

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTIMATIVA DE VIDA PARA FADIGA SOB CONDIÇÕES DE FRETTING  
USANDO O MÉTODO DAS CURVAS DE WÖHLER MODIFICADAS  
ASSOCIADO COM A TEORIA DAS DISTÂNCIAS CRÍTICAS**

**MICHEL SULLIVAN TEIXEIRA PIRES**

**ORIENTADOR: JOSÉ ALEXANDER ARAÚJO, D. PHIL.**

**CO-ORIENTADOR: FÁBIO COMES DE CASTRO, D. SC.**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS**

**PUBLICAÇÃO: ENM.DM – 176A/2012**

**BRASÍLIA/DF: 31 DE AGOSTO DE 2012**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**ESTIMATIVA DE VIDA PARA FADIGA SOB CONDIÇÕES DE FRETTING  
USANDO O MÉTODO DAS CURVAS DE WÖHLER MODIFICADAS  
ASSOCIADO COM A TEORIA DAS DISTÂNCIAS CRÍTICAS**

**MICHEL SULLIVAN TEIXEIRA PIRES**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA  
MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO  
PARTE DOS REQUISITOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.**

**APROVADA POR:**

---

**Prof. José Alexander Araújo, D. Phil. (ENM/UnB)**

**(Orientador)**

---

**Prof. Jorge Luiz de Almeida, D.Sc. (ENM/UnB)**

**(Examinador Interno)**

---

**Prof. Antônio Carlos de Oliveira Miranda, D.Sc. (ENC/UnB)**

**(Examinador Externo)**

**Brasília/DF, 31 DE AGOSTO DE 2012.**

## **FICHA CATALOGRÁFICA**

PIRES, MICHEL SULLIVAN TEIXEIRA

Estimativa de vida para fadiga sob condições de *fretting* usando o Método das Curvas de Wöhler Modificadas associado com a Teoria das Distâncias Críticas. [Distrito Federal] 2012.

xix, 118 p., 210 x 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2012)

Dissertação de mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica .

1. Fadiga por *fretting*

3. Distância Crítica

I. ENM/FT/UnB

2. Fadiga Multiaxial

4. Método das Curvas de Wöhler Modificadas

II. Título ENM. DM-176A/2012

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

PIRES, M. S. T., (2012) Estimativa de vida para fadiga sob condições de *fretting* usando o Método das Curvas de Wöhler Modificadas associado com a Teoria das Distâncias Críticas. Dissertação de mestrado, Publicação ENM.DM – 176A/2012, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, DF, 118 p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Michel Sullivan Teixeira Pires.

TÍTULO: Estimativa de vida para fadiga sob condições de *fretting* usando o Método das Curvas de Wöhler Modificadas associado com a Teoria das Distâncias Críticas.

GRAU: Mestre

ANO: 2012

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

---

Michel Sullivan Teixeira Pires

Correio Eletrônico: [michelsullivantp@yahoo.com.br](mailto:michelsullivantp@yahoo.com.br)

## **DEDICATÓRIA**

À DEUS EM PRIMEIRO LUGAR E À TODA A MINHA FAMÍLIA.

## **AGRADECIMENTOS**

À minha esposa Alice, pela paciência, compreensão e resignação às longas horas nas quais estive com o nosso filho enquanto eu me dedicava aos meus estudos.

Aos meus pais, Dr. Herbet e D. Valdivina, que me proporcionaram a base, a disciplina e os ideais para a realização de mais esse objetivo de vida.

Aos meus irmãos, Dr. Herbet Jr. e Richard, pelas palavras de incentivo.

Ao querido professor Alex que em momentos de grande angústia soube acalmar, esclarecer e ressaltar ensinamentos para a minha vida pessoal e profissional. Obrigado professor pela oportunidade de ter trabalhado ao seu lado!

Um abraço especial ao professor Fábio, sempre colaborando com grande interesse e boa vontade nesse trabalho.

Ao Estarle pela ajuda e companheirismo na elucidação de problemas que surgiram no desenvolvimento do trabalho.

Aos meus amigos do SG9: Thales, Marquito, Wesley, sr. Arthur, Marcão, Tarsis, Ítalo, Raphael e Edgar.

Aos amigos de Goiânia e meus companheiros no início dos meus estudos na UnB: Murilo e Nelsão.

Ao meu sogro Sr. Paulo que me acolheu sempre com muita hospitalidade em seu apartamento em Brasília.

À CAPES pelo aporte financeiro que possibilitou o desenvolvimento desse projeto.

À todos um muito obrigado.

## RESUMO

O presente trabalho apresenta uma metodologia para a estimativa da vida sob condições de *fretting*. A metodologia considera o uso da Teoria das Distâncias Críticas associada a um modelo de fadiga multiaxial baseado na abordagem de plano crítico. A ideia inicial da metodologia é de que estimativas de vida em fadiga para problemas envolvendo concentradores e gradientes de tensão devem considerar que existe uma relação entre a distância crítica (zona de processo) e o número de ciclos para a falha. Essa relação pode então ser usada com modelos baseados em tensão para estimar a vida em regime de médio / alto número de ciclos, onde as tensões ainda são elásticas.

Para a aplicação e validação da metodologia foram utilizados dados da literatura envolvendo o contato entre cilindros fabricados em liga aeronáutica Al 4%Cu (HE 15-TF). Estes dados revelaram que o fenômeno de *fretting* não produz efeito sobre a resistência à fadiga do componente quando a semi-largura do contato,  $a$ , é menor do que um valor crítico. Todos os testes experimentais foram conduzidos sob regime de escorregamento parcial.

Pelos resultados obtidos pode-se concluir que em regime de fadiga de médio número de ciclos (e.g.  $10^5 \leq N_f \leq 10^7$  ciclos) a metodologia funciona com boa acurácia. No entanto, para os dados que foram interrompidos em  $10^7$  ciclos (condição de parada dos ensaios experimentais para atingir vida infinita), mostrou-se que uma abordagem limiar tipo falha / não-falha, é mais apropriada com estimativas de resistência localizadas dentro de uma faixa de erro de  $\pm 20\%$ .

**Palavras-chave:** Fadiga por *fretting*, Fadiga multiaxial, Teoria das Distâncias Críticas, liga de Alumínio.

## ABSTRACT

This work presents a methodology to estimate *fretting* fatigue lifetime of mechanical components. The methodology considers the use of the Theory of Critical Distances applied in conjunction with a multiaxial fatigue model based on the Critical Plane approach. The starting point of this methodology is that to estimate lifetime of components under stress gradient/stress concentration conditions it is necessary to assume that the critical distance (process zone) is a function of the number of cycles to failure. This relationship can be used together with stress based models to estimate lifetime in the high / medium cycle regime where the stresses are still elastic.

To validate the proposed model experimental data were taken from the literature. These data involves a cylinder on plane contact configuration where both contacting bodies are made of an aeronautic alloy Al 4%Cu (HE 15-TF). The data revealed that the *fretting* phenomenon do not affect the component's fatigue strength when the semi-width of the contact,  $a$ , is lower than a critical value. All tests were carried under partial slip regime.

From the results we can conclude that the multiaxial model considered in conjunction with the Theory of Critical Distances was able to estimate fretting fatigue life with a good level of accuracy in the medium-high cycle regime ( $10^5 \leq N_f \leq 10^7$  ciclos). However, for tests which run out (at  $10^7$  cycles - infinite life) a fail/safe approach proved to be more appropriate and provided fatigue strength estimates within an error interval of about  $\pm 20\%$ .

**Keywords:** Fretting fatigue, Multiaxial fatigue, Theory of Critical Distances, aluminum alloy.

# SUMÁRIO

<b>1. INTRODUÇÃO .....</b>	<b>1</b>
1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS .....	1
1.2. CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO .....	2
1.3. OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO .....	7
1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO .....	7
<b>2. DEFINIÇÕES E CONCEITOS BÁSICOS .....</b>	<b>9</b>
2.1. VETOR TENSÃO .....	9
2.2. HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO .....	11
2.2.1. Estado uniaxial de tensões .....	13
2.2.2. Estado multiaxial de tensões .....	15
2.2.2.1. Amplitude da tensão cisalhante em fadiga multiaxial .....	18
<b>3. MECÂNICA DO CONTATO .....</b>	<b>29</b>
3.1. REGIME DE ESCORREGAMENTO PARCIAL .....	30
3.2. CONTATO ENTRE CILINDROS .....	33
3.2.1. Tensões superficiais .....	33
3.2.2. Carga normal .....	34
3.2.3. Carga tangencial .....	35
3.2.4. Carga remota de fadiga .....	41
3.2.5. Campo de tensão cíclico no interior da zona de contato .....	43
<b>4. FADIGA UNIAXIAL E MULTIAXIAL .....</b>	<b>45</b>
4.1. FADIGA UNIAXIAL .....	45
4.1.1. Curvas S x N .....	45
4.1.2. O efeito da tensão média .....	47
4.2. MODELOS DE FADIGA MULTIAXIAL .....	49
4.2.1. Método das Curvas de Wöhler Modificadas .....	49
4.2.2. Teoria das Distâncias Críticas .....	57
<b>5. ESTIMATIVA DE VIDA EM FADIGA MULTIAXIAL USANDO O MCWM ASSOCIADO COM A TEORIA DAS DISTÂNCIAS CRÍTICAS EM PROBLEMAS ENVOLVENDO CONCENTRADORES DE TENSÃO.....</b>	<b>61</b>
<b>6. RESULTADOS .....</b>	<b>67</b>
6.1. DADOS COLETADOS DA LITERATURA .....	67

6.2. METODOLOGIA E APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE ESTIMATIVA DE VIDA PARA OS DADOS DE FADIGA POR FRETTING .....	72
<b>7. DISCUSSÕES E CONCLUSÕES .....</b>	<b>83</b>
<b>8. PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS .....</b>	<b>85</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS .....</b>	<b>86</b>
<b>ANEXO I .....</b>	<b>94</b>

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Símbolos latinos

$A$	razão de amplitude
$A$	complacência composta
$a$	semi-largura do contato
$a_{crit}$	semi-largura do contato crítico
$B$	carga remota de fadiga
$c$	metade do tamanho da zona de adesão para os instantes de carregamento máximo e mínimo
$c'$	metade do tamanho da zona de adesão, para um instante $t$ , com carregamento variando no tempo
$E$	Módulo de Elasticidade
$E^*$	Módulo de Elasticidade equivalente
$e$	deslocamento da zona de adesão para tensão remota no seu valor máximo
$e'$	deslocamento da zona de adesão, para um instante $t$ , com carregamento variando no tempo
$f$	coeficiente de atrito
$g(x)$	deslocamento tangencial relativo na direção $x$ das superfícies de contato
$h(x)$	deslocamento normal relativo na direção $y$ das superfícies de contato
$K_{\tau}$	inclinação negativa da curva de fadiga
$L$	distância crítica
$L_{MP}$	distância crítica utilizando a formulação do Método do Ponto
$L_M$	distância crítica calculada no regime de fadiga de médio ciclo
$L_s$	distância crítica calculada para um carregamento estático
$m$	índice de sensibilidade à tensão média

$\mathbf{n}$	vetor unitário normal a um plano material
$\mathbf{n}_x, \mathbf{n}_y, \mathbf{n}_z$	componentes do vetor unitário $\mathbf{n}$
$N_{f,est}$	vida em fadiga estimada
$N_{f,exp}$	vida em fadiga experimental
$N_0$	número de ciclos no qual o limite de fadiga foi obtido
$N_f$	número de ciclos para a falha
$p_o$	pressão de pico, pressão máxima de contato
$P$	carga normal de contato
$p(x,y)$	distribuição de pressão normal na região de contato
$Q$	carga tangencial de contato
$Q_{max}$	carga tangencial máxima
$Q_{min}$	carga tangencial mínima
$q(x,y)$	distribuição de tensão tangencial na região de contato
$q'(x)$	perturbação na distribuição da tensão cisalhante superficial
$q''(x)$	termo de correção para a distribuição da tensão cisalhante superficial
$R$	razão de carregamento
$R_s$	raio da sapata de contato
$\Delta$	plano material elementar
$t$	variável tempo
$\mathbf{t}$	vetor tensão de Cauchy
$\boldsymbol{\sigma}$	tensor tensão de Cauchy
$w$	frequência de aplicação das cargas periódicas

## Símbolos gregos

$\alpha$	parâmetro material obtido do Método das Curvas de Wöhler Modificadas (MCWM)
$\beta$	parâmetro material obtido do Método das Curvas de Wöhler Modificadas (MCWM)
$\nu$	coeficiente de Poisson
$\mu$	Módulo de Rigidez
$\varphi$	curva descrita pelo vetor tensão $\mathbf{t}$
$\psi$	projeção de $\varphi$ sobre o plano material $\Delta$
$\rho$	razão entre $\sigma_{n,\max}$ e $\tau_a$
$\rho_{lim}$	limite da razão entre $\sigma_{n,\max}$ e $\tau_a$
$\Delta K_{th}$	faixa do fator de intensidade de tensão threshold
$K_{IC}$	tenacidade à fratura
$\Theta, \phi$	coordenadas esféricas do vetor unitário
$\sigma_y$	limite de escoamento do material
$\sigma_{UTS}$	limite último de resistência à tração.
$\mathbf{t}^{\tau}$	vetor tensão cisalhante
$\tau_a$	amplitude da tensão cisalhante
$\tau_{A,ref}$	resistência à fadiga em $N_0$ ciclos
$\tau_m$	tensão cisalhante média
$\sigma_{\max}$	tensão máxima
$\sigma_{\min}$	tensão mínima
$\mathbf{t}^n$	vetor tensão normal
$\sigma_a$	tensão remota de fadiga, tensão alternada cíclica

$\sigma_{n,max}$	máxima tensão normal no plano crítico
$\sigma_{n,m}$	tensão normal média no plano crítico
$\sigma_{n,a}$	amplitude da tensão normal
$\sigma_m$	tensão normal média
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	tensão normal na direção x, y e z, respectivamente
$\Delta\sigma$	faixa de tensões
$\Delta\sigma_a$	faixa de tensão de fadiga
$\sigma_{-1}$	limite de fadiga para carregamento alternado, $R = -1$
$\tau_{-1}$	limite de fadiga torcional para carregamento alternado, $R = -1$
$\Delta\sigma_{ef}$	faixa de tensão efetiva
$\Delta\sigma_0$	faixa do limite de fadiga

### Subscritos

<i>max</i>	máximo valor das cargas senoidais no ciclo de fadiga
<i>mín</i>	mínimo valor das cargas senoidais no ciclo de fadiga
<i>m</i>	valor médio para as cargas senoidais no ciclo de fadiga
<i>a</i>	amplitude de cargas
<i>xx, yy, zz, xy</i>	componentes do tensor tensão

### Siglas

MRC	Método do Maior Retângulo Circunscrito
MCWM	Método das Curvas de Wöhler Modificadas

TDC	Teoria das Distâncias Críticas
SU	índice de erro do Método das Curvas de Wöhler Modificadas (MCWM)
SWT	modelo de Smith, Watson e Topper

## LISTA DE FIGURAS

1.1	Estrutura danificada do Boeing 747 da Aloha Airline (Cultura aeronáutica, 2012). .....	4
1.2	Conjunto rotor de turbina a gás e junta tipo rabo-de-andorinha (Hattori, 2011). .....	4
2.1	Forças externas atuando sobre um corpo material e um plano $\Delta$ passando pelo ponto O. ....	9
2.2	Carregamentos proporcionais (Socie, 2000). .....	12
2.3	Carregamentos não-proporcionais (Socie, 2000). .....	13
2.4	Carregamentos cíclicos: (a) Flutuante; (b) Repetido; (c) Completamente alternado. ....	15
2.5	Vetor unitário $\mathbf{n}$ referenciado em um sistema de coordenadas $Oxyz$ pelas suas coordenadas esféricas $\Theta$ e $\phi$ . .....	16
2.6	(a) Vetor tensão normal $\mathbf{t}^n$ e o vetor tensão cisalhante $\mathbf{t}^r$ atuando em um plano material $\Delta$ ; (b) Evolução dessas quantidades de tensão atuando ao longo de $\Delta$ durante um carregamento complexo.....	17
2.7	(a) Definição da amplitude da tensão cisalhante e da tensão cisalhante média pelo Método da Maior Projeção; (b) Inconsistência do Método da Maior Projeção. ....	20
2.8	(a) Definição da amplitude da tensão cisalhante e da tensão cisalhante média pelo Método da Maior Corda; (b) Inconsistência do Método da Maior Corda. ....	21
2.9	Gráfico para o problema de <i>mín-max</i> para o Método do Mínimo Círculo Circunscrito (MCC). ...	23

2.10	Envelope convexo da história do vetor tensão cisalhante $\varphi$ e o Maior Retângulo Circunscrito (MRC) como uma alternativa do Envelope convexo. ....	24
2.11	Retângulo de lados $a_i$ , $i=1,2$ , circunscrevendo a projeção da história de tensões com as faces tangentes em $\mathbf{p}_i$ e $\mathbf{q}_i$ , $i=1,2$ . ....	25
2.12	Maior Retângulo Circunscrito (MRC) para $\varphi$ . ....	26
3.1	Figura 3.1: Caracterização de contatos: (a) Incompleto e não-conforme; (b) Completo; (c) Incompleto com singularidade; (d) Incompleto e conforme. ....	30
3.2	Contato normal entre dois corpos. ....	31
3.3	Zonas de escorregamento e adesão no contato por <i>fretting</i> . ....	32
3.4	Contato entre dois corpos elasticamente deformáveis submetidos à força normal, $P$ , e tangencial, $Q$ . ....	35
3.5	Perfil de distribuição da pressão normal em uma configuração típica de carregamento. ....	37
3.6	Perfil de distribuição da tensão cisalhante em uma configuração típica de carregamento. ....	37
3.7	Variação da carga cisalhante em função do tempo. ....	39
3.8	Variação das tensões cisalhantes superficiais em diferentes instantes do carregamento cíclico tangencial com $\left  Q_{max}/fP \right $ variando $\pm 0,62$ . ...	41
3.9	Contato por <i>fretting</i> na presença de uma carga remota $B(t)$ . ....	42

3.10	Efeito da carga remota sobre as tensões cisalhantes superficiais. ....	43
4.1	Curva da amplitude de tensão versus vida em fadiga ( $S \times N$ ) de corpos de prova da liga Al 7050-T7451. ....	46
4.2	Diagrama $S \times N$ para metais ferrosos e para os metais não-ferrosos. ....	47
4.3	Curvas da amplitude de tensão versus vida em fadiga ( $S \times N$ ) para diferentes valores de tensão média. ....	48
4.4	Representação esquemática das relações de Goodman, Gerber e Soderberg quando as mesmas são plotadas no diagrama de Haigh. ....	49
4.5	Círculo de Möhr: (a) Carregamento completamente reverso tração-compressão; (b) Carregamento completamente reverso de torção. ....	52
4.6	Curva de Wöhler Modificada sob carregamento completamente reverso de tração-compressão ( $\rho=1$ ) e torção ( $\rho=0$ ). ....	53
4.7	(a) Definição do $\rho_{lim}$ ; (b) Relação $\tau_{A,ref}$ versus $\rho$ . ....	56
4.8	Corpo de prova entalhado submetido a carregamento uniaxial. ....	58
4.9	Diferentes formalizações da Teoria das Distâncias Críticas: (a) Método do Ponto; (b) Método da Linha; (c) Método da Área. ....	59
5.1	Determinação da distância crítica, $L_{MP}$ , usando duas curvas de calibração. ....	62
5.2	Gráfico esquemático da relação $L_M$ versus $N_f$ . ....	63

5.3	Diagrama esquemático da metodologia para estimar vida em fadiga multiaxial envolvendo contato por <i>fretting</i> . .....	66
6.1	Resultados da primeira série experimental de Nowell (1988) variando a vida com o tamanho do contato. ....	67
6.2	Variação do gradiente de tensão para três valores diferentes de raio de sapata. ....	68
6.3	Acurácia da metodologia de estimativa de vida em fadiga multiaxial em condições de <i>fretting</i> para as quatro séries experimentais de Nowell (1988). ....	79
6.4	Estimativa de resistência à fadiga por <i>fretting</i> para os testes das quatro séries que foram interrompidos em $10^7$ ciclos. ....	80
6.5	Estimativa da resistência à fadiga por <i>fretting</i> para os testes experimentais da Série 1 de Nowell (1988). ....	80
6.6	Estimativa da resistência à fadiga por <i>fretting</i> para os testes experimentais da Série 2 de Nowell (1988). ....	81
6.7	Estimativa da resistência à fadiga por <i>fretting</i> para os testes experimentais da Série 3 de Nowell (1988). ....	81
6.8	Estimativa da resistência à fadiga por <i>fretting</i> para os testes experimentais da Série 4 de Nowell (1988). ....	82

## LISTA DE TABELAS

3.1	Tensões cisalhantes em cada região de acordo com a variação do carregamento tangencial no tempo. ....	41
6.1	Propriedades mecânicas relevantes da liga Al 4%Cu (HE 15-TF). ....	69
6.2	Parâmetros experimentais e as faixas de tamanho crítico obtidas por Nowell (1988). ....	69
6.3	Resultados dos ensaios da Série 1. ....	70
6.4	Resultados dos ensaios da Série 2. ....	70
6.5	Resultados dos ensaios da Série 3. ....	71
6.6	Resultados dos ensaios da Série 4. ....	72
6.7	Vida experimental versus vida estimada da Série 1. ....	75
6.8	Vida experimental versus vida estimada da Série 2. ....	76
6.9	Vida experimental versus vida estimada da Série 3. ....	76
6.10	Vida experimental versus vida estimada da Série 4. ....	77

# 1. INTRODUÇÃO

## 1.1. CONSIDERAÇÕES INICIAIS

O interesse na prevenção de falhas em componentes mecânicos tomou corpo ao longo da Revolução Industrial e firmou-se como necessidade absoluta a partir da Segunda Guerra Mundial. Nos últimos anos, com a intensa concorrência global, tem havido um grande interesse em aumentar a qualidade, produtividade e confiabilidade dos produtos manufaturados proporcionando um avanço significativo nas técnicas de engenharia de projeto.

De acordo com a definição da ASTM E 206 (1972) o processo de fadiga é definido como um "processo de mudança estrutural permanente, localizada e progressiva que ocorre em um material submetido a condições que produzem tensões e deformações flutuantes em algum ponto (ou pontos) e que podem culminar em trincas ou fratura completa, após um número suficiente de flutuações".

O estudo do fenômeno de fadiga é de fundamental importância no projeto de máquinas e estruturas, visto que a maior parte das falhas verificadas em operação são em decorrência do fenômeno de fadiga. Segundo estudos realizados nos Estados Unidos e Europa estima-se que os efeitos econômicos decorrentes de fraturas sejam da ordem de 4% do Produto Interno Bruto (PIB), em um país medianamente industrializado, sendo 90% desses custos provenientes de falha por fadiga (ASM HANDBOOK, 1996).

Sabe-se que a falha por fadiga ocorre devido ao crescimento instável de trincas acarretando em fratura frágil do material. A nucleação da trinca pode ocorrer em regiões de alta concentração de tensões do material carregado ciclicamente, caso o mesmo apresente alta qualidade de acabamento superficial, ou podem se originar de defeitos macroscópicos pré-existentes no material, caso o mesmo não tenha um bom acabamento superficial. A combinação de ambos os casos também é possível.

A nucleação de trinca pode se originar de concentradores de tensões internos no material, tais como inclusões e vazios, ou mesmo de defeitos macroscópicos pré-existentes como consequência de uma baixa qualidade de acabamento superficial. Além disso, outra fonte de nucleação de trinca pode existir em montagens mecânicas (e.g. acoplamentos, peças rebitadas ou parafusadas, etc.) associado ao movimento relativo de pequena amplitude ao longo da interface de contato entre os mesmos (usualmente inferior a  $100\mu\text{m}$ ).

A fadiga por *fretting* é um tipo característico de fadiga que vem recebendo bastante atenção por parte dos cientistas e engenheiros nas últimas décadas devido ao grande número de falhas de componentes atribuídas a este fenômeno. O *fretting* ocorre sempre que uma junção entre componentes é submetida a uma força oscilatória provocando deslocamento tangencial relativo de pequena amplitude (usualmente inferior a 100µm) em pelo menos parte da interface de contato (Nowell, 1994). Testes experimentais revelam que o *fretting* pode reduzir em até 90% a resistência à fadiga de um material metálico.

Em montagens mecânicas envolvendo contato e sujeitas a cargas vibratórias, ou tensões cíclicas, dois fenômenos podem surgir como consequência: o desgaste superficial dos corpos em contato, originando o denominado desgaste por *fretting*, no qual fragmentos de metal são arrancados dos corpos em contato formando partículas de óxidos que, pela maior dureza em relação à maioria dos metais de origem encontrados na engenharia, causam desgaste. O segundo fenômeno diz respeito à nucleação de trinca na região de contato provocando a redução na resistência à fadiga do componente submetido ao carregamento cíclico. Este processo é denominado fadiga por *fretting*.

## 1.2. CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO

Desde a metade do século XIX, cientistas e engenheiros tem feito significativas contribuições para entender o fenômeno de fadiga em uma ampla gama de materiais. A primeira pesquisa detalhada para entender o fenômeno nos metais foi iniciada em 1842 após um acidente ferroviário próximo a cidade de Versailles, França. A causa desse acidente foi uma falha no eixo frontal da locomotiva.

No período de 1852 a 1869, o pesquisador alemão Wöhler conduziu investigações sistemáticas de falhas em rodas de ferrovias. Seu trabalho conduziu à caracterização do comportamento em fadiga plena dos metais em termos da amplitude de tensão versus vida em fadiga e ao conceito de limite de resistência à fadiga. Mas a fadiga por *fretting* foi estudada sistematicamente somente a partir de 1927 quando Tomlinson (1927) propôs que o principal agente do fenômeno era o movimento tangencial entre as superfícies em contato.

Warlow-Davis (1941) examinaram a influência do *fretting* na vida em fadiga. Em seus ensaios Warlow-Davis impuseram primeiramente ao material o dano por *fretting* e, posteriormente, conduziu os ensaios de fadiga. Nesse caso, foi constatado que os materiais submetidos a essa condição apresentavam redução em torno de 13% a 17% em sua resistência mecânica.

Posteriormente coube a McDowell (1953) conduzir ensaios simultâneos de fadiga por *fretting* e, posteriormente, outros trabalhos foram realizados por Waterhouse (1981). No desenvolvimento do entendimento dos conjuntos mecânicos uma das maiores conquistas, a qual é ainda utilizada nos dias atuais, foi a análise do contato Hertziano sob condições de escorregamento parcial de Mindlin (1949). Os resultados de Mindlin foram extensivamente usados por Johnson (1955) em experimentos envolvendo o fenômeno de *fretting*.

A partir de 1955, após uma série de acidentes envolvendo os aviões da companhia aérea Comet, surgem os conceitos de "falha segura" e "vida segura" no meio aeroespacial. Os projetos mecânicos são desenvolvidos para uma falha segura, no qual assume-se que o material tem ou irá desenvolver falhas ou defeitos que irão afetar a resistência mecânica do componente, mas sem que isso comprometa a integridade do mesmo, pelo menos temporariamente.

Apesar disso, em 1988, o acidente com uma aeronave da Aloha Airlines, na qual uma parte da estrutura da aeronave se desintegrou durante o voo (Fig. 1.1), levou os engenheiros a rever vários itens que influenciam a durabilidade de uma aeronave, tais como: estruturas, segurança, economia e exigências legais.

O acidente da Aloha teve como causa principal a propagação e a união de múltiplas trincas que nuclearam a partir dos furos dos rebites da fuselagem da aeronave. A nucleação dessas trincas foi consequência do movimento relativo entre os rebites e a fuselagem da estrutura do avião. No setor aeroespacial, onde as diversas montagens entre os componentes estão sujeitas às vibrações que podem provocar uma falha por fadiga por *fretting*, a vida operacional dos aparelhos deve ser compatível com a alta confiabilidade, alto desempenho, baixo custo e peso estrutural dos mesmos.

Outro exemplo de problema típico envolvendo fadiga por *fretting* são as conexões entre bombas. A pré-carga nos parafusos é suficiente para manter o contato entre as flanges e resistir à pressão hidrostática interna. No entanto, os parafusos não são capazes de inibir o deslocamento relativo entre as partes em contato que surgem em decorrência da vazão do fluido bombeado, e/ou de outras fontes externas de vibração. Nesse caso o deslocamento relativo é restringido somente pela fricção. Além disso, o fenômeno também está presente em: tubulações industriais, conexões entre rotor e pás de turbinas (Figura 1.2) ou compressores, cabos de transmissão de energia elétrica, vasos de pressão, sistemas de propulsão aeronáuticos, entre outros.



Figura 1.1: Estrutura danificada do Boeing 747 da Aloha Airline (Cultura aeronáutica, 2012).

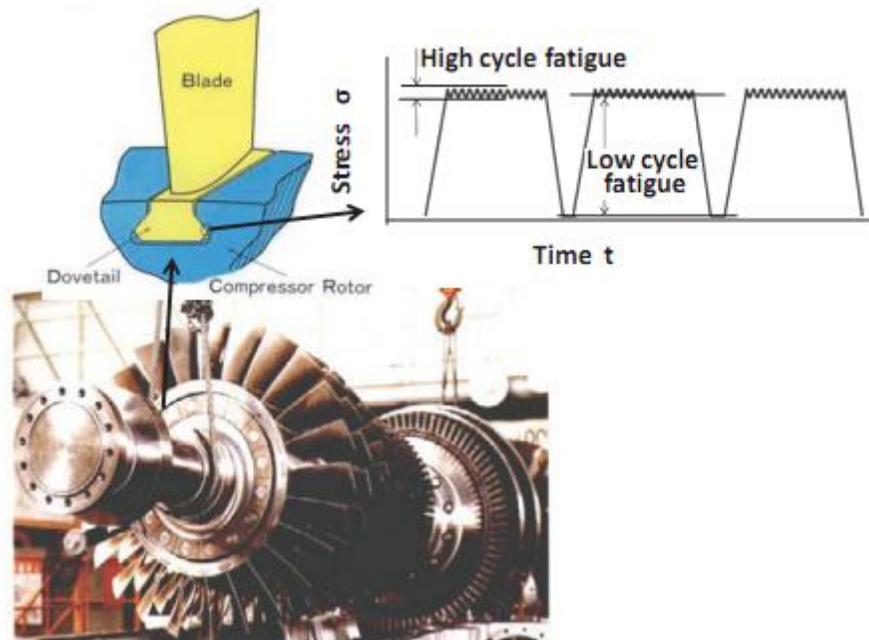


Figura 1.2: Conjunto rotor de turbina a gás e junta tipo rabo-de-andorinha (Hattori, 2011).

Atualmente podemos dividir os modelos de danos por fadiga em três grupos:

- i. modelos baseados nas tensões;
- ii. modelos baseados nas deformações;
- iii. modelos baseados na energia de deformação.

Podemos subdividir os modelos baseados nas tensões em quatro grupos:

- a) tensões equivalentes empíricas;
- b) invariante das tensões;
- c) tensões médias;
- d) Planos Críticos.

O Plano Crítico é o plano material onde ocorrerá a nucleação de trinca por fadiga. Nas últimas décadas tem aumentado a popularidade dos critérios baseados no plano crítico em fadiga multiaxial. É importante ressaltar que não há uma padronização quanto ao modo de localizar o plano material, abrindo oportunidade para que vários critérios sejam formulados. Do ponto de vista mecânico os critérios baseados no plano crítico são extremamente atrativos, pois além de estimar com precisão a resistência à fadiga do componente, o mesmo também fornece a localização e a direção esperada para ocorrer a nucleação da trinca.

Dentre as propostas existentes atualmente para a determinação do plano crítico podemos citar a de Findley (1956), que propôs a localização do plano crítico com base na combinação linear da amplitude da tensão cisalhante com a máxima tensão normal no plano material. McDiarmid (1987) utiliza o conceito de trincas tipo A e tipo B (Brown e Miller (1982)), onde as trincas tipo A se propagam ao longo da superfície do material, enquanto que as trincas tipo B se propagam na direção da espessura. Nesse caso, o plano crítico é aquele no qual se manifestam os dois tipos de trincas.

