

**PUNÇÃO EM LAJES COGUMELO DE CONCRETO ARMADO  
COM CAPITÉIS**

**AARÃO FERREIRA LIMA NETO**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**FACULDADE DE TECNOLOGIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PUNÇÃO EM LAJES COGUMELO DE CONCRETO ARMADO  
COM CAPITÉIS**

**AARÃO FERREIRA LIMA NETO**

**ORIENTADOR: GUILHERME SALES S. A. MELO, Ph.D. (UnB)**

**CO-ORIENTADOR: DÊNIO RAMAM C. DE OLIVEIRA, D.Sc. (UFPA)**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL**

**PUBLICAÇÃO: E.TD – 003 A/12  
BRASÍLIA/DF: JUNHO – 2012  
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**PUNÇÃO EM LAJES COGUMELO DE CONCRETO ARMADO  
COM CAPITÉIS**

**AARÃO FERREIRA LIMA NETO**

**TESE SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E  
AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE  
BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A  
OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. GUILHERME SALES S. A. MELO, Ph.D. (UnB)**  
**(Orientador)**

---

**Prof. YOSIAKI NAGATO, D.Sc. (UnB)**  
**(Examinador Interno)**

---

**Prof. MAURÍCIO DE PINA FERREIRA, D.Sc. (UFPA)**  
**(Examinador Externo)**

---

**Prof. RAUL ROSAS E SILVA, Ph.D. (PUC - Rio)**  
**(Examinador Externo)**

---

**Prof. JOSÉ MARCIO FONSECA CALIXTO, Ph.D. (UFMG)**  
**(Examinador Externo)**

**BRASÍLIA/DF, 29 DE JUNHO DE 2012.**

## FICHA CATALOGRÁFICA

LIMA NETO, AARÃO FERREIRA

Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Capitéis [Distrito Federal] 2012.

xxii, 167p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2012).

Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Lajes Cogumelo

2. Punção

3. Concreto Armado

4. Capitel

I. ENC/FT/UnB

II. Título (Doutor)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

LIMA NETO, A. F., 2012. Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Capitéis. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.TD. – 003 A/12 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília, DF. 167p.

## CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Aarão Ferreira Lima Neto

TÍTULO: Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Capitéis.

GRAU: Doutor

ANO: 2012

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Aarão Ferreira Lima Neto

Rua Antonio Barreto, nº 818 – Umarizal

CEP: 66.055-050 – Belém/Pa – Brasil



## DEDICATÓRIA

“A mente que se abre a uma nova idéia  
jamais voltará ao seu tamanho original.”

Albert Einstein

A Deus,  
E a meus Pais Antonio e Graça Santos.

## AGRADECIMENTOS

A Deus, por sempre se fazer presente em minha vida, principalmente nos momentos mais importantes, iluminando meu caminho e guiando meus passos.

Aos meus pais Antonio e Graça Santos, sempre presentes em minha vida, pelo carinho, amor incondicional e compreensão. A minhas irmãs Germana e Glenda, pelo amor e incentivo. Aos meus familiares e especialmente a meu primo Castro Junior, companheiro de república no início do curso, pela amizade e companhia.

Ao Professor Guilherme S. Soares de A. Melo, pela orientação consistente, confiança, incentivo e apoio.

Ao Professor Dênio Ramam C. de Oliveira, pela orientação segura, preocupação constante, confiança e amizade.

Ao Professor Paul Regan, por suas valiosas contribuições, desde a idealização dos ensaios e pela atenção e disponibilidade em dirimir as dúvidas que apareceram no decorrer do trabalho.

Ao Professor Maurício de Pina Ferreira, pelos conselhos, amizade, idéias e contribuições importantes que ajudaram a enriquecer este trabalho.

Ao professor Antonio Malaquias, pela amizade e incentivo.

Aos professores do PECC, pelos ensinamentos valiosos que contribuíram para o meu crescimento intelectual. E aos funcionários do PECC, em especial agradeço a secretária Eva Veloso pela amizade e importante ajuda com as formalidades exigidas pelo programa.

Aos colegas e incansáveis ajudantes do Laboratório de Engenharia civil da UFPA e do grupo de pesquisa GAEMA: Josiel Filho, Daniele Ramos, Paulo Victor, Iana Damasceno, Leila Nunes, Leonyce, Regis Rivo, Renan Ribeiro, Natasha Costa, Amaury Aguiar, Priscila Moreira e Helder Rodrigues, pela ajuda e apoio, e especialmente aos amigos Agleilson Borges,

Alexandre Vilhena e Vitor Hugo companheiros mais antigos no laboratório e que se fizeram presentes em quase todas as ocasiões.

Aos colegas e amigos do PECC: Helder Pontes, Marcus Brito, Wellington Andrade, Marcos Honorato, Li Chong Lee e Bernardo Andrade pela amizade saudável e por se fazerem presentes em momentos importantes na minha passagem por Brasília. Agradeço especialmente a Fernanda Gouveia pela amizade sincera, pelos conselhos preciosos e principalmente por se fazer presente em momentos importantes desta jornada.

Aos técnicos Arnaldo, Urbano e Emanuel do Laboratório de Engenharia Civil da UFPA pela inestimável ajuda.

À UFPA, que permitiu meu afastamento e manteve o suporte financeiro durante todo o trabalho e tornou possível o meu crescimento profissional.

A CAPES e ao CNPq, pelo suporte financeiro.

E a todos que contribuíram direta ou indiretamente para a realização deste trabalho.

## RESUMO

O capitel é um elemento estrutural usado para facilitar a transferência das cargas nas lajes para os pilares em pavimentos sem vigas. Eles são bastante utilizados no combate à punção, apesar de até hoje existirem poucos estudos desenvolvidos com o objetivo de avaliar sua eficiência e a influência das diversas variáveis de projeto no comportamento e resistência de ligações laje-pilar com capitéis. Este trabalho tem como objetivo contribuir para o entendimento do comportamento de lajes cogumelo, avaliando ainda as recomendações apresentadas pelas normas de projeto.

Foram analisadas experimentalmente 12 lajes de concreto armado sob carregamento simétrico, sendo destas 2 lajes lisas, usadas como referência, e 10 lajes cogumelo, com variação da seção transversal dos pilares, assim como na seção transversal e inclinação dos capitéis. Foram utilizadas nas lajes concreto com resistência à compressão variando de 32 a 46 MPa, não sendo utilizadas armaduras de cisalhamento. E com as armaduras de flexão distribuídas ortogonalmente. As lajes eram quadradas com lado de 2600 mm e espessura de 140 mm, com segmentos de pilares de seção quadrada, retangular e circular. As principais variáveis foram as seções transversais dos capitéis, modificadas de acordo com a seção do pilar, suas inclinações, que variaram na razão de 1:1,5, 1:2, 1:3 e 1:4 e sua espessura que foi de 110 mm para a primeira inclinação e de 55 mm para as demais.

São apresentados e analisados resultados de cargas últimas e modos de ruptura, padrões de fissuração, flechas, deformações do concreto e da armadura de flexão principal. São também apresentadas comparações entre as cargas de ruptura observadas e estimadas de acordo com as recomendações das normas NBR 6118 (2007) e EUROCODE2 (2004), assim como as estimativas pela Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, desenvolvida por MUTTONI (2008). Por fim, as lajes foram analisadas através de modelos computacionais não-lineares axissimétricos, empregando um software que utiliza o método dos elementos finitos (MEF), objetivando compreender melhor o mecanismo de ruptura por punção de lajes com capitel. Os resultados mostraram a eficiência dos capitéis no aumento da capacidade resistente, com ganhos de até 80% em relação às lajes sem capitéis, assim como maior ductilidade nos modos de ruptura. Foi possível comprovar a previsão da localização da superfície de ruptura para lajes apoiadas em capitéis com inclinações de até 1:2.

**PALAVRAS-CHAVES:** Laje cogumelo, concreto armado, punção, capitel.

# ABSTRACT

## PUNCHING STRENGTH OF REINFORCED CONCRETE MUSHROOM SLABS WITH COLUMN CAPITALS

The capital is a structural element used to facilitate the transfer of loads on the slab for the columns on floors without beams. They are widely used to combat punching, although to date there are few studies with the aim of evaluating its effectiveness and influence of various design variables on the behavior and strength of slab-column connections with capitals. This paper aims to contribute to the understanding of the behavior of mushroom slabs, still assessing the recommendations made by the design standards.

Twelve (12) reinforced concrete slabs under symmetrical loading were experimentally analyzed, with 2 flat slabs for reference, and 10 mushroom slabs with variations in the cross section of the columns and capitals and its inclination as well. Concrete with compressive strength ranging from 32 to 46 MPa was used, all of them without shear reinforcement and with the same two-way flexural reinforcement. The slabs were square with sides measuring 2600 mm and thickness of 140 mm, with short length columns with square, rectangular or circular cross sections. The main variables were the cross sections of the capitals, which varied according to the columns cross section shapes, and their inclinations of 1:1.5, 1:2, 1:3 and 1:4.

Results for failure loads and modes, crack patterns, deflections, concrete and steel strains are presented and analyzed. Comparisons between experimental and estimated failure loads according to the codes NBR 6118 (2007) and EUROCODE2 (2004) are presented and discussed, including estimates given by the Critical Shear Crack Theory developed by MUTTONI (2008). Finally, the slabs were analyzed through non-linear axisymmetric computational models, using a finite element software, in order to better understand the punching failure mechanism of mushroom slabs with capitals. The results showed the efficiency of the capital to increase the punching resistance of the slabs, with gains of up to 80% compared to the slabs without capitals, and more ductility for the failure modes as well. It was also possible to prove the prediction for the failure surface position in slabs supported by capital with inclinations of up to 1:2.

**KEYWORDS:** Mushroom slab, reinforced concrete, punching, capital.

# ÍNDICE

	<b>Página</b>
<b>CAPÍTULO 1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 – JUSTIFICATIVA	5
1.2 – OBJETIVO	5
1.3 – APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	6
<b>CAPÍTULO 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>7</b>
2.1 – BREVE HISTÓRICO	7
2.2 – PESQUISAS REALIZADAS COM ÁBACO ( <i>DROP PANEL</i> )	11
2.2.1 – WEY (1991)	11
2.2.2 – MEGALLY e GHALI (2002)	15
2.3 – MÉTODOS RECOMENDADOS PARA O CÁLCULO DA PUNÇÃO	17
2.3.1 – EUROCODE 2: Design of Concrete Structures (2004)	18
2.3.1.1 – Distribuição de carga e Perímetro de controle básico	18
2.3.1.2 – Lajes sem capitel ( $V_{Rc}$ )	20
2.3.1.3 – Lajes com capitel ( $V_{Rc,int}$ e $V_{Rc,ext}$ )	20
2.3.2 – NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto (2007)	23
2.3.2.1 – Definição da tensão solicitante nas superfícies críticas $u_0$ e $u_1$	23
2.3.2.2 – Casos especiais de definição do contorno crítico	25
2.3.2.3 – Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica $u_0$	25
2.3.2.4 – Tensão resistente na superfície crítica $u_0$ em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção	26
2.3.3 – Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento	26
2.4 – RESISTÊNCIA A FLEXÃO	30
<b>CAPÍTULO 3 – PROGRAMA EXPERIMENTAL</b>	<b>33</b>

3.1 – ARMADURA DE FLEXÃO	36
3.2 – ARMADURA DO PILAR	38
3.3 – INSTRUMENTAÇÃO	39
3.3.1 – Armadura de Flexão	39
3.3.2 – Concreto	43
3.3.3 – Deslocamentos Verticais	47
3.4 – SISTEMA DE ENSAIO	49
3.5 – CONCRETO	51
3.5.1 – Composição do Concreto	51
3.5.2 – Cura	52
3.5.3 – Resistências à Compressão e à Tração	53
3.5.4 – Módulo de Deformação Longitudinal	53
3.6 – AÇO	54
<b>CAPÍTULO 4 – RESULTADOS E ANÁLISE</b>	<b>56</b>
4.1 – DEFLEXÕES DAS LAJES	56
4.2 – DEFORMAÇÕES DO CONCRETO	63
4.3 – DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO	72
4.4 – MAPA DE FISSURAÇÃO	77
4.5 – CARGAS DE FISSURAÇÃO E DE RUPTURA	84
4.6 – MODOS DE RUPTURA OBSERVADOS	86
4.7 – SUPERFÍCIE DE RUPTURA	90
<b>CAPÍTULO 5 – ANÁLISE NUMÉRICA</b>	<b>94</b>
5.1 – APRESENTAÇÃO DA ANÁLISE COMPUTACIONAIS	94
5.2 – ESTUDO PARÁMETRICO	103
5.2.1 – Grau de Refinamento da Malha	103
5.2.2 – Módulo de Elasticidade do Concreto ( $E_c$ )	105
5.2.3 – Resistência à Tração do Concreto ( $f_{ct}$ )	105
5.2.4 – Fator de Retenção de Cisalhamento ( $\beta_c$ )	106
5.3 – LAJE SEM CAPITEL	106

5.4 – LAJES COM CAPITEL	111
<b>CAPÍTULO 6 – ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS TEÓRICAS</b>	<b>126</b>
6.1 – CARGAS DE RUPTURA EXPERIMENTAIS E ESTIMADAS PELAS NORMAS	126
6.2 – CARGAS DE RUPTURA ESTIMADAS PELA TEORIA DA FISSURA CRÍTICA DE CISALHAMENTO	132
6.3 – PROPOSTA PARA DETERMINAÇÃO DAS DIMENSÕES DO CAPITEL	132
<b>CAPÍTULO 7 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>135</b>
7.1 – CONCLUSÕES	135
7.1.1 – Programa Experimental	135
7.1.1.1 – Lajes	135
7.1.1.2 – Sistema de ensaio	135
7.1.1.3 – Deslocamentos das lajes	136
7.1.1.4 – Deformações do concreto	136
7.1.1.5 – Deformações da armadura de flexão	136
7.1.1.6 – Mapa de Fissuração	137
7.1.1.7 – Cargas de ruptura	137
7.1.1.8 – Modo de Ruptura	138
7.1.2 – Análise Computacional	139
7.1.3 – Análise das Estimativas Teóricas	139
7.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	140
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>142</b>
<b>APÊNDICE A SÉRIE COM BAIXA RESIST. À COMPRESSÃO DO CONCRETO</b>	<b>146</b>
<b>APÊNDICE B REGISTRO DE LEITURAS</b>	<b>150</b>



## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela</b>		<b>Página</b>
2.1	– Características e resultados das lajes ensaiadas por WEY (1991)	15
2.2	– Lajes ensaiadas e resultados do trabalho de MEGALLY e GHALI (2002)	17
3.1	– Detalhes das lajes ensaiadas	34
3.2	– Composição do concreto utilizado na 1ª, 2ª e 3ª Série de lajes	51
3.3	– Resistência à compressão e à tração do concreto empregado	53
3.4	– Valores do módulo de elasticidade registrado nos CPs ensaiados	54
3.5	– Propriedades mecânicas dos aços utilizados	55
4.1	– Flechas máximas observadas nos pontos de medição	62
4.2	– Cargas de fissuração e de ruptura	85
4.3	– Resistência para ruptura à flexão	87
4.4	– Modo de ruptura das lajes	88
5.1	– Valores para $G_{f0}$ , da equação 5.5 (CEB-FIP MC90: 1993)	101
6.1	– Comparação das cargas experimentais com as estimadas pelo EC2 (2004)	127
6.2	– Comparação das cargas experimentais com as estimadas pela NBR 6118 (2007)	128
6.3	– Comparação entre cargas experimentais e estimadas	129
6.4	– Comparação de cargas experimentais com as estimativas da TFCC	132

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>		
<b>Página</b>		
1.1	– Sistema de lajes em concreto armado	1
1.2	– Superfície de ruptura de uma laje lisa sem armadura de cisalhamento (CEB/MC90, 1993)	2
1.3	– Laje cogumelo com capitéis e pilares de seção quadrada	3
1.4	– Emprego de capitel, ábaco e o uso da combinação entre capitel e ábaco	4
2.1	– Armazém da empresa Gerhard & Hey, em São Petersburgo, projetado por Robert Maillart em 1912 (KIERDORF, 2006)	7
2.2	– Esquema de capitéis com armadura usado por Loleit em 1915 (LOPATTO, 1969 apud KIERDORF, 2006)	8
2.3	– Sistema de lajes “cogumelo” proposto por C. A. P. Turner (GASPARINI, 2002)	8
2.4	– Ensaios em sapatas de concreto armado (TALBOT, 1913 apud FERREIRA, 2010)	9
2.5	– Esquema de ensaio (WEY, 1991)	12
2.6	– Seção transversal das lajes com pilar central e de borda, mostrando a armadura principal e dos ábacos (WEY, 1991)	13
2.7	– Armadura das lajes vista em planta, para pilar central (WEY, 1991)	13
2.8	– Lajes com fissuras e superfície de ruptura após os ensaios (WEY, 1991)	14
2.9	– Lajes reforçadas com ábacos, usadas no estudo de MEGALLY e GHALI (2002)	16
2.10	– Armadura inferior empregada na laje 3	16
2.11	– Modelo de verificação de punção no estado limite último do EC2 (2004)	18
2.12	– Típico perímetro de controle básico em volta de áreas carregadas (EC2, 2004)	19
2.13	– Perímetro de controle próximo de aberturas (EC2, 2004)	19
2.14	– Seção transversal de uma laje com capitel	21
2.15	– Definição da superfície de controle e ângulo de inclinação no caso de capitéis com $l_H < 2,0 \cdot h_H$ (EC2, 2004)	21
2.16	– Definição da superfície de controle e ângulo de inclinação no caso de	22

	capitéis com $l_H > 2 \cdot (d+h_H)$ (EC2, 2004)	
2.17	– Perímetro crítico em pilares internos (NBR 6118, 2007)	24
2.18	– Definição da altura útil no caso de capitel (NBR 6118, 2007)	24
2.19	– Perímetro crítico no caso do contorno $u_0$ apresentar reentrância (NBR 6118, 2007)	25
2.20	– Perímetro crítico junto à abertura na laje (NBR 6118, 2007)	25
2.21	– Teoria desenvolvida por MUTTONI (2008 apud FERREIRA, 2010)	27
2.22	– Teoria da fissura crítica para lajes com capitéis	28
2.23	– Representação gráfica do cálculo da carga de ruptura por punção segundo TFCC	29
2.24	– Linhas de ruptura para uma laje quadrada com pilar circular e capitel	31
3.1	– Lajes da primeira série de ensaios, com pilares de seção circular	34
3.2	– Lajes pertencentes à segunda série de ensaios, com pilares de seção quadrada e retangular	35
3.3	– Lajes LQF11 e LQC12, da terceira série de ensaios	36
3.4	– Armadura de flexão na face superior da laje	37
3.5	– Detalhe da armadura de flexão tracionada e dos “ganchos”	37
3.6	– Armadura de flexão na face inferior da laje	38
3.7	– Armadura utilizada nos pilares quadrados	38
3.8	– Armadura utilizada nos pilares circulares	39
3.9	– Armadura utilizada no pilar retangular	39
3.10	– Posição dos extensômetros na armadura negativa, para lajes com e sem capitel	40
3.11	– Posição dos extensômetros na armadura negativa das lajes LC1, LC2, LC3, LC4, LQ5 e LQ6	41
3.12	– Posição dos extensômetros na armadura negativa das lajes LQ7, LQ8, LQ9, LR10, LQF11 e LQC12	42
3.13	– Extensômetros fixados na armadura de flexão, para lajes sem e com capitel	43
3.14	– Barra com extensômetro colado e protegido por resina epóxi, e posteriormente envolvida por uma fita protetora	43
3.15	– Coord. polares, forças internas e fissuras observadas em uma laje circular	44

(MENETREY, 1994)	
3.16 – Posicionamento dos extensômetros elétricos para acompanhar as deformações tangenciais e radiais no concreto, na face inferior das lajes de pilares com seção circular	45
3.17 – Posicionamento dos extensômetros elétricos para monitorar as deformações tangenciais e radiais no concreto, na face inferior das lajes de pilares com seção quadrada	45
3.18 – Posicionamento dos <i>strain gages</i> para monitorar as deformações tangenciais e radiais no concreto, na face inferior das lajes da terceira série	46
3.19 – Extensômetros fixados na face inferior das lajes, dentro e fora dos capitéis	47
3.20 – Posicionamento dos defletômetros, utilizados em todos os ensaios	48
3.21 – Defletômetro digital	48
3.22 – Esquema de ensaio em planta	49
3.23 – Esquema usado para o ensaio das lajes corte A-A'	50
3.24 – Equipamentos utilizados nos ensaios	50
3.25 – Sistema de ensaio	51
3.26 – Concretagem das lajes da terceira série	52
3.27 – Cura das lajes	52
3.28 – Curva Tensão-Deformação das barras da armadura negativa	55
3.29 – Curva Tensão-Deformação do aço utilizado para armadura de flexão positiva	55
4.1 – Posicionamento do defletômetros	57
4.2 – Vista frontal com o posicionamento dos defletômetros	57
4.3 – Deslocamentos nas lajes LC1, LC2 e LC3	58
4.4 – Deslocamentos nas lajes LC4, LQ5, LQ6 e LQ7	59
4.5 – Deflexões nas lajes LQ8, LQ9 e LR10	60
4.6 – Deflexões nas lajes LQF11 e LQC12	61
4.7 – Gráficos referentes aos deslocamentos máximos das lajes da 1ª e 2ª série	62
4.8 – Gráfico carga-deslocamento das lajes da 3ª série	63
4.9 – Gráfico carga-deslocamento de todas as lajes	64
4.10 – Deformação tangencial do concreto em função da distância radial do eixo	64

	central das lajes LC1 e LC2	
4.11	– Deformação tangencial do concreto em função da distância radial do eixo central das lajes LC3, LC4, LQ5 e LQ6	65
4.12	Deformação tangencial do concreto em função da distância radial do eixo central das lajes LQ7, LQ8, LQ9 e LR10	66
4.13	– Deformação tangencial do concreto em função da distância radial do eixo central das lajes LQF11 e LQC12	67
4.14	– Deformações radiais e tangenciais do concreto, nas lajes LC1	68
4.15	– Deformações radiais e tangenciais do concreto, nas lajes LC2, LC3 e LC4	69
4.16	– Deformações radiais e tangenciais do concreto, lajes LQ5, LQ6 e LQ7	70
4.17	– Deformações radiais e tangenciais do concreto, lajes LQ8, LQ9 e LR10	71
4.18	– Deformações radiais e tangenciais do concreto, nas lajes LQF11 e LQC12	72
4.19	– Curva Carga-Deformação da armadura de flexão das lajes LC1	73
4.20	– Curva Carga-Deformação da armadura de flexão das lajes LC2, LC3 e LC4	74
4.21	– Curva Carga-Deformação da armadura de flexão das lajes LQ5, LQ6 e LQ7	75
4.22	– Curva Carga-Deformação da armadura de flexão das lajes LQ8, LQ9 e LR10	76
4.23	– Deformação da armadura de flexão, referente às lajes LQF11 e LQC12	77
4.24	– Fissuras da laje LC1 (com pilar circular, mas sem capitel)	78
4.25	– Fissuras da laje LC2 (com capitel circular e relação $h_H/l_H$ de 1:2) e LC3 (com capitel circular e relação $h_H/l_H$ de 1:3)	79
4.26	– Fissuras da laje LC4 (com capitel circular e relação $h_H/l_H$ de 1:4) e LQ5 (com pilar quadrado e sem capitel)	80
4.27	– Fissuras da laje LQ6 (com capitel quadrado e relação $h_H/l_H$ de 1:2) e LQ7 (com capitel quadrado e relação $h_H/l_H$ de 1:3)	81
4.28	– Fissuras da laje LQ8 (com capitel quadrado e relação $h_H/l_H$ de 1:4) e LQ9 (com capitel quadrado e relação $h_H/l_H$ de 1:1,5)	82
4.29	– Fissuras da laje LR10 (com capitel retangular e relação $h_H/l_H$ de 1:2) e LQF11 (com capitel quadrado, relação $h_H/l_H$ de 1:2 e com furos)	83

4.30	– Fissuras da laje LQC12 (com capitel cruciforme e relação $h_H/l_H$ de 1:2)	84
4.31	– Gráficos para análise do modo de ruptura das lajes	89
4.32	– Superfície de ruptura das lajes da primeira série	91
4.33	– Superfície de ruptura das lajes da segunda série	92
4.34	– Superfície de ruptura das lajes da terceira série	93
5.1	– Modelo utilizado por MENETREY em sua pesquisa (FERREIRA, 2010)	95
5.2	– Laje LC1, em planta e corte	96
5.3	– Elementos utilizados por MENETREY em seu modelo axissimétrico (FERREIRA, 2010)	97
5.4	– Lajes analisadas por KINNUNEN e NYLANDER (1960 apud FERREIRA, 2010)	98
5.5	– Elementos usado na modelagem computacional do programa Midas FEA (FERREIRA, 2010)	99
5.6	– Comportamento tensão-deformação para a resistência à tração do concreto adotado na análise (FERREIRA, 2010)	100
5.7	– Comportamento tensão-deformação para a resistência à compressão do concreto adotado na análise (FERREIRA, 2010)	102
5.8	– Refinamento da malha de elementos finitos	104
5.9	– Laje sem capitel (LC1), modelo completo	107
5.10	– Curva carga-deslocamento para o modelo LC1, sem capitel	107
5.11	– Distribuição de tensões normais e deformações radiais da laje LC1	108
5.12	– Fissuras e distribuição de tensões normais da laje LC1, carga de ruptura	109
5.13	– Fissuração da laje LC1, sem capitel	110
5.14	– Modelagem da laje LC2	111
5.15	– Gráfico carga-deslocamento para o modelo da laje LC2	112
5.16	– Distribuição de tensões normais e deformações da laje LC2	113
5.17	– Fissuras e distribuição de tensões observadas na laje LC2 referentes à carga de ruptura	114
5.18	– Fissuração da laje LC2, com capitel de relação $h_H/l_H$ de 1:2	115
5.19	– Modelo adotado para a laje LC3	116
5.20	– Gráfico carga-deslocamento para o modelo da laje LC3	117
5.21	– Distribuição de tensões normais e deformações da laje LC3	118
5.22	– Fissuras e distribuição de tensões observadas na laje LC3 referentes à	119

	carga de ruptura	
5.23	– Fissuração da laje LC3, com capitel de relação $h_H/l_H$ de 1:3	120
5.24	– Modelo adotado para a laje LC4	121
5.25	– Gráfico carga-deslocamento para o modelo da laje LC4	121
5.26	– Distribuição de tensões normais e deformações da laje LC4	122
5.27	– Fissuras e distribuição de tensões observadas na laje LC4 referentes à carga de ruptura	123
5.28	– Fissuração da laje LC4, com capitel de relação $h_H/l_H$ de 1:4	125
6.1	– Comparação entre a $V_{Rc}$ (EC2), $V_{Rc}$ (NBR 6118), $P_u$ e $P_{flex}$	129
6.2	– Local de ruptura das lajes da 1 <sup>a</sup> e 2 <sup>a</sup> séries	130
6.3	– Local de ruptura das lajes da 3 <sup>a</sup> série	131
6.4	– Abaulamento nos cantos dos capitéis das lajes LQ9 e LQ6, respectivamente	131

## LISTA DE SÍMBOLOS

<b>Símbolo</b>	<b>Descrição</b>
$A_c$	Área da seção transversal bruta de concreto. (NBR 6118, 2007)
$A_s$	Área da seção transversal da armadura longitudinal de tração
$b_o$	Comprimento do bordo da laje
$c$	Diâmetro do pilar circular
$d$	Altura útil da laje
$d_a$	Altura útil da laje no perímetro $u_1$ (NBR 6118, 2007)
$d_H$	Altura útil de lajes com capitel, na face do pilar
$d_{g0}$	Diâmetro de referência do agregado, adotado com o valor de 16 mm
$d_g$	Diâmetro máximo do agregado usado no concreto da laje
$d_x$ e $d_y$	Alturas úteis nas duas direções ortogonais
$E_c$	Módulo de elasticidade do concreto
$E_s$	Módulo de elasticidade do aço
$E_{ci}$	Módulo de elasticidade á tangente inicial
$F_{Sd}$	Força ou a reação concentrada, de cálculo (NBR 6118, 2007)
$f_c$	Resistência a compressão do concreto
$f_{cd}$	Resistência de cálculo do concreto
$f_{ck}$	Resistência característica à compressão do concreto
$f_{cm}$	Resistência média do concreto à compressão medida em corpos de prova cilíndricos no dia do ensaio
$f_{ct}$	Resistência do concreto a tração direta
$f_{cu}$	Resistência cúbica do aço
$f_{máx.}$	Flecha máxima observada
$f_u$	Tensão última do aço
$f_{ys}$	Tensão de escoamento do aço da armadura principal
$f_{yw}$	Resistência ao escoamento da armadura transversal
$G_c$	Energia de fratura a compressão
$G_f$	Energia de fratura necessária para gerar fissuração à tração
$h$	Espessura da laje



$h_H$	Espessura do capitel
$l_H$	Comprimento do capitel circular a partir da face do pilar
$l_{Hs}$	Comprimento da extremidade do capitel quadrado a face do pilar
$m_u$	Momento último da laje
$P$	Carga aplicada na laje
$P_{flex.}$	Carga de ruptura por flexão estimada
$PA_u$	Carga de ruptura por punção, experimental da série falha
$P_u$	Carga de ruptura por punção, experimental
$u$	Perímetro do contorno crítico
$u_o$	Comprimento do perímetro de controle nas faces do pilar
$u_l$	Comprimento do perímetro de controle afastado das faces do pilar
$u_{out}$	Comprimento de um perímetro de controle afastado da extremidade externa do capitel
$V_{Rc}$	Carga de ruptura por punção estimada pelas normas
$V_{Rc,int}$	Carga de ruptura interna por punção no capitel, estimada pelas normas
$V_{Rc,ext}$	Carga de ruptura por punção externa ao capitel, estimada pelas normas
$V_{flex}$	Resistência à flexão calculada através da teoria das linhas de ruptura
$R$	Raio do círculo, equivalente distância do centro a borda da laje
$r_p$	Raio da carga, distância entre o centro da laje e o carregamento
$r_c$	Comprimento do capitel
$r_s$	Distância entre o eixo do pilar e a linha de momentos nulos
$w_c$	Peso específico do concreto
$w_s$	Peso específico do aço
$\theta$	Ângulo de inclinação do capitel
$\varepsilon_c$	Deformação de compressão do concreto observada
$\varepsilon_s$	Deformação de tração observada na armadura principal
$\varepsilon_{ys}$	Deformação de tração observada da armadura principal correspondente à tensão de escoamento
$\varepsilon_{mm,ult}^{cr}$	Deformação última na direção normal à fissura
$\beta_c$	Fator de retenção de cisalhamento
$\varnothing$	Diâmetro das barras de aço
$\psi$	Ângulo de rotação da laje
$\zeta$	Efeito de tamanho ( <i>Size effect</i> )

$\gamma_c$	Coeficiente de ponderação da resistência do concreto
$\gamma_{flex}$	Coeficiente de majoração da carga de ruptura por flexão
$\rho$	Taxa geométrica média de armadura longitudinal de tração
$\rho_x$	Taxa geométrica de armadura longitudinal de tração na direção $x$
$\rho_y$	Taxa geométrica de armadura longitudinal de tração na direção $y$
$\nu_c$	Coeficiente de poisson do concreto
$\nu_s$	Coeficiente de poisson do aço
$\sigma$	Tensão

## 1 – INTRODUÇÃO

Na indústria da construção civil, existem diversos sistemas estruturais que podem ser adotados para a execução de uma edificação em concreto armado. Entre as opções de sistemas estruturais mais conhecidos, que envolvem lajes, apresentam-se as lajes apoiadas em vigas (convencionais) que ainda é o sistema mais adotado usualmente, as lajes lisas, que tem tido uma crescente utilização no território nacional e no restante do mundo, e as lajes cogumelo.

Lajes lisas se distinguem das lajes convencionais por se apoiarem diretamente sobre os pilares, não sendo utilizadas as vigas, como é mostrado na Figura 1.1, e quando bem dimensionadas tornam-se mais eficientes, de fácil execução, podem apresentar menor pé direito, e eventualmente mais econômicas, uma vez que as formas precisam de menos recortes e a estrutura se torna mais leve, para a mesma quantidade de andares de uma edificação convencional, tendo assim como consequência fundações menores ou menos profundas. Mas, estas simplificações também trazem alguns problemas de projeto. Entre outros, os dois principais são:

- Baixa rigidez do sistema estrutural em relação às ações horizontais, em virtude da ausência de vigas;
- Uma das desvantagens desse tipo de estruturas é a possibilidade da ocorrência da punção, ruptura por cisalhamento que acontece de forma frágil (sem aviso), e que pode causar sérios danos à estrutura como um todo, em função de um eventual colapso progressivo causado pela ruptura de apenas uma ligação.

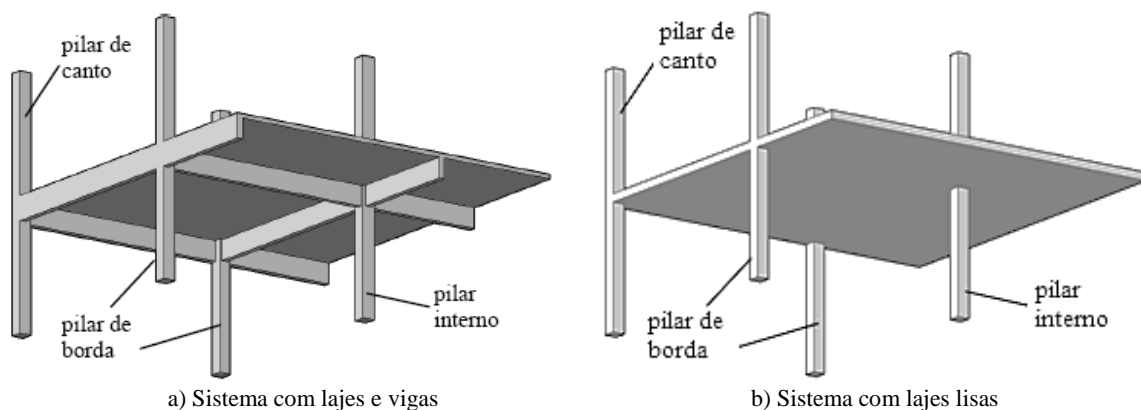


Figura 1.1 – Sistema de lajes em concreto armado

Em relação à falta de rigidez da estrutura, o problema pode ser solucionado na maioria dos casos, vinculando-se a laje em paredes estruturais ou em núcleos rígidos, tais como poços de elevador e escadas. Já em relação ao segundo problema, o mesmo aparece quando cargas ou reações atuam excessivamente nas ligações laje-pilar, podendo ser solucionado com capitéis (reforço da laje junto ao pilar), reforçando com armadura de cisalhamento ou com placas metálicas rígidas, ou ainda com a protensão da laje.

De acordo com a NBR 6118 (2007), a ruptura por punção é um Estado Limite Último, no entorno de forças concentradas, determinado por cisalhamento. E segundo o CEB/MC90 (1993), a superfície de ruptura faz um ângulo de  $25^\circ$  a  $30^\circ$  em relação ao plano da laje (Figura 1.2). A ruptura por punção ocorre devido à concentração de tensões na região da ligação laje-pilar. Na área próxima ao pilar, além de haver elevado esforço cortante, ocorre também o momento fletor máximo negativo. Quando da ruína por punção, sendo a força cortante a ação predominante, a armadura de flexão pode não ter atingido o escoamento, observando-se, então, uma ruína de natureza frágil, abrupta (HOLANDA, 2002).

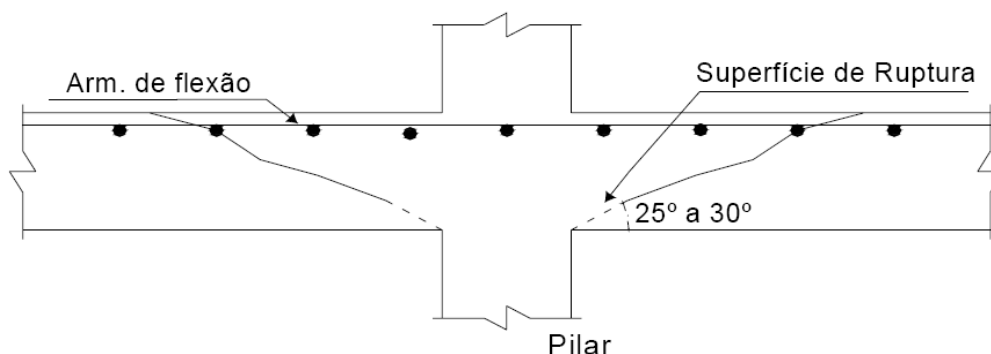


Figura 1.2 – Superfície de ruptura de uma laje lisa sem armadura de cisalhamento (CEB/MC90, 1993)

E segundo MacGREGOR (1988), como a transferência da carga para o pilar é realizada pela espessura da laje próxima ao pilar, a resistência necessária pode ser alcançada pelo acréscimo da espessura apenas na região próxima ao pilar (elemento estrutural tipo *drop panel*). Esse tipo de estrutura se estende geralmente ao longo de aproximadamente um sexto do vão em cada direção, proporcionando ganho de resistência na região do pilar enquanto minimiza o volume de concreto utilizado no meio do vão. A grande desvantagem deste tipo de elemento, e o que levou ao seu menor uso, é o fato de não proporcionar tetos planos.

Como alternativas para aumentar a ductilidade e a capacidade resistente da ligação laje-pilar, o projetista pode utilizar armaduras de cisalhamento, ou ainda usar ábacos e capitéis, conferindo à laje a denominação de laje cogumelo. O capitel é um elemento estrutural

usado para facilitar a transferência das cargas nas lajes para os pilares em pavimentos sem vigas. Eles são bastante utilizados no combate à punção, apesar de até hoje existirem poucos estudos desenvolvidos com o objetivo de avaliar sua eficiência e a influência das diversas variáveis de projeto no comportamento e resistência de ligações laje-pilar com capitéis, e consequentemente, aumentam a capacidade resistente da ligação, tornando-a, inclusive, um pouco mais dúctil. A Figura 1.3 apresenta exemplos do uso de capitéis e capitéis com ábacos no Brasil.



Figura 1.3 – Laje cogumelo com capitéis e pilares de seção quadrada

O uso de capitel era comum no início da utilização das lajes cogumelo, sendo o capitel um engrossamento da seção transversal do pilar (Figura 1.4a), próximo a ligação deste elemento com uma laje. É possível ainda fazer o engrossamento da laje na região da ligação (Figura 1.4b), caso não deseje o aumento da seção do pilar, com o objetivo de aumentar a resistência à punção. Esse engrossamento da laje geralmente é chamado pela norma brasileira (NBR 6118, 2007) de ábaco ou pastilha, porém, na falta de uma concordância, em alguns casos observa-se o uso da sua nomenclatura internacional, o *drop panel*. E em projetos é muito comum utilizar-se a espessura deste ábaco igual à espessura da laje adotada. Em alguns casos também é possível a utilização das duas opções de reforço na ligação, fazendo uma combinação entre o capitel e o ábaco (Figura 1.4c).

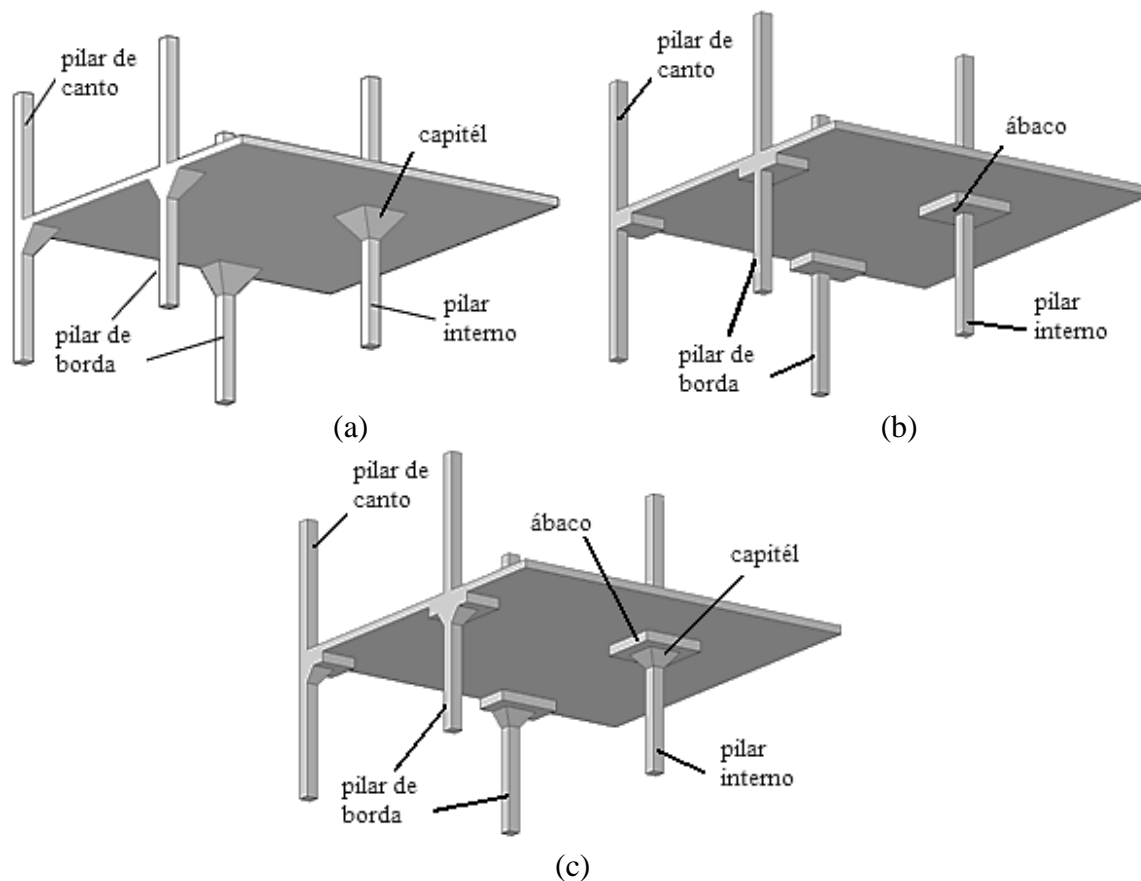


Figura 1.4 – Emprego de capitel, ábaco e o uso da combinação entre capitel e ábaco

Do ponto de vista econômico, segundo alguns pesquisadores, o uso de pequenos ábacos apresenta um menor custo de formas em relação ao uso de capitéis. O que pode não ser válido para alguns casos, pois a economia com formas é compensada pelo gasto maior com outros materiais. Com a evolução deste sistema estrutural e dos seus métodos de cálculo, os capitéis e os ábacos estão sendo cada vez menos utilizados em decorrência das grandes vantagens de se obter tetos lisos. Em seu lugar têm sido usadas armaduras específicas de combate à punção que, além de aumentar a resistência da ligação laje/pilar, fornece também maior ductilidade. Em países como os Estados Unidos, as lajes que utilizam capitéis ou ábacos são chamadas de *mushroom slabs* e as lajes sem a presença desse engrossamento na ligação laje/pilar são chamadas de *flat plate* ou *flat slab*. Já no Brasil, inicialmente todas as lajes deste sistema construtivo sem vigas eram chamadas de lajes cogumelo. Atualmente estas denominações mudaram, as lajes que utilizam os capitéis ou ábacos são chamadas de lajes cogumelo e as lajes sem a presença destes, apoiadas diretamente sobre os pilares, são chamadas de lajes lisas. O ábaco é constituído por seções constantes, apresentando áreas que ficam submetidas a tensões mais baixas, em pontos mais distantes dos pilares e mais próximos

de sua borda, e podem ser desprezadas, evitando assim, desperdício de material e seções menores para capitéis, o que é bem atrativo esteticamente e com maior economia.

## **1.1 – JUSTIFICATIVA**

A literatura sobre punção é farta, porém a maior parte das pesquisas que tratam sobre este tipo de ruptura, no Brasil ou internacionalmente, tem como foco principal estudar o comportamento de lajes lisas, com o emprego ou não da armadura de cisalhamento, assim como o comportamento edificações que usam este sistema estrutural, com o intuito de diminuir os riscos de ocorrência de uma ruptura prematura ou de forma frágil destas lajes que podem vir a ocorrer na ligação laje-pilar. Existem poucas pesquisas desenvolvidas sobre as lajes cogumelo, assim como normas que apresentem recomendações sobre o mesmo, sejam elas dotadas de capitéis ou ábacos. É o caso da norma européia EUROCODE2 (2004), cujas recomendações também são seguidas pela norma brasileira NBR 6118 (2007). Em função destes fatores, direciona-se o foco deste trabalho para observar o comportamento de ligações laje/pilar com a utilização de capitéis, na intenção de contribuir com informações relevantes sobre este assunto. Principalmente observações a respeito do modo de ruptura, da capacidade de carga e superfície de ruptura, que de certa forma possam colaborar no entendimento da ruptura por cisalhamento em lajes cogumelo e de certa forma adicionar segurança e resistência para estas ligações laje/pilar.

## **1.2 – OBJETIVO**

Este trabalho tem como objetivo principal verificar experimentalmente o comportamento de lajes cogumelo de concreto armado com capitéis, observando em laboratório o modo de ruptura, a capacidade de carga e a superfície de ruptura de ligações laje/pilar com capitéis sob carregamento simétrico. Pretende-se também verificar a eficiência destes capitéis, comparando os resultados experimentais com as recomendações feitas pelas normas EUROCODE 2 (2004) e NBR 6118 (2007), uma vez que estas normas apresentam recomendações para determinar a capacidade de carga, o provável local da superfície de ruptura, assim como a inclinação de um ângulo  $\alpha$  ideal para estes capitéis, com o intuito de garantir maior eficiência dos mesmos. E por fim, comparar os resultados experimentais com modelos numéricos, executados em um software de análise não-linear, baseado na teoria dos elementos finitos.

### **1.3 – APRESENTAÇÃO DO TRABALHO**

Este trabalho apresenta 7 capítulos em sua estrutura. No Capítulo 2 é feita uma breve revisão bibliográfica envolvendo os trabalhos já realizados nesta área de pesquisa, bem como uma revisão das recomendações normativas acerca do tema. Em seguida no Capítulo 3 é apresentado o programa experimental da pesquisa, trazendo as características das lajes a serem ensaiadas, com detalhes sobre as armaduras, modelo de ensaio, instrumentação e materiais utilizados para a confecção das lajes.

Os resultados obtidos com os ensaios (comportamento, resistência à punção, deformações, fissuração e deslocamentos) são apresentados no Capítulo 4. No capítulo 5, é apresentada uma análise numérica não-linear feita com modelos das lajes que foram ensaiadas, utilizando o software Midas FEA (2010), comparando-se seus resultados com os resultados experimentais.

O capítulo 6 apresenta uma comparação entre os resultados experimentais, as estimativas obtidas através das recomendações normativas e as estimativas utilizando a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, e por fim uma proposta para determinação das dimensões ideais para o capitel a ser utilizado na ligação laje-pilar. E no capítulo 7 são apresentadas as conclusões referentes ao trabalho e as sugestões para trabalhos futuros.



## 2 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

### 2.1 – BREVE HISTÓRICO

Desde a sua introdução feita por Turner em 1905, nos Estados Unidos, as lajes lisas têm-se popularizado cada vez mais. Inicialmente foi patenteada por Turner, e ficou conhecido por algum tempo nos Estados Unidos como Sistema de Turner, fato este contestado por alguns pesquisadores, pois a criação deste sistema também foi atribuída a dois engenheiros europeus, MAILLART e LOLEIT, que por volta de 1909 construíram edificações com este sistema estrutural naquele continente (Figuras 2.1 e 2.2), mais especificamente nas cidades de Zurique e Moscou (BILLINGTON, 1997). Em pouco tempo esta patente foi quebrada (por volta de 1915) em função da execução destas lajes em todo o país, e o entendimento que este sistema já não lhe pertencia. Seu método de cálculo causou controvérsia entre os especialistas da época devido ao fato de existirem grandes variações entre as taxas de armadura obtidas por ele e as utilizadas por outros engenheiros, como o próprio MAILLART. Devido a essas polêmicas, edifícios construídos na época por Turner foram submetidos a testes de carga, e tiveram resultados satisfatórios. Posteriormente, com a construção de algumas edificações em Zurique (1910), assim como em Moscou (1908), este sistema estrutural foi difundindo por todo o mundo. Segundo GASPARINI (2002), a Figura 2.3 apresenta o conceito do sistema de lajes “cogumelo” idealizado por C. A. P. Turner e o emprego do capitel na ligação laje-pilar, e mostra o capitel proposto por Turner para aliviar os esforços na ligação.

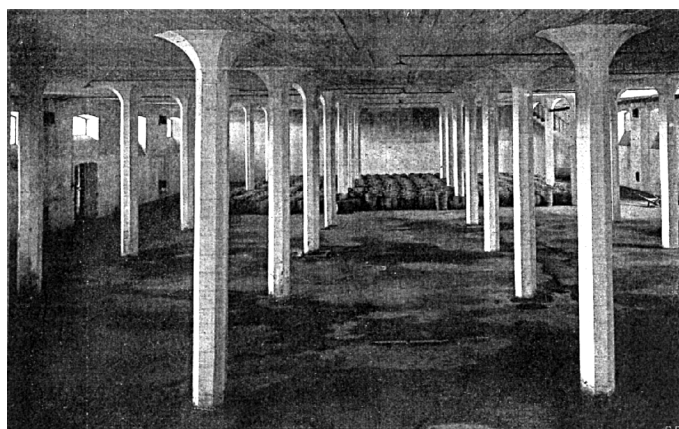


Figura 2.1 - Armazém da empresa Gerhard & Hey, em São Petersburgo, projetado por Robert Maillart em 1912 (KIERDORF, 2006)

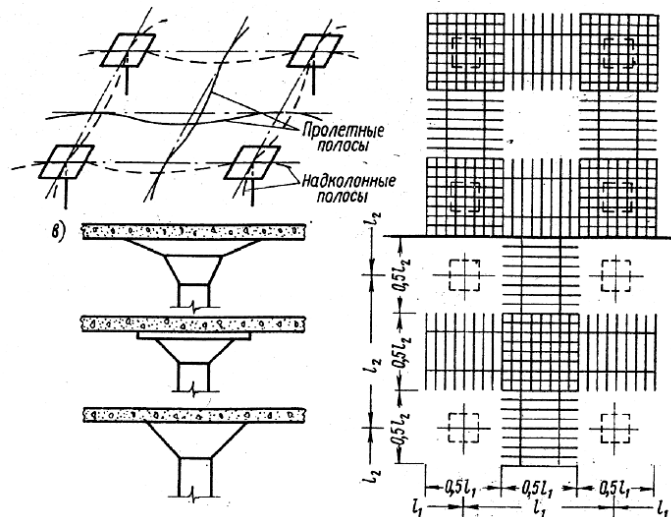


Figura 2.2 - Esquema de capitéis com armadura usado por Loleit em 1915 (LOPATTO, 1969 apud KIERDORF, 2006)

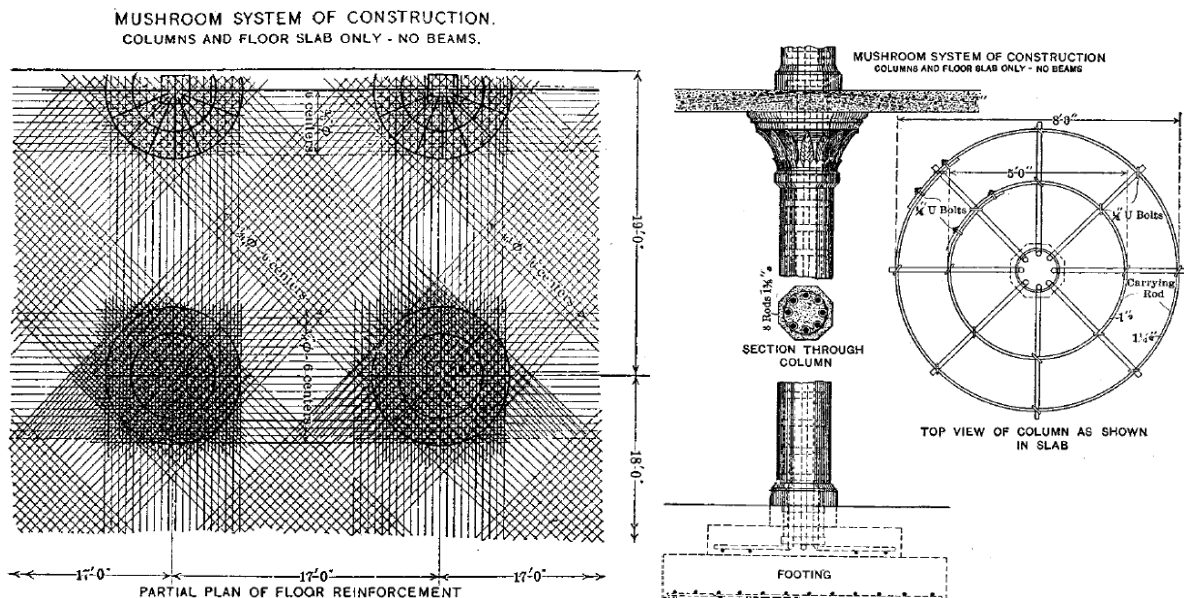


Figura 2.3 - Sistema de lajes “cogumelo” proposto por C. A. P. Turner (GASPARINI, 2002)

Segundo MELO (1990), o desabamento de uma edificação (edifício *Prest-o-Lite*), nos Estados Unidos, mais precisamente na cidade de Indianápolis, foi o primeiro caso conhecido de ruptura por punção. O devido o emprego equivocado do sistema estrutural foi a causa da ruína, que teve como consequência alguns feridos e vítimas fatais. A partir de então percebeu-se a necessidade de estudar melhor o comportamento deste tipo de ligação, com o intuito de se dimensionar estruturas mais resistentes e seguras aliadas a economia. TALBOT (1913) iniciou os estudos sobre a punção, testando experimentalmente sapatas de concreto armado sem armadura de cisalhamento. Os resultados da pesquisa mostram ruptura por punção em 20

das 197 sapatas (114 sob muro e 83 sob pilar) que foram ensaiadas (Figura 2.4). TALBOT concluiu então que a punção ocorreu segundo um tronco de cone com faces inclinadas em torno de 45°, e que os maiores valores de resistência foram encontradas nas sapatas mais armadas à flexão, devido à contribuição dessas armaduras na redução da fissuração. RICHART (1948), também analisando experimentalmente algumas sapatas, observou que o aumento da taxa de armadura resultava no acréscimo de resistência a punção.

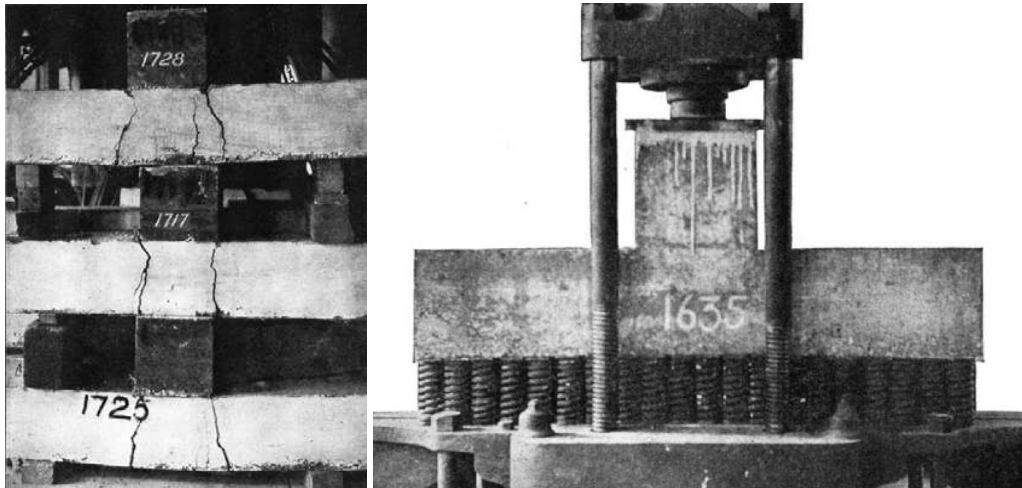


Figura 2.4 – Ensaio em sapatas de concreto armado (TALBOT, 1913 apud FERREIRA, 2010)

GRAF (1933) comprovou experimentalmente que o aumento da resistência do concreto tem pouca influência sobre a resistência ao cisalhamento, fato este que pode ser atribuído as fissuras na seção resistente, provocadas pelos esforços de flexão. HOGNESTAD (1953), ao estudar os experimentos de RICHART (1948), tentaram pela primeira vez quantificar a real influência da armadura de flexão, dentre outros fatores, na resistência ao cisalhamento. Para isso, ensaiaram lajes lisas, tendo como variáveis a resistência do concreto, seção do pilar, área de aço e a taxa de armadura, uma vez que, até então, os resultados experimentais usados nos critérios de dimensionamento de lajes lisas referiam-se a ensaios em sapatas.

ELSTNER e HOGNESTAD (1956) testaram 39 lajes em laboratório, com o objetivo único de estudar a punção através da análise de algumas importantes variáveis como: taxa de armadura de flexão; resistência do concreto; quantidade de armaduras de compressão; condições de apoio; tamanho dos pilares; quantidade e distribuição das armaduras de cisalhamento. Eles concluíram que praticamente todos esses fatores têm forte influência na resistência ao cisalhamento de lajes lisas de concreto com exceção do aumento da taxa de

armadura de compressão que se mostrou pouco influente na resistência última das lajes por eles testadas. KINNUNEN e NYLANDER (1960), com base em resultados de vários ensaios com lajes circulares com pilar central, propuseram um modelo mecânico cujo cálculo considera a influência da flexão e da força cisalhante em conjunto. Neste modelo, que é foi na época a base do Regulamento Sueco com respeito à punção, a carga de ruína é determinada através do equilíbrio entre esforços internos e carregamentos externos.

MOE (1961) propôs uma formulação semelhante à apresentada por HOGNESTAD e ELSTNER com relação à forma de se quantificar o acréscimo de resistência devido à presença de armadura para cisalhamento nas ligações laje-pilar, utilizando para essas conclusões, uma série de ensaios experimentais com lajes lisas. Analisou também os casos assimétricos, caracterizados por pilares de borda, de canto e pilares internos com carregamentos assimétricos, importantes por transferirem momentos da laje para o pilar. MOE desenvolveu, posteriormente, uma nova teoria para as lajes sem armadura de punção, com uma fórmula mais simples que apresentou resultados mais próximos em relação a outras teorias.

Foi apresentado por SHEHATA (1985) um modelo racional para o cálculo de punção em lajes sem armadura de cisalhamento, apoiadas em pilares internos com carregamento simétrico. As equações fornecidas por este método formam um sistema de equações não lineares, que pode ser resolvido iterativamente até que um dos estados limites definidos pelo autor seja atingido. Desta forma, a carga de ruína não é obtida de forma imediata, sendo necessária a utilização de um microcomputador para se obter a resolução matemática desse sistema de equações. Em 1990 SHEHATA, apresenta um novo modelo, simplificado e composto de bielas comprimidas e tirantes radiais. Este modelo é de fácil aplicação e em geral fornece bons resultados; porém para lajes fabricados com concreto com resistência à compressão elevada, o modelo superestima os valores das cargas de ruptura (PINTO, 1993).

MELO (1990), em sua pesquisa, ensaiou 8 lajes lisas de concreto armado, com o objetivo de investigar o efeito das barras inferiores, que atravessam a seção dos pilares, na capacidade pós-puncionamento das ligações laje-pilar. As lajes ensaiadas eram quadradas com 2,5 m de largura e 75 mm de espessura, e dotadas de um pilar central de seção quadrada de 150 mm de lado. A carga foi aplicada em 16 pontos para simular uma distribuição uniforme do carregamento. As lajes com barras localizadas em sua face inferior, passando através da seção dos pilares, apresentaram uma capacidade de carga maior, na fase pós-puncionamento, em relação às lajes carentes destas barras. As ligações laje-pilar das lajes com a armadura situada na face inferior atingiram uma carga em média 2,7 vezes maior quando

comparadas com as lajes sem armadura situada na face inferior, na fase de pós-puncionamento. Baseado em seus ensaios, MELO propôs um método para determinação da resistência pós-puncionamento de ligações laje-pilar, levando em consideração a destruição progressiva do concreto acima das barras posicionadas junto ao bordo inferior, e a posterior ruptura das barras desta armadura. Ele concluiu também que rupturas secundárias, como a destruição do concreto nos pilares abaixo das barras inferiores da laje, ou em função de uma ancoragem insuficiente dessas armaduras, podem ser evitadas com um detalhamento adequado.

Já GOMES (1991) analisou o comportamento a punção de 12 lajes lisas de concreto armado: 10 destas lajes eram armadas ao cisalhamento. Com perfis metálicos I, chamados de *studs*, dispostos ao redor do pilar em *cruz dupla* ou *radialmente*. Observou-se um ganho, das lajes com armadura de cisalhamento em relação às lajes sem esta armadura, de até 100% em capacidade de carga, assim como um melhor comportamento das lajes com armadura de cisalhamento disposta de forma radial em relação às com armadura posicionada em cruz. GOMES (1991) também recomenda que ao utilizar este tipo de armadura a distância adotada entre os elementos da armadura de cisalhamento não exceda  $0,5 \cdot d$ .

OLIVEIRA (1998) ensaiou 11 lajes lisas de concreto armado, na sua maioria armadas à punção. Foram utilizados como armadura de cisalhamento estribos verticais retangulares e estribos inclinados a  $60^\circ$ , e concreto com resistência de 60 MPa. A análise dos resultados mostrou que os estribos retangulares inclinados promoveram um acréscimo de até 30% de resistência ao cisalhamento em relação aos estribos verticais retangulares, bem como uma maior resistência à fissuração das lajes, e uma ruptura mais dúctil.

## **2.2 – PESQUISAS REALIZADAS COM ÁBACO (*DROP PANEL*)**

### **2.2.1 – WEY (1991)**

Em seu trabalho, WEY (1991) estudou experimentalmente lajes cogumelo com ábaco (*drop panel*), analisando o comportamento da ligação sob o efeito de cargas dinâmicas, simulando abalos sísmicos. Foram testadas 6 lajes ao todo, sendo 3 com pilares internos e 3 com pilares de borda tendo ábacos de diferentes tamanhos, comparando-se estes resultados com o de testes em lajes lisas encontrados na literatura (HANSON, HAWKINS, ROBERTSON e MORRISON). A Figura 2.5, mostra o esquema de ensaio utilizado por WEY. As lajes são apoiadas nas bordas com liberdade de giro em apenas uma das direções, e

por tirantes na laje de reação. A extremidade inferior do pilar é apoiada, de forma que o apoio permita seu giro, e na extremidade superior do pilar é aplicado carregamento horizontal, através de um atuador hidráulico, oscilando o sentido da aplicação, simulando o movimento de um abalo sísmico.

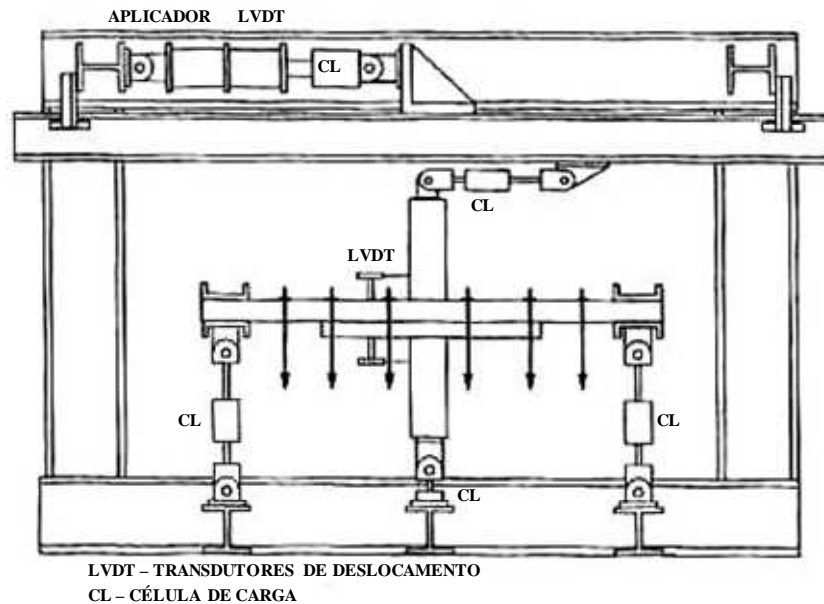


Figura 2.5 – Esquema de ensaio (WEY, 1991)

Nas Figuras 2.6 e 2.7 são mostradas as armaduras utilizadas em ambas às lajes. Os ábacos são armados com barras de mesmo diâmetro, com comprimento e a quantidade de barras alternadas conforme a largura dos mesmos. Para as lajes com pilar central, foram utilizados ábacos quadrados com dimensões de 610, 813 e 1016 mm e todos com espessura de 89 mm. As lajes foram dotadas de armaduras dupla, para momento positivo e momento negativo, em função das recomendações de detalhamento da norma americana (ACI 318-89).

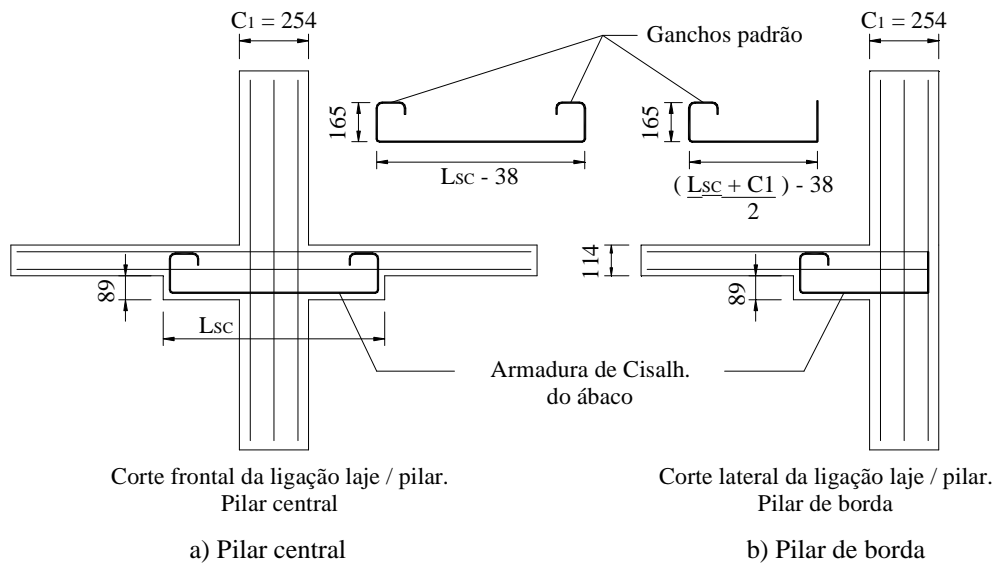


Figura 2.6 – Seção transversal das lajes com pilar central e de borda, mostrando a armadura principal e dos ábacos (WEY, 1991)

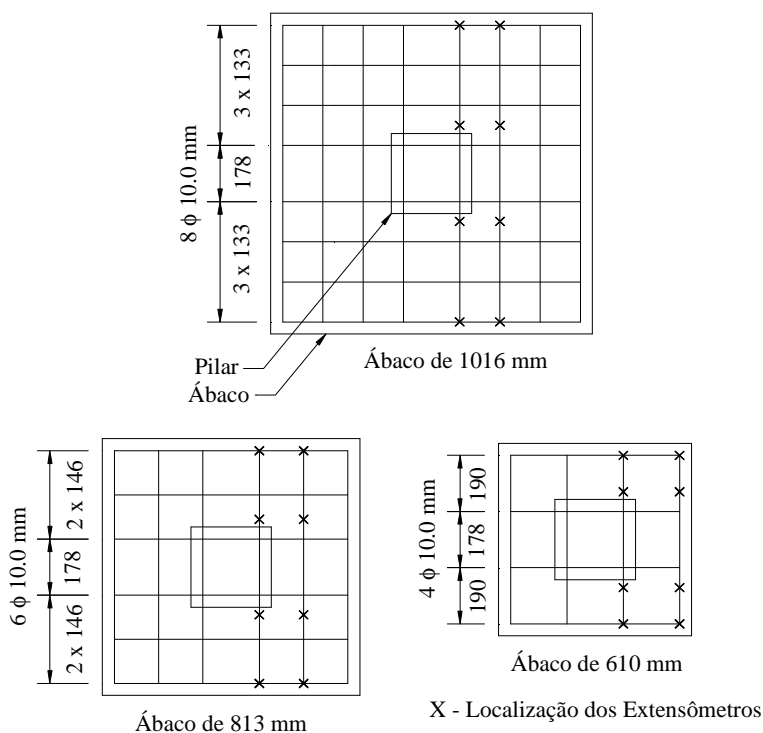


Figura 2.7 – Armadura das lajes vista em planta, para pilar central (WEY, 1991)

A Figura 2.8 mostra as superfícies de ruptura e a fissuração encontrada na realização dos ensaios de WEY. Observa-se uma fissuração em torno dos pilares, dentro e fora dos capitéis, para ambos os casos. Em função do carregamento cíclico, com inversão de momentos, percebem-se fissuras na seção transversal da laje em direções e ângulos diferentes. Abaixo as lajes são mostradas com suas configurações segundo a fissuração ocorrida, em

função do giro que foi empregado pelo esquema de ensaio. Percebe-se então a fissuração maior nas lajes com uma porcentagem de giro de 3,0 por cento em relação às outras com 1,5 por cento de giro.

