

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA

PREDIÇÃO NUMÉRICA DO RUÍDO TONAL PARA O  
ADVANCED NOISE CONTROL FAN

ANA LUISA PEREIRA MALDONADO

ORIENTADOR: ROBERTO F. BOBENRIETH MISERDA

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM  
CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.DM-169-A/2012

BRASILIA/DF: FEVEREIRO - 2012.

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECANICA

PREDIÇÃO NUMÉRICA DO RUÍDO TONAL PARA O  
ADVANCED NOISE CONTROL FAN

ANA LUISA PEREIRA MALDONADO

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO  
DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS  
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE  
EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADA POR:

---

Prof. Roberto F. Bobenrieth Miserda, Ph.D (ENM-UnB)  
(Orientador)

---

Prof. Francisco Ricardo da Cunha, Ph.D (ENM-UnB)  
(Membro Interno)

---

Daniel L. Sutliff, Ph.D (NASA Glenn Research Center)  
(Membro Externo)

BRASÍLIA/DF, 1 DE FEVEREIRO DE 2012.

## **FICHA CATALOGRAFICA**

MALDONADO, ANA LUISA PEREIRA

Predição Numérica do Ruído Tonal para o Advanced Noise Control Fan [Distrito Federal] 2012.

xvii, 124p., 297 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2012)

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Aeroacústica Computacional      2. Turbomáquinas

I. ENM/FT/UnB                              II. Título (série)

## **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

MALDONADO, A.L.P. (2012). Predição Numérica do Ruído Tonal para o Advanced Noise Control Fan. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, Publicação ENM.DM-169-A/2012, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 124p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

NOME DO AUTOR: Ana Luisa Pereira Maldonado.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Predição Numérica do Ruído Tonal para o Advanced Noise Control Fan.

GRAU / ANO: Mestre / 2012

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Ana Luisa Pereira Maldonado  
SQS 104 H 201  
70.343-080 Brasília - DF - Brasil.

## AGRADECIMENTOS

Primeiramente, gostaria de agradecer ao meu orientador, Roberto F. Bobenrieth Miserda, pela dedicação dispensada às orientações, pelo apoio, pela amizade e por acreditar (fazendo-me acreditar também) que os objetivos desta pesquisa seriam atingidos.

Agradeço também ao Dr. Daniel L. Sutliff, do *Aero-Acoustic Propulsion Laboratory*, pertencente ao *NASA Glenn Research Center*, por fornecer a geometria do *Advanced Noise Control Fan*, bem como os resultados experimentais relacionados à essa bancada experimental. Sem todos esses dados por ele fornecidos, os objetivos dessa pesquisa não se concretizariam. Além disso, serei eternamente grata por sua presença na banca de defesa na Universidade de Brasília. Sinto-me muito honrada em tê-lo como meu examinador externo.

Meus sinceros agradecimentos ao Professor Francisco Ricardo da Cunha, pelo seu tempo e pelas valiosas sugestões, principalmente ao que se refere à parte analítica deste trabalho.

Serei eternamente grata aos meus pais Jésus and Leni Maldonado, pelo amor incondicional, por terem fé em mim, por me apoiarem nos momentos difíceis e por dividirem comigo a alegria da conclusão desta etapa. Agradeço também à minha irmã Larissa Maldonado por toda a sua amizade.

Meus agradecimentos a todos os membros do Laboratório de Aeroacústica Computacional. Por fim, agradeço à Embraer, por me dar a oportunidade de trabalhar em um tema de estudo tão fascinante no contexto do Projeto Aeronave Silenciosa e pelo apoio prestado, em conjunto com a Fapesp e a Capes, às quais também registro minha gratidão.

•

*“ ‘Would you tell me, please, which way I ought to go from here?’ said Alice  
‘That depends a good deal on where you want to get to,’ said the cat ‘I don’t  
much care where-’ said Alice ‘-Then it doesn’t matter which way to go,’ said  
the cat ‘-As long as I get somewhere, ’ Alice added as an explanation. ‘Oh,  
you’re sure do that’ said the cat, ‘if you only walk enough’*

*Alice in Wonderland, Lewis Carroll*

## RESUMO

### METODOLOGIA NUMÉRICA PARA PREDIÇÃO DO RUÍDO DE FANS APLICADA AO ADVANCED NOISE CONTROL FAN

**Autora:** Ana Luisa Pereira Maldonado

**Orientador:** Roberto F. Bobenrieth Miserda

**Programa de Pós-graduação em Ciências Mecânicas**

**Brasília, 1 de Fevereiro de 2012**

O presente trabalho tem três objetivos principais. O primeiro é entender a natureza modal da geração e da propagação tonal do som em fans através de uma visão integrada entre as teorias de geração e propagação modal em fans existentes. O segundo é simular o problema da interação entre a cascata de estator e a rajada proposto no *Fourth CAA Workshop on Benchmark Problems* e validar os resultados numéricos obtidos utilizando o código VAT (*Virtual Aeroacoustic Tunnel*), baseado no método da fronteira imersa de alta ordem proposto pelo Laboratório de Aeroacústica Computacional da Universidade de Brasília (*Computational Aeroacoustics Laboratory - CAALab*). Os resultados obtidos neste *benchmark* bidimensional para as flutuações de pressão e de velocidade axial, bem como os níveis de pressão sonora totais, são apresentados para o primeiro, o segundo e o terceiro harmônicos da frequência de passagem das pás. O terceiro objetivo deste trabalho é desenvolver e validar uma metodologia numérica capaz de prever a geração e a propagação em fans reais. Esta metodologia numérica é implementada na ferramenta de simulação PowerFLOW, baseada no método de Lattice-Boltzmann, e os resultados numéricos são validados através da comparação com resultados experimentais de alta qualidade disponibilizados para o Advanced Noise Control Fan (ANCF) pelo departamento de Aeroacústica do *NASA Glenn Research Center*. Os resultados numéricos e experimentais mostram o mesmo modo rotativo dominante, ambos em concordância com as teorias de geração e propagação modal em fans. Além disso, os espectros de SPL dos resultados numéricos são comparados com os resultados experimentais para 7 sondas de campo distante, sendo três delas localizadas no arco à montante e 4 delas no arco à jusante do ANCF. Uma vez que os resultados numéricos e experimentais são comparados para 7 sondas diferentes para o primeiro e o segundo harmônicos da frequência de passagem das pás, um total de 14 pontos de comparação são gerados e para quase 2/3 destes pontos a magnitude do erro é inferior a 3dB. Esses números mostram uma excelente concordância entre os resultados numéricos e experimentais, validando a metodologia numérica proposta neste trabalho para a predição do ruído tonal em fans.

# ABSTRACT

## NUMERICAL PREDICTION OF TONAL NOISE FOR THE ADVANCED NOISE CONTROL FAN

**Author:** Ana Luisa Pereira Maldonado

**Advisor:** Roberto F. Bobenrieth Miserda

**Postgraduate Program in Mechanical Sciences**

**Brasilia, DF, February 1, 2012**

This work has three main objectives. The first one is to understand the modal nature of tonal sound generation and propagation in fans, by presenting an integrated review of fan mode generation and propagation theory. The second one is to simulate the cascade-gust interaction problem proposed in the Fourth CAA Workshop on Benchmark Problems and to validate the numerical results obtained using the Virtual Aeroacoustic Tunnel (VAT) code, based on a high-order immersed boundary method proposed by the Computational Aeroacoustics Laboratory (CAALab) of the University of Brasilia. The results obtained in this two-dimensional benchmark for the pressure and axial-velocity fluctuations, as well as the overall sound pressure levels, are presented for the first, second and third harmonics of the blade-passing frequency. The third objective of this work is to develop and validate a numerical methodology that is able to predict the noise generation and propagation in actual fans. This numerical methodology is implemented in the simulation tool PowerFLOW, based on the Lattice-Boltzmann method and the numerical results obtained are validated by comparison with the high-quality experimental results made available for the Advanced Noise Control Fan (ANCF) by the Aeroacoustics Branch of NASA Glenn Research Center. The numerical and experimental results show the same dominant spinning mode, both in accordance with the fan mode generation and propagation theory. Also, the SPL spectra of the numerical results are compared with the experimental measurements at 7 farfield probes: 3 located in the forward arc and 4 located in the aft arc of the ANCF. Since the experimental and numerical data are compared at 7 different locations for the first and second harmonics of the blade-passing frequency, a total of 14 comparison points are generated and for almost 2/3 of these points the error magnitude is less than 3 dB. These comparisons show a very good agreement between the numerical and experimental results, validating the numerical methodology proposed in this work for the for tonal noise prediction in fans.

# ÍNDICE

Capítulo	Página
<b>1 INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 Posicionamento do Trabalho . . . . .	1
1.2 Objetivos . . . . .	3
1.3 Organização . . . . .	4
<b>2 A GERAÇÃO DE RUÍDO E OS MODOS ACÚSTICOS</b>	<b>6</b>
2.1 Definições . . . . .	8
2.1.1 Modos Acústicos . . . . .	8
2.1.2 Modos acústicos <i>cut-on</i> e <i>cut-off</i> . . . . .	9
2.1.3 Comprimento de onda . . . . .	9
2.1.4 Número de Onda . . . . .	9
2.1.5 Frequência de corte ( <i>cut-off</i> ) . . . . .	10
2.1.6 Razão de corte ( <i>cut-off</i> ) . . . . .	10
2.1.7 Velocidade de Fase . . . . .	11
2.1.8 Razão <i>Hub-to-tip</i> . . . . .	11
2.2 Fontes de Ruído Tonal . . . . .	11
2.2.1 Fontes de Ruído Tonal Relacionadas ao Rotor Apenas . . . . .	11
2.2.2 Interação Rotor-Estator . . . . .	13
2.3 Fontes de Ruído Banda Larga . . . . .	18
<b>3 TEORIA DE PROPAGAÇÃO DO SOM EM DUTOS</b>	<b>19</b>
3.1 Duto Retangular Sem Escoamento . . . . .	20
3.1.1 Resposta em Pressão e em Velocidade . . . . .	20
3.1.2 Propagação e Modos . . . . .	31
3.2 Dutos Cilíndricos Sem Escoamento . . . . .	34
3.2.1 Respostas em Pressão e em Velocidade . . . . .	34
3.3 Dutos Cilíndricos com Escoamento . . . . .	46

<b>4</b>	<b>O ADVANCED NOISE CONTROL FAN</b>	<b>54</b>
4.1	Descrição Mecânica do ANCF . . . . .	56
4.1.1	Suporte do Rotor . . . . .	56
4.1.2	Motor do Sistema de Acionamento do Rig e Controle . . . . .	58
4.1.3	Caminho percorrido pelo escoamento ao longo do duto ( <i>Duct Flow Path</i> ) . . . . .	59
4.1.4	Sistema de Acionamento do Insuflador e Controles . . . . .	61
4.1.5	Pás de Rotor . . . . .	61
4.1.6	Pás de Estator e Cubo . . . . .	64
4.2	Aquisição de Dados . . . . .	65
4.2.1	Medições Acústicas . . . . .	65
4.2.2	Medições no Escoamento . . . . .	69
4.2.3	Pressões dinâmicas . . . . .	69
4.2.4	Medições de pressão estática . . . . .	70
4.3	Geometria do ANCF . . . . .	72
<b>5</b>	<b>RESULTADOS</b>	<b>75</b>
5.1	<i>Benchmark</i> da Interação entre a Rajada e a Cascata de Estator . . . . .	75
5.1.1	Definição do Problema . . . . .	76
5.1.2	Malha Computacional . . . . .	77
5.1.3	Solução para o campo médio . . . . .	78
5.1.4	Soluções para o Campo Linearizado . . . . .	80
5.2	Predição do Ruído Tonal e de Banda Larga para o ANCF . . . . .	87
5.2.1	Geometria do ANCF e Malhas Superficiais . . . . .	87
5.2.2	Definição dos Parâmetros de Simulação . . . . .	91
5.2.3	Modos Acústicos dentro do duto do ANCF . . . . .	99
5.2.4	Espectro de SPL do Campo Distante para o ANCF . . . . .	109
<b>6</b>	<b>CONCLUSÕES</b>	<b>118</b>
	<b>BIBLIOGRAPHY</b>	<b>121</b>

## ÍNDICE DAS TABELAS

Tabela	Página
4.1	Objetivos do programa <i>Advanced Subsonic Technology</i> em relação à tecnologia de 1992 e metas para cada categoria. Categoria, objetivo e mínimo. 54
4.2	Posição dos microfones de campo distante ([Sutliff, 2006]). . . . . 66
5.1	Modos acústicos dominantes produzidos em resposta à cada frequência e número de onda correspondente . . . . . 80
5.2	Modos azimutais calculados com base na regra de Tyler-Sofrin para a primeira, segunda e terceira BPF e inteiros variando de $-6$ a $6$ , velocidade de fase azimutal do modo e razão entre as velocidades de rotação do modo e do eixo . . . . . 100
5.3	Modos azimutais calculados com base na regra de Tyler-Sofrin rule para a terceira BPF e inteiros variando de $-6$ a $6$ , velocidade de fase do modo azimutal e razão entre as velocidades do modo e do eixo. . . . . 101
5.4	Resultados experimentais do ANCF para 13 pás de estator, posicionadas a uma corda de distância do rotor e para uma velocidade de rotação de eixo de 1800 rpm na entrada do duto para a primeira e a segunda BPF. O modo dominante na entrada para a primeira BPF é o modo $m = +3$ (PWL=109.5 dB) e os modos dominantes na segunda BPF são $m = +6$ (PWL=101.0 dB) e $m = -7$ (PWL=90.4 dB). Esses modos são frutos do campo de interação entre o rotor e o estator. . . . . 102
5.5	Resultados experimentais do ANCF para 13 pás de estator, posicionadas a uma corda de distância do rotor e para uma velocidade de rotação de eixo de 1800 rpm na entrada do duto para a terceira BPF. O modo dominante na entrada para a terceira BPF é o modo $m = +9$ (PWL=96.0 dB). . . . . 103

5.6	Resultados experimentais do ANCF para 13 pás de estator, distantes uma corda das pás de estator na saída para a primeira e a segunda BPF. O modo dominante na saída para a primeira BPF é o modo $m = +1$ (PWL=86.3 dB) e para a segunda BPF é o modo $m = +6$ (PWL=106.3 dB). Estes modos estão relacionados à interação rotor-estator. . . . .	106
5.7	Resultados experimentais do ANCF para 13 pás de estator, distantes uma corda das pás de estator na saída para a terceira BPF. O modo dominante é $m = -4$ (PWL=89.2 dB), também relativo ao campo de interação entre o rotor e o estator. . . . .	107
5.8	Ordens modais azimutal e radial, razão entre o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel $J_m$ e ordem azimutal $m$ , velocidade de fase azimutal adimensional do modo, velocidade de fase azimutal adimensional de cut-off e harmônico correspondente. Se a velocidade de fase azimutal adimensional do modo for menor que a velocidade de fase azimutal adimensional de cut-off, o modo não se propaga. À medida que a ordem modal $m$ aumenta, a razão entre o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel $J_m$ e a ordem $m$ se aproxima de um. . . . .	109
5.9	Ordens modais azimutal e radial, razão entre o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel $J_m$ e ordem azimutal $m$ , velocidade de fase azimutal adimensional do modo, velocidade de fase azimutal adimensional de cut-off e harmônico correspondente. Se a velocidade de fase azimutal adimensional do modo for menor que a velocidade de fase azimutal adimensional de cut-off, o modo não se propaga. À medida que a ordem modal $m$ aumenta, a razão entre o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel $J_m$ e a ordem $m$ se aproxima de um. . . . .	110
5.10	Comparação dos níveis de pressão sonora entre os dados experimentais e os resultados numéricos para o ruído tonal do ANCF no primeiro (BPF1) e no segundo harmônico (BPF2) da frequência de passagem das pás. . . . .	116

## ÍNDICE DAS FIGURAS

Figura	Página
2.1 Tons, múltiplos tons (buzz-saw) and e ruído banda larga no espectro de SPL de um fan típico [Ashtley, 2006]. . . . .	7
2.2 Harmônicos de um fan da primeira à quinta BPF e o ruído banda larga entre eles. Fonte: DLR.[Michel and Siller, 2010] . . . . .	7
2.3 Representação gráfica dos modos circunferenciais e radiais e propagação da onda de pressão no interior do duto cilíndrico. [Sutliff, 2005]. . . . .	8
2.4 Visualização da resposta modal de uma cascata bidimensional à uma rajada periódica. [Huff, 2006]. . . . .	14
3.1 Sistema de coordenadas retangulares utilizado . . . . .	20
3.2 Sistema de coordenadas cilíndricas utilizado . . . . .	34
4.1 Advanced Noise Control Fan.(NASA 2001-125) . . . . .	55
4.2 Aero-Acoustic Propulsion Laboratory,[McAllister and Sutliff, 2009]. . . . .	56
4.3 Suporte do rotor e do duto com a entrada simples (NASA 1994-01361L)	57
4.4 Vista frontal do fan (NASA 2001-00757L) . . . . .	57
4.5 Sistema de acionamento do ANCF em detalhe ([Sutliff, 2006]) . . . . .	58
4.6 Esquema da vista superior do rig do ANCF, evidenciando o sistema de acionamento e a estrutura do suporte. ([Heildeberg et al, 1996]). . . . .	59
4.7 Dispositivo de controle da entrada de ar ( <i>inlet control device (ICD)</i> ) . . . . .	60
4.8 Pá do rotor em detalhe. . . . .	62
4.9 Vista frontal do rotor do ANCF . . . . .	63
4.10 Vista isométrica do rotor do ANCF . . . . .	63
4.11 Vista frontal do estator do ANCF com 14 pás . . . . .	64
4.12 Vista isométrica do estator do ANCF . . . . .	65
4.13 Curva de resposta dos microfones de campo distante ([Sutliff, 2006]). . . . .	66
4.14 Pá de estator instrumentada . . . . .	70
4.15 Interface gráfica do usuário do ESCORT. . . . .	71
4.16 Nacele do <i>Active Noise Control Fan</i> . . . . .	73

4.17	Vista isométrica da montagem do <i>Advanced Noise Control Fan</i> . . . . .	73
4.18	Vista frontal da montagem do <i>Advanced Noise Control Fan</i> . . . . .	74
4.19	Vista superior da montagem do <i>Advanced Noise Control Fan</i> . . . . .	74
5.1	Geometria da cascata de estator. . . . .	76
5.2	Refinamento da malha no bordo de ataque da pá, evidenciando a malha cartesiana e os pontos da malha de superfície. . . . .	77
5.3	Refinamento da malha no bordo de fuga da pá, evidenciando a malha cartesiana e os pontos da malha de superfície. . . . .	77
5.4	Solução do campo de escoamento não estacionário calculado através das equações de Euler não lineares. A variável de visualização é $\beta_T =  \nabla T ^{1/20}$ . . . . .	78
5.5	Campo médio do coeficiente de pressão na região regular da malha obtido com o VAT. . . . .	78
5.6	Campo médio do número de Mach na região regular da malha obtido através do código VAT. . . . .	78
5.7	Valores do coeficiente de pressão não estacionário na esteira de vorticidade . . . . .	79
5.8	Valor médio do coeficiente de pressão na esteira de vorticidade . . . . .	79
5.9	Resposta linearizada das 54 pás de estator à rajada para a frequência $\omega$ igual a $3\pi/4$ (esquerda), $6\pi/4$ (centro), e $9\pi/4$ (direita) obtidas com o código VAT . . . . .	81
5.10	Resposta linearizada à rajada para a frequência primária obtida com o código VAT em detalhe. O lado esquerdo corresponde à perturbação do campo de pressão e o lado direito corresponde à perturbação do campo de velocidade axial. . . . .	82
5.11	Resposta linearizada à rajada para o dobro da frequência primária obtida com o código VAT em detalhe. O lado esquerdo corresponde à perturbação do campo de pressão e o lado direito corresponde à perturbação do campo de velocidade axial. . . . .	82
5.12	Resposta linearizada à rajada para o triplo da frequência primária obtida com o código VAT em detalhe. O lado esquerdo corresponde à perturbação do campo de pressão e o lado direito corresponde à perturbação do campo de velocidade axial. . . . .	83
5.13	Detalhe do campo de SPL devido à rajada para a frequência primária obtida com o código VAT. . . . .	84
5.14	Detalhe de seis pás do campo de SPL devido à rajada para a frequência primária obtida com o código VAT. . . . .	84
5.15	Detalhe do campo de SPL devido à rajada para o dobro da frequência primária obtida com o código VAT. . . . .	85

5.16	Detalhe de seis pás do campo de SPL devido à rajada para ao dobro da frequência primária obtida com o código VAT. . . . .	85
5.17	Detalhe do campo de SPL devido à rajada para o triplo da frequência primária obtida com o código VAT. . . . .	86
5.18	Detalhe de seis pás do campo de SPL devido à rajada para o triplo da frequência primária obtida com o código VAT. . . . .	86
5.19	Visualização das geometrias do rotor e do hub. . . . .	87
5.20	Visualização das geometrias do estator, do rotor e do hub. . . . .	88
5.21	Visualização das geometrias da nacelle, do estator, do rotor e do hub . . . . .	88
5.22	Visualização da malha superficial do hub na parte da frente. . . . .	89
5.23	Visualização da malha superficial do hub na parte traseira. . . . .	89
5.24	Visualização da superfície do rotor e do cubo na raiz da pá. . . . .	89
5.25	Visualização da malha superficial do rotor na ponta da pá. . . . .	90
5.26	Visualização da malha superficial da pá do estator na ponta e na raiz. . . . .	90
5.27	Visualização das malhas superficiais do rotor e do estator na ponta das pás do rotor e do estator e na superfície interna da nacelle. . . . .	90
5.28	Parâmetros Globais . . . . .	91
5.29	Aba do PowerFLOW onde foram inseridas as condições de contorno de escorregamento. . . . .	92
5.30	Visualização do Eixo Rotativo . . . . .	92
5.31	Visualização do contorno do volume rotativo (forma cilíndrica em verde claro). . . . .	93
5.32	Criação do volume rotativo . . . . .	93
5.33	Visualização do <i>rotating frame</i> (seta azul alinhada com o eixo rotativo). . . . .	94
5.34	Visualização do contorno da região nível 10 (região cilíndrica em branco que envolve o volume rotativo) . . . . .	95
5.35	Visualização do contorno da região nível 09 (região cilíndrica em branco que envolve a região nível 10). . . . .	95
5.36	Visualização do contorno da região nível 08 (região cilíndrica em branco que envolve a região nível 09). . . . .	96
5.37	Visualização do contorno da região nível 07 contendo as 30 sondas do campo distante (pontos em vermelho) sobre sua superfície e regiões de medição de campo próximo na entrada e na saída (superfície em carmin) dentro da região nível 02 . . . . .	97
5.38	Visualização do contorno do volume de simulação (Simvol) . . . . .	97
5.39	Posição, $(x, y, z)$ , das sondas de campo distante em polegadas. . . . .	98

5.40	Visualização do modo $m = +3$ na entrada do Advanced Noise Control Fan como resultado da simulação numérica feita através do software PowerFLOW. O modo $m = +3$ é o modo azimutal associado ao maior nível de potência sonora . . . . .	104
5.41	Visualização do modo $m = +3$ em perspectiva dentro do duto, mostrando os locais onde os microfones estão posicionados. . . . .	104
5.42	Visualização do modo $m = +3$ na entrada do Advanced Noise Control Fan resultante da simulação numérica feita através do software PowerFLOW. . . . .	105
5.43	Visualização do modo $m = +3$ se propagando dentro do duto. Visualização de isopressão resultante da simulação numérica feita através do software PowerFLOW. . . . .	105
5.44	Posição das sondas 01, 08, 15, 16, 23, 27 e 30 e volumes de resolução variável. . . . .	111
5.45	Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 01. . . . .	112
5.46	Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 08. . . . .	113
5.47	Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 15. . . . .	113
5.48	Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 16. . . . .	114
5.49	Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 23. . . . .	115
5.50	Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 27. . . . .	115
5.51	Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 30. . . . .	116

# SÍMBOLOS, DEFINIÇÕES E ABREVIATURAS

## SÍMBOLOS LATINOS

$B$	Número de pás do rotor
$c$	Velocidade do som [m/s]
$f$	Frequência [Hz]
$h$	Índice do harmônico
$J_n$	Função de Bessel Modificada
$k_x$	Número de onda acústico na direção axial
$k_\theta$	Número de onda acústico na direção azimutal
$k_r$	Número de onda acústico na direção radial
$M$	Número de Mach
$m$	Ordem do modo azimutal (ou circunferencial)
$n$	Ordem do modo radial
$Pr$	Número de Prandtl
$R$	Raio do duto
$Re$	Número de Reynolds
$s$	Número Inteiro
$U$	Velocidade do escoamento médio
$U_p$	Velocidade de fase
$V$	Número de pás do estator
$Y_n$	Função de Neuman modificada

## SÍMBOLOS GREGOS

$\Omega$	Velocidade de rotação do eixo [Hz]
$\Omega_m$	Velocidade de rotação do modo [Hz]
$\omega$	Frequência angular [Hz]
$\lambda$	Comprimento de onda [m]
$\sigma_{mn}$	$N^{esimo}$ -zero da primeira derivada da função de Bessel $J_m$
$\theta$	Azimuthal angle [rad]

## ABREVIATURAS

2D	Bidimensional
2.5D	Tridimensional com condições de contorno periódicas
3D	Tridimensional
ANCF	<i>Advanced Noise Control Fan</i>
AST	<i>Advanced Subsonic Technology Program</i>
CAA	Aeroacústica Computacional
CAALab	Laboratório de Aeroacústica Computacional
CTA	Anemometria à temperatura constante
DST	<i>Diagnostics Source Test</i>
DNS	Simulação Numérica Direta
ESP	<i>Electronically scanned pressure</i>
GOI	Interface gráfica de operação
ICD	<i>inlet control device</i>
OGV	<i>Outlet Guide Vanes</i>
LES	<i>Large-Eddy Simulation</i>
PACS	<i>Probe Actuator and Control System</i>
PLC	Controlador Lógico Programável
TC	Tip Clearance
UnB	Universidade de Brasília
VAT	<i>Virtual Aeroacoustic Tunnel</i>

# Capítulo 1 INTRODUÇÃO

## 1.1 Posicionamento do Trabalho

A Aviação é, e sempre foi, vital para a economia global, exercendo um impacto significativo nas economias do mundo inteiro. O transporte aéreo é essencial quando se deseja entregar itens no mesmo dia, ou no mais tardar no dia seguinte, bem como para transportar itens urgentes ou sensíveis ao tempo, tais como correspondências e encomendas, jornais estrangeiros, órgãos para transplante, animais vivos e perecíveis. Além disso, de acordo com a [IATA, 2008], o montante total de bens transportados por via aérea representam 35 por cento de todo o comércio internacional. Somado a esse fato, de acordo com o mesmo relatório, a aviação é responsável por transportar anualmente 2.2 bilhões de passageiros e, para viagens a médias e longas distâncias, não há alternativa ao transporte aéreo.

A indústria da aviação também provê amplos benefícios sociais, uma vez que em regiões que circundam os principais aeroportos, um em cada quatro empregos existem graças ao transporte aéreo e aproximadamente 28 milhões de pessoas trabalham direta ou indiretamente para esta indústria. Além disso, a aviação não só é a única rede de transporte que alcança todo o globo, o que a torna essencial para os negócios globais e para o turismo, mas também desempenha um papel importante no que se refere ao crescimento econômico, principalmente em países em desenvolvimento.

A aviação é também extremamente eficiente. O transporte aéreo atinge as altas taxas de ocupação de 65 a 70 por cento, a qual é mais que o dobro do que àquelas relacionadas às indústrias de transporte rodoviário e ferroviário. Além disso, no cenário europeu, a infraestrutura necessária aos aeroportos necessita de apenas 1 por cento do total de terras para toda a rede de transporte, enquanto o transporte rodoviário utiliza 83 por cento e o setor ferroviário representa 4 por cento. No Brasil, intensamente dependente do transporte rodoviário, este contraste é ainda mais significativo. As empresas aéreas ainda cobrem seus custos de forma muito superior à outras indústrias de transporte. Estas cobrem totalmente seus custos de operação e infraestrutura, enquanto o setor ferroviário, ao contrário, necessita ser altamente subsidiado ( 50 bilhões por ano nos 15 países membros da União Européia). Aeronaves mais atuais atingem uma

eficiência de combustível de 3.5 litros por 100 passageiro-km, (67 passageiro-milha por galão americano). Embora este fato seja comparável à eficiência de combustível de pequenos carros, as aeronaves efetuam o transporte aéreo à velocidades seis vezes maiores.

Contudo, a aviação é responsável por uma contribuição significativa no aumento do ruído no mundo inteiro. O pouso, a decolagem e o taxreamento de aeronaves, a utilização de unidades de potência auxiliares (APU); a manutenção de aeronaves; e o ruído de operações aeroportuárias como testes de motores, o uso de unidades de potência terrestres e atividades de construção são alguns dos exemplos do impacto ambiental do ruído no meio ambiente. Uma pesquisa de incidência de ruído feita na Grã Bretanha pelo *Building Research Establishment* em 2001, por exemplo, evidenciou que 3.5 milhões de pessoas na Grã Bretanha declararam-se perturbadas por ruído aeronáutico.([LOG magazine]). Essa estatística é preocupante, uma vez que o governo do Reino Unido anunciou no ano de 2003 que o esperado naquele momento era que o número de passageiros nos aeroportos ingleses praticamente triplicasse até 2030

Neste contexto, é essencial que novas tecnologias sejam desenvolvidas de forma a reduzir o aumento do impacto do ruído nas próximas décadas. Fabricantes de aeronaves e motores, bem como centros de pesquisa e universidades têm trabalhado agressivamente para desenvolver tecnologias capazes de promover a diminuição do ruído aeronáutico. Sem o desenvolvimento de novas tecnologias, a crescente demanda somada ou aumento da população resultará em um crescente aumento do impacto da poluição sonora sobre a população. Além disso, o aumento das operações de baixo custo, principalmente em aeroportos secundários, resulta em um impacto também sobre outras comunidades. Em todo o mundo, vários programas de bilhões de dólares foram lançados com o intuito de reduzir o nível de ruído e, conseqüentemente, promover os negócios e atender as demandas de certificação.

No Brasil, um projeto intitulado *Aeronave Silenciosa: um estudo em aeroacústica* foi lançado. Patrocinado pela Empresa Brasileira de Aeronáutica, Embraer, em conjunto com a FAPESP, a Fundação de Amparo à Pesquisa de São Paulo, este projeto foi feito com um investimento total de 4.8 milhões de dólares e três anos de duração. Além da Universidade de Brasília (UnB), outras universidades e centros de pesquisa estão envolvidos neste projeto: a Escola de Engenharia de São Carlos, a Universidade de São Paulo, a Universidade Federal de Santa Catarina (UFSC), o Instituto Tecnológico de Aeronáutica (ITA), a Universidade Federal de Uberlândia (UFU), the Twente Univer-

sity, situada na Holanda, the Imperial College e the University of Southampton, ambas localizadas na Inglaterra, e a Agência Espacial Alemã (DLR).

Os principais objetivos de tal projeto são identificar e avaliar o ruído que as aeronaves da Embraer geram e a propagação resultante. O Laboratório de Aeroacústica Computacional (CAALab) da Universidade de Brasília é responsável pelos estudos de ruído de fan e essa tese de mestrado foi produzida no contexto do *Projeto Aeronave Silenciosa* com o propósito de desenvolver metodologias numéricas para avaliar o ruído tonal e banda larga de fans. Embora os turbofans utilizados pela Embraer sejam fornecidos por diversos fabricantes de motores, a nacelle é produzida pela Embraer e, neste contexto, é muito importante ter acesso a metodologias numéricas capazes de prever o ruído de fans com acurácia, uma vez que este componente é uma das fontes dominantes de ruído em motores de turbofans de high-bypass e ultra-high-bypass.

## 1.2 Objetivos

Este trabalho possui três objetivos:

1. Entender a natureza modal da geração e da propagação do ruído tonal em fans, apresentando uma visão integrada das teorias de geração e propagação de modos em fans existentes
2. Simular o problema da interação entre a cascata de estator e a rajada proposto no *Fourth CAA Workshop on Benchmark Problems* e validar os resultados numéricos obtidos utilizando o código VAT (*Virtual Aeroacoustic Tunnel*), baseado no método da fronteira imersa de alta ordem proposto pelo Laboratório de Aeroacústica Computacional da Universidade de Brasília (*Computational Aeroacoustics Laboratory - CAALab*) através da comparação da estrutura dos modos acústicos calculados com o modelo de Tyler-Sofrin.
3. Desenvolver e validar uma metodologia numérica capaz de prever a geração do ruído tonal em fans e a sua propagação em fans reais. Esta metodologia numérica é implementada na ferramenta de simulação PowerFLOW, baseada no método de Lattice-Boltzmann. Os resultados numéricos são validados através da comparação com resultados experimentais de alta qualidade disponibilizados para o Advanced Noise Control Fan (ANCF) pela divisão de Aeroacústica do *NASA Glenn Research Center*.

### 1.3 Organização

Esta tese é composta por cinco capítulos. No primeiro deles, o posicionamento do trabalho, os objetivos desta tese, bem como a organização da mesma são apresentados. O segundo capítulo tem o propósito de apresentar as fontes de geração do ruído tonal e de banda larga. Inicialmente, algumas definições importantes são apresentadas. Em seguida, as fontes de ruído tonal devido ao rotor e à interação entre o rotor e o estator são descritas. Por fim, fontes de ruído banda larga são brevemente discutidas.

Afim de entender como as fontes de ruído descritas no capítulo dois são transmitidas através de dutos, o terceiro capítulo apresenta a teoria de propagação em dutos de forma integrada com a teoria de geração de ruído apresentada no capítulo anterior. Dado um campo de pressão característico no plano de referência normal ao eixo na forma de um padrão helicoidal, a distribuição de pressão através do duto pode ser analisada e a radiação resultante a partir do final do duto pode ser avaliada. Inicialmente, a propagação do modo em um duto retangular sem escoamento é apresentada com o objetivo de introduzir alguns conceitos preliminares. Posteriormente, a propagação em um duto cilíndrico com e sem escoamento é analisada baseando-se nos estudos de [Envia, 1996], [Michel and Siller, 2010] e [Ventres et al, 1982].

Uma vez que os resultados numéricos foram comparados com os resultados experimentais do *Advanced Noise Control Fan*, (ANCF) o quarto capítulo tem a intenção de descrever o ANCF. De acordo com [Heildeberg et al, 1996], o *Advanced Noise Control Fan* foi criado com o objetivo de verificar códigos computacionais de Aeroacústica para a predição de ruído de fan, de forma a permitir uma avaliação rápida do design de motores capazes de reduzir o ruído aeronáutico e reduzindo portanto a necessidade de fabricar uma grande quantidade de protótipos caros. Este autor enumera as seguintes categorias de códigos de CAA como candidatos a uma verificação utilizando o ANCF:

1. Aqueles utilizados para prever a geração de modos acústicos e sua distribuição na fonte.
2. Aqueles que preveem a propagação de modos acústicos através do duto, incluindo reflexão/ transmissão nas terminações do duto.
3. Aqueles capazes de prever o comportamento do modo durante a radiação para o campo distante.

A metodologia proposta tem a intenção de cobrir os itens 1, 2 and 3, e neste trabalho é implementado na ferramenta de simulação PowerFLOW, baseada no método de Lattice-Boltzmann. Os resultados numéricos e a validação são apresentados no capítulo cinco e as conclusões no capítulo seis.

## Capítulo 2 A GERAÇÃO DE RUÍDO E OS MODOS ACÚSTICOS

Uma das principais fonte de ruído de aeronaves é o ruído tonal de fans, causado pela interação entre o rotor e o estator e pela propagação modal em dutos. Desta forma, é da maior importância entender a geração do ruído de fan, bem como predizê-lo. As fontes de ruído no turbofan e seus modos rotativos são apresentados. De acordo com [Sutliff, 2005], um fan de alta velocidade típico pode possuir até 50 ordens de modos circunferenciais  $m$  e até 12 ordens de modos radiais  $n$ , resultando em 600 modos. Felizmente, apenas parte desses modos possíveis devem ser considerados.

De acordo com [Ashtley, 2006], as fontes de ruído em fans produzem tons, múltiplos tons (buzz-saw) e contribuições banda larga no espectro de nível de pressão sonora (SPL), como mostrado na figura 2.1. No que se refere à contribuição tonal do ruído, basicamente associada à frequência de passagem das pás, BPF, e aos seus harmônicos, o modelo de Tyler-Sofrin, apresentado por [Tyler et al,1962] e descrito neste capítulo é responsável pela escolha dos modos a serem considerados. A Figura 2.2 apresenta a componente tonal do turbofan e seus harmônicos da BPF1 a BPF5 e o ruído banda larga entre estas componentes.

Este capítulo tem o propósito de apresentar as fontes de geração de ruído tonal e banda larga de fans. Inicialmente, algumas definições importantes são apresentadas. Em seguida, as fontes de ruído tonal devidas apenas ao rotor e à interação entre o rotor e o estator são descritas. Finalmente, uma visão clássica das fontes de ruído banda larga são brevemente apresentadas.

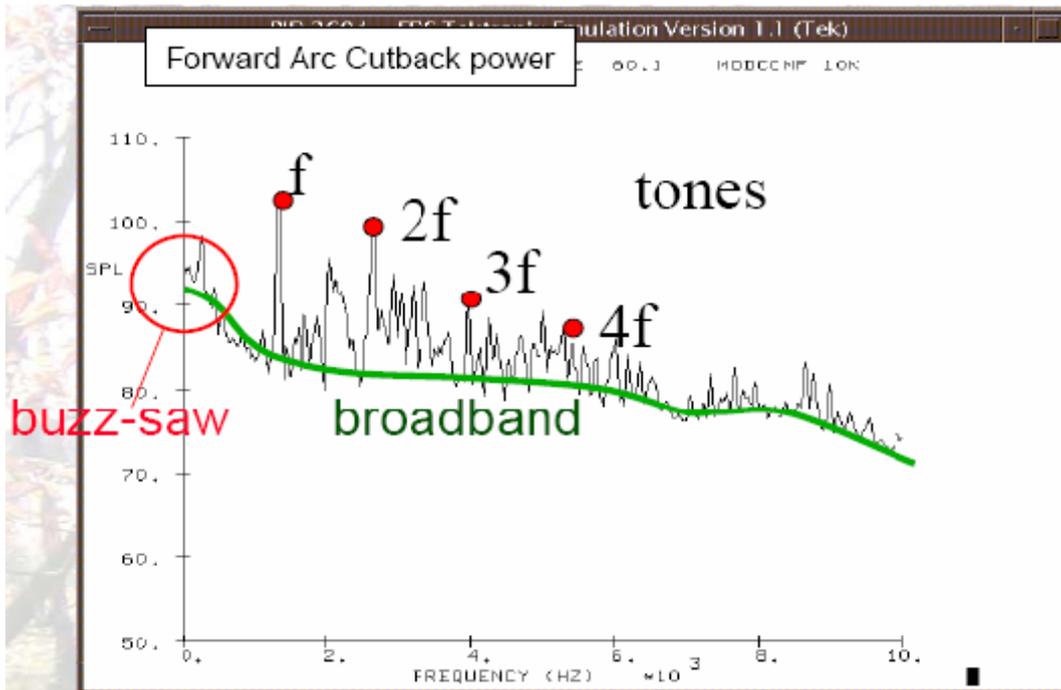


Figura 2.1: Tons, múltiplos tons (buzz-saw) and e ruído banda larga no espectro de SPL de um fan típico [Ashtley, 2006].