Nas últimas décadas grandes esforços têm sido feitos para prever não somente a resistência à fadiga de corpos plenos e entalhados, mas também estimar a vida de materiais sujeitos a carregamentos de fadiga multiaxial. O Método das Curvas de Wöhler Modificadas (MCWM), formulada por Susmel e Lazzarin (2002), sugere que a vida em fadiga multiaxial pode ser estimada através do grau de multiaxialidade do campo de tensão na zona do processo de fadiga. Como uma formulação baseada no critério do Plano Crítico, em sua formulação mais generalizada, o MCWM postula que o dano por fadiga depende tanto do

valor da tensão normal quanto da amplitude da tensão cisalhante no plano material experimentando a máxima tensão cisalhante, o chamado plano crítico.

Uma das dificuldades enfrentadas na localização do plano crítico é o cálculo da amplitude da tensão cisalhante. Por não haver uma padronização no cálculo da amplitude da tensão cisalhante, alguns pesquisadores propuseram métodos para obter a mesma em histórias de carregamentos multiaxiais. As primeiras tentativas surgiram com Grubisic e Simbürger (1976) que propuseram o Método da Maior Projeção da história de tensões cisalhantes, Lemaitre e Chaboche (1985) que propuseram o Método da Maior Corda. Segundo Papadopoulos (1998) tais métodos podem fornecer resultados inconsistentes para histórias de tensões não-proporcionais.

Outros métodos para o cálculo da tensão cisalhante foram propostos posteriormente, dentre os quais citamos: o Método do Mínimo Elipsóide Circunscrito, formulado no contexto das tensões desviadoras (invariantes de tensão), proposto por Bin Li et al. (2000), o Método do Menor Elipsóide de Norma de Frobenius, proposto por Zouain et al. (2006), com o objetivo de corrigir alguns equívocos de implementação do método formulado por Bin Li et al. (2000). Posteriormente, Araújo et al. (2010) propuseram o Método do Maior Retângulo Circunscrito (MRC) para o cálculo da amplitude da tensão cisalhante em qualquer carregamento de fadiga multiaxial.

Algumas das formulações elaboradas nas últimas décadas para prever a resistência à fadiga e estimar a vida de materiais são aplicadas em conjunto com a Teoria das Distâncias Críticas (TDC), concebida por Taylor (2007). A Teoria das Distâncias Críticas é o nome dado para um grupo de métodos com certas características em comum utilizadas para contabilizar os efeitos de entalhes e outros concentradores de tensão.

Propostas de metodologias para estimar a vida em fadiga utilizando critérios de fadiga multiaxial associado com a Teoria das Distâncias Críticas foram recentemente publicadas. Corpos entalhados com várias geometrias de entalhes foram utilizados por Susmel e Taylor (2008) para estimar a vida em fadiga associando o Método das Curvas de Wöhler Modificadas em conjunto com a Teoria das Distâncias Críticas. Hattori et al. (2011) também realizaram trabalhos para estimar a vida em fadiga uniaxial de espécimes sob condições de *fretting*. No entanto, até o momento, os autores desse trabalho não tem conhecimento de algum trabalho para a estimativa de vida em regime de médio número de ciclos (e.g. entre  $10^5$  e  $10^7$  ciclos) que considere não apenas o efeito do gradiente de tensão, mas também o campo complexo de tensão (multiaxial e cíclico) existentes em problemas sob condições de *fretting*.

### 1.3. OBJETIVOS DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho tem por objetivo aplicar o Método das Curvas de Wöhler Modificadas associado com a Teoria das Distâncias Críticas para a estimativa de vida utilizando histórias de carregamentos cíclicos multiaxiais. O trabalho estende para fadiga sob condições de *fretting* a abordagem proposta por Susmel e Taylor (2008) para estimar a vida em fadiga multiaxial de componentes entalhados.

Deve-se observar que há várias analogias entre problemas de fadiga por *fretting* e de corpos entalhados. Assim como as discontinuidades geométricas, o contato mecânico é um concentrador de tensão. Além disso, os elevados níveis de tensão decaem à medida que afasta-se da superfície de contato, caracterizando a existência de gradientes de tensão, tal como ocorre nos problemas de entalhe.

Para a aplicação da metodologia foram utilizados dados da literatura extraídos de Nowell (1988) utilizando a liga aeronáutica Al 4%Cu (HE 15-TF). Uma das finalidades do trabalho de Nowell (1988) foi demonstrar que o fenômeno de *fretting* não produz efeito sobre a resistência à fadiga do componente quando a semi-largura do contato,  $a$ , é menor do que um valor crítico. Quatro séries de ensaios foram conduzidos com a liga de alumínio para investigar a variação da largura do contato crítico com a pressão de pico,  $p_o$ , carga tangencial de contato,  $Q$ , e tensão remota de fadiga,  $\sigma_a$ . Dentro de cada série foram adotados oito pares de sapatas de *fretting* com raios de curvatura variando entre 12,5 mm e 125 mm. Todos os testes experimentais foram conduzidos sob-regime de escorregamento parcial.

### 1.4. ESTRUTURA DA DISSERTAÇÃO

Essa dissertação está organizada da seguinte forma: no capítulo "Introdução" foi feita a contextualização do fenômeno de fadiga e, além disso, foi apresentada uma breve evolução histórica do estudo de fadiga uniaxial e fadiga multiaxial. No capítulo 2, "Definições e conceitos básicos", serão apresentados os conceitos fundamentais necessários para o estudo do fenômeno de fadiga uniaxial e multiaxial, e também serão apresentadas algumas técnicas para o cálculo da amplitude da tensão cisalhante no plano crítico. No capítulo 3, "Mecânica do contato", será abordado o assunto do contato de corpos necessário para o entendimento do fenômeno de *fretting*. Nesse capítulo serão analisados a forma e o tamanho do contato, além da distribuição de tensões superficiais e no interior do material. No capítulo 4, sobre "Fadiga uniaxial e multiaxial", serão apresentados os mecanismos de fadiga, os efeitos da tensão

média na vida em fadiga, além de caracterizar o Método das Curvas de Wöhler Modificadas e a Teoria das Distâncias Críticas. No capítulo 5, denominado "Estimativa de vida em fadiga multiaxial usando o MCWM associado com a Teoria das Distâncias Críticas em problemas envolvendo concentradores de tensão", será apresentada a metodologia para a estimativa de vida em fadiga multiaxial aplicando o MCWM em conjunto com a TDC na presença de qualquer tipo de concentrador de tensão. No capítulo 6, de "Resultados", será feita não apenas uma breve apresentação dos dados produzidos por Nowell (1988) e da metodologia para aplicar a técnica de estimativa de vida para tais dados, mas também uma apresentação e análise detalhada dos resultados obtidos. No capítulo 7, "Discussões e Conclusões", serão discutidos os resultados e apresentadas as conclusões do presente trabalho. No capítulo 8, "Propostas de trabalhos futuros", serão sugeridos algumas propostas de prosseguimento desse trabalho.

## 2. DEFINIÇÕES E CONCEITOS BÁSICOS

### 2.1. VETOR TENSÃO

Considere o corpo esquematizado na Fig. 2.1. Imagine um plano imaginário, que passa por um ponto interno arbitrário O, cujo vetor unitário normal é  $\mathbf{n}$ .

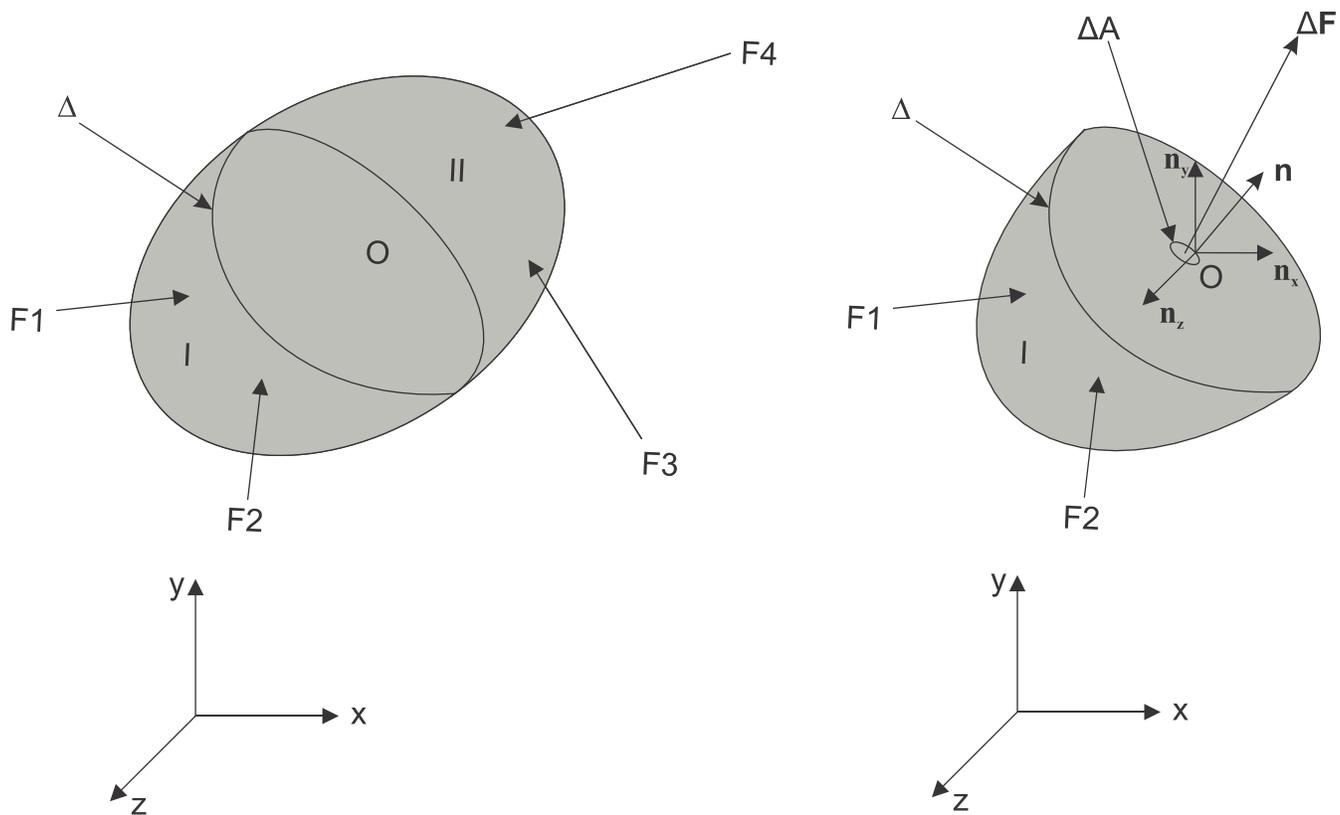


Figura 2.1: Forças externas atuando sobre um corpo material e um plano  $\Delta$  passando pelo ponto O.

O plano imaginário corta o corpo em duas porções. Considerando a porção I como um corpo livre, haverá sobre o plano imaginário de corte uma força  $\Delta\mathbf{F}$  atuando sobre uma área  $\Delta A$  contendo O. Pode-se definir o vetor tensão de Cauchy, como:

$$\mathbf{t} = \lim_{\Delta A \rightarrow 0} \frac{\Delta\mathbf{F}}{\Delta A} \quad (2.1)$$

Por conveniência,  $\mathbf{t}$  pode ser decomposto em dois vetores: um vetor normal à superfície de corte, que será denominado vetor normal ( $\mathbf{t}^n$ ), e outro paralelo à superfície de corte, que será denominado vetor tensão cisalhante ( $\mathbf{t}^\tau$ ).

O vetor normal é definido como:

$$\mathbf{t}^n = (\mathbf{t} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (2.2)$$

O vetor tensão cisalhante é definido como:

$$\mathbf{t}^\tau = \mathbf{t} - \mathbf{t}^n \quad (2.3)$$

O vetor tensão  $\mathbf{t}$  depende da orientação do plano de corte sobre o qual atua. Tal característica é conhecida como Hipótese de Cauchy, e a relação entre o vetor tensão e o vetor unitário  $\mathbf{n}$  normal ao plano é dado pelo Teorema de Cauchy:

$$\mathbf{t}(\mathbf{O}, \mathbf{n}) = \boldsymbol{\sigma}(\mathbf{O})\mathbf{n} \quad (2.4)$$

Onde  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{O})$  é o Tensor Tensão de Cauchy, caracterizado por um tensor simétrico e de segunda ordem. Dessa forma, se  $\boldsymbol{\sigma}(\mathbf{O})$  é conhecido, pelo Teorema de Cauchy pode-se determinar o vetor tensão  $\mathbf{t}$  em qualquer plano normal.

O tensor de tensões abaixo, composto pelos vetores unitários pertencentes a um sistema cartesiano ortogonal caracterizando um estado tridimensional de tensão, define o Tensor Tensão de Cauchy:

$$\boldsymbol{\sigma} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

onde  $\sigma_{i,j}$ , para  $i = j$  temos os componentes normais e  $i \neq j$  temos os componentes de tensão de cisalhamento do tensor das tensões.

Pode-se demonstrar, fazendo-se o equilíbrio de momentos em um elemento de um corpo, que o tensor das tensões é simétrico, ou seja,  $\sigma_{xy} = \sigma_{yx}$ ;  $\sigma_{yz} = \sigma_{zy}$ ;  $\sigma_{xz} = \sigma_{zx}$ . Dessa forma, o tensor tensão  $\boldsymbol{\sigma}$  torna-se simétrico com apenas seis escalares para definir o estado de tensão em um ponto.

## 2.2. HISTÓRIAS DE CARREGAMENTO

Carregamentos variando no tempo podem causar danos por fadiga. Equipamentos em serviço tais como: aeronaves, tubulações e máquinas de uma maneira geral, possuem carregamentos que variam em amplitude e frequência de forma randômica, de tal forma que os carregamentos têm características que podem variar substancialmente dependendo da aplicação.

Os termos quantitativos em um carregamento cíclico de interesse na fadiga são a amplitude do carregamento, o valor médio da tensão e o número total de ciclos de tensão/deformação. Por exemplo, para um carregamento envolvendo esforços de flexão e torção, pode-se representar as histórias de tensões como:

$$\sigma(t) = \sigma_m + \sigma_a \cdot f(\cdot)(\omega t) \quad (2.6)$$

$$\tau(t) = \tau_m + \tau_a \cdot f(\cdot)(\lambda \omega t - \beta) \quad (2.7)$$

onde:

$\sigma_m$  e  $\tau_m$  são as tensões médias;

$\sigma_a$  e  $\tau_a$  são as amplitudes das tensões;

$\lambda$  é a razão entre as frequências angulares de  $\sigma(t)$  e  $\tau(t)$ ;

$\omega$  é a frequência angular;

$f(\cdot)$  são funções periódicas.

Podemos classificar as histórias de tensões em relação à frequência como síncronas e assíncronas. Nesse caso, uma história de tensões é dita síncrona quando os componentes do tensor das tensões estão na mesma frequência. Caso contrário, a história das tensões é dita assíncrona.

Além disso, as histórias de tensões podem ser classificadas em proporcionais e não-proporcionais. Esse é um dos aspectos de maior influência na fadiga multiaxial, e que implica em redobrar os cuidados

quando se extrapola das teorias de fadiga uniaxial para a multiaxial (Socie, 2000). Um carregamento é dito proporcional quando os componentes do tensor das tensões mantém uma relação de proporcionalidade durante toda a evolução dessa história, e é descrito da seguinte forma:

$$\sigma_{ij} = k \cdot \sigma'_{ij} \quad (2.8)$$

onde  $k \in \mathbb{R}$  é um escalar e representa o coeficiente de proporcionalidade.

O carregamento proporcional em um ciclo de carregamento é caracterizado por apresentar uma orientação fixa dos eixos principais associados com os componentes alternados da deformação. A Fig. 2.2 representa as histórias de carregamentos proporcionais.

No caso de carregamentos não-proporcionais, em qualquer instante, a orientação dos eixos principais em relação à componente ou magnitude varia no tempo, ou seja, nesse caso ocorre também a variação temporal da orientação das tensões principais. A Fig. 2.3 representa as histórias de carregamentos não-proporcionais.

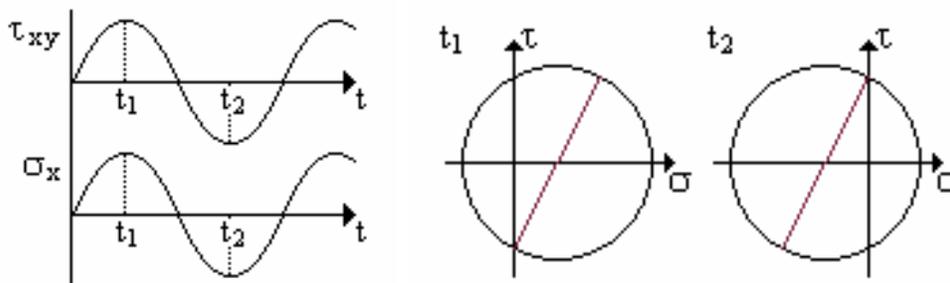


Figura 2.2: Carregamentos proporcionais (Socie, 2000).

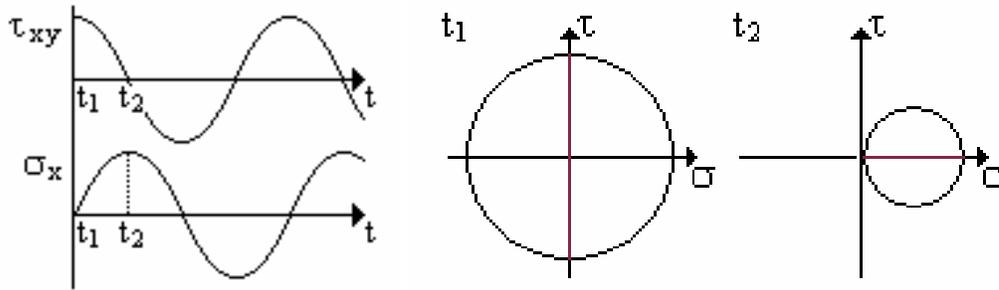


Figura 2.3: Carregamentos não-proporcionais (Socie, 2000).

### 2.2.1. ESTADO UNIAXIAL DE TENSÕES

Seja um corpo submetido a um carregamento uniaxial. O estado de tensão em um ponto O do material pode ser definido como:

$$\boldsymbol{\sigma}(t) = \begin{pmatrix} \sigma_{xx}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}, \sigma_{xx}(t) = \sigma_m + \sigma_a \cdot \text{sen}(wt) \quad (2.9)$$

onde  $t$  é o tempo,  $w$  é a frequência do carregamento de fadiga e  $\sigma_m$  e  $\sigma_a$  são os valores médio e a amplitude da história de tensão  $\sigma_{xx}(t)$ , respectivamente.

Alguns parâmetros importantes nos problemas de fadiga são expressos pelas equações a seguir, sendo os valores máximo e mínimo dos componentes do tensor tensão  $\boldsymbol{\sigma}$  dado por:

$$\sigma_{max} = \sigma_m + \sigma_a \quad (2.10)$$

$$\sigma_{min} = \sigma_m - \sigma_a \quad (2.11)$$

A faixa de tensões é expressa por:

$$\Delta\sigma = \sigma_{max} - \sigma_{min} \quad (2.12)$$

A razão de carregamento,  $R$ , e a razão de amplitudes,  $A$ , são expressos pelas Eqs. 2.15 e 2.16, respectivamente.

$$R = \frac{\sigma_{min}}{\sigma_{max}} \quad (2.13)$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (2.14)$$

Pode-se obter também a amplitude e o valor médio da tensão pelas equações a seguir:

$$\sigma_a = \frac{\sigma_{max} - \sigma_{min}}{2} \quad (2.15)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{max} + \sigma_{min}}{2} \quad (2.16)$$

Alguns carregamentos mais comuns são representados na Fig. 2.4. A Fig. 2.4 (a) representa uma história de tensões flutuantes, onde a razão de tensões,  $R$ , é  $R \neq 0$  e  $R \neq -1$ . A Fig. 2.4 (b) representa uma história de carregamento repetido, onde  $\sigma_{min}$  é zero e, conseqüentemente, a razão de tensões,  $R$ , também é zero. A Fig. 2.4 (c) mostra uma história de tensões chamada de completamente alternada, onde a tensão média é zero e a razão de tensões é  $R = -1$ .

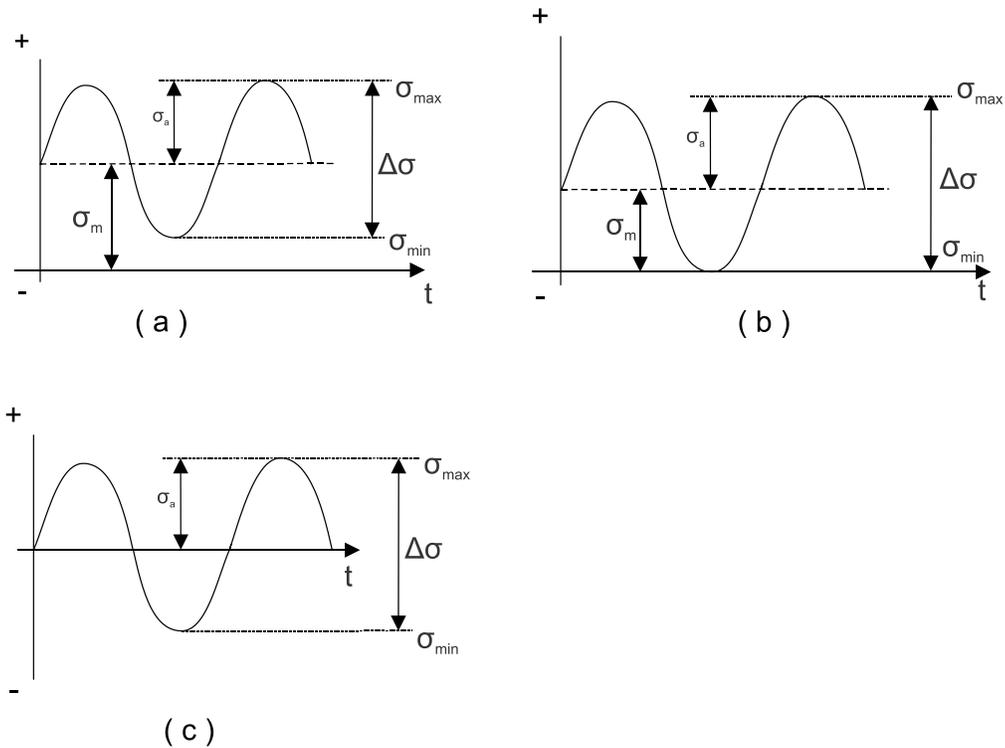


Figura 2.4: Carregamentos cíclicos: (a) Flutuante; (b) Repetido; (c) Completamente alternado.

### 2.2.2. ESTADO MULTIAXIAL DE TENSÕES

Estados multiaxiais de tensões são muito comuns em máquinas e estruturas mecânicas submetidas a carregamentos combinados. Para a modelagem do problema de fadiga multiaxial torna-se importante determinar os componentes do vetor tensão em um plano material  $\Delta$  qualquer.

Considere o corpo da Fig. 2.1 submetido a um carregamento cíclico e o plano material  $\Delta$  passando pelo ponto O. O vetor  $\mathbf{n}$ , normal ao plano  $\Delta$ , caracteriza a orientação do plano (Fig. 2.5).

Dessa forma o vetor unitário  $\mathbf{n}$  pode ser escrito da seguinte forma:

$$\mathbf{n} = \begin{pmatrix} \mathbf{n}_x \\ \mathbf{n}_y \\ \mathbf{n}_z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\Theta \cdot \sin\phi \\ \sin\Theta \cdot \sin\phi \\ \cos\phi \end{pmatrix} \quad (2.17)$$

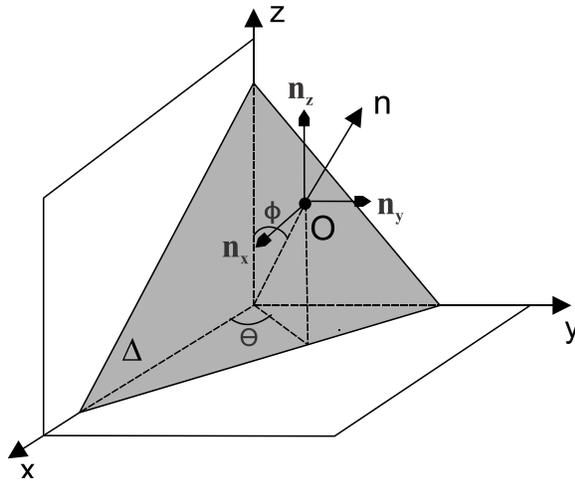


Figura 2.5: Vetor unitário  $\mathbf{n}$  referenciado em um sistema de coordenadas  $Oxyz$  pelas suas coordenadas esféricas  $\Theta$  e  $\phi$ .

Devido à simetria constatada entre os componentes de tensão, os planos materiais podem ser investigados em um intervalo de  $\Theta$  e  $\phi \in [0 \text{ e } \pi]$ .

Considere um ponto material de um corpo submetido a um carregamento cíclico e um plano, denotado por  $\Delta$ , passando pelo ponto  $O$ . O vetor tensão  $\mathbf{t}$  atuando sobre o plano  $\Delta$  [Fig. 2.6 (b)] é dado por:

$$\mathbf{t} = \sigma \mathbf{n} \tag{2.18}$$

O vetor tensão  $\mathbf{t}$  pode ser decomposto em dois vetores, um perpendicular ao plano  $\Delta$ , que é o vetor tensão normal,  $\mathbf{t}^n$ , e um vetor tangencial ao plano  $\Delta$ , que é o vetor tensão cisalhante,  $\mathbf{t}^t$ . O vetor tensão normal,  $\mathbf{t}^n$ , é a projeção de  $\mathbf{t}$  sobre  $\mathbf{n}$  [Fig. 2.6 (a)]:

$$\mathbf{t}^n = (\mathbf{t} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \rightarrow \mathbf{t}^n = (\sigma \mathbf{n} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \tag{2.19}$$

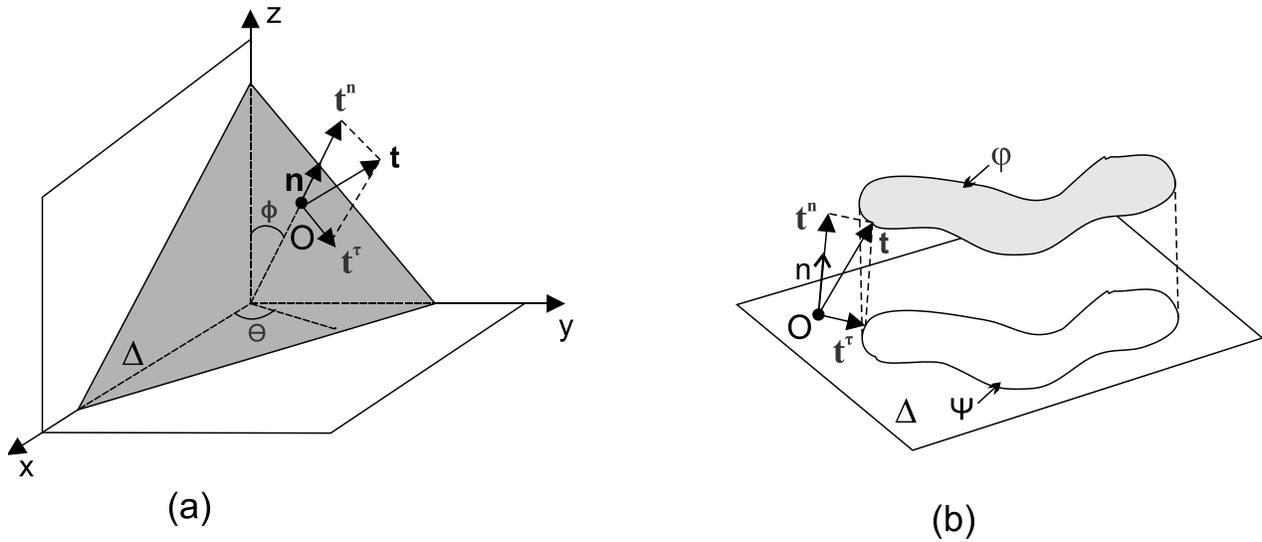


Figura 2.6: (a) Vetor tensão normal  $\mathbf{t}^n$  e o vetor tensão cisalhante  $\mathbf{t}^\tau$  atuando em um plano material  $\Delta$ ; (b) Evolução dessas quantidades de tensão atuando ao longo de  $\Delta$  durante um carregamento complexo.

A tensão cisalhante média é igual à diferença dos dois vetores (ver Eq. 2.3):

$$\mathbf{t}^\tau = \mathbf{t} - \mathbf{t}^n \rightarrow \mathbf{t}^\tau = \boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} - (\boldsymbol{\sigma}\mathbf{n} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n} \quad (2.20)$$

A definição acima nos fornece que o vetor tensão cisalhante  $\mathbf{t}^\tau$  é a projeção ortogonal do vetor tensão  $\mathbf{t}$  sobre o plano  $\Delta$ .

Durante carregamentos cíclicos complexos, a ponta do vetor tensão  $\mathbf{t}$  descreve uma curva fechada  $\varphi$  [Fig. 2.6 (b)]. Claramente, o vetor normal  $\mathbf{t}^n$  conserva a sua direção variando somente em magnitude. A ponta do vetor  $\mathbf{t}^n$  varia entre dois pontos de linha definidos por  $\mathbf{n}$ , sendo esses dois pontos os extremos da projeção da curva  $\varphi$  sobre  $\mathbf{n}$ . Dessa forma, durante um carregamento cíclico, o vetor  $\mathbf{t}^n$  atuando em  $\Delta$  varia em magnitude, mas não em direção (Papadopoulos, 1998).

Para um tensor tensão cíclico, a amplitude da tensão normal e o valor médio da tensão normal são baseados apenas no valor de  $(\mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n})$ , que é um escalar. Nesse caso, esses valores são dados por:

$$\sigma_a = \frac{1}{2} (\max_{t \in P} (\mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n}) - \min_{t \in P} (\mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n})) \quad (2.21)$$

$$\sigma_m = \frac{1}{2} (\max_{t \in P} (\mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n}) + \min_{t \in P} (\mathbf{t}(t) \cdot \mathbf{n})) \quad (2.22)$$

onde, nas Eqs. 2.21 e 2.22,  $P$  é o período do ciclo de carregamento.

### 2.2.2.1. AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE EM FADIGA MULTIAXIAL

A situação é muito mais complexa quando se trata da definição da amplitude e do valor médio da tensão cisalhante. As complexidades surgem devido ao fato de a tensão cisalhante mudar tanto de magnitude quanto de direção em cada ciclo em uma história de carregamento. Portanto, durante um ciclo de carregamento, a ponta do vetor tensão cisalhante descreve uma curva fechada  $\Psi$  sobre o plano  $\Delta$ , a qual é uma projeção da curva  $\varphi$  descrita pela ponta do vetor  $\mathbf{t}$  [Fig. 2.6 (b)]. Dessa forma, o vetor tensão cisalhante  $\mathbf{t}^\tau$  é uma função periódica do tempo.

Vale a pena ressaltar que a curva fechada  $\Psi$ , formada pela projeção do vetor tensão  $\mathbf{t}$  sobre o plano  $\Delta$  passando pelo ponto  $O$ , é diferente em cada plano de corte passando pelo ponto  $O$  considerado. Assim pode-se concluir que a amplitude do vetor tensão cisalhante depende da orientação do plano em que atua, ou seja, depende do vetor unitário  $\mathbf{n}$  definido por suas coordenadas esféricas  $[\tau_a = \mathbf{t}^\tau (\Theta, \phi)]$ .

Para encontrar a máxima amplitude de tensão cisalhante,  $\max \tau_a$ , é necessário avaliar todos os planos que passam pelo ponto em consideração. Isso pode ser feito executando a procura do máximo valor de  $\tau_a (\Theta, \phi)$ , em função dos ângulos  $\Theta$  e  $\phi$ :

$$\max \tau_a = \max_{\theta, \phi} \{\tau_a (\theta, \phi)\} \quad (2.23)$$

Os ângulos denotados por  $(\Theta^*, \phi^*)$  correspondem aos pares de ângulos que fornecem a solução maximização da Eq. 2.23 acima. O par  $(\Theta^*, \phi^*)$  pode definir o plano crítico.

