



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UnB
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS - IG

**RADAR DE ABERTURA SINTÉTICA POLARIMÉTRICO DO R-99B – ANÁLISE E
APLICAÇÕES**

TESE DE DOUTORADO Nº 108

NILO SERGIO DE OLIVEIRA ANDRADE

Orientador:
Prof. Dr. Antonio Nuno de Castro Santa Rosa.

Brasília, março de 2012.



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA – UnB
INSTITUTO DE GEOCIÊNCIAS - IG

**RADAR DE ABERTURA SINTÉTICA POLARIMÉTRICO DO R-99B – ANÁLISE E
APLICAÇÕES**

NILO SERGIO DE OLIVEIRA ANDRADE

Banca Examinadora:

Dr. Antonio Nuno de Castro Santa Rosa.
Instituto de Geociências

Dr. Gustavo Macedo de Mello Baptista
Instituto de Geociências

Dra. Tati de Almeida
Instituto de Geociências

Dr. David Fernandes
Instituto Tecnológico da Aeronáutica

Dr. Fernando Pellon de Miranda
Petróleo Brasileiro S/A

A minha esposa, **Veruska**, pelo apoio e dedicação, a minhas filhas **Bianca, Beatriz** e a meu filho **João Vitor**, pela compreensão e carinho, dedico este trabalho.

AGRADECIMENTOS

À Universidade de Brasília – Instituto de Geociências (IG) – pelo apoio de infra-estrutura fornecido durante a realização deste trabalho;

Aos membros da banca examinadora pela predisposição em analisar este trabalho e pelas sugestões recebidas;

Ao Comando da Aeronáutica – Comando-Geral de Operações Aéreas – pela oportunidade de executar este trabalho;

Aos Exmos. Srs. Ten-Brig.-do-Ar José Carlos Pereira e Maj.-Brig.-do-Ar Roberto Geraldo Pimenta Ribeiro pelo incentivo e apoio prestado, permitindo o uso dos meios e das aeronaves R-99B do Comando da Aeronáutica para a execução dos estudos e experimentos;

Ao Prof. Dr. Antonio Nuno de Castro Santa Rosa pela orientação, apoio, estímulo e, principalmente, amizade e companheirismo;

Ao Prof. Dr. Paulo Roberto Meneses pelo auxílio prestado na revisão do texto, orientação e sugestões apresentadas;

Aos Eng. Ricardo Queiroz Veiga e Paulo César de Carvalho Faria pelo auxílio prestado na elaboração dos trabalhos de pesquisa, revisão dos cálculos, sugestões e desenvolvimento dos Programas apresentados neste estudo.

A todos aqueles que, de alguma forma, contribuíram para a realização deste trabalho.

RADAR DE ABERTURA SINTÉTICA POLARIMÉTRICO DO R99-B – ANÁLISE E APLICAÇÕES

RESUMO

A extração de informações a partir de imagens de radares de abertura sintética (SAR) tem sido uma promissora área de pesquisa por muitos anos. A fim de obter resultados confiáveis medidas de parâmetros múltiplos são, geralmente, necessárias. Dados multi-temporais, multi-frequência e multi-polarizados têm sido sugeridos e utilizados para as aplicações de Sensoriamento Remoto. Enquanto os métodos que se utilizam de dados multi-temporais e de multi-frequência são amplamente utilizados e razoavelmente bem documentados, o uso da polarimetria SAR é uma abordagem relativamente nova que conduz a algumas vantagens quando comparada às metodologias convencionais. Isto se deve ao fato de se gerar diretamente a partir dos dados brutos os atributos necessários para síntese de imagens em amplitude e fase. As características destas imagens é a possibilidade, por exemplo, de sua utilização em classificadores voltados à seleção de alvos. Este estudo contribui para um melhor entendimento da teoria de dados polarimétricos de Radar e para o desenvolvimento de um software piloto para síntese, processamento e classificação das imagens em linguagem de alto nível, em ambiente IDL, utilizando-se de dados brutos coletados com o sensor SAR da aeronave R99.

R-99B POLARIMETRIC SYNTHETIC APERTURE RADAR – ANALYSIS AND APPLICATIONS

ABSTRACT

The extraction of information from Synthetic Aperture Radar (SAR) data has been a promising area of research for many years. In order to achieve reliable results, multi parameter measurements are generally necessary. Multi-temporal, multi-frequency and multi-polarization data have been suggested and used for remote sensing applications. While multi-temporal and multi-frequency approaches are widely used and fairly well documented, SAR polarimetry is a relatively new approach, which yields some advantages over the conventional methods due the fact that the raw data can be used to generate the necessary attributes for image synthesis in amplitude; and phase. From these new images raise the possibility to use their peculiar characteristics into target classifiers. This study contributes to a better understanding of the theory of Radar polarimetric data, as well as to the development of a pilot software for synthesis, processing and classification of images in a high-level language using IDL environment, by utilizing raw data collected by the SAR sensor installed on R99 aircrafts.

SUMÁRIO

	Pag.
SUMÁRIO	vii
LISTA DE FIGURAS	xii
LISTA DE TABELAS	xvi
LISTA DE SÍMBOLOS	xvii
SIGLAS E ACRÔNIMOS	xix
CAPÍTULO 1 INTRODUÇÃO	1
1.1 – Objetivos	2
1.2 – Justificativa	4
1.3 – Estruturação do Trabalho	4
CAPÍTULO 2 CONCEITOS DE POLARIMETRIA	6
2.1 – Orientação da Onda de Radar	6
2.1.1 – Polarização Elíptica.....	7
2.2 – Caracterização do Estado de Polarização de uma Onda Eletromagnética	12
2.3 – Diferentes Estados de Polarização	13
2.4 – Representação de uma onda Plana	16
2.4.1 – Vetor de Stokes	16
2.4.2 – Vetor de Stokes modificado	21
2.4.3 – Vetor de Kennough	23
2.4.4 – Vetor de Jones	24
2.4.5 – Polarização parcial de uma onda.....	27
2.4.5.1 – Caracterização de ondas parcialmente polarizadas e quase-monocromáticas	27
2.4.5.2 – Matriz de Coerência para a representação de uma onda parcialmente polarizada.....	29
2.4.5.3 – Vetor de Stokes para a representação de uma onda parcialmente polarizada	31
2.5 – Caracterização matemática do espalhamento ocasionado por um alvo	36
2.5.1 – Espalhamento de uma onda de radar.....	37
2.5.2 – Informação de fase entre os canais.....	40
2.5.3 – Sistema de Coordenadas	43

2.5.3.1 – A convenção FSA	47
2.5.3.2 – A convenção BSA.....	48
2.5.4 – A matriz de espalhamento e o teorema da reciprocidade.....	51
2.5.4.1 – A matriz de Jones e a matriz de Sinclair.....	51
2.5.4.2 – A matriz de Stokes (ou de Mueller).....	55
2.5.4.3 – A matriz de Kennaugh	57
2.5.4.4 – A matriz de Covariância e a matriz de Coerência do alvo.....	60
2.6 – Síntese da polarização.....	62
2.7 – Decomposição de Alvos	65
2.7.1 Decomposições Coerentes	66
2.7.1.1 – A Decomposição de Pauli.....	68
2.7.1.1.1 – Descrição da Decomposição de Pauli	68
2.7.1.1.2 – Interpretação da Decomposição de Pauli.....	69
2.7.1.1.3 – Representação da informação polarimétrica por meio da decomposição de Pauli	70
2.7.1.2 – A Decomposição de Krogager	71
2.7.1.2.1 – Descrição da decomposição de Krogager	71
2.7.1.2.2 – Interpretação da decomposição de Krogager.....	73
2.7.1.2.3 – Representação da informação polarimétrica por meio da decomposição de Krogager	74
2.7.1.3 – Descrição da Decomposição de Cameron.....	74
2.7.1.4 – Representação dos espalhadores simétricos.....	77
2.7.1.5 – Classificação baseada na decomposição de Cameron	77
2.7.1.6 – Relevância das decomposições coerentes.....	79
2.7.2 Decomposições Incoerentes	79
2.7.2.1 Propósito das decomposições incoerentes	79
2.7.2.2 A decomposição de Freeman	80
2.7.2.2.1 Descrição da decomposição de Freeman	80
2.7.2.2.2 Interpretação da decomposição de Freeman	83
2.7.2.3 Decomposição baseada em Autovalores e Autovetores.....	85
2.7.2.3.1 Descrição da decomposição baseada em Autovalores e Autovetores.....	85
2.7.2.3.2 Interpretação da decomposição baseada em Autovalores e Autovetores.....	87
CAPÍTULO 3 MATERIAIS E MÉTODOS	91
3.1 – Materiais	91

3.1.1 – Visão Geral do Sistema PROSAR-BR.....	91
3.2 – Área para testes do programa.....	94
3.3 – Metodologia.....	96
3.4 – O Programa SARPOL.....	98
3.4.1 – INSTALAÇÃO.....	99
3.4.2 – “FERRAMENTAS” R-99.....	101
3.4.2.1 – SÍNTESE DE IMAGEM SAR.....	101
3.4.2.2 – CRIAÇÃO DE IMAGENS.....	103
3.4.2.2.1 – Criação de um conjunto polarimétrico a partir de imagens complexas.....	103
3.4.2.3 – CALIBRAÇÃO.....	106
3.4.2.3.1 – <i>Amplitude correction</i>	106
3.4.2.3.2 – <i>Cross talk correction</i>	106
3.4.2.3.3 – <i>Cross-polar symmetrisation</i>	107
3.4.2.4 – CONVERSÃO DE DADOS.....	107
3.4.2.4.1 – Matrizes de coeficientes.....	107
3.4.2.4.2 – Polarização elíptica.....	108
3.4.2.4.3 – Polarização linear.....	110
3.4.2.4.4 – Traço.....	110
3.4.2.5 – DECOMPOSIÇÕES.....	111
3.4.2.5.1 – Coerente.....	111
3.4.2.5.1.1 – Pauli.....	111
3.4.2.5.1.2 – Krogager.....	112
3.4.2.5.1.3 – Cameron.....	112
3.4.2.5.1.4 – Sphere-Diplane-Helix.....	113
3.4.2.5.2 – Incoerente.....	113
3.4.2.5.2.1 – Auto-valor e auto-vetor.....	114
3.4.2.5.2.2 – Freeman.....	114
3.4.2.6 – CLASSIFICAÇÃO.....	115
3.4.2.6.1 – Entropia e ângulo alfa.....	115
CAPÍTULO 4 RESULTADOS.....	116
4.1 – Processamento dos dados SAR com os programas “SPSAR” e “SARPOL_FAB”.....	116
4.1.1 – Síntese das imagens complexas.....	116
4.1.2 – Obtenção de imagens em amplitude com resolução melhorada.....	116
4.1.3 – Seleção da imagem de 1000x1000 pixels.....	118

4.1.4 – Criação de um conjunto polarimétrico a partir de imagens complexas.	118
4.1.5 – Criação de uma imagem a partir da razão dos canais L_{HH} e L_{VV}	120
4.1.6 – Criação de uma imagem a partir da razão dos canais L_{HH} e L_{HV}	121
4.1.7 – Criação da imagem complexa de correlação entre os canais do conjunto polarimétrico.	122
4.1.8 – Criação das imagens complexas relativas à correção de amplitude.....	123
4.1.9 – Criação das imagens relativas à correção de <i>cross talk</i>	124
4.1.10 – Criação das imagens relativas à simetria dos canais cross-polarizados.	125
4.1.11 – Criação das matrizes de coeficientes (Covariância, Coerência, Muller e Kennaugh), respostas polarimétricas e imagem relativa ao SPAN.....	126
4.1.12 – Conversão da polarização linear para a polarização elíptica.	133
4.1.13 – Conversão da matriz de covariância para o traço da matriz.....	134
4.1.14 – Conversão da matriz de coerência para o traço da matriz.....	135
4.1.15 – Decomposições coerentes.	136
4.1.16 – Decomposições incoerentes.	137
CAPÍTULO 5 CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	141
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	143
APÊNDICE A EQUAÇÕES PARA POLARIMETRIA SAR	146
A.1 – Representação vetorial de uma onda.....	146
A.1.1 – Vetores de Jones e de Stokes (ou de Kennaugh).....	146
A.2 – Matrizes de espalhamento	147
A.2.1 – Matrizes de Jones e de Sinclair, e de Mueller/Stokes e de Kennaugh	147
A.3 – Intensidade de uma onda parcialmente polarizada.....	148
A.4 – Grau de polarização de uma onda parcialmente polarizada.....	151
A.5 – Relação entre a Matriz de Jones e a Matriz de Mueller	154
A.6 – Relação entre a Matriz de Sinclair e a Matriz de Kennaugh.....	162
A.7 – Matrizes de Covariância e de Coerência dos alvos.....	170
A.7.1 – Relação entre as matrizes simétricas de Coerência e de Covariância	184
A.8 – Transformação de base unitária	185
A.8.1 – A matriz de espalhamento e a transformação de base unitária	187
APÊNDICE B PRODUTOS DO SENSOR SAR	189
B.1 – Dados coletados pelas aeronaves de Sensoriamento Remoto	189
B.2 – Produtos SAR.....	189

B.2.1 – Visão Geral.....	189
B.2.2 – Estrutura dos arquivos gerados no pré-processamento	189
B.2.3 – Estrutura dos arquivos gerados no pós-processamento	190
B.2.3.1 Imagens MLS	190
B.2.3.2 – Imagens MLG	191
B.2.3.3 – Imagens SpotSAR	192
B.2.3.4 – Imagens INSAR	193
B.2.3.5 – Imagens de resolução reduzida	194
APÊNDICE C MODOS DE OPERAÇÃO DO SENSOR SAR.....	201
APÊNDICE D SISTEMA DE RADAR AEROEMBARCADO DO R-99	206
D.1 – Descrição do sistema SAR do R-99.....	206
D.2 – Modos de operação do SAR.....	212
D.3 – Visão Geral de um Mapeamento SAR em faixas (Strip Map mode).....	215
D.4 – Ambiente de Operação para o Sistema SAR	215

LISTA DE FIGURAS

	Pag.
Figura 2.1 – Ilustração da evolução de uma onda eletromagnética apresentando as polarizações linear vertical, elíptica e circular.....	8
Figura 2.2 – Polarização circular orientada para a direita.	10
Figura 2.3 – Polarização elíptica onde o plano X-Y é tangente à superfície da Terra. χ é o ângulo de excentricidade, ψ é o ângulo de orientação e α é o ângulo auxiliar. A direção de propagação é normal à página (entrando na mesma).....	12
Figura 2.4 – Formato geométrico gerado pelos vetores campo elétrico de polarizações vertical e horizontal.....	13
Figura 2.5 – Formato geométrico gerado por vetores campo elétrico, superpostos em fase..	14
Figura 2.6 – Formato geométrico gerado por vetores campo elétrico, superpostos, mas fora de fase.	14
Figura 2.7 – Esfera de Poincaré.....	20
Figura 2.8 – Feixe de radar iluminando uma célula de resolução de área A, contendo espalhadores aleatoriamente distribuídos. O centro da célula está localizado à distância ξ em relação a um sistema de coordenadas definido.	31
Figura 2.9 – Penetração dos sinais de radar na vegetação, em função da umidade e do ângulo de incidência.	38
Figura 2.10 – Penetração dos sinais de radar no solo, em função do conteúdo volumétrico de água, da frequência e do tipo de solo.....	39
Figura 2.11 – Representação dos componentes paralelo e perpendicular de uma onda polarizada horizontalmente e verticalmente.	42
Figura 2.12 – Sistema de coordenadas e geometria de espalhamento para a convenção FSA.	45
Figura 2.13 – Sistema de coordenadas e geometria de espalhamento para a convenção BSA.	45
Figura 2.14 – Esquema de Classificação de Cameron.....	78
Figura 2.15 – Inversão dos parâmetros da decomposição de Freeman.	84
Figura 2.16 – Valores de entropia (H) e anisotropia (A).para quatro diferentes configurações	88

Figura 2.17 – Segmentação do espaço $H / \bar{\alpha}$.	90
Figura 3.1 – Localização da área selecionada para testes do programa.	95
Figura 3.2 – Fluxograma das atividades desenvolvidas.	96
Figura 3.3 – Janela de interface do programa em IDL desenvolvido para a obtenção dos dados complexos do sensor SAR.	97
Figura 3.4 – Imagens Real, Imaginária e em Amplitude (1000x1000).	98
Figura 3.5 – Configuração das preferências do programa ENVI.	99
Figura 3.6 – Visualização dos comandos principais do programa SARPOL.	101
Figura 3.7 – Visualização da janela de configuração do programa SPSAR.	101
Figura 3.8 – Visualização das funções da subrotina de criação de imagens.	103
Figura 3.9 – Comando para criação do conjunto polarimétrico.	104
Figura 3.10 – Seleção dos canais complexos de entrada.	105
Figura 3.11 – Visualização das funções da subrotina de calibração.	106
Figura 3.12 – Visualização das funções da subrotina de conversão de dados.	107
Figura 3.13 – Visualização da janela de configuração da conversão para polarização elíptica.	109
Figura 3.14 – Visualização das funções da subrotina de decomposição coerente.	111
Figura 3.15 – Visualização das funções da subrotina de decomposição incoerente.	114
Figura 3.16 – Visualização das funções da subrotina de decomposição classificação.	115
Figura 4.1 – Janela de processamento do programa SPSAR.	116
Figura 4.2 – Imagem do sensor SAR na polarização L_{HH} e com resolução de 0,509 m. Direção de azimute Sul-Norte e de visada da esquerda para a direita.	117
Figura 4.3 – Imagens em amplitude obtidas nas polarizações L_{HH} , L_{HV} , L_{VH} e L_{VV} .	118
Figura 4.4 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB.	119
Figura 4.5 – Canal L_{HH} do conjunto polarimétrico.	119
Figura 4.6 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>co-pol ratio</i> .	120
Figura 4.7 – Imagem da razão entre os canais co-polarizados.	120
Figura 4.8 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>cross-pol ratio</i> .	121
Figura 4.9 – Imagem da razão entre os canais L_{HH} e L_{HV} .	121
Figura 4.10 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>interchannel correlation</i> .	122

Figura 4.11 – Imagem complexa da correlação entre os canais L_{HH} e L_{VV} .	122
Figura 4.12 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>amplitude correction</i> .	123
Figura 4.13 – Imagem do canal L_{HH} relativo à correção em amplitude.	123
Figura 4.14 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>cross talk correction</i> .	124
Figura 4.15 – Imagem do canal L_{VV} relativo à correção de <i>cross talk</i> .	124
Figura 4.16 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>cross polar symmetrisation</i> .	125
Figura 4.17 – Composição RGB (R= L_{HH} , G=média entre os canais L_{HV} e L_{VH} , B= L_{VV}).	125
Figura 4.18 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>vector to covariance</i> .	126
Figura 4.19 – Elemento 1,1 (C_{HHHH}^*) da matriz de Covariância.	127
Figura 4.20 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>vector to coherence</i> .	127
Figura 4.21 – Elemento 4,4 (R_{VVVV}^*) da matriz de Coerência.	128
Figura 4.22 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>vector to Mueller</i> .	128
Figura 4.23 – Elemento 11 (M_{HHHH}^*) da matriz de Mueller.	129
Figura 4.24 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>vector to Kennaugh</i> .	129
Figura 4.25 – Elemento 11 (K_{HHHH}^*) da matriz de Kennaugh.	130
Figura 4.26 – Resposta polarimétrica do lago Paranoá (ESQ – canal co-pol; DIR – canal cross-pol).	131
Figura 4.27 – Resposta polarimétrica de área residencial (ESQ – canal co-pol; DIR – canal cross-pol).	131
Figura 4.28 – Resposta polarimétrica de área vegetada (ESQ – canal co-pol; DIR – canal cross-pol).	131
Figura 4.29 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>vector to span</i> .	132
Figura 4.30 – Imagem SPAN.	132
Figura 4.31 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>hv to elliptical</i> .	133
Figura 4.32 – Imagem com polarização elíptica “esquerda-direita”	133

Figura 4.33 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>covariance to trace</i>	134
Figura 4.34 – Imagem correspondente ao Traço da matriz de covariância.	134
Figura 4.35 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>coherence to trace</i>	135
Figura 4.36 – Imagem correspondente ao Traço da matriz de coerência.	135
Figura 4.37 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>Pauli decomposition</i>	136
Figura 4.38 – Intensidades dos canais polarimétricos e a combinação destas em uma imagem RGB (R=HH+VV, G=HH-2VV, B=2VH-HV).	136
Figura 4.39 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>eigen values & vectors</i>	137
Figura 4.40 – Imagens correspondentes aos quatro autovalores da matriz de Covariância..	138
Figura 4.41 – Imagens correspondentes aos quatro autovetores da matriz de Covariância..	139
Figura 4.42 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função <i>Freeman decomposition</i>	140
Figura 4.43 – Imagens referentes à decomposição de Freeman.	140
Figura D.1 – Localização dos sensores na aeronave de Sensoriamento Remoto – R-99.	206
Figura D.2 – Diagrama de Bloco do Sistema SAR Aerotransportado.	211
Fonte: adaptada de Macdonald Dettwiler Associated (2001).	211
Figura D.3 – Geometria do modo de mapeamento SAR em Faixas.	212
Figura D.4 – Geometria do modo de vigilância <i>Wide Area Search (WAS)</i>	213
Figura D.5 – Geometria do modo de vigilância <i>Air-to-Air (A2A)</i>	214
Figura D.6 – Geometria do modo de vigilância <i>SpotSAR</i>	214
Figura D.7 – Perfil de um mapeamento SAR em faixas (<i>Strip Map Mode</i>).	215

LISTA DE TABELAS

	Pag.
Tabela 2.1 – Ângulos de orientação e excentricidade e parâmetros de Stokes para vários estados de polarização linear e circular. A intensidade total é igual a 1.....	21
Tabela 2.2 – Resumo sobre a representação das ondas incidente e espalhada e sobre a caracterização dos alvos.....	59
Tabela 2.3 – Resumo sobre a matriz de covariância e de coerência dos alvos.....	62
Tabela 2.4 – Parâmetros utilizados no cálculo da energia recebida de um alvo (RCS).	63
Tabela 3.1 – Aplicativos do programa PROSAR-BR.	92
Tabela B.1 – Características das imagens do modo SpotSAR.....	192
Tabela B.2 – Características das imagens do Modo INSAR.	193
Tabela B.3 – Dados Gravados na fita DCRsi em função do Modo de Imageamento.....	194
Tabela B.4 – Produtos no modo de imageamento “StripSAR”.	195
Tabela B.5 – Produtos “StripSAR” em função do modo de aquisição.....	197
Tabela D.1 – Características Técnicas do sensor SAR do R-99.....	208
Tabela D.2 – Modos de Operação, PRI, Ciclo de Trabalho, Potência e Frequência de operação do SAR.....	209
Tabela D.3 – Legenda da Figura D.2.....	211
Tabela D.4 – Ambiente de Vôo para a Aeronave SAR.....	216
Tabela D.5 – Envelope de Vôo da Aeronave SAR.....	216

LISTA DE SÍMBOLOS

G_a	Ganho da antena.
θ_m	Ângulo de apontamento da antena relativo à perpendicular da trajetória.
δ_v	Fase do componente vertical do vetor campo elétrico
δ_h	Fase do componente horizontal do vetor campo elétrico
\tilde{r}	Alcance corrigido para a migração de células.
ψ	Ângulo de depressão da linha de visada.
η	Coefficiente de modulação azimutal.
α	Razão de deriva da trajetória real para a trajetória ideal.
θ	Ângulo relativo à perpendicular da trajetória.
β_a	Abertura em radianos do lóbulo principal da antena.
λ_c	Comprimento de onda da portadora do sinal transmitido pelo radar.
ϕ_e	Ponto de fase estacionária.
ϕ_e	Erro de fase residual.
A	Ganhos e atenuações associados ao sistema.
A_y	Amplitude de oscilação da trajetória real.
B_d	Largura de banda azimutal.
c	Velocidade de propagação da luz.
d_x	Distância entre pulsos.
F_{az}	Filtro casado em azimute.
F_r	Filtro de casado em alcance.
f_{sa}	Frequência de repetição de pulsos do radar.
f_{sr}	Frequência de amostragem do conversor analógico-digital do radar.
f_y	Frequência de oscilação da trajetória real.
G_{af}	Ganho de compressão do filtro casado em azimute.
G_r	Ganho de compressão do filtro casado em alcance.
K_{chirp}	Coefficiente de modulação linear de frequência do pulso transmitido pelo radar.
k_d	Frequência espacial Doppler instantânea.
k_r	Frequência espacial em alcance.
k_x	Frequência espacial azimutal.
k_{x1}	Frequência espacial azimutal mínima do sinal.
k_{x2}	Frequência espacial azimutal máxima do sinal.
L_a	Distância percorrida pelo radar enquanto ilumina um alvo pontual.

L_p	Extensão do pulso transmitido pelo radar.
r	Alcance da amostra do sinal.
R_0	Distância do alvo à trajetória do radar.
R_a	Distância entre o alvo e o radar.
r_e	Alcance do ponto de fase estacionária.
t_0	Instante de transmissão do pulso do radar.
t_f	Instante de término da recepção do sinal eco de um alvo pontual.
t_i	Instante do início da recepção do sinal eco de um alvo pontual.
T_p	Duração do pulso.
t_r	Intervalo de tempo contado a partir do início da transmissão.
v	Velocidade linear de deslocamento azimutal do radar.
x	Posição azimutal do radar.
x_a	Posição azimutal do alvo.
x_m	Posição média do radar no intervalo de iluminação do alvo pontual.
y	Afastamento lateral da trajetória.
y_0	Afastamento lateral inicial da trajetória.

SIGLAS E ACRÔNIMOS

CATCON	Subsistema de Catálogo, Consulta e Armazenamento
SAR	<i>Synthetic Aperture Radar</i>
TEM	<i>Transverse Eletromagnetic Wave</i>
EM	<i>Eletromagnetic Wave</i>
COMGAR	Comando-Geral de Operações Aéreas
CSA	<i>Chirp Scaling Algorithm</i>
CTA	Centro Técnico Aeroespacial
ESR	Divisão de Sensoriamento Remoto
FAB	Força Aérea Brasileira
FFT	<i>Fast Fourier Transform</i>
GPS	<i>Global Positioning System</i>
GSP	<i>Ground SAR Processor</i>
IEAv	Instituto de Estudos Avançados
IFFT	<i>Inverse Fast Fourier Transform</i>
INMET	Instituto Nacional de Meteorologia
INS	<i>Inertial Navigation System</i>
ITA	Instituto Tecnológico de Aeronáutica
MOCOMP	<i>Motion Compensation</i>
MSS	<i>Multi Spectral Scanner</i>
PRODIS	Subsistema de Processamento Distribuído
PROSAR-BR	Processador SAR Brasileiro
RCMC	<i>Range Cell Migration Correction</i>
RDA	<i>Range Doppler Algorithm</i>
RMA	<i>Range Migration Algorithm</i>
SAR	<i>Synthetic Aperture Radar</i>
SIPAM	Sistema de Proteção da Amazônia
SPSAR	Subsistema de Processamento SAR

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

Uma radical transformação no panorama do Sensoriamento Remoto (SR) nacional poderá ocorrer, com o início do funcionamento operacional das três aeronaves R-99B, adquiridas com o fim primário de cumprir missões de SR em proveito da missão do Sistema de Proteção da Amazônia - SIPAM. Tratam-se estes sistemas de aeronaves Embraer ERJ145 equipadas, cada uma, com três imageadores de alto desempenho: o Sistema Óptico e Infravermelho (OIS), o Imageador Multispectral (MSS) e o Radar de Abertura Sintética (SAR). Operando em diferentes faixas do Espectro Eletromagnético, estes sensores remotos são empregados em missões de imageamento e sob condições meteorológicas adversas, conferindo ao R-99B uma ampla gama de aplicações

Dentre os imageadores do R-99B, o SAR é aquele cujos atributos têm maior relevância para aplicações científicas e o que produz o maior volume e diversidade de dados, sendo o sensor utilizado para o estudo ora proposto.

Este sensor multimodo destina-se a cumprir missões diurnas e noturnas de imageamento ar-superfície e de vigilância ar-superfície e ar-ar, sob qualquer condição de tempo. Nas missões de aerolevanteamento, gera imagens nas bandas L e X, a até 120 km de distância, com resoluções de 3 m, 6 m ou 18 m, cobrindo faixas com 10 km, 20 km, 40 km, 60 km ou 120 km de largura.

Na banda L, adquire de uma até quatro imagens simultâneas da mesma cena, segundo quatro padrões polarimétricos possíveis: horizontal/horizontal, vertical/vertical, horizontal/vertical e vertical/horizontal (HH, VV, HV, VH). Na banda X, imageia com polarização HH, possuindo duas antenas que, empregadas simultaneamente, produzem pares de imagens destinados à geração de modelos numéricos de elevação (MNE) pelo método interferométrico.

Nos modos de vigilância, é capaz de rastrear 60 alvos móveis aéreos e de superfície simultaneamente e de imagear áreas de 2,3 km² com resolução espacial de 1,8 m.

Este verdadeiro “salto” tecnológico, na área de SR, vem sendo aos poucos percebido pelos órgãos que estão utilizando os sistemas sensores e pelas Universidades e Instituições de Pesquisa, as quais podem se beneficiar dos diversos equipamentos para apoio às suas áreas de investigação atual e para a abertura de novas linhas de trabalho.

A diversidade de polarizações em sistemas de radar tem sido reconhecida como uma característica que permite uma inferência mais completa dos parâmetros da superfície do que é possível com um sistema de radar não polarimétrico. Radares imageadores convencionais operam com uma antena de polarização única e fixa para recepção e transmissão dos sinais de rádio frequência. Para estes sistemas, somente um coeficiente de espalhamento é medido (para uma específica combinação de polarização transmitida e recebida) para cada elemento de resolução da cena imageada. Como resultado, apenas um componente da onda espalhada, ou seja, uma grandeza vetorial, é medida, resultando em uma caracterização escalar da onda. Quaisquer informações adicionais sobre a superfície, e contidas na polarização, são portanto perdidas. Para garantir que toda a informação presente na onda espalhada seja recuperada, a polarização desta onda deve ser medida através de um processo de medição vetorial (Zebker and Van Zyl 1991).

Devido à importância das informações presentes nas diversas polarizações dos radares polarimétricos, este estudo, por intermédio da análise qualitativa do sensor SAR instalado nas aeronaves R99 do SIPAM, visa obter as respostas polarimétricas dos alvos da superfície.

1.1 – Objetivos

A classificação de feições da superfície terrestre utilizando-se imagens SAR polarimétricas é considerada uma das mais importantes aplicações da Polarimetria por Radar.

Existe, atualmente, um grande interesse por parte de diversas Instituições do País, como, por exemplo, o Centro de Pesquisas da Petrobrás (CENPES) e o INPE, no uso de dados polarimétricos para o Sensoriamento Remoto Radar.

Neste contexto, um importante objetivo é a extração de informações físicas do espalhamento das microondas pelas estruturas da superfície, ou seja, como um alvo se comporta frente a uma onda polarizada utilizada para o seu imageamento e como utilizar-se desta informação a fim de classificar uma imagem de radar de forma automatizada.

Uma imagem SAR na sua forma complexa tem dois componentes; amplitude e fase. A amplitude representa a intensidade dos vários espalhadores que compõem um determinado alvo e, em termos simples, a informação de fase é uma medida de deslocamento, no domínio do tempo, entre a onda retroespalhada e uma referência.

O retroespalhamento de um alvo para a formação de uma imagem SAR é função de inúmeros parâmetros, incluindo: a frequência do sensor, o ângulo de incidência, a polarização da onda, a rugosidade e a orientação do alvo e a constante dielétrica.

Existem inúmeros meios naturais que, no processo de interação com a onda de microondas incidente e no conseqüente retroespalhamento, modificam a polarização do sinal RADAR. Por exemplo, meios como a vegetação e o solo seco, permitindo a penetração do sinal, modificam significativamente a polarização.

A partir do uso das imagens complexas do sensor SAR, é possível sintetizar imagens em amplitude com quatro polarizações distintas, duas co-polarizadas e duas cross-polarizadas, conforme anteriormente citado.

A partir deste conjunto de dados é possível extrair 09 (nove) conjuntos de discriminadores polarimétricos (produtos complexos cross-polarizados) que fornecem informações sobre a rugosidade e estrutura dos espalhadores presentes na cena e, portanto, podem ser utilizados para a classificação das feições do terreno presentes nas imagens em amplitude.

Uma vez definidas as técnicas necessárias à extração da resposta polarimétrica dos alvos, sejam eles pontuais ou não, pode-se aplicar estas técnicas para a discriminação e caracterização de superfícies geológicas, coberturas vegetais, corpos d'água, solos expostos e áreas urbanas.

Assim sendo, este trabalho tem como objetivos:

- A revisão bibliográfica das equações aplicadas à polarimetria SAR e implantação das mesmas em um programa que permita, desde que atendidos alguns critérios, ser utilizado com qualquer conjunto de dados complexos;
- A adequação do programa PROSAR-BR para a obtenção das imagens complexas de alta resolução do sensor SAR do SIPAM, nas suas quatro polarizações disponíveis, a partir dos dados brutos coletados pelo sensor;
- O desenvolvimento de um programa para a extração das respostas polarimétricas e conseqüente identificação dos prováveis mecanismos de espalhamento para cada pixel da imagem radar;
- A aplicação das equações revisadas para a obtenção das diversas matrizes utilizadas na área da polarimetria SAR e para a construção das matrizes necessárias à identificação dos mecanismos de espalhamento e da resposta polarimétrica;

- O desenvolvimento de um programa a ser utilizado pelos pesquisadores na análise de dados de sensores polarimétricos e que abrangesse um amplo conjunto de funções para a exploração científica dos dados totalmente e parcialmente polarimétricos e, ainda, para o desenvolvimento de aplicativos a serem utilizados com estes dados.