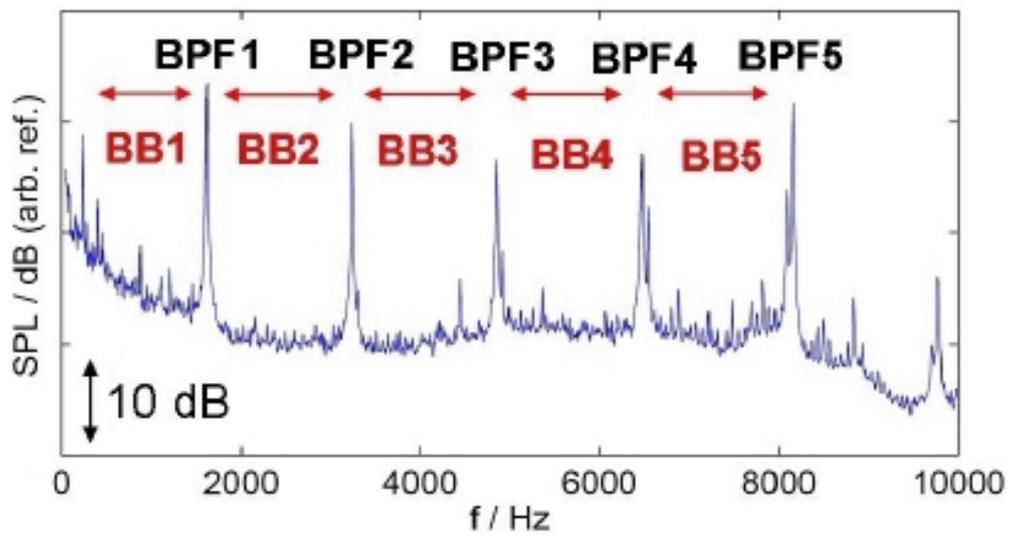


Figura 2.2: Harmônicos de um fan da primeira à quinta BPF e o ruído banda larga entre eles. Fonte: DLR.[Michel and Siller, 2010]

## 2.1 Definições

### 2.1.1 Modos Acústicos

Os modos acústicos podem ser entendidos como as formas mais simples nas quais a pressão pode ser distribuída. Analisar o som através da decomposição modal é uma proposta interessante quando o objetivo for entender a geração de ruído. Nas palavras de [Rienstra,2006], *Modos são matematicamente interessantes porque eles formam uma base completa através da qual qualquer solução pode ser representada. Fisicamente, os modos são soluções próprias, não apenas blocos de construção matemáticos, e por sua simples estrutura o comportamento usualmente complicado do campo tonal é mais facilmente entendido.* Qualquer distribuição de pressão imaginável pode ser expressa como uma soma ponderada destes modos.

#### 2.1.1.1 Ordens modais acústicas circunferencial e radial

De acordo com [Sutliff, 2005], a ordem modal acústica circunferencial  $m$  representa o número de ciclos de pressão na direção circunferencial e a ordem modal acústica radial  $n$  representa o número de nós de pressão na direção radial. A Figura 2.3 apresenta a representação gráfica destas ordens modais, bem como a propagação da onda de pressão dentro do duto cilíndrico. Nesta figura, as regiões negras representam uma pressão acústica negativa e as regiões claras representam pressões acústicas positivas.

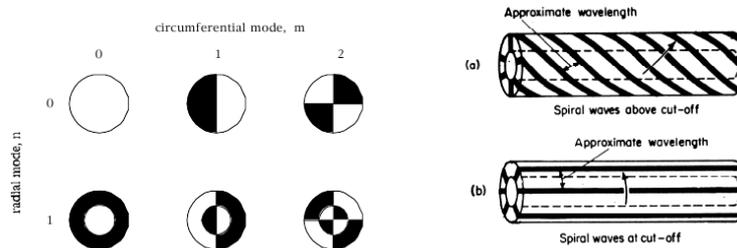


Figura 2.3: Representação gráfica dos modos circunferenciais e radiais e propagação da onda de pressão no interior do duto cilíndrico. [Sutliff, 2005].

O modo  $(m, n) = (0, 0)$  é definido como uma onda plana e representa um campo de pressão uniforme através do duto.

### 2.1.2 Modos acústicos *cut-on* e *cut-off*

Quando o número de onda na direção axial,  $k_{x,mn}$ , é real, a onda sonora se propaga e os modos acústicos são denominados *cut-on*. Ao contrário, quando o número de onda acústico na direção axial é imaginário, a amplitude da onda sonora decai exponencialmente esta onda não se propaga. Neste caso, os modos acústicos não propagantes são denominados *cut-off*. No limite entre as classificações *cut-on* e *cut-off* a distribuição de pressão independe da coordenada  $x$  e muda apenas na direção normal à parede do duto. Maiores detalhes serão apresentados no capítulo 3

### 2.1.3 Comprimento de onda

O comprimento de onda é o período espacial de uma onda, isto é, a distância através da qual certo padrão se repete.

O comprimento de onda na direção vertical  $y$  (utilizado em problemas de cascata, por exemplo) é dado pela equação 2.1

$$\lambda_y = \frac{2D}{m}, \quad (2.1)$$

em que  $m$  é o modo e  $D$  é o diâmetro do duto.

O comprimento de onda na direção azimutal (ou circunferencial) é dado pela equação (2.2)

$$\lambda_c = \frac{2\pi R}{m} \quad (2.2)$$

onde  $m$  é a ordem do modo na direção circunferencial e  $R$  é o raio.

### 2.1.4 Número de Onda

O número de onda é o número de comprimentos de onda por unidade de distância, dado por:

$$k = \frac{1}{\lambda} = \frac{\omega}{c} \quad (2.3)$$

onde  $\lambda$  é o comprimento de onda,  $c$  é a velocidade do som e  $\omega$  é a frequência angular, dada por:

$$\omega = 2\pi f \quad (2.4)$$

O número de onda circular, muitas vezes denominado simplesmente número de onda, é dado por:

$$k = \frac{2\pi f}{U_p} \quad (2.5)$$

onde  $U_p$  é a velocidade de fase. Quando  $U_p = c$ , a equação se torna:

$$k = \frac{\omega}{c} \quad (2.6)$$

### 2.1.5 Frequência de corte (*cut-off*)

É a frequência na qual  $m$  metades de um comprimento de onda se encaixariam exatamente entre as paredes de fronteira. Admitindo-se que  $c$  seja a velocidade natural com a qual uma onda acústica trafega no espaço livre na direção  $y$  e em vez de estar confinada entre paredes, a frequência de corte é dada por:

$$f_{cut-off} = \frac{c}{\lambda_y} \quad (2.7)$$

### 2.1.6 Razão de corte (*cut-off*)

A razão de corte  $\beta$  é a razão entre a frequência  $f$  e a frequência de corte  $f_{cut-off}$ , dada pela equação 2.8. Se  $\beta > 1$ , o modo se propaga no duto. Caso contrário, o modo decai.

$$\beta = \frac{f}{f_{cut-off}} \quad (2.8)$$

### 2.1.7 Velocidade de Fase

A velocidade de fase  $U_p$  é a velocidade com a qual a onda se propaga em determinada direção. Os modos podem ser identificados por sua velocidade de fase axial.

### 2.1.8 Razão *Hub-to-tip*

É definida como a razão entre o raio da parede interna e o raio do duto.

## 2.2 Fontes de Ruído Tonal

Tons discretos são gerados quando há uma interação entre perturbações no escoamento de ar através de um conjunto de pás rotativas ou estágios e são associados à frequência de passagem das pás (BPF) e seus harmônicos. Nesta sessão, as principais fontes de ruído tonal são apresentadas. Primeiramente, as fontes de ruído associadas apenas ao rotor são descritas. Em seguida, as fontes de ruído relacionadas à interação entre o rotor e o estator são apresentadas, bem como a regra de tyler-Sofrin.

### 2.2.1 Fontes de Ruído Tonal Relacionadas ao Rotor Apenas

De acordo com [Smith,1989], o mecanismo mais simples através do qual um tom discreto é gerado é a propagação para o campo distante de campos de pressão praticamente idênticos associados à cada uma das pás de um único estágio. Como será discutido no capítulo subsequente, o ruído gerado pelo rotor apenas pode ser propagado em um escoamento uniforme se a ponta do rotor rotaciona com velocidade de ponta de pá supersônica. Este fato ocorre em muitos turbofans durante a fase de decolagem, quando o motor está à máxima potência, especialmente em turbofans com baixa razões de *by-pass* e altas razões de pressão.

Considerando-se que o rotor está em um escoamento uniforme, as forças em cada pá permanecem constantes em um sistema de referência rotativo. Em um sistema de coordenadas fixo à montante e à jusante do rotor, um observador notará uma mudança temporária da condição escoamento. O campo de pressão do rotor muda  $B$  vezes na direção circunferencial, gerando modos de ordens azimutais  $m = B$  e ordem radial  $n$  desconhecida.

Se o escoamento não é uniforme, as forças atuantes em cada pá mudam durante a rotação do rotor. Se a não-uniformidade é estacionária em um referencial fixo, tons são gerados na BPF e nos seus harmônicos. Esta situação é causada, por exemplo, pelo sensor de temperatura instalado na entrada dos motores de turbofans. Quando há uma não-uniformidade que não é estacionária, como é o caso da interação da camada limite turbulenta da parede mais externa do duto com o rotor, ruído banda larga é gerado.

Se o rotor rotaciona com frequência  $\Omega$  e possui  $B$  pás cujo espaçamento entre as mesmas é de  $2\pi/B$  radianos, a frequência de passagem das pás será dada pela equação 2.9:

$$f = B\Omega \quad (2.9)$$

Uma vez que o campo de pressão muda  $B$  vezes na direção circunferencial, o rotor gera modos  $(m, n) = (B, n)$  com ordem azimutal  $m = B$  e ordem de modo radial  $n$  desconhecida. A velocidade de fase desses modos na parede do duto é idêntica a velocidade circunferencial de ponta de pá do rotor.

Se o escoamento de ar for supersônico em relação à região de ponta de pá, existe uma onda de choque destacada à frente de cada pá. Se o choque para cada pá é exatamente o mesmo, eles se propagam na frequência de passagem das pás e dos seus maiores harmônicos. Contudo, na prática, a intensidade e a direção do choque variam de pá para pá. De acordo com [Michel and Siller, 2010], uma vez que os choques se propagam a uma velocidade maior que a velocidade do som e que a velocidade de propagação aumenta com a intensidade do choque, o padrão do choque se torna menos periódico à medida que há um distanciamento à montante em relação ao rotor. Em circunstâncias normais, o choque de cada pá será ouvido em maior ou menor grau no campo distante, assim como os tons referentes à frequência de rotação do eixo e a

seus harmônicos. Este fenômeno de geração de ruído de múltiplos tons é denominado *buzz-saw*. Note que o Advanced Noise Control Fan é subsônico.

Uma peculiaridade em relação ao ruído de múltiplos tons é que o tom emitido na frequência a uma dada ordem de eixo irá gerar uma ordem de modo circunferencial igual à ordem de eixo. Isto é:

$$f_{buzz} = m\Omega \quad (2.10)$$

### 2.2.2 Interação Rotor-Estator

A interação entre o rotor e o estator é causada por três mecanismos físicos principais: pelo corte das esteiras de estatores posicionados à montante pelas pás do rotor; pelo impacto das esteiras rotativas e dos vórtices de ponta de pá sobre os estatores posicionados à jusante (*inlet guide vanes*); e pela interrupção do campo de pressão periódico e rotativo do rotor pela proximidade de objetos reflexivos de forma separada dos efeitos de esteira. Como resultado, padrões de pressão rotativos denominados *spinning modes* são gerados. Estes modos podem ser entendidos como as formas mais simples nas quais a pressão pode ser distribuída e, através destas simples estruturas, o comportamento complexo do campo tonal é mais facilmente entendido.

A figura 2.4 ilustra o fenômeno da resposta modal em uma cascata bidimensional à uma rajada periódica através da resolução das equações de Euler não lineares empregando técnicas precisas de diferenciação espacial e de marcha temporal, como reportado por [Huff, 2006]. Este problema é uma primeira abordagem para entender o ruído tonal fruto da interação entre o rotor e o estator e constitui um *benchmark* para a aeroacústica computacional.

[Tyler et al,1962] apresentou uma regra que permite escolher de forma ótima o número de pás do rotor e do estator de forma a reduzir o ruído de aeronaves através da eliminação do primeiro harmônico. De acordo com [Rienstra,2006], o segundo harmônico é reduzido através da seleção do modo  $m$  de forma que este tenha um sinal oposto ao do harmônico  $h$ , isto é, de forma que este modo seja contra-rotativo em relação ao rotor. Neste caso, o próprio rotor age como uma barreira, impedindo que os modos rotativos saiam do duto. Este fenômeno é chamado perda de transmissão.

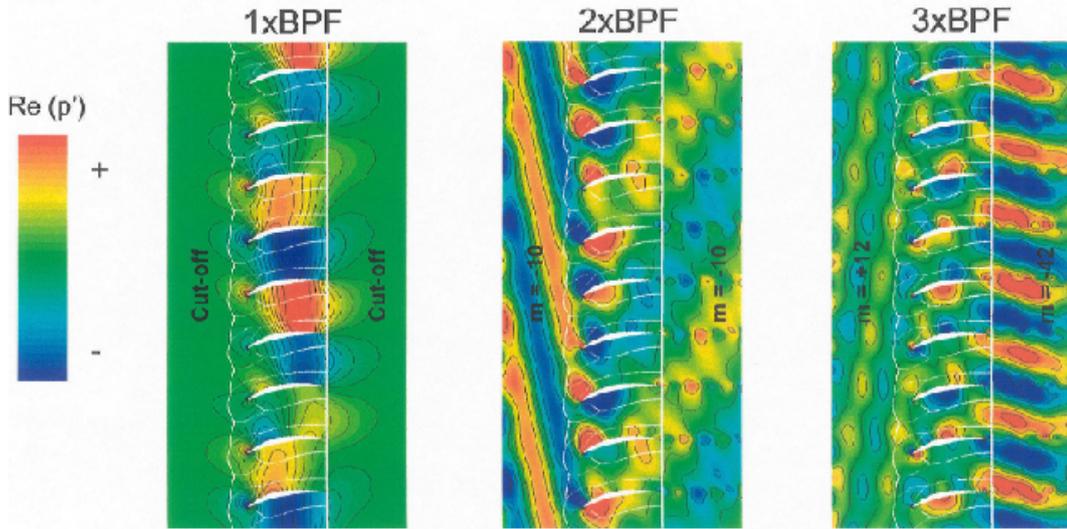


Figura 2.4: Visualização da resposta modal de uma cascata bidimensional à uma rajada periódica. [Huff, 2006].

Considere uma sucessão de pás rotativas passando por uma única pá de estator posicionada à montante ou à jusante. Haverá uma flutuação do campo de pressão na frequência de passagem das pás do rotor (BPF) devido à presença física da pá de estator que é distinta da oscilação proveniente exclusivamente do rotor. Esta flutuação consiste em uma soma de harmônicos, com cada um deles possuindo uma amplitude e uma fase que são funções da posição e são representadas pela equação 2.11

$$p(\theta, t) = \sum_{h=0}^{\infty} p_h(\theta) \cos[h\omega t + \phi_n(\theta)] \quad (2.11)$$

Expandindo o termo cossenoidal:

$$p(\theta, t) = \sum_{h=0}^{\infty} \{p_h(\theta) \cos[\phi_h(\theta)]\} \cos(h\omega t) - \sum_{h=0}^{\infty} \{[p_h(\theta) \sin[\phi_h(\theta)]]\} \sin(h\omega t) \quad (2.12)$$

Usando uma expansão em série de Fourier na forma padrão

$$p(\theta, t) = \sum_{m=0}^{\infty} A_m \cos(m\theta) + B_m \sin(m\theta), \quad (2.13)$$

A distribuição de pressão é então obtida:

$$p(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} p_{mn}, \quad (2.14)$$

$$p_{mn} = a_{mn} \cos(m\theta - n\omega t + \phi_{mn}), \quad (2.15)$$

em que  $p_{mn}$  é a  $(m, n)$ <sup>esima</sup> componente da distribuição da flutuação de pressão devida à interação recorrente entre as pás do rotor e de um único estator. Se  $m$  é positivo, a onda se move na mesma direção do rotor e se  $m$  é negativo a onda se move no sentido contrário. A onda plana é dada por  $m = 0$ , mas pode ser gerada em todas as frequências (veja equação 2.28 no caso em que  $B=V$ ). A onda plana será ignorada nestes cálculos. Um padrão rotativo particular composto por  $m$  lóbulos girando em um sistema de referência fixo em relação ao ângulo  $\theta$  rotaciona à uma velocidade angular de  $\Omega_m$ , dada pela equação 2.16:

$$\Omega_m = \frac{h\omega}{m} = \frac{hB\Omega}{m} \text{ rad/s}, \quad (2.16)$$

em que  $\Omega_m$  é a velocidade de rotação do modo,  $h$  é o índice do harmônico,  $B$  é o número de pás do rotor,  $m$  é a ordem do modo circunferencial e  $\Omega$  é a velocidade de rotação do eixo.

Agora considere todo o conjunto de pás do estator. A interação entre o rotor e o estator ocorre sequencialmente em cada pá do estator e o efeito da interação do rotor com todo o conjunto de pás do estator pode ser encontrado através da superposição das interações com cada pá. Considere um rotor que rotaciona à  $\Omega$  radianos por segundo e interage com  $V$  pás de estator, igualmente espaçadas  $\Delta\theta = \frac{2\pi}{V}$  radianos. O tempo necessário para uma determinada pá se mover da posição que ocupa e até a posição da pá consecutiva é dada pela equação 2.17.

$$\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\Omega} = \frac{2\pi}{V\Omega} s \quad (2.17)$$

Assim, a equação 2.15 pode ser reescrita pelo histórico da pressão na posição  $\theta$  devido à interação do rotor com as pás de estator No.1, No.2 e é generalizada para a pá de estator  $(1 + q)^{th}$  no tempo  $t = 0$

$$p_{mh}^1 = a_{mh} \cos(m\theta - h\omega t + \phi_{mh}) \quad (2.18)$$

$$p_{mh}^2 = a_{mh} \cos[m(\theta - \Delta\theta) - h\omega(t - q\Delta t) + \phi_{mh}] \quad (2.19)$$

$$p_{mh}^{1+q} = a_{mh} \cos[m(\theta - q\Delta\theta) - h\omega(t - q\Delta t) + \phi_{mh}] \quad (2.20)$$

Somando as equações de todas as pás, a equação 2.14 é obtida

$$p_{mh} = \sum_{q=0}^{v-1} p_{mh}^{1+q} = \sum_{q=0}^{v-1} a_{mh} \cos[m(\theta - q\Delta\theta) - h\omega(t - q\Delta t) + \phi_{mh}] \quad (2.21)$$

Após algumas manipulações algébricas, a equação 2.21 pode ser reescrita na forma

$$p_{mh} = \sum_{q=0}^{v-1} a_{mh} \cos[(m\theta - hB\Omega t + \phi_{mh}) + q(-\Delta\theta + h\omega\Delta t)] \quad (2.22)$$

Resultando em 2.23,

$$p_{mh} = V a_{mh} \cos(m\theta - hB\Omega t + \phi_{mh}) \quad (2.23)$$

Contudo, a maior parte das componentes  $m$  são nulas. O campo é periódico em  $\theta$  com uma periodicidade do estator de  $\Delta\theta$ . Isto significa que quando viajamos com o rotor por ângulo  $\Delta\theta$  em um intervalo de tempo  $\Delta t$ , como apresentado na equação 2.24, o campo deve ser o mesmo.

$$p_{mh} = V a_{mh} \cos(m(\theta + \Delta\theta) - hB\Omega(t + \Delta t) + \phi_{mh}) \quad (2.24)$$

Neste sentido, as equações 2.23 e 2.24 representam o mesmo campo. Desta forma:

$$\cos(m\theta - hB\Omega t + \phi_{mh}) = \cos(m(\theta + \Delta\theta) - hB\Omega(t + \Delta t) + \phi_{mh}) \quad (2.25)$$

$$m\theta - hB\Omega t + \phi_{mh} + 2s\pi = m(\theta + \Delta\theta) - hB\Omega(t + \Delta t) + \phi_{mh} \quad (2.26)$$

$$2s\pi = m\Delta\theta - hB\Omega\Delta t \quad (2.27)$$

Após substituir  $\Delta\theta = \frac{2\pi}{V}$  e  $\Delta t = \frac{\Delta\theta}{\Omega}$  na equação 2.27 e após algumas manipulações matemáticas, uma restrição para os modos circunferenciais é obtida e apresentada na equação 2.28

$$m = hB + sV, s = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (2.28)$$

Sucessivos valores de  $m$ , isto é, do número de lóbulos de variação de pressão circunferencial, são obtidos através da adição ou subtração de múltiplos do número de pás do estator ao produto  $hB$ . O campo do rotor gerando o  $n^{\text{esimo}}$  harmônico da frequência de passagem das pás consiste simplesmente de um padrão de  $hB$  lóbulos rotacionando à velocidade do eixo. Este modo que gira à velocidade de rotação do eixo pode ser observado através da substituição de  $V = 0$  na equação 2.28. O campo de interação, contudo, é mais complexo e pode incluir mais componentes.

A razão entre a velocidade de fase azimutal  $U_{p\theta}$  dos modos de Tyler e Sofrin e a velocidade do rotor  $U$  são dados pela equação 2.29.

$$\frac{U_{p\theta}}{U} = \frac{hB}{hB \pm sV} \quad (2.29)$$

A relação de Tyler-Sofrin não fornece nenhuma informação a respeito de como um modo  $m$  é composto por modos radiais  $(m, n)$ . Esse fato será analisado no próximo capítulo.

A magnitude das flutuações de pressão associadas é função da distância entre o rotor e o estator. Se a distância entre o rotor e o estator aumenta, o ruído associado à interação entre eles diminui. Outra característica da interação entre o rotor e o estator propagante é que o campo resultante dessa interação rotaciona muito mais rapidamente que o próprio rotor. Essa é a razão pela qual em princípio é possível que o campo de interação na parede do duto se propague com velocidade de ponta de pá supersônica na direção circunferencial, enquanto a velocidade de ponta de pá do rotor ainda seja subsônica. O fenômeno da propagação é descrito no próximo capítulo.

### **2.3 Fontes de Ruído Banda Larga**

O ruído banda larga é uma consequência das flutuações de pressão associadas ao escoamento turbulento nas vizinhanças interagindo com as superfícies das pás e com as flutuações de pressão resultantes.

Fontes importantes de turbulência no turbofan são as esteiras turbulentas emitidas pelas pás de rotor ao se chocarem com o estator, o ruído auto-induzido em rotores, a interação entre a ponta de pá do rotor e a camada limite do duto que o envolve e a ingestão de turbulência no rotor.

O ruído de ponta de pá também é banda larga uma vez que os vórtices não estacionários de ponta de pá interagem com o bordo de fuga da pá do rotor e posteriormente se chocam com as pás de estator. Este tipo de ruído requer altos níveis de turbulência e velocidade da ponta de pá máxima.

## Capítulo 3 TEORIA DE PROPAGAÇÃO DO SOM EM DUTOS

Dutos são capazes de transmitir som a locais distantes de forma extremamente eficiente. Dado um campo de pressão no plano de referência normal ao eixo, é de fundamental importância que a distribuição de pressão ao longo do duto seja determinada de forma a avaliar a radiação a partir do final do duto para o campo distante, conforme apresentado por [Michel and Siller, 2010].

Inicialmente, a propagação modal em um duto retangular sem escoamento é apresentada de forma a introduzir alguns conceitos preliminares. Em seguida, a propagação em um duto cilíndrico com e sem escoamento é analisada com base nos estudos de [Envia, 1996], [Michel and Siller, 2010] e [Ventres et al, 1982]. Embora o design de aeronaves na maior parte das vezes não leve em consideração o escoamento dentro do duto, esta é uma hipótese importante, uma vez que quando o escoamento é considerado, o valor da frequência de corte é menor e mais modos se propagam.

Para todos os casos, a equação de onda é resolvida através do método de separação de variáveis e os números de onda correspondentes a cada direção são encontrados. Como neste estudo o campo sonoro é considerado restrito às paredes rígidas do duto, as flutuações de velocidade normais ao duto desaparecem. Para derivar as consequências de tal condição de contorno, a solução para as flutuações de velocidade é obtida por meio das equações linearizadas de Euler.

A solução geral para o campo sonoro é dada pela superposição das soluções dos campos de pressão de cada modo  $(m, n)$ . Com o objetivo de discriminar quais modos irão se propagar ao longo do duto (*cut-on modes*) e qual modo decairá (*cut-off modes*), o número de onda  $k_x$  será utilizado como parâmetro. Se o número de onda axial  $k_x$  for real, o modo é considerado *cut-on*. Se o número de onda axial  $k_x$  for imaginário, o modo é *cut-off*. O caso limite é analisado e a frequência de corte é determinada, bem como a razão de corte.

A expressão para a velocidade de fase na direção axial, que é a velocidade na qual

uma onda com dada frequência se propaga na direção axial é obtida. Para o caso do duto cilíndrico, a propagação da onda da direção  $\theta$  também é descrita. A teoria apresentada neste capítulo é utilizada para avaliar os resultados numéricos apresentados neste trabalho.

### 3.1 Duto Retangular Sem Escoamento

#### 3.1.1 Resposta em Pressão e em Velocidade

A equação da onda em coordenadas cartesianas em um escoamento uniforme é dada pelas equações 3.1 e 3.2, em que  $c$  é a velocidade do som,  $x$ ,  $y$  e  $z$  são as coordenadas cartesianas e  $p$  é a pressão.

$$\frac{1}{c^2} \frac{D^2 p}{Dt^2} = \frac{\partial p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (3.1)$$

$$\frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (3.2)$$

Na ausência de escoamento,  $U = 0$ :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} \quad (3.3)$$

O sistema de coordenadas utilizado é apresentado na figura 3.1

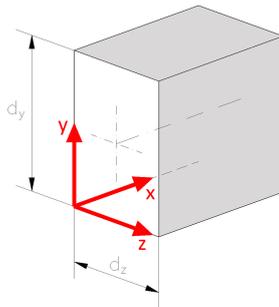


Figura 3.1: Sistema de coordenadas retangulares utilizado

Uma vez que a equação da onda é linear, o princípio da superposição se aplica e o método de separação de variáveis pode ser utilizado para resolver esta equação. Assumindo-se que a solução seja harmônica da forma dada pela equação (3.4)

$$p = p(x, y, z, t) = X(x)Y(y)Z(z)T(t) \quad (3.4)$$

As derivadas parciais da equação (3.4) são dadas pela equação (3.5)

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} &= X''(x)Y(y)Z(z)T(t) & \frac{\partial^2 p}{\partial y^2} &= X(x)Y''(y)Z(z)T(t) \\ \frac{\partial^2 p}{\partial z^2} &= X(x)Y(y)Z''(z)T(t) & \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= X(x)Y(y)Z(z)T''(t) \end{aligned} \quad (3.5)$$

Substituindo-se a equação (3.5) na equação (3.3), a equação (3.6) é obtida:

$$\begin{aligned} \frac{1}{c^2} X(x)Y(y)Z(z)T''(t) &= X''(x)Y(y)Z(z)T(t) + X(x)Y''(y)Z(z)T(t) + \\ &X(x)Y(y)Z''(z)T(t) \end{aligned} \quad (3.6)$$

Dividindo-se os dois lados da equação 3.6 por  $X(x)Y(y)Z(z)T(t)$ :

$$\frac{1}{c^2} \frac{T''(t)}{T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{Y''(y)}{Y(y)} + \frac{Z''(z)}{Z(z)} = \lambda \quad (3.7)$$

Uma vez que cada lado da equação 3.7 depende de uma única variável, os dois lados são iguais a uma constante  $\lambda$ . Separando-se a equação temporal da equação espacial, as equações (3.8) e (3.9) são obtidas.

$$\frac{1}{c^2} \frac{T''(t)}{T(t)} = \lambda \quad (3.8)$$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{Y''(y)}{Y(y)} + \frac{Z''(z)}{Z(z)} = \lambda \quad (3.9)$$

A equação temporal  $T(t)$  é dada pela equação 3.10

$$T''(t) - \lambda c^2 T(t) = 0 \quad (3.10)$$

Assumindo que a solução seja da forma  $T(t) = e^{c_1 t}$ , tem-se que  $T''(t) = c_1^2 e^{c_1 t}$  e, conseqüentemente,

$$e^{c_1 t}(c_1^2 - \lambda c^2) = 0 \quad (3.11)$$

$$c_1^2 - \lambda c^2 = 0 \quad (3.12)$$

$$c_1 = \pm c\sqrt{\lambda} \quad (3.13)$$

A solução da equação 3.10 é dada por:

$$T(t) = A_t e^{c\sqrt{\lambda}t} + B_t e^{-c\sqrt{\lambda}t} \quad (3.14)$$

A equação 3.14 poderia assumir três formas diferentes, dependendo do sinal da constante  $\lambda$ . Este fato é analisado em (3.15)

$$\begin{aligned} \lambda > 0 \rightarrow \lambda = k^2 \rightarrow T(t) &= A_t e^{c\sqrt{k^2}t} + B_t e^{-c\sqrt{k^2}t} \rightarrow T(t) = A_t e^{ckt} + B_t e^{-ckt} \\ \lambda < 0 \rightarrow \lambda = -k^2 \rightarrow T(t) &= A_t e^{c\sqrt{-k^2}t} + B_t e^{-c\sqrt{-k^2}t} \rightarrow T(t) = A_t e^{ckti} + B_t e^{-ckti} \\ \lambda = 0 \rightarrow T(t) &= A_t e^0 + B_t e^0 \rightarrow T(t) = A_t + B_t \end{aligned} \quad (3.15)$$

Como a solução deve ser harmônica,  $\lambda = -k^2$  e a função temporal é dada pela equação (3.16)

$$T(t) = A_t e^{ckt} + B_t e^{-ckt}, \quad (3.16)$$

em que  $k$  é o número de onda acústico de dimensão  $L$ ,  $c$  é a velocidade do som de dimensão  $L/t$  e, conseqüentemente,  $ck$  é a frequência angular de dimensão  $1/t$ .

Existe uma outra forma de se escrever a equação 3.16. Observe que:

$$\begin{aligned} e^{ick} &= \cos(ck) + i\text{sen}(ck) \\ e^{-ick} &= \cos(ck) - i\text{sen}(ck) \end{aligned} \quad (3.17)$$

Substituindo-se a equação 3.17 na equação 3.16, a equação 3.18 é obtida:

$$T(t) = A_t e^{i(ck)t} + B_t e^{-i(ck)t} = (A_t + B_t)\cos(ck) + (A_t - B_t)i\text{sen}(ck) \quad (3.18)$$

Tanto  $A_t = 1$  e  $B_t = 0$  quanto  $A_t = 0$  e  $B_t = 1$  podem ser escolhidas. Escolhendo-se  $A_t = 1$  e  $B_t = 0$ , a equação 3.18 pode ser escrita como:

$$T(t) = \cos(ck) + i\text{sen}(ck) = e^{i\omega t} \quad (3.19)$$

A solução temporal é dada pela equação 3.20:

$$T(t) = e^{i\omega t} \quad (3.20)$$

A equação espacial é escrita como:

$$\frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{Y''(y)}{Y(y)} + \frac{Z''(z)}{Z(z)} = -k^2 \quad (3.21)$$

Uma vez que o problema é linear, o princípio da superposição pode ser aplicado. Separando as variáveis:

$$\begin{aligned} \frac{X''(x)}{X(x)} &= -k_x^2 \\ \frac{Y''(y)}{Y(y)} &= -k_y^2 \\ \frac{Z''(z)}{Z(z)} &= -k_z^2 \end{aligned}$$

$$k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 \quad (3.22)$$

Reorganizando as equações diferenciais ordinárias dadas pela equação 3.22, as equações 3.23 são obtidas.

$$\begin{aligned} X''(x) + k_x^2 X(x) &= 0 \\ Y''(y) + k_y^2 Y(y) &= 0 \\ Z''(z) + k_z^2 Z(z) &= 0 \end{aligned} \quad (3.23)$$

As soluções espaciais são dadas por 3.24

$$\begin{aligned} X(x) &= A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i} \\ Y(y) &= A_y e^{-k_y y i} + B_y e^{k_y y i} \\ Z(z) &= A_z e^{-k_z z i} + B_z e^{k_z z i} \end{aligned} \quad (3.24)$$

A distribuição de pressão sonora é então dada pela equação 3.25

$$p = p(x, y, z, t) = e^{i\omega t}(A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i})(A_y e^{-k_y y i} + B_y e^{k_y y i})(A_z e^{-k_z z i} + B_z e^{k_z z i}) \quad (3.25)$$

A distribuição de velocidade é necessária para a aplicação das condições de contorno. As equações de Euler linearizadas são dadas pelas equações 3.26 a 3.28

$$\frac{\partial u}{\partial t} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.26)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3.27)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.28)$$

Uma vez que as soluções são harmônicas:

$$u = U e^{i\omega t} \quad (3.29)$$

$$v = V e^{i\omega t} \quad (3.30)$$

$$w = W e^{i\omega t} \quad (3.31)$$

Consequentemente:

$$\frac{\partial u}{\partial t} = i\omega U e^{i\omega t} = i\omega u \quad (3.32)$$

$$\frac{\partial v}{\partial t} = i\omega V e^{i\omega t} = i\omega v \quad (3.33)$$

$$\frac{\partial w}{\partial t} = i\omega W e^{i\omega t} = i\omega w \quad (3.34)$$

Substituindo-se as equações 3.32, 3.33 e 3.34 nas equações 3.26, 3.27 e 3.28, respectivamente:

$$i\omega u = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.35)$$

$$i\omega v = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3.36)$$

$$i\omega w = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.37)$$

Isolando as componentes de velocidade, segue-se que:

$$u = \frac{i}{\rho_0 \omega} \frac{\partial p}{\partial x} \quad (3.38)$$

$$v = \frac{i}{\rho_0 \omega} \frac{\partial p}{\partial y} \quad (3.39)$$

$$w = \frac{i}{\rho_0 \omega} \frac{\partial p}{\partial z} \quad (3.40)$$

A resposta em pressão é conhecida e dada pela equação 3.25. Suas derivadas são dadas pelas equações 3.41 a 3.43.

$$\frac{\partial p}{\partial x} = -k_x e^{i\omega t} (A_x e^{-ik_x x} - B_x e^{ik_x x}) (A_y e^{-ik_y y} + B_y e^{ik_y y}) (A_z e^{-k_z z} + B_z e^{k_z z}) \quad (3.41)$$

$$\frac{\partial p}{\partial y} = -k_y e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) (A_y e^{-k_y y i} - B_y e^{k_y y i}) (A_z e^{-k_z z i} + B_z e^{k_z z i}) \quad (3.42)$$

$$\frac{\partial p}{\partial z} = -k_z e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) (A_y e^{-k_y y i} + B_y e^{k_y y i}) (A_z e^{-k_z z i} - B_z e^{k_z z i}) \quad (3.43)$$

Substituindo as equações 3.41, 3.42 e 3.43 nas equações 3.38, 3.39 e 3.40 e fazendo  $\omega = kc$ :

$$u(x, y, z, t) = \frac{-k_x}{k\rho_0 c} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} - B_x e^{k_x x i}) (A_y e^{-k_y y i} + B_y e^{k_y y i}) (A_z e^{-k_z z i} + B_z e^{k_z z i}) \quad (3.44)$$

$$v(x, y, z, t) = \frac{-k_y}{k\rho_0 c} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) (A_y e^{-k_y y i} - B_y e^{k_y y i}) (A_z e^{-k_z z i} + B_z e^{k_z z i}) \quad (3.45)$$

$$w(x, y, z, t) = \frac{-k_z}{k\rho_0 c} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) (A_y e^{-k_y y i} + B_y e^{k_y y i}) (A_z e^{-k_z z i} - B_z e^{k_z z i}) \quad (3.46)$$

Uma vez que o campo de velocidade deve satisfazer a condição de contorno de parede rígida, a componente de velocidade  $v$  deve ser zero em  $y = 0$  e  $y = D_y$  e a componente de velocidade  $w$  deve ser zero em  $z = 0$  e  $z = D_z$ . Consequentemente, para  $v = 0$  em  $y = 0$ :

$$v(x, 0, z, t) = \frac{-k_y}{k\rho_0 c} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) (A_y - B_y) (A_z e^{-k_z z i} + B_z e^{k_z z i}) = 0 \quad (3.47)$$

$$(A_y - B_y) = 0 \quad (3.48)$$

$$A_y = B_y \quad (3.49)$$

Para  $v = 0$  em  $y = D_y$ :

$$v(x, D_y, z, t) = \frac{-k_y}{k\rho_0c} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x} + B_x e^{k_x x}) (A_y e^{-k_y D_y i} - B_y e^{k_y D_y i}) (A_z e^{-k_z z} + B_z e^{k_z z}) = 0 \quad (3.50)$$

Uma vez que  $A_y = B_y$ ,

$$v(x, D_y, z, t) = \frac{-A_y k_y}{k\rho_0c} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x} + B_x e^{k_x x}) (e^{-k_y D_y i} - e^{k_y D_y i}) (A_z e^{-k_z z} + B_z e^{k_z z}) = 0 \quad (3.51)$$

$$e^{-k_y D_y i} - e^{k_y D_y i} = 0 \quad (3.52)$$

$$e^{ik_y D_y} - e^{-ik_y D_y} = -2i \operatorname{sen}(k_y D_y) = 0 \quad (3.53)$$

$$\operatorname{sen}(k_y D_y) = 0 \quad (3.54)$$

Segue-se que

$$k_y D_y = m\pi, \quad (3.55)$$

em que  $m$  é inteiro. O número de onda acústico na direção  $y$ ,  $k_y$ , é dado pela equação 3.56.

