \propto L^2$$

Observe que não importa que medida linear você atribui a L, desde que use a medida correspondente para todas as figuras semelhantes que estiver comparando. Por exemplo, para um quadrado, você tanto pode usar a diagonal como o lado. Quando o lado de um quadrado é n vezes maior que o de outro, as diagonais estão na mesma razão, e a área do primeiro quadrado é n^2 vezes maior que a do segundo.

O mesmo se aplica a comprimentos correspondentes em duas figuras semelhantes quaisquer. Na Figura 4 são apresentadas duas figuras semelhantes, a razão de suas áreas é igual à dos quadrados de duas dimensões correspondentes quaisquer. Neste caso, como L' é o dobro de L (M' também é duas vezes M), a área da figura maior é quatro vezes a da menor.

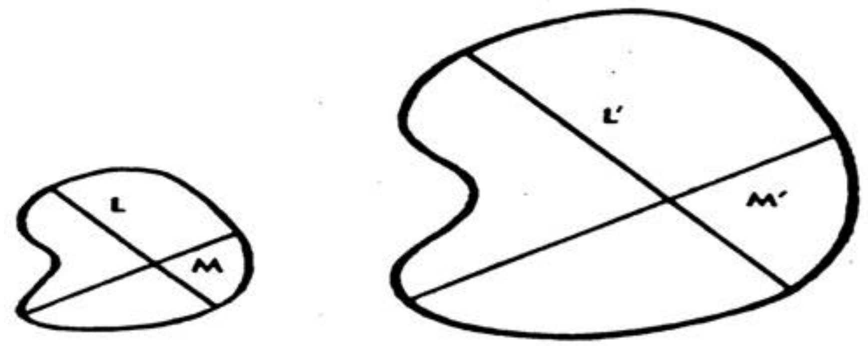


Figura 4. Exemplo de figuras semelhantes observando-se outras segmentos internos.

Algumas figuras que têm o mesmo nome podem não ser semelhantes. Nem todos os retângulos, por exemplo, são semelhantes. Podemos ter dois retângulos de mesma base b, mas de diferentes alturas h. A área é dada pelo produto das duas dimensões lineares:

$$A = b \times h$$

onde *b* corresponde à base e *h* à altura.

Ainda que tais exemplos sejam diferentes dos de figuras semelhantes, eles têm em comum o fato de que a área é sempre medida em unidades do quadrado de um comprimento. Se usarmos o metro (m) como unidade de medida de todos os comprimentos, as áreas serão especificadas em termos de número de metros quadrados (m^2).

Assim como as áreas são o produto de dois comprimentos, os volumes são o produto de três dimensões lineares. Precisamos distinguir, novamente, entre sólidos, como cilindros, que podem ter a mesma base, e alturas diferentes, e conjuntos de sólidos semelhantes, como esferas ou cubos, nos quais cada dimensão linear é ampliada ou reduzida pelo mesmo fator. Para sólidos semelhantes, quando as dimensões lineares são multiplicadas pelo fator *n*, os volumes são multiplicados pelo fator n^3, um *n* para cada dimensão linear. Por exemplo, o volume de uma esfera é

$$V = \frac{4\pi}{3}R^3$$

onde R é seu raio. Então, uma esfera de raio R' = *n*R tem um volume

$$\begin{aligned} V' &= \frac{4\pi}{3}(R')^3 \\ &= \frac{4\pi}{3}(nR)^3 \\ &= \frac{4\pi}{3}n^3R^3 \\ &= n^3V \end{aligned}$$

Este é apenas um exemplo particular da regra geral: a razão entre os volumes de sólidos semelhantes é o cubo da razão de suas dimensões lineares. Veja:

$$\frac{V'}{V} = n^3$$

onde, n (fator) é

$$n = \frac{L'}{L}$$

3.3. TRABALHANDO COM ÁREAS

3.3.1. Decompondo figuras planas

Muitas vezes nos deparamos com "figuras estranhas", que não são nem triângulos, nem trapézios, nem nenhuma dessas figuras cujas áreas sabemos determinar. E aí, o que fazer? Nesses casos, podemos usar uma técnica muito simples: decompor a "figura estranha" em outras de formatos conhecidos, cujas áreas são mais fáceis de serem obtidas. Veja o exemplo seguinte.

Exemplo 1 Calcule a área da figura:

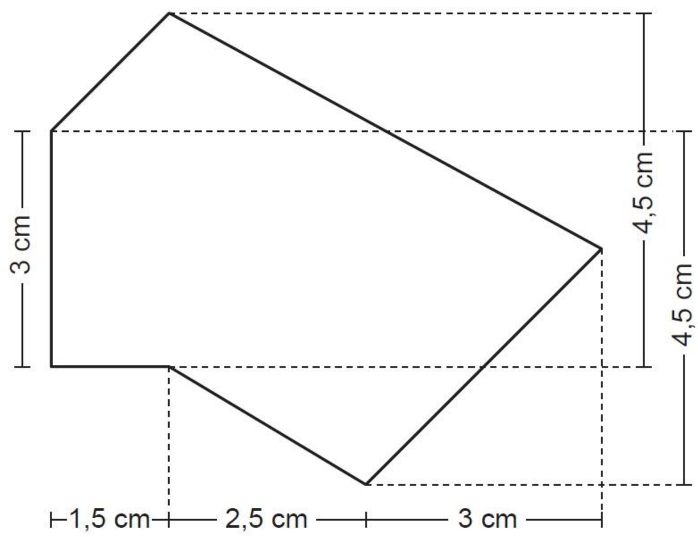


Figura 5. Exemplo 1 – Cálculo de área

Podemos decompor essa figura da seguinte maneira:

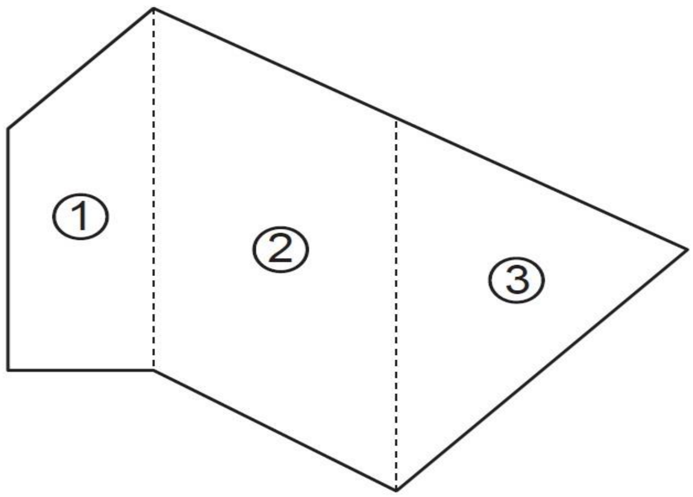


Figura 6. Exemplo 1 – Decomposição de área

Calculamos, então, a área de cada uma das partes em que a Figura 3 foi dividida:

(1) é um trapézio de área: $\frac{(3+4,5)\times 1,5}{2} = 5,625\ cm^2$

(2) é um paralelogramo de área: $4,5 \times 2,5 = 11,25\ cm^2$

(3) é um triângulo de área: $\frac{4,5\times 3}{2} = 6,75\ cm^2$

Somando os três resultados, temos a área da figura dada:

5,625 cm^2 + 11,25 cm^2 + 6,75 cm^2 = 23,625 cm^2

Assim, a área da figura é 23,625 cm^2.

3.3.2. Cálculo aproximado de áreas

Existem figuras planas cujas áreas são obtidas por cálculos aproximados. Vejamos um exemplo.

Exemplo 2 Esta figura representa a planta de uma terreno, na qual cada cm^2 corresponde a 1 km^2 no real. Qual é a área do terreno?

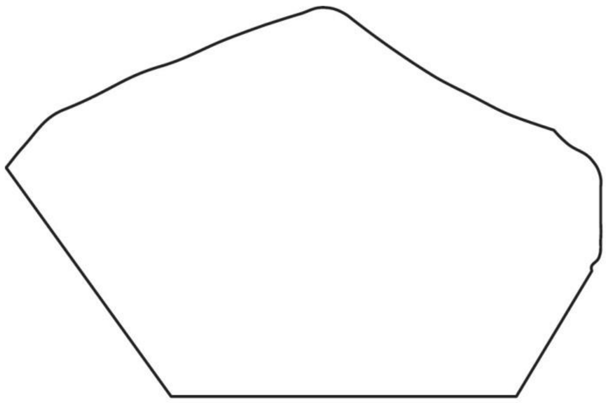


Figura 7. Exemplo 2 – Cálculo aproximado de área

Quadriculamos a figura tomando, por exemplo, o centímetro quadrado como unidade de área:

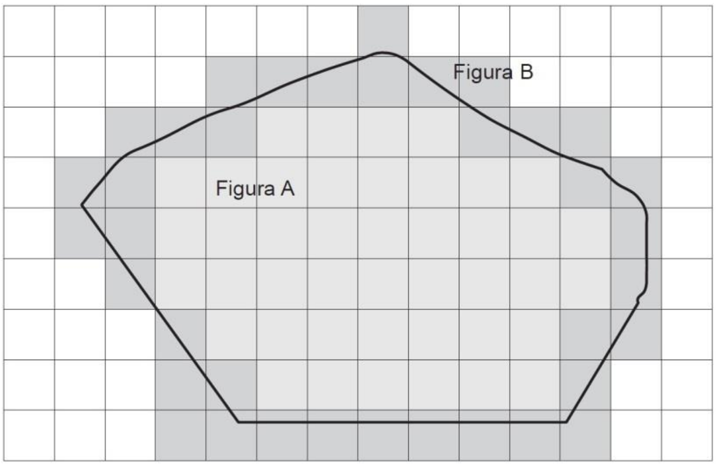


Figura 8. Exemplo 2 – Figura quadriculada.

Cortando os quadradinhos internos e os que cobrem a figura, temos:

Figura A (quadradinhos internos) = 43 cm^2.

Figura B (quadradinhos que cobrem a figura) = 80 cm^2

A área da figura, portanto, está entre 43 cm^2 e 80 cm^2.

Aproximamos os valores encontrados por meio de média aritmética:

$$\frac{43+80}{2} = 61,5\ cm^2$$

A área da Figura 7 é, portanto, 61,5 cm^2.

Como cada cm^2 corresponde a 1 km^2, na realidade o terreno têm uma área de aproximadamente 61,5 km^2.

Observação: se usarmos uma unidade de área menor, como por exemplo, o milímetro quadrado (mm^2), o resultado obtido será mais preciso.

3.4. OBTENDO FIGURAS SEMELHANTES

Já vimos que duas figuras são semelhantes quando duas condições básicas são satisfeitas:

1. Os ângulos correspondentes têm a mesma medida;
2. As razões entre as medidas de lados correspondentes são iguais.

Utilizando o papel quadriculado foi possível ampliar ou reduzir figuras. Agora vamos estudar outro método para realizar tal tarefa.

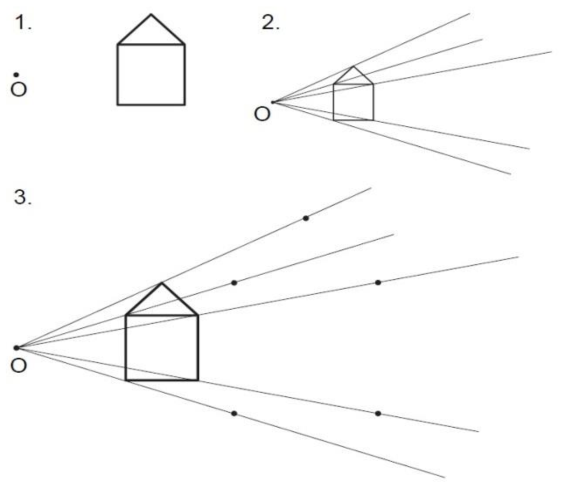


Figura 9. Passo a passo para se obter figuras semelhantes

1. Escolhemos um ponto qualquer O.
2. Ligamos este ponto O a vários pontos da nossa figura.
3. Medimos a distância de cada ligação e obtemos novos pontos multiplicando esta medida por uma constante.
4. Ligamos os novos pontos e está feita a ampliação

Este método, conhecido por Homotetia, pode ser utilizado para qualquer figura e o ponto O pode estar em qualquer posição. Observe a Figura 10.

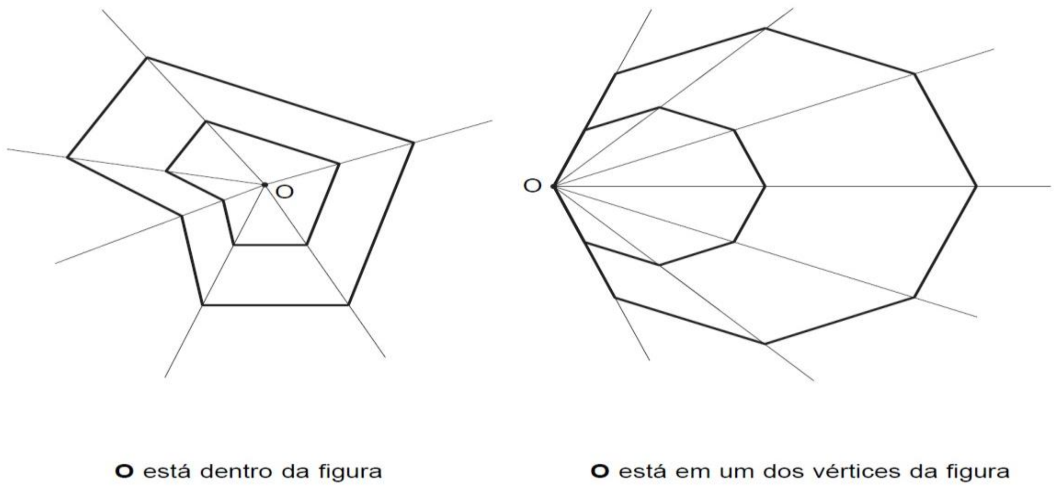
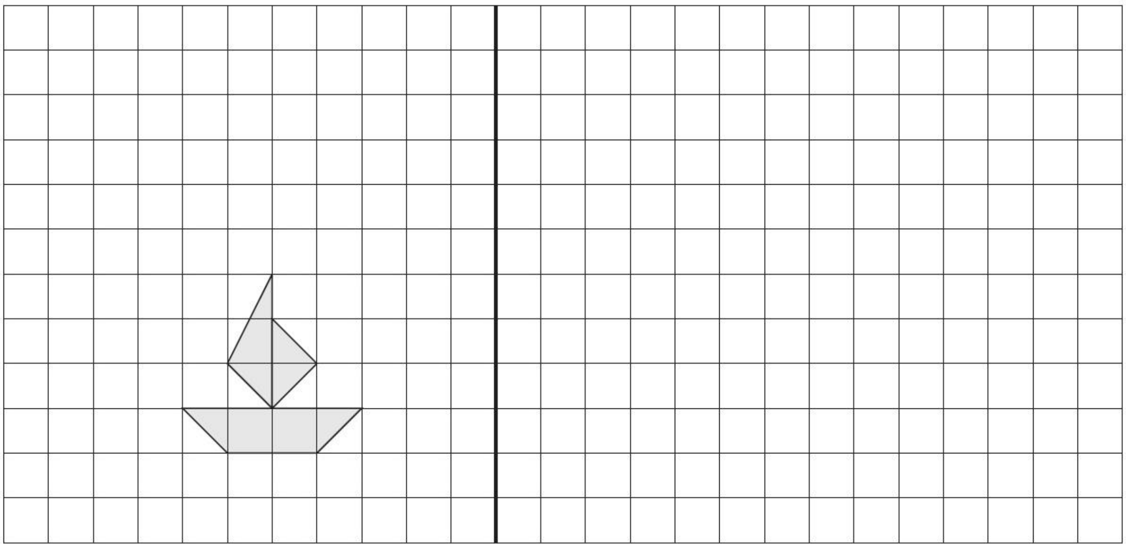