As primeiras tentativas para calcular a máxima amplitude da tensão cisalhante sob estado de tensão biaxial não-proporcional foram conduzidas por Little (1965,1966), e Little e Little (1965). Esses autores conduziram ensaios para avaliar a amplitude da máxima tensão cisalhante com carregamentos de flexão e torção completamente reversos fora-de-fase e síncronos, usando uma combinação de métodos analíticos e gráficos. No entanto, os trabalhos desses autores ficaram restritos à avaliação da máxima amplitude da tensão cisalhante para situações específicas.

Duas propostas foram formuladas no passado para calcular os valores da amplitude da tensão cisalhante e a tensão cisalhante média,  $\tau_a$  e  $\tau_m$ , respectivamente. A primeira delas foi proposta por Grubisic e Simbürger (1976), conhecida como o Método da Maior Projeção. O método consiste na projeção da história das tensões cisalhantes, formada pela curva  $\phi$ , em segmentos de reta sobre o plano de  $\Delta$  passando pelo ponto de aplicação O sobre esse plano [Fig. 2.7 (a)]. A amplitude da tensão cisalhante corresponde à metade da medida do maior segmento de todas as projeções de  $\phi$  sobre o plano  $\Delta$ . Pela Fig. 2.7 (a) a maior projeção é denotada pela linha A'Z' e, dessa forma, temos  $\tau_a=A'Z'/2$ . O valor da tensão cisalhante média corresponde ao segmento OM', onde M' é o ponto médio da máxima projeção A'Z' de  $\phi$ , ou seja,  $\tau_m=OM'$ .

No entanto, esse método não é adequado para todos os tipos de histórias de tensão, conforme apresentado na Fig. 2.7 (b). Assuma que a ponta do vetor tensão cisalhante descreva sobre o plano  $\Delta$  o percurso  $A \rightarrow Z \rightarrow A$  que é o segmento linear AZ. Esse segmento de reta AZ está localizado de forma que a origem do vetor tensão cisalhante O coincide com o ponto médio da maior projeção. Pelo Método da Maior Projeção, a amplitude da tensão cisalhante é igual à metade do segmento A'Z', ou seja,  $\tau_a=A'Z'/2$ . No entanto, o ponto médio M' da projeção A'Z' coincide com a origem O e, portanto, de acordo com o Método da Maior Projeção, a tensão cisalhante média é zero,  $\tau_m = 0$ . Tal resultado é inconsistente, pois o valor da tensão média é  $\tau_m = OM'$ . Há outras situações onde esse método conduz a resultados ambíguos (Papadopoulos, 1998).

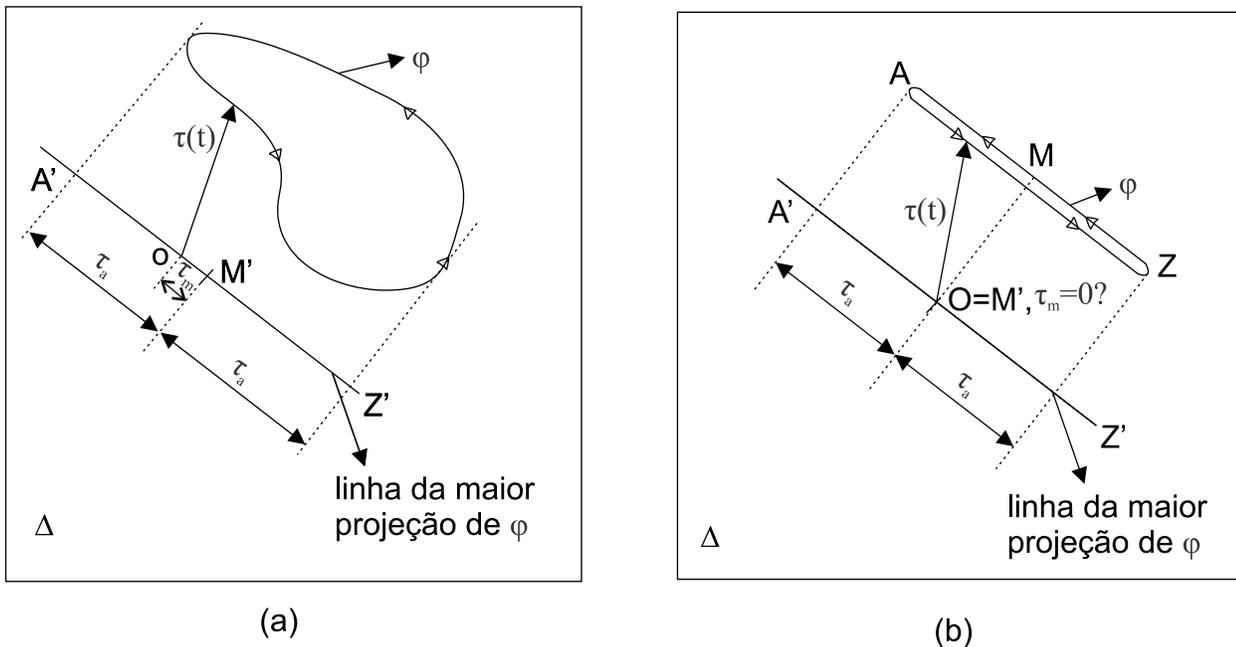


Figura 2.7: (a) Definição da amplitude da tensão cisalhante e da tensão cisalhante média pelo Método da Maior Projeção; (b) Inconsistência do Método da Maior Projeção.

A segunda proposta para resolver o problema é baseada no conceito da Maior Corda da curva  $\varphi$ . Tal proposta é chamada de Método da Maior Corda. Esse método tem sido discutido com maiores detalhes por Lemaitre e Chaboche (1990). De acordo com esse método deve-se considerar todas as cordas unindo quaisquer dois pontos pertencentes à curva  $\varphi$  e localizar a corda com maior comprimento [Fig. 2.8 (a)]. A amplitude da tensão cisalhante atuando sobre o plano material  $\Delta$  é igual à metade do comprimento da maior corda, denotada como  $AZ$  na Fig. 2.9 (a), ou seja,  $\tau_a = AZ/2$ . O valor da tensão cisalhante média é igual ao comprimento do segmento que une a origem  $O$  com o ponto médio  $M$  de  $AZ$ .

Sem dúvida o Método da Maior Corda constitui um progresso em relação ao Método da Maior Projeção. No entanto, há situações em que o Método da Maior Corda é inconsistente, e novamente o problema surge no cálculo da tensão cisalhante média. Conforme definido acima, a tensão cisalhante média é igual ao comprimento do segmento que une a origem  $O$  ao ponto médio da maior corda da curva  $\varphi$ . No entanto, pode haver situações em que a Maior Corda não é única. Considere como exemplo que a curva  $\varphi$  descrita por  $\tau$  sobre um plano  $\Delta$  seja um triângulo isósceles  $ABC$  [Fig. 2.8 (b)]. Então, têm-se duas Maior Cordas de igual comprimento, ou seja,  $AB$  e  $AC$ . No entanto, isso não afeta o valor de  $\tau_a$ , que é igual a  $\tau_a = AB/2 = AC/2$ , mas a tensão cisalhante média não tem valor único. Se os pontos  $D$  e  $E$  são os

pontos médios dos segmentos AB e AC [Fig. 2.8 (b)], respectivamente, então qual segmento, OD ou OE, deve ser usado para calcular a tensão cisalhante média?

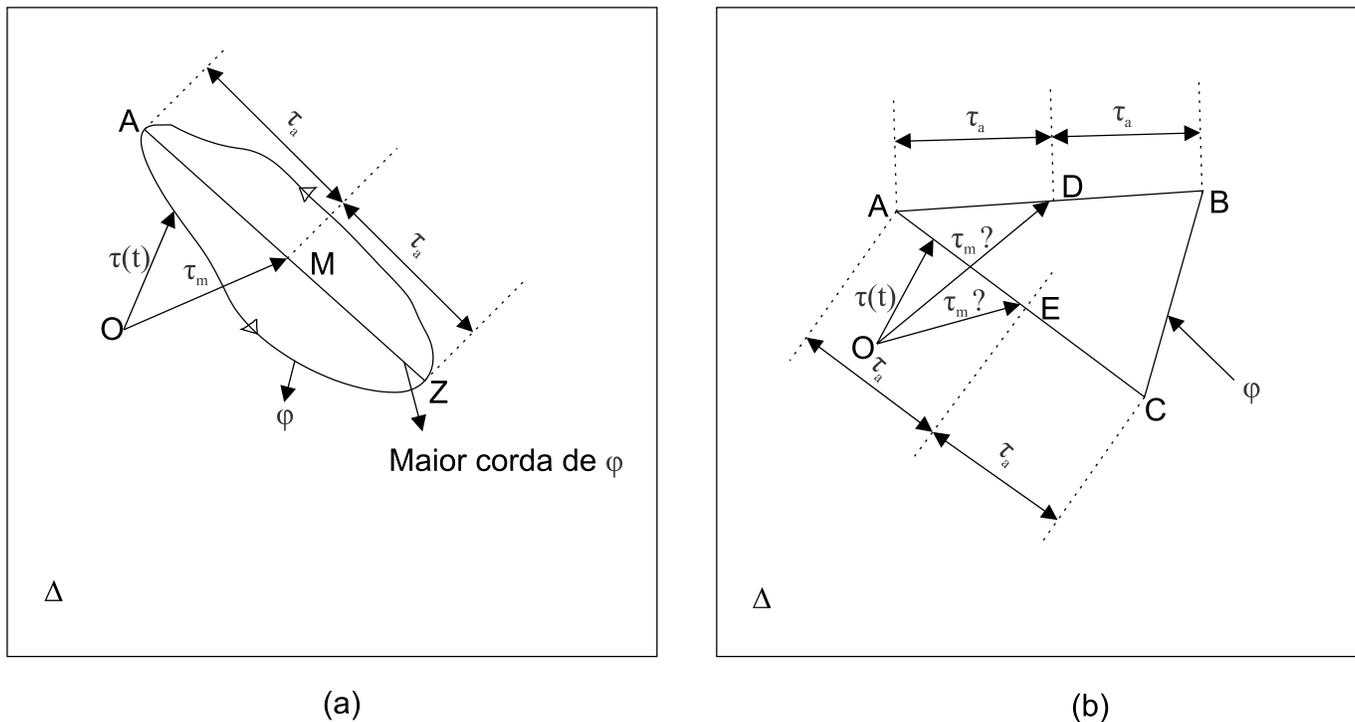


Figura 2.8: (a) Definição da amplitude da tensão cisalhante e da tensão cisalhante média pelo Método da Maior Corda; (b) Inconsistência do Método da Maior Corda.

Na tentativa de resolver as inconsistências das duas propostas anteriores foi proposto o Método do Mínimo Círculo Circunscrito (MCC), no qual a tensão cisalhante média é o vetor que aponta para o centro do mínimo círculo que circunscribe a curva  $\varphi$ . E a amplitude da tensão cisalhante sobre o plano  $\Delta$  é igual ao raio do círculo.

Considere um plano  $\Delta$  definido pelo seu vetor unitário normal  $\mathbf{n}$  e obtenha os componentes do vetor tensão cisalhante  $\tau$  (ver Eq. 2.23) sobre esse plano em um número finito de instantes  $t_i$ ,  $i = 1, 2, \dots, h$  do carregamento periódico. Então, o conjunto  $\tau(t_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots, h$  é formado e a curva  $\varphi$  descrita por  $\tau$  sobre  $\Delta$  é aproximada para um polígono  $Pol$  de  $h$  vértices. Aumentando  $h$ , pode-se tornar o polígono  $Pol$  mais próximo da curva  $\varphi$ . Os  $h$  vértices de  $Pol$  são, portanto, descritos pelo conjunto de vetores  $\tau(t_i)$ ,  $i = 1, 2, \dots,$

$h$ . Há infinitos círculos que podem ser desenhados sobre o plano  $\Delta$  para conter em seu interior o polígono  $Pol$ . O menor dos círculos, chamado de mínimo círculo circunscrito à  $Pol$ , é único (Lay, 1982). O centro do círculo determina a tensão cisalhante média sobre o plano  $S$ . Matematicamente, o cálculo de  $\tau_m$  é formulado da seguinte forma:

$$\tau_m = \min\{\max \|\tau(t_i) - W\|\} \quad (2.24)$$

onde  $\tau(t_i)$  é um elemento do conjunto de  $h$  vértices de  $Pol$  e  $W$  é um ponto sobre o plano  $\Delta$ .

A relação *mín-max* da Eq. 2.24 acima é obtida da seguinte forma: assumo um ponto  $W'$  escolhido arbitrariamente sobre  $\Delta$  como candidato para ser o centro do mínimo círculo circunscrito ao  $Pol$  (Fig. 2.9). Ainda assim, o número de círculos que conterà a curva polinomial com centro em  $W'$  é infinito, mas apenas um deles, o menor dos círculos conterà todos os vértices da curva polinomial  $Pol$ . O raio desse círculo é igual ao maior segmento de linha dentre os segmentos de linha unindo  $W'$  com os vértices de  $Pol$ . Portanto, para um dado  $W'$  o raio  $R'$  do menor círculo com centro em  $W'$  e circunscrevendo  $Pol$  é igual a:

$$R' = \max_{t_i} \|\tau(t_i) - W'\| \quad (2.25)$$

A Eq. 2.25 corresponde à maximização do problema de *mín-max*.

A parte de minimização do problema pode ser entendida da seguinte forma: após ter encontrado o menor círculo que circunscribe a curva poligonal  $Pol$  centrado sobre o ponto  $W'$ , adota-se outro centro candidato  $W''$  para determinar outro círculo de raio  $R''$  menor, mas sempre contendo  $Pol$  e assim por diante (Fig. 2.9). Em outras palavras, procura-se minimizar a quantidade  $(\max_{t_i} \|\tau(t_i) - W\|)$  pela variação de  $W$ .



sobre as bordas do Envelope Convexo afetam a integridade do material. Portanto, o Envelope Convexo (e sua característica geométrica) pode caracterizar de forma apropriada a severidade do carregamento cisalhante que eventualmente conduz à falha por fadiga. Em geral, no entanto, os Envelopes Convexos são difíceis de serem determinados.

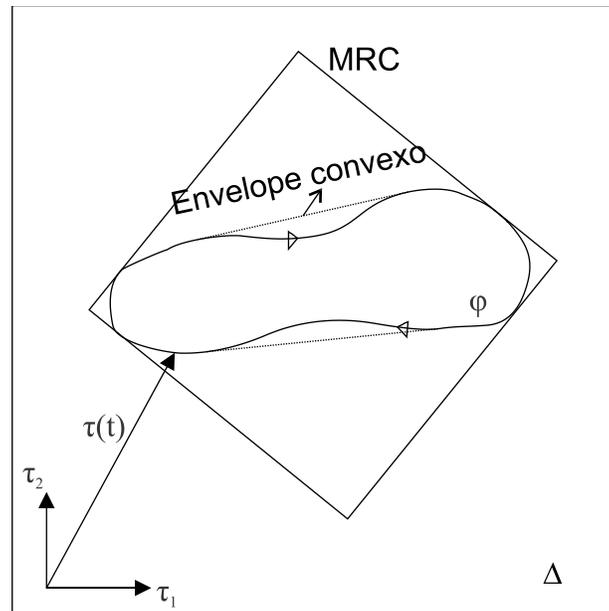


Figura 2.10: Envelope convexo da história do vetor tensão cisalhante  $\varphi$  e o Maior Retângulo Circunscrito (MRC) como uma alternativa do Envelope convexo.

Considere a figura retangular ilustrada na Fig. 2.11 com orientação arbitrária circunscrevendo a história de tensões  $\varphi$ . O retângulo é tangente à história de tensões nos pontos:

$$\mathbf{p}_i(\varphi) = \mathbf{p}(t^*) \in \boldsymbol{\tau}; \arg(\max_t \tau_i(\varphi, t)), i = 1,2 \quad (2.26)$$

$$\mathbf{q}_i(\varphi) = \mathbf{q}(t^*) \in \boldsymbol{\tau}; \arg(\min_t \tau_i(\varphi, t)), i = 1,2 \quad (2.27)$$

pertencentes ao contorno  $\partial\tau$ , onde  $\tau_i(\beta, t)$ ,  $i=1,2$  representam a  $i$ -ésima componente da tensão cisalhante  $\tau$  projetada no plano de corte no instante  $t$ , descrita em termos de uma base com orientação  $\beta$  (Fig. 2.11).

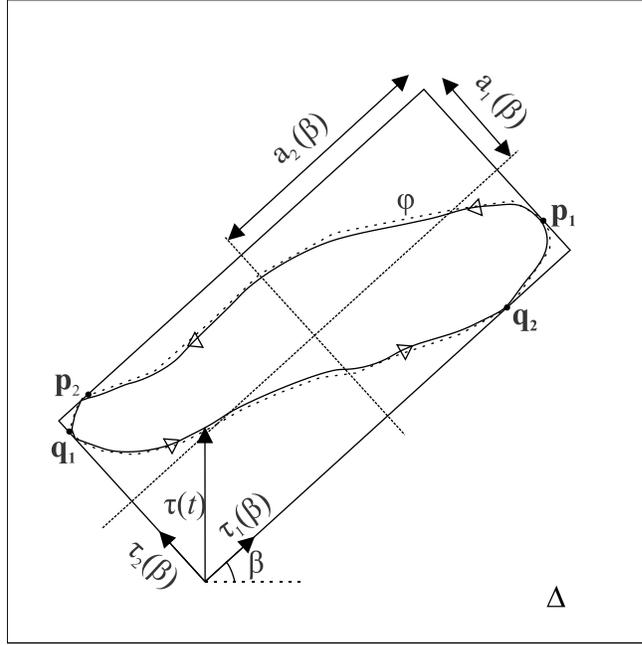


Figura 2.11: Retângulo de lados  $a_i$ ,  $i=1,2$ , circunscrevendo a projeção da história de tensões com as faces tangentes em  $\mathbf{p}_i$  e  $\mathbf{q}_i$ ,  $i=1,2$ .

Considerando todas as possíveis orientações  $\beta$  do retângulo, recupera-se por meio da identificação de todos os pontos  $\mathbf{p}_i(\beta)$  e  $\mathbf{q}_i(\beta)$  correspondentes, o contorno  $\partial\tau$  da curva poligonal de  $m$  vértices. Dessa forma, se estabelece uma relação direta entre a curva poligonal e os retângulos que a circunscrem.

As metades dos lados de um retângulo com orientação  $\beta$  (com relação à  $\tau_i$ ) circunscrevendo a história da tensão cisalhante  $\phi$ , pode ser definida como (Fig. 2.11):

$$a_i(\beta) = \frac{1}{2} [\max_t \tau_i(\beta, t) - \min_t \tau_i(\beta, t)], \quad i=1,2 \quad (2.28)$$

Para cada orientação  $\beta$  do retângulo pode-se definir a amplitude da tensão cisalhante como:

$$\tau_a(\beta) = \sqrt{a_1^2(\beta) + a_2^2(\beta)} \quad (2.29)$$

Então, a amplitude da tensão cisalhante equivalente é aquela no qual a Eq. 2.29 atinge o seu valor máximo, conforme ilustrado na Fig. 2.12:

$$\tau_a(\beta) = \max_{\beta} \sqrt{a_1^2(\beta) + a_2^2(\beta)} \quad (2.30)$$

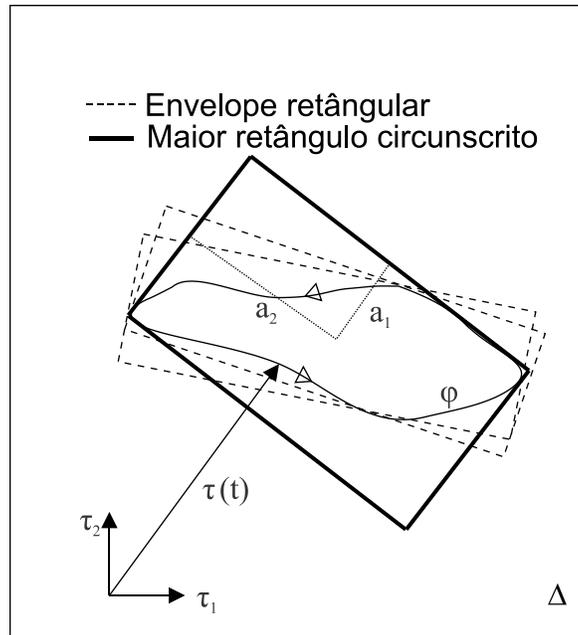


Figura 2.12: Maior Retângulo Circunscrito (MRC) para  $\phi$ .

O algoritmo a seguir sintetiza o cálculo da amplitude da tensão cisalhante para um período de história de tensões, considerando os planos fornecidos por  $\theta_i$  e  $\phi_j$  e as orientações dos retângulo  $\beta_i$  que circunscvem a história de tensões projetadas nos planos de corte.

## Início Algoritmo

$\tau_a \leftarrow 0$  % Inicialização da amplitude da tensão cisalhante %

**Para cada**  $\theta_i, \phi_j, i = 1, \dots, m, j = 1, \dots, n$  **faça**

$\tau_k \leftarrow \tau(t_k, \theta_i, \phi_j), k = 1, \dots, n$  % Discretização da história de tensões cisalhantes em um número finito de instantes do carregamento periódico %

$\tau_{ar} \leftarrow 0$  % Inicialização da amplitude da tensão cisalhante em cada plano de corte %

**Para cada**  $\beta_i, i = 1, \dots, n_{rot}$  **faça**

$\tau_\beta \leftarrow \tau_k(\beta_i)$  % Descreve a história de tensão cisalhante na base de rotação %

**Para**  $l = 1, 2$  **faça**

$p_l \leftarrow \max_l \tau_\beta$  % Valor máximo de  $\tau_k$  %

$q_l \leftarrow \min_l \tau_\beta$  % Valor mínimo de  $\tau_k$  %

$a_l \leftarrow \frac{1}{2} [p_l - q_l]$  % Calcula a amplitude de cada componente %

**Até**  $l = 2$

$\tau_a \leftarrow \sqrt{\sum_{l=1}^2 a_l^2}$  % Calcula a amplitude da tensão cisalhante para as orientações  $\beta_i$  %

**Se**  $\tau_a > \tau_{ar}$

$\tau_{ar} \leftarrow \tau_a$  % Calcula a amplitude da tensão cisalhante no plano de corte %

**Fim Se**

**Até** avaliar todos os ângulos de rotação  $\beta_i$

**Se**  $\tau_a > \tau_{ar}$

$\tau_a \leftarrow \tau_{ar}$  % Armazena o maior valor da amplitude de tensão cisalhante %

**Fim Se**

Até a avaliação de todos os planos de corte  $\theta_i, \phi_j$

**FimAlgoritmo**

### 3. MECÂNICA DO CONTATO

Nesse capítulo será apresentado o fenômeno de fadiga sob condições de *fretting* considerando um problema de contato entre cilindros onde os campos de tensão possuem solução analítica bem definida. Uma das vantagens em se utilizar essa configuração é para a validação de metodologias de previsão de vida em fadiga. No capítulo de Resultados será abordado mais detalhadamente os dados experimentais adotados nesse trabalho.

O primeiro passo na análise de contatos mecânicos é a caracterização do contato. Considere a Fig. 3.1 que apresenta a classificação do contato dependendo da sua natureza. Primeiramente, considere um cilindro levemente pressionado contra um semi-plano elástico infinito [Fig. 3.1 (a)]. Nesse caso, quando é feito o contato dos dois corpos, a extensão do contato,  $2a$ , é dependente da carga  $P$  aplicada e não da geometria do corpo, e nesse caso o contato é chamado de **incompleto**. Além disso, nas extremidades do contato,  $-a$  e  $+a$ , há uma tangente comum aos dois corpos, e a inclinação das superfícies deformadas é contínua nessas extremidades. Outra característica do contato incompleto é o fato da pressão de contato cair continuamente para zero nas extremidades, além da distribuição dessa pressão de contato não ser afetada pelas imperfeições superficiais dos corpos. No caso do contato da Fig. 3.1 (b) temos um punção rígido e chato sendo pressionado contra um plano elástico. Nesse tipo de contato, chamado de contato **completo**, o tamanho do contato,  $2a$ , não depende da carga  $P$  aplicada. Os dois corpos não possuem uma tangente em comum nas extremidades do contato, além da inclinação da superfície do semi-plano elástico infinito não ser contínua nesses pontos ( $-a$  e  $+a$ ). Outra característica do contato **completo** é o fato de a pressão de contato ser matematicamente singular nas extremidades e a distribuição da pressão de contato ser modificada por pequenos defeitos nas superfícies dos corpos. A Fig. 3.1 (c) de um punção em forma de D tem como característica o fato da extensão do contato,  $2a$ , ser dependente da carga  $P$  aplicada e, no que diz respeito à pressão de contato, é singular em uma extremidade e na outra cai continuamente para zero.

O segundo tipo de classificação é com relação à **conformabilidade** do contato. Considere novamente o contato da Fig. 3.1 (a), nesse caso o semi-tamanho do contato,  $a$ , será muito menor do que o raio característico do cilindro,  $R_{cil}$ . Assim, para um baixo valor da carga  $P$  teremos  $a \ll R_{cil}$ , ou seja, a deformação do cilindro será confinada a um pequeno arco da sua circunferência. Nesse tipo de contato o cilindro pode ser aproximado para um semi-plano infinito quando avaliado em termos de deformação e tensões. A Fig. 3.1 (d) apresenta um contato **conforme**, onde o arco de contato é significativo em relação

ao raio do furo. Para essa condição de contato os corpos não podem ser aproximados para um semi-plano infinito.

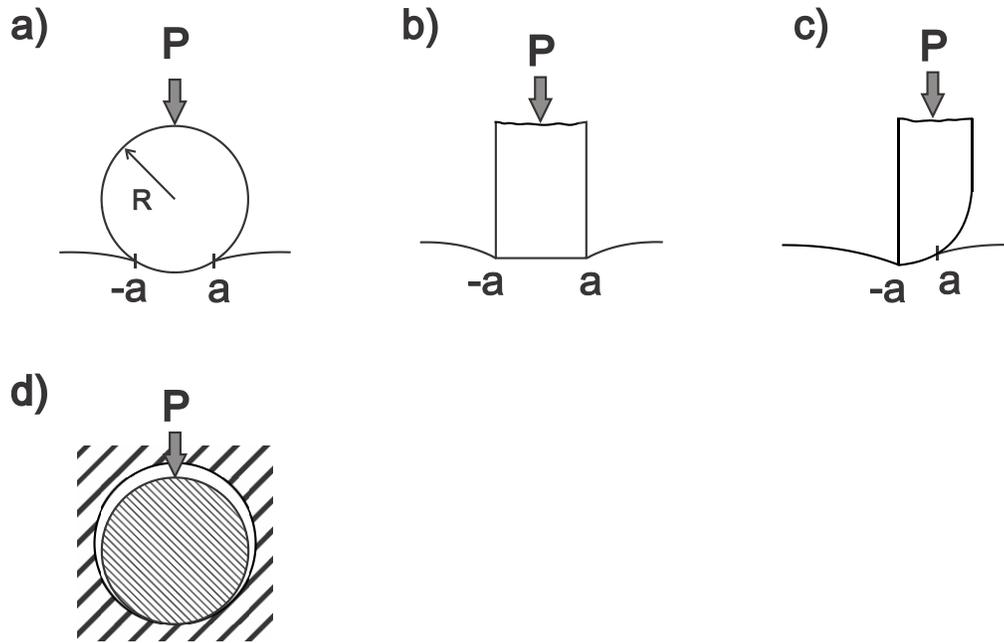


Figura 3.1: Caracterização de contatos: (a) Incompleto e não-conforme; (b) Completo; (c) Incompleto com singularidade; (d) Incompleto e conforme.

Nesse trabalho iremos abordar contatos do tipo **incompleto** e **não-conforme** onde os mesmos podem ser modelados usando semi-planos infinitos.

### 3.1. REGIME DE ESCORREGAMENTO PARCIAL

Suponha que seja feito o contato normal entre dois corpos elasticamente similares (mesmo módulo de elasticidade,  $E$ ), conforme mostrado na Fig. 3.2. Quando a pressão de contato é exercida, as partículas correspondentes nas superfícies de cada corpo além de serem comprimidas também sofrem um deslocamento paralelo. No entanto, como os corpos são elasticamente similares, as partículas correspondentes dos corpos em contato terão o mesmo deslocamento, não havendo deslocamento relativo

entre as mesmas. Isso significa que não há tensões de fricção, mesmo que o coeficiente de atrito seja diferente de zero.

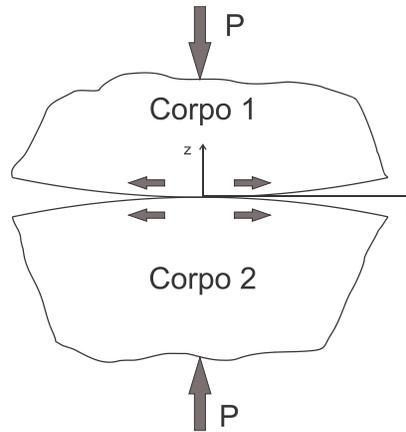


Figura 3.2: Contato normal entre dois corpos.

Agora suponha que uma força tangencial suficientemente grande para causar escorregamento total seja aplicada nos corpos em contato. Nesse caso irão surgir tensões de cisalhamento que são limitadas, em toda a extensão do contato, pelo coeficiente de fricção  $f$ , ou seja:

$$|q(x,y)| = -fp(x,y) \tag{3.1}$$

onde  $q(x,y)$  é a distribuição da tensão tangencial na região do contato e  $p(x,y)$  é a distribuição da pressão de contato na região do contato. A presença de tensões cisalhantes provocará um deslocamento normal nos pontos correspondentes dos corpos em contato. No entanto, devido ao fato de as tensões cisalhantes atuarem em direções opostas e os corpos serem elasticamente similares, o deslocamento normal dos pontos correspondentes nas superfícies dos dois corpos é o mesmo fazendo com que a pressão de contato permaneça inalterada. No contato por *fretting* assume-se que a força de cisalhamento aplicada é suficientemente pequena para não causar deslizamento total, ou seja:

$$|Q| < fP \tag{3.2}$$

onde  $Q$  é a carga tangencial de contato e  $P$  é a força normal. Nesse caso a área de contato é uma mistura de zonas de adesão, onde as partículas estão aderidas, e zonas de deslizamento, onde há movimento tangencial relativo entre as partículas dos corpos em contato (Fig. 3.3). A distribuição de zonas de adesão e escorregamento é governada pelas seguintes considerações: na zona de escorregamento as tensões cisalhantes são governadas pela Eq. 3.1 e a direção das tensões cisalhantes é definida pela condição de que as mesmas se opõem à direção do incremento de deslocamento relativo das superfícies induzido pelo último carregamento. Nas zonas de adesão, a tensão cisalhante deve ser menor do que o seu valor limite, ou seja:

$$|q(x, y)| < -fp(x, y) \quad (3.3)$$

É importante salientar que as tensões cisalhantes em cada corpo são iguais em magnitude, mas atuam em direções opostas, de tal forma que as partículas correspondentes dos corpos em contato possuem o mesmo deslocamento normal. Não há diferença na curvatura relativa e a pressão de contato não é afetada. Dessa forma, em todos os problemas relatados, o carregamento normal e de cisalhamento são inteiramente separados, tornando o problema desacoplado.

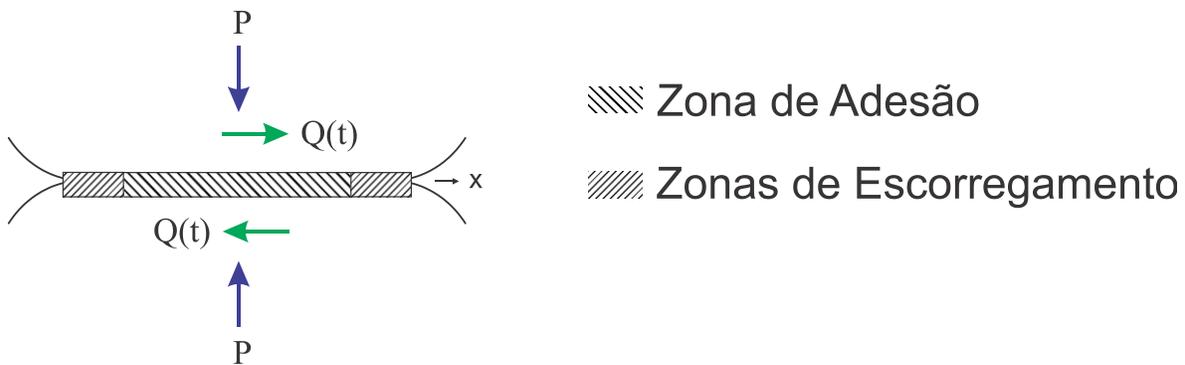


Figura 3.3: Zonas de escorregamento e de adesão no contato por *fretting*.