$$k_y = \frac{m\pi}{D_y}, \quad (3.56)$$

Para  $w = 0$  em  $z = 0$ :

$$w(x, y, 0, t) = \frac{k_z}{k\rho_0c} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x} + B_x e^{k_x x}) (A_y e^{-k_y y} + B_y e^{k_y y}) (-A_z + B_z) = 0 \quad (3.57)$$

$$(-A_z + B_z) = 0 \quad (3.58)$$

$$A_z = B_z \quad (3.59)$$

Para  $w = 0$  em  $z = D_z$ :

$$w(x, y, D_z, t) = \frac{k_z}{k\rho_0c} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x} + B_x e^{k_x x}) (A_y e^{-k_y y} + B_y e^{k_y y}) (-A_z e^{-k_z D_z} + B_z e^{k_z D_z}) = 0 \quad (3.60)$$

Como  $A_z = B_z$ ,

$$w(x, y, D_z, t) = \frac{A_z k_z}{k\rho_0c} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x} + B_x e^{k_x x}) (A_y e^{-k_y y} + B_y e^{k_y y}) (-e^{-k_z D_z} + e^{k_z D_z}) = 0 \quad (3.61)$$

$$-e^{-k_z D_z} + e^{k_z D_z} = 0 \quad (3.62)$$

$$e^{ik_z D_z} - e^{-ik_z D_z} = 2i \operatorname{sen}(k_z D_z) = 0 \quad (3.63)$$

$$\text{sen}(k_z D_z) = 0 \quad (3.64)$$

Segue-se que:

$$k_z D_z = n\pi, \quad (3.65)$$

em que  $n$  é inteiro. O número de onda acústico na direção  $z$ ,  $k_z$ , é dado pela equação 3.66.

$$k_z = \frac{n\pi}{D_z} \quad (3.66)$$

O campo de pressão é então dado pela equação 3.67, onde  $m$  e  $n$  devem ser inteiros e  $k_y$  e  $k_z$  são números de onda acústicos dados pelas equações 3.68) e 3.69. Uma vez que esta solução é aplicada a cada modo  $(m, n)$ , o índice  $mn$  deve ser adicionado. Os coeficientes  $A_{mn}$  e  $B_{mn}$  são apresentados em (3.70)

$$p = p_{mn}(x, y, z, t) = \cos(k_y y) \cos(k_z z) (A_{mn} e^{(\omega t - k_x x)i} + B_{mn} e^{(\omega t + k_x x)i}) \quad (3.67)$$

$$k_y = \frac{m\pi}{D_y}, \quad (3.68)$$

$$k_z = \frac{n\pi}{D_z} \quad (3.69)$$

$$A_{mn} = A_x A_y A_z \quad B_{mn} = B_x A_y A_z \quad (3.70)$$

Substituindo-se as condições de contorno, o campo de velocidade é obtido. Como essa solução foi aplicada a todo modo  $(m, n)$ , o índice  $mn$  foi adicionado. As constantes  $A_{mn}$  e  $B_{mn}$  só podem ser determinadas pelas condições de contorno da fonte sonora no fim do duto.

$$u_{mn}(x, y, z, t) = \frac{-k_x}{k\rho_0 c} \cos\left(\frac{m\pi y}{D_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{D_z}\right) (A_{mn}e^{i(\omega t - k_x x)} - B_{mn}e^{i(\omega t + k_x x)}) \quad (3.71)$$

$$v_{mn}(x, y, z, t) = \frac{-k_y}{k\rho_0 c} \cos\left(\frac{m\pi y}{D_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{D_z}\right) (A_{mn}e^{i(\omega t - k_x x)} - B_{mn}e^{i(\omega t + k_x x)}) \quad (3.72)$$

$$w_{mn}(x, y, z, t) = \frac{-k_z}{k\rho_0 c} \cos\left(\frac{m\pi y}{D_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{D_z}\right) (A_{mn}e^{i(\omega t + k_x x)} - B_{mn}e^{i(\omega t + k_x x)}) \quad (3.73)$$

As soluções de pressão e velocidade totais podem ser encontradas através da superposição de todas as soluções modais. Sendo  $m$  e  $n$  inteiros:

$$p = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} p_{mn} \quad (3.74)$$

$$u = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} u_{mn} \quad (3.75)$$

$$v = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} v_{mn} \quad (3.76)$$

$$w = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} w_{mn} \quad (3.77)$$

### 3.1.2 Propagação e Modos

Foi demonstrado que a distribuição de pressão é dada pela equação 3.78

$$p = p_{mn}(x, y, z, t) = \cos\left(\frac{m\pi y}{D_y}\right) \cos\left(\frac{n\pi z}{D_z}\right) (A_{mn}e^{(\omega t - k_x x)i} + B_{mn}e^{(\omega t + k_x x)i}) \quad (3.78)$$

Para a posição fixa  $(y, z) = (0, 0)$ , a equação 3.78 é escrita na forma da equação 3.79

$$p = p_{mn}(x, 0, 0, t) = (A_{mn}e^{(\omega t - k_x x)i} + B_{mn}e^{(\omega t + k_x x)i}) \quad (3.79)$$

A equação 3.79 mostra duas ondas. A primeira se propaga na direção axial positiva com amplitude  $A_{mn}$  e fase  $\omega t - k_x x$  e a segunda se propaga na direção axial negativa com amplitude  $B_{mn}$  e fase  $\omega t + k_x x$ . Fixando-se a fase destas ondas, é possível determinar a velocidade de fase axial. Para uma fase constante  $\phi$ :

$$\omega t \pm k_{x,mn}x = \phi \quad (3.80)$$

A posição axial da fase é dada por:

$$x = \frac{\phi \pm \omega t}{k_{x,mn}} \quad (3.81)$$

A velocidade axial da fase é então dada por:

$$U_{px,mn} = \frac{dx}{dt} = \frac{\pm \omega}{k_{x,mn}} \quad (3.82)$$

com o número de onda acústico na direção axial é dado por:

$$k_{x,mn} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{D_y}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{D_z}\right)^2} \quad (3.83)$$

em que  $m = n = 0$ ,  $k_x = k$  and  $U_{px,mn} = c$ . Em todos os outros casos,  $k_x < k$  e  $U_{px,mn} > c$ . Uma atenção especial deve ser prestada quando  $m$  ou  $n$  for suficientemente grande ou o número de onda  $k$  for suficientemente pequeno. Nestes casos,  $k_{x,mn}$  é imaginário e a equação 3.79 se torna:

$$p = p(x, 0, 0, t) = (A_{mn}e^{+|k_x|x} + B_{mn}e^{-|k_x|x})e^{\omega ti}, \quad (3.84)$$

significando que a amplitude da onda na direção axial decai de acordo com  $e^{-|k_x|x}$ . Neste caso a onda sonora não se propaga.

Quando  $k_{x,mn} > 0$ , a onda sonora se propaga e os modos acústicos são denominados *cut-on*. Quando  $k_{x,mn} < 0$ , a amplitude da onda sonora decai rapidamente e a onda sonora não se propaga. Neste caso, os modos acústicos são denominados *cut-off*

O limite entre *cut-on* e *cut-off* ocorre quando  $k_{x,mn} = 0$ . Se  $k_{x,mn} = 0$ , a distribuição de pressão independe da coordenada axial e muda apenas na direção normal à parede do duto. Nesta situação, o número de onda acústico se torna igual ao número de onda transversal, apresentado na equação 3.85 e a velocidade de fase é igual a  $c$ .

$$k = \sqrt{\left(\frac{m\pi}{D_y}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{D_z}\right)^2} \quad (3.85)$$

A frequência angular é dada pela equação 3.86

$$\omega = 2\pi f = kU_{px,mn} \quad (3.86)$$

Quando  $k_{x,mn} = 0$ ,  $U_{px,mn} = c$ . e a frequência angular se torna:

$$\omega = 2\pi f = kc \quad (3.87)$$

A frequência de corte é então dada pela equação 3.88

$$f = \frac{kc}{2\pi} = \frac{c}{2\pi} \sqrt{\left(\frac{m\pi}{D_y}\right)^2 + \left(\frac{n\pi}{D_z}\right)^2} \quad (3.88)$$

Observe que para o modo  $(m,n)=(0,0)$  a frequência de *cut-off* é zero, evidenciando o fato das ondas planas serem propagáveis para todas as frequências.

## 3.2 Dutos Cilíndricos Sem Escoamento

### 3.2.1 Respostas em Pressão e em Velocidade

A equação da onda em coordenadas cilíndricas em um escoamento uniforme é dada pela equação 3.89, em que  $c$  é a velocidade do som,  $p$  é a pressão,  $U$  é a velocidade média do escoamento e  $r$ ,  $\theta$  e  $x$  são as coordenadas cilíndricas.

$$\frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 p = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} \quad (3.89)$$

Na ausência de escoamento,  $U = 0$ :

$$\frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} = \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial p}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} \quad (3.90)$$

O sistema de coordenadas cilíndricas utilizado é apresentado na figura 3.2

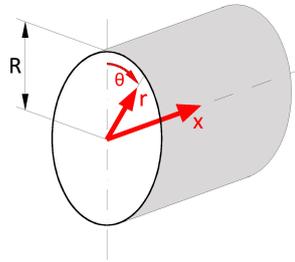


Figura 3.2: Sistema de coordenadas cilíndricas utilizado

Como a equação da onda é linear, o princípio da superposição se aplica e o método de separação de variáveis pode ser utilizado para resolver esta equação. Assumindo-se que a solução é harmônica da forma mostrada na equação 3.91.

$$p = p(x, r, \theta, t) = X(x)R(r)\Theta(\theta)T(t) \quad (3.91)$$

As derivadas parciais da pressão são dadas pela equação 3.92.

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= X(x)R(r)\Theta(\theta)T''(t) & \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} &= X''(x)R(r)\Theta(\theta)T(t) \\
& & \frac{\partial^2 p}{\partial \theta^2} &= X(x)R(r)\Theta''(\theta) \\
\frac{\partial p}{\partial r} &= X(x)R'(r)\Theta(\theta)T(t) & \frac{\partial^2 p}{\partial r^2} &= X(x)R''(r)\Theta(\theta)T(t),
\end{aligned} \tag{3.92}$$

Substituindo a equação 3.92 na equação 3.90, obtém-se a equação 3.93.

$$\begin{aligned}
\frac{1}{c^2}X(x)R(r)\Theta(\theta)T''(t) &= X''(x)R(r)\Theta(\theta)T(t) + X(x)R''(r)\Theta(\theta)T(t) + \\
& \frac{1}{r}X(x)R'(r)\Theta(\theta)T(t) + \frac{1}{r^2}X(x)R(r)\Theta''(\theta)T(t)
\end{aligned} \tag{3.93}$$

Dividindo os dois lados da equação 3.93 por  $X(x)R(r)\Theta(\theta)T(t)$ :

$$\frac{1}{c^2} \frac{T''(t)}{T(t)} = \frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{R''(r)}{R(r)} + \frac{1}{r} \frac{R'(r)}{R(r)} + \frac{1}{r^2} \frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)} = \lambda \tag{3.94}$$

Uma vez que cada lado da equação 3.94 depende de uma variável diferente, os dois lados são iguais a uma constante  $\lambda$ . Separando as equações espacial e temporal, obtém-se as equações 3.95 e 3.96.

$$\frac{1}{c^2} \frac{T''(t)}{T(t)} = \lambda \tag{3.95}$$

$$\frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{R''(r)}{R(r)} + \frac{1}{r} \frac{R'(r)}{R(r)} + \frac{1}{r^2} \frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)} = \lambda \tag{3.96}$$

Rearranjando a equação 3.95, a equação temporal  $T(t)$  é dada por:

$$T''(t) - \lambda c^2 T(t) = 0 \tag{3.97}$$

Assumindo que a solução da equação 3.97 seja da forma  $T(t) = e^{c_1 t}$ , segue que  $T''(t) = c_1^2 e^{c_1 t}$  e, conseqüentemente:

$$e^{c_1 t}(c_1^2 - \lambda c^2) = 0 \quad (3.98)$$

$$c_1^2 - \lambda c^2 = 0 \quad (3.99)$$

$$c_1 = \pm c\sqrt{\lambda} \quad (3.100)$$

$$T(t) = A_t e^{c\sqrt{\lambda}t} + B_t e^{-c\sqrt{\lambda}t} \quad (3.101)$$

A equação 3.101 pode assumir três formas diferentes, dependendo do sinal da constante  $\lambda$ . Este fato é analisado em (3.102)

$$\begin{aligned} \lambda > 0 \rightarrow \lambda = k^2 \rightarrow T(t) &= A_t e^{ckt} + B_t e^{-ckt} \\ \lambda < 0 \rightarrow \lambda = -k^2 \rightarrow T(t) &= A_t e^{ckti} + B_t e^{-ckti} \\ \lambda = 0 \rightarrow T(t) &= A_t + B_t \end{aligned} \quad (3.102)$$

Uma vez que a solução deve ser harmônica  $\lambda = -k^2$  e a função temporal é dada pela equação 3.103

$$T(t) = A_t e^{ckti} + B_t e^{-ckti}, \quad (3.103)$$

em que  $k$  é o número de onda acústico de dimensão  $L$ ,  $c$  é a velocidade do som de dimensão  $L/t$  e, conseqüentemente,  $ck$  é a frequência angular de dimensão  $1/t$ .

Existe outra possibilidade para se escrever a equação 3.103. Observe que:

$$\begin{aligned}
e^{ick} &= \cos(ck) + i\text{sen}(ck) \\
e^{-ick} &= \cos(ck) - i\text{sen}(ck)
\end{aligned}
\tag{3.104}$$

Substituindo-se a equação 3.104 na equação 3.103, obtém-se a equação 3.105.

$$T(t) = A_t e^{i(ck)} + B_t e^{-i(ck)} = (A_t + B_t)\cos(ck) + (A_t - B_t)i\text{sen}(ck) \tag{3.105}$$

Tanto  $A_t = 1$  e  $B_t = 0$  quanto  $A_t = 0$  e  $B_t = 1$  podem ser escolhidos. Fazendo  $A_t = 1$  e  $B_t = 0$ :

$$T(t) = \cos(ck) + i\text{sen}(ck) = e^{i\omega t} \tag{3.106}$$

Assim, a solução temporal é finalmente obtida e dada por:

$$T(t) = e^{i\omega t} \tag{3.107}$$

A equação espacial apresentada na equação 3.96 é reescrita como 3.108:

$$\frac{X''(x)}{X(x)} + \frac{R''(r)}{R(r)} + \frac{1}{r} \frac{R'(r)}{R(r)} + \frac{1}{r^2} \frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)} = -k^2 \tag{3.108}$$

Reorganizando a equação 3.108:

$$\frac{R''(r)}{R(r)} + \frac{1}{r} \frac{R'(r)}{R(r)} + \frac{1}{r^2} \frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)} + k^2 = -\frac{X''(x)}{X(x)} \tag{3.109}$$

Novamente a função de  $x$  à direita aparece como dependente das funções de  $r$  e  $\theta$  à esquerda. Igualando cada lado da equação 3.109 à constante  $k_x^2$ :

$$-\frac{X''(x)}{X(x)} = k_x^2 \quad (3.110)$$

e

$$\frac{R''(r)}{R(r)} + \frac{1}{r} \frac{R'(r)}{R(r)} + \frac{1}{r^2} \frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)} = (-k^2 + k_x^2). \quad (3.111)$$

Multiplicando-se por  $r^2$  e rearranjando os termos, a equação 3.112 é então obtida:

$$r^2 \frac{R''(r)}{R(r)} + r \frac{R'(r)}{R(r)} + (k^2 - k_x^2)r^2 = -\frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)} \quad (3.112)$$

O lado direito da equação é igualado a  $k_\theta^2$ . Desta forma:

$$\frac{\Theta''(\theta)}{\Theta(\theta)} = -k_\theta^2 \quad (3.113)$$

Finalmente, para a parte dependente de  $r$ :

$$r^2 \frac{R''(r)}{R(r)} + r \frac{R'(r)}{R(r)} + (k^2 - k_x^2)r^2 = k_\theta^2 \quad (3.114)$$

$$r^2 \frac{R''(r)}{R(r)} + r \frac{R'(r)}{R(r)} + (k^2 - k_x^2)r^2 - k_\theta^2 = 0 \quad (3.115)$$

Definindo-se  $k_r^2 = k^2 - k_x^2$  e substituindo na equação 3.115

$$r^2 R''(r) + r R'(r) + (k_r^2 r^2 - k_\theta^2) R(r) = 0 \quad (3.116)$$

Reorganizando a equação 3.116, a equação 3.117 é então obtida:

$$R''(r) + \frac{1}{r}R'(r) + \left[ k_r^2 - \left( \frac{k_\theta}{r} \right)^2 \right] R(r) = 0 \quad (3.117)$$

A equação de onda original, uma equação diferencial parcial tridimensional, foi então substituída por uma equação diferencial ordinária dependente temporal e três equações diferenciais ordinárias espaciais. A equação temporal foi resolvida e sua solução é apresentada em 3.107. As equações espaciais obtidas são apresentadas nas equações de 3.118 a 3.120. O acoplamento é dado por  $k_r^2 = k^2 - k_x^2$ .

$$X''(x) + k_x^2 X(x) = 0 \quad (3.118)$$

$$\Theta''(\theta) + k_\theta^2 \Theta(\theta) = 0 \quad (3.119)$$

$$r^2 R''(r) + rR'(r) + (k_r^2 r^2 - k_\theta^2) R(r) = 0 \quad (3.120)$$

A equação para a coordenada  $x$  é uma equação diferencial ordinária com coeficientes constantes positivos. Assim, sua solução é dada pela equação 3.121

$$X(x) = A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i} \quad (3.121)$$

A equação para a coordenada  $\theta$  também é uma equação diferencial ordinária com coeficientes constantes positivos. Sua solução é dada pela equação 3.122

$$\Theta(\theta) = A_\theta e^{-k_\theta \theta i} + B_\theta e^{k_\theta \theta i} \quad (3.122)$$

De forma similar à solução temporal, a equação 3.122 também pode ser escrita como:

$$\Theta(\theta) = A_\theta e^{-k_\theta \theta i} \quad (3.123)$$

A equação 3.116 é uma EDO paramétrica de Bessel da forma:

$$x^2 y'' + xy' + (\alpha^2 x^2 - n^2)y = 0 \quad (3.124)$$

A solução da EDO de Bessel é da forma dada pela equação 3.125:

$$R(r) = C_1 J_n(\alpha x) + C_2 Y_n(\alpha x), \quad (3.125)$$

em que  $J_n(\alpha x)$  e  $Y_n(\alpha x)$  são as funções modificadas de Bessel e de Neumann. Desta forma, a solução da equação 3.116 é dada por 3.126

$$R(r) = C_1 J_n(k_r r) + C_2 Y_n(k_r r) \quad (3.126)$$

A ordem  $r$  desta EDO é dada por (3.127):

$$\left(\frac{k_\theta}{r}\right)^2 - k_r^2 = 0 \rightarrow r = \pm \frac{k_\theta}{k_r} \quad (3.127)$$

A distribuição de pressão sonora é então dada pela equação 3.128

$$p = p(x, r, \theta, t) = (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) (A_r J_m(k_r r) + B_r N_m(k_r r)) e^{-k_\theta \theta i} e^{i \omega t} \quad (3.128)$$

A distribuição de velocidade é necessária para que a condição de contorno de parede rígida seja aplicada. A equação de Euler linearizada é dada pela equação 3.129

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.129)$$

Para ondas harmônicas com amplitude  $V_r$ :

$$v_r = V_r e^{i\omega t} \quad (3.130)$$

Consequentemente:

$$\frac{\partial v_r}{\partial t} = i\omega V_r e^{i\omega t} = i\omega v_r \quad (3.131)$$

Substituindo-se a equação 3.131 na equação 3.129:

$$i\omega v_r = \frac{-1}{\rho_0} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.132)$$

Isolando a velocidade radial, segue-se que:

$$v_r = \frac{i}{\rho_0 \omega} \frac{\partial p}{\partial r} \quad (3.133)$$

A resposta em pressão é conhecida e dada pela equação 3.128. A derivada radial da pressão é então dada pela equação 3.134

$$\frac{\partial p}{\partial r} = e^{-k_\theta \theta i} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) \frac{\partial}{\partial r} (A_r J_m(k_r r) + B_r N_m(k_r r)) \quad (3.134)$$

Substituindo a equação 3.134 na equação 3.129), o campo de velocidade é então obtido:

$$v_r(r, \theta, x, t) = \frac{-1}{\rho_0 \omega} e^{-k_\theta \theta i} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) \frac{\partial}{\partial r} (A_r J_m(k_r r) + B_r N_m(k_r r)) \quad (3.135)$$

Uma vez que o duto é considerado cilíndrico, as funções de Neumann são nulas:

$$v_r(r, \theta, x, t) = \frac{-1}{\rho_0 \omega} e^{-k_\theta \theta i} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) \frac{\partial}{\partial r} (A_r J_m(k_r r)) \quad (3.136)$$

Uma vez que o campo de velocidade deve satisfazer as condições de contorno de paredes rígidas, a componente de velocidade  $v_r$  deve ser nula em  $r = R$ . Desta forma, em  $R = r$ ,

$$\frac{\partial p}{\partial r} = 0 \rightarrow \frac{\partial J_m(k_r R)}{\partial r} = \frac{\partial J_m(\sigma_{mn})}{\partial r} = 0, \quad (3.137)$$

em que  $\sigma_{mn}$  é o  $n^{\text{ésimo}}$ -zero da derivada de primeira ordem da função de Bessel  $J_m$ . O número de onda acústico na direção radial é então dado por:

$$k_r = \frac{\sigma_{mn}}{R} \quad (3.138)$$

O campo sonoro deve ser único em qualquer ângulo.  $\theta$ . Seque-se que:

$$v(R, \theta, x, t) = v(R, \theta + 2\pi, x, t) \quad (3.139)$$

O campo de velocidade é dado por:

$$v(R, \theta, x, t) = \frac{-1}{\rho_0 \omega} e^{-k_\theta \theta i} e^{i\omega t} (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) \frac{\partial}{\partial r} (A_r J_m(k_r R)) = 0 \quad (3.140)$$

Assim,

$$e^{-k_\theta \theta i} = e^{-k_\theta (\theta + 2\pi) i} \quad (3.141)$$

Portanto,  $k_\theta$  deve ser inteiro e

$$\Theta(\theta) = e^{-k_\theta \theta i} \quad (3.142)$$

$$k_\theta = 0, 1, \dots, m \quad (3.143)$$

O campo de pressão é portanto dado pela equação 3.144, onde  $m$  e  $n$  são inteiros e  $k_\theta$  e  $k_r$  são números de onda acústicos dados pelas equações 3.138 e 3.143. Uma vez que esta solução é aplicada a todo modo  $(m, n)$ , o índice  $mn$  foi adicionado.

$$p = p_{mn}(x, r, \theta, t) = J_m(k_r r) e^{k_\theta \theta i} e^{i\omega t} (A_{mn} e^{-k_x x i} + B_{mn} e^{k_x x i}) \quad (3.144)$$

$$k_\theta = 0, 1, \dots, m \quad (3.145)$$

$$k_r = \frac{\sigma_{mn}}{R} \quad (3.146)$$

$$k_x^2 = k^2 - k_r^2 \quad (3.147)$$

Substituindo as condições de contorno, o campo de velocidade é obtido. Uma vez que a solução é aplicada a todo modo, o índice  $mn$  foi adicionado. O campo de velocidade é dado pela equação 3.148.

$$v_{r_{mn}}(r, \theta, x, t) = \frac{-1}{\rho_0 \omega} e^{-m\theta i} e^{i\omega t} (A_{mn} e^{-k_x x i} + B_{mn} e^{k_x x i}) \frac{\partial}{\partial r} \left( J_m \left( \frac{\sigma_{mn} r}{R} \right) \right) \quad (3.148)$$

As soluções dos campos de pressão e de velocidade podem ser encontradas através da superposição das soluções de cada modo. Sendo  $m$  e  $n$  números inteiros:

$$p = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} p_{mn} \quad (3.149)$$

$$v_r = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} v_{rnm} \quad (3.150)$$

### 3.2.1.1 A propagação e os modos acústicos:

Para entender o fenômeno da propagação, é importante observar mais atentamente o número de onda axial  $k_{xmn}$  dado pela equação 3.155.

$$k_x^2 = k^2 - k_r^2 \quad (3.151)$$

$$k_x^2 = \left(\frac{2\pi f}{c}\right)^2 - \left(\frac{2\pi f_r}{c}\right)^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{2\pi}{\lambda_r}\right)^2 \quad (3.152)$$

$$k_x^2 = (2\pi)^2 \left[ \left(\frac{1}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{1}{\lambda_r}\right)^2 \right] = \left(\frac{2\pi}{\lambda_r}\right)^2 \left[ \left(\frac{\lambda_r}{\lambda}\right)^2 - 1 \right] \quad (3.153)$$

$$k_x^2 = \left(\frac{2\pi}{\lambda_r}\right)^2 [M_s^2 - 1] \quad (3.154)$$

$$|k_x| = \left(\frac{2\pi}{\lambda_r}\right) \sqrt{|M_s^2 - 1|} \quad (3.155)$$

em que  $M_s$  é o número de Mach circunferencial. O número de onda axial  $k_{xmn}$  toma a forma de um decaimento exponencial se  $f < f_r$  ( $M_s < 1$ ) ou de uma relação harmônica se  $f > f_r$  ( $M_s > 1$ ). Pode-se concluir que se  $M_s < 1$  o campo de pressão decai e a onda sonora não se propaga. Contrariamente, se  $M_s > 1$  a onda acústica se propaga.

O comprimento de onda circunferencial pode ser escrito conforme mostrado na equação 3.156.

$$k_r = \frac{2\pi f_r}{c} = \frac{2\pi}{\lambda_r} \rightarrow \lambda_r = \frac{2\pi}{k_r} = \frac{2\pi R}{\sigma_{mn}} \quad (3.156)$$

Substituindo a equação 3.156 na equação 3.147, segue-se que o número de onda axial é dado por:

$$k_x = \left( \frac{\sigma_{mn}}{R} \right) \sqrt{|M_s^2 - 1|} \quad (3.157)$$

Consequentemente, a frequência de *cut-off* é dada por:

$$f_{cut-off} = k_x R = \sigma_{mn} \sqrt{|M_s^2 - 1|} \quad (3.158)$$

A razão de *cut-off*  $\beta$  é dada por:

$$\beta = \frac{f}{f_{cut-off}} = \left[ \frac{k}{2\pi} \right] \left[ \frac{2\pi R}{\sigma_{mn} \sqrt{|M_s^2 - 1|}} \right] \quad (3.159)$$

$$\beta = \frac{f}{f_{cut-off}} = \frac{kR}{\sigma_{mn} \sqrt{|M_s^2 - 1|}} \quad (3.160)$$

### 3.2.1.2 Propagação na direção axial

Foi demonstrado que a distribuição de pressão é dada pela equação 3.161

$$p = p_{mn}(x, r, \theta, t) = J_m \left( \frac{\sigma_{mn} r}{R} \right) (A_{mn} e^{i(\omega t - k_x x - m\theta)} + B_x e^{i(\omega t + k_x x - m\theta)}) \quad (3.161)$$

A equação acima apresenta duas ondas. A primeira trafega para a direção axial positiva com amplitude  $A_{mn}$  e fase  $\omega t - k_x x - m\theta$  e a segunda onda trafega para a direção axial negativa com amplitude  $B_{mn}$  e fase  $\omega t + k_x x - m\theta$ . É possível determinar a velocidade de fase axial para uma fase fixa  $\phi$ :

$$\omega t \pm k_{x,mn}x - m\theta = \phi \quad (3.162)$$

A posição axial da fase é dada por

$$x = \frac{\pm(\phi - \omega t + m\theta)}{k_{x,mn}} \quad (3.163)$$

A velocidade de fase é então dada por:

$$U_{px,mn} = \frac{dx}{dt} = \frac{\pm\omega}{k_{x,mn}} = \pm c \frac{k}{k_{x,mn}} \quad (3.164)$$

### 3.2.1.3 Propagação da onda na direção azimutal $\theta$

A velocidade de fase na direção circunferencial também pode ser calculada se a posição axial  $x$  é mantida constante.

$$U_{p\theta,mn} = \frac{dx}{dt} = \frac{d(R\theta)}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = \frac{\pm\omega}{m} = \pm c \frac{kR}{m} \quad (3.165)$$

## 3.3 Dutos Cilíndricos com Escoamento

A solução para a distribuição de pressão em um duto cilíndrico foi discutida na sessão anterior e é dada pela equação 3.128, repetida por conveniência na equação 3.166. Conforme proposto por [Envia, 1996], a distribuição de pressão em um duto cilíndrico com escoamento é similar á distribuição de pressão em um duto sem escoamento.

$$p = p(x, r, \theta, t) = (A_x e^{-k_x x i} + B_x e^{k_x x i}) (A_r J_m(k_r r) + B_r N_m(k_r r)) e^{k_\theta \theta i} e^{i\omega t} \quad (3.166)$$

As derivadas da equação 3.166 são dadas pela equação 3.167

$$\begin{aligned}
\frac{\partial^2 p}{\partial t} &= (-\omega i)p(x, r, \theta, t) & \frac{\partial^2 p}{\partial t^2} &= (-\omega i)^2 p(x, r, \theta, t) \\
\frac{\partial p}{\partial x} &= (-k_x i)p(x, r, \theta, t) & \frac{\partial^2 p}{\partial x^2} &= (-k_x i)^2 p(x, r, \theta, t) \\
\frac{\partial p}{\partial t \partial x} &= (-\omega i)(-k_x i)p(x, r, \theta, t) & &
\end{aligned} \tag{3.167}$$

A equação da onda em um duto contendo um fluido com velocidade axial uniforme  $U$  é expressa pela equação 3.168. Embora uma componente circunferencial de velocidade exista entre o rotor e o estator, esta velocidade circunferencial não é considerada na equação 3.168.

$$\frac{1}{c^2} \left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 p = \nabla^2 p \tag{3.168}$$

O operador é dado pela equação 3.169

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 p(x, r, \theta, t) = \frac{\partial^2}{\partial t^2} p(x, r, \theta, t) + 2 \frac{\partial^2}{\partial x \partial t} p(x, r, \theta, t) + \frac{\partial^2}{\partial x^2} p(x, r, \theta, t) \tag{3.169}$$

Substituindo as derivadas da pressão dadas pelas equações 3.167 e 3.169, a equação 3.170 é obtida:

$$\left( \frac{\partial}{\partial t} + U \frac{\partial}{\partial x} \right)^2 p(x, r, \theta, t) = -(\omega^2 + 2U\omega k_x + U^2 k_x^2) p(x, r, \theta, t) = -(\omega + U\gamma)^2 p(x, r, \theta, t) \tag{3.170}$$

A equação de Helmholtz é dada pela equação 3.171.

$$\nabla^2 p(x, r, \theta, t) + k^2 p(x, r, \theta, t) = 0 \tag{3.171}$$

Substituindo as equações 3.171 e 3.170 na equação de onda resulta na equação 3.172:

$$\frac{1}{c^2}(\omega + Uk_x)^2 p(x, r, \theta, t) = k^2 p(x, r, \theta, t) \quad (3.172)$$

O número de onda acústico é então fornecido pela equação 3.173

$$\left(\frac{\omega}{c} + \frac{Uk_x}{c}\right)^2 = k^2 \quad (3.173)$$

Sabe-se da sessão anterior que:

$$k_\theta = 0, 1, \dots, m, \quad (3.174)$$

$$k_r = \frac{\sigma_{mn}}{R}, \quad (3.175)$$

e

$$k_x^2 = k^2 - k_r^2. \quad (3.176)$$

Desta forma, substituindo a equação 3.173 na equação 3.176, as equações 3.177 e 3.178 são obtidas:

$$k_x^2 = \left(\frac{\omega}{c} + \frac{Uk_x}{c}\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{mn}}{R}\right)^2 \quad (3.177)$$

$$k_x^2 = \left(\frac{\omega}{c} + Mk_x\right)^2 - \left(\frac{\sigma_{mn}}{R}\right)^2 \quad (3.178)$$

Isolando o número de onda axial:

$$k_x = \frac{1}{\sqrt{1 - M^2}} \left( \frac{M\omega}{c} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - (1 - M^2)k_r^2} \right) \quad (3.179)$$

$$k_x = \frac{1}{\sqrt{1-M^2}} \left( \frac{M\omega}{c} \pm \sqrt{\left(\frac{\omega}{c}\right)^2 - (1-M^2) \left(\frac{\sigma_{mn}}{R}\right)^2} \right) \quad (3.180)$$

A equação 3.180 apresenta o número de onda axial. Se  $k_x$  é real, o modo se propaga e é denominado *cut-on*. Se  $k_x$  é imaginário, o modo decai e é denominado *cut-off*. O número de onda axial e sua dependência com o número de Mach são parâmetros importantes para analisar a propagação de modos em turbofans.

A equação 3.180 também pode ser escrita conforme proposta por [Michel and Siller, 2010], conforme apresentado na equação 3.182.

$$k_x = \frac{k}{\sqrt{1-M^2}} \left( \sqrt{1 - \frac{(1-M^2)k_r^2}{k^2}} \pm M \right) \quad (3.181)$$

$$k_x = \frac{k}{\sqrt{1-M^2}} \left( \sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2}} \pm M \right) \quad (3.182)$$

onde  $\beta$  é a razão de *cut-off* ratio, isto é, a razão entre o número de onda  $k$  e o número de onda do modo. A razão de *cut-off* é apresentada na equação 3.183. O termo  $\pm M$  na equação 3.182 torna claro que os números de onda axiais são maiores à montante do que à jusante. Consequentemente, o comprimento de onda é maior na direção à montante.

$$\beta = \frac{k}{\sqrt{1-M^2}k_r} \quad (3.183)$$

Se  $\beta > 1$ ,  $k_x$  é real. Neste caso, o modo se propaga e é denominado *cut-on*. Estes modos possuem uma velocidade de fase axial maior que  $c$  e velocidade global menores que  $c$ . Se  $\beta < 1$ ,  $k_x$  é imaginário. Neste caso, o modo decai exponencialmente ao longo do duto e é denominado *cut-off*. O caso limite é  $\beta = 1$ , quando o modo se propaga com velocidade de fase infinita. Neste caso, não há potência transmitida.

Substituindo  $\beta = 1$  na equação 3.183 o número de onda é obtido

$$1 = \frac{k_{cut-off}}{\sqrt{1 - M^2}k_r} \quad (3.184)$$

$$k_{cut-off} = \pm\sqrt{1 - M^2}\frac{\sigma_{mn}}{R} \quad (3.185)$$

A razão de cut-off é então obtida:

$$\frac{2\pi f_{cut-off}}{c} = \pm\sqrt{1 - M^2}\frac{\sigma_{mn}}{R} \quad (3.186)$$

$$f_{cut-off} = \pm\sqrt{1 - M^2}\frac{c\sigma_{mn}}{\pi D} \quad (3.187)$$

Substituindo  $\beta = 1$  e a equação 3.185 na equação 3.182, o número de onda axial à frequência de cut-off é obtido:

$$k_{x,cut-off} = \pm M\frac{\sigma_{mn}}{\sqrt{1 - M^2}R} \quad (3.188)$$

Substituindo o número de onda axial na fórmula da frequência de *cut-off*:

$$f_{cut-off} = \frac{k_{x,cut-off}c}{2\pi} \quad (3.189)$$

#### 3.3.0.4 Propagação na direção axial

Foi demonstrado que a distribuição de pressão é dada pela equação 3.190

$$p = p_{mn}(x, r, \theta, t) = J_m\left(\frac{\sigma_{mn}r}{R}\right) (A_{mn}e^{i(\omega t - k_x x - m\theta)} + B_x e^{i(\omega t + k_x x - m\theta)}) \quad (3.190)$$

A equação acima apresenta duas ondas. A primeira trafega na direção axial positiva com amplitude  $A_{mn}$  e fase  $\omega t - k_x x - m\theta$  e a segunda onda trafega na direção negativa com amplitude  $B_{mn}$  e fase  $\omega t + k_x x - m\theta$ . É possível determinar a velocidade de fase axial para uma fase fixa  $\phi$ :

$$\omega t \pm k_{x,mn}x - m\theta = \phi \quad (3.191)$$

A posição axial da fase é dada por:

$$x = \frac{\pm(\phi - \omega t + m\theta)}{k_{x,mn}} \quad (3.192)$$

A velocidade de fase axial é, portanto:

$$U_{px,mn} = \frac{dx}{dt} = \frac{\pm\omega}{k_{x,mn}} = \pm c \frac{k}{k_{x,mn}} \quad (3.193)$$

As ondas são propagáveis apenas para posições positivas de  $k_x$ .

Substituindo a equação 3.182 na equação 3.193, a velocidade de fase axial para as ondas que se propagam à montante e à jusante foram obtidas, conforme apresentado na equações 3.194 e 3.195.

$$U_{px,mn} = c \frac{1 - M^2}{\sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2} - M}} \quad (3.194)$$

$$U_{px,mn} = c \frac{1 - M^2}{\sqrt{1 - \frac{1}{\beta^2} + M}} \quad (3.195)$$

### 3.3.0.5 Propagação na Direção Azimutal $\theta$

As ondas não se propagam apenas na direção axial  $x$ , mas também na direção azimutal  $\theta$ . A velocidade de fase na direção circunferencial também pode ser calculada

se a posição axial  $x$  é mantida constante.

$$U_{p\theta, mn} = \frac{dx}{dt} = \frac{d(R\theta)}{dt} = R \frac{d\theta}{dt} = \frac{\pm\omega}{m} = \pm c \frac{kR}{m} \quad (3.196)$$

Com a equação 3.183, a velocidade de fase na direção circunferencial é obtida:

$$U_{p\theta, mn} = \pm c \sqrt{1 - M^2} \frac{\sigma_{mn}}{m} \beta_{mn} \quad (3.197)$$

Se a velocidade de fase na direção axial é menor do que a velocidade apresentada na equação 3.197, o modo não se propaga. Para o caso *cut-off*, quando a razão de *cut-off*  $\beta = 1$ :

$$U_{p\theta, mn}^c = \pm c \sqrt{1 - M^2} \frac{\sigma_{mn}}{m} \quad (3.198)$$

$$\frac{U_{p\theta, mn}^c}{c} = \pm \sqrt{1 - M^2} \frac{\sigma_{mn}}{m} \quad (3.199)$$

A velocidade de fase circunferencial dos modos *cut-on* é sempre maior que a velocidade do som  $c$ , uma vez que a razão de *cut-off*  $\beta_{mn} > 1$  e  $k_\theta = \frac{\sigma_{mn}}{m} > 1$ . Para  $n = 0$  e valores mais altos de  $m$ ,  $k_\theta$  se aproxima assintoticamente de 1 e a equação 3.198 se torna:

$$U_{p\theta, mn}^c = \pm c \sqrt{1 - M^2} \quad (3.200)$$

$$\frac{U_{p\theta, mn}^c}{c} = \pm \sqrt{1 - M^2} \quad (3.201)$$

A propagação helicoidal da velocidade não dimensional dos modos radiais na parede do duto é dada pela soma vetorial do número de Mach do escoamento e da velocidade de fase não dimensional na direção circunferencial, isto é:

$$M_{propagation} = \sqrt{\left(\frac{U_{p\theta, mn}^c}{c}\right)^2 + M^2} \quad (3.202)$$

Assim, conclui-se que o modo não se propaga na direção axial se sua velocidade de fase na direção circunferencial  $U_{p\theta, mn}$  é menor que  $c$ . Se a onda é gerada pelo rotor,  $m$  é a quantidade de pás do rotor ou um múltiplo desta quantidade. A principal conclusão da sessão 3.3.0.5 é que se o número de Mach helicoidal da ponta de pá é menor que a velocidade do som, o rotor não emite som ao campo distante.