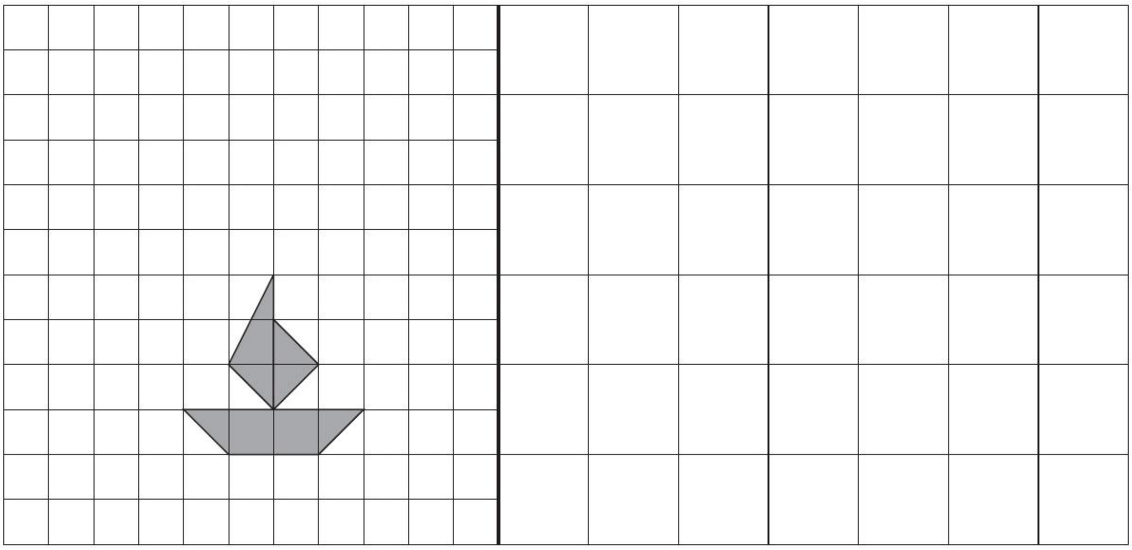
Figura 10. Obtendo-se figuras semelhantes. O ponto "O" pode estar dentro ou fora da figura.

ATIVIDADES

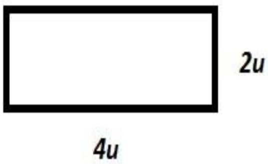
1. Desenhe uma ampliação da figura abaixo, utilizando o restante da parte quadriculada do quadro, faça de modo que as dimensões da figura original sejam duplicadas.

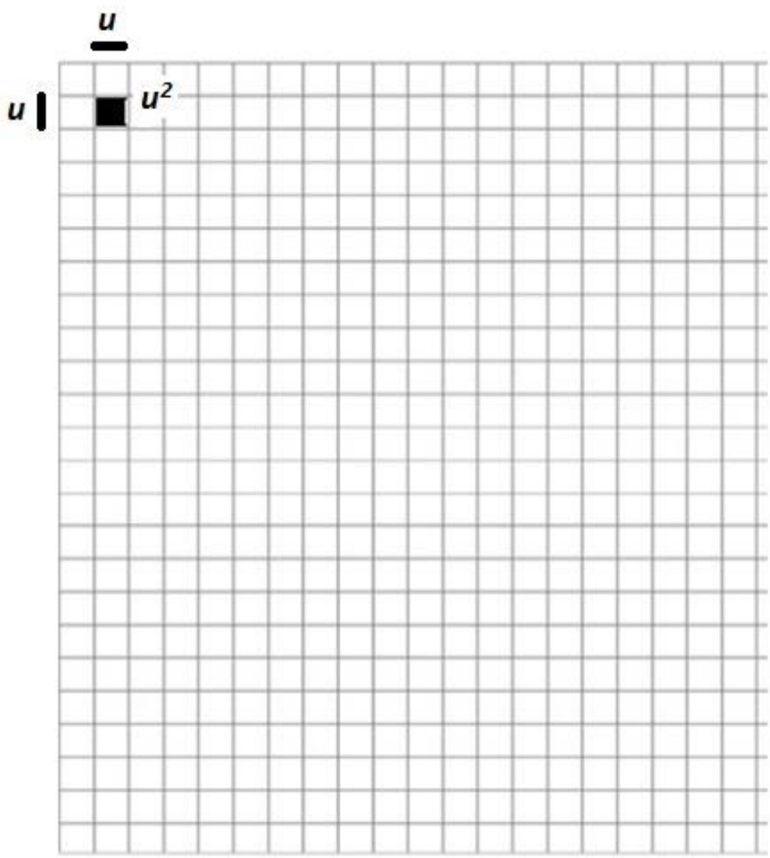


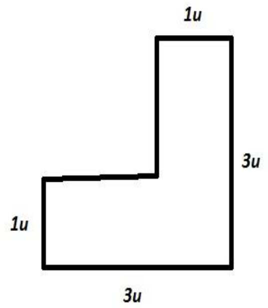
2. Agora faça uma segunda ampliação da mesma figura utilizando o quadriculado abaixo. O que você deve fazer para que essa nova ampliação seja também uma duplicação?

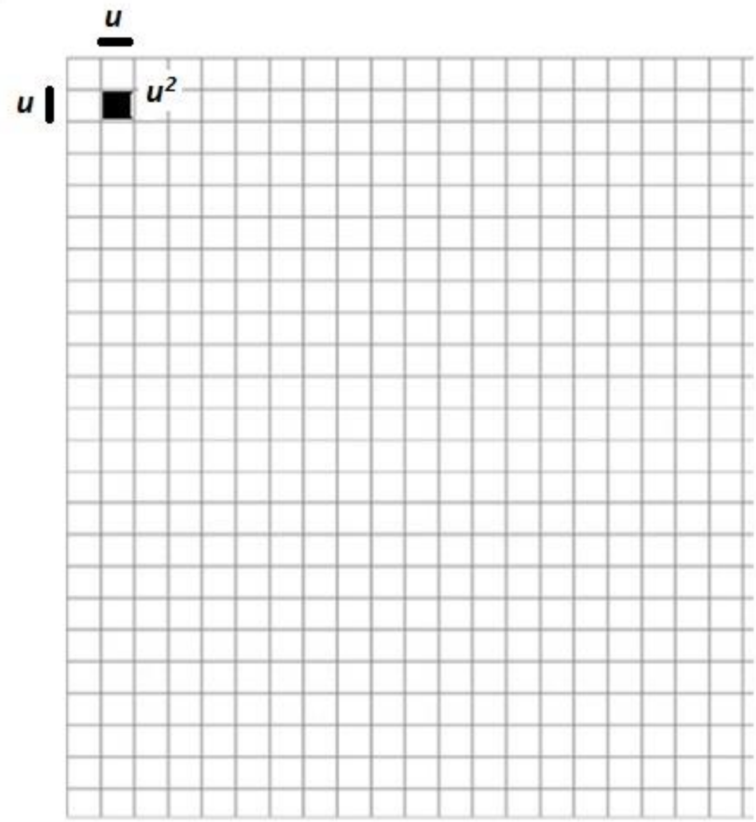


3. Reproduza as figuras duplicando suas dimensões e ao final calcule as áreas.

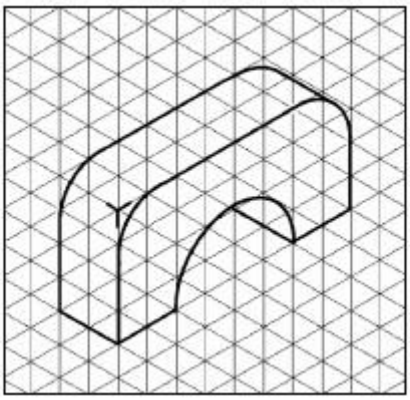


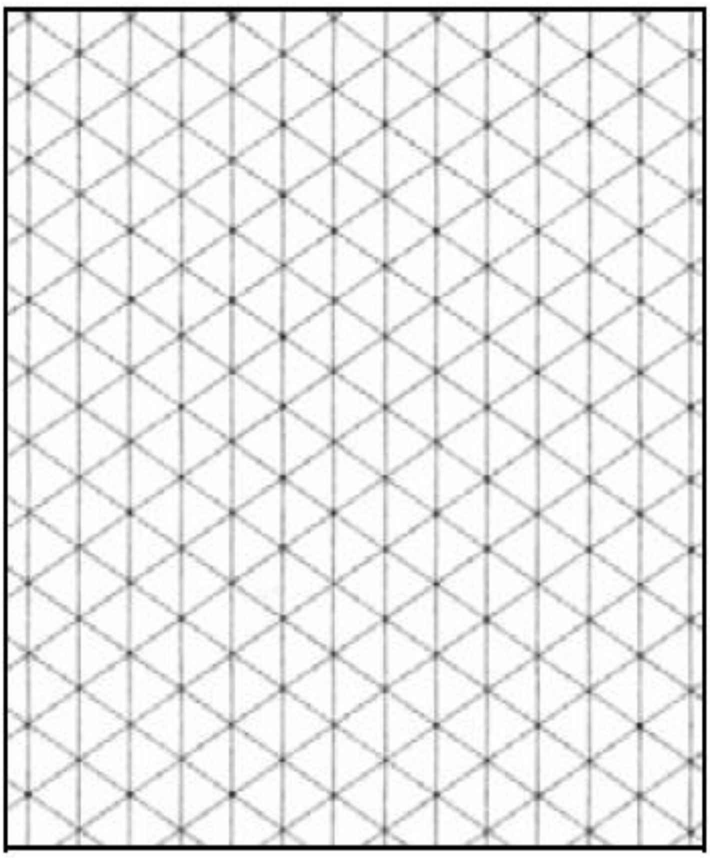


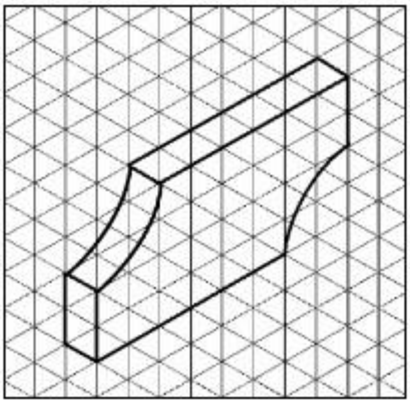


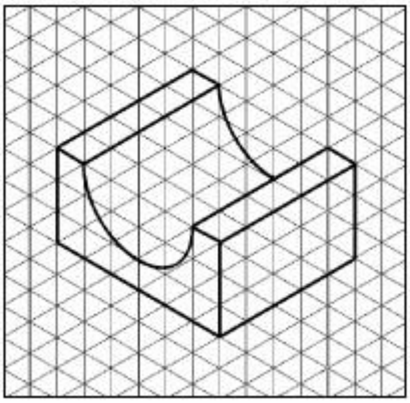


4. Vamos reproduzir algumas figuras ...

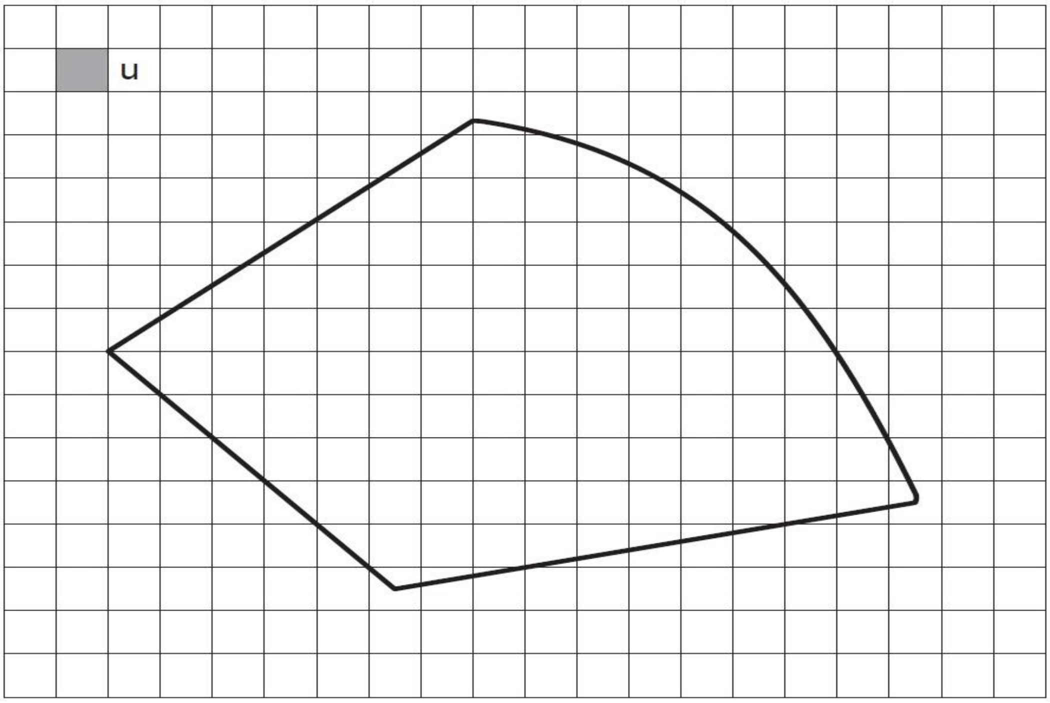








5. Considerando o quadradinho como unidade de área (Área do quadradinho = u), determine o valor aproximado da área da figura:.



TERMOS E CONCEITOS IMPORTANTES

Figuras Semelhantes – duas figuras são ditas semelhantes quando guardam entre si uma proporção, ou melhor, quando ampliando-se ou reduzindo-se a figura dita original, em uma proporção constante, sem modificar a sua forma, obtêm-se uma segunda figura cujas medidas são proporcionais às medidas da primeira.

Razão de semelhança – é a razão constante entre os lados correspondentes de figuras semelhantes.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

WILMER, C. et al.. **Calculando áreas**. Telecurso Ensino Médio: Matemática. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.2, 2008.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 2. Espaço e sua medição**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 3. Funções e escalas**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

VIDEOS

Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Leitura e interpretação de desenho técnico-mecânico. DVD 3 – Aula 23: Escalas.

CRÉDITO DAS FIGURAS

Figuras 1, 2, 5, 6, 7, 8, 9, e 10: WILMER, C. et al..- Calculando áreas.

4. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA E LEIS DE POTÊNCIA

INTRODUÇÃO

Para figuras semelhantes particulares, como quadrados ou círculos, podemos fazer mais do que mostrar a proporcionalidade entre a área e a dimensão linear: $A \propto L^2$. Podemos escrever equações incluindo a constante de proporcionalidade (*k*), montar gráficos e estudar as funções correspondentes.

Ao longo desta lição veremos com mais detalhes essas construções e algumas de suas aplicações. É um assunto muito importante e será utilizado em diversos outros momentos, seja em nossos estudos, seja em nosso dia a dia.

4.1. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA E LEIS DE POTÊNCIA

Para figuras semelhantes particulares, como quadrados ou círculos, podemos fazer mais do que mostrar a proporcionalidade entre a área e a dimensão linear: $A \propto L^2$. Podemos escrever equações incluindo a constante de proporcionalidade (*k*): $A = L^2$ para o quadrado, onde a constante $k = 1$, e $A = \pi R^2$ para o círculo, onde a constante $k = \pi$.

L (m)	A (m^2)
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81
10	100

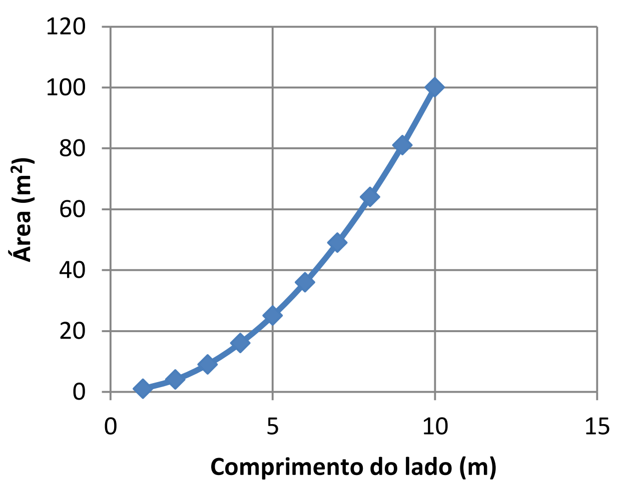


Figura 1 Representação gráfica da área de um quadrado em função do comprimento do lado.

Na Figura 1 são utilizados os valores apresentados na tabela para traçar o gráfico de $A = L^2$ para o quadrado, onde L corresponde à medida do lado e A corresponde à medida da área. Observando-a em detalhes, pode-se retirar algumas conclusões ou até mesmo inferir resultados.

Desde que a equação das áreas de qualquer conjunto de figuras semelhantes pode sempre ser escrita $A = kL^2$, podemos usar o gráfico da Figura 4 para a relação entre a área e a dimensão linear para qualquer de tais conjuntos. A única coisa a fazer é modificar a escala vertical do gráfico para levar em conta os diferentes valores de k. Por exemplo, desde que $A = \pi R^2$ para o círculo, podemos ler o raio na escala horizontal e a área na vertical, multiplicando cada leitura vertical por π.

Outro fato muito interessante é que podemos fazer o mesmo tipo de representação gráfica para os volumes de figuras semelhantes.

L (m)	V(m^3)
1	1
2	8
3	27
4	64
5	125
6	216
7	343
8	512
9	729
10	1000

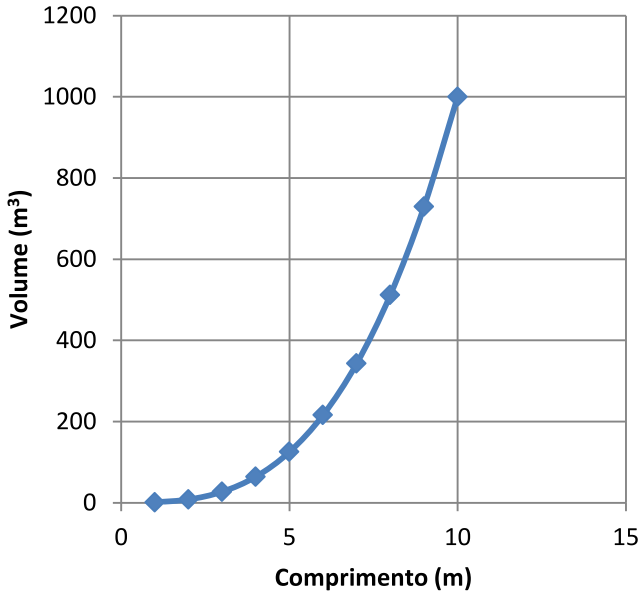


Figura 2. Representação gráfica do volume de um cubo em função do comprimento de sua aresta.

Na Figura 2 a tabela mostra alguns valores da relação $V = L^3$, onde L corresponde ao comprimento da aresta do cubo em metros e V o seu volume. Os valores estão representados no gráfico. Novamente, podemos usar esta figura para todos os conjuntos de valores semelhantes, ajustando a escala vertical para o valor de k em $V=kL^3$. Por exemplo, se lemos o raio de uma esfera na escala horizontal, o volume é $\frac{4\pi}{3}$ vezes o número correspondente na escala vertical.

Sempre que dispomos de uma relação entre os valores de uma grandeza em termos dos valores de outra, temos o que se chama uma função matemática. A área de um quadrado é uma função do comprimento de seu lado, e o volume de uma esfera é uma função de seu raio.

A ideia de relação funcional apresenta muitas aplicações. Por exemplo, o tempo presumível de chegada de um trem a qualquer estação ao longo de um percurso é uma função da posição da estação ao longo do caminho. Uma tabela de horários de uma estrada de ferro representa um conjunto de tais funções para vários trens e percursos. Equações, tabelas e gráficos, como vimos, são todos meios úteis de se representar as funções matemáticas.

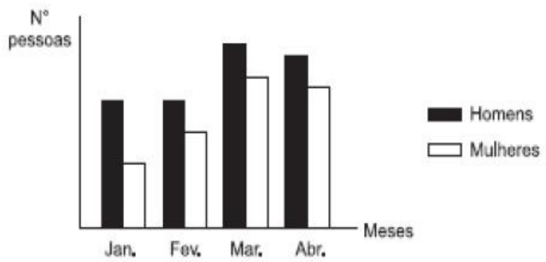
ATIVIDADES

1. A tabela a seguir mostra os dados de uma pesquisa sobre o número de pessoas desempregadas no Brasil, por sexo, de Janeiro a Abril de 2009 (Fonte: IBGE).

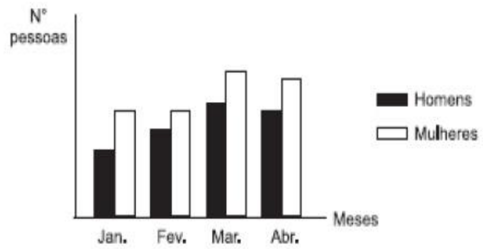
Sexo	População Desempregada			
	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril
Homens	700000	800000	1000000	900000
Mulheres	900000	900000	1300000	1200000

O gráfico que melhor representa os dados dessa tabela é:

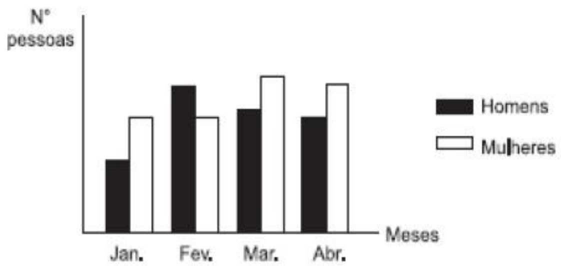
a)



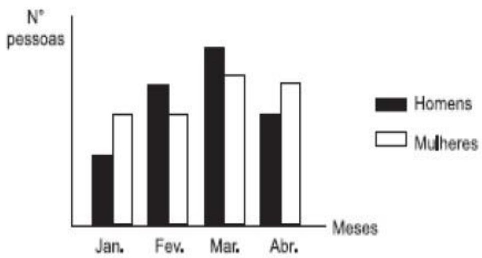
b)



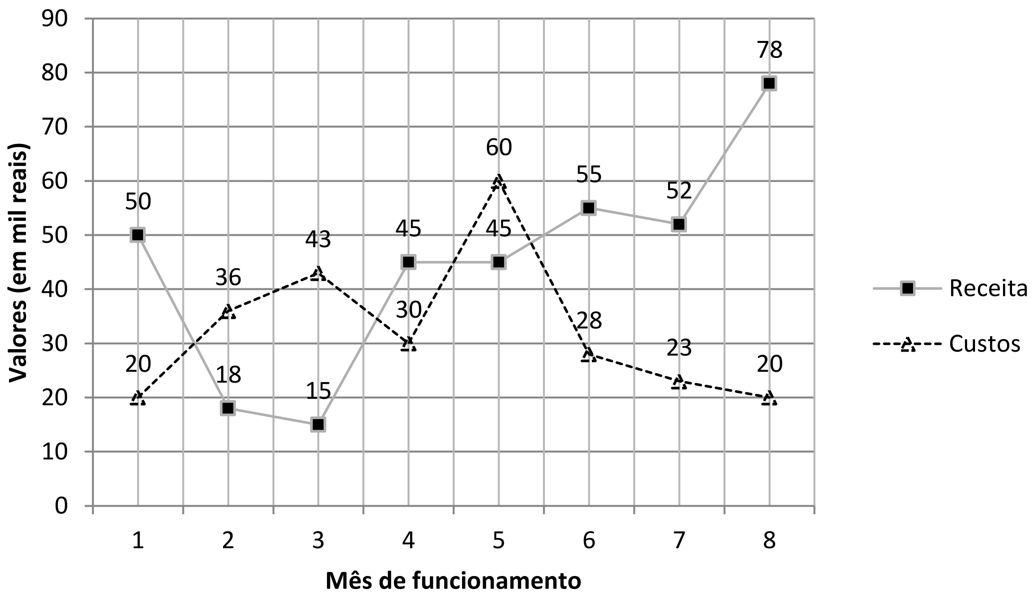
c)



d)



2. O gráfico seguinte mostra o desempenho de uma pequena fábrica nos oito primeiros meses de funcionamento: (Questão adaptada do livro Fundamentos de Matemática Elementar – vol. 11, pag.112)



Com base no gráfico, construa uma tabela indicando 4 colunas: o mês de funcionamento, a receita, os custos e por último o lucro (receita – custos), e responda:

a) Em que meses a empresa operou no "vermelho", isto é, os custos superam a receita?
b) Qual foi a receita total da fábrica nesse período?
c) Faça um gráfico para representar a evolução do lucro da fábrica mês a mês nesse período; em seguida calcule o lucro total no período.

4.2. APLICAÇÕES: CALCULANDO A DILATAÇÃO TÉRMICA

Existem muitas empresas que fabricam e montam conjuntos mecânicos. Nessa atividade, muitas vezes é necessário fazer encaixes com ajuste forçado, ou seja, encaixes em que a medida do furo é menor do que a medida do eixo, como em sistemas de transmissão de movimento.

Vamos supor que você trabalhe em uma empresa como essa e que sua tarefa seja montar conjuntos com esse tipo de ajuste. Como é possível conseguir um encaixe forçado sem que as peças componentes do conjunto sejam danificadas? Vejamos...

4.2.1. Dilatação térmica

O encaixe forçado não é um milagre. Ele é apenas o resultado da aplicação de conhecimentos de dilatação térmica.

Dilatação térmica é a mudança de dimensão, isto é, de tamanho, que todos os materiais apresentam quando submetidos ao aumento da temperatura.

Por causa dela, as grandes estruturas de concreto, como prédios, pontes e viadutos, são construídas com pequenos vãos, ou folgas, entre as lajes, para que elas possam se acomodar nos dias muito quentes.

Isso acontece porque, com o aumento da temperatura, os átomos que formam a estrutura dos materiais começam a se agitar mais e, por isso, ocupam mais espaço físico.

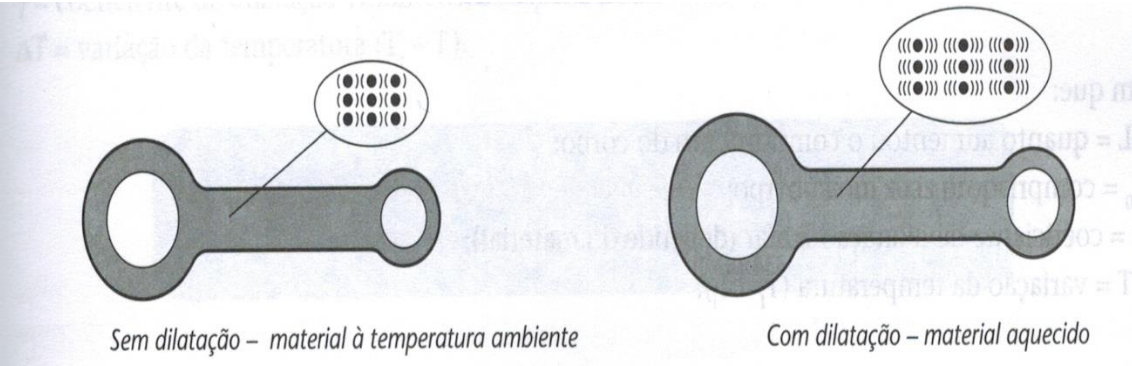


Figura 3. Material à temperatura ambiente e aquecido.

A dilatação térmica ocorre sempre em três dimensões: na direção do comprimento, da largura e da altura.

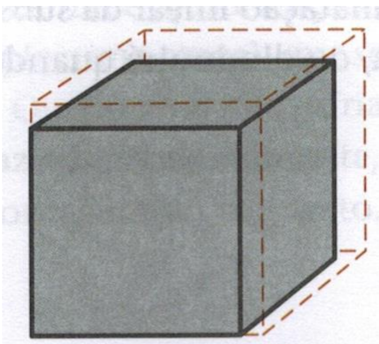


Figura 4. Dimensões do cubo após dilatação térmica

Quando a dilatação se refere a essas três dimensões ao mesmo tempo, ela é chamada de dilatação volumétrica. Se apenas duas dimensões são consideradas, a dilatação é superficial. Quando apenas uma das dimensões é considerada, ela é chamada de linear.

Essa variação de tamanho que os materiais apresentam quando aquecidos depende de uma constante característica de cada material. Essa constante é conhecida por coeficiente de dilatação térmica, representada pela letra grega α. E é um dado que se obtém em tabelas (Exemplo: Tabela 1).

Tabela 1. Coeficientes de Dilatação Térmica por °C.

Material	Coeficiente de dilatação linear
Aço	0,000012
Alumínio	0,000024
Antimônio	0,000011
Chumbo	0,000029
Cobre	0,000017
Ferro Fundido	0,0000105
Grafite	0,0000078
Ouro	0,000014
Porcelana	0,00000045
Vidro	0,0000005

É importante destacar que o coeficiente de dilatação linear (α) é um número tabelado e depende de cada material. Com ele, podemos comparar qual substância se dilata ou se contrai mais do que outra. Quanto maior for o coeficiente de dilatação linear da substância, com mais facilidade seu tamanho aumentará quando aquecida, ou diminuirá quando resfriada.