## 3.2. CONTATO ENTRE CILINDROS

### 3.2.1. TENSÕES SUPERFICIAIS

Para se obter o campo de tensão sub-superficial é apropriado examinar a origem e a distribuição das tensões cisalhantes superficiais. Uma grande quantidade de problemas de contato pode ser solucionada usando duas equações integrais que relacionam a distribuição de pressão,  $p(x)$ , ao deslocamento normal entre pontos correspondentes na superfície de contato,  $h(x)$ , e a tensão cisalhante superficial,  $q(x)$ , ao deslocamento tangencial relativo,  $g(x)$  (Fig. 3.4). Aqui apresentaremos apenas uma breve tratativa do problema. Maiores detalhes sobre a formulação do problema de contato podem ser encontrados em (Nowell, 1994) e (Johnson, 1985). As equações integrais para corpos elasticamente similares são:

$$\frac{1}{A} \cdot \frac{\partial h}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \cdot \int \frac{p(\zeta) d\zeta}{x - \zeta} \quad (3.4)$$

$$\frac{1}{A} \cdot \frac{\partial g}{\partial x} = \frac{1}{\pi} \cdot \int \frac{q(\zeta) d\zeta}{x - \zeta} \quad (3.5)$$

onde  $A$  é a complacência composta que é definida como:

$$A = 2 \cdot \left( \frac{k + 1}{4\mu} \right) \quad (3.6)$$

sendo  $k = 3 - 4\nu$ , no estado plano de deformação,  $\nu$  é a razão de Poisson e  $\mu$  é o módulo de rigidez.

### 3.2.2. CARGA NORMAL

A configuração de interesse nesse trabalho, que já foi adotada em testes de fadiga por *fretting* por outros pesquisadores tais como: Nowell (1988) e Araújo (2000), é apresentada na Fig. 3.4.

O raio da sapata,  $R_s$ , e o carregamento por unidade de comprimento,  $P$ , foram definidos considerando cada corpo como um semi-plano elástico e a solução para a distribuição para a distribuição de pressão é a de Hertz. Os resultados de Hertz (1882) prevêm que devido à força normal estática, uma distribuição de pressão elíptica é desenvolvida segundo a equação:

$$p(x) = -p_0 \sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} \quad (3.7)$$

onde  $p_0$  é o valor máximo da pressão de contato obtida a partir da condição de equilíbrio:

$$p_0 = \sqrt{\frac{PE^*}{\pi R_s}} \quad (3.8)$$

onde  $a$  é a metade do tamanho da região de contato:

$$a = \sqrt{\frac{4PR_{eq}}{\pi E^*}} \quad (3.9)$$

onde  $R_{eq}$  e  $E^*$  são o raio e o módulo de elasticidade equivalentes:

$$R_{eq} = \left( \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \right)^{-1} \quad (3.10)$$

$$E^* = \left( \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \quad (3.11)$$

onde os índices 1 e 2 se referem ao corpo 1 e ao corpo 2, respectivamente,  $E$  é o módulo de elasticidade dos mesmos, e  $\nu$  é o coeficiente de Poisson.

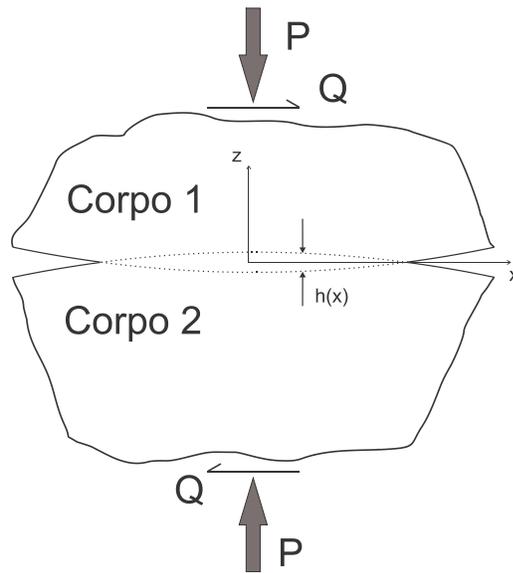


Figura 3.4: Contato entre dois corpos elasticamente deformáveis submetidos à força normal,  $P$ , e tangencial,  $Q$ .

### 3.2.3. CARGA TANGENCIAL

A aplicação da carga tangencial,  $Q$ , acarreta no surgimento de tensões cisalhantes na superfície dos corpos em contato, conforme descrito por Cattaneo (1938), e posteriormente, de forma independente, por Mindlin (1949). Na fadiga por *fretting*, geralmente, o carregamento cisalhante aplicado é menor do que o limite para o escorregamento total. Dessa forma, surgem duas regiões simétricas e distintas dentro da zona

de contato: (i) uma região de comprimento  $2c$  denominada de zona de adesão, onde não há movimento tangencial relativo entre as partículas correspondentes dos corpos em contato; (ii) uma região periférica localizada nas extremidades do contato e da zona de adesão ( $c \leq |x| \leq a$ ), denominada de zona de escorregamento (ver Fig. 3.3).

Sendo assim, podemos modelar as tensões superficiais cisalhantes como uma perturbação da solução de escorregamento total:

$$q(x) = fp_0 \sqrt{\left(1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2\right)} + q'(x) \quad (3.12)$$

Na zona de adesão, pode-se obter  $q'(x)$  resolvendo a equação integral 3.5 (Hills, 1993), e considerando o fato de não haver movimento relativo na direção  $x$  entre os pontos correspondentes da região de adesão ( $g(x) = 0, \forall x \in |x| \leq c$ ). Portanto:

$$q'(x) = fp_0 \frac{c}{a} \sqrt{\left(1 - \left(\frac{x}{c}\right)^2\right)} \quad (3.13)$$

Na zona de escorregamento não há perturbação na solução completa, ou seja:

$$q'(x) = 0, \quad \forall x \in c \leq |x| \leq a \quad (3.14)$$

A metade do tamanho da zona de adesão,  $c$ , pode ser calculado considerando-se o equilíbrio na direção tangencial. Dessa forma temos:

$$\frac{c}{a} = \sqrt{1 - \frac{Q}{fP}} \quad (3.15)$$

As Figs. 3.5 e 3.6 a seguir apresentam, respectivamente, a distribuição de pressão e a distribuição das tensões cisalhantes no contato para uma configuração típica de carregamento. Vale a pena ressaltar que o que se observa na região central, ou de adesão, é uma diminuição das tensões cisalhantes devido à perturbação na solução.

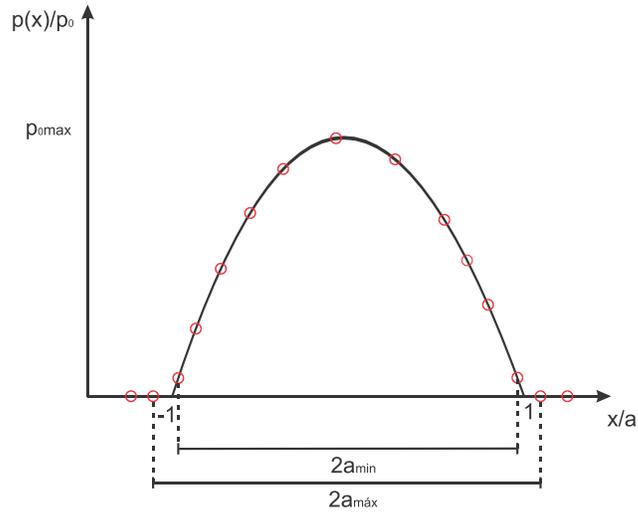


Figura: 3.5: Perfil de distribuição da pressão normal em uma configuração típica de carregamento.

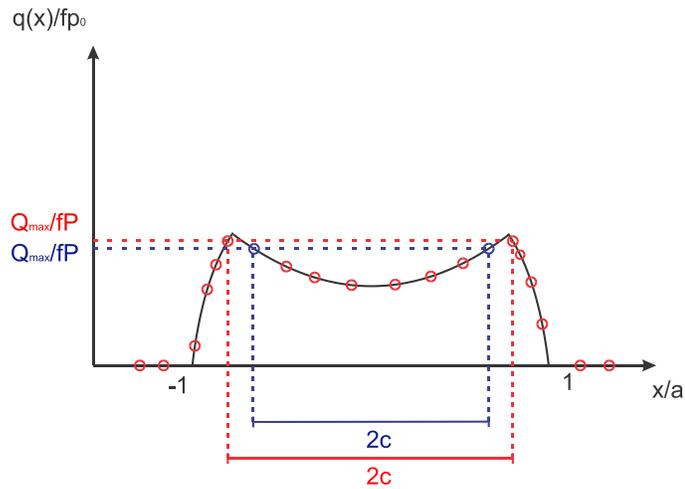


Figura: 3.6: Perfil de distribuição da tensão cisalhante em uma configuração típica de carregamento.

As expressões apresentadas até o momento para o cálculo da distribuição da tensão cisalhante são aplicáveis somente quando a força tangencial atinge seu valor máximo no ciclo de carregamento, chamado carregamento monotônico crescente. Para analisar as tensões superficiais em outro instante do ciclo de *fretting* torna-se necessário analisar o que ocorre em outros instantes do ciclo. Os cálculos em outros pontos do ciclo serão apresentados nesse trabalho, e os detalhes podem ser encontrados em (Hills, 1993).

Conforme apresentado anteriormente, para uma posição dentro da zona de escorregamento temos que as tensões superficiais são calculadas pela Lei de Amontons (1699):

$$|q(x)| = -fp(x) \quad (3.16)$$

Além disso, o sentido das tensões cisalhantes é oposto ao movimento da superfície de tal forma que:

$$\text{sgn}(q(x)) = -\text{sgn}\left(\frac{\partial g}{\partial t}\right) \quad (3.17)$$

onde  $\frac{\partial g}{\partial t}$  é a taxa de deslocamento na direção  $x$ , e  $\text{sgn}$  denomina o sinal de  $f(\cdot)$ .

Vale lembrar que na região central, zona de adesão, tem-se:

$$|q(x)| < -fp(x) \quad (3.18)$$

A Fig. 3.7 que descreve a variação da tensão cisalhante com o tempo será um suporte para o cálculo das tensões superficiais cisalhantes. Durante a primeira fase do carregamento, ou seja, quando a tensão cisalhante atinge o seu máximo valor (ponto A da Fig. 3.7), as equações 3.12 a 3.14 descrevem a

variação de  $q(x)$ . Durante o descarregamento do ponto A para o ponto B, o deslocamento relativo muda de sinal provocando uma violação da Eq. 3.17 e há adesão em todo o contato.

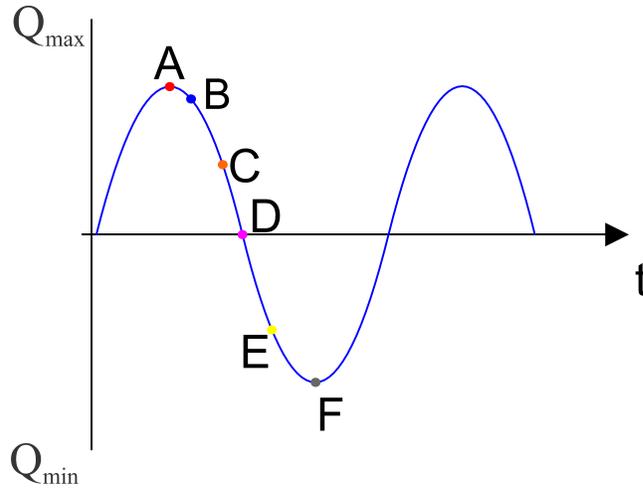


Figura 3.7: Variação da carga cisalhante em função do tempo.

Prosseguindo com o descarregamento até o ponto C verifica-se escorregamento reverso nas extremidades do contato. Nessa nova zona de escorregamento formada ( $c' \leq x < a$ ), as tensões cisalhantes superficiais terão mudado de direção, ou seja, passarão de  $fp(x)\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$  para  $-fp(x)\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$ . Dessa forma, por analogia, podemos concluir que a tensão necessária para provocar escorregamento na superfície será dada por:

$$q''(x) = 2fp_0 \frac{c'}{a} \sqrt{1 - \left(\frac{x}{c'}\right)^2} \quad (3.19)$$

O fator 2 da Eq. 3.19 deve cancelar o movimento relativo quando as tensões superficiais na zona de escorregamento passam a ser calculados por  $2fp(x)\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$  ao invés de  $fp(x)\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$  como ocorre durante a fase de carregamento. A Tab. 3.1 a seguir apresenta as distribuições de tensões cisalhantes superficiais para cada região durante a fase de descarregamento.

Tabela 3.1: Tensões cisalhantes em cada região de acordo com a variação do carregamento tangencial no tempo.

$\frac{q(x)}{fp_0}$	Zona de aplicação
$-\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$	$c' <  x  \leq a$
$-\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} + 2\frac{c'}{a}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{c'}\right)^2}$	$c <  x  \leq c'$
$-\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2} + 2\frac{c'}{a}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{c'}\right)^2} - \frac{c}{a}\sqrt{1 - \left(\frac{x}{a}\right)^2}$	$ x  \leq c$

O cálculo do tamanho da zona de adesão em qualquer instante  $t$  do carregamento reverso é obtido da condição de equilíbrio, dessa forma temos:

$$\frac{c'(t)}{a} = \sqrt{1 - \left(\frac{Q_{max} - Q(t)}{2fP}\right)^2} \quad (3.20)$$

Vale a pena ressaltar que os valores extremos são os iguais em magnitude, mas com sinais opostos (pontos A e F). No ponto D, onde a carga tangencial é nula, percebemos a presença de tensões superficiais não nulas. Dessa forma podemos concluir que o fenômeno de contato com atrito é um processo

irreversível e, portanto, depende da história de carregamento. Assim, vale a pena ressaltar, o princípio da superposição deve ser aplicado com cuidado em problemas que envolvem contato com atrito. A Fig. 3.8 abaixo apresenta a distribuição da tensão cisalhante superficial envolvendo problema de contato plano entre cilindros para uma razão  $Q/fP = 0,62$ .

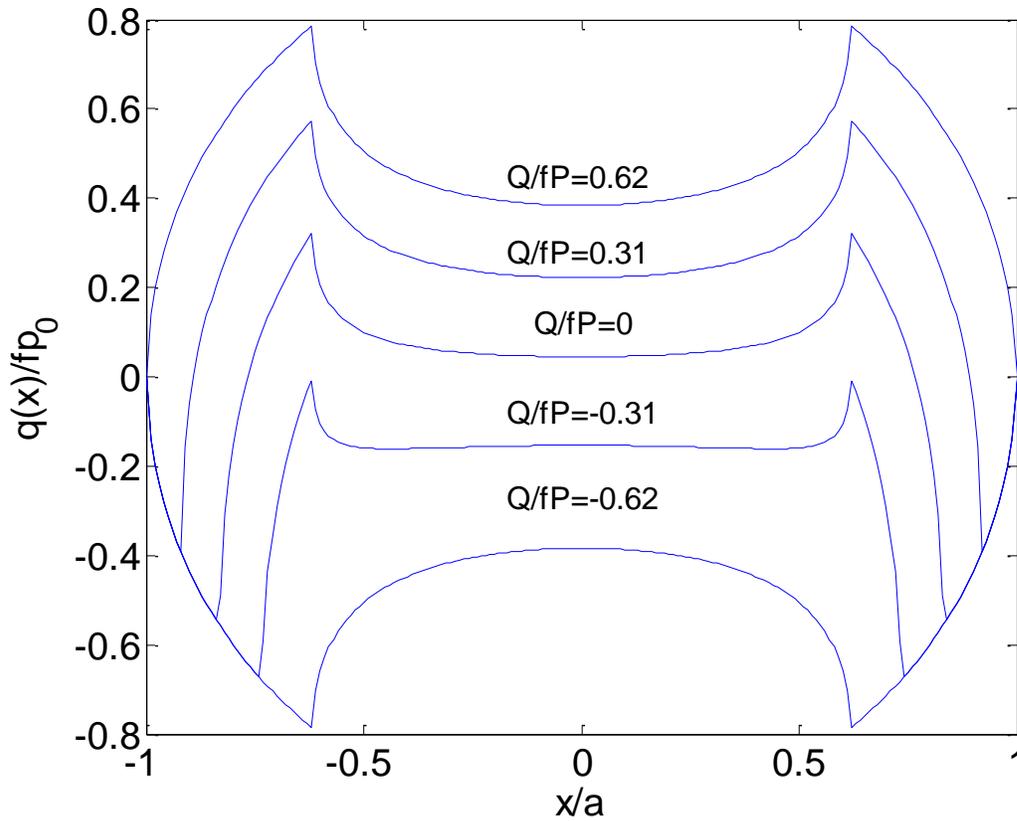


Figura 3.8: Variação das tensões cisalhantes superficiais em diferentes instantes do carregamento cíclico tangencial com  $\left| Q_{max}/fP \right|$  variando  $\pm 0,62$ .

### 3.2.4. CARGA REMOTA DE FADIGA

Supondo uma carga remota de fadiga,  $B(t)$ , seja aplicada em fase com a carga tangencial conforme a Fig. 3.9. Haverá um deslocamento,  $e$ , da zona de adesão nos pontos máximo e mínimo de  $B(t)$ , e um

deslocamento,  $e'$ , durante o descarregamento e recarregamento de  $B(t)$ . As expressões para o cálculo desse deslocamento são:

$$\frac{e}{a} = \frac{\sigma_B^{max}}{4fP} \quad (3.21)$$

$$\frac{e'}{a} = \frac{\sigma_B^{max} - \sigma_B(t)}{8fP} \quad (3.22)$$

onde  $\sigma_B^{max}$  é o valor máximo da tensão remota de fadiga.

A Fig. 3.10 mostra o deslocamento da zona de adesão devido à presença da carga remota de fadiga. Note que a perda de simetria na distribuição de  $q(x)$  revela esse deslocamento.

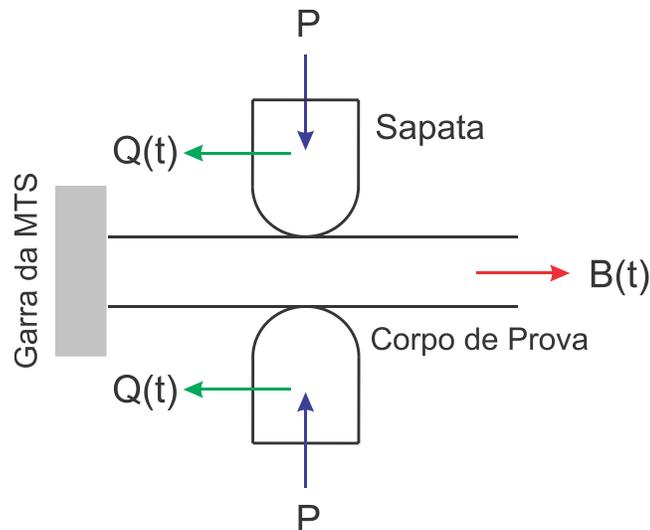


Figura 3.9: Contato por *fretting* na presença de uma carga remota  $B(t)$ .

Vale ressaltar que as formulações demonstradas para o cálculo do deslocamento da zona de adesão são válidas apenas para pequenos valores de carga de fadiga, sendo que as seguintes condições

devem ser satisfeitas:  $e + c < a$  e  $e' + c' < a$ . Para valores de carga maior, o tamanho e a posição da zona de adesão precisam ser calculados numericamente usando, por exemplo, programação quadrática (Nowell, 1998).

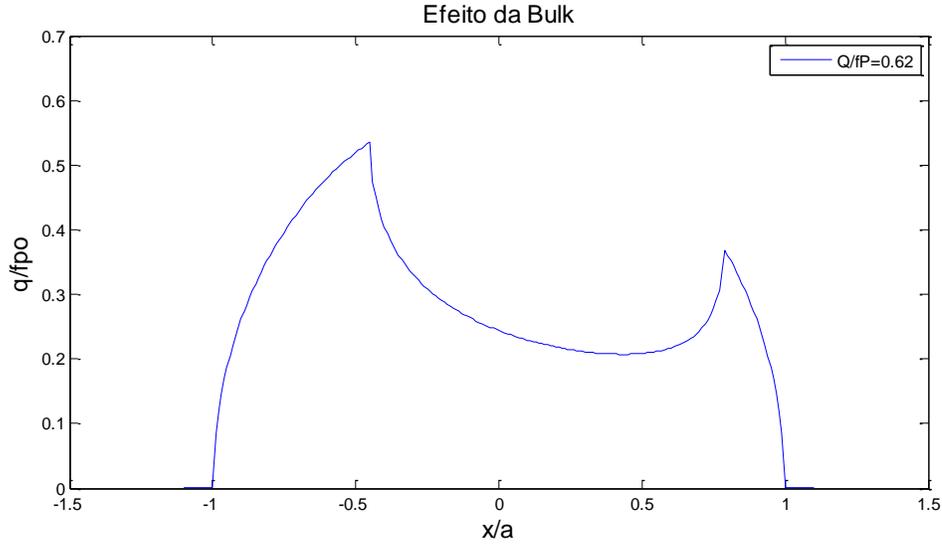


Figura 3.10: Efeito da carga remota sobre as tensões cisalhantes superficiais.

### 3.2.5. CAMPO DE TENSÃO CÍCLICO NO INTERIOR DA ZONA DE CONTATO

O campo de tensão interior ao contato pode ser calculado pela superposição dos campos de tensões originados por  $p(x)$  e  $q(x)$ , embora a variação provocada pelas perturbações  $q'(x)$  e  $q''(x)$  deva ser considerada. É importante salientar que quatro diferentes combinações de superposição serão necessárias para descrever o campo de tensão, correspondendo aos estados de carregamentos máximo e mínimo, e durante o descarregamento e recarregamento. Para os instantes  $Q(t) = Q_{max}$  e  $Q(t) = Q_{min}$  tem-se:

$$\frac{\sigma\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right)}{p_0} = \frac{\sigma^n\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right)}{p_0} \pm f \frac{\sigma^t\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right)}{p_0} \mp f \frac{c}{a} \frac{\sigma^t\left(\frac{x-e}{c}, \frac{y}{c}\right)}{p_0} + \frac{\sigma_B(t)}{p_0} \quad (3.23)$$

sendo que a combinação de sinais +, +, -, +, corresponde ao instante em que  $Q(t) = Q_{max}$ .

E durante o descarregamento e o recarregamento tem-se:

$$\frac{\sigma\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right)}{p_0} = \frac{\sigma^n\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right)}{p_0} \pm f \frac{\sigma^t\left(\frac{x}{a}, \frac{y}{a}\right)}{p_0} \mp 2f \frac{c'(t)}{a} \frac{\sigma^t\left(\frac{x-e'(t)}{c'(t)}, \frac{y}{c'(t)}\right)}{p_0} \pm f \frac{c}{a} \frac{\sigma^t\left(\frac{x-e}{c}, \frac{y}{c}\right)}{p_0} + \frac{\sigma_B(t)}{p_0} \quad (3.24)$$

onde os sobrescritos  $n$  e  $t$  referem-se aos tensores de tensão produzidos pelos carregamentos normal e tangencial, respectivamente, e:

$$\sigma_B = \sigma_B(t) \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \nu\sigma_{xx} \end{pmatrix} \quad (3.25)$$

Os tensores podem ser avaliados utilizando a função potencial de Muskhelishvili, conforme Eq. 3.26 (Hills, 1993,1994; Muskhelishvili, 1953):

$$\phi(z) = -\frac{p_0}{2a} (i + f) \left( z - s_2 \sqrt{z^2 - a^2} \right) \quad (3.26)$$

onde  $z$  é coordenada complexa em relação ao sistema de coordenada da Fig. 3.4,  $z = x + iy$ , onde

$i$  = unidade imaginária e  $s_2 = \text{sgn}(x)$ .

Maiores detalhes sobre as equações para o cálculo do campo de tensão podem ser verificados em Nowell (1994), ou nas referências associadas.

## 4. FADIGA UNIAXIAL E MULTIAXIAL

### 4.1. FADIGA UNIAXIAL

#### 4.1.1. CURVAS $S \times N$

Se o corpo de prova de um material ou um componente de engenharia está sujeito a ciclos de tensões suficientemente severas, uma trinca de fadiga ou outro dano poderá se desenvolver, acarretando na falha do material. Se o teste é repetido em um nível de tensão maior, o número de ciclos antes da falha será menor. Os resultados de testes para diferentes níveis de tensão podem ser plotados para se obter a curva de fadiga, também chamada de curva  $S \times N$  ou curva de Wöhler. A amplitude da tensão nominal,  $\sigma_a$  ou  $S_a$ , é geralmente plotada versus o número de ciclos em que a falha do material ocorreu,  $N_f$  (ver Fig. 4.1).

O grupo de testes de fadiga que resultam em uma curva  $S \times N$  podem ser realizados com tensão média nula, ou a uma tensão média específica não-nula,  $\sigma_m$  (ver Eq. 2.16 e Fig. 2.4). São também comuns as curvas plotadas para valores constantes de razão de tensão,  $R$  (ver Eq. 2.13). Apesar das tensões serem geralmente plotadas como amplitudes, pode-se plotar as curvas usando  $\Delta\sigma$  ou  $\sigma_{max}$  (ver Eq.s 2.12 e 2.10).

O número de ciclos em que a falha por fadiga ocorre varia rapidamente com o nível de tensão e pode mudar significativamente a ordem de magnitude. Dessa forma, o gráfico  $S \times N$  é plotado em escala logarítmica. Em um gráfico log-log, aproximando-se os dados por uma reta, a equação que representa a curva, chamada equação de Basquin é:

$$\sigma_a = \sigma_f' (2N_f)^b \quad (4.1)$$

As constantes de ajuste são associadas ao material e são dadas por:

$$A = 2^b \sigma_f' ; B = b \quad (4.2)$$

onde  $\sigma_f'$  é o coeficiente de resistência à fadiga e  $b$  é o expoente de resistência à fadiga ou expoente de Basquin.

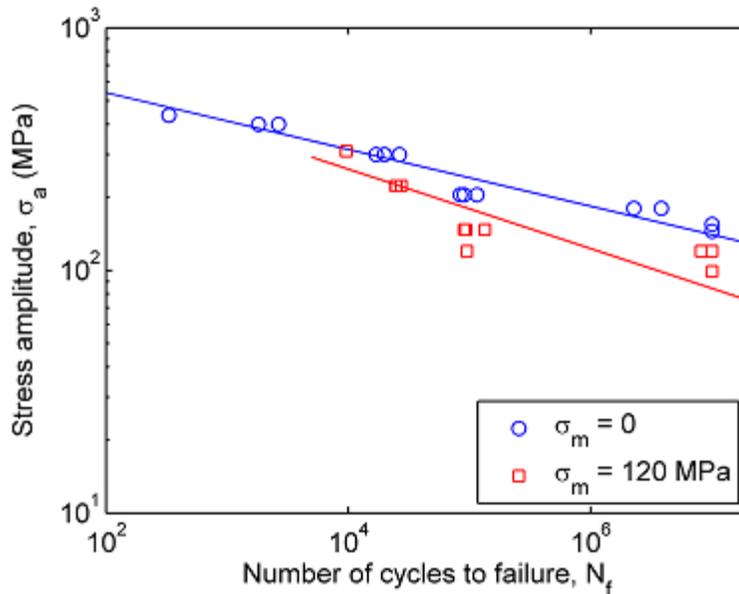


Figura 4.1: Curva da amplitude de tensão versus vida em fadiga ( $S \times N$ ) de corpos de prova da liga Al 7050-T7451.

Em alguns materiais, notadamente em aços carbono e aços de baixa liga, abaixo de um determinado nível de tensão não se observa falha por fadiga em condições normais de carregamento. A Fig. 4.2 representa as curvas  $S \times N$  para os metais ferrosos e para os metais não-ferrosos. Os metais não-ferrosos, tais como o alumínio, o cobre e os aços de alta resistência, não apresentam um limite de fadiga. Nesses casos,  $\sigma_a$  ou  $\Delta\sigma_a$  continuam a decrescer com o aumento do número de ciclos. Um limite de resistência para esses materiais é adotado com a amplitude de tensão em que o corpo de prova suporta até  $10^7$  ciclos sem falhar (Fig. 4.2).

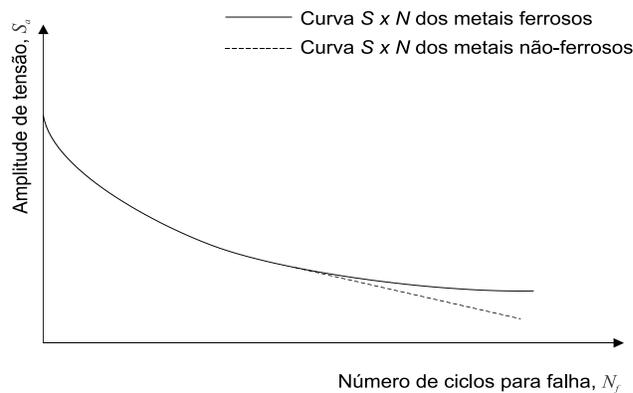


Figura 4.2: Diagrama  $S \times N$  para metais ferrosos e para os metais não-ferrosos.

#### 4.1.2. O EFEITO DA TENSÃO MÉDIA

Em carregamentos cíclicos onde a tensão média não-nula são representativos de muitas aplicações, o valor médio da carga de fadiga influencia de maneira importante o comportamento dos materiais quanto à fadiga.

Quando a amplitude de tensão de um teste de fadiga uniaxial é plotado em relação ao número de ciclos para a falha, a curva  $S \times N$  resultante é fortemente influenciada pelo nível da tensão média aplicada. A Fig. 4.3 representa esquematicamente o comportamento típico de um material metálico para diferentes valores de tensão média aplicados  $\sigma_{m1}$ ,  $\sigma_{m2}$ ,  $\sigma_{m3}$  e  $\sigma_{m4}$ , onde  $\sigma_{m4} > \sigma_{m3} > \sigma_{m2} > \sigma_{m1}$ . Pode-se observar uma redução da vida em fadiga do material com o aumento do valor da tensão média aplicada.

De forma geral, as tensões médias de compressão são benéficas e as de tração são maléficas para a vida em fadiga a uma mesma amplitude de tensão. Tal fenômeno pode ser explicado devido ao fato de as tensões trativas ( $\sigma_m > 0$ ) favorecerem a abertura e a consequente propagação de trincas, enquanto que as tensões médias compressivas ( $\sigma_m < 0$ ) provocam o efeito contrário.

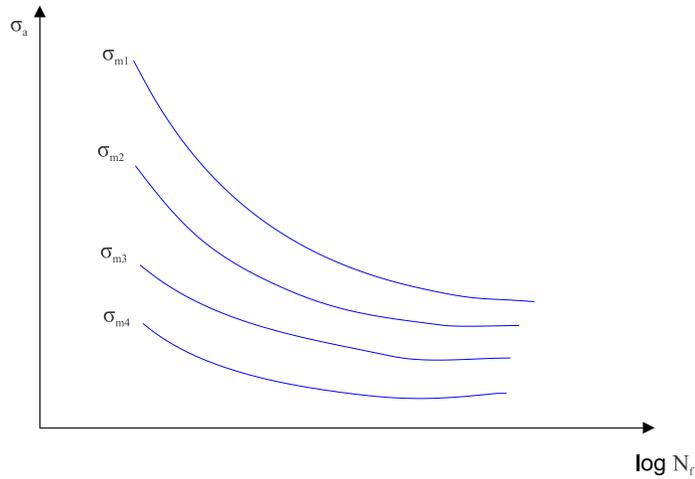


Figura 4.3: Curvas da amplitude de tensão versus vida em fadiga ( $S \times N$ ) para diferentes valores de tensão média.