1.2 – Justificativa

A capacidade de obtenção de imagens multipolarimétricas, a partir do sensor SAR do SIPAM, situa o Brasil no seleto grupo de países com a capacidade de obtenção e utilização de dados desse tipo para fins científicos.

Para que a comunidade científica brasileira possa, efetivamente, ter condições de explorar todo o potencial destas novas imagens, faz-se necessário o perfeito conhecimento das potencialidades e limitações do sensor SAR polarimétrico adquirido pelo Brasil.

Assim sendo, o presente trabalho visa analisar estas potencialidades e desenvolver um programa para a extração da resposta polarimétrica de alvos de interesse, assim como para a manipulação das imagens SAR obtidas.

1.3 – Estruturação do Trabalho

O trabalho foi estruturado em capítulos, de acordo com a seqüência apresentada a seguir.

No Capítulo 2, é feita uma revisão bibliográfica dos princípios básicos relacionados à teoria polarimétrica, abordando e caracterizando o estado de polarização de uma onda, as representações das ondas planas, a caracterização matemática do espalhamento ocasionado por um alvo e a decomposição coerente e incoerente de alvos que permite a obtenção de inúmeros produtos polarimétricos.

No Capítulo 3, são apresentados os materiais e métodos que foram utilizados para a consecução dos objetivos deste trabalho, incluindo a descrição do programa PROSAR-BR, que serviu de base para o desenvolvimento do SPSAR e do SARPOL que é um conjunto de rotinas desenvolvidas, ao longo deste estudo para o processamento e a análise das imagens polarimétricas produzidas pelo SAR do R-99.

No Capítulo 4, é efetuada a análise dos principais resultados obtidos e, no Capítulo 5, são enumeradas as conclusões e recomendações decorrentes desta análise.

No Apêndice “**A**” são apresentadas as equações para polarimetria SAR utilizadas neste estudo, as quais foram matematicamente comprovadas.

Finalmente, o Apêndice “**B**” apresenta os produtos do sensor SAR que podem ser obtidos a partir do uso do programa de processamento de solo (*Ground SAR Processor - GSP*).

O Apêndice “**C**” apresenta uma tabela com os diversos modos de operação do sistema.

O Apêndice “**D**” aborda o sistema de radar aeroembarcado do R-99, detalhando cada um dos produtos finais obtidos a partir do sistema de *software* fornecido pelo fabricante canadense.

Uma vez que o entendimento dos conceitos relacionados ao tema polarimetria SAR são de extrema relevância para que se entenda o processo de formação dos produtos polarimétricos vamos inicialmente compreender o processo de formação destes produtos, assim como os fatores que influenciam ou afetam a geometria dos mesmos.

CAPÍTULO 2

CONCEITOS DE POLARIMETRIA

O objetivo deste capítulo é descrever de forma sucinta a teoria polarimétrica e apresentar os conceitos relacionados ao tema de uma maneira clara e objetiva, de forma que aqueles não familiarizados com o assunto possam entender os benefícios da polarimetria e das informações disponíveis nos dados polarimétricos.

Assim sendo, a seção a seguir apresenta alguns conceitos básicos relacionados a diversos tipos de ondas.

2.1 – Orientação da Onda de Radar

Existem inúmeros artigos disponíveis na literatura que discutem a teoria da polarimetria e suas aplicações (CCRS, 2001; Ulaby & Elachi, 1990). Apesar da complexidade inerente ao assunto, a polarimetria, em termos simples, refere-se ao estudo:

- da orientação da onda do radar (com relação à superfície terrestre);
- do espalhamento da onda do radar;
- da informação de fase entre os canais, horizontal (H) e vertical (V).

Para uma onda plana, o comprimento (módulo) do vetor campo elétrico define a amplitude da onda; a velocidade de rotação estabelece a frequência da onda, enquanto que a orientação e a forma geométrica traçada pela ponta desse vetor determinam a polarização da onda.

Uma onda eletromagnética pode ser polarizada (uma senóide monocromática com frequência constante e amplitude estável caracteriza uma onda totalmente polarizada); despolarizada (com polarização aleatória) ou, ainda, apresentar um comportamento intermediário entre esses dois extremos, caracterizado por certo grau de polarização.

Inúmeros radares são projetados para transmitir a radiação de microondas polarizada horizontalmente ou verticalmente. Uma onda transmitida em quaisquer destas polarizações vai gerar uma onda retroespalhada com uma variedade de polarizações. É a análise destas combinações de polarizações transmitidas e recebidas que constitui a ciência da Polarimetria Radar.

Qualquer polarização, tanto na transmissão quanto na recepção, pode ser sintetizada utilizando-se os componentes vertical e horizontal com uma relação muito bem definida entre eles. Por esta razão, sistemas que transmitem e recebem em ambas as polarizações são de interesse para o estudo da polarimetria. Neste caso, podem existir quatro combinações de polarizações transmitidas e recebidas.

- HH – para transmissão e recepção horizontal;
- VV – para transmissão e recepção vertical;
- HV – para transmissão horizontal e recepção vertical;
- VH – para transmissão vertical e recepção horizontal.

As duas primeiras combinações de polarização são chamadas de *co-polarized* ou polarizações paralelas, pois as polarizações de transmissão e recepção são as mesmas. As duas últimas são chamadas de *cross-polarized* ou polarizações cruzadas, porque as polarizações transmitidas e recebidas são ortogonais entre si.

Os sistemas de radar podem ter combinações de polarização diferentes:

- Polarização simples – HH ou VV;
- Polarização dupla – HH e HV, VV e VH ou HH e VV;
- Polarização quádrupla – HH, VV, HV, e VH;
- Completamente polarimétrico – HH, VV, HV, VH, mais a fase relativa entre estas polarizações, componente importante de um radar polarimétrico.

As equações de Maxwell descrevem todos os aspectos da radiação eletromagnética e, para um ponto localizado no tempo e no espaço, o campo elétrico, o campo magnético, a densidade de fluxo magnético e o deslocamento do campo elétrico devem satisfazer estas equações (detalhes podem ser obtidos em Born & Wolf, 1980; Hecht & Zajac, 1979).

Para o imageamento por radar, é importante caracterizar o campo elétrico \vec{E} (vetor E) quanto a sua orientação em relação à direção de propagação da onda eletromagnética.

2.1.1 – Polarização Elíptica

Uma onda cujo vetor campo elétrico, em um ponto fixo do espaço, traça uma mesma elipse de forma repetitiva, é dita elipticamente polarizada naquele ponto, sendo este o caso mais comum de polarização de qualquer onda estritamente monocromática (Azzam & Bashara, 1986).

Particularizações da polarização elíptica ocorrem quando esta se degenera em um círculo (polarização circular) ou em um segmento de reta (polarização linear).

Para a completa caracterização da polarização elíptica, é necessário que se conheça:

- A orientação, no espaço, do plano que contém a elipse de polarização, dada pelo vetor n normal a esse plano;
- A orientação da elipse nesse plano;
- As dimensões (forma) da elipse;
- A fase absoluta.

Considerando-se o plano da elipse de polarização coincidente com o plano desta folha de papel e a direção n perpendicular a este plano, apontando para o leitor, a orientação da elipse neste plano, seu formato e como ela pode ser descrita pode ser facilmente definida conforme apresentado na Figura 2.1.

Nesta figura, X e Y são duas direções de referência que, juntamente com o vetor n , formam um sistema ortogonal de coordenadas, orientado para a direita.

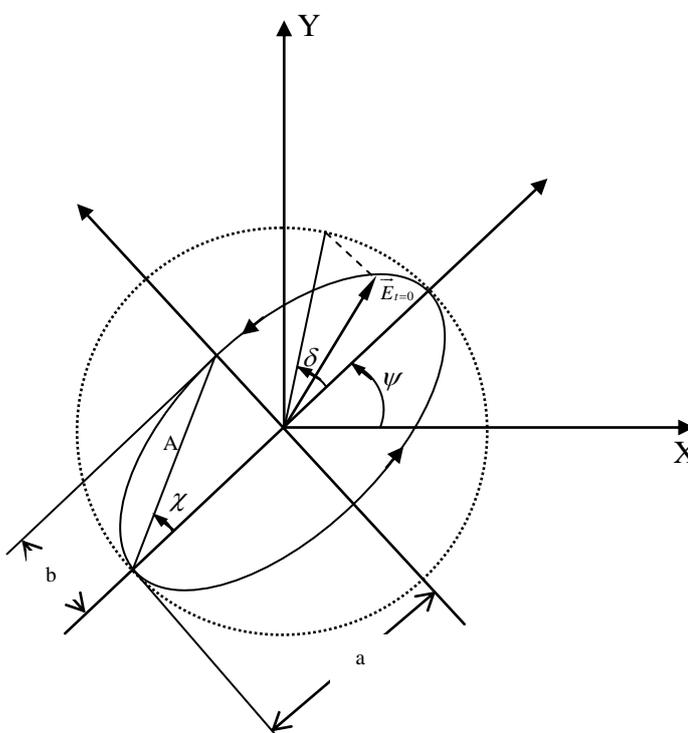


Figura 2.1 – Ilustração da evolução de uma onda eletromagnética apresentando as polarizações linear vertical, elíptica e circular.

FONTE: adaptada de Azzam & Bashara. (1987, p. 7).

Os parâmetros que descrevem a elipse de polarização, nesse plano, são descritos a seguir:

O azimute ψ , também chamado de ângulo de inclinação (ou orientação), é o ângulo entre o semi-eixo maior da elipse e uma direção de referência, escolhida na Figura 2.1 como a direção positiva do eixo X, e define a orientação da elipse no seu plano. Todos os valores de azimutes podem ser obtidos limitando ψ aos seguintes valores:

$$-\frac{\pi}{2} \leq \psi < \frac{\pi}{2} \quad (2.1)$$

A excentricidade e é definida como a razão entre o comprimento do semi-eixo menor b e o semi-eixo maior a da elipse;

$$e = \frac{b}{a} \quad (2.2)$$

A direção de orientação da elipse determina a forma como ela pode ser descrita. Podem-se diferenciar dois casos de polarização, de acordo com o modo pelo qual a ponta do vetor campo elétrico descreve a elipse.

Parece mais óbvio dizer que a polarização é orientada para a direita ou esquerda se a rotação do vetor E e sua direção de propagação formar um sistema com giro para a direita ou esquerda, ou seja, como o giro de um parafuso. Contudo, a terminologia tradicional é justamente o oposto, baseando-se no comportamento aparente do vetor E quando visto de frente por um observador.

Neste trabalho, esta será a terminologia utilizada, visto ser a mais difundida na literatura (Ulaby & Elachi, 1990, p. 8; Born & Wolf, 1985, p.29).

Assim, diz-se que a polarização é orientada para a direita quando, para um observador olhando na direção da origem da radiação, a ponta do vetor campo elétrico parece descrever uma elipse no sentido horário.

Para a polarização orientada para a esquerda, ocorre justamente o oposto, ou seja, para esse mesmo observador, a ponta do vetor campo elétrico parece descrever uma elipse na direção contrária à dos ponteiros do relógio.

Conforme pode ser observado na Figura 2.2, o sentido de rotação da elipse no plano, levando em conta um observador olhando para a direção de onde a onda está vindo, é para a direita,

ou seja, no sentido horário, caracterizando-se, assim, a polarização com direção de rotação orientada para a direita, em inglês, “right-handed polarization”, apesar do giro de um parafuso simulado ser para a esquerda.

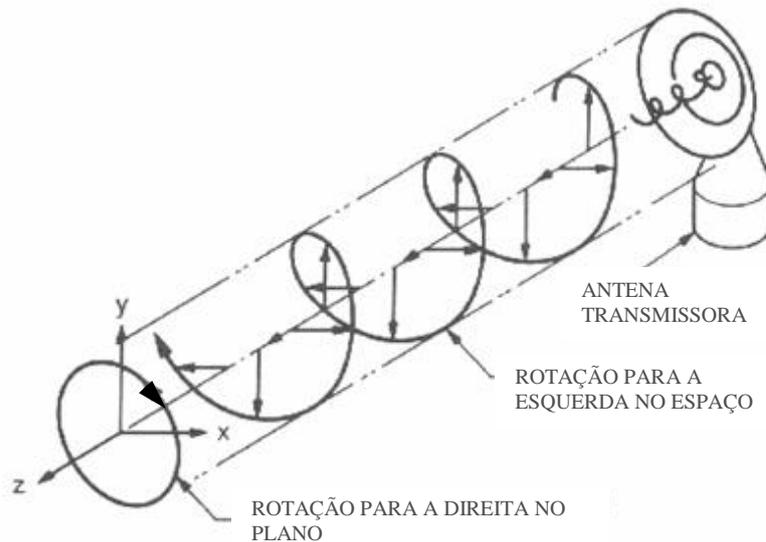


Figura 2.2 – Polarização circular orientada para a direita.

FONTE: adaptada de Ulaby & Elachi. (1990, p. 8).

É conveniente incorporar o conceito de direção de orientação da elipse na definição da excentricidade e , permitindo que esta assuma valores positivos e negativos para as polarizações orientadas para a direita e esquerda, respectivamente.

Dessa forma, todos os valores possíveis para a excentricidade e ficam restritos a:

$$-1 \leq e \leq 1 \quad (2.3)$$

Agora, introduzindo-se o ângulo de excentricidade χ .

$$\tan \chi = e = \pm \frac{b}{a} \quad (2.4)$$

Onde, $2a$ e $2b$ correspondem aos eixos maior e menor da elipse, respectivamente. Os valores de χ ficam limitados a:

$$-\frac{\pi}{4} \leq \chi \leq \frac{\pi}{4} \quad (2.5)$$

A amplitude (tamanho) da elipse pode ser definida em termos do comprimento dos semi-eixos maior e menor, a e b respectivamente:

$$A = (a^2 + b^2)^{\frac{1}{2}} \quad (2.6)$$

Já a fase absoluta δ determina o ângulo entre a posição inicial do vetor campo elétrico em $t = 0$ e o eixo maior da elipse, conforme pode ser observado na Figura 2.1. Logo, os valores possíveis para a fase absoluta são:

$$-\pi \leq \delta \leq \pi \quad (2.7)$$

Finalmente, o campo elétrico de uma onda que se propaga em um determinado meio pode ser decomposto em dois eixos ortogonais (soma vetorial de dois campos elétricos polarizados horizontalmente e verticalmente). Estes dois componentes são caracterizados por suas fases e amplitudes. A polarização de uma onda depende da amplitude e da diferença de fase entre esses dois componentes.

Se a diferença de fase é 0 (zero), a onda é dita linearmente polarizada. Se os componentes têm igual amplitude e diferença de fase de $\pm\pi/2$, a polarização é dita circular. Para outros casos, o vetor campo elétrico traça uma elipse perpendicular à direção de propagação, resultando em uma polarização elíptica.

Quando se está interessado no espalhamento ocasionado pela superfície terrestre, a forma mais conveniente de se representar esta superfície é utilizando um plano X-Y, com o eixo Z em um plano na vertical.

Neste caso, a elipse de polarização tem a forma apresentada na Figura 2.3, onde χ é o ângulo de excentricidade, ψ é o ângulo de inclinação (ou orientação) e α é o ângulo auxiliar. Estes ângulos são utilizados na definição do estado de polarização da onda.

Conforme anteriormente mencionado, os casos especiais incluem a polarização linear vertical ($\chi = 0^0$, $\psi = 0^0$); a polarização linear horizontal ($\chi = 0^0$, $\psi = 90^0$) e a polarização circular ($\chi = \pm 45^0$, ψ variando de -90^0 a $+90^0$).

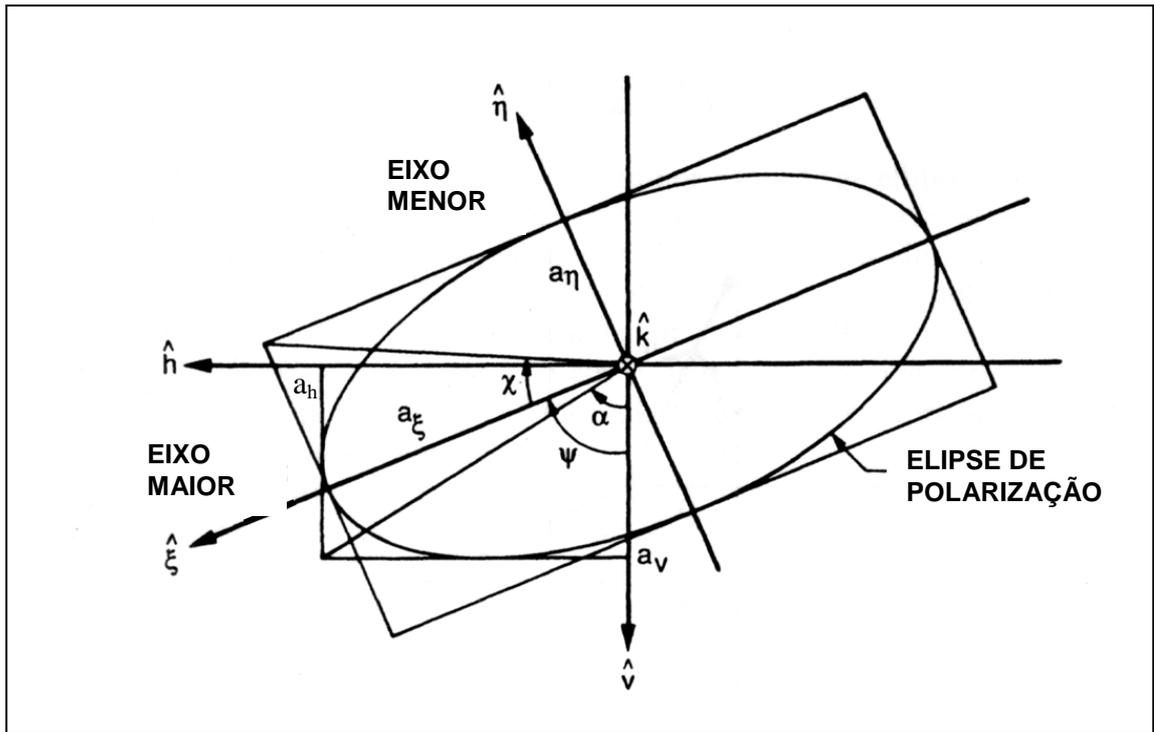


Figura 2.3 – Polarização elíptica onde o plano X-Y é tangente à superfície da Terra. χ é o ângulo de excentricidade, ψ é o ângulo de orientação e α é o ângulo auxiliar. A direção de propagação é normal à página (entrando na mesma).

FONTE: adaptada de Ulaby & Elachi. (1990, p. 10).

2.2 – Caracterização do Estado de Polarização de uma Onda Eletromagnética

Para se caracterizar o estado de polarização de uma onda eletromagnética, faz-se necessária a definição de uma base de vetores ortogonais, sobre os quais será decomposto o vetor campo elétrico. É comum utilizar-se polarizações lineares verticais e horizontais para isso. Contudo, o uso de polarizações circulares, orientadas para a esquerda ou para a direita, também é válido.

Utilizando-se como base a polarização horizontal-vertical, os componentes de um vetor campo elétrico $\vec{E}(t)$ são dados por:

$$\vec{E}(t) = \begin{pmatrix} E_h \\ E_v \end{pmatrix} e^{-i\omega t} = \begin{pmatrix} a_h e^{-i\delta_h} \\ a_v e^{-i\delta_v} \end{pmatrix} e^{-i\omega t} \quad (2.8)$$

onde, ω é a frequência angular; E_h e E_v são os componentes complexos horizontal e vertical do vetor campo elétrico, com as amplitudes a_h e a_v e fases δ_h e δ_v , respectivamente.

2.3 – Diferentes Estados de Polarização

A polarização linear ocorre quando o vetor campo elétrico oscila em uma linha reta perpendicular à direção de propagação. A Figura 2.4 apresenta o formato geométrico gerado pelos vetores campo elétrico de polarizações vertical e horizontal ao longo de todo um ciclo de fase. Neste caso, a fase ($\delta_h = \delta_v$), ou seja, a diferença de fase entre os vetores componentes do campo elétrico é igual a zero, e uma das amplitudes (horizontal ou vertical, conforme a figura 2.4) é nula.

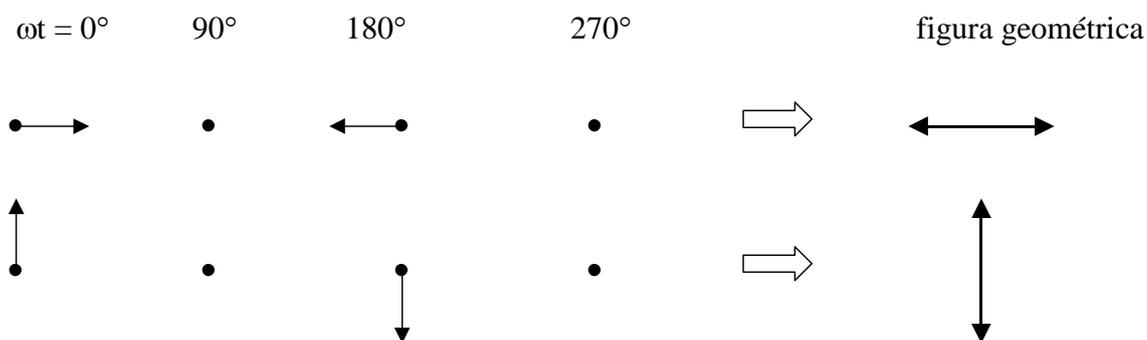


Figura 2.4 – Formato geométrico gerado pelos vetores campo elétrico de polarizações vertical e horizontal.

Outros estados de polarização ocorrem quando estes campos elétricos ortogonais são superpostos. Quando a superposição ocorre em fase ($\delta_h = \delta_v$) gera-se outra polarização linear cuja orientação é determinada pelas amplitudes relativas dos campos componentes. Amplitudes iguais levam a uma orientação de 45° , conforme apresentado na Figura 2.5.

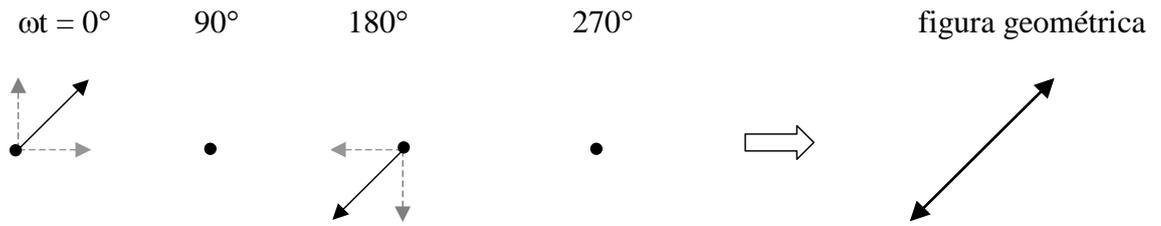


Figura 2.5 – Formato geométrico gerado por vetores campo elétrico, superpostos em fase.

A polarização elíptica é obtida quando os campos elétricos são superpostos fora de fase ($\delta_h \neq \delta_v$), sendo sua diferença de fase dada por ($\delta_h - \delta_v = \pm 45^\circ$).

A polarização circular, caso particular da polarização elíptica, é gerada quando a diferença de fase entre os campos elétricos, de mesma amplitude, é dada por ($\delta_h - \delta_v = \pm 90^\circ$), conforme apresentado a seguir. O sinal da diferença de fase determina a direção de rotação do campo elétrico resultante.

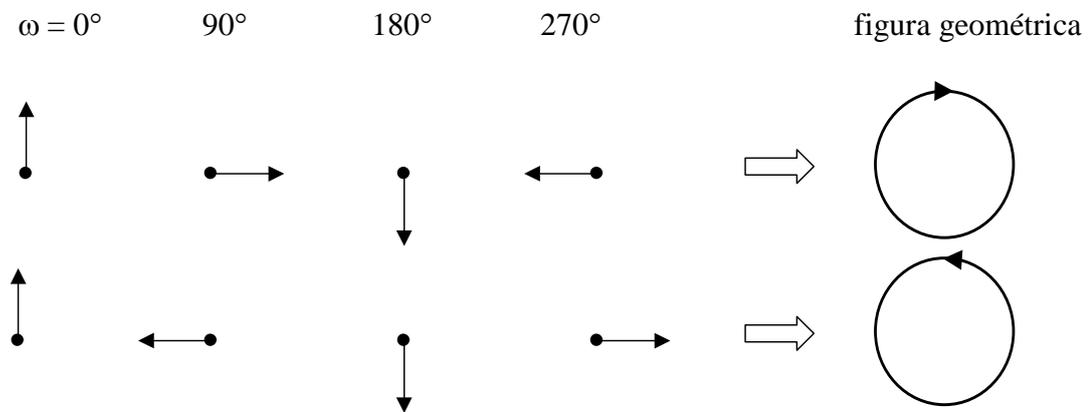


Figura 2.6 – Formato geométrico gerado por vetores campo elétrico, superpostos, mas fora de fase.

A Figura 2.3, apresentada anteriormente, mostra em detalhes a forma geométrica gerada pela ponta do vetor campo elétrico em um plano ortogonal à direção de propagação (polarização elíptica típica), à medida que a onda se desloca no espaço (Born & Wolf, 1985, Tsang *et al.*, 1985, Ulaby & Elachi, 1990).

Conforme visto, a elipse é caracterizada por sua excentricidade e orientação, que são determinadas por E_h e E_v . O ângulo de excentricidade χ se relaciona com os parâmetros da onda por:

$$\text{sen}2\chi = \frac{2a_v a_h}{a_v^2 + a_h^2} \text{sen}(\delta_h - \delta_v), \text{ assumindo valores de } -45^\circ \text{ a } +45^\circ. \quad (2.9)$$

A tangente de χ determina a razão entre os eixos da elipse e o seu sinal define a direção de rotação (observador olhando na direção de onde a onda está vindo). Para $\chi < 0^\circ$ a rotação é no sentido dos ponteiros do relógio ou para a direita e para $\chi > 0^\circ$ a rotação é no sentido inverso. Quando $\chi = 0^\circ$ a elipse degrada-se para uma linha e o sentido de rotação é indefinido e quando $\chi = 45^\circ$ a elipse degrada-se em um círculo.

Ainda, se as amplitudes forem iguais, ou seja, ($a_h = a_v$) e a diferença de fase ($\delta_h - \delta_v = 90^\circ$), foi visto que a elipse se degenera para um círculo, com o sinal positivo correspondendo à polarização circular para a esquerda e o sinal negativo correspondendo à polarização circular para a direita.

A orientação do eixo maior da elipse com relação à direção de referência (eixo X) é dada por ψ e relaciona-se com os demais parâmetros da onda por:

$$\tan 2\psi = \frac{2a_v a_h}{a_v^2 - a_h^2} \cos(\delta_h - \delta_v) \quad (2.10)$$

O ângulo de orientação ψ assume valores de -90° a $+90^\circ$, onde 0° indica polarização vertical e $\pm 90^\circ$ representa a polarização horizontal. Para a polarização circular o ângulo de orientação é indefinido.

Segundo Born & Wolf (1985) e Ulaby & Elachi (1990), os ângulos de orientação ψ e de excentricidade χ relacionam-se aos parâmetros da onda, ou seja, às projeções do vetor campo elétrico nos eixos X e Y, E_{x0} e E_{y0} , respectivamente, e à diferença de fase δ por intermédio das equações (2.11) e (2.12).

$$\text{sen}(2\chi) = \text{sen}(2\alpha)\text{sen}(\delta) \quad (2.11)$$

$$\tan(2\psi) = \tan(2\alpha) \cos(\delta) \quad (2.12)$$

O ângulo auxiliar α , conforme apresentado na Figura 2.3 é assim definido:

$$\tan(\alpha) = \frac{a_h}{a_v} \quad (2.13)$$

A dedução das equações (2.9) a (2.13) pode ser encontrada na literatura (vide Andrade; Santa Rosa; Faria, 2007a).

2.4 – Representação de uma onda Plana

Uma das formas de representar uma onda é por intermédio de vetores e os dois métodos mais comuns utilizam-se do vetor de Stokes e do vetor de Jones que serão discutidos a seguir.

Também será apresentado como a representação do vetor de Stokes pode ser visualizada por intermédio da esfera de Poincaré.

2.4.1 – Vetor de Stokes

O vetor de Stokes pode ser definido em relação a seis medidas de fluxo P realizadas com polarizadores ideais posicionados em frente a um radiômetro (Shurcliff, 1962).

P_h	Polarizador linear horizontal (0^0)
P_v	Polarizador linear vertical (90^0)
P_{45}	Polarizador linear a 45^0
P_{135}	Polarizador linear a 135^0
P_R	Polarizador circular para a direita
P_L	Polarizador circular para a esquerda

Normalmente, estas são medidas de irradiância (W/m^2) embora outras medidas de fluxo possam ser utilizadas. O vetor de Stokes é definido como:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_0 \\ S_1 \\ S_2 \\ S_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} P_H + P_V \\ P_H - P_V \\ P_{45} - P_{135} \\ P_R - P_L \end{bmatrix} \quad (2.14)$$

Onde, S_0, S_1, S_2 e S_3 são os elementos ou parâmetros do vetor de Stokes (função do comprimento de onda, da posição do objeto e da direção do feixe de energia do emissor ou espalhador). Portanto, a medição do vetor de Stokes é uma média que leva em consideração uma área, um ângulo sólido e um comprimento de onda, como qualquer medição radiométrica.

Também há outras formas de se obter esse mesmo vetor. No entanto, quaisquer que sejam os métodos utilizados, os resultados devem ser coincidentes com (2.14). Isso significa que o uso de polarizadores ideais, para a determinação do vetor de Stokes, não é obrigatório.

Cada elemento do vetor de Stokes tem sua unidade em Watts por metro quadrado, sendo o vetor estabelecido com relação a um sistema de coordenadas local X–Y, definido no plano perpendicular ao vetor de propagação. O sistema de coordenadas é orientado para a direita e o produto $\vec{x} \times \vec{y}$ dos vetores base aponta na direção de propagação do feixe de energia.

Conforme citado nas Seções 2.2 e 2.3, o estado de polarização de uma onda plana pode ser caracterizado pelos parâmetros a_v, a_h e δ ou, alternativamente, pelos parâmetros ψ, χ e I_0 , onde:

$$I_0 = a_v^2 + a_h^2 \quad (2.15)$$

Ou seja, I_0 é proporcional à intensidade total da onda (Ulaby & Elachi, 1990).

Em 1852, G. G. Stokes introduziu um terceiro conjunto de parâmetros (I_0, Q, U e V), todos com a mesma unidade dimensional, para caracterizar o estado de polarização de uma onda. No caso dessa onda ser completamente polarizada, esses parâmetros (vetor de Stokes) são dados por (2.16).

$$\begin{aligned}
\vec{S} = \begin{bmatrix} I_0 \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} |E_v|^2 + |E_h|^2 \\ |E_v|^2 - |E_h|^2 \\ E_v E_h^* + E_h E_v^* \\ i(E_v E_h^* - E_h E_v^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} |E_v E_v^*| + |E_h E_h^*| \\ |E_v E_v^*| - |E_h E_h^*| \\ E_v E_h^* + E_h E_v^* \\ i(E_v E_h^* - E_h E_v^*) \end{bmatrix} \therefore \\
\vec{S} = \begin{bmatrix} I_0 \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} |E_v|^2 + |E_h|^2 \\ |E_v|^2 - |E_h|^2 \\ 2\text{Re}(E_v E_h^*) \\ -2\text{Im}(E_v E_h^*) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a_v^2 + a_h^2 \\ a_v^2 - a_h^2 \\ 2a_v a_h \cos \delta \\ 2a_v a_h \sin \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I_0 \\ I_0 \cos 2\psi \cos 2\chi \\ I_0 \sin 2\psi \cos 2\chi \\ I_0 \sin 2\chi \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{2.16}$$

Onde, E_h e E_v indicam os componentes horizontal e vertical do vetor campo elétrico, com as amplitudes a_h e a_v e fases δ_h e δ_v , respectivamente; ψ é o ângulo de inclinação (ou orientação) de (2.10) e (2.12) e χ é o ângulo de excentricidade de (2.9) e (2.11).

De (2.16) tem-se, ainda, que I_0 é proporcional à intensidade total da onda; Q indica o quanto a onda está polarizada vertical ou horizontalmente (polarização linear); U e V, em conjunto, fornecem informação sobre a diferença de fase entre os componentes vertical e horizontal do campo elétrico, expressando o quanto da onda está com polarização circular para a esquerda ou para a direita (Collett, 1993).

A dedução dos quatro parâmetros do Vetor de Stokes, a partir das equações apresentadas em (2.11), (2.12), (2.13) e (2.15), pode ser encontrada na literatura (vide Andrade; Santa Rosa; Faria, 2007a).