Outro aspecto interessante, é que, se soubermos o valor do coeficiente de dilatação linear (α) de uma determinada substância, poderemos também saber o valor do coeficiente de dilatação superficial (β) e o do coeficiente de dilatação volumétrica (γ) da substância. Eles se relacionam da seguinte maneira:

$$\beta = 2 \times \alpha$$

$$\gamma = 3 \times \alpha$$

Verifiquemos as relações que traduzem os diferentes aspectos da dilatação:

1. Dilatação térmica linear:

$$\Delta L = L_o \times \propto \times \Delta T$$

onde:

- ΔL = quanto aumentou o comprimento do corpo;
- L_o = comprimento inicial do corpo;
- α = coeficiente de dilatação linear (depende do material)
- ΔT = variação da temperatura ($T_f - T_i$)

2. Dilatação térmica superficial:

$$\Delta A = A_o \times \beta \times \Delta T$$

onde:

- ΔA = quanto aumentou a área do corpo;
- A_o = área inicial do corpo;
- β = coeficiente de dilatação superficial (depende do material)
- ΔT = variação da temperatura ($T_f - T_i$)

3. Dilatação térmica volumétrica:

$$\Delta V = V_o \times \gamma \times \Delta T$$

onde:

- ΔV = quanto aumentou o volume do corpo;
- V_o = volume inicial do corpo;
- γ = coeficiente de dilatação volumétrica (depende do material)
- ΔT = variação da temperatura ($T_f - T_i$)

Quando o sinal de ΔL, ΔA e ΔV é positivo, temos um aumento de dimensões, ou seja, dilatação. Quando o sinal de ΔL, ΔA e ΔV é negativo, temos uma redução das dimensões envolvidas, ou seja, uma retração.

Mas, quanto ao encaixe forçado... onde ele entra em tudo isso ?

É simples. Usemos o fato de que os materiais em geral, e o aço em particular, mudam de dimensão quando aquecidos, para realizar o ajuste forçado. Para isso, você aquece a peça fêmea, ou seja, a que possui o furo (por exemplo, uma coroa), que se dilatará. Enquanto a peça ainda está quente, você monta a coroa no eixo. Quando a coroa esfriar, o ajuste forçado estará pronto.

O que é preciso para fazer isso corretamente, é saber qual temperatura é adequada para obter a dilatação necessária para a montagem do conjunto.

Exemplo 1. Para fins de cálculo, consideremos apenas a dilatação linear, pois o que nos interessará neste momento será apenas uma medida, que, nesse caso, é o diâmetro do furo.

Para o cálculo, vamos utilizar a relação:

$$\Delta L = L_o \times \propto \times \Delta T$$

onde:

- ΔL = quanto aumentou o comprimento do corpo;

- L_o = comprimento inicial do corpo;
- α = coeficiente de dilatação linear (depende do material)
- ΔT = variação da temperatura (T_f – T_i)

Tomemos o conjunto de peças apresentado na Figura 5.

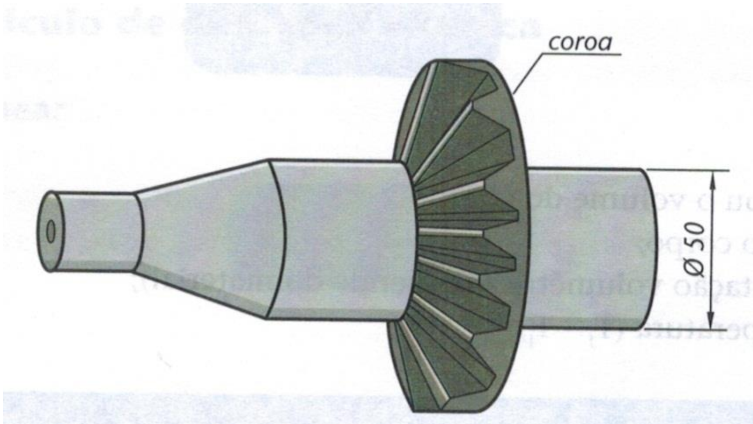


Figura 5. Conjunto de peças a serem encaixadas.

Neste conjunto, o diâmetro do furo da coroa de aço deverá ser 0,05 mm menor do que o diâmetro do eixo. A questão é descobrir a quantos graus a coroa deve ser aquecida para se obter o encaixe com o aperto desejado.

O elemento que deverá ser aquecido é a coroa (componente do conjunto que possui o furo). O valor obtido para a variação de temperatura (ΔT) é o valor que deverá ser somado à temperatura que a coroa tinha antes de ser aquecida. No nosso caso, a temperatura ambiente.

Supondo-se que neste momento a temperatura ambiente seja 20° C. Primeiro, analise as medidas da peça. A medida disponível em nossa figura b é o diâmetro do eixo. Porém, a medida que você precisa para o cálculo é o diâmetro do furo da coroa. Como o diâmetro do furo da coroa dever ser 0,5 mm menor do que o diâmetro do eixo, a medida necessária é o diâmetro do eixo menos 0,05 mm, ou seja:

$$L_f = 50 \text{ mm} - 0{,}05 \text{ mm} = 49{,}95 \text{ mm}$$

Outro dado que você precisa é o valor do coeficiente de dilatação do aço. Esse você encontra na tabela a, apresentada anteriormente. Esse valor é de 0,000 012.

E, por último, você tem ΔL, que é 0,05 mm.

A relação apresentada pode ser reescrita. Vamos isolar o elemento cujo valor não conhecemos. Assim, a relação original

$$\Delta L = L_o \times \propto \times \Delta T$$

pode ser reescrita:

$$\Delta T = \frac{\Delta L}{L_o \times \propto}$$

Substituindo-se os elementos da relação acima pelos valores, você terá:

$$\Delta T = \frac{0{,}05}{49{,}95 \times 0{,}000012}$$

$$\Delta T = \frac{0{,}05}{0{,}0005994}$$

$$\Delta T = 83{,}4\,^{o}C$$

Assim, para obter o encaixe com ajuste forçado desse conjunto, você precisa aquecer a coroa à temperatura de 83,4 °C mais 20°C da temperatura ambiente. Logo, a coroa deverá ser aquecida a 103,4 °C.

TERMOS E CONCEITOS IMPORTANTES

Dilatação Térmica – é a mudança de dimensão, isto é, de tamanho, que todos os materiais apresentam quando submetidos ao aumento da temperatura.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

NOVAES, R.C.R. e SCARAMBONI, A. **Calculando a dilatação térmica**. Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Cálculo Técnico. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, 2009, p.19 a 24.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 2. Espaço e sua medição**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 3. Funções e escalas**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

VIDEOS

Telecurso Profissionalizante de Mecânica: Cálculo Técnico. DVD 1 – Aula 2: Calculando a Dilatação Térmica.

CRÉDITO DAS FIGURAS

Figuras 3, 4 e 5: NOVAES, R.C.R. e SCARAMBONI, A. Calculando a dilatação térmica.

5. A RELAÇÃO DO INVERSO DO QUADRADO

INTRODUÇÃO

A relação do inverso do quadrado descreve muitas situações na natureza onde algo – luz, partículas, ou linhas de força elétricas – irradia-se a partir de um ponto, em linhas retas, de forma uniforme, em todas as direções. Muitas verificações experimentais desta lei, para a luz e outros efeitos, provaram sua veracidade, e confirmaram as deduções feitas pela geometria.

Ao longo desta lição veremos que esta relação deu-nos um novo e poderoso meio de medir grandes distâncias e que diversas outras relações matemáticas podem ser aproveitadas em física para nos informar sobre coisas do mundo físico. É um assunto muito importante e será utilizado em muitos outros momentos, seja em nossos estudos, seja em nosso dia a dia.

A. OPTICA – TRABALHANDO COM A LUZ

Imagine uma fileira de luzes de rua que se estendem de onde você está a uma distância qualquer. As lâmpadas são todas iguais – isto é, todas fornecem a mesma quantidade de luz por segundo – mas quanto mais perto cada uma estiver de você, tanto mais intensa parecerá. A luz se espalha igualmente em todas as direções, o que é aproximadamente verdadeiro para uma luz de rua, uma estrela, e muitas outras fontes.

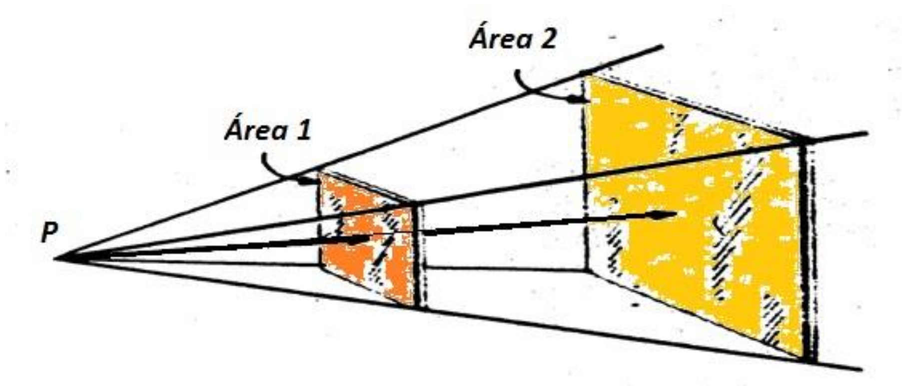


Figura 1. Representação da luz afastando-se de um ponto P em direção a anteparos de diferentes áreas.

Observemos a Figura 1. Vamos considerar apenas uma parte da luz afastando-se do ponto P, através de uma espécie de "pirâmide". À medida que aumenta a distância à fonte, a luz se distribui por uma área maior, e parece menos intensa. Isto sugere que a intensidade da luz (I) é inversamente proporcional à área (A) sobre a qual incide,

$$I \propto \frac{1}{A}$$

onde I representa a intensidade, e A, a área. Admitamos, por enquanto, que esta relação é realmente válida para a luz.

Cada lado dos quadrados na Figura 1 tem um comprimento proporcional à sua distância ao ponto P (fonte). Portanto, a área de cada quadrado é proporcional ao quadrado desta distância. Se chamarmos a distância de d, isto pode ser expresso por

$$A \propto d^2$$

Combinando esta relação com I α $\frac{1}{A}$, encontramos

$$I \propto \frac{1}{d^2} \qquad (1)$$

Esta é a relação do inverso do quadrado que, para a luz, indica que a intensidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância à fonte.

Voltando à Figura 1 verifica-se que a luz procedente de um ponto (P) se irradia em todas as direções. Como a luz se difunde, cobrindo uma área quatro vezes maior para cada duplicação da distância, segue-se que sua intensidade se reduz a $\frac{1}{4}$. Logo, quando a distância é duplicada, a intensidade é reduzida a $\frac{1}{4}$, ou, a intensidade é inversamente proporcional ao quadrado da distância.

Podemos observar que I α $\frac{1}{d^2}$, e lembrando que I α $\frac{1}{A}$, chegamos a relação

$$\frac{I'}{I} = \frac{A}{A'}$$

Utilizando a relação A α d^2 , temos que

$$\frac{A}{A'} = \frac{d^2}{(d')^2} \qquad (2)$$

E finalmente, combinando as Equações (1) e (2), temos

$$\frac{I'}{I} = \frac{d^2}{(d')^2} \qquad (3)$$

que corresponde à I α $\frac{1}{d^2}$.

Observe que a Equação (3) é válida tanto para uma fonte única às distâncias d' e d, quanto para duas fontes idênticas, uma à distância d', e a outra à distância d. Por exemplo, suponha que temos duas lâmpadas de rua, identificadas pelos números 1 e 2, a distâncias diferentes d_1 e d_2 de uma parede branca, por elas iluminada. Suas intensidades na parede estão, pois, na razão

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{d_2^2}{d_1^2}$$

Esta relação permite-nos avaliar a que distância se encontra uma lâmpada, se temos outra igual a uma distância conhecida.

Exemplo 1. Suponha que uma lâmpada a 10 metros (d_1) de distância produza uma intensidade 16 vezes maior que a fornecida por outra lâmpada idêntica situada a uma distância desconhecida d_2. Como podemos encontrar d_2?

Solução

Sabemos que I_1 / I_2 é igual a 16, e que d_1 mede 10 m (metros).

$$16 = \frac{I_1}{I_2} = \frac{d_2^2}{(10\ m)^2}$$

Resolvendo para d_2, temos

$$d_2 = \sqrt{16\ x\ (10\ m)^2} = 4 \times 10 \text{ m} = 40 \text{ m}.$$

As células fotoelétricas, os fotômetros de câmaras fotográficas, e as chapas fotográficas, podem proporcionar medidas precisas de intensidade relativa. O mesmo pode fazer o olho, com a ajuda de um anteparo especial sobre o qual são feitas comparações.

Descobrindo a distância das estrelas

É o método que acabamos de ver que nos dá conhecimento da distância das estrelas remotas. Distância demasiadamente grande para ser medida pelos métodos geométricos que empregam o diâmetro da órbita terrestre como linha de base.

A medida é feita pela comparação da intensidade da imagem esmaecida de uma estrela longínqua dada por uma chapa fotográfica com a intensidade de uma estrela próxima que pareça emitir a mesma quantidade de luz.

A medida é aproximada, porque não esperamos que sejam as duas estrelas, realmente, fontes de luz igualmente intensas. Por este caminho simples, entretanto, podemos ir muito além das possibilidades dos métodos de triangulação, e, pelo menos, determinar a ordem de grandeza da distância a estrelas remotas.

Exemplo 2. Podemos ver como funciona a relação do inverso do quadrado, medindo a distância a uma estrela próxima usando esta relação, e comparando nosso resultado com a distância medida geometricamente.

Existe uma estrela apropriada para este fim, a α do Centauro A. A julgar pela sua cor e massa calculada, esta estrela é muito semelhante ao Sol. Mas a intensidade de iluminação aqui na Terra é 10^{11} vezes maior para o Sol que para a α do Centauro A.

Pela relação do inverso do quadrado, ficamos sabendo que a α do Centauro A deve estar aproximadamente $\sqrt{10^{11}}$ = 3 x 10^5 vezes mais afastada de nós que o Sol. O Sol está a 1,5 x 10^{11} m da Terra, de modo que a estrela em questão deve estar a cerca de 4,5 x 10^{16} m de nós. E isto é quase exatamente o que uma medida geométrica fornece. Neste caso, a relação do inverso do quadrado para medir distâncias a estrelas ainda mais afastadas é fortalecida porque os resultados concordam com os de outros métodos indiretos de medida.

B. ELETRICIDADE - A FORÇA ELÉTRICA

O cálculo da força que atua entre dois objetos carregados eletricamente foi inicialmente proposto por Charles A. Coulomb, nos anos de 1784 e 1785. Ele mostrou que tanto as forças magnéticas como as elétricas variavam "com o inverso do quadrado das distâncias", ou seja, obedeciam as leis que eram análogas à lei da gravitação de Newton. Para isso, Coulomb usou um parelho semelhante ao que está apresentado na Figura 2, em que estão representadas duas esferas carregadas positivamente.