## Capítulo 4 O ADVANCED NOISE CONTROL FAN

O *Advanced Noise Control Fan (ANCF)*, cujo desenvolvimento foi feito no início dos anos 90 e cujos primeiros testes foram executados em 1996, nasceu no contexto do programa *Advanced Subsonic Technology (AST)*, iniciado em 1992 numa parceria entre a NASA, a indústria de aviação norte-americana e a *Federal Aviation Administration*.

O programa *Advanced Subsonic Technology* tinha como objetivo desenvolver tecnologias altamente lucrativas que permitissem um sistema de transporte aéreo global seguro e extremamente produtivo. De acordo com [Willshire,1998], o principal objetivo do programa AST era uma redução de 10 dB no impacto do ruído sobre a população em relação a tecnologia de produção de 1992. Afim de obter uma aeronave mais silenciosa, quatro categorias principais foram definidas: Redução de ruído de motor, aeroacústica da nacelle, redução do ruído de airframe, redução do ruído interno e impacto do ruído sobre a população. O *NASA Glenn Research Center*, líder na área de aeropropulsão e centro de excelência em turbomáquinas, foi escolhido como o centro da NASA responsável pela parcela da redução de ruído de motor do AST. Como pode ser observado na tabela (4.1), um dos objetivos do programa AST é a redução de 6dB no ruído de motor em relação a tecnologia de 1992.

Tabela 4.1: Objetivos do programa *Advanced Subsonic Technology* em relação à tecnologia de 1992 e metas para cada categoria. Categoria, objetivo e mínimo.

Categoria	Objetivo	Min
Redução do ruído de motor	6dB de redução do ruído de motor	4dB
Aeroacústica de Nacelle	50% de melhoria na eficiência dos revestimentos	35%
Redução do ruído de Airframe	4dB de redução do ruído de motor	4dB
Redução do ruído interno	6dB de redução do ruído	4dB
Impacto do ruído na população	Minimização do impacto	Mesmo
Programa de redução do ruído	10dB de redução do ruído sobre a população	7dB

A principal fonte de ruído de motor é o ruído tonal de fans, causado principalmente pela interação entre o rotor e o estator aliada à propagação modal em dutos. Torna-se

portanto, de fundamental importância, entender a geração e a propagação do ruído de fans, bem como prever tal ruído. Assim, os estudos de ruído de fan no *NASA Glenn Research Center* tinham dois objetivos principais: desenvolver e validar um código numérico para a previsão de ruído de fans e usar o entendimento teórico para desenvolver uma série de idéias para testes. Os dados fornecidos em cada teste eram utilizados tanto para validar códigos computacionais quanto para definir o próximo teste.

O *Advanced Noise Control Fan (ANCF)* mostrado na figura (4.1) é um fan de baixa velocidade para testes único, desenvolvido especificamente para testes de controle de ruído ativo. Esta instalação permite a verificação de aspectos acústicos relativos à geometria, efeitos de camada limite, velocidade do fan e quantidades de pás do rotor e do estator. É também uma ferramenta de diagnóstico única para a medição dos modos dentro do duto do fan, gerados por modos específicos fruto da interação entre o rotor e o estator na faixa de frequência produzida por motores de grandes turbofans, conforme apresentado por [Envia, 2001]. Uma vez que uma quantidade específica de pás de estator é definida, combinações de modos particulares serão criadas e estes modos podem ser estudados de forma independente.



Figura 4.1: Advanced Noise Control Fan.(NASA 2001-125)

Com o objetivo de simplificar o problema sem abrir mão dos conceitos fundamentais de acústica, baixa velocidade de ponta de pá, linhas de duto simples e baixa velocidade axial foram escolhidas para o ANCF. Além disso, o ANCF permite visualizar tanto o campo distante quanto a estrutura modal dentro do duto, conforme apresentado por [Heildeberg et al, 1996].

O *Advanced Noise Control Fan* está localizado no *Aero-Acoustic Propulsion Laboratory (AAPL)* no *NASA Glenn Research Center*, que é uma instalação anecoica (acima de 125 Hz) para testes no formato de uma semi-esfera de 65 pés de raio. O Aero-Acoustic Propulsion Laboratory é apresentado na figura 4.2.



Figura 4.2: Aero-Acoustic Propulsion Laboratory,[McAllister and Sutliff, 2009].

De acordo com [Sutliff, 2006], o ANCF foi desenvolvido por Laurence J. Heidelberg por volta de 1994. O projetista mecânico líder foi Tony Shook. Kevin Konno do *NASA Glenn Research Center* projetou a *Rotating Rake*. As rotinas de aquisição de dados e de processamento originais foram desenvolvidas por David Hall da ZIN Technologies, Inc. Sierra Lobo, Inc. mantém e opera o ANCF. Para referência sobre o *Advanced Noise Control Fan*, consulte [Sutliff, 2006].

## 4.1 Descrição Mecânica do ANCF

### 4.1.1 Suporte do Rotor

O suporte rígido do rotor apresentado nas figuras (4.3) e (4.4) permite testar sem estruturas internas de suporte, estatores ou obstruções na saída do duto. O corpo

central do fan, o anel de sustentação do rotor e as sessões do duto são sustentados de forma rígida e estão em balanço em relação a uma coluna central montada sobre sua base. O fan e a estrutura associada a ele são montadas a 10 pés de altura da sua linha de centro. Este suporte permite testar a configuração apenas com o rotor.

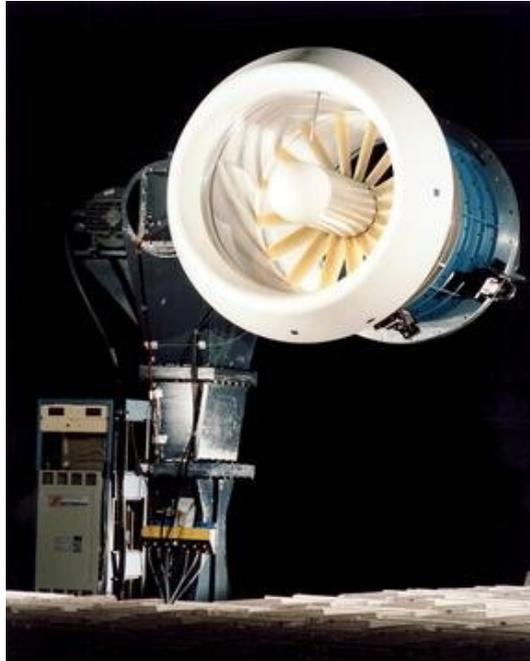


Figura 4.3: Suporte do rotor e do duto com a entrada simples (NASA 1994-01361L)



Figura 4.4: Vista frontal do fan (NASA 2001-00757L)

#### 4.1.2 Motor do Sistema de Acionamento do Rig e Controle

O eixo acionador do motor e o eixo do fan estão conectados por meio de um sistema de polias/ correias de tamanho variável que permite a configuração de várias velocidades de eixo (até  $2600rpm$ ), sendo o segundo eixo monitorado por um decodificador de quadratura ótica ( $128/rev$ ). A potência é transmitida por um motor elétrico (125HP, 480VAC) e por um controlador do motor AC de frequência variável. O sistema acionador do motor pode ser observado na figura 4.5 e o desenho esquemático do ANCF pode ser observado na figura 4.6.

O motor é controlado por meio de um acionador do motor de velocidade variável ABB 125 hp totalmente operacional através de um teclado local ou de um computador remoto localizado na sala de controle através da qual é possível controlar continuamente parâmetros como velocidade, aceleração, frequência, corrente de acionamento e temperatura de acionamento entre outras.

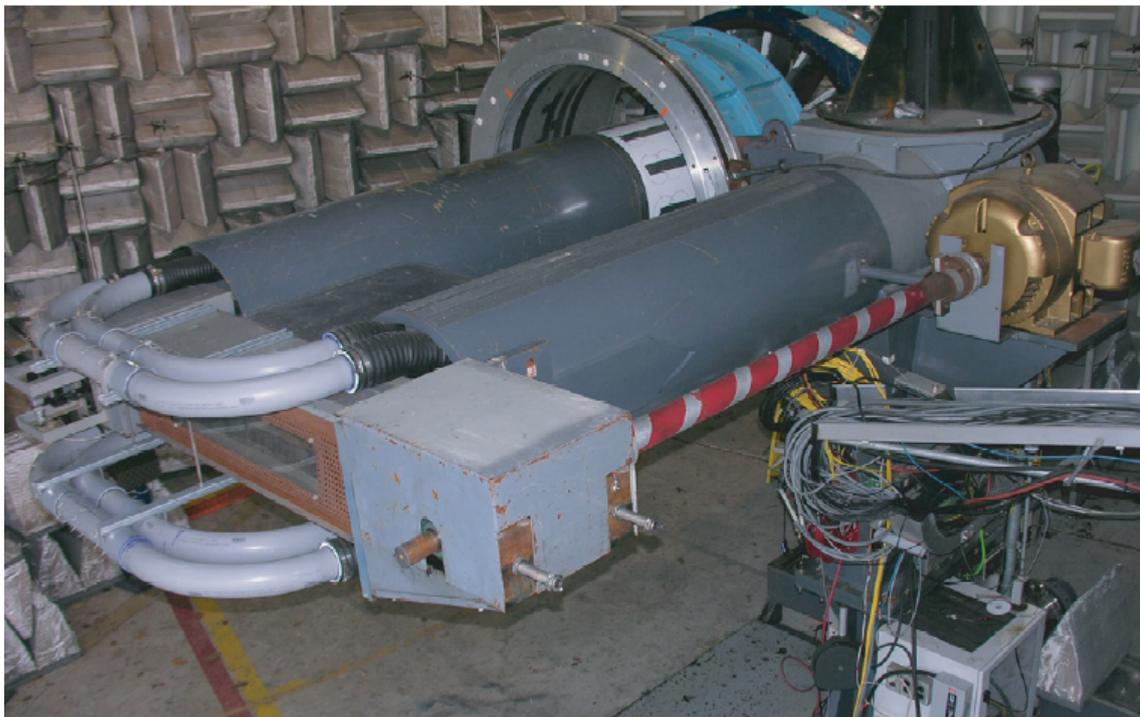


Figura 4.5: Sistema de acionamento do ANCF em detalhe ([Sutliff, 2006])

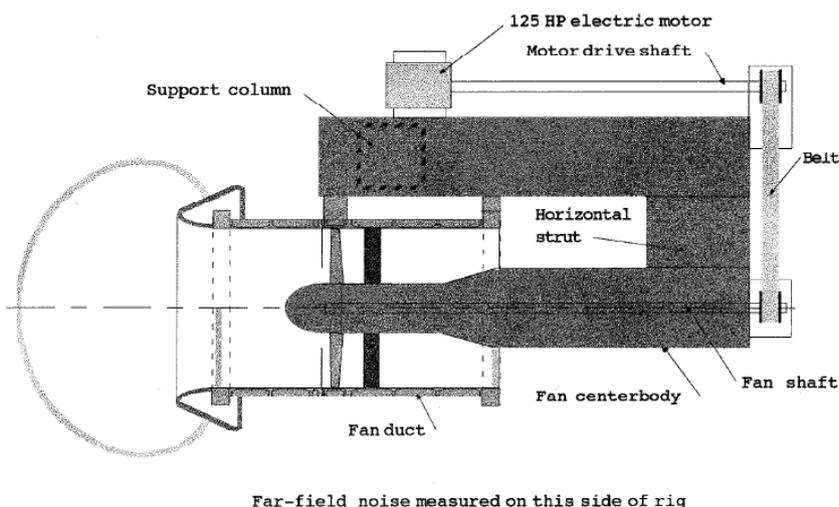


Figura 4.6: Esquema da vista superior do rig do ANCF, evidenciando o sistema de acionamento e a estrutura do suporte. ([Heildeberg et al, 1996]).

A bancada do ANCF e os sensores do sistema, acionamento do motor do sistema insuflador de ar e os controles são continuamente monitorados através de um controle lógico programável (PLC) Modicon Quantum e de uma interface de operação gráfica (*graphical operator interface, GOI*) da marca *Wonderware*.

A interface PLC/GOI é mostrada em computadores padrão localizados próximo ao computador de acionamento do motor do fan. Múltiplos computadores são ligados em rede de forma a permitir a leitura do PLC e a escrita no PLC.

#### 4.1.3 Caminho percorrido pelo escoamento ao longo do duto (*Duct Flow Path*)

O caminho percorrido pelo escoamento ao longo do duto consiste tipicamente no dispositivo de controle da entrada de ar (*inlet control device - ICD*) seguido por duas sessões de duto do suporte do rotor de 12 polegadas de comprimento, passando pelos estatores e três dutos de exaustão de 13 polegadas. Estas peças são altamente intercambiáveis e facilmente modificáveis de acordo com os objetivos do teste a ser executado. O comprimento total do duto e o número de sessões do duto podem ser alteradas e seções incluindo revestimentos e acionadores acústicos, instrumentações bem particulares e itens de teste podem ser facilmente incorporadas.

O dispositivo de controle da entrada de ar reduz a turbulência das grandes escalas,

evitando a geração indesejável de ruído tonal relacionado à interação entre esses vórtices e o rotor e eliminando a necessidade de um escoamento livre de entrada simulado. Este aparato é feito de painéis semelhantes à favos de colméia com duas polegadas de espessura acoplados a 20 estruturas metálicas finas dispostas radialmente ao longo do contorno externo da superfície. Tanto as estruturas metálicas quanto os painéis são unidos a borda de fibra de vidro que é aparafusada na sessão de entrada do duto.

De acordo com [Heildeberg et al, 1996], o ICD possui uma série de vantagens sobre outras bancadas de ensaio que requerem um ambiente de túnel de vento para simular o vôo de aeronaves à montante:

- 1) A ausência de qualquer escoamento de ar livre reduz o nível de ruído de fundo presente em medições de campo distante.
- 2) Baixos níveis de fundo permitem que o ANCF seja projetado com pás de rotor feitas de material compósito levemente carregadas e com um custo acessível e com um motor de acionamento de baixa potência.
- 3) A operação do rig é razoavelmente silenciosa, mesmo antes da aplicação de quaisquer medidas de supressão de ruído. Este fato permite que o pessoal de suporte ao teste trabalhe ao redor do rig enquanto este está em funcionamento.

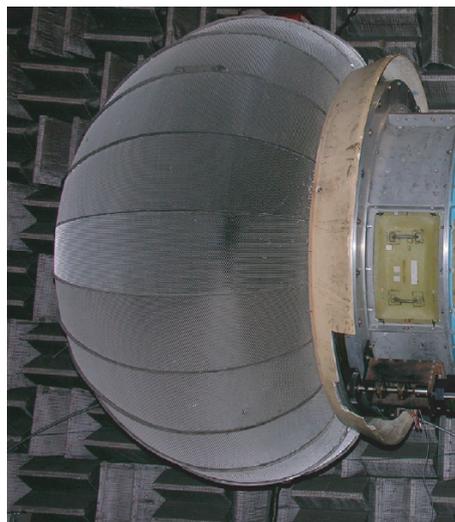


Figura 4.7: Dispositivo de controle da entrada de ar (*inlet control device (ICD)*)

#### 4.1.4 Sistema de Acionamento do Insuflador e Controles

O ANCF possui um sistema auxiliar que fornece ar à baixa pressão caso algum teste específico requeira. O sistema insuflador de ar está localizado em uma câmara acústica localizada fora da instalação de teste com o objetivo de não interferir com o teste ou com o ambiente. O *Aero-acoustic Propulsion Laboratory* possui dois insufladores de ar capazes de prover um fluxo de massa de 3 lbm/s a 6 ou 12 psi. O ar passa por um tubo de PVC, por um tubo flexível e depois é injetado no corpo central do rig e no rotor do *Advanced Noise Control Fan*.

O sistema insuflador de ar é composto por:

- Motor de acionamento elétrico (U.S. Motors 75 HP ou Lincoln 200 HP 480 VAC, trifásico.)
- Um acionador do motor de frequência variável ABB 200 HP totalmente operacional através de um teclado local ou à distância através da interface PLC/GOI.
- Tubulações em PVC e flexível que provê ar ao ANCF.
- Sensores de pressão, temperatura e fluxo de massa que fornecem um feedback ao sistema insuflador de ar.
- Sistema de válvula de respiro para controle de fluxo
- Um medidor de fluxo de alta precisão Fisher-Rosemount que mede o fluxo mássico do insuflador que varia de 0 a 3 lbm/sec. Este medidor calcula o fluxo mássico através da medição de pressão diferencial e da temperatura do sistema insuflador de ar. Possui interface com os sistemas PLC e ESCORT.

A interface GOI mostra os sensores, alarmes e o desligamento do sistema de insuflamento (como no caso de alta pressão) bem como controla a válvula de respiro remotamente.

#### 4.1.5 Pás de Rotor

O rotor do ANCF possui 16 pás, projetado para fornecer um fluxo eficiente a 1800 rpm (condição nominal de operação). O comprimento da corda do rotor é 5.25.

No passado as fás do rotor do fan consistiam em 16 pás de ventilação comerciais com comprimento de corda média de 4.5 polegadas. De acordo com [Sutliff, 2006], estas pás não são mais utilizadas porque embora estas fossem eficazes para gerar ruído relacionado à esteiras viscosas, as características do escoamento não eram boas.

A pá do rotor utilizada atualmente pode ser observada em detalhes na figura 4.8. A geometria do ANCF foi fornecida pelo Dr. Daniel Sutliff do *NASA Glenn Research Center*.

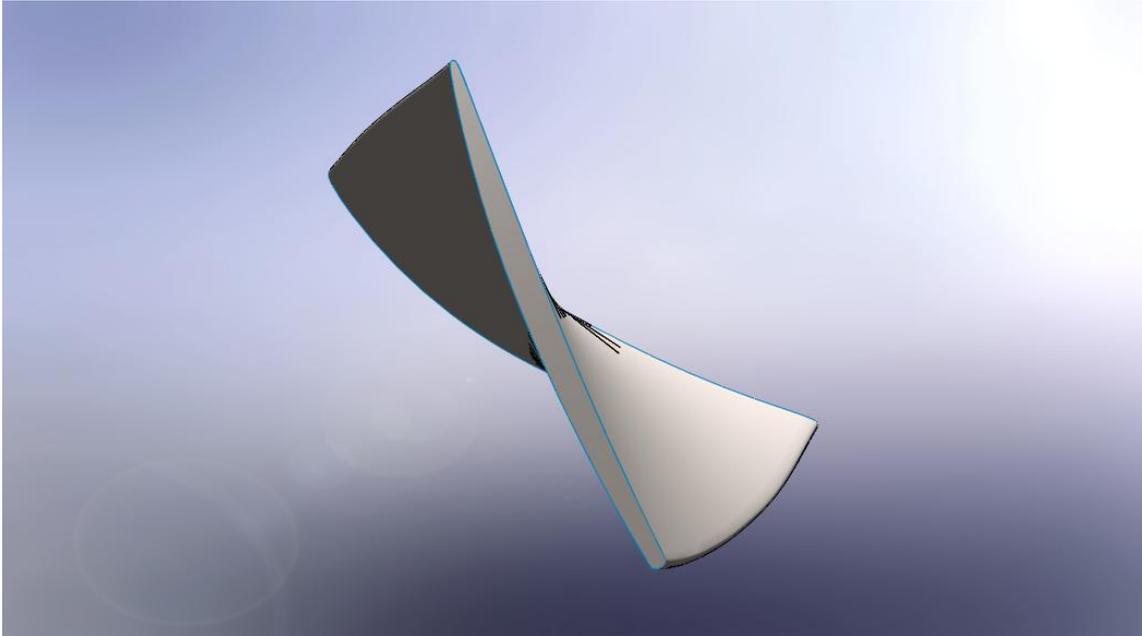


Figura 4.8: Pá do rotor em detalhe.

Conforme [Sutliff, 2006], as pás do rotor do fan são montadas sobre um rotor de plástico sintético que torna possível que o ar seja injetado através do aparato rotativo e, conseqüentemente, através das pás de rotor. Este rotor plástico é envolto pelo conjunto do cubo de alumínio. Dependendo de qual rotor plástico é escolhido, o ângulo de ataque das pás de rotor do ANCF pode ser alterado em até  $10^\circ$  em qualquer direção. O rotor do ANCF rotor é apresentado nas figuras 4.9 e 4.10

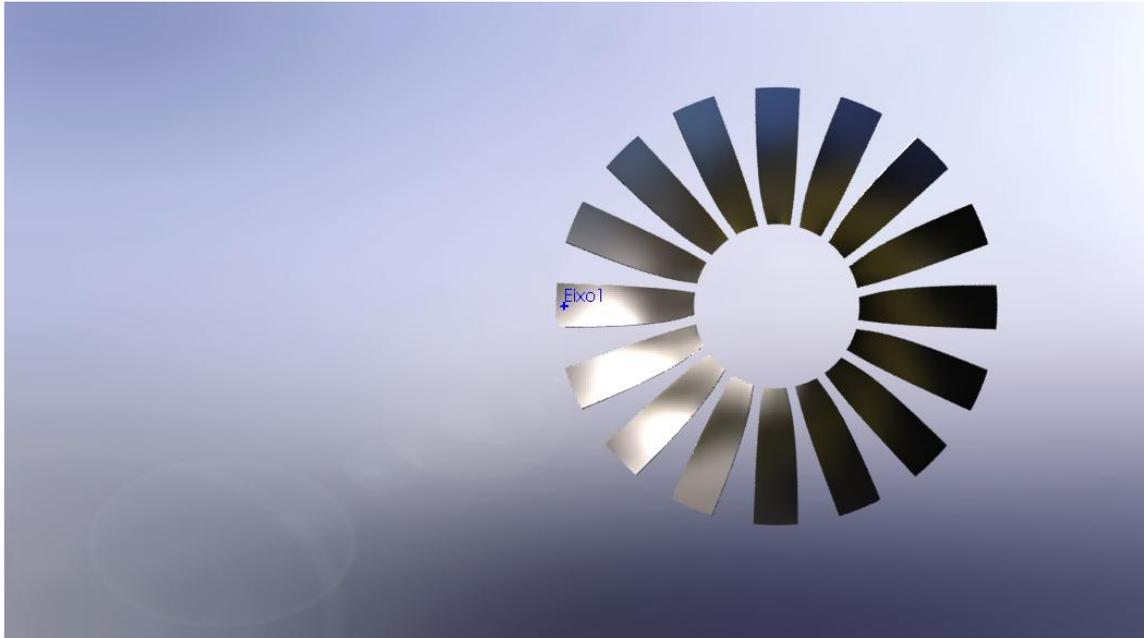


Figura 4.9: Vista frontal do rotor do ANCF

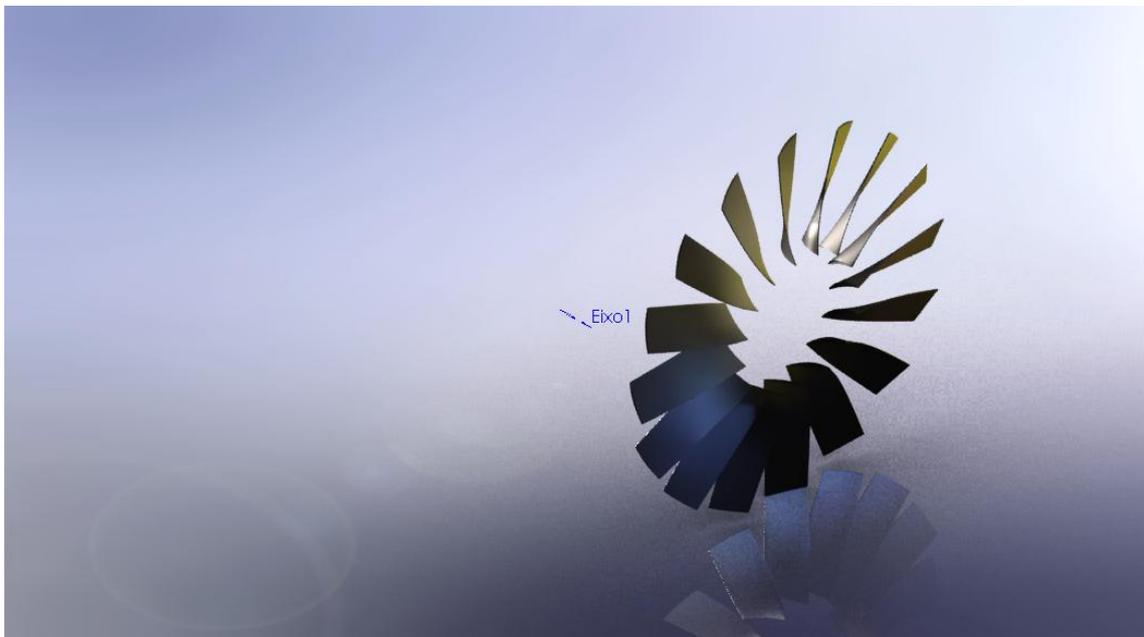


Figura 4.10: Vista isométrica do rotor do ANCF

#### 4.1.6 Pás de Estator e Cubo

O *Advanced Noise Control Fan* é capaz de funcionar com uma ampla variedade de estatores (incluindo a opção sem estator) e uma variedade de espaços nominais entre o rotor e o estator. Alguns dos estatores disponíveis são os que possuem 13, 14, 15, 26, 28, e 30 pás e espaços nominais de 1/2, 1.0, e 2 vezes o comprimento da corda do rotor (i.e., 2.625, 5.25, e 10.5 polegadas), medidas no cubo a partir do bordo de fuga da pá do rotor até o bordo de ataque da pá do estator são reportados por [Sutliff, 2006]. Os estatores são feitos de alumínio usinado e idênticos, resultando em variáveis razões de solidez. Uma vez que o rotor possui 16 pás e o número de pás do estator pode ser alterado, diferentes combinações de modos serão criadas.

Conforme reportado por [Sutliff, 2006], a corda da pá do estator é 4.5 polegadas medida sobre a linha média com uma torção de  $12^\circ$ . A sessão da ponta é um aerofólio 65-(12)10 modificado e o cubo um aerofólio 65-(18)10. O arqueamento do aerofólio foi modificado para levar em consideração os efeitos de cascata e o bordo de fuga foi levemente arredondado. O estator do ANCF pode ser observado nas figuras 4.11 e 4.12.

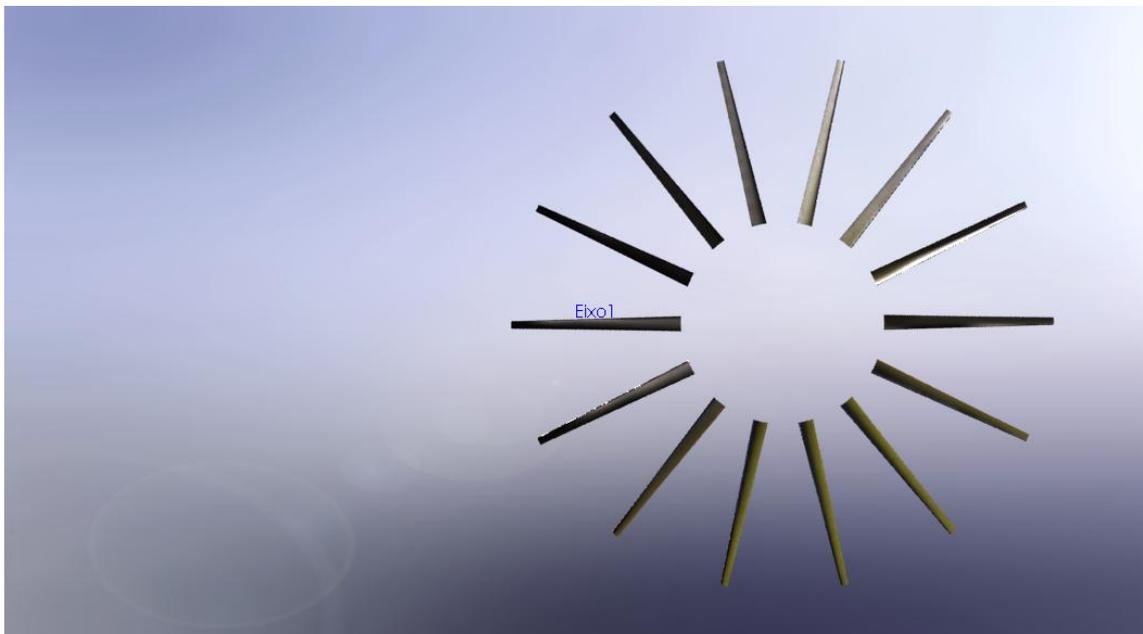


Figura 4.11: Vista frontal do estator do ANCF com 14 pás

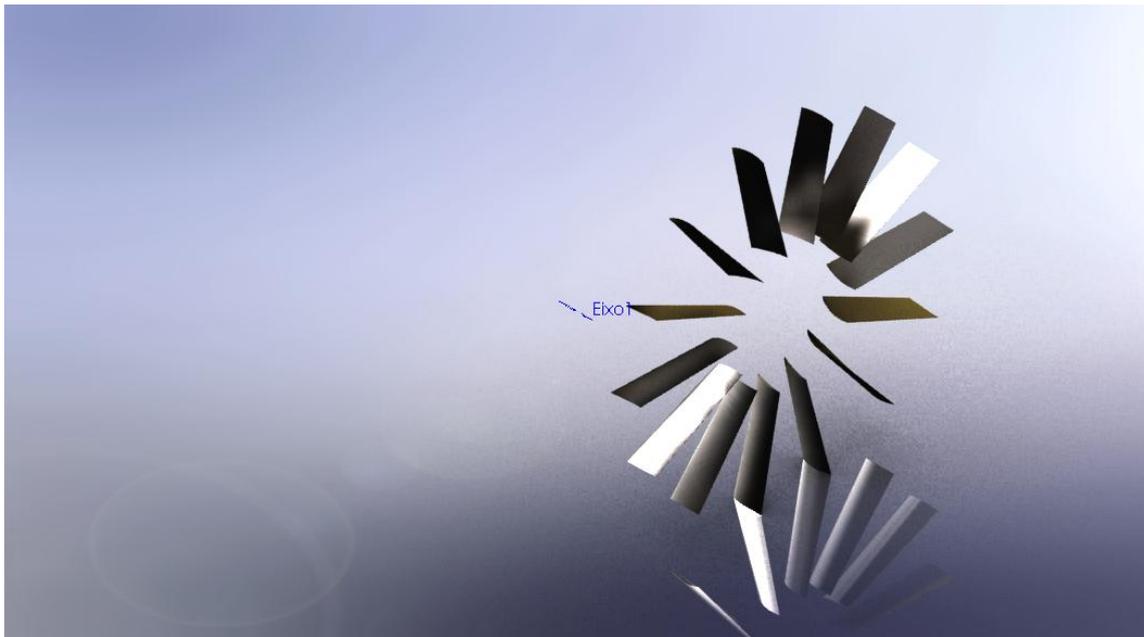


Figura 4.12: Vista isométrica do estator do ANCF

## 4.2 Aquisição de Dados

### 4.2.1 Medições Acústicas

#### 4.2.1.1 Campo distante

A aquisição do sinal acústico é feita através de 30 microfones PCB Piezotronics (código de identificação 130D20) organizados em dois arrays semicirculares localizados a um raio de 12 pés a partir da linha de centro do duto e a 10 pés de altura. Quinze destes microfones estão localizados no array à montante (de zero a 90 graus medidos a partir do eixo central) e os outros quinze no array à juzante (90 a 165 graus, sendo 180° o eixo de exaustão). As posições dos microfones são apresentadas na tabela 4.2.

Os microfones possuem um pré-amplificador integrado, uma sensibilidade nominal de 45mV/Pa e sua resposta é essencialmente plana de 100 Hz a 4KHz, conforme reportado por [Sutliff, 2006] e apresentado na figura 4.13.

Tabela 4.2: Posição dos microfones de campo distante ([Sutliff, 2006]).

Microphone	Arco à montante (°)	Arco à juzante (°)
1	0	90
2	6.4	95
3	12.9	100
4	19.3	105
5	25.7	110
6	32.1	115
7	38.6	120
8	45.0	125
9	51.4	130
10	57.9	135
11	64.3	140
12	70.7	145
13	77.1	150
14	83.6	155
15	90.0	160

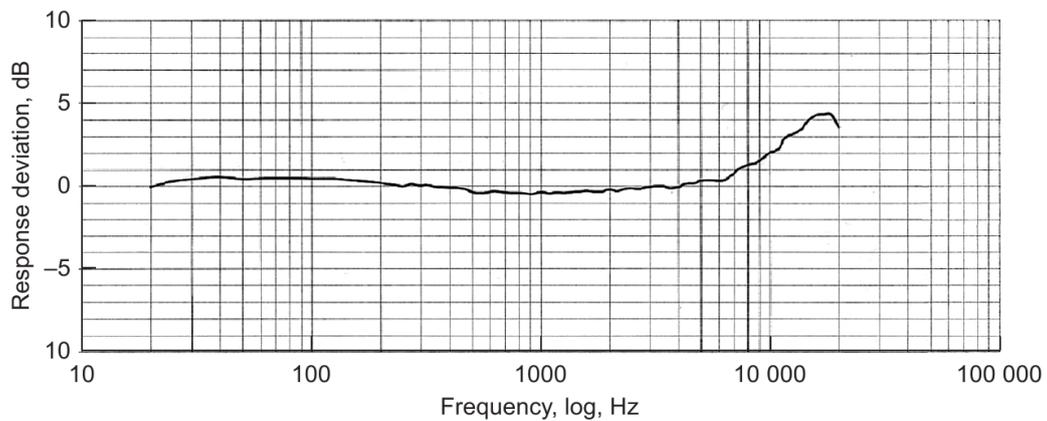


Figura 4.13: Curva de resposta dos microfones de campo distante ([Sutliff, 2006]).

Condicionadores de sinal PCB Piezotronics modelo 481A são responsáveis por fornecer o condicionamento do sinal e a voltagem de excitação.

Com o objetivo de evitar o fenômeno de *aliasing* durante a amostragem, o sinal deve ter sua banda de frequência limitada à frequências abaixo da metade da frequência de amostragem desejada (frequência de Nyquist). Este objetivo é atingido através da utilização de um filtro passa-baixa (filtro *antialias*) anteriormente a conversão analógico-

digital. Um filtro digital programável de largura de banda de 20KHz da *Signal Processing Solutions (SPS)* é utilizado. Neste filtro, o tipo de filtro e os parâmetros são ajustáveis. A frequência de *cut-off* do filtro passa-baixa é selecionada com base no número de rotações por minuto do fan uma vez que, conforme descrito anteriormente, velocidades de rotação do eixo de até 2600 rpm são permitidas.

Sistemas de gravação de alta velocidade Nicolet Odissey são responsáveis pela conversão analógico-digital, bem como por armazenar os dados. Dois sistemas estão disponíveis: Um sistema de 32 canais, cada um capaz de prover uma taxa de amostragem de 100KHz e um armazenamento de 8GB no disco rígido (três unidades disponíveis) e outro sistema de 16 canais, com cada canal capaz de prover uma taxa de amostragem de 10MHz e de armazenar 8GB de dados em seu disco rígido (uma unidade disponível). Estas três unidades de 32 canais podem ser conectadas, totalizando 96 canais para aquisição de dados.

A aquisição dos dados de campo distante é feita a uma taxa de 256 amostras por revolução, permitindo a análise de até a 128ª ordens de eixo, que representa a metade da taxa de amostragem. Mais detalhes sobre o aparato experimental ou da metodologia podem ser encontrados em [Sutliff, 2006]. Resultados de campo distante e do protocolo de pós processamento são apresentados por [Sutliff et al, 1996]

#### 4.2.1.2 Rotating Rake

A *Rotating Rake* do *Advanced Noise Control Fan*, desenvolvida nos anos 90 pelo *NASA Glenn Research center*, é a implementação de uma idéia concebida inicialmente por [Pickett et al,1977] e [Cicon et al,1977] e seu objetivo primordial é medir os modos produzidos pelo turbofan, fornecendo um mapa completo dos modos acústicos apresentados por um fan circundado por um duto. Além disso, de acordo com [Loew et al, 2006], a *rotating rake* fornece uma base de dados experimental que permite que códigos numéricos sejam validados.

A *rotating rake* é um sistema de medição de modos experimental com transdutores de pressão radialmente distribuídos que rotacionam circunferencialmente na direção do fan a uma fração precisa da velocidade de rotação do fan (1/100 da velocidade nominal de rotação do eixo de 1800 rpm). O ANCF tem dois sistemas rotativos separados: um posicionado na entrada do duto com 7 microfones e outro posicionado na saída do duto

com 6 microfones. Existe a possibilidade de que os dois sistemas façam as medições simultaneamente.

Uma vez que cada modo acústico circunferencial rotaciona com uma velocidade discreta específica no referencial do rotor, um conhecido efeito doppler ocorre para este modo no referencial da *rotating rake* permitindo a separação do conteúdo modal circunferencial do campo de pressão acústica medido. Assim, não apenas o ruído causado pela interação entre o rotor e o estator pode ser entendido, mas também o acoplamento entre a geração desses modos causados por esta interação, a propagação ao longo do duto e a incidência deste ruído no campo distante. Caracterizando a estrutura modal, é possível identificar formas de minimizar a assinatura tonal como um todo, conforme reportado por [Hubbard]. O conceito de induzir um efeito Doppler para separar os modos circunferenciais foi primeiramente proposta por Tom Sofrin enquanto estava na Pratt and Whitney. A primeira implementação da *rotating rake* contínua foi feita no NASA Glenn pela equipe liderada por Larry Heidelberg. Kevin Konno foi o principal projetista do sistema mecânico. A Rotating Rake recebeu o prêmio NASA Glenn Steven V. Szabo por excelência em engenharia em 2004.