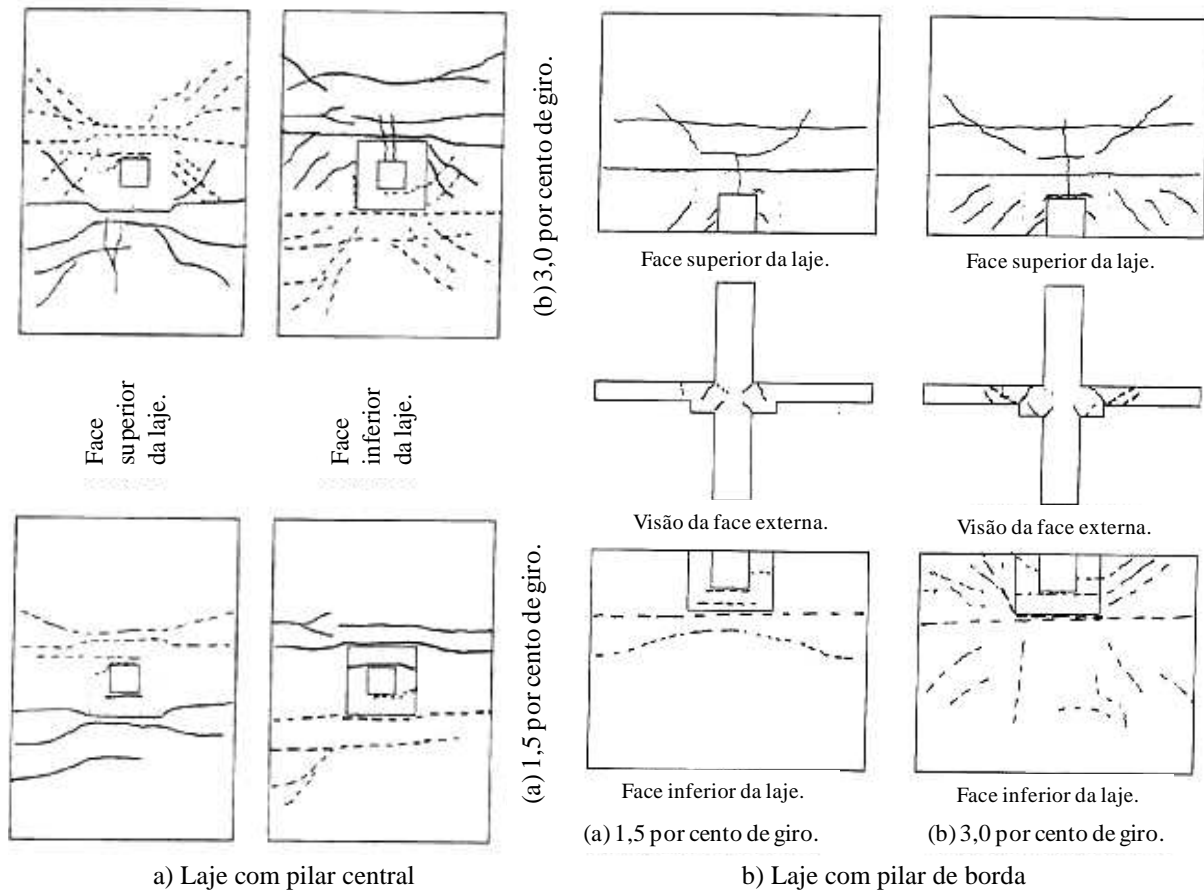


Figura 2.8 – Lajes com fissuras e superfície de ruptura após os ensaios (WEY, 1991)

Na Tabela 2.1 são apresentadas as características das lajes do trabalho de WEY, assim como os resultados observados pelo autor em laboratório. Observa-se que as lajes com ábaco e pilar central apresentaram um ganho em capacidade de carga de até 135% (laje SC2), quando comparadas a laje lisa (laje PI8) com a mesma conexão. Percebe-se o mesmo para as lajes com ábaco e pilar de borda, com um ganho em resistência de até 149% (laje SC1), em relação à laje lisa com a mesma ligação laje-pilar (laje PE9). E por fim, observa-se que com o acréscimo dos ábacos e o posterior aumento do tamanho dos mesmos nas lajes com pilares centrais ocorre uma mudança do modo de ruptura, a laje lisa e a laje com menor ábaco apresentam ruptura por punção e as lajes com ábacos maiores apresentam ruptura por flexão, porém o mesmo não é observado nas lajes com pilares de borda, onde as lajes romperam por flexo-torção, com exceção da laje SC3 que rompeu por flexão.



Tabela 2.1 – Características e resultados das lajes ensaiadas por WEY (1991)

Lajes	Tipo de conexão	Lado do ábaco (mm)	$\rho_{sc}$	Giro (%)	$P_u$ (kN)	Modo de Ruptura	
PI8	Centro	-	-	3,5	39,37	Punção	
				-3,5	-38,92		
SC6		610	0,0052	5,0	81,85	Punção	
				-4,0	-66,28		
SC4		813	0,0059	6,0	80,51	Flexão	
				-5,0	-76,95		
SC2		1016	0,0063	6,0	92,52	Flexão	
				-7,0	-90,74		
PE9		Borda	-	-	3,5	16,41	Torção e Flexão
					-3,0	-24,91	
SC5	610		0,0052	6,0	25,89	Torção e Flexão	
				-5,0	-48,89		
SC3	813		0,0059	7,0	40,92	Flexão	
				-7,0	-46,71		
SC1	1016		0,0063	6,5	33,54	Torção e Flexão	
				-5,0	-57,52		

$\rho_{sc}$  - Taxa de armadura de cisalhamento

Em suas conclusões WEY afirma que o acréscimo da capacidade de carga e rigidez das lajes com o uso de ábacos, quando comparadas com as lajes sem a presença deste engrossamento na ligação, é significativo. E que essa capacidade de carga cresce com o tamanho do ábaco. Por fim, conclui que as lajes também ganham em rigidez com o aumento da largura dos ábacos. O autor observou ainda que os ábacos devem ser armados e ter um comprimento suficiente em relação ao vão da laje, principalmente quando há a possibilidade de uma inversão de carregamentos, uma vez que os ensaios foram realizados simulando abalos sísmicos.

### 2.2.2 – MEGALLY e GHALI (2002)

No trabalho em questão os autores analisaram experimentalmente o comportamento de lajes lisas e lajes cogumelos, comparando o desempenho das mesmas com as recomendações do ACI 318-99 e com os modelos de uma análise computacional, usando um programa baseado no método dos elementos finitos. Foram ensaiadas 5 lajes de concreto armado, como é apresentado na Tabela 2.2, sendo uma laje lisa sem armadura de cisalhamento, para referência, duas lajes cogumelo usando ábacos quadrados (Figura 2.9), tendo espessura de 76 mm e dimensões de (423 x 423) mm e (950 x 950) mm. E por fim duas lajes lisas com armadura de cisalhamento, uma com estribos convencionais e a outra com *studs*. Todas as

lajes eram quadradas com lado de 1905 mm e espessura de 152 mm, usando pilares centrais quadrados com 254 mm de lado, dotadas de armadura de flexão comprimida e tracionada dispostas ortogonalmente. A figura 2.10 mostra a armadura usada na laje 3.

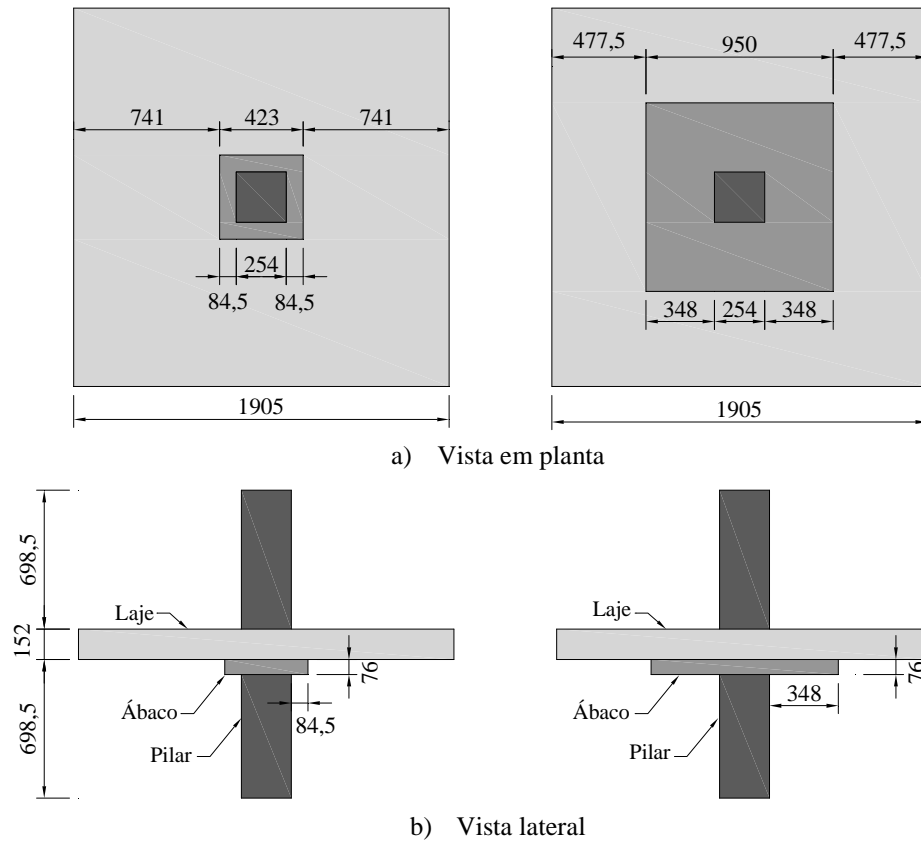


Figura 2.9 – Lajes reforçadas com ábacos, usadas no estudo de MEGALLY e GHALI (2002)

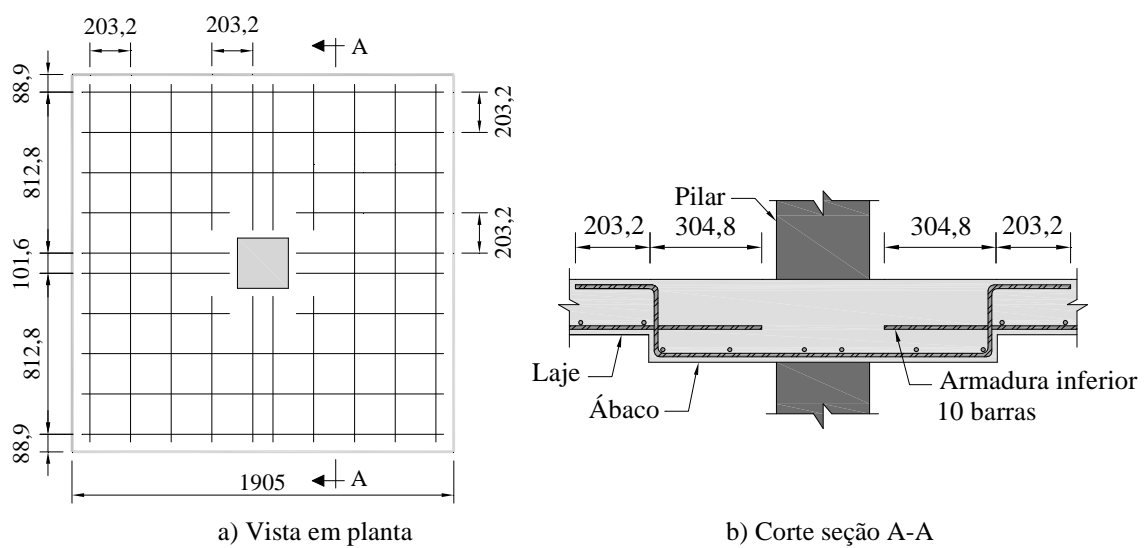


Figura 2.10 – Armadura inferior empregada na laje 3

Os pesquisadores observaram que todas as lajes ensaiadas romperam por punção. Tendo a laje 3 apresentado uma superfície de ruptura a partir da face do pilar (dentro do ábaco), e as lajes 4 e 5 com superfície de ruptura fora da área reforçada pelos estribos ou *studs*, respectivamente. Perceberam também, como pode ser visto na Tabela 2.2, que a relação entre os resultados experimentais ( $V_{u,exp}$ ) e estimados pelo ACI 318-99 ( $V_{n,ACI}$ ) é de 1,4, para a laje 3, considerada por MEGALLY e GHALI relativamente alta, quando comparado com o valor observado desta mesma relação na laje 1 e 2, que foi de 1,2. Sendo assim, os autores consideraram as estimativas um pouco conservadoras, para o cálculo da resistência da ligação laje-pilar de lajes cogumelo com ábacos.

Tabela 2.2 – Lajes ensaiadas e resultados do trabalho de MEGALLY e GHALI (2002)

Laje	$f'_c$ (Mpa)	Método de reforço	$l_H$ (mm)	$h_H$ (mm)	$V_{u,exp}$ (kN)	Deflexão máxima (mm)	Identificação das lajes	$V_{n,ACI}$ (kN)	$V_{u,exp} / V_{n,ACI}$
1	35,9	-	-	-	409,2	17,02	AB1	333,6	1,2
2	39,3	Ábaco	84,5	76,0	604,9	19,81	I-1	520,4	1,2
3	41,4	Ábaco	348,0		725,0	11,68	I-2	520,4	1,4
4	40,0	Estribo	-	-	453,7	19,30	B	493,7	0,9
5	39,3	<i>Stud</i>	-	-	582,7	59,94	AB5	604,9	1,0

Segundo os autores, o uso de ábacos para aumentar a resistência ao cisalhamento de lajes lisas não é recomendada. As análises realizadas através do método dos elementos finitos e estimativas normativas indicam que os critérios de concepção atuais do ACI superestimam a resistência fornecida pelo ábaco na ligação laje-pilar. Sob forças combinadas de momento e cisalhamento com carga cíclica, a análise computacional mostra que o uso de um ábaco ao aumentar a resistência à punção de uma laje, especialmente quando uma força de cisalhamento relativamente baixo  $V$  é combinada com elevado momento  $M$ , como seria o caso de um abalo sísmico, não traz segurança para a ligação. Ainda segundo os autores, os experimentos apresentados mostram que a ruptura em ligações de lajes cogumelo é acompanhada por uma separação brusca dos ábacos em relação às lajes, com ruptura de forma frágil.

### 2.3 – MÉTODOS RECOMENDADOS PARA O CÁLCULO DA PUNÇÃO

Neste item serão apresentadas resumidamente as recomendações adotadas pela norma brasileira NBR 6118 (2007) e pelo EUROCODE2 (2004) assim como o método de cálculo

desenvolvido por MUTTONI (2008) para o cálculo da punção em lajes lisas e lajes cogumelo, Para isso são adotados métodos teóricos que objetivam a verificação das ligações laje-pilar com e sem a presença de capitéis, utilizados em casos de lajes sem armadura de cisalhamento e carregamento centrado.

### 2.3.1 – EUROCODE 2: Design of Concrete Structures (2004)

Segundo o EC2 (2004) estas recomendações são complementares para a verificação da ruptura por punção em elementos como lajes maciças, lajes nervuradas com áreas sólidas sobre pilares e fundações. A punção pode resultar de uma carga concentrada ou reação aplicada em uma área relativamente pequena, chamada de área carregada  $A_{load}$  de uma laje ou uma fundação. O modelo de verificação recomendado para verificar resistência à punção é mostrado na Figura 2.11.

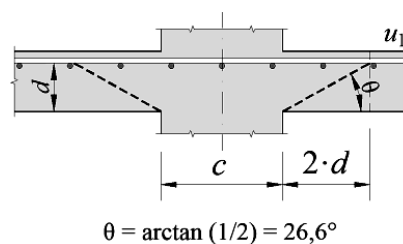


Figura 2.11 – Modelo de verificação de punção no estado limite último do EC2 (2004)

A resistência ao cisalhamento deve ser verificada junto aos perímetros de controle definidos. As regras enunciadas neste item são principalmente formuladas para o caso de carga uniformemente distribuída. Em casos especiais, como sapatas, a carga dentro do perímetro de controle aumenta a resistência do sistema estrutural, e pode ser subtraída quando determinar a tensão de ruptura por cisalhamento.

#### 2.3.1.1 – Distribuição de carga e Perímetro de controle básico

Para o EC2 (2004), o modelo de verificação para análise deste tipo de ruína é mostrado na Figura 2.11. Basicamente a resistência à punção deve ser verificada na face do pilar (contorno  $u_0$ ) e no contorno básico de controle  $u_1$ . Se a armação de cisalhamento for necessária, uma verificação adicional deve ser feita no contorno  $u_2$ , onde não exista a necessidade desta armadura. O contorno básico de controle  $u_1$  está localizado a uma distância

$2 \cdot d$  da área carregada e deve ser construído visando minimizar seu comprimento, conforme mostra a Figura 2.12, inclusive no caso de pilares com seções irregulares.

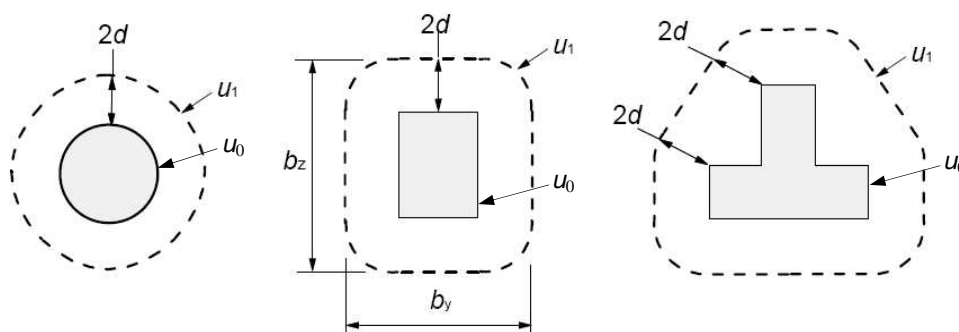


Figura 2.12 – Típico perímetro de controle básico em volta de áreas carregadas (EC2, 2004)

A altura útil efetiva da laje é assumida como constante e pode normalmente ser calculada usando:

$$d = \frac{(d_y + d_z)}{2} \quad (\text{Eq. 2.1})$$

onde  $d_y$  e  $d_z$  são as alturas úteis efetivas da armadura em duas direções ortogonais.

Em casos que uma força concentrada faz oposição a uma alta pressão distribuída (por exemplo, pressão do solo sobre a base) o perímetro de controle a ser considerado deve apresentar uma distância inferior a  $2 \cdot d$ , ou pelos efeitos de uma carga ou reação dentro de uma distância  $2 \cdot d$  da periferia da área de aplicação da força. Para áreas carregadas situadas perto de aberturas, se a distância mais curta entre o perímetro da área carregada e da borda da abertura não exceder  $6 \cdot d$ , parte do perímetro de controle contida entre duas tangentes desenhadas para o contorno da abertura do centro da área carregada é considerada ineficaz (Figura 2.13).

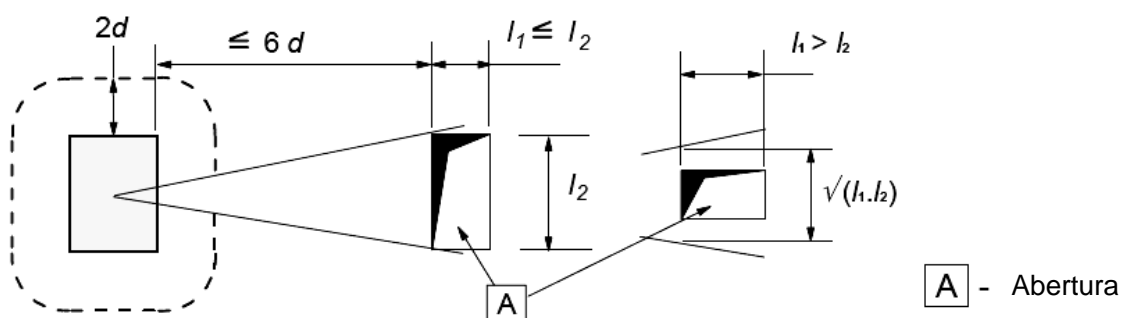


Figura 2.13 – Perímetro de controle próximo de aberturas (EC2, 2004)

O EC2 (2004) recomenda as seguintes formulações para o cálculo da carga resistente de ruptura por punção ( $V_{Rc}$ ) para lajes lisas e com capitel:

### 2.3.1.2 – Lajes sem capitel ( $V_{Rc}$ )

$$V_{Rc} = 0,18 \cdot \xi \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_c} \cdot u_1 \cdot d \quad (\text{Eq. 2.2})$$

onde:

$f_c$  é a resistência á compressão do concreto, que segundo o EC2 (2004) deve ser menor que 90 MPa, porém deve ser respeitado os limites estabelecidos pelos anexos de cada país membro da comunidade européia;

$u_1$  é o comprimento do perímetro de controle afastado  $2 \cdot d$  das faces do pilar.

$d$  é a altura útil da laje;

$\xi$  é o *size effect*, assumido como  $\xi = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$ , com  $d$  em mm;

$\rho$  é taxa média da armadura de flexão tracionada. A mesma é calculada usando

$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \leq 2,0$ , onde  $\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas nas direções x e y, respectivamente.

Devem ser consideradas as barras dentro de uma região afastada  $3 \cdot d$  das faces do pilar;

### 2.3.1.3 – Lajes com capitel ( $V_{Rc,int}$ e $V_{Rc,ext}$ )

Neste caso têm-se duas situações, quando a ruptura acontece externa ao capital, ou ocorre internamente, em relação às faces do pilar e as bordas do capitel. Sendo assim, para as duas formas de ruptura, utilizam-se as formulações a seguir:

#### a) Para ruptura interna ( $V_{Rc,int}$ )

$$V_{Rc,int} = 0,18 \cdot \xi_H \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_c} \cdot u_1 \cdot d_H \quad (\text{Eq. 2.3})$$

onde:

$\xi_H$  é o *size effect*, assumido como  $\xi_H = 1 + \sqrt{200/(d + h_H)} \leq 2,0$  para ruptura interna no capitel, com  $d$  e  $h_H$  em mm;

$d_H$  é a altura útil da laje na face do pilar;

$h_H$  é a espessura do capitel.

b) Para ruptura externa ( $V_{Rc,ext}$ )

$$V_{Rc,ext} = 0,18 \cdot \xi \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_c} \cdot u_{out} \cdot d \quad (\text{Eq. 2.4})$$

onde:

$u_{out}$  é o comprimento do perímetro de controle afastado  $2 \cdot d$  do limite externo do capitel.

Na Figura 2.14, abaixo, observa-se um desenho esquemático, fora de escala, com todos os dados necessários para as formulações apresentadas anteriormente.

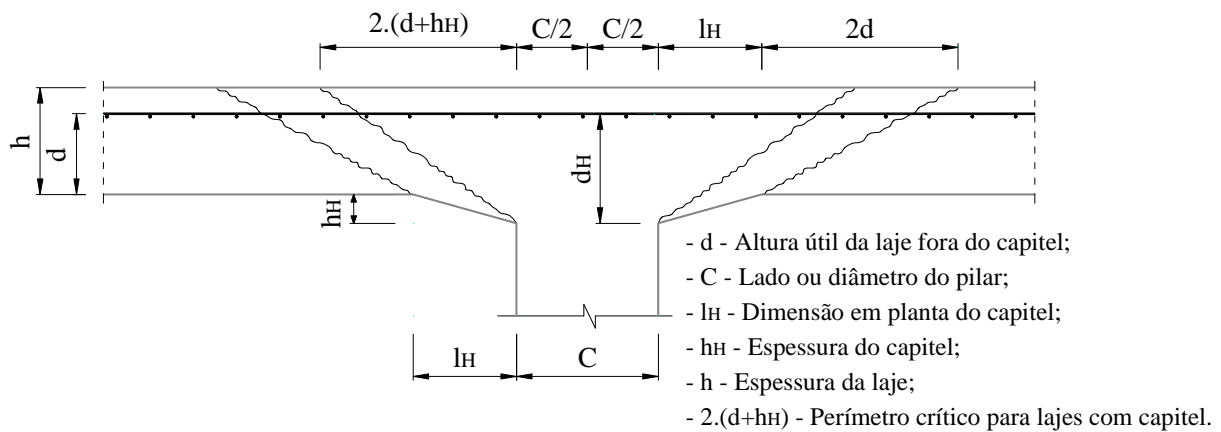


Figura 2.14 – Seção transversal de uma laje com capitel

As Figuras 2.15 e 2.16 ilustram os procedimentos para determinação do perímetro crítico de ruptura por punção nas ligações laje-pilar com capitel, recomendada pela norma EC2 (2004).

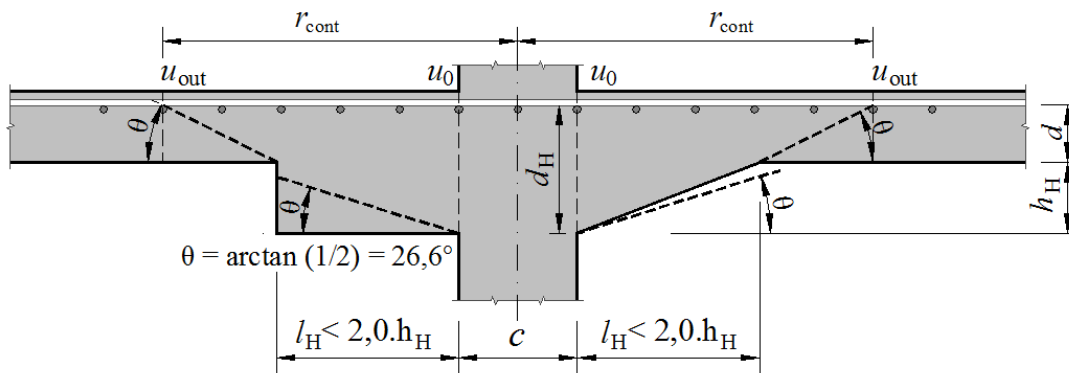


Figura 2.15 - Definição da superfície de controle e ângulo de inclinação no caso de capitéis com  $l_H < 2,0 \cdot h_H$  (EC2, 2004)

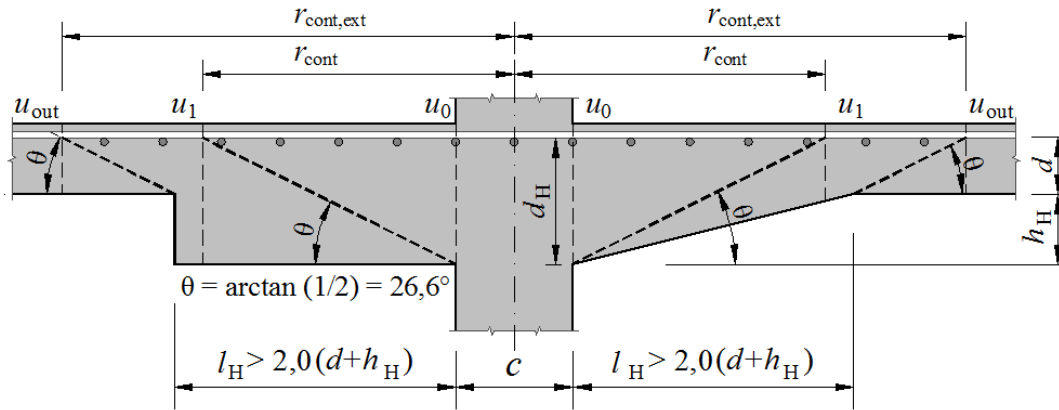


Figura 2.16 - Definição da superfície de controle e ângulo de inclinação no caso de capitéis com  $l_H > 2 \cdot (d+h_H)$  (EC2, 2004)

a) Dimensão:  $l_H < 2 \cdot h_H$

Neste caso, verifica-se o contorno básico somente fora do capitel. A distância deste contorno ao eixo do pilar  $r_{cont}$  a considerar é dada por:

Pilar circular:  $r_{cont} = 2 \cdot d + l_H + 0,5 \cdot c$

onde:

$d$  é a altura útil da laje fora do capitel;

$l_H$  é a dimensão em planta do capitel;

$c$  é o diâmetro do pilar circular.

Pilar retangular:  $r_{cont} \leq (2 \cdot d + 0,56 \cdot \sqrt{l_1 \cdot l_2}) \leq 2 \cdot d + 0,69 \cdot l_1$

onde:

$d$  é a altura útil da laje fora do capitel;

$c_1$  é a dimensão em planta do pilar em uma direção;

$c_2$  é a outra dimensão em planta do pilar;

$$l_1 = c_1 + 2 \cdot l_{H1},$$

$$l_2 = c_2 + 2 \cdot l_{H2} \text{ e}$$

$$l_1 \leq l_2.$$



b) Dimensão  $l_H > 2 \cdot (d + h_H)$

Neste caso, verifica-se o contorno básico, tanto dentro quanto fora do capitel, conforme mostra a Figura 2.16. As distâncias desses contornos ao eixo de um pilar circular a considerar são dadas por:

$$r_{\text{cont, ext}} = 2 \cdot d + l_H + 0,5 \cdot c$$

$$r_{\text{cont, int}} = 2 \cdot (d + h_H) + 0,5 \cdot c$$

onde:

$d$  é a altura útil da laje fora do capitel;

$l_H$  é a dimensão em planta do capitel;

$c$  é o diâmetro do pilar circular.

### 2.3.2 – NBR 6118: Projeto de Estruturas de Concreto (2007)

#### 2.3.2.1 – Definição da tensão solicitante nas superfícies críticas $u_0$ e $u_1$

Estas definições são adequadas para pilares internos, com carregamentos simétricos (Figura 2.17). Casos em que o efeito do carregamento pode ser considerado simétrico, tem-se:

$$\tau_{sd} = \frac{F_{sd}}{u \cdot d} \quad (\text{Eq. 2.5})$$

sendo,

$$d = \frac{(d_y + d_z)}{2} \quad (\text{Eq. 2.6})$$

onde:

$d$  é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico  $u_1$ , externo ao contorno  $u$  da área de aplicação da força e deste distante  $2 \cdot d$  no plano da laje;

$d_x$  e  $d_y$  são as alturas úteis nas duas direções ortogonais;

$u$  é o perímetro do contorno crítico;

$u \cdot d$  é a área da superfície crítica;

$F_{sd}$  é a força ou a reação concentrada, de cálculo.

A força de punção  $F_{Sd}$  pode ser reduzida da força distribuída aplicada na face oposta da laje, dentro do contorno considerado na verificação,  $u_0$  ou  $u_1$ .

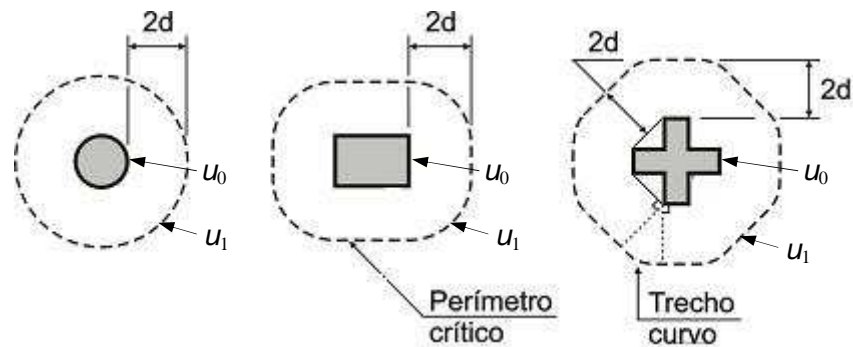


Figura 2.17 - Perímetro crítico em pilares internos (NBR 6118, 2007)

A norma brasileira segue as mesmas recomendações utilizadas pelo EC2 (2004). Quando existe capitel, devem ser feitas duas verificações nos contornos críticos  $u_1$  e  $u_{out}$ , conforme mostra a Figura 2.18.

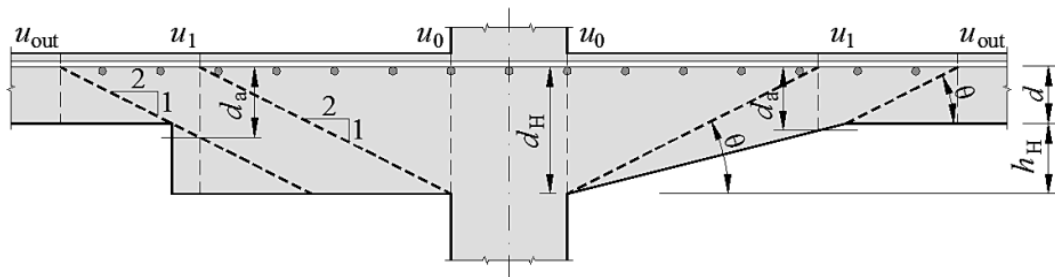


Figura 2.18 - Definição da altura útil no caso de capitel (NBR 6118, 2007)

onde:

$d$  é a altura útil da laje no perímetro  $u_{out}$ ;

$d_H$  é a altura útil da laje na face do pilar;

$d_a$  é a altura útil da laje no perímetro  $u_1$ ;

$l_H$  é a distância entre a borda do capitel e a face do pilar. Quando:

- $l_H \leq 2 \cdot (d_H - d)$  basta verificar o contorno  $u_{out}$ ;
- $2 \cdot (d_H - d) < l_H \leq 2 \cdot d_H$  basta verificar o contorno  $u_1$ ;
- $l_H > 2 \cdot d_H$  é necessário verificar os contornos  $u_1$  e  $u_{out}$ .

### 2.3.2.2 – Casos especiais de definição do contorno crítico

Se o contorno  $u_0$  apresentar reentrâncias, o contorno crítico  $u_1$  deve ser paralelo ao polígono circunscrito ao contorno  $u_0$  (Figura 2.19).

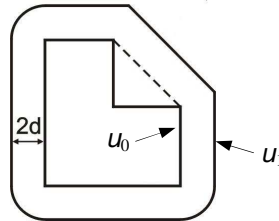


Figura 2.19 - Perímetro crítico no caso do contorno  $u_0$  apresentar reentrância (NBR 6118, 2007)

Em lajes com abertura situada a menos de  $8 \cdot d$  do contorno  $u_1$ , não deve ser considerado o trecho do contorno crítico  $u_1$  entre as duas retas que passam pelo centro de gravidade da área de aplicação da força e que tangenciam o contorno da abertura (Figura 2.20).

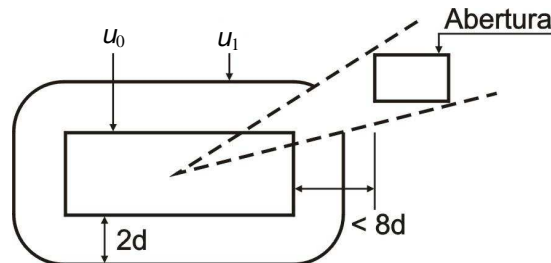


Figura 2.20 - Perímetro crítico junto à abertura na laje (NBR 6118, 2007)

### 2.3.2.3 – Verificação da tensão resistente de compressão diagonal do concreto na superfície crítica $u_0$

Esta verificação deve ser feita no contorno  $u_0$ , em lajes submetidas à punção, com ou sem armadura.

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd2} = 0,27 \cdot \alpha_v \cdot f_{cd} \quad (\text{Eq. 2.7})$$

onde:

$\alpha_v = (1 - f_{ck}/250)$ , com  $f_{ck}$  em MPa;

2.3.2.4 - Tensão resistente na superfície crítica  $u_0$  em elementos estruturais ou trechos sem armadura de punção

$$\tau_{sd} \leq \tau_{Rd1} = 0,18 \cdot \left(1 + \sqrt{20/d}\right) \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_{ck})^{1/3} \quad (\text{Eq. 2.8})$$

onde:

$d$  é a altura útil da laje ao longo do contorno crítico  $u_1$  da área de aplicação da força, em centímetros e pode ser calculado com  $d = (d_x + d_y)/2$ ;

$\rho$  é a taxa geométrica média de armadura de flexão aderente (armadura não aderente deve ser desprezada);

$\rho_x$  e  $\rho_y$  são as taxas de armadura nas duas direções ortogonais que deve ser calculada na largura igual à dimensão ou área carregada do pilar acrescida de  $3 \cdot d$  para cada um dos lados.

Essa verificação deve ser feita no contorno crítico  $u_1$  ou em  $u_1$  e  $u_{out}$  no caso do uso de capitel.

### 2.3.3 – Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento

MUTTONI (2008) idealizou esta teoria baseado na hipótese que a resistência a ruptura por punção de uma laje diminui com o aumento da rotação da mesma, e este fato pode ser atribuído a presença de uma fissura crítica cisalhante na seção transversal da laje que se propaga cortando a biela de compressão, que transmite o esforço de corte para o pilar (Figura 2.21a). Conseqüentemente, a abertura da fissura citada, diminui a resistência da biela comprimida e esta queda de resistência pode levar a ruptura por punção. Segundo MUTTONI e SCHWARTZ (1991 apud FERREIRA, 2010) a espessura dessa fissura é proporcional ao produto  $\psi \cdot d$  (Figura 2.21b), porém a transmissão do esforço de corte na fissura crítica está diretamente ligada à rugosidade do concreto encontrada nesta fissura. Esta rugosidade pode ser avaliada em função do tamanho máximo do agregado usado no concreto em questão. Dessa forma, MUTTONI (2008), baseado em seu estudo, sugere a equação 2.9 para estimar a contribuição do concreto na resistência ao cisalhamento. Vale frisar que esta teoria considera que a superfície de ruptura ocorre com inclinação de 45°.

$$V_{R,c} = \frac{3}{4} \cdot \frac{u_1 \cdot d \cdot \sqrt{f'_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{Eq. 2.9})$$

onde:

$u_1$  é o comprimento de um perímetro de controle à  $d/2$  da face do pilar;

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto;

$\psi$  é a rotação da laje;

$d_{g0}$  é o diâmetro de referência do agregado, adotado com o valor de 16 mm;

$d_g$  é o diâmetro máximo do agregado usado no concreto da laje.

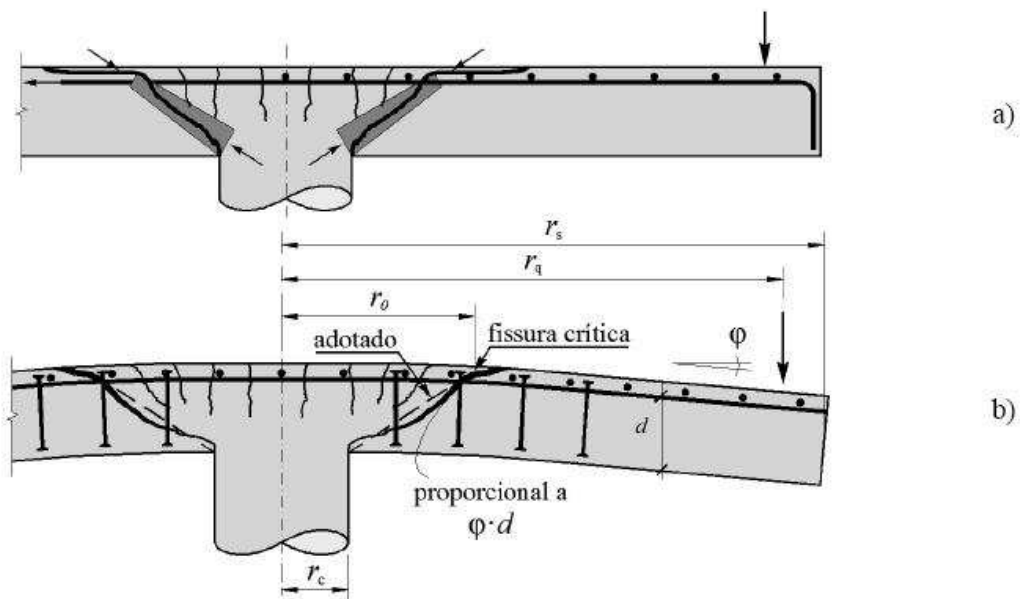


Figura 2.21 – Teoria desenvolvida por MUTTONI (2008 apud FERREIRA, 2010)

No caso de lajes dotadas de capitéis sem armadura de cisalhamento, assim como é feito com as normas já citadas, faz-se necessário a verificação de duas possíveis superfícies de ruptura. A primeira situação seria a superfície partindo da face do pilar, com ruptura interna ao capitel, tendo que ser aplicado então o perímetro de controle  $u_1$  que dista  $d_H/2$  da face do pilar, onde a altura útil  $d_H$  é igual a soma da altura útil da laje ( $d$ ) mais a espessura do capitel ( $h_H$ ). A segunda circunstância seria a ruptura a partir da extremidade do capitel, no perímetro de controle  $u_{out}$  que dista  $d/2$  da extremidade deste. Neste caso deve ser usada a altura útil  $d$ , ou seja, a altura útil da laje (Figura 2.22).

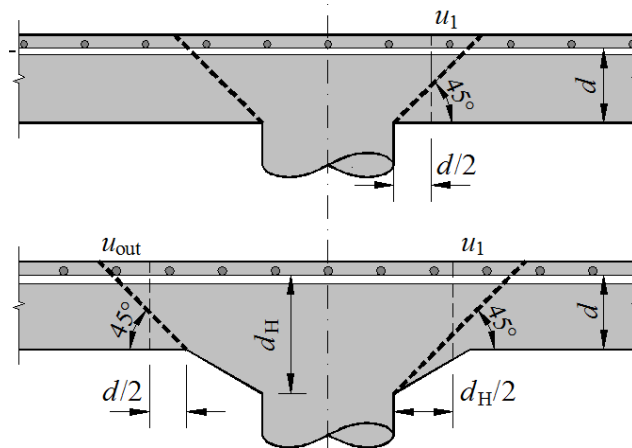


Figura 2.22 – Teoria da fissura crítica para lajes com capitéis

A carga resistente de ruptura é dada por:

$$V_{R,c} = \frac{3}{4} \cdot \frac{u_1 \cdot d_H \cdot \sqrt{f'_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d_H}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{Eq. 2.10})$$

$$V_{R,c} = \frac{3}{4} \cdot \frac{u_{out} \cdot d \cdot \sqrt{f'_c}}{1 + 15 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{Eq. 2.11})$$

onde:

$u_1$  é o comprimento de um perímetro de controle à  $d/2$  da face do pilar;

$d_H$  é a altura útil da laje na face do pilar;

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto;

$\psi$  é a rotação da laje;

$d_{g0}$  é o diâmetro de referência do agregado admitido como 16 mm;

$d_g$  é o diâmetro máximo do agregado usado no concreto da laje.

$u_{out}$  é o comprimento de um perímetro de controle à  $d/2$  da extremidade do capitéis;

$d$  é a altura útil da laje no perímetro  $u_{out}$ .

A rotação  $\psi$  da laje pode ser encontrada usando a equação 2.12, que relaciona a carga aplicada ( $V_E$ ) e o ângulo de rotação.

(Eq. 2.12)

$$\psi = 1,5 \cdot \frac{r_s}{d} \cdot \frac{f_{ys,f}}{E_{s,f}} \cdot \left( \frac{V_E}{V_{flex}} \right)^{3/2}$$

onde:

$r_s$  é a distância entre o eixo do pilar e a linha de momentos nulos;

$f_{ys,f}$  é a tensão de escoamento da armadura de flexão tracionada;

$E_{s,f}$  é o módulo de elasticidade da armadura de flexão tracionada;

$V_E$  é a força aplicada;

$V_{flex}$  é a resistência à flexão calculada através da teoria das linhas de ruptura.

$$V_{flex} = 2 \cdot \pi \cdot m_R \cdot \frac{r_s}{r_q - r_c};$$

$$m_R = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot \left( 1 - \frac{\rho \cdot f_{ys}}{2 \cdot f_c} \right)$$

Usando os valores de  $V_E$  e  $\psi$  pode-se traçar um gráfico, conforme a Figura 2.23, mostrando o comportamento teórico da laje e ao ser adicionados os valores de  $V_{Rk,c}$  e  $\psi$  a este gráfico, e na interseção das duas curvas encontra-se o ponto onde pode ser determinado o valor da carga de ruptura por punção. O valor de  $V_{Rk,c}$  pode ser determinado usando as equações 2.13 e 2.14.

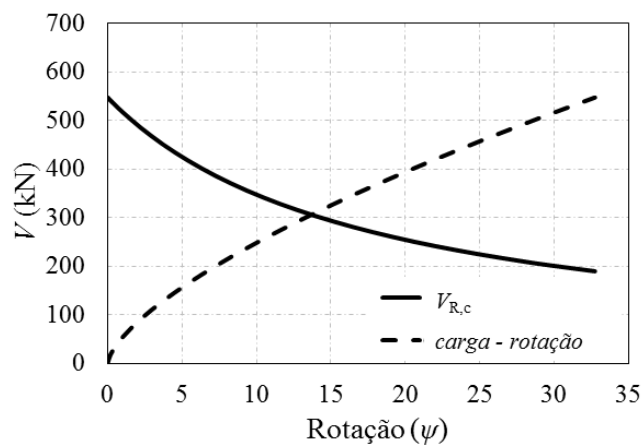


Figura 2.23 - Representação gráfica do cálculo da carga de ruptura por punção segundo TFCC

(Eq. 2.13)

$$V_{Rk,c,int} = \frac{2}{3} \cdot \frac{u_1 \cdot d_H \cdot \sqrt{f_{ck}}}{1 + 20 \cdot \frac{\psi \cdot d_H}{d_{g0} + d_g}}$$

$$V_{Rk,c,ext} = \frac{2}{3} \cdot \frac{u_{out} \cdot d \cdot \sqrt{f_{ck}}}{1 + 20 \cdot \frac{\psi \cdot d}{d_{g0} + d_g}} \quad (\text{Eq. 2.14})$$

onde:

$f_{ck}$  é a resistência característica do à compressão do concreto;

$\psi$  é a rotação da laje;

$d_{g0}$  é o diâmetro de referência do agregado, adotado com o valor de 16 mm;

$d_g$  é o diâmetro máximo do agregado usado no concreto da laje.

## 2.4 – RESISTÊNCIA A FLEXÃO

Para estimar a resistência a flexão ( $P_{flex}$ ) de lajes pode ser utilizada a teoria das linhas de ruptura ou charneiras plásticas. Segundo LANGENDONCK (1970) esta teoria foi idealizada inicialmente por INGERSLEV (1921), porém, foi mais bem tratada por JOHANSEN (1943). Ela foi utilizada nas pesquisas de OLIVEIRA (2003) e AGUIAR (2009) e apresentou bons resultados. Ela consiste que a ruína das lajes só se dará com a formação de “linhas” de plastificação. Na realidade seções planas ou cilíndricas, normais ao plano da laje, em que o momento de plastificação é atingido, constituindo então as chamadas “charneiras plásticas”. A formação destas charneiras que dão lugar a ruína da laje deve obedecer, evidentemente, a determinadas condições, para que a deformação da laje que acompanha a ruína seja geometricamente possível, tendo em vista que os elementos da laje delimitados pelas charneiras permanecerão planos, e obedecerão ao gráfico de deformações plásticas.

A todas as configurações das charneiras geometricamente possíveis será dada a denominação simplificada de “configurações possíveis”, atribuindo-se o nome de “configuração de ruína” aquela que, dentre todas as possíveis, é a que teoricamente se vai verificar (LANGENDONCK, 1970). Sendo assim, abaixo, na Figura 2.24, é mostrada a configuração de ruína assumida para uma laje com capitel carregada conforme indicado. A mesma é adotada supondo que as fissuras que determinarão a ruína das lajes, serão radiais e terá como limite de plastificação a extremidade dos capitéis, com uma fissura tangencial que acontecerá neste limite. É apresentada então a “configuração de ruína” mais óbvia, onde é feita a distribuição das cargas e das fissuras de forma simplificada usando um círculo imaginário de raio  $r_s$  sobre as lajes. Porém ressalta-se que a configuração ideal seria próximo da apresentada com diagonais unindo as arestas das lajes.



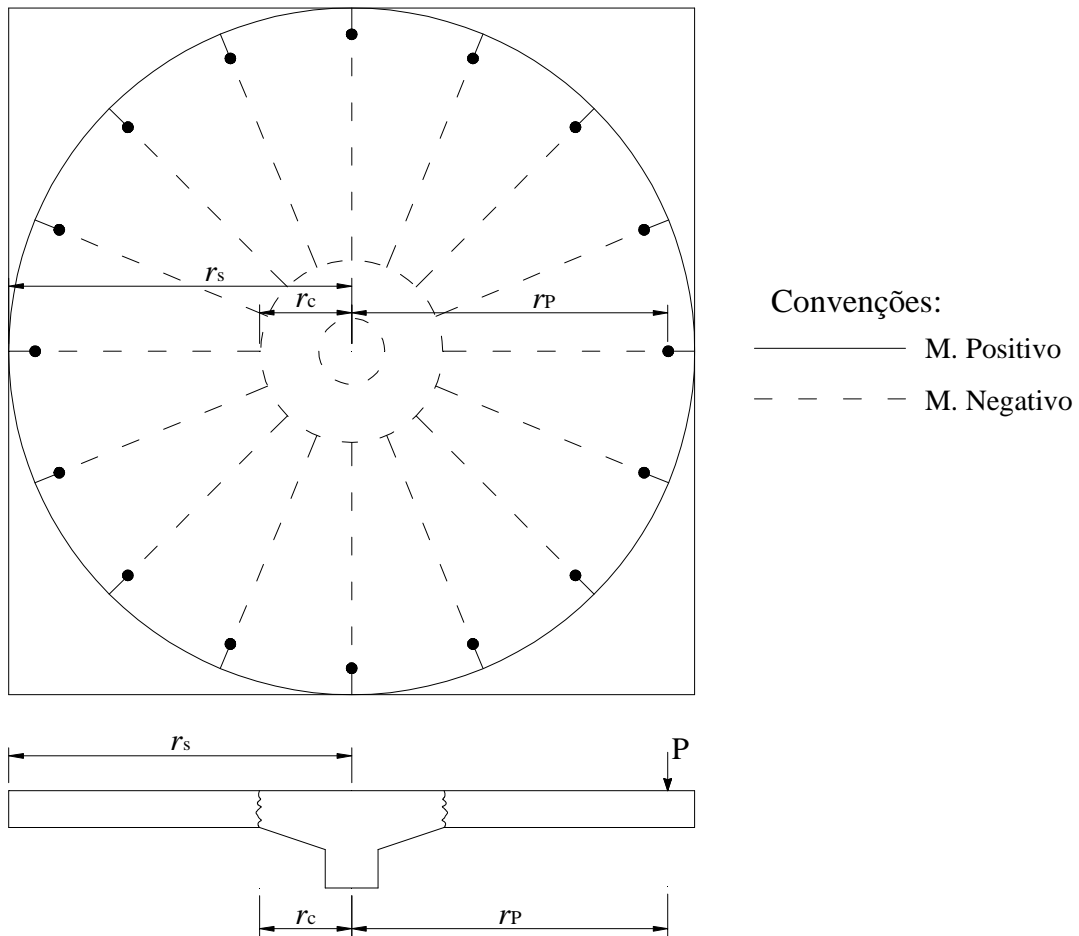


Figura 2.24 – Linhas de ruptura para uma laje quadrada com pilar circular e capitel

Através do equilíbrio entre as cargas aplicadas e o momento necessário para a ruína temos as seguintes expressões:

- Para o momento último:

$$m_u = \rho_m \cdot f_{ys} \cdot d \cdot \left( d - \frac{\rho \cdot f_{ys}}{2 \cdot f_c} \right) \quad (\text{Eq. 2.15})$$

onde:

$\rho_m$  é a taxa de armadura média;

$f_{ys}$  é a tensão de escoamento do aço, CA-50 (500 MPa);

$f_c$  é a resistência a compressão do concreto.

- Para a carga de ruptura por flexão:

$$P_{\text{flex}} = 2 \cdot \pi \cdot m_u \cdot \left( \frac{r_s}{r_p - r_c} \right) \quad (\text{Eq. 2.16})$$

onde:

$r_s$  é o raio do círculo, equivalente distância do centro a borda da laje;

$r_p$  é o raio da carga, distância entre o centro da laje e o carregamento;

$r_c$  é o comprimento do capitel.

### 3 – PROGRAMA EXPERIMENTAL

Buscando avaliar experimentalmente o comportamento de lajes cogumelo de concreto armado, foram ensaiadas 12 lajes (Tabela 3.1), das quais 2 eram lajes lisas, com variação da seção transversal do pilar, e as 10 restantes com capitel, tendo como variáveis a seção transversal dos pilares e capitéis, e assim como a variação da inclinação ( $\alpha$ ) destes capitéis. As lajes foram confeccionadas com dimensões de (2600 x 2600) mm e espessura nominal de 140 mm, apoiadas em segmentos de pilares centrais com seção transversal variando conforme apresenta a Tabela 3.1 e 200 mm de comprimento. Todas as lajes têm a mesma armadura de flexão e a mesma armadura para os pilares. A média da taxa geométrica de armadura de flexão das lajes ( $\rho$ ), considerando-se as duas direções, é de 1,04% e altura útil ( $d$ ) planejada para 112,5 mm. Apesar dos pilares utilizarem seções transversais diferentes (quadrado, circular e retangular), todos mantiveram o mesmo perímetro, para obter-se uma maior base de comparação do desempenho entre os capitéis utilizados e seus respectivos perímetros de controle para as mesmas condições de apoio e carregamento.

As lajes LC1 e LQ5 são lajes lisas, sendo a primeira com pilar circular e a segunda com pilar quadrado. LC2, LC3 e LC4 são lajes cogumelo com pilar circular, tendo uma variação da inclinação do capitel, ou seja, variação da relação espessura/comprimento dos capitéis ( $h_H/l_H$ ), respectivamente de 1:2, 1:3 e 1:4. Para lajes cogumelo com pilar quadrado tem-se as lajes LQ6, LQ7, LQ8, LQ9, LQF11 e LQC12. Destas, as lajes LQ6, LQ7, LQ8 e LQ9 têm como diferença o ângulo de inclinação dos capitéis, variando a relação espessura/comprimento de 1:2, 1:3, 1:4 e 1:1,5 respectivamente, com as três primeiras tendo espessura do capitel 55 mm, igual à das demais lajes, e a última tendo capitel com o dobro de espessura, ou seja, 110 mm. A laje LQF11 foi confeccionada com capitel quadrado de relação espessura/comprimento de 1:2, porém com a presença de 2 furos colados e opostos nas faces do pilar. A laje LR10 que foi confeccionada com pilar e capitel retangular e relação espessura/comprimento de 1:2 e finalmente a laje LQC12 com capitel cruciforme e relação 1:2. As Figuras 3.1, 3.2 e 3.3 mostram as 3 séries de lajes ensaiadas nesta pesquisa.

Tabela 3.1 – Detalhes das lajes ensaiadas

Laje	C (mm)	h <sub>H</sub> (mm)	l <sub>H</sub> (mm)	h (mm)	Relação h <sub>H</sub> /l <sub>H</sub>	d (mm)	ρ (%)
LC1	250	-	-	140	-	111,5	1,04
LC2		55	110		1:2	112,5	1,03
LC3			165		1:3	110,5	1,05
LC4			220		1:4		
LQ5	200		-		-	-	109,5
LQ6		55	110		1:2	112,5	1,03
LQ7			165		1:3	111,5	1,04
LQ8			220		1:4	110,5	1,05
LQ9			110		1:1,5	110,5	1,05
LR10	150 x 250	55	110	1:2	111,5	1,04	
LQF11	200				109,5	1,06	
LQC12					112,5	1,03	

LC - Laje com pilar Circular.

LQ - Laje com pilar quadrado.

LR - Laje com pilar retangular.

LQF - Laje com pilar quadrado e furos no capitel.

LQC - Laje com pilar quadrado e capitel Cruciforme.

C - Diâmetro ou lado(s) da seção do pilar

h - Espessura da laje.

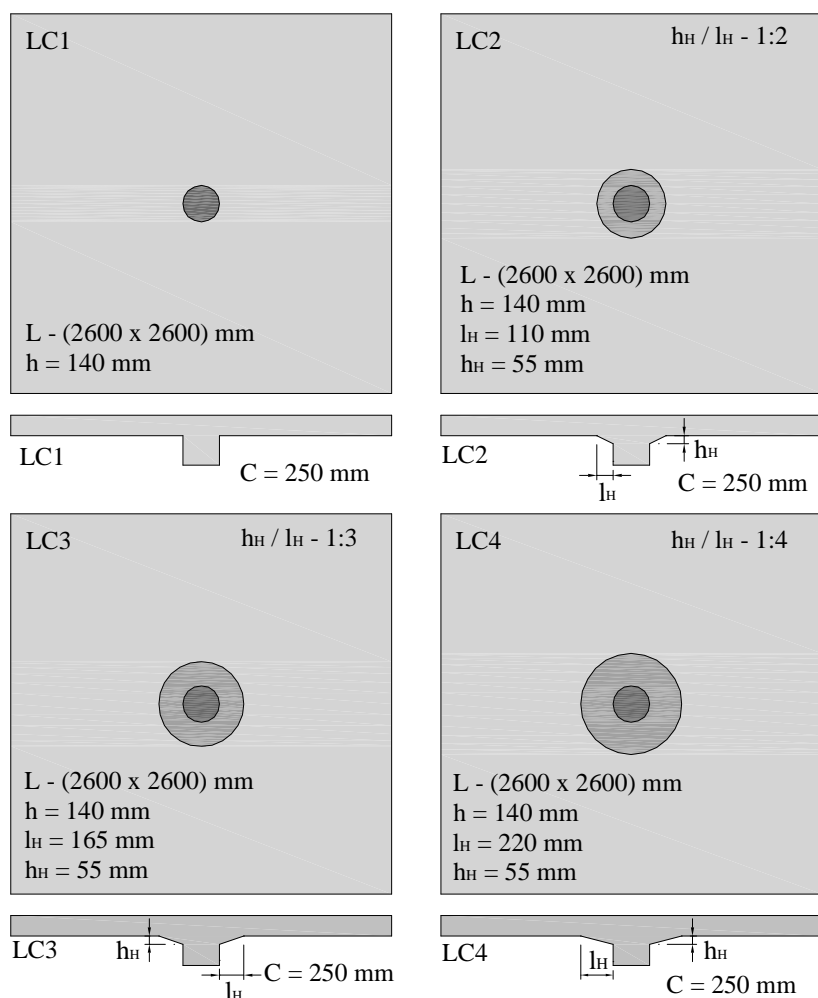


Figura 3.1 – Lajes da primeira série de ensaios, com pilares de seção circular

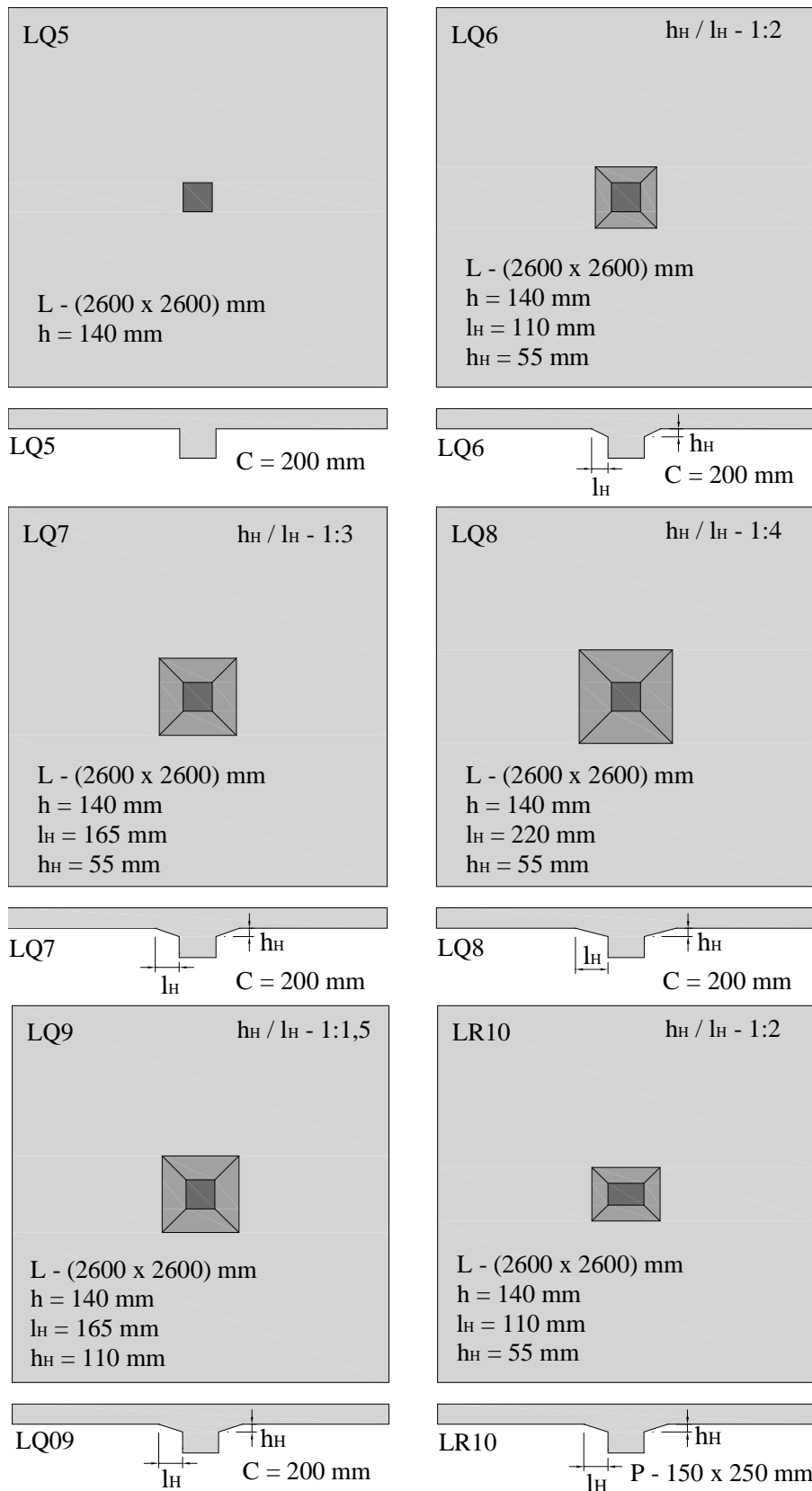


Figura 3.2 – Lajes pertencentes à segunda série de ensaios, com pilares de seção quadrada e retangular

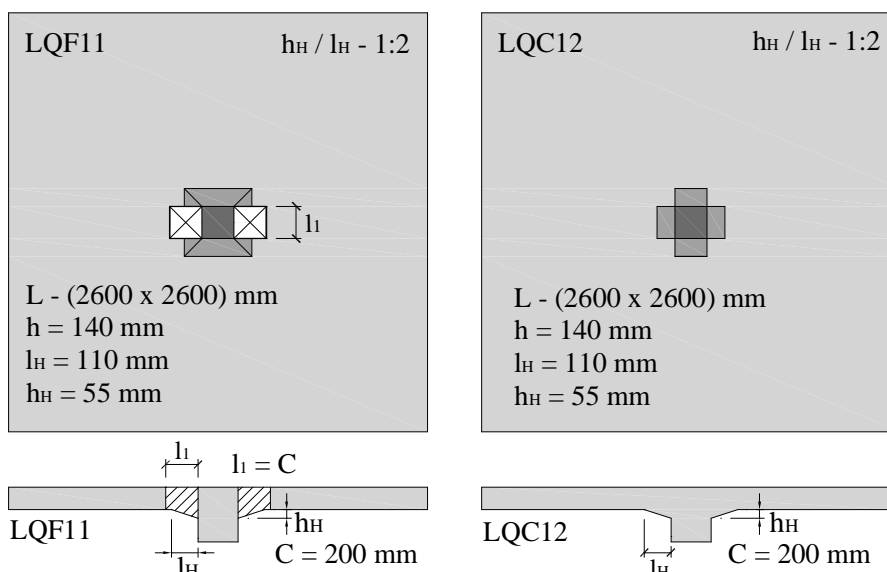


Figura 3.3 – Lajes LQF11 e LQC12, da terceira série de ensaios

### 3.1 – ARMADURA DE FLEXÃO

Todas as lajes foram armadas com armadura de flexão negativa, uma armadura de flexão positiva mínima e ausência em todos os modelos de armadura de cisalhamento. A armadura de flexão na face superior da laje é constituída por 26 barras de 12,5 mm na direção  $y$  e 23 barras na direção da  $x$ , com espaçamento entre as barras de 105 mm e 115 mm respectivamente, e ancoradas nas extremidades com ganchos, com medidas de (400 x 400 x 92) mm em cada extremidade. As Figuras 3.4 e 3.5 mostram detalhes dessa armadura. A armadura de flexão na inferior da laje foi constituída por barras de 6,3 mm com 10 barras na direção  $y$  e 9 barras na direção  $x$ , com espaçamento entre as barras de 284 mm para a primeira e 320 mm para a segunda (Figura 3.6). Na armadura superior foi utilizado um cobrimento de 15 mm enquanto que na armadura inferior foi utilizado um cobrimento de 20 mm. A taxa de armadura de flexão de cada laje é determinada pela expressão:

$$\rho_x = A_{sx} / b_o \cdot d_x \quad \text{ou} \quad \rho_y = A_{sy} / b_o \cdot d_y \quad (\text{Eq. 3.1})$$

$$\rho = \sqrt{\rho_x \cdot \rho_y} \quad (\text{Eq. 3.2})$$

onde

$A_{sx}$  e  $A_{sy}$  é a área da seção transversal da armadura de flexão na direção  $x$  e  $y$ , respectivamente;

$d_x$  e  $d_y$  é a altura útil da laje na direção  $x$  e  $y$ , respectivamente;

$b_o$  é o comprimento do lado da laje;

$\rho$  é a taxa de armadura de flexão tracionada;

$\rho_x$  e  $\rho_y$  é a taxa da armadura de flexão tracionada nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente.

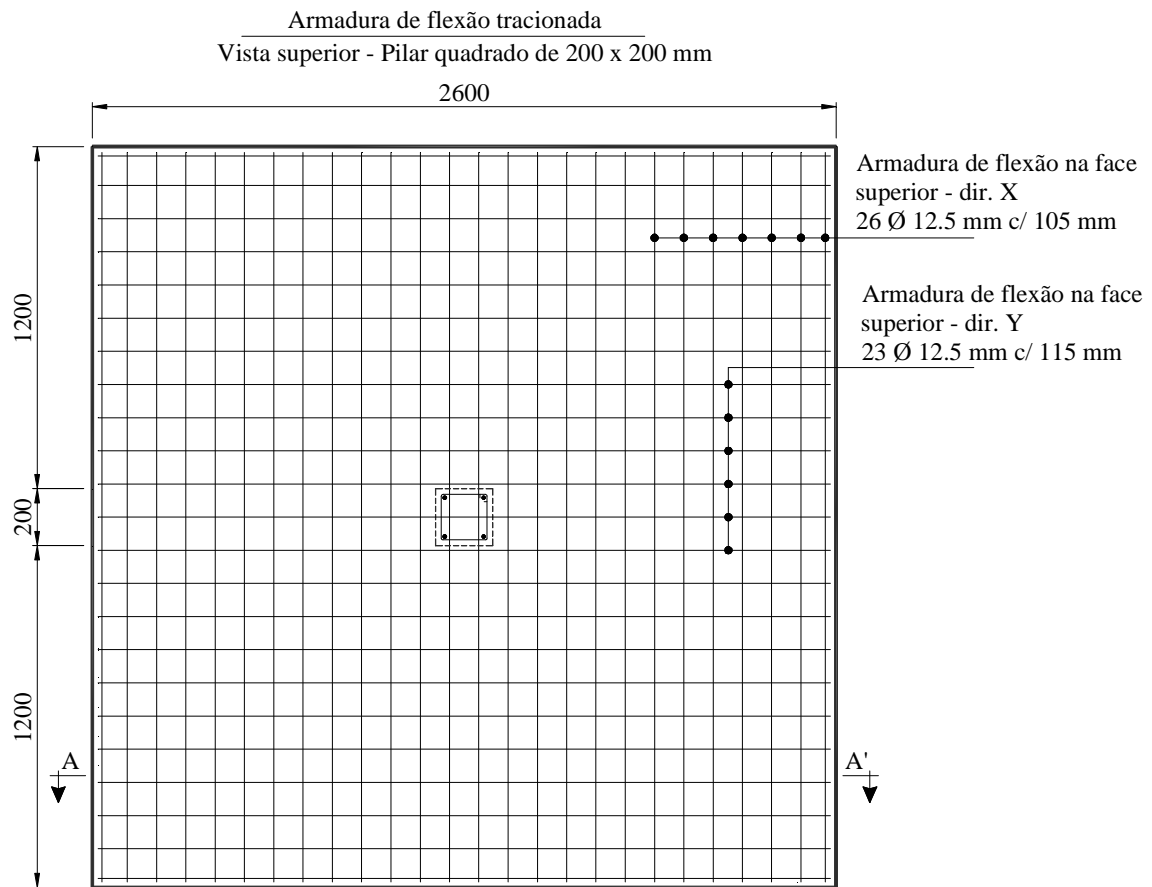


Figura 3.4 – Armadura de flexão na face superior da laje

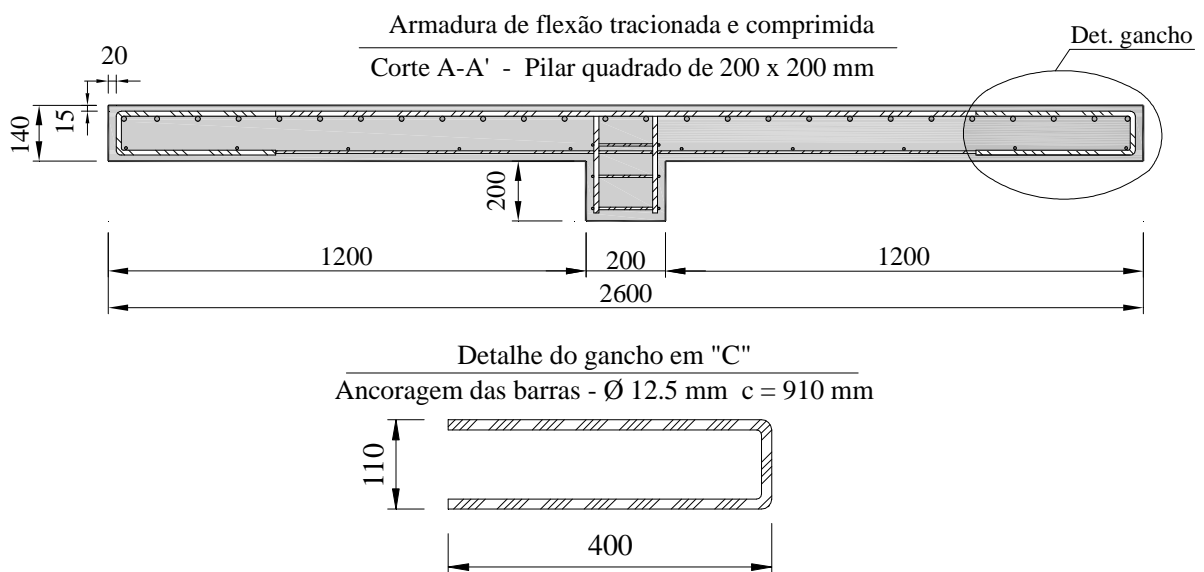


Figura 3.5 – Detalhe da armadura de flexão tracionada e dos “ganchos”

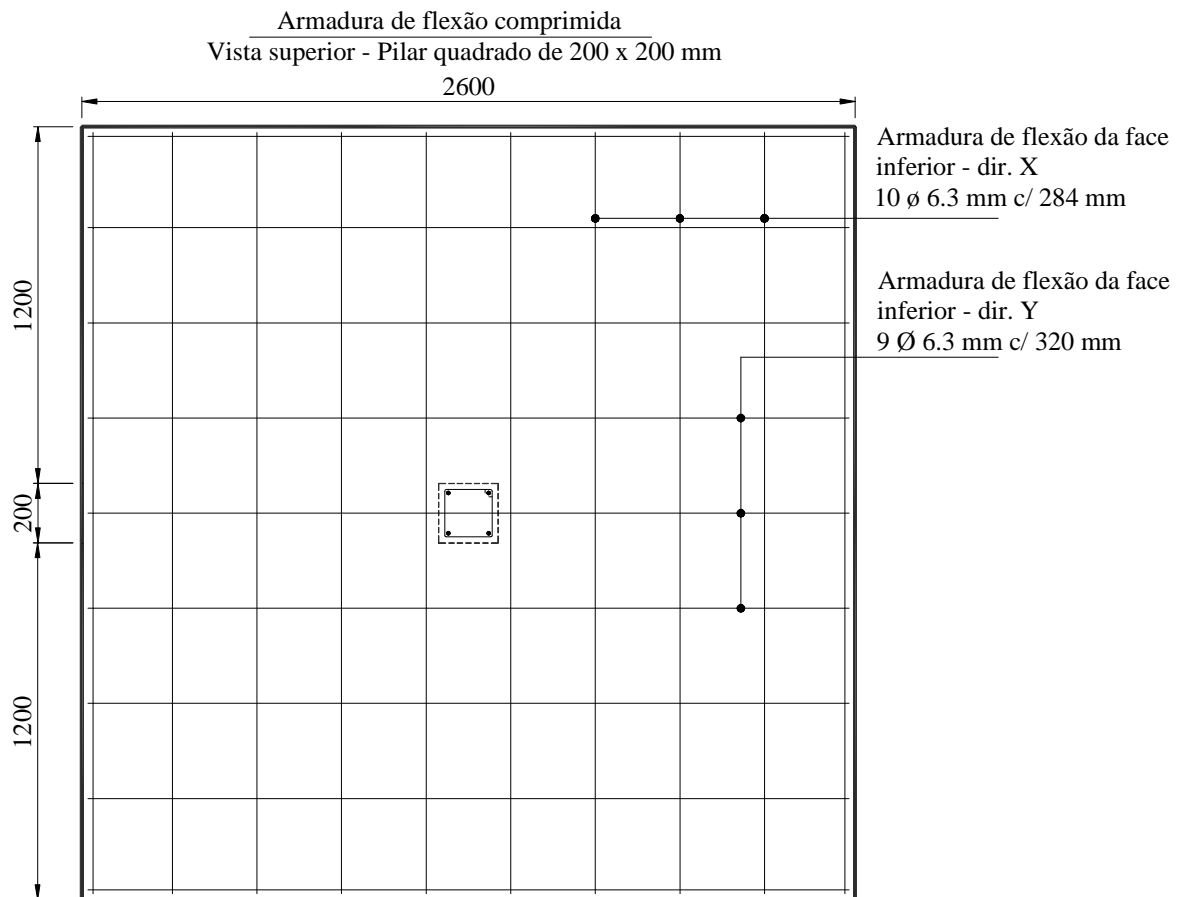


Figura 3.6 – Armadura de flexão na face inferior da laje

### 3.2 – ARMADURA DO PILAR

Foram utilizadas 3 seções transversais diferentes para os pilares, todas com o mesmo perímetro (aproximadamente). A primeira série foi confeccionada com seção circular, a segunda série com seção quadrada e a terceira e última série com duas seções diferentes, 3 lajes com seção quadrada e uma com seção retangular. Em todos os pilares a armadura principal foi formada por 4  $\phi$  12,5 mm (comprimento de 255 mm) e 3 estribos com  $\phi$  6,3 mm espaçados a cada 100 mm (Figuras 3.7, 3.8 e 3.9).