O efeito da tensão média em fadiga também pode ser representado através de diagramas de vida constante, conforme Fig. 4.4. Nesses gráficos são plotados diferentes combinações de amplitudes de tensão e tensão média conduzindo a vida em fadiga de forma constante. Alguns modelos conhecidos desses diagramas foram propostos por Gerber em 1874, Goodman em 1899 e Soderberg em 1939. As equações matemáticas que descrevem esses três métodos são:

$$\text{Goodman} \quad \frac{\sigma_a}{\sigma_{a|\sigma_m=0}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_{UTS}} = 1 \quad (4.3)$$

$$\text{Soderberg} \quad \frac{\sigma_a}{\sigma_{a|\sigma_m=0}} + \frac{\sigma_m}{\sigma_y} = 1 \quad (4.4)$$

$$\text{Gerber} \quad \frac{\sigma_a}{\sigma_{a|\sigma_m=0}} + \left( \frac{\sigma_m}{\sigma_{UTS}} \right)^2 = 1 \quad (4.5)$$

onde  $\sigma_a$  é o limite de fadiga para carregamentos com tensão média não-nula,  $\sigma_{a|\sigma_m=0}$  é o limite de fadiga pleno para carregamentos completamente reversos,  $\sigma_y$  é o limite de escoamento do material e  $\sigma_{UTS}$  é o limite último de resistência à tração.

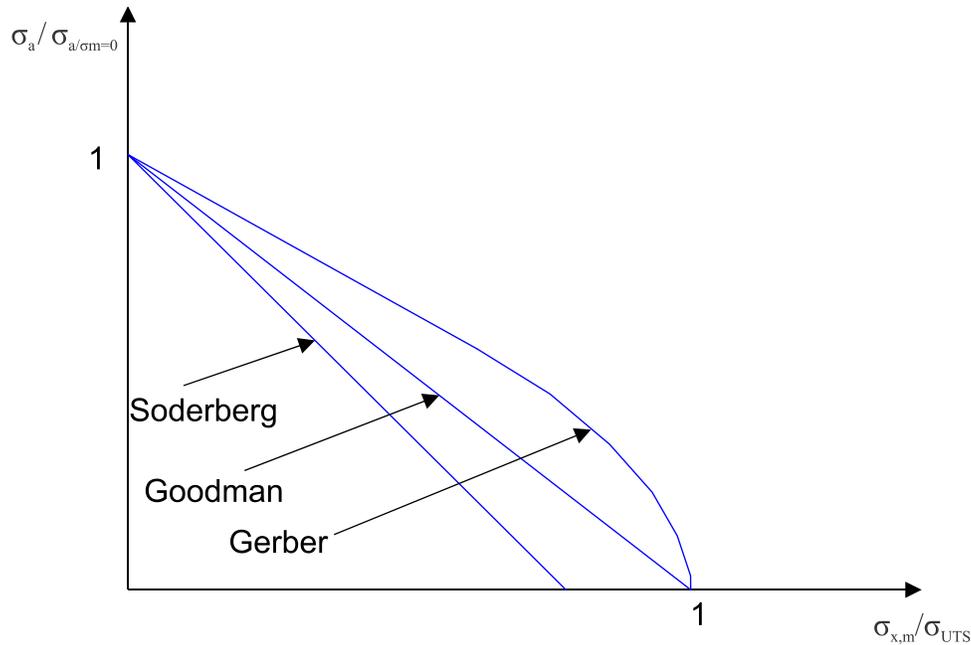


Figura 4.4: Representação esquemática das relações de Goodman, Gerber e Soderberg quando as mesmas são plotadas no diagrama de Haigh.

## 4.2. MODELOS DE FADIGA MULTIAXIAL

### 4.2.1. MÉTODO DAS CURVAS DE WOHLER MODIFICADAS (MCWM)

O MCWM tem como ideia inicial o fato de que o dano por fadiga em materiais homogêneos e isotrópicos submetidos a carregamentos de fadiga podem ser previstos tão bem quanto a propagação inicial de micro-meso trincas. É importante lembrar aqui que de acordo com a definição proposta por Bolotin (1999), o comportamento da trinca em um material de engenharia submetido a um carregamento cíclico pode ser investigado em nível micro, meso ou macro. Para ser mais preciso, uma micro-trinca está localizada dentro de um grão simples do material. Já uma meso-trinca abrange vários grãos, e uma trinca

que abrange um alto número de grãos rompidos é chamada de macro-trinca. De acordo com a ideia de Miller (1982, 1993) a única maneira de corretamente modelar o comportamento de uma micro/meso trinca é considerando a real morfologia do material, bem como o comportamento elasto-plástico dos grãos. Infelizmente, estimar a resistência à fadiga considerando rigorosamente todos esses aspectos é muito desvantajoso para ser usado em situações de interesse prático. Por isso, em fadiga multiaxial considera-se a hipótese que os materiais metálicos são linear-elásticos, homogêneos e isotrópicos.

O cálculo de resistência à fadiga segundo o critério do plano crítico faz o uso da máxima amplitude de tensão cisalhante,  $\tau_a$ , e da máxima tensão,  $\sigma_{n,max}$ , perpendicular ao plano crítico (Findley, 1959; Matake, 1977; McDiarmid, 1991,1994). Na determinação do plano crítico, é importante salientar que, independentemente do estado de tensão de um ponto material no qual a análise de tensão é conduzida, existem sempre dois ou mais planos materiais experimentando a máxima amplitude de tensão cisalhante. Dentre todos os potenciais planos críticos, aquele que deve ser utilizado no cálculo de fadiga é o plano caracterizado por apresentar a máxima tensão normal, pois de acordo com o critério do plano crítico, tal plano apresentará maior dano por fadiga.

No desenvolvimento do MCWM (Susmel, 2000A; Susmel e Lazzarin, 2002; Lazzarin e Susmel, 2003) é explicado, com o objetivo de estimar a resistência à fadiga de forma correta, que o grau de multiaxialidade do campo de tensão na zona do processo de fadiga do material deve ser medido utilizando a razão de tensão relativo ao plano crítico:

$$\rho = \frac{\sigma_{n,max}}{\tau_a} \quad (4.6)$$

A principal característica do parâmetro de tensão acima é a sua sensibilidade à superposição de tensões estáticas, bem como à presença de carregamentos não-proporcionais (fora-de-fase). De fato, conforme relatado por Susmel (2009), sob carregamento uniaxial, a razão de tensão relativo ao plano crítico aumenta com o aumento da razão de carregamento,  $R$ .

Com o objetivo de melhor investigar a contribuição da tensão média perpendicular ao plano crítico no dano por fadiga, pode-se reescrever a Eq. 4.6 da seguinte forma:

$$\rho = \rho_m + \rho_a = \frac{\sigma_{n,m}}{\tau_a} + \frac{\sigma_{n,a}}{\tau_a} \quad (4.7)$$

onde  $\sigma_{n,m}$  e  $\sigma_{n,a}$  são o valor médio e a amplitude da tensão normal ao plano crítico, respectivamente.

Derivando a razão  $\rho$  em termos de  $\rho_m$  e  $\rho_a$  pode-se considerar separadamente o efeito da tensão média não-zero e a influencia do grau de não-proporcionalidade do carregamento aplicado. Além disso, com o objetivo de melhor avaliar a influencia da tensão média não-zero perpendicular ao plano crítico, é importante lembrar que Kaufman e Topper (2003) explicaram que a tensão normal média acima de um certo valor limite, que varia de acordo com o material, não provoca nenhuma redução na resistência à fadiga do material.

Dessa forma, uma definição alternativa de  $\rho$  pode ser adotada para considerar de modo mais eficiente o efeito da tensão normal média ao plano crítico. Em particular, o valor efetivo da razão de tensão do plano crítico,  $\rho_{ef}$ , é dado por:

$$\rho_{ef} = \frac{m\sigma_{n,m}}{\tau_a} + \frac{\sigma_{n,a}}{\tau_a} \quad (4.8)$$

onde  $m$  é uma propriedade material, determinada experimentalmente, chamada índice de sensibilidade à tensão média, ou seja, é a porção da tensão média relativo ao plano crítico que efetivamente abre as micro/meso trincas favorecendo o fenômeno da propagação. De acordo com o modelo proposto,  $m$  varia entre 0 e 1, onde, quando  $m$  é igual a 1, o material é totalmente sensível à tensão média, e quando  $m$  é igual a zero, o material não tem sensibilidade à presença da mesma.

O MCWM tem como ideia inicial o fato de a resistência a um carregamento cíclico pode ser prevista com sucesso através da amplitude da tensão cisalhante no plano crítico, sabendo-se que as curvas de fadiga usadas para estimar a vida são determinadas considerando o grau de multiaxialidade do campo de tensão na zona do processo de fadiga.

Considere um espécime submetido a um carregamento combinado de tração e torção, tal que o ponto O do corpo está sujeito a um estado de tensão biaxial. Pelo pós-processamento do estado de tensão

no ponto O pode-se determinar a amplitude de tensão cisalhante,  $\tau_a$ , e as componentes de tensão normal,  $\sigma_{n,m}$ , relativos ao plano crítico. Dessa forma a razão de tensões no plano crítico,  $\rho$ , pode ser determinada.

Suponha que o mesmo espécime seja inicialmente submetido a um carregamento de fadiga uniaxial completamente reverso ( $R = -1$ ). Descrevendo o estado de tensão do ponto através do círculo de Möhr [Fig. 4.5 (a)], onde o ciclo A representa o estado de tensão no instante de carregamento máximo,  $\sigma_{x,max} = \sigma_{x,a}$ , enquanto que o ciclo B representa o estado de tensão no instante de carregamento mínimo,  $\sigma_{x,min} = -\sigma_{x,a}$ . Dessa forma, a amplitude da tensão cisalhante e a tensão normal relativos ao plano crítico podem ser escritos:

$$\tau_a = \frac{\sigma_{x,a}}{2} \quad (4.9)$$

$$\sigma_{n,a} = \frac{\sigma_{x,a}}{2} \quad (4.10)$$

$$\sigma_{n,m} = 0 \quad (4.11)$$

É evidente que em um carregamento reverso a razão,  $\rho$ , é igual a um.

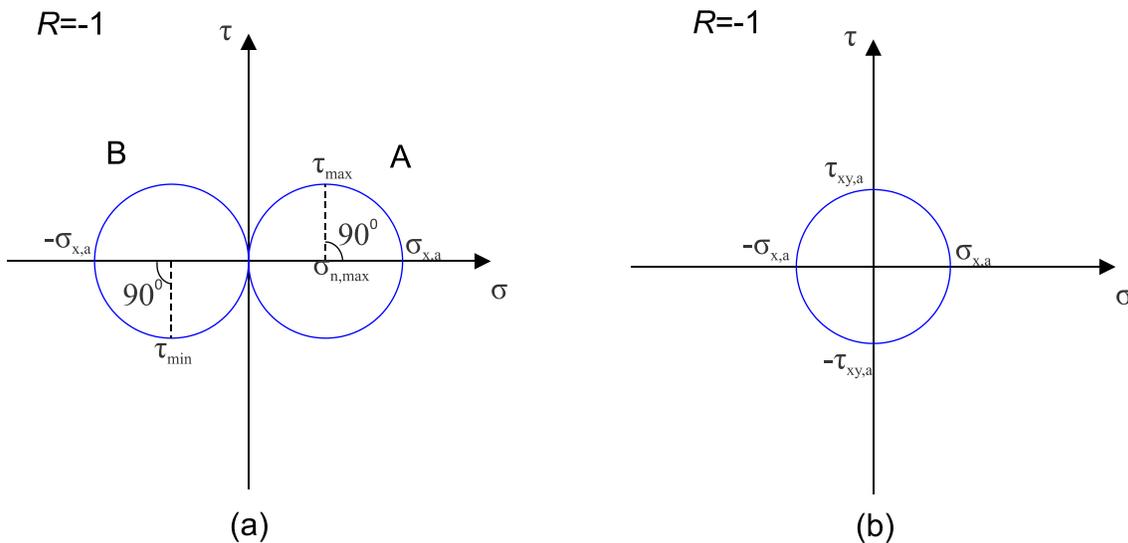


Figura 4.5: Círculo de Möhr: (a) Carregamento completamente reverso tração-compressão; (b) Carregamento completamente reverso de torção.

Contrariamente à representação convencional, a resistência à fadiga uniaxial de um material pode ser representada em um gráfico de Wöhler modificado, em escala log-log, da amplitude da tensão cisalhante no plano crítico,  $\tau_a$ , versus o número de ciclos para a falha,  $N_f$  (Fig. 4.6).

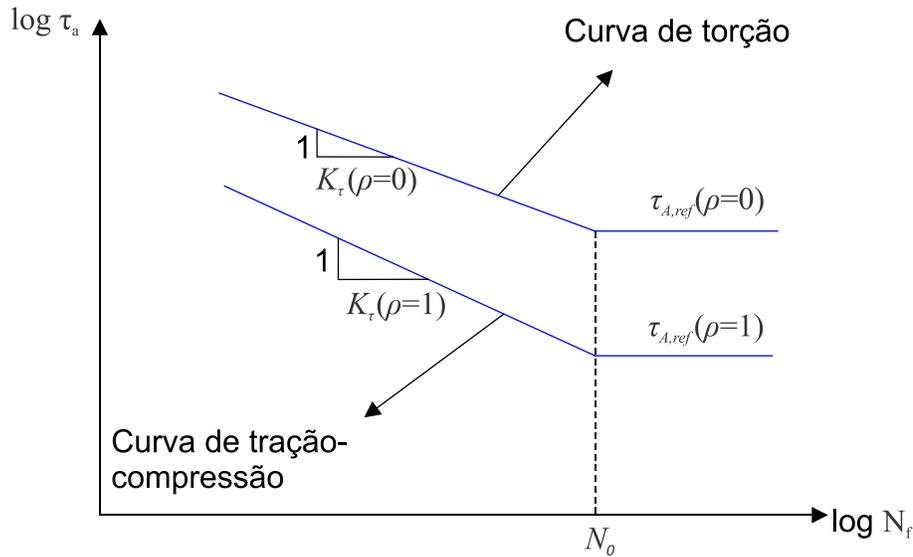


Figura 4.6: Curva de Wöhler Modificada sob carregamento completamente reverso de tração-compressão ( $\rho=1$ ) e torção ( $\rho=0$ ).

Usando procedimento similar, em um carregamento completamente reverso de torção [Fig. 4.5 (b)] temos as componentes de tensão relativas ao plano crítico:

$$\tau_a = \sigma_{x,a} \tag{4.12}$$

$$\sigma_{n,a} = \sigma_{n,m} = 0 \tag{4.13}$$

resultando em uma razão de tensão,  $\rho$ , igual a zero.

É importante salientar que o diagrama de Wöhler representado na Fig. 4.6 tem os limites de fadiga dos dois ensaios (flexão e torção) sempre para um mesmo número de ciclos para falha no limite de fadiga,  $N_0$ , independentemente da complexidade do carregamento.

O diagrama de Wöhler da Fig. 4.6 mostra que a vida em fadiga pode ser estimada em termos do grau de multiaxialidade do campo de tensão na zona do processo de fadiga medido em termos do  $\rho$ , sabendo-se que as relações  $K_\tau$  vs  $\rho$  e  $\tau_{A,ref}$  vs  $\rho$  são definidas através de experimentos.

Em particular, as funções de calibração apresentadas acima podem ser expressas através de simples equações lineares:

$$K_{\tau}(\rho) = a \cdot \rho + b \quad (4.14)$$

$$\tau_{A,ref} = \alpha \cdot \rho + \beta \quad (4.15)$$

onde  $K_{\tau}(\rho)$  é a inclinação negativa da curva de fadiga,  $\tau_{A,ref}$  é a resistência à fadiga em  $N_0$  ciclos,  $a$ ,  $b$ ,  $\alpha$  e  $\beta$  são constantes materiais determinadas experimentalmente. Nesse caso, as curvas de calibração são completamente definidas pelos dois parâmetros expressos pelas Eqs. 4.14 e 4.15.

A vida em fadiga de um material submetido a um determinado carregamento de fadiga pode ser expresso como:

$$N_{f,est} = N_0 \left( \frac{\tau_{A,ref}(\rho)}{\tau_a} \right)^{\frac{-1}{K_{\tau}(\rho)}} \quad (4.16)$$

A única forma de determinar as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  da relação 4.15 é considerando dois limites de fadiga determinados experimentalmente, sob dois valores diferentes de  $\rho$ , e mantendo a razão de tensões,  $R$ , no plano crítico igual a -1. Através de ensaios uniaxial e torcional, se  $\sigma_{-1}$  e  $\tau_{-1}$  são os correspondentes limites de fadiga, temos os seguintes valores para  $\alpha$  e  $\beta$ :

$$\alpha = \tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2} \quad (4.17)$$

$$\beta = \tau_{-1} \quad (4.18)$$

Observando atentamente a Fig. 4.6, um componente pleno tem a seguinte condição para o seu limite de fadiga:

$$\tau_a \leq \tau_{A,ref}(\rho) \quad (4.19)$$

Em particular, calculando as constantes  $\alpha$  e  $\beta$  através das Eqs. 4.17 e 4.18, a relação 4.19 pode ser reescrita da seguinte forma:

$$\tau_a + \left( \tau_{-1} - \frac{\sigma_{-1}}{2} \right) \cdot \rho \leq \tau_{-1} \quad (4.20)$$

Um aspecto que precisa ser considerado é que as Eqs. 4.19 e 4.20 definem o intervalo de validade do MCWM. Do ponto de vista teórico, a presença de valores elevados de razões de tensão  $\rho$ , que é o fato da componente de tensão normal perpendicular ao plano crítico ser muito maior do que a máxima amplitude de tensão cisalhante, o dano por fadiga não é mais unicamente governado pelo cisalhamento no modo II de carregamento. Em outras palavras, quando  $\rho$  se torna maior do que um valor limite,  $\rho_{lim}$ , o uso do critério do plano crítico não é adequado devido aos mecanismos de falha presentes no processo.

A relação para determinar o valor limite da razão de tensão no plano crítico é:

$$\rho_{lim} = \frac{\tau_{-1}}{2\tau_{-1} - \sigma_{-1}} \quad (4.21)$$

Para concluir, é importante salientar a representação adotada para calcular  $\rho_{lim}$  [Fig. 4.7 (a)] não deve ser confundida. Em particular, o MCWM postula que o dano por fadiga depende somente da relação  $\tau_a$  versus  $\rho$ , e não da relação entre  $\tau_a$  e  $\sigma_{n,max}$ , de tal forma que a maneira correta de representar o MCWM é através do diagrama representado pela Fig. 4.7 (b), enquanto que o diagrama da Fig. 4.7 (a) é apenas uma forma de determinar o limite matemático intrínseco na Eq. 4.20.

Para se avaliar as qualidades dos resultados estimados pelo critério de Susmel e Lazzarin (2002) define-se o índice SU:

$$SU = \frac{\tau_a}{\beta - \alpha \cdot \rho} - 1 \quad (4.22)$$

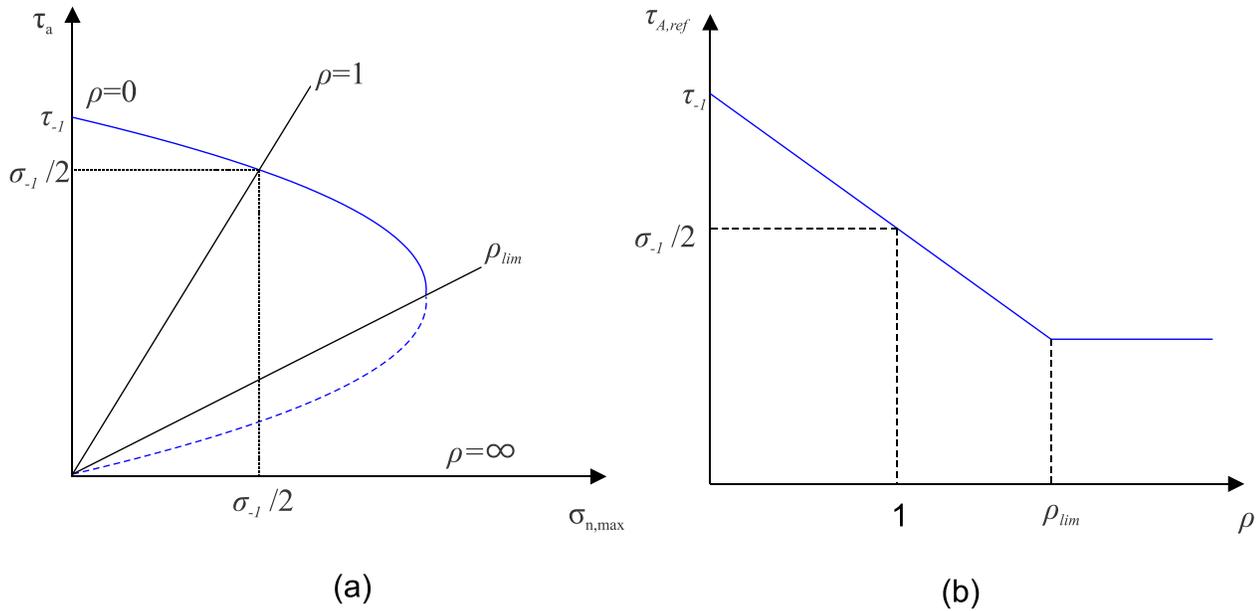


Figura 4.7: (a) Definição do  $\rho_{lim}$  ; (b) Relação  $\tau_{A,ref}$  versus  $\rho$ .

Desta forma,  $SU < 0$ , a previsão obtida é não-conservativa, pois o modelo indica que ainda é possível aumentar a solicitação, enquanto os testes indicam uma condição limite. Quando  $SU = 0$ , o estado de tensão indica uma condição equivalente ao limite de fadiga, isto é, o limite entre vida infinita ( $>10^7$ ) e vida finita ( $<10^7$ ): uma previsão exata. Quando  $SU > 0$  o modelo indica que o componente já falhou (iniciação de trinca) fazendo, portanto, uma previsão conservativa, conforme explicitado abaixo:

$$\left. \begin{array}{l} \\ \\ \\ \end{array} \right| \begin{array}{l} < 0, \text{ não falha (admite mais carregamento)} \\ = 0, \text{ limite de fadiga} \\ > 0, \text{ falha} \end{array}$$

## 4.2.2. TEORIA DAS DISTÂNCIAS CRÍTICAS (TDC)

A Teoria das Distâncias Críticas é capaz de estimar com certa precisão o dano por fadiga em componentes contendo não somente trincas, mas também qualquer tipo de entalhe (short, sharp e blunt). Em outras palavras, essa teoria consegue descrever a transição de trincas/entalhes curtos para entalhes blunt (Susmel, 2008).

Antes de considerar com detalhes as diferentes formalizações da TDC é importante salientar que essa teoria estima o dano por fadiga diretamente pelo pós-processamento do campo de tensão linear-elástico agindo sobre a zona do processo de fadiga. Esse aspecto é muito importante porque a TDC permite que componentes reais sejam estudados sem a necessidade de análises elasto-plásticas.

A TDC tem como ideia inicial o fato de que o dano por fadiga na presença de concentradores de tensão pode ser estimado usando uma quantidade de tensão a qual é representativa de todo o campo de tensão linear-elástico na zona de fadiga. Em particular, os entalhes são assumidos na condição limite de fadiga quando a tensão efetiva,  $\Delta\sigma_{ef}$ , se iguala ao limite de fadiga,  $\Delta\sigma_0$ , que é:

$$\Delta\sigma_{ef} = \Delta\sigma_0 \quad (4.23)$$

A tensão efetiva acima pode ser calculada simplesmente definindo uma distância crítica conveniente e um domínio de integração. Particularmente, independentemente da definição adotada para  $\Delta\sigma_{ef}$ , todas as modernas formalizações da distância crítica assumem que a mesma é uma propriedade do material que pode ser calculada como (Tanaka, 1983; Atzori et al., 1992; Lazzarin et al., 1997; Taylor, 1999):

$$L = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th}}{\Delta\sigma_0} \right)^2 \quad (4.24)$$

onde  $\Delta K_{th}$  é a faixa do fator de intensidade de tensão threshold e  $\Delta\sigma_0$  é limite de fadiga, sendo ambas as propriedades determinadas para uma mesma razão de carregamento  $R$ .

De acordo com a equação 4.24,  $L$  depende de duas propriedades materiais, que variam de acordo com o material e com a razão de carregamento  $R$ .

A TDC pode ser formalizada de várias formas variando o domínio de integração utilizado para calcular a faixa da tensão efetiva. Em particular, se  $\Delta\sigma_{ef}$  é calculada a uma determinada distância do ápice do concentrador de tensão, de acordo com o chamado Método do Ponto (MP) um componente entalhado (ver Fig. 4.8) está no seu limite de fadiga quando a seguinte condição é assegurada (Tanaka, 1983; Taylor, 1999):

$$\Delta\sigma_{ef} = \Delta\sigma_1 \left( \theta = 0, r = \frac{L}{2} \right) = \Delta\sigma_0 \quad (4.25)$$

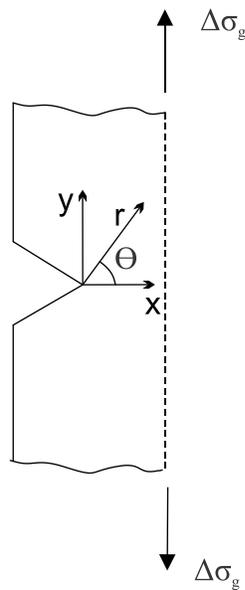


Figura 4.8: Corpo de prova entalhado submetido a carregamento uniaxial.

A Fig. 4.9 (a) mostra a aplicação do Método do Ponto quando um componente entalhado é submetido à um carregamento uniaxial.

De acordo com a ideia de Neuber, no lugar de determinar a  $\Delta\sigma_{ef}$  a uma distância fixa da ponta do entalhe faz-se o cálculo da média da máxima tensão principal ao longo do entalhe bissector sobre uma distância de  $2L$  (Tanaka, 1983; Lazzarin et al., 1997; Taylor, 1999). Em outras palavras, o Método da

Linha (ML) postula que a condição limite de fadiga para um componente entalhado sob comportamento cíclico pode ser expresso como [Fig. 4.9 (b)]:

$$\Delta\sigma_{ef} = \frac{1}{2L} \int_0^{2L} \Delta\sigma_1(\theta = 0, r) dr = \Delta\sigma_0 \quad (4.26)$$

Além disso, de acordo com a ideia de Sheppard (Sheppard, 1991), Taylor (1999) explicou que a faixa da tensão efetiva também pode ser calculada pela média de  $\Delta\sigma_{ef}$  sobre uma área semicircular centrada na ponta do entalhe e tendo raio igual a  $L$ . Este método é conhecido como Método da Área (MA) [Fig. 4.9 (c)], e o mesmo postula que um componente entalhado está no seu limite de fadiga quando:

$$\Delta\sigma_{ef} = \frac{4}{\pi L^2} \int_0^{\pi/2} \int_0^L \Delta\sigma_1(\theta, r) \cdot r \cdot dr \cdot d\theta \cong \Delta\sigma_0 \quad (4.27)$$

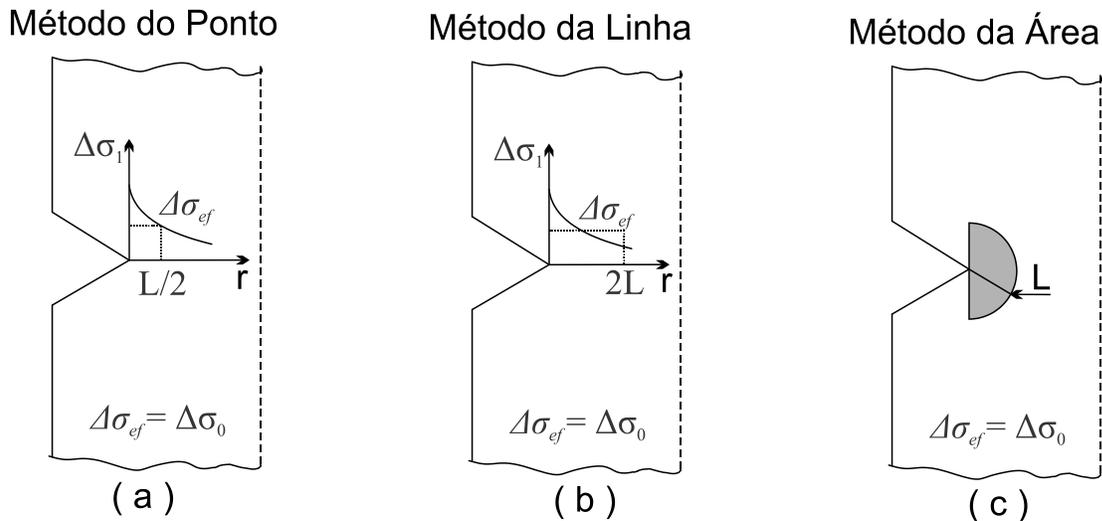


Figura 4.9: Diferentes formalizações da Teoria das Distâncias Críticas: (a) Método do Ponto; (b) Método da Linha; (c) Método da Área.

É importante salientar que as diferentes formulações da TDC são capazes de fazer estimativas dentro de um intervalo de erro de  $\pm 20\%$  independentemente do material e das características geométricas do mesmo (Taylor e Wang, 2000; Susmel e Taylor, 2003). É importante salientar que erros de  $\pm 20\%$  são,

em geral, considerados aceitáveis, devido à magnitude dos erros advindos do trabalho experimental e das análises de tensão numérica (Taylor e Wang, 2000).

## 5. ESTIMATIVA DE VIDA EM FADIGA MULTIAXIAL USANDO O MCWM ASSOCIADO COM A TEORIA DAS DISTÂNCIAS CRÍTICAS EM PROBLEMAS ENVOLVENDO CONCENTRADORES DE TENSÃO

Desde o início do século passado os pesquisadores do problema de fadiga tem feito grandes esforços para desenvolver metodologias de projeto de componentes mecânicos submetidos a carregamentos variando no tempo. A grande dificuldade dos projetistas na concepção de peças e conjuntos mecânicos é desenvolver geometrias em que não haja concentrador de tensão ou, quando não seja possível evitá-lo, minimizar as chances de nucleação de trincas que poderão conduzir à falha do componente. Essa tarefa é um processo complexo envolvendo um elevado número de variáveis que devem ser consideradas de modo a evitar falhas catastróficas. Ao mesmo tempo, devido às necessidades da realidade industrial, a calibração do método de engenharia para o cálculo de fadiga deve ser baseada em informações experimentais facilmente obtidas através de ensaios, obedecendo aos procedimentos normativos pertinentes. Dessa forma, a proposta do presente trabalho é estender o uso da Teoria das Distâncias Críticas aplicada em conjunto com o Método das Curvas de Wöhler Modificadas para estimar a vida em fadiga de componentes mecânicos.

A ideia inicial dessa técnica pode ser visualizada graficamente pela Fig. 5.1 onde são apresentadas duas curvas de fadiga ( $S \times N$ ), utilizando um espécime convencional (sem concentrador de tensão), e uma segunda curva com um espécime entalhado. Vale frisar que a segunda curva pode ser gerada na presença de qualquer tipo de concentrador de tensão, tais como: entalhes de geometrias diversas, trincas, furos, contato sob condição de *fretting*, etc.

Pelo gráfico observa-se claramente que a diferença na resistência à fadiga entre os espécimes (convencional e com concentrador de tensão) varia com a vida. Portanto, pode-se concluir que o efeito do gradiente de tensão na análise da resistência à fadiga por meio da Teoria das Distâncias Críticas deve considerar que  $L$  depende da vida esperada / estimada para o componente.

É importante salientar que a Teoria das Distâncias Críticas tem aplicabilidade somente em situações onde há concentrador de tensão. A ideia contida no método é que o campo de tensão linear elástico a uma determinada distância do ápice do concentrador de tensão fornece as informações de engenharia necessárias para estimar corretamente o dano por fadiga. Quando a TDC é estendida para estimar a vida de componentes mecânicos, a sua dependência está somente em relação ao número de

ciclos para a falha e seus valores não mudam de acordo com a geometria do componente. Em outras palavras, tanto o gradiente de tensão quanto o efeito de escala são considerados de forma eficiente pela Teoria das Distâncias Críticas.