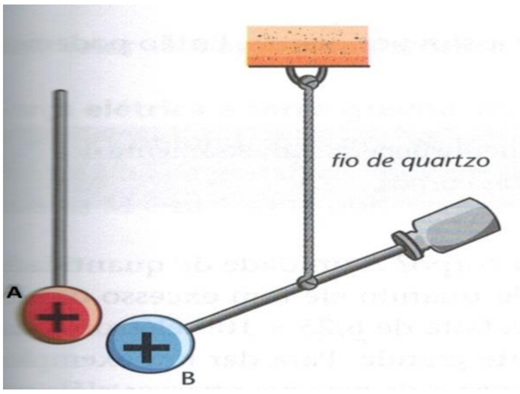


Figura 2. Aparato usado por Coulomb.

Uma delas é fixa, a esfera A, e a outra, a esfera B está suspensa por um fio de quartzo. Quando a esfera A é aproximada da esfera B, esta é repelida e torce o fio, exercendo uma força sobre ele. Assim, se soubermos com que ângulo o fio girou, podemos calcular a força que estava sendo aplicada no fio e, portanto, a força existente entre as duas esferas.

i. A lei de Coulomb

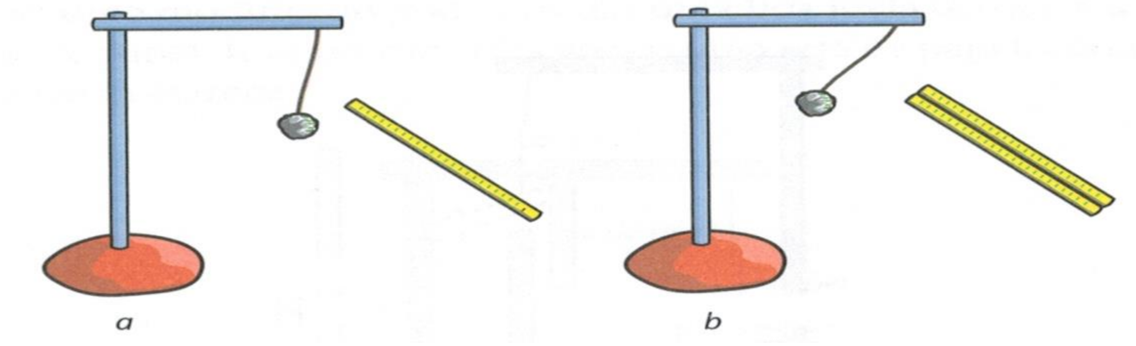


Figura 3. Lei de Coulomb – Quantidade de carga elétrica

Se carregarmos um pêndulo elétrico por contato, usando um canudo e, em seguida, aproximarmos o canudo do pêndulo, sabemos que o pêndulo será repelido (Figura 3a). Se juntarmos ao primeiro canudo um novo canudo carregado da mesma maneira, veremos que o pêndulo será repelido com mais intensidade (Figura 3b). Ou seja:

A força elétrica que existe entre dois corpos carregados eletricamente depende diretamente da quantidade de cargas de cada um deles.

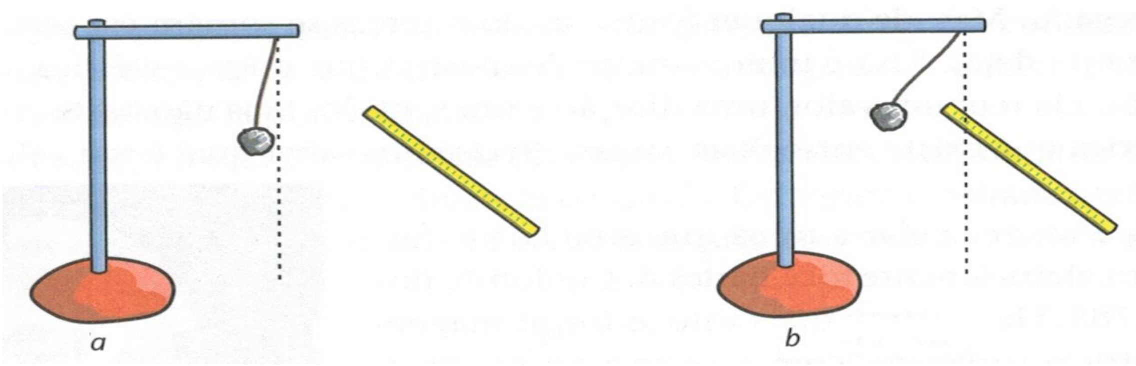


Figura 4. Lei de Coulomb – Distância do pêndulo

Quando aproximamos um canudo carregado de um pêndulo também carregado, veremos que, quanto menor for a distância entre o pêndulo e o canudo, maior será a força (Figura 4). Ou seja, a força depende inversamente da distância. Na realidade, Coulomb mostrou que a força depende inversamente do quadrado da distância, isto é:

- Se dividirmos a distância por 2, a força aumenta 4 vezes;
- Se dividirmos a distância por 3, a força aumenta 9 vezes;

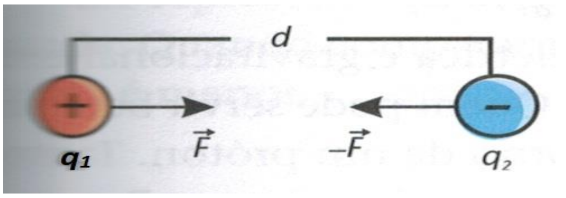
- Se dividirmos a distância por 4, a força aumenta 16 vezes, e assim por diante. Então podemos dizer que:

A FORÇA ELÉTRICA QUE EXISTE ENTRE DOIS CORPOS CARREGADOS ELETRICAMENTE DEPENDE INVERSAMENTE DO QUADRADO DA DISTÂNCIA QUE SEPARA ESSES DOIS CORPOS.

Mas, como medir a quantidade de cargas que existem em um corpo? A unidade de quantidade de cargas é o coulomb. Sabemos que um corpo está eletrizado quando ele tem excesso de elétrons ou deficiência de elétrons. Se um corpo tiver excesso ou falta de 6,25 x 10^{18} elétrons, sua carga será de 1 coulomb, que é uma carga extraordinariamente grande. Para dar um exemplo, as cargas elétricas das nuvens durante tempestades, que são capazes de provocar faíscas elétricas formidáveis, são da ordem de uns 20 coulombs.

ii. A representação matemática da lei de Coulomb

Vamos supor que duas cargas elétricas Q_1 e Q_2 estejam separadas por uma distância d. Vimos que a intensidade da força eletrostática depende do valor de Q_1, do valor de Q_2 e do inverso do quadrado da distância entre essas cargas. Poderíamos escrever que o valor da força elétrica F é proporcional a essas grandezas, ou seja:



$$F \, \alpha \, \frac{|Q_1| \times |Q_2|}{d^2}$$

Figura 5. Cargas elétricas de sinais contrários se atraem.

Essa é a maneira de dizer que existe uma proporcionalidade entre F e as outras grandezas. A relação acima seria lida da seguinte maneira:

A FORÇA ELÉTRICA (OU ELETROSTÁTICA) É PROPORCIONAL AOS VALORES DAS CARGAS E INVERSAMENTE PROPORCIONAL AO QUADRADO DA DISTÂNCIA ENTRE ELAS.

Essa relação vale para qualquer meio no qual estejam colocadas as cargas. Se as cargas estivessem no vácuo, existiria uma constante de proporcionalidade (k) entre F e os outros valores. Se o meio fosse a água ou outro material qualquer, o valor da constante seria diferente. Os cientistas fizeram inúmeras medições dessas constantes e concluíram que, se as cargas estivessem no vácuo, a constante de proporcionalidade seria:

$$k = 9{,}0 \times 10^{9}\ \frac{N.m^2}{C^2}$$

Agora, estamos em condições de escrever a relação que nos permite calcular a força elétrica entre duas cargas quando elas estiverem no vácuo:

$$F = 9{,}0\ \times 10^{9}\ \times\ \frac{|Q_1|\ \times\ |Q_2|}{d^2}$$

Esse valor será aproximadamente o mesmo se as cargas estiverem no ar.

C. ELETRICIDADE E MECÂNICA – AS FORÇAS ELÉTRICA E GRAVITACIONAL

A lei de Coulomb, que nos permite calcular a força que existe entre duas cargas, é bastante semelhante à lei da gravitação universal de Newton. Lembrando-nos que

MATÉRIA ATRAI MATÉRIA NA RAZÃO DIRETA DAS MASSAS E NA RAZÃO INVERSA DO QUADRADO DA DISTÂNCIA.

temos que a intensidade da força gravitacional F_g entre duas massas M e m é dada por:

$$F = G\ \times\ \frac{M \times\ m}{d^2}$$

Nessa relação, G, a constante de gravitação, vale 6,67 x $10^{-11}\ \frac{N.m^2}{kg^2}$

Note que as unidades de G são parecidas com as de k, a constante de proporcionalidade da lei de Coulomb.

Outro fato importante é que "A força elétrica é bem mais intensa que a força gravitacional". Para verificarmos tal questão, vamos calcular a força de atração elétrica e gravitacional entre dois corpos. Um bom exemplo seria o átomo de hidrogênio. Ele tem um elétron girando em torno de um protón. Tanto o próton quanto o elétron têm carga e massa. Então podemos comparar as duas forças, mas para isso, vamos precisar saber quanto valem a carga e a massa de cada um.

Tabela 1. Alguns dados do átomo de hidrogênio.

Propriedade	Grandezas
Massa do próton	1,7 x 10^{-27} kg
Massa do elétron	9,1 x 10^{-31} kg
Módulo da carga do elétron = carga do próton	1,6 x 10^{-19} C
Distância entre o elétron e o próton no átomo de hidrogênio	5,3 x 10^{-11} m

Neste caso, ao usar as duas leis, a de Newton para calcular a força gravitacional e a de Coulomb para calcular a força elétrica, não podemos esquecer que as duas são de atração. Esta é uma outra diferença importante entre as duas forças. A força gravitacional é sempre de atração, mas a força elétrica pode ser de repulsão. Vamos ao cálculo das forças:

a) F_g – Força Gravitacional:

$$F_g = G \times \frac{m_{próton} \times m_{elétron}}{d^2} =$$

$$= \frac{6{,}67 \times 10^{-11} Nm^2/kg^2 \times 1{,}7 \times 10^{-27} kg \times 9{,}1 \times 10^{-31} kg}{(5{,}3 \times 10^{-11})^2}$$

$$F_g = 3{,}7 \times 10^{-47} N$$

b) F_e – Força Elétrica:

$$F_e = k \times \frac{Q_{próton} \times Q_{elétron}}{d^2} =$$

$$= \frac{9{,}0 \times 10^{9} Nm^2/C^2 \times 1{,}6 \times 10^{-19} C \times 1{,}6 \times 10^{-19} C}{(5{,}3 \times 10^{-11})^2}$$

$$F_e = 8{,}2 \times 10^{-8} N$$

Dividindo-se uma pela outra, teremos:

$$\frac{F_e}{F_g} = \frac{8{,}2 \times 10^{-8} N}{3{,}7 \times 10^{-47} N} \cong 2 \times 10^{39}$$

Esse número que encontramos representa quantas vezes uma força é maior do que a outra. Ele é um número muito grande. Para se ter uma ideia, quando comparamos o tamanho do Universo com o tamanho de um átomo, o número obtido é menor do que esse.

TERMOS E CONCEITOS IMPORTANTES

Força elétrica – origina-se da interação de uma carga elétrica com outras cargas elétricas. Pode ser de repulsão ou atração, conforme os sinais das cargas, se de sinais contrários se atraem, as de mesmo sinal se repelem.

Força gravitacional – é a força de atração que existe entre as partículas que apresentam massa em todo universo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

HAMBURGER, E. W. et al.. **Atração Fatal**. Telecurso Ensino Médio: Física. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.2, 2008, p.153.

HAMBURGER, E. W. et al.. **Hoje estou elétrico**. Telecurso Ensino Médio: Física. 1ª ed, Rio de Janeiro: Fundação Roberto Marinho, vol.2, 2008, p.162.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 2. Espaço e sua medição**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 3. Funções e escalas**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

CRÉDITO DAS FIGURAS

Figuras 2, 3, 4 e 5: HAMBURGER, E. W. et al. – Atração Fatal.

ANEXO E – LIÇÃO 02

2ª. LIÇÃO DE FÍSICA – ESCALAS

INTRODUÇÃO

Figura 1. Lemuel Gulliver – pintura em parede.

O viajante imaginário Lemuel Gulliver passou uns tempos agitados em um reino chamado Lilliput, onde todas as coisas vivas – homens, gado, árvores, grama – eram exatamente semelhantes às de nosso mundo, exceto pelo fato de serem formados na escala de uma polegada[17] para um pé[18]. Os lilliputianos tinham pouco menos de 15 centímetros de altura, em média, e eram constituídos proporcionalmente tal como nós. Gulliver visitou também Brobdingnag, o país dos gigantes, que eram exatamente como os homens, mas doze vezes mais altos. Da forma como Swift[19] a descreveu, a vida diária em ambos os reinos era equiparável à nossa (no século XVIII). Está aí uma sugestão de boa leitura, tanto para fins históricos como sociológicos. Esta obra nos permite fazer uma análise mais crítica do

[17] A polegada é uma unidade de comprimento usada no sistema imperial de medidas britânico. Uma polegada corresponde à 2,54 cm (centímetros) ou 25,4 mm (milímetros) no Sistema Internacional (SI).

[18] Pé, assim como a polegada, é uma unidade de comprimento utilizada no Reino Unido, nos Estados Unidos, e em menor grau no Canadá. Um pé corresponde, atualmente, a doze polegadas, equivalendo a 30,48 cm (centímetros). É uma medida amplamente usada na aviação.

[19] Jonathan Swift é o autor de Viagens de Gulliver, nasceu em Dublin (Irlanda) em 30 de novembro de 1667. Escreveu diversos livros e poemas tendo como foco as sociedades inglesa e francesa da época.

comportamento humano[20] na Inglaterra e França da época, mas, neste momento, focaremos nossos estudos no fato de que pessoas de tais tamanhos não poderiam ter sido como o autor as descreveu.

1. O MUITO GRANDE E O MUITO PEQUENO SEGUNDO GALILEU

Muito antes da existência de Swift, Galileu[21] compreendeu porque os modelos muito pequenos ou muito grandes de homens não poderiam ser como nós.

Um personagem de Galileu em "*Two New Sciences*" (*Duas Novas Ciências*) disse: "*Agora, desde que... em geometria... o simples tamanho não caracteriza nenhuma figura, não vejo porque as propriedades dos círculos, triângulos, cilindros, cones, e outras figuras sólidas, mudarão com seu tamanho...*".

Mas, seu amigo físico replica: "*A opinião comum está, neste caso, absolutamente errada*".

Mas... Como !?!?!?

Vejamos o porquê.

Comecemos com a resistência de uma corda. É fácil verificar que se um homem puxa com uma dada força uma corda e quase pode rompê-la, duas de tais cordas resistirão exatamente ao esforço de dois homens.

Uma única corda de seção transversal de mesma área total que a das duas cordas menores combinadas, conterá exatamente o dobro do número de fibras de uma das cordas pequenas, e agirá como as duas.

Figura 2. Corda composta por várias fibras combinadas.