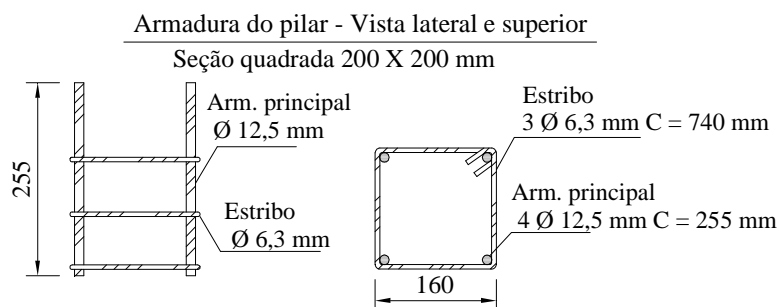


Figura 3.7 – Armadura utilizada nos pilares quadrados



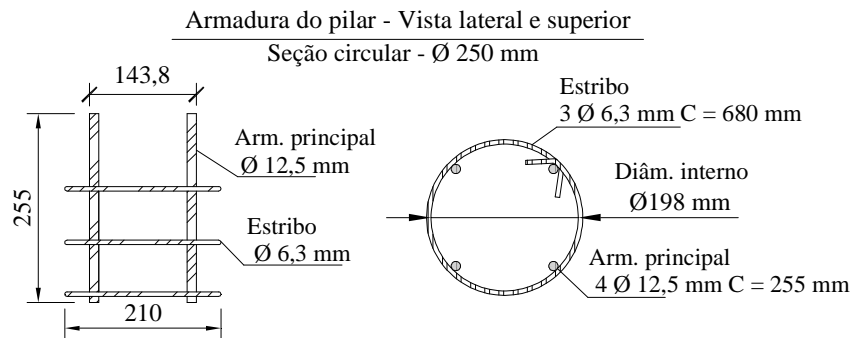


Figura 3.8 – Armadura utilizada nos pilares circulares

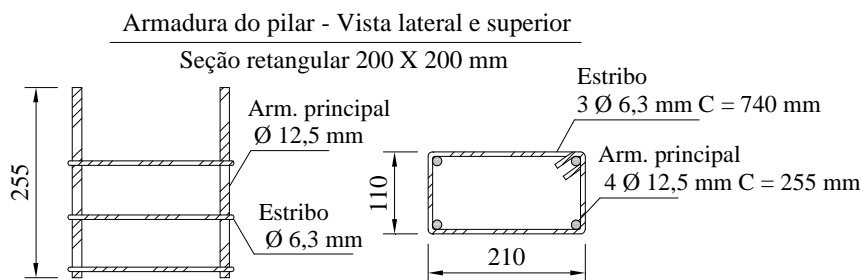
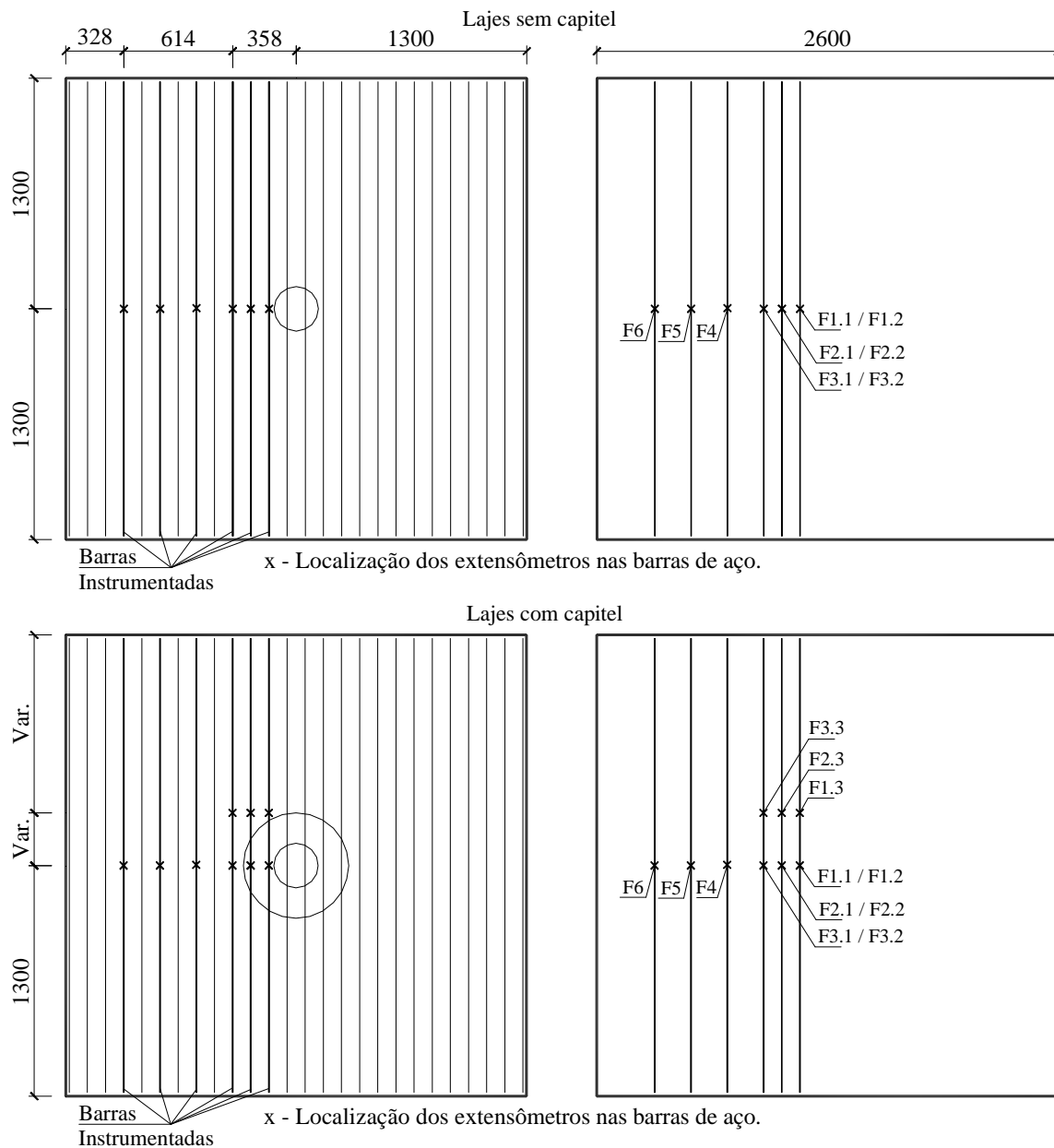


Figura 3.9 – Armadura utilizada no pilar retangular

### 3.3 – INSTRUMENTAÇÃO

#### 3.3.1 – Armadura de Flexão

Para medir as deformações do aço (barras das armaduras de flexão negativa) foram utilizados os extensômetros elétricos de resistência (EER) do tipo PA-06-125AA-120L, F.S. de 2,14, fabricados pela EXCEL Sensores Ind. Com. Exp. Ltda, enquanto que para as deformações do concreto foram utilizados extensômetros do tipo PA-06-201BA-120L, F.S. de 2,12, também fabricados pela EXCEL Sensores Ind. Com. Exp. Ltda. Foram monitoradas 6 barras de aço da armadura de flexão tracionada em todas as lajes ensaiadas. Para as lajes com capitel, nas 3 barras mais próximas do pilar foram colocados 3 extensômetros, em dois trechos diferentes das barras: 2 extensômetros no meio das barras, longitudinalmente, e 1 no ponto de alinhamento com a extremidade do capitel. E nas 3 barras mais distantes dos pilares foi colado apenas 1 extensômetro em cada barra, no centro da mesma (Figuras 3.10). Porém para lajes sem capitel, foram instrumentadas apenas o ponto médio de todas as barras. Nos pontos onde foram colados 2 extensômetros, os mesmos foram fixados em faces opostas, e posteriormente determinado a média da deformação da barra entre os dois. Nas Figuras 3.11 e 3.12 é mostrado o posicionamento dos extensômetros em todas as lajes com e sem capitel.



Nomenclatura:

$F_n$  - Barra com 1 extensômetro no meio da barra, sendo "n" a identificação da barra;

$F_{n.m}$  - Barra com 1 extensômetro, alinhado com o limite externo do capital, sendo "n" a identificação da barra e "m" o ponto instrumentado;

$F_{n.m} / F_{n.m}$  - Ponto com 2 extensômetros em faces opostas da barra, sendo "n" a identificação da barra e "m" o ponto instrumentado.

Figura 3.10 – Posição dos extensômetros na armadura negativa, para lajes com e sem capital

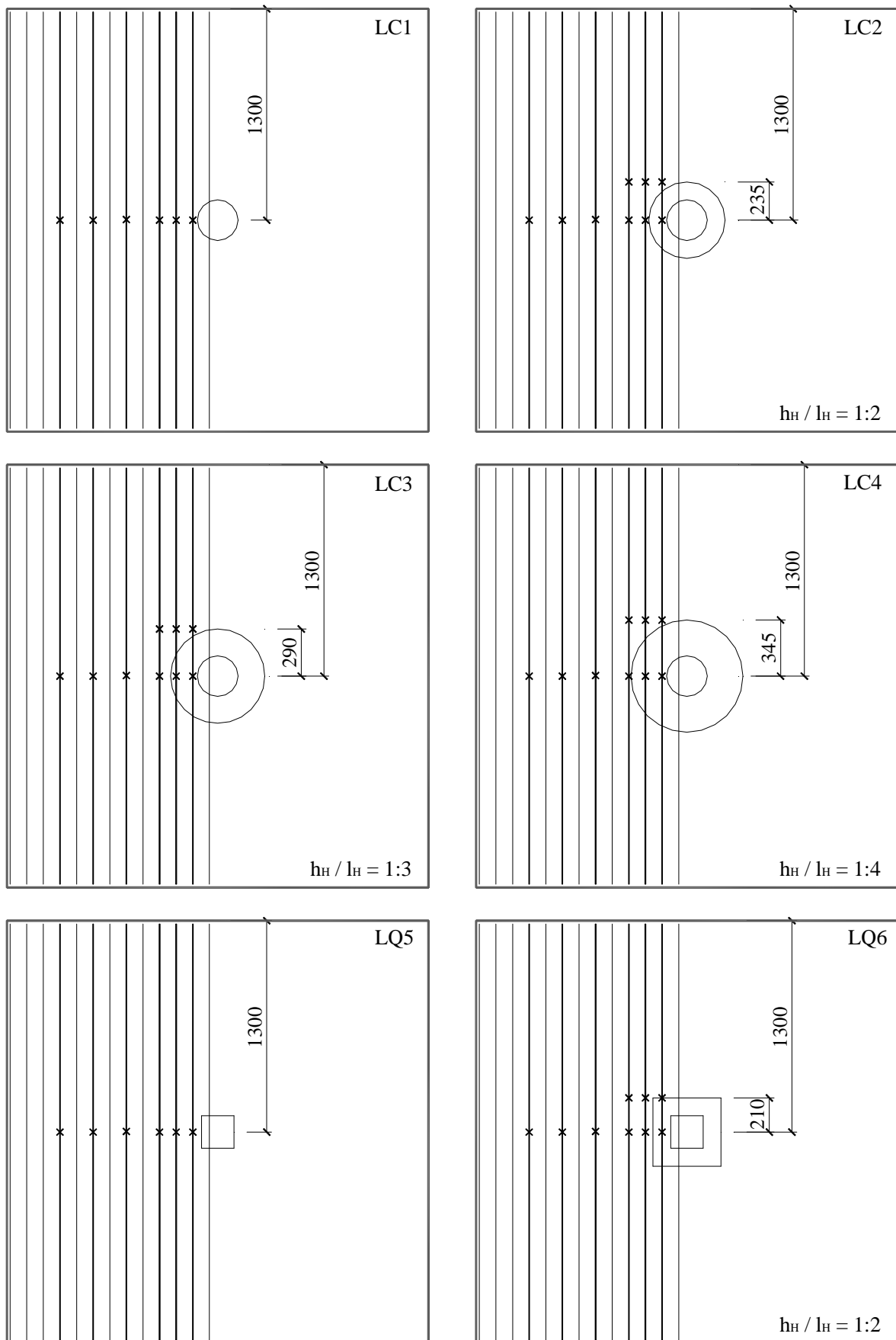


Figura 3.11 – Posição dos extensômetros na armadura negativa das lajes LC1, LC2, LC3, LC4, LQ5 e LQ6

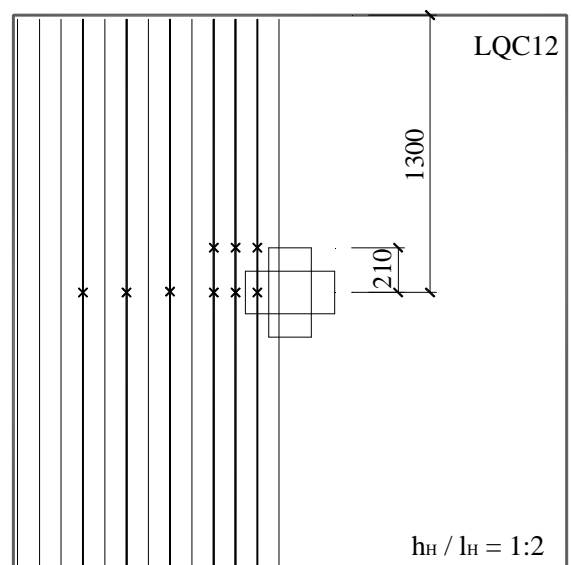
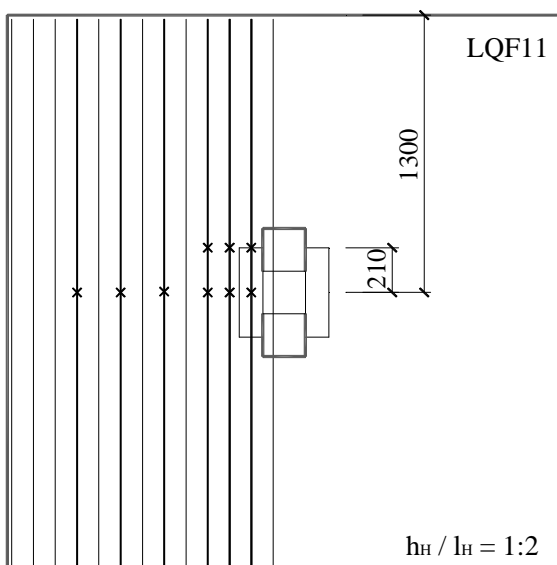
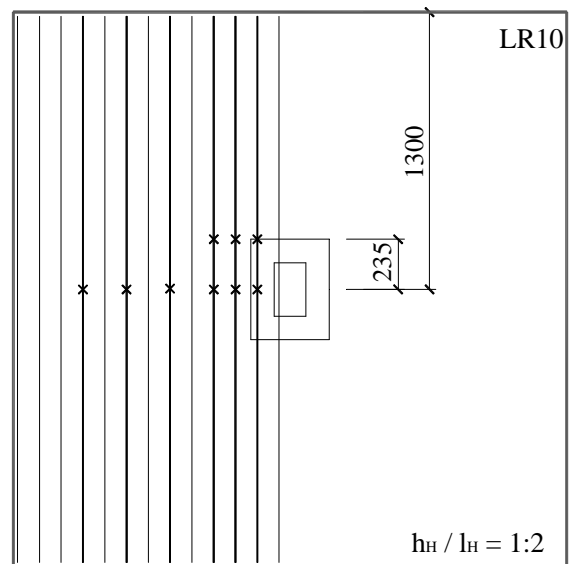
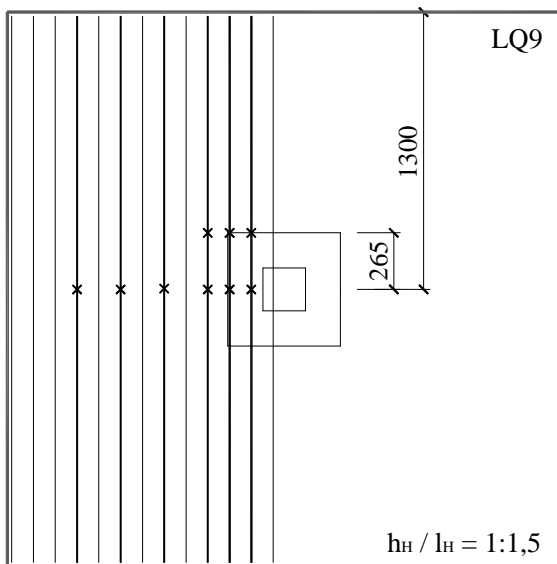
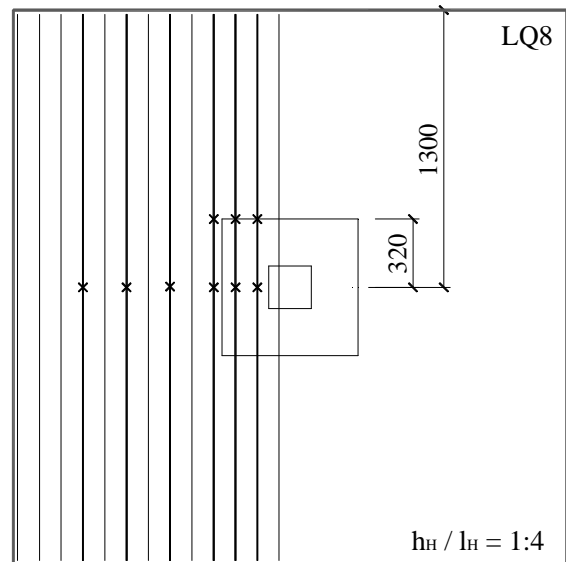
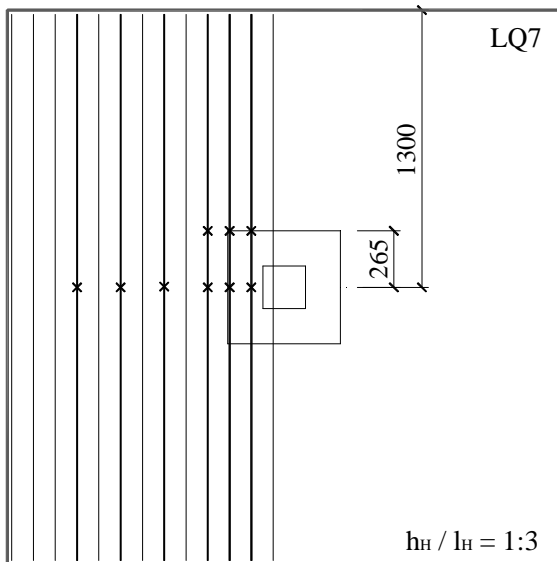


Figura 3.12 – Posição dos extensômetros na armadura negativa das lajes LQ7, LQ8, LQ9, LR10, LQF11 e LQC12

A Figura 3.13 mostra fotos de lajes da primeira, segunda e terceira série com barras da armadura principal instrumentadas e a Figura 3.14 mostra um extensômetro fixado em uma barra da armadura principal e como o mesmo foi protegido com resina epóxi e a fita.

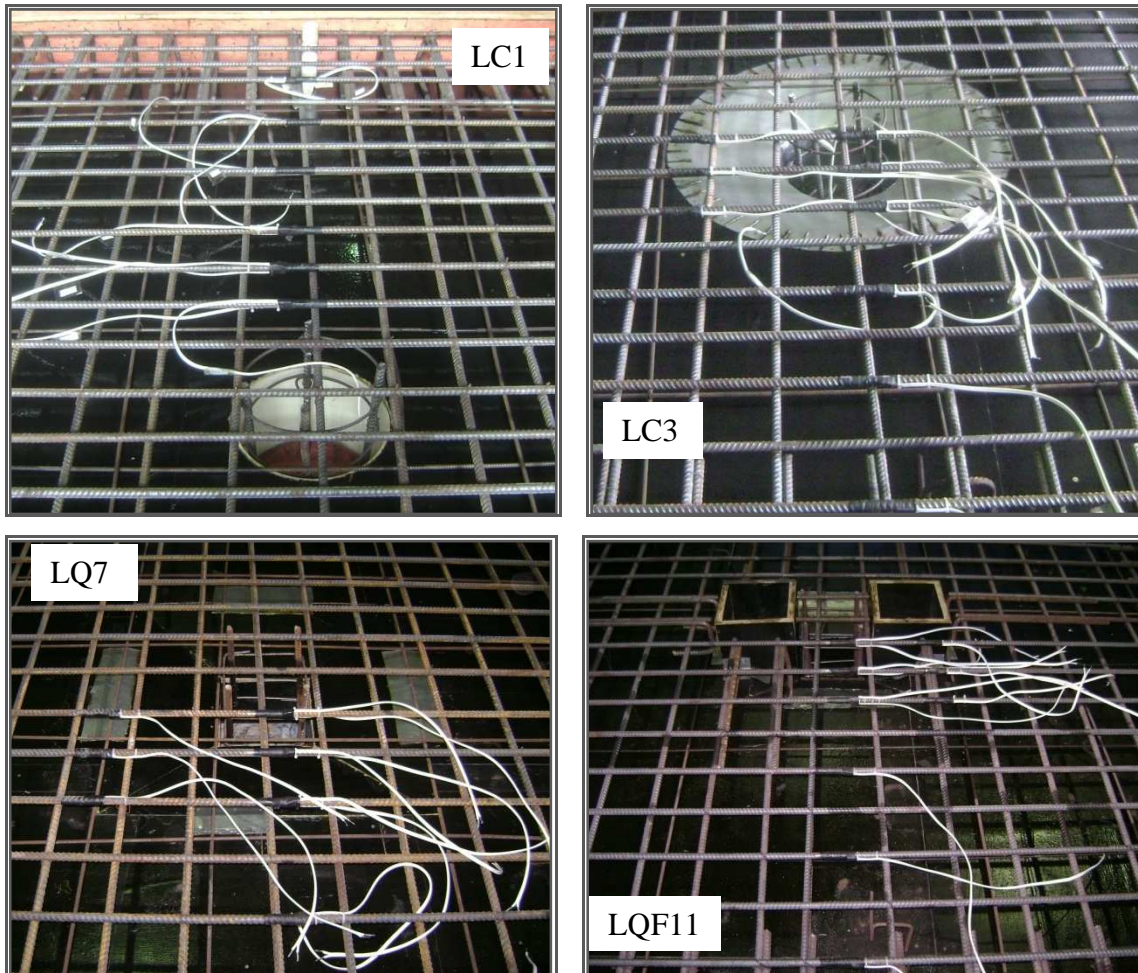


Figura 3.13 – Extensômetros fixados na armadura de flexão, para lajes sem e com capitel

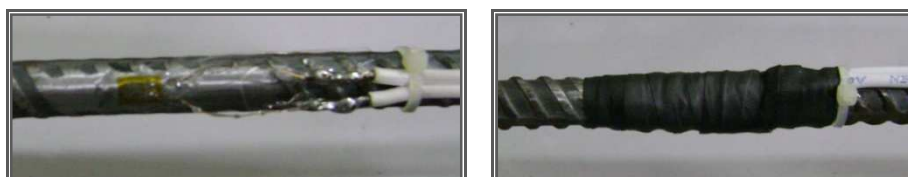


Figura 3.14 – Barra com extensômetro colado e protegido por resina epóxi, e posteriormente envolvida por uma fita protetora

### 3.3.2 – Concreto

Em todas as lajes foram colocados extensômetros na superfície inferior, com o intuito de medir as deformações sofridas na superfície do concreto, nas proximidades dos pilares e

dos capitéis. Os extensômetros foram fixados em distâncias medidas a partir da face dos pilares de forma a medir as deformações sofridas dentro e fora dos capitéis. Nas lajes sem capitéis e nas outras que foram confeccionadas com capitéis, os extensômetros tiveram posicionamento diferentes em função da variação do tamanho destes capitéis. Em todas as lajes foram monitoradas as deformações radiais e tangenciais, porém em posições diferentes, assumindo que as mesmas seriam simétricas nas faces opostas dos pilares. Porém espera-se que as deformações tangenciais sejam maiores, pois como já foi comprovado por GOMES (1991) e OLIVEIRA (1998), são mais significativas que as radiais. As deformações tangenciais são as responsáveis pelo desenvolvimento das fissuras radiais nas lajes. Essas fissuras aparecem em estágios iniciais de carregamento e continuam se desenvolvendo até a ruptura da laje, diferentemente das fissuras tangenciais, que se tornam visíveis apenas em estágios avançados de carregamento e em número menor que as radiais, como verificado por OLIVEIRA (1998) em seu trabalho.

Para ilustrar algumas definições que serão muito usadas durante esta pesquisa, são mostradas na Figura 3.15, usada por MENETREY (1994), algumas definições identificando as fissuras radiais e fissuras tangenciais, assim como os momentos tangenciais ( $m_\phi$ ) e radiais ( $m_r$ ) atuando em uma laje circular de espessura constante ( $h$ ) e com coordenadas polares ( $r$ ,  $\phi$ ,  $z$ ). Na Figuras 3.16, é mostrado o posicionamento dos extensômetros nas lajes com pilares e capitéis com seção circular.

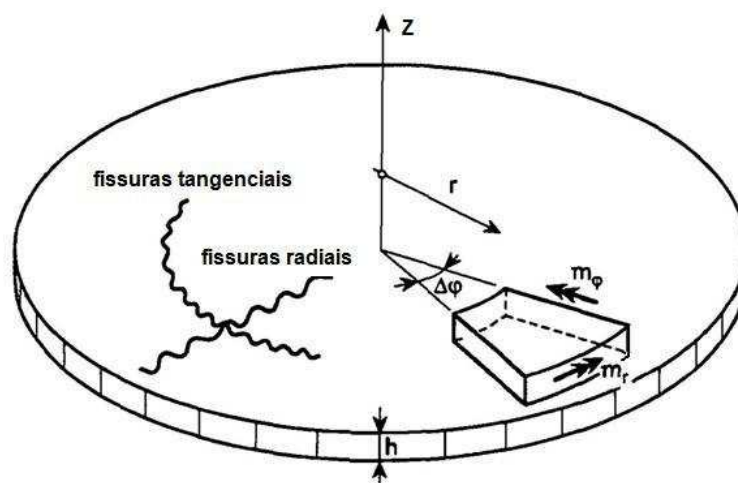


Figura 3.15 – Coord. polares, forças internas e fissuras observadas em uma laje circular (MENETREY, 1994)

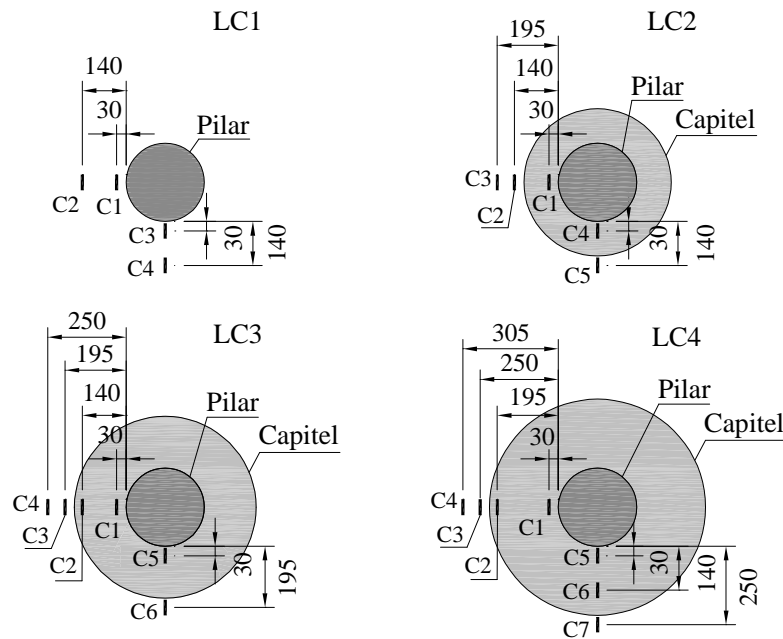


Figura 3.16 – Posicionamento dos extensômetros elétricos para acompanhar as deformações tangenciais e radiais no concreto, na face inferior das lajes de pilares com seção circular

É mostrado também na Figura 3.17, abaixo, o posicionamento dos extensômetros nas lajes utilizando pilares e capitéis com seção quadrada. Utiliza-se para esta série a mesma distância da série anterior, a partir da face dos pilares.

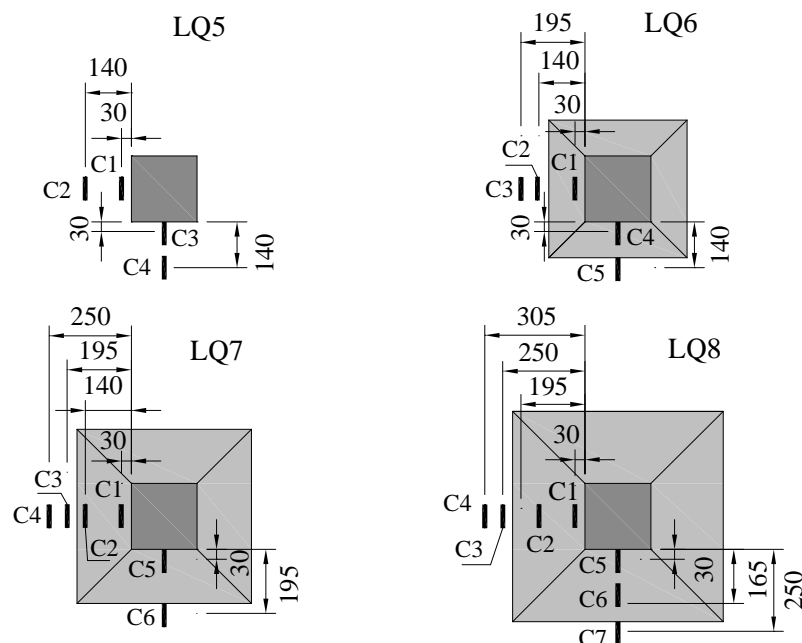


Figura 3.17 – Posicionamento dos extensômetros elétricos para monitorar as deformações tangenciais e radiais no concreto, na face inferior das lajes de pilares com seção quadrada

Para as lajes da terceira série, com 3 lajes de pilares quadrados e 1 laje com pilar retangular, foi mantida as mesmas distâncias da face do pilar, como nas séries anteriores. Nas lajes LR10 e LQF11 houve uma mudança nos lados que foram monitorados, com o objetivo de desviar dos furos, no caso da laje com furos, e na laje com seção retangular onde todos os lados foram monitorados, como mostra a Figura 3.18.

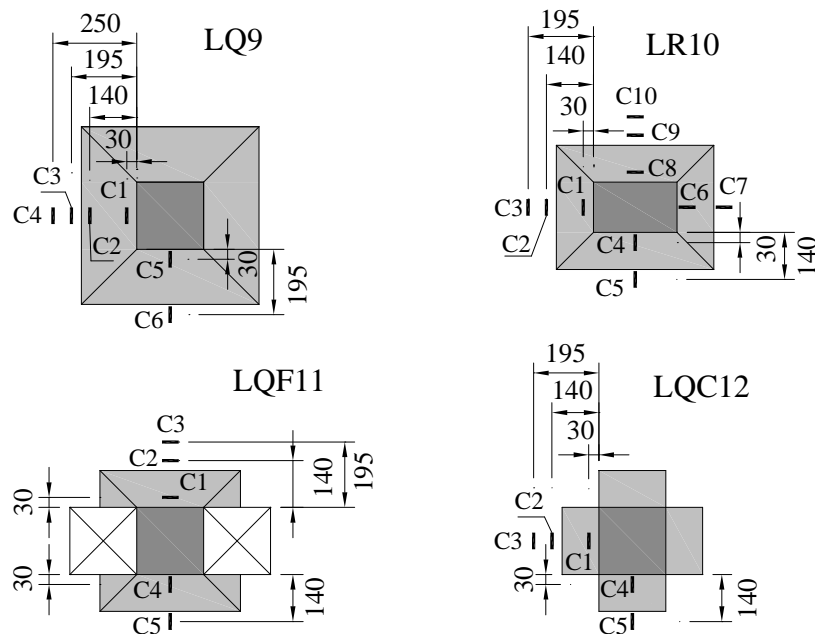


Figura 3.18 – Posicionamento dos *strain gages* para monitorar as deformações tangenciais e radiais no concreto, na face inferior das lajes da terceira série

Na Figura 3.19, abaixo, são mostrados os extensômetros colados na face inferior de algumas lajes da primeira (LC1 e LC2), segunda (LQ6) e terceira (LR10, LQF11 e LQC12) série de ensaios. Extensômetros estes colados radial e tangencialmente, estando dentro e fora da área dos capitéis.



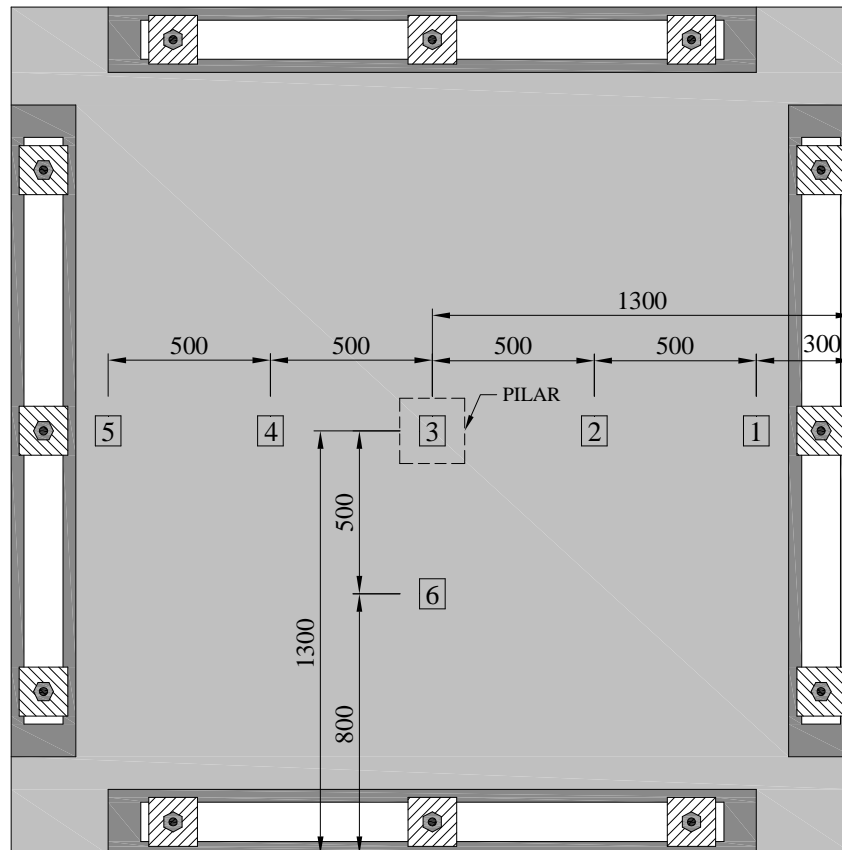


Figura 3.19 – Extensômetros fixados na face inferior das lajes, dentro e fora dos capitéis

### 3.3.3 – Deslocamentos Verticais

Foram usados 6 defletômetros digitais (marca DIGIMESS), com precisão de 0,01 mm e deslocamento máximo de 50 mm, como mostram as Figuras 3.20 e 3.21, e marcadores para acompanhar o desenvolvimento das fissuras na face superior das lajes. Os defletômetros foram colocados em posições estratégicas para melhor definir a relação carga flecha, a que foram submetidas as lajes ensaiadas. O defletômetro 3, foi colocado no ponto de flecha máxima, para os defletômetros 1 e 5 esperam-se deslocamentos iguais ou de valores com

pequena diferença, em função da simetria existente, assim como para os defletômetros 2, 4 e 6, com exceção das lajes LR10 e LQF11 com pilar retangular e com presença de furos, respectivamente. Nestes casos haverá simetria apenas entre os defletômetros 2 e 4.



n - Identificação e posicionamento dos defletômetros que foram utilizados.

Figura 3.20 – Posicionamento dos defletômetros, utilizados em todos os ensaios



Figura 3.21 – Defletômetro digital

### 3.4 – SISTEMA DE ENSAIO

Para a realização dos ensaios, as lajes foram fixadas à laje de reação por meio de tirantes (Figuras 3.22 e 3.23). O carregamento foi aplicado com um cilindro hidráulico, posicionado abaixo das lajes. Foram utilizadas 4 vigas metálicas de reação fixadas com 12 tirantes (3 em cada borda). As vigas de reação foram apoiadas sobre as lajes com tiras de borrachas de grande resistência, com dimensões de 200 x 1800 x 10 mm, dispostas longitudinalmente ao longo do eixo das vigas de reação, no intuito de garantir que estas vigas tenham distribuído, da forma mais uniforme, os esforços durante todo o ensaio. O cilindro hidráulico tinha capacidade de carga para até 1000 kN, e para medir a carga aplicada foi utilizada uma célula de carga com mesma capacidade (1000 kN) e com precisão de 0,5 kN. Foi utilizada também uma chapa de aço, com dimensões de 150 x 150 x 20 mm, entre o cilindro hidráulico e a célula de carga. E entre a célula de carga e o pilar foi colocada uma chapa com dimensões de 150 x 150 mm e espessura de 40 mm, ambas com o intuito de distribuir melhor o carregamento aplicado pelo cilindro no sistema. Para os ensaios foram utilizados defletômetros digitais e aparelhos (Indicador de Deformação ALMEMO) para leitura dos extensômetros elétricos.

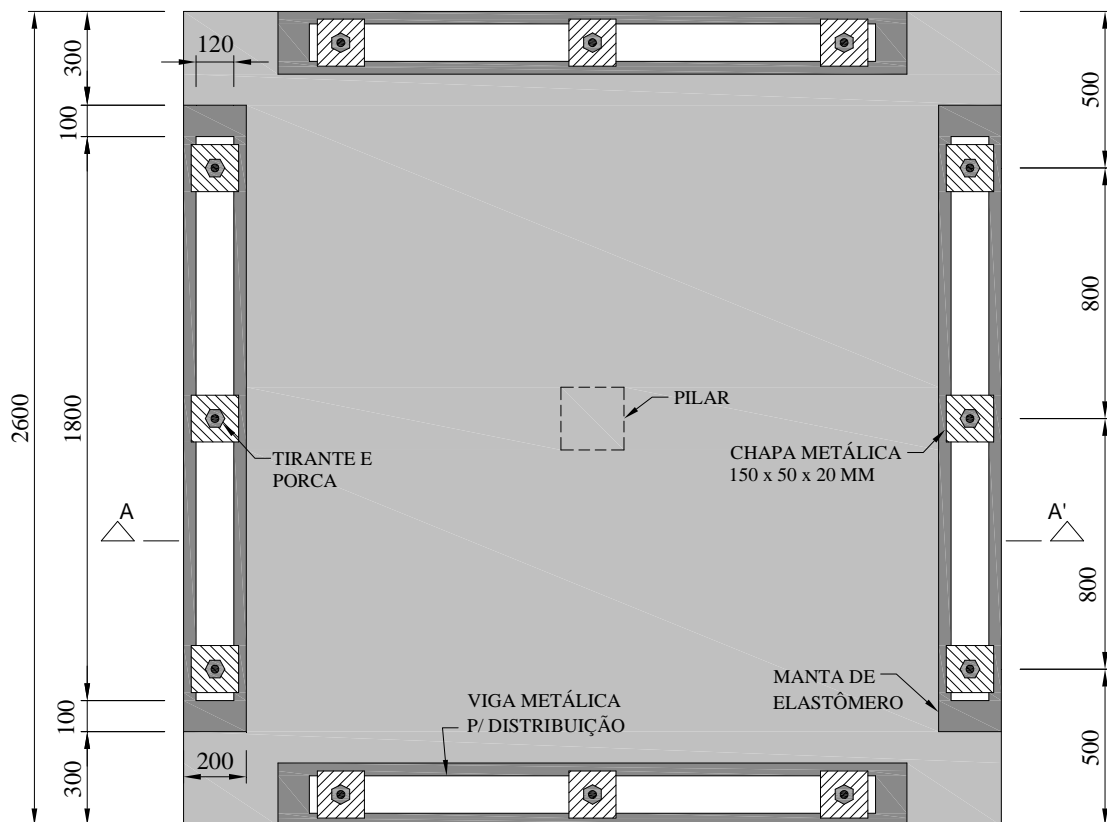


Figura 3.22 – Esquema de ensaio em planta

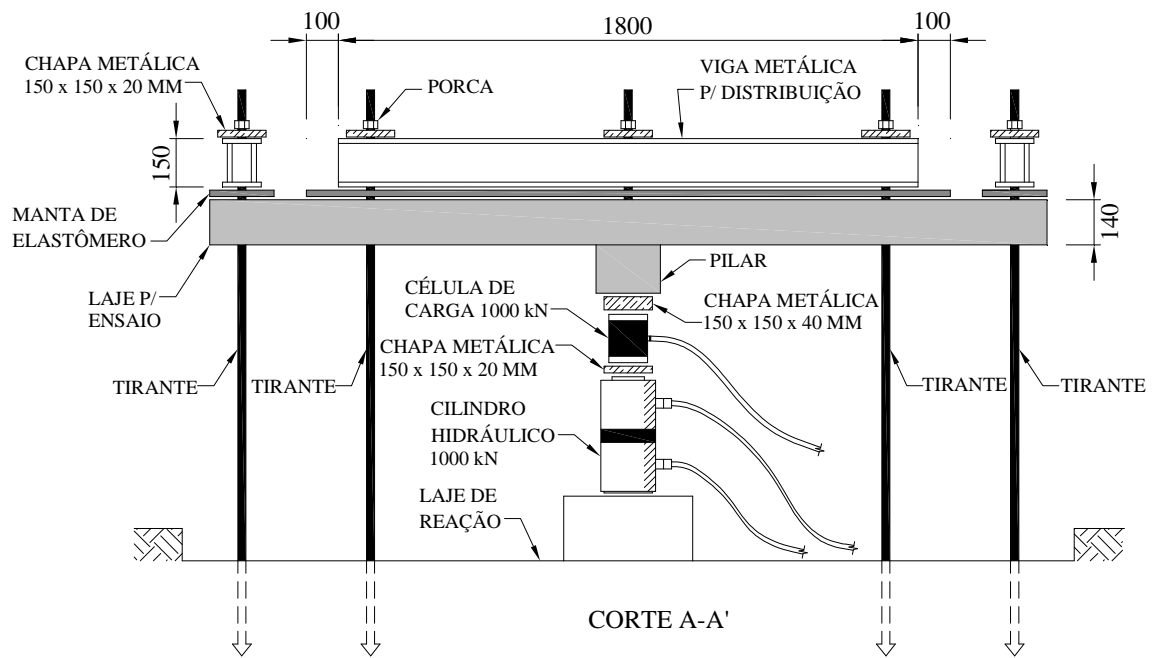


Figura 3.23 – Esquema usado para o ensaio das lajes corte A-A'

No início do ensaio foi aplicado um pré-carregamento de 20 kN, referente ao peso próprio do conjunto (laje, vigas metálicas, chapas, tirantes e porcas) e possibilitando a acomodação dos tirantes e de todo o sistema. As Figuras 3.24 e 3.25, abaixo, mostram detalhes do sistema de ensaio utilizado.



Figura 3.24 – Equipamentos utilizados nos ensaios



Figura 3.25 – Sistema de ensaio

A aplicação do carregamento foi realizada utilizando-se um passo de carga de 20 kN, correspondente a 7% e 5% dos valores esperados para a ruptura por punção, para lajes com e sem capitéis, conforme o estimado pelo EC2 (2004) e pela NBR 6118 (2007). Cada passo de carga foi efetuado com intervalos de aproximadamente 8 minutos.

### 3.5 – CONCRETO

#### 3.5.1 – Composição do Concreto

A concretagem das lajes foi realizada em 3 séries de 4 lajes cada. O concreto para a primeira série foi fornecido pela empresa BETON Concreto Ltda. e para as lajes da segunda e terceira série o concreto foi fornecido pela empresa SUPERMIX Concreto S/A. A Tabela 3.2 apresenta a composição dos concretos utilizados.

Tabela 3.2 - Composição do concreto utilizado na 1ª, 2ª e 3ª Série de lajes

Materiais	1ª Série	2ª e 3ª Série
	kg/m <sup>3</sup>	kg/m <sup>3</sup>
Cimento Portland CII - F32 (Cimento portland com Fíler calcário), Poty	500	520
Superplastificante incorporador de ar MBT 390 (l)	15	17
Areia natural (diâmetro ≤ 5,0 mm)	630	600
Agregado graúdo (Seixo 3/4" - 19 mm)	1100	1200
Água (l)	190	195
A.C.	0,36	0,37



Foram confeccionados corpos de prova cilíndricos, 6 com dimensões de (150 x 300) mm e 12 de (100 x 200) mm, para cada série de lajes, para determinação das resistências a compressão e a tração por compressão diametral, e para determinação do módulo de deformação longitudinal. Os corpos de prova foram ensaiados em datas próximas aos dias dos ensaios das lajes. A Figura 3.26 mostra a concretagem das lajes da terceira série.



Figura 3.26 – Concretagem das lajes da terceira série

### 3.5.2 – Cura

Para a cura das lajes foram utilizados sacos de aniagem que eram umedecidos periodicamente, com o cuidado de manter sempre úmida a superfície das lajes (Figura 3.27). O mesmo procedimento foi utilizado com os corpos de prova.



Figura 3.27 – Cura das lajes

### 3.5.3 – Resistências à Compressão e à Tração

A Tabela 3.3 apresenta as resistências médias à compressão e à tração do concreto (com o respectivo desvio padrão), obtidas com 3 corpos-de-prova, para a resistência à compressão, e com 3 corpos de prova para a resistência à tração.

Tabela 3.3 – Resistência à compressão e à tração do concreto empregado

Lajes		Idade (dias)	$f_c$ (MPa)	$f_{ct}$ (MPa)
1ª Série	LC1	104	$31,0 \pm 1,0$	$2,7 \pm 0,6$
	LC2			
	LC3	110	$33,0 \pm 1,4$	$2,9 \pm 0,5$
	LC4			
2ª Série	LQ5	84	$37,4 \pm 4,4$	$2,6 \pm 0,5$
	LQ6			
	LQ7	91	$38,2 \pm 3,2$	$3,1 \pm 0,3$
	LQ8			
3ª Série	LQ9	53	$45,4 \pm 3,1$	$2,8 \pm 0,4$
	LR10			
	LQF11	62	$46,7 \pm 2,8$	$3,2 \pm 0,2$
	LQC12			

### 3.5.4 – Módulo de Deformação Longitudinal

Para a obtenção do módulo de deformação longitudinal do concreto foram realizados ensaios de acordo com a norma NBR 8522 (2008), com os corpos de prova cilíndricos (média entre 3 corpos de prova), utilizando o Plano de Carga para Módulo de Elasticidade (módulo de deformação tangente inicial para 30% da carga de ruptura), dado pela expressão:

$$E_{ci} = \frac{\Delta\sigma}{\Delta\varepsilon} \cdot 10^{-3} = \frac{\sigma_b - \sigma_a}{\varepsilon_b - \varepsilon_a} \cdot 10^{-3} \quad (\text{Eq. 3.3})$$

onde

$\sigma_b$  é a tensão maior, em MPa ( $\sigma_b = 0,3 \cdot f_c$ );

$\sigma_a$  é a tensão básica, em MPa ( $\sigma_a = 0,5$  MPa);

$\varepsilon_b$  é a deformação específica média dos CPs ensaiados sob a tensão maior;

$\varepsilon_a$  é a Deformação específica média dos CPs ensaiados sob a tensão básica.

Ressaltando que os resultados devem ser arredondados para a primeira casa decimal e expressos em GPa. Na Tabela 3.4 são apresentados os valores do módulo de deformação longitudinal dos espécimes ensaiados. A base de medição utilizada foi de 145 mm. Cabe observar que os valores obtidos experimentalmente para  $E_{ci,0,3f_c}$  é inferior ao que seria obtido com a expressão da NBR 6118 (2007).

Tabela 3.4 – Valores do módulo de elasticidade registrado nos CPs ensaiados

Lajes		Idade (dias)	$f_c$ (MPa)	$E_c$ (GPa)
1ª Série	LC1	104	31,0 ± 1,0	26,7 ± 1,2
	LC2			
	LC3	110	33,0 ± 1,4	28,4 ± 2,3
	LC4			
2ª Série	LQ5	84	37,4 ± 4,4	32,6 ± 1,8
	LQ6			
	LQ7	91	38,2 ± 3,2	34,2 ± 2,3
	LQ8			
3ª Série	LQ9	53	45,4 ± 3,1	31,4 ± 3,2
	LR10			
	LQF11	62	46,7 ± 2,8	32,7 ± 2,6
	LQC12			

### 3.6 – AÇO

Foram retirados e ensaiados pelo menos 3 espécimes de cada diâmetro da armadura utilizada, que foram ensaiados de acordo com a norma NBR 6152 (2002), referente a Materiais metálicos – Determinação das propriedades mecânicas à tração. A Figura 3.28 mostra a curva *Tensão-Deformação* obtida para as barras de 12,5 mm de diâmetro, utilizadas na armadura principal de flexão e na armadura principal dos pilares.



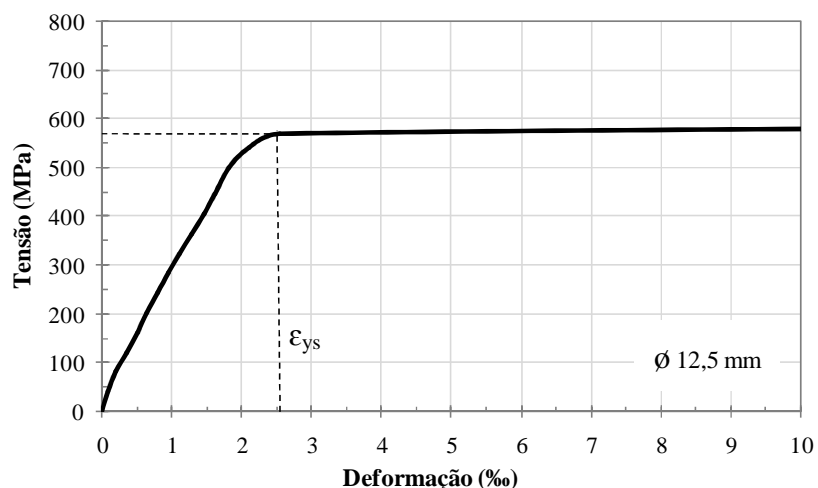


Figura 3.28 – Curva Tensão-Deformação das barras da armadura negativa

A Tabela 3.5 apresenta um resumo das propriedades mecânicas das barras das armaduras positiva e negativa usadas nas lajes de todas as séries, obtidas em ensaios realizados no laboratório da Faculdade de Engenharia Civil da UFPa. E a Figura 3.29 mostra uma curva típica *Tensão-Deformação* para as barras de 6,3 mm de diâmetro, usadas na armadura de flexão positiva e como estribo para os pilares.

Tabela 3.5 - Propriedades mecânicas dos aços utilizados

Ø (mm)	Utilização	ε <sub>ys</sub> (‰)	f <sub>ys</sub> (MPa)	f <sub>u</sub> (MPa)	E <sub>s</sub> (GPa)
6,3	Armadura para flexão positiva	3,10	620,0	720,0	207,0
12,5	Armadura para flexão negativa	2,55	562,0	663,0	218,0

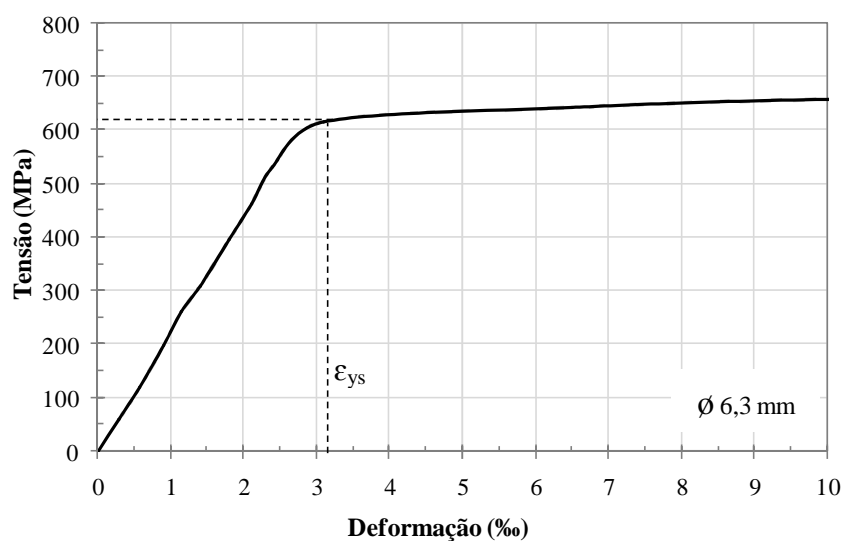


Figura 3.29 – Curva Tensão-Deformação do aço utilizado para armadura de flexão positiva

## **4 – RESULTADOS E ANÁLISE**

Neste capítulo são apresentados e analisados os resultados dos ensaios realizados nas 12 lajes planejadas para esta pesquisa. Para isso tem-se: deflexões; deformações na armadura de flexão; deformações do concreto na superfície inferior das lajes, dentro e fora dos capitéis e a resistência das lajes à punção. Ressalta-se que durante a primeira série de ensaios, detectou-se um problema na resistência à punção nas lajes desta série: as mesmas romperam com uma carga muito abaixo do que havia sido estimado. Em função disso foi feito um estudo, e descobriu-se que o problema estava na resistência do concreto fornecido por uma concreteira local: o  $f_c$  era inferior ao que foi pedido, uma vez que a resistência desejada para o concreto era de 30 MPa e o fornecido variava entre 10 e 15 MPa. Como consequência, tornou-se necessária a repetição desta série, com novas lajes, novo concreto e novos ensaios. Portanto, daqui em diante as lajes da primeira série que tiveram a resistência comprometida levarão a letra “A” em seus nomes (LC1A, LC2A, LC3A e LC4A) e os resultados são mostrados posteriormente no “APÊNDICE A” deste trabalho. As lajes que foram fabricadas para substituí-las e que foram ensaiadas como anteriormente planejado são chamadas de LC1, LC2, LC3 e LC4.

### **4.1 – DEFLEXÕES DAS LAJES**

Foram utilizados 6 defletômetros digitais (marca DIGIMESS) para monitoração das deflexões. Destes, 5 (D1, D2, D3, D4 e D5) foram alinhados em um dos eixos das lajes e o sexto (D6) posicionamento no outro eixo, coincidindo com os pontos D2 e D4, como mostra a Figura 4.1. Não foi necessário fazer o acompanhamento do deslocamento dos tirantes, uma vez que o suporte dos defletômetros foi fixado no próprio sistema, portanto acompanhou a acomodação do sistema, e aparentemente comportou-se conforme esperado (Figura 4.2).

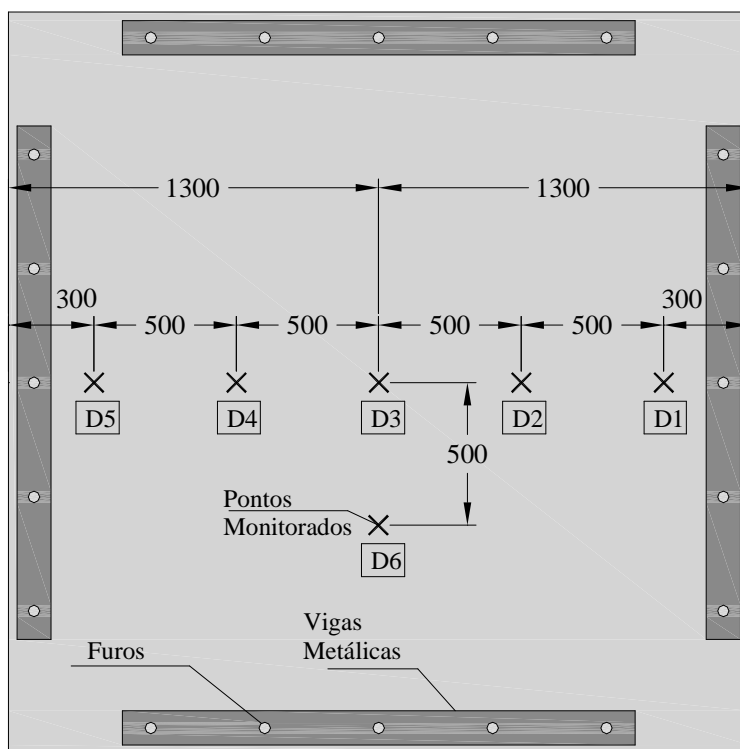


Figura 4.1 – Posicionamento do defletômetros

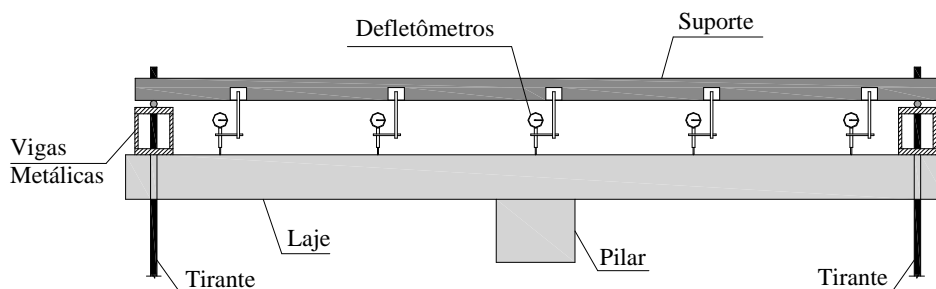


Figura 4.2 – Vista frontal com o posicionamento dos defletômetros

Analisando os gráficos das Figuras 4.3, 4.4 e 4.5, percebe-se, que as lajes da primeira série apresentaram deslocamentos uniformes, com exceção da laje LC3, para o mesmo nível de carregamento. Da mesma forma as lajes da segunda série apresentaram deslocamentos uniformes, com exceção da laje sem capitel (LQ5), que apresentou flechas maiores que as lajes com capitel, para o mesmo nível de carga. Com os capitéis as lajes aumentaram em rigidez e reduziram as flechas em relação às lajes sem capitéis, para o mesmo nível de carregamento, o mesmo ocorre no caso das lajes com capitéis maiores, quando comparadas com as lajes com menores capitéis. Usando os elementos da primeira e segunda série, percebe-se que as lajes com os maiores capitéis, que tinham a relação espessura/comprimento mais elevadas, atingiram flechas maiores, para níveis mais elevados de carga: em função

disto, estas lajes (LC3, LC4, LQ7 e LQ8) apresentarem uma capacidade de carga maior que as lajes LC1, LC2, LQ5 e LQ6. Observando o comportamento das lajes, levando-se em consideração a seção transversal dos pilares, em relação a rigidez percebe-se que as lajes com seção quadrada apresentaram um pouco mais de rigidez, com pouca diferença, para o mesmo nível de carregamento, que as lajes com seção circular, principalmente se forem comparadas as lajes LQ6 e LQ8 (seção quadrada) com as lajes LC2 e LC4 (seção circular).

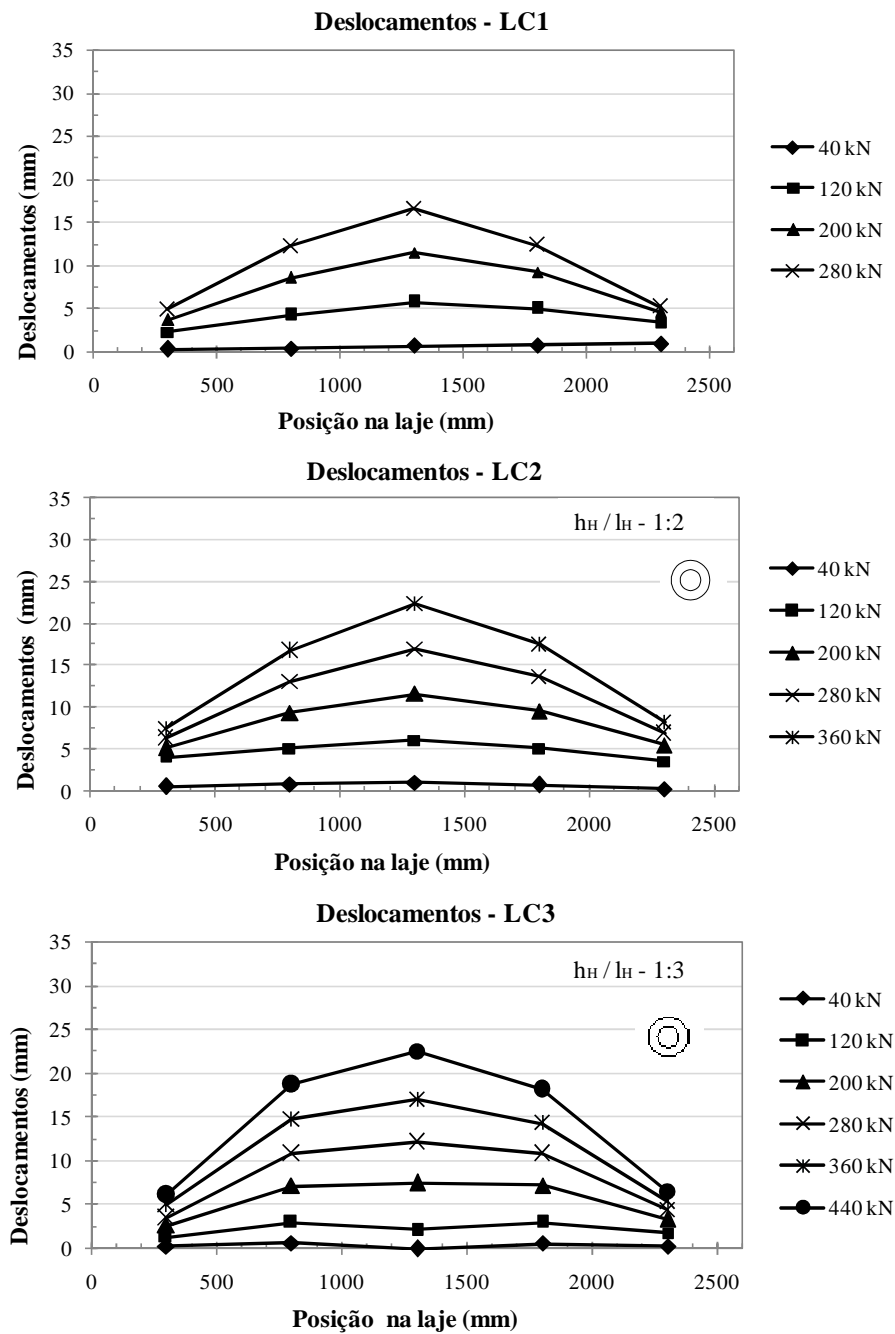


Figura 4.3 – Deslocamentos nas lajes LC1, LC2 e LC3

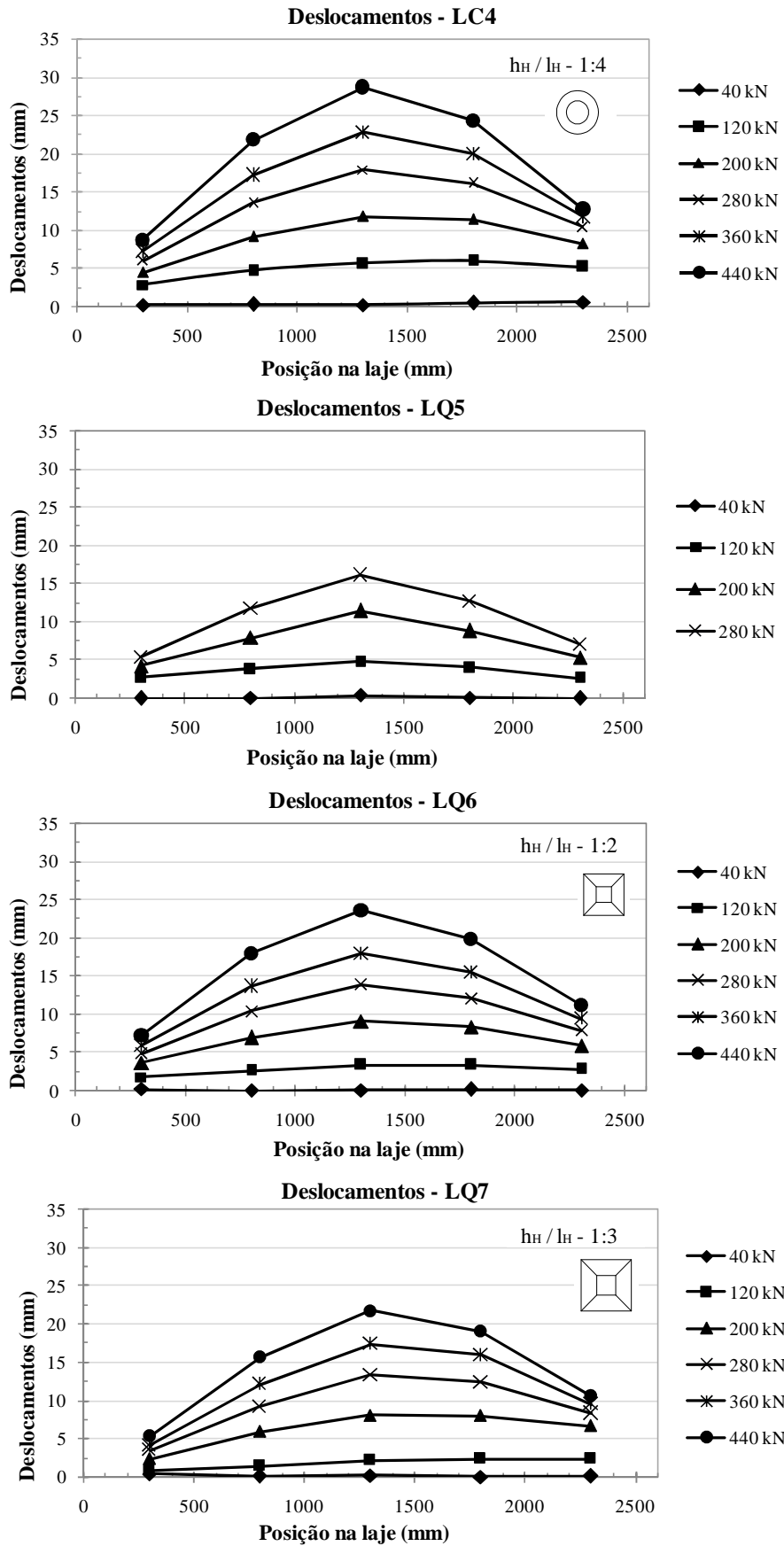


Figura 4.4 – Deslocamentos nas lajes LC4, LQ5, LQ6 e LQ7

Tendo como base os gráficos da Figura 4.5, verifica-se que a laje LR10 apresentou menor rigidez que a laje LQ6 (seção quadrada) e maior rigidez em relação a laje LC2 (seção circular), para o mesmo nível de carregamento, sendo que ambas tem a mesma relação espessura/comprimento do capitel (1:2). Já a laje LQC12, na Figura 4.6, apresentou o mesmo comportamento, para os mesmo níveis de carga, em relação a rigidez da laje LQ6, com pilar quadrado. Porém a laje LQF11 (Figura 4.6), caracterizou-se por ter uma rigidez menor, para o mesmo nível de carregamento, se comparada com as lajes LQ6 e LC2.