Embora o vetor de Stokes consista de quatro parâmetros, todos eles reais, no caso de ondas completamente polarizadas, somente três deles são independentes, pois a soma dos componentes polarizados Q^2 , U^2 e V^2 é igual ao quadrado da intensidade total da onda. Assim sendo,

$$I_0^2 = Q^2 + U^2 + V^2 \tag{2.17}$$

De (2.16) temos que:

$$Q = I_0 \cos 2\psi \cos 2\chi; \quad U = I_0 \sin 2\psi \cos 2\chi \quad e \quad V = I_0 \sin 2\chi \tag{2.18}$$

Assim,

$$Q^2 = I_0^2 \cos^2 2\psi \cos^2 2\chi; U^2 = I_0^2 \sin^2 2\psi \cos^2 2\chi \text{ e } V^2 = I_0^2 \sin^2 2\chi \quad (2.19)$$

Logo,

$$Q^2 + U^2 = I_0^2 \cos^2 2\chi (\sin^2 2\psi + \cos^2 2\psi) = I_0^2 \cos^2 2\chi \quad (2.20)$$

$$V^2 = I_0^2 \sin^2 2\chi \quad (2.21)$$

Finalmente, a igualdade de (2.17) fica assim comprovada:

$$Q^2 + U^2 + V^2 = I_0^2 \cos^2 2\chi + I_0^2 \sin^2 2\chi = I_0^2 (\sin^2 2\chi + \cos^2 2\chi) = I_0^2 \quad (2.22)$$

O vetor de Stokes por si só não fornece nenhuma informação relativa à direção de propagação da onda. Sua expressão matemática só depende da escolha do sistema de coordenadas (que está apresentado em 2.5.3 – Sistema de Coordenadas) no plano transversal à direção de propagação, plano esse definido por (\vec{v}, \vec{h}) . Contudo, levando-se em consideração a direção de rotação do campo elétrico (rotação para a esquerda ou para direita) em relação à direção de propagação (\vec{k} ou $-\vec{k}$), dois sistemas de coordenadas locais podem ser definidos: um orientado para a esquerda e outro, para direita.

A uma polarização orientada para a direita, em relação à direção de propagação \vec{k} (FSA - *Forward Scattering Alignment Convention*), corresponde uma polarização orientada para a esquerda em relação à direção inversa de propagação, $-\vec{k}$ (BSA - *Backscatter Alignment Convention*). Esse conceito, embora trivial, é muito importante para uma adequada interpretação das medições polarimétricas com radar.

O estado de polarização de uma onda completamente polarizada pode ser mapeado em um ponto único P na superfície de uma esfera com raio I_0 , chamada de Esfera de Poincaré (Figura 2.7). Os parâmetros Q , U e V definem as coordenadas esféricas do ponto P (Ulaby & Elachi, 1990) e os ângulos 2ψ e 2χ definem sua longitude e latitude, respectivamente.

Numa representação alternativa, o ponto P , agora grafado como M , passa a ter sua posição definida pelos parâmetros 2α e δ ; (vide Andrade; Santa Rosa; Faria, 2007a).

Conforme mencionado anteriormente, o sinal de χ determina a orientação da polarização. Portanto, o hemisfério superior da esfera de Poincaré ($\chi > 0$) apresenta as polarizações orientadas para a esquerda, enquanto o hemisfério inferior ($\chi < 0$) apresenta as polarizações orientadas para a direita. O pólo norte representa as polarizações circulares para a esquerda e o pólo sul representa as polarizações circulares para a direita e, no plano do equador são encontradas as polarizações lineares.

Os parâmetros do vetor de Stokes para as diversas polarizações, assim como os valores para os ângulos de rotação (inclinação ou orientação) ψ e excentricidade (elipsidade) χ , são listados na Tabela 2.1.

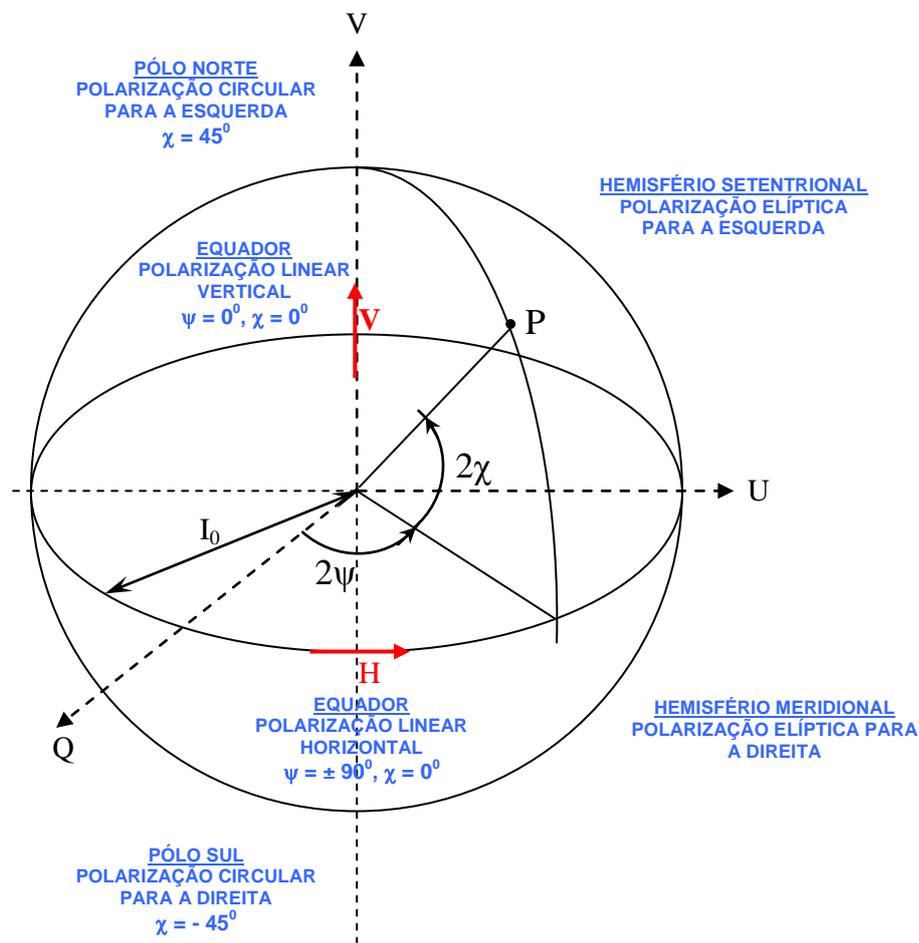


Figura 2.7 – Esfera de Poincaré.

FONTE: adaptada de Ulaby & Elachi. (1990).

Tabela 2.1 – Ângulos de orientação e excentricidade e parâmetros de Stokes para vários estados de polarização linear e circular. A intensidade total é igual a 1.

	Polarização Linear			Polarização Circular	
	Horizontal	Vertical	Diagonal	Esquerda	Direita
a_h	1	0	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$
a_v	0	1	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$	$1/\sqrt{2}$
$\delta_h - \delta_v$	0^0	0^0	$0^0, 180^0$	90^0	-90^0
ψ	$+90^0$	0^0	$\pm 45^0$	indefinido	
χ	0^0	0^0	0^0	45^0	-45^0
Q	-1	1	0	0	0
U	0	0	± 1	0	0
V	0	0	0	1	-1

2.4.2 – Vetor de Stokes modificado

A partir da definição de I_0 e Q dada por (2.16), as expressões para as intensidades individuais dos componentes polarizados verticalmente e horizontalmente podem ser obtidas conforme se segue:

$$I_0 = |E_v|^2 + |E_h|^2 \quad \text{e} \quad Q = |E_v|^2 - |E_h|^2 \quad (2.23)$$

Logo,

$$I_0 + Q = 2|E_v|^2 \quad \text{e} \quad I_0 - Q = 2|E_h|^2 \quad (2.24)$$

Assim,

$$I_v = |E_v|^2 = \frac{(I_0 + Q)}{2} = \frac{I_0 + I_0 \cos 2\psi \cos 2\chi}{2} = \frac{I_0}{2} (1 + \cos 2\psi \cos 2\chi) \quad (2.25)$$

De forma similar,

$$I_h = |E_h|^2 = \frac{(I_0 - Q)}{2} = \frac{I_0 - I_0 \cos 2\psi \cos 2\chi}{2} = \frac{I_0}{2} (1 - \cos 2\psi \cos 2\chi) \quad (2.26)$$

Assim, alternativamente, pode-se definir o vetor de Stokes modificado \vec{S}_m , que consiste do seguinte conjunto de parâmetros: I_v , I_h , U e V . Portanto,

$$\vec{S}_m = \begin{bmatrix} I_v \\ I_h \\ U \\ V \end{bmatrix} = I_0 \begin{bmatrix} \frac{1}{2}(1 + \cos 2\psi \cos 2\chi) \\ \frac{1}{2}(1 - \cos 2\psi \cos 2\chi) \\ \text{sen} 2\psi \cos 2\chi \\ \text{sen} 2\chi \end{bmatrix} \quad (2.27)$$

Segundo Chandrasekhar (1960), o conjunto de parâmetros definidos pelo vetor de Stokes modificado é mais adequado para a solução de problemas de transferência radiativa do que aquele conjunto de parâmetros originalmente introduzidos por Stokes. Os vetores \vec{S} e \vec{S}_m relacionam-se por intermédio da seguinte relação:

$$\vec{S} = \nu \vec{S}_m \quad (2.28)$$

Onde,

$$\nu = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.29)$$

A partir de (2.25) e (2.26) pode-se comprovar a relação de (2.28) da forma a seguir apresentada. Como,

$$I_v = \frac{I_0 + Q}{2} \therefore 2I_v = I_0 + Q \quad (2.30)$$

e,

$$I_h = \frac{I_0 - Q}{2} \therefore 2I_h = I_0 - Q \quad (2.31)$$

Tem-se, após a soma de (2.30) e (2.31):

$$2(I_v + I_h) = 2I_0 \therefore I_0 = I_v + I_h \quad (2.32)$$

Da mesma forma, da subtração de (2.30) e (2.31) obtemos:

$$2(I_v - I_h) = 2Q \therefore Q = I_v - I_h \quad (2.33)$$

Finalmente, chega-se a:

$$\begin{aligned} I_0 &= I_v + I_h + 0U + 0V \\ Q &= I_v - I_h + 0U + 0V \\ U &= 0I_v + 0I_h + 1U + 0V \\ V &= 0I_v + 0I_h + 0U + 1V \end{aligned} \therefore \begin{bmatrix} I_0 \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{bmatrix} I_v \\ I_h \\ U \\ V \end{bmatrix} \quad (2.34)$$

Ficando, assim, comprovada a relação dada em (2.28).

2.4.3 – Vetor de Kennaugh

Uma outra formulação, para a representação da onda transmitida e recebida, utiliza o vetor de Kennaugh, a ser discutido em 2.5.4.3 – A matriz de Kennaugh.

Semelhante ao vetor de Stokes, mas baseado em um sistema local de coordenadas com origem na antena, transmissão ou recepção (\vec{k} apontando para fora da antena), esse vetor emprega a convenção BSA (*Backscatter Alignment*), tratada em 2.5.3 – Sistema de Coordenadas, o que evita o problema de mudança no sistema de coordenadas e, também, o problema da necessidade de se definir um vetor separado para a antena de recepção.

Esse vetor de quatro elementos, ou quatro coordenadas, que descreve a onda espalhada é definido da mesma forma que o vetor de Stokes, descrito em 2.4.5.3 – Vetor de Stokes para a representação de uma onda parcialmente polarizada, com a única diferença de que utiliza o sistema de coordenadas baseado na antena.

2.4.4 – Vetor de Jones

O vetor de Jones, uma representação alternativa para uma onda polarizada, foi proposto em 1941 pelo físico americano R. Clark Jones, e tem como vantagem, além de ser uma notação extremamente concisa, a possibilidade de poder ser aplicada a ondas coerentes.

O vetor de Jones é o preferido para aplicações em Sensoriamento Remoto, contrariamente ao de Stokes, que é amplamente utilizado no campo da óptica. Além disso, diferentemente do vetor de Stokes, o vetor de Jones só se aplica a ondas polarizadas.

A melhor forma de representar esse tipo de onda é em termos do seu vetor campo elétrico. O vetor-coluna de Jones fica, então, representado por:

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_x(t) \\ E_y(t) \end{bmatrix} \quad (2.35)$$

Onde $E_x(t)$ e $E_y(t)$ são os componentes escalares instantâneos de \vec{E} . Evidentemente, conhecendo \vec{E} , sabe-se tudo a respeito do estado de polarização da onda e, se a informação de fase for preservada, ondas coerentes podem ser manipuladas (Hecht, 1990). Assim a equação (2.35) fica reescrita da seguinte forma:

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{i\delta_x} \\ E_{0y}e^{i\delta_y} \end{bmatrix} \quad (2.36)$$

Onde δ_x e δ_y representam as fases de $E_x(t)$ e de $E_y(t)$. Os componentes horizontal e vertical de \vec{E} são dados, respectivamente, por:

$$\vec{E}_h = \begin{bmatrix} E_{0x}e^{i\delta_x} \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \vec{E}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ E_{0y}e^{i\delta_y} \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

A soma de duas ondas coerentes, assim como no vetor de Stokes, é formada pela soma dos componentes correspondentes. Note-se que, $\vec{E} = E_h + E_v$, e quando as amplitudes são iguais, tem-se:

$$\vec{E} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\delta_x} \\ E_{0x} e^{i\delta_x} \end{bmatrix} \quad (2.38)$$

Se $E_{0x} = E_{0y}$ e $\delta_x = \delta_y$, obtém-se a polarização linear $+45^\circ$, ou seja,

$$\vec{E}_{45} = E_{0x} e^{i\delta_x} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.39)$$

já que as amplitudes são iguais e a diferença de fase é nula. Nesse caso, pode-se normalizar a irradiância, I , tornando-a um vetor unitário, mas à custa de perda de informação de fase, dividindo-a por um escalar, de tal forma que a soma dos quadrados dos seus componentes seja igual a 1 (um). Assim, dividindo-se ambos os termos da equação (2.38) por $\sqrt{2} E_{0x} e^{i\delta_x}$ chega-se a:

$$\vec{E}_{45} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.40)$$

Do mesmo modo, pode-se mostrar que as equações em (2.37), na forma normalizada, ficam:

$$\vec{E}_h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad \text{e} \quad \vec{E}_v = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (2.41)$$

Na polarização circular para a direita, $E_{0x} = E_{0y}$ e o componente vertical, ou do eixo y, está defasado em 90° do componente horizontal, ou do eixo x, ou seja, $E_x(t)$ e $E_y(t)$ estão defasados de 90° .

Tendo em vista o uso da forma $(kz - \omega t)$, é necessário adicionar-se $-\pi/2$ à fase δ_y . Portanto, para a polarização circular para a direita,

$$\vec{E}_{3R} = \begin{bmatrix} E_{0x} e^{i\delta_x} \\ E_{0x} e^{i(\delta_x - \pi/2)} \end{bmatrix} \quad (2.42)$$

Dividindo-se ambos os componentes por $E_{0x}e^{i\delta_x}$, tem-se:

$$\begin{bmatrix} 1 \\ e^{-i\pi/2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \quad (2.43)$$

E o vetor de Jones normalizado fica:

$$\vec{E}_{\text{R}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix} \quad (2.44)$$

De forma similar, para a polarização circular à esquerda obtém-se:

$$\vec{E}_L = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix} \quad (2.45)$$

Combinando-se a polarização circular à direita com a polarização circular à esquerda, ou seja, (2.44) + (2.45), chega-se a:

$$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1+1 \\ -i+i \end{bmatrix} = \frac{2}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.46)$$

Que é uma onda polarizada horizontalmente, mas com o dobro da amplitude de cada componente. Ou seja, é possível sintetizar-se uma onda linearmente polarizada, a partir da soma de duas ondas com polarizações circulares opostas e de amplitudes iguais.

O vetor de Jones para uma onda elipticamente polarizada pode ser calculado com o mesmo procedimento utilizado para se obter as polarizações circulares \vec{E}_{R} e \vec{E}_L , mas, agora, E_{0x} não será, necessariamente, igual a E_{0y} , e a diferença de fase será, obrigatoriamente, diferente de 90° .

Para se obter uma onda com polarização elíptica, basta “esticar” a forma circular na direção de um dos eixos, vertical ou horizontal, multiplicando-se qualquer dos componentes do campo elétrico por um escalar (real). Deste modo, (2.47) descreve uma onda com polarização elíptica horizontal, orientada para a direita.

$$\frac{1}{\sqrt{5}} \begin{bmatrix} 2 \\ -i \end{bmatrix} \quad (2.47)$$

2.4.5 – Polarização parcial de uma onda

O entendimento do conceito de polarização parcial é crucial para a interpretação das medidas polarimétricas do sinal retroespalhado pelos alvos naturais.

Até este ponto, só foram abordadas as ondas completamente polarizadas, ou seja, ondas para as quais as amplitudes a_v e a_h e a fase δ são constantes. Contudo, a radiação da maior parte dos alvos naturais, ou construídos pelo homem, pode se estender ao longo de uma ampla gama de frequências e os parâmetros de onda a_v , a_h e δ podem ser função do tempo ou da posição espacial (Ulaby & Elachi, 1990).

2.4.5.1 – Caracterização de ondas parcialmente polarizadas e quase-monocromáticas

Nos sensores SAR, a transmissão da onda ocorre com uma banda bastante estreita, ou seja, a largura de banda do sinal transmitido é muito menor que a frequência da portadora. Tanto a onda transmitida quanto a recebida utilizam uma banda estreita em torno de uma frequência média central $\bar{\omega}$:

$$\bar{\omega} - \frac{1}{2} \Delta\omega \leq \omega \leq \bar{\omega} + \frac{1}{2} \Delta\omega \quad \text{com} \quad \frac{\Delta\bar{\omega}}{\bar{\omega}} \ll 1 \quad (2.48)$$

Neste caso, a onda, que ainda pode ser considerada uma onda plana, é dita quase-monocromática e os componentes E_h e E_v da parte real do vetor campo elétrico \vec{E} em cada ponto P são dados por:

$$\begin{aligned} E_h(P, t) &= a_h(t) \cos[\bar{\omega}t - \bar{k}z + \delta_h(t)] \\ E_v(P, t) &= a_v(t) \cos[\bar{\omega}t - \bar{k}z + \delta_v(t)] \end{aligned} \quad (2.49)$$

Onde $\bar{\omega}$ significa a frequência média; \bar{k} é o vetor de onda médio e $a_h(t)$, $a_v(t)$, $\delta_h(t)$ e $\delta_v(t)$ variam lentamente em comparação com o termo periódico $\exp[i(\bar{\omega}t)]$ (Born & Wolf, 1980).

No caso do sensor SAR utilizado neste estudo, a banda L tem uma portadora com frequência central de $1,28 \text{ GHz} \pm 100 \text{ MHz}$ e uma largura de banda igual a 128 MHz . Já a banda X apresenta uma portadora com frequência central de $9,6 \text{ GHz} \pm 300 \text{ MHz}$ e uma largura de banda igual a 200 MHz .

A antena receptora mede esta onda de banda estreita espalhada pelo alvo, durante um intervalo de tempo T , chamado de “tempo de integração em azimute”.

Se este tempo de medição é pequeno, quando comparado com o tempo de coerência do alvo, ou seja, o coeficiente de retroespalhamento do alvo não varia durante o tempo T em que o sinal está sendo medido, os parâmetros que caracterizam a elipse de polarização, ou seja, $a_h(t)$, $a_v(t)$, $\delta_h(t)$ e $\delta_v(t)$, podem ser assumidos como constantes. Assim, durante o intervalo de tempo T , a onda se comporta como uma onda monocromática com frequência média $\bar{\omega}$ (Born & Wolf, 1980).

Nesse caso, tanto o vetor de Jones quanto o vetor de Stokes podem ser utilizados para caracterizar o estado de polarização da onda, que é, neste caso, dita completamente polarizada.

Entretanto, para um intervalo de tempo mais longo, os parâmetros anteriormente mencionados variam ao longo do tempo e a onda é dita ser parcialmente polarizada (Born & Wolf, 1980; Kostinski & Boerner, 1986).

Desta forma, os parâmetros que caracterizam a polarização da onda devem ser obtidos por intermédio de uma média temporal e só terão significado se o sinal apresentar as condições de estacionaridade¹ e ergodicidade².

¹ A Estacionaridade é a propriedade de um processo aleatório que garante que suas propriedades estatísticas, tais como, valor médio, momento e variância, não serão alterados ao longo do tempo. Um processo estacionário é aquele cuja distribuição de probabilidade é a mesma todo o tempo.

² Um processo ergódico é aquele que atende ao teorema da ergodicidade. Esse teorema permite que a média temporal de um determinado processo seja igual a média instantânea. Na prática, isto significa que uma amostragem estatística pode ser realizada, em um determinado instante, em um grupo composto por processos idênticos ou essa amostragem pode ser feita ao longo do tempo em um único processo, sem mudanças no resultado obtido.

2.4.5.2 – Matriz de Coerência para a representação de uma onda parcialmente polarizada

A matriz de coerência permite que os parâmetros de uma onda parcialmente polarizada sejam medidos (Wolf, 1959; Parrent & Roman, 1960).

Com ondas quase-monocromáticas as rápidas oscilações, representadas por $\exp[i(\bar{\omega}t)]$, se cancelam e o sinal complexo do campo elétrico fica intimamente conectado às variações da envoltória do sinal (Born & Wolf, 1980; Kostinski & Boerner, 1986).

Os parâmetros do campo elétrico devem ser, então, obtidos por uma média temporal, assumindo-se a estacionaridade e a ergodicidade do sinal, a fim de se obter quantidades mensuráveis que possam caracterizar a polarização da onda.

Para lidar com quantidades observáveis, duas formas quadráticas dos produtos quadráticos de \vec{E} e \vec{E}^{*T} são consideradas: a intensidade total obtida da média temporal $\langle \vec{E}^{*T} \cdot \vec{E} \rangle$ e a matriz de coerência $(J) = \langle \vec{E} \cdot \vec{E}^{*T} \rangle$, que é uma matriz Hermitiana (2x2). (Born & Wolf, 1980).

A notação $\langle \rangle$ indica a média do conjunto e pode ser substituída pela média temporal se a ergodicidade for assumida e se (J) for uma matriz Hermitiana positiva semi-definida, ou seja, uma matriz que não apresenta autovalores negativos.

O fato de $J = J^{*T}$ faz com que a matriz (J) seja uma quantidade observável e a média temporal de J seja mensurável. O traço s_0 da matriz (J) corresponde à intensidade total da onda (Born & Wolf, 1980).

$$s_0 = \|\vec{E}\|^2 = tr(J) \quad (2.50)$$

Segundo Wolf (1959) e Born & Wolf (1980), os quatro parâmetros da matriz de coerência (J) estão singularmente associados com a onda.

$$J = \begin{pmatrix} J_{vv} & J_{vh} \\ J_{hv} & J_{hh} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle |E_v|^2 \rangle & \langle E_v E_h^* \rangle \\ \langle E_h E_v^* \rangle & \langle |E_h|^2 \rangle \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \langle a_v^2 \rangle & \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \\ \langle a_h a_v e^{i\delta} \rangle & \langle a_h^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (2.51)$$

Se o campo elétrico horizontal e o vertical, ou seja, os eixos x e y forem rotacionados em torno da direção de propagação, a matriz de coerência muda. Porém, o determinante $|J|$ de (J) , os dois autovalores λ_1 e λ_2 e o traço da matriz de coerência Hermitiana (J) permanecem invariantes com a rotação. A combinação dessas entidades leva a um parâmetro invariante em relação à rotação, o grau de polarização da onda (Wolf, 1959; Born & Wolf, 1980).

$$m = \sqrt{1 - \frac{4 \cdot |J|}{\text{tr}^2(J)}} = \frac{|\lambda_1 - \lambda_2|}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\sqrt{\langle Q \rangle^2 + \langle U \rangle^2 + \langle V \rangle^2}}{\langle I_0 \rangle} \quad (2.52)$$

Os autovalores λ_1 e λ_2 de (J) correspondem aos valores extremos da intensidade total (Wolf, 1959; Born & Wolf, 1980).

De acordo com Born & Wolf, 1980, o parâmetro m tem um significado físico; corresponde à razão entre a energia da componente totalmente polarizada da onda e a intensidade total dessa mesma onda.

A onda é considerada completamente polarizada se $|J| = 0$. Isto corresponde a um grau de polarização $m = 1$. A onda é dita completamente despolarizada se a intensidade dos vetores campo elétrico em qualquer direção perpendicular à direção de propagação for uma constante. Neste caso, a matriz de coerência é diagonal e os dois elementos da diagonal são idênticos, conduzindo a um grau de polarização $m = 0$.

A dedução da equação apresentada em (2.52), ou seja, do grau de polarização da onda é apresentado com maiores detalhes no APÊNDICE A, Seção A.4.

A matriz de coerência não é simples de ser visualizada sendo, portanto, comum descrever ondas incoerentes ou parcialmente polarizadas em termos de sua intensidade total I_0 , do seu grau de polarização m e dos parâmetros que caracterizam a elipse de polarização. Uma descrição alternativa e matematicamente conveniente é dada pelos parâmetros de Stokes, introduzidos por George Gabriel Stokes, em 1852, conforme será visto a seguir.

2.4.5.3 – Vetor de Stokes para a representação de uma onda parcialmente polarizada

A onda transmitida por um sistema de radar pode ser considerada como monocromática e completamente polarizada, desde que o radar esteja suficiente afastado da superfície e a atmosfera seja eletromagneticamente homogênea; condições estas, quase sempre satisfeitas.

Em contraste com o sinal transmitido, o sinal recebido pelo radar raramente é completamente polarizado, quando observado como função do tempo ou da posição espacial. Isto ocorre porque o sinal recebido, que consiste de uma superposição de um grande número de ondas de várias polarizações, é o resultado do retroespalhamento de uma superfície estatisticamente aleatória.

Se uma determinada superfície for modelada como um alvo estatisticamente homogêneo, abrangendo espalhadores aleatoriamente distribuídos, o campo elétrico de todo o sinal retroespalhado de uma dada célula de resolução (Figura 2.8) é o vetor soma dos campos elétricos das ondas espalhadas por todos os espalhadores contidos na célula de resolução (Ulaby & Elachi, 1990).

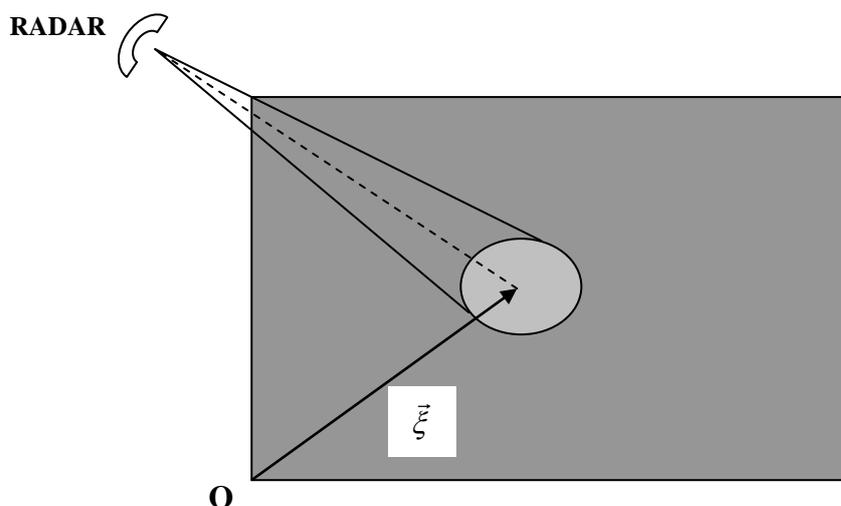


Figura 2.8 – Feixe de radar iluminando uma célula de resolução de área A , contendo espalhadores aleatoriamente distribuídos. O centro da célula está localizado à distância ξ em relação a um sistema de coordenadas definido.

FONTE: adaptada de Ulaby & Elachi. (1990, p. 15).

Ao se modificar a célula de resolução para outra parte da mesma superfície, ter-se-á um conjunto diferente de vetores e, portanto, de polarizações contribuindo para o campo elétrico total. Desta forma, no espalhamento radar de um meio estatisticamente homogêneo, os

componentes de campo elétrico E_v e E_h são, de forma geral, variáveis aleatórias que são função do vetor de posição $\vec{\xi}$, mostrado na Figura 2.8.

$$E_v(\xi) = a_v(\xi)e^{-i\delta_v(\xi)} \quad (2.53)$$

$$E_h(\xi) = a_h(\xi)e^{-i\delta_h(\xi)} \quad (2.54)$$

Conseqüentemente, os parâmetros de Stokes para uma onda parcialmente polarizada são definidos como:

$$\vec{S}_p = \begin{bmatrix} I_0 \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle |E_v|^2 \rangle + \langle |E_h|^2 \rangle \\ \langle |E_v|^2 \rangle - \langle |E_h|^2 \rangle \\ \langle E_v E_h^* \rangle + \langle E_h E_v^* \rangle \\ i(\langle E_v E_h^* \rangle - \langle E_h E_v^* \rangle) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle |E_v E_v^*| \rangle + \langle |E_h E_h^*| \rangle \\ \langle |E_v E_v^*| \rangle - \langle |E_h E_h^*| \rangle \\ \langle E_v E_h^* \rangle + \langle E_h E_v^* \rangle \\ i(\langle E_v E_h^* \rangle - \langle E_h E_v^* \rangle) \end{bmatrix} \quad (2.55)$$

$$\vec{S}_p = \begin{bmatrix} I_0 \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle |E_v|^2 \rangle + \langle |E_h|^2 \rangle \\ \langle |E_v|^2 \rangle - \langle |E_h|^2 \rangle \\ \langle 2 \operatorname{Re}(E_v E_h^*) \rangle \\ \langle -2 \operatorname{Im}(E_v E_h^*) \rangle \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle a_v^2 \rangle + \langle a_h^2 \rangle \\ \langle a_v^2 \rangle - \langle a_h^2 \rangle \\ \langle 2a_v a_h \cos \delta \rangle \\ \langle 2a_v a_h \operatorname{sen} \delta \rangle \end{bmatrix}$$

Onde a notação $\langle \rangle$ indica uma média do conjunto em relação à variável ξ .

Uma onda parcialmente polarizada pode ser caracterizada pelos parâmetros de Stokes, uma vez que eles se relacionam aos elementos da matriz de coerência por:

$$\begin{aligned} I_0 &= J_{vv} + J_{hh} = \langle a_v^2 \rangle + \langle a_h^2 \rangle \\ Q &= J_{vv} - J_{hh} = \langle a_v^2 \rangle - \langle a_h^2 \rangle \\ U &= J_{vh} + J_{hv} = \langle 2a_v a_h \cos \delta \rangle \\ V &= i(J_{vh} - J_{hv}) = \langle 2a_v a_h \operatorname{sen} \delta \rangle \end{aligned} \quad (2.56)$$

Esta correspondência direta entre a matriz de coerência e o vetor de Stokes permitiu a Wolf (1959) estender aos parâmetros de Stokes os resultados por ele obtidos com respeito à peculiaridade da associação entre a matriz de coerência e a onda. Desta forma, o conjunto de parâmetros de Stokes mostrou-se capaz de caracterizar uma onda parcialmente polarizada.

Utilizando-se (2.53) e (2.54) é possível provar que $U = \langle 2\text{Re}(E_v E_h^*) \rangle = \langle 2a_v a_h \cos \delta \rangle$ da seguinte forma:

$$E_v E_h^* = a_v(\xi) e^{-i\delta_v(\xi)} a_h(\xi) e^{+i\delta_h(\xi)} = a_v(\xi) a_h(\xi) e^{-i(\delta_v - \delta_h)} \quad (2.57)$$

Pela fórmula de Euler, tem-se:

$$e^{-i(\delta_v - \delta_h)} = e^{-i\delta} = \cos \delta - i \text{sen} \delta \quad (2.58)$$

Onde $\cos(\delta)$ corresponde à parte real e $-\text{sen}(\delta)$ à parte imaginária de $e^{-i\delta}$, ou seja,

$$\text{Re}(e^{-i\delta}) = \cos \delta \quad \text{e} \quad \text{Im}(e^{-i\delta}) = -\text{sen} \delta \quad (2.59)$$

Substituindo a parte real tem-se:

$$U = \langle 2\text{Re}(E_v E_h^*) \rangle = 2 \langle a_v a_h \cos(\delta_v - \delta_h) \rangle = \langle 2a_v a_h \cos \delta \rangle \quad (2.60)$$

De forma similar, para o parâmetro V , substituindo a parte imaginária se obtém:

$$V = \langle -2\text{Im}(E_v E_h^*) \rangle = 2 \langle a_v a_h \text{sen}(\delta_v - \delta_h) \rangle = \langle 2a_v a_h \text{sen} \delta \rangle \quad (2.61)$$

O aparecimento do fator 2 nos parâmetros U e V pode ser comprovado a partir das igualdades $U = \langle E_v E_h^* + E_h E_v^* \rangle$ e $V = i \langle E_v E_h^* - E_h E_v^* \rangle$. Assim, para o parâmetro U , tem-se:

$$U = \langle a_v e^{-i\delta_v} a_h e^{i\delta_h} + a_h e^{-i\delta_h} a_v e^{i\delta_v} \rangle = \langle a_v a_h e^{-i(\delta_v - \delta_h)} + a_v a_h e^{i(\delta_v - \delta_h)} \rangle \therefore \quad (2.62)$$

$$U = \langle a_v a_h e^{-i\delta} + a_v a_h e^{i\delta} \rangle$$

Substituindo-se (2.58) em (2.62) obtém-se:

$$U = \langle a_v a_h (\cos \delta - i \operatorname{sen} \delta) + a_v a_h (\cos \delta + i \operatorname{sen} \delta) \rangle = \langle 2 a_v a_h \cos \delta \rangle \quad (2.63)$$

Similarmente, para o parâmetro V, a comprovação fica assim demonstrada:

$$V = i \left(\langle a_v e^{-i\delta_v} a_h e^{i\delta_h} - a_h e^{-i\delta_h} a_v e^{i\delta_v} \rangle \right) = i \left(\langle a_v a_h e^{-i(\delta_v - \delta_h)} - a_v a_h e^{i(\delta_v - \delta_h)} \rangle \right) \therefore \quad (2.64)$$

$$V = i \left(\langle a_v a_h e^{-i\delta} - a_v a_h e^{i\delta} \rangle \right)$$

Substituindo (2.58) em (2.64) chega-se a:

$$V = i \langle a_v a_h (\cos \delta - i \operatorname{sen} \delta) - a_v a_h (\cos \delta + i \operatorname{sen} \delta) \rangle \therefore \quad (2.65)$$

$$V = i \langle -2i a_v a_h \operatorname{sen} \delta \rangle = \langle 2 a_v a_h \operatorname{sen} \delta \rangle$$

Para uma onda completamente despolarizada, $\langle a_v^2 \rangle = \langle a_h^2 \rangle$ e $E_v(\xi)$ e $E_h(\xi)$ são decorrelacionados. Isto leva à representação do vetor de Stokes apresentada em (2.66).

$$\vec{S}_{un} = I_0 \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.66)$$

Em (2.66), os parâmetros U e V são iguais a zero pois o valor médio, no tempo, ou seja, a média temporal do seno e do co-seno é sempre igual a zero, independentemente de suas amplitudes.