[20] As Viagens de Gulliver é um romance satírico de Swift. A narrativa inicia-se com o naufrágio do navio onde Gulliver seguia viagem. Após o naufrágio ele foi arrastado para uma ilha chamada Lilliput. Os habitantes desta ilha, que eram extremamente pequenos em relação à Gulliver, estavam constantemente em guerra por futilidades. Foi através dos lilliputianos que Swift demonstrou a realidade inglesa e francesa da época. Na segunda parte, Gulliver conheceu Brobdingnag. Em contraposição a Lilliput, seus habitantes eram gigantes frente à Gulliver. Gulliver ainda realiza outras viagens no desenrolar do romance encontrando em sua última viagem os Houyhnhm, uma raça de cavalos que possuía muita inteligência.

[21] Galileu Galilei foi uma personagem fundamental na revolução científica. Enunciou o princípio da inércia, melhorou significativamente o telescópio refrator e com ele descobriu as manchas solares, as montanhas da lua, as fases de Vénus, os anéis de Saturno, além de muitas outras realizações, contudo, a principal contribuição de Galileu foi o "método empírico" sendo considerado o "pai da ciência moderna".

Em outras palavras, a resistência ao rompimento de um arame ou uma corda é proporcional à área de sua seção transversal, ou ao quadrado de seu diâmetro. A experiência e a teoria concordam nesta conclusão.

$$\text{Resistência } \alpha\ A_t \qquad \text{ou} \qquad \text{Resistência } \alpha\ D^2$$

A mesma relação é válida, não somente para cordas ou cabos suportando uma tração, mas, também, para colunas ou estruturas suportando uma compressão. A compressão que uma coluna suportará, comparando apenas as de um dado material, é, também, proporcional à área da seção transversal da coluna.

O corpo humano ou o de um animal é mantido ereto por um conjunto de colunas ou estruturas – o esqueleto – sustentado pelas várias ligações e amarras, que são os músculos e tendões. Mas o peso do corpo que deve ser sustentado é proporcional ao total de músculos e ossos presentes, isto é, ao volume.

Figura 3. O corpo humano – o esqueleto e os músculos.

$$\text{Peso } \alpha \text{ Volume} \qquad \text{ou} \qquad \text{Peso } \alpha\ L^3$$

Comparemos, então, Gulliver com o gigante de Brobdingnag, doze vezes mais alto. Desde que o gigante é exatamente igual a Gulliver em constituição, cada uma de suas dimensões lineares é doze vezes maior que a correspondente de Gulliver. Como a resistência de suas colunas e ligações é proporcional à área de sua seção transversal e, consequentemente, ao quadrado de suas dimensões lineares (Resistência α L^2), seus ossos serão 12^2 ou 144 vezes tão fortes quanto os de Gulliver. Sendo seu peso proporcional a seu volume (Peso α L^3), ele será 12^3 ou 1728 vezes maior que o de Gulliver.

Representemos agora, a relação entre a resistência e o peso do gigante, considerando-se "*a* " a resistência e "*b*"o peso de Gulliver, teremos:

$$\frac{144}{1728}\frac{a}{b} = \frac{1}{12}\frac{a}{b}$$

Assim, o gigante terá uma razão entre a resistência e o peso, doze vezes menor que a nossa. Só para sustentar seu próprio peso, ele teria tanta dificuldade quanto nós para carregar onze homens às nossas costas. Na realidade, Lilliput e Brobdingnag são apenas regiões fictícias do romance de Swift.

Galileu escreveu muito claramente sobre este ponto, refutando a possibilidade da existência de Brobdingnag, ou de quaisquer gigantes de aparência normal:

> "... se alguém quer manter em um gigante a mesma proporção de membros encontrada num homem comum, deve, ou usar um material mais sólido e forte para formar os ossos, ou admitir uma diminuição de resistência em comparação com a de homens de estatura média; pois, se sua altura tiver sido aumentada desordenadamente, ele cairá e será esmagado sob a ação de seu próprio peso. Pelo contrário, se o tamanho de um corpo for diminuído, sua resistência não será reduzida na mesma proporção; na verdade, quanto menor o corpo, tanto maior sua resistência relativa. Assim, um cachorrinho poderá provavelmente carregar às costas dois ou três cachorros de seu próprio tamanho; acredito, porém, que um cavalo não poderia suportar mesmo um de seu próprio tamanho".

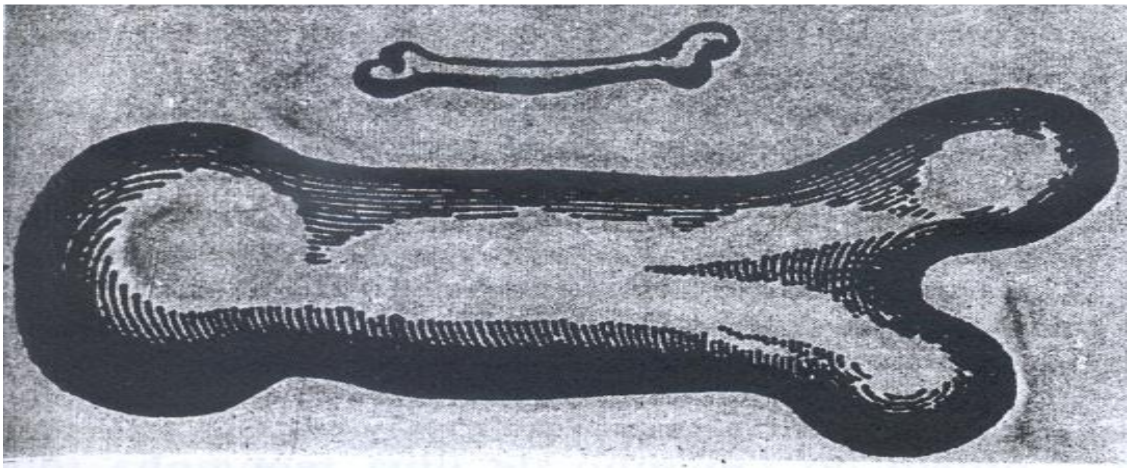


Figura 4. Desenho de Galileu como exemplo de escala.

O esboço da **Figura 4** é de Galileu, que o desenhou para ilustrar o parágrafo citado. Veja que há mais de 300 anos, Galileu escreveu sobre o fato de que um osso de comprimento maior deve aumentar em grossura em maior proporção, de modo a ser comparativamente resistente. O osso grande nesta ilustração (Figura 8) tem aproximadamente três vezes o comprimento do menor, e é quase nove vezes mais grosso. Na realidade esta antiga ilustração não está correta. O osso maior deveria ser apenas 5,2 vezes mais grosso.

Investigamos os problemas de ampliar em escala até o gigantesco. Olhemos, agora, para alguns dos problemas que surgem quando reduzimos a escala.

Quando você sai completamente molhado de uma piscina, existe uma fina película de água sobre sua pele. Seus dedos não estão menos molhados que seu antebraço, a espessura da película de água é aproximadamente igual na maior parte de seu corpo. A grosso modo, pelo menos, a quantidade de água que você traz da piscina é proporcional à área da superfície de seu corpo. Você pode expressar isto pela relação

$$\text{Quantidade de água} \propto A_s \qquad \text{ou} \qquad \text{Quantidade de água} \propto L^2$$

onde L é sua altura. A carga original sobre sua estrutura é, como antes, proporcional a seu volume.

$$\text{Carga} \propto V \qquad \text{ou} \qquad \text{Carga} \propto L^3$$

Assim,

$$\frac{carga\ extra}{carga\ original} \propto \frac{L^2}{L^3} = \frac{1}{L}$$

ou seja, a razão *carga extra / carga original* é proporcional a 1/L.

Você talvez traga da piscina água suficiente para encher um copo ou coisa semelhante, o que representa um aumento de aproximadamente 1 por cento (1%), no que você deve movimentar. Mas um Lilliputiano traria mais ou menos 12 por cento de seu peso, o que seria equivalente a um pesado traje de inverno com um sobretudo. Sair da piscina não seria brincadeira!

Se um pequeno inseto se molha, o peso de seu corpo duplica, e ele se torna prisioneira da gota d'água.

Figura 5. Inseto envolvido por uma gota de água.

Existe ainda um efeito mais importante da escala. Seu corpo desprende calor principalmente através da pele (e um pouco pela expiração de ar quente). É fácil acreditar – e pode ser verificado experimentalmente – que o calor desprendido é proporcional à área da superfície, e assim

Calor desprendido α A_s ou Calor desprendido α L^2

mantendo-se constantes outros fatores, como a temperatura, natureza da pele, e assim por diante. O alimento ingerido deve suprir este calor, bem como a energia suplementar que dispendemos em nosso movimento. Assim, a necessidade mínima de alimento é proporcional a L^2. Se um homem como Gulliver pode viver por um dia ou dois comendo uma perna de cordeiro e um naco de pão, um Lilliputiano, de mesma temperatura corporal, necessitará um volume de alimento $\left(\frac{1}{12}\right)^2$daquele. Mas esta perna de cordeiro, reduzida a escala de seu mundo, seria menor em volume por um fator igual a $\left(\frac{1}{12}\right)^3$. Observando-se a relação entre o volume de alimento e o volume da perna de cordeiro reduzida

$$\frac{volume\ de\ alimento}{volume\ da\ perna\ de\ cordeiro\ reduzida} \propto \frac{\left(\frac{1}{12}\right)^2}{\left(\frac{1}{12}\right)^3} = \frac{1}{\frac{1}{12}} = 12$$

portanto, ele necessitaria de doze destes assados e pães para sentir-se tão bem alimentado quanto Gulliver com um.

Os Lilliputianos deveriam ser gente faminta, agitada, ativa, graciosa, mas facilmente encharcável. Você pode reconhecer estas características em muitos mamíferos pequenos, como o camundongo.

Podemos perceber porque não existem animais de sangue quente muito menores que o camundongo. Os peixes, sapos, e insetos podem ser muito menores, porque sua temperatura não excede a do meio em que vivem. De acordo com as leis de escala para áreas e volumes, os pequenos animais de sangue quente necessitam relativamente uma grande quantidade de alimento, os realmente pequenos não poderiam conseguir ou mesmo digerir esta enorme quantidade. A agricultura dos Lilliputianos certamente não poderia ter mantido um reino como o descrito por Gulliver.

Vemos, pois, que nem Brobdingnag nem Lilliput podem ser, realmente, um modelo em escala de nosso mundo. Vejamos nas próximas sessões o que tem estas conclusões a ver com a física.

2. O MUITO GRANDE

À medida que ampliamos em escala um sistema qualquer, a carga se torna eventualmente maior que a resistência da estrutura. Este efeito se aplica a todo sistema físico, e não apenas a animais, é claro. Os edifícios podem ser enormes, porque seus materiais são mais fortes que os ossos, suas formas são diferentes, e eles não se movem. Estes fatos determinam as constantes tais como k na equação

$$\text{Resistência} = kL^2$$

mas são válidas as mesmas leis. Não pode ser construído um edifício com o aspecto do Banco do Estado de São Paulo (Figura 6) e que tenha a altura de uma montanha, digamos, de dez mil metros. As montanhas são estruturas sólidas, na maioria das vezes, sem cavidades interiores. Assim, como os ossos de um gigante devem ser grossos, um objeto do tamanho de uma montanha sobre a Terra deve ser maciço, ou, então, ser construído com novos materiais.

Figura 6. Banco do Estado de São Paulo e a Cordilheira do Himalaia.

Nossos argumentos não estão restritos à superfície da Terra. Podemos imaginar a construção de uma estrutura imensa, muito longe no espaço, fora da atração gravitacional da Terra. A carga não é dada, então, pela atração gravitacional terrestre, mas à medida que a estrutura aumenta mais e mais, cada parte atrai, gravitacionalmente, todas as outras, e, logo, a parte externa da estrutura é atraída para o interior com grande força. O interior, construído com materiais comuns, é esmagado, e grandes protuberâncias aparecem na superfície ou submergem. Em consequência, toda estrutura grande, como um planeta (Figuras 7 e 8), tem um formato simples, e se é suficientemente grande, a forma é próxima à de uma esfera. Qualquer outra forma será incapaz de se sustentar.

Eis aí a razão essencial da tendência à forma esférica que os planetas e o Sol apresentam. A atração da gravidade é importante para nós na Terra, mas à medida que estendemos o alcance das dimensões que estudamos, ela se torna absolutamente dominante no muito grande. Somente o movimento pode alterar este resultado. As grandes massas de gás que são as nebulosas, por exemplo, variam com o tempo, e então, se modifica a lei de que os objetos grandes devem ter forma simples.

Figura 7. Objetos muito grandes. Comparação entre a Terra e os planetas Vênus, Marte, Mercúrio e Plutão.

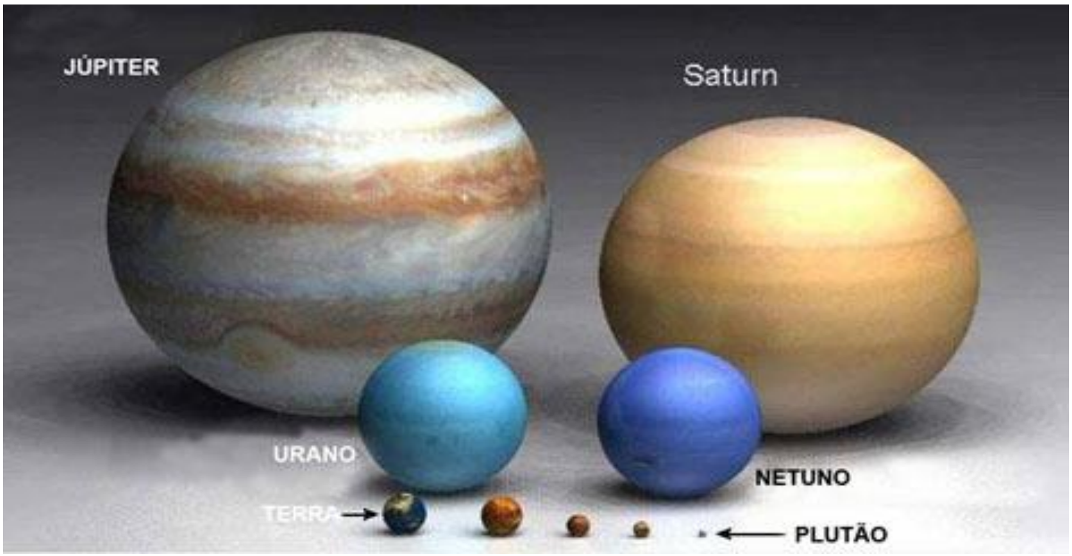


Figura 8. Comparação entre os planetas do Sistema Solar.

3. O MUITO PEQUENO

Quando partimos de nosso tamanho para o muito pequeno, os efeitos gravitacionais deixam de ser importantes. Mas, como vimos ao investigar Lilliput, os efeitos de superfície se tornam significativos. Se nos distanciamos suficientemente no muito pequeno, as superfícies não se apresentam mais lisas, tornando-se tão rugosas a ponto de termos dificuldade em definir uma superfície. Outras descrições precisam ser usadas. Em todo caso, não nos surpreenderá, realmente, o fato de no domínio do átomo, o muito pequeno, fatores escalares demonstrem que a atração dominante é de um tipo de difícil observação na experiência cotidiana.