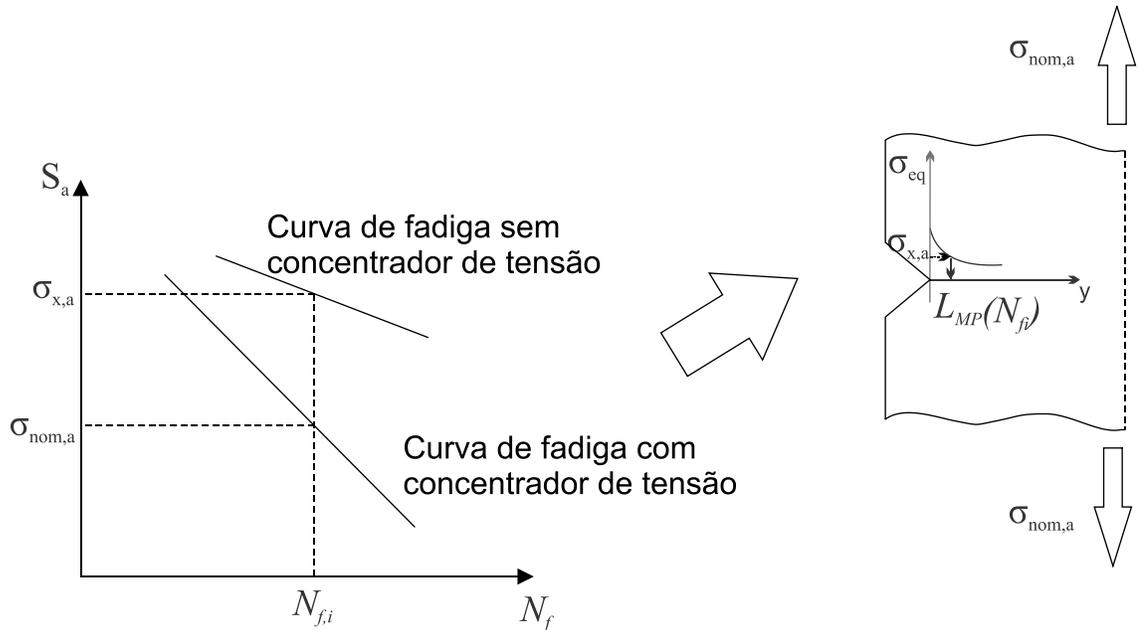


Figura 5.1: Determinação da distância crítica,  $L_{MP}$ , usando duas curvas de calibração.

Observando que o comportamento dos materiais de engenharia em regime de fadiga de médio ciclo é descrito por uma função de potência, assume-se que a relação  $L_M$  versus  $N_f$  é também uma lei de potência como segue (Susmel e Taylor, 2007):

$$L_M(N_f) = A \cdot N_f^B \quad (5.1)$$

onde  $A > 0$  e  $B < 0$  são constantes materiais determinadas através de dados experimentais, e variam para diferentes valores de  $R$ .

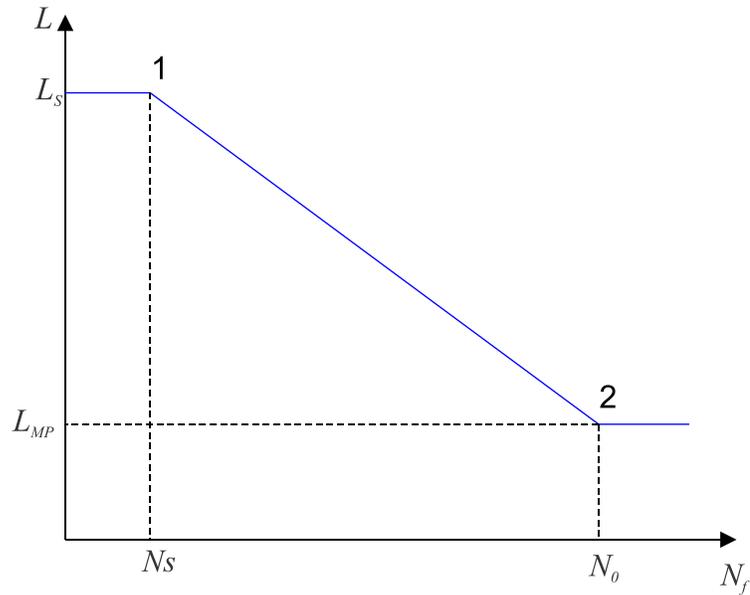


Figura 5.2: Gráfico esquemático da relação  $L_M$  versus  $N_f$ .

Existem duas estratégias para determinar a relação  $L_M$  versus  $N_f$ , expressa pela Eq. 5.1. Uma delas é baseada no uso de duas curvas de calibração: uma curva de fadiga gerada experimentalmente com espécime convencional e outra curva de fadiga gerada experimentalmente com espécime contendo concentrador de tensão. Essa estratégia mostrou-se mais precisa nas estimativas de vida em fadiga em regime de médio ciclo para a falha usando a TDC (Susmel, 2007).

Considere a representação esquemática das curvas  $S \times N$  apresentadas na Fig. 5.1. Para um determinado valor de número de ciclos para a falha (exemplo,  $N_f = N_{f,i}$  conforme mostrado no gráfico), pode-se obter a distância,  $L_{MP}(N_{f,i})$ , a partir da raiz do entalhe na qual a amplitude da tensão equivalente,  $\sigma_{eq}$ , se iguala à tensão aplicada no espécime convencional para provocar a falha em  $N_f = N_{f,i}$  ciclos. Repetindo essa operação nos regimes de fadiga de médio ciclo e alto ciclo é possível determinar as constantes  $A$  e  $B$ .

Na ausência de dados experimentais de resistência à fadiga com espécimes convencionais e espécimes contendo concentrador de tensão, as constantes  $A$  e  $B$  podem ser estimadas utilizando-se o valor da distância crítica para um carregamento estático,  $L_s$ , e através do valor da distância crítica,  $L_{MP}$ ,

calculado no limite de fadiga ( $N_0$  ciclos). A distância crítica na resistência estática,  $L_s$ , aplicando a formulação do Método do Ponto é definida como (Taylor, 2007):

$$L_s = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{K_{IC}}{\sigma_{UTS}} \right)^2 \quad (5.2)$$

onde  $K_{IC}$  é a tenacidade a fratura do material e  $\sigma_{UTS}$  é o limite último de resistência à tração.

Uma vez conhecidos os pontos 1 e 2 da Fig. 5.2 pode-se calcular as constantes  $A$  e  $B$  e, dessa forma, tem-se a relação entre  $L_M$  e  $N_f$  no regime de fadiga de médio ciclo (ver "passo 2" da Fig. 5.3). É importante notar que uma vez conhecida a relação entre a distância crítica e o número de ciclos para a falha, pode-se obter a distância crítica para uma determinada vida de um componente contendo concentrador de tensão

Posteriormente ao cálculo da distância crítica obtém-se o tensor tensão cíclico no ponto correspondente ao centro da zona do processo de fadiga (ver "passo 4" da Fig. 5.3). Uma vez obtido o tensor tensão localiza-se o plano crítico no ponto em questão utilizando um critério de fadiga multiaxial e as componentes de tensão relativos a esse plano material,  $\tau_a$  e  $\sigma_{n,max}$  (ver "passo 5" da Fig. 5.3).

Conforme visto no capítulo 4, o Método das Curvas de Wöhler Modificadas é calibrado utilizando duas curvas,  $\tau_a$  vs  $N_f$ , obtidas através de ensaios uniaxiais de flexão e torção pura a uma mesma razão de carregamento,  $R = -1$ . Uma vez calibradas as duas curvas de fadiga uniaxial do MCWM podemos calcular, por interpolação linear das curvas de fadiga uniaxial de flexão e torção, os parâmetros  $\tau_{A,ref}(\rho)$  e  $K_\tau(\rho)$  relativos à razão das tensões calculadas no plano crítico,  $\rho$ , para  $R = -1$  (ver "passo 7" da Fig. 5.3). O cálculo de  $\tau_{A,ref}(\rho)$  pode ser feito por meio da equação de interpolação:

$$\tau_{A,ref}(\rho) = [\tau_{A,ref}(\rho = 1) - \tau_{A,ref}(\rho = 0)].\rho + \tau_{A,ref}(\rho = 0) \quad (5.3)$$

onde  $\tau_{A,ref}(\rho = 0)$  e  $\tau_{A,ref}(\rho = 1)$  correspondem à resistência à fadiga uniaxial torcional e de flexão, respectivamente, para  $R = -1$ .

Para o cálculo do  $K_\tau(\rho)$  temos:

$$K_\tau(\rho) = [K_\tau(\rho = 1) - K_\tau(\rho = 0)].\rho + K_\tau(\rho = 0) \quad (5.4)$$

onde  $K_\tau(\rho = 0)$  e  $K_\tau(\rho = 1)$  correspondem à inclinação negativa das curvas de fadiga de torção e flexão, respectivamente.

Finalmente, pode-se estimar a vida do componente sob a história de carregamento de fadiga em consideração através da seguinte equação (ver "passo 8" da Fig. 5.3):

$$N_{f,est} = N_0 \left( \frac{\tau_{A,ref}(\rho)}{\tau_a} \right)^{\frac{-1}{K_\tau(\rho)}} \quad (5.5)$$

onde  $\tau_a$  é a amplitude da tensão cisalhante calculada no plano crítico,  $\tau_{A,ref}(\rho)$  é a amplitude da tensão cisalhante no limite de fadiga em função da razão de tensões calculada no plano crítico,  $K_\tau(\rho)$  é a inclinação negativa da curva de fadiga fornecida pelas duas curvas de calibração do método em função de  $\rho$  e  $N_0$  é o número de ciclos no limite de fadiga.

Atualmente, alguns trabalhos relacionados à estimativa de vida tem sido desenvolvidos por pesquisadores, tais como: Susmel (2007, 2009), Susmel e Taylor (2008), Lazzarin e Susmel (2003), Hattori, Kien e Yamashita (2010) e Hattori et al. (2011). No entanto, os autores desse trabalho não tem conhecimento até o momento de algum trabalho que tenha sido desenvolvido aplicando a metodologia para a estimativa de vida descrita acima envolvendo fadiga multiaxial em situação de contato por *fretting*.

A Fig. 5.3 apresenta de forma esquemática a metodologia para estimar a vida em fadiga multiaxial envolvendo problemas com concentradores de tensão, é o caso da fadiga por *fretting*.

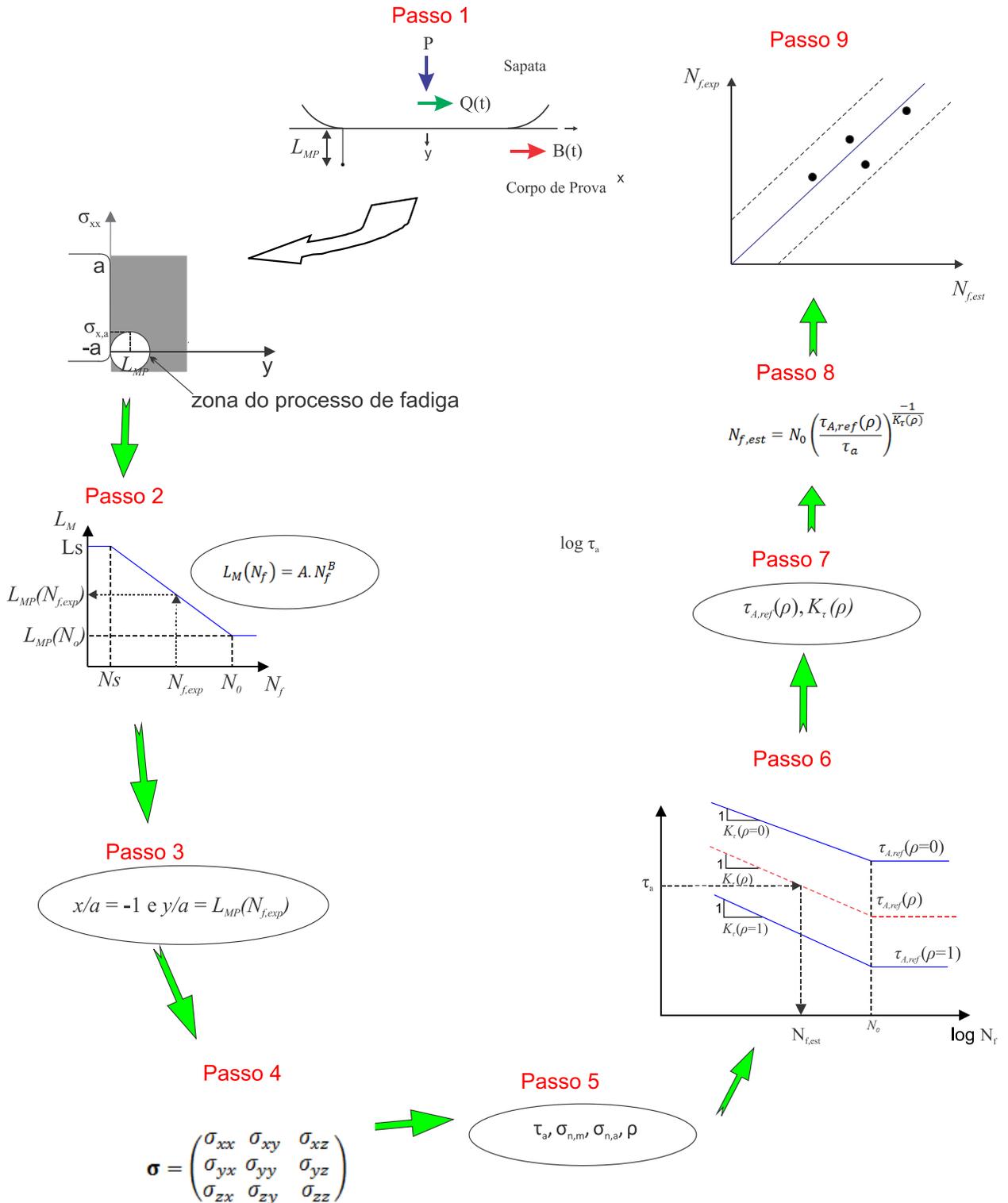


Figura 5.3: Diagrama esquemático da metodologia para estimar vida em fadiga multiaxial envolvendo contato por *fretting*.

## 6. RESULTADOS

### 6.1. DADOS COLETADOS DA LITERATURA

Nesse capítulo serão apresentados brevemente os resultados experimentais produzidos por Nowell (1988) que serão utilizados no presente trabalho para a validação da metodologia proposta. Uma das finalidades da pesquisa desenvolvida por Nowell (1988) foi demonstrar que o fenômeno de *fretting* não produz efeito sobre a resistência a fadiga do componente quando a semi-largura contato,  $a$ , é menor do que um valor crítico.

O contato hertziano tem uma característica interessante: o tamanho do contato pode variar enquanto a pressão de pico,  $p_o$ , é mantida constante. Isso é possível porque a pressão de pico é proporcional à  $\sqrt{\frac{P}{R_s}}$ , e a largura do semi-contato,  $a$ , é proporcional à  $\sqrt{P \cdot R_s}$ , conforme as Eqs. 3.8 e 3.9.

A importância dessa relação entre  $p_o$  e  $a$  é o fato de a extensão do campo de tensão induzido pelo contato poder variar enquanto a magnitude é mantida constante. Estudos constatando esse fenômeno foram feitos inicialmente por Bramhal (1970) e posteriormente por Nowell (1988). Segundo Nowell (1988), é verificada uma mudança brusca entre os regimes de vida finita e vida infinita em valores críticos do tamanho do semi-contato,  $a_{crit}$ , conforme a Fig. 6.1.

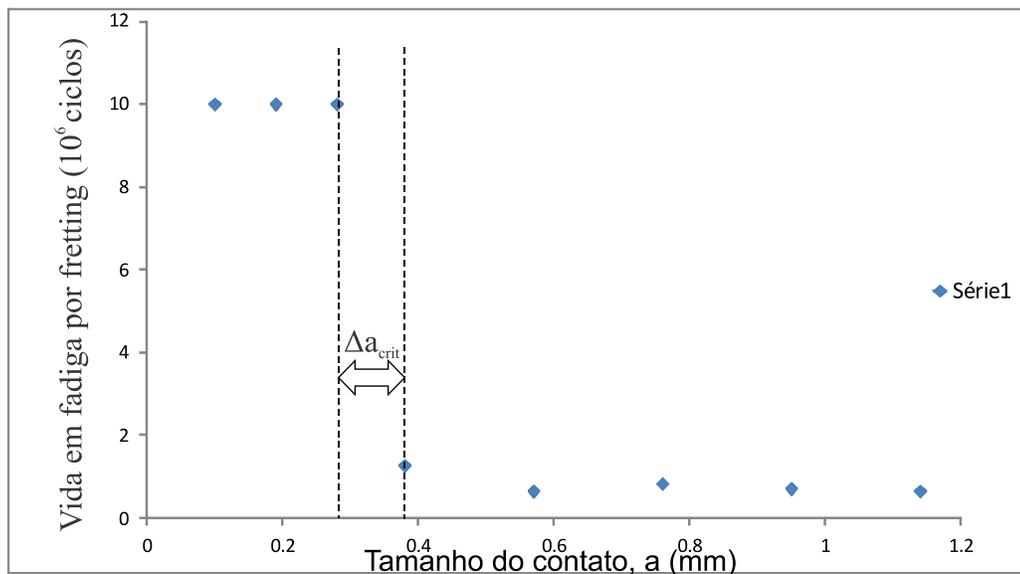


Figura 6.1: Resultados da primeira série experimental de Nowell (1988) variando a vida com o tamanho do contato.

No interior de cada série de ensaios realizados por Nowell (1988) observou-se que a taxa de decaimento da amplitude de tensão varia conforme o tamanho do contato. A Fig. 6.2 representa esquematicamente essa variação no gradiente de tensão de acordo com o raio da sapata.

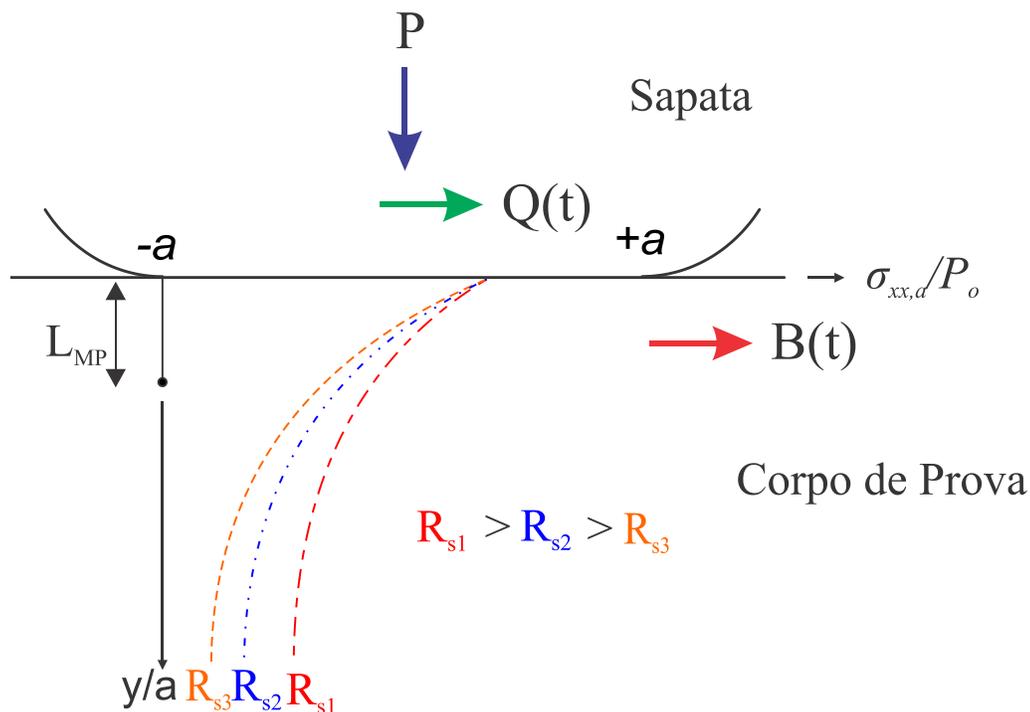


Figura 6.2: Variação do gradiente de tensão para três valores diferentes de raio de sapata.

Quatro séries de ensaios foram conduzidos com a liga de alumínio aeronáutico Al 4%Cu (HE 15-TF) para investigar a variação da largura do contato crítico com a pressão de pico,  $p_o$ , força tangencial,  $Q$ , e tensão de fadiga,  $\sigma_a$ . Com o objetivo de obter uma faixa de tamanho de contato, Nowell (1988) adotou oito pares de sapatas de *fretting* com raios de curvatura variando entre 12,5 mm e 125 mm. Oito testes foram realizados no interior de cada série mantendo constantes os parâmetros  $p_o$ ,  $Q$  e  $\sigma_a$ .

Todos os ensaios foram conduzidos em regime de escorregamento parcial, ou seja,  $Q < f.P$ , onde o coeficiente de fricção para as zonas de escorregamento,  $f$ , foi de 0,75. O espécime e as sapatas foram confeccionadas a partir do mesmo material. A Tab. 6.1 abaixo apresenta as propriedades relevantes da liga Al 4%Cu (HE 15-TF):

Tabela 6.1: Propriedades mecânicas relevantes da liga Al 4% Cu (HE 15-TF).

Propriedades mecânicas	
Tensão última de resistência à tração, $\sigma_{UTS}$ (MPa)	500
Módulo de Young, $E$ (GPa)	74
Limite de escoamento, $\sigma_Y$ (MPa)	465
Coefficiente de Poisson, $\nu$	0,33
Resistência à fadiga em $10^7$ ciclos, para $R = -1$ , $\sigma_{-1}$ (MPa)	124
Tenacidade à fratura, $K_{IC}$ (MPa.m <sup>1/2</sup> )	34

A Tab. 6.2 apresenta os parâmetros experimentais e a faixa de tamanho crítico calculada usando a teoria de Hertz para a liga de alumínio. Os extremos da faixa de valores para  $a_{crit}$  corresponde ao maior valor de contato para atingir a vida infinita e o menor valor para falhar.

Tabela 6.2: Parâmetros experimentais e as faixas de tamanho crítico obtidas por Nowell (1988).

Séries	Amplitude da tensão remota alternada, $\sigma_a$ (MPa)	Pressão normal de pico, $P_o$ (MPa)	$\frac{Q}{P}$	Fator de atrito, $f$	$a_{crit}$ (mm)
1	92,7	157	0,45	0,75	0,28 - 0,38
2	92,7	143	0,45	0,75	0,54 - 0,72
3	77,2	143	0,45	0,75	0,18 - 0,27
4	61,8	120	0,45	0,75	0,36 - 0,54

As Tabs. 6.3 a 6.6 apresentam os valores de vida em fadiga obtidos por Nowell (1988) e o correspondente tamanho de contato e raio da sapata para cada condição de ensaio realizado.

Tabela 6.3: Resultados dos ensaios da Série 1.

Série 1		
Raio da sapata (mm)	Tamanho do semi-contato, a (mm)	Vida em fadiga, $N_f(10^6 \text{ ciclos})$
12,5	0,1	<sup>1</sup> 10 →
25	0,19	<sup>1</sup> 10 →
37,5	0,28	<sup>1</sup> 10 →
50	0,38	1,29
75	0,57	0,67
100	0,76	0,85
125	0,95	0,73
150	1,14	0,67

1 – A seta horizontal apontando para a direita indica que o teste foi interrompido sem a quebra do espécime ao atingir  $10^7$  ciclos.

Tabela 6.4: Resultados dos ensaios da Série 2.

Série 2		
Raio da sapata (mm)	Tamanho do semi-contato, a (mm)	Vida em fadiga, $N_f(10^6 \text{ ciclos})$
12,5	0,09	<sup>1</sup> 10 →
25	0,18	<sup>1</sup> 10 →
37,5	0,27	4,04
50	0,36	1,50

Raio da sapata (mm)	Tamanho do semi-contato, a (mm)	Vida em fadiga, $N_f$ ( $10^6$ ciclos)
75	0,54	0,80
100	0,72	0,61
125	0,90	1,24
150	1,08	0,69

1 – A seta horizontal apontando para a direita indica que o teste foi interrompido sem a quebra do espécime ao atingir  $10^7$  ciclos.

Tabela 6.5: Resultados dos ensaios da Série 3.

Série 3		
Raio da sapata (mm)	Tamanho do semi-contato, a (mm)	Vida em fadiga, $N_f$ ( $10^6$ ciclos)
12,5	0,09	<sup>1</sup> 10 →
25	0,18	<sup>1</sup> 10 →
50	0,36	<sup>1</sup> 10 →
75	0,54	1,20
100	0,72	1,42
125	0,90	1,02

1 – A seta horizontal apontando para a direita indica que o teste foi interrompido sem a quebra do espécime ao atingir  $10^7$  ciclos.

Tabela 6.6: Resultados dos ensaios da Série 4.

Série 4		
Raio da sapata (mm)	Tamanho do semi-contato, a (mm)	Vida em fadiga, $N_f$ ( $10^6$ ciclos)
25	0,14	$^{1}10 \rightarrow$
37,5	0,21	$^{1}10 \rightarrow$
50	0,28	$^{1}10 \rightarrow$
75	0,42	$^{1}10 \rightarrow$
100	0,57	$^{1}10 \rightarrow$
125	0,71	1,57
150	0,85	1,23

1 – A seta horizontal apontando para a direita indica que o teste foi interrompido sem a quebra do espécime ao atingir  $10^7$  ciclos.

## 6.2. METODOLOGIA E APLICAÇÃO DA TÉCNICA DE ESTIMATIVA DE VIDA PARA OS DADOS DE FADIGA POR FRETTING

Para encontrar a relação  $L_M$  versus  $N_f$  é necessário calcular as constantes materiais  $A$  e  $B$  da Eq. 5.1 para a liga Al 4% Cu (HE 15-TF) utilizada por Nowell (1988) . Nesse trabalho, devido à falta de dados experimentais, adotou-se a estratégia baseada na utilização das propriedades materiais determinadas sob carregamento estático e no limite de fadiga (ver Cap. 5) para a estimativa das constantes  $A$  e  $B$ . Para  $N_0 = 10^7$  ciclos, tem-se  $L_{MP} = 0,05$  mm (Araújo et al., 2007). Na resistência estática,  $N_s = 1$  ciclo, pela Eq. 5.2 e usando os dados da Tab. 6.1, tem-se que  $L_s = 0,74$  mm. Tendo os dois pontos mostrados na Fig.5.2, pode-se calcular as constantes  $A$  e  $B$  e, finalmente obtém-se a relação  $L_M$  versus  $N_f$  para essa liga conforme a equação a seguir:

$$L_M = 0,74 \cdot N_f^{-0,17} \quad (6.1)$$

Uma vez conhecida a relação  $L_M$  versus  $N_f$  pode-se obter a distância crítica correspondente a uma determinada vida para um componente contendo concentrador de tensão.

Posteriormente, calcula-se o campo de tensões linear-elástico na zona do processo de fadiga. Para isso o tensor tensão cíclico foi obtido na extremidade anterior do contato ("hot spot"), ou seja,  $x/a = -1$  e na profundidade  $y/a = L_{MP}/a$ . Os cálculos para o campo de tensão cíclico foram feitos conforme as equações apresentadas no Cap. 3, utilizando o software Matlab, onde o tensor tensão cíclico foi calculado em 12 diferentes passos de carregamento. Uma vez obtido o tensor tensão cíclico, calcula-se o plano crítico no ponto em questão utilizando o MCWM e, para o cálculo da amplitude da tensão cisalhante no plano crítico utilizou-se o Método do Maior Retângulo Circunscrito (MRC) (Araújo et al., 2010) (ver Anexo I).

Conforme visto no Cap. 4, o Método das Curvas de Wöhler Modificadas é calibrado utilizando duas curvas,  $\tau_a$  vs  $N_f$ , obtidas através de ensaios uniaxiais de flexão e torção pura a uma razão de carregamento,  $R = -1$ . Para estimar a curva  $S \times N$  sob flexão pura precisa-se de dois pontos. Nesse caso, a amplitude de tensão no limite de fadiga foi extraída da literatura (Araújo et al., 2007) (ver Tab. 6.1) e, para o regime de fadiga de baixo ciclo ( $N_f = 10^3$  ciclos), a amplitude de tensão é obtida segundo a equação (Susmel, 2012):

$$\sigma_{s,a} = C_R \cdot 0,9 \cdot \sigma_{UTS} \quad (6.2)$$

onde  $C_R$ , fator de confiabilidade, é igual a 1 para uma confiabilidade de 50%.

Dessa forma, o valor de  $\sigma_{s,a}$  é igual a 450 MPa. Como tem-se os dois pontos da curva  $S \times N$  a equação da reta em escala log-log é:

$$S_a = 1174,9 \cdot N_f^{-0,14} \quad (6.3)$$

Representando o estado de tensão do carregamento de flexão pura no diagrama de Möhr [Fig. 4.5 (a)], obtém-se a amplitude da tensão cisalhante,  $\tau_a$ , no plano crítico e, conseqüentemente, a relação  $\tau_a$  vs  $N_f$  (ver Eq. 4.9). Assim, equação  $\tau_a$  vs  $N_f$  para o ensaio de flexão pura, com  $R = -1$  é:

$$\tau_a = 587,45 \cdot N_f^{-0,14} \quad (6.4)$$

Analogamente, para estimar  $\tau_{s,a}$  vs  $N_f$  sob torção pura utilizou-se a seguinte equação para determinar a amplitude de tensão torcional em  $10^3$  ciclos (Susmel, 2012):

$$\tau_{s,a} = C_R \cdot 0,63 \cdot \sigma_{UTS} \quad (6.5)$$

onde  $C_R$ , fator de confiabilidade, é igual a 1 para uma confiabilidade de 50%.

Dessa forma, o valor de  $\tau_{s,a}$  é igual a 315 MPa. No limite de fadiga a amplitude da tensão de torção pura foi calculada a partir da relação  $\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} = 0,70$ , para  $R = -1$ . Essa relação foi obtida pela média da faixa  $0,58 \leq \frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} \leq 0,82$ , para  $R = -1$ . O limite inferior dessa faixa é obtido utilizando-se Von Mises:

$$\tau_{-1} = \frac{\sigma_{-1}}{\sqrt{3}} = \frac{124}{\sqrt{3}} = 71,6 \quad (6.6)$$

Assim:

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} = \frac{71,6}{124} = 0,58 \quad (6.7)$$

O limite superior da faixa vem da relação de tensões no limite de fadiga proposto por Atzori et al. (2004):

$$\tau_{-1} = 0,54 \cdot \sigma_{-1} + 34,3 \quad (6.8)$$

Assim, substituindo o valor do limite de fadiga em flexão,  $\sigma_{-1} = 124$  MPa, temos que  $\tau_{-1}$  é igual a 101,3 MPa, e:.

$$\frac{\tau_{-1}}{\sigma_{-1}} = \frac{101,3}{124} = 0,82 \quad (6.9)$$

Dessa forma, com dois pontos no diagrama  $\tau_a$  vs  $N_f$  pode-se calcular a curva em escala log-log:

$$\tau_a = 817,52 \cdot N_f^{-0,14} \quad (6.10)$$

Após a calibração das duas curvas de fadiga uniaxial do MCWM é feita a interpolação linear das curvas, segundo a equação Eq. 5.3, para se obter a amplitude da tensão cisalhante no limite de fadiga em função da razão de tensões calculadas no plano crítico,  $\tau_{A,ref}(\rho)$ . A mesma técnica foi adotada para calcular a inclinação da curva em função do  $\rho$  no plano crítico,  $K_r(\rho)$ , conforme a Eq. 5.4. Finalmente, pela Eq. 5.5, calculou-se a vida estimada para cada teste experimental das quatro séries de ensaios do Nowell (1988).

As Tabs. 6.7 a 6.10 apresentam os resultados de vida experimental obtidos por Nowell (1988) e as correspondentes vidas estimadas nesse trabalho:

Tabela 6.7: Vida experimental versus vida estimada da Série 1.