Referindo-se às equações (2.14) e (2.15), observa-se que o campo de pressão é dado por

$$p(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{mn} \cos(m\theta - n\omega t), \quad (4.1)$$

Considerando um sistema de referência rotativo, onde  $\theta = \Omega_{Rake}t$ , sendo  $\Omega_{Rake}$  a velocidade angular da *rotating rake*.

$$p(\theta, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sum_{m=-\infty}^{\infty} a_{mn} \cos(m\Omega_{Rake}t - n\Omega t), \quad (4.2)$$

A parte cíclica se torna:

$$m\Omega_{Rake} - n\Omega \quad (4.3)$$

Fazendo  $\Omega_{Rake} = \frac{\Omega}{\nu}$  e  $n = B$  é dado que um padrão rotativo com  $m$  lobos em um sistema de referência rotativo rotaciona à uma velocidade angular  $\Omega_m$ , dada pela equação (4.4):

$$\Omega_m = m \frac{\Omega}{\nu} - B\omega \quad (4.4)$$

### 4.2.2 Medições no Escoamento

As sondas disponíveis são:

- Atuador da sonda e sistema de controle (*Probe Actuator and Control System*, (PACS)): Fornece para dois eixos (ou mais) o controle dos posicionamentos angular e linear das sondas.
- Sondas de pressão estáticas: Fornece as medições estacionárias de pressão estática.
- Sondas de pressão total: Utilizadas para medir pressão total estacionária.
- Anemometria a temperatura constante (*Constant Temperature Anemometry*, (CTA)): Fornece as medições de velocidade do escoamento em função do tempo.

### 4.2.3 Pressões dinâmicas

#### 4.2.3.1 ICD/ Parede do duto

O dispositivo de controle da entrada de ar (ICD) utiliza 80 microfones dispostos em um array helicoidal. Os microfones são Knowles FG-3329/69 e possuem uma sensibilidade típica de 44.7 mV/Pa a 1 KHz.

#### 4.2.3.2 Pás de estator instrumentadas

Uma única pá de estator de alumínio é instrumentada no intradorso e no extradorso com 30 microfones em cada lado, conforme apresentada na figura 4.14. Os microfones são Knowles EM-3069.

NASA  
C-98-1196



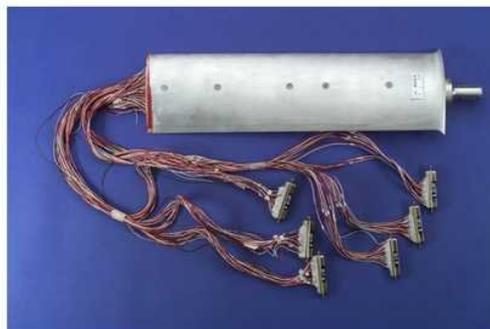
National Aeronautics and Space Administration  
Lewis Research Center

NASA  
C-98-1194



National Aeronautics and Space Administration  
Lewis Research Center

NASA  
C-98-1201



National Aeronautics and Space Administration  
Lewis Research Center

Figura 4.14: Pá de estator instrumentada

## 4.2.4 Medições de pressão estática

### 4.2.4.1 *Electronically Scanned Pressure - ESP*

O *Electronically Scanned Pressure (ESP)* é um sistema de aquisição utilizado para se obter, com bastante acurácia, leituras de pressão estacionária para medições abso-

lutas ou diferenciais.

#### 4.2.4.2 ESCORT

ESCORT é um sistema estacionário capaz de fornecer aquisição de dados em tempo real, verificação de limites, análise e exposição. Este sistema faz aquisições, converte, analisa e mostra a visualização de dados estacionários de forma gráfica ou alfanumérica com taxas de até duas vezes por segundo.

A aquisição de dados do ESCORT inclui até 2000 canais de instrumentação que incluem termostatos, transdutores de pressão, balanças de força, tomadas de velocidade, acelerômetros, posições, sistemas ESP, entre outros. Sistemas customizados também podem ser conectados.

ESCORT efetua cálculos em tempo real e interativo utilizando dados amostrados bem como fornece uma visualização em tempo real de variáveis e gráficos

A interface do ESCORT com o sistema ESP ou com o sistema PACS é viável para fornecer dados relativos a posição das sondas e podem ser customizados para atingir os requisitos do cliente. Além disso, o sistema suporta monitores de dados remotos no local onde cliente estiver situado.

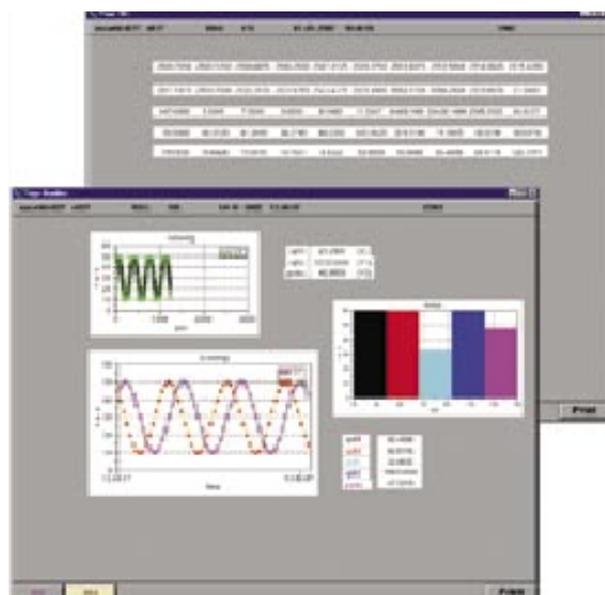


Figura 4.15: Interface gráfica do usuário do ESCORT.

### 4.3 Geometria do ANCF

A geometria foi dividida em quatro arquivos: pá do rotor, pá do estator, perfil da Nacelle e perfil do cubo. Todos os arquivos contém as coordenadas das partes no formato ASCII plot 3D. As coordenadas fornecidas pelo NASA Glenn Research Center foram importadas para o Solidworks e a geometria foi montada pela equipe do CAALab.

A geometria da nacelle pode ser observada na figura 4.16. O conjunto do ANCF é mostrado nas figuras 4.17 a 4.19. A vista superior do ANCF é observada na figura 4.19, que pode ser comparada à vista superior esquemática apresentada na figura 4.6.

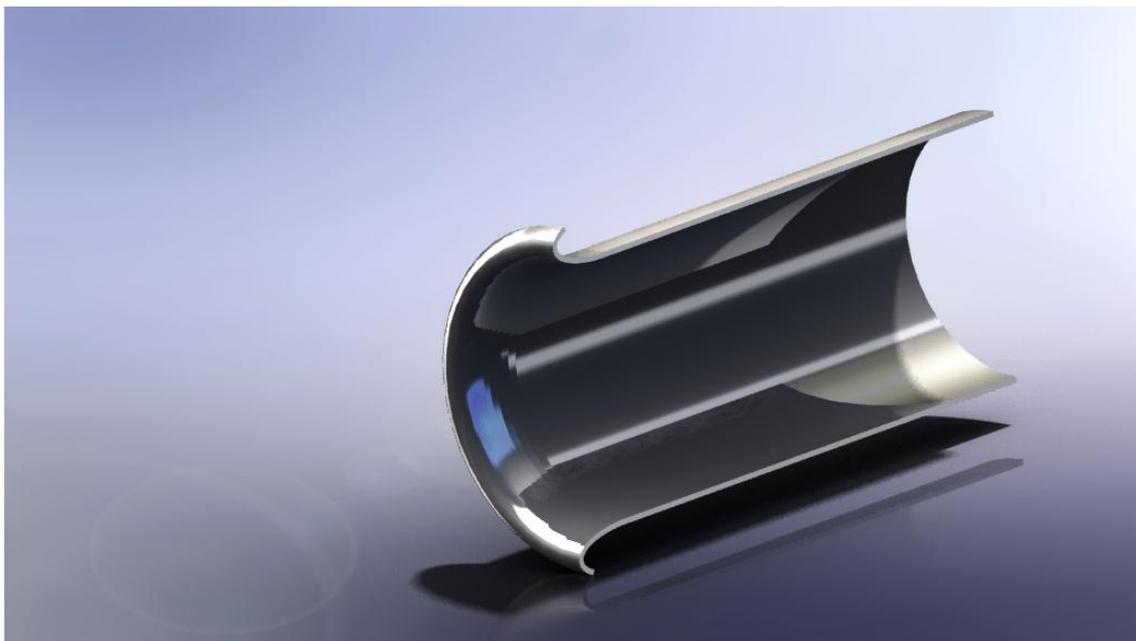


Figura 4.16: Nacele do *Active Noise Control Fan*



Figura 4.17: Vista isométrica da montagem do *Advanced Noise Control Fan*.



Figura 4.18: Vista frontal da montagem do *Advanced Noise Control Fan*.

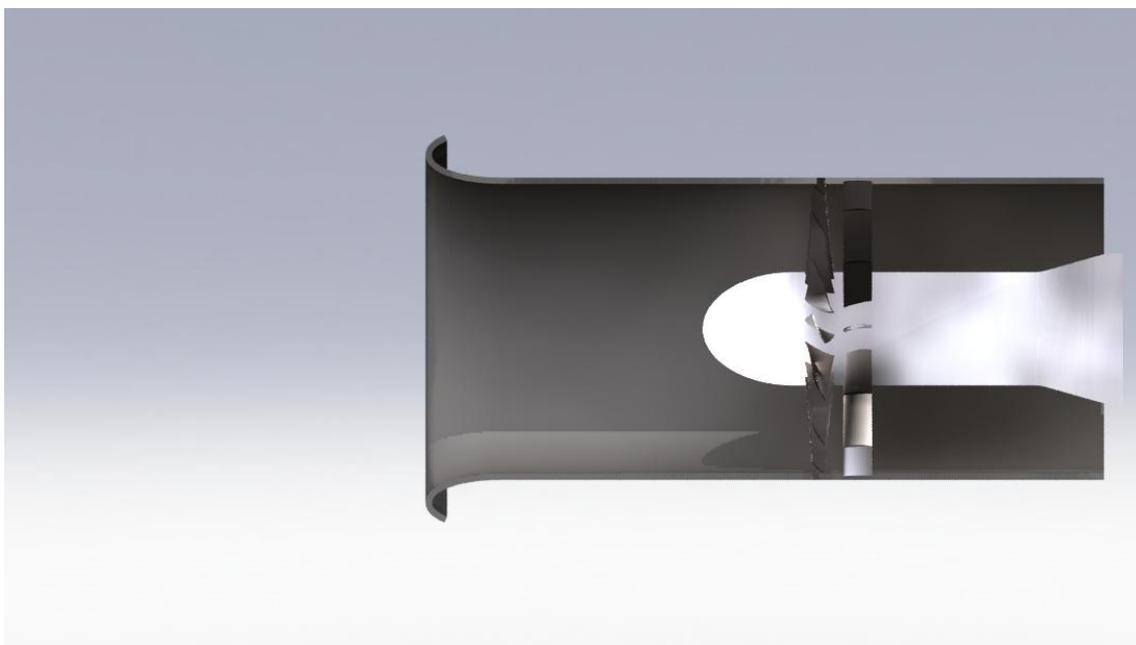


Figura 4.19: Vista superior da montagem do *Advanced Noise Control Fan*.

## Capítulo 5 RESULTADOS

### 5.1 *Benchmark* da Interação entre a Rajada e a Cascata de Estator

Entender as componentes de ruído tonal produzidas à múltiplos da frequência de passagem de pás (BPF) é um primeiro passo para se entender o ruído de fan. Este estudo bidimensional da interação entre a cascata e a rajada foi proposto inicialmente no quarto Workshop de *Benchmarks* na área de Aeroacústica Computacional por [Envia, 2003] e foi feito com o objetivo de investigar a estrutura modal [Bobenrieth et al, 2010], que é uma característica particular do ruído de tubomáquinas.

O problema consiste em uma cascata de estator bidimensional composta por 27 pás e na imposição de uma rajada periódica e harmônica no plano de entrada, que representa a esteira convectiva do rotor. Os resultados são analisados com base no modelo proposto por [Tyler et al,1962], explicado em detalhes na sessão 2.2.

Para atingir tal objetivo. o problema foi dividido em duas partes. Na primeira parte, o campo de escoamento médio sobre a cascata de estator foi obtido através da resolução das equações não lineares de Euler e a média temporal desta solução é utilizada como campo médio de entrada da segunda parte, onde as equações de Euler linearizadas são resolvidas com a imposição da rajada no plano de entrada. O cômputo foi efetuado no domínio do tempo, utilizando para tal uma malha cartesiana regular com alta resolução onde erros de dissipação devidos à variação de resolução da malha não estão presentes. Os resultados obtidos para as flutuações de pressão e de velocidade axial , bem como o nível de pressão sonora total, são apresentados para o primeiro, o segundo e o terceiro harmônicos

Todos os casos foram simulados utilizando 256 núcleos Intel Xeon de um cluster SGI Altix Ice, com 32 processos MPI abrindo 8 threads de execução cada um, totalizando 256 threads de execução. Para cada harmônico, o tempo por interação foi de 1,0077 segundos, totalizando 184,75 horas, uma vez que foram executadas 660.000 interações. Por núcleo, o tempo requerido por volume de controle foi de  $1.42 \times 10^{-6}$  segundos por iteração.

### 5.1.1 Definição do Problema

A geometria da cascata bidimensional é apresentada na figura 5.1. A cascata de estator é composta por 27 pás e a razão entre a distância vertical entre os bordos de ataque de dois estatores consecutivos e a corda da pá do estator é de  $d/c = 2/3$ , com os planos de entrada e de saída posicionados à  $x = -3/2c$  e  $x = 3/2c$ , respectivamente. As condições na entrada são dadas por:

$$\begin{aligned} U_\infty^* &= 150.02 \text{ m/s}, & p_\infty^* &= 88,201.71 \text{ Pa}, & T_\infty^* &= 277.13 \text{ K}, \\ M_\infty &= 0.44958, & \alpha_i &= 36^\circ. \end{aligned} \quad (5.1)$$

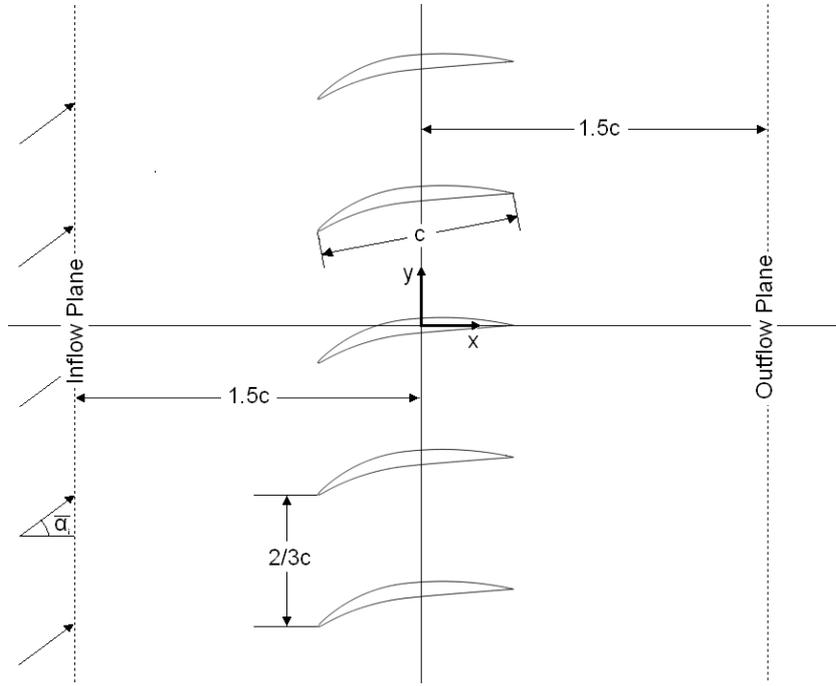


Figura 5.1: Geometria da cascata de estator.

A rajada periódica,  $u_g(y, t)$ , imposta na entrada, representa a esteira convectiva do rotor e é descrita como:

$$u_g(y, t) = \sum_{n=1}^3 a_n \cos [n (k_y y - \omega t)] \mathbf{e}_\beta, \quad (5.2)$$

$$\mathbf{e}_\beta = (\cos \beta) \mathbf{e}_x - (\sin \beta) \mathbf{e}_y, \quad (5.3)$$

$$a_1 = \frac{5 \times 10^{-3}}{M_\infty}, \quad a_2 = \frac{3 \times 10^{-3}}{M_\infty}, \quad a_3 = \frac{7 \times 10^{-3}}{M_\infty}, \quad (5.4)$$

$$k_y = \frac{11\pi}{9}, \quad \omega = \frac{3\pi}{4M_\infty}. \quad (5.5)$$

### 5.1.2 Malha Computacional

O código VAT utiliza duas malhas: Uma malha superficial lagrangeana e uma malha euleriana cartesiana regular, que garante melhores resultados em relação às malhas conformativas. A malha cartesiana de cada pá possui  $3.36 \times 10^6$  volumes, sendo  $2.88 \times 10^6$  volumes apenas na região regular de dimensões  $3c \times 2/3c$ . A malha de superfície possui 9.915 pontos que definem a geometria da cascata, com uma resolução de 1.200 volumes de controle sobre a corda. As figuras 5.2 e 5.3 mostram a resolução da malha cartesiana regular nos bordos de ataque e de fuga da pá. É importante notar que esta malha de alta resolução é replicada 54 vezes em todo o domínio regular ( $3c \times 36c$ ) utilizado para simular a resposta modal das 54 pás de estator, resultando em  $155.52 \times 10^6$  volumes de controle na malha regular e em  $181.44 \times 10^6$  volumes de controle na malha total.

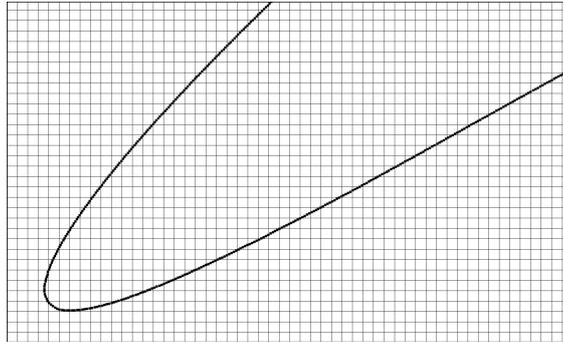


Figura 5.2: Refinamento da malha no bordo de ataque da pá, evidenciando a malha cartesiana e os pontos da malha de superfície.

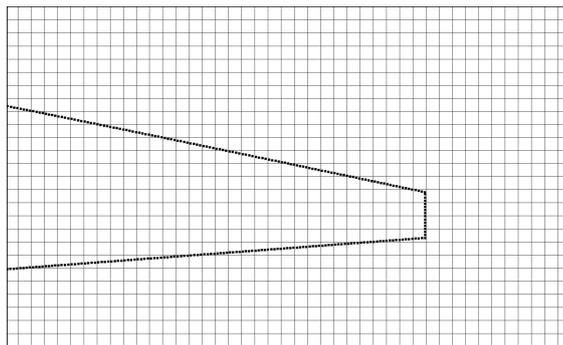


Figura 5.3: Refinamento da malha no bordo de fuga da pá, evidenciando a malha cartesiana e os pontos da malha de superfície.

### 5.1.3 Solução para o campo médio

A figura 5.4 mostra o campo de escoamento não estacionário calculado através das equações de Euler não lineares. A variável de visualização é a variável  $\beta_T = |\nabla T|^{1/20}$ , que permite a visualização simultânea dos campos termodinâmico e aeroacústico.



Figura 5.4: Solução do campo de escoamento não estacionário calculado através das equações de Euler não lineares. A variável de visualização é  $\beta_T = |\nabla T|^{1/20}$ .

A solução média das equações de Euler não lineares são utilizadas como o entrada para resolver as equações de Euler linearizadas. A figura 5.5 mostra o campo médio do coeficiente de pressão na região regular do domínio da malha da pá do estator e a figura 5.6 mostra o número de Mach local. Como apresentado por [Bobenrieth et al, 2010], estes campos médios obtidos com o código VAT apresentam boa concordância com os mesmos campos obtidos com o código CFD++, que é um código RANS.

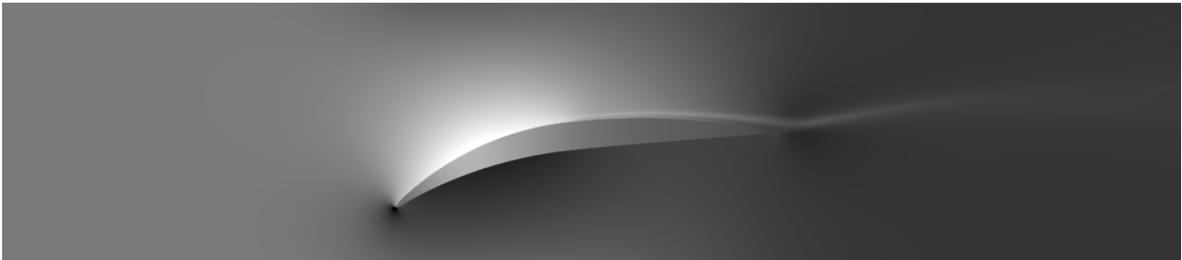


Figura 5.5: Campo médio do coeficiente de pressão na região regular da malha obtido com o VAT.



Figura 5.6: Campo médio do número de Mach na região regular da malha obtido através do código VAT.

A figura 5.7 apresenta o campo não estacionário do coeficiente de pressão na esteira de vorticidade na posição  $(x = 3/2c, y = 0)$ , enquanto a figura 5.8 mostra o coeficiente de pressão médio resultante na mesma posição.

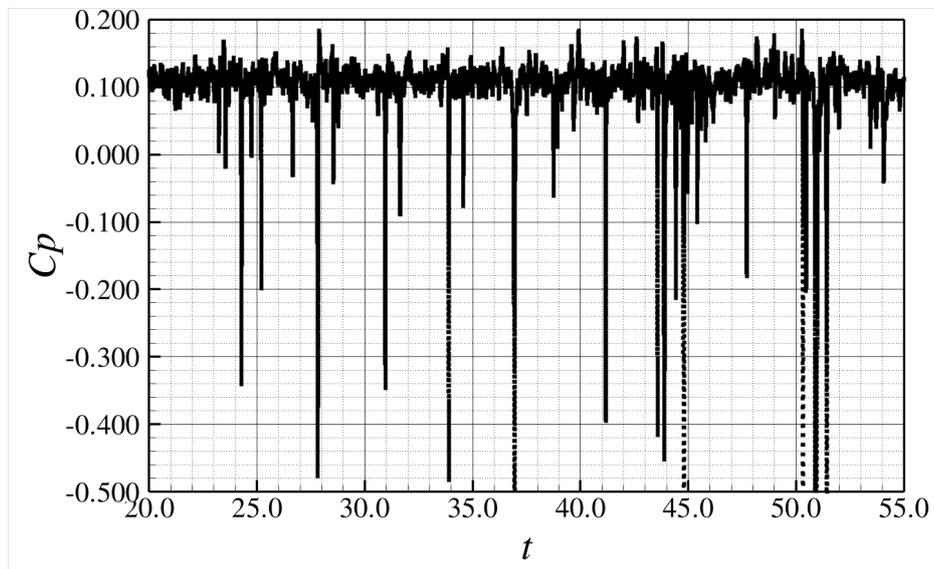


Figura 5.7: Valores do coeficiente de pressão não estacionário na esteira de vorticidade

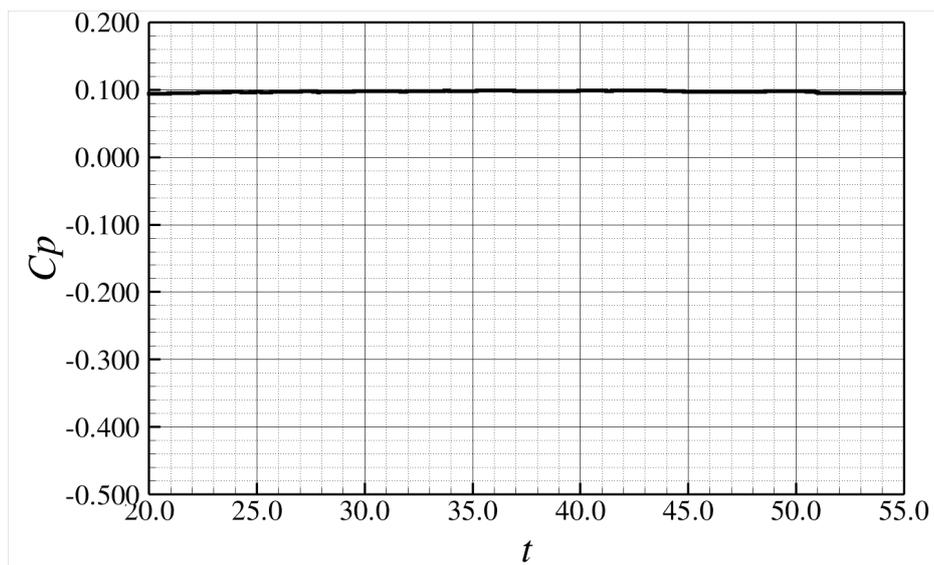


Figura 5.8: Valor médio do coeficiente de pressão na esteira de vorticidade

### 5.1.4 Soluções para o Campo Linearizado

A solução do campo médio de Euler foi utilizada como campo médio de entrada para o solver de Euler linearizado com o objetivo de calcular os harmônicos da resposta não estacionária produzida pela interação entre a rajada e a cascata. A estrutura modal da resposta à esta interação pode ser interpretada por meio da relação de [Tyler et al,1962].

$$m = hB - sV, \quad (5.6)$$

onde B e V são número de pás do rotor e do estator,  $m$  é a ordem do modo circunferencial e  $s$  é um número inteiro. A relação entre os períodos da rajada e da cascata na direção  $y$  é dada pela razão B/V ratio que é igual a 22/54 em um período de  $2\pi$ . O número de onda  $k_y$  é dado por

$$k_y = \frac{3\pi m}{V}. \quad (5.7)$$

Modos acústicos e convectivos são preditos. Os modos acústicos se propagam à velocidade do som relativamente ao meio em ambas direções e são melhores observados no campo de pressão, muito embora também estejam presentes no campo de velocidade. Os modos convectivos trafegam na velocidade do escoamento e são apenas observados no campo de velocidade. Os modos negativos trafegam na direção oposta à do rotor, enquanto os modos positivos trafegam na mesma direção da esteira da pá do rotor. Os modos acústicos dominantes produzidos em resposta à cada frequência que compõe a rajada, bem como os números de onda correspondentes são apresentados na tabela 5.1.

Frequencia	Ordem do modo m	Numero de onda	Tipo do modo
$\omega = 3\pi/4$	m= +22	$k_y = +3.84$	Evanescente
$\omega = 3\pi/4$	m= -32	$k_y = -5.59$	Evanescente
$\omega = 3\pi/4$	m= +22	$k_y = +3.84$	Convectivo
$2\omega = 6\pi/4$	m= -10	$k_y = -1.75$	Propagante
$2\omega = 6\pi/4$	m= +44	$k_y = +7.68$	Convectivo
$3\omega = 9\pi/4$	m= +12	$k_y = +2.09$	Propagante
$3\omega = 9\pi/4$	m= -42	$k_y = -7.33$	Propagante
$3\omega = 9\pi/4$	m= +66	$k_y = +11.52$	Convectivo

Tabela 5.1: Modos acústicos dominantes produzidos em resposta à cada frequência e número de onda correspondente

A figura 5.9 mostra a visualização das flutuações de pressão e de velocidade axial da resposta linearizada das 54 pás de estator à rajada à frequência primária de  $\omega =$

$3\pi/4$  (esquerda), duas vezes esta frequência  $2\omega = 6\pi/4$  (centro) e três vezes esta frequência  $3\omega = 9\pi/4$  (right), obtidas através do código VAT com condições de contorno periódicas. Para cada frequência, o lado esquerdo corresponde à perturbação de pressão e o lado direito corresponde à perturbação de velocidade axial

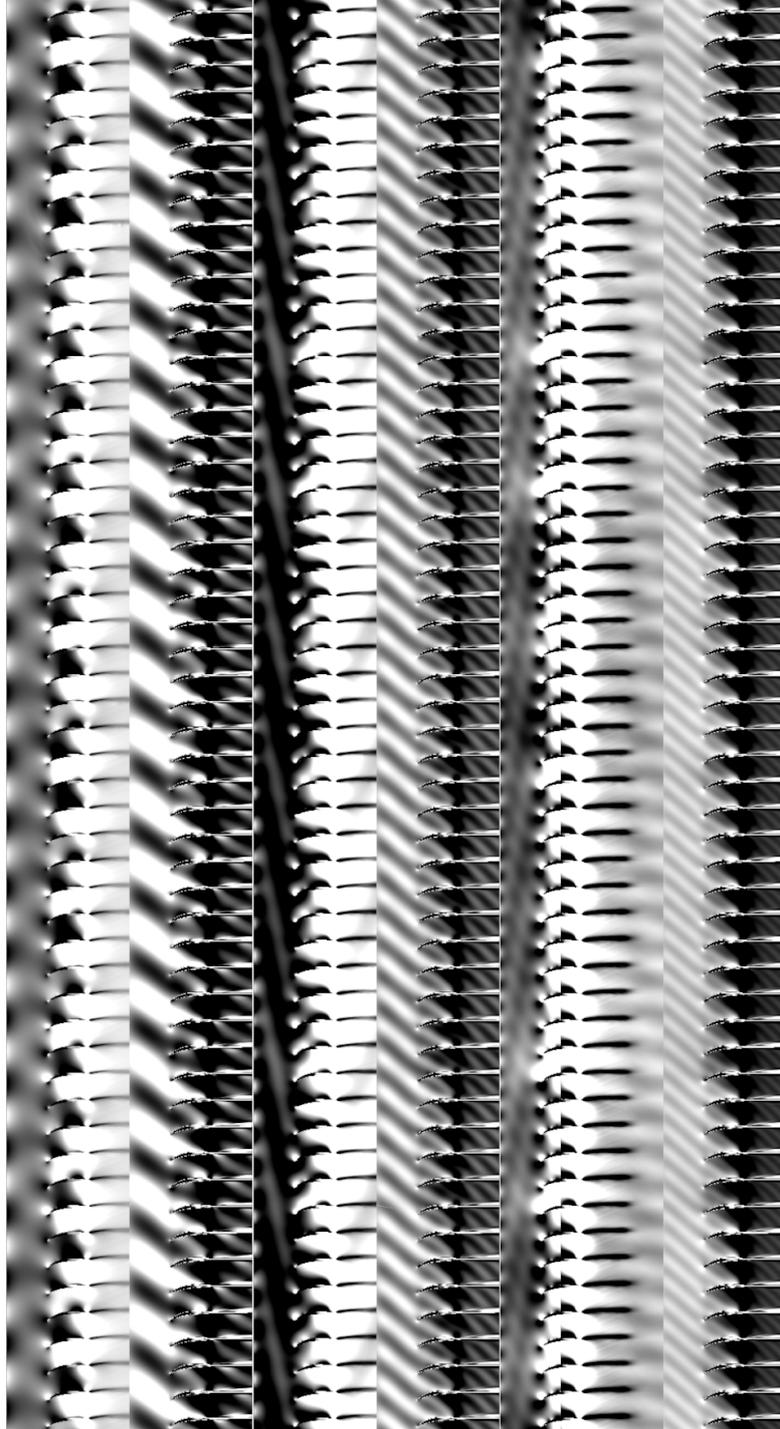


Figura 5.9: Resposta linearizada das 54 pás de estator à rajada para a frequência  $\omega$  igual a  $3\pi/4$  (esquerda),  $6\pi/4$  (centro), e  $9\pi/4$  (direita) obtidas com o código VAT

A resposta linearizada à rajada para a frequência primária obtida com o código VAT pode ser observada em detalhes na figura 5.10. O campo de perturbação de pressão é dominado por dois modos acústicos:  $m = +22$  e  $m = -32$ . O campo de velocidade axial é dominado pelo modo convectivo  $m = +22$ .

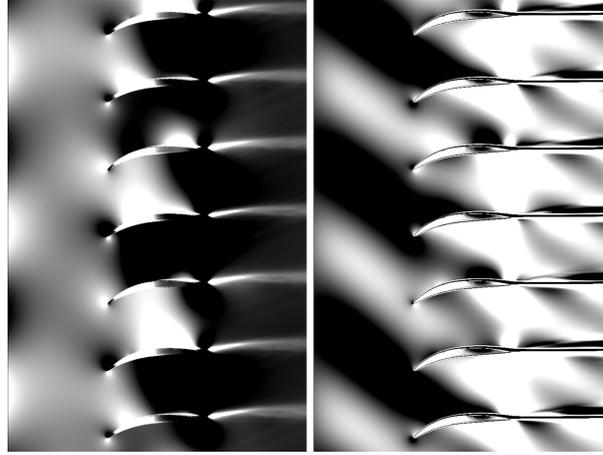


Figura 5.10: Resposta linearizada à rajada para a frequência primária obtida com o código VAT em detalhe. O lado esquerdo corresponde à perturbação do campo de pressão e o lado direito corresponde à perturbação do campo de velocidade axial.

A figura 5.11 apresenta visualizações similares da resposta linearizada à cascata para a frequência  $2\omega = 6\pi/4$  obtida com o código VAT com condições de contorno periódicas. O lado esquerdo corresponde à perturbação do campo de pressão, que é dominado pelo modo acústico  $m = -10$ . O campo perturbado da velocidade axial dominado pelo modo convectivo  $m = +44$  é apresentado ao lado direito.

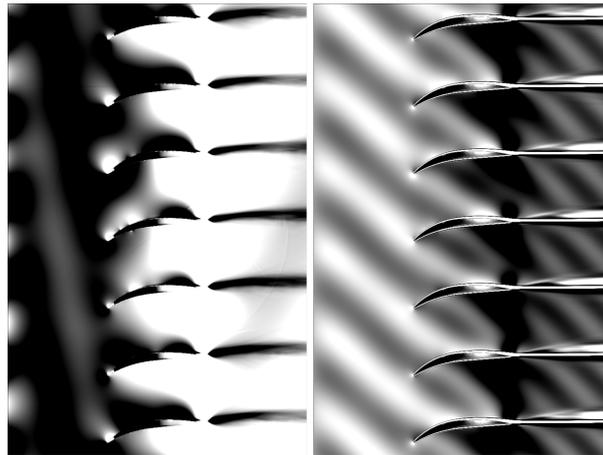


Figura 5.11: Resposta linearizada à rajada para o dobro da frequência primária obtida com o código VAT em detalhe. O lado esquerdo corresponde à perturbação do campo de pressão e o lado direito corresponde à perturbação do campo de velocidade axial.

A figura 5.12 apresenta uma visualização similar da resposta linearizada à cascata para o triplo da frequência primária  $3\omega = 9\pi/4$  obtida com o código VAT com condições de contorno periódicas. O lado esquerdo corresponde à perturbação do campo de pressão, que é dominado pelos modos acústicos  $m = +12$  e  $m = -42$ . O campo perturbado da velocidade axial dominado pelo modo convectivo  $m = +66$  é apresentado ao lado direito.

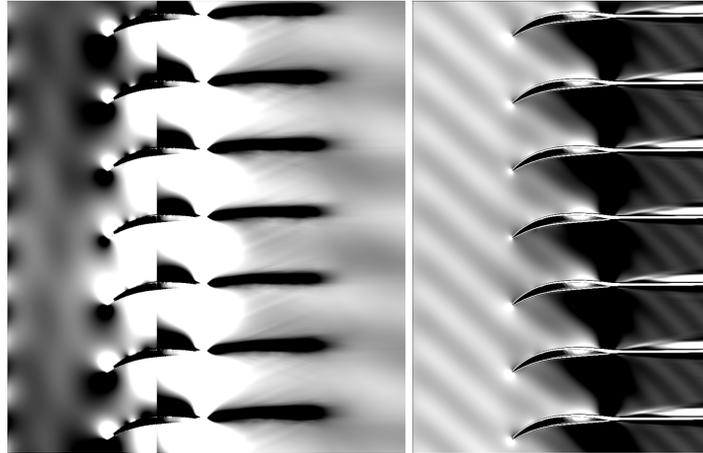


Figura 5.12: Resposta linearizada à rajada para o triplo da frequência primária obtida com o código VAT em detalhe. O lado esquerdo corresponde à perturbação do campo de pressão e o lado direito corresponde à perturbação do campo de velocidade axial.

As figuras 5.13, 5.15 e 5.17 mostram o campo do nível de pressão sonora (SPL) devido à rajada para a frequência primária, para o dobro e para o triplo desta frequência. Vale ressaltar que a metodologia de imposição da fronteira imersa de forma direta utilizada neste trabalho resulta em uma descontinuidade do campo de SPL sobre a superfície da pá extremamente definida.

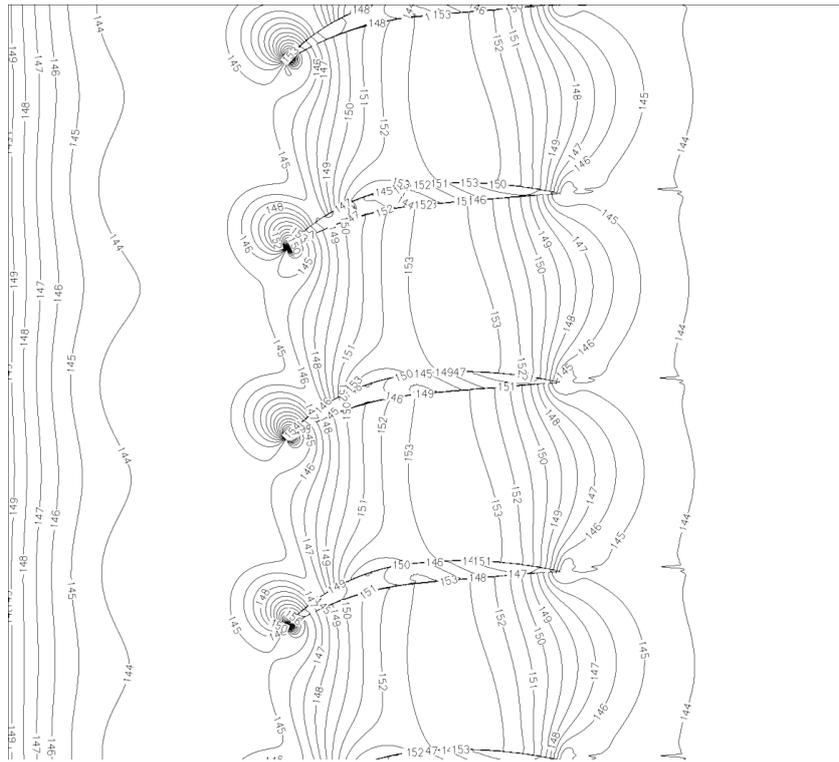


Figura 5.13: Detalhe do campo de SPL devido à rajada para a frequência primária obtida com o código VAT.

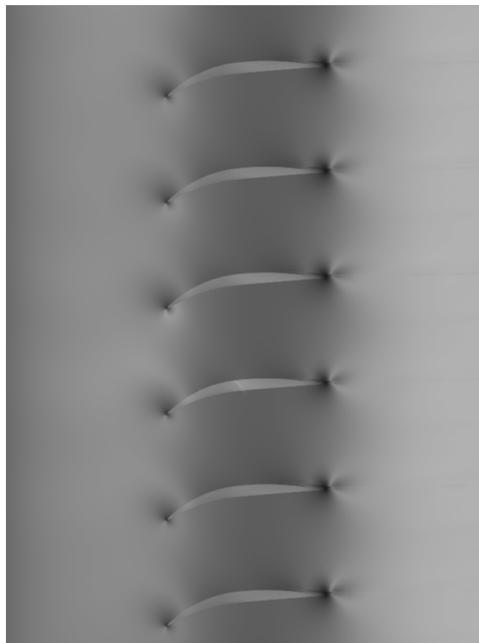


Figura 5.14: Detalhe de seis pás do campo de SPL devido à rajada para a frequência primária obtida com o código VAT.