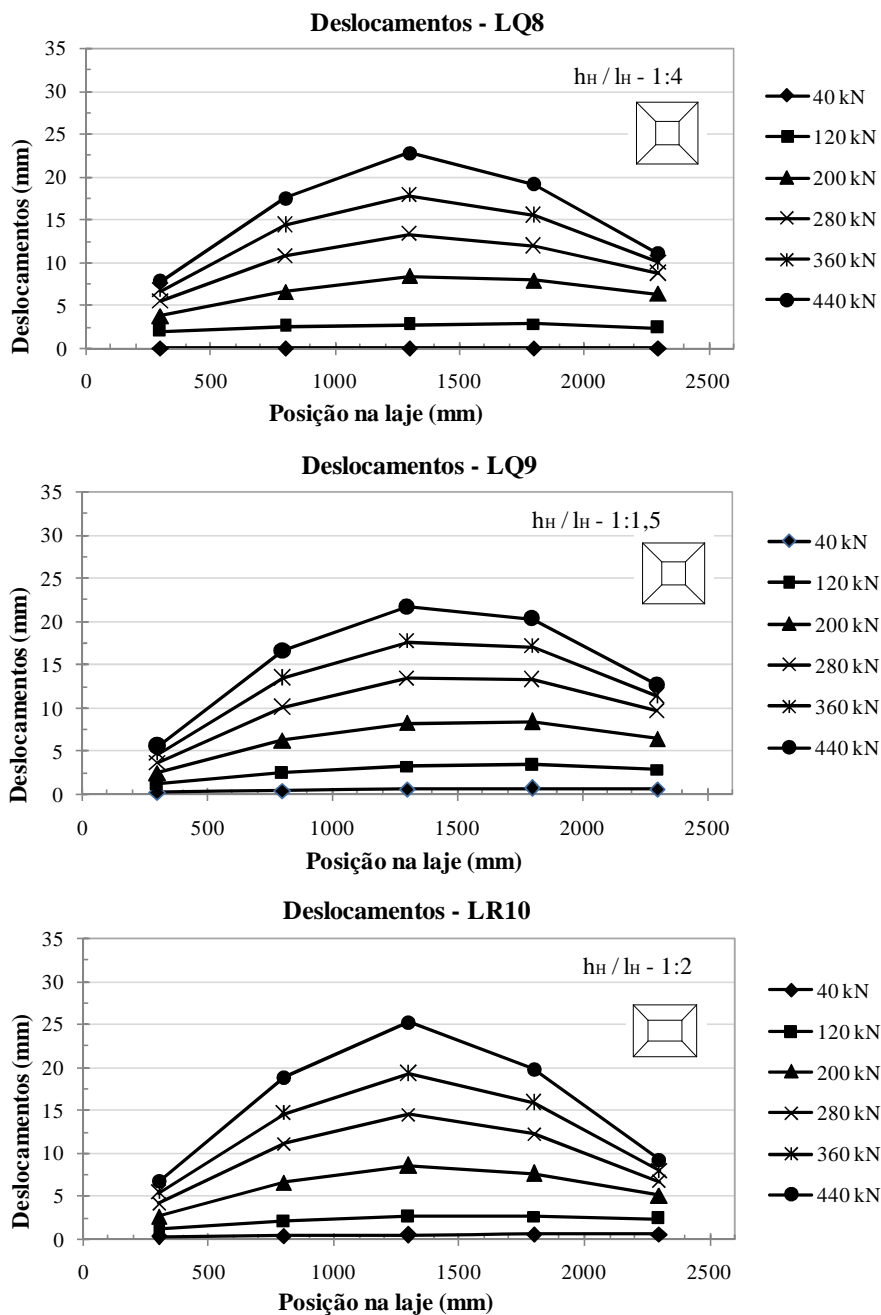


Figura 4.5 – Deflexões nas lajes LQ8, LQ9 e LR10

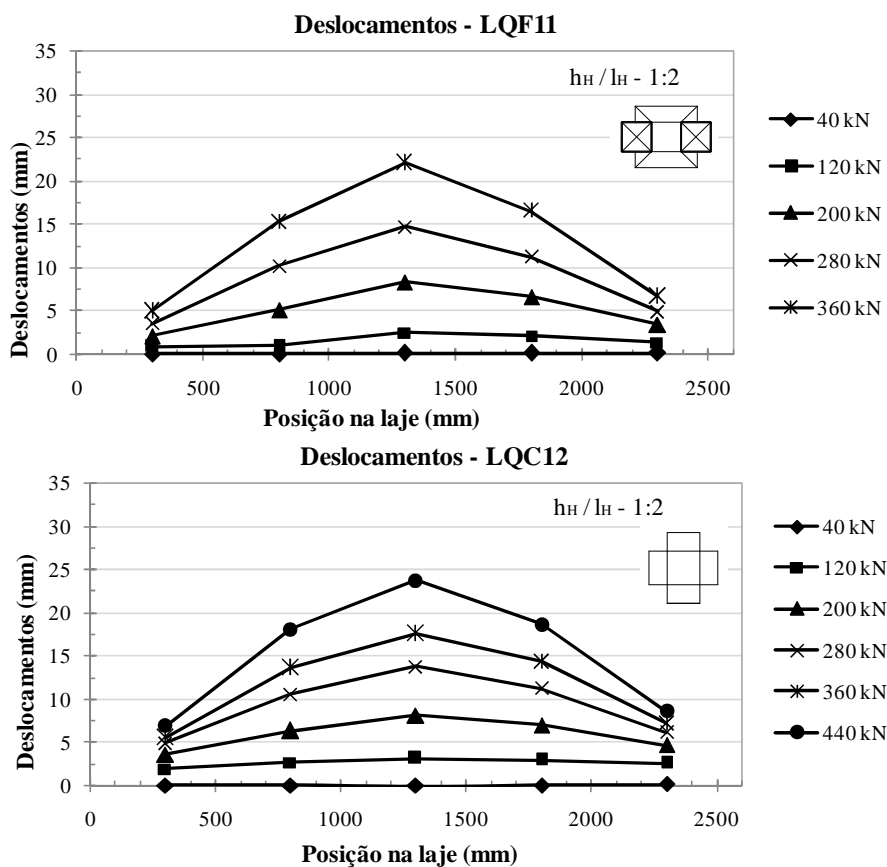


Figura 4.6 – Deflexões nas lajes LQF11 e LQC12

Na tabela 4.1 são apresentadas as deflexões máximas das lajes ensaiadas. As maiores flechas foram encontradas nas lajes LC4, LQ8 e LQ9. Pode-se atribuir isto ao fato das lajes LC4 e LQ8, com os maiores capitéis, terem atingido cargas mais elevadas que as sem capitel e com capitéis menores. E a laje LQ9, com a maior flecha apresentada, também atingiu maior carga de ruptura experimental, tendo como característica uma relação espessura/comprimento do capitel de 1:1,5, porém com um raio de 165 mm, igual ao das lajes LC3 e LQ7, e uma espessura do capitel de 110 mm, igual ao dobro da espessura das demais lajes. Sendo assim, percebe-se que ela apresentou deflexões próximas às dessas lajes, para o mesmo nível de carregamento. Uma causa provável para este fato talvez seja em função do raio do capitel ter uma influência maior sobre a rigidez, em relação à espessura do mesmo. Nas Figuras 4.7 e 4.8, são apresentadas as curvas carga-deslocamento das lajes da 1ª, 2ª e 3ª série separadamente e na Figura 4.9 a curva com todas as lajes. Observa-se um comportamento uniforme entre as lajes da 1ª e 2ª série, com deslocamentos próximos, para o mesmo nível de carregamento, com exceção da laje LC3, com pilar circular e capitel com relação 1:3. Observa-se também este mesmo comportamento para as lajes da 3ª série, para o mesmo nível

de carga, mas apenas para as cargas iniciais; em estágios finais de aplicação de carga estes deslocamentos distanciaram-se.

Tabela 4.1 - Flechas máximas observadas nos pontos de medição

Lajes		$f_{máx}$ (mm)						P/P <sub>u</sub>
		D1	D2	D3	D4	D5	D6	
1ª Série	LC1	5,39	13,83	19,70	14,43	6,15	14,71	0,98
	LC2	8,67	20,16	26,94	20,71	9,43	20,72	0,98
	LC3	6,60	20,37	24,55	19,61	6,95	20,16	0,89
	LC4	10,00	27,00	37,50	30,42	14,55	28,23	0,97
2ª Série	LQ5	5,37	11,74	16,15	12,67	7,06	11,22	0,93
	LQ6	8,42	21,58	27,70	23,51	11,36	19,72	0,97
	LQ7	7,33	21,84	31,10	25,64	12,51	23,13	0,96
	LQ8	10,97	27,27	38,46	30,41	13,70	26,03	1,00
3ª Série	LQ9	9,18	31,57	43,20	30,32	18,48	33,80	0,97
	LR10	7,90	22,75	31,52	23,53	10,34	23,67	0,99
	LQF11	6,52	20,11	30,63	22,02	8,24	23,47	0,94
	LQC12	8,34	23,17	31,47	23,44	9,88	24,91	0,99

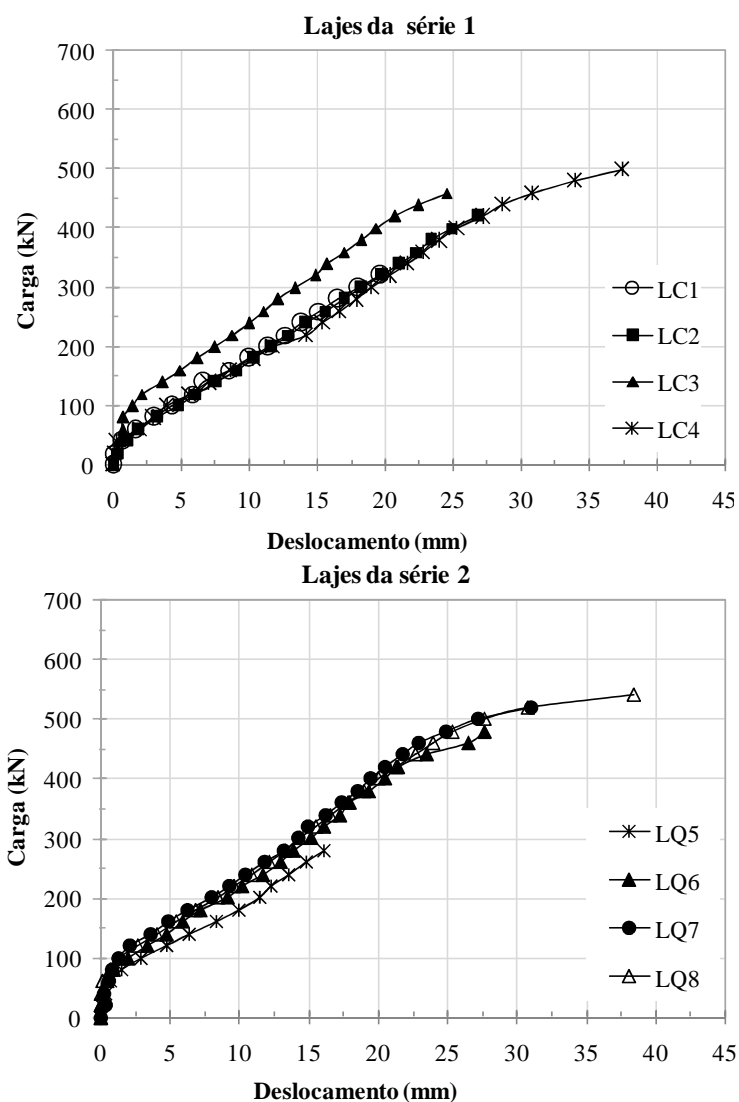


Figura 4.7 – Gráficos referentes aos deslocamentos máximos das lajes da 1ª e 2ª série



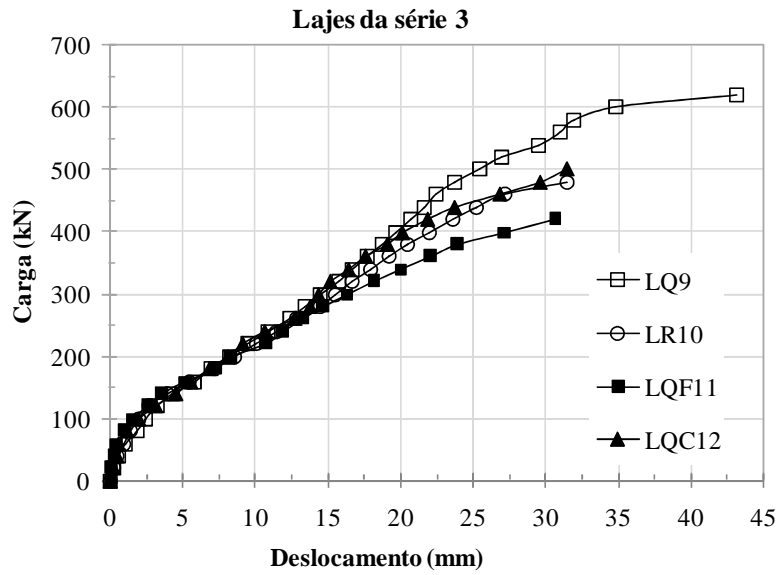


Figura 4.8 – Gráfico carga-deslocamento das lajes da 3ª série

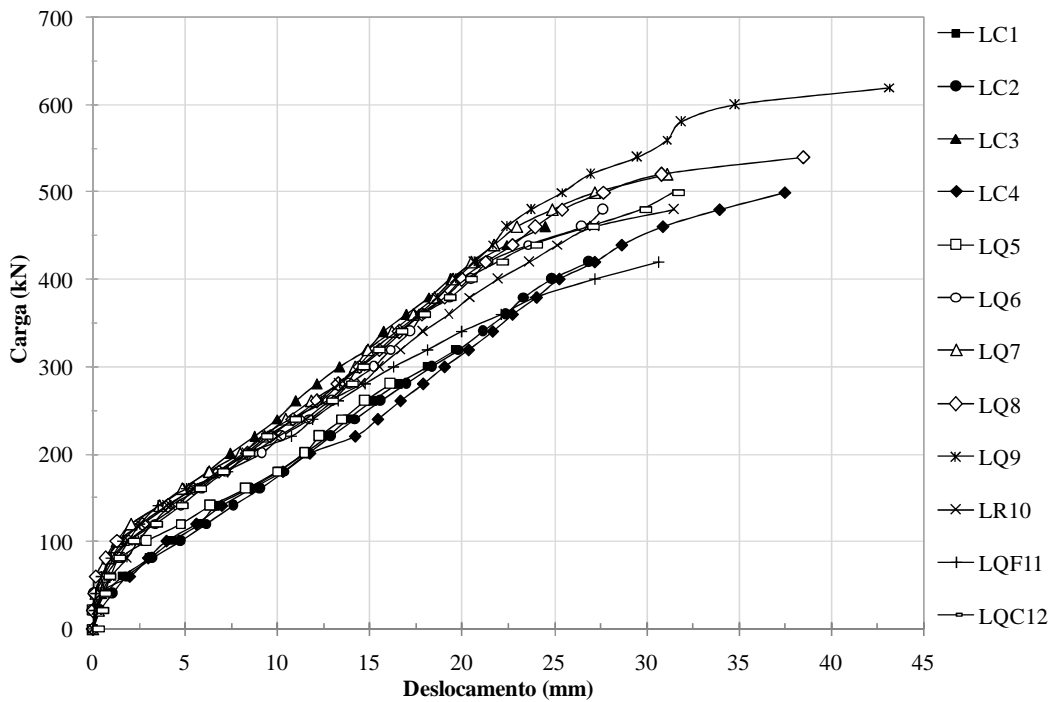


Figura 4.9 – Gráfico carga-deslocamento de todas as lajes

## 4.2 – DEFORMAÇÕES DO CONCRETO

Foram colocados na face inferior de cada laje, próximos ao pilar, como mostrado no Capítulo 3 (Figuras 3.11, 3.12 e 3.13), extensômetros elétricos para medir as deformações tangenciais e radiais do concreto. O número de extensômetros variou conforme a presença ou não do capitel, e para as lajes com capitel dependia do tamanho e seção transversal do mesmo. As Figuras 4.10, 4.11, 4.12 e 4.13, abaixo, apresentam as deformações tangenciais,

registradas até a ruptura da laje ou perda do extensômetro, pela distância radial dos pontos monitorados a face do pilar. Observa-se que, de uma maneira geral, as lajes sem capitel (LC1 e LQ5) apresentaram deformações tangenciais maiores que as lajes com capitel, levando-se em consideração o mesmo nível de carga, nos pontos coincidentes monitorados. Provavelmente pela presença dos capitéis, e conseqüentemente pelo o aumento das áreas próximas aos pilares há uma conseqüente redução de tensões.

Nas lajes com maiores capitéis (LC4 e LQ8), com relação espessura/comprimento 1:4, as deformações tangenciais mostraram valores maiores dentro do capitel, o que pode ser explicado pela superfície de ruptura, uma vez que as mesmas romperam dentro dos capitéis. Porém, nas lajes com os menores capitéis (LC2, LQ6 e LQC12), com relação espessura/comprimento de 1:2, estas deformações foram mais significativas fora dos capitéis. Este fato também pode ser explicado pelo local da ruptura, uma vez que a ruptura ocorreu na parte externa ao capitel, com exceção da laje LQC12 que rompeu internamente.

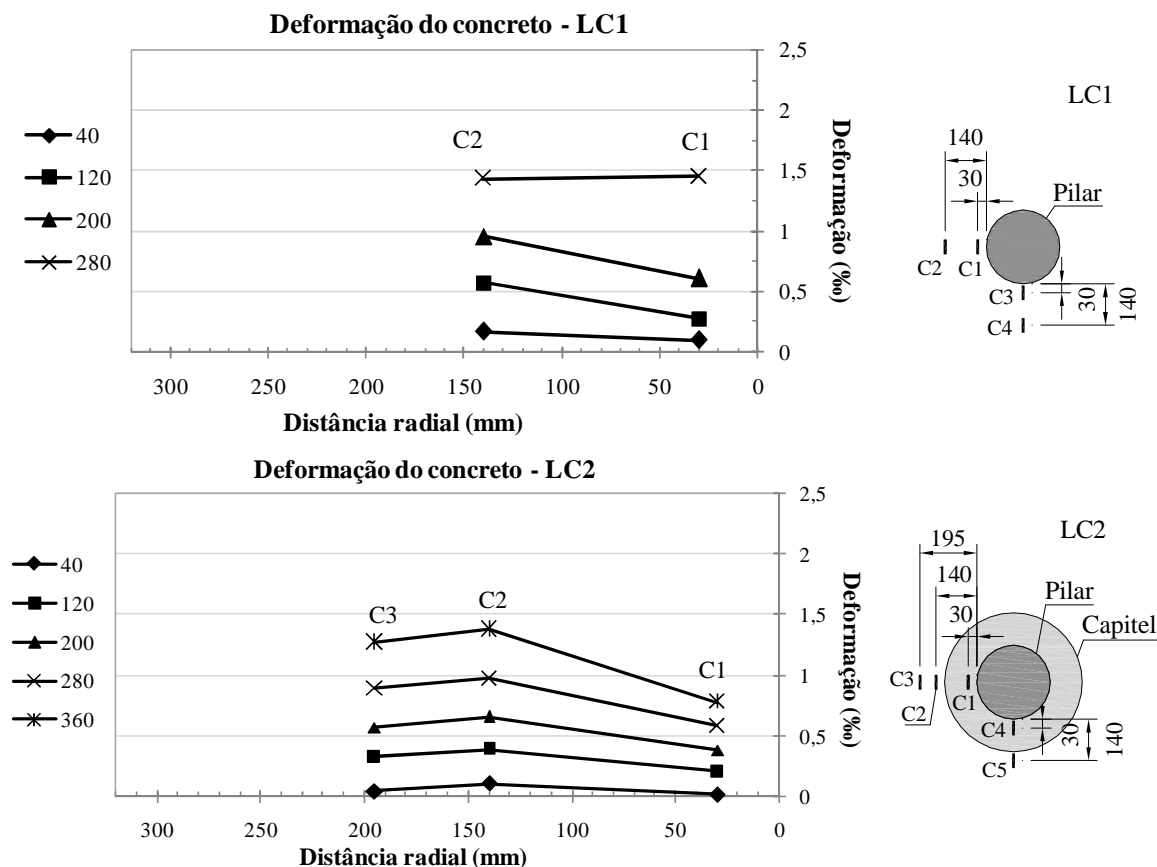


Figura 4.10 – Deformação tangencial do concreto em função da distância radial do eixo central das lajes LC1 e LC2

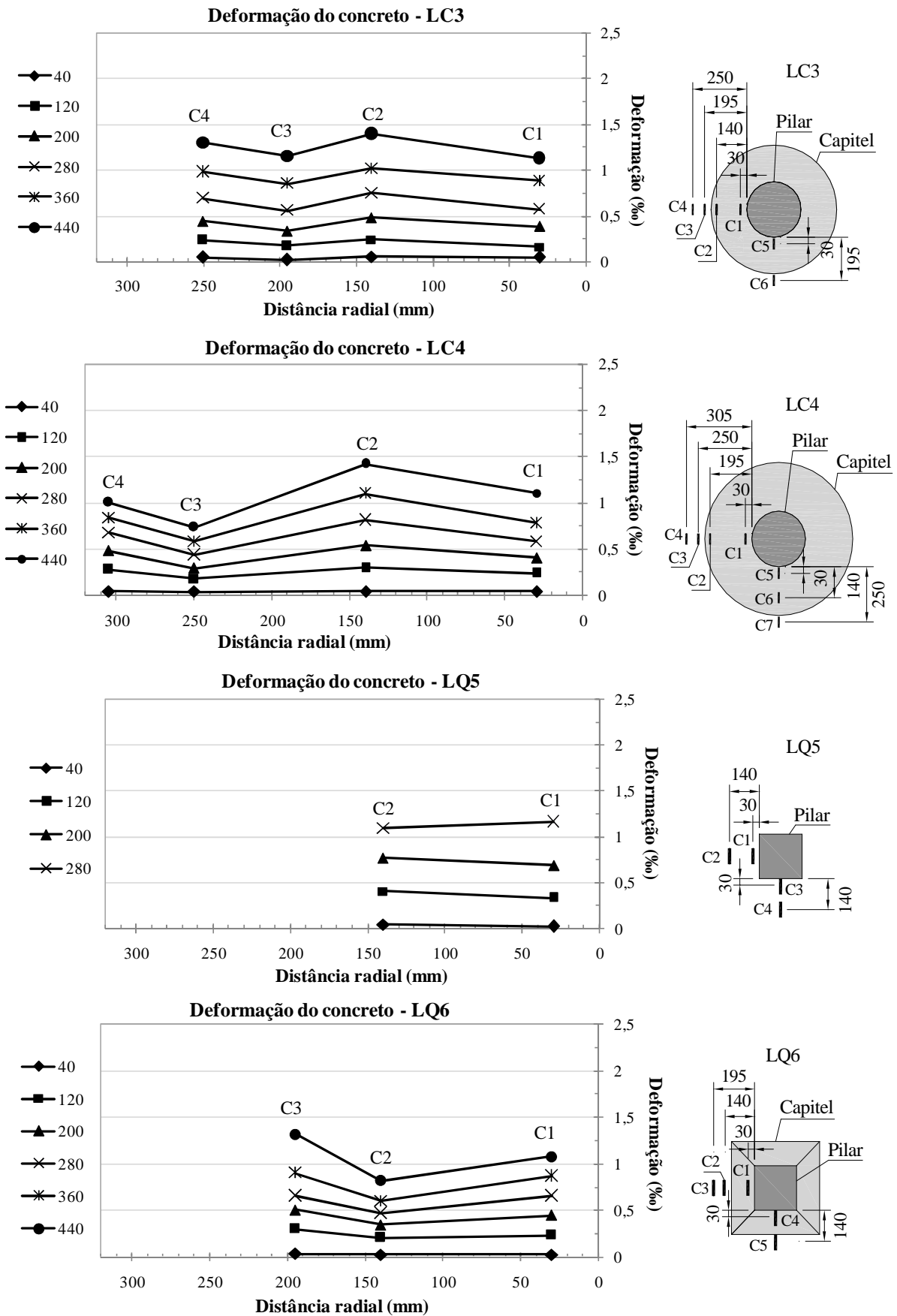


Figura 4.11 – Deformação tangencial do concreto em função da distância radial do eixo central das lajes LC3, LC4, LQ5 e LQ6

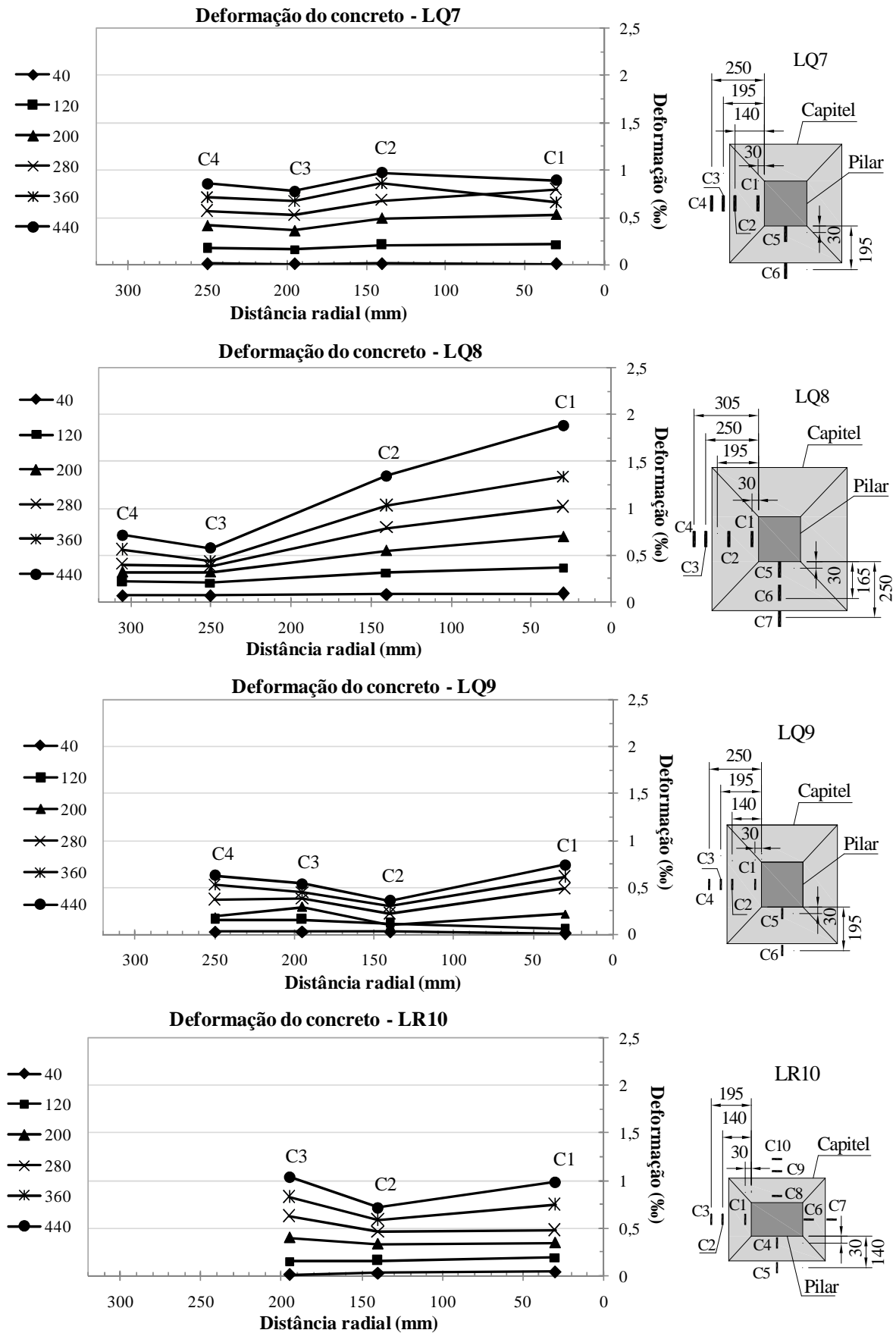


Figura 4.12 – Deformação tangencial do concreto em função da distância radial do eixo central das lajes LQ7, LQ8, LQ9 e LR10

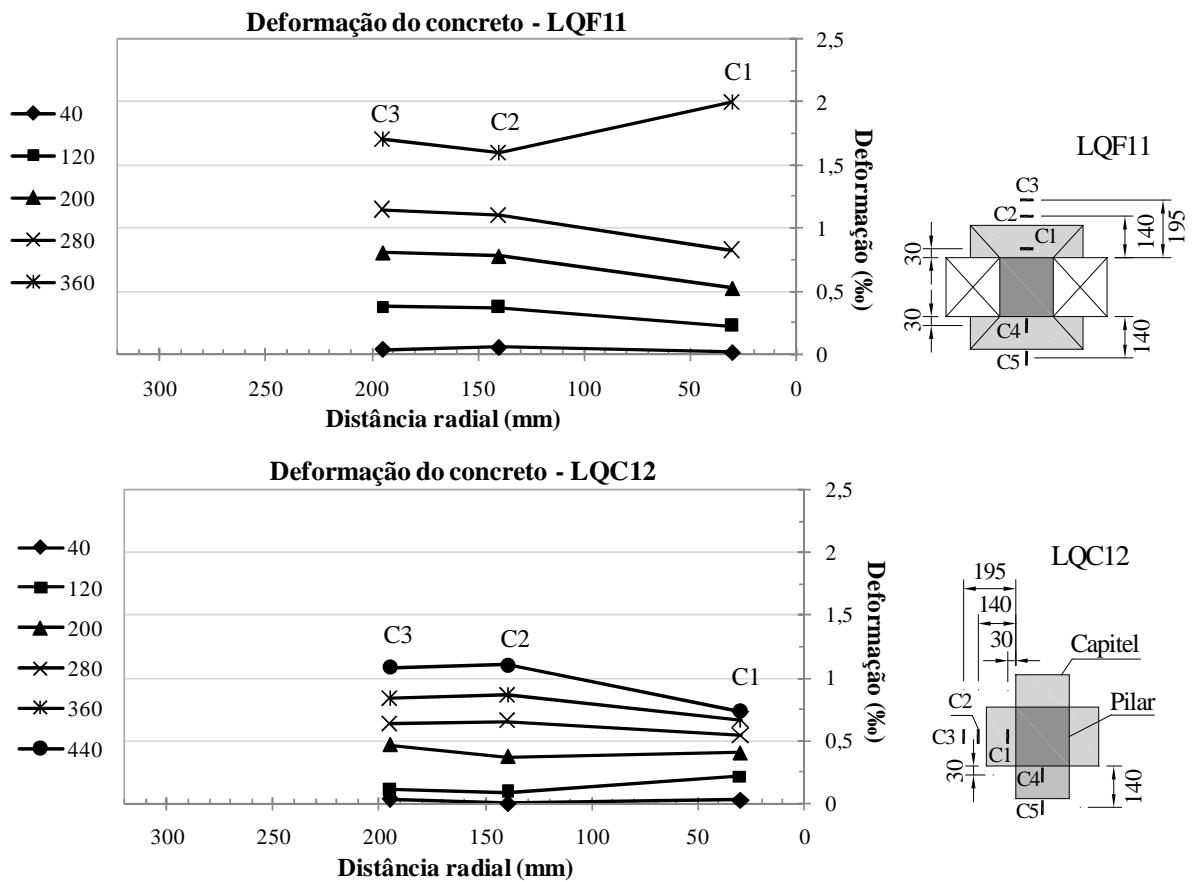


Figura 4.13 – Deformação tangencial do concreto em função da distância radial do eixo central das lajes LQF11 e LQC12

As Figuras 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 e 4.18, apresentam gráficos com a curva Carga-Deformação, referente a deformações tangenciais e radiais ocorridas no concreto, medidas ao redor dos pilares, dentro e fora da área dos capitéis. Percebe-se que as lajes sem capitel, apresentaram deformações maiores que as lajes com capitel, para o mesmo nível de carregamento, principalmente em relação às deformações tangenciais.

A laje LQ9, com capitel mais espesso, e uma relação  $h_H/l_H$  de 1:1,5, apresentou as menores deformações tangenciais entre as lajes ensaiadas: um motivo provável pode ser o aumento da espessura do capitel, que proporcionou maior capacidade de carga, porém, menor ductilidade. Observa-se que a laje LQC12 apresentou a maior deformação radial de compressão entre todas as lajes, tanto dentro como fora do capitel; a deformação de compressão chegou ao valor de 3,6%. Um motivo possível pode ser a redução da área do capitel, haja vista que este capitel era cruciforme, o que gerou uma maior concentração de tensões nas proximidades dos pilares. Pode ser observado também que, em virtude desta redução do capitel, a laje LQC12 apresentou deformações radiais maiores, para o mesmo nível de carregamento, quando comparada com a laje LQ6, que também é dotada de pilar

quadrado e de uma relação  $h_H/l_H$  do capitel de 1:2, porém, esta última apresentou deformações tangenciais mais próximas, mas ainda assim um pouco menores que as deformações da laje LQ6. Um motivo aparente para isso, seria a capacidade de carga da laje e a forma de ruptura, uma vez que a laje LQC12 rompeu com uma carga um pouco menor que a da laje LQ6, e com ruptura interna ao capitel diferente da LQ6 que apresentou ruptura externa, apesar de apresentarem comportamentos parecidos em relação a rigidez.

A laje LQF11 apresentou uma deformação tangencial de tração (extensômetro C1) próximo à carga de ruptura, deformação esta que chegou a um valor de 2‰, que pode ter sido causada pela abertura da fissura de ruína, uma vez que esta laje apresentou ruptura interna, em relação ao capitel. Este fato também foi observado na laje LQ8, porém, com deformações radiais e tangenciais, principalmente nos extensômetros mais próximos dos pilares. Outra observação para a laje LQ8 é o comportamento dos extensômetros C1 e C5, próximos ao pilar, mas dispostos de forma diferente, que apresentaram deformações muito próximas até a ruptura da laje. As lajes com capitel quadrado apresentaram deformações menores que as lajes com capitel circular para os mesmos níveis de carga, tangencial e radialmente. Percebe-se também que os extensômetros C5, que monitoram deformações radiais, das lajes LC3, LC4 e LQC12 apresentaram deformações acima de 3‰, o que pode evidenciar o início da superfície de ruptura por esmagamento do concreto.

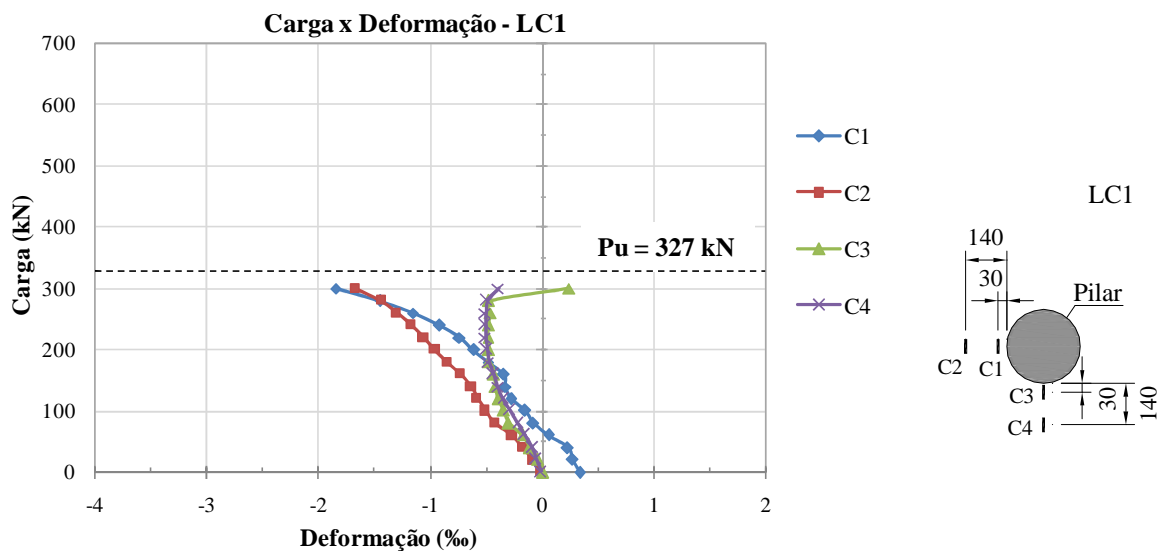


Figura 4.14 – Deformações radiais e tangenciais do concreto, nas lajes LC1

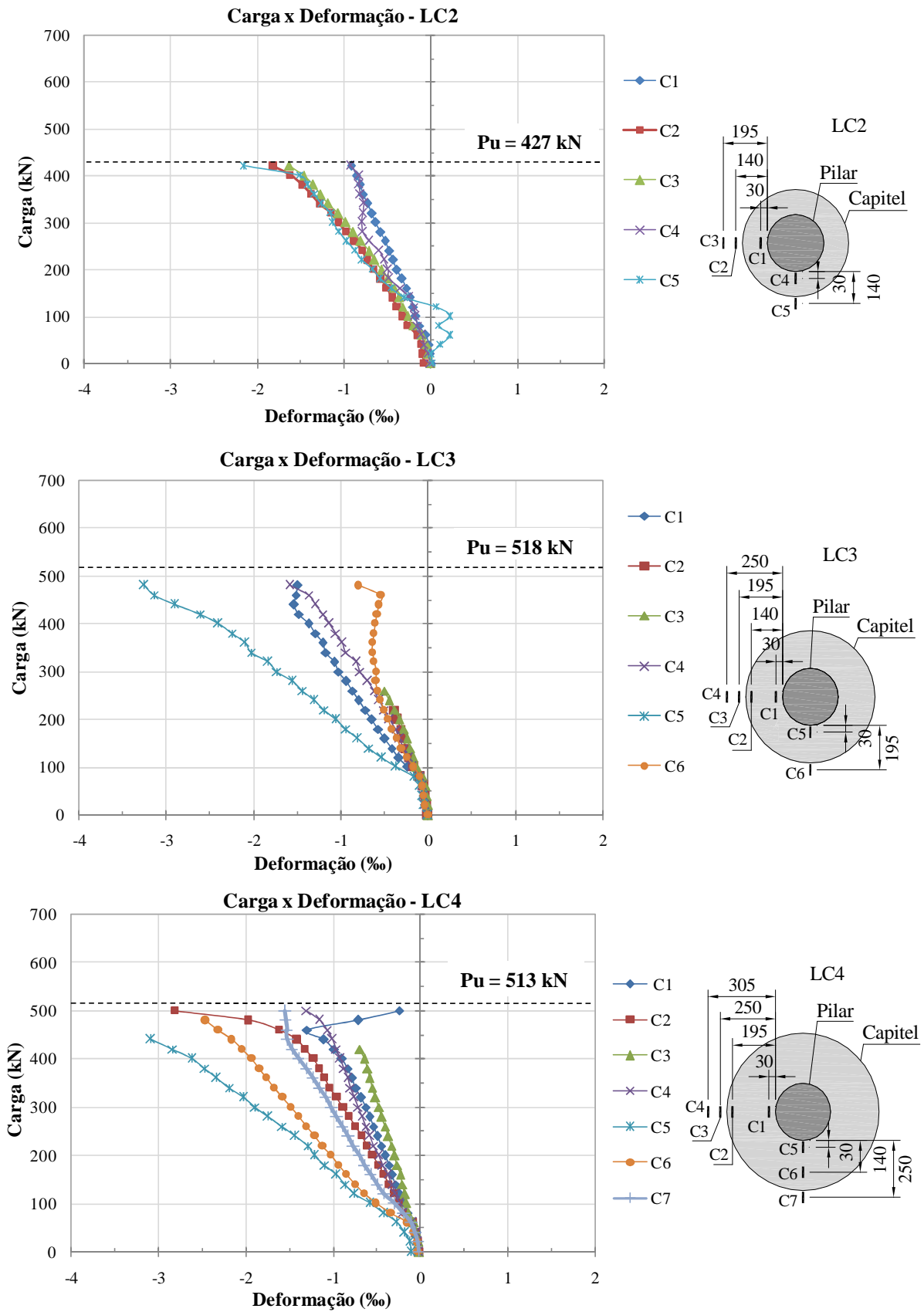


Figura 4.15 – Deformações radiais e tangenciais do concreto, nas lajes LC2, LC3 e LC4

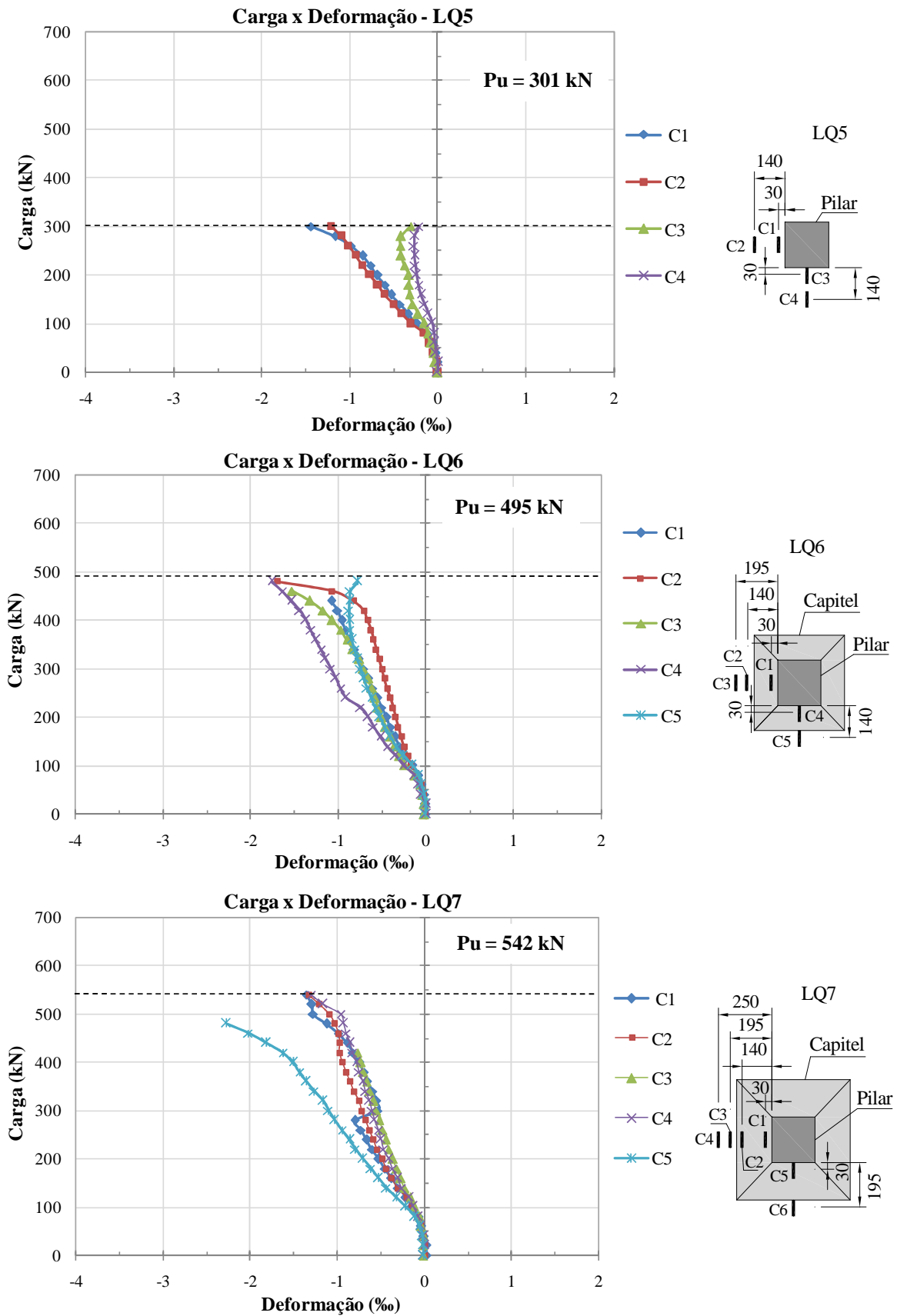


Figura 4.16 – Deformações radiais e tangenciais do concreto, lajes LQ5, LQ6 e LQ7



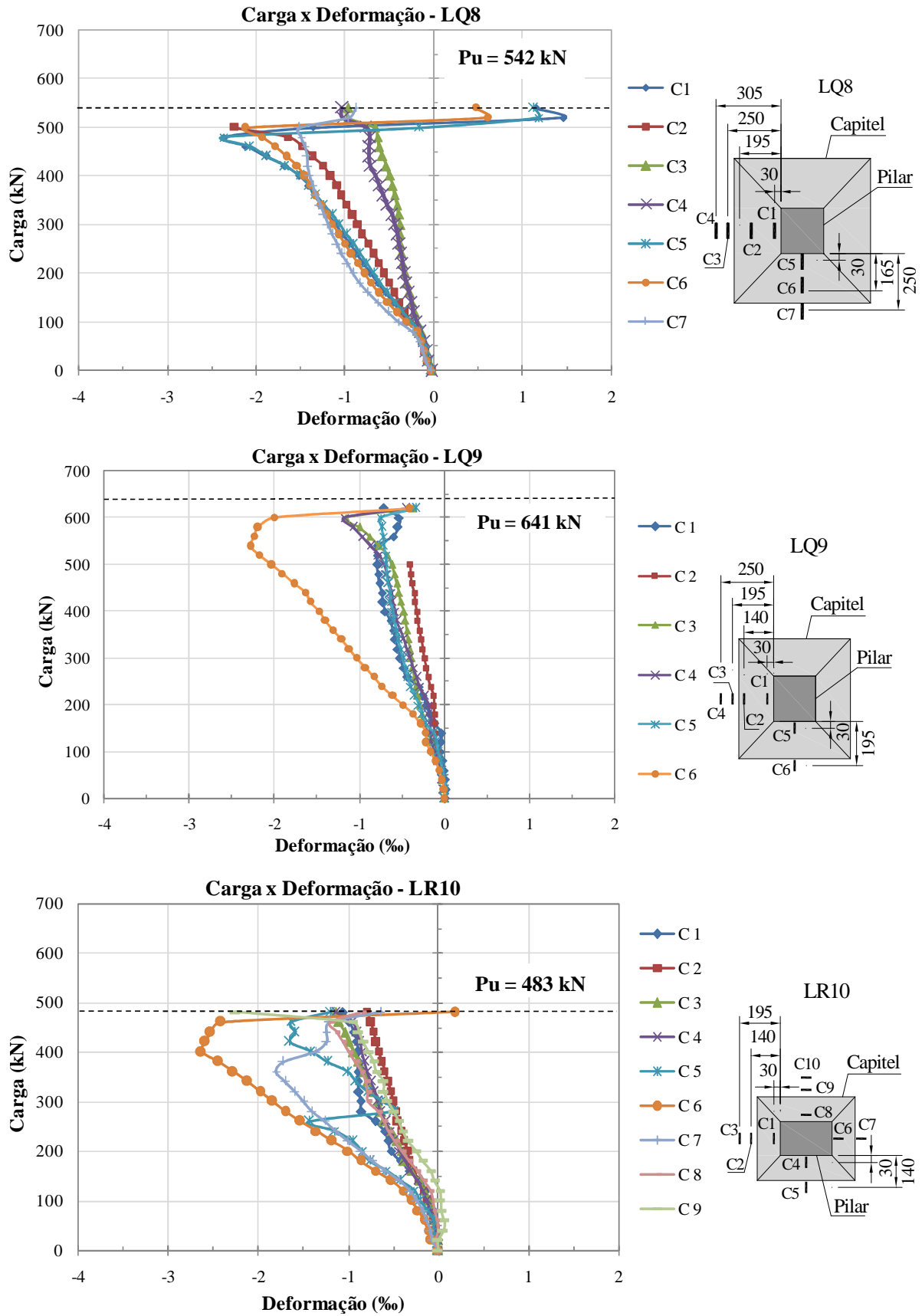


Figura 4.17 – Deformações radiais e tangenciais do concreto, lajes LQ8, LQ9 e LR10

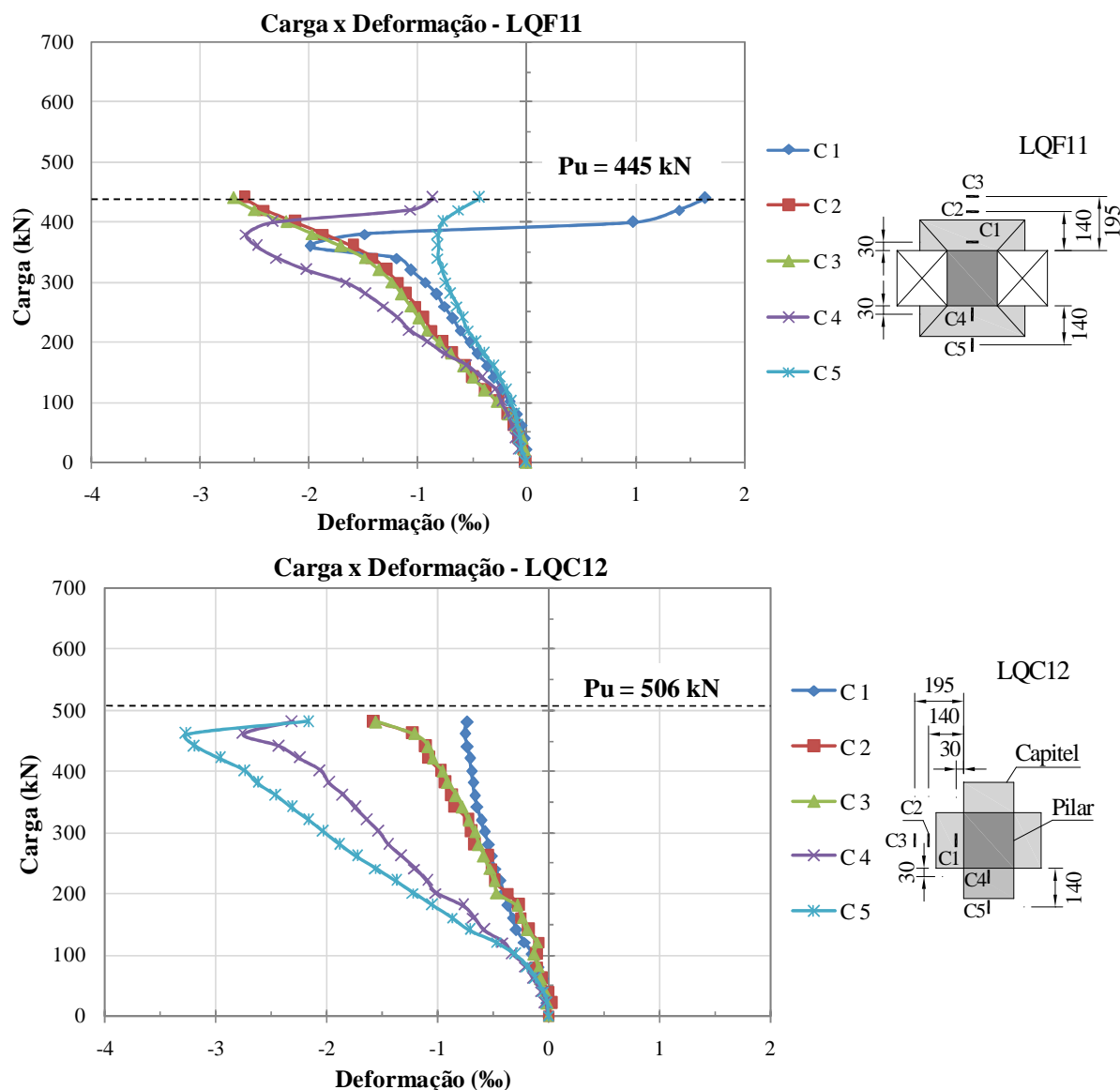


Figura 4.18 – Deformações radiais e tangenciais do concreto, nas lajes LQF11 e LQC12

### 4.3 – DEFORMAÇÕES NA ARMADURA DE FLEXÃO

O posicionamento dos extensômetros pode ser visto na Figura 3.15 do capítulo anterior. Todos os extensômetros foram fixados nos mesmos pontos das barras, para todas as lajes, com exceção dos extensômetros F1.3, F2.3 e F3.3, que variaram seu posicionamento conforme o tamanho do capitel, pois acompanharam o alinhamento do mesmo. As Figuras 4.19, 4.20, 4.21, 4.22 e 4.23 mostram os gráficos Carga x Deformação obtidos para os pontos monitorados. As lajes LC1 e LQ5 (sem capitel) apresentam barras com maiores deformações em relação às lajes com capitel, para os mesmos níveis de carregamento (Figuras 4.10, 4.11 e 4.12). Com a inclusão dos capitéis na ligação laje-pilar percebe-se uma redução nestas deformações para os carregamentos iniciais, e com o aumento na capacidade de carga em

virtude dos capitéis, estas lajes (LC2, LC3, LC4, LQ6, LQ7 e LQ8) apresentaram, em suas barras, deformações maiores para níveis mais elevados de carregamento. Verifica-se também que com o aumento dos capitéis, há uma redução nas deformações das barras, pois as lajes LC4 e LQ8 apresentam deformações menores em relação às lajes LC2, LC3, LQ6 e LQ7, para o mesmo nível de carregamento. As barras F5 e F6, em todas as lajes apresentaram deformações menores em relação às outras barras, pois ambas estavam mais próximas das bordas das lajes. E para o mesmo nível de carregamento, apresentaram maiores deformações nas lajes sem capitel (LC1 e LQ5). Porém, nas lajes com capitel é possível perceber o crescimento dessas deformações conforme foi aumentado o tamanho dos capitéis (LC2, LC3, LC4, LQ6, LQ7 e LQ8).

Comparando as lajes com pilares de seção circular e as lajes com pilares de seção quadrada, não é possível perceber uma diferença significativa de deformação no aço, porém com uma pequena tendência de aumento de rigidez das lajes com pilares quadrados. Observa-se que nas lajes com capitel as barras mais próximas dos pilares atingiram o escoamento, com deformações superiores a 2,55‰ (deformação de escoamento), e alcançando até 10‰ antes da ruptura por punção, o que proporcionou rupturas mais dúcteis. Nas lajes sem capitel (LC1 e LQ5) verificou-se deformação de no máximo 4,4‰ antes da ruptura.

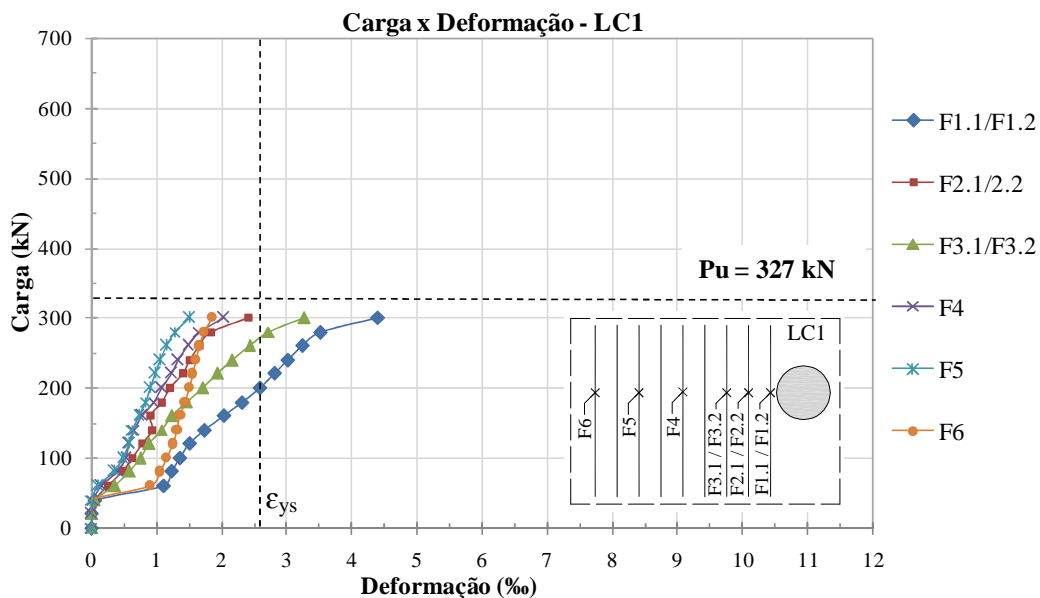


Figura 4.19 – Curva Carga-Deformação da armadura de flexão das lajes LC1

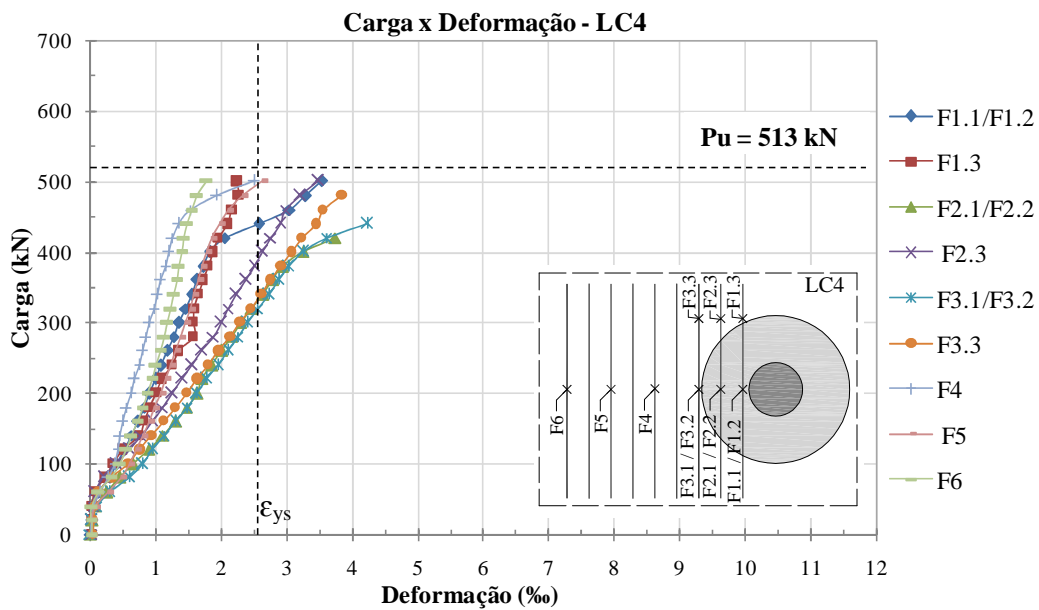
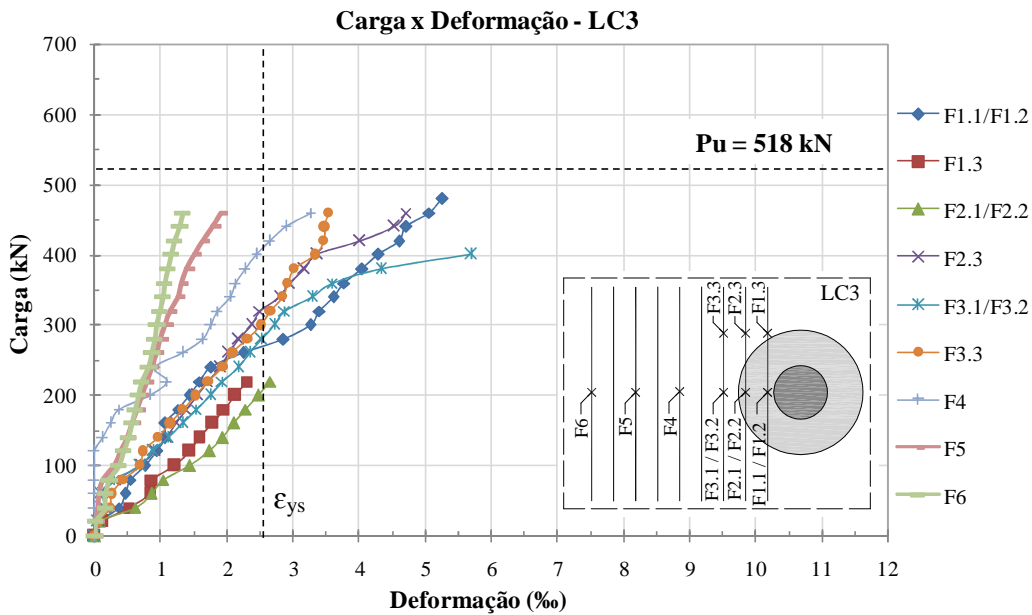
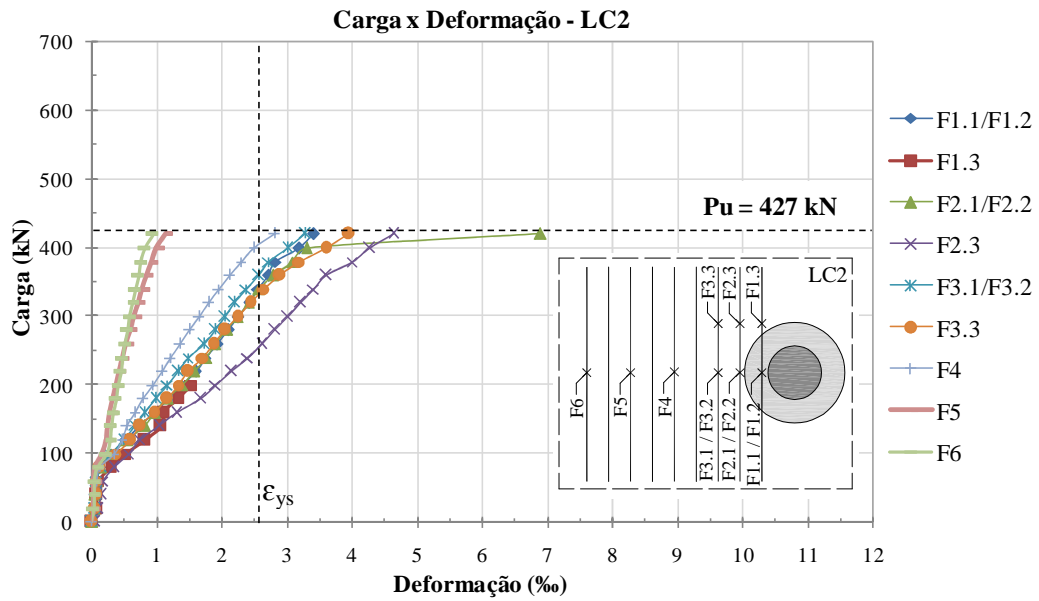


Figura 4.20 – Curva Carga-Deformação da armadura de flexão das lajes LC2, LC3 e LC4

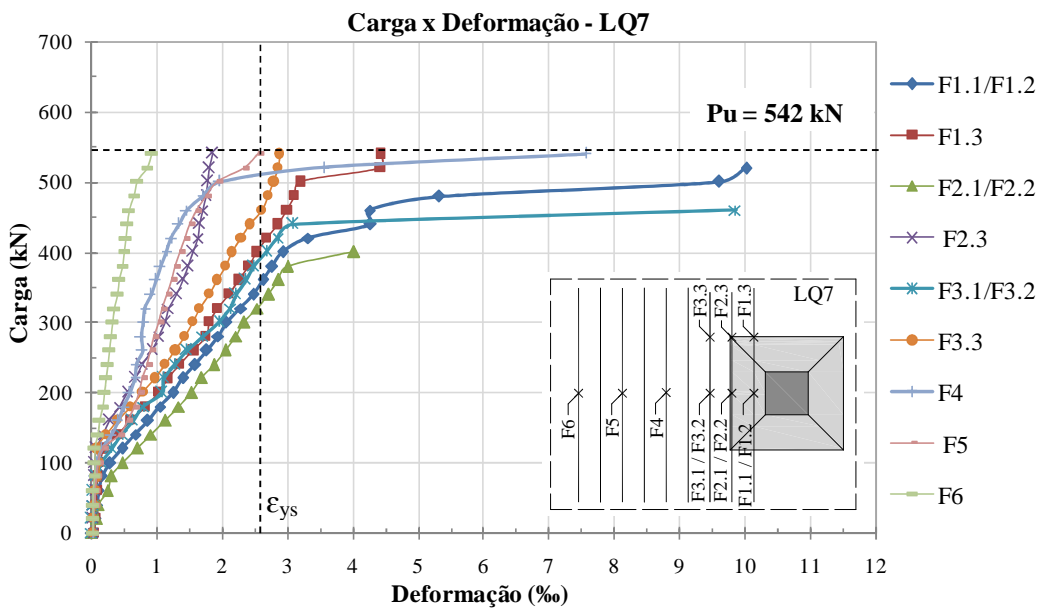
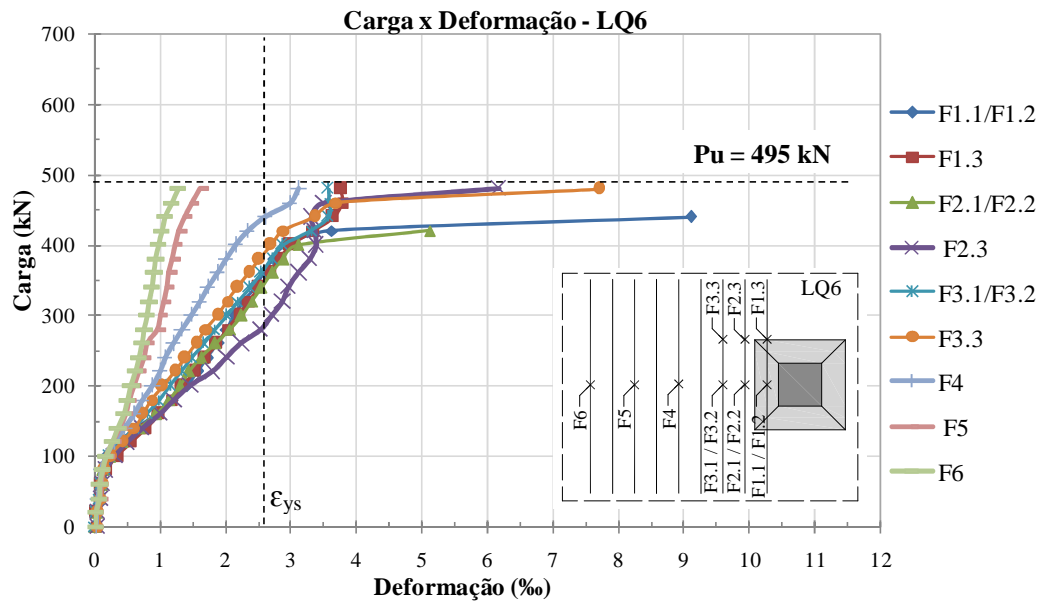
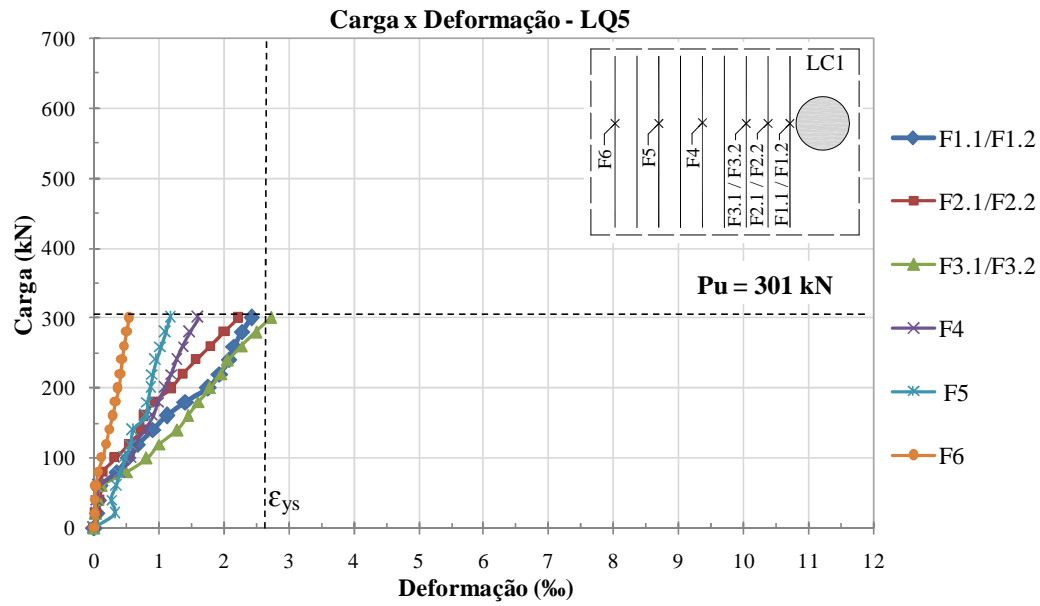


Figura 4.21 – Curva Carga-Deformação da armadura de flexão das lajes LQ5, LQ6 e LQ7

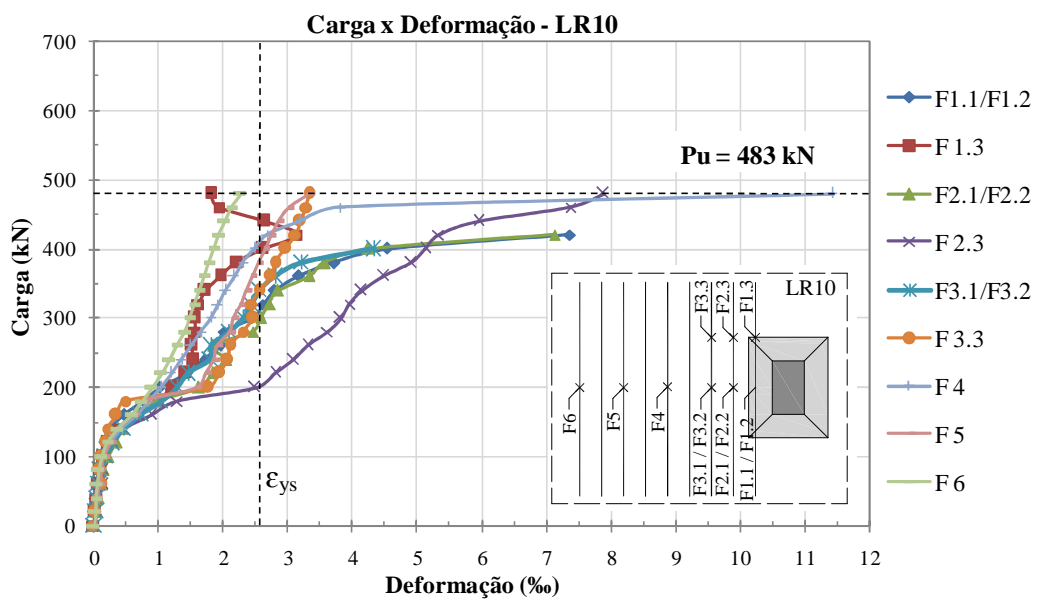
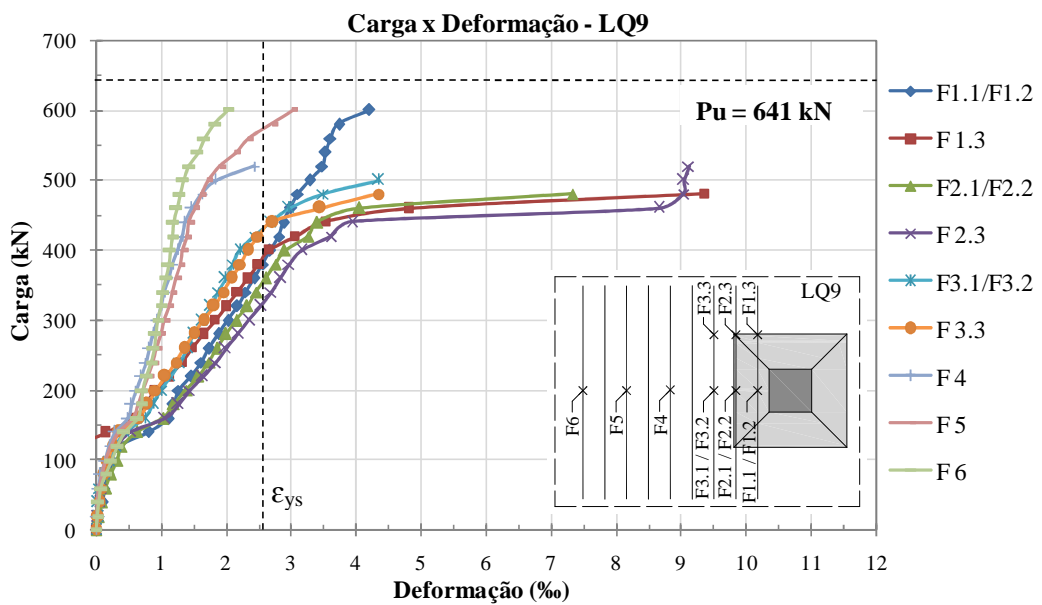
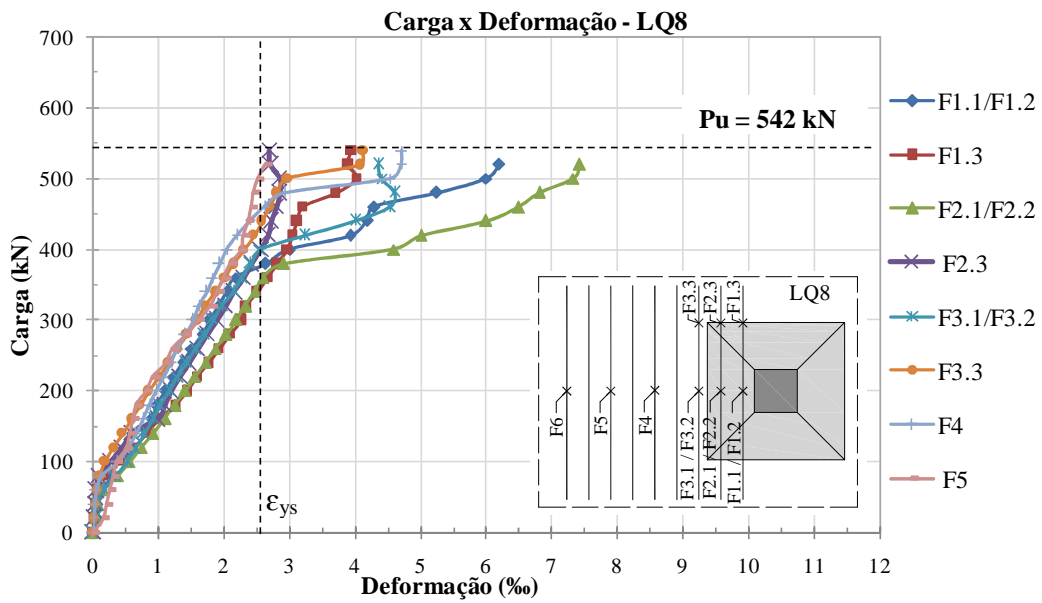


Figura 4.22 – Curva Carga-Deformação da armadura de flexão das lajes LQ8, LQ9 e LR10

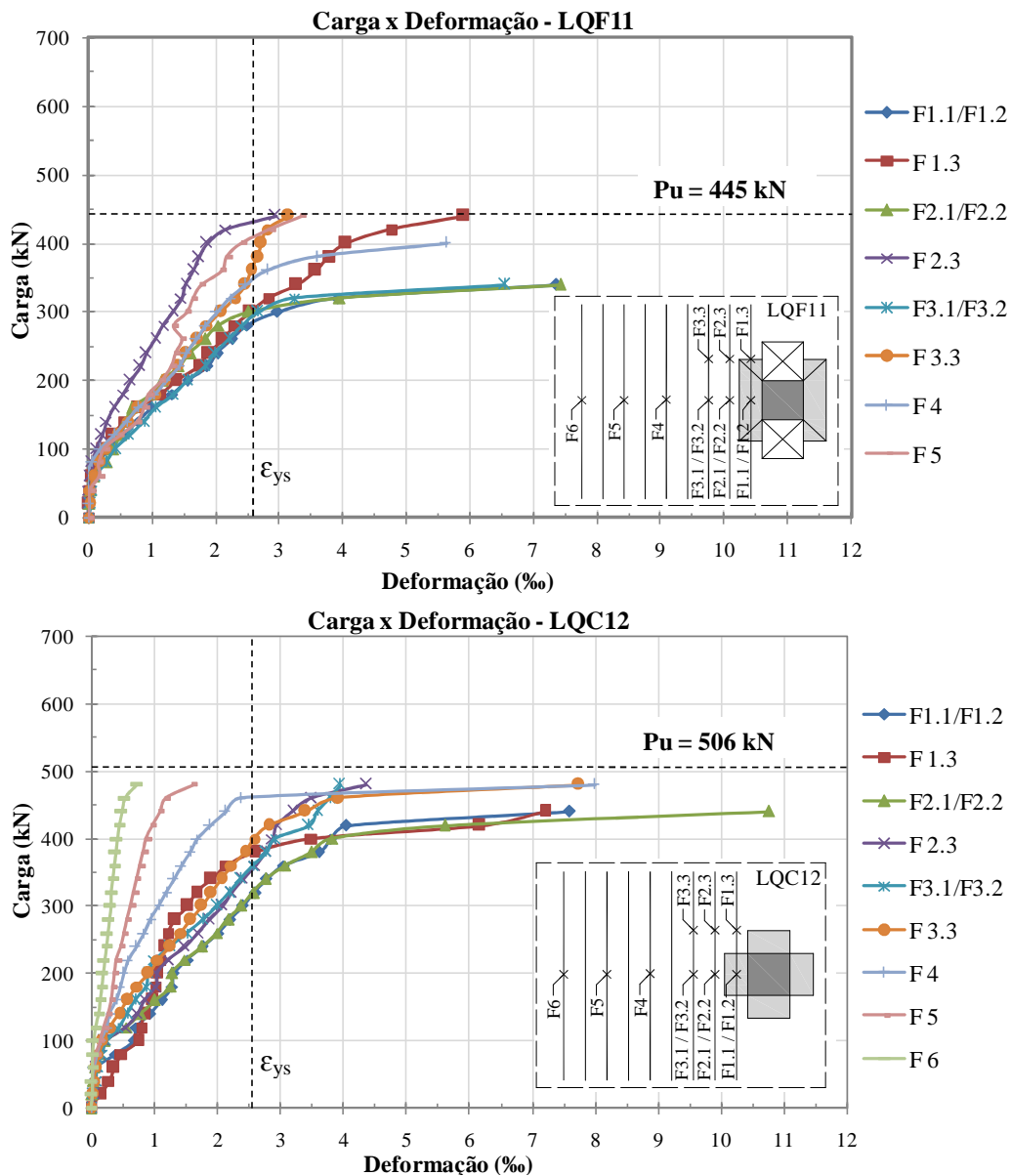


Figura 4.23 – Deformação da armadura de flexão, referente às lajes LQF11 e LQC12

#### 4.4 – MAPA DE FISSURAÇÃO

As lajes desta pesquisa apresentaram um comportamento muito parecido, em relação a fissuração: inicialmente formaram-se as fissuras radiais, próximas aos pilares, para um carregamento variando entre 60 kN, para a laje com menor carga de ruptura(LC1), e 120 kN nas lajes com maior carga de ruptura (LC4, LQ8 e LQ9 ). Com o acréscimo de carga, essas fissuras foram se alongando e aproximando-se das bordas, surgindo então as fissuras tangenciais, com cargas entre 120 e 160 kN, e por volta de 75 % da carga de ruptura não havia mais o surgimento de novas fissuras: As aberturas destas mesmas fissuras aumentavam até a ruptura das lajes. As Figuras 4.24, 4.25, 4.26, 4.27, 4.28, 4.29 e 30 apresentam as

configurações típicas de fissuração durante os ensaios, de todas as lajes testadas. Observou-se também que a seção transversal dos pilares e dos capitéis (circular, quadrado e retangular) influenciou no surgimento e desenvolvimento das fissuras nos níveis iniciais de carregamento, havendo uma estabilização entre as mesmas para os carregamentos finais e proximidade da carga de ruptura.