Segundo Hecht (1990), se a onda for completamente despolarizada, $\langle E_{0_x}^2 \rangle = \langle E_{0_y}^2 \rangle$, sendo que a média de nenhum dos dois é igual a zero, pois a amplitude elevada ao quadrado é sempre positiva. Neste caso,

$$I_0 = \langle E_{0_x}^2 \rangle = \langle E_{0_y}^2 \rangle, \text{ sendo, } Q = U = V = 0. \quad (2.67)$$

Conforme visto anteriormente, ondas eletromagnéticas podem ser superpostas coerentemente por intermédio da soma de seus vetores de campo elétrico.

Contudo, se as ondas são independentes, ou seja, se não existe uma relação permanente de fase entre as mesmas, elas devem ser combinadas incoerentemente por intermédio da soma de seus vetores de Stokes ao invés de seus vetores de campo elétrico (Tsang *et al.*, 1985). O resultado pode ser parcialmente polarizado ou não polarizado.

Um vetor de Stokes completamente despolarizado ou não polarizado é caracterizado pelos parâmetros Q, U e V todos com valor igual a zero. Isto leva a um ponto localizado na origem da esfera de Poincaré. Isso ocorre porque, normalmente, os parâmetros de Stokes são normalizados dividindo-se cada um deles por I_0 .

Desta forma, o conjunto de parâmetros (I_0 , Q , U e V) na representação normalizada toma a forma apresentada em (2.66). Se a onda for polarizada horizontalmente, não apresenta componente vertical, e seus parâmetros normalizados são (1, -1, 0, 0). Similarmente, para uma onda verticalmente polarizada tem-se (1, 1, 0, 0). Representações para alguns outros estados de polarização são listadas no APÊNDICE A, Seção A.1.

De uma forma geral, a polarização parcial é caracterizada por $I_0^2 > Q^2 + U^2 + V^2$, que conduz a um ponto localizado no interior da esfera de Poincaré.

Conforme visto em (2.52) o grau de polarização é definido pela razão entre a polarização parcial e a intensidade total.

De forma similar, o grau de polarização linear é dado por:

$$m_L = \frac{\sqrt{\langle Q^2 \rangle + \langle U^2 \rangle}}{\langle I_0 \rangle} \quad (2.68)$$

e o grau de polarização circular por:

$$m_C = \frac{\langle V \rangle}{\langle I_0 \rangle} \quad (2.69)$$

Uma onda parcialmente polarizada, representada pelo vetor de Stokes (\vec{S}_p) de (2.55), pode ser considerada como a soma de uma onda completamente despolarizada (\vec{S}_{un}) de (2.66), com uma onda completamente polarizada, representada pelo vetor de Stokes (\vec{S}) de (2.16). Assim, tem-se a seguinte relação:

$$\vec{S}_p = (1-m)\vec{S}_{un} + m\vec{S} \quad (2.70)$$

Onde \vec{S}_{un} é dado por (2.66) e \vec{S} é dado por

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} 1 \\ \cos 2\psi \cos 2\chi \\ \text{sen} 2\psi \cos 2\chi \\ \text{sen} 2\chi \end{bmatrix} I_0 \quad (2.71)$$

Esta representação conduz a duas características particularmente convenientes:

- Polarizações ortogonais são localizadas em pontos diametralmente opostos na Esfera de Poincaré, que é uma outra forma de apresentação do vetor de Stokes; e
- os quatro parâmetros podem ser deduzidos a partir de medidas de intensidade, o que, especialmente para aplicações ópticas, é uma grande vantagem.

A seguir são apresentadas as transformações ocorridas com a polarização de uma onda ao ser espalhada por um alvo, mais especificamente as equações utilizadas em polarimetria radar (Kotinski & Boerner, 1986).

2.5 – Caracterização matemática do espalhamento ocasionado por um alvo

As equações aqui apresentadas definem a matriz de espalhamento e como ela é utilizada para sintetizar a seção reta radar para qualquer configuração de polarização.

Diversas representações alternativas da matriz de espalhamento também são introduzidas e o seu uso explicado. Finalmente, o efeito de várias simetrias em cada uma destas representações é examinado. Esta explicação será útil para o entendimento dos diversos mecanismos de espalhamento.

2.5.1 – Espalhamento de uma onda de radar

Quando uma onda de radar colide em uma superfície de limite entre dois materiais parte da energia é retroespalhada, ou seja, retorna na direção do transmissor, e parte é espalhada para outras direções.

Uma destas direções pode estar apontada para uma camada limite, inferior ao primeiro limiar, ou direções que se afastam daquele limite inicial.

No caso especial em que a camada limite é homogênea, o problema do espalhamento se reduz a uma superfície de espalhamento, uma vez que o espalhamento só ocorre na camada superficial.

À medida que a superfície se torna mais lisa (em relação ao comprimento de onda utilizado), o espalhamento dominante é o especular e, à medida que a superfície fica mais rugosa o espalhamento se torna mais isotrópico.

Em contraste com o caso do espalhamento superficial, se a camada limite inferior não for homogênea, ou for uma mistura de materiais com diferentes propriedades dielétricas, parte da onda incidente é espalhada por esta não homogeneidade. Neste caso, o espalhamento ocorre dentro do volume da camada inferior, sendo chamado de espalhamento volumétrico.

Como se pode observar na Figura 2.9, os λ maiores têm maior poder de penetração do que os λ menores. Desta forma, os λ menores possibilitam obter informações acerca das camadas superiores da vegetação, enquanto os λ maiores permitem obter informações das camadas inferiores e do solo.

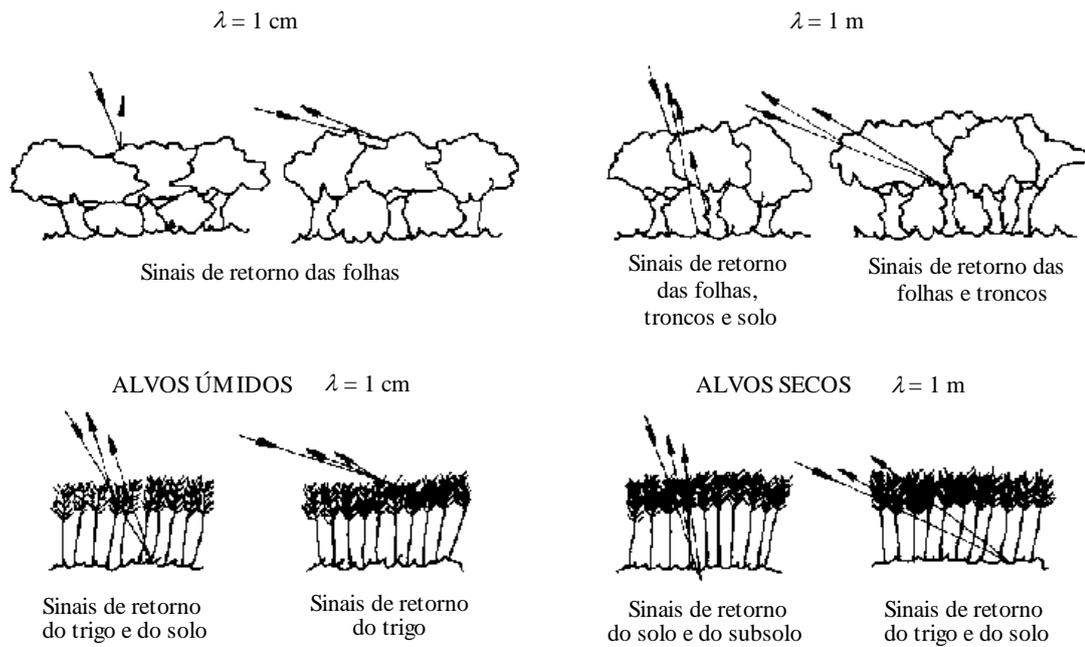


Figura 2.9 – Penetração dos sinais de radar na vegetação, em função da umidade e do ângulo de incidência.

FONTE: adaptada de Ulaby *et al.* (1981a, p. 4).

Neste caso, porém, não é somente o λ que influencia, mas também o grau de umidade existente, a densidade da vegetação e o ângulo de incidência da REM. Estas relações também são mantidas quando se trata de solo, sendo o grau de umidade, neste caso, de extrema importância, como mostra o gráfico da Figura 2.10.

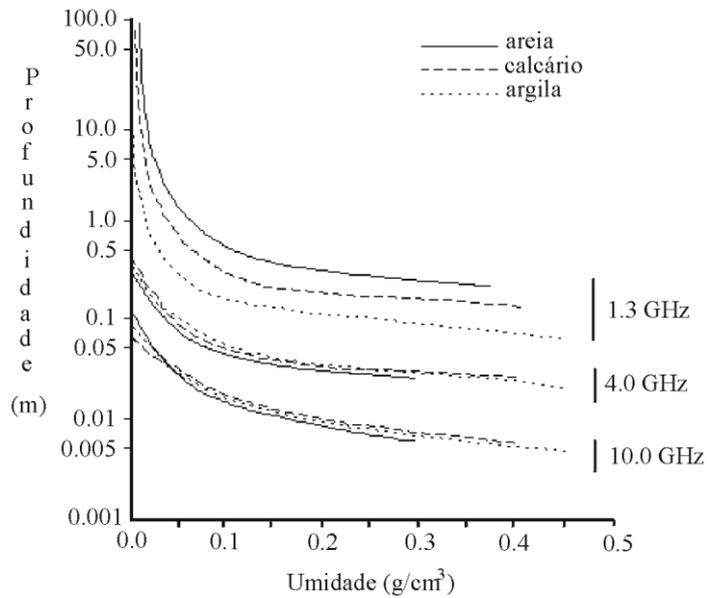


Figura 2.10 – Penetração dos sinais de radar no solo, em função do conteúdo volumétrico de água, da frequência e do tipo de solo.

FONTE: adaptada de Ulaby *et al.* (1981a, p.4).

O espalhamento volumétrico depende de parâmetros como o comprimento de onda do radar, o ângulo de incidência e as propriedades dielétricas do meio. Estes parâmetros também definem a profundidade de penetração da onda de radar.

De uma forma geral, para uma dada superfície, com uma constante dielétrica invariável, a profundidade de penetração é maior com o aumento do comprimento de onda e se reduz para ângulos de incidência maiores, com o correspondente acréscimo ou decréscimo do espalhamento volumétrico.

A amplitude do espalhamento depende da polarização. Por exemplo, considere-se o retroespalhamento da superfície do mar. A energia que retorna da polarização HH de um mar com a superfície rugosa devido ao efeito do vento é geralmente menor do que a que retorna da polarização VV (Boerner *et al.*, 1998).

Em particular, com um ângulo de 30° de incidência, o retorno da polarização VV é em torno de 2,5 dB maior do que o retorno da polarização HH.

A amplitude do espalhamento também depende da orientação dominante dos espalhadores em relação à polarização. Ocorrerá um retorno mais forte na polarização VV se os espalhadores dominantes estiverem orientados no plano vertical e, caso os espalhadores dominantes estiverem orientados no plano horizontal, o retorno mais forte ocorrerá na polarização HH.

Considerando, agora, a diferença entre o retorno do sinal co-polarizado, ou seja, da polarização paralela, e do cross-polarizado, ou seja, polarização cruzada, por exemplo, HH e HV, normalmente, esta diferença é da ordem de 6 dB, com valores variando de 2 a 10 dB (Long, 1997).

A diferença na resposta do radar se deve ao fato de que, para que haja modificação no estado da polarização, ou seja, para ocorrer a mudança da polarização horizontal para a vertical, há necessidade de que ocorram duas ou mais reflexões do sinal na cena em questão, antes que o sinal retorne à antena, mas para cada reflexão a amplitude é reduzida.

Conforme Fung & Ulaby (1983), são conhecidos quatro mecanismos que causam a despolarização da onda, ou seja, mudança no estado de polarização:

- Reflexão quase especular decorrente da diferença entre os coeficientes de reflexão de Fresnel para uma superfície suavemente ondulada;
- espalhamento múltiplo devido à superfície rugosa do alvo;
- espalhamento múltiplo devido ao espalhamento volumétrico; e
- propriedades anisotrópicas dos alvos.

Os três primeiros mecanismos de despolarização são comumente encontrados nas aplicações de Sensoriamento Remoto.

O primeiro mecanismo aplica-se somente a superfícies suavemente onduladas e prevê que não haja retorno dos canais cross-polarizados com ângulos de incidência baixos e retornos cada vez maiores com o aumento do ângulo de incidência (Fung, 1967). Contudo, o nível do sinal de retorno permanece baixo quando comparado com o sinal de retorno do segundo e terceiro mecanismos de despolarização. Geralmente, o terceiro mecanismo produz retornos mais fortes do que o primeiro e segundo. O quarto mecanismo é função da geometria do alvo.

Até agora só foi discutido o aspecto de amplitude dos dados, que é o formato mais conhecido, não tendo sido analisada a informação de fase presente no sinal de retorno do radar, o que será visto a seguir.

2.5.2 – Informação de fase entre os canais

Conforme mencionado, a informação de amplitude é familiar para os usuários de imagens de radar, mas a informação de fase além de ser relativamente recente não é intuitiva.

Conceitualmente, a fase é uma propriedade de um fenômeno periódico, por exemplo, uma onda, com referência ao seu ponto de origem em relação a uma origem arbitrária. No sensoriamento remoto radar, o conceito de fase é normalmente aplicado às oscilações de ondas eletromagnéticas. Quando vista como um fenômeno cíclico, a fase pode ser expressa em graus. O perfeito conhecimento das propriedades da fase no sinal de radar é o elemento chave para a interferometria, assim como para a polarimetria SAR.

No caso de dados com as quatro polarizações, a informação de fase de interesse corresponde à diferença de fase entre os canais, ou seja, a diferença de fase co-polarizada δ_{HH-VV} (entre os canais HH e VV) e a cross-polarizada δ_{HH-HV} (entre os canais HH e HV).

O termo δ_{HH-HV} normalmente apresenta valores de fase uniformemente distribuídos entre -180° e $+180^\circ$ e, portanto, não contém informações específicas do alvo. Em contraste, o termo δ_{HH-VV} contém informações específicas do alvo (Ulaby & Elachi, 1990).

Conforme Hecht (1990), a diferença de fase está diretamente relacionada às propriedades que regem a interação das ondas eletromagnéticas com uma superfície. Quando uma onda interage com uma superfície, o componente da onda que é paralelo a esta sofre uma mudança de fase de 180° e o componente que é perpendicular não sofre qualquer mudança de fase.

Por definição, a polarização H é paralela à superfície da Terra e a polarização V perpendicular. Uma vez que a polarização H é paralela, cada vez que o sinal é refletido ocorre uma mudança de fase de 180° .

Considerando agora a polarização vertical, ela não é totalmente perpendicular à superfície devido ao ângulo de incidência (uma onda verticalmente polarizada só seria 100% perpendicular à superfície para um ângulo de incidência de 0°). Portanto, a onda polarizada verticalmente tem um componente que é paralelo e outro que é perpendicular à superfície (Figura 2.11). O componente vertical é o que não sofre mudança de fase ao ser refletido.

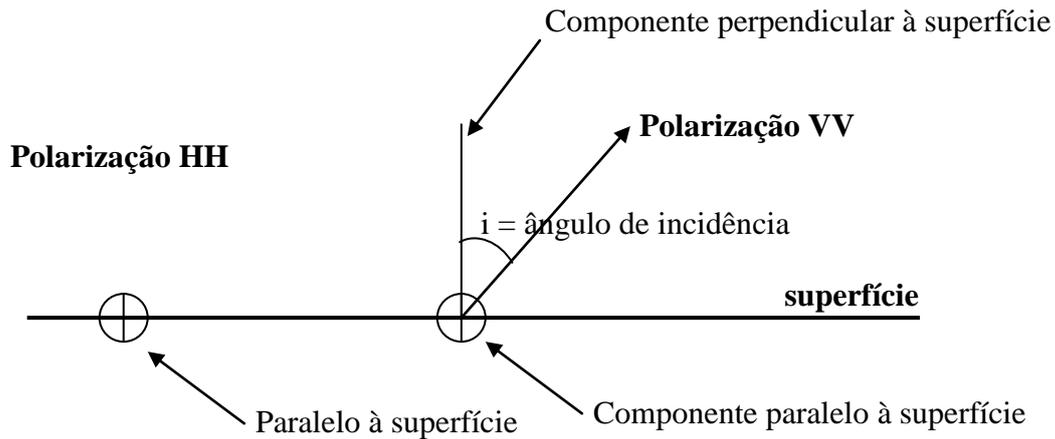


Figura 2.11 – Representação dos componentes paralelo e perpendicular de uma onda polarizada horizontalmente e verticalmente.

Considerem-se, então, três situações distintas de espalhamento:

1. Para superfícies relativamente lisas, a onda de radar sofre uma reflexão. Neste caso, existe uma diferença de fase co-polarizada de aproximadamente 0° .
2. Para um alvo que proporciona uma reflexão dupla, em inglês “double-bounce” (ex. áreas urbanas), a diferença de fase co-polarizada é, normalmente, de $\pm 180^{\circ}$.
3. No caso de um alvo difuso (ex. vegetação), a diferença de fase co-polarizada é, de modo geral, distribuída entre 0° e 180° (Boerner *et al.*, 1998; Freeman & Durden, 1998; Van Zyl, 1989).

Para quaisquer valores de diferença de fase, existe uma variação esperada. É importante notar que o uso da informação de fase baseada no número de reflexões que a onda de radar sofre é uma aplicação relativamente simples. Aplicações mais sofisticadas incluem a técnica de classificação que utiliza a entropia \mathbf{H} e o tipo de espalhamento proporcionado pelo alvo (ângulo α), que será discutida posteriormente neste capítulo.

O espalhamento causado por uma superfície é definido como a dispersão que ocorre na superfície de contato entre dois meios diferentes mas homogêneos, a partir de um dos quais a energia eletromagnética incide no outro. O espalhamento das microondas na superfície do solo aumenta de acordo com o aumento da permissividade complexa, e a direção do espalhamento depende da rugosidade da superfície.

No caso de uma superfície lisa, haverá uma reflexão especular com um ângulo simétrico ao ângulo de incidência. A intensidade da reflexão especular é dada pela refletividade de Fresnel, que aumenta de acordo com o aumento da permissividade complexa.

Quando a rugosidade da superfície aumenta um pouco, existe um componente do espalhamento que é especular e um componente que é espalhado em outras direções. O componente especular é chamado de componente coerente, enquanto que o espalhamento nas outras direções é chamado difuso ou o componente incoerente.

Quando a superfície é completamente rugosa, isto é difusa, apenas componentes difusos existiram, sem qualquer componente de reflexão especular. Este tipo de espalhamento da superfície depende da relação entre o comprimento de onda da radiação eletromagnética e a rugosidade da superfície que é definida pelo critério de Rayleigh, de Fraunhofer ou de Peake & Oliver.

Segundo o critério de Rayleigh, uma superfície é considerada lisa se: $\Delta h < \lambda/8\cos\theta$; já de acordo com o critério de Fraunhofer uma superfície para ser lisa deve atender a seguinte relação: $\Delta h < \lambda/32\cos\theta$ e, finalmente, para Peake & Oliver esta mesma superfície deve atender ao seguinte critério: $\Delta h < \lambda/25\cos\theta$.

Ainda segundo Peake & Oliver, uma superfície é considerada rugosa se atender ao seguinte critério: $\Delta h > \lambda/4,4\cos\theta$, onde Δh corresponde ao desvio padrão da rugosidade da superfície, λ é o comprimento de onda e θ corresponde ao ângulo de incidência.

2.5.3 – Sistema de Coordenadas

Nesta seção, serão introduzidos os sistemas de coordenadas normalmente utilizados para sistemas SAR, de acordo com a convenção adotada pelo IEEE (*Institute of Electrical and Electronics Engineers*): o sistema de coordenadas baseado na antena e o sistema de coordenadas baseado na onda, sendo discutida, também, a diferença entre esses sistemas.

Segundo Hellmann (2001), o processo de espalhamento pode ser visto como a transformação da onda incidente na onda espalhada. Para um caso geral, o estado de polarização da onda incidente modifica-se quando deste processo.

Para aplicações na área de Sensoriamento Remoto a superfície terrestre é normalmente representada por um sistema de coordenadas (Figuras 2.12 e 2.13) com origem em um ponto “O” localizado sobre a superfície de um espalhador, enquanto os vetores de polarização das ondas incidente e espalhada são representados em termos de um sistema de coordenadas esférico $(r_i; \theta_i; \phi_i)$ e $(r_s; \theta_s; \phi_s)$, (Hellmann, 2001).

Os cálculos de retroespalhamento são realizados utilizando-se dois tipos principais de sistemas de coordenadas, conforme definido pelo IEEE, ou seja, duas convenções: o FSA “*Forward Scatter Alignment*” – espalhamento no sentido de deslocamento da onda (medido no alvo); e o BSA “*Backscatter Alignment*” – espalhamento no sentido do retroespalhamento da onda (medido na antena).

A convenção FSA é um sistema orientado pela onda, que define o sistema de coordenadas local orientado para a direita em relação à direção de propagação da onda. Já a convenção BSA é um sistema orientado pela antena, definindo o sistema de coordenadas local em relação à polarização da antena (Hellmann, 2001).

A polarização da antena é definida como a polarização de uma onda transmitida pela antena com direção de propagação \vec{k} apontando para longe da antena, mesmo quando a antena é utilizada como um receptor.

Utilizando-se esta convenção, ou seja, BSA, os dois sistemas de coordenadas local coincidem quando as antenas estão localizadas na mesma posição, ou seja, quando somente uma antena é utilizada para a transmissão e recepção (sistema monostático), o que é favorável para aplicações relacionadas à análise do sinal retroespalhado, como em sistemas SAR.

Portanto, este trabalho utilizar-se-á da convenção BSA na definição das várias matrizes e relações associadas com a síntese das respostas polarimétricas dos alvos, tendo em vista que o sensor SAR aqui estudado é um sistema monostático, ou seja, as antenas de transmissão e recepção são as mesmas.

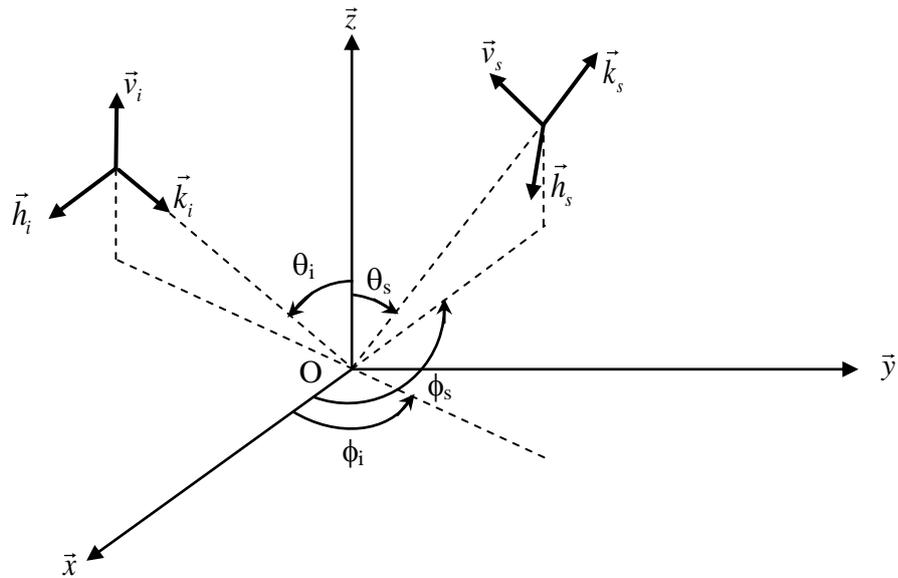


Figura 2.12 – Sistema de coordenadas e geometria de espalhamento para a convenção FSA.
 FONTE: adaptada de Ulaby & Elachi (1990, p.18).

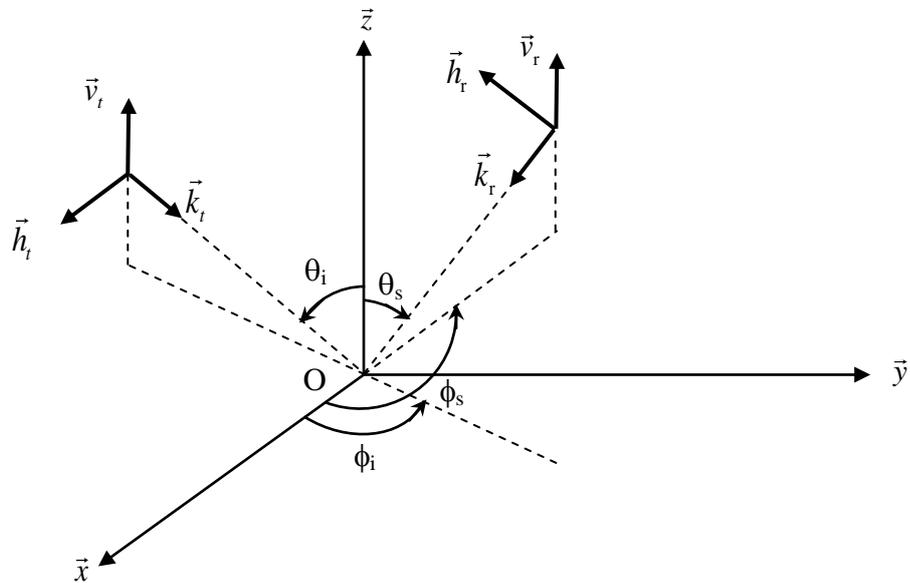


Figura 2.13 – Sistema de coordenadas e geometria de espalhamento para a convenção BSA.
 FONTE: adaptada de Ulaby & Elachi (1990, p.18).

Ambos os sistemas de coordenadas locais são definidos em relação a eixos coordenados com origem no espalhador, conforme apresentado nas Figuras 2.12 e 2.13, as quais representam um sistema bi-estático.

Tomando como exemplo o caso da Figura 2.12, uma onda incide a partir da direção \vec{k}_i e é espalhada na direção \vec{k}_s . O campo incidente é descrito na base ortogonal $(\vec{v}_i, \vec{h}_i, \vec{k}_i)$ e o campo espalhado na base ortogonal $(\vec{v}_s, \vec{h}_s, \vec{k}_s)$. Ambas as bases são orientadas para a direita em relação à sua direção de propagação correspondente.

É conveniente especificar a orientação destas duas bases com respeito ao plano de incidência, definido como um plano que passa por um ponto O localizado dentro do espalhador e que contém os vetores \vec{k}_i e \vec{k}_s .

Os vetores \vec{h}_i e \vec{h}_s são tomados no plano de incidência enquanto os vetores \vec{v}_i e \vec{v}_s são ortogonais àqueles.

A mudança de uma base orientada para a direita, em inglês “right-handed base”, para uma base orientada para a esquerda, em inglês “left-handed base”, mantém a direção de propagação da onda \vec{k} mas tem o efeito de modificar o sinal de um dos vetores que compõem o campo elétrico. Desta forma, o vetor de Stokes dado por $\vec{S} = [I_0 \quad Q \quad U \quad V]^T$ fica assim representado:

$$\vec{S} = [I_0 \quad Q \quad -U \quad -V]^T \quad (2.72)$$

Já uma mudança na direção de rotação, ou seja, a mudança de uma polarização com direção de rotação orientada para a direita, em inglês “right-handed polarization”, para uma polarização com direção de rotação orientada para a esquerda, em inglês “left-handed polarization”, ou vice-versa, corresponde simplesmente a mudança de E para E^* , ou a uma mudança de sinal na diferença de fase δ . O novo vetor de Stokes fica, então, assim definido:

$$\vec{S} = [I_0 \quad Q \quad U \quad -V]^T \quad (2.73)$$

Caso estas duas modificações sejam combinadas, ou seja, uma mudança de base com uma mudança da direção de rotação, o Vetor de Stokes obtido fica:

$$\vec{S} = [I_0 \quad Q \quad -U \quad V]^T \quad (2.74)$$

Tanto a convenção FSA como a BSA aparecem na literatura, sendo a convenção FSA preferida para problemas envolvendo espalhamento biestático causado por partículas e meios não homogêneos. Já a convenção BSA é preferida para o cálculo do retroespalhamento radar de um dado alvo ou meio (Ulaby & Elachi, 1990).

Se a matriz de espalhamento for expressa utilizando-se o sistema de coordenadas baseado na antena, convenção BSA, os campos elétricos transmitidos e recebidos relacionam-se pela **Matriz de Sinclair**; se a matriz de espalhamento utilizar-se do sistema de coordenadas baseado no sentido de deslocamento da onda, sistema FSA, os campos elétricos transmitidos e recebidos relacionam-se por intermédio da **Matriz de Jones**.

Quando a matriz de espalhamento é utilizada sem a citação do sistema de coordenadas empregado, fica subtendido o uso da Matriz de Sinclair, ou seja, o uso da convenção BSA.

Conforme já citado, o sistema de coordenadas utilizado neste trabalho é o BSA. Assim, a representação do sinal espalhado pelos alvos se dará utilizando-se a Matriz de Sinclair.

A seguir, os sistemas de coordenadas FSA e BSA são melhor detalhados.

2.5.3.1 – A convenção FSA

A convenção FSA é um sistema orientado pela onda, de tal forma que as direções dos vetores unitários \vec{v} e \vec{h} são sempre definidas em relação à direção de propagação da onda, \vec{k} . O sistema de coordenadas $(\vec{k}, \vec{v}, \vec{h})$ é escolhido de forma a coincidir com o sistema de coordenadas esférico $(r; \theta; \phi)$. Assim, para uma onda incidente na direção \vec{k}_i , conforme mostrado na Figura 2.12, os vetores unitários são:

$$\vec{k}_i = \cos \phi_i \text{sen} \theta_i \vec{x} + \text{sen} \phi_i \text{sen} \theta_i \vec{y} + \cos \theta_i \vec{z} \quad (2.75)$$

$$\vec{h}_i = \frac{\vec{z} \times \vec{k}_i}{|\vec{z} \times \vec{k}_i|} = -\text{sen} \phi_i \vec{x} + \cos \phi_i \vec{y} \quad (2.76)$$

$$\vec{v}_i = \vec{h}_i \times \vec{k}_i = \cos \phi_i \cos \theta_i \vec{x} + \text{sen} \phi_i \cos \theta_i \vec{y} - \text{sen} \theta_i \vec{z} \quad (2.77)$$

$$\vec{k}_s = \cos \phi_s \text{sen} \theta_s \vec{x} + \text{sen} \phi_s \text{sen} \theta_s \vec{y} + \cos \theta_s \vec{z} \quad (2.78)$$

$$\vec{h}_s = \frac{\vec{z} \times \vec{k}_s}{|\vec{z} \times \vec{k}_s|} = -\text{sen}\phi_s \vec{x} + \text{cos}\phi_s \vec{y} \quad (2.79)$$

$$\vec{v}_s = \vec{h}_s \times \vec{k}_s = \text{cos}\phi_s \text{cos}\theta_s \vec{x} + \text{sen}\phi_s \text{cos}\theta_s \vec{y} - \text{sen}\theta_s \vec{z} \quad (2.80)$$

Para o espalhamento na direção de propagação da onda (FSA), ($\theta_s = \theta_i$ e $\phi_s = \phi_i$), tem-se que $\vec{k}_s = \vec{k}_i$, $\vec{v}_s = \vec{v}_i$ e $\vec{h}_s = \vec{h}_i$. Em contraste, para o espalhamento orientado em relação à antena (BSA), ($\theta_s = \pi - \theta_i$ e $\phi_s = \pi + \phi_i$). Desta forma, as relações ficam assim definidas: $\vec{k}_s = -\vec{k}_i$, $\vec{v}_s = \vec{v}_i$ e $\vec{h}_s = -\vec{h}_i$. A direção de propagação \vec{k}_s é oposta à direção \vec{k}_i , conforme esperado, mas somente um dos dois vetores de polarização (no caso, o vetor \vec{h}) tem o sentido invertido ao sofrer retroespalhamento (convenção FSA).