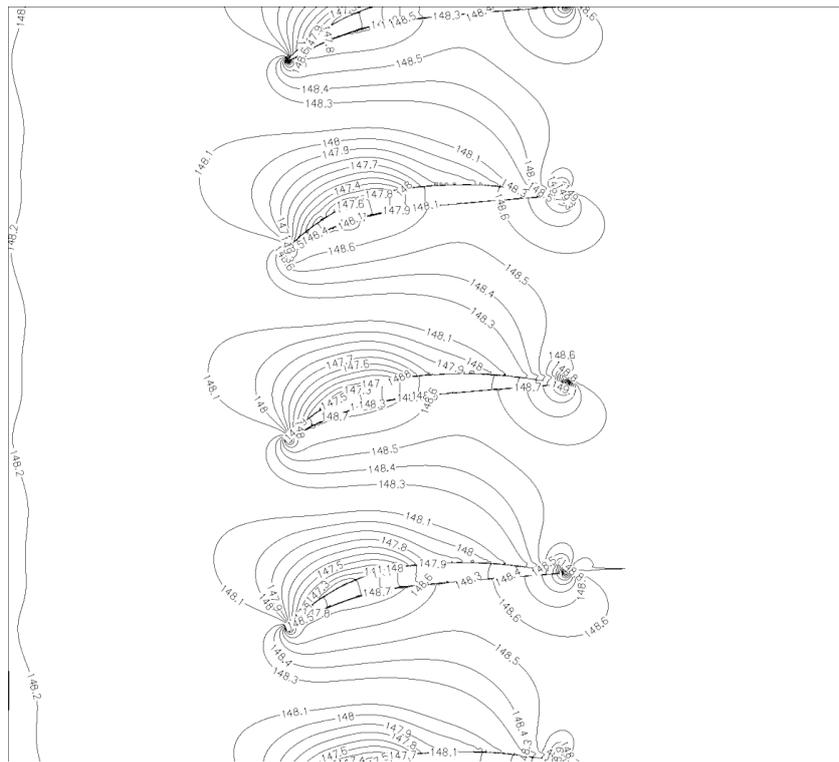


Figura 5.17: Detalhe do campo de SPL devido à rajada para o triplo da frequência primária obtida com o código VAT.



Figura 5.18: Detalhe de seis pás do campo de SPL devido à rajada para o triplo da frequência primária obtida com o código VAT.

## 5.2 Predição do Ruído Tonal e de Banda Larga para o ANCF

Nesta tese, para a predição do ruído de fan, uma combinação de 16 pás de rotor e 13 pás de estator foi escolhida. A velocidade de rotação do eixo é de 1800 rpm, que é a condição de operação nominal do ANCF, fornecendo um número de Mach na entrada do duto de 0.15 e uma frequência de passagem de pás fundamental (BPF) de 480Hz. A pressão e a velocidade características são de 101.300 Pa e 300 K. O comprimento característico é 48 polegadas, que é o diâmetro do duto do ANCF.

### 5.2.1 Geometria do ANCF e Malhas Superficiais

A geometria do *Advanced Noise Control Fan* foi fornecida pelo Dr. Daniel Sutliff, da divisão de Aeroacústica do *NASA Glenn Research Center*, no formato Plot3D. A geometria é composta por quatro partes e está dividida em quatro arquivos: pá de rotor, pá de estator, perfil da nacelle e perfil do hub. Todos os arquivos continham as coordenadas das partes no formato ASCII Plot3D. Estas coordenadas foram importadas para o Solidworks e a geometria foi montada pelo Laboratório de Aeroacústica Computacional da Universidade de Brasília. As figuras 5.19, 5.20 e 5.21 apresentam as vistas isométricas dos componentes do *Advanced Noise Control Fan*.

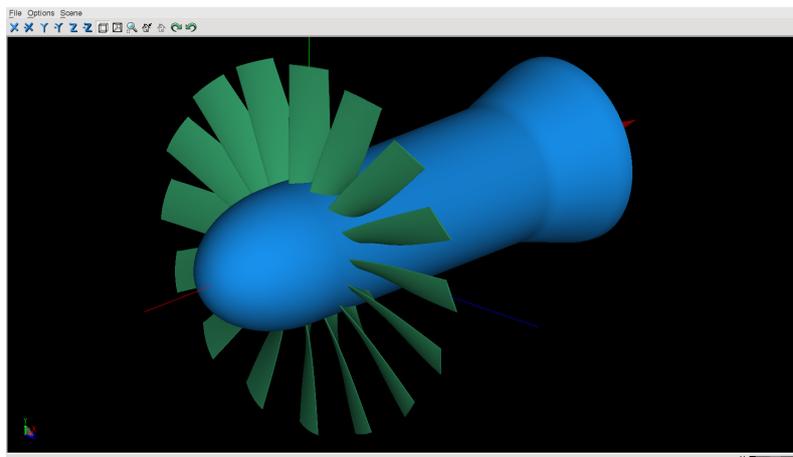


Figura 5.19: Visualização das geometrias do rotor e do hub.

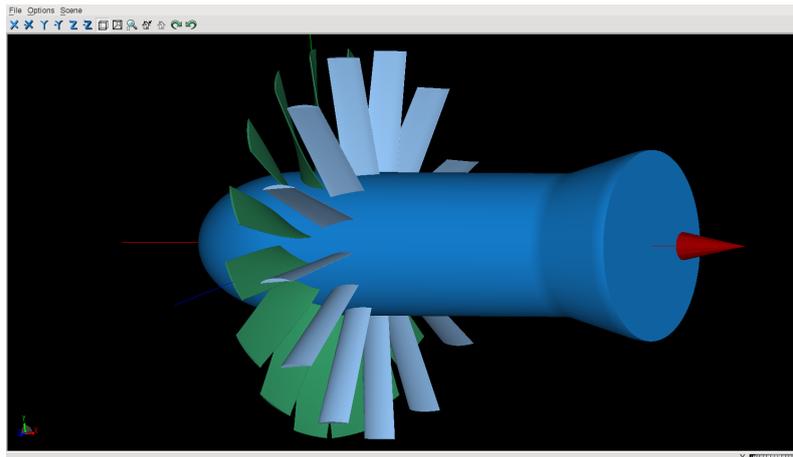


Figura 5.20: Visualização das geometrias do estator, do rotor e do hub.

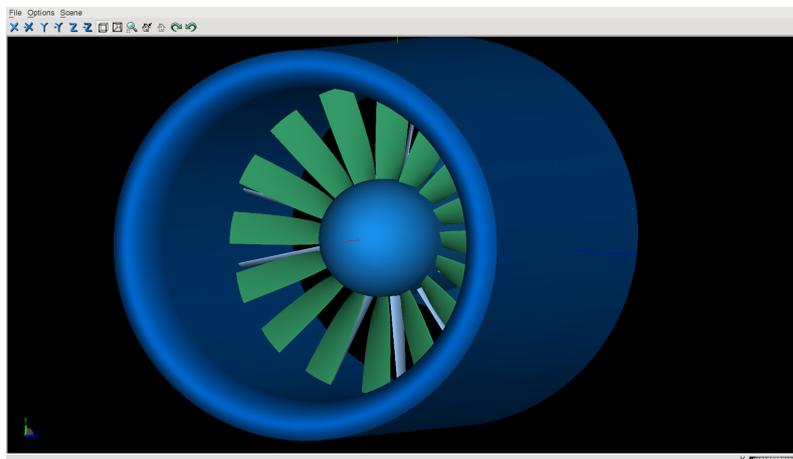


Figura 5.21: Visualização das geometrias da nacelle, do estator, do rotor e do hub

A malha de superfície foi gerada através do software ICEM CFD por Braulio Pimenta, aluno de pós graduação do Laboratório de Aeroacústica Computacional da Universidade de Brasília. Esta malha foi importada para o PowerCASE, que é a interface gráfica do software PowerFLOW. A figura 5.19 mostra a malha do rotor e do hub e a figura 5.20 mostra a malha do rotor, do estator e do hub. As figuras 5.22 e 5.23 apresentam a visualização da malha superficial do hub na parte de frente e na parte traseira. As figuras 5.24 e 5.25 apresentam detalhes da malha na ponta e na raiz da pá. As figuras 5.26 apresentam a visualização da malha superficial da pá do estator na ponta e na raiz.

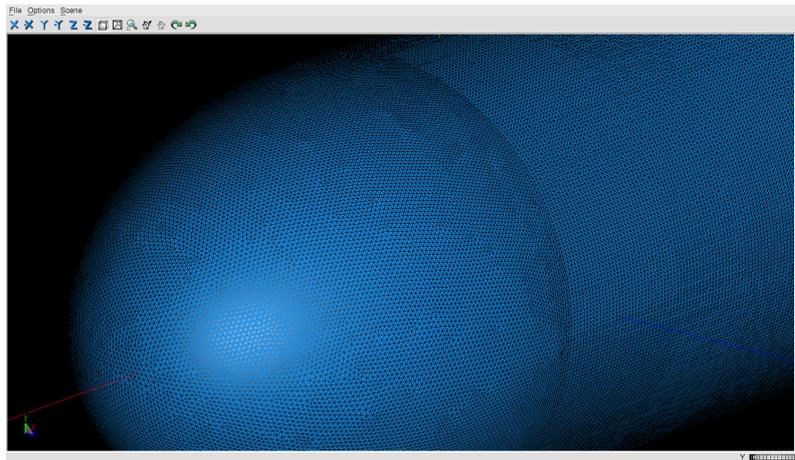


Figura 5.22: Visualização da malha superficial do hub na parte da frente.

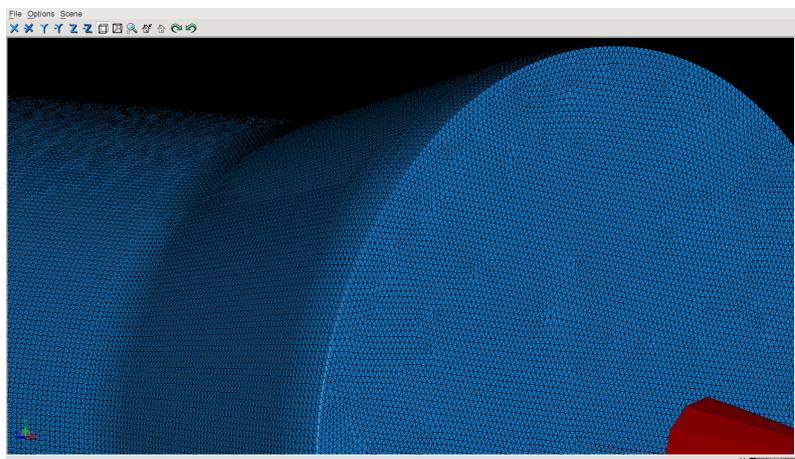


Figura 5.23: Visualização da malha superficial do hub na parte traseira.

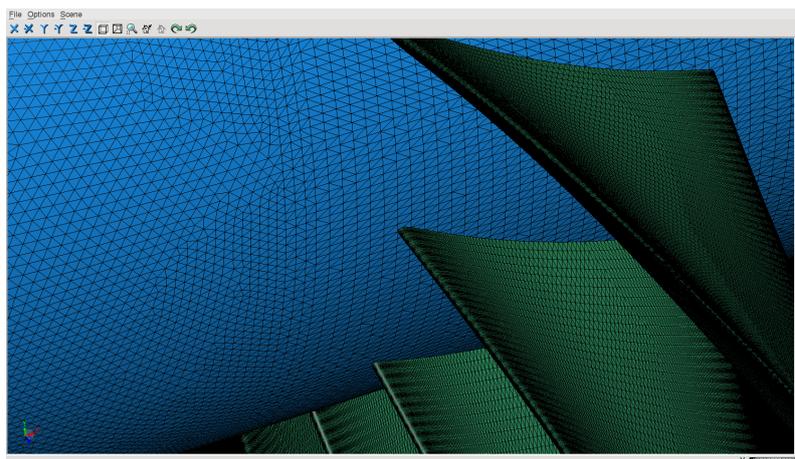


Figura 5.24: Visualização da superfície do rotor e do cubo na raiz da pá.

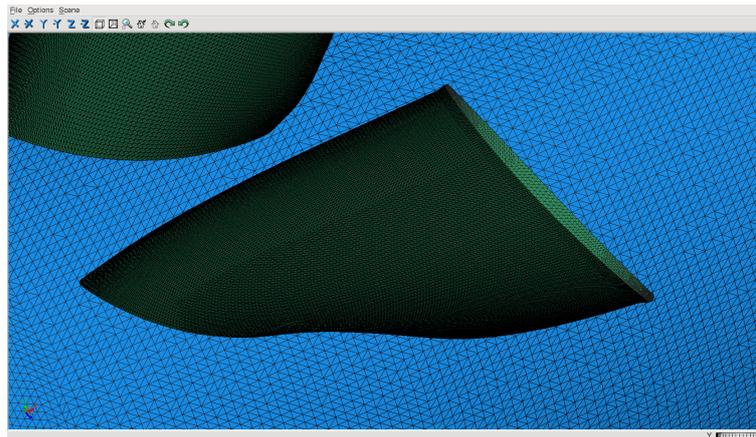


Figura 5.25: Visualização da malha superficial do rotor na ponta da pá.

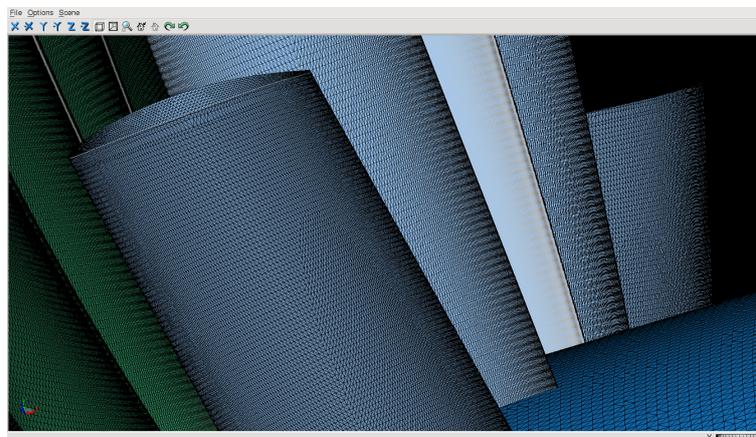


Figura 5.26: Visualização da malha superficial da pá do estator na ponta e na raiz.

Por fim, as figuras 5.21 e 5.27 mostram a visualização das geometrias da nacelle, do estator, do rotor e do cubo e a visualização das malhas de superfície do rotor e do estator nas pontas das pás do rotor e do estator e a superfície interna da nacelle.

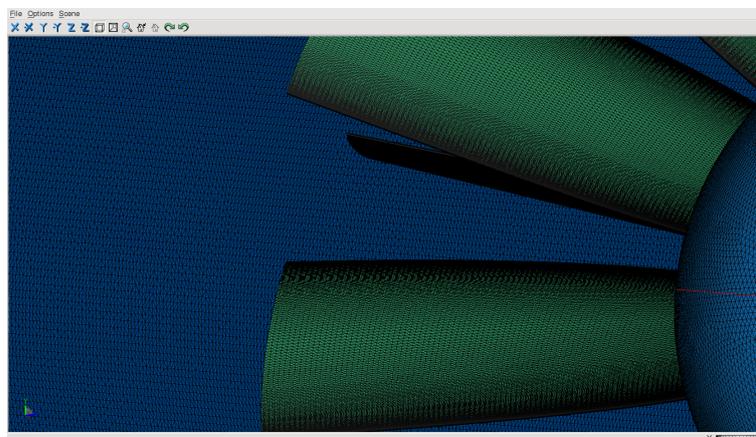


Figura 5.27: Visualização das malhas superficiais do rotor e do estator na ponta das pás do rotor e do estator e na superfície interna da nacelle.

## 5.2.2 Definição dos Parâmetros de Simulação

### 5.2.2.1 Parâmetros Característicos: Parâmetros Globais e Condições de Contorno

A pressão, a temperatura e o número de Mach característicos são 101,300Pa, 300K e 0.15. O comprimento característico é o diâmetro do duto, isto é, 48 polegadas. O número de *voxels* que definem o comprimento característico da escala de maior resolução também é definido neste estágio. A figura 5.28 mostra uma foto da aba *Global Parameters* do PowerFLOW onde estes parâmetros globais são inseridos.

Parameter	Value	Unit
Characteristic Pressure	101300	Pa
Characteristic Velocity	52.0783	m/sec
Characteristic Temperature	300	degK
Characteristic Viscosity	1.568e-05	m^2/sec
Characteristic Length	48	in
Characteristic Area	1.16745403184	m^2
Resolution (cells along char length)	500	
Simulated Mach Number	Chosen by PowerFLOW	
Simulated Mach Number of Char Velocity		
Max Expected Velocity	1.3 * (Char Velocity)	m/sec
Simulation Time	10	sec
Simulation Time Between Checkpoints	0.1	sec
Gas Molecular Weight	28.97	kg/kmol
Gas Specific Heat Ratio	1.4	
Constant-pressure Specific Heat	1007	J/(kg*degK)
Default Turbulence Intensity	0.01	
Default Turbulence Length Scale	5	mm

Anechoic Outer Layer (high viscosity in outermost fluid region to absorb acoustic waves)

Figura 5.28: Parâmetros Globais

A condição de contorno de escorregamento na parede foi imposta no rotor e no estator, bem como na nacelle e no cubo. A figura 5.29 mostra uma foto instantânea da aba *Boundary Conditions* do PowerFLOW onde as condições de contorno são inseridas.

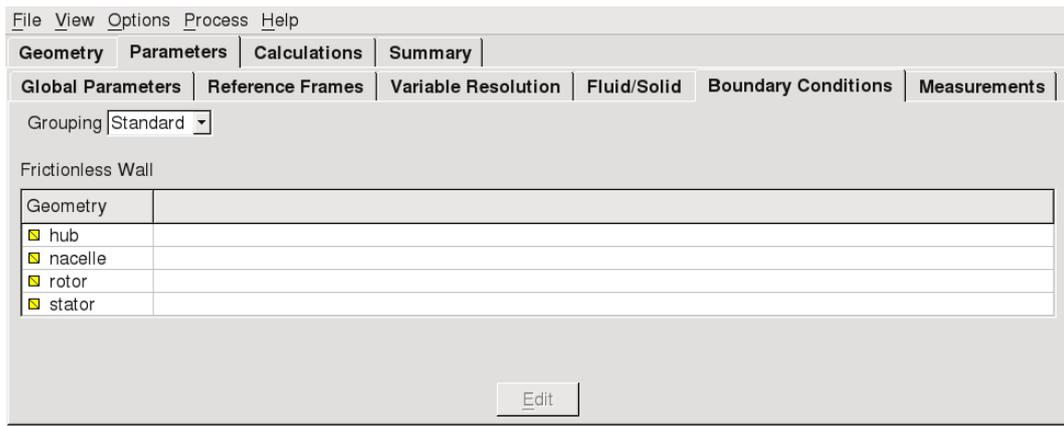


Figura 5.29: Aba do PowerFLOW onde foram inseridas as condições de contorno de escorregamento.

### 5.2.2.2 Domínio Computacional: Sistema de Referência Rotativo

Uma malha rotativa foi criada envolvendo o rotor. Este sistema de referência local rotaciona relativamente às outras partes do domínio e é uma opção conveniente, uma vez que a geometria é bem complexa. Inicialmente, um eixo rotativo foi criado paralelamente ao eixo da geometria, conforme apresentado na figura 5.30.

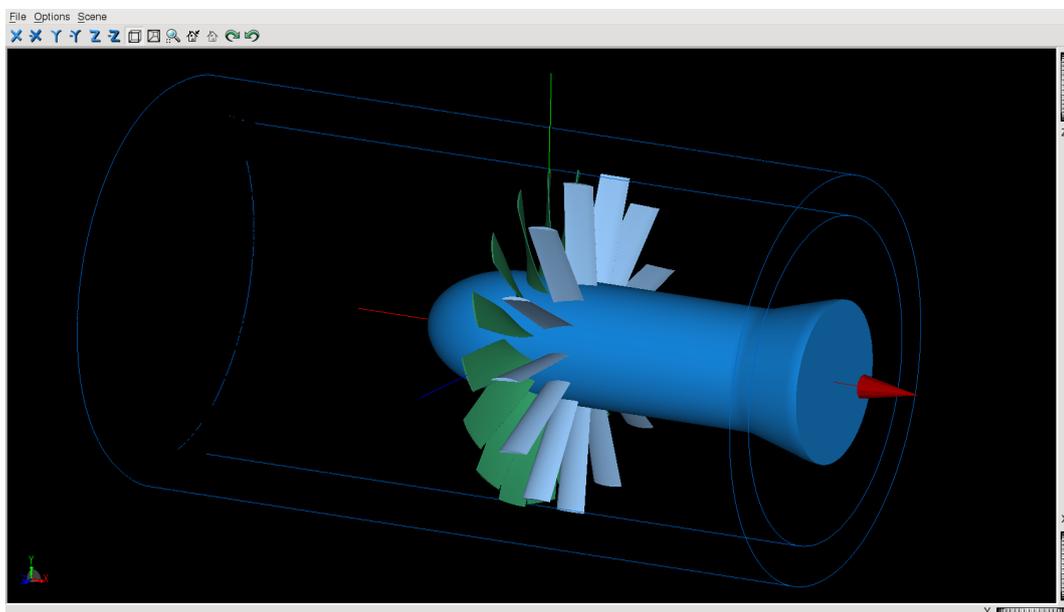


Figura 5.30: Visualização do Eixo Rotativo

Em seguida, um volume rotativo envolvendo o rotor foi criado. A figura 5.31 mostra o volume rotativo cilíndrico em verde claro. Este volume rotaciona com a velocidade angular de 1800 rpm, que é a condição nominal de operação do ANCF.

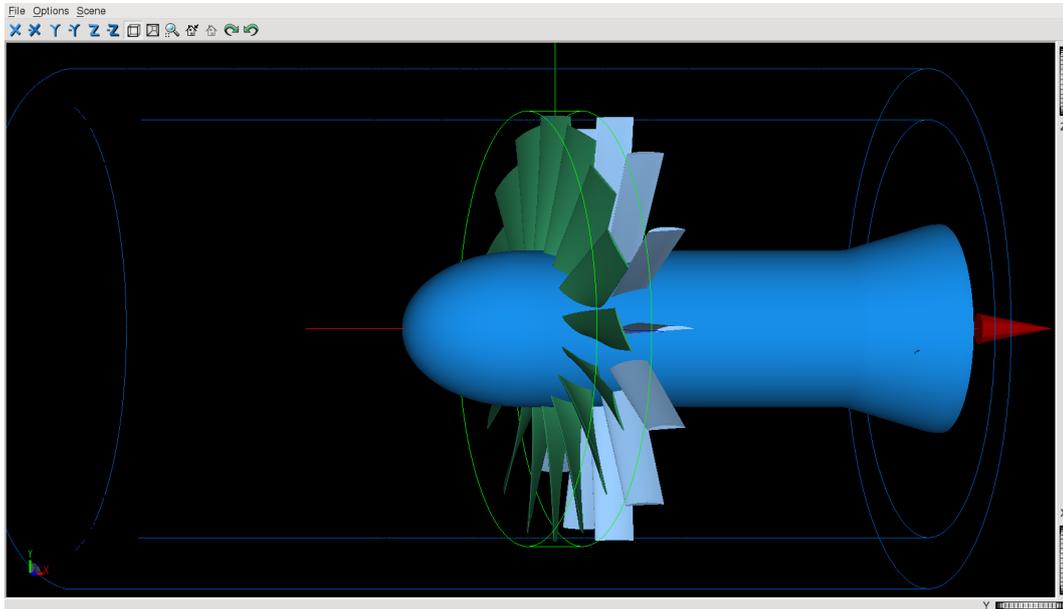


Figura 5.31: Visualização do contorno do volume rotativo (forma cilíndrica em verde claro).

A figura 5.32 mostra uma foto instantânea da tela de interface gráfica do Power-CASE que evidencia a criação do volume rotativo. Observe que a velocidade de rotação do eixo é de 1800 rpm.

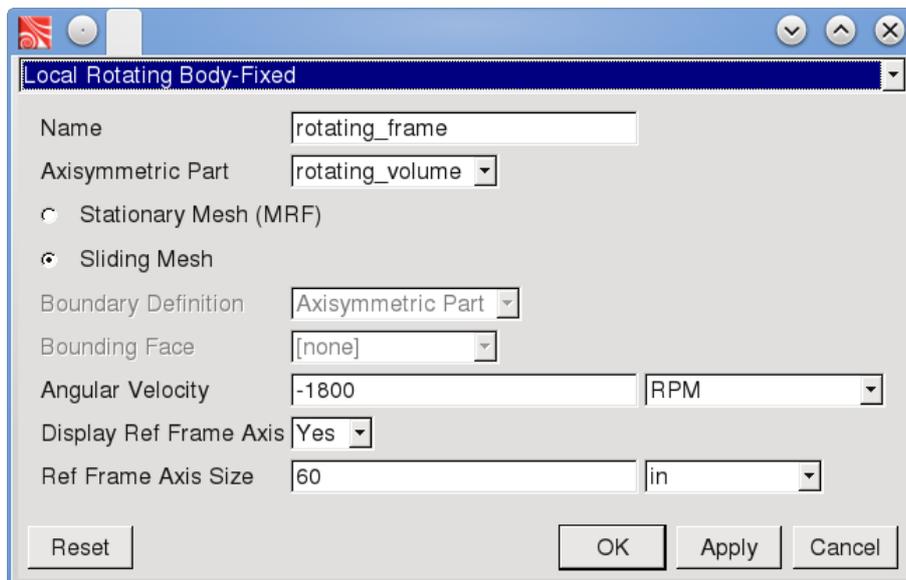


Figura 5.32: Criação do volume rotativo

O resultado final é apresentado na figura 5.33. O eixo de rotação é mostrado em vermelho. O sistema rotativo é mostrado em azul e é paralelo ao eixo de rotação. O

volume de rotação é apresentado em verde claro e envolve o rotor.

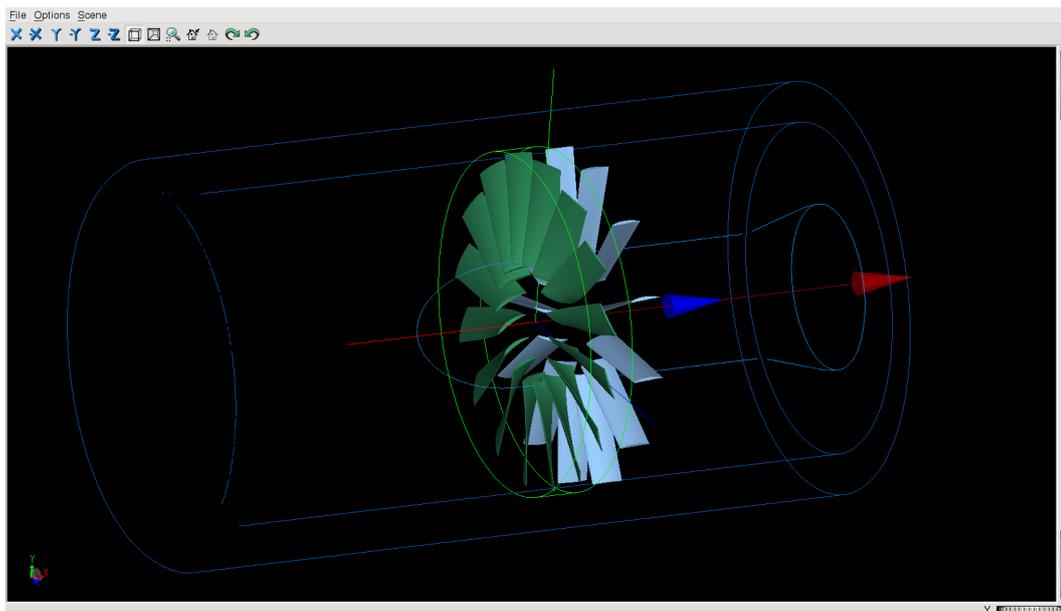


Figura 5.33: Visualização do *rotating frame* (seta azul alinhada com o eixo rotativo).

### 5.2.2.3 Domínio Computacional: As Regiões de Resolução Variáveis

No PowerFLOW, o domínio computacional é composto por várias regiões de resolução variável. A região variável subsequente envolve a região anterior. O menor elemento de volume é chamado *voxel* e o menor elemento de superfície é chamado *surfel*. Cada elemento que define o *surfel* e o *voxel* é chamado *lattice*. A resolução diminui da região mais interna para a região mais externa. Em cada região subsequente, a partir da região de maior resolução para a região de menor resolução, o tamanho do voxel é duas vezes o tamanho do voxel da região anterior. Neste sentido, dobrando a resolução, o número de voxels será multiplicado por oito e o número de surfels será multiplicado por um fator de quatro. Quanto maior a resolução, maior será a acurácia e maior será a quantidade de recursos computacionais necessários para a simulação. A escolha da resolução é na verdade uma escolha da acurácia em detrimento dos recursos computacionais ou vice-versa. A máxima resolução é de 500 voxels pelo diâmetro do duto, que é o comprimento característico do problema. Dez regiões de resolução variável foram definidas. O maior nível se refere a região de maior resolução.

Na sessão 5.2.2.1 a resolução da escala mais refinada foi definida, conforme apresentado na figura 5.28, que mostrou a foto instantânea da aba *global parameters* do PowerFLOW. Nas simulações apresentadas neste trabalho, a máxima resolução é de 500

elementos ao longo do diâmetro do duto, que é o comprimento característico do problema. Dez regiões de diferentes resoluções foram definidas. Maiores níveis referem-se a regiões de resolução maiores.

Uma vez que uma das principais fontes de ruído de turbofan é a interação entre o rotor e o estator, esta região foi escolhida como a região de máxima resolução (Nível 10), envolvendo o rotor e o estator. A figura 5.34 mostra a região de maior resolução (nível 10) em branco. O volume rotativo e a região nível 10 possuem a mesma resolução. Envolvendo a região de maior resolução está a região nível 9, que preenche a nacelle. Esta região é apresentada na figura 5.35 em branco, envolvendo a região nível 10.

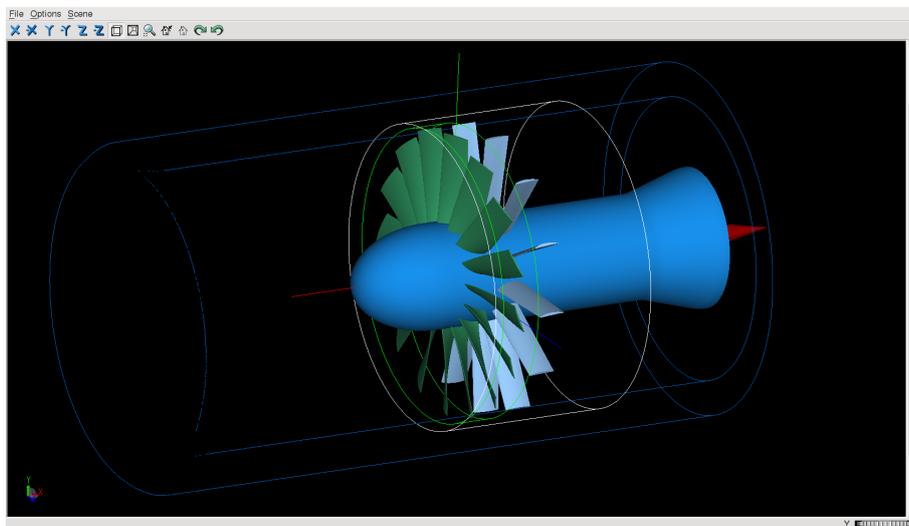


Figura 5.34: Visualização do contorno da região nível 10 (região cilíndrica em branco que envolve o volume rotativo)

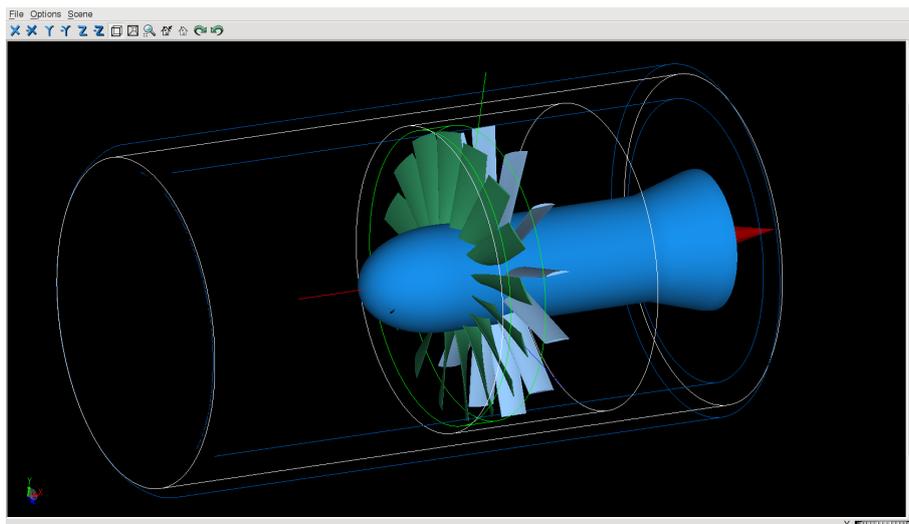


Figura 5.35: Visualização do contorno da região nível 09 (região cilíndrica em branco que envolve a região nível 10).

A região de resolução variável (nível 08) é apresentada na figura 5.36. Esta região envolve a região anterior e a nacelle e é a última região de resolução variável cuja forma é cilíndrica.

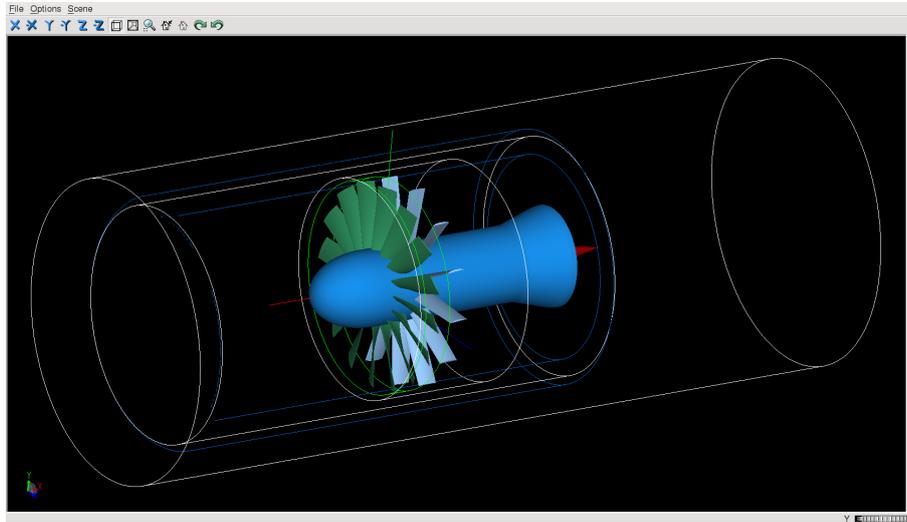


Figura 5.36: Visualização do contorno da região nível 08 (região cilíndrica em branco que envolve a região nível 09).

A região de resolução variável nível 07 contém as sondas do campo distante apresentadas na sessão 4.2.1.1. A fim de manter a mesma resolução da saída do duto até as sondas do campo distante e, ao mesmo tempo, diminuir a quantidade de recursos computacionais necessários, esta região com forma irregular que termina nas sondas de campo distante foi criada. A figura 5.37 mostra a região 07. As sondas de campo distante do ANCF são mostradas em vermelho. Quinze sondas são posicionadas a certa distância do plano de entrada e outras quinze a certa distância do plano de saída. As sondas estão posicionadas nos mesmos locais dos microfones do ANCF.

Após a região nível 07, as seis regiões que se seguem são em forma de caixas. Estas regiões foram criadas com o propósito de promover a dissipação e evitar reflexões por meio da variação da resolução da malha. Na região mais refinada (região nível 10), 500 voxels foram utilizados para definir o comprimento característico de 48 polegadas. Conseqüentemente, a resolução da região nível 10 é:

$$\frac{48in}{500} = 2.4mm \quad (5.8)$$

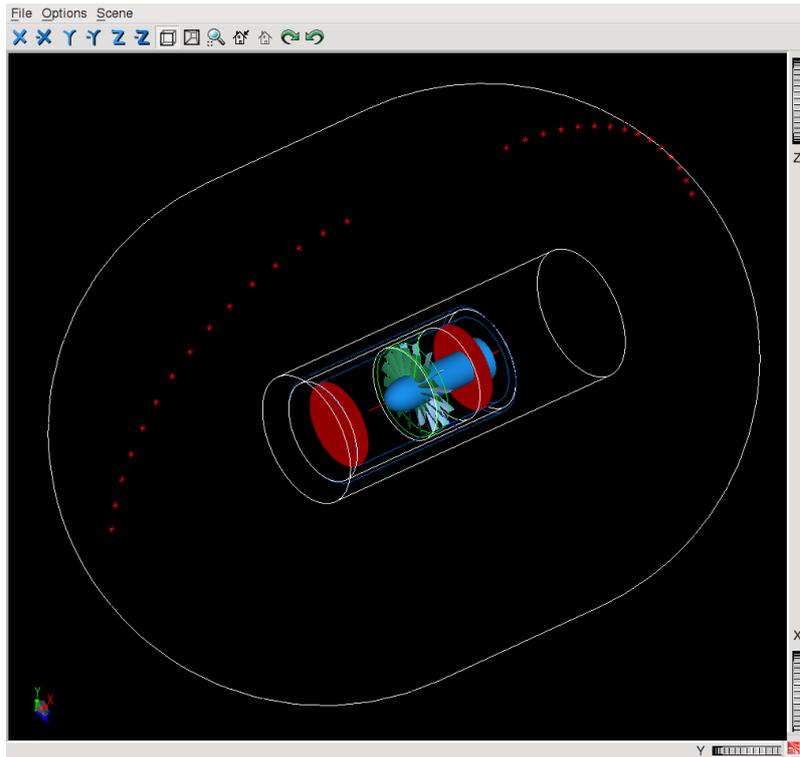


Figura 5.37: Visualização do contorno da região nível 07 contendo as 30 sondas do campo distante (pontos em vermelho) sobre sua superfície e regiões de medição de campo próximo na entrada e na saída (superfície em carmim) dentro da região nível 02

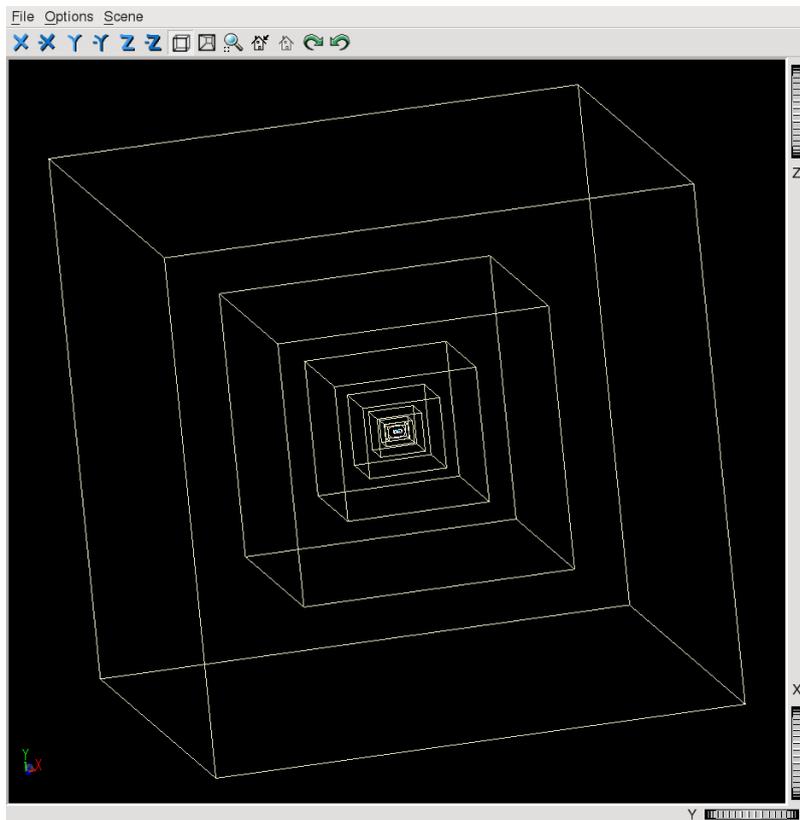


Figura 5.38: Visualização do contorno do volume de simulação (Simvol)

As sondas de campo distante estão localizadas na região nível 07, cuja resolução é oito vezes menor que a região de máxima resolução. Conseqüentemente, o tamanho do voxel na região 07 é  $8 \times 2.4\text{mm} = 19.5\text{mm}$ . Considerando que 15 voxels são suficientes para definir um comprimento de onda, o comprimento de onda mínimo que esta simulação é capaz de simular é  $15 \times 19.5 = 292.6$  e, conseqüentemente, a maior frequência confiável é 1186 Hz.