Figura 4.24 - Fissuras da laje LC1 (com pilar circular, mas sem capitel)



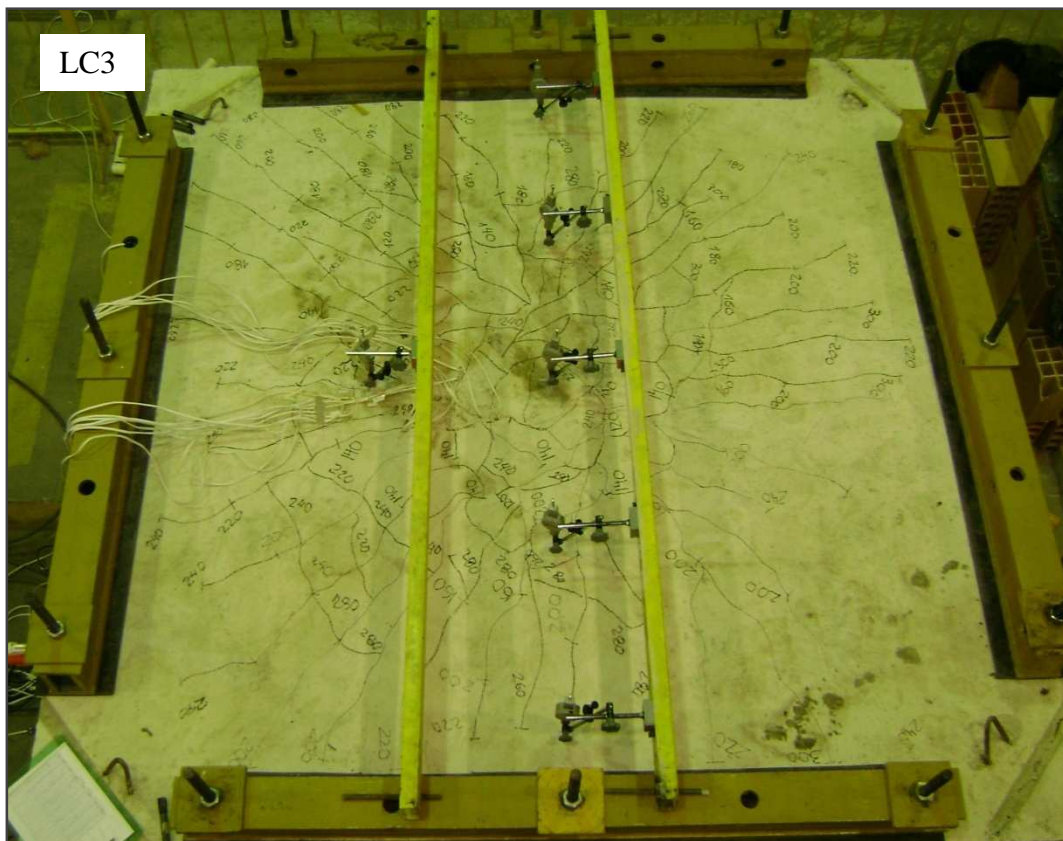
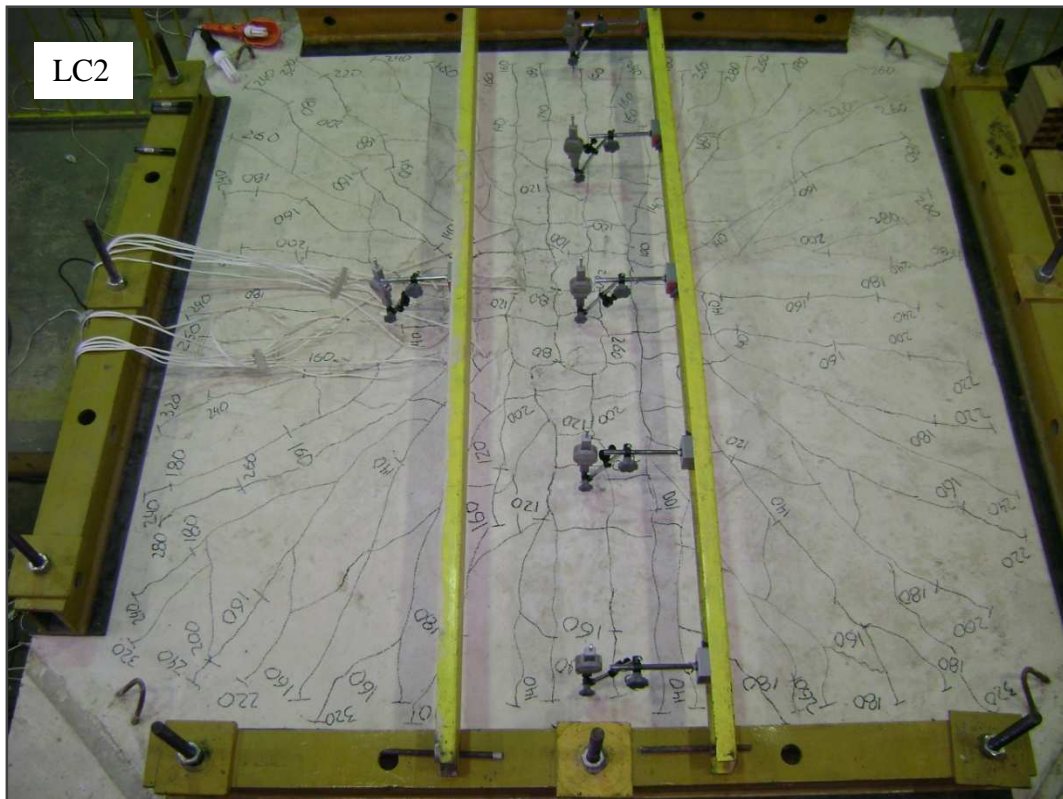


Figura 4.25 - Fissuras da laje LC2 (com capitel circular e relação  $h_H/l_H$  de 1:2) e LC3 (com capitel circular e relação  $h_H/l_H$  de 1:3 )

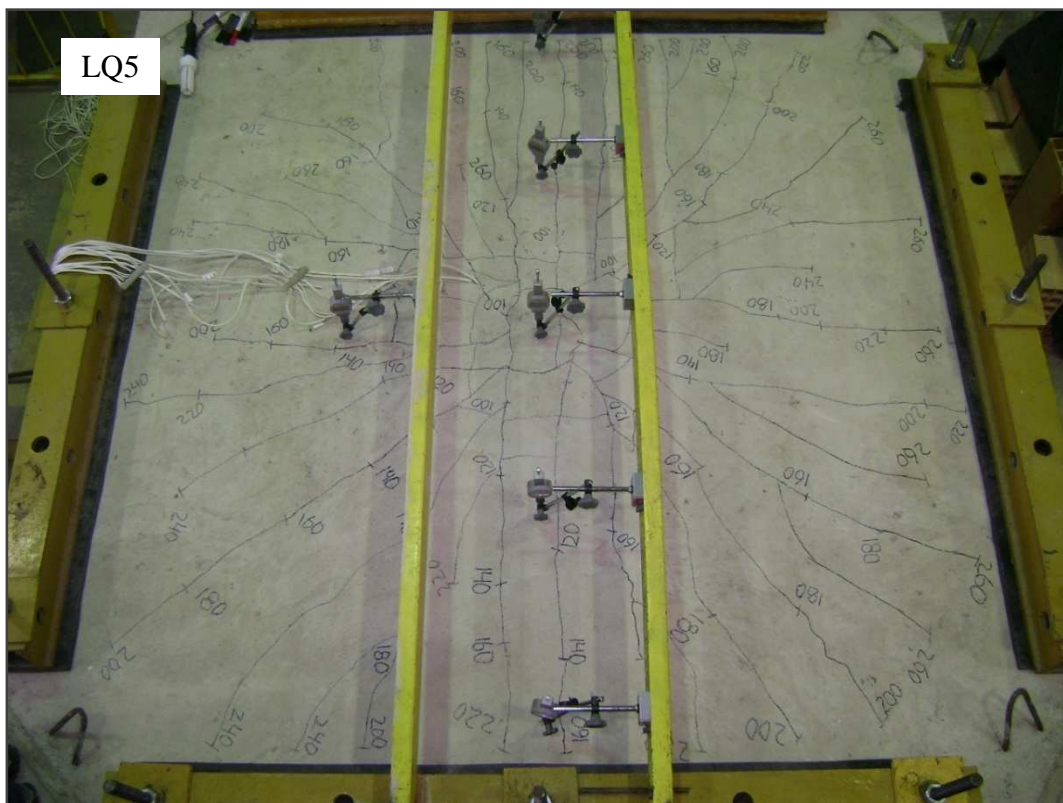


Figura 4.26 - Fissuras da laje LC4 (com capitel circular e relação  $h_H/l_H$  de 1:4) e LQ5 (com pilar quadrado e sem capitel)



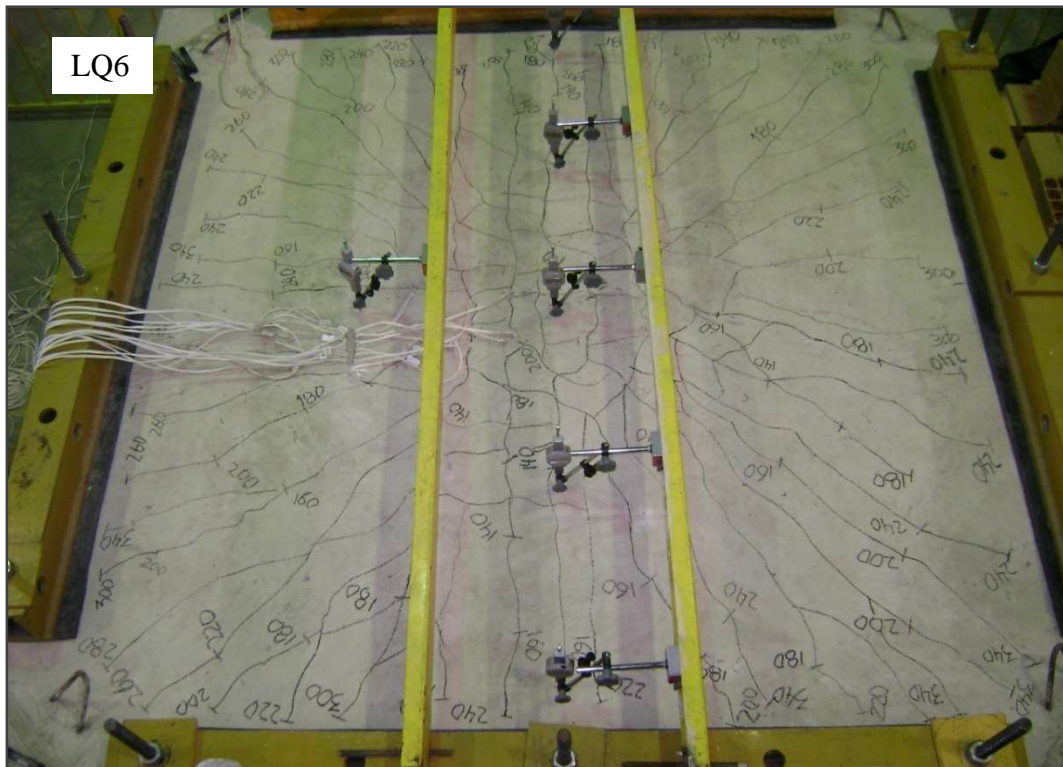


Figura 4.27 - Fissuras da laje LQ6 (com capitel quadrado e relação  $h_H/l_H$  de 1:2) e LQ7 (com capitel quadrado e relação  $h_H/l_H$  de 1:3)

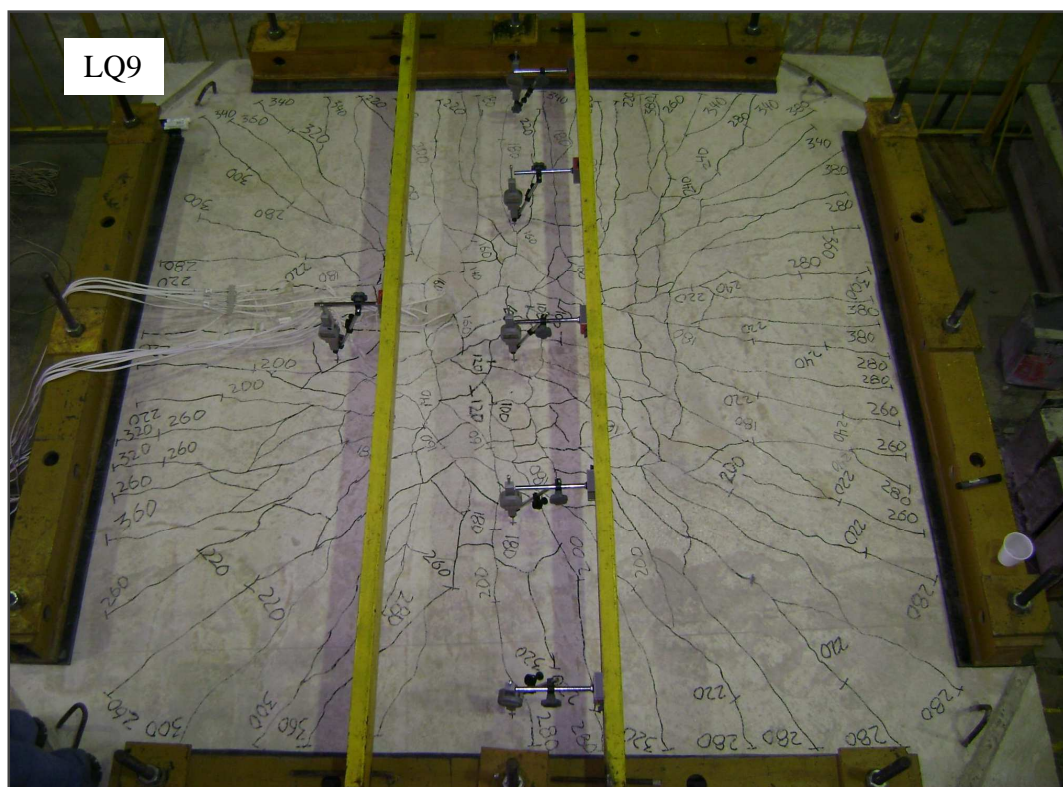
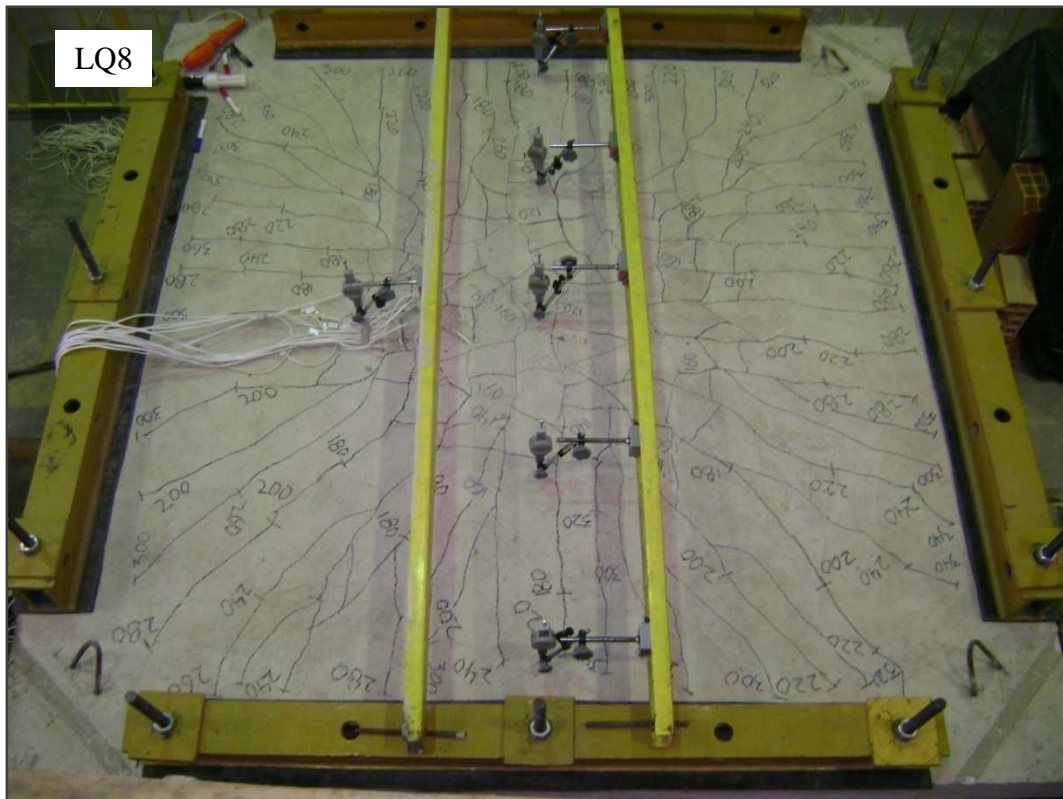


Figura 4.28 – Fissuras da laje LQ8 (com capitel quadrado e relação  $h_H/h_H$  de 1:4) e LQ9 (com capitel quadrado e relação  $h_H/h_H$  de 1:1,5)



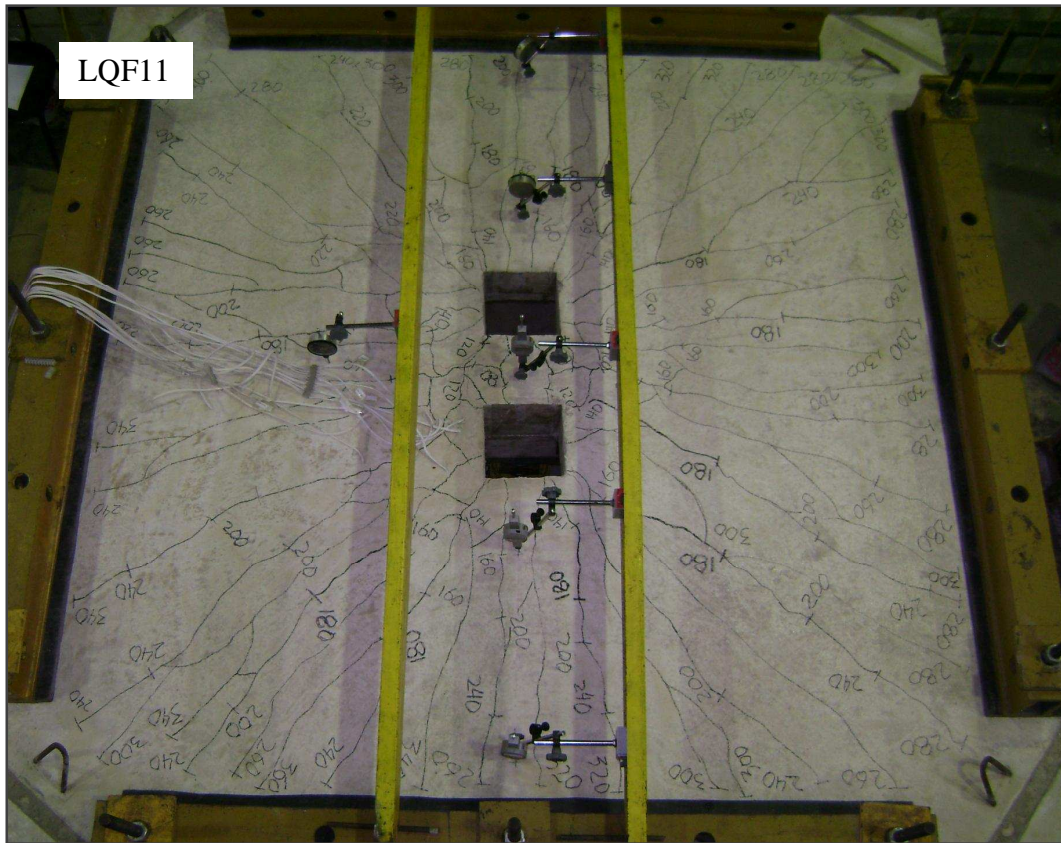
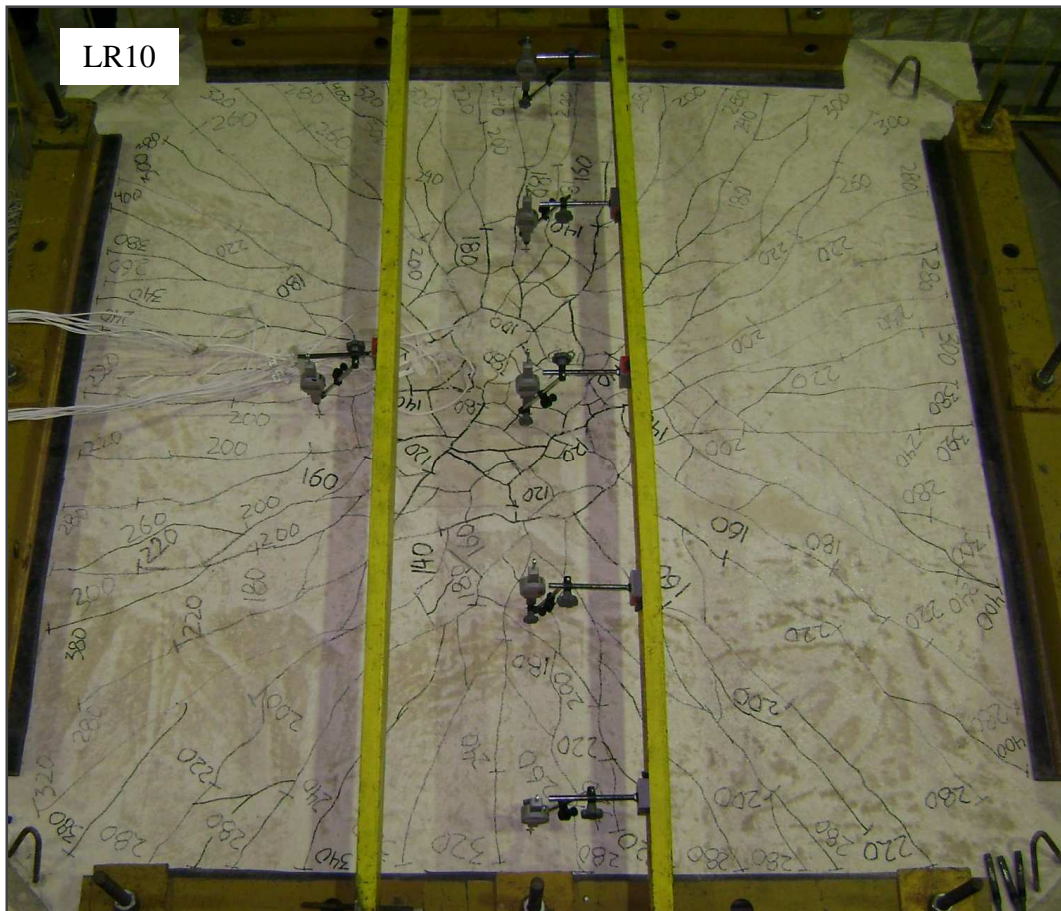


Figura 4.29 - Fissuras da laje LR10 (com capitel retangular e relação  $h_H/l_H$  de 1:2) e LQF11 (com capitel quadrado, relação  $h_H/l_H$  de 1:2 e com furos)





Figura 4.30 - Fissuras da laje LQC12 (com capitel cruciforme e relação  $h_H/l_H$  de 1:2)

#### 4.5 – CARGAS DE FISSURAÇÃO E DE RUPTURA

A Tabela 4.2 apresenta os resultados obtidos nos ensaios das lajes para as cargas de fissuração ( $P_{fis}$ ), observada visualmente, e de ruptura à punção ( $P_u$ ), além de outros parâmetros importantes que influenciam nestes resultados. Com relação à carga de fissuração ( $P_{fis}$ ) observada visualmente nos ensaios, pode-se dizer que provavelmente a laje LC3, pertencente a primeira série havia fissurado antes das fissuras terem sido observadas visualmente durante os ensaios, pois não há justificativa aparente para a carga de fissuração dessa laje ter sido de 120 kN, em comparação com 60 kN ou até 80 kN das outras lajes, considerando-se que a resistência do concreto de todas as lajes é praticamente a mesma. Para as lajes da segunda série a carga de fissuração já apresenta-se mais uniforme com uma diferença de no máximo 20 kN, uma vez que a laje LQ5 iniciou sua fissuração com uma carga de 100 kN e as outras da mesma série com 120 kN. Porém, comparando-se as lajes da primeira e segunda série, percebe-se uma diferença deste carregamento, que pode ter sido provocada pelo aumento da resistência do concreto, uma vez que o  $f_c$  das lajes da primeira

série é em média de 32 MPa, enquanto que o concreto das lajes da segunda série chegaram a uma média de 37,5 MPa.

Tabela 4.2 – Cargas de fissuração e de ruptura

Laje	C (mm)	h <sub>H</sub> (mm)	h <sub>H</sub> (mm)	h <sub>S</sub> (mm)	h <sub>H</sub> / h <sub>H</sub>	d (mm)	ρ (%)	Idades (dias)	f <sub>c</sub> (Mpa)	P <sub>ris</sub> (kN)	P <sub>u</sub> (kN)
LC1	250	-	-	-	-	111,5	1,04	101	31	60	327,0
LC2		55	110		1:2	112,5	1,03	103		80	427,0
LC3			165		1:3	110,5	1,05	107	33	120	518,5
LC4			220		1:4			109		80	513,5
LQ5	200	-	-	-	-	109,5	1,06	80	37	100	301,0
LQ6		55		110	1:2	112,5	1,03	83		120	495,0
LQ7				165	1:3	111,5	1,04	86	38		542,0
LQ8				220	1:4	110,5	1,05	90			
LQ9	200	110	-	165	1:1,5	110,5	1,05	49	45,4	100	641,0
LR10	150 x 250	55		110	1:2	111,5	1,04	52		80	483,0
LQF11	200			109,5		1,06	58	46,7	445,0		
LQC12				112,5		1,03	61		100	506,0	

Os resultados de carga última de punção entre as lajes da primeira série, com pilares circulares, apresentam variação de até 58,5% (LC1 a LC3). Esta variação é atribuída ao acréscimo dos capitéis e ao aumento destes capitéis, uma vez que a laje LC1 não tem capitel e as lajes LC2, LC3 e LC4 tiveram seus capitéis adicionados e variadas a sua relação espessura/comprimento de 1:2 a 1:4, como mostra a tabela acima. Percebe-se um ganho na carga de ruptura entre a laje LC1 e a laje LC2 de aproximadamente 30%, tendo a laje LC2 o menor capitel, com relação 1:2, como é recomendado por norma (EC2 e NBR6118). Para a laje LC3, com relação de 1:3, percebe-se um ganho de carga de 21% para a laje LC2 e de 58% para a laje LC1, sem capitel. Porém, a laje LC4 não melhorou em desempenho, quanto a carga de ruptura, em relação a laje LC3, uma vez que obteve praticamente a mesma  $P_u$ .

Para as lajes da segunda série, com pilares quadrados, observa-se comportamento parecido entre as 4 lajes, em relação a primeira série, porém com valores distintos. A laje LQ6 (com menor capitel) apresentou um ganho na capacidade de carga de 64% em relação à laje LQ5 (sem capitel). Já a laje LQ7 (com capitel de relação 1:3) apresentou em relação à laje LQ6 um ganho de aproximadamente 10% e para a laje LQ5 um aumento de 80% na carga de ruptura. E assim como a série anterior, a laje LQ8, com capitel de relação 1:4, não melhorou sua capacidade de carga em relação às lajes da mesma série, e rompeu com a mesma carga apresentada pela laje LQ7. Com isso, então observa-se que para lajes com

capitel o melhor comportamento, quanto à capacidade de carga, foi nas lajes com relação  $h_H/l_H$  de 1:3. Percebe-se também que as lajes que apresentavam capitéis com inclinação inferior a  $18,4^\circ$ , ou seja, com relação  $h_H/l_H$  de 1:4, mostraram ganho em rigidez, motivados pelo aumento do comprimento do capitel ( $l_H$ ), porém mesma capacidade de carga, em relação as lajes com capitéis de relação  $h_H/l_H$  de 1:3, uma vez que foi mantida a espessura do capitel ( $h_H$ ) para ambos.

Comparando-se as lajes da primeira série ( pilar de seção circular) e as lajes da segunda série (seção quadrada), observa-se uma diferença muito pequena na carga de ruptura. As lajes com capitéis de seção quadrada apresentaram um aumento de carga de no máximo 15% em relação às lajes com capitéis de seção circular, o que pode ser explicado pelo aumento da resistência do concreto, uma vez que o concreto fornecido para as lajes da segunda série atingiu maior  $f_c$  que a série anterior, assim como pelo aumento do perímetro de controle das lajes com seção quadrada em virtude da mudança geométrica da seção transversal dos pilares.

Quanto às lajes da terceira série, é possível observar que apresentaram um comportamento muito próximo das lajes da segunda série. A laje LR10, com pilar retangular e capitel com relação espessura/comprimento de 1:2, obteve um carga de ruptura praticamente igual a laje LQ6, com capitel quadrado e relação 1:2. O mesmo comportamento observou-se com a laje LQC12, com capitel cruciforme e relação 1:2, para o ponto de vista da carga de ruptura. Já a laje LQF11, apresentou uma capacidade portante 10% abaixo que a laje LQ6, o que pode ser explicado pela presença dos furos, mas mesmo assim não se pode considerar um comportamento ruim, diante da dimensão dos furos junto aos pilares. A laje LQ9, com capitel quadrado e relação espessura/comprimento de 1:1,5, se comparada com a laje LQ7, é possível perceber um ganho na capacidade de carga de 18%, fato que pode ser atribuído ao aumento da espessura do capitel, e em relação a laje LQ5, sem capitel, um acréscimo em capacidade resistente de aproximadamente 112%.

#### **4.6 – MODOS DE RUPTURA OBSERVADOS**

Na tabela 4.4 abaixo, apresenta-se os modos de ruptura observados nas lajes. E no sentido de melhorar esta análise serão comparadas as cargas de ruptura experimental com as cargas de ruptura por flexão estimada (Tabela 4.3), utilizando o critério das linhas de ruptura, como mostrado no Capítulo 2 e usando as equações 2.15 e 2.16, assim como o que foi observado em relação à deformação das lajes e da armadura de flexão. As lajes lisas têm



como modo de ruptura mais comum a ruptura por punção, que se caracteriza pela fragilidade, porém pode apresentar outras duas formas de ruptura que são: flexo-punção ou flexão. Rupturas estas mais dúcteis que a anterior, que apresentam sinais que antecedem o colapso da ligação, e acontecem com uma carga acima da carga esperada para a punção. Apesar de todas as lajes terem rompido por punção, observou-se claramente durante a realização dos ensaios, rupturas distintas com relação à ductilidade.

Tabela 4.3 – Resistência para ruptura a flexão

Laje	$l_H$ ou $l_{H_s}$ (mm)	R (mm)	$r_p$ (mm)	d (mm)	$f_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	$m_u$ (N.mm/mm)	$P_{flex}$ (kN)
LC1	-	1300	1200	111,5	31	1,04	64400,7	489,3
LC2	110			112,5		1,03	64977,3	550,0
LC3	165			110,5	33	64980,2	583,3	
LC4	220					63827,0	609,8	
LQ5	-			109,5	37	1,06	63255,4	469,7
LQ6	110			112,5		1,03	64985,1	541,6
LQ7	165			111,5	38	1,04	64409,6	562,7
LQ8	220			110,5		1,05	63833,1	592,5
LQ9	165			110,5	45	1,05	63839,2	557,7
LR10	110			111,5		1,04	64415,7	518,4
LQF11				109,5	46	1,06	63263,5	527,3
LQC12				112,5		1,03	64993,0	541,7

As lajes sem capitel apresentaram uma ruptura mais frágil, brusca e com pouca deformação da armadura de flexão, ou seja, ruptura por punção. Porém, as lajes com capitel, apresentaram uma ruptura mais dúctil que as lajes sem capitel, com deformações maiores na armadura de flexão e com cargas de ruptura acima do que foi calculado como carga de ruptura usando as recomendações normativas (EC2, 2004). E estas cargas também estão bem próximas ao que foi estimado para cargas para ruptura por flexão, por isso, entende-se que estas romperam por flexo-punção. Com exceção das lajes LC2 e LQF11, que mesmo apresentando capitel, obtiveram um comportamento mais frágil, a segunda em função dos furos próximos ao pilar e resultou na ruptura por punção, abaixo do estimado por norma (EC2, 2004). Desta forma, no sentido de facilitar este entendimento, para a determinação do modo de ruptura das lajes admitiu-se que seria considerado ruptura por Punção os casos em que a relação  $P_u/P_{flex}$  tenha valor de até 0,84, seria Flexo-Punção quando a relação de  $P_u/P_{flex}$  atingir valores entre 0,85 e 1,1 e ruptura por flexão com valores acima de 1,1.

Tabela 4.4 – Modo de ruptura das lajes

Laje	C (mm)	h <sub>H</sub> (mm)	h <sub>H</sub> (mm)	d (mm)	f <sub>c</sub> (MPa)	ρ (%)	P <sub>u</sub> (kN)	V <sub>Rc</sub> (kN) EC2	P <sub>flex</sub> (kN)	P <sub>u</sub> / P <sub>flex</sub>	Modo de Ruptura
LC1	250	-	-	111,5	31	1,04	327,0	326,4	489,3	0,67	<b>P</b>
LC2		55	110	112,5		33	1,03	427,0	432,9	550,0	
LC3			165		518,5			494,9	583,3	0,89	<b>FP</b>
LC4			220	110,5	513,5	540,2	609,8	0,84			
LQ5	200	-	-	109,5	37	1,06	301,0	342,5	469,7	0,64	<b>P</b>
LQ6		55	110	112,5		38	1,03	495,0	491,5	541,6	
LQ7			165	111,5	1,04						542,0
LQ8			220	110,5		1,05	614,7	592,5	0,91		
LQ9	200	110	165	110,5	45	1,05	641,0	591,0	557,7	1,15	<b>F</b>
LR10	150 x 250	55	110	111,5		1,04	483,0	446,0	518,4	0,93	<b>FP</b>
LQF11	200			109,5	1,06	445,0	453,0	527,3	0,84	<b>P</b>	
LQC12				112,5							1,03

**P** - Ruptura por Punção.

**FP** - Ruptura por Flexo-Punção.

**F** - Flexão.

Na intenção de possibilitar uma melhor visualização dos modos de ruptura observados nas lajes, apresenta-se na Figura 4.31 gráficos da relação  $P_{flex}/V_{Rc}$  versus  $l_H/h_H$  referentes às mesmas lajes. Nestes gráficos observa-se que entre as lajes LC1 e LC2 da primeira série, apesar de ficarem próximas a região de incerteza, apresentaram ruptura por punção, a laje LC3 ruptura por flexo-punção e a laje LC4, por mais que esteja um pouco fora da região de incerteza, acredita-se que tenha apresentado também uma ruptura por flexo-punção, uma vez que experimentalmente observou-se um comportamento muito próximo em relação a carga de ruptura entre ela e a laje LC3, assim como pela deformação observada em sua armadura de flexão.

Em relação às lajes da segunda série observa-se que a laje LQ5 claramente apresentou ruptura por punção, as lajes LQ6 e LQ7, dentro da região de incerteza, ruptura por flexo-punção e a laje LQ8 também com ruptura por flexo-punção, pelos mesmos motivos mencionados para a laje LC4, uma vez que a mesma apresenta comportamento muito próximo da laje LQ7. Quanto as lajes da terceira série percebe-se que a laje LQF11, apesar do bom desempenho, apresentou ruptura por punção, as lajes LR10 e LQC12 com ruptura por flexo-punção e a laje LQ9 com melhor desempenho entre todas as outras, apresentou ruptura por flexão.

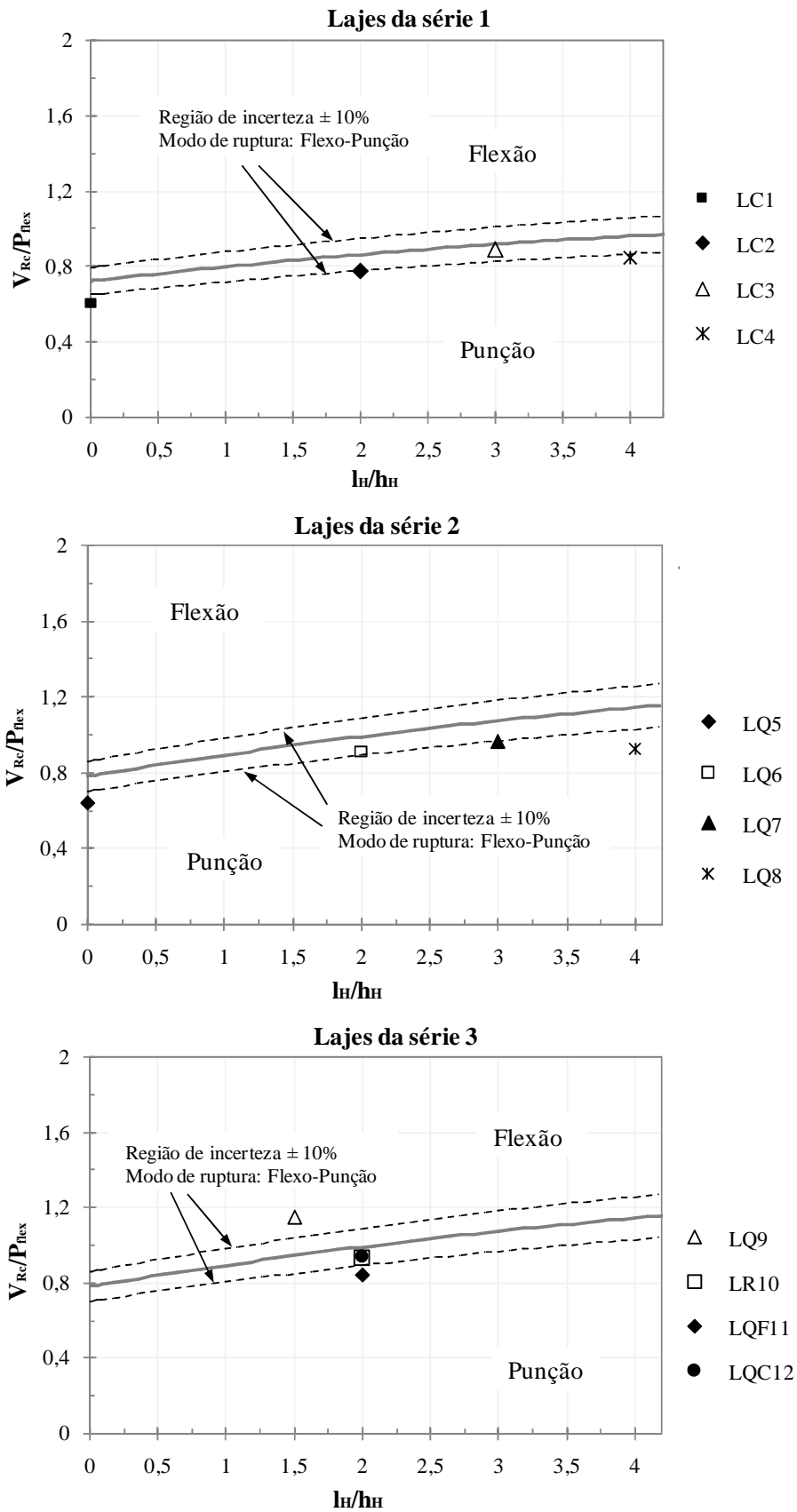


Figura 4.31 – Gráficos para análise do modo de ruptura das lajes

#### 4.7 – SUPERFÍCIE DE RUPTURA

As Figuras 4.32, 4.33 e 4.34 apresentam as superfícies de ruptura observadas nas lajes, com suas devidas inclinações, obtidas após a realização dos ensaios e com a retirada do concreto desagregado na região do cone de ruptura. As linhas cheias apresentam as superfícies externas observadas durante os ensaios enquanto que as linhas tracejadas apresentam os contornos dos pilares e dos capitéis. Observou-se que nas lajes LC1 e LQ5, sem capitel, a superfície de ruptura parte da face dos pilares, diferente das lajes LC2, LQ6 e LQ9, com capitel e com ruptura externa, a superfície de ruptura parte da extremidade do capitel. Nas lajes com capitel e relação  $h_H/l_H$  de 1:3 e 1:4 (LC3, LC4, LQ7 e LQ8), as superfícies de ruptura se apresentaram em área interna do capitel, com a fissura partindo normalmente da face do pilar. O mesmo ocorreu com as lajes LQF11 e LQC12, mesmo com relação  $h_H/l_H$  de 1:2, que pode ter sido influenciado pela presença dos furos junto ao pilar e pelo capitel cruciforme no outro caso, respectivamente. A laje LR10 apresentou fissuras externas, porém com abaulamento significativo nos cantos do capitel, quando próximo da ruptura.

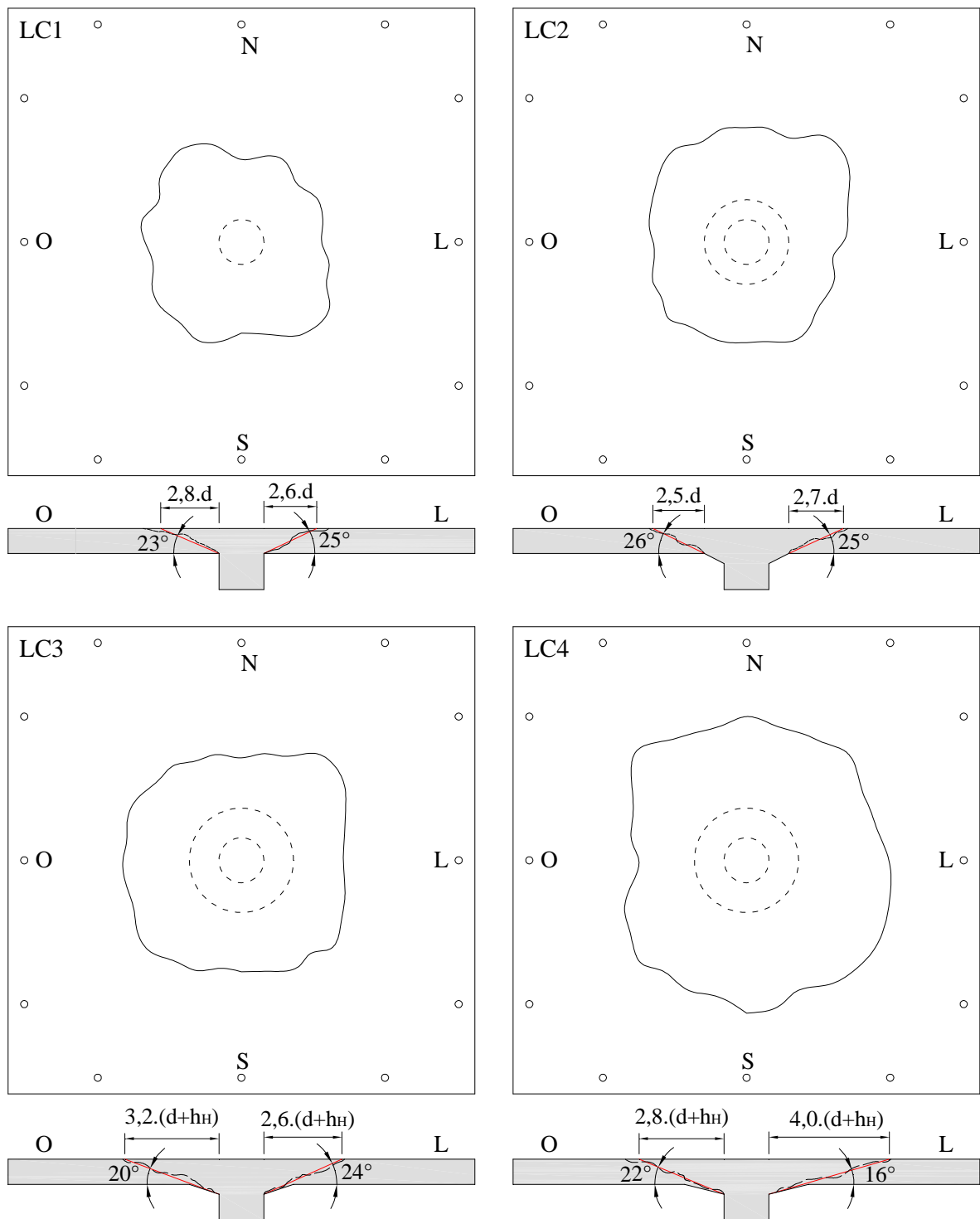


Figura 4.32 – Superfície de ruptura das lajes da primeira série

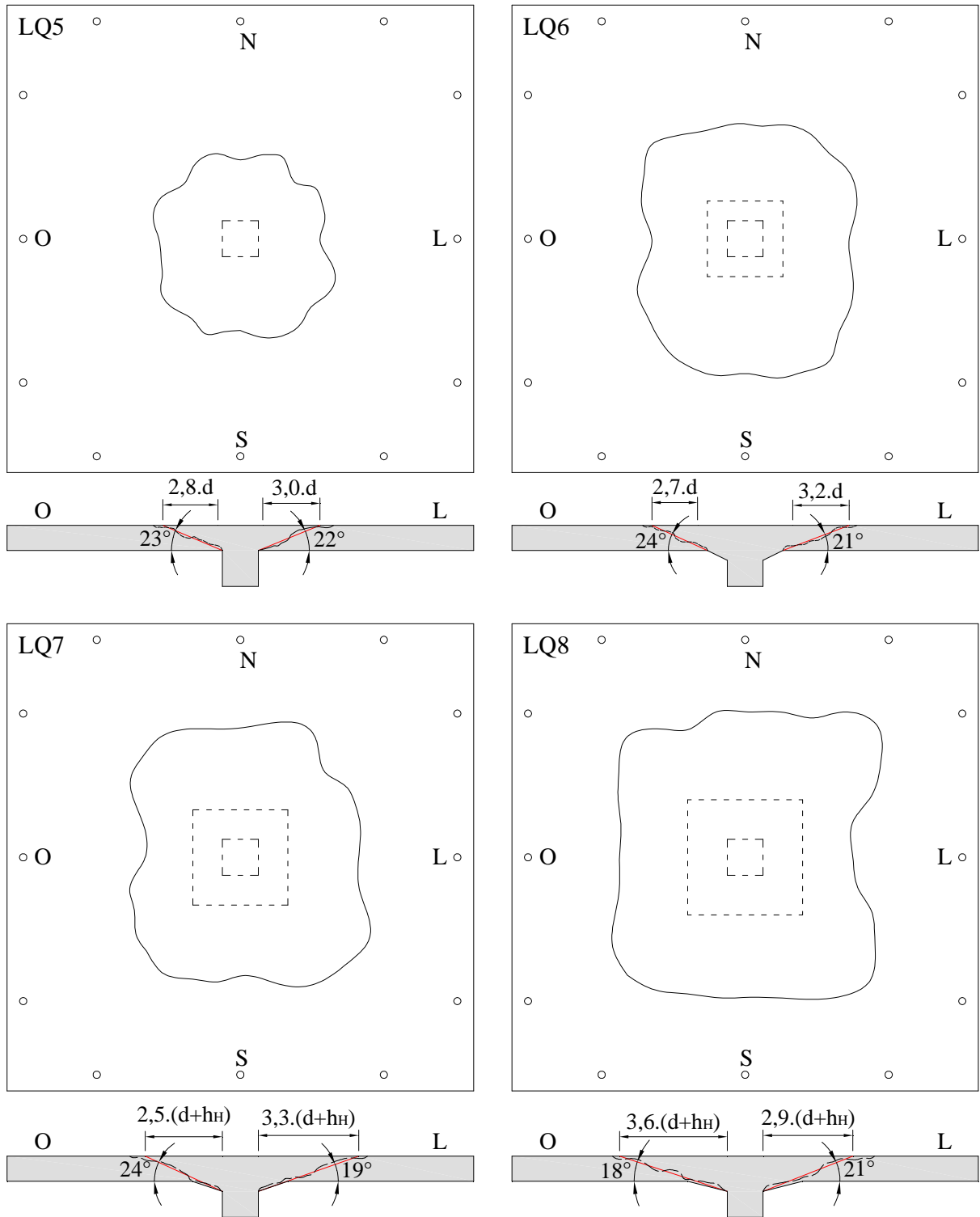


Figura 4.33 – Superfície de ruptura das lajes da segunda série

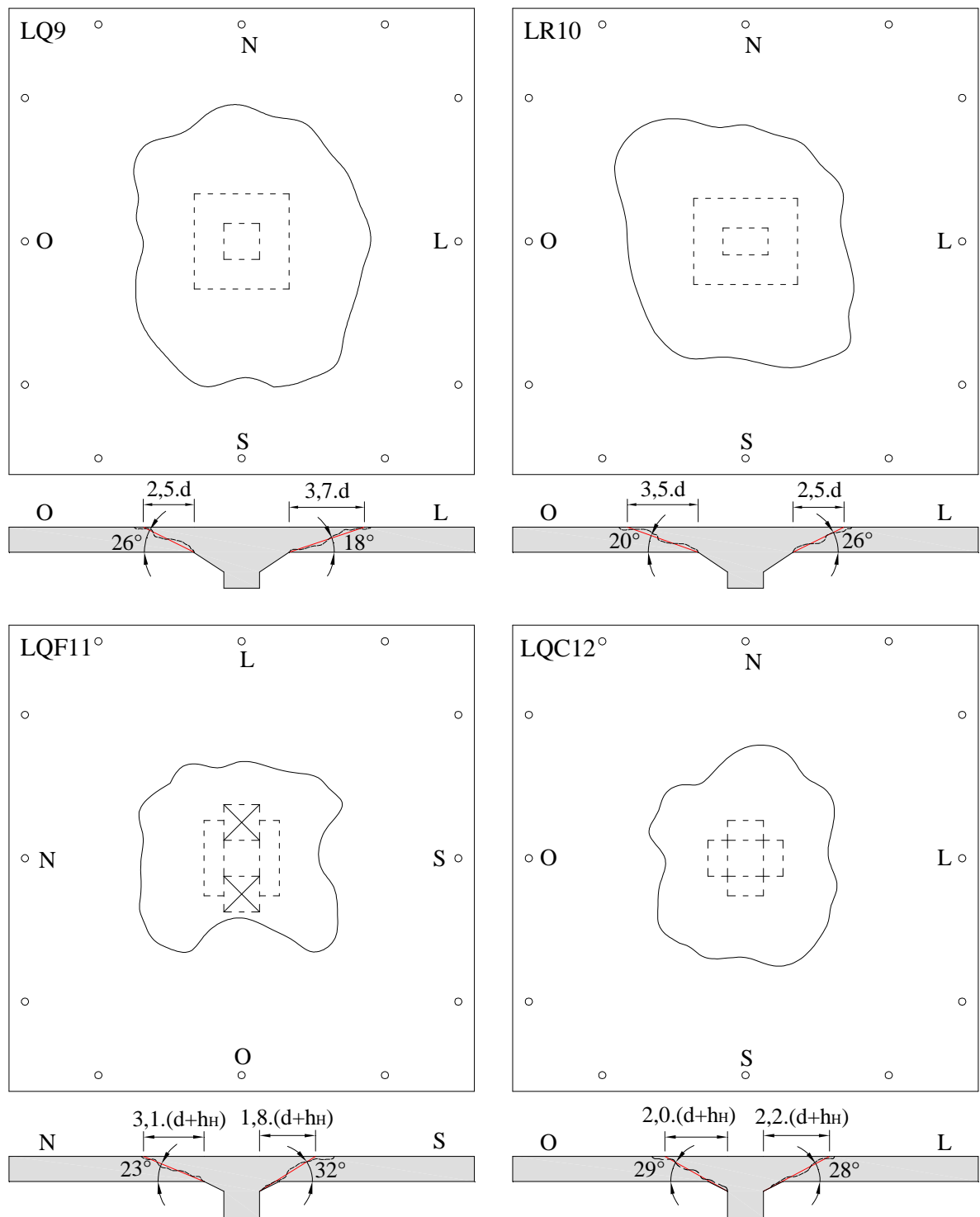


Figura 4.34 – Superfície de ruptura das lajes da terceira série

## 5 – ANÁLISE COMPUTACIONAL

Assim como foi feito no capítulo anterior, com as recomendações normativas e a aplicação da teoria das linhas de ruptura, para analisar melhor os resultados obtidos experimentalmente, pretende-se apresentar neste capítulo uma análise computacional das lajes que foram ensaiadas. Com o intuito de utilizar mais uma ferramenta que venha contribuir na identificação da distribuição e orientação das tensões, comportamento das lajes quanto à deformação e na provável superfície de ruptura apresentada pelos elementos, será feita uma análise não-linear (física) utilizando para isso modelos numéricos que serão gerados e analisados pelo software MIDAS FEA, que é baseado na teoria dos elementos finitos.

### 5.1 – APRESENTAÇÃO DA ANÁLISE COMPUTACIONAIS

Para realizar a análise que se tem como objetivo neste capítulo, foram utilizados os modelos das lajes da primeira série de ensaios, que apresentam como principal característica o pilar com seção circular. Nessa primeira série foram ensaiadas 4 lajes, e destas a primeira sem a presença de capitel na ligação e as 3 seguintes com a utilização do capitel, de seção também circular, e com relação  $h_H/l_H$  de 1:2, 1:3 e 1:4. Foi utilizada uma modelagem axissimétrica, também empregada por FERREIRA (2010) em sua pesquisa, e que demonstrou ter bons resultados, apesar das lajes usadas na referida pesquisa apresentarem uma armadura disposta ortogonalmente.

Segundo FERREIRA (2010), este método de análise axissimétrico foi proposto por MENETREY (1994). Em seu trabalho MENETREY (1994) analisou modelos numéricos não-lineares buscando representar o comportamento de lajes com armadura ortogonal como se fossem elementos axissimétricos, ou seja, dispostos tangencial e radialmente. E ao analisar os resultados percebeu, comparando o seu modelo numérico com modelos experimentais de outra pesquisa (KINNUNEN e NYLANDER, 1960), que seu modelo apresentou bom comportamento em relação à capacidade de carga das lajes, mas que não apresentou resultados compatíveis em relação à rigidez das lajes com armaduras ortogonais (Figura 5.1).



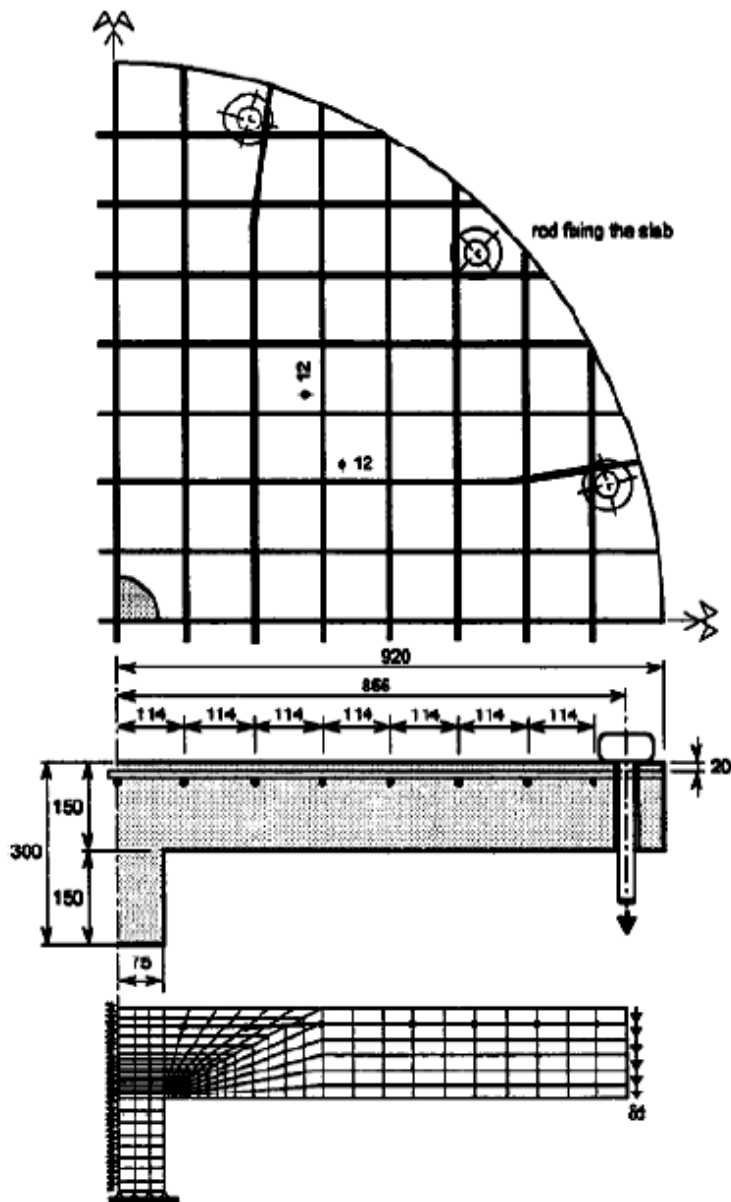


Figura 5.1 – Modelo utilizado por MENETREY em sua pesquisa (FERREIRA, 2010)

A laje LC1 (Figura 5.2), por ser a laje de referência para a primeira série de lajes, tendo como característica pilares circulares e sem capitel, foi a primeira a ser modelada, servindo então como parâmetro para fazer a calibragem dos modelos numéricos em relação ao comportamento observado nos ensaios. Vale frisar que todas as outras lajes usaram a mesma armadura apresentada por este modelo, uma vez que a variação na pesquisa foi a dimensão no pilar na ligação laje-pilar. E assim como em LC1, todas as outras lajes são constituídas por armaduras dispostas ortogonalmente, diferindo da armadura que foi utilizada na análise computacional, que utiliza a hipótese da simetria axial. Porém baseada nos resultados encontrados por MENETREY (1994) em seu trabalho, que garante que estes dois

modelos de distribuição de armadura podem ser comparados, desde que as armaduras sejam equivalentes.