Série 1			
Raio da sapata (mm)	Vida em fadiga experimental, $N_{f,exp}$ ( $10^6$ ciclos)	Vida em fadiga estimada, $N_{f,est}$ ( $10^6$ ciclos)	Fator $\left(\frac{N_{f,est}}{N_{f,exp}}\right)$
12,5	<sup>1</sup> 10 →	18,3	-82.57
25	<sup>1</sup> 10 →	4,32	131.28
37,5	<sup>1</sup> 10 →	1,66	500.70
50	1,29	1,88	-46.10
75	0,67	0,97	-45.40
100	0,85	0,50	68.55
125	0,73	0,35	107.10
150	0,67	0,26	151.80

1 – A seta horizontal apontando para a direita indica que o teste foi interrompido sem a quebra do espécime ao atingir  $10^7$  ciclos.

Tabela 6.8: Vida experimental versus vida estimada da Série 2.

Série 2			
Raio da sapata (mm)	Vida em fadiga experimental, $N_{f,exp}$ ( $10^6$ ciclos)	Vida em fadiga estimada, $N_{f,est}$ ( $10^6$ ciclos)	Fator $\left(\frac{N_{f,est}}{N_{f,exp}}\right)$
12,5	<sup>1</sup> 10 →	21,8	-118.20
25	<sup>1</sup> 10 →	6,17	62.10
37,5	4,04	3,50	15.50
50	1,50	2,66	-77.59
75	0,80	1,40	-74.84
100	0,61	0,85	-41.77
125	1,24	0,47	163.34
150	0,69	0,41	68.18

1 – A seta horizontal apontando para a direita indica que o teste foi interrompido sem a quebra do espécime ao atingir  $10^7$  ciclos.

Tabela 6.9: Vida experimental versus vida estimada da Série 3.

Série 3			
Raio da sapata (mm)	Vida em fadiga experimental, $N_{f,exp}$ ( $10^6$ ciclos)	Vida em fadiga estimada, $N_{f,est}$ ( $10^6$ ciclos)	Fator $\left(\frac{N_{f,est}}{N_{f,exp}}\right)$
12,5	<sup>1</sup> 10 →	73,7	-637.10
25	<sup>1</sup> 10 →	11,7	-17.01
50	<sup>1</sup> 10 →	3,17	215.04

Raio da sapata (mm)	Vida em fadiga experimental, $N_{f,exp}$ ( $10^6$ ciclos)	Vida em fadiga estimada, $N_{f,est}$ ( $10^6$ ciclos)	Fator $\left(\frac{N_{f,est}}{N_{f,exp}}\right)$
75	1,20	2,82	-135.35
100	1,42	1,45	-2.07
125	1,02	1,05	-3.02

1 – A seta horizontal apontando para a direita indica que o teste foi interrompido sem a quebra do espécime ao atingir  $10^7$  ciclos.

Tabela 6.10: Vida experimental versus vida estimada da Série 4.

Série 4			
Raio da sapata (mm)	Vida em fadiga experimental, $N_{f,exp}$ ( $10^6$ ciclos)	Vida em fadiga estimada, $N_{f,est}$ ( $10^6$ ciclos)	Fator $\left(\frac{N_{f,est}}{N_{f,exp}}\right)$
25	$10 \rightarrow$	81,9	-718.58
37,5	$10 \rightarrow$	29,3	-193.39
50	$10 \rightarrow$	20,9	-109.43
75	$10 \rightarrow$	8,19	22.03
100	$10 \rightarrow$	4,57	118.72
125	1,57	5,40	-244.00
150	1,23	4,12	-234.60

1 – A seta horizontal apontando para a direita indica que o teste foi interrompido sem a quebra do espécime ao atingir  $10^7$  ciclos.

A Fig. 6.3 apresenta a acurácia da metodologia para estimar a vida em fadiga multiaxial em condições de *fretting* para a liga Al 4%Cu (HE 15-TF), utilizando uma banda de fator dois, para todos os ensaios das quatro séries de ensaios experimentais de Nowell (1988). Segundo Taylor e Wang (2000) e Susmel e Taylor (2003) as diferentes formalizações da TDC são capazes de realizar estimativas em um intervalo de erro de  $\pm 20\%$ , independentemente do material e da característica geométrica do mesmo. É importante salientar que erros de  $\pm 20\%$  são, em geral, aceitáveis em vista das imprecisões nos trabalhos experimentais e nas análises de tensões numéricas (Taylor e Wang, 2000). Os dados com indicação da seta apontando para a direita correspondem aos ensaios que foram interrompidos sem a quebra do espécime ao atingir  $10^7$  ciclos.

Pode-se observar pela Fig. 6.3 que, em geral, para os ensaios que apresentaram vida experimental em um regime de médio / alto número de ciclos, ou seja, entre  $10^6$  e  $10^7$  ciclos, os resultados da aplicação da metodologia de estimativa de vida apresentaram boa acurácia. Em outras palavras, a grande maioria das vidas estimadas pela aplicação da metodologia caíram dentro da banda de fator dois indicando que o método é capaz de prever com relativo alto grau de acurácia os resultados de vida dos experimentos de *fretting*.

Os dados de vida estimada que apresentaram valores superiores às correspondentes vidas experimentais do testes que foram interrompidos em  $10^7$  ciclos correspondem às estimativas não-conservativas. Em uma primeira análise pode-se considerar que a metodologia de estimativa de vida apresenta grande risco. Entretanto, deve-se notar que esses pontos correspondem aos dados de ensaios que foram interrompidos. Nesse sentido, caso o ensaio seguisse até a ruptura a vida experimental seria certamente maior do que a vida relatada. Portanto, a precisão / erro associada a estes dados de vida infinita é baixa e deve ser analisada com a cautela necessária.

Os valores de vida estimada que apresentaram valores menores às correspondentes vidas experimentais que forma interrompidos em  $10^7$  ciclos indicam que as estimativas são conservativas. Assim, mesmo que o ensaio prosseguisse até a fratura final do espécime e, dessa forma, a diferença de valor da vida estimada aumentasse se comparado ao valor da vida experimental, a metodologia estaria voltada para o lado conservativo de previsão de vida.

Em virtude das imprecisões dos ensaios experimentais que foram interrompidos em  $10^7$  ciclos é mais conveniente a aplicação da metodologia para estimar não a vida em fadiga, mas sim a resistência à fadiga multiaxial. A Fig. 6.4 ilustra a resistência à fadiga segundo o MCWM somente para os testes das quatro séries que foram interrompidos em  $10^7$  ciclos. Novamente é utilizada uma faixa de erro de  $\pm 20\%$ . Pode-se comprovar um nível aceitável de acurácia da metodologia para prever a resistência à fadiga dos

ensaios experimentais produzidos por Nowell (1988). Todos os pontos ficaram localizados dentro da faixa de erro de  $\pm 20\%$ . Os dados posicionados acima da condição limite de resistência à fadiga prevista pelo método (linha contínua),  $SU=0\%$ , correspondem a estimativas incorretas. De qualquer forma, tais estimativas foram conservadoras tendo em vista que as mesmas indicam que os espécimes falhariam sendo que de fato os mesmos atingiram vida infinita.

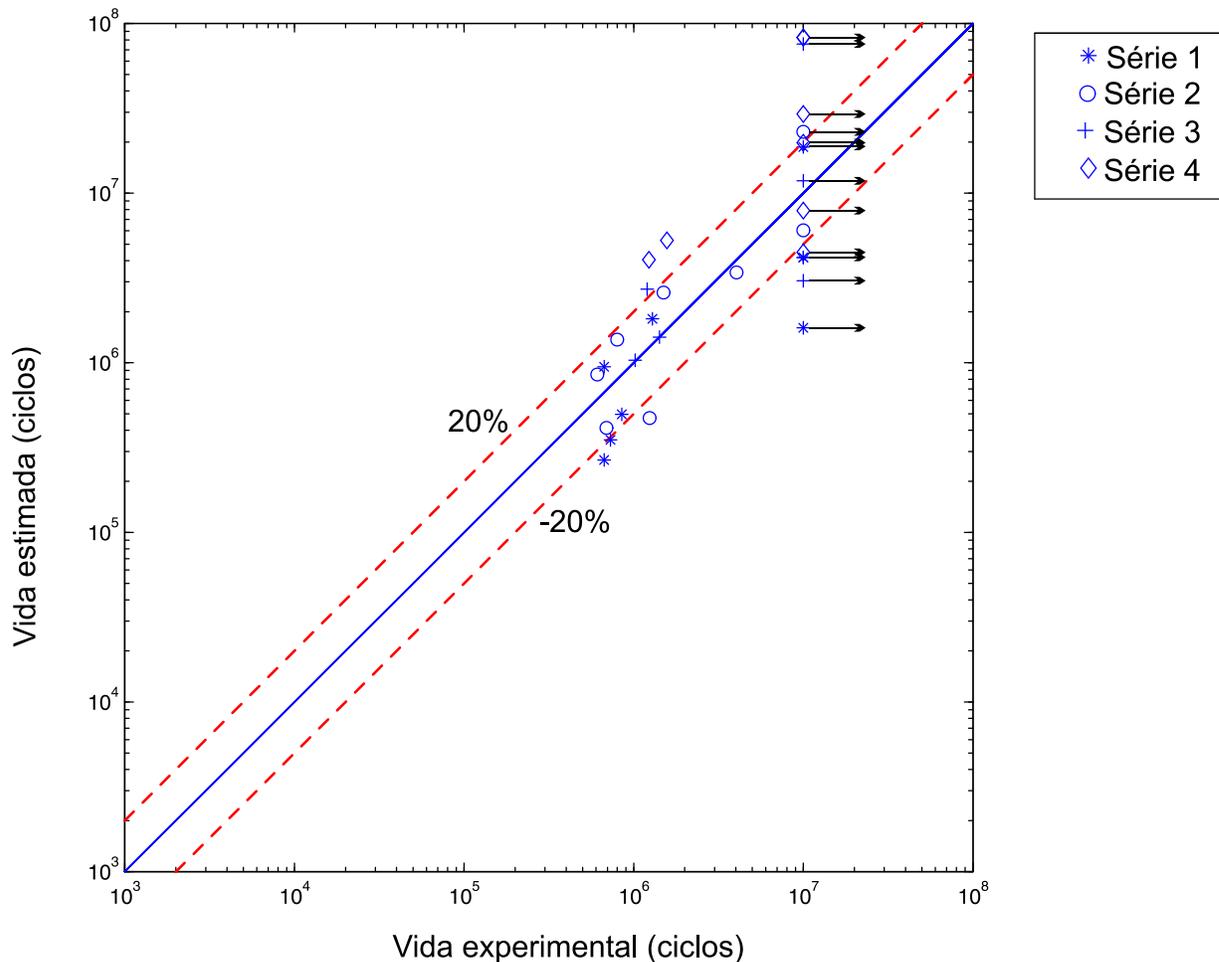


Figura 6.3: Acurácia da metodologia de estimativa de vida em fadiga multiaxial em condições de *fretting* para as quatro séries experimentais de Nowell (1988).

As Figs. 6.5 a 6.8 ilustram a estimativa de resistência à fadiga baseada no MCWM aliado à metodologia de distância crítica para as quatro séries experimentais de Nowell (1988). Pode-se verificar que a metodologia apresenta um nível aceitável de acurácia na estimativa de resistência à fadiga dos dados experimentais. Dos 29 testes das quatro séries experimentais com o Al 4%Cu apenas seis estimativas, relativas aos testes que foram interrompidos em  $10^7$  ciclos, mostraram-se não-conformes, de acordo com a

teoria do MCWM. No entanto, tais estimativas incorretas são conservativas, ou seja, elas indicam que os espécimes falhariam quando de fato os mesmos atingiram vida infinita. Além disso, observa-se que tais estimativas estão localizadas dentro da faixa de erro de  $\pm 20\%$ .

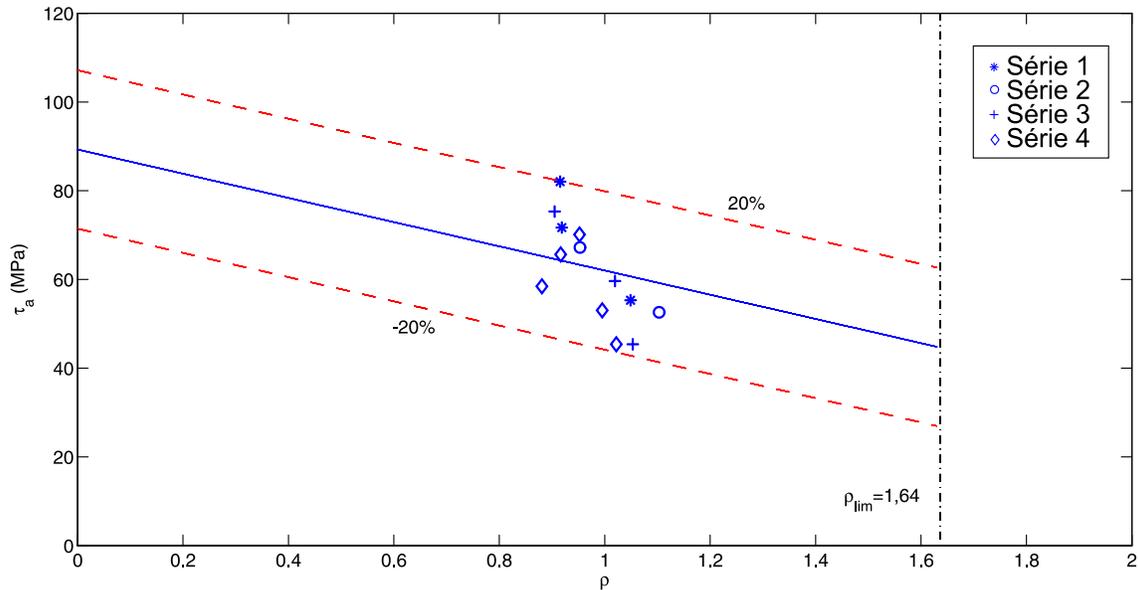


Figura 6.4: Estimativa de resistência à fadiga por *fretting* para os testes das quatro séries que foram interrompidos em  $10^7$  ciclos.

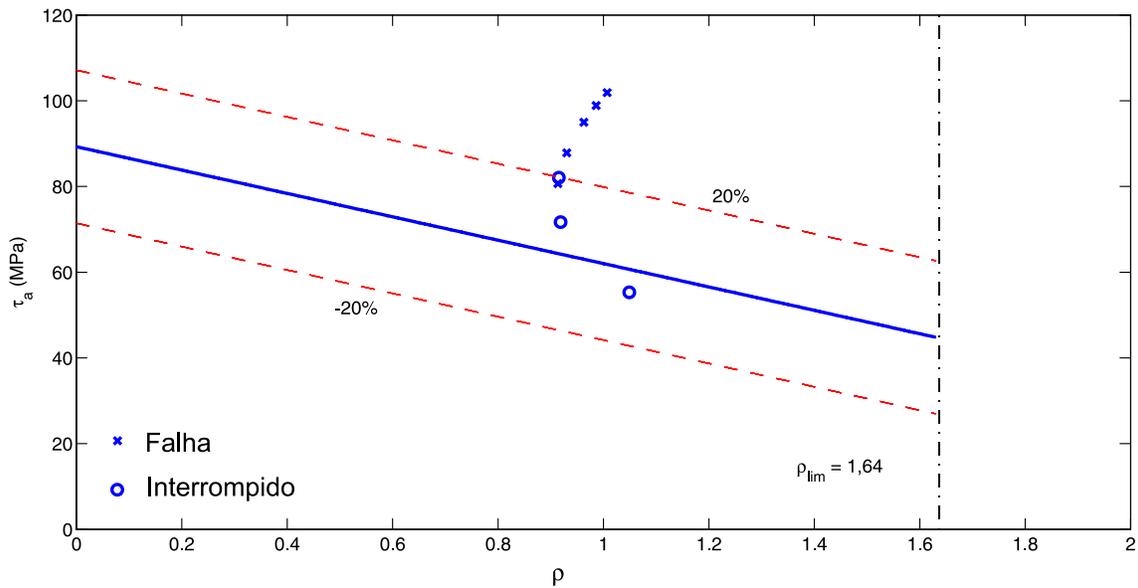


Figura 6.5: Estimativa da resistência à fadiga por *fretting* para os testes experimentais da Série 1 de Nowell (1988).

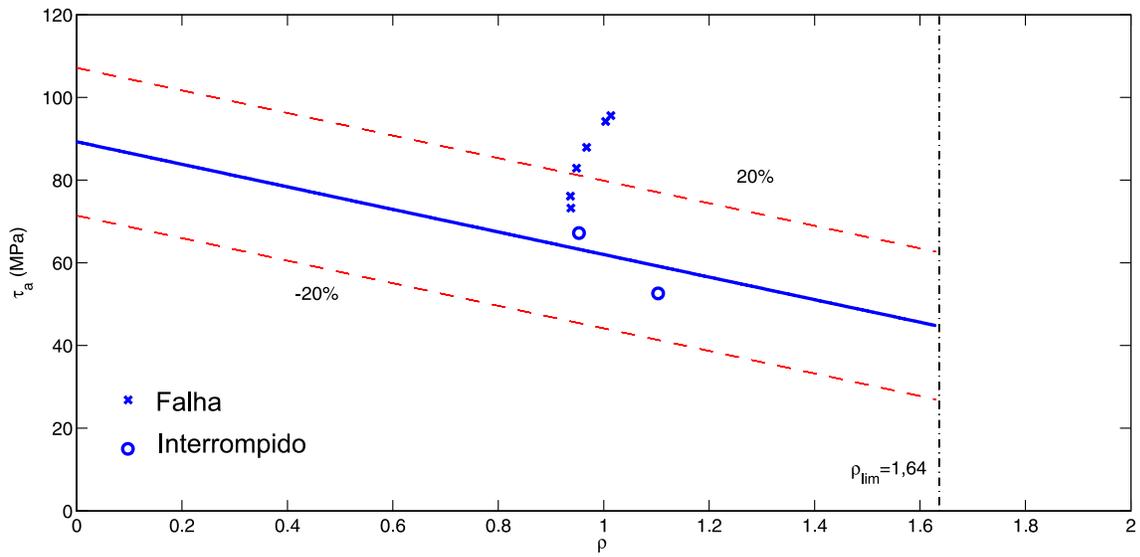


Figura 6.6: Estimativa da resistência à fadiga por *fretting* para os testes experimentais da Série 2 de Nowell (1988).

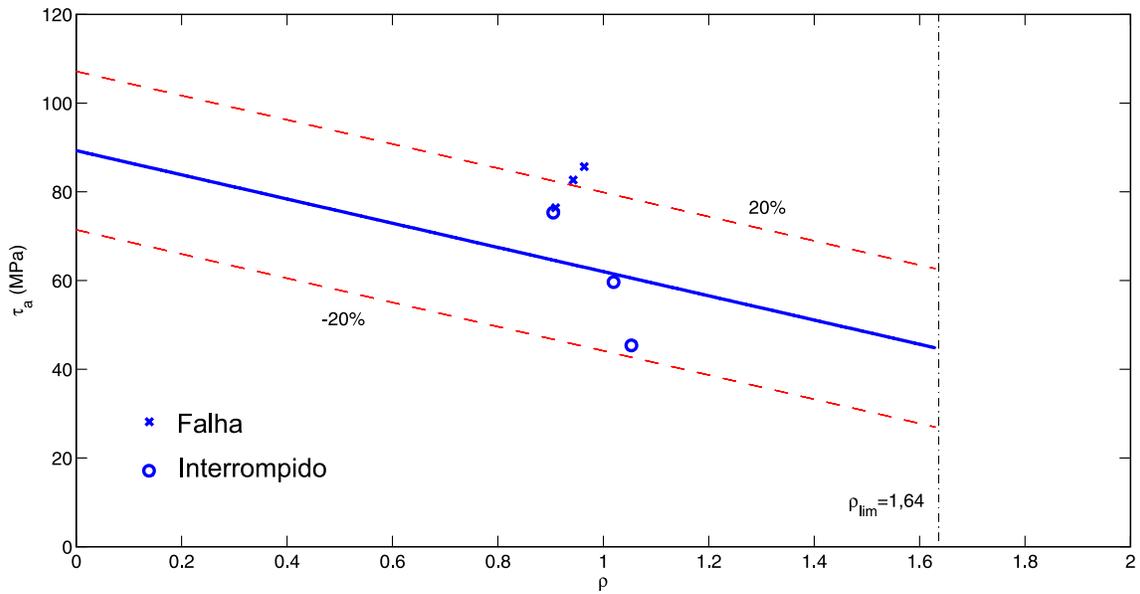


Figura 6.7: Estimativa da resistência à fadiga por *fretting* para os testes experimentais da Série 3 de Nowell (1988).

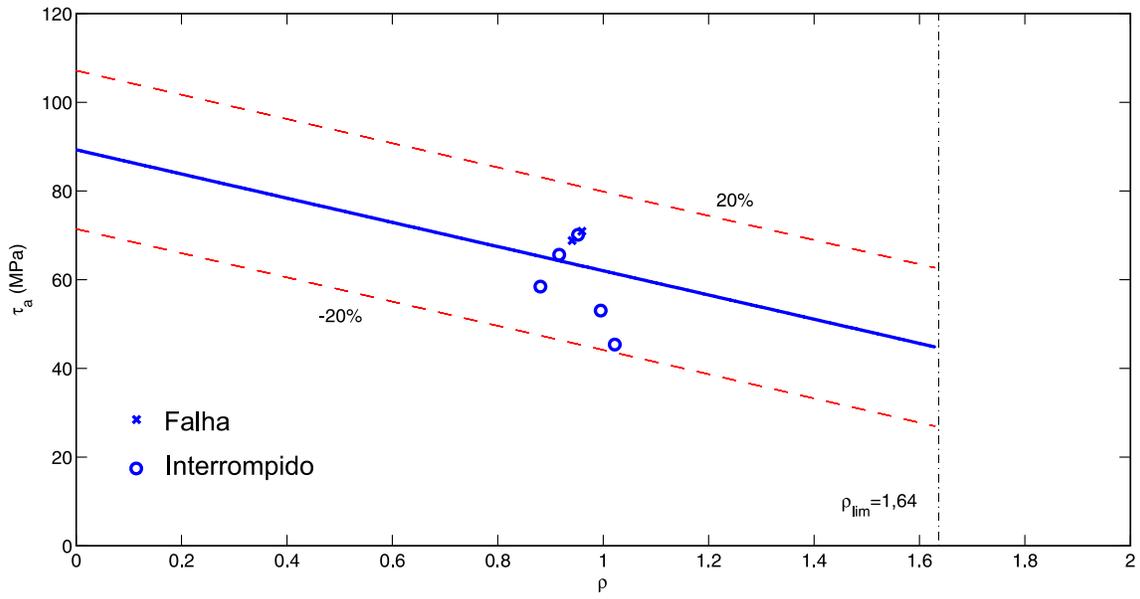


Figura 6.8: Estimativa da resistência à fadiga por *fretting* para os testes experimentais da Série 4 de Nowell (1988).

## 7. DISCUSSÕES E CONCLUSÕES

Nesse trabalho propôs-se uma metodologia para a estimativa de vida utilizando o MCWM em conjunto com a TDC, formulada em termos do Método do Ponto, em fadiga multiaxial sob condições de *fretting*. Pelo que foi exposto, o que se verificou é que a metodologia é fortemente dependente da relação  $L_M$  versus  $N_f$ . Portanto, o nível da acurácia da análise depende fortemente da disponibilidade e da qualidade dos dados experimentais disponíveis para esta relação. Nesse caso, conforme relatado por Susmel e Taylor (2008) a calibração da relação  $L_M$  versus  $N_f$  através do levantamento de duas curvas de fadiga, utilizando um espécime convencional e um espécime contendo concentrador de tensão, mostra-se como a condição mais apropriada para conduzir as estimativas de vida em fadiga em regime de médio ciclo usando a TDC, apesar de ser possível à obtenção da relação através da resistência estática e no limite de fadiga. Conforme mencionado no Cap. 5, a principal vantagem da estratégia utilizando as duas curvas de calibração é a consistência dos resultados experimentais, do ponto de vista estatístico, permitindo calcular as constantes  $A$  e  $B$  da relação  $L_M$  versus  $N_f$  de uma forma mais coerente. No entanto, de um ponto de vista prático de engenharia, o emprego da estratégia baseada nas propriedades de resistência estática e no limite de fadiga pode ser aplicada e permite um uso mais amplo da teoria proposta.

Pode-se verificar pelos resultados apresentados nesse trabalho, e observando os relatos da literatura (Lazzarin e Susmel, 2003; Susmel e Taylor, 2007; Susmel e Taylor, 2008; Susmel, 2009), que a boa acurácia da metodologia de estimativa de vida utilizando espécimes apresentando diferentes formas de concentradores de tensão sustenta a ideia de que a relação  $L_M$  versus  $N_f$  parece de fato ser uma propriedade do material, a qual depende, entretanto, da razão de carregamento. Mais ainda, a metodologia proposta é eficiente na contabilização de gradientes de tensão não apenas para corpos entalhados (Susmel e Taylor, 2007; Susmel e Taylor, 2008; Susmel, 2009), mas também para corpos submetidos à *fretting*, o que evidencia uma independência do método com relação a complexidade do campo de tensão.

É importante salientar que o escorregamento parcial foi desprezado nos cálculos desse trabalho introduzindo erros nos resultados. No entanto, em fadiga multiaxial sob condições de *fretting* o nível de escorregamento relativo entre as superfícies em contato é baixo (usualmente inferior a  $100\mu\text{m}$ ) e, portanto, o dano superficial é pequeno e concentrado nas zonas de escorregamento. Assim, acreditamos que a não inclusão de um parâmetro na modelagem que reflita de alguma forma o nível de dano superficial provocará erros de menor ordem.

Outro fator que introduz erros na análise é a sensibilidade dos dados de resistência à fadiga em regime de fadiga de alto ciclo. Ou seja, em regime de fadiga de alto ciclo para uma pequena variação na amplitude de tensão prescrita a vida em fadiga pode variar dentro de uma faixa de número de ciclos bastante ampla, indicando uma alta sensibilidade do comportamento experimental em relação aos parâmetros de carregamento, fato este que diminui muito em regime de médio (ou baixo) ciclo onde os níveis de tensão impostos passam a ser mais elevados. Tal sensibilidade impacta diretamente na calibração das curvas do método aumentando a imprecisão do mesmo.

Pode-se concluir que em regime de fadiga de médio número de ciclos (e.g.  $10^5 \leq N_f \leq 10^7$  ciclos) a metodologia funciona com boa acurácia. No entanto, para os dados que foram interrompidos em  $10^7$  ciclos (condição de parada dos ensaios experimentais para atingir vida infinita), é necessário que mais investigações sejam realizadas. Conforme visto no Cap. 6, tópico 6.2, em virtude das imprecisões dos ensaios experimentais interrompidos em  $10^7$  ciclos é mais conveniente aplicar a metodologia para estimar não a vida em fadiga, mas sim a resistência à fadiga multiaxial.

## 8. PROPOSTAS DE TRABALHOS FUTUROS

Como passos subsequentes de pesquisa pode-se indicar a necessidade de que novas investigações sejam feitas utilizando o MCWM em conjunto com a TDC para estimar a vida em situações de fadiga multiaxial sob condições de *fretting*. Em especial, com o intuito de verificar a acurácia e a confiabilidade da metodologia em situações de fadiga por *fretting* na presença de tensões médias diferentes de zero, como é o caso de carregamentos flutuantes e repetidos.

Além disso, com o objetivo de melhorar os resultados de estimativa de vida obtidos a partir da aplicação da metodologia, é importante que novos esforços experimentais sejam realizados para obter e/ou melhorar a qualidade de calibração das curvas que possibilitam o cálculo das constantes  $A$  e  $B$  da relação  $L_M$  versus  $N_f$ , e também das curvas-mestre do Método das Curvas de Wöhler Modificadas.

É importante também que outros tipos de problemas envolvendo concentradores de tensão, tais como entalhes de diversas geometrias, sejam analisados sob uma perspectiva de que analogias sejam feitas de modo a esclarecer o papel do dano superficial nos problemas de fadiga sob condições de *fretting*.

Outra possibilidade de continuidade desse trabalho é adotar outras formulações da TDC, tais como: o Método da Linha e o Método da Área, com o objetivo de verificar qual das mesmas oferece melhor acurácia e eficiência nos dados estimados em relação aos dados experimentais. Também é interessante adotar outros modelos de falha, como por exemplo o modelo de Smith, Watson e Topper (SWT), para realizar comparativos de eficiência no que diz respeito às estimativas processadas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS – ASTM E 206. "*Standard definitions of terms relating to fatigue testing and statistical analysis of data*", 1972.

AMONTONS, G. "De la Resistance cause dans les machines". Memoires de l'Academie Royale, A, p. 275-282, 1699.

ARAÚJO, J. A. "On the Initiation and Arrest of Fretting Fatigue Cracks". D. Phil. Thesis, University of Oxford, 2000.

ARAÚJO, J. A.; SUSMEL, L.; TAYLOR, D.; FERRO, J. C. T.; MAMIYA, E. N. "On the use of the Theory of Critical Distances and the Modified Wohler Curve Method to estimate fretting fatigue strength of cylindrical contacts". *International Journal of Fatigue* 29, p. 95-107, 2007.

ARAÚJO, J. A.; DANTAS, A. P.; CASTRO, F. C.; MAMIYA, E. N.; FERREIRA, J. L. A. "On the characterization of the critical plane with simple and fast alternative measure of the shear stress amplitude in multiaxial fatigue". *International Journal of Fatigue* 33, p. 1092-1100, 2010.

ASM HANDBOOK. "Fatigue and Fracture". ASM International – The Materials Information Society, seção 3, p. 227-249, 1996.

ASM HANDBOOK. "Fatigue and Fracture". ASM International – The Materials Information Society, vol. 12, p. 120, 1996.

ATZORI, B.; LAZZARIN, P.; TOVO, R. "Evaluation of the fatigue strength of a deep drawing steel". *Österreichische Ingenieur-und Architekten-Zeitschrift (ÖIAZ)* 137, 11/92, p. 556-561, 1992.

ATZORI, B.; MENEGHETTI, G.; SUSMEL, L. "Material fatigue properties for assessing mechanical components weakened by notches and defects". *Fatigue Fract Engng Mater Struct.* 28, p.83-97, DOI: 10.1111/j.1460-2695.2004.00862.x., 2004.

BIN LI, S. J. L.; FREITAS, M. "A unified numerical approach for multiaxial fatigue limit evaluation". *Fatigue Fract Engng Mater Struct.*, 24:165-177, 2000.

BOLOTIN, V. V. "Mechanics of Fatigue". CRC Press, Boca Raton, FL, 1999.

BRAMHALL, R. "Studies in the fretting fatigue". D. Phil. Thesis, University of Oxford, 1973.

BROWN, M. W.; MILLER, K. J. "Two decades of progress in the assessment of multiaxial low-cycle fatigue life". Inc: C. Amzallag, B. Leis & P. Rabbe, Editors, *Low-cycle fatigue and Life prediction*, ASTM STP 770, ASTM, p. 482-499, Philadelphia, PA., 1982.

CATTANEO, C. "Sul Contatto di due corpi elastici: distribuzione locale degli sforzi". *Rendiconti dell'Accademia Nazionale dei Lincei*, 27, Serv. 6, 342, 434, 474, 1938.

CULTURA AERONÁUTICA. "Estrutura danificada do boeing 747 da Aloha Airline". Disponível em: <http://culturaaeronautica.blogspot.com.br/2011/10/quanto-tempo-dura-um-aviao-comercial.html>. Acesso: 22/05/2012.

DANTAS, A. P. "Proposta alternativa para amplitude da tensão cisalhante e uso de algoritmos genéticos para determinação do plano crítico em fadiga multiaxial". Tese (Doutorado em Ciências Mecânicas) – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia, p. 10, 2009.

DOLAN, T. J. "Preclude Failure: A Philosophy for Material Selection and Simulated Service Testing". *SESA J. Exp. Mech.*, jan., 1970.

EWING, J. A.; HUMPHREY, J. C. "Fracture of metals under repeated alterations of stress". Philosophical Trans. of the Royal Soc. of London, vol. 210, series A, p. 241-253, 1903.

FINDLEY, W. N.; COLEMAN, J. J.; HANDLEY, B. C. "Proc. Conf. on the Fatigue of Metals". The Institution of Mechanical Engineers, p. 150, Nova Yorque, 1956.

FINDLEY, W. N. "A theory for the effect of mean stress on the fatigue under combined torsion and axial load or bending". Transactions of the ASME 81, Ser. B, p. 301-306, 1959.