2.5.3.2 – A convenção BSA

Enquanto os vetores de polarização na convenção FSA são definidos em relação à onda que se propaga, na convenção BSA eles são definidos em relação às antenas, de acordo com o IEEE, que define o estado de polarização de uma antena como sendo a polarização da onda por ela emitida, mesmo quando a antena é utilizada na recepção de sinais.

Conseqüentemente, para o caso do retroespalhamento, na convenção BSA, os vetores de polarização vertical e horizontal da onda espalhada são idênticos aos seus correspondentes da onda incidente.

Os vetores apresentados na Figura 2.13, no sistema de coordenadas local, são:

$$\vec{k}_i = \vec{k}_i = \text{cos}\phi_i \text{sen}\theta_i \vec{x} + \text{sen}\phi_i \text{sen}\theta_i \vec{y} + \text{cos}\theta_i \vec{z} \quad (2.81)$$

$$\vec{h}_i = \vec{h}_i = -\text{sen}\phi_i \vec{x} + \text{cos}\phi_i \vec{y} \quad (2.82)$$

$$\vec{v}_i = \vec{v}_i = \text{cos}\phi_i \text{cos}\theta_i \vec{x} + \text{sen}\phi_i \text{cos}\theta_i \vec{y} - \text{sen}\theta_i \vec{z} \quad (2.83)$$

$$\vec{k}_r = -\vec{k}_s = -[\cos \phi_s \text{sen} \theta_s \vec{x} + \text{sen} \phi_s \text{sen} \theta_s \vec{y} + \cos \theta_s \vec{z}] \quad (2.84)$$

$$\vec{h}_r = -\vec{h}_s = \text{sen} \phi_s \vec{x} - \cos \phi_s \vec{y} \quad (2.85)$$

$$\vec{v}_r = \vec{v}_s = \cos \phi_s \cos \theta_s \vec{x} + \text{sen} \phi_s \cos \theta_s \vec{y} - \text{sen} \theta_s \vec{z} \quad (2.86)$$

Onde os subscritos t e r referem-se à orientação da antena de transmissão (ou incidente) e da antena de recepção (ou o oposto de espalhado), respectivamente. Uma vez que os dois sistemas de coordenadas $(\vec{k}_t, \vec{v}_t, \vec{h}_t)$ e $(\vec{k}_r, \vec{v}_r, \vec{h}_r)$ são idênticos quando as antenas de transmissão e de recepção coincidem em posição, a convenção BSA tem sido a preferida na área de polarimetria radar (Van Zyl *et al.*, 1987).

Para facilitar a distinção entre os dois sistemas de coordenadas locais (convenção FSA e BSA), foram adotados os subscritos i e s (que significam incidente e espalhado) para a convenção FSA e os subscritos t e r (que significam transmitido e recebido) para a convenção BSA. Deve-se, contudo, ter em mente que os sistemas de coordenadas i e t são, na verdade, idênticos.

Na convenção FSA, considerando um espalhador iluminado por uma onda eletromagnética plana, com o campo elétrico incidente dado por E^i :

$$E^i = E_v^i \vec{v}_i + E_h^i \vec{h}_i, \text{ com } (\vec{v}_i, \vec{h}_i) \text{ de acordo com (2.76) e (2.77)} \quad (2.87)$$

A onda incidente cria correntes no espalhador que, em consequência, re-irradia a onda. No sistema de coordenadas FSA, os componentes transversais do campo elétrico da onda espalhada, E^s , podem ser escritos como:

$$E^s = E_v^s \vec{v}_s + E_h^s \vec{h}_s \quad (2.88)$$

Na convenção BSA, os campos elétricos transmitidos e recebidos são expressos na forma:

$$E^t = E_v^t \vec{v}_t + E_h^t \vec{h}_t \quad (2.89)$$

$$E^r = E_v^r \vec{v}_r + E_h^r \vec{h}_r \quad (2.90)$$

Com os vetores unitários definidos por (2.82), (2.83), (2.85) e (2.86).

Comparando as expressões para os sistemas de coordenadas FSA e BSA, torna-se evidente que:

$$E^i = E^t \quad (2.91)$$

$$E^s = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} E^r \quad (2.92)$$

Portanto, os campos E^t e E^r se relacionam por intermédio da seguinte relação:

$$E^r = \frac{e^{ik_0 r}}{r} \bar{S} E^t, \text{ onde } \bar{S} = \begin{pmatrix} \bar{S}_{vv} & \bar{S}_{vh} \\ \bar{S}_{hv} & \bar{S}_{hh} \end{pmatrix} \text{ é a matriz de espalhamento do alvo, definido de acordo}$$

com a convenção BSA, segundo a notação utilizada por Ulaby & Elachi, 1990.

A partir das relações (2.91) e (2.92) obtém-se a seguinte relação:

$$S = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \bar{S} \quad (2.93)$$

Neste trabalho, a matriz de espalhamento no sistema BSA (chamada de Matriz de Sinclair) será representada por S , enquanto que esta mesma matriz no sistema FSA (chamada de matriz de Jones) será representada por T . Assim,

$$T = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} S \quad (2.94)$$

No caso das aplicações de Sensoriamento Remoto por radar, uma onda é transmitida e o seu eco, sinal espalhado por um alvo no solo, retorna à antena de recepção do radar (normalmente, essa antena coincide com a antena de recepção). Isto significa que as ondas transmitida e recebida (retroespalhada), são conhecidas, podendo ser representadas por um vetor, conforme apresentado nas seções 2.4.1 a 2.4.4.

A transformação do vetor-de-onda transmitido para o vetor-de-onda recebido é uma transformação linear, descrita por uma matriz que contém toda a informação relacionada ao processo de espalhamento (Hellmann, 2001).

Caso a influência da atmosfera na propagação da onda seja desprezada ou corrigida, essa matriz descreve o espalhador no solo. Portanto, essas matrizes são utilizadas na análise e

extração de informações dos alvos no solo. Assim sendo, a seção seguinte passa a descrever estas matrizes.

2.5.4 – A matriz de espalhamento e o teorema da reciprocidade

Normalmente, são utilizadas duas representações diferentes para os espalhadores. A primeira emprega a matriz de Jones (quando se utiliza o sistema de coordenadas FSA) ou a matriz de Sinclair (quando se utiliza o sistema de coordenadas BSA) e a segunda utiliza a matriz de Stokes (também chamada de matriz de Mueller) ou matriz de Kennaugh, quando são aplicados os sistemas de coordenadas FSA e BSA, respectivamente.

Ambas as representações reproduzem a relação entre os vetores incidentes e a onda espalhada e, portanto, a informação sobre o espalhador (Zebker *et al*, 1987).

As matrizes de Jones (FSA) ou de Sinclair (BSA) são utilizadas quando se representa a onda por intermédio do vetor de Jones, enquanto que as matrizes de Mueller (ou de Stokes), no sistema de coordenadas FSA, e a matriz de Kennaugh, no sistema de coordenadas BSA, são utilizadas quando a onda é representada pelos vetores de Stokes ou de Kennaugh, respectivamente.

Assim sendo, embora existam duas representações equivalentes, FSA e BSA, para os vetores de polarização, a convenção BSA tem a vantagem de representar os sinais transmitidos e recebidos em um único sistema de coordenadas local, uma vez que os sistemas de coordenadas passam a ser coincidentes para os casos em que se utiliza somente uma antena (sistema monoestático).

Esta é a razão pela qual a convenção BSA é preferida para o cálculo do retroespalhamento radar de um dado alvo. Isto simplifica a definição das várias matrizes e as relações associadas com a síntese da resposta polarimétrica de alvos simples.

2.5.4.1 – A matriz de Jones e a matriz de Sinclair

Conforme já citado, devido às diferentes regras convencionadas para o sistema de coordenadas, a matriz de espalhamento toma formas diferentes nas convenções FSA e BSA.

Na convenção BSA, a matriz de espalhamento é chamada de matriz de Sinclair - (S) , enquanto na convenção FSA é chamada de matriz de Jones - (T) .

Um espalhador iluminado por uma onda transmitida por um SAR re-irradia uma onda espalhada, que deve ser considerada uma onda esférica, quando longe deste espalhador. Esta onda pode ser aproximada para uma onda plana sobre a área, relativamente pequena, ocupada pela antena de recepção.

A matriz de espalhamento (S) é uma matriz complexa 2×2 , que expressa como um espalhador transforma o campo elétrico transmitido E^t no campo elétrico recebido E^r , ou seja, é uma matriz que contém as informações relativas ao alvo.

Conforme citado por Ulaby & Elachi (1990), esta matriz é definida de acordo com os trabalhos de (Sinclair, 1950; Kennaugh, 1951 e van de Hulst, 1981).

$$E^r = \frac{e^{ikr}}{r} (S) \cdot E^t \quad \text{ou} \quad \begin{bmatrix} E_h^r \\ E_v^r \end{bmatrix} = \frac{e^{ikr}}{r} \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \begin{bmatrix} E_h^t \\ E_v^t \end{bmatrix}, \quad (2.95)$$

onde r corresponde à distância do espalhador, ou seja, a distância entre a antena e o alvo e k é o número de onda do sinal transmitido.

A convenção BSA, que tem sido o sistema preferido na área de polarimetria SAR monostática, é utilizada e a matriz de espalhamento definida em (2.95) relaciona a onda espalhada ou recebida (que é vista aproximando-se da antena de recepção) à onda incidente ou transmitida, que é vista se afastando da antena de transmissão (Boerner *et al.*, 1998).

A matriz (S) , que é expressa nas coordenadas BSA, ou seja, a matriz de Sinclair, caracteriza o comportamento do espalhador para uma configuração de imageamento particular. Seus elementos S_{tr} são chamados de “amplitudes espalhadas complexas”, e os subscritos t e r se referem à polarização transmitida e recebida, respectivamente.

De uma forma geral, cada uma das amplitudes espalhadas pode ser função da frequência, do ângulo de incidência e de espalhamento e da orientação do espalhador em relação ao sistema de coordenadas (ângulo de aspecto do alvo) (Ulaby & Elachi, 1990).

De acordo com Oliver & Quegan, 1998, as seguintes condições estão implícitas na formulação de (2.95):

- Adequada amostragem das polarizações transmitidas H e V, quando do seu retorno à antena;
- Preservação da coerência da fase entre os canais;
- Correta amostragem de tal forma que todas as respostas sejam medidas na mesma posição;
- Preservação do estado interno dos espalhadores entre os pulsos.

Enquanto as três primeiras condições apresentadas estão relacionadas ao sistema, podendo ser tratadas como um problema de engenharia, a última depende das características físicas do alvo (Oliver & Quegan, 1998).

Para alvos cujo estado interno é inalterado pela polarização da onda incidente, ocorrerá reciprocidade entre os canais de polarização cruzada, ou seja, entre os canais cross-polarizados. Assim, na convenção BSA, para sistemas monostáticos tem-se:

$$S_{hv} = S_{vh} = S_x \quad (2.96)$$

Desta forma, a matriz de espalhamento (S) se reduz para:

$$\begin{pmatrix} S_{hh} & S_x \\ S_x & S_{vv} \end{pmatrix} \quad (2.97)$$

Ou seja, se o alvo for recíproco, a matriz (S) torna-se simétrica.

Devido à relação dada por (2.97), a matriz de espalhamento (S) contém somente cinco parâmetros independentes (três amplitudes e duas fases relativas).

O comportamento de reciprocidade entre os canais cruzados é esperado para a maior parte dos espalhadores que ocorrem na natureza, resultando, assim, em uma redução do volume de dados. Contudo, alvos podem ser construídos para os quais esta condição é violada, assim a equação (2.95) passaria a não ter sentido, exceto para os canais de polarização paralela, HH e VV (Oliver & Quegan, 1998).

Mesmo quando os alvos são recíprocos, as medidas dos valores de S_{hv} e S_{vh} podem não ser idênticas, devido a imperfeições do sistema. Na realidade, o SAR polarimétrico pode ser afetado por diversas formas de distorção, dentre as quais cita-se:

- Ligação indevida entre as polarizações cruzadas (HV e VH), seja na transmissão e/ou na recepção do sinal, chamado, em inglês, de “*crosstalk*”; e
- Desbalanceamento entre os canais H e V causado por diferentes potências de transmissão, diferentes ganhos na recepção e/ou deslocamento de fase entre os canais, induzido pelo sistema.

A assunção do teorema da reciprocidade como verdadeiro baseia-se fortemente na calibração dos dados, uma vez que tanto o desbalanceamento entre os canais quanto o “*crosstalk*” podem afetar severamente as medições.

De acordo com Oliver & Quegan (1998), dentre estas distorções, a mais prejudicial é a primeira, pois embaralha a informação nos diferentes canais. No que tange à avaliação do “*crosstalk*”, testes foram realizados utilizando-se os dados brutos adquiridos com os canais L_{HV} e L_{VH} do sensor SAR em estudo neste trabalho, não sendo identificado este tipo de distorção.

A correção do desbalanceamento entre canais pode ser separada em: correção das distorções de fase e de amplitude. Necessita-se de alvos específicos para a calibração ou de tonalidades internas à imagem para a remoção destes efeitos (Oliver & Quegan, 1998).

Quanto ao desbalanceamento causado pelo deslocamento de fase entre os canais, assume-se que o sistema SAR em estudo está calibrado, ou seja, este parâmetro não afeta os dados coletados.

Quanto à potência de transmissão da banda L do sensor SAR “LTU Power Level”, esta é apresentada, a bordo da aeronave durante a coleta, em Watts e representa o valor médio da potência transmitida. As medições da potência média devem ser consistentes durante a coleta dos dados e flutuações indicam falha do transmissor. Desta forma, assume-se, neste trabalho, que a potência de transmissão não apresenta variações significativas durante o tempo de aquisição dos dados brutos.

Quanto a possíveis variações do ganho durante a coleta do canal L nas polarizações H e V, assume-se, também, que estas não ocorrem, ou seja, todas as correções foram aplicadas ao projeto do sistema e os alvos são recíprocos.

A relação entre o sinal transmitido e o sinal recebido, apresentada em (2.95), também pode ser expressa utilizando-se uma matriz real 4×4 – a matriz de Stokes (L) ou de Mueller

(M), quando o sistema de coordenadas aplicado é o FSA, ou a matriz de Kennaugh (K), também uma matriz real 4×4 , quando o sistema de coordenadas é o BSA.

2.5.4.2 – A matriz de Stokes (ou de Mueller)

Outro método de descrever um espalhador, que é amplamente utilizado em óptica, é a matriz de Stokes. Em 1943, Hans Mueller desenvolveu um método matricial de lidar com os vetores de Stokes. Vale lembrar que os vetores de Stokes têm o atributo de poderem ser aplicados a ondas não coerentes polarizadas e não polarizadas.

O método de Mueller utiliza-se desta qualidade e, portanto, complementa o método de Jones. Este último, entretanto, pode lidar com ondas coerentes, ao passo que método de Mueller não tem esta capacidade.

A diferença entre as matrizes de Mueller e de Stokes é que a matriz de Mueller não assume o teorema da reciprocidade e, portanto, contém mais elementos independentes. Ambas são utilizadas na convenção FSA.

Se um alvo iluminado re-irradia uma onda espalhada completamente polarizada, a polarização da onda pode ser deduzida a partir da polarização da antena de transmissão, utilizando-se a matriz de espalhamento ou as matrizes de Mueller/Stokes ou de Kennaugh.

Geralmente, existem **sete** parâmetros independentes na matriz de espalhamento: **quatro** amplitudes independentes e **três** fases (referenciadas a um dos quatro elementos complexos da matriz de espalhamento). Portanto, se a fase absoluta for ignorada, somente **sete** elementos reais devem caracterizar completamente esta matriz.

Assumindo-se que o teorema da reciprocidade possa ser aplicado, ou seja, $S_{HV} = S_{VH}$, a matriz de espalhamento passa a ser caracterizada por somente **cinco** elementos reais.

Alguns alvos não podem ser representados pelas matrizes de Jones ou de Sinclair. Isto ocorre se o alvo tiver mais do que um centro espalhador (isto é efetivamente representado por uma série de espalhadores simples) e apresentar um ângulo de aspecto variável em relação à onda incidente ou ter um movimento vibratório que faz com que os centros espalhadores modifiquem suas distâncias entre si. Também ocorre se a onda incidente não for monocromática.

A questão sobre se o alvo tem ou não a matriz de Jones ou de Sinclair depende entre outras coisas do tempo de observação do radar. Se o tempo de observação for infinitesimal, todos os alvos terão uma matriz de espalhamento, mas em muitos casos a descrição desta matriz falha. Neste caso, a onda incidente ainda tem um vetor de Stokes de quatro parâmetros, da mesma forma que a onda espalhada. O alvo serve, então, para transformar o vetor de Stokes incidente em um novo vetor de Stokes. Esta transformação requer uma matriz 4x4 para representar o alvo.

Uma das formas de transformação utiliza a convenção FSA e é chamada de matriz de Mueller. Esta transformação é válida ser a onda for:

- monocromática e completamente polarizada;
- completamente polarizada mas não monocromática; ou
- parcialmente polarizada.

Neste caso, **dezesesseis** elementos reais são necessários para caracterizar completamente o sistema, as amplitudes dos quatro canais e os seis coeficientes de correlação complexa entre os canais, os quais têm módulos e fase, (Van Zyl *et al.*, 1987).

Se o teorema da reciprocidade for assumido, a matriz de Stokes utilizada passa a ser simétrica e somente **nove** elementos são necessários para caracterizá-la.

Os elementos da matriz de Mueller são, em geral, sensíveis à frequência e, portanto, não são independentes da onda incidente.

Assim como a matriz de Jones (ou de Sinclair), a matriz de Mueller pode não ser constante para um determinado alvo. Se o alvo não sofre movimentações bruscas, mas somente movimentos vibratórios em uma escala de tempo pequena quando comparada com o tempo de integração médio do radar, ou não sofre quaisquer movimentações, a matriz de Mueller será constante.

O vetor de Stokes da onda espalhada relaciona-se com o vetor de Stokes da onda incidente por intermédio da matriz de Mueller (M):

$$\vec{S}^s = \frac{1}{4\pi r^2} (M) \cdot \vec{S}^i \quad (2.98)$$

O fator multiplicador representa o decréscimo da potência da onda espalhada entre o alvo e o receptor.

No caso de um alvo sem a matriz de Jones, os elementos da matriz de Mueller devem ser medidos. Contudo, se o alvo tiver a matriz de Jones, existe uma relação entre os elementos das duas matrizes. Esta relação e a dedução da matriz de Mueller são apresentadas no APÊNDICE A, Seção A.5.

2.5.4.3 – A matriz de Kennaugh

Segundo Ioannidis e Hammers (1979), esta matriz foi introduzida por Kennaugh em 1951 para avaliar a potência recebida por um radar.

Utilizando a convenção BSA, o vetor de Stokes da onda retroespalhada relaciona-se ao vetor de Stokes da onda incidente por intermédio da matriz de Kennaugh, (\mathbf{K}) e os vetores passam a se chamar vetores de Kennaugh (Boerner *et al.*, 1998). A matriz de Kennaugh (\mathbf{K}) é a versão da matriz de Stokes, utilizada na convenção BSA.

$$\vec{k}^s = \frac{1}{4\pi r^2} (\mathbf{K}) \cdot \vec{k}^i \quad (2.99)$$

Segundo Boerner *et al.* (1998), a matriz 4×4 de Kennaugh é dada por:

$$(\mathbf{K}) = 2(\mathbf{A})^* \cdot (\mathbf{W}) \cdot (\mathbf{A})^{-1} \quad (2.100)$$

Com $(\mathbf{W}) = (\mathbf{S}) \otimes (\mathbf{S})^*$, onde (\mathbf{S}) corresponde à matriz de Sinclair e \otimes simboliza o produto de Kronecker. A matriz de expansão 4×4 (\mathbf{A}) é dada por:

$$(\mathbf{A}) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{pmatrix} \quad (2.101)$$

com $A^{-1} = (1/2)A^{*T}$ (Boerner *et al.*, 1998).

A matriz de Mueller (M) e a matriz de Kennaugh (K) se relacionam por intermédio da seguinte relação:

$$(M) = \text{diag}[1 \ 1 \ -1 \ 1] \cdot (K) \quad (2.102)$$

Esta relação só é formalmente correta se ambas as matrizes descrevem mecanismos de espalhamento completamente diferentes: espalhamento tomando por base a direção de deslocamento da onda ou “forward scattering” para (M) e espalhamento tomando por base a antena de recepção ou “backscattering” para (K). Geralmente, os dados de sensores SAR são fornecidos no formato da matriz de Kennaugh e assumindo-se a reciprocidade do sistema.

Uma vez que os vetores que representam a onda espalhada, utilizados para definir as matrizes de Mueller e Kennaugh, diferem somente no sistema de coordenadas utilizado, para o componente de campo elétrico, estas matrizes podem ser formalmente relacionadas.

A relação entre a matriz de Kennaugh e a matriz de Sinclair, para alvos que têm a matriz de Sinclair pode ser verificada no APÊNDICE A, Seção A.6.

A Tabela 2.2 apresenta um resumo relativo aos vetores utilizados na representação das ondas transmitidas e recebidas pelo SAR, assim como sobre as matrizes utilizadas na representação dos alvos, Relaciona, ainda, os vetores e matrizes com os sistemas de coordenadas FSA e BSA.

Tabela 2.2 – Resumo sobre a representação das ondas incidente e espalhada e sobre a caracterização dos alvos.

SISTEMA DE COORDENADAS UTILIZADO	REPRESENTAÇÃO DA ONDA INCIDENTE (TRANSMITIDA) – COMPLETAMENTE POLARIZADA	REPRESENTAÇÃO DO ALVO	REPRESENTAÇÃO DA ONDA ESPALHADA – PARCIALMENTE (E COMPLETAMENTE) POLARIZADA
FSA – Forward Scatter Alignment	Vetor de Jones: \vec{J}^i (2×1 complexo)	Matriz de Jones: (T) (2×2 complexa)	Vetor de Jones: \vec{J}^s (2×1 complexo)
BSA – Backscatter Alignment	Vetor de Jones: \vec{J}^t (2×1 complexo)	Matriz de Sinclair: (S) (2×2 complexa)	Vetor de Jones: \vec{J}^r (2×1 complexo)
FSA – Forward Scatter Alignment	Vetor de Stokes: \vec{S}^i (4×1 real)	Matriz de Mueller: (M) (4×4 real) ou Matriz de Stokes (L) (4×4 real)	Vetor de Stokes: \vec{S}^s (4×1 real) ou
BSA – Backscatter Alignment	Vetor de Kennaugh: \vec{k}^t (4×1 real)	Matriz de Kennaugh: (K) (4×4 real)	Vetor de Kennaugh: \vec{k}^r (4×1 real)

Em adição às matrizes de Mueller (M) e de Kennaugh (K), duas matrizes, conhecidas como matriz de covariância do alvo e matriz de coerência do alvo, podem ser utilizadas para a caracterização de ondas parcialmente polarizadas.

Quando o alvo em estudo apresenta um comportamento determinístico, ou seja, os espalhadores são determinísticos, estes alvos são completamente descritos por uma matriz de espalhamento (S) única ou por um vetor de espalhamento do alvo.

Para as aplicações de Sensoriamento Remoto, assumir que os espalhadores são puramente determinísticos não é válido, visto que a célula de resolução é maior do que o comprimento de onda utilizado pelo sistema, ou seja, os alvos naturais contêm muitos espalhadores determinísticos espacialmente distribuídos, sendo cada um destes espalhadores completamente representados por uma matriz $(S)_i$ individual.

Desta forma, a matriz (S) medida para uma célula de resolução consiste de uma superposição coerente das matrizes individuais $(S)_i$ de todos os espalhadores localizados dentro da célula de resolução.

A fim de lidar com a estatística dos efeitos do espalhamento e com a análise dos espalhadores, foi introduzido o conceito de matriz de covariância e de coerência do espalhador (Cloude & Pottier, 1996), descritas a seguir.

2.5.4.4 – A matriz de Covariância e a matriz de Coerência do alvo

A matriz de espalhamento, também conhecida como matriz de Sinclair, dada por (2.95), pode ser expressa sob a forma vetorial de (2.103), também chamada de vetor de espalhamento do alvo ou **vetor de covariância do alvo**:

$$\vec{k}_B = [S_{hh} \quad S_{vh} \quad S_{hv} \quad S_{vv}]^T \quad (2.103)$$

Uma média do produto complexo entre os vetores \vec{k}_B e \vec{k}_B^{*T} leva à chamada **matriz de covariância**³ (C).

$$(C) = \langle \vec{k}_B \cdot \vec{k}_B^{*T} \rangle, \quad (2.104)$$

onde a notação $\langle \rangle$ indica uma média espacial do conjunto, assumindo-se que o meio espalhador é homogêneo.

A matriz (C) é Hermitiana positiva semi-definida, ou seja, seus autovalores são reais e não negativos e tem, precisamente, os mesmos elementos da matriz de Kennaugh (K) e da matriz de Mueller (M), contudo, com disposições diferentes.

A matriz de covariância contém todas as informações necessárias para lidar com um alvo, utilizando-se a convenção BSA. Essa matriz é amplamente utilizada para o retroespalhamento radar, ao invés da matriz de Kennaugh, de uso mais geral.

Para o caso em que a matriz de espalhamento é simétrica, ou seja, assumido o teorema da reciprocidade, o vetor de covariância é dado por (2.105) e a matriz de covariância (C) passa a ser uma matriz 3×3 .

³ Embora a matriz (C) corresponda à matriz de covariância para um processo com média zero, similar ao “speckle”, o termo matriz de covariância é adotado (ao invés de matriz de correlação) para o caso mais geral em que a média é diferente de zero (Van Zyl & Ulaby, 1990).

$$\vec{k}_B = \begin{bmatrix} S_{hh} & \sqrt{2}S_{hv} & S_{vv} \end{bmatrix}^T, \quad (2.105)$$

onde o multiplicador $\sqrt{2}$ é introduzido para satisfazer a conservação de energia, sob uma transformação de base unitária. Uma forma mais geral da matriz de covariância, assim como a explicação da transformação de base unitária podem ser encontradas no APÊNDICE A, Seções A.7 e A.8, respectivamente.

Outra matriz que contém as mesmas informações que a matriz de Mueller é a **matriz de coerência** (\mathbf{R}). Esta matriz foi introduzida por Cloude (1986) e utilizada na decomposição de alvos incoerentes por (Cloude & Pottier, 1996). Pode ser obtida de forma análoga à matriz de covariância,

$$\langle \mathbf{R} \rangle = \langle \vec{k}_p \cdot \vec{k}_p^{*T} \rangle, \quad (2.106)$$

onde \vec{k}_p é o vetor de espalhamento do alvo ou **vetor de coerência** (Cloude, 1986), e é dado por:

$$\vec{k}_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{hh} + S_{vv} & S_{hh} - S_{vv} & S_{hv} + S_{vh} & i(S_{hv} - S_{vh}) \end{bmatrix}^T, \quad (2.107)$$

Note que a equação (2.107) pode ser obtida a partir de:

$$\vec{k}_p = (\mathbf{A}) \frac{1}{\sqrt{2}} \vec{k}_B, \quad (2.108)$$

onde (\mathbf{A}) corresponde à matriz de expansão dada em (2.101).

Observa-se que tanto a matriz de covariância (\mathbf{C}) quanto a matriz de coerência (\mathbf{R}) são deduzidas a partir de duas vetorizações da matriz de espalhamento (\mathbf{S}), obtendo-se os vetores de covariância \vec{k}_b e de coerência \vec{k}_p , dadas por (2.103) e (2.107).

Vale notar que a matriz de covariância e a matriz de coerência são unitariamente similares (a menos de um fator de escala constante), o que pode ser comprovado por intermédio da equação (2.108). As duas matrizes carregam as mesmas informações, ambas são

Hermitianas positivas semi-definidas e ambas têm os mesmos autovalores (que são reais), mas diferentes autovetores (Cloude & Pottier, 1996). O traço de cada uma das matrizes também é o mesmo e fornece a intensidade total da onda.

Enquanto a matriz de covariância é mais simples do que a matriz de Mueller, a matriz de coerência não apresenta tal simplicidade. Contudo, o teorema da reciprocidade permite uma considerável simplificação, uma vez que os vetores de covariância e coerência ficam reduzidos a três elementos cada um.

O uso do vetor de coerência é preferido porque seus elementos têm uma interpretação física (reflexão difusa, n° par de reflexões, n° ímpar de reflexões, etc).

A Tabela 2.3 apresenta, de forma resumida, a representação das ondas parcialmente polarizadas e o sistema de coordenadas correspondente.

Tabela 2.3 – Resumo sobre a matriz de covariância e de coerência dos alvos.

SISTEMA DE COORDENADAS UTILIZADO	REPRESENTAÇÃO DO ALVO	
FSA – Forward Scatter Alignment	Matriz de Coerência: (R) (4×4 ou 3×3)	Vetor de espalhamento do alvo: \vec{k}_p (4×1) ou (3×1)
BSA – Backscatter Alignment	Matriz de Covariância: (C) (4×4 ou 3×3)	Vetor de espalhamento do alvo (ou Vetor de Covariância): \vec{k}_B (4×1) ou (3×1)

2.6 – Síntese da polarização

O conhecimento da matriz de espalhamento (S) permite o cálculo da energia recebida para qualquer combinação possível de polarizações transmitidas e recebidas, ou seja, o retroespalhamento radar recebido pode ser sintetizado para qualquer combinação possível de polarizações transmitidas e recebidas. Esse processo é chamado de síntese da polarização (Ulaby & Elachi, 1990).

Esta importante técnica é o que dá à polarimetria sua grande vantagem em relação aos radares convencionais de polarização fixa – uma maior quantidade de informações sobre a

superfície pode ser inferida se as propriedades polarimétricas forem completamente conhecidas.

Segundo Van Zyl *et al.* (1987), a energia recebida da célula de resolução imageada pode ser expressa em função dos vetores de Jones \vec{J}^t e \vec{J}^r , correspondentes às antenas de transmissão e recepção, sistema bi-estático, pela seguinte equação:

$$P_{\text{rec}}(\psi_r, \chi_r, \psi_t, \chi_t) = \frac{\hbar}{r^2} \cdot |\vec{J}^r \cdot (S) \cdot \vec{J}^t|^2 \quad (2.109)$$

onde, \hbar é uma constante que depende dos seguintes parâmetros: perdas do sistema, potência de pico do transmissor, duração do pulso transmitido, número de amostras integradas em alcance, abertura do feixe emitido pela antena (em azimute e em elevação), velocidade do SAR, comprimento de onda transmitido, permitividade⁴ $\epsilon_0 = \frac{1}{c^2 \mu_0}$ e permeabilidade⁵

$\mu_0 = \frac{1}{c^2 \epsilon_0}$ do espaço livre (vácuo) e ganho da antena no ângulo de iluminação do alvo (θ)

A

Tabela 2.4 apresenta estes parâmetros para a Banda L do SAR em estudo neste trabalho.

Tabela 2.4 – Parâmetros utilizados no cálculo da energia recebida de um alvo (RCS).

PARÂMETROS	Banda L
Perdas de RF do sistema:	Transmissão: 3,2 dB Recepção: 2,6 dB
Potência de pico do transmissor (teórico):	5 kW 200 W CW (<i>continuous wave</i>)
Duração do pulso transmitido:	3 metros → 50 MHz
Número de amostras integradas em alcance:	variável
Abertura do feixe emitido pela antena:	Azimute: 10° Elevação: 25°
Velocidade do SAR:	Pode ser escolhida entre 330 nós (115 m/s) e 390 nós (195 m/s)
Comprimento de onda central transmitido:	23,4 cm

⁴ A permitividade (ou permissividade) de um meio é uma quantidade física que descreve como um campo elétrico o afeta e por ele é afetado.

⁵ Em eletromagnetismo, permeabilidade é o grau de magnetização de um material que responde linearmente a um campo magnético a ele aplicado.

PARÂMETROS	Banda L
Permeabilidade do vácuo (μ_0):	1,2566370614E-06 H/m
Permitividade do vácuo (ϵ_0):	8,8541878176E-12 F/m
Ganho nominal da antena:	20 dBi

A equação radar dada por (2.109) e a equação de voltagem dada por (2.95) são chamadas de equações fundamentais da polarimetria radar (Kostinski & Boerner, 1986; Van Zyl & Zebker, 1990).

A síntese de polarização também pode ser expressa em termos da seção reta radar, em inglês, “Radar Cross Section” (RCS), ou seja, a partir do conhecimento da matriz de espalhamento de um determinado alvo é possível sintetizar sua RCS para qualquer combinação de polarizações transmitidas e recebidas, por intermédio da seguinte relação:

$$P_{\text{rec}}(\psi_r, \chi_r, \psi_t, \chi_t) = \frac{\hbar}{r^2} \cdot |\vec{J}^r \cdot (\mathbf{S}) \cdot \vec{J}^t|^2, \quad (2.110)$$

Segundo Van Zyl *et al.* (1987), o procedimento para o cálculo da seção reta radar para qualquer combinação possível de polarizações transmitidas e recebidas pode, ainda, ser apresentado conforme se segue.

$$P = K(\lambda, \theta, \phi) \cdot |\vec{E}^r \cdot (\mathbf{S}) \cdot \vec{E}^t|^2, \quad (2.111)$$

onde,

$$K = \frac{1}{2} \frac{\lambda^2}{4\pi} \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu_0}} \frac{g(\theta, \phi)}{|\vec{E}^r|^2}, \quad (2.112)$$

e $g(\theta, \phi)$ é a função de ganho da antena, $(\lambda^2/4\pi)g(\theta, \phi)$ é a área efetiva da antena e ϵ_0 e μ_0 são a permitividade e a permeabilidade, respectivamente.