Name	Csys	X	Y	Z	Display	Color	DispSize
probe_rake_30	default_csys	183.3157 in	49.2509 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_29	default_csys	178.5083 in	60.857 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_28	default_csys	172.7077 in	72 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_27	default_csys	165.9579 in	82.595 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_26	default_csys	158.3104 in	92.5614 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_25	default_csys	149.8234 in	101.8234 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_24	default_csys	140.5614 in	110.3104 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_23	default_csys	130.595 in	117.9579 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_22	default_csys	120 in	124.7077 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_21	default_csys	108.857 in	130.5083 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_20	default_csys	97.2509 in	135.3157 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_19	default_csys	85.2699 in	139.0933 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_18	default_csys	73.0053 in	141.8123 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_17	default_csys	60.5504 in	143.452 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_16	default_csys	48 in	144 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_15	default_csys	-60 in	144 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_14	default_csys	-76.0515 in	143.1026 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_13	default_csys	-92.148 in	140.3656 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_12	default_csys	-107.5941 in	135.9073 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_11	default_csys	-122.4469 in	129.7551 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_10	default_csys	-137.1591 in	121.5832 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_09	default_csys	-149.8387 in	112.5389 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_08	default_csys	-161.8234 in	101.8234 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_07	default_csys	-172.5389 in	89.8387 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_06	default_csys	-181.9856 in	76.5214 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_05	default_csys	-189.7551 in	62.4469 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_04	default_csys	-195.9073 in	47.5941 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_03	default_csys	-200.3656 in	32.148 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_02	default_csys	-203.1026 in	16.0515 in	0 in	Yes		2 in
probe_rake_01	default_csys	-204 in	0 in	0 in	Yes		2 in

Figura 5.39: Posição,  $(x, y, z)$ , das sondas de campo distante em polegadas.

### 5.2.3 Modos Acústicos dentro do duto do ANCF

Turbofans produzem um número infinito de modos. Contudo, o modelo de Tyler-Sofrin descrito no capítulo 2 fornece um método para limitar os modos azimutais a se considerar. A regra de Tyler-Sofrin, apresentada previamente na equação 2.28, é dada por:

$$m = hB + sV, s = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (5.9)$$

onde  $m$  é a ordem do modo azimutal,  $h$  é o harmônico,  $B$  é o número de pás do rotor,  $V$  é o número de pás do estator e  $s$  é um número inteiro. Uma vez que a geometria do *Advanced Noise control Fan* utilizada nesta simulação é composta por 16 pás de rotor e 13 pás de estator, a equação 5.9 se torna:

$$m = 16h + 13s, s = \dots, -1, 0, 1, \dots \quad (5.10)$$

Os modos positivos são aqueles que rotacionam na mesma direção do eixo e os modos negativos são aqueles que rotacionam na direção oposta. Cada modo rotaciona com uma velocidade de fase azimutal  $U_{p\theta}$  que é uma fração da velocidade de rotação do rotor  $U$ . A razão entre a velocidade de fase do modo azimutal e a velocidade de fase do rotor foi apresentada previamente na equação 2.29 e é repetida aqui por conveniência na equação 5.11.

$$\frac{U_{p\theta}}{U} = \frac{hB}{hB \pm sV} = \frac{16h}{16h \pm 13s} \quad (5.11)$$

Nesta simulação a velocidade do eixo é de 1800 rpm, muito embora o campo proveniente da interação entre o rotor e o estator rotacione muito mais rápido que o próprio rotor. Esta é a razão pela qual o campo resultante dessa interação se propaga na parede do duto com velocidade de ponta de pá supersônica na direção circunferencial, enquanto a velocidade do rotor permanece subsônica. Na verdade, a principal conclusão da sessão 3.3.0.5 é que se o número de Mach helicoidal de ponta de pá é menor que a velocidade do som, o rotor não emite som ao campo distante. A equação 5.11 apresenta a razão entre a velocidade do modo e a velocidade do eixo. Se esta razão é maior do que um o modo se propaga. Caso contrário, o modo decai. Embora esta relação seja válida para fans de alta velocidade, o que não é o caso, razões mais altas indicam modos propagantes.

As tabelas 5.2 e 5.3 apresentam os modos azimutais gerados para cada harmônico  $h$ , a velocidade de modo azimutal  $U_{p\theta, mn}$  e a razão entre a velocidade de fase do modo azimutal  $U_{p\theta}$  e a velocidade de fase azimutal do eixo  $U$ . Os modos  $m = 16$ ,  $m = 32$  e  $m = 48$  são devidos ao campo do rotor apenas para a primeira, segunda e terceira BPF e rotacionam com a mesma velocidade de rotação do eixo, enquanto os outros são devidos ao campo de interação entre o rotor e o estator.

Tabela 5.2: Modos azimutais calculados com base na regra de Tyler-Sofrin para a primeira, segunda e terceira BPF e inteiros variando de  $-6$  a  $6$ , velocidade de fase azimutal do modo e razão entre as velocidades de rotação do modo e do eixo

modo m	harmonico h	inteiro s	$U_{p\theta}(Hz)$	$\frac{U_{p\theta}}{U}$
m=-62	h=1	s=-6	-7.742	-0.258
m=-49	h=1	s=-5	-9.796	-0.327
m=-36	h=1	s=-4	-13.333	-0.444
m=-23	h=1	s=-3	-20.870	-0.696
m=-10	h=1	s=-2	-48.000	-1.600
<b>m=+3</b>	<b>h=1</b>	<b>s=-1</b>	<b>+160.000</b>	<b>+5.333</b>
m=+16	h=1	s= 0	+30.000	+1.000
m=+29	h=1	s=+1	+16.552	+0.552
m=+42	h=1	s=+2	+11.429	+0.381
m=+55	h=1	s=+3	+8.727	+0.291
m=+68	h=1	s=+4	+7.059	+0.235
m=+81	h=1	s=+5	+5.926	+0.198
m=+94	h=1	s=+6	+5.106	+0.170
m=-46	h=2	s=-6	-20.870	-0.696
m=-33	h=2	s=-5	-29.091	-0.970
m=-20	h=2	s=-4	-48.000	-1.600
m=-7	h=2	s=-3	-137.143	-4.571
<b>m=+6</b>	<b>h=2</b>	<b>s=-2</b>	<b>+160.000</b>	<b>+5.333</b>
m=+19	h=2	s=-1	+50.526	+1.684
m=+32	h=2	s= 0	+30.000	+1.000
m=+45	h=2	s=+1	+21.333	+0.711
m=+58	h=2	s=+2	+16.552	+0.552
m=+71	h=2	s=+3	+13.521	+0.451
m=+84	h=2	s=+4	+11.429	+0.381
m=+97	h=2	s=+5	+9.897	+0.330
m=+110	h=2	s=+6	+8.727	+0.291

Tabela 5.3: Modos azimutais calculados com base na regra de Tyler-Sofrin rule para a terceira BPF e inteiros variando de  $-6$  a  $6$ , velocidade de fase do modo azimutal e razão entre as velocidades do modo e do eixo.

modo m	harmonico h	inteiro s	$U_{p\theta}(Hz)$	$\frac{U_{p\theta}}{U}$
m=-30	h=3	s=-6	-48.000	-1.600
m=-17	h=3	s=-5	-84.706	-2.824
<b>m=-4</b>	<b>h=3</b>	<b>s=-4</b>	<b>-360.000</b>	<b>-12.000</b>
<b>m=+9</b>	<b>h=3</b>	<b>s=-3</b>	<b>+160.000</b>	<b>+5.333</b>
m=+22	h=3	s=-2	+65.455	+2.182
m=+35	h=3	s=-1	+41.143	+1.371
m=+48	h=3	s= 0	+30.000	+1.000
m=+61	h=3	s=+1	+23.607	+0.787
m=+74	h=3	s=+2	+19.459	+0.649
m=+87	h=3	s=+3	+16.552	+0.552
m=+100	h=3	s=+4	+14.400	+0.480
m=+113	h=3	s=+5	+12.743	+0.425
m=+126	h=3	s=+6	+11.429	+0.381

Os modos cuja razão entre sua velocidade de fase azimutal  $U_{p\theta}$  e a velocidade azimutal do eixo  $U$  é maior, são mais propensos à propagação. Observe que esta razão é maior para o modo  $m = +3$  na primeira BPF, para os modos  $m = +6$  e  $m = -7$  na segunda BPF e para os modos  $m = -4$  e  $m = +9$  na terceira BPF e que estes modos estão relacionados ao campo de interação entre o rotor e o estator. Conclui-se, portanto, que o ruído proveniente da interação entre o rotor e o estator é maior que o ruído gerado pelo rotor apenas. As tabelas 5.4 e 5.5 apresentam os resultados experimentais do ANCF para um estator com 13 pás, distantes uma corda do rotor, com uma rotação de eixo de 1800 rpm, para a região à montante.

Quando os cálculos apresentados nas tabelas 5.2 são comparados aos resultados experimentais na entrada, apresentados nas tabelas 5.4 e 5.5, é observado que o primeiro está em boa concordância com o último, uma vez que os modos com maiores velocidades de fase azimutal apresentam maiores níveis de pressão sonora. Os resultados numéricos também estão em boa concordância com os resultados analíticos e com os dados experimentais fornecidos. Através da visualização do campo de pressão na entrada, exatamente na mesma posição da sessão do duto onde os microfones estão posicionados, foi possível observar o modo  $m = +3$ , que é o modo associado à maior potência acústica, conforme observado nas tabelas 5.4 e 5.5. A figura 5.40 apresenta a

visualização da vista frontal do modo  $m = +3$  e a figura 5.41 sua visão isométrica.

Tabela 5.4: Resultados experimentais do ANCF para 13 pás de estator, posicionadas a uma corda de distância do rotor e para uma velocidade de rotação de eixo de 1800 rpm na entrada do duto para a primeira e a segunda BPF. O modo dominante na entrada para a primeira BPF é o modo  $m = +3$  (PWL=109.5 dB) e os modos dominantes na segunda BPF são  $m = +6$  (PWL=101.0 dB) e  $m = -7$  (PWL=90.4 dB). Esses modos são frutos do campo de interação entre o rotor e o estator.

BPF na entrada	modo m	PWL do modo m	Erro	n=0	n=1	n=2	n=3
1BPF inlet	m=-4	86.6	10.36	86.6			
1BPF inlet	m=-3	73.5	26.40	73.5			
1BPF inlet	m=-2	76.6	38.74	76.6			
1BPF inlet	m=-1	83.4	8.94	79.0	81.4		
1BPF inlet	m=0	86.1	7.88	84.5	80.9		
1BPF inlet	m=+1	85.4	8.47	77.5	84.6		
1BPF inlet	m=+2	82.9	15.30	82.9			
<b>1BPF inlet</b>	<b>m=+3</b>	<b>109.5</b>	<b>6.53</b>	<b>109.5</b>			
1BPF inlet	m=+4	79.9	15.85	79.9			
2BPF inlet	m=-9	77.6	22.24	77.6			
2BPF inlet	m=-8	79.5	27.29	79.5			
2BPF inlet	m=-7	90.4	9.25	90.4			
2BPF inlet	m=-6	76.1	33.70	76.1			
2BPF inlet	m=-5	78.0	25.17	74.1	75.6		
2BPF inlet	m=-4	77.3	21.29	76.6	71.5		
2BPF inlet	m=-3	76.7	26.75	71.8	74.9		
2BPF inlet	m=-2	83.8	7.69	78.6	78.7	79.6	
2BPF inlet	m=-1	80.0	32.17	76.2	77.6	63.5	
2BPF inlet	m=0	83.8	9.77	80.4	80.4	64.6	73.0
2BPF inlet	m=+1	85.7	17.44	82.5	82.5	72.4	
2BPF inlet	m=+2	83.8	11.21	72.6	77.6	82.1	
2BPF inlet	m=+3	81.7	34.02	80.6	75.2		
2BPF inlet	m=+4	79.4	29.54	76.9	75.7		
2BPF inlet	m=+5	79.4	22.21	75.8	76.8		
<b>2BPF inlet</b>	<b>m=+6</b>	<b>101.0</b>	<b>5.93</b>	<b>101.0</b>			
2BPF inlet	m=+7	77.8	26.65	77.8			
2BPF inlet	m=+9	78.5	16.38	78.5			
2BPF inlet	m=+9	80.7	8.50	80.7			

Tabela 5.5: Resultados experimentais do ANCF para 13 pás de estator, posicionadas a uma corda de distância do rotor e para uma velocidade de rotação de eixo de 1800 rpm na entrada do duto para a terceira BPF. O modo dominante na entrada para a terceira BPF é o modo  $m = +9$  (PWL=96.0 dB).

BPF na entrada	modo m	PWL do modo m	Erro	n=0	n=1	n=2	n=3	n=4
3BPF inlet	m=-14	70.0	38.80	70.0				
3BPF inlet	m=-13	70.2	35.49	70.3				
3BPF inlet	m=-12	71.7	26.32	71.7				
3BPF inlet	m=-11	69.6	36.23	69.6				
3BPF inlet	m=-10	73.2	39.58	73.2				
3BPF inlet	m=-9	68.4	36.6	65.6	65.2			
3BPF inlet	m=-8	74.9	21.59	74.1	67.3			
3BPF inlet	m=-7	72.1	29.83	70.9	66.1			
3BPF inlet	m=-6	76.8	29.99	75.5	70.6	62.5		
3BPF inlet	m=-5	72.7	41.61	61.6	64.3	71.6		
<b>3BPF inlet</b>	<b>m=-4</b>	<b>81.0</b>	<b>14.59</b>	<b>73.7</b>	<b>78.0</b>	<b>75.1</b>	<b>68.4</b>	
3BPF inlet	m=-3	79.6	19.66	75.1	63.8	77.9	71.2	
3BPF inlet	m=-2	79.5	28.50	61.3	73.5	74.2	75.9	
3BPF inlet	m=-1	79.0	8.54	60.5	75.1	74.5	69.6	69.4
3BPF inlet	m=0	83.5	1.34	73.9	76.6	70.9	70.8	81.0
3BPF inlet	m=+1	80.2	5.76	71.7	71.0	75.7	58.9	75.9
3BPF inlet	m=+2	72.9	30.50	63.0	65.6	62.6	70.9	
3BPF inlet	m=+3	78.9	1.57	69.7	73.8	65.7	76.1	
3BPF inlet	m=+4	75.9	12.07	69.4	73.0	69.8	56.1	
3BPF inlet	m=+5	75.6	22.36	73.8	67.7	68.0		
3BPF inlet	m=+6	80.8	17.36	77.6	72.9	76.4		
2BPF inlet	m=+7	75.2	31.66	73.4	70.6			
3BPF inlet	m=+8	81.2	12.27	81.1	64.8			
<b>3BPF inlet</b>	<b>m=+9</b>	<b>96.0</b>	<b>3.75</b>	<b>95.0</b>	<b>89.0</b>			
3BPF inlet	m=+10	79.8	16.79	79.8				
3BPF inlet	m=+11	73.0	38.75	73.0				
3BPF inlet	m=+12	70.0	38.30	70.0				
3BPF inlet	m=+13	72.0	18.42	72.0				
3BPF inlet	m=+14	70.5	11.30	70.5				

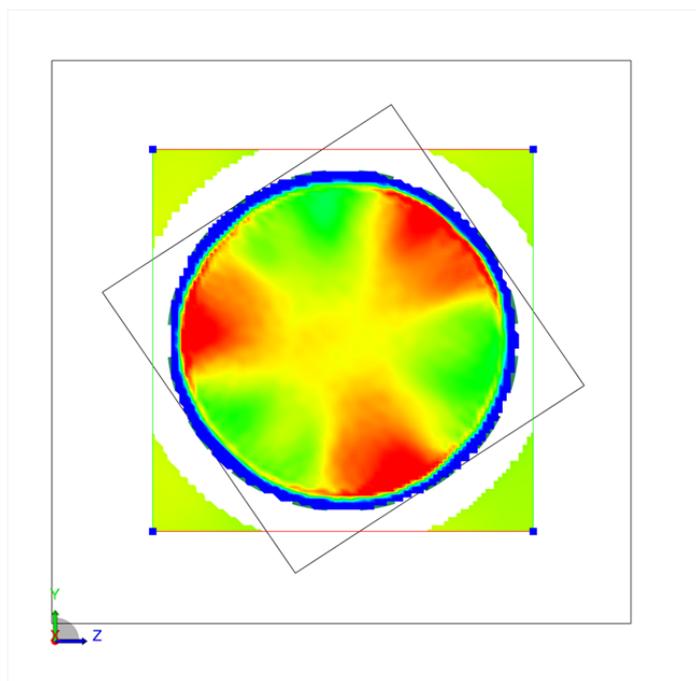


Figura 5.40: Visualização do modo  $m = +3$  na entrada do Advanced Noise Control Fan como resultado da simulação numérica feita através do software PowerFLOW. O modo  $m = +3$  é o modo azimutal associado ao maior nível de potência sonora

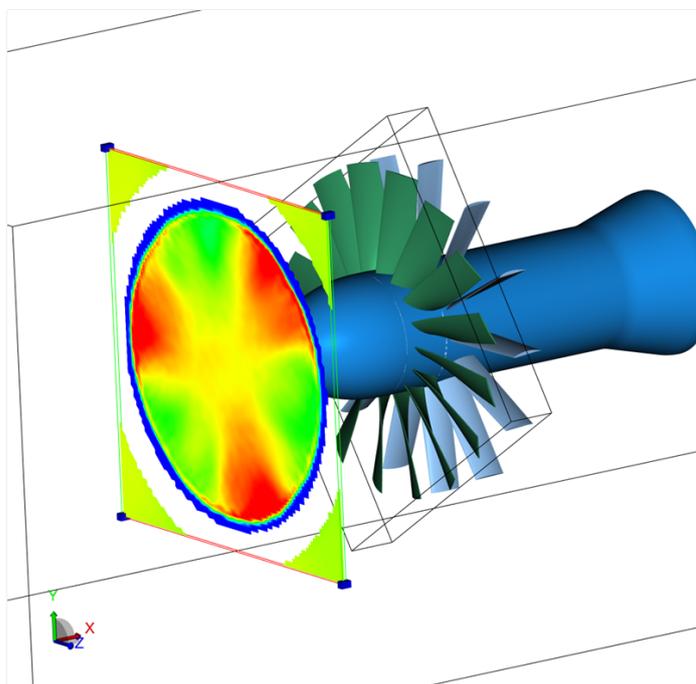


Figura 5.41: Visualização do modo  $m = +3$  em perspectiva dentro do duto, mostrando os locais onde os microfones estão posicionados.

As tabelas 5.6 e 5.7 apresentam os resultados experimentais do ANCF para 13 pás de estator distantes uma corda das pás de rotor, a uma velocidade de rotação de eixo de 1800 rpm na saída. Os modos dominantes na saída são  $m = +1$  (PWL=86.3 dB) na primeira BPF,  $m = +6$  (PWL=106.3 dB) na segunda BPF e  $m = -4$  (PWL=89.2 dB) na terceira. É observado que os valores calculados encontrados na tabela 5.2 estão em boa concordância com os dados experimentais. Observe que os modos dominantes estão relacionados ao campo de interação entre o rotor e o estator, conforme esperado.

Turbofans não geram apenas modos azimutais  $m$ , mas também modos radiais  $n$ . A figura 5.40 mostra o modo  $(m, n) = (3, 0)$ . O modelo de Tyler-Sofrin não fornece nenhuma informação a respeito de como um modo de ordem azimutal  $m$  é composto por ordens radiais  $(m, n)$ . A propagação modal é descrita no capítulo 3. As ondas se propagam na direção axial  $x$  e na direção  $\theta$ , resultando em modos rotativos helicoidais. As figuras 5.42 e 5.43 mostram a visualização do modo  $m = +3$  ao longo do duto.

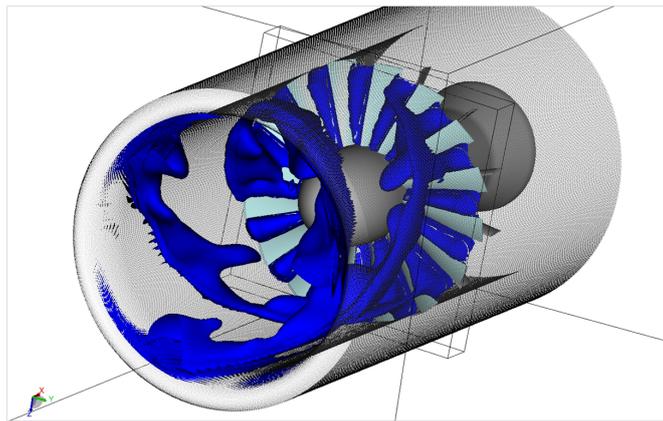


Figura 5.42: Visualização do modo  $m = +3$  na entrada do Advanced Noise Control Fan resultante da simulação numérica feita através do software PowerFLOW.

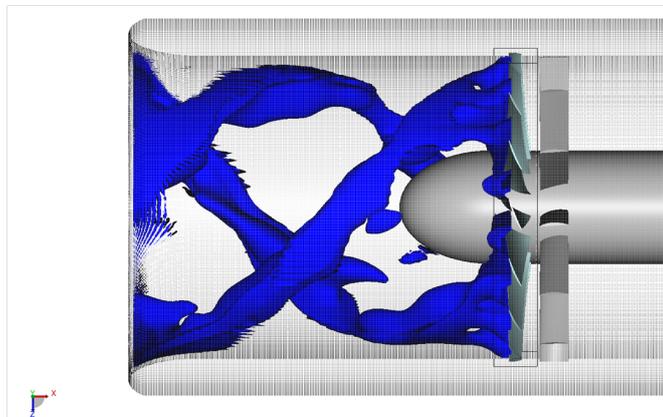


Figura 5.43: Visualização do modo  $m = +3$  se propagando dentro do duto. Visualização de isopressão resultante da simulação numérica feita através do software PowerFLOW.

Tabela 5.6: Resultados experimentais do ANCF para 13 pás de estator, distantes uma corda das pás de estator na saída para a primeira e a segunda BPF. O modo dominante na saída para a primeira BPF é o modo  $m = +1$  (PWL=86.3 dB) e para a segunda BPF é o modo  $m = +6$  (PWL=106.3 dB). Estes modos estão relacionados à interação rotor-estator.

BPF and Position	mode m	PWL of m mode	Error	n=0	n=1	n=2	n=3
1BPF outlet	m=-4	83.3	14.08	83.3			
1BPF outlet	m=-3	79.6	38.58	79.6			
1BPF outlet	m=-2	72.8	34.05	72.8			
1BPF outlet	m=-1	80.3	17.20	76.2	78.1		
1BPF outlet	m=0	79.4	16.66	76.4	76.3		
<b>1BPF outlet</b>	<b>m=+1</b>	<b>86.3</b>	<b>7.65</b>	<b>83.0</b>	<b>83.7</b>		
1BPF outlet	m=+2	79.3	25.18	79.3			
1BPF outlet	m=+3	75,5	26.56	75.5			
1BPF outlet	m=+4	83.0	13.76	83.0			
2BPF outlet	m=-9	74.8	20.52	74.8			
2BPF outlet	m=-8	80.2	37.27	80.2			
2BPF outlet	m=-7	79.6	27.61	79.6			
2BPF outlet	m=-6	78.4	32.11	78.4			
2BPF outlet	m=-5	79.2	24.50	69.9	78.6		
2BPF outlet	m=-4	67.7	38.21	66.0	62.6		
2BPF outlet	m=-3	80.6	22.01	65.1	80.5		
2BPF outlet	m=-2	84.1	12.56	78.7	77.4	81.0	
2BPF outlet	m=-1	81.1	33.87	74.0	75.6	78.3	
2BPF outlet	m=0	82.5	13.72	76.6	80.4	62.6	73.2
2BPF outlet	m=+1	86.6	19.94	83.6	83.0	74.7	
2BPF outlet	m=+2	86.2	12.65	72.2	82.9	83.1	
2BPF outlet	m=+3	84.1	31.12	82.7	78.6		
2BPF outlet	m=+4	78.9	29.22	78.7	64.5		
2BPF outlet	m=+5	86.1	9.36	82.7	83.4		
<b>2BPF outlet</b>	<b>m=+6</b>	<b>106.3</b>	<b>6.96</b>	<b>106.3</b>			
2BPF outlet	m=+7	92.3	11.14	92.3			
2BPF outlet	m=+8	82.0	29.57	82.0			
2BPF outlet	m=+9	78.2	33.31	78.2			

Tabela 5.7: Resultados experimentais do ANCF para 13 pás de estator, distantes uma corda das pás de estator na saída para a terceira BPF. O modo dominante é  $m = -4$  (PWL=89.2 dB), também relativo ao campo de interação entre o rotor e o estator.

BPF at Outlet	mode m	PWL	Error	n=0	n=1	n=2	n=3	n=4
3BPF outlet	m=-14	49,2	29.28	49.2				
3BPF outlet	m=-13	60.0	48.45	60.0				
3BPF outlet	m=-12	68.6	33.77	68.6				
3BPF outlet	m=-11	76.5	25.77	76.5				
3BPF outlet	m=-10	72.5	35.88	72.5				
3BPF outlet	m=-9	68.6	42.68	63.2	67.1			
3BPF outlet	m=-8	74.6	41.80	72.4	70.7			
3BPF outlet	m=-7	66.4	62.52	65.4	59.5			
3BPF outlet	m=-6	76.5	31.41	74.3	72.4	52.9		
3BPF outlet	m=-5	79.0	26.15	67.0	55.9	78.7		
<b>3BPF outlet</b>	<b>m=-4</b>	<b>89.2</b>	<b>5.69</b>	<b>80.7</b>	<b>85.5</b>	<b>83.8</b>	<b>80.6</b>	
3BPF outlet	m=-3	82.4	22.98	73.5	72.0	81.1	69.6	
3BPF outlet	m=-2	87.0	30.75	75.7	77.7	86.1	63.1	
3BPF outlet	m=-1	81.7	9.86	75.4	66.6	77.9	75.3	70.7
3BPF outlet	m=0	84.1	3.96	74.1	75.1	72.1	68.9	82.4
3BPF outlet	m=+1	80.3	7.33	59.5	68.0	77.2	68.0	76.3
3BPF outlet	m=+2	78.5	6.52	66.8	64.2	76.8	72.1	
3BPF outlet	m=+3	76.1	12.07	66.0	73.3	64.8	70.8	
3BPF outlet	m=+4	77.2	12.15	73.5	72.1	69.6	66.3	
3BPF outlet	m=+5	79.0	20.76	76.3	68.2	74.6		
3BPF outlet	m=+6	81.4	20.25	78.2	76.7	73.8		
2BPF outlet	m=+7	68.7	31.32	61.6	67.8			
3BPF outlet	m=+8	81.3	15.76	81.2	63.5			
3BPF outlet	m=+9	76.9	31.86	76.8	58.1			
3BPF outlet	m=+10	65.2	59.60	65.2				
3BPF outlet	m=+11	69.3	32.87	69.3				
3BPF outlet	m=+12	74.0	31.15	74.0				
3BPF outlet	m=+13	59.3	51.59	59.3				
3BPF outlet	m=+14	71.1	17.58	71.1				

Se a velocidade de fase azimutal adimensional  $U_{p\theta, mn}$  é menor que a velocidade de fase adimensional de cut-off,  $U_{p\theta, mn}^c$ , o modo não se propaga. Da equação 5.11, a velocidade de fase azimutal adimensional  $U_{p\theta, mn}$  é dada por:

$$\frac{U_{p\theta}}{c} = \left(\frac{U}{c}\right) \frac{hB}{hB \pm SV} = \left(\frac{U}{c}\right) \frac{16h}{16h \pm 13s} \quad (5.12)$$

A velocidade de fase azimutal não dimensional de *cut-off*  $U_{p\theta, mn}^c$ , apresentada previamente na equação 3.199, é dada por:

$$\frac{U_{p\theta, mn}^c}{c} = \pm \sqrt{1 - M^2} \frac{\sigma_{mn}}{m} \pm \sqrt{1 - (0.15)^2} \frac{\sigma_{mn}}{m} = 0.989 \frac{\sigma_{mn}}{m}, \quad (5.13)$$

onde  $\sigma_{mn}$  é o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel  $J_m$ , que é única para cada modo  $(m, n)$ ,  $M$  é o número de Mach do escoamento e  $c$  é a velocidade do som. A função  $\sigma_{mn}$  incorpora aspectos geométricos. Neste trabalho o duto que envolve o rotor é considerado cilíndrico. À medida que a ordem modal  $m$  aumenta,  $\frac{\sigma_{mn}}{m}$ , se aproxima de 1 e a equação 5.13 se aproxima da equação 5.14

$$\frac{U_{p\theta, mn}^c}{c} = \pm \sqrt{1 - M^2} \frac{\sigma_{mn}}{m} \pm \sqrt{1 - (0.15)^2} \frac{\sigma_{mn}}{m} = 0.989 \frac{\sigma_{mn}}{m} \rightarrow 0.989 \quad (5.14)$$

As tabelas 5.8 e 5.9 apresentam o modo azimutal  $m$ , os modos radiais  $n$ , o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel  $J_m$  dividida pelo modo  $m$ , a velocidade de fase azimutal adimensional do modo  $U_{p\theta, mn}$  e a velocidade de fase azimutal adimensional de cut-off  $U_{p\theta, mn}^c$ .

De acordo com os cálculos apresentados nas tabelas 5.8 e 5.9, os modos propagantes são  $(+3, 0)$  para a primeira BPF, os modos  $(6, 0)$  e  $(-7, 0)$  para a segunda BPF e os modos  $(4, 0)$  e  $(+9, 0)$  para a terceira BPF. Estes resultados são coerentes com os dados experimentais apresentados previamente.

A soma de todos os modos radiais  $n$  fornece a potência do modo circunferencial  $m$ . A soma de todos os modos circunferenciais  $m$  fornece o PWL do harmônico.

Tabela 5.8: Ordens modais azimutal e radial, razão entre o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel  $J_m$  e ordem azimutal  $m$ , velocidade de fase azimutal adimensional do modo, velocidade de fase azimutal adimensional de cut-off e harmônico correspondente. Se a velocidade de fase azimutal adimensional do modo for menor que a velocidade de fase azimutal adimensional de cut-off, o modo não se propaga. À medida que a ordem modal  $m$  aumenta, a razão entre o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel  $J_m$  e a ordem  $m$  se aproxima de um.

mode m	mode n	$\frac{\sigma_{mn}}{m}$	$\frac{U_{p\theta}}{c}$	$\frac{U_{p\theta}^c}{c}$	h
<b>m=+3</b>	<b>n=0</b>	<b>+1.4004</b>	<b>+1.802</b>	<b>+1.3846</b>	<b>1</b>
m=-10	n=0	-1.1771	-0.541	-1.1638	1
m=+16	n=0	+1.1290	+0.338	+1.1162	1
m=-23	n=0	-1.1010	-0.235	-1.0885	1
m=+29	n=0	+1.0864	+0.186	+1.0741	1
m=-36	n=0	-1.0747	-0.150	-1.0626	1
m=+42	n=0	+1.0674	+0.129	+1.0553	1
<b>m=+6</b>	<b>n=0</b>	<b>+1.2502</b>	<b>+1.802</b>	<b>+1.2361</b>	<b>2</b>
<b>m=-7</b>	<b>n=0</b>	<b>-1.2254</b>	<b>-1.545</b>	<b>-1.2115</b>	<b>2</b>
m=+19	n=0	+1.1149	+0.569	+1.1022	2
m=-20	n=0	-1.1110	-0.541	-1.0984	2
m=+32	n=0	+1.0809	+0.338	+1.0687	2
m=-33	n=0	-1.0792	-0.328	-1.0670	2
m=+45	n=0	+1.0643	+0.240	+1.0523	2
<b>m=-4</b>	<b>n=0</b>	<b>-1.3294</b>	<b>-4.056</b>	<b>-1.3143</b>	<b>3</b>
<b>m=+9</b>	<b>n=0</b>	<b>+1.1902</b>	<b>+1.802</b>	<b>+1.1767</b>	<b>3</b>
m=-17	n=0	-1.1238	-0.954	-1.1111	3
m=+22	n=0	+1.1041	+0.737	+1.0916	3
m=-30	n=0	-1.0845	-0.541	-1.0722	3
m=+35	n=0	+1.0762	+0.463	+1.0640	3

#### 5.2.4 Espectro de SPL do Campo Distante para o ANCF

Embora a compreensão da propagação do som em dutos seja de fundamental importância, a maior preocupação da indústria é a predição do ruído irradiado aos observadores localizados no campo distante. A aquisição do sinal de pressão é feita através de trinta microfones PCB Piezotronics (número de identificação 130D20) organizados em dois arrays semicirculares localizados a um raio de à 12 pés da linha de centro do duto do ANCF a 10 pés de altura. Quinze destes microfones estão posicionados no

Tabela 5.9: Ordens modais azimutal e radial, razão entre o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel  $J_m$  e ordem azimutal  $m$ , velocidade de fase azimutal adimensional do modo, velocidade de fase azimutal adimensional de cut-off e harmônico correspondente. Se a velocidade de fase azimutal adimensional do modo for menor que a velocidade de fase azimutal adimensional de cut-off, o modo não se propaga. À medida que a ordem modal  $m$  aumenta, a razão entre o enésimo zero da primeira derivada da função de Bessel  $J_m$  e a ordem  $m$  se aproxima de um.

mode m	mode n	$\frac{\sigma_{mn}}{m}$	$\frac{U_{p\theta}}{c}$	$\frac{U_{p\theta}^c}{c}$	h
m=-49	n=0	-1.0608	-0.110	-1.0488	1
m=+55	n=0	+1.0562	+0.098	+1.0443	1
m=-62	n=0	-1.0519	-0.087	-1.0400	1
m=+68	n=0	+1.0488	+0.080	+1.0369	1
m=+81	n=0	+1.0434	+0.067	+1.0316	1
m=+94	n=0	+1.0393	+0.058	+1.0275	1
m=-46	n=0	-1.0634	-0.235	-1.0514	2
m=+58	n=0	+1.0543	+0.186	+1.0423	2
m=+71	n=0	+1.0474	+0.152	+1.0355	2
m=+84	n=0	+1.0423	+0.129	+1.0306	2
m=+97	n=0	+1.0385	+0.111	+1.0267	2
m=+110	n=0	+1.0354	+0.098	+1.0236	2
m=+48	n=0	+1.0616	+0.338	+1.0496	3
m=+61	n=0	+1.0525	+0.266	+1.0406	3
m=+74	n=0	+1.0461	+0.219	+1.0343	3
m=+87	n=0	+1.0414	+0.186	+1.0296	3
m=+100	n=0	+1.0377	+0.162	+1.0259	3
m=+113	n=0	+1.0347	+0.144	+1.0230	3
m=+126	n=0	+1.0323	+0.129	+1.0206	3

array à montante do duto (de zero a 90 graus medidos a partir do eixo de entrada) e quinze destes microfones estão posicionados em um array no plano de saída (90 a 165 graus, sendo 180 graus no eixo de saída). A posição dos microfones é apresentada na tabela 5.44. A resposta dos microfones é praticamente plana de 100 Hz a 4KHz, como reportada por Sutliff.

Neste trabalho, uma combinação de 16 pás de rotor e 13 pás de estator foi escolhida e a velocidade de rotação do eixo é de 1800 rpm, que é a condição nominal de operação do ANCF. Consequentemente, a frequência fundamental de passagem das pás é de 480Hz. As sondas de campo distante estão posicionadas exatamente nas mesmas

posições fornecidas pela tabela 10 em uma região (nível 07) que mantém a mesma resolução da saída do duto ao campo distante. As seis regiões retangulares posteriores ao nível 07 foram criadas com o propósito de promover a dissipação e evitar a reflexão através da variação da resolução da malha. Considerando que 15 voxels são suficientes para definir um comprimento de onda, este setup garante uma frequência máxima confiável de 1186 Hz, como foi explicado previamente. Uma vez que a câmara anecoica semi-esférica de 65 pés de raio onde a aquisição dos dados experimentais foi feita é considerada anecoica acima de 125 Hz e o setup experimental garante uma frequência máxima de confiabilidade de 1186 Hz, os resultados serão analisados nesta faixa de frequência.

Com o objetivo de comparar os resultados numéricos com os dados experimentais, 7 sondas do campo distante foram analisadas: sondas 01, 08, 15, 16, 23, 27 and 30. A figura 5.44 apresenta as posições das sondas selecionadas e as posições e os números destas sondas correspondem às posições e sondas dos microfones apresentados na tabela 10. As figuras 5.45 a 5.51 apresentam a comparação entre os espectros numéricos e experimentais para as 7 posições selecionadas, sendo três delas localizadas no arco à montante e quatro delas localizadas no arco à juzante.