FUCHS, H. O.; STEPHENS, R. I. "Metal fatigue in engineering". John Wiley and Sons. Nova Iorque. 1980.

GONÇALVES, C.; ARAÚJO, J. A.; MAMIYA, E. "Multiaxial fatigue: a stress based criterion for hard metals". International Journal of Fatigue, 27:177-187, 2005.

GRUBISIC, V.; SIMBURGUER, A. "Fatigue under combined out-of-phase multiaxial stress". Int. Conf. Fatigue Testing and Design, Society of Environmental Engineers, 27.1-27.8. Londres. 1976.

HATTORI, T.; KIEN, V. T.; YAMASHITA, M. "Fretting Fatigue Life estimations Based on the fretting mechanisms". Oxford: Elsevier Science, DOI: 10.1016/j.triboint.2010.10.020, 2010.

HATTORI, T., WAHAB, M. A. B. A., ISHIDA, T.; YAMASHITA, M. "Fretting Fatigue Life estimations Based on the Critical Distance Stress Theory". Oxford: Elsevier Science, p. 3134-3139, 2011.

HERTZ, H. "Über die Berührung fester elastischer Körper". Jnl Reine und angewandte Mathematik, 92, p. 156-171, 1882.

HILLS, D. A.; NOWELL, D.; SACKFIELD, A. "Mechanics of Elastic Contacts". Butterworth-Heinemann, Oxford, 1993.

JOHNSON, K. L. "Surface interaction between elastically loaded bodies under tangencial forces". Proceedings of the Royal Society of London, v. 230 A, n. 1183, p. 531-548, 1955.

JOHNSON, K. L. "Contact Mechanics". Cambridge University Press, 1985.

KAUFMAN, R. P.; TOPPER, T. "The influence of static mean stresses applied normal to the maximum shear planes in multiaxial fatigue". In: Biaxial and Multiaxial Fatigue and Fracture, edited by A. Carpinteri, M. de Freitas and A. Spagnoli. Elsevier and ESIS, p. 123-143, DOI: 10.1016/S1566-1369(03)80008-0, 2003.

LAY, S. R. "Convex sets and their applications", John Wiley, New York, 1982.

LAZZARIN, P.; TOVO, R.; MENEGHETTI, G. "Fatigue crack initiation and propagation phases near notches in metals with low notch sensitivity". International Journal of Fatigue 19, p. 647-657, DOI: 10.1016/S0142-1123(97)00091-1, 1997.

LAZZARIN, P.; SUSMEL, L. "A stress-based method to predict lifetime under multiaxial fatigue loadings". Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 26, p. 1171-1187. DOI: 10.1046/j.1460-2695.2003.00723.x.,2003.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. "Mecanique des Materiaux Solides, Dunod, Paris, 1985.

LEMAITRE, J.; CHABOCHE, J. L. "Mechanics of Solid Materials", Cambridge University Press, Cambridge, 1990.

LITTLE, R.E. "A simplified method for determining fatigue stress using Mohr's circle". Machine Design 37, p. 143-148, 1965.

LITTLE, R.E. "Fatigue stress from complex loadings". Machine Design 38, p. 145-149, 1966.

LITTLE, R.E.; LITTLE, R. W. "Analysis of two-dimensional cyclic stresses". In: Proc. 9<sup>th</sup> Midwestern Mechanics Conference, vol. 3, John Wiley, New York, p. 307-312, 1965.

MAMIYA, E.; ARAÚJO, J. "Fatigue limit under multiaxial loadings: on the definition of the equivalent shear stress". Mechanics Research Communications, 29:141:151, 2002.

MAMIYA, E.; ARAÚJO, J.; CASTRO, F. C. "Prismatic hull: A new measure of shear stress amplitude in multiaxial high cycle fatigue". International Journal Fatigue, vol. 31, p. 1144-1153, 2009.

MATAKE, T. "An explanation on fatigue limit under combined stress". Bulletin of the JSME 20 (141), p. 257-263, 1977.

MCDIARMID, D. L. "Fatigue under out-of-phase bending and torsion". Fatigue Eng. Mater Struct 9 (6): 457-75, 1987.

MCDIARMID, D. L. "A general criterion for high cycle multiaxial fatigue failure". Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 14, p. 429-453. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1991.tb00673.x., 1991.

MCDIARMID, D. L. "A shear stress based critical plane criterion of multiaxial fatigue failure for design and life prediction". Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 17, p. 1475-1484. DOI: 10.1111/j.1460-2695.1994.tb00789.x., 1994.

MCDOWELL, J. R. "Fretting corrosion tendencies of several combinations of materials". Int. Symposium on Fretting Corrosion, Philadelphia, ASTM STP 144, p. 24-29, 1953.

MILLER, K. J. "The short crack problem". Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 5, p. 223-232, DOI: 10.1111/j. 1460-2695.1982.tb01250.x., 1982.

MILLER, K. J. "The two thresholds of fatigue behaviour". Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures 16, p. 931-939, DOI: 10.1111/j. 1460-2695.1993, 1993.

MINDLIN, R. D. "Compliance of elastic bodies in contact". *Jnl. App. Mech.*, 16, p. 259-268, 1949.

MUSKHELISHVILI, N. I. "Some basic problems of Mathematical theory of elasticity", Noordhoff, Groningen, 36, p. 99-107, 1953.

NOWELL, D. "An Analysis of fretting fatigue". D. Phil. Thesis, University of Oxford, 1988.

NOWELL, D.; HILLS, D.A. "Mechanics of Fretting Fatigue, Solid Mechanics and its Applications". Kluwer Academic Publishers, 1994.

NOWELL, D.; DAÍ, D. N. "Analysis of surface tractions in complex fretting fatigue cycles using quadratic programming". *ASME Journal of Tribology*, 120, p. 744-749, 1998.

PAPADOPOULOS, I. V. "Critical Plane Approaches in High-Cycle Fatigue: On the definition of the amplitude and the mean value of the shear". *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures*, 21:269-285, 1998.

ROSSINO, L. S. "Estudo do comportamento em fadiga por fretting da liga Al 7050-T7451". Tese (Doutorado – Programa de Pós-Graduação Interunidades em Ciência e Engenharia dos Materiais. Área de Concentração: Desenvolvimento, Caracterização e Aplicação dos Materiais) – Escola de Engenharia de São Carlos, Instituto de Física de São Carlos, Instituto de Química de São Carlos da Universidade de São Paulo, 2008.

SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. "Mechanical Engineering Design". McGraw-Hill, 7<sup>th</sup> edition, 2005.

SOCIE, D. F.; MARQUIS, G. B. "Multiaxial fatigue". Society of Automotive Engineers, Warrendale, PA, 2000.

SUSMEL, L. "Validazione di un criterio di resistenza a fatica multiassiale fondato sull'individuazione di un piano di verifica". In: Proceedings of IGF National Conference, Bari, Italy, p. 167-174, 2000a.

SUSMEL, L. "The Theory of Critical Distances: a review of its application in fatigue". Engineering Fracture Mechanis 75, p. 1706-1724. DOI: 10.1016/j.engfracmech.2006.12.004, 2008.

SUSMEL, L. "Fatigue Design\_Summary", 6 f. Notas de aula. Arquivo em pdf, 2012.

SUSMEL, L.; LAZZARIN, P. "A bi-parametric Wohler curve for high cycle multiaxial fatigue assessment". Fatigue Fracture of Engineering Materials and Structures, v. 25, n. 1, p. 63-78, 2002.

SUSMEL, L.; TAYLOR, D. "Fatigue design in the presence of stress concentrations". International Journal of Strain Analysis for Engineering Components 38 (5), p. 443-452, DOI: 10.1243/03093240360713496, 2003.

SUSMEL, L.; ATZORI, B.; MENEGHETTI, G. "Material fatigue properties for assessing mechanical components weakened by notches and defects". Fatigue Fracture of Engineering Materials and Structures 28, p. 1-15, 2005

SUSMEL, L.; TAYLOR, D. "A novel formulation of the theorie of critical distances to estimate lifetime of notched components in the medium-cycle fatigue regime". Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures 30, p. 567-581, 2007.

SUSMEL, L.; TAYLOR, D. "The Modified Wohler Curve Method applied along with the Theory of Critical Distances to estimate finite life of notched components subjected to complex multiaxial loading path". Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures, p. 1047-1063, 2008.

SUSMEL, L. "Multiaxial notch fatigue". Woodhead Publishing Limited, 1<sup>st</sup> edition, p. 102, 2009.

TANAKA, K. "Engineering formulae for fatigue strength reduction due to crack-like notches". International Journal of Fracture 22, R39-R45. DOI: 10.1007/BF00942722, 1983.

TAYLOR, D. "Geometrical effects in fatigue: a unifying theoretical model". *International Journal of Fatigue* 21, p. 413-420, DOI: 10.1016/S0142-1123(99)00007-9, 1999.

TAYLOR, D. "The theory of Critical Distances". Oxford: Elsevier Science, p. 1696-1704, 2007.

TAYLOR, D.; WANG, G. "The validation of some methods of notch fatigue analysis". *Fatigue and Fracture of Engineering Materials and Structures* 23, p. 387-394, DOI: 10.1046/j.1460-2695.2000.00302.x., 2000.

TOMLINSON, G. A. "The rusting of steel surfaces in contact". *Proceedings of the Royal Society*, v. 115, p. 472-483, 1927.

WARLON-DAVIS, F. J. "Fretting corrosion and fatigue strength". *Proceedings of the Institute of Mechanical Engineers*, v. 146, p. 32, 1941.

WATERHOUSE, R. B. "Fretting fatigue". United Kingdom, Applied Science Publishers, 1981.

ZOUAIN, N.; MAMIYA, E. & CASTRO, F. C. "Using enclosing ellipsoids in multiaxial fatigue strength criteria". *European Journal of Mechanics A/Solids*, 25:51-71, 2006.

## **ANEXO I**

**ROTINA IMPLEMENTADA NO SOFTWARE MATLAB 7 UTILIZADA  
PARA CALCULAR O CAMPO DE TENSÃO GERADO EM FRETTING, O  
CRITÉRIO DE FADIGA MULTIAXIAL E ESTIMAR A VIDA EM FADIGA**

```

clear all
clc
% close all
format short

disp('*****')
disp('* Programa para estimativa de vida em fadiga sob condições de*****')
disp('*          fretting em liga de alumínio Al 4%Cu (HE15-TF)          *')
disp('* Michel Sullivan Teixeira Pires - Universidade de Brasília - UnB *')
disp('*          Última versão: 20/06/2012          *')
disp('*****')

%%%%%%%%%%Condições experimentais:
%%%%%%%%%%Carregamentos:

Po =157; % Pressão de pico (MPa)
Sigma_B_m =0; % Tensão remota média (MPa)
Sigma_B_a =92.7; % Tensão remota alternada (MPa)

%%%%%%%%%%Geometria e propriedades Materiais do corpo de prova:

R_sapata =150; % Raio da sapata (mm)
ni =0.33; % Coeficiente de Poisson
E =74000; % Módulo de elasticidade (MPa)
L =13; % Largura do CP (mm)
f =0.75; % Fator de atrito
Sy =465; % Limite de escoamento (MPa)-dado extraído da tese do Alex -
pag.58

%%%%%%%%%%Limites de resistência à fadiga, considerando N=1.10^7
ciclos:

f_1=248/2; % Carregamento flexão pura -(R=-1)
f_0=172/2; % Carregamento repetido - (R=0)
tau_1=89.28; %Limite de fadiga torcional para R=-1 - T_1/f_1=0.72;
DKth=4.5; % Limiar de propagação de trinca para R=-1 (valor adotado no
paper "A comparative analysis between multiaxial stress and delta K-
based short arrest model in fretting fatigue") (MPa*m^1/2)
DK1c=34; %
sigma_uts=500; % (MPa)Dado extraído da tese do Alex - pag. 58

%%%%%%%%%%Constantes calculadas:

A=4*(1-ni^2)/E;
K=1/R_sapata;
a=A*Po/K; % Metade do tamanho do contato
b_a=(L/2)/a; % Largura do contato

%%%%%%%%%%Carregamentos calculados:

```

```

P_L=(Po*pi*a)/2; % Razão da pressão de contato pela largura do CP
(N/mm)
P=(P_L*L)/1000; % Pressão de contato (KN)
Qmax_fP=0.6;

%%%%%%%%%%Parâmetros materiais para o modelo do envelope prismático no
plano crítico:

kappa=0.5*(f_1-f_0);
lambda=f_1-(f_0/2);

%%%%%%%%%%Cálculo das cargas adimensionais:

sBm_po=Sigma_B_m/Po;
sBa_po=Sigma_B_a/Po;
Sy_norm=Sy/Po;
f_1_norm=f_1/Po;
f_0_norm=f_0/Po;

% % % % % Valor da vida experimental a ser utilizada para calcular a
distância crítica:
Nfexp=0.67e6;

%%%%%%%%%%Limitações físicas para os ensaios experimentais:

P_cil=45E3; % Capacidade máxima do cilindro pneumático (N)
Psi=6.89655; % Conversão de Psi para Pascal (KPa)
P_at=8*Psi; % Capacidade máxima do atuador hidráulico (MPa)
A_cil=0.99; % Área efetiva do cilindro pneumático (in)
P_atuador=P_at*A_cil*(25.4)^2; % Capacidade máxima do atuador
hidráulico (N)

    if P>P_cil|P>P_atuador
        disp ('Obs 1. A carga P excede os limites do cilindro e do
atuador!!!')
        disp ('Diminua o valor de Po')
    else
        disp ('Obs 1. Carga P dentro dos limites do cilindro e do
atuador!!!')
    end

% % % % % Cálculo da distribuição da vida em função da distância
crítica

[Lmest] = distribuicao(DKth,DKlc,sigma_uts,f_1,Nfexp);

% % Coordenadas do ponto em análise - adimensionalizadas em relação a
semi-largura do contato a

```

```

x = -1;
y = Lmest/a;

% % cálculo da história de tensão
for t=0:1:12 % doze intervalos de tempo

[tensor,CondEscorreg]=variacao_no_tempo(x,y,f,ni,Qmax_fP,sBm_po,sBa_po,
t);
    sxx(t+1)=tensor(1,1);
    syy(t+1)=tensor(2,2);
    szz(t+1)=tensor(3,3);
    sxy(t+1)=tensor(1,2);
    sxz(t+1)=tensor(1,3);
    syz(t+1)=tensor(2,3);

    tempo(t + 1) = t;
    if CondEscorreg==1
        break
    end
end
tensor=[sxx; syy; szz; sxy; sxz; syz];

% %%%Teoria de Tresca:

[razao,sigma_eq]=tresca(x,y,f,ni,Qmax_fP,sBm_po,sBa_po,Sy_norm);

% % % % % Plano Crítico

[ Tau_a_Po Ta Ta_c Ta_c_n] = plano_critico(sxx,syy,szz,sxy,sxz,syz);

Ta_c_n(3)=Ta_c_n(3)*Po;
Tau_a=Ta_c_n(3);
Ta_c_n(4)=Ta_c_n(4)*Po;
Sigma_nmax=Ta_c_n(4);
rho=Sigma_nmax/Tau_a;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% figure (1)
% figure
rholim = lambda/(2*kappa); % Equação obtida do paper
if rho>rholim
    disp('Valor do rho maior do que o valor do rho limite!')
    rho=rholim;
end
% x1 = 0:0.01:rholim;
% y1 = -kappa*x1 + lambda;
% y2= -kappa*x1+1.2*lambda;

```

```

% y3= -kappa*x1+0.8*lambda;
% plot(x1,y1)
% Title('Gráfico do rho x amplitude da tensão cisalhante')
% xlabel('rho')
% ylabel('Amplitude da tensão cisalhante (MPa)')
% text(1.6,110,'Região de quebra')
% text(0.5,50,'Região de não-quebra')
% hold on
% plot(rho,Tau_a,'o')
% plot(x1,y2,'r--')
% plot(x1,y3,'r--')
%
% % % % % Comparativo de vida
[Nest,Tau_a_rho,Erro]=comparativo(rho,f_0,f_1,Tau_a,rholim,Nfexp)

%
%%%%%%%%%%%%%Visualização dos parâmetros de entrada e resultados de
cálculos:
visualizacao

% % % % % Gráfico do gradiente da tensão cisalhante
% gradiente(f,ni,Qmax_fP,sBm_po,sBa_po,Sy_norm,Po,a);

```

```

function [tensor, CondEscorreg]=variacao_no_tempo(x,y,f,ni,Qmax_fP,sigma_
bulk_m,sigma_bulk_a,tempo)

K=12; %Periodo
CondEscorreg=0;

%condicoes de contorno para a funcao tensao2
if x==0
    x=realpow(10,-13);
end
if y==0
    y=realpow(10,-13);
end

Q_fP = Qmax_fP*sin(2*pi*tempo/K);

sigma_bulk = sigma_bulk_a*sin(2*pi*tempo/K);

%Julga o tempo e aplica o "Lsituation" correto
if tempo==K/4

    Lsituation=1;

elseif tempo>K/4 & tempo<3*K/4

    Lsituation=2;

elseif ((tempo>=0 & tempo<K/4) | (tempo>3*K/4&tempo<=K))

    Lsituation=3;

elseif tempo==3*K/4

    Lsituation=4;

end

if Lsituation==2|Lsituation==4
    s=1;
else
    s=-1;
end

DQ_fP = abs( Qmax_fP - s*Q_fP );
Dsigma_bulk = abs( sigma_bulk_a - s*sigma_bulk );

```

```
coa=sqrt(1-abs(Qmax_fP));
eoa=abs(sigma_bulk_a)/(4*f);
```

```
%%%%%%%% alerta de escorregamento reverso %%%%%%%%%
if coa+eoa>=1
    disp('Escorregamento reverso Acontendo!!!')
    disp('Diminua o valor de Sigma_B_max ou aumente Qmax/fP!!!')
    disp(['c/a+e/a = ',num2str(coa+eoa)])
    CondEscorreg=1;
end
```

```
%%%%%%%% alerta de escorregamento total %%%%%%%%%
if Qmax_fP>=1
    disp('Escorregamento total Acontendo!!!')
    disp('Diminua o valor de Qmax_fP!!!')
    disp(['Qmax_fP = ',num2str(Qmax_fP)])
    CondEscorreg=1;
end
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
```

```
if Lsituation==2 | Lsituation==3
    cloa=sqrt( 1 - ( DQ_fP)/2 );
    eloa=abs( Dsigma_bulk )/(8*f);
    [a,b,c,Sxxql,Syyql,Txyql]=tensao2((x-eloa)/cloa,y/cloa,f);
end
```

```
[SxxP,SyyP,TxyP,SxxQ,SyyQ,TxyQ]=tensao2(x,y,f);
[a,b,c,Sxxq,Syyq,Txyq]=tensao2((x-eoa)/coa,y/coa,f);
```

%situation	loadsituation	sigma_P	sigma_Q	sigma_q	sigma_ql	sigma_bulk
% loading and Qmax	1	+	+	-	0	+
% Qmin	4	+	-	+	0	+
% unloading	2	+	-	-	+	+
% reloading	3	+	+	+	-	+

```
if Lsituation==1
Sxx = SxxP + f*SxxQ - f*coa*Sxxq + sigma_bulk + sigma_bulk_m;
Syy = SyyP + f*SyyQ - f*coa*Syyq;
Txy = TxyP + f*TxyQ - f*coa*Txyq;
elseif Lsituation==2
Sxx = SxxP - f*SxxQ - f*coa*Sxxq + 2*f*cloa*Sxxql + sigma_bulk +
sigma_bulk_m;
Syy = SyyP - f*SyyQ - f*coa*Syyq + 2*f*cloa*Syyql;
Txy = TxyP - f*TxyQ - f*coa*Txyq + 2*f*cloa*Txyql;
elseif Lsituation==3
Sxx = SxxP + f*SxxQ + f*coa*Sxxq - 2*f*cloa*Sxxql + sigma_bulk +
sigma_bulk_m;
Syy = SyyP + f*SyyQ + f*coa*Syyq - 2*f*cloa*Syyql;
```

```

Txy = TxyP + f*TxyQ + f*coa*Txyq - 2*f*cloa*Txyql;
elseif Lsituation==4
Sxx = SxxP - f*SxxQ + f*coa*Sxxq + sigma_bulk + sigma_bulk_m;
Syy = SyyP - f*SyyQ + f*coa*Syyq;
Txy = TxyP - f*TxyQ + f*coa*Txyq;
end
Szz = ni*(Sxx + Syy);
Txz = 0;
Tyz = 0;

tensor=[Sxx Txy Txz;
        Txy Syy Tyz ;
        Txz Tyz Szz];

```

```

function [ SxxP , SyyP , TxyP, SxxQ , SyyQ , TxyQ ] = tensao2 ( x , y
, f )

z=x+y*j;
w=x-y*j;

s=sign(x);

A=-1/2*(j)*(z-s*sqrt(z*z-1));
B=-1/2*(j)*(1-s*z/sqrt(z*z-1));
C=-1/2*(-j)*(z-s*sqrt(z*z-1));
D=-1/2*(-j)*(w-s*sqrt(w*w-1));

R=(w-z)*B-C+D;

SyyP=real(R);
TxyP=imag(R);
SxxP=2*(A+D)-SyyP;
SyyQ=TxyP;
TxyQ=SxxP;

A=-j*(j+f)*A;
B=-j*(j+f)*B;
C=j*(-j+f)*C;
D=j*(-j+f)*D;

R=(w-z)*B-C+D;

Syy=real(R);
%Txy=imag(R);
Sxx=2*(A+D)-Syy;
%Sxx=2*(A+D)-Syy;
SxxQ=(Sxx-SxxP)/f;

```

```

function[razao,sigma_eq]=tresca(x,y,f,ni,Qmax_fP,sBm_po,sBa_po,Sy_norm)

l=1;

    for t=0:1:12

[tensor,CondEscorreg]=variacao_no_tempo(x,y,f,ni,Qmax_fP,sBm_po,sBa_po,
t);

        sxx=tensor(1,1);
        sxy=tensor(1,2);
        syy=tensor(2,2);
        szz=tensor(3,3);

                if CondEscorreg==1
                    break
                end
        tresca (l)= abs(max(eig(tensor))- min(eig(tensor)));

        l = l+1;
    end

%%%%%%Critério de falha da Máxima Tensão Cisalhante - Tresca:

sigma_eq=max(tresca);
razao=sigma_eq/Sy_norm;
if sigma_eq<=Sy_norm
    disp ('Obs 2. O material NAO está escoando!')
else
    disp ('Obs 2. O material ESTA escoando!')
end

```

```

function [Lmest] = distribuicao(DKth,DK1c,sigma_uts,f_1,Nfexp)

% L=1e3*((1/(2*pi))*(DKth/(2*f_1))^2); %Valor da distância crítica no
limite de fadiga em milímetros
L=0.05;
Ls=1e3*((1/(2*pi))*(DK1c/sigma_uts)^2); %Valor da distância crítica na
resistência estática em milímetros

% % % % % Constantes de calibração da curva Lm
Ns=1;
N=1e7;
b=log10(Ls/L)/log10(Ns/N);
A=L/(N)^b;

Nf=[Ns,N];
Lm=A.*Nf.^b;

Lmest=A*Nfexp^b;

```

```

function [ Tau_a_Po      Ta      Ta_c      Ta_c_n      Sigma_n] = plano_critico
(sxx,syy,szz,sxy,sxz,syz);
p=36;
i=1;      % Theta
for theta=0:pi/p:pi/2
    j=1;      % Phi
    for phi=0:pi/p:pi/2
        n_x=sin(theta)*cos(phi);
        n_y=sin(theta)*sin(phi);
        n_z=cos(theta);

        r_x=-cos(theta)*cos(phi);
        r_y=-cos(theta)*sin(phi);
        r_z=sin(theta);

        l_x=-sin(phi);
        l_y=cos(phi);
        l_z=0;

T_l=l_x*n_x*sxx+l_y*n_y*syy+l_z*n_z*szz+(l_x*n_y+l_y*n_x)*sxy+(l_x*n_z+
l_z*n_x)*sxz+(l_y*n_z+l_z*n_y)*syz;

T_r=r_x*n_x*sxx+r_y*n_y*syy+r_z*n_z*szz+(r_x*n_y+r_y*n_x)*sxy+(r_x*n_z+
r_z*n_x)*sxz+(r_y*n_z+r_z*n_y)*syz;

        Sigma_n=max(sxx*n_x^2+2*sxy*n_x*n_y+syy*n_y^2+szz*n_z^2);
        Sigma_n1(i,j)=min(sxx*n_x^2+2*sxy*n_x*n_y+syy*n_y^2+szz*n_z^2);

        [ Tau_a_Po ] = maxenvelope( T_l , T_r );

        Ta(i,:)=[theta phi Tau_a_Po Sigma_n];

        i=i+1;

    end
%     plot(T_l,T_r);
end

i=1;
for k=1:length(Ta(:,1))
    if (max(Ta(:,3))-Ta(k,3))<0.001
        Ta_c(i,:)=Ta(k,:);
        i=i+1;
    end
end
i=1;

```

```

for k=1:length(Ta_c(:,1))
    if (max(Ta_c(:,4))-Ta_c(k,4))<0.001
        Ta_c_n(i,:)=Ta_c(k,:);
        i=i+1;
    end
end

Ta_c_n(:,1)=Ta_c_n(:,1)*180/pi;
Ta_c_n(:,2)=Ta_c_n(:,2)*180/pi;
function [ Tau_a_Po ] = maxPH( T_l , T_r )

p=36;
i=1;
for theta =0:pi/p:pi/2

    Tau = [ T_l ; T_r ];

    M_rot = [cos(theta) sin(theta);-sin(theta) cos(theta)];

    M = M_rot * Tau;

    T_1 = M(1,:);
    T_2 = M(2,:);

    a1=(max(T_1)-min(T_1))/2;
    a2=(max(T_2)-min(T_2))/2;

    Tau_a_Po(i)=sqrt(a1^2+a2^2);

    i=i+1;

end

Tau_a_Po=max(Tau_a_Po);

```

```

function[Nest,Tau_a_rho,Erro]=comparativo(rho,f_0,f_1,Tau_a,rholim,Nfex
p)

%%%%%%%%Curva de calibração S x N
%%%%%%%%Dados extraídos da dissertação do Alisson Ribeiro

N=[1e4 1e7];
S=1174.9.*N.^(-0.14); %Equação da curva de calibração para flexão pura
- R=-1
% S1=160.32.*N.^(-0.015); %Equação da curva de calibração para flexão
pura - R=0
S1=817.52.*N.^(-0.1375);% Equação da curva de calibração para torção
pura

% figure
% loglog(N,S)
% hold on
% loglog(N,S1,'r--')
% title('Curva de calibração S x N para R=0 e R=-1 ')
% xlabel('Vida em fadiga (N)')
% ylabel('Amplitude de tensão (MPa)')
% legend('Curva SxN calibrada para R=-1','Curva SxN calibrada para
R=0')

% % % % % Curvas de calibração Tau_a x N

Tau_a1=(1174.9.*N.^(-0.14))./2; %Equação da curva de calibração para
flexão pura - R=-1
% Tau_a2=(160.32.*N.^(-0.015))./2; %Equação da curva de calibração
para flexão pura - R=0
Tau_a2=817.52.*N.^(-0.1375); %Equação da curva de calibração para
torção pura
Tau_a_rho=Tau_a2+(Tau_a1-Tau_a2).*rho;
figure
loglog(N,Tau_a1)
hold on
loglog(N,Tau_a2,'r--')
loglog(N,Tau_a_rho,'k-.')
title('Curva de calibração Tau_a x N para Rho=1 e Rho=0 ')
xlabel('Vida em fadiga (N)')
ylabel('Amplitude da tensão cisalhante (MPa)')
legend('Curva Tau_a x N calibrada para Rho=1','Curva Tau_a x N
calibrada para Rho=0','Curva Tau_a de referência x N')

pontox=[1e3,1e7];
pontoy=[Tau_a,Tau_a];
loglog(pontox,pontoy,'c-')
hold off

```

```

k_tau_1=-0.14; %inclinação para flexão pura - R=-1
% k_tau_2=-0.015; %inclinação para flexão pura - R=0
k_tau_2=-0.1375; %inclinação para torção pura - R=-1
k_tau_rho=k_tau_2+(k_tau_1-k_tau_2)*rho;

% % % % Equação para o cálculo da vida estimada

% format short e

Nest=N(2)*((Tau_a2(2)+(Tau_a1(2)-Tau_a2(2)).*rho)/Tau_a)^(-
1/k_tau_rho);

% % % % Cálculo do erro
if Nfexp>Nest
    Erro=(Nfexp/Nest)-1;
else
    Erro=1-(Nest/Nfexp);
end

N1=[1e3 1e8];
N2=N1;
figure(2)
loglog(Nfexp,Nest,'bd')
hold on
loglog(N1,N2)
N3=2.*N1;
loglog(N1,N3,'r--')
N4=0.5.*N1;
loglog(N1,N4,'r--')
axis ([1e3,1e8,1e3,1e8])
axis square
title('Vida Experimental versus Vida Estimada')
xlabel('Vida Experimental')
ylabel('Vida Estimada')

```

## visualizacao.m

```
disp('_____')
disp('1 - Geometria e propriedades materiais do Alumínio Al 7050-
T7451:')
disp(['Módulo de elasticidade =', num2str(E), 'MPa'])
disp(['Raio da sapata =', num2str(R_sapata), 'mm'])
disp(['Largura do contato = ', num2str(L), 'mm'])
disp(['Fator de atrito =', num2str(f), ''])
disp(['Coeficiente de Poisson =', num2str(ni), ''])
disp(['Limite de escoamento =', num2str(Sy), 'MPa'])

disp('_____')
disp('2 - Parâmetros de carregamento utilizados:')
disp(['pressão de pico =', num2str(Po), 'MPa'])
disp(['Tensão estática remota =', num2str(Sigma_B_m), 'MPa'])
disp(['Tensão de fadiga = ', num2str(Sigma_B_a), 'MPa'])
disp(['Qmax_fP = ', num2str(Qmax_fP), ''])

disp('_____')
disp('3 - Constantes e carregamentos calculados:')
disp(['Tamanho do contato =', num2str(a), 'mm'])
disp(['Pressão de contato =', num2str(P), 'KN'])
disp(['Qmax/fP =', num2str(Qmax_fP), ''])

disp('_____')
disp('4 - Parâmetros de resistência:')
disp(['Limite de fadiga para R=-1 =', num2str(f_1), 'MPa'])
disp(['Limite de fadiga para R=0 =', num2str(f_0), 'MPa'])
disp(['DKth para R=-1 =', num2str(DKth), 'MPa.sqrt(m)'])
disp(['Tensão última de resistência à tensão
=', num2str(sigma_uts), 'MPa'])
disp(['Tenacidade à fratura =', num2str(DK1c), 'MPa.sqrt(m)'])

disp('_____')
disp('5 - Parâmetros materiais para o critério do plano crítico:')
disp(['Kappa =', num2str(kappa), 'MPa'])
disp(['Lambda =', num2str(lambda), 'MPa'])

disp('_____')
disp('6 - Valor da vida em fadiga obtida experimentalmente para obter
a distância crítica:')
disp(['Vida em fadiga experimental =', num2str(Nfexp), 'ciclos'])

disp('_____')
disp('7 - Valor da Distância Crítica para a vida experimental
obtida:')
disp(['Valor da Distância Crítica calculada =', num2str(Lmest), 'mm'])
```

```

disp('_____')
disp ('8 - Dados obtidos da verificação de escoamento pela Teoria de
tresca:')
disp(['Tensão equivalente =', num2str(sigma_eq), 'MPa'])
disp(['Razão de escoamento =', num2str(razao), ''])

disp('_____')
disp ('9 - Parâmetros do Plano Crítico:')
disp(['Máxima amplitude da tensão cisalhante no Plano Crítico
=', num2str(Tau_a), 'MPa'])
disp(['Máxima tensão normal ao Plano Crítico
=', num2str(Sigma_nmax), 'MPa'])
disp(['Razão das tensões no Plano Crítico (rho) =', num2str(rho), ''])

disp('_____')
format short e
disp ('10 - Valor da vida estimada:')
disp(['A vida estimada é =', num2str(Nest), 'ciclos'])
disp(['O valor do erro é =', num2str(Erro*100), '%'])

```