2.7 – Decomposição de Alvos

O objetivo principal dos métodos utilizados para decompor o espalhamento é “quebrar” a resposta polarimétrica de um espalhador extenso (distribuído) – a qual é, de uma forma geral, dada pela superposição de diferentes contribuições de espalhamento dentro da célula de resolução – em uma soma das contribuições de espalhamento elementares, relacionadas a processos de espalhamento únicos. De uma forma geral, a decomposição do espalhamento situa-se em duas classes, como a seguir apresentado.

A primeira inclui a decomposição realizada na matriz de espalhamento (S). Nesse caso, a matriz de espalhamento recebida é expressa como a soma coerente das matrizes elementares de espalhamento, cada uma relacionada a um único mecanismo de espalhamento. Assim, as decomposições que se utilizam da matriz de espalhamento (S) são normalmente referenciadas na literatura como **decomposições coerentes**. As decomposições mais comuns da matriz de espalhamento são a decomposição para as matrizes de espalhamento de Pauli e a decomposição “Sphere-Diplane-Helix”, proposta pela primeira vez por E. Krogager, em 1993, e posteriormente considerada em Krogager & Boerner (1996). Também se encontra na classe de decomposições coerentes a decomposição de Cameron, a qual se utiliza de duas propriedades básicas dos alvos: reciprocidade e simetria.

A segunda classe de decomposições contém as decomposições realizadas nas matrizes de espalhamento de segunda ordem. As decomposições das matrizes de covariância e de coerência situam-se nessa classe. Essa abordagem decompõe a matriz de coerência de um espalhador extenso como a soma incoerente de três matrizes de coerência, correspondendo a três mecanismos de espalhamento ortogonais elementares. Encontram-se nessa classe as seguintes decomposições: Freeman, Huynen e a decomposição baseada nos autovalores e autovetores (H, A e α).

A entropia H determina o grau de aleatoriedade do processo de espalhamento, o que também pode ser interpretado como grau de desordem estatística.

A anisotropia A é um parâmetro complementar à entropia. A anisotropia mede a importância relativa do segundo e terceiro autovalores da diagonalização da matriz⁶. Na prática, a anisotropia pode ser utilizada para a discriminação dos alvos somente quando $H > 0,7$. Isso se

⁶ Diagonalização da matriz: também recebe o nome de “*eigen decomposition*”. Para uma matriz quadrada, consiste na transformação que gera como resultado uma matriz diagonal. Os elementos da matriz diagonal são chamados de autovalores, ao passo que as colunas da matriz que realiza a transformação são chamadas de autovetores.

deve ao fato de que, para baixos valores de entropia, o segundo e terceiro autovalores são altamente afetados pelo ruído. Consequentemente, a anisotropia também é muito ruidosa.

As decomposições do sinal espalhado são amplamente utilizadas para interpretação, classificação e segmentação de dados polarimétricos (Cloude & Pottier 1996; Lee *et al.*, 1999). Elas também têm sido aplicadas para a inversão dos parâmetros de espalhamento.

Devido ao fato dos alvos naturais serem espalhadores distribuídos, as decomposições da matriz de coerência são mais adequadas para os problemas de espalhamento da superfície do que as decomposições da matriz de espalhamento (S).

As decomposições coerentes só podem ser utilizadas na análise de alvos “puros”, cujo sinal espalhado é completamente determinado pela matriz de espalhamento (S). Assim sendo, quando se utiliza imagens de radar, é necessário determinar se um *pixel* particular é um alvo “puro” ou se, ao contrário, pertence a um espalhador distribuído. No primeiro caso, as decomposições coerentes podem ser utilizadas para estudar as características físicas do espalhador. Contudo, a análise dos espalhadores distribuídos (alvos naturais) deve ser realizada por intermédio das decomposições incoerentes.

Uma forma qualitativa de diferenciar espalhadores puros de espalhadores distribuídos é considerar sua natureza física. Uma forma grosseira de fazê-lo é considerar os alvos construídos pelo homem como alvos puros (prédios, linhas de energia, linhas de trem, estradas, etc), ao passo que os alvos naturais (florestas, áreas agrícolas, solo exposto e água) são considerados como distribuídos.

2.7.1 Decomposições Coerentes

O objetivo das decomposições coerentes é expressar a matriz de espalhamento medida pelo radar, ou seja (S), como uma *combinação* das respostas de objetos mais simples.

$$(S) = \sum_{i=1}^k c_i (S)_i, \quad (2.113)$$

onde, $(S)_i$ representa a resposta de cada um destes objetos mais simples, também conhecidos como objetos canônicos, ao passo que c_i indica o “peso” de $(S)_i$ na combinação que leva à matriz (S).

Conforme pode ser observado em (2.113), o termo *combinação* refere-se, aqui, à adição ponderada das k matrizes de espalhamento. A fim de simplificar o entendimento da equação (2.113), é desejável que as matrizes $(S)_i$ apresentem a propriedade de independência entre si a fim de evitar que um determinado comportamento de espalhamento esteja presente em mais do que uma matriz $(S)_i$.

Como já foi citado neste trabalho, a matriz de espalhamento (S) pode caracterizar o processo de espalhamento produzido por um alvo e, portanto, o alvo propriamente dito. Isto só é possível nos casos em que tanto a onda incidente quanto a onda espalhada são completamente polarizadas. Conseqüentemente, a decomposição coerente só pode ser empregada para o estudo dos chamados alvos coerentes. Estes espalhadores também são conhecidos como alvos pontuais ou puros.

Na prática, a matriz de espalhamento (S) corresponde a um alvo coerente complexo. Somente em alguns casos esta matriz irá corresponder a um objeto mais simples ou canônico; um bom exemplo são os triedros utilizados para a calibração das imagens SAR. Contudo, de uma forma geral, uma análise direta da matriz (S) , com o objetivo de inferir as propriedades físicas do espalhador sob estudo, é muito difícil. Desta forma, as propriedades físicas do alvo são extraídas e interpretadas por intermédio da análise de respostas mais simples $(S)_i$ e dos coeficientes correspondentes c_i , conforme mostrado em (2.113).

A decomposição apresentada em (2.113) não é única, tendo em vista que é possível encontrar um infinito número de conjuntos $\{(S)_i; i = 1, \dots, k\}$ nos quais a matriz (S) pode ser decomposta. No entanto, somente alguns destes conjuntos são adequados para a interpretação das informações contidas em (S) .

A seguir, serão detalhados três destes conjuntos que levam às decomposições de Pauli, Krogager e Cameron. Ressalta-se, mais uma vez, que estas decomposições da matriz de espalhamento só podem ser empregadas para caracterizar espalhadores coerentes.

2.7.1.1 – A Decomposição de Pauli

2.7.1.1.1 – Descrição da Decomposição de Pauli

A decomposição de Pauli expressa a matriz de espalhamento (S) na chamada base de Pauli. Considerando-se uma base linear ortogonal convencional (h, v) , a base de Pauli $\{(S)_a, (S)_b, (S)_c, (S)_d\}$ é dada pelas quatro matrizes 2×2 a seguir apresentadas (matrizes spin de Pauli).

$$\begin{aligned}
 (a) \quad (S)_a &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \\
 (b) \quad (S)_b &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \\
 (c) \quad (S)_c &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \quad e \\
 (d) \quad (S)_d &= \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix}.
 \end{aligned}
 \tag{2.114}$$

Tendo em vista que, neste trabalho, tem sido sempre considerado que $S_{HV} = S_{VH}$, uma vez que o teorema da reciprocidade aplica-se a sistemas monostáticos, a base de Pauli pode ser reduzida para uma base composta por três matrizes, ou seja,

$$\{(S)_a, (S)_b, (S)_c\}
 \tag{2.115}$$

Assim sendo, dada uma matriz de espalhamento (S) , a mesma pode ser expressa como se segue:

$$(S) = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} = \alpha (S)_a + \beta (S)_b + \gamma (S)_c,
 \tag{2.116}$$

onde,

$$\alpha = \frac{S_{hh} + S_{vv}}{\sqrt{2}}
 \tag{2.117}$$

$$\beta = \frac{S_{hh} - S_{vv}}{\sqrt{2}} \quad (2.118)$$

$$\gamma = \sqrt{2}S_{hv} \quad (2.119)$$

A partir de (2.117), (2.118) e (2.119) pode ser facilmente comprovado que o span de (S) pode ser obtido da seguinte forma:

$$SPAN = |S_{hh}|^2 + |S_{vv}|^2 + 2|S_{hv}|^2 = |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2 \quad (2.120)$$

2.7.1.1.2 – Interpretação da Decomposição de Pauli

A interpretação da decomposição de Pauli deve ser realizada de acordo com as matrizes apresentadas em (2.115) e seus coeficientes correspondentes (2.117), (2.118) e (2.119).

A matriz $(S)_a$ corresponde à matriz de espalhamento de uma esfera, uma área plana ou um triedro. Geralmente, a matriz $(S)_a$ é associada a reflexões simples, em inglês, *single- ou odd-bounce scattering*. Assim sendo, o coeficiente complexo α , dado em (2.117) representa a contribuição da matriz $(S)_a$ à matriz final de espalhamento medida.

A intensidade do coeficiente α , ou seja, $|\alpha|^2$ representa a energia espalhada por alvos caracterizados pelo espalhamento simples ou ímpar.

A segunda matriz, $(S)_b$, representa o mecanismo de espalhamento de um diedro orientado a zero graus. Em geral, este componente indica um mecanismo de espalhamento caracterizado pela reflexão dupla, em inglês, *double- ou even bounce*, uma vez que a polarização da onda de retorno é espelhada em relação à onda incidente. Conseqüentemente, β representa o coeficiente complexo deste mecanismo de espalhamento e $|\beta|^2$ representa a energia espalhada por estes tipos de alvos.

Por fim, a terceira matriz $(S)_c$ corresponde ao mecanismo de espalhamento de um biplano orientado a 45 graus. Como pode ser observado na expressão “c” em (2.114) e considerando que aquela matriz é expressa em uma base linear ortogonal (h,v) , o alvo

retorna uma onda com polarização perpendicular àquela da onda incidente. O mecanismo de espalhamento representado por $(S)_c$ refere-se àqueles espalhadores que são capazes de retornar a polarização perpendicular. Um dos melhores exemplos deste caso é o espalhamento volumétrico produzido pela copa das árvores. Nestes casos, o coeficiente γ representa a contribuição da matriz $(S)_c$ na matriz de espalhamento (S) , ao passo que $|\gamma|^2$ representa a energia espalhada por estes tipos de espalhadores.

2.7.1.1.3 – Representação da informação polarimétrica por meio da decomposição de Pauli

A decomposição de Pauli é normalmente empregada para representar toda a informação polarimétrica de uma imagem SAR.

A informação polarimétrica da matriz de espalhamento (S) pode ser representada pela combinação das intensidades $|S_{hh}|^2$, $|S_{vv}|^2$ e $2|S_{hv}|^2$ em uma imagem RGB, ou seja, cada uma das intensidades codificada com uma cor. A principal desvantagem desta abordagem é dificuldade em realizar a interpretação física da imagem resultante em termos de $|S_{hh}|^2$, $|S_{vv}|^2$ e $2|S_{hv}|^2$.

Outra possibilidade é a formação de uma imagem RGB com as intensidades $|\alpha|^2$, $|\beta|^2$ e $|\gamma|^2$ as quais, como citado anteriormente, correspondem aos mecanismos de espalhamento. Assim sendo, a imagem obtida pode ser empregada para uma interpretação física objetiva. A codificação comumente utilizada é a seguinte:

$$\begin{aligned} |\alpha|^2 & - \text{vermelho} \\ |\beta|^2 & - \text{azul} \\ |\gamma|^2 & - \text{verde} \end{aligned} \quad (2.121)$$

2.7.1.2 – A Decomposição de Krogager

2.7.1.2.1 – Descrição da decomposição de Krogager

Krogager propôs uma alternativa para fatorar a matriz de espalhamento como uma combinação das respostas de uma esfera, um biplano e uma espiral. Os últimos dois componentes apresentando um ângulo de orientação θ .

Considerando-se a matriz de espalhamento expressa em uma base linear ortogonal (h, v) , a decomposição de Krogager apresenta a seguinte formulação:

$$\begin{aligned} (S) &= e^{i\varphi} \left\{ e^{i\varphi_s} k_s (S)_s + k_d (S)_d + k_h (S)_h \right\} \\ &= e^{i\varphi} \left\{ e^{i\varphi_s} k_s \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} + k_d \begin{pmatrix} \cos 2\theta & \text{sen} 2\theta \\ \text{sen} 2\theta & -\cos 2\theta \end{pmatrix} + k_h e^{\pm i 2\theta} \begin{pmatrix} 1 & \pm i \\ \pm i & 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (2.122) \end{aligned}$$

Onde os subscritos “s”, “d” e “h” referem-se a esfera, biplano e espiral.

Ao comparar-se (2.122) com (2.116), observa-se que ambas as decomposições apresentam seis parâmetros independentes. Na decomposição de Pauli os coeficientes complexos α , β e γ , enquanto que na decomposição de Krogager os três ângulos φ , φ_s e θ e os três coeficientes reais k_s , k_d e k_h .

A fase φ é chamada de fase absoluta e seu valor depende da distância entre o radar e o alvo estudado. Devido ao valor arbitrário que esta fase pode assumir, normalmente é considerado que a decomposição de Krogager apresenta cinco parâmetros independentes dados por $\{\varphi_s, \theta, k_s, k_d, k_h\}$ mais a fase absoluta dada por φ .

A fim de simplificar o cálculo dos parâmetros $\{\varphi_s, \theta, k_s, k_d, k_h\}$ mais a fase absoluta φ , Krogager apresentou uma reformulação de (2.122), considerando a matriz de espalhamento expressa em uma base com polarização circular (r, l) , conforme apresentado a seguir.

$$\begin{aligned}
(S_{r,l}) &= \begin{pmatrix} S_{rr} & S_{rl} \\ S_{rl} & S_{ll} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} |S_{rr}| e^{i\varphi_{rr}} & |S_{rl}| e^{i\varphi_{rl}} \\ |S_{rl}| e^{i\varphi_{rl}} & -|S_{ll}| e^{i(\varphi_{rr}+\pi)} \end{pmatrix} \\
&= e^{i\varphi} \left\{ e^{i\varphi_s} k_s \begin{pmatrix} 0 & i \\ i & 0 \end{pmatrix} + k_d \begin{pmatrix} e^{i2\theta} & 0 \\ 0 & -e^{-i2\theta} \end{pmatrix} + k_h \begin{pmatrix} e^{i2\theta} & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right\}
\end{aligned} \tag{2.123}$$

A partir de (2.123) pode ser facilmente observado que a resposta de uma esfera pode ser obtida a partir de $|S_{rl}|$.

$$k_s = |S_{rl}| \tag{2.124}$$

Os termos S_{rr} e S_{ll} representam diretamente o componente biplano da decomposição (2.123) mas duas análises devem ser consideradas quando se leva em consideração a diferença, em valores absolutos, entre S_{rr} e S_{ll} . Isto é necessário a fim de acomodar a diferença na energia espalhada nas polarizações circulares direita e esquerda. Quando S_{ll} representa o componente biplano, $|S_{rr}| > |S_{ll}|$. Consequentemente,

$$k_d^+ = |S_{ll}| \tag{2.125}$$

$$k_h^+ = |S_{rr}| - |S_{ll}| \tag{2.126}$$

e o componente espiral apresenta sentido de giro para a esquerda. Por outro lado, quando é o termo S_{rr} que representa o componente biplano, $|S_{ll}| > |S_{rr}|$.

$$k_d^- = |S_{rr}| \tag{2.127}$$

$$k_h^- = |S_{ll}| - |S_{rr}| \tag{2.128}$$

e o componente espiral apresenta sentido de giro para a direita. Finalmente, a partir de (2.123), os componentes de fase são:

$$\varphi = \frac{1}{2}(\varphi_{rr} + \varphi_{ll} + \pi) \tag{2.129}$$

$$\theta = \frac{1}{4}(\varphi_{rr} - \varphi_{ll} - \pi) \quad (2.130)$$

$$\varphi = \varphi_{rl} - \frac{1}{2}(\varphi_{rr} + \varphi_{ll} + \pi) \quad (2.131)$$

As relações a seguir visam relacionar as formulações da decomposição de Krogager apresentadas em (2.122) e (2.123).

$$S_{rr} = iS_{hv} + \frac{1}{2}(S_{hh} - S_{vv}) \quad (2.132)$$

$$S_{ll} = iS_{hv} - \frac{1}{2}(S_{hh} - S_{vv}) \quad (2.133)$$

$$S_{rl} = \frac{i}{2}(S_{hh} + S_{vv}) \quad (2.134)$$

2.7.1.2.2 – Interpretação da decomposição de Krogager

A interpretação da decomposição de Krogager deve ser feita de acordo com os coeficientes $\{\varphi_s, \theta, k_s, k_d, k_h\}$ mais a fase absoluta φ .

A fase absoluta φ pode conter informação sobre o espalhador (alvo) em estudo. Contudo, uma vez que seu valor também depende da distância entre o radar e o alvo, é considerado como um parâmetro irrelevante.

Os parâmetros φ_s e k_s caracterizam os componentes da esfera da decomposição de Krogager. Por um lado, a fase φ_s representa o deslocamento da esfera em relação aos componentes do biplano e da espiral. Por outro lado, o parâmetro real k_s representa a contribuição do componente esfera para a matriz de espalhamento final (S). Assim sendo,

$|k_s|^2$ é interpretado como a energia espalhada por um componente do tipo esfera da matriz (S).

A parâmetro fase θ significa o ângulo de orientação dos componentes biplano e espiral da decomposição de Krogager.

Por fim, os coeficientes k_d e k_h correspondem aos “pesos” dos componentes biplano e espiral. Portanto, $|k_d|^2$ e $|k_h|^2$ são interpretados como a energia espalhada por componentes dos tipos biplano e espiral da decomposição de Krogager.

O método de classificação das feições de uma imagem utilizando a decomposição de Krogager pode ser resumida como se segue:

	LL	RR	RL
Esfera	Não	Não	Sim
Biplano	Sim	Sim	Não
Espiral para a direita	Sim	Não	Não
Espiral para a esquerda	Não	Sim	Não

2.7.1.2.3 – Representação da informação polarimétrica por meio da decomposição de Krogager

A informação fornecida pela decomposição de Krogager também pode ser empregada para a formação de uma imagem RGB. Neste caso, as fases são descartadas e somente os coeficientes $\{k_s, k_d, k_h\}$ são considerados e normalmente codificados da seguinte forma:

$$|k_s|^2 \rightarrow \text{vermelho} \quad (2.135)$$

$$|k_d|^2 \rightarrow \text{azul} \quad (2.136)$$

$$|k_h|^2 \rightarrow \text{verde} \quad (2.137)$$

2.7.1.3 – Descrição da Decomposição de Cameron

A decomposição de Cameron realiza uma fatoração da matriz de espalhamento medida tomando por base duas propriedades dos alvos radar: reciprocidade e simetria.

Um alvo radar é considerado recíproco quando os termos da diagonal da matriz de espalhamento são iguais, ou seja, o teorema da reciprocidade se aplica. Para uma matriz medida em uma base linear ortogonal (h, v) tem-se:

$$S_{hv} = S_{vh} \quad (2.138)$$

Ao passo que em uma base circular,

$$S_{rl} = S_{lr} \quad (2.139)$$

Conforme visto em 2.5.4, a assunção da reciprocidade aplica-se no caso de sistemas SAR monostáticos, onde as antenas de transmissão e de recepção localizam-se na mesma posição. Assim sendo, todos os espalhadores podem ser considerados recíprocos quando imageados por um sistema SAR monostático.

O espalhamento é considerado simétrico quando o alvo tem um eixo de simetria no plano ortogonal à direção entre o radar e o alvo. A simetria de um espalhador também pode ser considerada no contexto da decomposição de Pauli (2.116). Portanto, um espalhador pode ser considerado simétrico se existir uma rotação que cancele a projeção da matriz (S) no componente $(S)_c$ da decomposição de Pauli.

Uma vez que imageadores SAR monostáticos só consideram espalhadores recíprocos, a seguir é apresentada a decomposição de Cameron aplicada a alvos recíprocos, ou seja, (S) é simétrica.

Dada uma matriz de espalhamento medida na base linear ortogonal (h, v) ,

$$(S) = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix}, \quad (2.140)$$

que na forma vetorial fica expresso da seguinte forma:

$$\vec{S} = \begin{bmatrix} S_{hh} \\ S_{hv} \\ S_{hv} \\ S_{vv} \end{bmatrix}, \quad (2.141)$$

Assim, a decomposição de Pauli apresentada em (2.116) pode ser formulada na forma vetorial como se segue:

$$\vec{S} = \alpha \vec{S}_a + \beta \vec{S}_b + \gamma \vec{S}_c \quad (2.142)$$

A decomposição de Cameron mostra que um alvo recíproco pode ser decomposto como a soma de dois componentes, como pode ser verificado a seguir:

$$\vec{S} = A \left[\cos \tau \vec{S}_{sim}^{\rightarrow \max} + \sin \tau \vec{S}_{sim}^{\rightarrow \min} \right] \quad (2.143)$$

Considerando o produto interno⁷ como $\langle \cdot, \cdot \rangle$ e a norma⁸ como $\| \cdot \|$, os parâmetros de (2.143) podem ser obtidos da seguinte forma:

$$A = \left\| \vec{S} \right\| \quad (2.144)$$

$$\vec{S}_{sim}^{\rightarrow \max} = \alpha \vec{S}_a + \varepsilon \vec{S}_b \quad (2.145)$$

A matriz $\vec{S}_{sim}^{\rightarrow \max}$ é chamada de componente simétrica máxima da matriz (S) e é obtida da seguinte forma:

$$\varepsilon = \beta \cos \theta + \gamma \sin \theta, \text{ e} \quad (2.146)$$

$$\tan(2\theta) = \frac{\beta \gamma^* + \beta^* \gamma}{|\beta|^2 - |\gamma|^2} \quad (2.147)$$

A matriz $\vec{S}_{sim}^{\rightarrow \min}$ é chamada de componente simétrica mínima de \vec{S} . Finalmente, o fator $\cos \tau$ é o grau de simetria de \vec{S} e mede o quanto \vec{S} se desvia de $\vec{S}_{sim}^{\rightarrow \min}$ e é obtido da seguinte forma:

$$\cos \tau = \frac{\left\| \left(\vec{S}, \vec{S}_{sim}^{\rightarrow \min} \right) \right\|}{\left\| \vec{S} \right\| \left\| \vec{S}_{sim}^{\rightarrow \min} \right\|} \quad (2.148)$$

⁷ **produto interno** é uma função de dois vetores que satisfaz determinados axiomas. Em um espaço vetorial com produto interno, é possível definir os conceitos de ortogonalidade, norma, distância e ângulo entre vetores.

⁸ **norma** consiste em uma função que a cada vetor de um espaço vetorial associa um número real não-negativo.

2.7.1.4 – Representação dos espalhadores simétricos

Um espalhador simétrico arbitrário (S) pode ser decomposto de acordo com (2. 149).

$$\vec{S}_{sim} = ae^{i\rho} [R(\psi)] \hat{\Lambda}(z) \quad a \in \mathbb{R}^+ \quad \rho, \psi \in (-\pi, \pi) , \quad (2.149)$$

onde a indica a amplitude da matriz de espalhamento, ρ corresponde à fase e ψ é o ângulo de orientação do espalhador. A matriz $[R(\psi)]$ denota o operador rotacional.

Finalmente, o vetor normalizado $\hat{\Lambda}(z)$ expresso na base de polarização linear é apresentado em (2. 150).

$$\hat{\Lambda}(z) = \frac{1}{\sqrt{1+|z|}} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ z \end{bmatrix} \quad z \in \mathbb{C}, |z| \leq 1 \quad (2.150)$$

Conseqüentemente, a quantidade complexa z em (2.150) pode ser empregada para caracterizar o espalhador simétrico. A lista seguinte apresenta os valores de z para alguns alvos canônicos.

<i>Triedro</i>	$\hat{S}_a = \hat{\Lambda}(1)$	
<i>Biplano</i>	$\hat{S}_b = \hat{\Lambda}(-1)$	
<i>Bipolo</i>	$\hat{S}_l = \hat{\Lambda}(0)$	
<i>Cilindro</i>	$\hat{S}_{cy} = \hat{\Lambda}\left(\frac{1}{2}\right)$	(2.151)
<i>Biplano estreito</i>	$\hat{S}_{nd} = \hat{\Lambda}\left(-\frac{1}{2}\right)$	
$\frac{1}{4}$ de onda	$\hat{S}_{\frac{1}{4}} = \hat{\Lambda}(i)$	

2.7.1.5 – Classificação baseada na decomposição de Cameron

Tomando por base a fatorização da matriz de espalhamento apresentada em (2.143) e a representação da componente simétrica máxima como a quantidade complexa z , Cameron

propôs um esquema de classificação para a componente simétrica máxima \vec{S}_{sim}^{\max} . Este esquema de classificação é baseado na comparação da quantidade complexa z com aquelas correspondentes às dos alvos citados em (2.151).

A fim de comparar o valor medido de z com as respostas dos alvos de referência, a seguinte métrica deve ser considerada:

$$d(z, z_{ref}) = \frac{|1 + z^* z_{ref}|}{\sqrt{1 + |z|^2} \sqrt{1 + |z_{ref}|^2}} \quad (2.152)$$

Finalmente, o valor medido z é classificado de acordo com a distância mais curta $d(z, z_{ref})$. A Figura 2.14 a seguir apresenta o esquema de classificação de Cameron, baseada na métrica apresentada em (2.152).

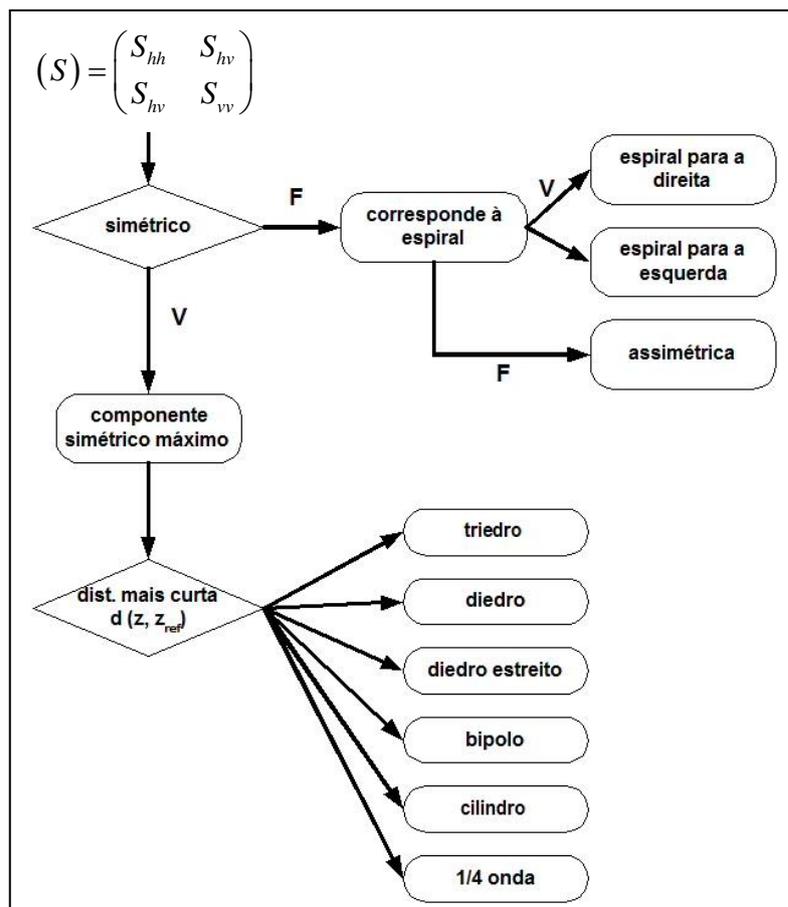


Figura 2.14 – Esquema de Classificação de Cameron.

FONTE: C.López-Martínez, *et al*, Tutorial on SAR Polarimetry, Jan 2005.

2.7.1.6 – Relevância das decomposições coerentes

Conforme descrito anteriormente, as decomposições coerentes somente podem ser empregadas na análise de alvos puros cuja resposta é completamente determinada pela medição da matriz de espalhamento (S). Conseqüentemente, quando trabalhando com imagens SAR, é necessário determinar se um pixel particular corresponde a um alvo puro ou pertence a um espalhador distribuído.

No segundo caso, a análise dos espalhadores distribuídos deve ser realizada por meio das decomposições chamadas incoerentes.

Uma forma qualitativa de diferenciar os espalhadores puros dos distribuídos é considerar sua natureza física. Em linhas gerais, uma abordagem seria considerar os alvos feitos pelo homem como puros, ao passo que os alvos naturais são considerados distribuídos (florestas, áreas plantadas, solos expostos e corpos d'água).

São considerados alvos feitos pelo homem todas as estruturas artificiais como prédios, linhas de energia, vias férreas e rodovias etc.

2.7.2 Decomposições Incoerentes

2.7.2.1 Propósito das decomposições incoerentes

Como explicado anteriormente, a matriz de espalhamento (S) só é capaz de caracterizar espalhadores coerentes ou puros, ou seja, esta matriz não pode ser empregada para caracterizar, do ponto de vista polarimétrico, os espalhadores distribuídos. Este tipo de alvo só pode ser caracterizado, estatisticamente, devido à presença do ruído *speckle*⁹. Uma vez que este ruído deve ser reduzido, somente representações polarimétricas de segunda ordem podem ser empregadas para analisar espalhadores distribuídos. Estes descritores de segunda ordem são as matrizes de covariância (C) e de coerência (R).

A complexidade do processo de espalhamento torna extremamente difícil o estudo físico de um dado espalhador por intermédio da análise direta de (C) ou (R). Assim sendo, o

⁹ O *speckle* é um efeito causado pela radiação coerente usada pelos sistemas de radar. Ele acontece porque cada célula de resolução associada com um alvo extenso contém vários centros espalhadores cujos retornos elementares, por interferência positiva ou negativa, originam pixels ora claros ora escuros na imagem.

objetivo das decomposições incoerentes é separar as matrizes (C) ou (R) como sendo a combinação de descritores de segunda ordem correspondendo a objetos mais simples, tornando mais fácil a interpretação física.

Tendo em vista que a separação destas matrizes pode ser realizada de formas diversas, diferentes decomposições podem ser apresentadas. Nesta Seção, serão detalhadas as decomposições de Freeman e de autos valores e autos vetores.

2.7.2.2 A decomposição de Freeman

2.7.2.2.1 Descrição da decomposição de Freeman

A decomposição de Freeman modela a matriz de covariância considerando a contribuição de três mecanismos de espalhamento:

- Espalhamento volumétrico – onde um espalhador do tipo dossel vegetal é modelado como um conjunto de bipolos orientados aleatoriamente;
- Espalhamento causado por reflexão dupla: modelado por um *corner reflector* do tipo diedro; e
- Espalhamento causado por reflexão simples: modelado por uma superfície espalhadora que atende à Lei de Bragg.

O espalhamento volumétrico de uma cobertura florestal é modelado considerando-se a contribuição de um conjunto de finos bipolos orientados aleatoriamente. A matriz de espalhamento de um elemento bipolar, expresso na base ortogonal (h,v) , quando horizontalmente orientado, tem a seguinte expressão:

$$(S) = \begin{pmatrix} R_h & 0 \\ 0 & R_v \end{pmatrix} \quad (2.153)$$

Para um bipolo fino a expressão acima reduz-se para:

$$(S) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (2.154)$$

Agora, se considerarmos um conjunto de bipolos aleatoriamente orientados, caracterizado pela matriz de espalhamento acima e orientado de acordo com uma distribuição uniforme de fase, a matriz de covariância de um conjunto de bipolos finos pode ser modelada por (2.155).

$$\langle (S_3) \rangle = f_v \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1/3 \\ 0 & 2/3 & 0 \\ 1/3 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad (2.155)$$

onde f_v corresponde à contribuição do espalhamento volumétrico para o componente $|S_{vv}|^2$. A matriz de covariância $\langle (C_3) \rangle_v$ apresenta um número de linhas ou colunas linearmente independentes igual a 3 (*rank* 3). Portanto, o espalhamento volumétrico não pode ser caracterizado por uma matriz de espalhamento simples de um alvo puro (feito pelo homem).

O segundo componente da decomposição de Freeman corresponde ao espalhamento causado por uma reflexão dupla. Neste caso, um refletor de canto é empregado para modelar o processo de espalhamento. Este biplano não é considerado metálico. Por esta razão, a superfície vertical tem coeficientes de reflexão R_{th} e R_{tv} para as polarizações horizontal e vertical, ao passo que a superfície horizontal apresenta os coeficientes R_{gh} e R_{gv} para estas mesmas polarizações. Adicionalmente, para as polarizações horizontal e vertical, dois componentes de fase são considerados, $e^{i2\gamma_h}$ e $e^{i2\gamma_v}$, respectivamente.