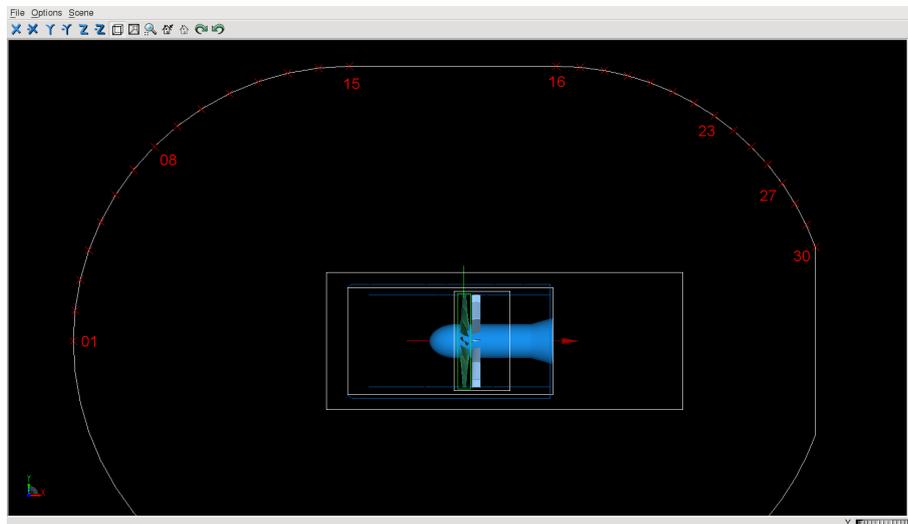


Figura 5.44: Posição das sondas 01, 08, 15, 16, 23, 27 e 30 e volumes de resolução variável.

A comparação entre os resultados numéricos e os dados experimentais para as sondas selecionadas é apresentado a seguir. A figura 5.45 mostra a comparação para a primeira sonda. Para a primeira BPF, o SPL experimental é 80.3 dB, enquanto o resultado numérico é 87.5 dB. O erro absoluto é +7.2 dB. Para a segunda BPF, o SPL experimental é 75.8 dB, enquanto o resultado numérico é 74.9 dB. O erro absoluto é de -0.9 dB.

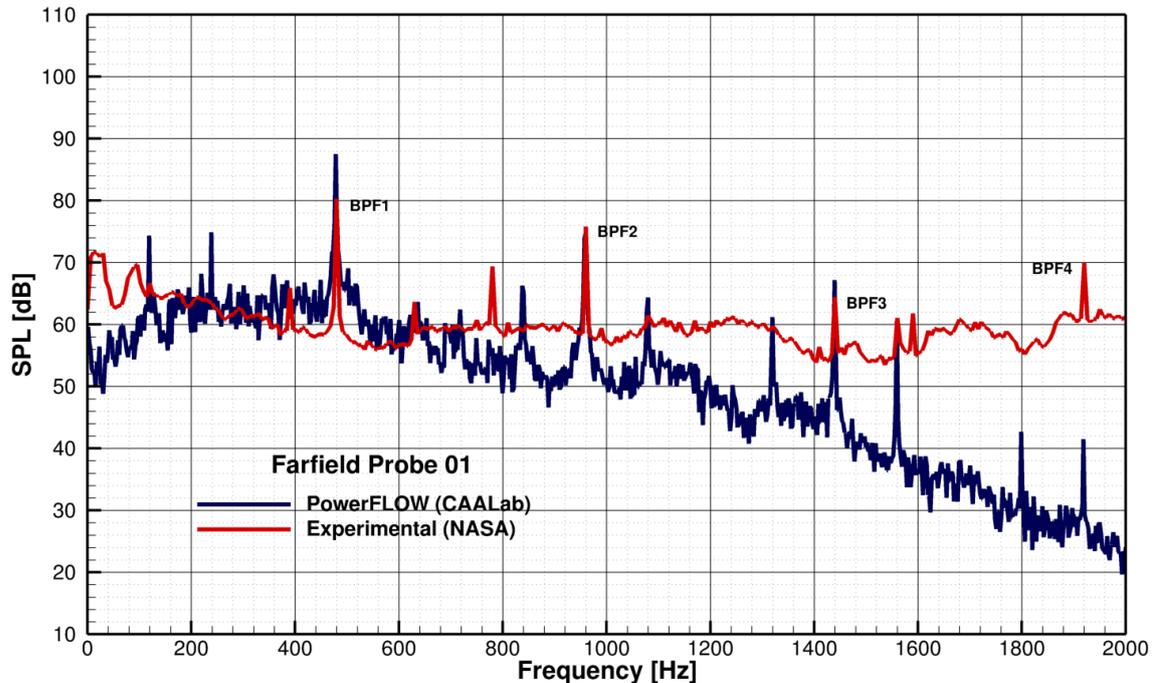


Figura 5.45: Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 01.

A comparação entre os resultados numéricos e os dados experimentais para a sonda 08 é apresentado na figura 5.46. Para a primeira BPF, o SPL experimental é 94.6 dB, enquanto o resultado numérico é 97.2 dB. O erro absoluto é de +2.6 dB. Para a segunda BPF, o SPL experimental é 88.7 dB, enquanto o resultado numérico é 88.4 dB. O erro absoluto é de +0.3 dB.

A figura 5.47 mostra a comparação para a sonda 15. Para a primeira BPF, o SPL experimental é 88.9 dB, enquanto o resultado numérico é 86.1 dB. O erro absoluto é de -2.8 dB. Para a segunda BPF, o SPL experimental é 77.2 dB, enquanto o resultado numérico é 77.7 dB. O erro absoluto é de +0.5 dB.

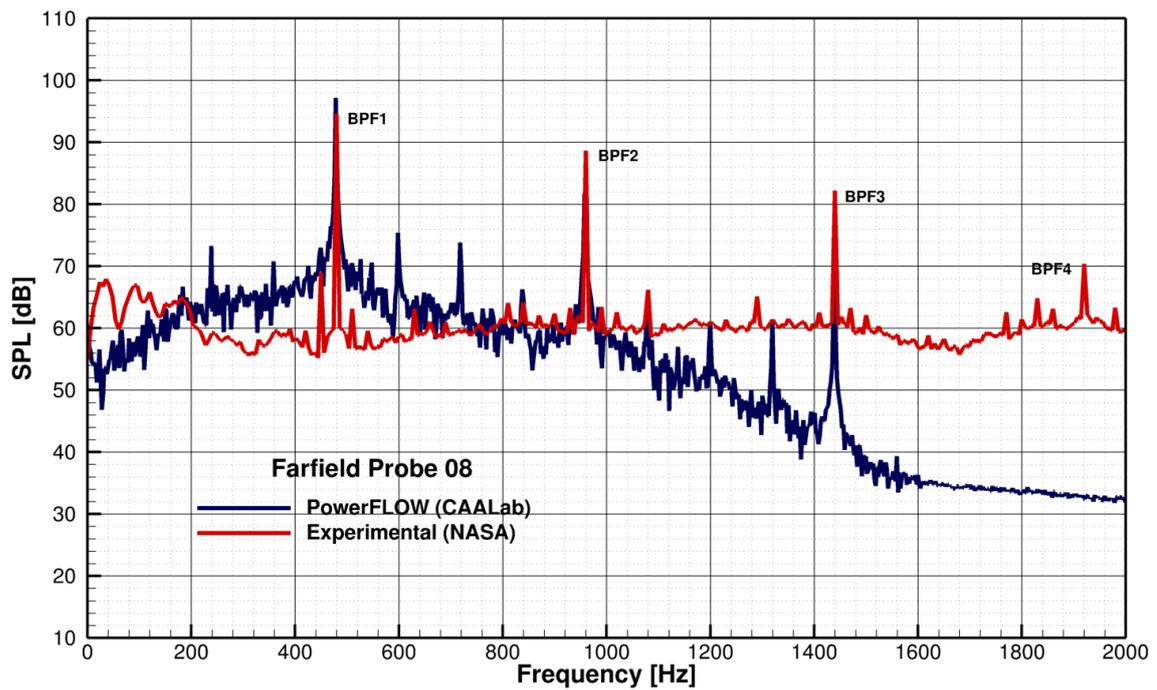


Figura 5.46: Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 08.

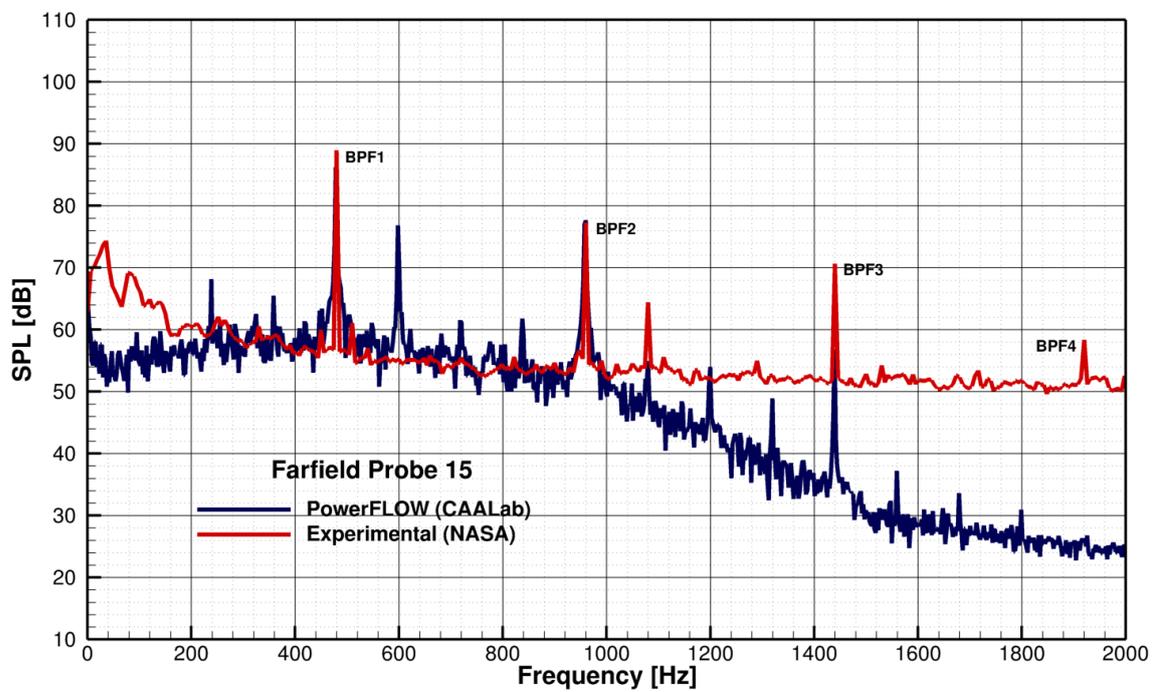


Figura 5.47: Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 15.

A comparação entre os resultados numéricos e os dados experimentais para a sonda 16 é apresentada na figura 5.48. Para a primeira BPF, o nível de pressão sonora experimental é de 90.4 dB, enquanto o numérico é de 97.6 dB. O erro absoluto é de +7.2 dB. Para a segunda BPF, o SPL experimental é de 85.8 dB, enquanto o numérico é de 88.3 dB. O erro absoluto é de +2.5 dB.

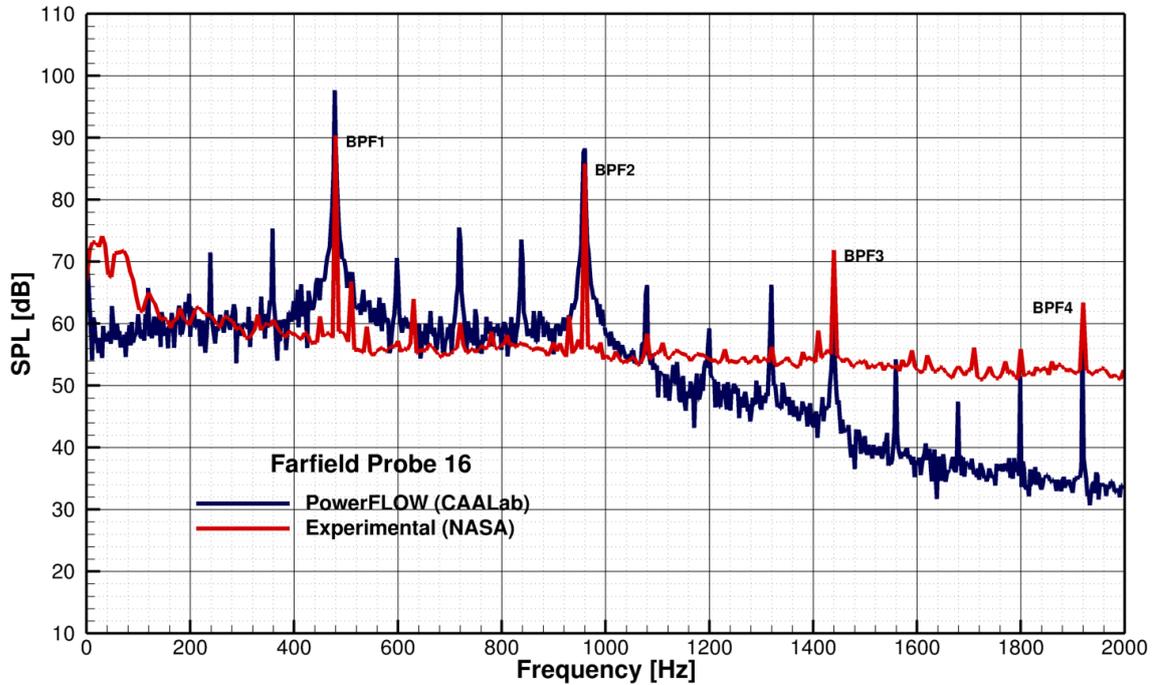


Figura 5.48: Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 16.

A figura 5.49 mostra a comparação para a sonda 23. Para a primeira BPF, o SPL experimental é de 94.6 dB, enquanto o numérico é de 94.2 dB. O erro absoluto é de  $-0.4$  dB. Para a segunda BPF, o SPL experimental é 91.7 dB, enquanto o resultado numérico é de 89.1 dB. O erro absoluto é de  $-2.6$  dB.

A comparação entre os resultados experimentais e numéricos para a probe 27 é apresentada na figura 5.50. Para a primeira BPF, o SPL experimental é 85.4 dB, enquanto o resultado numérico é 92.6 dB. O erro absoluto é de +7.2 dB. Para a segunda BPF, o SPL experimental é de 85.4 dB, enquanto o resultado numérico é de 92.9 dB. O erro absoluto é de +7.5 dB.

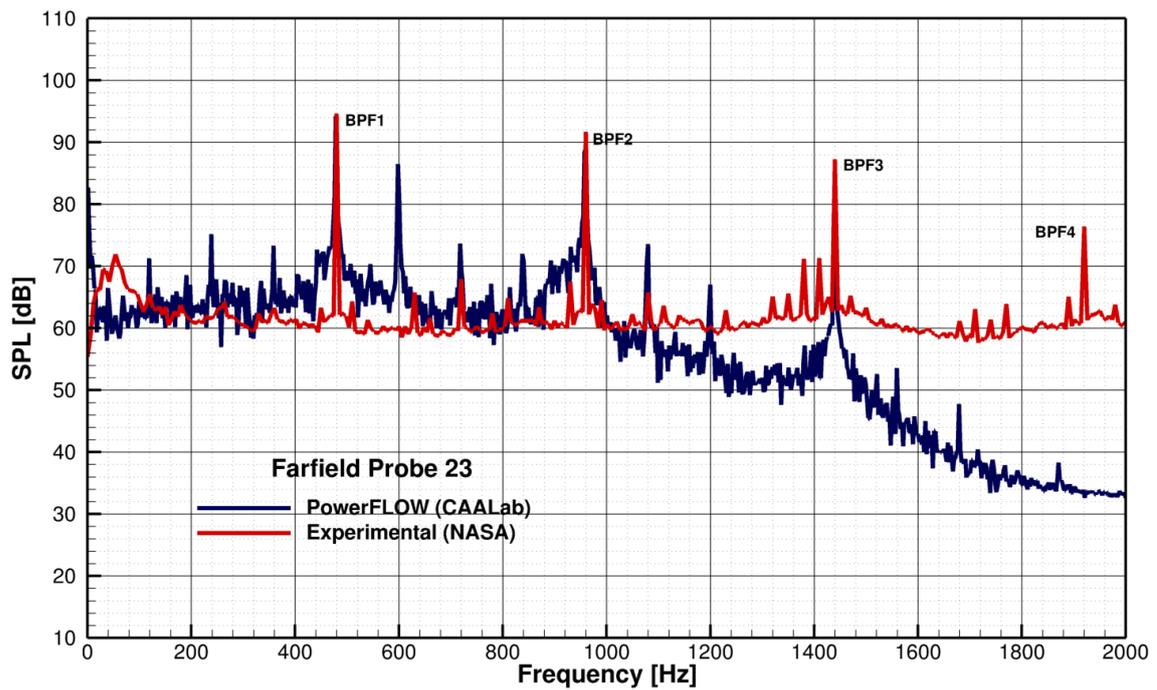


Figura 5.49: Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 23.

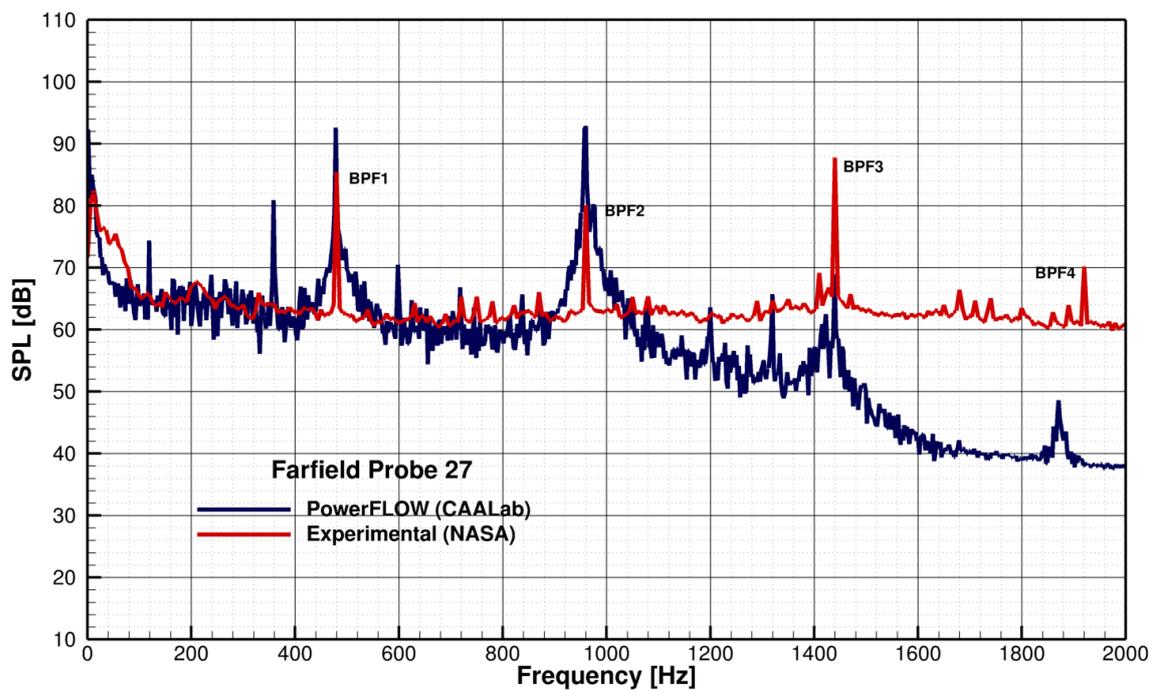


Figura 5.50: Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 27.

A figura 5.51 mostra a comparação para a sonda 30. Para a primeira BPF, o SPL experimental é 78.8 dB, enquanto o resultado numérico é 76.3 dB. O erro absoluto é  $-2.5$  dB. Para a segunda BPF, o SPL experimental é 76.8 dB, enquanto o numérico é 67.3 dB. O erro absoluto é de  $-9.5$  dB.

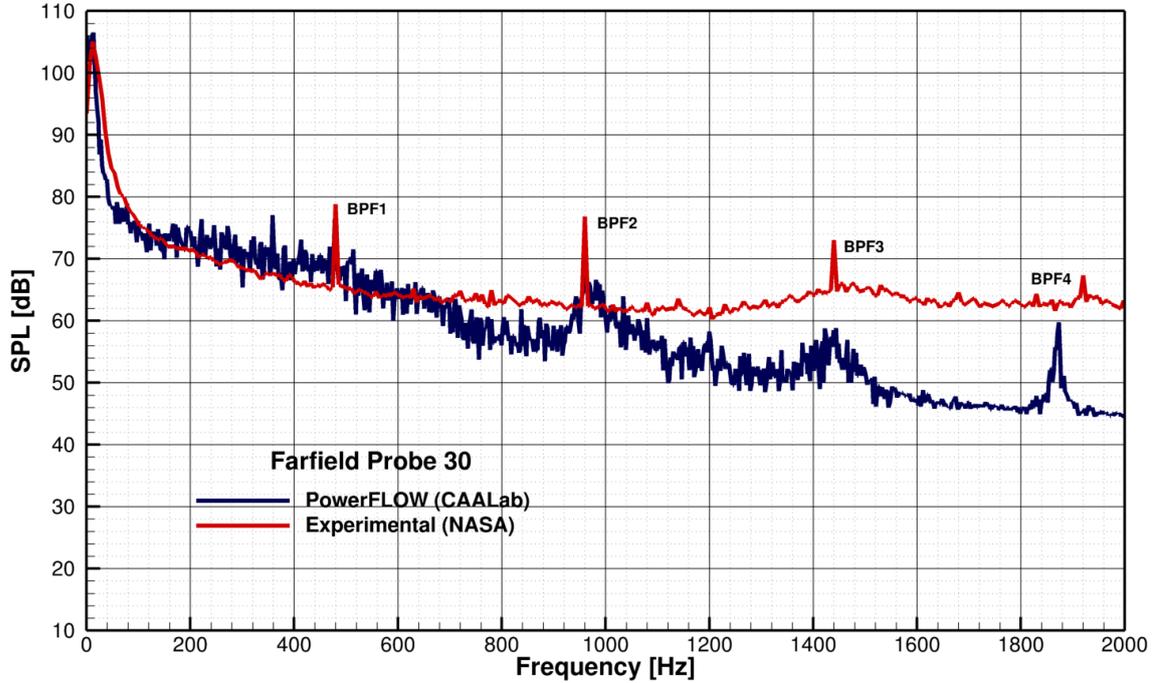


Figura 5.51: Comparação entre os dados experimentais e os resultados numéricos para a sonda 30.

Tabela 5.10: Comparação dos níveis de pressão sonora entre os dados experimentais e os resultados numéricos para o ruído tonal do ANCF no primeiro (BPF1) e no segundo harmônico (BPF2) da frequência de passagem das pás.

Microphone or Probe	Experiment (BPF1)	Numeric (BPF1)	Error (BPF1)	Experiment (BPF2)	Numeric (BPF2)	Error (BPF2)
01	80.3	87.5	+7.2	75.8	74.9	-0.9
08	94.6	97.2	+2.6	88.7	88.4	+0.3
15	88.9	86.1	-2.8	77.2	77.7	+0.5
16	90.4	97.6	+7.2	85.8	88.3	+2.5
23	94.6	94.2	-0.4	91.7	89.1	-2.6
27	85.4	92.6	+7.2	85.4	92.9	+7.5
30	78.8	76.3	-2.5	76.8	67.3	-9.5

A tabela 5.10 apresenta um sumário da comparação entre os níveis de pressão sonora dos dados experimentais e dos resultados numéricos para o ruído tonal do ANCF para o primeiro e o segundo harmônico da BPF. Esta tabela mostra os valores de

SPL extraídos dos gráficos 5.45 a 5.51 para o primeiro harmônico a 480 Hz e para o segundo harmônico a 960 Hz. Uma vez que os resultados numéricos e os dados experimentais foram comparados para 7 sondas diferentes em duas frequências, 14 pontos de comparação foram gerados. Para 9 pontos de comparação a magnitude do erro é menor que 3 dB e para os cinco pontos de comparação remanescentes a magnitude do erro é menor que 10 dB, mostrando que para quase 2/3 dos pontos de comparação a magnitude do erro é menor que 3 dB.

## Capítulo 6 CONCLUSÕES

Uma visão integrada das teorias de geração e propagação modal em dutos de fans pré-existentes foi apresentada neste trabalho. Inicialmente, algumas definições importantes foram apresentadas e fontes de ruído tonal devido apenas ao rotor e à interação entre o rotor e o estator foram descritas. Em seguida, a teoria de propagação modal em um duto retangular sem escoamento foi apresentada com o objetivo de introduzir conceitos preliminares. Em seguida, uma vez que um dos objetivos deste trabalho é calcular as amplitudes dos modos excitados pela interação entre o rotor e o estator, a propagação dos modos dentro do duto foi analisada com base em estudos anteriores.

Para todos os casos, a equação da onda para o campo de pressão sonora foi resolvida através do método de separação de variáveis e os números de onda acústicos correspondentes a cada direção foram encontrados. Uma vez que neste estudo o campo sonoro é considerado limitado a um duto de paredes rígidas, as flutuações de velocidade normais ao duto desaparecem. A fim de derivar as consequências de tal condição de contorno, uma solução para as flutuações de velocidade foi obtida por meio das equações de Euler linearizadas. Para todos os casos, a solução geral do campo sonoro foi obtida através da superposição das soluções do campo de pressão de cada modo.

Uma vez que o cálculo dos componentes do ruído tonal produzidos pelos harmônicos da frequência de passagem das pás é o primeiro passo para se desenvolver uma metodologia numérica para prever o ruído de fan, a simulação numérica do problema da interação entre a rajada e a cascata de estator foi feita utilizando-se o código VAT com o propósito de validá-lo utilizando para tal a estrutura modal predita pelo modelo de Tyler-Sofrin. A solução para o campo de escoamento médio sobre a cascata de estator obtida através da resolução das equações não lineares de Euler foram utilizadas como a entrada de campo médio para as equações de Euler linearizadas que foram resolvidas com a rajada prescrita no plano de entrada.

Os cálculos foram efetuados no domínio do tempo e os resultados obtidos para as flutuações de pressão e velocidade axial, bem como o nível de pressão sonora global, foram apresentados para o primeiro, o segundo e o terceiro harmônicos. Para o primeiro

harmônico, os resultados numéricos mostram que a perturbação do campo de pressão é dominada por dois modos acústicos evanescentes:  $m = +22$  e  $m = -32$ , e o campo da perturbação de velocidade axial é dominado pelo modo convectivo  $m = +22$ . Para o segundo harmônico, o campo da perturbação de pressão calculado é dominado pelo modo acústico propagante  $m = -10$  e, o campo da perturbação da velocidade, dominado pelo modo convectivo  $m = +44$ . Para o terceiro harmônico, o campo da perturbação calculado é dominado por dois modos acústicos propagantes:  $m = +12$  e  $m = -42$  e o campo da perturbação de velocidade axial é dominado pelo modo convectivo  $m = +66$ .

Uma vez que os modos acústicos obtidos para todos os três harmônicos têm sua estrutura predita pelo modelo de Tyler-Sofrin, o código VAT foi validado para este importante benchmark. Este código foi também capaz de lidar com a geração e a propagação de ondas sonoras na presença de geometrias complexas sem dispersão, utilizando uma metodologia de fronteira imersa de alta ordem aliada a uma malha regular de alta resolução em todo o domínio computacional. As condições de contorno foram robustas o suficiente para lidar com a passagem de distúrbios não estacionários através das fronteiras do domínio computacional sem reflexão. Para todos os três harmônicos, é possível observar que a metodologia de imposição direta da fronteira imersa utilizada neste trabalho resulta em uma definição precisa do campo de SPL sobre a superfície da pá de estator.

A análise da estrutura modal do ruído tonal dominante dentro do duto foi também o primeiro passo na validação dos resultados numéricos apresentados para o *Advanced Noise Control Fan*. Esta simulação foi feita utilizando-se da ferramenta de simulação PowerFLOW. Embora este código seja baseado em uma abordagem de lattice Boltzmann e o código VAT seja um código que apresente os solvers de Navier-Stokes, Euler e Euler linearizado, estes softwares têm em comum a utilização de uma malha cartesiana regular em todo o domínio de simulação e o fato de que os cálculos são feitos no domínio do tempo. Por esta razão, a mesma abordagem utilizada no problema da interação entre a rajada e a cascata foi utilizada para o ANCF. O aspecto mais importante dessa abordagem é utilizar uma malha regular com a máxima resolução possível, limitada apenas pela disponibilidade de recursos computacionais, entre a fonte não estacionária (rajada ou rotor) e o estator.

Através dessa abordagem comum, uma metodologia numérica para a predição do ruído de fan foi desenvolvida e aplicada à predição do ruído tonal e de banda larga do ANCF para o caso de 16 pás de rotor e 13 pás de estator com uma velocidade de

rotação de eixo de 1800 rpm. Conforme mencionado previamente, o primeiro passo na validação dessa metodologia foi a comparação dos modos acústicos dentro do duto preditos numericamente com os modos acústicos calculados por meio da regra de Tyler-Sofrin para a geração de modos. Em seguida, e os modos propagantes identificados por meio da teoria de propagação de modos em dutos foram comparados com os resultados experimentais fornecidos pelo Dr. Daniel L. Sutliff da divisão de aeroacústica do NASA Glenn Research Center.

Os resultados numéricos mostraram que o modo dominante dentro do duto na entrada era o modo  $m = +3$ . O mesmo resultado foi obtido utilizando a teoria de geração e propagação modal, uma vez que este modo possui a maior razão entre a velocidade de fase do modo azimutal e a velocidade de fase azimutal do eixo. Os resultados experimentais mostram que o nível de potência sonora associado ao modo  $m = +3$  é 109.5 dB, enquanto o nível de potência sonora associado aos modos  $m = +6$  e  $m = -7$  são 101.0 dB e 90.4 dB, respectivamente, mostrando que o modo  $m = +3$  é de fato o modo dominante conforme predito nos resultados experimentais e nas teorias de geração e propagação. Este tipo de validação, baseado na estrutura modal dentro do duto é análogo à validação do *benchmark* da interação entre a rajada e a cascata bidimensional.

O próximo passo na validação da metodologia numérica foi comparar os resultados numéricos com os experimentais para o espectro de SPL em 7 sondas de campo distante diferentes, sendo 3 delas localizadas no arco à montante e 4 outras localizadas no arco posicionado na parte traseira do ANCF. Os resultados numéricos para o nível de pressão sonora do ruído tonal para o primeiro harmônico, a 480 Hz, e para o segundo harmônico, a 960 Hz, foram comparados com os resultados experimentais. Embora os espectros de pressão estivessem disponíveis de 100 a 4,000 Hz, a comparação foi limitada ao primeiro e segundo harmônicos, uma vez que a frequência máxima confiável é de 1,186 Hz, fato resultante da resolução de malha do campo distante.

Uma vez que os resultados numéricos e experimentais foram comparados para 7 sondas de campo distante para dois harmônicos diferentes, um total de 14 pontos de comparação foram gerados. Para 9 pontos de comparação a magnitude do erro é menor que 3 dB e para os 5 pontos de comparação remanescentes a magnitude do erro é menor que 10 dB, mostrando que para quase 2/3 dos pontos de comparação a magnitude do erro é menor que 3 dB. Estes números mostram uma excelente concordância entre os resultados numéricos e experimentais, validando a metodologia numérica proposta

neste trabalho, até onde a resolução numérica disponível permite, para a predição do ruído tonal em fans.

O foco desta tese foi a predição numérica do ruído tonal em fans e a metodologia numérica foi desenvolvida para este fim. Contudo, os espectros de nível de pressão sonora calculados numericamente mostram um conteúdo banda larga em uma concordância bem interessante com os resultados experimentais, até o segundo harmônico da frequência de passagem das pás, muito embora a condição de escorregamento tenha sido imposta nas superfícies móveis e estáticas.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Anderson and Pletcher, 1983] Anderson, D. A. and Pletcher, R.H., “Computational Fluid Mechanics and Heat Transfer”, Hemisphere Publishing Corporation, 1983
- [Ashtley, 2006] Ashtley, J., “Predicting and Treating Fan and Turbomachinery Noise: Current Technology, Research and Facilities”, Aircraft Emissions and Noise, 2006.
- [Bobenrieth et al, 2005] Bobenrieth Miserda, R. F. Mendonça, A. F., “Numerical Simulation of the Vortex-Shock Interactions in a Near-Base Laminar Flow”, AIAA-2005-0316, 2005
- [Bobenrieth et al, 2006] Bobenrieth Miserda, R. F. and Leal, R. G., “Numerical Simulation of the Unsteady Aerodynamic Forces over a Circular Cylinder in Transonic Flow”, AIAA-2006-1408, 2006
- [Bobenrieth et al, 2006] Bobenrieth Miserda, R. F., Jalowitzki, J. R. and Lauterjung, Q. R., “On the Effect of the Plunging and Pitching Motions over the Dynamic Response of an Airfoil in Transonic Laminar Flow”, AIAA-2006-452, 2006
- [Bobenrieth et al, 2006] Bobenrieth Miserda, R. F. and Carvalho, A. G. F., “On the Effect of the Plunging Velocity over the Aerodynamic Forces for an Airfoil in Subsonic Laminar Flow”, AIAA-2006-453, 2006
- [Bobenrieth et al, 2008] Bobenrieth Miserda, R. F. and Carvalho, A. G. F., “Direct Computation of the Noise Generated by Subsonic, Transonic, and Supersonic Cavity Flows”, AIAA-2009-0008, 2008
- [Bobenrieth et al, 2009] Bobenrieth Miserda, R. F., Lauterjung, R.L., Maldonado, A.L., Paiva, I.C. Godoy, K.D. and Garcia Neto, O., “Direct Computation of Noise using a High-Order Immersed Boundary Method”, AIAA-2009-3181, 15th AIAA/CEAS Aeroacoustics Conference, 2009.
- [Bobenrieth et al, 2010] Bobenrieth Miserda, R. F., Maldonado, A. L. P. and Gutierrez, B., “Simulation of the Cascade-Gust Interaction Problem Using a High-Order Immersed Boundary Method”, AIAA, 2010

- [Heildeberg et al, 1996] Heildeberg, L., M.,Hall, D., Bridges and J.E.,Nalassamy, “A Unique Ducted Test Bed for Active Noise Control and Aeroacoustics Research”,AIAA-1996-1740,1996.
- [Ducros et al, 2000] Ducros, F., Laporte, F., Soulères, T., Guinot, V.,Moinat, P. and Caruelle, B. “High-Order Fluxes for Conservative Skew-Symmetric-like Schemes in Structured Meshes: Application to Compressible Flows”,Journal of Computational Physics, volume 161, pages 114-139,2000.
- [Envia, 1996] Envia, E. “Aeroacoustics Analysis of Turbofan Noise Generation”,NASA CR-4715,1996
- [Envia, 2001] Envia, E. “Fan Noise Reduction: An Overview”,AIAA-2001-0661,2001.
- [Envia, 2003] Envia, E. “Category 3: Sound generation by interacting with a gust, problem 2: Cascade-gust interaction”,Fourth Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems, Fourth Aeroacoustics Workshop on Benchmark Problems, 2003
- [Hubbard] Hubbard, H., “Aeroacoustics of Flight Vehicles: Theory and Practice: Volume 1”, NASA Reference Publication 1258, Vol. 1, WRDC Technical Report 90-3052.
- [Huff, 2006] Huff, D., “Technologies for Turbofan Noise Reduction”, 10th AIAA/CEAS Aeroacoustic Conference,2006.
- [Huff, 2007] Huff, D., “Noise Reduction Technologies for Turbofan Engines”, NASA TM-2007-214495,2007.
- [IATA, 2008] 2008 annual report of International Air Transport Association, December, 2008
- [Jameson et al,1981] Jameson, A.,Schmidt, W. and Turkel, E., “Numerical Solutions of the Euler Equations by Finite Volume Methods Using Runge-Kutta Time-Stepping Schemes”, AIAA 14th Fluid and Plasma Dynamics Conference, AIAA-81-1259, 1981
- [Loew et al, 2006] Loew, R.A.,Lauer, J.T.,McAllister, J. and Sutliff, D.L., The Advanced Noise Control Fan, NASA/TM-2006-214368, 2006
- [LOG magazine] The log magazine, July 2007.
- [McAllister and Sutliff, 2009] McAllister,J. and Sutliff, D.L., The Advanced Noise Control Fan Baseline Measurements, AIAA-2009-0624, 2009

- [Michel and Siller, 2010] Michel, U. and Siller, H., “Aircraft Noise Course”, DLR course for Embraer,2010.
- [Mittal,2005] Mittal, R. and Iaccarino, G.,“Immersed Boudary Methods”, Annu. Rev. Fluid Mech., 2005
- [Rienstra,2006] Rienstra, S.W., “An Introduction to Acoustics”, Eindhoven University of Technology, 2006.
- [Smith,1989] Smith, M., “Aircraft Noise”, Cambridge University Press, 1989
- [Pickett et al,1977] Pickett, G.F. and Sofrin, T.G. and Wells, R.A., “Method of Fan Sound Mode Structure Determination. Final Report”, NASA CR-135293, 1977
- [Cicon et al,1977] Cicon, D.E. and Sofrin, T.G. and Mathews, D.C., “Investigation of Continuously Traversing Microphone System for Mode Measurement”, NASA CR-168040, 1982
- [Sutliff et all, 1996] Sutliff, D.L.,Nallasamy, M., Heidelberg, L.J. and Elliot, D.M. “Baseline Acoustic Levels of the NASA Active Noise Control Fan Rig”, NASA/TM-107214,1996.
- [Sutliff, 2005] Sutliff, D.L.,“Rotating Rake Turbofan Duct Mode Measurement System”, NASA TM 2005-213828,2005.
- [Sutliff, 2006] Sutliff, D.L., Lauer, J.T., McAllister, J. and Loew, A.R.,“The Advanced Noise Control Fan”, AIAA-2006-3150, 2006.
- [Tyler et al,1962] Tyler, J.M. and Sofrin, T.G.,“Axial Flow Compressor Noise Studies”, SAE Transactions,1963, vol.70,p. 309-332.
- [Ventres el al,1982] Ventres, C.S.,Theobald, M A. and Mark, W.D.,“Turbofan noise generation. Volume 1: Analysis”, NASA CR-1982-167952, 1982
- [Willshire,1998] Willshire, W.L.,“Advanced Subsonic Technology Noise Reduction”, Environmental Compatibility Assessment Workshop III, Monterey, California, 1998
- [Yee,1997] Yee, H. C.,“Explicit and Implicit Multidimensional Compact High-Resolution Shock-Capturing Methods: Formulation”, Journal of Computational Physics,131,216-232, 1997