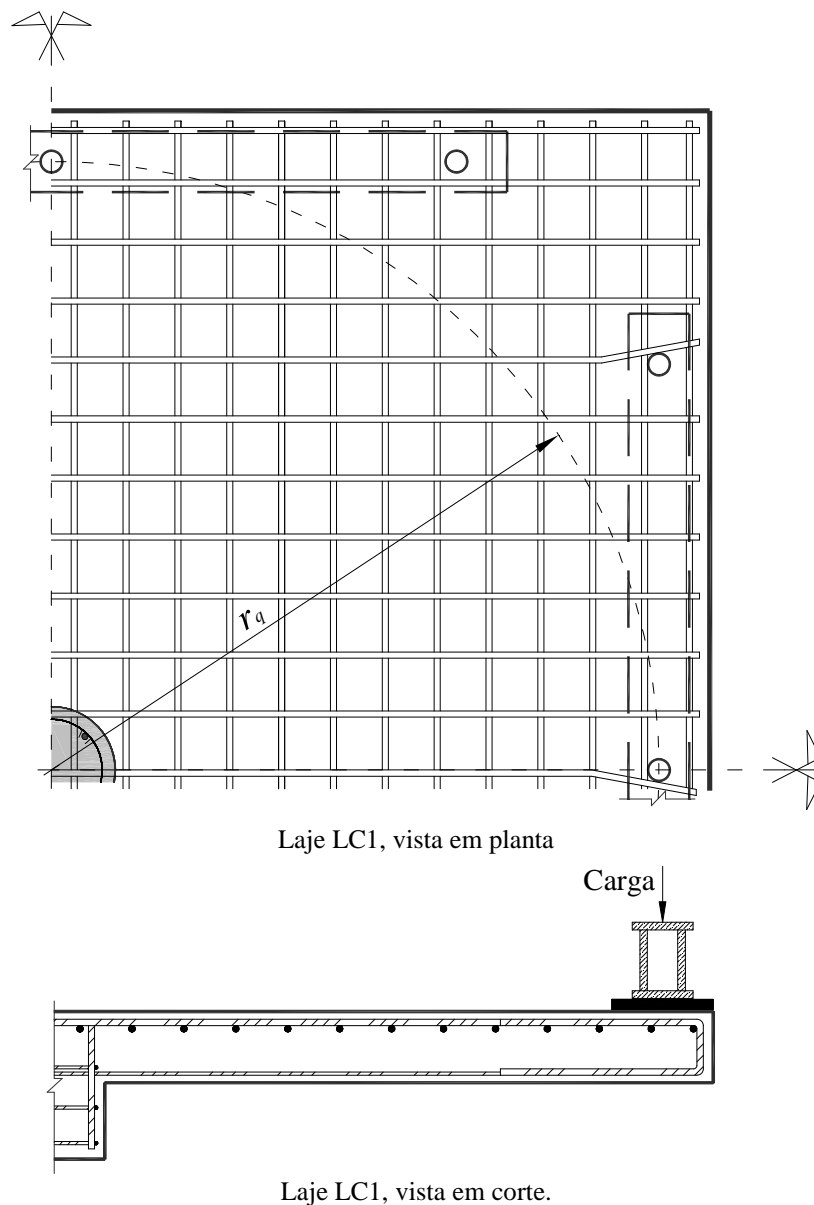


Figura 5.2 – Laje LC1, em planta e corte

Na modelagem da laje, apresentada na Figura 5.1, MENETREY (1994) usou para simular o concreto uma malha composta por 288 elementos quadráticos axissimétricos e substituiu a armadura de flexão ortogonal por uma armadura equivalente, com barras tangenciais e radiais. Esta substituição foi feita assumindo-se que a armadura ortogonal é equivalente a uma chapa delgada de aço de espessura constante com estimativa dada pela equação 5.1. As barras distribuídas tangencialmente são espaçadas com uma distância  $s$  das barras com distribuição ortogonal e com área proporcional a este espaçamento, e esta pode

ser determinada pela equação 5.2. Os elementos de barra foram caracterizados por sua espessura, que foi assumida com sendo igual ao da chapa de aço delgada equivalente. E os modelos axissimétricos utilizados por MENETREY em seu trabalho são apresentados na Figura 5.3.

$$\rho = \frac{A_s}{A_c} = \frac{2.\pi.r.t}{2.\pi.r.d} = \frac{t}{d} \quad \therefore \quad t = \rho.d \quad (\text{Eq. 5.1})$$

$$A_s = t.s \quad (\text{Eq. 5.2})$$

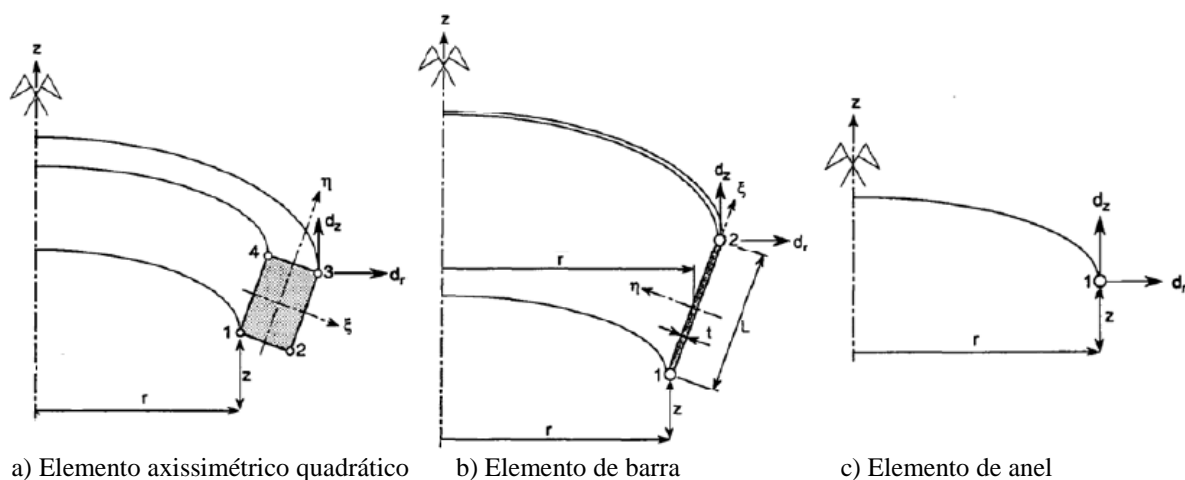


Figura 5.3 – Elementos utilizados por MENETREY em seu modelo axissimétrico (FERREIRA, 2010)

Como foi comentado anteriormente, MENETREY (1994) observou que a transformação de armaduras ortogonais em uma distribuição axissimétrica pode gerar diferenças nos resultados da análise computacional. No comportamento dos modelos experimentais e numéricos, notam-se resultados próximos e comparáveis quando se referem à capacidade de carga das lajes, porém estes resultados diferem em relação à rigidez dos modelos, em função da transformação que foi imposta às armaduras. Motivado por este fato, MENETREY (1994) utilizou os modelos experimentais do trabalho de KINNUNEN e NYLANDER (1960) para demonstrar que o mesmo comportamento observado entre os modelos experimental e numérico também foram verificados na comparação entre dois modelos experimentais que usaram armaduras equivalentes, mas com distribuição axissimétrica e ortogonal. Analisando as lajes IB15a e IA15a (Figura 5.4) ensaiadas por KINNUNEN e NYLANDER, com armadura axissimétrica e ortogonal, respectivamente, MENETREY (1994) concluiu que o comportamento destas lajes, no geral, apresentou certa

proximidade, mas com resultados distintos em relação ao deslocamento. A laje com armadura ortogonal apresentou deslocamentos maiores em relação à laje com armadura distribuída tangencial e radialmente, o autor atribui este comportamento a armadura disposta em anel, que costura melhor as fissuras radiais da laje.

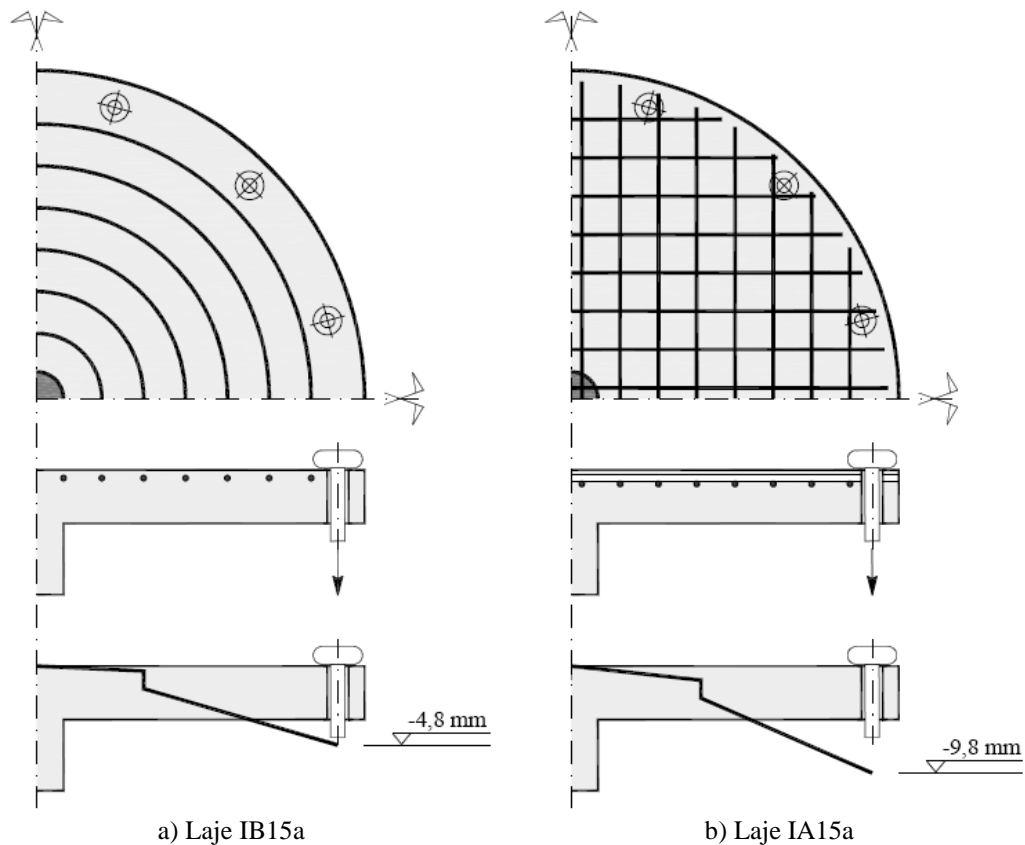
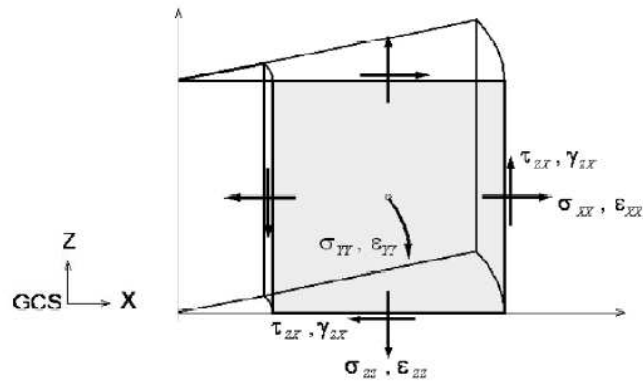
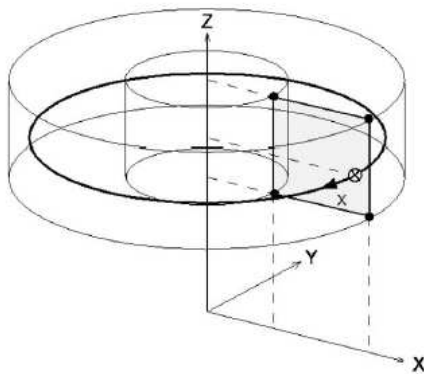


Figura 5.4 – Lajes analisadas por KINNUNEN e NYLANDER (1960 apud FERREIRA, 2010)

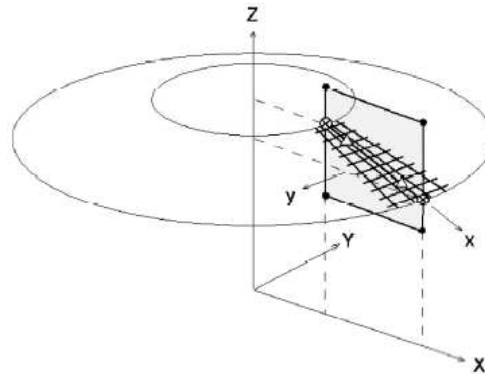
Na geração e análise dos modelos deste trabalho foi utilizado o programa Midas FEA. Os modelos gerados usaram elementos quadráticos de 8 nós, sendo que o modelo da laje LC1 foi modelado 1148 elementos e as lajes LC2, LC3 e LC4 foram modeladas com 1469 elementos. Para gerar a armadura de flexão, uma das camadas foi substituída por 13 elementos de barras tangenciais e a outra camada foi modelada utilizando a opção de gerar um elemento de barras dentro dos elementos quadráticos axissimétricos, adotando em uma das direções a área da armadura igual a zero. Na figura abaixo são apresentados os elementos da modelagem computacional (Figura 5.5).



a) Convenção de sinais para o elemento quadrático axissimétrico



b) Barra para um elemento axissimétrico (anel)



c) Malha para elemento axissimétrico

Figura 5.5 – Elementos usado na modelagem computacional do programa Midas FEA (FERREIRA, 2010)

Segundo FERREIRA (2010) o modelo constitutivo adotado para simular o comportamento do concreto foi o *Total Strain Crack* (TSC) que é fundamentado na *Modified Compression Filed Theory* (MCFT) proposta por VECCHIO e COLLINS (1986), formulada com base em modelos bidimensionais. A redução da resistência á compressão, devido a fissuração lateral, foi modelada de acordo com as recomendações de VECCHIO e COLLINS (1993). Ainda segundo FERREIRA (2010), a extensão proposta por SELBY e VECCHIO (1993), que leva em consideração o confinamento lateral passivo provocado pela restrição dos deslocamentos oriundos de esforços de tração ou compressão, importante na modelagem tri-dimensional de estruturas de concreto, foi considerada nas análises computacionais realizadas.

FERREIRA (2010) também ressalta que o TSC é formulado com duas metodologias distintas. Uma delas considera que os eixos das fissuras permanecem fixos a partir do momento em que a fissura se forma (*fixed crack model*) e a outra admite que a direção das fissuras gira continuamente em função das mudanças na direção das deformações principais (*rotating crack model*). Segundo ele, em ambos os casos a fissuração é verificada nos pontos de integração e a primeira sempre surge na direção das deformações principais. Sendo assim,

FERREIRA (2010) esclarece que optou por utilizar o *fixed crack model*, também utilizado em trabalhos como os de VOLLUM *et al.* (2010) por ser reconhecidamente mais preciso na simulação do comportamento de elementos de concreto. E completa afirmando que foi usada uma aproximação secante para o descarregamento na qual a relação tensão-deformação retorna a origem de forma linear antes da alternância das curvas de tração e compressão. Assim como foi feito por FERREIRA (2010) em seu trabalho, para o ajuste das configurações de análise do programa, o diagrama tensão-deformação do concreto não-confinado sob tração uniaxial foi definido como linear até a fissuração. Após as primeiras fissuras a tensão de tração se reduz exponencialmente em função da deformação na direção normal à fissura ( $nn$ ), como apresenta a Figura 5.6.

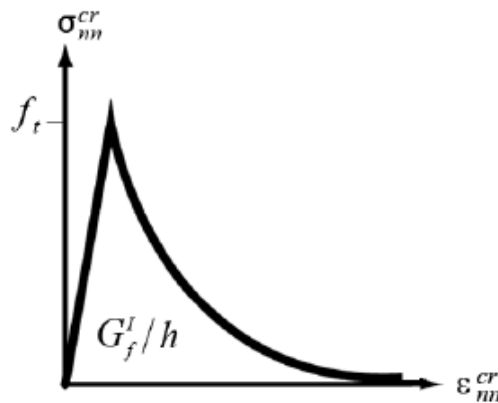


Figura 5.6 – Comportamento tensão-deformação para a resistência à tração do concreto adotado na análise (FERREIRA, 2010)

Este comportamento linear até a fissuração e após a mesma exponencial em função da deformação na direção normal à fissura ( $nn$ ) pode ser encontrado na equação 5.3, abaixo.

$$\sigma_{nn}^{cr}(\epsilon_{nn}^{cr}) = f_{ct} \exp\left(-\frac{\epsilon_{nn}^{cr}}{\epsilon_{nn,ult}^{cr}}\right) \quad (\text{Eq. 5.3})$$

$$\epsilon_{nn,ult}^{cr} = \frac{G_f}{\alpha \cdot h_{cr} \cdot f_{ct}} \quad (\text{Eq. 5.4})$$

$$G_f = G_{f0} \cdot \left(\frac{f_{cm}}{f_{cm0}}\right)^{0,7} \quad (\text{Eq. 5.5})$$

$$f_{cm} = f'_c + \Delta f \quad (\text{Eq. 5.6})$$

$$\alpha = \int_{x=0}^{x=\infty} y(x) dx \quad (\text{Eq. 5.7})$$

onde

$f_{ct}$  é a resistência à tração do concreto;

$\varepsilon_{mm,ult}^{cr}$  é o deformação última na direção normal à fissura (Equação 5.4);

$G_f$  é a energia de fratura necessária para gerar fissuração à tração (Equação 5.5);

$G_{f0}$  é a valor básico de energia de fratura determinado em função do diâmetro do agregado (Tabela 5.1);

$f_{cm}$  é a resistência à compressão média do concreto (Equação 5.6);

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto obtida através de ensaios em corpos de prova cilíndricos;

$\Delta f$  é admitido como igual a 8 MPa;

$f_{cm0}$  é admitido como igual a 10 MPa;

$\alpha$  é o coeficiente definido pela equação 5.7 onde  $y(x)$  é a função assumida para o *tension softening* (amolecimento à tração);

$h_{cr}$  é o comprimento equivalente, assumido como  $h_{cr} = a_h \cdot \sqrt{A_e}$ , onde  $a_h$  é um coeficiente assumido como igual a 1,0 para elementos quadráticos e 1,41 para elementos lineares e  $A_e$  é a área do elemento.

Tabela 5.1 – Valores para  $G_{f0}$ , da equação 5.5 (CEB-FIP MC90: 1993)

$d_{max}$ (mm)	$G_{f0}$ (N.mm/mm <sup>2</sup> )
8	0,025
16	0,030
32	0,058

Para analisar o concreto à compressão, FERREIRA (2010), descreveu o comportamento usando uma lei parabólica de *hardening* e *softening* (endurecimento e amolecimento), que segundo o autor, foi proposta por FEENSTRA (1993), conforme gráfico apresentado na Figura 5.7 e representado pela equação 5.8, logo abaixo.

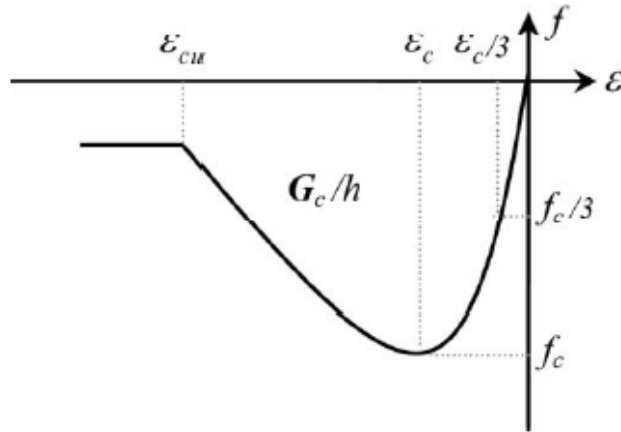


Figura 5.7 – Comportamento tensão-deformação para a resistência à compressão do concreto adotado na análise (FERREIRA, 2010)

$$\sigma_{(\varepsilon)} = -\frac{f'_c \cdot \varepsilon}{3 \cdot \varepsilon_{c/3}} \quad \dots \varepsilon_{c/3} < \varepsilon \leq 0 \quad (\text{Eq. 5.8})$$

$$\sigma_{(\varepsilon)} = -\frac{f'_c}{3} \cdot \left[ 1 + 4 \cdot \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_{c/3}}{\varepsilon_c - \varepsilon_{c/3}} \right) - 2 \cdot \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_{c/3}}{\varepsilon_c - \varepsilon_{c/3}} \right)^2 \right] \quad \dots \varepsilon_c < \varepsilon \leq \varepsilon_{c/3} \quad (\text{Eq. 5.9})$$

$$\sigma_{(\varepsilon)} = -\frac{f'_c}{3} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{\varepsilon - \varepsilon_c}{\varepsilon_{cu} - \varepsilon_c} \right)^2 \right] \quad \dots \varepsilon_{cu} < \varepsilon \leq \varepsilon_c \quad (\text{Eq. 5.10})$$

$$\sigma_{(\varepsilon)} = 0 \quad \dots \varepsilon < \varepsilon_{cu} \quad (\text{Eq. 5.11})$$

$$\varepsilon_{c/3} = -\frac{f'_c}{3 \cdot E_c} \quad (\text{Eq. 5.12})$$

$$\varepsilon_c = -\frac{5 \cdot f'_c}{3 \cdot E_c} \quad (\text{Eq. 5.13})$$

$$\varepsilon_{cu} = \varepsilon_c - \frac{3 \cdot G_c}{2 \cdot h_{cr} \cdot f'_c} \quad (\text{Eq. 5.14})$$

onde

$\varepsilon_c$  é a deformação na qual a tensão de compressão é igual a resistência à compressão;  
 $\varepsilon_{cu}$  é a deformação última para a qual o concreto amolece completamente à compressão;

$E_c$  é o módulo de elasticidade do concreto;

$G_c$  é a energia de fratura para a ruptura por compressão.



Ainda segundo FERREIRA (2010), o valor referente à  $G_c$  é difícil de ser medida, em função de depender significativamente dos procedimentos de ensaio e que existe pouca informação disponível na literatura quando à definição desse parâmetro. Porém, EDER *et al.* (2010) afirmam que é comum considerar que este valor varia de  $100 \cdot G_f$  a  $500 \cdot G_f$ . E quando é utilizado o *fixed crack model* faz-se necessário simular o comportamento ao cisalhamento do concreto, normalmente considerando que a rigidez ao cisalhamento é reduzida após a fissuração. Isto por ser feito através da consideração de uma redução constante na rigidez ao cisalhamento, expresso pela equação 5.15, utilizando para descrever o aço das armaduras de flexão o modelo de *Von Mises* que é um dos mais empregados para análises de materiais metálicos, admitindo-se que a aderência entre as barras e concreto é perfeita.

$$G^{cr} = \beta_c \cdot G \quad (\text{Eq. 5.15})$$

onde

$\beta_c$  é o fator de retenção de cisalhamento (*shear retention factor*) que varia de  $0 \leq \beta_c \leq 1,0$ .

## 5.2 – ESTUDO PARÁMETRICO

No intuito de analisar alguns parâmetros que podem influenciar a qualidade dos resultados obtidos através da análise computacional, foram realizados alguns estudos sobre o modelo da laje LC1, sem capitel, e assim calibrar o comportamento da laje em relação à variação dos valores que seriam adotados para a caracterização do concreto. Dentre os parâmetros anteriormente mencionados estão o grau de refinamento da malha de elementos finitos, que pode influenciar tanto na resposta quanto no tempo de processamento dos modelos, o módulo de elasticidade do concreto  $E_c$ , a resistência a tração do concreto  $f_{ct}$  e o fator de retenção de cisalhamento  $\beta_c$ . Ressaltando que em função de um estudo paramétrico feito por FERREIRA (2010) em seu trabalho, foi possível utilizar alguns parâmetros, tendo o conhecimento da melhor faixa de comportamento destes modelos.

### 5.2.1 – Grau de Refinamento da Malha

Na modelagem das lajes o primeiro parâmetro a ser definido, foi o grau de refinamento da malha de elementos finitos. Uma vez que o tipo de refinamento pode

influenciar diretamente na qualidade do resultado e no tempo de processamento que o programa levará para chegar ao resultado. Em função do refinamento observado no trabalho de FERREIRA (2010), que utilizou uma laje sem armadura de cisalhamento, foi possível adotar o refinamento apresentado na Figura 5.8. Foram usados 14 elementos na espessura da laje LC1 e com o cuidado de não exceder a proporção de 1:2 entre os lados maiores e menores dos elementos pertencentes à malha.

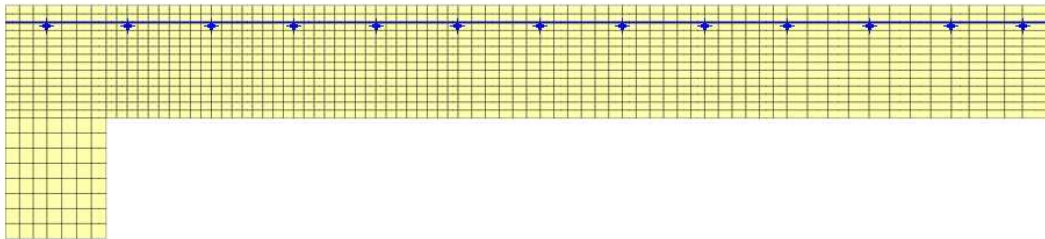


Figura 5.8 – Refinamento da malha de elementos finitos

Seguindo a mesma configuração adotada por FERREIRA (2010) em seu trabalho, foram adotados como dados de entrada do modelo as informações abaixo:

- Peso específico do concreto  $w_c = 2,40e-05 \text{ N/mm}^3$ ;
- Coeficiente de Poisson do concreto  $\nu_c = 0,15$ ;
- Resistência do concreto à compressão  $f_c = 32 \text{ MPa}$ ;
- *Fixed crack model*;
- Efeito da fissuração lateral segundo Vecchio e Collins;
- Desconsiderado o efeito de confinamento;
- Valor básico de energia de fratura para um agregado de diâmetro máximo de 9,5 mm  $G_{f0} = 0,0259 \text{ N.mm/mm}^2$ ;
- Energia de fratura a compressão  $G_c = 10 \text{ N.mm/mm}^2$ ;
- Módulo de elasticidade do aço  $E_s = 200 \text{ GPa}$ ;
- Peso específico do aço  $w_s = 7,85e-5 \text{ N/mm}^3$ ;
- Coeficiente de Poisson do aço  $\nu_s = 0,30$ ;
- Tensão de escoamento do aço  $f_{ys} = 550 \text{ N/mm}^2$ .

Também seguindo as recomendações do autor citado acima, para simular o carregamento aplicado nas lajes experimentalmente, foi aplicando um deslocamento na borda de todos os modelos, utilizando o método de *Newton Raphson*, com 160 passos de carga e

200 interações por passo de carga. Adotando o critério de convergência de energia com tolerância de  $10^{-3}$ . Haja vista que, segundo ele, um número menor de passos de carga poderia fazer com que o modelo convergisse prematuramente. Nos itens a seguir serão apresentados os valores referentes ao módulo de elasticidade do concreto ( $E_c$ ), resistência à tração do concreto ( $f_{ct}$ ) e o fator de retenção de cisalhamento ( $\beta_c$ ), que também foram utilizados como parâmetros para a análise paramétrica e calibragem do comportamento dos modelos.

### 5.2.2 – Módulo de Elasticidade do Concreto ( $E_c$ )

FERREIRA (2010), com o intuito de estudar a influência do módulo de elasticidade do concreto, fixou os valores de  $f_{ct}$  e  $\beta_c$ , usando respectivamente, 2,0 MPa e 0,1. Em seguida variou os valores referentes a  $E_c$  em 40,4 GPa, 32,3 GPa e 27 GPa. Dessa forma analisou a resposta do modelo, tendo como referência a rigidez do mesmo em relação à carga aplicada, como é apresentado na Figura 5.8. Em função do melhor comportamento percebido na análise deste autor, com módulo de elasticidade do concreto igual a 27 GPa, este valor foi adotado para este trabalho.

### 5.2.3 – Resistência a Tração do Concreto ( $f_{ct}$ )

Seguindo o mesmo procedimento do item anterior, para analisar o comportamento dos modelos em relação à variação da resistência a tração do concreto, FERREIRA (2010) fixou os valores de  $E_c$  e  $\beta_c$  em 27 GPa e 0,1, respectivamente, e variou os valores de  $f_{ct}$  em 2,0 MPa, 3,0 MPa e 4,0 MPa. Ressaltando que apesar de seus resultados experimentais, obtidos através de ensaios por compressão diametral, acusarem um valor médio para  $f_{ct}$  de 4,0 MPa, seriam inadequados utilizar este resultado para análise computacional, segundo ele, isso pode ser verificado em alguns trabalhos, como por exemplo o de LEE *et al.* (2008). Recomendando então que os valores adotados para esta análise sejam extraídos da equação 5.16, que fornece resultados próximos aos recomendados pelo ACI 209:1982 (Equação 5.17). FERREIRA (2010) ressalta que dentre os modelos analisados, as lajes com  $f_{ct}$  de 4 e 3 Mpa, apresentaram um comportamento inadequado, com picos de carga, perda e subsequente ganho de resistência, sendo assim o autor adotou para a  $f_{ct}$  o valor de 2 MPa, cujo modelo apresentou comportamento mais uniforme. Desta forma, aplicando a formulação recomendada, aplicando o  $f_c$  experimental observado para as lajes da primeira série, adotou-se para este trabalho valores entre 1,70 MPa e 1,85 MPa.

$$f_{ct} = 0,30 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (\text{Eq. 5.16})$$

$$f_{ct} = 0,0069 \cdot \sqrt{w_c \cdot f'_c} \quad (\text{Eq. 5.17})$$

O valor de  $f'_c$  deve ser usado nas expressões em MPa.

#### 5.2.4 – Fator de Retenção de Cisalhamento ( $\beta_c$ )

Segundo FERREIRA (2010), não existe na literatura recomendações para valores de  $\beta_c$ , uma vez que este valor varia de acordo com a estrutura, distribuição da armadura e o modelo constitutivo do concreto. ROTS (1988), porém, recomenda para estruturas de concreto valores entre 0,10 e 0,25, e TRATWEIN (2006) adotou  $\beta_c = 0,20$  para analisar, através do programa DIANA, lajes sem armadura de cisalhamento de alguns trabalhos, usando elementos axissimétricos e modelo distribuído para a fissuração do concreto (*smearred crack*). Desta forma, FERREIRA (2010) utilizou em sua pesquisa para a variação de  $\beta_c$  os valores de 0,10, 0,15, 0,20 e 0,25, e fixou os valores de  $E_c = 27$  GPa e  $f_{ct} = 2,0$  MPa. Ele observou que o melhor resultado foi encontrado no modelo com valor de  $\beta_c = 0,10$ , pois de acordo com o autor, com os outros valores os modelos apresentaram rupturas localizadas e subseqüentes ganhos em resistência, o que considerou como inadequado para lajes sem armadura de cisalhamento. Sendo assim, diante das observações e resultados dos autores acima, foi usado neste trabalho valores de  $\beta_c$  variando entre 0,10 e 0,16, e sendo adotado o melhor modelo, após análise, conforme seu comportamento e resultado, até mesmo em função de que todas as lajes desta pesquisa não continham armadura de cisalhamento.

#### 5.3 – LAJE SEM CAPITEL

A primeira laje analisada foi LC1, em função de não ter capitel e ser mais simples a comparação entre o modelo numérico e os resultados experimentais. Em função do estudo paramétrico realizado, para esta laje foi usada a malha apresentada na Figura 5.7 e para os parâmetros módulo de elasticidade do concreto ( $E_c$ ), resistência a tração do concreto ( $f_{ct}$ ) e fator de retenção de cisalhamento ( $\beta_c$ ) os valores 27 GPa, 1,85 MPa e 0,12, respectivamente. Na Figura 5.9, é apresentado o modelo da laje LC1 utilizado para esta análise com a presença

da armadura tangencial e radial, o ponto de aplicação do deslocamento, o eixo de simetria e a região de apoio do pilar.

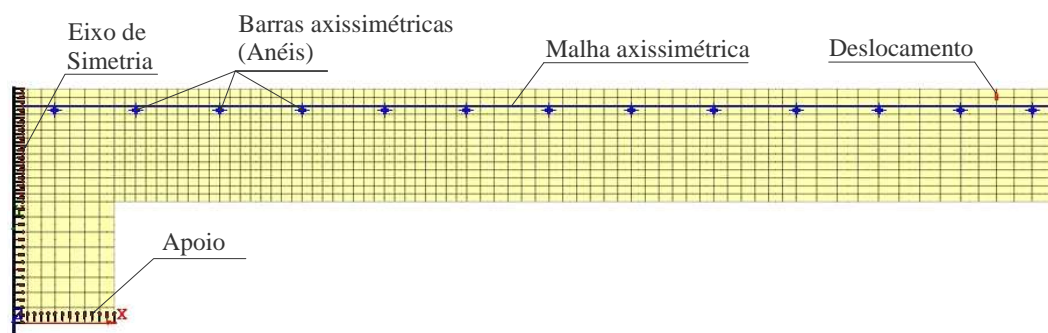


Figura 5.9 – Laje sem capitel (LC1), modelo completo

Na Figura 5.10, observa-se que em relação ao deslocamento o modelo numérico apresentou maior rigidez que o encontrado experimentalmente na laje LC1, resultado este que já era esperado, como foi comentado anteriormente. Porém, quando comparadas às cargas de ruptura observa-se resultados mais próximos, uma vez que a carga de ruptura experimental desta laje foi de 327 kN e a encontrada no modelo numérico foi de 309 kN, ou seja, uma diferença de apenas 5,5%, e 5,3% da carga de ruptura da análise computacional em relação ao que foi estimado pelas recomendações do EC2 (2004).

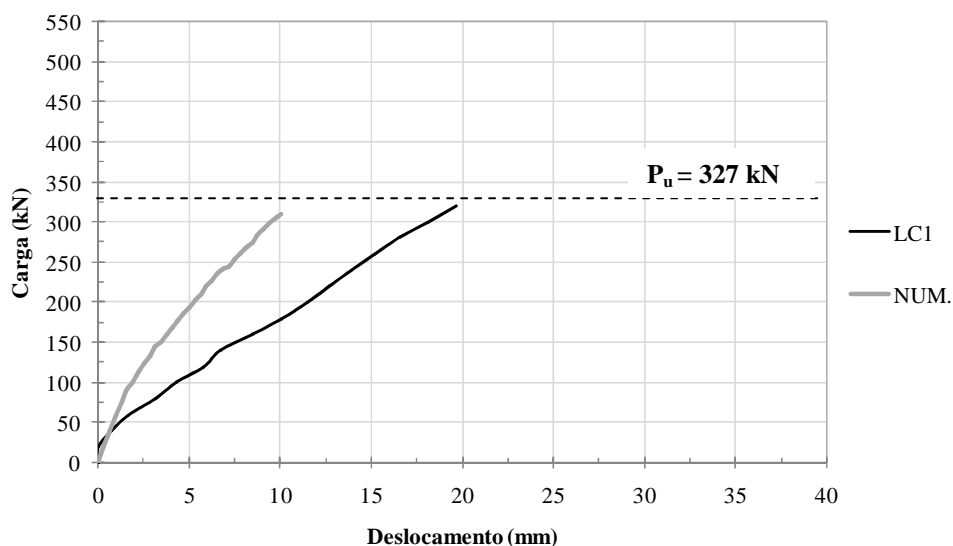


Figura 5.10 – Curva carga-deslocamento para o modelo LC1, sem capitel

A Figura 5.11, apresenta a distribuição de tensões  $\sigma_{xx}$  e de deformações radiais da laje LC1. A distribuição de tensões normais da Figura 5.11a mostram a formação de 2 bielas comprimidas, sendo que a mais expressiva pode ter gerado as tensões de tração que

possibilitou a abertura da superfície de ruptura. Assim como, tensões compressivas concentradas próximas a ligação laje-pilar com valor acima da resistência à compressão do concreto, que pode ter gerado o esmagamento do concreto neste ponto e possibilitado dessa forma a ruptura por punção. Nota-se também que o raio aproximado para o aparecimento do suposto cone de ruptura na face superior da laje, a partir da face do pilar, seria próximo do que foi encontrado experimentalmente ( $2,8 \cdot d$ ). As deformações radiais apresentadas na Figura 5.11b mostram os pontos onde provavelmente surgiram as fissuras tangenciais, na face superior da laje, geradas em função destas deformações, formadas principalmente na região tracionada, como pode ser percebido na formação das bielas.

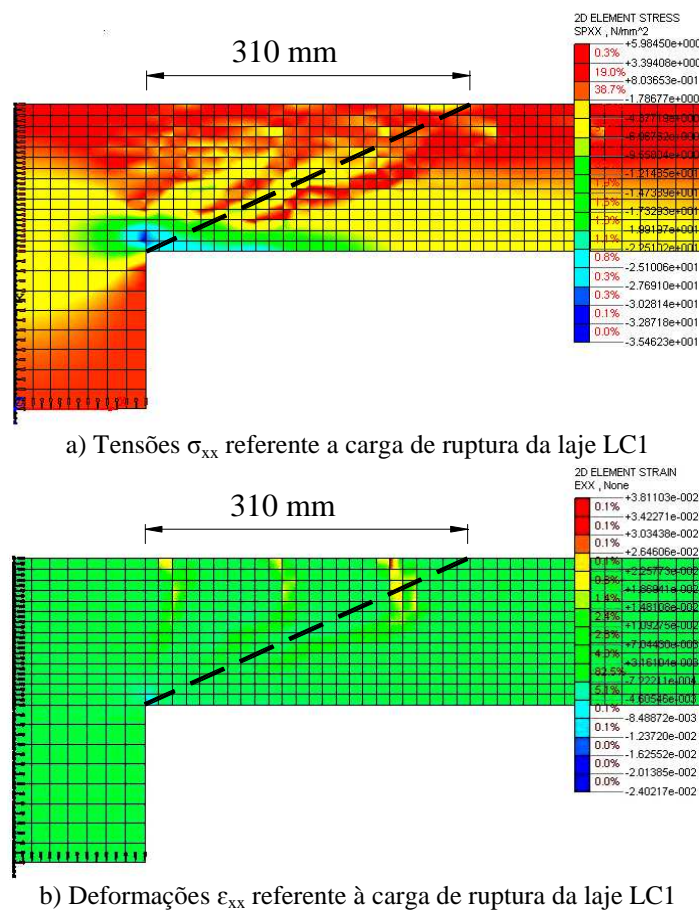
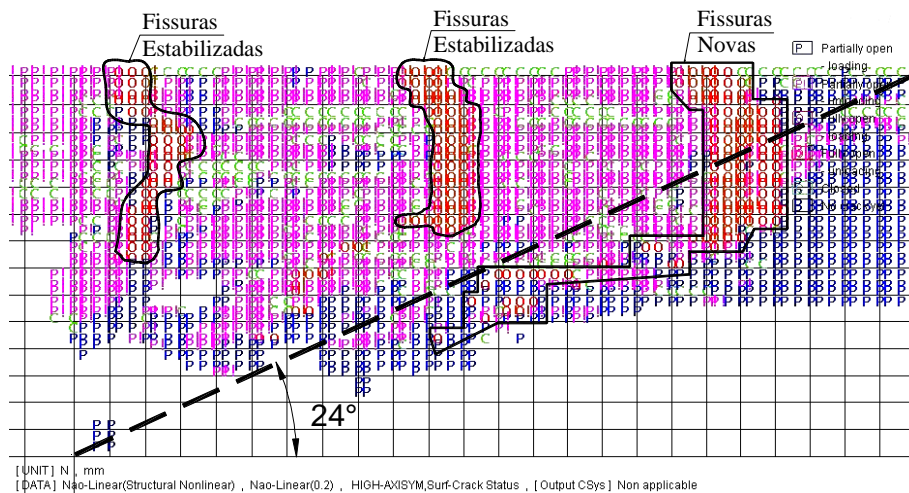


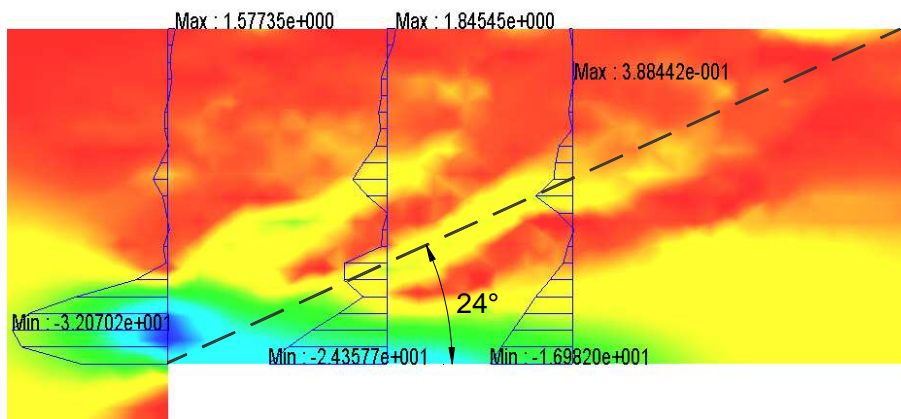
Figura 5.11 – Distribuição de tensões normais e deformações radiais da laje LC1

Na Figura 5.12 são apresentadas fissuras formadas no modelo da laje LC1, geradas pelas deformações radiais mostradas na Figura 5.11b, e as tensões normais  $\sigma_{xx}$  de tração e compressão. Observa-se na Figura 5.12a as fissuras tangenciais que se desenvolveram em 3 pontos diferentes e que foram surgindo conforme o acréscimo do carregamento, a primeiras fissuras mais próximas dos pilares e que se estabilizaram nos últimos passos de carga e as

fissuras mais distantes do pilar, que apareceram nas fases mais críticas de carregamento e que se tornam parte do cone de ruptura. Percebe-se também a passagem da provável superfície de ruptura próxima a essas fissuras, com uma inclinação com a horizontal de 24°, não distante do que foi observado em laboratório (23°). Na Figura 5.12b observa-se as tensões normais máxima de tração e compressão que apresentam-se ao longo da região por onde pode passar o cone de punção. Na parte inferior da laje, próxima a ligação laje-pilar, aparecem tensões de compressão com valores acima da resistência adotada para o concreto, onde pode ter gerado o esmagamento do concreto, ressaltando que o  $f_c$  utilizado para análise foi de 32 MPa. E ao longo da projeção feita para a superfície de ruptura percebe-se a tensão máxima de tração em uma das bielas, com valor acima ao estipulado para a análise.



a) Fissuras da laje LC1 referentes à ruptura



b) de tração e compressão ( $\sigma_{xx}$ ), no último passo de carga, observadas na seção transversal do modelo  
 Figura 5.12 – Fissuras e distribuição de tensões normais da laje LC1, carga de ruptura

Na Figura 5.13 são apresentadas as fissuras tangenciais formadas na seção transversal da laje LC1, mostrando a evolução destas conforme a aplicação do carregamento durante a análise do modelo. A Figura 5.13a apresenta o aparecimento da primeira fissura tangencial,

com 100,7 kN, ou seja, 32,5% da carga de ruptura, estando esta mais próxima do centro da laje e na Figura 5.13b o desenvolvimento da primeira e surgimento da segunda fissura tangencial, 127 mm da face do pilar, com 48,9% da capacidade de carga da laje. Já na Figura 5.13c percebe-se, com 78% da carga de ruptura, a estabilização da primeira fissura, o desenvolvimento da segunda e o surgimento da terceira fissura tangencial, a aproximadamente 230 mm da face do pilar. E observa-se nas Figuras 5.13d e 5.13e, com 79% e 100% da carga de ruptura, respectivamente, a estabilização da primeira e segunda fissura tangencial e o desenvolvimento da terceira, até o posterior aparecimento do cone de ruptura.

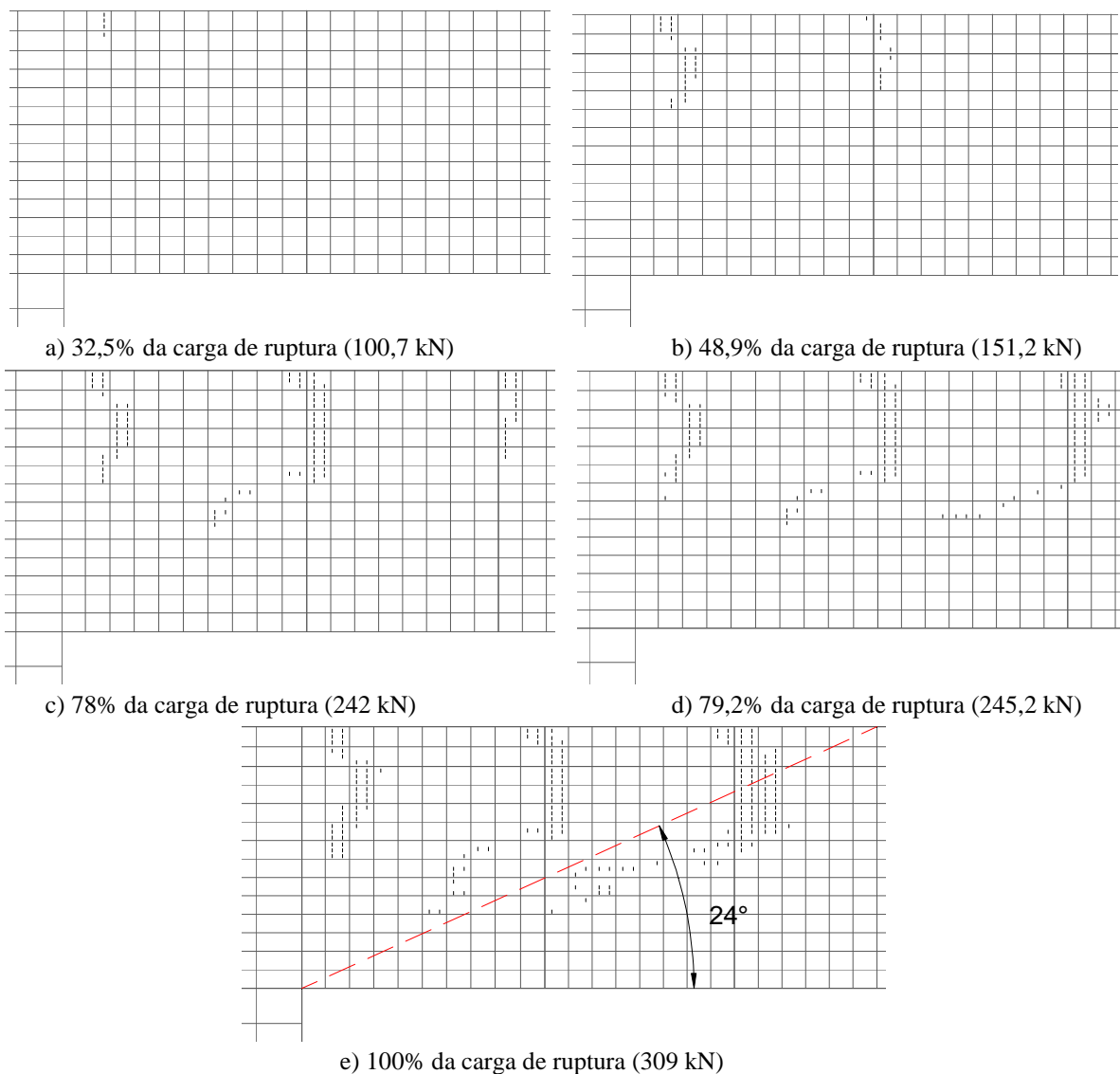


Figura 5.13 – Fissuração da laje LC1, sem capitel



## 5.4 – LAJES COM CAPITEL

Para as lajes com capitel, a malha utilizada anteriormente foi modificada na quantidade de elementos, em função de uma análise mais detalhada na região dos capitéis, a malha que antes tinha 14 elementos foi aumentada para 19 elementos na espessura das lajes LC2, LC3 e LC4, haja vista que seria maior a concentração de tensões na ligação laje-pilar, sendo assim, fez-se necessário o refinamento da malha na região. Em relação aos parâmetros complementares, eles foram modificados, conforme o comportamento dos modelos, os valores eram validados ou não. Sendo assim, para a modelagem da laje LC2, com capitel de relação  $h_H/l_H$  igual a 1:2, foram adotados  $E_c = 27$  GPa,  $f_{ct} = 1,75$  MPa e  $\beta_c = 0,15$ . A malha empregada neste modelo é apresentado na Figura 5.14.

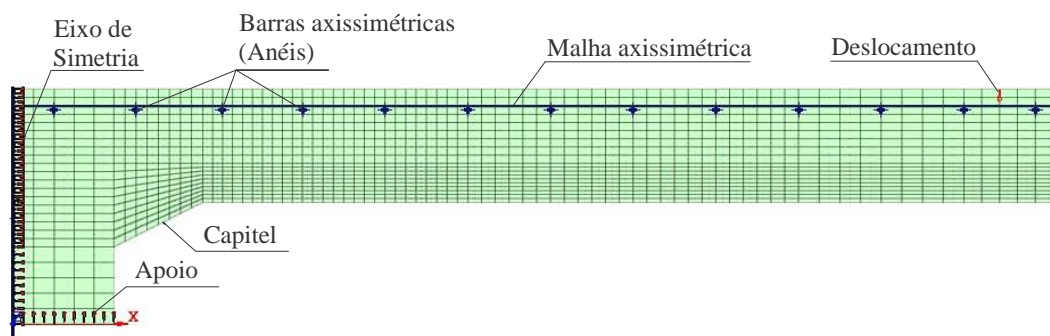


Figura 5.14 – Modelagem da laje LC2

Observando a Figura 5.15, é possível notar-se que, assim como a laje anterior, o modelo numérico da laje LC2 apresentou uma rigidez maior em relação ao resultado experimental. Porém, em relação à carga de ruptura, mais uma vez o modelo numérico se aproximou do experimental. Enquanto a carga de ruptura experimental foi de 427,0 kN, o modelo numérico atingiu o valor de 406,3 kN, ou seja, 4,8% de diferença entre os dois, porém para o estimado pelo EC2 (2004) uma diferença de 5,3%.

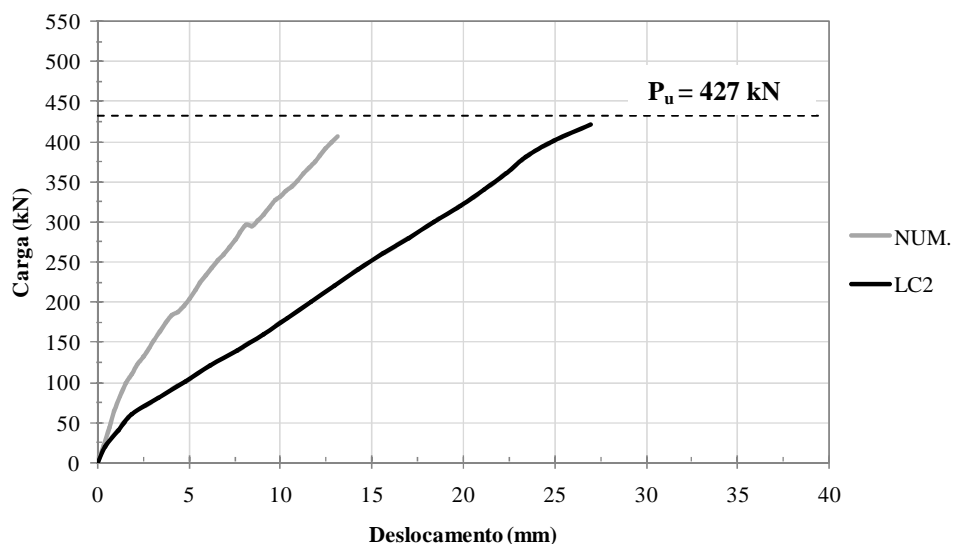
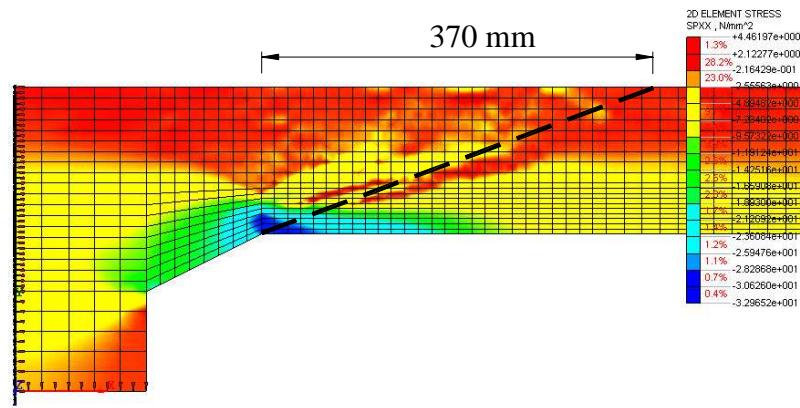
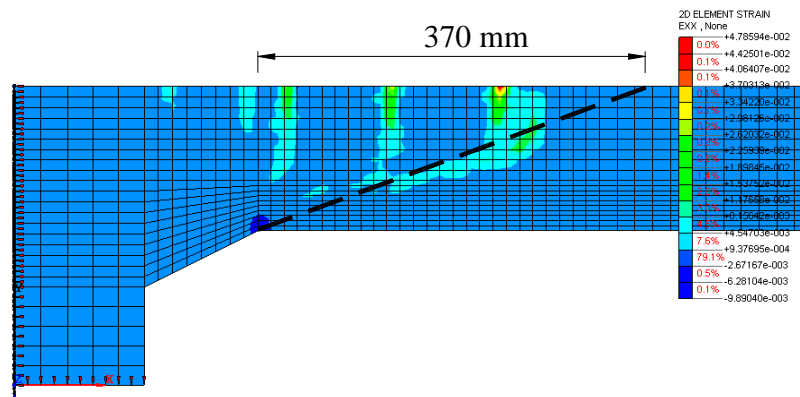


Figura 5.15 – Gráfico carga-deslocamento para o modelo da laje LC2

A Figura 5.16 apresenta as tensões normais  $\sigma_{xx}$  e as deformações radiais observadas no modelo da laje LC2. Na Figura 5.16a observa-se no último passo de carga a formação de uma biela comprimida, partindo do limite externo do capitel na face inferior da laje para a face superior da mesma. Provavelmente esta biela comprimida que gerou as tensões de tração que possibilitaram a abertura do cone de ruptura, uma vez que na face inferior da laje, no limite do capitel com a laje percebe-se uma tensão de compressão com valores acima da resistência à compressão do concreto adotado para a laje. Desta forma, nota-se a indicação que essa ruptura, assim como foi observado em laboratório, foi externa iniciando no limite do capitel com a laje. A Figura 5.16b mostra as deformações  $\epsilon_{xx}$  no momento da ruptura, onde é possível notar-se alguns pontos com deformações radiais mais expressivas que podem ter gerado as fissuras tangenciais observadas no modelo. Observa-se também que o raio do provável cone de ruptura, em relação a limite externo do capitel com a laje, é de aproximadamente 370 mm, estando este próximo ao que foi observado experimentalmente, que seria em torno de  $2,7 \cdot d$ , uma vez que esta ruptura é considerada como externa ao capitel.



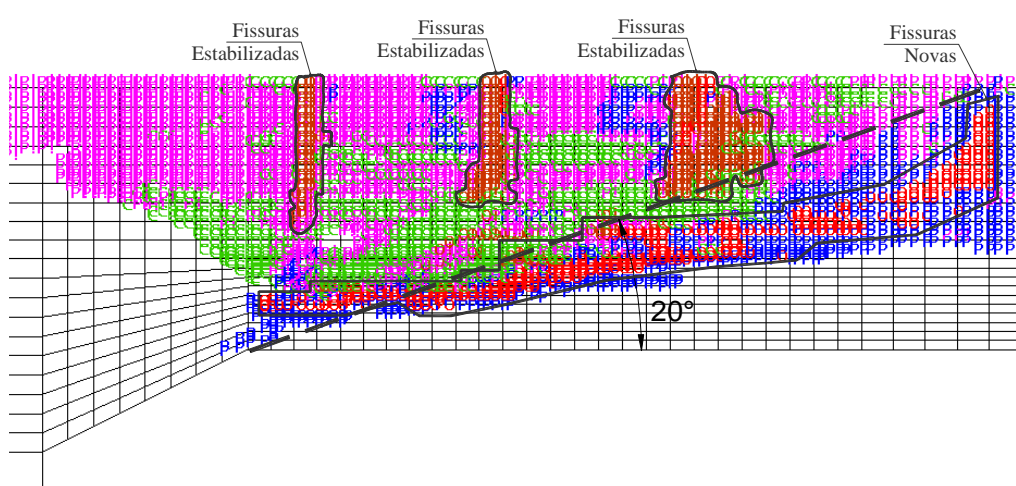
a) Tensões  $\sigma_{xx}$  referente a carga de ruptura da laje LC2



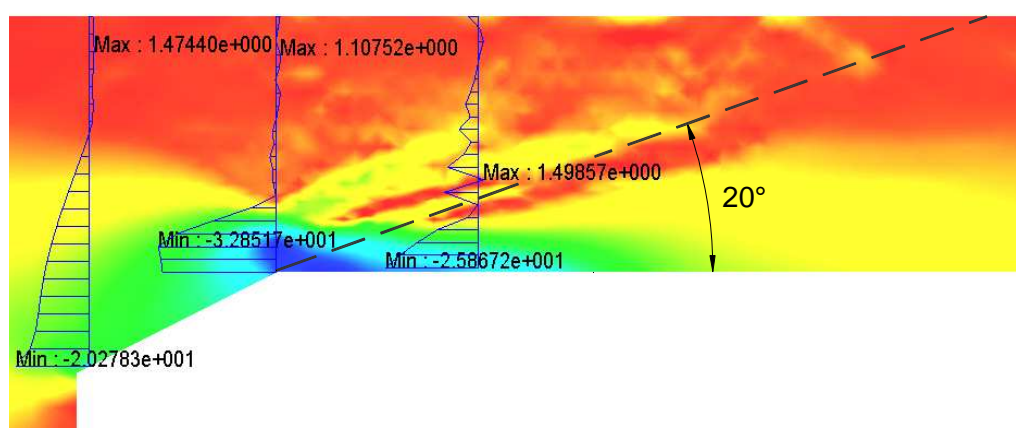
b) Deformações radiais ( $\epsilon_{xx}$ ) referente à carga de ruptura da laje LC2

Figura 5.16 – Distribuição de tensões normais e deformações da laje LC2

Na Figura 5.17 apresenta-se as fissuras observadas no modelo da laje LC2, no passo de carga referente à ruptura e suas tensões correspondentes. Nota-se que a possível superfície de ruptura tem início no limite externo do capitel (Figura 5.17b), em uma região com tensão de compressão acima de 32 MPa, seguindo para a face superior da laje com inclinação de aproximadamente 20°, passando por uma região, no interior da seção transversal, com tensão de tração elevadas em relação a resistência à tração do concreto usado para a confecção do modelo. A Figura 5.17a apresenta fissuras tangenciais estabilizadas, na face superior da laje, em locais onde foram observadas na figura anterior as deformações radiais mais expressivas, assim como, o surgimento do cone de ruptura, partindo das proximidades do limite externo do capitel.

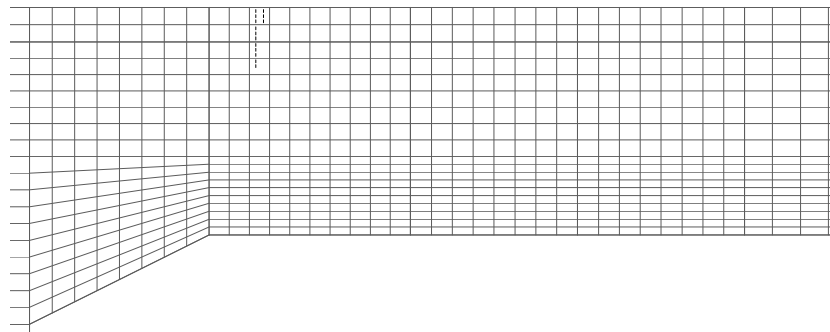


a) Fissuras da laje LC2 referentes à ruptura

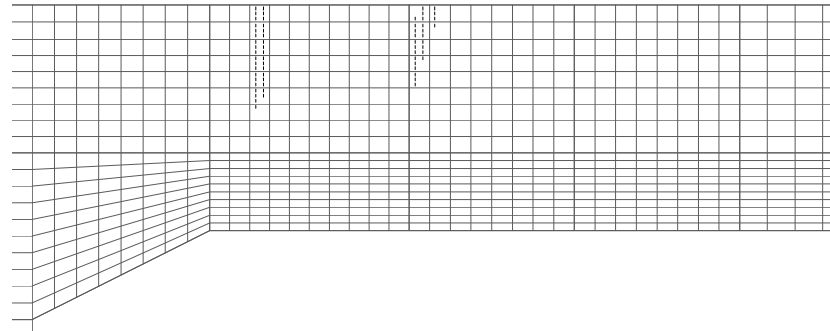


b) Tensões de tração e compressão ( $\sigma_{xx}$ ), no último passo de carga, observadas na seção transversal do modelo  
 Figura 5.17 – Fissuras e distribuição de tensões observadas na laje LC2 referentes à carga de ruptura

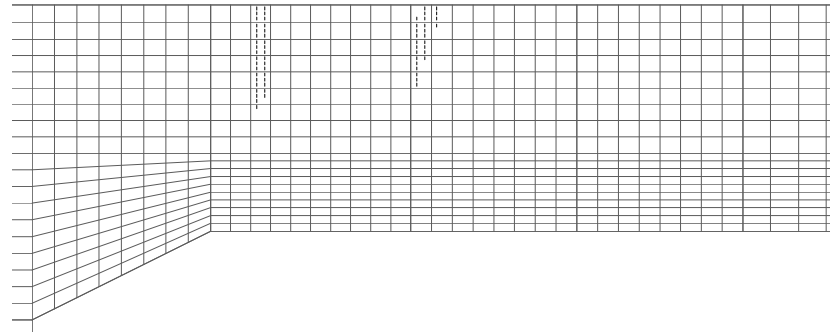
Na Figura 5.18 observa-se o desenvolvimento das fissuras tangenciais da laje LC2 e o posterior surgimento de sua superfície de ruptura. A Figura 5.19a mostra o surgimento da primeira fissura, próxima a extremidade do capitel, com 32,4% (131,5 kN) da capacidade carga da laje e em seguida com 46,2% (187,9 kN), na Figura 5.18b, o desenvolvimento desta primeira fissura e o surgimento de uma segunda fissura, a 125 mm da extremidade do capitel. Em seguida observa-se que com 72% (294,7 kN) da capacidade resistente do modelo, há o surgimento de uma terceira fissura, assim como a estabilização da primeira e o desenvolvimento da segunda fissura tangencial (Figura 5.18c). Com 90,5% da capacidade carga atingida as três fissuras estabilizam-se (Figura 5.18d) e finalmente na Figura 5.18e surgem as fissuras no interior da seção transversal do modelo, que caracterizam a formação do cone de ruptura, com carga de 406,3 kN e formando o ângulo de 20° com a face inferior da laje.



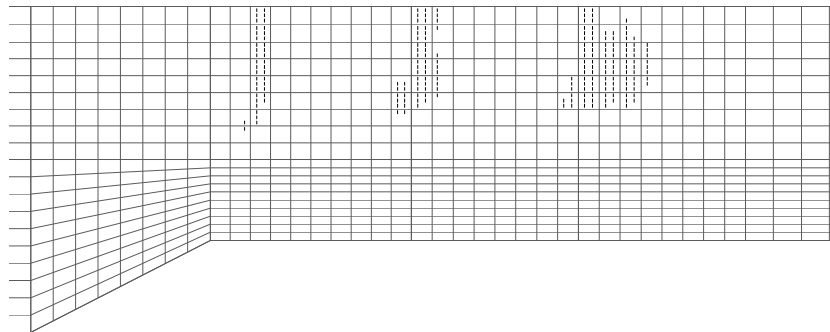
a) 32,4% da carga de ruptura (131,5 kN)



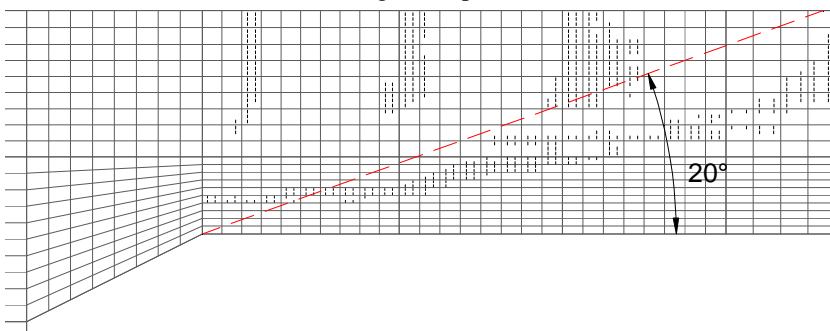
b) 46,2% da carga de ruptura (187,9 kN)



c) 72,5% da carga de ruptura (294,7 kN)



d) 90,5% da carga de ruptura (367,6 kN)



e) 100% da carga de ruptura (406,3 kN)

Figura 5.18 – Fissuração da laje LC2, com capitel de relação  $h_H/l_H$  de 1:2

Para a modelagem da laje LC3, houve a modificação da malha do modelo anterior, em função do comprimento do capitel, haja visto que para esta laje a relação  $h_H/l_H$  é de 1:3. Os outros parâmetros referentes a  $E_c$ ,  $f_{ct}$  e  $\beta_c$  foram usados os valores de 27 GPa, 1,72 MPa e 0,16, respectivamente. Na Figura 5.19, é apresentada a malha utilizada na modelagem da laje LC3.

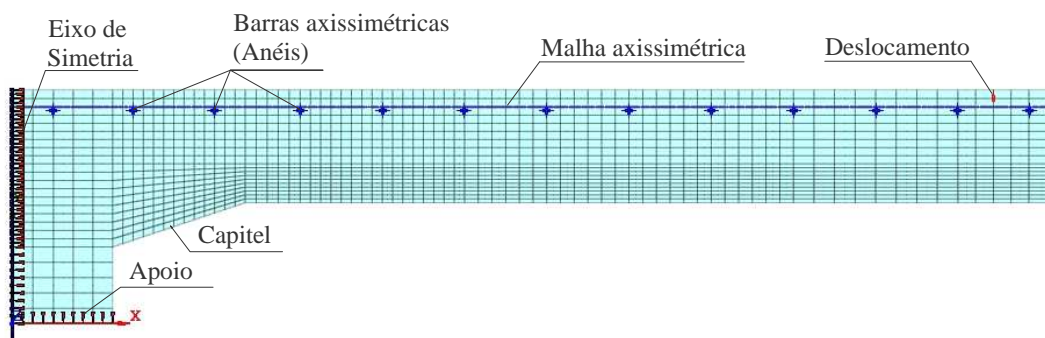


Figura 5.19 – Modelo adotado para a laje LC3

O modelo numérico da laje LC3 mostrou ter maior rigidez em relação ao modelo experimental. Mais uma vez melhor comportamento foi observado quando comparadas as cargas de ruptura experimental e computacional desta laje (Figura 5.20). É válido ressaltar que os modelos das lajes LC1 e LC2 apresentaram resultados mais próximos ao experimental que o valor apresentado pela laje LC3. Uma vez que a carga de ruptura experimental desta laje foi de 518,5 kN e o modelo da análise computacional apresentou uma capacidade de carga de 456,5 kN, ou seja, diferença de 12%, porém com um comportamento adequado e modo de ruptura próximo ao que foi observado em laboratório. Também se destaca que houve um ganho na capacidade de carga em relação às lajes anteriores, proporcionado pelo aumento do capitel, e também apresentou uma superfície de ruptura interna ao capitel, assim como ocorreu com os modelos experimentais com relação  $h_H/l_H$  é de 1:3.

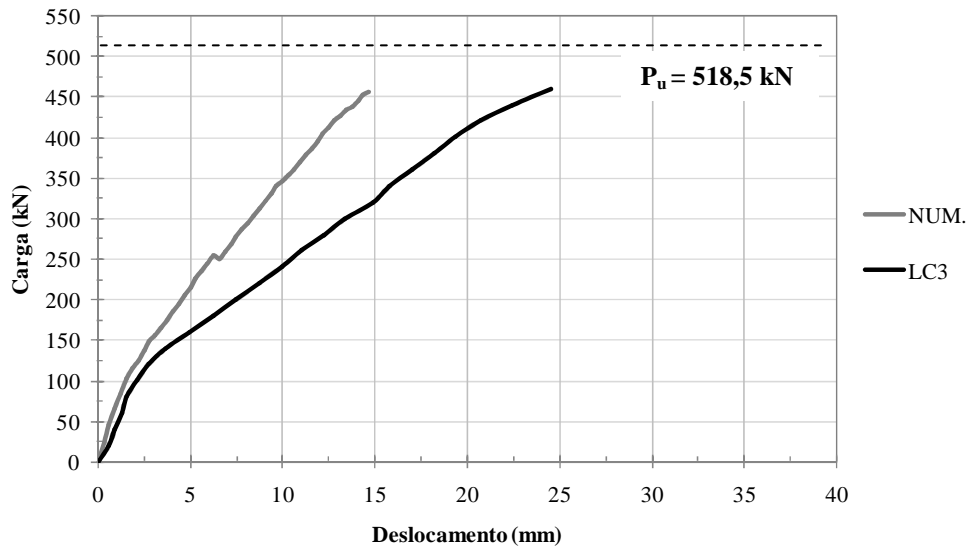


Figura 5.20 – Gráfico carga-deslocamento para o modelo da laje LC3

Na Figura 5.21 observa-se as tensões normais e as deformações radiais do modelo da laje LC3 na ruptura. Assim como foi observado no modelo anterior, o modelo em questão apresenta o desenvolvimento de uma biela comprimida, com tensões de tração em sua volta que podem ter contribuído pra o surgimento do cone de ruptura (Figura 5.21a). Porém diferente de LC2, nota-se neste modelo que a concentração elevada de tensões de compressão espalham-se desde o limite externo do capitel, com tensões um pouco mais elevadas, até o encontro desde com o pilar. Em virtude deste fato, é possível ser considerado que a superfície de ruptura passou do limite do capitel e provavelmente iniciou no encontro do capitel com o pilar. Observa-se que a superfície de ruptura, com início na face do pilar, pode ter chegado a um raio de aproximadamente 489 mm, próximo aos  $3,2 \cdot (d+h_H)$  encontrado em laboratório. A Figura 5.21b apresenta o aparecimento das deformações radiais mais expressivas, que são responsáveis pela formação das fissuras tangenciais e a possível superfície de ruptura. Nota-se também que neste modelo estas deformações ocorrem no limite e dentro do capitel, possibilitando a penetração do cone no capitel.