O Nanomundo em evidência

Nos últimos anos, o termo nano tem aparecido com frequência crescente na mídia, associado às palavras nanociência e nanotecnologia.

Atualmente, o lado mais visível da nanotecnologia está ligado ao desenvolvimento de novos materiais avançados, à síntese controlada de "moléculas gigantes" (macromoléculas) com propriedades inéditas, ao desenvolvimento de medicamentos (fármacos) mais eficientes e seguros, e a uma grande variedade de outros avanços extraordinários com base na manipulação da matéria em escala atômica.

Estamos no limiar de uma verdadeira revolução tecnológica, cuja evolução deverá abranger décadas. Dela resultarão materiais inéditos, grandes avanços na medicina e na farmacologia, métodos muito mais eficientes para a indústria química e petroquímica, computadores com um grau de sofisticação e complexidade sem precedentes – provavelmente baseados em outros princípios físicos - , maior eficiência no uso da energia, grandes inovações na área do meio ambiente e vários outros avanços que poderemos vislumbrar.

O que muda no Nanomundo ?

Um ponto importante no qual se baseia a Nanotecnologia é o fato de que o tamanho de um objeto afeta as suas propriedades quando se atinge a escala manométrica (10^{-9} m).

Um pequeno cubo de ferro ilustra bem o que acontece quando é subdividido sucessivamente, gerando blocos cada vez menores. O cubo original apresenta propriedades específicas do elemento ferro: ponto de fusão, cor característica, imantação (transforma-se em imã permanente na presença de um campo magnético), etc. Enquanto as dimensões dos pequenos cubos se encontrarem fora da escala nanométrica, as suas propriedades físicas não dependem do tamanho dos blocos.

Embora os cubos deixem de ser visíveis quando o seu lado fica menor que um décimo de milímetro, ainda assim podemos observá-los com um microscópio óptico e verificar que eles apresentam as propriedades usuais do ferro. Talvez a sua cor mude, um sinal que algo estranho acontece quando os blocos se tornam minúsculos. Quando os cubos atingem a escala manométrica, mudanças drásticas começam a ocorrer. Os nanoblocos fundem-se a temperaturas mais baixas e deixam de forma imãs, entre várias outras alterações dependentes do tamanho dos cubos.

O exemplo dos blocos de ferro evidencia que as propriedades especiais dos nano-objetos decorrem do seu tamanho diminuto. A Nanociência e a Nanotecnologia dedicam-se a desvendar essas novas propriedades e a explorar as suas múltiplas aplicações tecnológicas.

Algumas aplicações da nanotecnologia

a) Nanopartículas Magnéticas e Tumores

Nanopartículas magnéticas biocompatíveis constituem outra linha de ação da nanotecnologia aplicada à medicina. Dois tipos de processos devem ser considerados.

Em um deles, drogas que devem atuar em um ponto específico do corpo humano, por exemplo no cérebro ou em um tumor, são encapsuladas em nanopartículas magnéticas e injetadas no organismo. Através de imãs, e utilizando-se alguma técnica que permita visualizar o trajeto das partículas no corpo, o médico as arrasta até o local desejado, onde a droga é liberada. Assim, são obtidas altas concentrações da droga no local desejado sem que elas se disseminem por todo o corpo e ataquem outros órgãos.

Outro processo consiste em injetar no organismo nanopartículas magnéticas que por sua natureza são facilmente "devoradas" por células de tumores cancerígenos. Como essas partículas são imãs minúsculos, quando um campo magnético oscilante é aplicado na região do tumor, elas oscilam acompanhando o campo externo. Isso gera um aquecimento seletivo das células que contêm as partículas, que são destruídas quando a temperatura atinge cerca de 42°C.

O uso de nanopartículas magnéticas na medicina encontra-se em fase de intensa pesquisa. Os resultados já obtidos em escala de laboratório são bastante encorajadores e é de se esperar que eles sejam incorporados à prática médica.

b) Magneto-Resistência Gigante: Memórias de Terabytes

Quando um corpo é submetido a um campo magnético, a sua resistência elétrica se modifica. Esse fenômeno, denominado magneto-resistência, é conhecido desde o século

XIX. Em geral, o efeito de magneto-resistência é pequeno, ou seja, a alteração percentual na resistência do corpo é desprezível, exceto para campos magnéticos intensos.

Em 1988, o físico brasileiro Mário N. Baibich e colaboradores descobriram que, em heteroestruturas formadas por multicamadas de materiais ferromagnéticos, com espessuras de uns poucos átomos, o efeito de magneto-resistência pode ser enormemente amplificado, fenômeno denominado magneto-resistência gigante.

A magneto-resistência gigante foi descoberta em uma heteroestrutura constituída de um filme com três camadas atômicas de cromo, "sanduichado" por filmes finos de ferro.

Na configuração em que os momentos magnéticos das camadas de ferro são opostos, a resistência elétrica do sistema é duas vezes maior comparada à configuração de momentos paralelos.

Em poucos anos o efeito de magneto-resistência gigante passou a ser utilizado na construção de sistemas de memória ultradensos. Nesses casos, a gravação de informação se dá por magnetização dos bytes da heteroestrutura e a leitura ocorre ao se medir a resistência elétrica do sistema. Os atuais discos de computadores, capazes de armazenar centenas de gigabytes, e que deverão ultrapassar os terabytes, são baseados nesse conceito.

Nos atuais discos de computador, usados para o armazenamento físico de dados, o disco é dividido em pastilhas quadradas, da ordem de 100 nm. Cada pastilha corresponde a um potencial para armazenamento de um bit, através de uma mudança de estado caracterizado por uma resistência elétrica alta ou baixa. Os desafios tecnológicos atuais consistem em reduzir o tamanho das pastilhas sem que elas percam as suas propriedades magnéticas. Com isso é possível escrever e ler mais dados em menor área, aumentando assim a capacidade de armazenamento dos computadores.

TERMOS E CONCEITOS IMPORTANTES

Nanociência – é o estudo de materiais nanoparticulados e de suas propriedades. É a pesquisa de materiais em escala manométrica. Os processos de estudo incluem a síntese, que corresponde à capacidade de sintetizar novos materiais com pelo menos uma dimensão manométrica e com forma desejada, e a caracterização e análise dos nanomateriais, ou seja, conhecer as propriedades intrínsecas destes, como composição, estrutura, morfologia e, assim, gerar materiais com propriedades preestabelecidas.

Nanotecnologia – é destreza de manipular estruturas em escala manométrica com o objetivo de desenvolver materiais com propriedades melhoradas ou totalmente novas.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

PAULI, R. U. et al.. **Ferramentas matemáticas para o ensino da Física.** São Paulo: EPU, 1978.

PSSC. **Parte I – O Universo: 2. Espaço e sua medição**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

PSSC. **Parte I – O Universo: Capítulo 3. Funções e escalas**. Editora Universidade de Brasília, 1967.

SC HULZ, P. A. B. **A encruzilhada da nanotecnologia: inovação, tecnologia e riscos.** Rio de Janeiro: Vieira & Lent, 2009.

VALADARES, E. C. **Aplicações da física quântica: do transistor à nanotecnologia.** 1ª ed. São Paulo: Editora Livraria da Física, 2005.

VÍDEOS

Matéria de capa – nanotecnologia: http://www.youtube.com/watch?v=myr_nMOFOiw

Nanotecnologia: o que é isso?: http://www.youtube.com/watch?v=qyBxazLk-2M

CRÉDITO DAS FIGURAS

Figuras 1, 2, 3, 5, 6, 7 e 8: Google Images.

Figuras 4: PSSC. Parte I – O Universo: Capítulo 3. Funções e escalas.

ANEXO F - SOLUÇÃO DAS ATIVIDADES PROPOSTAS

1. GRANDEZAS E UNIDADES FÍSICAS

ATIVIDADES

1. A velocidade do som no ar vale 343 m/s. Qual é a velocidade de um avião supersônico que viaja com o dobro da velocidade do som? Dê sua resposta em quilômetros por hora e em milhas por hora. (Lembrete: 1 mi = 1609 m)

Solução

Como indicada no enunciado da questão, a velocidade do avião supersônico corresponde ao dobro da velocidade do som, ou seja, 686 m/s.

Para se realizar as conversões serão utilizados fatores de conversão:

$$686\frac{m}{s} = 686\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \times \left(\frac{1\ km}{1000\ \cancel{m}}\right) \times \left(\frac{60\cancel{s}}{1\cancel{min}}\right) \times \left(\frac{60\ \cancel{min}}{1\ h}\right) = \frac{686\ \times\ 1\ \times\ 60\ \times 60}{1000\ \times\ 1\ \times 1}\ \frac{km}{h} = 2469{,}6\ \ \frac{km}{h}$$

$$686\frac{m}{s} = 686\ \frac{\cancel{m}}{\cancel{s}} \times \left(\frac{1\ mi}{1609\ \cancel{m}}\right) \times \left(\frac{60\cancel{s}}{1\cancel{min}}\right) \times \left(\frac{60\ \cancel{min}}{1\ h}\right) = \frac{686\ \times\ 1\ \times\ 60\ \times 60}{1609\ \times\ 1\ \times 1}\ \frac{mi}{h} = \ 1534{,}9\ \ \frac{mi}{h}$$

2. Realize as seguintes conversões:

d. 100 km/h para mi/h;
e. 60 cm para in;
f. 100 yd para m.

(Lembrete: 1 mi = 1609 m; 1 in = 0,0254 m; e 1 yd = 0,9144 m)

Solução

$$a)\quad 100\ \frac{km}{h} = 100\ \frac{\cancel{km}}{h} \times \left(\frac{1000\ \cancel{m}}{1\cancel{km}}\right) \times \left(\frac{1\ mi}{1609\ \cancel{m}}\right) = \ \frac{100 \times 1000}{1 \times 1609}\ \frac{mi}{h} = \ 62{,}15\ \ \frac{mi}{h}$$

$$b)\quad 60\ cm = 60\ \cancel{cm} \times \left(\frac{1\ \cancel{m}}{100\ \cancel{cm}}\right) \times \left(\frac{1\ in}{0{,}0254\ \cancel{m}}\right) = \ \frac{60 \times 1 \times 1}{100 \times 0{,}0254}\ in = 23{,}62\ \ in$$

$$c)\quad 100\ yd = 100\ \cancel{yd} \times \left(\frac{0{,}9144\ m}{1\ \cancel{yd}}\right) = \ 100\ \times\ 0{,}9144\ m = \ 91{,}44\ \ m$$

2. PROPORÇÃO DIRETA E PROPORÇÃO INVERSA

ATIVIDADES

1. Para azulejar uma parede retangular, que tem 10 m de comprimento por 3 m de altura, foram usados 300 azulejos. Quantos azulejos iguais a esses seriam usados para azulejar uma parede que tem 15 m^2?

Solução

Inicialmente, vamos calcular a área da parede retangular em que foram usados os 300 azulejos.

A_r = Comprimento * Altura = 10 m * 3 m = 30 m^2;

Portanto, temos uma relação:

$$Q_a = kA_r \text{ ,}$$

onde Q_a corresponde ao número de azulejos, k é a constante de proporcionalidade e A_r é área da parede.

Agora, de posse da relação somos capazes de realizar outros cálculos, como o que foi pedido no enunciado, ou seja, para uma parede de 15 m^2, qual deve ser o número de azulejos.

2. Uma siderúrgica obtém R$ 400.000,00 de lucro pela produção de 16 t (dezesseis toneladas) de ferro gusa. Com a melhoria dos processos envolvidos na produção, a siderúrgica verificou que poderá triplicar a produção, com isso qual deverá ser o lucro obtido?

Solução

A relação entre o lucro (L) da siderurgia e sua produção(P) pode ser traduzida pela relação:

$$L = kP.$$

Precisamos verificar o valor da constante k, e para isso vamos utilizar os valores de lucro e produção indicados no enunciado, ou seja,

$$400.000,00 = k * 16$$

portanto,

$$k = \frac{400000,00}{16} = 25000,$$

e ,

$$L = 25000\ P.$$

Agora, de posse da relação somos capazes de realizar outros cálculos, como o que foi indicado no enunciado, ou seja, caso a empresa triplique a produção e produza 48 t de ferro gusa, o lucro será de R$ 1.200.000,00.

3. A cada quatro voltas que a roda traseira de uma bicicleta dá, o ciclista percorre cinco metros de distância.

a. As “grandezas” número de voltas e distância percorrida formam uma proporção direta? Por quê?

b. Quantos metros o ciclista terá andado após a roda girar 40 vezes (quarenta voltas)?
c. Para que o ciclista percorra 12 km, que é a distância de sua casa até o trabalho, quantos giros a roda irá realizar?

Solução

a) As “grandezas” número de voltas e distância percorrida formam uma proporção direta. Isto pode ser verificado pelo fato de que a cada quatro voltas o ciclista percorre 5 m, a cada oito voltas ele percorre 10 m e assim sucessivamente:

$$\frac{4}{5} = \frac{8}{10} = \frac{12}{15} = k$$

b) A relação entre o número de voltas (N) que a roda traseira de uma bicicleta dá e a distância (D) percorrida pelo ciclista pode ser traduzida pela relação:

D = kN.

Precisamos verificar o valor da constante k, e para isso vamos utilizar os valores de da distância percorrida e o número de voltas da roda indicados no enunciado, ou seja,

5 = k * 4

portanto,

$$k = \frac{5}{4} = 1{,}25$$

e ,

D = 1,25 N.

Agora, de posse da relação somos capazes de realizar outros cálculos, como o que foi indicado no enunciado, ou seja, após 40 voltas o ciclista terá percorrido 50 m.

c) Utilizando a relação encontrada, podemos verificar que após percorrer 12 km, que equivale a 12.000 m, a roda da bicicleta terá dado

$$N = \frac{12000}{1{,}25} = 9600\ voltas$$

4. REPRESENTAÇÃO GRÁFICA E LEIS DE POTÊNCIA

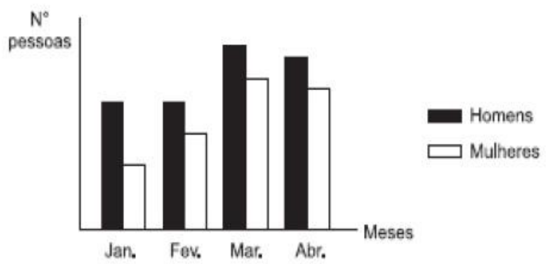
ATIVIDADES

1. A tabela a seguir mostra os dados de uma pesquisa sobre o número de pessoas desempregadas no Brasil, por sexo, de Janeiro a Abril de 2009 (Fonte: IBGE).