Os termos que representam a fase complexa, γ_h e γ_v consideram quaisquer efeitos de mudança ou atenuação de fase. Assim, a matriz de espalhamento do diedro generalizado é dada por:

$$(S) = \begin{pmatrix} e^{i2\gamma_h} R_{gh} R_{th} & 0 \\ 0 & e^{i2\gamma_v} R_{gv} R_{tv} \end{pmatrix}, \quad (2.156)$$

a qual dá origem à matriz de covariância do componente espalhador do tipo ‘reflexão dupla’. Após normalizada com respeito ao componente S_{vv} , esta matriz de covariância pode ser escrita como se segue:

$$(C_3)_d = f_d \begin{pmatrix} |\alpha|^2 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha^* & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.157)$$

onde,

$$\alpha = e^{i2(\gamma_h - \gamma_v)} \frac{R_{gh} R_{th}}{R_{gv} R_{tv}} \quad (2.158)$$

e f_d corresponde à contribuição do espalhamento do tipo reflexão dupla ao componente $|S_{vv}|^2$.

$$f_d = |R_{gv} R_{tv}|^2 \quad (2.159)$$

Como pode ser observado, a matriz de covariância $(C_3)_d$ tem *rank* 1, e pode ser representada pela matriz de espalhamento dada por (2.156).

O terceiro componente da decomposição de Freeman consiste de uma superfície espalhadora que atende à lei de Bragg, modelando a superfície de espalhamento. O mecanismo de espalhamento é representado pela seguinte matriz de espalhamento:

$$(S) = \begin{pmatrix} R_h & 0 \\ 0 & R_v \end{pmatrix} \quad (2.160)$$

Conseqüentemente, a matriz de covariância correspondente a este componente de espalhamento é dada por:

$$(C_3)_s = f_s \begin{pmatrix} |\beta|^2 & 0 & \alpha \\ 0 & 0 & 0 \\ \alpha^* & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2.161)$$

onde, f_s corresponde à contribuição do espalhamento do tipo superficial ao componente $|S_{vv}|^2$.

$$f_s = |R_v|^2 \quad (2.162)$$

e,

$$\beta = \frac{R_h}{R_v} \quad (2.163)$$

Assim como para o caso do mecanismo de espalhamento do tipo reflexão dupla, uma vez que a matriz $(C_3)_s$ apresenta *rank* 1, é completamente representada pelo mecanismo de espalhamento apresentado em (2.160). Portanto, a decomposição de Freeman expressa a matriz de covariância (C_3) conforme se segue:

$$(C_3) = \langle (C_3) \rangle_v + (C_3)_d + (C_3)_s \quad (2.164)$$

2.7.2.2.2 Interpretação da decomposição de Freeman

O termo f_v em (2.155) corresponde à contribuição do espalhamento volumétrico da matriz de covariância final $\langle (C_3) \rangle$. Portanto, a energia espalhada por este componente pode ser escrita como se segue:

$$P_v = \frac{8f_v}{3} \quad (2.165)$$

A partir de (2.157), pode ser concluído que a energia espalhada pelo componente que representa a reflexão dupla em (C_3) tem a seguinte expressão:

$$P_d = f_d (1 + |\alpha|^2) \quad (2.166)$$

Finalmente, a energia espalhada pelo componente do tipo superfície fica representada por:

$$P_s = f_s (1 + |\beta|^2) \quad (2.167)$$

Consequentemente, as energias espalhadas, representadas por P_v , P_d e P_s podem ser utilizadas na composição de uma imagem RGB.

A partir de (2.165), (2.166) 2 (2.167) observa-se que a decomposição de Freeman mantém a energia total espalhada (*span*).

$$SPAN = |S_{hh}|^2 + |S_{vv}|^2 + 2|S_{hv}|^2 = P_v + P_d + P_s \quad (2.168)$$

A decomposição de Freeman apresentada em (2.164) inclui cinco parâmetros $\{f_v, f_d, f_s, \alpha, \beta\}$ e somente quatro equações. Assim sendo, algumas hipóteses devem ser consideradas a fim de se obter os valores de $\{f_v, f_d, f_s, \alpha, \beta\}$. A Figura 2.15 apresenta o esquema empregado a fim de inverter a decomposição de Freeman.

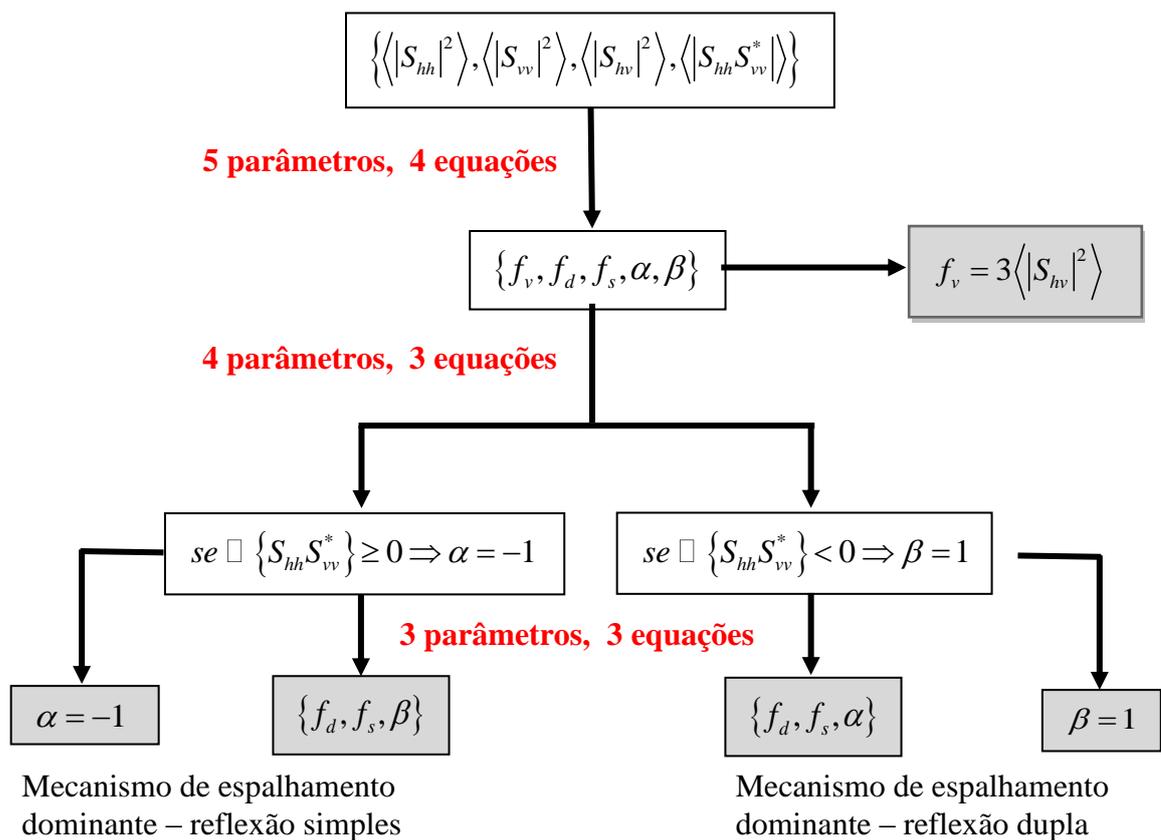


Figura 2.15 – Inversão dos parâmetros da decomposição de Freeman.

FONTE: C.López-Martínez, L.Ferro-Famil, E.Pottier, Tutorial on SAR Polarimetry, Jan 2005.

2.7.2.3 Decomposição baseada em Autovalores e Autovetores

2.7.2.3.1 Descrição da decomposição baseada em Autovalores e Autovetores

A decomposição baseada nos autovalores e autovetores toma por base a obtenção destes parâmetros a partir da decomposição da matriz de coerência $\langle\langle R \rangle\rangle$. De acordo com o teorema da auto decomposição, a matriz hermitiana 3×3 $\langle\langle R \rangle\rangle$ pode ser decomposta como se segue:

$$\langle\langle R \rangle\rangle = (U)(\Sigma)(U)^{-1} \quad (2.169)$$

A diagonal da matriz 3×3 , real, (Σ) contém os autovalores de $\langle\langle R \rangle\rangle$.

$$(\Sigma) = \begin{pmatrix} \lambda_1 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_2 & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_3 \end{pmatrix} \quad (2.170)$$

onde, $\infty > \lambda_1 > \lambda_2 > \lambda_3 > 0$.

A matriz unitária 3×3 (U) contém os autovetores \underline{u}_i para $i = 1, 2, 3$ de $\langle\langle R \rangle\rangle$.

$$(U) = (\underline{u}_1 \quad \underline{u}_2 \quad \underline{u}_3) \quad (2.171)$$

Os autovetores \underline{u}_i para $i = 1, 2, 3$ de $\langle\langle R \rangle\rangle$ podem ser formulados da seguinte forma:

$$\underline{u}_i = \left[\cos \alpha_i \quad \text{sen} \alpha_i \cos \beta_i e^{i\delta_i} \quad \text{sen} \alpha_i \cos \beta_i e^{i\gamma_i} \right]^T \quad (2.172)$$

Considerando as expressões (2.173) e (2.174), a auto decomposição de $\langle\langle R \rangle\rangle$, ou seja, (2.172) pode ser escrita como se segue:

$$\langle\langle R \rangle\rangle = \sum_{i=1}^3 \lambda_i \underline{u}_i \underline{u}_i^{*T} \quad (2.173)$$

onde o símbolo *T significa o complexo conjugado. Como se verifica em (2.173), que a matriz $\langle\langle R \rangle\rangle$ tem rank 3 e pode ser decomposta como a combinação de três matrizes de coerência de rank 1, formadas da seguinte maneira:

$$(R)_i = \underline{u}_i \underline{u}_i^{*T} \quad (2.174)$$

Esta matriz pode, então, ser relacionada aos mecanismos de espalhamento dados por (2.172).

Os autovalores em (2.170) e os autovetores em (2.171) são considerados como os parâmetros primários da auto decomposição de $\langle\langle R \rangle\rangle$. A fim de simplificar a análise da informação física fornecida por esta auto decomposição, três parâmetros secundários são definidos como função dos autovalores e autovetores de $\langle\langle R \rangle\rangle$:

- Entropia

$$H = \sum_{i=1}^3 -P_i \cdot \log_3(P_i) \quad \text{onde} \quad P_i = \frac{\lambda_i}{\sum_{k=1}^3 \lambda_k} \quad (2.175)$$

onde p_i , também chamado de probabilidade do autovalor λ_i , representa a importância relativa deste autovalor com relação à energia total espalhada, visto que

$$SPAN = |S_{hh}|^2 + |S_{vv}|^2 + 2|S_{hv}|^2 = \sum_{k=1}^3 \lambda_k \quad (2.176)$$

- Anisotropia

$$A = \frac{\lambda_2 - \lambda_3}{\lambda_2 + \lambda_3} \quad (2.177)$$

- Ângulo Alfa

$$\bar{\alpha} = \sum_{i=1}^3 p_i \alpha_i \quad (2.178)$$

A autodecomposição da matriz de coerência também é conhecida como decomposição $H / A / \bar{\alpha}$.

2.7.2.3.2 Interpretação da decomposição baseada em Autovalores e Autovetores

A interpretação da informação fornecida pela auto decomposição da matriz de coerência deve ser realizada em termos dos autovalores e autovetores da decomposição ou em termos de $H / A / \bar{\alpha}$. Contudo, ambas as interpretações tem que ser consideradas como complementares.

A interpretação dos mecanismos de espalhamento dada pelos autovetores da decomposição, $\underline{\alpha}$, ou seja, (2.172) é realizada por intermédio do mecanismo médio de espalhamento dominante o qual pode ser definido como se segue.

$$\underline{u}_0 = \sqrt{\underline{\lambda}} \left[\cos \underline{\alpha} \quad \text{sen} \underline{\alpha} \cos \underline{\beta} e^{i \underline{\delta}} \quad \text{sen} \underline{\alpha} \cos \underline{\beta} e^{i \underline{\gamma}} \right]^T, \quad (2.179)$$

onde os ângulos médios restantes são definidos da mesma forma que $\underline{\alpha}$.

$$\underline{\beta} = \sum_{i=1}^3 p_i \beta_i \quad \underline{\delta} = \sum_{i=1}^3 p_i \delta_i \quad \underline{\gamma} = \sum_{i=1}^3 p_i \gamma_i \quad . \quad (2.180)$$

A amplitude média do mecanismo dominante é obtido por

$$\underline{\lambda} = \sum_{i=1}^3 p_i \lambda_i \quad . \quad (2.181)$$

O estudo do mecanismo de espalhamento dominante dado por (2.179) é realizado pela interpretação do ângulo alfa, uma vez que seus valores podem facilmente ser relacionados com o aspecto físico relacionado ao processo de espalhamento. A seguir são apresentados como os valores do ângulo alfa são interpretados.

- $\bar{\alpha} \rightarrow 0$: Espalhamento causado por uma reflexão simples.
- $\bar{\alpha} \rightarrow \pi/4$: Espalhamento volumétrico.
- $\bar{\alpha} \rightarrow \pi/2$: Espalhamento causado por uma reflexão dupla.

A segunda parte na interpretação da auto decomposição é realizada por intermédio do estudo dos autovalores da decomposição. Um determinado autovalor corresponde à energia espalhada associada ao autovetor correspondente. Consequentemente, o valor do autovalor fornece a importância do autovetor correspondente ou do mecanismo de espalhamento. O conjunto dos mecanismos de espalhamento é estudado por meio da entropia H e da anisotropia A .

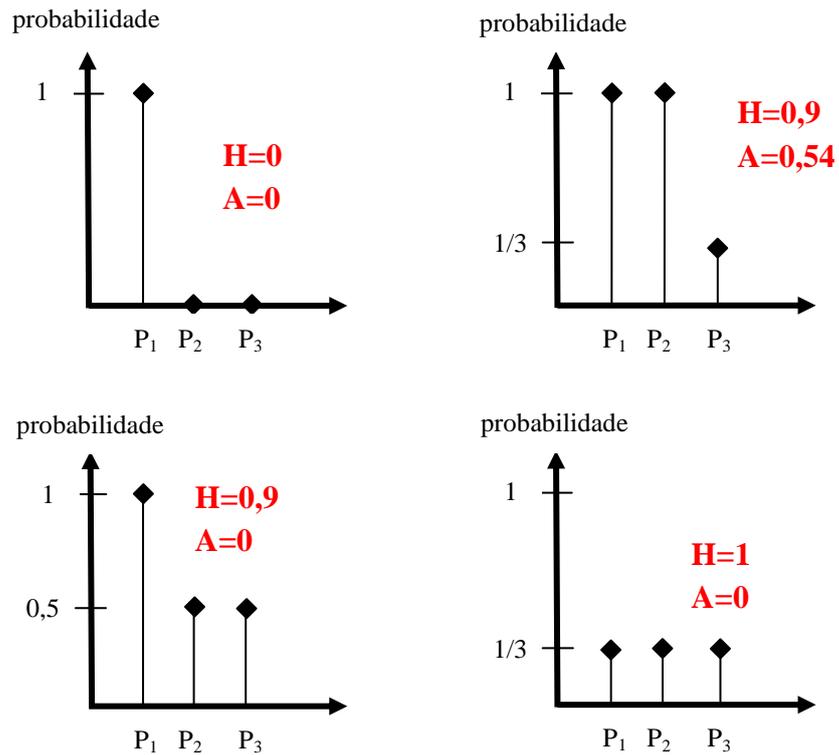


Figura 2.16 – Valores de entropia (H) e anisotropia (A).para quatro diferentes configurações de autovalores.

FONTE: C.López-Martínez, *et al*, Tutorial on SAR Polarimetry, Jan 2005.

A entropia H determina o grau de aleatoriedade do processo de espalhamento, o qual pode ser interpretado como o grau de desordem estatística. Desta forma,

- $H \rightarrow 0$:

$$\lambda_1 = SPAN \quad \lambda_2 = 0 \quad \lambda_3 = 0 \quad (2.182)$$

Consequentemente, a matriz de espalhamento $\langle\langle R \rangle\rangle$ tem *rank* 1 e o processo de espalhamento corresponde a um alvo puro.

- $H \rightarrow 1$:

$$\lambda_1 = SPAN/3 \quad \lambda_2 = SPAN/3 \quad \lambda_3 = SPAN/3 \quad (2.183)$$

Nesta situação, a matriz de espalhamento $\langle\langle R \rangle\rangle$ apresenta rank 3, ou seja, o processo de espalhamento é devido à combinação de três alvos puros; em consequência, $\langle\langle R \rangle\rangle$ corresponde a resposta de um alvo distribuído.

- $0 < H < 1$:

Neste caso, o mecanismo de espalhamento final dado por $\langle\langle R \rangle\rangle$ resulta da combinação de três alvos puros dados por \underline{u}_i para $i=1,2,3$, mas ponderado pelo autovalor correspondente.

A Figura 2.16 apresenta quatro configurações diferentes para os autovalores e seus correspondentes valores de entropia.

A Anisotropia A dada por (2.177) é um parâmetro complementar à entropia. Mede a importância relativa do segundo e terceiro autovalores da auto decomposição. Do ponto de vista prático, a Anisotropia pode ser empregada como uma fonte de discriminação somente quando $H > 0.7$.

A razão é que para entropias mais baixas, o segundo e terceiro autovalores são altamente afetados pelo ruído. Consequentemente, a Anisotropia também é bastante ruidosa.

Na Figura 2.16 pode ser claramente observado a forma pela qual a Anisotropia é utilizada para discriminar duas configurações diferentes as quais apresentam o mesmo valor de entropia.

A Figura 2.17 apresenta uma representação gráfica da decomposição de Cloude, ou seja, a aplicação do método $H / A / \bar{\alpha}$, mostrando a entropia no eixo horizontal e o ângulo alfa no eixo vertical.

A linha vermelha mostra os limites da região admissível de ser segmentada. A figura é dividida (por linhas azuis) em nove regiões, correspondentes à baixa, média e alta entropia (da esquerda para a direita) e espalhamento múltiplo, volumétrico e superficial (de cima para baixo).

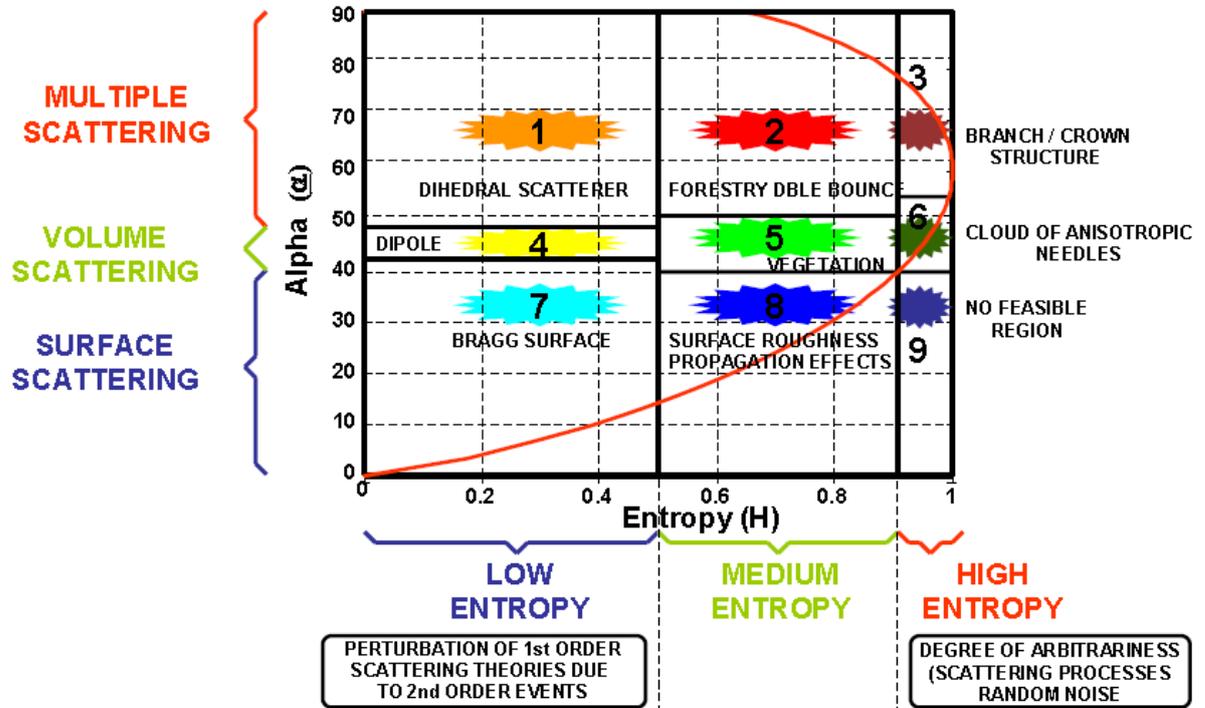


Figura 2.17 – Segmentação do espaço $H / \bar{\alpha}$.

FONTE: PolSARpro v3.0 – *basic concepts*.

CAPÍTULO 3

MATERIAIS E MÉTODOS

Neste capítulo são descritos os procedimentos metodológicos, bem como os materiais que foram empregados na análise do sinal SAR retroespalhado, geração do banco de dados de respostas polarimétricas e obtenção de produtos polarimétricos.

3.1 – Materiais

Tendo em vista que o desenvolvimento de todos os programas necessários à obtenção das respostas polarimétricas, sua inclusão em um banco de respostas, dentre outras etapas intermediárias, tem por objetivo possibilitar a inclusão destas ferramentas computacionais no programa de síntese de imagens SAR (PROSAR-BR), brevemente citado no APÊNDICE D, Seção D.8, a seguir é apresentado um maior detalhamento do referido programa.

3.1.1 – Visão Geral do Sistema PROSAR-BR

O PROSAR-BR é um sistema destinado basicamente a ampliar a capacidade de síntese de imagens SAR, por intermédio do processamento, catálogo e armazenamento de imagens SAR. O programa é composto por um conjunto de aplicativos independentes que se relacionam através de um banco de dados, os quais foram integrados à estrutura atual de processamento SAR.

A Tabela 3.1 apresenta cada um destes aplicativos e o seu propósito detalhado.

Tabela 3.1 – Aplicativos do programa PROSAR-BR.

SUBSISTEMA	PROPÓSITO
ACR	A sigla ACR é um acrônimo para "Aplicativo de Cliente Remoto". Como o nome sugere este aplicativo permite que um usuário, numa rede remota ou local, tenha acesso restrito e controlado, aos dados armazenados no Banco de Dados do PROSAR-BR, permitindo a visualização de imagens já processadas pelo PRODIS e seu <i>download</i> interativo, bem como a colocação de pedidos especiais de processamento, coleta e gravação de dados em mídias removíveis.
ADS	A sigla ADS é um acrônimo para "Administração do Sistema". Como o nome sugere, este aplicativo congrega todas as funcionalidades necessárias para administração do PROSAR-BR, desde a criação de usuários, suas senhas e direitos de acesso, passando pela criação de mídias de armazenamento e pelo gerenciamento de <i>Datasets</i> , Imagens e Blocos armazenados no Banco de Dados, até a definição de mensagens de erro e parâmetros padrão para o processamento.
AGT	A sigla AGT é um acrônimo para "Agente de Processamento". Este aplicativo não possui interface gráfica, sendo o programa executado como serviço em uma máquina Windows 2000. Suas funcionalidades são controladas pelo PRODIS que o utiliza, juntamente com o SPSAR, para sintetizar pequenas porções de imagens SAR a partir de seus dados brutos.
CATCON-CPL	A sigla CATCON-CPL é uma acrônimo para "Catálogo e Controle - Control Panel". Este aplicativo permite a configuração do acesso aos serviços de um servidor PROSAR-BR via protocolo HTTP, utilizando o servidor IIS nativo do Windows 2000 Server.
CTA_TAPE_MONITOR	Este aplicativo é executado como um serviço comum, residente na máquina local, para o controle de acesso a um Tape Drive instalado numa máquina local. Todo o acesso à escrita e leitura em fitas feito

	pelos aplicativos do PROSAR-BR são efetuados por intermédio deste aplicativo, o que garante que aplicativos concorrentes não irão corromper ou obter dados inválidos de uma unidade de fitas.
DATA BROWSER	Este aplicativo reúne todas as funcionalidades necessárias para que um usuário remoto, mesmo que desconectado de um sistema PROSAR-BR, possa visualizar e exportar dados brutos e processados contidos em um produto PROSAR-BR gerado pelo PRD.
GDD	A sigla GDD é um acrônimo para "Gerenciamento de Dados". Como o nome sugere, este aplicativo reúne todas as funcionalidades necessárias para a importação e exportação de dados brutos no Sistema PROSAR-BR, sua gravação e cópia em outras mídias, <i>on-line</i> ou <i>off-line</i> , bem como o <i>Back-Up</i> e o <i>Restore</i> de dados brutos e processados, locais ou de outras instalações do PROSAR-BR em fitas.
OAR	A sigla OAR é um acrônimo para "Operações Aéreas". Como o nome sugere, este aplicativo permite o controle da alocação de pedidos de coleta de dados, inseridos pelo ACR, a missões aéreas programadas, otimizando o uso dos recursos aéreos disponíveis e permitido aos solicitantes o acompanhamento de seus pedidos.
PRD	A sigla PRD é um acrônimo para "Produção de Dados". Como o nome indica, este aplicativo provê todas as funcionalidades para o gerenciamento, geração e gravação, em discos óticos ou fitas, de dados brutos ou processados, solicitados por um usuário remoto utilizando o ACR.
PRODIS	A sigla PRODIS é um acrônimo para "Processador Distribuído". Como o nome sugere, este aplicativo controla a matriz de computadores responsável pelo processamento distribuído de dados brutos, coletados pelo sensor SAR da aeronave R-99B, de maneira a sintetizar as imagens. O processamento propriamente dito é executado pelo módulo SPSAR, instalado em cada máquina da

	matriz de processamento, a comando do serviço AGT remoto.
PS_DWN_MONITOR	Este aplicativo é executado como um serviço comum residente na máquina local, capaz de controlar o <i>download</i> de dados, brutos e processados, de um servidor PROSAR-BR. Todo o acesso para download de um servidor PROSAR-BR é efetuado por este aplicativo que garante a integridade dos dados recebidos mesmo no caso de interrupção momentânea nas comunicações.

3.2 – Área para testes do programa

A área de estudo foi escolhida na região de Brasília – DF, em função da facilidade de acesso à área de estudo. Esta área compreende uma região delimitada pelas seguintes coordenadas:

- Canto superior esquerdo: 15° 33' 38.20" S / 48° 02' 06.62" W;
- Canto inferior direito: 15° 54' 07.42" S / 47° 47' 11.93" W.

A imagem foi adquirida em 27 de outubro de 2005 no modo "A.4 Quad L {Lv, Lh, Lhh, Lhv}" do sensor SAR do R99.

A Figura 3.1 ilustra a localização da área que foi utilizada para os testes do programa. Nesta área localiza-se o parque nacional de Brasília.

O Parque Nacional de Brasília, em pleno Planalto Central - e no domínio do Cerrado - engloba as bacias dos rios Torto e Bananal que, através da barragem de Santa Maria, ajudam a abastecer de água potável a Capital Federal.

Em sua área ocorrem afloramentos de quartzitos, de coloração variada, e o relevo é mais ou menos suave, com altitudes entre 1.070 e 1.200 metros. A unidade de solo mais representativa é o latossolo de cor avermelhada, ocorrendo também solos aluviais nos brejos e buritizais, além de solos hidromórficos ao longo dos rios e depressões.

A vegetação do Parque obedece a três tipologias: campo, cerrado propriamente dito e mata ciliar. Nos campos há a predominância de gramíneas e ausência de estrato superior. Mesclam-se aí os gêneros *Aristida*, *Tristachya* e *Melinis*, entre outros.

No Cerrado propriamente dito predominam árvores e arbustos de porte reduzido, como o pequi (*Caryocar brasiliense*), jacarandá-do-mato (*Machaerium opacum*) e pau-santo (*Kilmeyera coriacea*). E, ao longo dos rios e riachos, onde as condições de solo e umidade

3.3 – Metodologia

A Figura 3.2 apresenta o fluxograma resumido das atividades que foram desenvolvidas durante este estudo a fim de atingir os objetivos propostos.

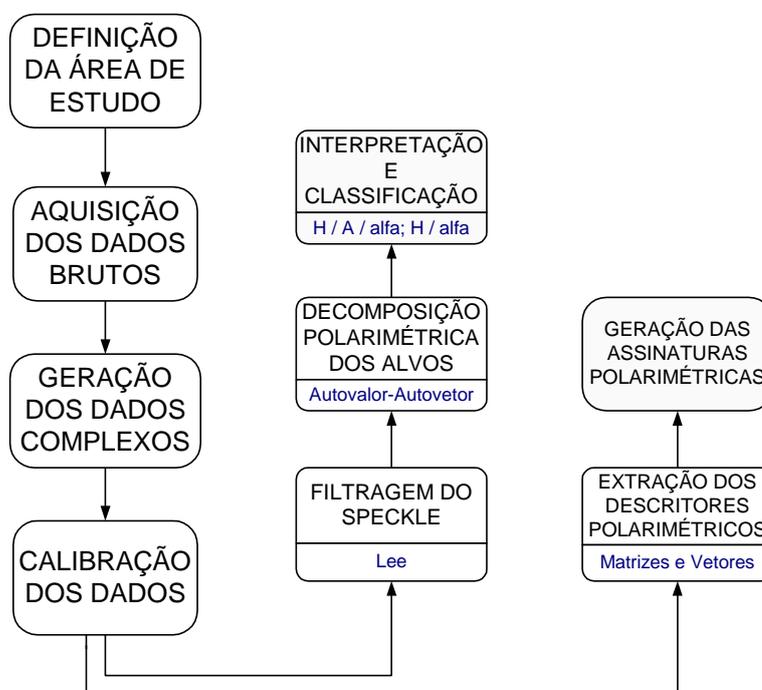


Figura 3.2 – Fluxograma das atividades desenvolvidas.

Após a definição da área e realização do vôo para a aquisição dos dados brutos, o trabalho consistiu no desenvolvimento de um programa em IDL que permitisse a obtenção dos dados complexos, a partir do processamento dos dados brutos obtidos com 3 metros de resolução, para as quatro polarizações disponíveis no sistema SAR utilizado.

O programa em IDL elaborado para este trabalho foi adaptado a partir dos códigos-fonte desenvolvidos para o programa PROSAR-BR. Em Veiga, R.Q., 2004 pode ser verificado a metodologia utilizada na implantação do Algoritmo Range Doppler – RDA, compensação dos desvios de trajetória e o princípio da fase estacionária utilizados no PROSAR-BR e, conseqüentemente, no SPSAR. Desta forma, foi possível obter, além dos dados complexos, imagens em amplitude com a resolução máxima permitida pelo sistema.

A Figura 3.3 apresenta uma visualização da interface do programa em IDL desenvolvido para a obtenção dos dados complexos e em amplitude do sensor SAR. Esta interface foi

incorporada ao programa desenvolvido no escopo deste estudo, chamado “SARPOL”, para a obtenção das respostas polarimétricas, dentre outros produtos.

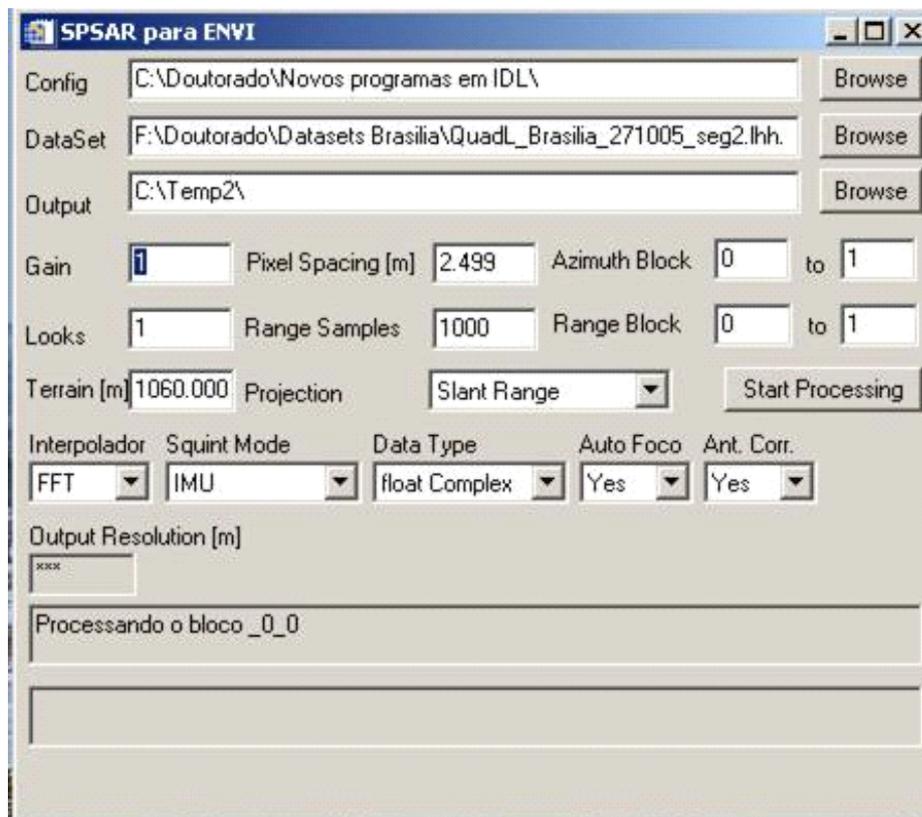


Figura 3.3 – Janela de interface do programa em IDL desenvolvido para a obtenção dos dados complexos do sensor SAR.