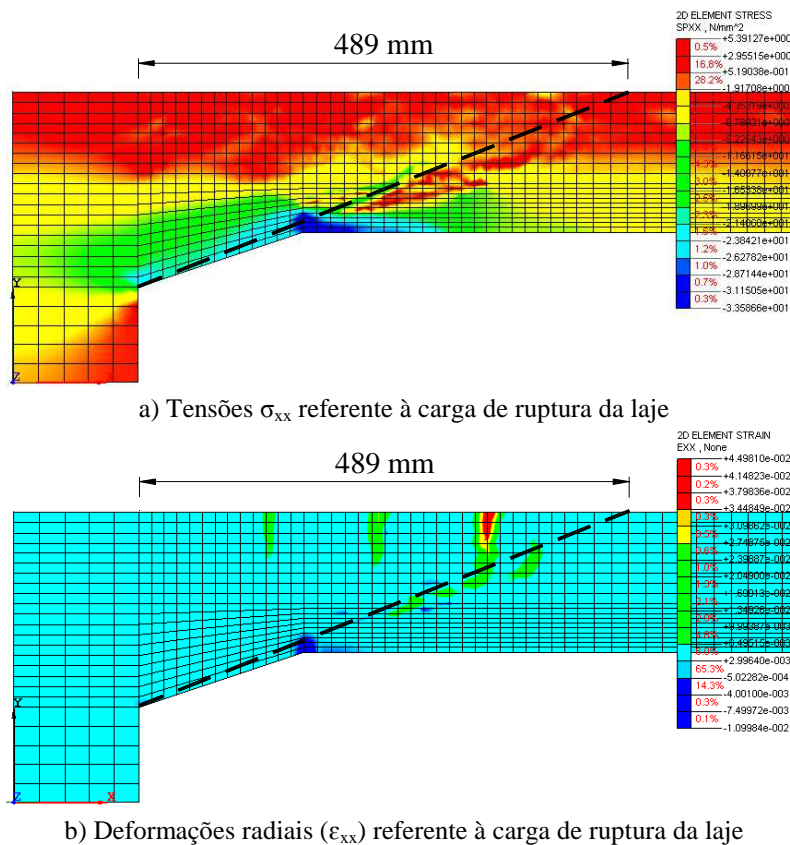
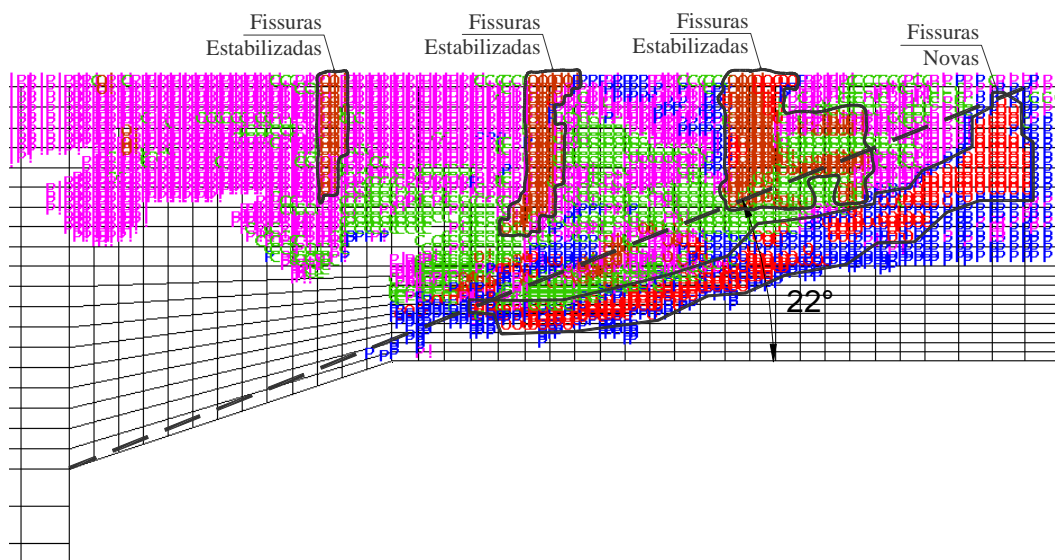


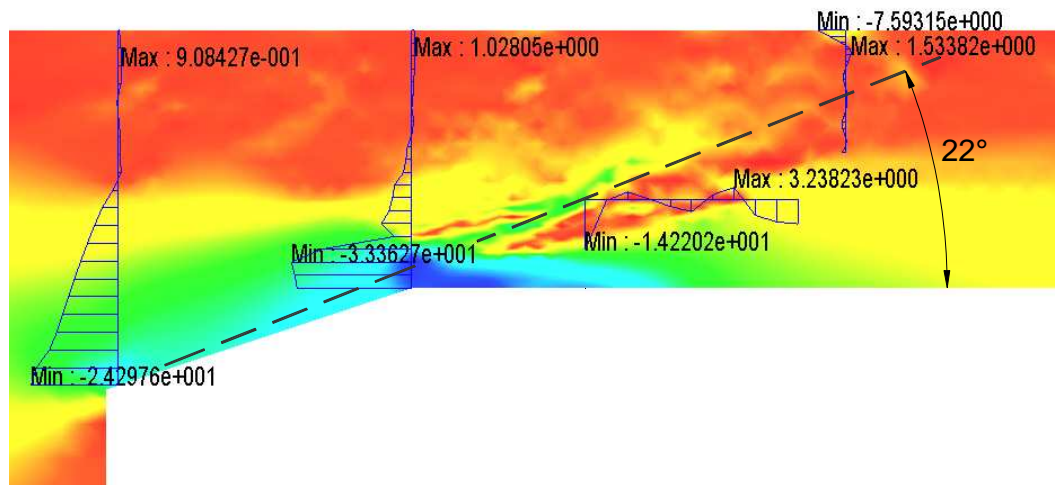
Figura 5.21 – Distribuição de tensões normais e deformações da laje LC3

A Figura 5.22 apresenta a distribuição de tensões normais, referentes a carga de ruptura d modelo, e a fissuras que se desenvolveram durante o seu carregamento. Na Figura 5.22a nota-se as fissuras tangenciais, na face superior da laje, já estabilizadas, mais ou menos nos mesmos locais onde foram observadas as deformações radiais mais elevadas, encontradas na figura anterior, e o aparecimento da provável superfície de ruptura, com uma inclinação de aproximadamente  $22^\circ$ , ressaltando que o experimental apresentou variação entre  $20^\circ$  e  $24^\circ$ . Observa-se também na Figura 5.22b a distribuição das tensões normais na seção transversal do modelo, com a formação da biela comprimida no interior da seção, com regiões tracionadas ao redor da biela, com tensões de tração acima da resistência a tração do concreto estimado para o modelo. No limite externo do capitel nota-se tensões de compressão acima do  $f_c$  usado na laje, e essa tensões distribuem-se ao longo da superfície inferior do capitel até o encontro com o pilar, com tensões próximas a este  $f_c$ , fato este que pode ter possibilitado a penetração da superfície de ruptura no capitel, ou seja, a ruptura interna.





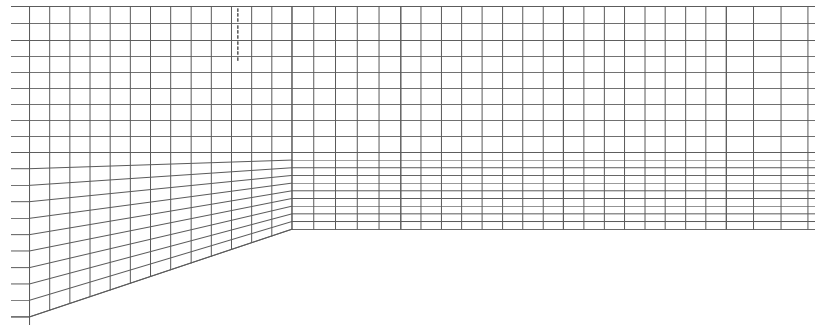
a) Fissuras da laje LC3 referentes à ruptura



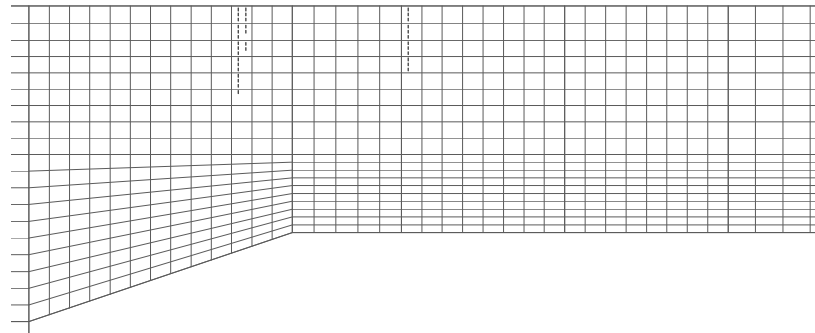
b) de tração e compressão ( $\sigma_{xx}$ ), no último passo de carga, observadas na seção transversal do modelo

Figura 5.22 – Fissuras e distribuição de tensões observadas na laje LC3 referentes à carga de ruptura

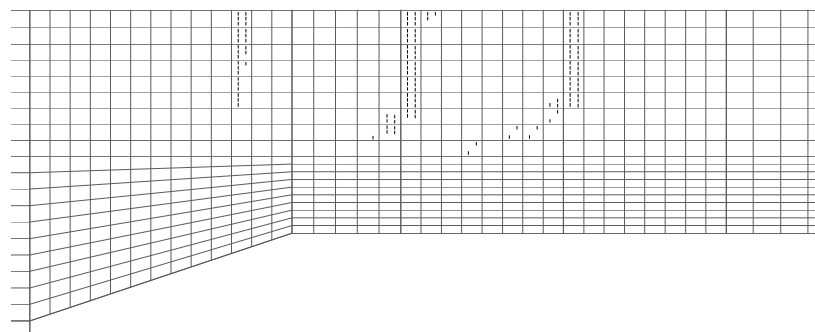
O desenvolvimento das fissuras na laje LC3 pode ser observado na Figura 5.23. A primeira fissura apresenta-se com 27,5% (125,5 kN) da carga de ruptura (Figura 5.23a), em uma região referente ao interior do capitel, e com 32,8% nota-se o desenvolvimento desta fissura e o surgimento da segunda fissura, a um distância de aproximadamente 70 mm do limite do capitel (Figura 5.23b). Com a aplicação de 54,7% da capacidade resistente da laje, surge a terceira fissura, assim como o desenvolvimento das duas fissuras anteriores (Figura 5.23c). Nos passos de carga posteriores nota-se o desenvolvimento até a estabilização das fissuras existentes com 94,8% da carga de ruptura (Figura 5.23d). Posteriormente, ao atingir 456,5 kN, surge a superfície de ruptura, iniciando na face do pilar e prolongando-se até a face superior da laje com inclinação média de 22° (Figura 5.23e).



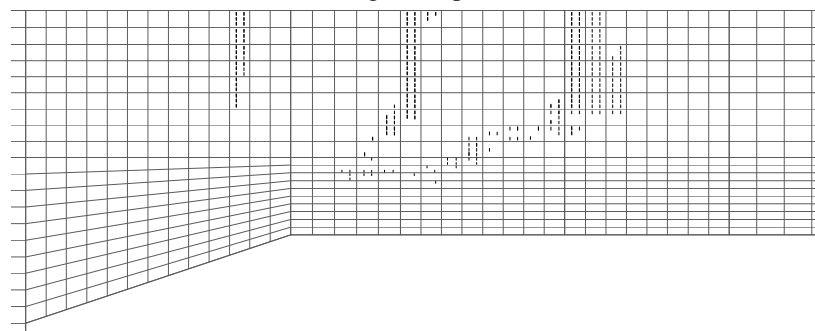
a) 27,5% da carga de ruptura (125,5 kN)



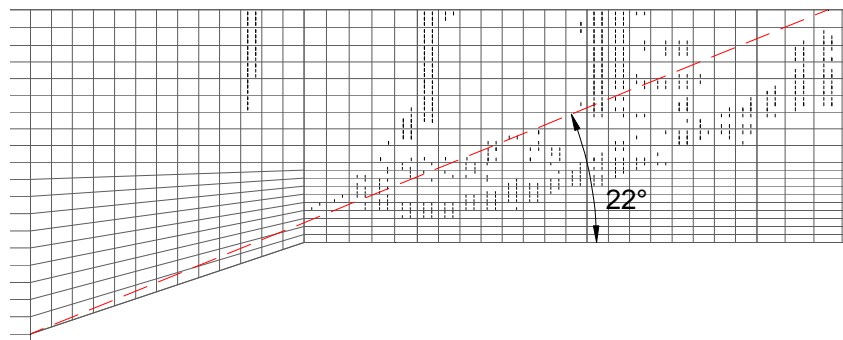
b) 32,8% da carga de ruptura (150,0 kN)



c) 54,7% da carga de ruptura (250,0 kN)



d) 94,8% da carga de ruptura (432,8 kN)



e) 100% da carga de ruptura (456,5 kN)

Figura 5.23 – Fissuração da laje LC3, com capitel de relação  $h_H/l_H$  de 1:3

A laje LC4 foi modelada com a malha apresentada na Figura 5.24. Esta laje apresenta capitel maior que as lajes anteriores, com relação  $h_H/l_H$  de 1:4, porém com a mesma armadura de flexão e com uma carga de ruptura experimental de 513,5 kN. Para a análise computacional foram adotados os parâmetros de  $E_c = 27$  GPa,  $f_{ct} = 1,85$  MPa e  $\beta_c = 0,15$ .

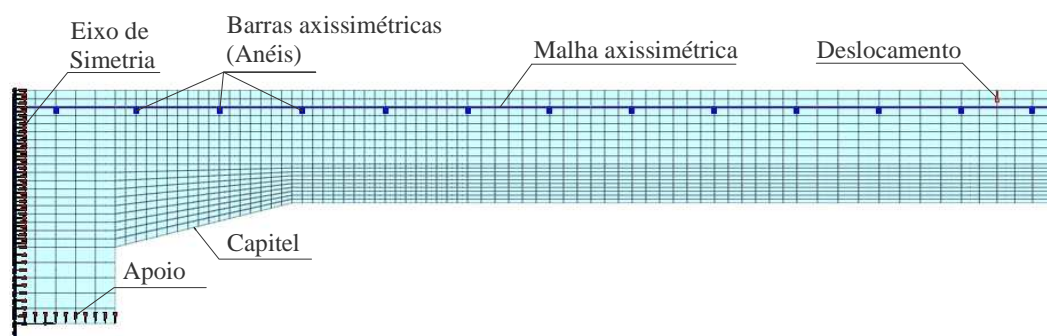


Figura 5.24 – Modelo adotado para a laje LC4

Na Figura 5.25, referente à curva carga-deslocamento da laje LC4, nota-se mais uma vez que a rigidez da laje observada na análise computacional é maior que a encontrada experimentalmente. Porém, em relação à carga de ruptura, percebe-se uma aproximação entre os modelos, uma vez que a carga experimental foi de 513,5 kN e a computacional de 457,3 kN, ou seja, a capacidade resistente da laje modelada foi 11% menor que a experimental e a 15% menor que a estimada pelo EC2 (2004). Nota-se que a laje com capitel e relação  $h_H/l_H$  de 1:4 (LC4) não apresentou melhora na capacidade resistente, quando comparada a laje com relação  $h_H/l_H$  de 1:3 (LC3), assim como foi observado experimentalmente.

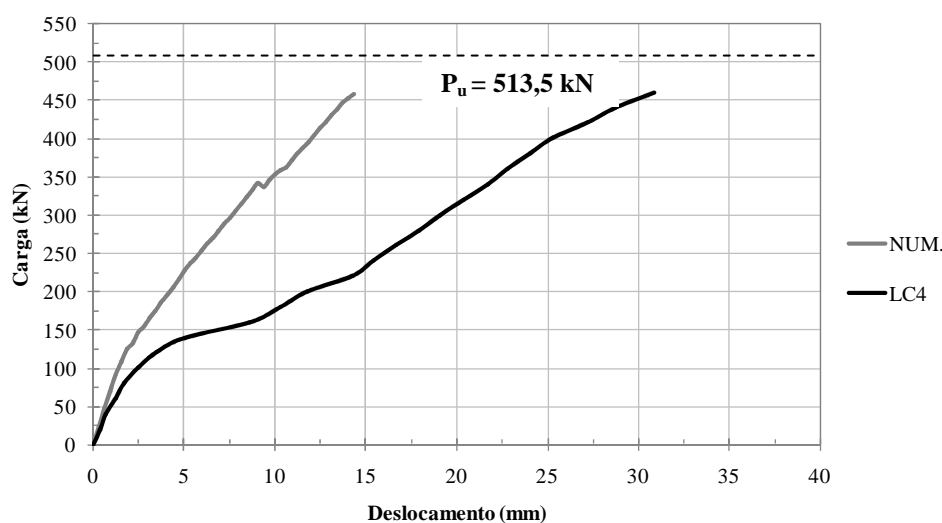


Figura 5.25 – Gráfico carga-deslocamento para o modelo da laje LC4

Observa-se no modelo da laje LC4 a formação de duas bielas comprimidas (Figura 5.26a), tendo uma delas valores mais elevados, e com tensões de tração em sua volta, que pode ser a provável causadora do cone de punção. Nas proximidades no capitel notam-se valores de tensões compressivas elevadas, que adentram o capitel e distribuem-se até o encontro deste com o pilar. A projeção da provável superfície de ruptura mostra que o cone pode ter, em relação à face do pilar, um raio de aproximadamente 558 mm, estando este próximo ao experimental ( $4 \cdot (d+h_H)$ ). Na Figura 5.26b é possível observar a formação das deformações radiais, com pontos de deformações mais elevadas, onde provavelmente surgiram as fissuras tangenciais, e o prolongamento de uma delas, que pode ter contribuído com a formação do cone de punção.

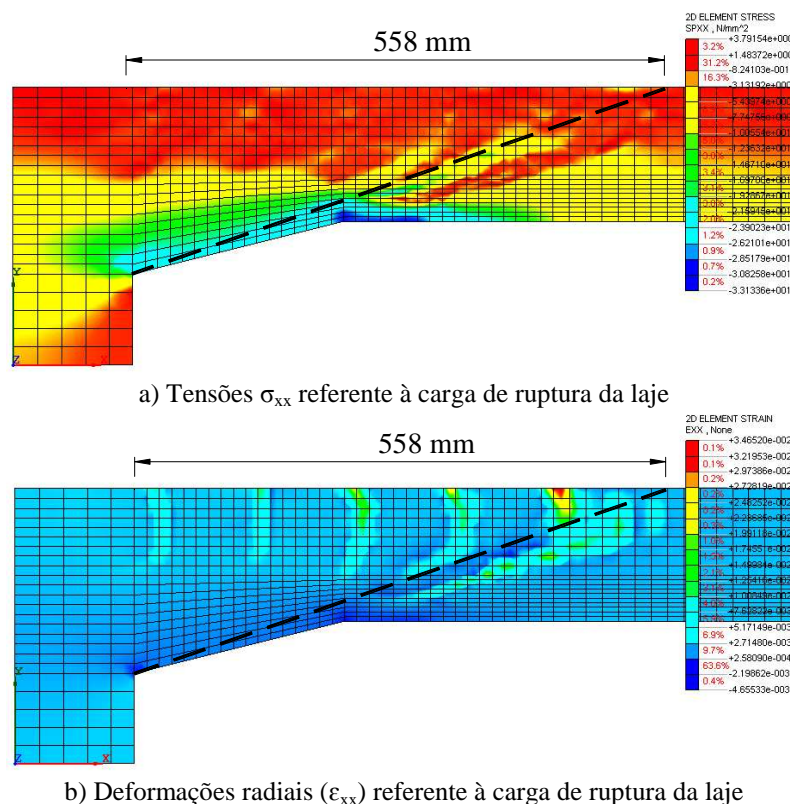
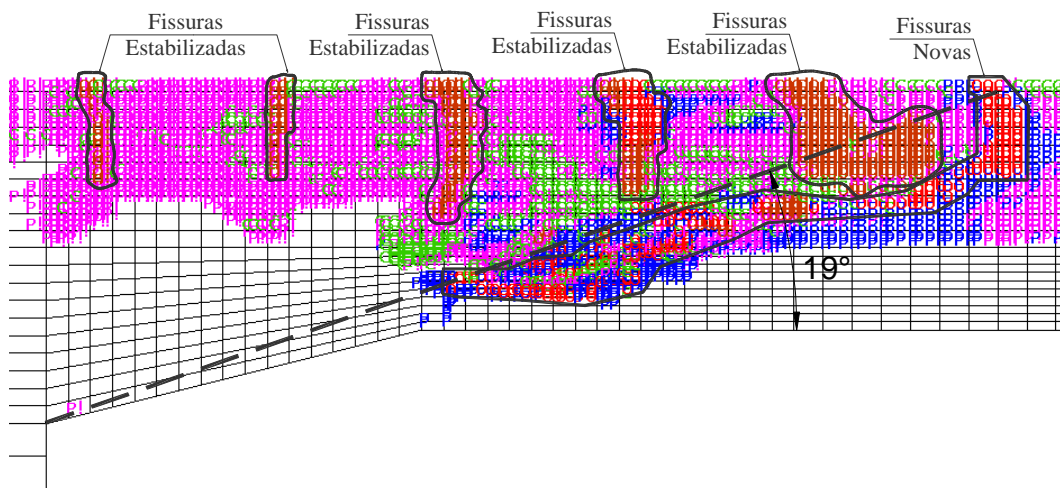


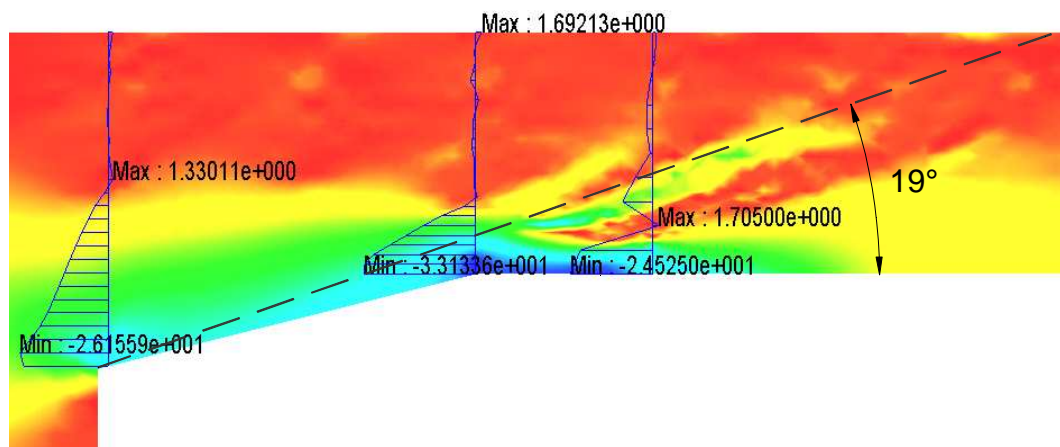
Figura 5.26 – Distribuição de tensões normais e deformações da laje LC4

O modelo da laje LC4 apresenta uma quantidade maior de fissuras tangenciais, em relação aos modelos anteriores, inclusive com fissuras ocorrendo nas regiões internas ao capitel (Figura 5.27a). Essa ocorrência pode ser atribuída ao maior comprimento do capitel utilizado neste modelo, fazendo com que as fissuras que antes apareciam apenas próximas as extremidades, adentrassem os limites do mesmo. Observa-se que as fissuras tangenciais ocorreram nas mesmas regiões onde apareceram deformações radiais mais elevadas, como

observado na figura anterior, inclusive a superfície de ruptura, apresentando uma projeção com inclinação por volta de 19°. Observando a distribuição das tensões no interior da seção transversal do modelo (Figura 5.27b), nota-se comportamento parecido com o que foi visto no modelo da laje LC3. A formação da biela comprimida, com tensões de tração elevadas em suas bordas, tensões de compressão concentradas na borda do capitel, com tensão acima do  $f_c$  usado no modelo, que se estendem ao longo do capitel, até chegar ao encontro do mesmo com o pilar. Porém percebe-se que a diferença dessas tensões de compressão é menor que observada no modelo LC3, uma vez que na borda do capitel nota-se 33,1 MPa e no encontro com o pilar 26,2 MPa. Tensões estas que, assim como em LC3, podem ter contribuído para o surgimento da superfície de ruptura a partir da ligação do pilar com o capitel.



a) Fissuras da laje LC4 referentes à ruptura

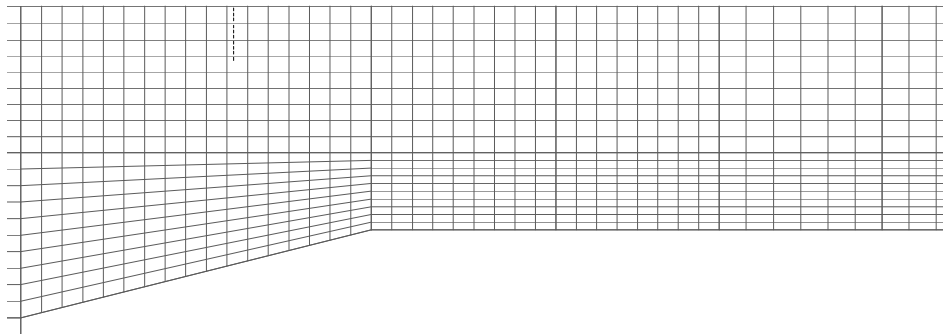


b) Tensões de tração e compressão ( $\sigma_{xx}$ ), no último passo de carga, observadas na seção transversal do modelo

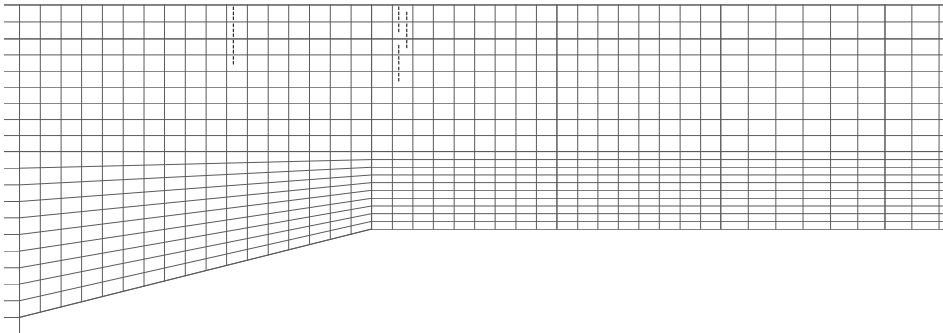
Figura 5.27 – Fissuras e distribuição de tensões observadas na laje LC4 referentes à carga de ruptura

Na Figura 5.28 observa-se aparecimento e desenvolvimento das fissuras no modelo da laje LC4. A primeira fissura surge com uma carga de 132,8 kN, equivalente a 29% da capacidade de carga da laje, fissura esta que aparece em uma região interna do capitel, diferente das lajes anteriores (Figura 5.28a) e posteriormente nota-se o aparecimento da segunda fissura com 33,5% (153,3 kN) da carga de ruptura, estando próxima ao limite externo do capitel (Figura 5.28b). Ao atingir 55,5% da carga de ruptura observa-se o aparecimento de uma terceira fissura ainda mais externa ao capitel, com distância por volta de 105 mm da borda do mesmo, e o desenvolvimento da segunda fissura (Figura 5.28c).

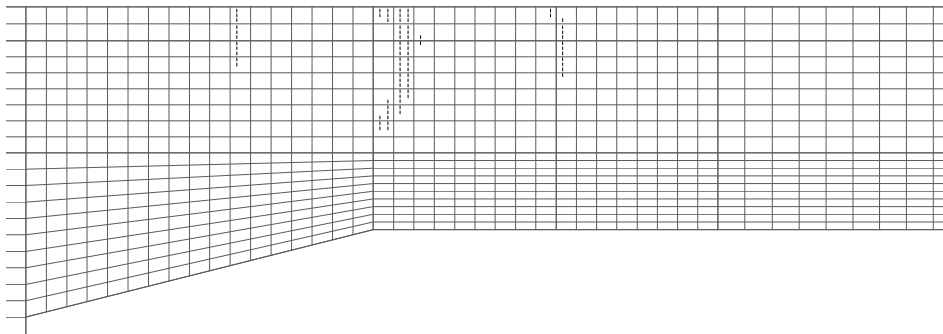
Na Figura 5.28d é possível observar, com 72,7% da resistência do modelo, o surgimento de mais duas fissuras, uma mais externa ao capitel e a outra mais próxima do centro da laje, quase no alinhamento da face do pilar. Nos passos de carga seguintes nota-se o desenvolvimento de todas as fissuras existentes e a estabilização das mesmas próximas a ruptura. E ao atingir carga de ruptura, percebe-se todas as fissuras estabilizadas e o surgimento de fissuras mais internas na seção transversal que configuram o surgimento da superfície de ruptura, com projeção mostrada na Figura 5.28e, e apresentando uma inclinação de 19°, em relação a face inferior do modelo. Nota-se uma projeção com características parecidas com o modelo da laje LC3, porém com maior fissuração que o modelo anterior e menor ângulo de inclinação. Isso pode ser atribuído ao aumento do capitel, com maior relação  $h_H/l_H$ , facilitando maior penetração das tensões de compressão na parte inferior do mesmo.



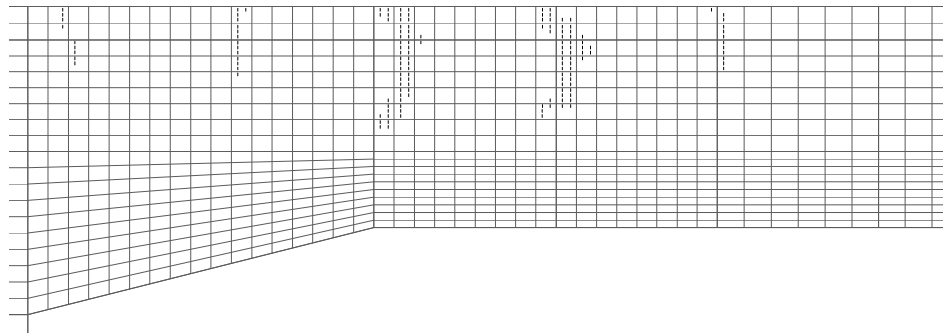
a) 29,0% da carga de ruptura (132,8 kN)



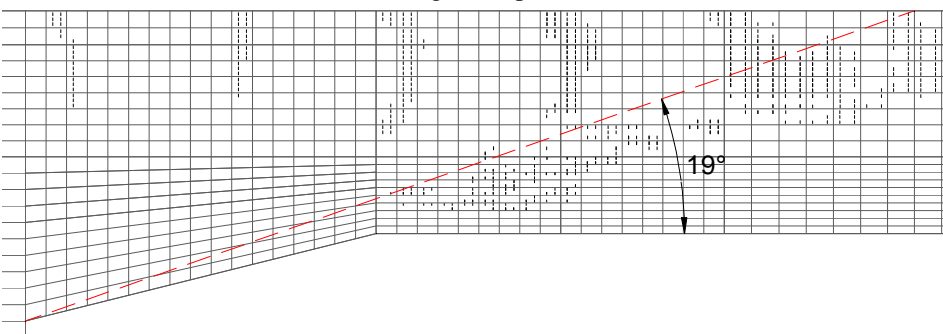
b) 33,5% da carga de ruptura (153,3 kN)



c) 55,5% da carga de ruptura (253,7 kN)



d) 72,7% da carga de ruptura (332,3 kN)



e) 100% da carga de ruptura (457,3 kN)

Figura 5.28 – Fissuração da laje LC4, com capitel de relação  $h_H/l_H$  de 1:4



## 6 – ANÁLISE DAS ESTIMATIVAS TEÓRICAS

### 6.1 – CARGAS DE RUPTURA EXPERIMENTAIS E ESTIMADAS PELAS NORMAS

A Tabela 6.1 apresenta uma comparação entre as cargas de ruptura por punção observadas nos ensaios ( $P_u$ ) e a carga de ruptura estimada pelas recomendações do EC2 ( $V_{Rc}$ ), assim como o local onde as rupturas aconteceram, haja vista que estas poderiam ocorrer dentro (Interna) ou fora (Externa) da área correspondente aos capitéis. Quanto às cargas de ruptura experimentais estão bem próximas das cargas de ruptura estimadas pelas recomendações do EC2. As lajes com capitel circulares foram as que mais aproximaram as cargas estimadas das experimentais. As lajes LC4 e LQ8 distanciam-se das estimativas, uma vez que a norma considera a contribuição do capitel, e foi possível perceber experimentalmente que capitéis com relação maior que 1:3 tem sua contribuição na resistência a punção reduzida. Quase todas as lajes apresentaram uma relação  $P_u/V_{Rc}$  próximas a 1,0, com exceção das lajes LC4 e LC8. No gráfico da Figura 6.1 é possível observar melhor a comparação entre as cargas de ruptura experimental, estimadas pelo EC2 (2004) e carga de ruptura a flexão estimada pelo método das linhas de ruptura.

Em relação ao local da ruptura, metade das lajes com capitel apresentaram comportamento diferente do que foi estimado pelas formulações normativas. Esta estimativa foi determinada usando a igualdade entre as formulações  $V_{Rc,int}$  e  $V_{Rc,ext}$ , que são, respectivamente, a carga de ruptura por punção dentro do capitel (interno) e a carga de ruptura por punção fora do capitel (externo). Com essa igualdade é possível encontrar o valor equivalente a  $l_H$  (capitel circular) ou  $l_{Hs}$  (capitel quadrado) que tem o limite entre esses dois modos de ruptura. As lajes da primeira e segunda série, com capitel circular e quadrado, apresentaram ruptura externa apenas para os capitéis com relação espessura/comprimento 1:2 (Figura 6.2 e 6.3), como estimado pela norma EC2 (2004). Porém, para lajes com relação maior que 1:2, a ruptura aconteceu em uma região interna do capitel, indo contra ao que foi estimado, exceto para a laje LQ8. As estimativas do EC2 davam conta que as lajes LC3, LC4 e LQ7 apresentariam ruptura externa ao capitel o que não ocorreu nos ensaios.



Tabela 6.1 – Comparação das cargas experimentais com as estimadas pelo EC2 (2004)

Laje	C (mm)	$h_H$ (mm)	$h_H$ ou $h_S$ (mm)	$h_H / l_H$	d (mm)	$\rho$ (%)	$P_u$ (kN)	$V_{Rc}$ (kN) EC2	$P_u / V_{Rc}$	Local de Ruptura Exper.	Local de Ruptura Est. EC2
LC1	250	-	-	-	111,5	1,04	327,0	326,4	1,00	-	-
LC2		55	110	1:2	112,5	1,03	427,0	432,9	0,99	EXT	EXT
LC3			165	1:3			518,5	494,9	1,05	INT	
LC4			220	1:4	110,5	1,05	513,5	540,2	0,95		
LQ5	200	-	-	-	109,5	1,06	301,0	342,5	0,88	-	-
LQ6		55	110	1:2	112,5	1,03	495,0	491,5	1,01	EXT	EXT
LQ7			165	1:3	111,5	1,04	542,0	562,5	0,96	INT	
LQ8			220	1:4	110,5	1,05		614,7	0,88		INT
LQ9	200	110	165	1:1,5	110,5	1,05	641,0	591,0	1,08	EXT	EXT
LR10	150 x 250	55	110	1:2	111,5	1,04	483,0	446,0	1,08	EXT	
LQF11	200				109,5	1,06	445,0	453,0	0,98		
LQC12					112,5	1,03	506,0	496,0	1,02		

Para as lajes da terceira série, as estimativas apontavam para rupturas na parte externa dos capitéis em todas as lajes, porém, experimentalmente observou-se a ruptura em área interna dos capitéis para as lajes LQF11 e LQC12 (Figura 6.3). Esta superfície de ruptura pode ser atribuída à presença dos furos (LQF11) e do capitel em formato cruciforme (LQC12), uma vez que sua relação espessura/comprimento era de 1:2, como as lajes LC2 e LQ6. Mas para as lajes LQ9 e LR10, as rupturas estimadas coincidiram com as experimentais, corroborando o que foi obtido em lajes anteriores, uma vez que estas lajes tinham relação  $h_H/l_H$  de 1:1,5 e 1:2, respectivamente.

Em relação à norma brasileira (NBR 6118, 2007), observa-se na Tabela 6.2 cargas de ruptura, em sua maioria, próximas as cargas encontradas pelas estimativas do EC2 (2004), com exceção das cargas referentes às lajes com capitéis de relação  $h_H/l_H$  iguais a 1:3 e 1:4 (LC3, LC4, LQ7 e LQ8). Apesar das recomendações apresentarem formulações parecidas, observa-se que os limites para o uso das mesmas são diferenciados, quando se refere ao perímetro de controle, haja vista que para a NBR 6118 independentemente do comprimento do capitel, deve ser sempre respeitada a relação de 1:2 referente à espessura do mesmo, forçando assim uma inclinação de  $26,6^\circ$  a partir da face do pilar. Sendo assim, aplicando os limites encontrados na norma, percebe-se que nas lajes com capitel de relação  $h_H/l_H$  iguais a 1:3 e 1:4, o perímetro de controle a ser usado tem comprimento de  $2 \cdot d_H$  e espessura com altura útil  $d$ , e desta forma os valores estimados apresentam-se um pouco conservadores, com uma diferença média de 15%. Porém, quando se refere às superfícies de ruptura observa-se que a NBR 6118, mostra-se mais precisa em relação a EC2, pois suas estimativas

coincidiram com os resultados experimentais (Figura 6.2 e 6.3), com exceção das lajes LQF11 e LQC12, que apresentaram rupturas internas, provocadas provavelmente pela interferência dos recortes nos capitéis, por mais que tivessem relações  $h_H/l_H$  de 1:2.

Tabela 6.2 – Comparação das cargas experimentais com as estimadas pela NBR 6118 (2007)

Laje	C (mm)	$h_H$ (mm)	$l_H$ ou $l_{H_s}$ (mm)	$h_H / l_H$	d (mm)	$\rho$ (%)	$P_u$ (kN)	$V_{Rc}$ (kN) NBR	$P_u / V_{Rc}$ NBR	Local de Ruptura Exper.	Local de Ruptura Est. NBR
LC1	250	-	-	-	111,5	1,04	327,0	330,0	0,99	-	-
LC2		55	110	1:2	112,5	1,03	427,0	437,7	0,98	EXT	EXT
LC3			165	1:3		1,03	518,5	442,0	1,17	INT	INT
LC4			220	1:4	110,5	1,05	513,5	435,2	1,18		
LQ5	200	-	-	-	109,5	1,06	301,0	342,5	0,88	-	-
LQ6		55	110	1:2	112,5	1,03	495,0	491,5	1,01	EXT	EXT
LQ7			165	1:3	111,5	1,04	542,0	467,2	1,16	INT	INT
LQ8			220	1:4	110,5	1,05		463,6	1,17		
LQ9	200	110	165	1:1,5	110,5	1,05	641,0	546,8	1,17	EXT	EXT
LR10	150 x 250	55	110	1:2	111,5	1,04	483,0	451,4	1,07		
LQF11	200				109,5	1,06	445,0	454,1	0,98	INT	
LQC12					112,5	1,03	506,0	489,6	1,03		

A Tabela 6.3 e apresenta uma comparação entre as normas usadas para estimar as cargas de ruptura das lajes (EC2 e NBR 6118) e a capacidade de carga das mesmas observadas experimentalmente. Observa-se que a norma EC2 apresenta valores na relação  $P_u/V_{Rc}$  com média de 0,99, um desvio padrão de 0,07 e coeficiente de variação de aproximadamente 6,7%. Sendo assim, percebe-se mais uma vez que os resultados foram um pouco distantes apenas para as lajes com relação  $h_H/l_H$  iguai a 1:4 (LC4 e LQ8). Para as estimativas da NBR 6118 observa-se uma média na relação  $P_u/V_{Rc}$  de 1,07, desvio padrão de 0,1 e coeficiente de variação de quase 10%. Como mencionado anteriormente os valores são próximos aos do EC2, e conseqüentemente aos experimentais, diferindo-se um pouco para as lajes com relação  $h_H/l_H$  iguais a 1:3 e 1:4.

Tabela 6.3 – Comparação entre cargas experimentais e estimadas

Laje	C (mm)	h <sub>H</sub> (mm)	h <sub>H</sub> ou h <sub>S</sub> (mm)	P <sub>u</sub> (kN)	V <sub>Rc</sub> (kN)		P <sub>u</sub> / V <sub>Rc</sub>		
					NBR	EC2	NBR	EC2	
LC1	250	-	-	327,0	330,0	326,4	0,99	1,00	
LC2		55	110	427,0	437,7	432,9	0,98	0,99	
LC3			165	518,5	442,0	494,9	1,17	1,05	
LC4			220	513,5	435,2	540,2	1,18	0,95	
LQ5	200	-	-	301,0	342,5	342,5	0,88	0,88	
LQ6		55	110	495,0	491,5	491,5	1,01	1,01	
LQ7			542,0	165	542,0	467,2	562,5	1,16	0,96
LQ8				220		463,6	614,7	1,17	0,88
LQ9	200	110	165	641,0	546,8	591,0	1,17	1,08	
LR10	150 x 250	55	110	483,0	451,4	446,0	1,07	1,08	
LQF11	200			445,0	454,1	453,0	0,98	0,98	
LQC12				506,0	489,6	496,0	1,03	1,02	
Média							1,07	0,99	
Desvio Padrão							0,10	0,07	
Coef. de Variação (%)							9,61	6,71	

Na Figura 6.1 observa-se uma comparação entre as cargas estimadas pelas normas, as cargas experimentais e a carga estimada para ruptura por flexão: desta forma é possível observar algumas das análises realizadas anteriormente. Observa-se o comportamento próximo entre as estimativas normativas na maioria dos casos, com exceção das lajes LC3, LC4, LQ7 e LQ8. Percebe-se também em alguns casos a aproximação entre as cargas experimentais e as estimativas para ruptura por flexão, e na laje LQ9 é possível observar que a carga experimental foi superior as estimativas das normas e as estimativas de ruptura por flexão.

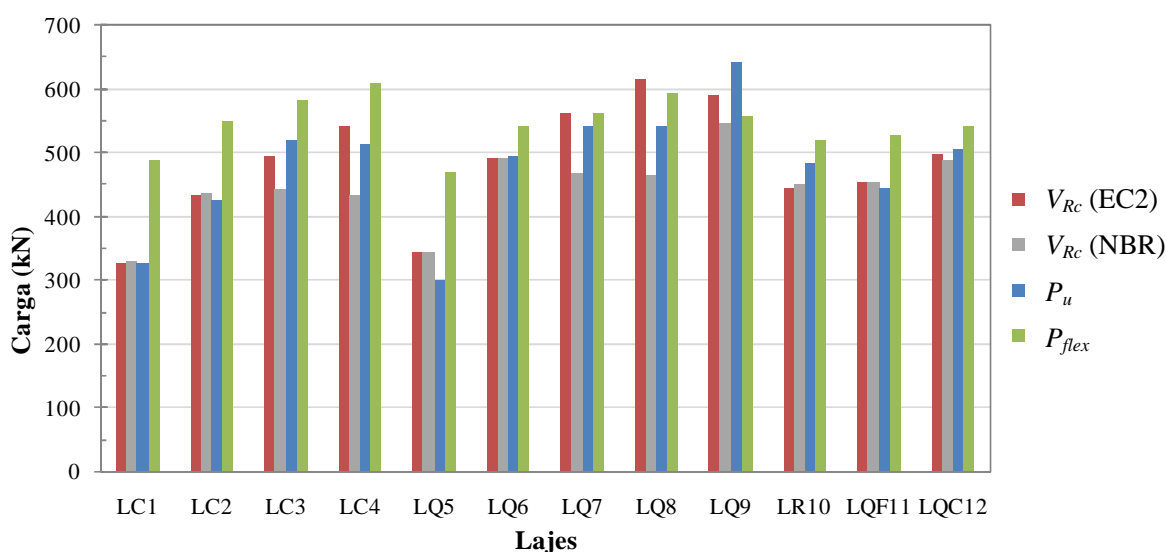


Figura 6.1 – Comparação entre a V<sub>Rc</sub> (EC2), V<sub>Rc</sub> (NBR 6118), P<sub>u</sub> e P<sub>flex</sub>



Figura 6.2 – Local de ruptura das lajes da 1ª e 2ª séries



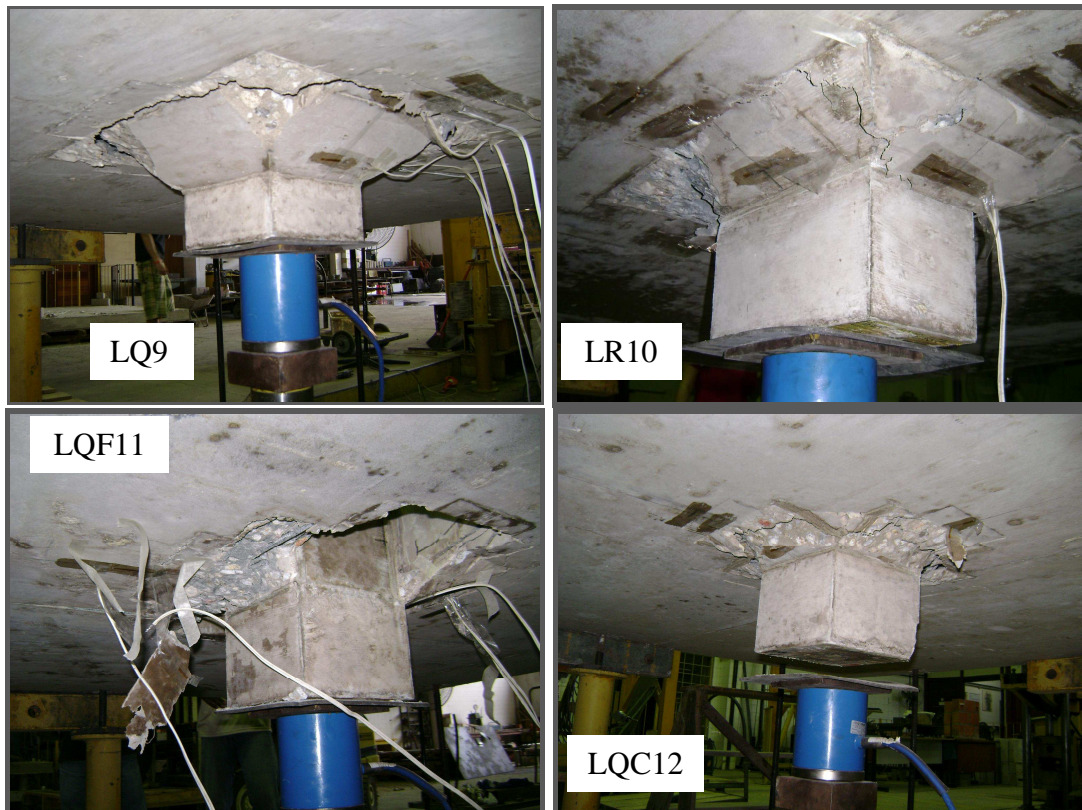


Figura 6.3 – Local de ruptura das lajes da 3ª série

Foi possível observar também, que nas lajes com capitéis quadrados e retangulares, próximo da ruptura, os mesmos apresentavam um abaulamento nos cantos dos capitéis, que antecediam o aparecimento do conde ruptura na área interna ou externa dos mesmos, como mostra a Figura 6.4.



Figura 6.4 – Abaulamento nos cantos dos capitéis das lajes LQ9 e LQ6, respectivamente

## 6.2 – CARGAS DE RUPTURA ESTIMADAS PELA TEORIA DA FISSURA CRÍTICA DE CISALHAMENTO

Na Tabela 6.4 apresenta-se uma comparação entre as cargas de ruptura experimentais e as cargas de ruptura estimadas pela teoria da fissura crítica de cisalhamento. Observa-se que as cargas estimadas apresentaram, em todas as lajes, valores um pouco conservadores em relação as cargas experimentais, a relação  $P_u/V_{tfcc}$  mostra uma média de 1,31. Percebe-se que os valores mais conservadores foram observados nas lajes LC3, LQ7 e LQ9 todas com capitel de 165 mm de comprimento. Os resultados menos conservadores ocorreram nas lajes sem capitel ou com capitéis com relação 1:2.

Com relação ao local de ruptura observa-se que as estimativas apresentaram bons resultados para as lajes da primeira série e segunda série, com exceção da laje LQ6. Em relação as lajes da terceira série apenas as lajes LQ9 e LQF11 coincidiram o modo de ruptura experimental com o estimado. Ressalta-se que as lajes LC2, LQ6 e LR10, todas com relação de 1:2, apesar dos modos de ruptura apresentados na tabela, mostraram uma proximidade entre os dois modos de ruptura possíveis, com diferença de no máximo 10 kN entre a carga de ruptura interna e a carga de ruptura externa dos capitéis.

Tabela 6.4 – Comparação de cargas experimentais com as estimativas da TFCC

Laje	C (mm)	h <sub>H</sub> (mm)	h <sub>H</sub> ou h <sub>S</sub> (mm)	f <sub>c</sub>	d (mm)	ρ (%)	P <sub>u</sub> (kN)	V <sub>tfcc</sub> (kN) TFCC	P <sub>u</sub> / V <sub>tfcc</sub>	Local de Ruptura Exper.	Local de Rupt. Est. TFCC
LC1	250	-	-	31	111,5	1,04	327,0	253,0	1,29	-	-
LC2		55	110		112,5	1,03	427,0	345,0	1,24	EXT	EXT
LC3			165	32			518,5	370,0	1,40	INT	INT
LC4			220		110,5	1,05	513,5	380,0	1,35		
LQ5	200	-	-	35	109,5	1,06	301,0	265,0	1,14	-	-
LQ6		55	110		112,5	1,03	495,0	375,0	1,32	EXT	INT
LQ7			165	37			111,5	1,04	542,0	385,0	
LQ8			220		110,5	1,05			400,0	1,36	
LQ9	200	110	165	46	110,5	1,05	641,0	455,0	1,41	EXT	EXT
LR10	150 x 250	55	110		111,5	1,04	483,0	390,0	1,24		INT
LQF11	200			109,5	1,06	445,0	330,0	1,35			
LQC12				112,5	1,03	506,0	380,0	1,33	EXT		

## 6.3 – PROPOSTA PARA DETERMINAÇÃO DAS DIMENSÕES DO CAPITEL

Nas comparações realizadas usando os resultados experimentais e as recomendações normativas do EC2 (2004), observa-se uma aproximação entre os valores apresentados. Esta

aproximação pode ser verificada tanto nos valores para a carga de ruptura das lajes quanto a em relação à superfície de ruptura observadas. Em função desses resultados propõe-se uma formulação baseada na igualdade entre a carga estimada para a ruptura por flexão ( $P_{flex}$ ), utilizada neste trabalho, baseada na teoria das linhas de ruptura, e a carga de ruptura por punção ( $V_{Rc,ext}$ ) recomendada pelo EC2 (2004) para os casos de ruptura externa, em relação ao capitel. Usando a igualdade  $P_{flex} \cdot \gamma_{flex} = V_{Rc,ext}$ , manipula-se até ser isolado o comprimento ideal para o capitel em função da carga desejada, seja para capitel quadrado ou circular ( $l_{H_s}$  ou  $l_H$ ), como mostra a equação 6.1. Com a determinação do valor do comprimento do capitel, para forçar que ruptura aconteça externa ao capitel, seguindo as recomendações normativas e o que foi observado experimentalmente, utiliza-se a relação entre a espessura e o comprimento do capitel, que seria de  $l_H = 2 \cdot h_H$ , para determinar a espessura equivalente para o capitel ( $h_H$ ), tendo assim as dimensões ideais para o comportamento do capitel conforme o desejado. Com essa relação de espessura/comprimento do capitel, os capitéis apresentarão ângulo de inclinação de aproximadamente  $26^\circ$ , controla-se o surgimento da superfície de ruptura, forçando assim uma ruptura externa e direcionando o dimensionamento para a verificação apenas fora do capitel.

$$l_H = 0,9 \cdot \frac{P_{flex} \cdot \gamma_{flex}}{\xi \cdot \tau_c \cdot d} - \left( \frac{C}{2} + 2 \cdot d \right) \quad (\text{Eq. 6.1})$$

$$\tau_c = (100 \cdot \rho \cdot f_c)^{1/3} \quad (\text{Eq. 6.2})$$

onde

$l_H$  é a dimensão em planta do capitel;

$\xi$  é o *size effect*, assumido como  $\xi = 1 + \sqrt{200/d} \leq 2,0$ , com d em mm;

$\gamma_{flex}$  é o coeficiente de majoração para o  $P_{flex}$ .

No sentido de aumentar a segurança no uso da formulação mencionada acima, faz-se o uso de um coeficiente de majoração da carga de ruptura por flexão ( $\gamma_{flex}$ ), uma vez que esse valor é determinado por uma teoria de forma aproximada, que não abrange todos os casos. Baseado em algumas normas nacionais (NBR 8800 e NBR 6123) que adotam valores para a majoração de carregamentos direcionados ao dimensionamento de estruturas, que variam de acordo com a utilização, finalidade ou importância da edificação em questão, recomenda-se que esse coeficiente adote valores conforme o fim de utilização da edificação. Em casos de edificações de maior ocupação ou cargas mais elevadas, devem-se adotar valores mais

elevados, e para casos de edificações residências com cargas menos significativas, devem-se usar valores menores, como mostra as recomendações a seguir:

- Para edificações residenciais em pisos destinados à habitação  $\gamma_{flex} = 1,2$ ;
- Para edificações residenciais em pisos de maior movimentação (salão de festas, salão de jogos, festas, lojas, etc.)  $\gamma_{flex} = 1,3$ ;
- Para edificações comerciais e de grande ocupação (shopping, hospital, cinema, biblioteca, escolas, universidades, academia, etc.)  $\gamma_{flex} = 1,4$ ;
- Para edificações destinadas a cargas elevadas e/ou dinâmicas (garagens, casa de máquinas, reservatórios, etc.)  $\gamma_{flex} = 1,5$ .



## **7 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **7.1 – CONCLUSÕES**

#### **7.1.1 – Programa Experimental**

##### **7.1.1.1 – Lajes**

Em relação às dimensões adotadas para as lajes (2600 mm x 2600 mm x 140 mm) verifica-se, observando os resultados, que foram adequadas para o estudo do fenômeno da punção nas ligações laje-pilar com e sem a presença dos capitéis. Observa-se que utilização de segmentos de pilares monolíticos e as dimensões atribuídas aos mesmos mostraram-se adequados à proposta relativa ao trabalho. Quanto à variação da seção transversal dos pilares (quadrada, retangular e circular) e conseqüentemente a variação da seção transversal dos capitéis ajudou no enriquecimento dos resultados da pesquisa. Observa-se também que a variação nas dimensões dos capitéis, mais precisamente a variação da relação espessura/comprimento dos capitéis, foram adequadas aos objetivos do trabalho, favorecendo a análise de deformações e observações sobre a superfície de ruptura dos modelos experimentais.

##### **7.1.1.2 – Sistema de ensaio**

O sistema de ensaio mostrou-se eficiente na distribuição simétrica dos carregamentos e assim como no monitoramento dos deslocamentos das lajes. Perceberam-se pequenas diferenças nos deslocamentos em pontos opostos dos modelos, uma vez que os mesmos eram simétricos, mas que foram considerados desprezíveis, uma vez que não se observou nas lajes sinais de instabilidade. Ressalta-se que o sistema de aplicação de carga, com cilindro hidráulico e bomba elétrica, comportou-se de maneira satisfatória na aplicação central do carregamento e a reprodução da distribuição das cargas nas bordas das lajes, onde foram empregadas 4 vigas metálicas e 12 tirantes.

#### 7.1.1.3 – Deslocamentos das lajes

Para o monitoramento dos deslocamentos verticais das lajes foram empregados 6 defletômetros digitais, a maioria distribuídos ao longo de um dos eixos centrais das lajes, com o objetivo de observar a curvatura desenvolvida pelas mesmas e posteriormente fazer a comparação direta do comportamento observado entre as mesmas. Observa-se que os deslocamentos foram lineares e com boa proximidade entre si nos pontos opostos e simetricamente coincidentes, e apresentou resultados satisfatórios para a relação carga-deslocamento de todos os modelos. Em função disso acredita-se que o modelo adotado tenha apresentado um comportamento satisfatório. Porém observou-se que a laje LC3 apresentou maior rigidez que as outras lajes ensaiadas, sem motivo aparente para o mesmo acredita-se que pode ter sido em virtude de um deslocamento do sistema de ensaios ou um problema na acomodação do mesmo.

#### 7.1.1.4 – Deformações do concreto

No monitoramento das deformações foram usados extensômetros próximos as faces dos pilares assim como dentro e fora da região dos capitéis, posicionados tangencial e radialmente em eixos centrais, em pontos simétricos e opostos das lajes, com a quantidade variando conforme o comprimento do capitel e a seção transversal dos pilares. Observa-se que na maioria das lajes as deformações radiais apresentaram valores mais elevados em relação às tangenciais, com exceção das lajes sem capitel, LC1 e LQ5. Percebe-se também deformações radiais acima de 3‰ nas lajes LC3, LC4 e LQC12 que podem indicar o esmagamento do concreto na face inferior das mesmas e que provavelmente contribuíram na superfície de ruptura destas lajes. É possível observar que na maioria dos casos as deformações externas ao capitel, são maiores que as deformações internas, principalmente em casos que a superfície de ruptura aconteceu a partir do limite externo do capitel.

#### 7.1.1.5 – Deformações da armadura de flexão

Na armadura de flexão tracionada foram instrumentadas apenas 6 barras, 3 barras a uma distância máxima de  $2,1 \cdot d$  da face do pilar e 3 mais próximas as bordas das lajes, e percebe-se que a quantidade de barras e o posicionamento das mesmas foi satisfatória, contribuindo com o nível de deformação e tensão a que essas barras foram submetidas. De

uma maneira geral as lajes apresentaram comportamentos parecidos, menor rigidez nas lajes sem capitel em relação às lajes com capitel, porém com deformações finais menores. Haja vista que nas lajes sem capitel as barras praticamente não escoaram, com exceção das 2 barras mais próximas dos pilares da laje LC1 que atingiram deformação de mais ou menos 4%, o que reforça a forma de ruptura atribuída às mesmas (punção). Nas lajes com capitel observa-se o crescimento em rigidez conforme foi aumentado a relação espessura/comprimento dos capitéis, uma vez que as barras foram reduzindo em deformação, para os mesmos níveis de carregamento, de acordo com o aumento desta relação.

Observa-se que nas lajes com capitel, a maioria das barras escoaram, com exceção das 2 barras mais próximas a borda, com distancia superior a  $5,5 \cdot d$  a partir da face do pilar, que só atingiram a deformação de escoamento nas lajes LC8, LR10 e LQF11. Percebe-se também que as lajes LC3 e LQ7 ( $\alpha = 18,4^\circ$ ) apesar de apresentarem praticamente as mesmas cargas de ruptura das lajes LC4 e LQ8 ( $\alpha = 14,4^\circ$ ), respectivamente, mostraram ter menor rigidez em relação às mesmas, com deformações maiores em suas barras para os mesmos níveis de carregamento. O que leva a crer que os capitéis com ângulo de inclinação  $\alpha$  menor que  $18,4^\circ$ , que são os casos das lajes com relação  $h_H/l_H$  igual a 1:4, pode contribuir na rigidez da laje, mas não tem contribuição no ganho de capacidade de carga do elemento.

#### 7.1.1.6 – Mapa de Fissuração

De uma maneira geral, as lajes se comportaram de forma parecida, em relação ao surgimento e desenvolvimento das fissuras, acontecendo inicialmente as fissuras radiais próximas aos pilares, que surgiram com cargas que oscilaram entre 60 e 120 kN, que dependeram da resistência do concreto e carga de ruptura das lajes. Posteriormente o surgimento de fissuras tangenciais, a estabilização destas fissuras aconteceu com 75% da carga de ruptura, e finalmente o surgimento da superfície de ruptura. Observou-se também que a seção transversal dos pilares influenciou no surgimento e desenvolvimento das fissuras nos níveis iniciais de carregamento, havendo uma estabilização entre as mesmas para os carregamentos finais e proximidade da carga de ruptura.

#### 7.1.1.7 – Cargas de ruptura

Observa-se nas lajes da primeira (pilar circular) e segunda série (pilar quadrado) que as lajes aumentaram sua capacidade de carga conforme foram acrescentados os capitéis na

ligação laje-pilar e aumentado o comprimento destes capitéis, com exceção das lajes LC4 e LQ8 que apresentaram praticamente mesma carga de ruptura das lajes LC3 e LQ7, respectivamente. Percebe-se um ganho em resistência da ligação que chega a 57% para as lajes com pilar circular (primeira série), quando são comparadas as lajes LC1 (sem capitel) e LC4 (capitel com relação 1:4), e um ganho de 80% entre as lajes LQ5 e LQ8 (pilar quadrado), pertencentes à segunda série. Observa-se também que a laje LQ9 (relação 1:1,5), com o aumento da espessura do capitel apresentou um ganho em resistência considerável, que chegou a 18% em relação à laje LQ7 e a 112% em relação à laje LQ5 (sem capitel). Desta forma, acredita-se que para casos onde o ângulo de inclinação do capitel tenha  $\alpha \geq 26,6^\circ$  (relação  $h_H/l_H = 1:2$ ), o aumento da espessura do capitel influencia diretamente no aumento da resistência da ligação laje-pilar.

As lajes LR10 e LQ6, com relação de 1:2, apesar de terem seções transversais diferentes, retangular e quadrada, respectivamente, apresentavam mesmo perímetro de controle e conseqüentemente atingiram carga de ruptura muito próxima, com diferença de 2,4%. E as lajes LQF11 e LQC12, apesar dos recortes nos capitéis, apresentaram resistência satisfatória, quando comparadas a laje sem estes recortes (LQ6).

#### 7.1.1.8 – Modo de Ruptura

Para a análise do modo de ruptura foram observadas algumas características quanto a deformação da armadura das lajes no momento da ruptura, assim como a relação  $P_u/P_{flex}$  (Carga de ruptura experimental/carga de ruptura à flexão estimada), usando para estimar o valor de  $P_{flex}$  a teoria das linhas de ruptura (charneiras plásticas), e para as lajes em questão foram atribuídos os possíveis modos de ruptura: punção, flexo-punção e flexão.

Para as lajes ensaiadas observou-se que as lajes sem capitel (LC1 e LQ5) romperam por punção, como já era esperado, uma vez que a armadura principal foi idealizada para facilitar este tipo de ruptura, e as mesmas apresentaram relação  $P_u/P_{flex}$  com média de 0,65. Percebe-se também que as outras lajes romperam por flexo-punção, com exceção das lajes LC2 e LQF11, que apresentaram relação  $P_u/P_{flex}$  abaixo de 0,85, observou-se em sua armadura barras que não atingiram a deformação de escoamento. Para a laje LQ9, apesar de ter sido atribuído a ela uma ruptura por flexo-punção, ressalta-se que a mesma apresentou uma relação  $P_u/P_{flex}$  igual a 1,15, o que pode indicar uma provável ruptura por flexão.

### 7.1.2 – Análise Computacional

Foram desenvolvidos 4 modelos numéricos não-lineares axissimétricos, usando um programa baseado na teoria dos elementos finitos (MIDAS FEA, 2010), para analisar e observar melhor o comportamento das lajes da primeira série, que apresentavam pilares e capitéis com seção circular. Os modelos gerados apresentaram resultados satisfatórios, facilitando a análise da distribuição das tensões na seção transversal das lajes, assim como a identificação das bielas comprimidas que se formaram nas regiões com tensões mais elevadas, e a formação das fissuras tangenciais que formam a superfície de ruptura.

Observa-se que os modelos numéricos apresentaram rigidez bem maior que os resultados experimentais, com menores deslocamentos, para o mesmo nível de carregamento, como já era apontado por pesquisas anteriores, uma vez que a armadura principal do modelo numérico era axissimétrica e a experimental é disposta ortogonalmente. Porém em relação à superfície de ruptura e as cargas de ruptura percebe-se bons resultados entre os modelos numéricos e os resultados experimentais, principalmente as lajes LC1 e LC2 que apresentaram uma diferença de 5% entre resultados numéricos e experimentais. Mostraram também aproximação quando a inclinação da superfície de ruptura numérica com o que foi observado experimentalmente, confirmando assim a eficiência do modelo utilizado. Para as lajes LC3 e LC4 apresentaram diferenças em média de 10% entre cargas de ruptura numéricas e experimentais e com boa aproximação para superfície de ruptura.

### 7.1.3 – Análise das Estimativas Teóricas

Para uma melhor análise das cargas de ruptura experimentais as mesmas foram comparadas com as estimativas das recomendações normativas e teóricas desenvolvidas sobre o assunto. Sendo assim, foram empregadas as recomendações do EUROCODE2 (2004), da NBR 6118 (2007) e a Teoria da Fissura Crítica de Cisalhamento, desenvolvida por MUTTONI (2008). Então, quando comparadas com as recomendações do EC2 ( $V_{Rc}$ ), observa-se que os valores das cargas de ruptura experimentais apresentaram valores próximos aos estimados, com valores da relação  $P_u/V_{Rc}$  em torno de 1,0, com exceção das lajes LC4 e LQ8. Uma vez que a norma em questão considera a contribuição na capacidade de carga com o aumento do capitel, mesmo para capitéis com ângulo de inclinação  $\alpha$  com valores abaixo de  $18,4^\circ$  (relação  $h_H/l_H = 1:3$ ), fato que não foi verificado experimentalmente. Quanto a superfície de ruptura, as lajes com relação  $h_H/l_H$  de 1:2 apresentaram ruptura

externa, conforme o que é previsto pela norma, e para as lajes com capitéis de relação  $h_H/l_H$  de 1:3 e 1:4 apresentaram ruptura interna, partindo da face do pilar.

Em relação às estimativas da NBR 6118 (2007), observa-se que os valores das cargas de ruptura experimentais e as estimadas estão próximas na maioria das lajes, assim como foi observado com o EUROCODE 2 (2004), tendo valores da relação  $P_u/V_{Rc}$  em torno de 1,0, com exceção das lajes LC3, LC4, LQ7 e LQ8, mas que apresentaram valores com média de 1,17, ou seja, a favor da segurança. Essa diferença pode ser atribuída ao fato que a norma brasileira admite que os capitéis com ângulos abaixo de  $18,4^\circ$  percam em eficiência em relação à capacidade de carga. Percebeu-se também, que em relação às superfícies de ruptura a NBR 6118 foi um pouco mais precisa, quando comparada com o EUROCODE 2, pois apresentou estimativas do local de ruptura coincidente com o experimental, com exceção das lajes LQF11 e LQC12, o que pode ser justificado pelos recortes dos furos e do capitel cruciforme, respectivamente. Essa maior precisão pode ser atribuída aos critérios de determinação do local de ruptura da NBR 6118, que estipula que a relação de 1:2 entre a espessura e comprimento do capitel deve ser sempre considerado, para melhor desempenho do capitel.

Para a TFCC observam-se resultados conservadores, haja vista que a teoria usa um perímetro de controle com raio de  $0,5 \cdot d$  a partir da face do pilar e do limite do capitel. A relação entre as cargas de ruptura experimentais e as cargas estimadas pela TFCC ( $P_u/V_{tfcc}$ ) apresentaram uma média de 1,32, com diferença menor apenas para a laje LQ5 que apresentou  $P_u$  abaixo do esperado. Observa-se que as lajes LC3 e LQ7 apresentaram valores estimados próximos das lajes LC4 e LQ8 (diferença máxima de 15 kN), respectivamente, o que recomenda uma melhor avaliação quanto a contribuição do capitéis com ângulo de inclinação  $\alpha$  com valores abaixo de  $18,4^\circ$  (relação  $h_H/l_H = 1:3$ ), quando comparada as recomendações do EC2. Percebe-se também que em relação a superfície de ruptura, esta teoria apresentou uma menor precisão, discordando em alguns casos das superfícies de ruína observadas em laboratório, porém observa-se que para lajes com relação  $h_H/l_H$  de 1:2 um equilíbrio entre as cargas de ruptura internas e externas com diferença de mais ou menos 10 kN.

## **7.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

Analisar experimentalmente novas lajes cogumelo usando novas relações espessura/comprimento do capitel, para verificar com maior atenção os locais de surgimento

da superfície de ruptura, e a inclinação da mesma. Recomenda-se também usar relações  $h_H/l_H$  que proporcionem inclinação  $\alpha$  menores que as utilizadas nesta pesquisa, para verificar o comportamento dos capitéis com inclinações inferiores  $18,4^\circ$  (relação  $h_H/l_H = 1:3$ ).

Utilizar novas lajes com o emprego de furos próximos aos pilares, alternando a presença dos mesmos, dentro e fora dos capitéis, assim como usar em apenas uma das faces do pilar, provocando na laje um comportamento assimétrico em relação à deformação e fissuração. Recomenda-se testar mais capitéis com formato cruciforme, haja vista que o capitel usado neste trabalho apresentou bom desempenho quanto à rigidez e carga de ruptura.

Desenvolver novas pesquisas, teóricas e experimentais, para procurar estabelecer melhores parâmetros na determinação da superfície de ruptura para lajes com capitéis. Uma vez que para lajes com capitel se faz necessário as verificações dentro e fora da área referente aos mesmos. Recomenda-se também trabalhos experimentais para analisar lajes com pilares de canto e pilares de borda com o emprego de capitéis na ligação laje-pilar.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ACI 318:2008. *Building Code Requirements for Structural Concrete*, American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2008.
2. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118 – Projeto de Estruturas de Concreto*. Rio de Janeiro, 2007.
3. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 5739 – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos de concreto*. Rio de Janeiro, 1994-a.
4. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6152 – Materiais metálicos – Ensaio de Tração à temperatura ambiente – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 2002.
5. ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8522 – Concreto - Determinação do módulo estático de elasticidade à compressão – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 2008.
6. Billington, David P, 1997. *Robert Maillart: builder, designer and artist*, New York: Cambridge University Press.
7. COMITÉ EURO-INTERNATIONAL DU BÉTON. *CEB-FIP Model Code 1990*. London, Thomas Telford, 1993.
8. EDER, M. A., VOLLUM, R. L., ELGHAZOULI, A. Y., ABDEL-FATTAH, T., *Modelling and Experimental Assessment of Punching Shear in Flat Slabs with Shearheads*. Engineering Structures (2010), doi: 10.1016/j.engstruct.2010.09.004.
9. ELSTNER, R. C., HOGNESTAD, E., *Shear strength of reinforced concrete slabs*. ACI Journal, 1956, Proceedings V. 53, No. 1, July, pp. 29-57.
10. EUROCODE 2. *Design of concrete structures – Part 1-1: General rules and rules for buildings*. CEN, EN 1992-1-1, Brussels, Belgium, 2004, 225 pp.
11. FEENSTRA, P. H., *Computational Aspects of Civil Engineering*, Delft University of Technology, Delft, Netherlands, 1993, 149 p.
12. FERREIRA, M. P. (2010). *Punção de Lajes Lisas de Concreto Armado com Armaduras de Cisalhamento e Momentos Desbalanceados*. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil. Publicação E.TD – 007 A/10 Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília. Brasília, DF. 275p.



13. GASPARINNI, D. A., *Contributions of C. A. P. Turner to development of reinforced concrete flat slabs 1905–1999*. Journal of Structural Engineering, 2002, 128, No. 10, 1243–1252.
14. GRAF, O.. *Versuche iiber die Widerstandsfähigkeit von Eisenbetomplatten unter konzentrierter Last nahe einem Auflager*. Deutscher Ausschü für Eisenbeton. Heft 73. Berlin, 1933, 16pp.
15. GOMES, R. B., *Punching Resistance of Reinforced Concrete Flat Slabs with Shear Reinforcement*. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1991.
16. HALLGREN, M., *Punching Shear Capacity of Reinforced High Strength Concrete Slabs*. PhD-Thesis, KTH Stockholm, TRITA-BKN. Bulletin No. 23, 1996.
17. HANSON, N. W. e HANSON, J. M., *Shear and moment transfer between concrete slabs and columns*. J PCA Res Dev Laboratories 1968; 10 (1):2–16.
18. HAWKINS, N. M., WONG, C. F. , YANG, C. H., *Slab-edge column connection transferring high intensity reversing moments normal to the edge of the slab*. Progress report on NSF Project ENV 72-03585, SM 78-1. Seattle; Department of Civil Engineering, University of Washington; 1978.
19. HOGNESTAD, E., *Shearing strength of reinforced column footings*. ACI Journal, 50, nº. 3, nov. 1953, pp. 189-208.
20. KIERDORF, A., *Early mushroom slab construction in switzerland, russia and the U.S.A. – a study in parallel technological development*. In: *proceeding on construction history*, ed. M. Dunkeld, I. Campbell, H. Louw, M. Tutton, W. Addis & R. Thorne, vol. II, pp. 1793 – 1807. Cambridge, Construction History Society, 2006.
21. KINNUNEN, S., NYLANDER, H., *Punching of Concrete Slabs Without Shear Reinforcement*. Transactions of the Royal Institute of Technology, No. 158, Stockholm, Sweden, 1960, 112 pp.
22. LANGENDONCK, T. V., *Teoria elementar das charneiras plásticas*. São Paulo, 1970.
23. MACGREGOR, J. G. (1988). *Reinforced Concrete – Mechanics and Design*. Prentice Hall Editora, 1988
24. MEGALLY, S. H., and GHALI, A., 2002, *Cautionary Note on Shear Capitals*, Concrete International, V. 24, No. 3, Mar., pp. 75-83.
25. MENÉTREY, Ph., *Relationship between flexural and punching failure*. ACI Structural Journal, 1998; 95(4): 412–9.