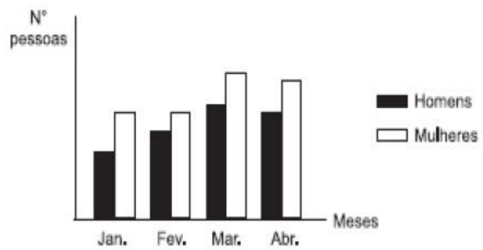
Sexo	População Desempregada			
	Janeiro	Fevereiro	Março	Abril
Homens	700000	800000	1000000	900000
Mulheres	900000	900000	1300000	1200000

O gráfico que melhor representa os dados dessa tabela é:

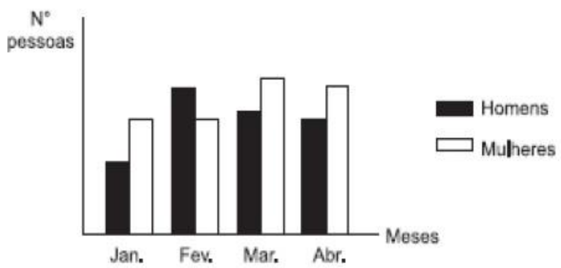
a)



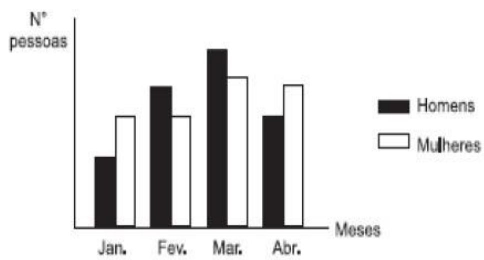
b)



c)



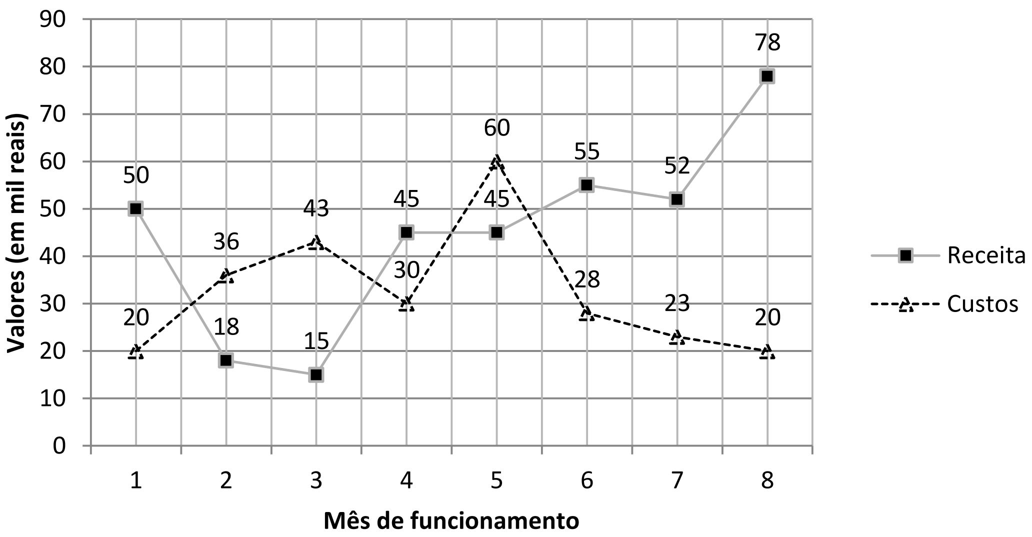
d)



Solução.

Letra b. E importante observar que as mulheres sempre mantiveram-se quantitativamente acima dos homens.

2. O gráfico seguinte mostra o desempenho de uma pequena fábrica nos oito primeiros meses de funcionamento: (Questão adaptada do livro Fundamentos de Matemática Elementar – vol. 11, pag.112)



Com base no gráfico, construa uma tabela indicando 4 colunas: o mês de funcionamento, a receita, os custos e por último o lucro (receita – custos), e responda:

a) Em que meses a empresa operou no "vermelho", isto é, os custos superam a receita?

b) Qual foi a receita total da fábrica nesse período?

c) Faça um gráfico para representar a evolução do lucro da fábrica mês a mês nesse período; em seguida calcule o lucro total no período.

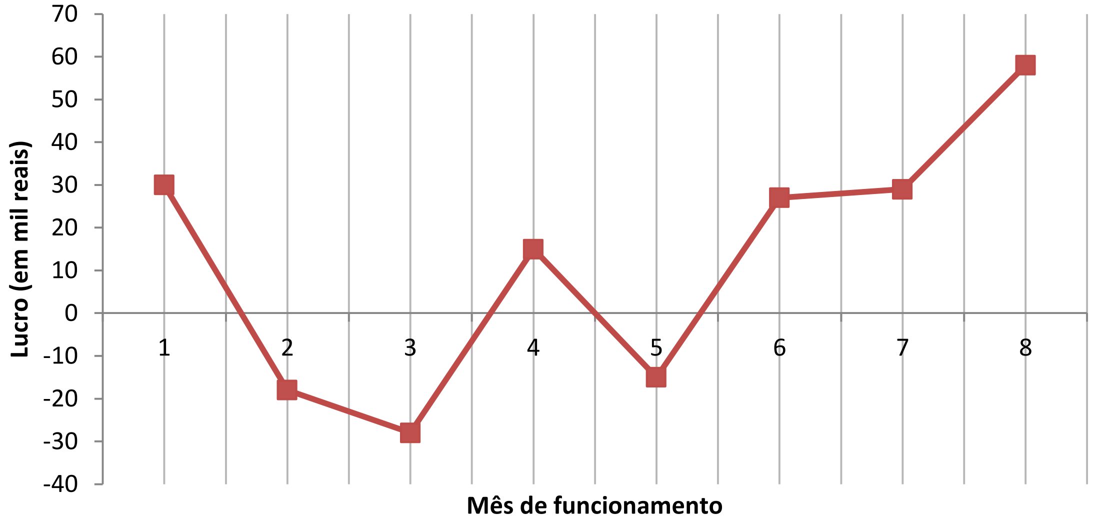
Solução

Mês de funcionamento	Receita	Custos	Lucro (em 1000 reais)
1	50	20	30
2	18	36	-18
3	15	43	-28
4	45	30	15
5	45	60	-15
6	55	28	27
7	52	23	29
8	78	20	58

a) Observe os meses em que o lucro foi negativo: 2º, 3º e 5º meses

b) Basta somar os dados da coluna Receita (x 1000): R$ 358.000,00

c) A ideia é plotar o lucro (dados da coluna lucro) em função do mês de funcionamento:



Para o cálculo do Lucro Total basta somar os dados da coluna Lucro (x 1000): R$98.000,00

ANEXO G - OS PESOS E MEDIDAS COMO FORÇA POLÍTICA

Texto de Irineu da Silva

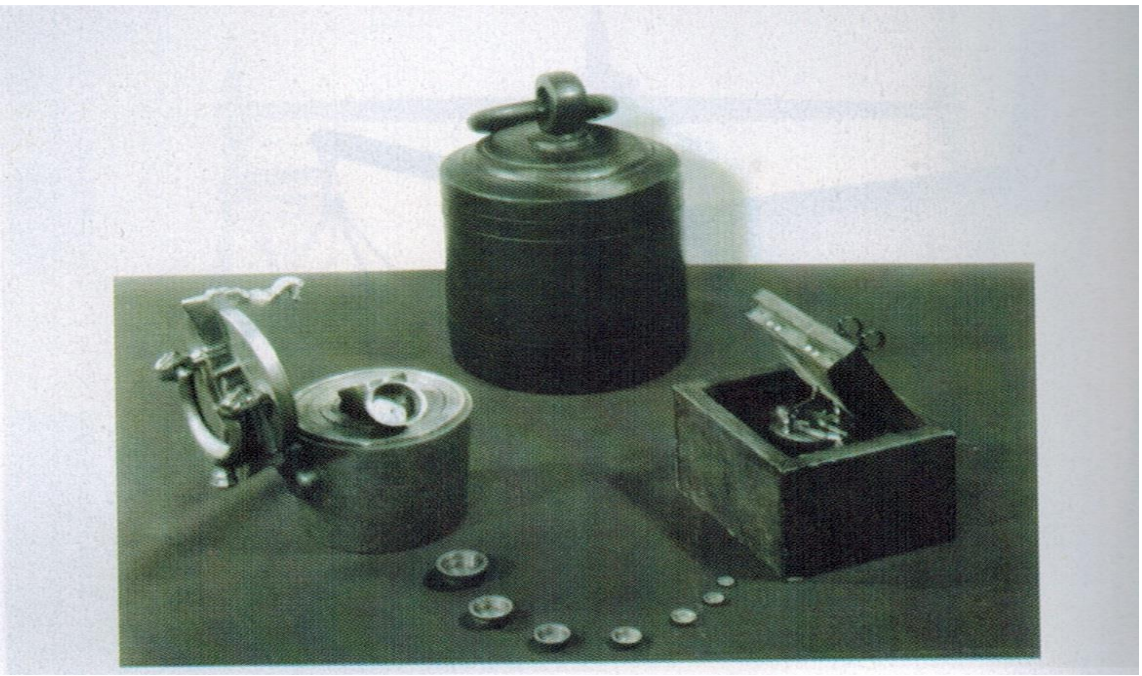
Balança representada em um quadro egípcio

No contexto político, os pesos e medidas atuam como fatores determinantes de poder. A necessidade de normalização para a indústria, de padronização para o comércio e de sistematização para a ciência e a tecnologia provocam até hoje disputas de poder entre as potências políticas mundiais. E foi assim desde as primeiras civilizações. Durante o período pré-métrico, cada agrupamento humano possuía seu sistema de medidas. Em muitos casos, os contatos entre os grupos eram difíceis e o comércio, por muito tempo, manteve-se restrito aos domínios de cada agrupamento. Mesmo assim, os pesos e medidas eram símbolo de poder. Em todas as sociedades desenvolvidas era o poder quem dispunha das peças-modelo adotadas como padrão para os pesos e medidas, para a igreja eram as “medidas do templo”, para o poder real, as “medidas reais”.

Na Grécia antiga, as medidas eram consideradas atributo do poder soberano. Em Atenas, os padrões dos pesos e medidas eram dedicados aos deuses e conservados na Acrópole. Os atenienses mantinham, inclusive, uma companhia de 15 oficiais, denominados “conservadores das medidas”, que eram responsáveis pela guarda dos padrões originais e pela inspeção ou calibração das cópias. Em Roma, eram conservados no templo de Juno, no Capitólio; e, da mesma forma, outras cidades importantes possuíam seus meios de conservar os padrões de medidas. Na Grécia, praticamente cada "polis" possuía seu próprio padrão de medida, e as cidades vitoriosas impunham sempre suas medidas às cidades conquistadas, tornando-as, dessa forma, um símbolo da dominação. Os romanos, em alguns casos, para manterem sua famosa "Pax Romana", adotavam, nas regiões conquistadas, a estratégia de manter os padrões e as unidades de medida locais. Davam, assim, a impressão de manutenção do poder local e evitavam revoltas desnecessárias.

Exemplos de recipientes usados na Idade Média como padrões de medidas de volume.

A soberania metrológica foi sempre expressa a partir do direito de estabelecer e controlar as medidas. Um controle que significava também o direito de punir as infrações metrológicas, permitindo, assim, o exercício de um tipo de poder político. No regime feudal, por exemplo, falsificar uma medida acarretava o pagamento de uma multa ao senhor feudal, ou, então, em determinados casos, o banimento do feudo ou até mesmo a morte. As cidades que dispunham do controle do comércio estabeleciam as balanças municipais, que se tornavam frequentemente empreendimentos lucrativos em razão da exigência de pagamento para utilizá-las. Por todos esses fatores, é fácil imaginar os conflitos decorrentes do interesse de manter essa soberania. As cidades, cientes de sua importância, estabeleciam seus sistemas de medidas; o senhor feudal, na ânsia de manter seu poder, impunha outro sistema; e a Igreja, com o intuito de manter sua independência do Estado, impunha o seu. Geravam, assim, disputas intermináveis, das quais o camponês, pobre e pouco esclarecido, era o único perdedor. Não é raro encontrar, em escritos da época feudal, indicações de que o camponês pagava o dízimo ao senhor feudal em uma medida e à Igreja, em outra. Existiram até mesmo casos em que a medida do senhor feudal era diferente da do camponês, naturalmente sempre em proveito do primeiro.



Exemplos de padrões antigos de unidades de massa.

Na idade média, quando os senhores feudais passaram a ter poderes, em muitos casos até maiores que os do próprio rei, manter o controle dos pesos e medidas era fundamental para a soberania real. Manter um sistema de medidas uniforme e justo mostrava que o reino estava sob controle e garantia a imagem de um rei justo e protetor dos humildes. Manter a unicidade das medidas em seu território era sinônimo de um reinado poderoso. Carlos Magno, por exemplo, entre as várias ações que tomou para reafirmar seu poderio imperial, conclamou a unidade teológica de Deus para impor a unicidade das medidas em seu Império: “Deus, que é único, detesta a dualidade e a pluralidade das medidas”. Todos deviam, portanto, seguir uma única unidade de medida. Esse tipo de proclamação confirmava seu poder, além de ser extremamente popular, já que a unicidade das medidas era o desejo de todos. O Rei manifestava seu poder de três maneiras diferentes: era o detentor dos padrões de medidas; detinha o poder de controlar as cópias existentes; e tinha o poder de punir as falsificações.

Outro exemplo interessante do poder político dos pesos e medidas foi a não aceitação, pelos países anglo-saxões, do Sistema Métrico Decimal (SI), criado pelos franceses. A França e a Inglaterra foram, durante muito tempo, rivais quanto a seus interesses comerciais, logo, era inaceitável que um pudesse adotar um sistema de medidas criado pelo outro. Assim, a maioria dos países adotou rapidamente o Sistema Métrico Decimal como um sistema nacional, exceto os países anglo-saxões.

Exemplos de recipientes usados na Idade Média como padrões de medidas de volume.

Os motivos da não aceitação invocados na época foram, naturalmente, de ordem técnica e econômica, mas é fácil concluir que o principal motivo foi de ordem política, pois como todos os outros países que adotaram o Sistema Métrico Decimal, os países anglo-saxões também possuíam, naquela época, um sistema coeso e unificado. A despeito de todas as tentativas para que o Sistema Métrico Decimal fosse aceito também pelos anglo-saxões, eles se mantiveram alheios a essa tentativa de unificação. Em 1911, por exemplo, a adoção do Meridiano de Greenwich como meridiano de referência foi uma abertura dada pelos franceses para que os ingleses adotassem o Sistema Métrico Decimal. Porém, nem mesmo essa abertura surtiu o efeito desejado. Pelo contrário, durante a Segunda Guerra Mundial, nos cinco anos em que vários países europeus estiveram ocupados pelos nazistas, os países anglo-saxões, que já controlavam grande parte do mercado mundial, aumentaram ainda mais seus poderes e impuseram o seu sistema de medidas até mesmo na França. Ainda hoje esse controle político por intermédio das medidas é exercido por alguns países. Basta notar que os Estados Unidos e alguns outros países, embora já tenham adotado oficialmente o Sistema Internacional, ainda mantêm um sistema de medidas paralelo. A tendência, todavia, é de unificação em torno do Sistema Internacional. Estima-se que atualmente mais de 95% da população mundial usa o sistema métrico.

Referência Bibliográfica

SILVA, I. **História dos pesos e medidas.** São Carlos: EdUFSCar, 2004.