26. MELGES, J.L.P (1995), *Punção em lajes: exemplos de cálculo e análise teóricoexperimental*. São Carlos, 217p. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos. Universidade de São Paulo.
27. MELO, G. S. S. A., *Behavior of Reinforced Concrete Flat Slabs after Local Failure*. PhD Thesis, Polytechnic of Central London, London, England, 1990, 214p.
28. MIDAS Information Technology Co., *midas FEA: Analysis and Algorithm Manual*. Release 2.9.6, 2009, 463 p.
29. MODOTTE, W.P., *Estudo experimental da ruína de ligações laje-pilar em bordas de lajes-cogumelo com carregamento assimétrico*. São Carlos, 1986. Dissertação (mestrado) - Escola de Engenharia de São Carlos, Universidade de São Paulo.
30. MOE, J., *Shearing Strength of Reinforced Concrete Slabs and Footings Under Concentrated Loads*. Journal of Portland Cement Association, Research and Development Laboratories, Bulletin, No. D47, Apr. 1961, 130p.
31. MUTTONI, A., *Punching Shear Strength of Reinforced Concrete Slabs without Transverse Reinforcement*, ACI Structural Journal, V. 105, No. 4, July-Aug. 2008, pp. 440-450
32. MUTTONI, A., and SCHWARTZ, J., *Behavior of Beams and Punching in Slabs without Shear Reinforcement*, IABSE Colloquium, V. 62, Zurich, Switzerland, 1991, pp. 703-708.
33. OLIVEIRA, D. R. C. *Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto de Alta Resistência com Armadura Inclinada de Punção*. 1998, 137p. Dissertação – Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília. Brasília, 1998.
34. OLIVEIRA, D. R. C. (2003). *Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares*. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 001A/2003, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 214 p.
35. PINTO, R.C.A., *Punção assimétrica de lajes*. Rio de Janeiro. Dissertação (Mestrado) - COPPE/UFRJ (1993).
36. REGAN, P. E., *Behavior of reinforced concrete flat slabs*. CIRIA report no. 89. London: Construction Industry Research and Information Association; 1981.
37. RICHART, F. E., *Reinforced Concrete Wall and Column Footings*. ACI Journal, Proceedings, V. 45, No. 10. Oct. 1948, pp. 97–127.

38. ROTSM, J. G., *Computational Modelling of Concrete Fracture*. PhD thesis. Department of Civil Engineering, Delft University of Technology, Delft, Netherlands; 1988, p.132.
39. SELBY, R. G. and VECCHIO, F. J., *Three-dimensional Constitutive Relations of Reinforced Concrete*. Technical Report 93-02, University of Toronto, Department of Civil Engineering, Toronto, Canada, 1993.
40. SHEHATA, I.A.E.M., *Theory of punching in concrete slabs*. PhD Thesis, The Polytechnic of Central London (1985).
41. TALBOT, A. N., *Reinforced Concrete Wall Footings and Column Footings*. Engineering Experiment Station, University of Illinois, Urbana, Bulletin No. 67, Mar. 1913.
42. TRAUTWEIN, L. M., 2001. *Punção em Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento Tipo “Stud Interno” e Tipo “Estribo Inclinado”*. Dissertação de Mestrado, Publicação 001 A/2001, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 165p.
43. VECCHIO, F. J., COLLINS, M.P., *The Modified Compression Field Theory for Reinforced Concrete Elements Subjected To Shear*. Proceedings V. 83, No. 2, Mar.-Apr. 1986, pp. 219-231.
44. VOLLUM, R. L., ABDEL FATTAH, T., EDER, M., ELGHAZOULI, A. Y., *Design of ACI Type Punching Shear Reinforcement to Eurocode 2*, Magazine of Concrete Research, 2010, V. 62, pp. 3-16.
45. WEY, E. H., 1991. *Seismic response of slab-column connections with shear capitals*. PhD Thesis, Rice University. Houston, Texas.

## APÊNDICE A – SÉRIE COM BAIXA RESISTÊNCIA À COMPRESSÃO DO CONCRETO

### A.1 – Carga e Modo de Ruptura

Como foi dito anteriormente as lajes desta série (LC1A, LC2A, LC3A e LC4A) foram confeccionadas com as mesmas dimensões da primeira série de lajes (LC1, LC2, LC3 e LC4). Porém durante o ensaio foi detectado um problema com o concreto fornecido para a moldagem das lajes. A resistência planejada para a pesquisa era de 30 MPa e o concreto fornecido para esta série em questão variou entre 10 e 15 MPa. Na tabela A.1 são comparadas as cargas de ruptura obtidas nos ensaios destas lajes ( $P_{Au}$ ) com as cargas de ruptura das recomendações normativas ( $V_{Rc}$ ), como também com as cargas de ruptura das lajes da primeira série ( $P_u$ ). Percebe-se que as cargas de ruptura das lajes desta série apresentaram valores abaixo dos obtidos através das formulações normativas do EC2. Em alguns casos essa diferença chega a valores quase de 50% abaixo das estimativas. O mesmo fato ocorre quando se compara com as cargas de ruptura com os valores das lajes da primeira série válida.

Tabela A.1 – Comparação das cargas de ruptura.

Laje	Pilar Circ. (mm)	$h_H$ (mm)	$l_H$ (mm)	$d_m$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$\rho_m$ (%)	$P_{Au}$ (kN)	$V_{Rc}$ (kN) EC2	$P_u$ (kN)	$P_{Au} / V_{Rc}$	$P_{Au} / P_u$	Modo de Ruptura
LC1A	250	-	-	110,5	10	1,05	166,0	223,9	327,0	0,74	0,51	PUNC.
LC2A		55	110	112,5		1,03	220,0	294,2	427,0	0,75	0,52	
LC3A			165	111,5	15	1,04	218,0	377,1	518,5	0,58	0,42	
LC4A		220	114,5	1,01		345,0	417,3	513,5	0,83	0,67		

$P_{Au}$  - Lajes da série com concreto de baixa resistência.

$P_u$  - Lajes da primeira série.

Quanto ao modo de ruptura, percebeu-se então que todas romperam por punção. Porém, apesar da baixa capacidade resistente, esta série repetiu o mesmo local da superfície de ruptura da primeira série, considerada válida. Para a laje com relação espessura/comprimento 1:2 (LC2A), a superfície de ruptura aconteceu fora do capitel, assim como, as lajes com relação de 1:3 e 1:4 (LC3A e LC4A, respectivamente), a ruptura apresentou-se na área interna dos capitéis (Figuras A.1 e A.2).



Figura A.1 – Ruptura externa e interna, das lajes L2A e L3A, respectivamente.



Figura A.2 – Ruptura interna na laje L4A.

## A.2 – Fissuração das Lajes

O acompanhamento das fissuras destas lajes precisou um pouco mais de atenção, haja vista a baixa resistência do concreto, e algumas fissuras apareciam na movimentação das lajes para colocar no local de ensaio, causadas apenas pelo peso próprio das mesmas. As fissuras iniciavam em estágios de carga de 40 a 80 kN. Espalharam-se pelas lajes sem um padrão definido de comportamento, para cargas iniciais, e melhorando seu padrão de fissuração para cargas mais avançadas. As medições de deformação, deflexão e fissuração ficaram pouco precisas, uma vez que a carga de ruptura ficou muito abaixo do que foi estimado, superdimensionando, dessa forma, o passo de carga que deveria ser adotado para esta situação. Nas figuras A.3 e A.4 são mostradas a fissuras das lajes ensaiadas.



Figura A.3 – Lajes LC1A e LC2A.



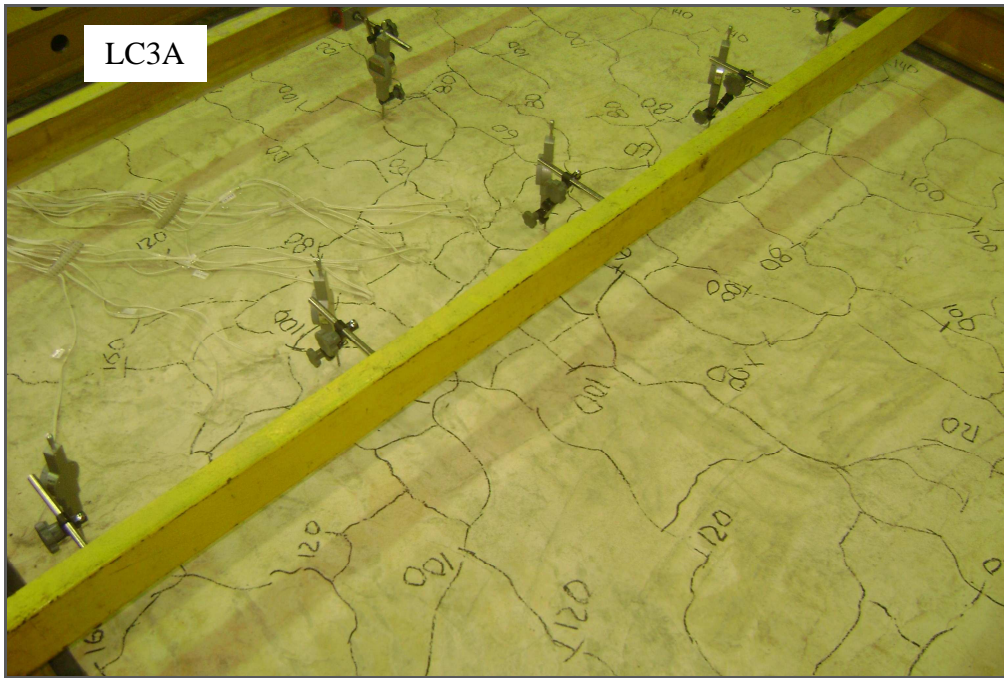


Figura A.4 – Lajes LC3A e LC4A.

## APÊNDICE B – REGISTRO DE LEITURAS

### B.1 – DESLOCAMENTOS

Tabela B.1 – Deslocamentos da laje LC1.

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D4	D5	D6
LC1	0	0	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0
	40	0,34	0,47	0,73	0,85	0,96	0,67
	60	0,82	1,15	1,65	1,8	1,8	1,42
	80	1,45	2,2	3,11	3,13	2,89	2,43
	100	1,92	3,17	4,3	4	3,18	3,64
	120	2,32	4,32	5,81	5,04	3,45	5,05
	140	2,68	5,44	6,69	6,44	3,98	5,98
	160	3,03	6,55	8,48	7,48	4,29	7,06
	180	3,38	7,54	10,06	8,62	4,55	7,84
	200	3,72	8,55	11,5	9,25	4,63	8,88
	220	4,02	9,46	12,75	10,01	4,89	9,82
	240	4,3	10,34	13,87	10,81	5,03	10,77
	260	4,66	11,29	15,19	11,62	5,14	11,65
	280	4,91	12,21	16,56	12,39	5,26	12,53
	300	5,13	12,82	18,13	13,47	5,81	13,81
320	5,39	13,83	19,7	14,43	6,15	14,71	

Tabela B.2 – Deslocamentos da laje LC2.

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D2	D5	D6
LC2	0	0	0	0	0	0	0
	20	0,07	0,31	0,4	0,18	0,02	0,08
	40	0,6	0,94	1,11	0,78	0,36	0,73
	60	1,37	1,75	1,91	1,5	0,99	1,36
	80	2,74	3,09	3,29	2,71	2,04	2,21
	100	3,67	4,36	4,79	4,06	3,02	3,26
	120	4,06	5,21	6,15	5,19	3,64	4,26
	140	4,46	6,23	7,6	6,38	4,19	5,33
	160	4,7	6,83	9,09	7,54	4,72	6,46
	180	4,92	8,46	10,4	8,57	5,11	7,81
	200	5,25	9,45	11,68	9,59	5,52	8,82
	220	5,49	10,33	12,95	10,6	5,85	9,74
	240	5,8	11,28	14,24	11,58	6,25	10,74
	260	6,05	12,23	15,61	12,6	6,62	12
	280	6,4	13,13	16,97	13,69	6,99	12,98
	300	6,67	14,11	18,35	14,55	7,31	13,95
	320	6,88	15,11	19,87	15,63	7,64	14,86
	340	7,15	15,9	21,11	16,58	7,9	15,78
	360	7,5	16,82	22,36	17,55	8,26	16,64
	380	7,7	12,39	23,4	18,39	8,58	17,9
400	8,34	18,7	24,9	19,41	8,98	19,04	
420	8,67	20,16	26,94	20,71	9,43	20,72	



Tabela B.3 – Deslocamentos da laje LC3.

Carga (kN)	Defletômetros					
	D1	D2	D3	D4	D5	D6
0	0	0	0	0	0	0
20	0,12	0,11	0	0,04	0,01	0,11
40	0,32	0,7	0	0,59	0,3	0,75
60	0,65	1,15	0	1,19	0,83	1,29
80	0,84	1,48	0,24	1,61	1,21	1,89
100	1,02	1,91	0,89	2,04	1,45	2,44
120	1,35	3,04	2,12	3,02	1,82	3,27
140	1,75	4,25	3,68	4,21	2,27	4,33
160	2,04	5,21	4,97	5,25	2,91	5,42
180	2,35	6,21	6,23	6,3	2,96	6,56
200	2,66	7,16	7,48	7,2	3,38	7,47
220	3	8,34	8,76	8,19	3,76	8,54
240	3,22	9,31	10,01	9,22	4,06	9,69
260	3,35	9,99	11,05	10,04	4,19	11,04
280	3,56	10,9	12,2	10,89	4,42	11,82
300	3,83	11,82	13,38	11,7	4,61	12,66
320	4,5	13,08	14,88	12,68	4,91	13,55
340	4,72	13,71	15,08	13,4	5,11	14,06
360	5,05	14,72	17	14,29	5,44	14,95
380	5,36	15,65	18,25	15,15	5,73	15,81
400	5,57	16,24	19,35	15,94	5,94	16,82
420	5,86	17,46	20,73	17,83	6,17	17,73
440	6,17	18,77	22,45	18,2	6,53	16,68
460	6,6	20,37	24,55	19,61	6,95	20,16

Tabela B.4 – Deslocamentos da laje LC4.

Carga (kN)	Defletômetros					
	D1	D2	D3	D4	D5	D6
0	0	0	0	0	0	0
20	0,01	0,16	0,17	0,13	0	0,11
40	0,24	0,34	0,28	0,5	0,58	0,72
60	0,5	0,52	0,73	0,69	0,93	1,68
80	1,13	0,93	0,85	0,69	0,94	3,06
100	1,55	1,54	1,57	0,69	1,09	4,73
120	2,88	4,71	5,64	5,99	5,2	6,34
140	3,27	5,8	7,05	7,28	5,97	7,61
160	3,7	6,96	8,64	8,81	6,9	8,85
180	4,11	8,2	10,32	10,2	7,61	10
200	4,46	9,14	11,76	11,42	8,26	11,06
220	4,97	10,77	14,24	13,23	9,16	12,06
240	5,29	11,77	15,44	14,25	9,71	13,03
260	5,59	12,7	16,69	15,23	10,17	14,03
280	5,95	13,53	17,92	16,09	10,35	14,89
300	6,28	14,38	19,06	17,04	10,64	15,74
320	6,65	15,41	20,39	18,03	11,14	17,04
340	6,95	16,37	21,68	18,94	11,41	18,19
360	7,24	17,2	22,79	19,96	11,79	18,92
380	7,55	18,2	24,03	20,96	12,11	19,69
400	7,92	19,55	25,32	21,89	12,17	20,51
420	8,35	20,64	27,22	22,95	12,34	21,5
440	8,69	21,77	28,69	24,23	12,71	22,55
460	9,1	23,25	30,87	25,85	13,32	24,19
480	9,64	25,2	34	27,85	13,9	26,22
500	10	27	37,5	30,42	14,55	28,23

Tabela B.5 – Deslocamentos da laje LQ5.

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D2	D5	D6
LQ5	0	0,02	0,02	0,06	0,02	0	0,02
	20	0,04	0,04	0,03	0,01	0	0
	40	0,02	0,04	0,4	0,08	0	0,04
	60	0,93	0,73	0,72	0,7	0,01	0,84
	80	1,59	1,53	1,53	1,32	0,51	1,4
	100	2,15	2,68	2,96	2,5	1,44	2,21
	120	2,75	3,82	4,77	4	2,62	3,22
	140	3,17	4,62	6,43	5,25	3,48	4,21
	160	3,61	5,83	8,33	6,74	4,24	5,25
	180	3,86	7	9,98	7,85	4,85	6,19
	200	4,27	7,93	11,46	8,81	5,39	7,14
	220	4,38	8,41	12,31	9,52	5,77	8,15
	240	4,63	9,45	13,58	10,55	6,22	9,22
	260	4,96	10,64	14,8	11,71	6,64	10,03
	280	5,37	11,74	16,15	12,67	7,06	11,22

Tabela B.6 – Deslocamentos da laje LQ6.

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D2	D5	D6
LQ6	0	0,01	0,02	0	0,03	0	0
	20	0,04	0,15	0,05	0,03	0	0,05
	40	0,23	0,04	0,12	0,19	0,12	11
	60	0,52	0,44	0,49	0,6	0,55	0,32
	80	0,76	0,84	1	1,06	0,96	0,74
	100	1,24	1,6	1,98	2,07	1,81	1,35
	120	1,83	2,65	3,39	3,37	2,85	2,41
	140	2,4	3,76	4,76	4,6	3,74	3,59
	160	2,8	4,67	5,97	5,56	4,51	4,61
	180	3,14	5,62	7,24	6,62	5,14	5,53
	200	3,63	6,94	9,15	8,33	5,95	6,46
	220	4,06	8,05	10,27	9,54	6,71	7,78
	240	4,37	8,91	11,78	10,5	7,19	8,57
	260	4,7	9,82	13	11,5	7,63	9,47
	280	4,92	10,47	13,93	12,08	7,91	10,08
	300	5,14	11,28	15,2	13,08	8,27	10,69
	320	5,37	12	16,14	13,68	8,48	11,3
	340	5,64	12,9	17,25	14,54	8,84	11,97
	360	5,91	13,68	17,93	15,53	9,42	12,74
	380	6,19	14,53	19,37	16,35	9,84	13,48
	400	6,45	15,43	20,56	17,45	10,31	14,33
	420	6,85	16,55	21,46	18,55	10,8	15,3
	440	7,19	17,97	23,57	19,83	11,15	16,48
	460	7,68	19,73	26,51	22,02	11,35	17,97
480	8,42	21,58	27,7	23,51	11,36	19,72	

Tabela B.7 – Deslocamentos da laje LQ7

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D2	D5	D6
LC7	0	0	0	0	0	0	0
	20	0,02	0,15	0,34	0,02	0,01	0,34
	40	0,4	0,07	0,22	0,02	0,1	0,74
	60	0,59	0,35	0,64	0,07	0,66	1,12
	80	0,63	0,57	0,88	1,07	0,85	1,51
	100	0,71	0,87	1,31	1,51	1,38	1,98
	120	0,81	1,41	2,12	2,37	2,33	2,57
	140	0,85	2,31	3,61	3,67	3,31	3,47
	160	1,2	3,21	4,89	4,81	4,25	4,86
	180	1,55	4,25	6,34	6,36	5,32	5,9
	200	2,31	5,91	8,05	7,98	6,7	6,85
	220	2,61	6,84	9,32	8,97	6,94	8,39
	240	2,87	7,48	10,46	9,15	7,32	9,2
	260	3,31	8,58	11,86	11,42	7,9	10,25
	280	3,52	9,24	13,29	12,4	8,36	11,1
	300	3,76	9,86	14,23	13,17	8,68	11,77
	320	3,9	10,38	14,96	13,75	8,88	12,33
	340	4,06	11,27	16,23	14,11	9,2	12,98
	360	4,16	12,16	17,39	15,98	9,52	13,64
	380	4,39	13	18,51	16,6	9,81	14,48
	400	4,98	13,76	19,5	17,65	10,02	15,21
	420	5,17	14,58	20,54	18,11	10,29	15,86
	440	5,39	15,64	21,76	19,07	10,57	16,87
	460	5,77	16,45	23,01	20,12	10,9	18,1
480	6	17,68	24,91	21,39	11,28	19,22	
500	6,55	19	27,24	22,88	11,73	20,53	
520	7,33	21,84	31,1	25,64	12,51	23,13	

Tabela B.8 – Deslocamentos da laje LQ8.

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D2	D5	D6
LQ8	0	0	0	0	0	0	0,04
	20	0,08	0,02	0,02	0,02	0,03	0,04
	40	0,08	0,05	0,08	0,07	0,07	0,04
	60	0,58	0,52	0,17	0,55	0,61	0,67
	80	0,91	0,96	0,69	1,03	0,96	1,35
	100	1,25	1,5	1,37	1,6	1,37	2,06
	120	1,98	2,57	2,75	2,88	2,36	3,36
	140	2,61	3,9	4,09	4,08	3,21	4,42
	160	3,16	4,93	5,46	5,35	4,11	5,65
	180	3,51	5,83	6,83	6,6	4,96	6,57
	200	3,79	6,65	8,44	7,97	6,38	7,66
	220	4,1	7,3	9,66	8,99	7,05	8,46
	240	4,55	8,32	10,89	10,04	7,78	9,32
	260	4,9	9,69	12,16	11,05	8,34	10,13
	280	5,45	10,74	13,33	11,98	8,76	11,05
	300	5,69	11,57	14,43	12,86	9,15	12,68
	320	5,87	12,36	15,53	13,72	9,48	13,55
	340	6,22	13,31	16,64	14,6	9,77	14,35
	360	6,75	14,39	17,84	15,53	10,03	15,35
	380	7,05	15,11	19,05	16,43	10,26	15,91
	400	7,25	15,76	20,02	17,16	10,46	16,43
	420	7,36	16,64	21,28	18,09	10,72	17,49
	440	7,81	17,54	22,76	19,15	10,99	18,34
	460	8,17	18,41	24,01	20,44	11,46	19,95
480	8,53	19,65	25,42	21,76	11,84	21,29	
500	9,01	21,33	27,71	23,44	12,31	22,48	
520	9,71	23,27	30,82	25,67	12,59	24,89	
540	10,97	27,27	38,46	30,41	13,7	26,03	

Tabela B.9 – Deslocamentos da laje LQ9.

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D2	D5	D6
LQ9	0	0	0	0	0	0	0
	40	0,25	0,46	0,62	0,75	0,65	0,44
	80	0,78	1,5	1,91	2,11	1,89	1,58
	100	0,98	1,9	2,46	2,63	2,31	2,04
	120	1,21	2,5	3,27	3,42	2,93	2,69
	160	1,91	4,44	5,83	5,97	4,8	4,96
	180	2,19	5,3	6,97	7,1	5,56	5,9
	200	2,54	6,28	8,29	8,4	6,48	6,95
	220	2,82	7,17	9,47	9,54	7,33	7,9
	240	3,15	8,26	10,92	11,02	8,32	9,02
	260	3,47	9,36	12,37	12,4	9,17	10,15
	280	3,68	10,13	13,41	13,32	9,7	11,06
	300	3,93	10,99	14,51	14,3	10,2	11,9
	320	4,24	11,91	15,71	15,34	10,66	12,9
	340	4,51	12,74	16,74	16,32	11,15	13,77
	360	4,73	13,51	17,69	17,13	11,46	14,55
	380	4,99	14,34	18,72	17,94	11,79	15,41
	400	5,23	15,12	19,71	18,76	12,15	16,26
	420	5,43	15,86	20,7	19,55	12,42	17,03
	440	5,58	16,61	21,65	20,32	12,7	17,77
	460	5,73	17,24	22,47	21	12,96	18,44
	480	5,90	18,15	23,72	22,02	13,37	19,5
	500	6,22	19,34	25,45	23,43	13,84	20,74
	520	6,48	20,39	26,95	24,69	14,27	21,93
540	6,95	22,19	29,54	26,79	14,87	23,86	
560	7,04	23,28	31,09	27,21	15,2	26,5	
580	7,12	23,82	31,92	27,34	16,4	28,46	
600	7,21	25,7	34,84	28,5	17,2	30,89	
620	9,18	31,57	43,2	30,32	18,48	33,8	

Tabela B.10 – Deslocamentos da laje LR10.

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D2	D5	D6
LR10	0	0	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0
	40	0,31	0,39	0,46	0,6	0,62	0,44
	60	0,62	0,83	0,97	1,2	1,22	0,89
	80	0,78	1,14	1,38	1,56	1,54	1,27
	100	0,97	1,6	1,99	2,1	1,99	1,83
	120	1,17	2,08	2,65	2,68	2,39	2,42
	140	1,51	3,06	3,99	3,92	3,1	3,58
	160	1,89	4,16	5,51	5,11	3,67	4,57
	180	2,32	5,48	7,16	6,47	4,56	5,78
	200	2,7	6,6	8,6	7,65	5,1	6,99
	220	3,06	7,72	10,08	8,83	5,56	8,24
	240	3,43	8,85	11,53	9,98	6,07	9,37
	260	3,76	9,84	12,82	10,97	6,34	10,45
	280	4,19	11,16	14,52	12,23	6,72	11,75
	300	4,48	11,92	15,52	12,98	6,94	12,58
	320	4,75	12,76	16,68	13,88	7,26	13,48
	340	5,07	13,66	17,91	14,81	7,59	14,38
	360	5,41	14,64	19,28	15,89	7,95	15,42
	380	5,77	15,52	20,48	16,74	8,22	16,32
	400	6,14	16,64	22,02	17,8	8,69	17,49
	420	6,38	17,83	23,67	18,88	8,9	18,58
	440	6,68	18,87	25,23	19,82	9,21	19,71
	460	7,09	20,16	27,21	21,09	9,58	21,21
480	7,90	22,75	31,52	23,53	10,34	23,67	

Tabela B.11 – Deslocamentos da laje LQF11.

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D2	D5	D6
LQF11	0	0	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0
	40	0,13	0,1	0,21	0,17	0,2	0
	60	0,26	0,12	0,51	0,42	0,43	0,52
	80	0,44	0,17	1,05	0,88	0,74	1,15
	100	0,66	0,45	1,63	1,41	1,03	2
	120	0,9	1,02	2,53	2,2	1,43	3
	140	1,1	1,76	3,6	3,13	1,93	4,04
	160	1,45	2,77	5,08	4,31	2,53	5,18
	180	2,02	4,45	7,29	5,87	3,17	6,7
	200	2,15	5,14	8,37	6,68	3,45	7,76
	220	2,7	7,41	10,81	8,5	4,25	9,16
	240	2,88	8,09	11,95	9,43	4,51	9,99
	260	3,17	9,12	13,29	10,36	4,78	11,07
	280	3,59	10,25	14,75	11,3	4,95	12,2
	300	3,95	11,4	16,3	12,43	5,2	13,34
	320	4,34	12,74	18,17	13,77	5,85	14,76
	340	4,73	13,93	19,99	15,05	6,27	16,06
	360	5,07	15,26	22,11	16,57	6,75	17,6
	380	5,33	16,17	24,02	17,67	7,05	19,06
400	5,94	18,15	27,23	19,8	7,5	21,28	
420	6,52	20,11	30,63	22,02	8,24	23,47	

Tabela B.12 – Deslocamentos da laje LQC12.

	Carga (kN)	Defletômetros					
		D1	D2	D3	D2	D5	D6
LQC12	0	0	0	0	0	0	0
	20	0	0	0	0	0	0
	40	0,08	0,06	0,03	0,09	0,23	0,07
	60	0,52	0,59	0,61	0,7	0,78	0,86
	80	0,82	1,06	1,15	1,19	1,18	1,28
	100	1,26	1,73	1,94	1,91	1,71	1,83
	120	2	2,76	3,2	3,02	2,61	2,43
	140	2,56	3,8	4,58	4,26	3,45	3,81
	160	2,88	4,46	5,53	5,06	3,92	5,02
	180	3,29	5,42	6,82	6,06	4,3	5,93
	200	3,65	6,37	8,15	7,02	4,73	6,78
	220	3,9	7,1	9,19	7,81	5,04	7,83
	240	4,19	8,36	10,72	8,96	5,44	9,07
	260	4,71	9,77	12,7	10,45	5,96	10,19
	280	4,97	10,6	13,78	11,3	6,24	11
	300	5,07	11,11	14,41	11,8	6,41	11,56
	320	5,2	11,82	15,23	12,41	6,6	12,51
	340	5,43	12,7	16,43	13,32	6,91	13,49
	360	5,63	13,67	17,66	14,38	7,28	14,26
	380	6,2	14,73	19,08	15,42	7,64	15,15
	400	6,29	15,66	20,2	16,25	7,9	15,76
	420	6,54	16,87	21,95	17,46	8,27	16,86
	440	6,91	18,09	23,76	18,67	8,6	18,27
	460	7,54	20,39	26,85	20,72	9,14	20,39
	480	7,96	22,22	29,65	22,46	9,55	22,14
500	8,34	23,17	31,47	23,44	9,88	24,91	

## B.2 – DEFORMAÇÃO NO CONCRETO

Tabela B.13 – Deformação no concreto da laje LC1.

CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto			
	C1	C2	C3	C4
0	341	-12	9	-5
20	275	-77	-37	-49
40	233	-173	-105	-81
60	63	-269	-173	-154
80	-76	-424	-297	-217
100	-149	-504	-339	-280
120	-278	-578	-391	-352
140	-326	-635	-411	-391
160	-339	-725	-428	-427
180	-482	-850	-470	-471
200	-609	-955	-470	-487
220	-734	-1060	-481	-499
240	-915	-1166	-479	-501
260	-1157	-1297	-462	-499
280	-1450	-1435	-470	-485
300	-1846	-1666	246	-386

Tabela B.14 – Deformação no concreto da laje LC2.

CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto				
	C1	C2	C3	C4	C5
0	5	-72	-5	151	22
20	-11	-92	-27	136	5
40	-26	-112	-50	578	110
60	-57	-152	-101	1108	222
80	-135	-261	-211	918	96
100	-175	-317	-268	1476	225
120	-209	-390	-330	1167	65
140	-243	-445	-366	102	-305
160	-284	-506	-422	-294	-458
180	-332	-578	-494	-482	-585
200	-388	-658	-573	-490	-671
220	-434	-730	-648	-544	-796
240	-477	-792	-718	-595	-873
260	-531	-881	-808	-719	-971
280	-585	-973	-898	-779	-1058
300	-636	-1064	-987	-802	-1133
320	-679	-1153	-1074	-653	-1156
340	-731	-1280	-1187	-770	-1263
360	-783	-1383	-1277	-810	-1345
380	-817	-1482	-1359	-829	-1424
400	-861	-1622	-1471	-826	-1508
420	-919	-1820	-1638	-934	-2161

Tabela B.15 – Deformação no concreto da laje LC3.

	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto					
		C1	C2	C3	C4	C5	C6
LC3	0	0	0	0	0	0	0
	20	-28	-26	-4	-32	-43	-40
	40	-46	-38	-17	-47	-65	-51
	60	-61	-51	-29	-61	-88	-62
	80	-112	-90	-62	-97	-171	-91
	100	-241	-168	-134	-182	-366	-173
	120	-339	-212	-172	-231	-535	-245
	140	-419	-251	-210	-280	-678	-306
	160	-497	-288	-246	-325	-808	-360
	180	-573	-320	-284	-377	-936	-416
	200	-651	-356	-334	-440	-1067	-464
	220	-724	-385	-383	-498	-1190	-508
	240	-799	-359	-450	-563	-1312	-547
	260	-870	-391	-500	-625	-1434	-579
	280	-942	-424	-557	-692	-1562	-603
	300	-1024	-451	-636	-778	-1732	-596
	320	-1077	-476	-686	-829	-1831	-622
	340	-1174	-523	-805	-945	-2029	-642
	360	-1209	-544	-852	-984	-2098	-633
	380	-1289	-597	-932	-1060	-2251	-624
400	-1374	-651	-1003	-1132	-2406	-609	
420	-1479	-721	-1073	-1211	-2616	-585	
440	-1539	-804	-1149	-1301	-2909	-563	
460	-1519	-882	-1194	-1373	-3145	-542	
480	-1498	-1027	-1388	-1591	-3257	-803	

Tabela B.16 – Deformação no concreto da laje LC4.

	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto						
		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
LC4	0	-20	-15	-16	-20	-113	-30	-21
	20	-29	-24	-24	-28	-126	-41	-29
	40	-48	-48	-44	-50	-182	-77	-57
	60	-87	-87	-74	-91	-271	-154	-103
	80	-153	-170	-141	-191	-412	-338	-192
	100	-202	-240	-165	-244	-584	-512	-300
	120	-243	-301	-179	-285	-753	-642	-412
	140	-283	-359	-205	-333	-862	-748	-495
	160	-323	-417	-233	-378	-960	-844	-572
	180	-364	-477	-263	-427	-1091	-935	-637
	200	-409	-546	-298	-481	-1222	-1030	-702
	220	-451	-609	-334	-532	-1293	-1122	-768
	240	-495	-676	-369	-580	-1436	-1209	-828
	260	-540	-745	-407	-628	-1583	-1301	-892
	280	-584	-819	-444	-676	-1747	-1398	-959
	300	-628	-885	-476	-715	-1887	-1485	-1019
	320	-680	-957	-515	-759	-2030	-1580	-1087
	340	-740	-1037	-555	-801	-2195	-1679	-1159
	360	-787	-1101	-586	-836	-2330	-1764	-1227
	380	-837	-1158	-609	-870	-2467	-1845	-1310
	400	-905	-1225	-642	-913	-2621	-1933	-1395
	420	-993	-1321	-693	-966	-2837	-2041	-1465
	440	-1107	-1418	-739	-1008	-3090	-2163	-1521
	460	-1299	-1616	-829	-1072	-3529	-2315	-1531
	480	-713	-1971	-989	-1159	-4123	-2463	-1539
500	-245	-2806	-1219	-1305	-3612	-2620	-1548	

Tabela B.17 – Deformação no concreto da laje LQ5.

	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto			
		C1	C2	C3	C4
LQ5	0	0	0	0	0
	20	-4	-12	-34	1
	40	-26	-48	-54	-21
	60	-64	-92	-82	-34
	80	-125	-160	-116	-37
	100	-245	-300	-154	-60
	120	-337	-410	-225	-109
	140	-430	-500	-284	-151
	160	-527	-602	-323	-189
	180	-604	-684	-325	-216
	200	-689	-771	-328	-242
	220	-766	-850	-380	-256
	240	-856	-930	-417	-264
	260	-988	-1011	-426	-267
	280	-1167	-1090	-418	-258
	300	-1442	-1206	-306	-211

Tabela B.18 – Deformação no concreto da laje LQ6.

	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto				
		C1	C2	C3	C4	C5
LQ6	0	-4	-7	-17	8	-2
	20	-6	-8	-18	5	-3
	40	-23	-24	-33	-50	-17
	60	-48	-53	-70	-80	-45
	80	-83	-90	-120	-126	-79
	100	-155	-165	-245	-246	-148
	120	-231	-203	-298	-344	-252
	140	-299	-244	-358	-438	-337
	160	-350	-279	-406	-514	-403
	180	-406	-315	-461	-591	-469
	200	-447	-343	-505	-653	-518
	220	-503	-374	-551	-739	-572
	240	-553	-403	-576	-904	-616
	260	-609	-438	-615	-974	-665
	280	-659	-468	-658	-1025	-703
	300	-714	-500	-709	-1082	-741
	320	-766	-531	-763	-1138	-777
	340	-817	-563	-828	-1193	-807
	360	-869	-596	-900	-1249	-836
	380	-913	-622	-972	-1309	-857
	400	-957	-658	-1070	-1366	-868
	420	-1010	-702	-1176	-1436	-872
	440	-1078	-821	-1322	-1536	-867
	460	-1114	-1070	-1523	-1640	-859
480	-1075	-1690	-1852	-1758	-775	

Tabela B.19 – Deformação no concreto da laje LQ7.



	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto				
		C1	C2	C3	C4	C5
LQ7	0	17	-2	-14	-3	-12
	20	17	-1	-13	-2	-11
	40	-7	-12	-9	-11	-22
	60	-35	-42	-34	-35	-61
	80	-68	-77	-61	-63	-109
	100	-138	-146	-118	-125	-212
	120	-215	-208	-161	-171	-328
	140	-305	-302	-228	-256	-439
	160	-378	-373	-278	-310	-521
	180	-455	-437	-323	-363	-613
	200	-526	-489	-364	-412	-701
	220	-603	-546	-413	-463	-794
	240	-662	-584	-446	-495	-859
	260	-730	-633	-485	-535	-946
	280	-798	-678	-519	-570	-1025
	300	-536	-720	-557	-602	-1100
	320	-554	-752	-581	-627	-1159
	340	-597	-810	-627	-670	-1261
	360	-658	-859	-667	-712	-1352
	380	-696	-901	-706	-752	-1435
	400	-750	-935	-736	-785	-1508
	420	-819	-974	-768	-823	-1626
	440	-889	-972	-774	-857	-1808
	460	-989	-982	-778	-891	-2020
	480	-1122	-1025	-769	-921	-2267
	500	-1283	-1086	-779	-961	-2594
520	-1294	-1206	-975	-1164	-3533	
540	-1360	-1332	-1098	-1304	-1796	

Tabela B.20 – Deformação no concreto da laje LQ8.

	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto						
		C1	C2	C3	C4	C5	C6	C7
LQ8	0	-21	-20	-17	-17	-19	-23	-29
	20	-67	-64	-54	-53	-55	-70	-87
	40	-95	-91	-76	-76	-81	-98	-119
	60	-127	-125	-103	-102	-112	-131	-159
	80	-185	-179	-138	-140	-154	-175	-230
	100	-296	-265	-185	-191	-258	-304	-391
	120	-371	-320	-214	-222	-344	-409	-512
	140	-449	-375	-240	-249	-430	-514	-628
	160	-538	-435	-268	-274	-518	-610	-736
	180	-627	-497	-300	-303	-602	-699	-833
	200	-707	-555	-323	-324	-669	-773	-905
	220	-787	-608	-342	-345	-751	-849	-968
	240	-867	-672	-356	-366	-824	-924	-1032
	260	-943	-732	-370	-386	-899	-991	-1087
	280	-1021	-796	-382	-408	-974	-1061	-1135
	300	-1104	-852	-375	-437	-1060	-1133	-1189
	320	-1179	-910	-390	-469	-1139	-1194	-1231
	340	-1262	-974	-411	-515	-1229	-1262	-1277
	360	-1340	-1034	-436	-563	-1316	-1326	-1319
	380	-1409	-1085	-460	-603	-1393	-1381	-1357
	400	-1511	-1158	-494	-649	-1505	-1452	-1395
	420	-1669	-1237	-530	-704	-1670	-1538	-1413
	440	-1885	-1354	-577	-721	-1875	-1649	-1424
	460	-2105	-1475	-613	-721	-2065	-1779	-1447
	480	-2353	-1630	-629	-714	-2363	-1926	-1491
	500	-1351	-2236	-656	-756	-157	-2118	-1510
520	1459	-	-962	-1012	1181	619	-954	
540	1150	-	-956	-1029	1134	479	-875	

Tabela B.21 – Deformação no concreto da laje LQ9.

	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto					
		C 1	C 2	C 3	C 4	C 5	C 6
LQ9	0	0	0	0	0	0	0
	20	9	-13	-11	-11	0	-11
	40	6	-29	-26	-29	-10	-35
	60	-15	-46	-49	-48	-26	-64
	80	-29	-68	-84	-74	-50	-108
	100	-56	-95	-122	-115	-76	-163
	120	-51	-117	-157	-158	-98	-218
	140	-40	51	-194	16	-130	16
	160	-122	-22	-248	-99	-222	-240
	180	-179	-61	-270	-144	-266	-373
	200	-215	-96	-292	-191	-308	-488
	220	-259	-130	-316	-241	-352	-614
	240	-306	-167	-341	-294	-398	-740
	260	-441	-192	-358	-329	-428	-828
	280	-485	-220	-377	-371	-460	-936
	300	-523	-240	-393	-407	-490	-1030
	320	-557	-260	-410	-446	-519	-1125
	340	-583	-277	-426	-480	-546	-1215
	360	-609	-299	-445	-522	-572	-1310
	380	-638	-316	-466	-560	-598	-1402
	400	-700	-328	-482	-585	-613	-1469
	420	-733	-350	-514	-611	-642	-1573
	440	-739	-355	-536	-627	-642	-1631
	460	-766	-382	-564	-658	-663	-1764
	480	-783	-398	-592	-688	-676	-1908
	500	-793	-410	-619	-715	-683	-2037
520	-798	-426	-674	-774	-696	-2178	
540	-796	-445	-778	-873	-713	-2280	
560	-608	-453	-884	-974	-725	-2238	
580	-553	-446	-1003	-1078	-737	-2196	
600	-541	-428	-1160	-1179	-756	-2003	
620	-716	223	-370	-460	-344	-418	

Tabela B.22 – Deformação no concreto da laje LR10.

	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto								
		C 1	C 2	C 3	C 4	C 5	C 6	C 7	C 8	C 9
LR10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
	20	-35	-17	-3	-12	-26	-79	-66	-25	-4
	40	-45	-32	-18	-30	-52	-114	-93	-5	55
	60	-50	-51	-40	-54	-47	-159	-126	-8	64
	80	-94	-80	-71	-85	-120	-219	-172	-38	33
	100	-144	-118	-112	-127	-199	-302	-240	-60	27
	120	-195	-160	-156	-172	-269	-393	-316	-88	17
	140	-310	-214	-218	-230	-416	-517	-426	-165	-39
	160	-420	-277	-306	-312	-574	-700	-586	-234	-86
	180	-527	-325	-381	-372	-759	-862	-726	-325	-172
	200	-161	-340	-401	-426	146	-1000	-859	-405	-244
	220	-246	-376	-463	-484	-33	-1178	-1004	-481	-329
	240	-315	-405	-516	-535	-181	-1350	-1137	-551	-394
	260	-854	-454	-603	-580	-1426	-1528	-1254	-602	-436
	280	-483	-468	-631	-638	-491	-1698	-1402	-670	-491
	300	-521	-495	-671	-668	-618	-1836	-1494	-784	-559
	320	-613	-525	-729	-708	-787	-1979	-1594	-788	-604
	340	-683	-558	-782	-747	-916	-2116	-1695	-804	-603
	360	-753	-593	-834	-786	-1006	-2277	-1802	-857	-684
	380	-790	-624	-887	-818	-1229	-2437	-1720	-923	-714
	400	-897	-659	-939	-848	-1409	-2630	-1363	-990	-770
	420	-933	-693	-996	-871	-1644	-2036	-1241	-1060	-830
	440	-989	-717	-1039	-902	-1588	-2173	-1246	-1131	-884
	460	-1059	-750	-1100	-947	-1639	-2414	-1208	-1198	-949
480	-1202	-789	-1136	-1141	-1194	182	-630	-840	-2249	

Tabela B.23 – Deformação no concreto da laje LQF11.

	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto				
		C 1	C 2	C 3	C 4	C 5
LQF11	0	0	0	0	0	0
	20	-2	-40	-19	-62	-48
	40	-17	-60	-40	-89	-64
	60	-49	-105	-90	-127	-81
	80	-96	-168	-170	-175	-107
	100	-160	-263	-264	-232	-142
	120	-222	-374	-382	-281	-186
	140	-296	-486	-493	-407	-244
	160	-359	-572	-580	-543	-304
	180	-449	-682	-703	-747	-395
	200	-528	-778	-806	-897	-462
	220	-616	-877	-921	-1079	-540
	240	-676	-944	-987	-1177	-581
	260	-758	-1020	-1067	-1315	-638
	280	-827	-1103	-1150	-1469	-690
	300	-936	-1187	-1240	-1674	-741
	320	-1062	-1286	-1356	-2018	-778
	340	-1192	-1410	-1497	-2297	-813
	360	-1997	-1597	-1708	-2478	-811
	380	-1484	-1868	-1970	-2574	-814
400	979	-2125	-2215	-2330	-775	
420	2072	-2410	-2505	-1064	-622	
440	1644	-2599	-2696	-853	-428	

Tabela B.24 – Deformação no concreto da laje LQC12.

	CARGA (kN)	Extensômetro do Concreto				
		C 1	C 2	C 3	C 4	C 5
LQC12	0	0	0	0	0	0
	20	-8	26	-9	-20	-11
	40	-25	-2	-32	-57	-42
	60	-55	-52	-65	-130	-109
	80	-89	-97	-91	-200	-185
	100	-138	-95	-127	-314	-292
	120	-217	-89	-105	-402	-473
	140	-288	-175	-189	-572	-709
	160	-327	-251	-238	-667	-868
	180	-364	-256	-282	-765	-1035
	200	-404	-367	-463	-1008	-1217
	220	-438	-487	-485	-1089	-1369
	240	-477	-515	-528	-1203	-1552
	260	-512	-548	-579	-1321	-1723
	280	-535	-652	-628	-1443	-1886
	300	-574	-681	-666	-1526	-2022
	320	-607	-723	-721	-1631	-2165
	340	-639	-835	-775	-1737	-2313
	360	-663	-861	-833	-1846	-2456
	380	-679	-922	-905	-1971	-2623
400	-691	-975	-957	-2052	-2735	
420	-708	-1071	-1045	-2234	-2961	
440	-731	-1099	-1080	-2427	-3183	
460	-751	-1215	-1204	-2745	-3259	
480	-733	-1565	-1554	-2305	-2167	

### B.3 – DEFORMAÇÃO DA ARMADURA DE FLEXÃO TRACIONADA

Tabela B.25 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LC1.

CARGA (kN)	Extensômetro do Armadura de Flexão Tracionada								
	F1.1	F1.2	F2.1	F2.2	F3.1	F3.2	F4	F5	F6
0	-15	0	3	2	2	5	0	1	-29
20	-7	0	10	6	9	10	3	-3	-47
40	86	0	70	42	48	44	25	12	-52
60	2201	0	303	200	246	450	153	99	894
80	2474	0	581	391	538	619	399	357	1045
100	2723	0	759	512	735	749	519	465	1142
120	3004	0	917	656	852	923	579	566	1251
140	3208	268	1080	766	1059	1089	660	632	1309
160	3469	582	1279	529	1282	1187	783	721	1367
180	3739	899	1498	648	1546	1386	943	823	1436
200	4016	1167	1705	719	1819	1597	1076	906	1494
220	4240	1393	1879	926	2096	1789	1233	983	1557
240	4426	1595	2029	994	2327	1981	1331	1053	1602
260	4647	1804	2208	1118	2610	2239	1472	1152	1655
280	4916	2092	2415	1227	2924	2495	1661	1273	1725
300	5653	3126	3130	1700	3524	2992	2035	1514	1851

Tabela B.26 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LC2.

CARGA (kN)	Extensômetro do Armadura de Flexão Tracionada											
	F1.1	F1.2	F1.3	F2.1	F2.2	F2.3	F3.1	F3.2	F3.3	F4	F5	F6
0	-1	6	3	2	2	47	-1	2	4	1	-4	-5
20	52	51	61	40	37	106	50	42	49	45	20	31
40	69	62	75	52	57	142	65	55	63	57	26	39
60	89	76	104	69	91	165	85	74	80	74	32	45
80	150	112	287	82	198	335	149	134	134	121	55	89
100	326	257	529	148	437	556	299	299	368	336	156	232
120	565	471	811	363	722	737	484	479	589	462	215	283
140	813	688	1061	631	991	1031	668	667	749	542	241	304
160	1023	904	1108	711	1229	1299	761	841	955	656	278	342
180	1234	1116	1324	864	1459	1686	940	1016	1161	794	316	375
200	1435	1332	1538	1077	1702	1911	1131	1196	1321	946	366	414
220	1623	1560	-	1226	1913	2151	1300	1359	1486	1084	412	447
240	1789	1704	-	1398	2106	2398	1431	1514	1704	1211	461	473
260	1996	1853	-	1455	2332	2609	1750	1708	1865	1364	524	513
280	2182	2006	-	1590	2549	2814	1921	1886	2051	1513	589	549
300	2351	2151	-	1723	2756	3020	2027	2061	2234	1657	648	590
320	2519	2298	-	1856	2960	3218	2175	2221	2437	1798	707	629
340	2681	2426	-	1976	3171	3410	2365	2388	2648	1955	771	671
360	2847	2578	-	2130	3433	3608	2553	2572	2891	2118	839	715
380	2937	2681	-	2248	3940	3991	2717	2720	3188	2285	907	760
400	3437	2940	-	2409	4196	4272	3049	2962	3595	2484	992	825
420	3663	3153	-	5088	8705	4632	3458	3118	3957	2811	1127	945

Tabela B.27 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LC3.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada											
	F1.1	F1.2	F1.3	F2.1	F2.2	F2.3	F3.1	F3.2	F3.3	F4	F5	F6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	30	65	102	23	108	72	46	31	47	0	22	11
40	54	404	789	49	1549	170	253	62	237	0	44	150
60	66	175	217	60	369	102	116	77	251	0	53	155
80	145	525	866	168	1874	309	360	189	419	0	112	219
100	408	750	1212	483	2375	676	679	679	682	0	294	364
120	636	932	1426	663	2784	908	795	971	721	0	393	433
140	849	10291	1570	806	3044	1069	978	1218	949	113	489	500
160	1057	10291	1776	945	3261	1225	1168	1472	1135	227	565	557
180	1242	-	1957	1077	3473	1378	1337	1704	1319	350	638	602
200	1421	10291	2122	1221	3711	1549	1531	1944	1517	828	710	657
220	1580	-	2290	1355	3941	1706	1693	2173	1707	1089	779	711
240	1762	-	-	1489	-	1898	1925	2399	1933	896	859	819
260	1928	2544	-	1620	-	2031	2063	2613	2077	1339	927	864
280	-	2841	-	-	-	2181	2214	2827	2305	1623	990	903
300	-	3255	-	-	-	2365	2372	3046	2507	1752	1066	937
320	-	3397	-	-	-	2504	2507	3229	2653	1854	1127	969
340	-	3601	-	-	-	2781	2767	3790	2834	2044	1246	1029
360	-	3756	-	-	-	2932	2992	4161	2916	2128	1296	1056
380	-	4035	-	-	-	3162	3414	5224	3015	2273	1390	1099
400	-	4293	-	-	-	3368	2727	8674	3327	2440	1493	1150
420	-	4592	-	-	-	4016	1081	5963	3453	2642	1618	1208
440	-	4488	-	-	-	4526	1500	5768	3472	2887	1780	1287
460	-	5059	-	-	-	4698	1290	5591	3529	3254	1890	1332
480	-	5261	-	-	-	1811	1322	5545	2159	1942	923	1017

Tabela B.28 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LC4.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada											
	F1.1	F1.2	F1.3	F2.1	F2.2	F2.3	F3.1	F3.2	F3.3	F4	F5	F6
0	4	14	8	24	11	16	10	18	35	-1	10	4
20	8	21	16	30	20	21	16	25	39	2	13	4
40	15	44	25	67	75	29	71	105	55	34	62	18
60	74	177	62	213	281	67	254	315	119	137	265	122
80	215	339	205	364	526	184	528	647	325	270	473	308
100	300	496	338	518	758	385	716	861	573	352	591	445
120	366	666	483	769	1003	594	860	1012	745	406	693	543
140	415	820	734	994	1211	768	1027	1191	923	450	788	625
160	472	974	813	1163	1416	930	1198	1375	1111	497	883	705
180	511	1116	897	1312	1613	1091	1363	1551	1288	547	961	783
200	542	1259	1001	1451	1808	1246	1529	1731	1466	604	1056	859
220	579	1390	1086	1394	1996	1402	1682	1876	1626	667	1142	930
240	613	1530	1240	1503	2178	1551	1832	2034	1792	728	1216	993
260	657	1672	1346	1623	2360	1690	1980	2196	1954	787	1295	1057
280	703	1808	1572	1730	2556	1878	2137	2365	2124	847	1372	1118
300	747	1946	1568	1843	2735	1995	2281	2513	2278	900	1437	1167
320	813	2086	1573	1978	2928	2087	2438	2679	2439	959	1508	1218
340	858	2213	1640	2113	3139	2226	2600	2853	2608	1019	1575	1265
360	906	2337	1706	2230	3317	2370	2743	3002	2747	1072	1637	1306
380	955	2468	1792	2351	3502	2487	2898	3161	2902	1132	1700	1344
400	1023	2598	1872	2545	3932	2630	3081	3424	3061	1188	1769	1383
420	1165	2899	1943	2749	4725	2754	3414	3769	3221	1252	1845	1421
440	1389	3742	2091	-	-	2889	4175	4293	3437	1354	1957	1470
460	2494	3558	2150	-	-	2961	-	-	3545	1511	2107	1533
480	2579	3966	2250	-	-	3210	-	-	3830	1929	2309	1623
500	2873	4182	2228	-	-	3484	-	-	4075	2497	2632	1769

Tabela B.29 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LQ5.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada								
	F1.1	F1.2	F2.1	F2.2	F3.1	F3.2	F4	F5	F6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	35	16	20	30	31	-3	8	305	17
40	66	53	41	96	67	44	41	259	1
60	104	74	68	109	105	100	70	338	20
80	167	502	116	150	204	1206	382	400	54
100	405	609	304	326	492	1566	568	473	117
120	755	577	543	513	771	1217	620	564	181
140	1028	770	708	743	991	1563	780	600	235
160	1368	841	856	674	1192	1678	894	800	288
180	1734	1060	1034	844	1398	1791	989	183	323
200	2160	1347	1236	1115	1615	1930	1088	374	365
220	2399	1462	1430	1290	1824	2063	1188	372	395
240	2617	1525	1644	1473	2047	2062	1257	942	423
260	2700	1611	1867	1703	2296	2231	1363	1024	462
280	2804	1726	2062	1946	2547	2432	1470	1092	497
300	3114	1717	2259	2167	2811	2619	1595	1160	534

Tabela B.30 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LQ6.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada											
	F1.1	F1.2	F1.3	F2.1	F2.2	F2.3	F3.1	F3.2	F3.3	F4	F5	F6
0	17	17	21	29	24	46	37	20	55	15	15	15
20	28	26	29	36	29	53	43	26	60	19	19	19
40	62	58	70	80	51	92	71	95	103	47	80	67
60	87	101	106	115	80	125	95	121	122	70	99	88
80	126	231	177	158	116	176	126	157	156	104	129	117
100	186	387	347	256	220	306	204	241	250	178	183	178
120	368	692	555	410	426	496	372	413	418	295	283	267
140	648	987	783	669	692	728	586	628	604	459	388	359
160	949	10035	985	939	940	994	781	818	729	600	466	441
180	1176	10226	1169	1127	1154	1215	976	989	872	717	523	504
200	1402	-	1338	1274	1322	1460	1148	1140	1032	889	599	561
220	1572	-	1525	1355	1519	1798	1341	1310	1219	996	680	621
240	1720	-	1686	1553	1695	2019	1516	1459	1382	1078	747	677
260	1879	-	1865	1786	1896	2242	1712	1624	1551	1204	803	724
280	2018	-	2026	2073	2060	2526	1893	1780	1704	1335	958	764
300	2127	4272	2200	2252	2222	2703	2096	1936	1877	1469	1007	804
320	2271	5560	2356	2426	2366	2872	2286	2081	2026	1599	1051	838
340	2435	-	2514	2602	2478	2949	2488	2229	2180	1734	1092	870
360	2578	-	2672	2786	2628	3118	2689	2380	2347	1872	1137	908
380	2734	-	2826	2967	2780	3285	2875	2520	2509	2001	1184	939
400	2913	-	2997	3242	2960	3379	3078	2666	2692	2151	1233	976
420	3620	-	3346	5983	4228	3360	3633	2973	2882	2332	1291	1021
440	9094	-	3642	-	3347	3308	3807	3329	3351	2598	1370	1080
460	-	-	3779	-	3598	3498	3711	3449	3690	2973	1483	1169
480	-	-	3762	-	3763	6166	3656	3488	7692	3121	1613	1278

Tabela B.31 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LQ7.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada											
	F1.1	F1.2	F1.3	F2.1	F2.2	F2.3	F3.1	F3.2	F3.3	F4	F5	F6
0	13	9	33	58	26	14	21	-73	22	11	22	15
20	35	26	50	75	34	17	24	-73	22	10	21	15
40	60	45	67	108	49	30	41	-65	36	25	36	25
60	80	59	81	119	65	37	63	-29	49	36	46	28
80	120	85	91	374	97	47	90	-249	82	52	62	34
100	174	137	114	439	162	53	133	-248	122	78	91	45
120	302	261	190	608	316	79	294	-4	80	157	161	56
140	495	434	383	880	505	163	464	146	213	298	430	97
160	712	622	591	1126	692	276	622	317	392	399	554	128
180	905	802	822	1351	892	410	778	485	586	493	649	164
200	1097	984	1025	1565	1074	541	940	650	778	575	715	200
220	1304	1177	1177	1792	1260	678	1132	1023	975	662	784	228
240	1455	1318	1347	1950	1395	781	1217	979	1122	695	839	253
260	1663	1510	1559	2165	1574	914	1387	1163	1285	772	898	276
280	1846	1678	1749	2350	1727	1016	1555	1353	1414	758	956	294
300	2021	1837	1799	2524	1875	1111	1690	1732	1540	794	1019	319
320	2155	1958	1917	2660	1986	1179	1806	2078	1642	816	1066	347
340	2385	2163	2094	2890	2169	1303	2012	2234	1788	899	1142	396
360	2590	2340	2256	3085	2331	1399	2173	2244	1920	982	1218	430
380	2756	2484	2395	3251	2468	1475	2322	2383	2040	1059	1284	460
400	2905	2614	2529	3402	2596	1546	2450	2524	2150	1139	1344	487
420	3077	2760	2675	3550	2681	1614	2602	2740	2288	1222	1414	517
440	3574	3042	2845	-	3437	1659	2774	2922	2426	1324	1491	551
460	4899	3631	2987	-	-	1695	2997	3157	2597	1460	1593	583
480	5055	3438	3106	-	-	1738	8505	11211	2693	1689	1748	639
500	6586	4038	3199	-	-	1778	-	-	2787	1953	1934	696
520	6524	12678	4415	-	-	1806	-	-	2845	3548	2329	837
540	6695	13350	4435	-	-	1858	-	-	2870	7562	2563	927

Tabela B.32 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LQ8.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada											
	F1.1	F1.2	F1.3	F2.1	F2.2	F2.3	F3.1	F3.2	F3.3	F4	F5	F6
0	7	1	3	1	-1	6	-1	2	0	1	-51	41
20	30	35	22	27	14	18	19	18	17	9	150	-159
40	52	50	45	52	30	34	40	37	36	27	335	-319
60	82	40	77	86	54	56	72	65	62	51	1842	-1751
80	139	115	157	198	109	96	172	153	102	122	1719	-1595
100	345	252	406	473	269	272	368	330	179	376	21	474
120	554	134	623	697	421	440	525	493	313	542	213	511
140	777	169	821	908	577	599	660	638	447	653	274	563
160	986	190	1011	1112	722	992	769	787	586	763	367	584
180	1211	587	1270	1318	872	1086	885	941	725	871	314	733
200	1386	552	1440	1491	1002	1198	982	1083	849	969	364	737
220	1572	628	1599	1672	1138	1331	1092	1236	1017	1078	426	729
240	1757	700	1767	1848	1272	1468	1202	1391	1153	1187	511	683
260	1941	783	1928	2022	1405	1604	1316	1541	1290	1296	413	835
280	2129	883	2089	2198	1541	1742	1432	1707	1432	1405	771	525
300	2320	1019	2264	2377	1681	1904	1547	1873	1580	1525	1214	131
320	2491	1076	2339	2549	1805	2026	1646	2029	1720	1623	2289	-874
340	2665	1182	2503	2714	1937	2158	1751	2193	1869	1731	2314	-859
360	2829	1253	2662	2870	2063	2290	1850	2442	2011	1827	2280	-835
380	2981	1358	2810	3016	2182	2416	1948	2583	2147	1931	2287	-809
400	3197	2066	2962	3211	2594	2564	2059	2753	2305	2050	2264	-782
420	6108	3271	3048	5492	3677	2672	2150	2957	2456	2194	2290	-746
440	-	3921	3116	12330	-	2726	2366	4077	2579	2394	2362	-696
460	-	4182	3209	8008	-	2804	4851	11637	2701	2624	2408	-669
480	-	4290	3707	6890	-	2852	-	9072	2807	2925	2451	-538
500	-	5247	4027	6805	-	2849	-	9208	2959	4542	2515	-388
520	-	2997	3891	7325	-	2714	-	8794	4074	4704	2624	-43
540	-	2921	3941	7415	-	2697	-	8701	4114	4715	2655	45

Tabela B.33 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LQ9.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada											
	F 1.1	F 1.2	F 1.3	F 2.1	F 2.2	F 2.3	F 3.1	F 3.2	F 3.3	F 4	F 5	F 6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	39	23	-89	35	29	28	21	27	30	13	21	22
40	157	37	-537	124	45	47	38	43	51	20	30	37
60	198	51	-508	241	63	71	59	67	76	34	48	79
80	295	94	-442	334	114	127	121	121	132	69	83	145
100	362	145	-377	431	218	218	205	205	186	133	147	239
120	428	209	-314	495	271	319	293	308	248	198	230	330
140	560	1035	161	615	632	531	422	450	365	294	341	434
160	959	1283	585	1055	1006	1065	733	774	658	492	560	634
180	945	1439	749	1231	1162	1266	857	903	788	544	639	701
200	945	1599	919	1445	1324	1442	974	1023	914	610	721	716
220	1132	1783	1124	1630	1508	1640	1111	1176	1065	686	800	781
240	1279	1952	1320	1792	1680	1840	1253	1323	1228	760	874	851
260	1392	2082	1470	1897	1818	1999	1362	1438	1356	817	929	890
280	1524	2238	1650	2004	1984	2185	1448	1574	1506	878	993	917
300	1658	2399	1839	2166	2144	2363	1577	1701	1655	938	1051	955
320	1781	2547	2011	2338	2296	2536	1701	1833	1818	1001	1112	1003
340	1897	2693	2170	2483	2445	2695	1817	1954	1956	1054	1168	1032
360	2025	2837	2339	2612	2602	2837	1927	2068	2080	1112	1226	1083
380	2134	2987	2497	2766	2744	2974	2037	2189	2214	1181	1286	1119
400	2222	3109	2657	2927	2876	3160	2126	2291	2329	1249	1331	1141
420	2352	3257	3070	3356	3158	3607	2340	2527	2502	1330	1397	1181
440	2416	3343	3542	3484	3323	3935	2638	2765	2714	1365	1435	1195
460	2514	3468	4826	3805	4281	8653	2860	3081	3443	1471	1518	1239
480	2628	3575	9358	6104	8545	9028	3317	3685	4335	1625	1615	1287
500	2882	3689	9358	3375	5826	9043	4270	4432	3468	1842	1718	1341
520	2992	3956	-	3641	5730	9121	1537	1686	3248	2429	1903	1435
540	3030	4018	-	3685	5834	9108	1179	1706	3201	1272	2149	1564
560	3097	4114	-	3667	5847	9073	1112	1662	3172	745	2350	1673
580	3123	4343	-	3630	5895	9059	1095	1665	3168	935	2712	1834
600	3691	4713	-	3643	5744	8999	1004	1566	3143	963	3025	2034
620	3945	3124	9358	3093	5060	6196	931	-	-	-	1240	815

Tabela B.34 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LR10.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada											
	F 1.1	F 1.2	F 1.3	F 2.1	F 2.2	F 2.3	F 3.1	F 3.2	F 3.3	F 4	F 5	F 6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	-1	27	25	44	54	35	27	15	16	29	22	25
40	12	48	41	61	81	49	39	34	27	61	33	33
60	51	76	61	106	126	129	57	71	102	78	90	48
80	91	97	88	131	155	128	84	96	90	107	100	72
100	161	163	139	193	233	180	144	198	109	130	156	121
120	263	251	213	294	374	295	240	311	191	242	259	205
140	473	450	375	426	469	462	423	493	170	431	358	369
160	792	730	677	689	699	874	652	786	347	661	601	583
180	1073	957	979	981	941	1291	865	1206	480	847	770	745
200	1485	1381	1209	1678	1547	2494	1044	1513	1759	1030	1582	896
220	1782	1622	1417	1910	1735	2806	1226	1670	1934	1197	1726	1042
240	2059	1837	1535	2158	1907	3083	1428	2156	2069	1359	1851	1171
260	2199	1814	1506	1957	1699	2676	1560	2050	1063	1494	1324	1276
280	2618	2270	1567	2611	2282	3618	1742	2449	2301	1652	2099	1407
300	2815	2416	1565	2747	2397	3814	1837	2784	2456	1804	2153	1474
320	3002	2568	1621	2897	2518	3950	1957	2893	2439	1915	2261	1550
340	3420	2892	1712	3049	2623	4138	2083	3014	2546	2032	2348	1623
360	4033	3391	1950	3569	3079	4476	2286	3313	2734	2169	2443	1705
380	4972	4109	2206	3583	3552	4906	2698	3716	2803	2300	2537	1773
400	8751	5961	2618	4485	3995	5118	3470	5168	2957	2471	2645	1853
420	5139	2614	3138	9279	4954	5328	2344	3392	3114	2682	2736	1932
440	5158	2595	2643	9279	4360	5945	2263	3468	3190	3171	2850	2015
460	5171	2675	1922	9279	4389	7366	2416	3090	3278	3793	3012	2122
480	5147	2670	1799	6103	4664	7881	2768	3722	3325	11428	3328	2269



Tabela B.35 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LQF11.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada											
	F 1.1	F 1.2	F 1.3	F 2.1	F 2.2	F 2.3	F 3.1	F 3.2	F 3.3	F 4	F 5	F 6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20	16	9	17	24	-9	8	14	57	23	10	-4	0
40	36	18	30	44	20	16	29	73	34	-16	24	0
60	92	69	56	144	31	34	83	145	74	-24	180	0
80	196	151	126	299	256	67	227	331	177	55	163	0
100	355	289	242	476	311	130	394	446	281	193	248	0
120	591	483	380	703	303	209	622	654	449	403	486	0
140	865	697	580	959	225	292	867	883	631	602	761	0
160	1104	882	782	1179	178	395	1052	1057	787	773	874	0
180	1471	1158	1141	1517	472	554	1321	1361	1047	1037	952	0
200	1736	1365	1384	1771	545	661	1537	1562	1199	1210	1136	0
220	2093	1637	1726	2106	739	819	1781	1876	1412	1424	1298	0
240	2279	1786	1893	2318	892	917	1914	2066	1538	1536	1372	0
260	2515	1998	2116	2632	1038	1047	2094	2309	1708	1690	1472	0
280	2774	2209	2309	2937	1153	1177	2283	2544	1871	1839	1335	0
300	3220	2717	2542	3632	1410	1330	2493	2849	2084	2018	1538	0
320	3927	3911	2829	5577	2316	1467	2959	3513	2306	2226	1639	0
340	8840	5879	3272	4614	10225	1529	3599	9503	2466	2476	1773	0
360	-	3589	3578	4484	10279	1659	2655	5869	2559	2814	2098	0
380	-	4115	3789	3978	10279	1737	1689	6068	2662	3604	2185	0
400	-	4378	4054	3930	10279	1869	1606	6198	2722	5628	2403	0
420	-	4980	4762	3896	9802	2165	1264	5883	2807	3409	2855	0
440	-	5394	5907	3858	8746	2949	1176	5835	3150	3410	3348	0

Tabela B.36 – Deformação na armadura de flexão tracionada da laje LQC12.

CARGA (kN)	Extensômetro da Armadura de Flexão Tracionada											
	F 1.1	F 1.2	F 1.3	F 2.1	F 2.2	F 2.3	F 3.1	F 3.2	F 3.3	F 4	F 5	F 6
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
20		38	508	36	-19	53	25	51	30	13	11	9
40		84	290	58	-3	71	47	103	50	24	18	16
60		125	358	84	16	89	69	131	78	36	28	21
80		771	489	156	118	151	90	267	115	92	79	31
100	428	928	744	222	214	210	111	376	188	150	143	43
120	489	933	1282	503	605	554	148	725	295	475	448	77
140	709	1160	1472	743	835	737	275	871	447	543	479	120
160	890	1350	990	971	1039	851	405	991	577	626	532	145
180	1154	1580	980	1247	1281	1029	595	1152	729	736	610	177
200	1381	1234	788	1378	1179	1037	850	699	910	512	365	190
220	1597	1453	999	1607	1359	1223	1093	933	1064	590	399	215
240	1832	1713	1183	1902	1607	1480	1391	1117	1254	712	460	245
260	2086	1953	1222	2149	1835	1695	1641	1395	1428	833	513	267
280	2285	2144	1333	2345	2006	1880	1890	1683	1589	945	558	286
300	2484	2344	1541	2579	2189	2087	2091	1911	1755	1071	618	309
320	2677	2522	1669	2787	2364	2239	2301	2083	1914	1192	668	330
340	2867	2698	1912	2986	2546	2412	2508	2245	2072	1309	716	351
360	3092	3030	2164	3395	2764	2607	2725	2413	2238	1429	769	369
380	3805	3432	2591	3953	3041	2767	2961	2606	2446	1576	829	393
400	4578	3691	3504	4390	3253	2884	3083	2758	2597	1682	876	410
420	8109		6174	7092	4131	2948	3649	3260	2821	1882	956	446
440	8022	7168	7210	11720	9823	3193	3701	3481	3411	2135	1080	492
460	7853	7335	4438	6002		3507	3873	3715	3928	2380	1180	537
480	7543	7449	4176	5051	10135	4370	4091	3830	7749	8769	1604	728