A Figura 3.4 apresenta as imagens real e imaginária, assim como a correspondente imagem em amplitude, da uma região de 1000 x 1000 pixels, selecionada da área de estudo deste trabalho.



Amplitude_do_slc_ps0.509x0.509_ganho0.1_SR_look1_16bits.jpg



real_ps0.509x0.509_ganho0.1_SR_look1_16bits.jpg



imaginaria_ps0.509x0.509_ganho0.1_SR_look1_16bits.jpg

Figura 3.4 – Imagens Real, Imaginária e em Amplitude (1000x1000).

A descrição do programa SARPOL é apresentada no item 3.4 a seguir.

3.4 – O Programa SARPOL

O SARPOL é um conjunto de rotinas que permite o processamento e a análise das imagens polarimétricas produzidas pelo SAR do R-99. As rotinas foram escritas em IDL para uso integrado com o programa comercial ENVI. Ao invés de desenvolver uma interface própria, o SARPOL utiliza a infra-estrutura do ENVI para manipulação de arquivos e imagens, facilitando o seu emprego por usuários acostumados com as interfaces deste programa.

3.4.1 – INSTALAÇÃO

O SARPOL é distribuído em um arquivo binário do IDL e deve ser copiado para a pasta [IDL]\products\envi45\save_add\.

[IDL] é o caminho para a pasta de instalação do ENVI ou IDL.

O nome do arquivo deve ser sarpol_fab.sav porque o ENVI utiliza esse nome para executar automaticamente a rotina de atualização do seu menu.

Um outro arquivo binário, utilizado para produzir imagens SAR do R-99, também deve ser copiado para a mesma pasta save_add, de modo que também seja possível realizar essa tarefa usando o menu do ENVI.

Para permitir a visualização da resposta polarimétrica a partir dos coeficientes de Keannaugh, é necessário alterar as preferências do ENVI para acrescentar o nome da rotina que executa essa tarefa. Abra a caixa de diálogo de preferências pelo menu:

FILE->Preferências, conforme a Figura 3.5, e acrescente SARPOL_MOVE no penúltimo campo.

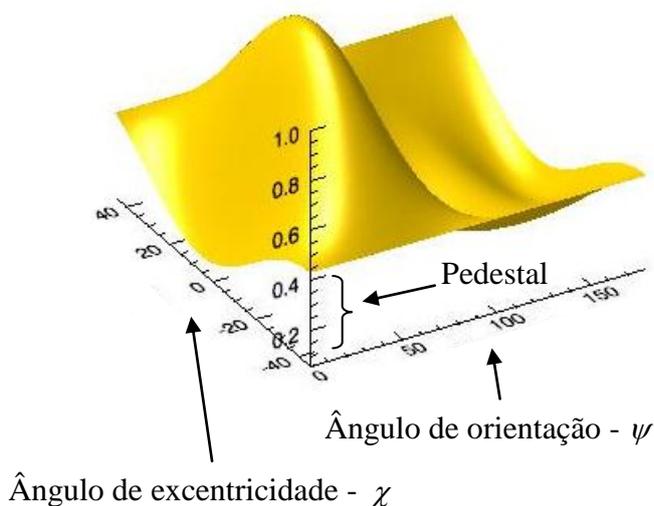
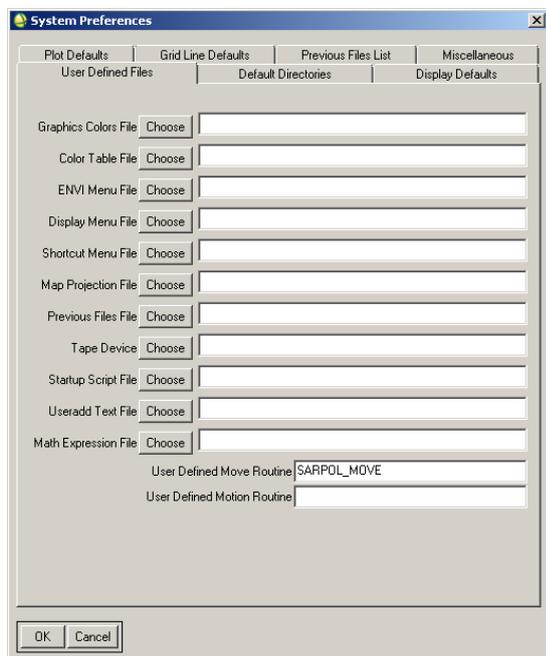


Figura 3.5 – Configuração das preferências do programa ENVI.

O gráfico da Figura 3.5 é uma representação da energia espalhada por um espalhador específico em função da polarização das ondas incidente e espalhada.

As polarizações são descritas por quatro variáveis independentes, excentricidade e orientação da onda incidente e excentricidade e orientação da onda retroespalhada. No entanto, usar estas quatro variáveis resultaria em uma resposta que seria muito complicada para desenhar ou interpretar. Portanto, para simplificar, apenas duas variáveis são usados no momento de retratar as assinaturas polarimétricas – os ângulos de excentricidade e orientação da onda incidente. Isto dá origem a duas assinaturas – co-polarizadas e de cross-polarizadas. No caso das assinaturas co-polarizadas, a polarização da onda espalhada é a mesma da onda incidente, enquanto no caso cross-polarizado, a polarização da onda espalhada é ortogonal à polarização da onda incidente.

O ângulo de orientação varia de 0° a 180° e o de excentricidade varia entre -45° a $+45^\circ$, conforme pode ser observado na Figura 2.3.

Deve-se observar que uma onda retroespalhada pode ter muitas polarizações diferentes, para uma polarização de transmissão específica. No entanto, a antena de recepção está configurada para receber apenas um componente de polarização da onda retroespalhada, por exemplo, linear horizontal. Isso não significa que o componente ortogonal da onda retroespalhada (isto é, linear vertical) não existe – apenas não é medida pela antena neste momento. Por esta razão, ambas as assinaturas co-polarizadas e cross-polarizadas devem ser desenhadas para descrever as propriedades polarimétricas de um espalhador.

Assinaturas polarimétricas de diferentes classes de terreno podem ser usadas para identificar os espalhadores, embora as assinaturas polarimétricas não sejam exclusivas - dois tipos de espalhadores podem ter a mesma assinatura polarimétrica.

O pedestal citado na Figura 3.5 representa a quantidade de energia despolarizada. Em uma assinatura polarimétrica, há polarizações (no processo de transmissão e recepção) para as quais um valor mínimo da energia espalhada ocorre. Este mínimo é chamado de altura do pedestal e representa a quantidade de energia despolarizada no retroespalhamento.

No exemplo da Figura 3.5, a assinatura tem um pico único centrado no valor de excentricidade = 0° e de orientação = 90° logo, a energia recebida apresenta um máximo quando as polarizações são lineares horizontais.

3.4.2 – “FERRAMENTAS” R-99

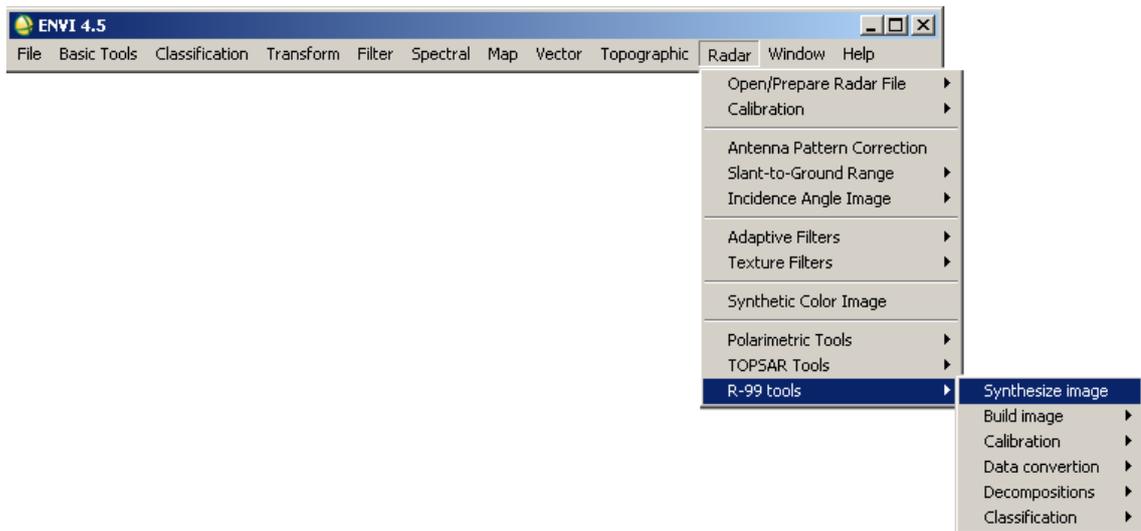


Figura 3.6 – Visualização dos comandos principais do programa SARPOL.

3.4.2.1 – SÍNTESE DE IMAGEM SAR

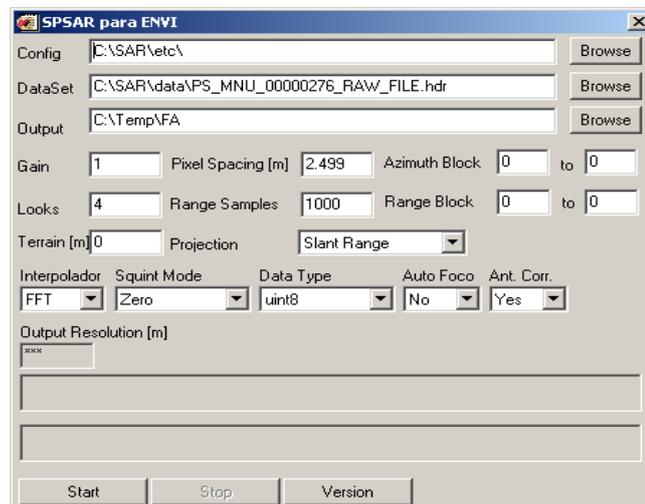


Figura 3.7 – Visualização da janela de configuração do programa SPSAR.

O SARPOL é acompanhado de uma ferramenta denominada SPSAR a qual foi desenvolvida a partir do PROSAR=BR, sendo voltado para a síntese de imagens do sensor SAR do R-99. Essa ferramenta pode ser acionada por intermédio do seguinte menu RADAR→R-99 tools→Synthesize image.

Pré-condição

Pelo menos um conjunto de dados brutos do R-99 deve estar disponível em um diretório local ou na rede local. Também é necessário que o arquivo de configuração do SAR esteja disponível para leitura e gravação na mesma pasta.

Parâmetros

Config: endereço da pasta que contém o arquivo de parâmetros de operação do radar do R-99.

DataSet: endereço do arquivo de cabeçalho do dado bruto produzido pelo R-99.

Output: endereço da pasta onde serão criadas as imagens e os arquivos associados.

Gain: valor do ganho de processamento aplicado à imagem final.

Pixel Spacing: determina a distância entre os pixels da imagem produzida.

Looks: determina o número de visadas utilizadas na síntese da imagem; o valor máximo é de 4, 8 ou 16 para os dados de alta, média e baixa resolução, respectivamente.

Terrain: determina a altitude do terreno utilizada no processamento da imagem.

Range Samples: determina o número de amostras úteis, por pulso do radar, que correspondem à imagem produzida; o número efetivo de amostras utilizadas é sempre maior por causa do processo de focalização.

Azimuth Block: número inicial e número final na direção do azimute dos blocos a serem processados.

Range Block: número inicial e número final na direção do alcance dos blocos a serem processados.

Interpolador: é possível escolher interpolação linear ou um interpolador espectral (FFT) baseado em transformada rápida de Fourier; o interpolador linear é mais rápido, porém introduz algumas distorções radiométricas na direção do azimute; o interpolador FFT é mais preciso, mas requer um tempo de processamento maior.

Resultado

Imagens complexas ou em amplitude, dependendo das configurações escolhidas para o processamento.

3.4.2.2 – CRIAÇÃO DE IMAGENS

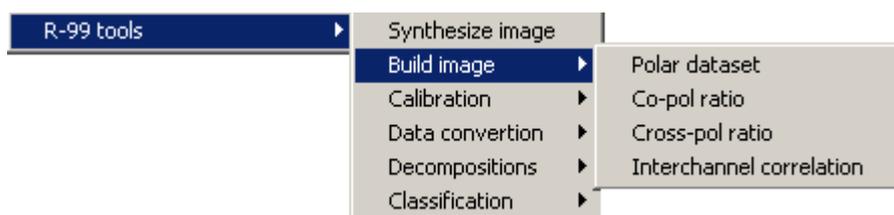


Figura 3.8 – Visualização das funções da subrotina de criação de imagens.

3.4.2.2.1 – Criação de um conjunto polarimétrico a partir de imagens complexas

O conjunto polarimétrico é composto por quatro imagens “*single look complex*” correspondendo às polarizações HH, VV, HV e VH. As imagens geradas pelos processadores do R-99 contém apenas uma dessas polarizações e as ferramentas do SARPOL requerem que todas as quatro estejam em um mesmo arquivo. Além disso, para que o SARPOL reconheça automaticamente esse conjunto polarimétrico, é necessário que o arquivo de dados esteja acompanhado de um arquivo de cabeçalho compatível com o ENVI e que contenha os parâmetros corretos.

Para tanto, o SARPOL inclui uma ferramenta para que o usuário selecione as imagens complexas e crie um novo arquivo polarimétrico com o seu cabeçalho. Essa ferramenta faz uma varredura automática na pasta selecionada pelo usuário, identificando e listando os arquivos gerados pelo SPSAR.

Pré-condição

Uma ou mais bandas do tipo complexo devem estar disponíveis no ENVI.

As bandas a serem utilizadas devem possuir as mesmas dimensões.

Execução

O conjunto polarimétrico pode ser criado a partir de qualquer conjunto de dados complexos bidimensionais. As restrições são:

- As dimensões de cada um dos quatro canais devem ser idênticas;
- O tipo de dados deve ser o mesmo para todos os quatro canais: Complexo de 32 bits ou complexo de 64 bits.

A ferramenta pode ser executada a partir do menu ilustrado abaixo.

Radar → R-99 tools → Build Image → Polar dataset

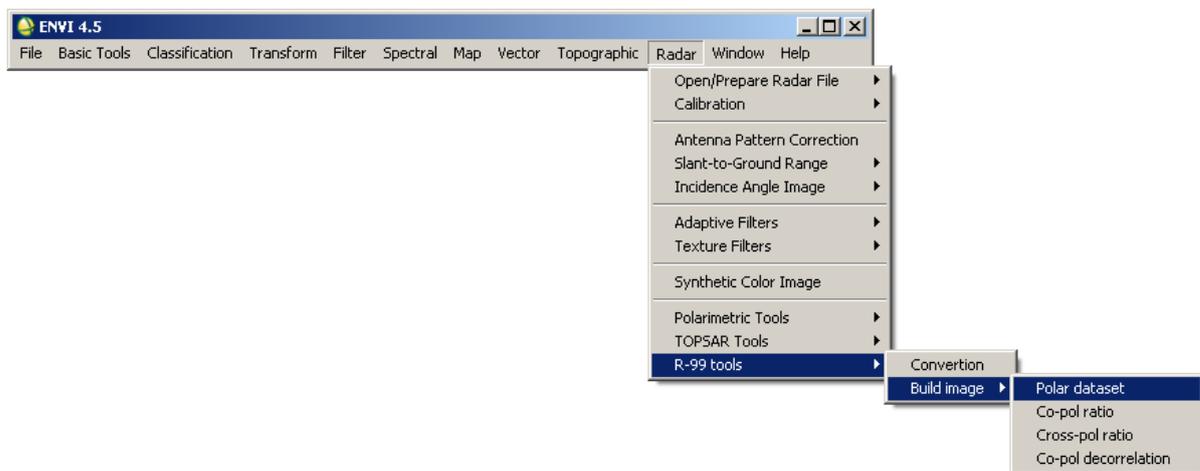


Figura 3.9 – Comando para criação do conjunto polarimétrico.

Após selecionar o menu, uma janela de seleção de banda é apresentada para o usuário. Somente as bandas do tipo complexo de 32 ou 64 bits são listadas.

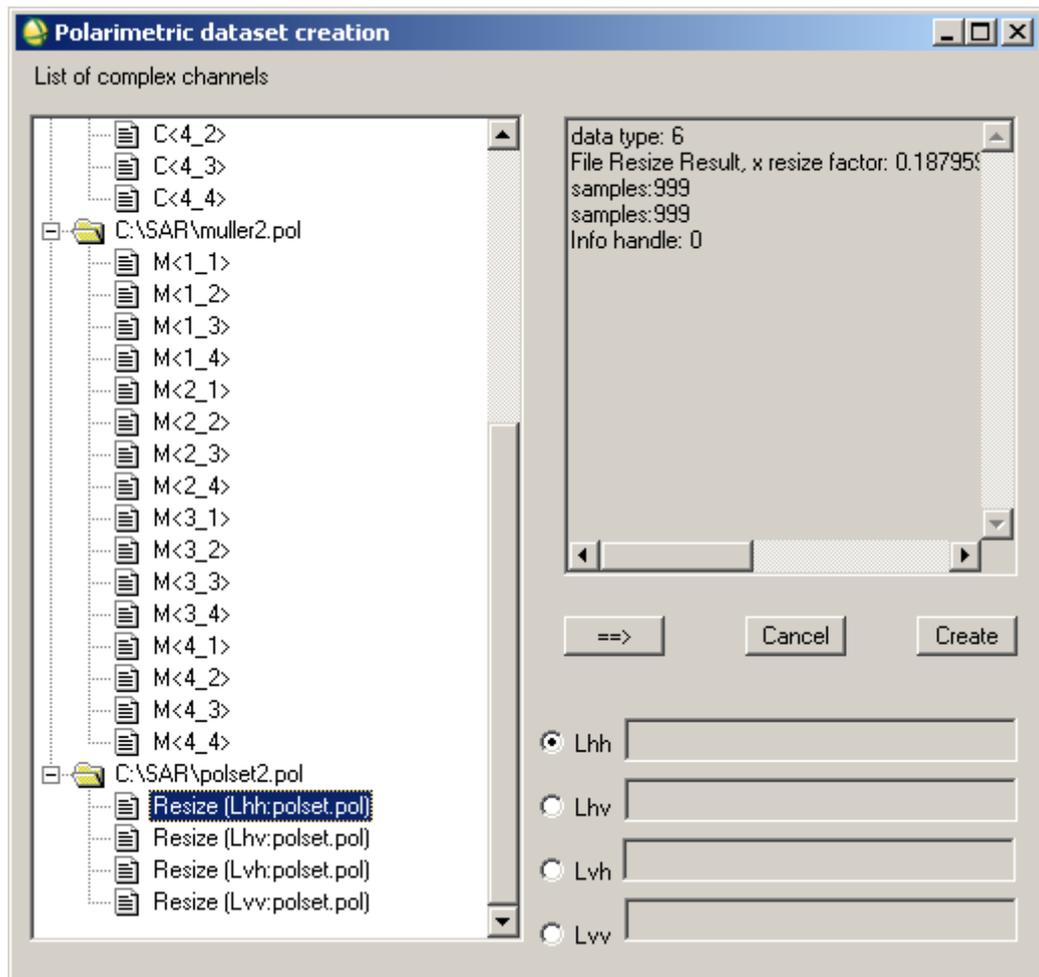


Figura 3.10 – Seleção dos canais complexos de entrada.

Para inserir canal no *dataset*, execute um clique duplo sobre a banda desejada. Ela será inserida na lista à direita, no canal marcado. Após essa operação, o canal marcado é automaticamente alterado para o seguinte, permitindo que o usuário selecione todos os quatro canais sem precisar alternar cliques no painel da direita. Caso queira, o usuário pode alterar a ordem de seleção dos canais clicando nos botões rádio dos canais à direita.

Após a seleção dos quatro canais, é possível criar um novo *dataset* polarimétrico clicando no botão Create. Nesse instante, a ferramenta verifica se as dimensões de todos os canais são iguais e, nesse caso, prossegue com a criação do arquivo e de seu cabeçalho.

Uma nova janela é apresentada para que o usuário selecione o arquivo de saída. É feita a verificação se o arquivo já existe e, nesse caso, é apresentada uma nova janela para que ele confirme a geração do arquivo.

Resultado

Após a conclusão da criação dos arquivos, o *dataset* é inserido na lista de bandas disponíveis do ENVI e corresponde a um **vetor de Jones**.

A janela de criação de *dataset* permanece aberta e a operação pode ser repetida outras vezes.

3.4.2.3 – CALIBRAÇÃO



Figura 3.11 – Visualização das funções da subrotina de calibração.

A calibração pode ser realizada para compensar as distorções provocadas pelo sistema nos níveis radiométricos de cada uma das polarizações. O algoritmo utiliza as diferenças entre os canais HV e VH para a equalização. Podem ser realizadas as correções de amplitude, cross talk e simetrização cruzada.

3.4.2.3.1 – *Amplitude correction*

Nessa correção, usuário pode estabelecer a amplitude e a fase do coeficiente de correção alfa que será aplicado no canal HH e a sua raiz quadrada nos canais cruzados HV e VH.

3.4.2.3.2 – *Cross talk correction*

Nessa correção o algoritmo utilizado realiza uma compensação em todos os canais para eliminar a contaminação do próprio sistema nas polarizações cruzadas.

3.4.2.3.3 – *Cross-polar symmetrisation*

Esta rotina transforma o conjunto polarimétrico em um conjunto simétrico. Os canais copolarizados não são alterados. O conjunto final é composto apenas por três canais com apenas um para a polarização cruzada. Há três opções para a definição do canal cruzado. A primeira utiliza a média simples dos dois canais cruzados originais. Nas outras duas opções, o canal cruzado é uma cópia de um dos canais cruzados originais.

3.4.2.4 – CONVERSÃO DE DADOS

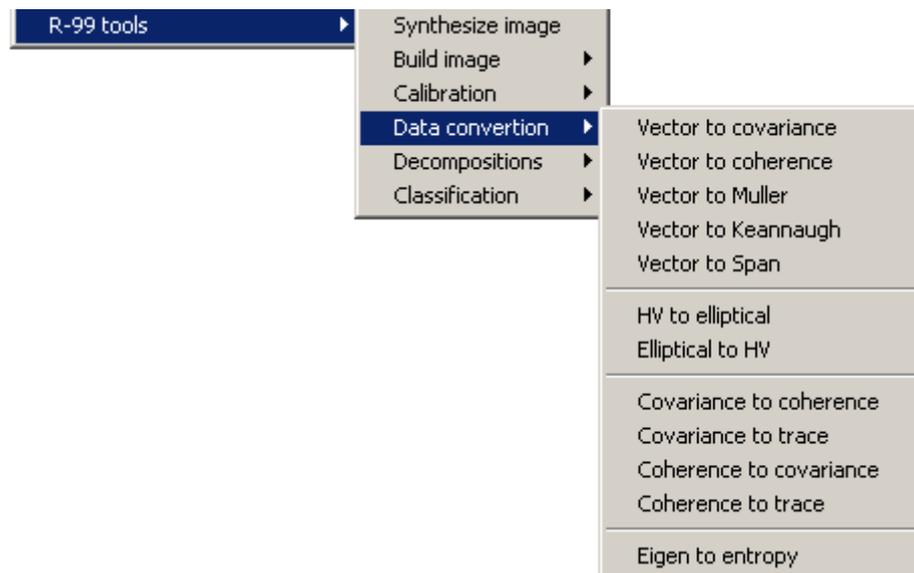


Figura 3.12 – Visualização das funções da subrotina de conversão de dados.

3.4.2.4.1 – Matrizes de coeficientes

O conjunto polarimétrico do SARPOL é composto por quatro canais que correspondem aos coeficientes do vetor lexográfico dos canais HH, VV, HV e VH. A partir desse vetor, é possível construir as matrizes 4 x 4 (16 canais) de covariância, coerência, Muller, Keannaugh.

Pré-condição

Deve haver pelo menos um conjunto polarimétrico do tipo básico carregado no ENVI antes de selecionar uma das opções de criação da matriz de coeficientes.

Execução

Após selecionar o menu desejado para converter o vetor básico, uma janela de seleção de *dataset* é aberta, apresentando uma lista de *datasets* do tipo correto para realizar a operação de conversão.

Parâmetros

O botão Configure permite selecionar os parâmetros da operação.

Block size: O processamento é realizado por blocos para permitir que imagens muito grandes não ultrapassem a capacidade de memória do computador. Por padrão, o tamanho do bloco é de 128 linhas, mas ele pode ser alterado para outros valores de acordo com a necessidade do usuário.

Overlap: Algumas operações requerem uma sobreposição entre os blocos porque os cálculos são realizados em uma vizinhança do pixel da imagem. A conversão para as matrizes de coeficientes não necessita criar essa sobreposição e o valor deve permanecer em zero para evitar desperdício de processamento. Esse campo existe em todas as operações por motivo de compatibilidade de interface.

Resultado

Os coeficientes do vetor lexográfico são convertidos para os coeficientes da matriz selecionada.

A matriz de coeficientes é criada e gravada no arquivo selecionado pelo usuário. Também é criado um arquivo de cabeçalho contendo as informações necessárias para que o arquivo seja utilizado no ENVI. Os coeficientes são agrupados em 16 bandas, já que o ENVI não suporta imagens com mais de duas dimensões.

Os nomes das bandas correspondem aos índices dos coeficientes, precedidos pela letra da matriz (M: muller, K: kennaugh, C: covariância, R: coerência).

3.4.2.4.2 – Polarização elíptica

Esta rotina converte um vetor linearmente polarizado em um vetor com polarização elíptica.

Pré-condição

Um vetor do tipo básico deve estar carregado no ENVI antes da seleção do menu dessa rotina.

Execução

Para realizar a conversão da polarização linear para a polarização elíptica, selecione um *dataset* na lista de *datasets* disponíveis e determine o endereço do arquivo de saída onde o resultado será gravado. Em seguida, pressione o botão Configure para ativar a janela de parâmetros e insira os valores de orientação e elipsidade desejados. Pressione OK para confirmar os novos parâmetros. Pressione o botão *Start* para iniciar a conversão.

Parâmetros

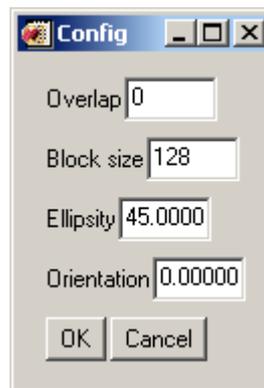


Figura 3.13 – Visualização da janela de configuração da conversão para polarização elíptica.

O botão Configure permite selecionar os parâmetros da operação.

Block size: O processamento é realizado por blocos para permitir que imagens muito grandes não ultrapassem a capacidade de memória do computador. Por padrão, o tamanho do bloco é de 128 linhas, mas ele pode ser alterado para outros valores de acordo com a necessidade do usuário.

Overlap: Algumas operações requerem uma sobreposição entre os blocos porque os cálculos são realizados em uma vizinhança do pixel da imagem. A conversão para as matrizes de coeficientes não necessita criar essa sobreposição e o valor deve permanecer em zero para evitar desperdício de processamento. Esse campo existe em todas as operações por motivo de compatibilidade de interface.

Elipsity: A elipsidade define a razão entre os eixos da elipse de polarização.

Orientation: Este parâmetro define a direção do eixo de principal da elipse de polarização.

Resultado

Os coeficientes do vetor linearmente polarizado são convertidos para os de um vetor com polarização elíptica de acordo com os parâmetros de orientação e elipsidade.

O resultado é gravado no arquivo definido anteriormente e ele é automaticamente carregado no ENVI.

3.4.2.4.3 – Polarização linear

Esta rotina converte um conjunto polarimétrico com polarização elíptica em um conjunto com polarização linear.

Pré-condição

Um vetor do tipo elíptico deve estar carregado no ENVI antes da seleção do menu dessa rotina.

Execução

Para realizar a conversão da polarização elíptica para a polarização linear, selecione um *dataset* na lista de *datasets* disponíveis e determine o endereço do arquivo de saída onde o resultado será gravado. Nessa conversão, não há necessidade de configurar os parâmetros da elipse porque a polarização linear já os define. Insira o endereço e o nome do arquivo de saída no campo *Output* e pressione o botão *Start* para iniciar a conversão.

Resultado

O arquivo definido pelo campo *Output* é criado contendo o conjunto linearmente polarizado. Esse arquivo é carregado automaticamente no ENVI.

3.4.2.4.4 – Traço

Essa rotina calcula a soma dos módulos dos elementos da diagonal principal da matriz de coeficientes.

Pré-condição

Um *dataset* do tipo matriz de coeficientes 4x4 deve estar carregado no ENVI.

Execução

Após iniciar a janela de conversão através do menu do ENVI, selecione o *dataset* desejado. Insira o endereço e o nome do arquivo no campo *Output*. Para essa conversão é possível selecionar apenas o tamanho do bloco e do número de linhas de sobreposição. A sobreposição é desnecessária e deve ficar em zero. O tamanho do bloco pode ser alterado pelo usuário para que ajustar o desempenho às suas necessidades.

Resultado

Ao término da operação, o arquivo determinado no campo *Output* é criado com uma imagem do traço da matriz de coeficientes do *dataset* selecionado. Essa imagem é carregada automaticamente no ENVI.

3.4.2.5 – DECOMPOSIÇÕES

O SARPOL permite realizar decomposição polarimétrica coerente e incoerente, que podem ser posteriormente utilizadas nas classificações.

3.4.2.5.1 – Coerente

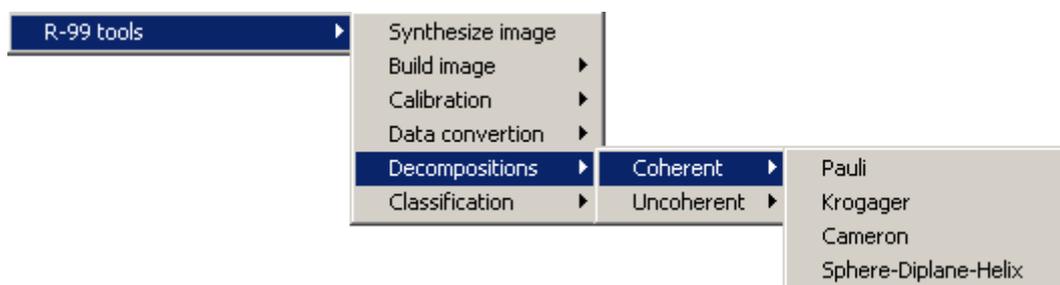


Figura 3.14 – Visualização das funções da subrotina de decomposição coerente.

São possíveis quatro tipos diferentes de decomposição coerente:

3.4.2.5.1.1 – Pauli

Pré-condição

Pelo menos um *dataset* do tipo básico deve estar disponível no ENVI.

Execução

Após selecionar a opção Pauli no menu do ENVI, uma janela de seleção e configuração é apresentada. Todos os arquivos do tipo básico carregados no ENVI são listados e é possível selecionar um ou mais para serem processados. Caso desejado, também é possível definir alguns dos parâmetros de processamento acionando o botão Configure.

Antes de iniciar o processamento, é necessário definir o endereço e nome do arquivo de destino para o resultado da operação.

Para iniciar a operação basta pressionar o botão *Start*.

Resultado

O arquivo de destino é criado com um conjunto de coeficientes de Pauli.

3.4.2.5.1.2 – Krogager

Pré-condição

Pelo menos um *dataset* do tipo básico deve estar disponível no ENVI.

Execução

Após selecionar a opção Krogager no menu do ENVI, uma janela de seleção e configuração é apresentada. Todos os arquivos do tipo básico carregados no ENVI são listados e é possível selecionar um ou mais para serem processados. Caso desejado, também é possível definir alguns dos parâmetros de processamento acionando o botão Configure.

Antes de iniciar o processamento, é necessário definir o endereço e nome do arquivo de destino para o resultado da operação.

Para iniciar a operação basta pressionar o botão *Start*.

Resultado

O arquivo de destino é criado com um conjunto de coeficientes de Krogager.

3.4.2.5.1.3 – Cameron

Pré-condição

Pelo menos um *dataset* do tipo básico deve estar disponível no ENVI.

Execução

Após selecionar a opção Cameron no menu do ENVI, uma janela de seleção e configuração é apresentada. Todos os arquivos do tipo básico carregados no ENVI são listados e é possível selecionar um ou mais para serem processados. Caso desejado, também é possível definir alguns dos parâmetros de processamento acionando o botão Configure.

Antes de iniciar o processamento, é necessário definir o endereço e nome do arquivo de destino para o resultado da operação.

Para iniciar a operação basta pressionar o botão *Start*.

Resultado

O arquivo de destino é criado com um conjunto de coeficientes de Cameron.

3.4.2.5.1.4 – Sphere-Diplane-Helix

Pré-condição

Pelo menos um *dataset* do tipo circular deve estar disponível no ENVI.

Execução

Após selecionar a opção Sphere-Diplane-Helix no menu do ENVI, uma janela de seleção e configuração é apresentada. Todos os arquivos do tipo básico carregados no ENVI são listados e é possível selecionar um ou mais para serem processados. Caso desejado, também é possível definir alguns dos parâmetros de processamento acionando o botão Configure.

Antes de iniciar o processamento, é necessário definir o endereço e nome do arquivo de destino para o resultado da operação.

Para iniciar a operação basta pressionar o botão *Start*.

Resultado

O arquivo de destino é criado com um conjunto de coeficientes de Sphere-Diplane-Helix.

3.4.2.5.2 – Incoerente

São possíveis três tipos diferentes de decomposição incoerente:

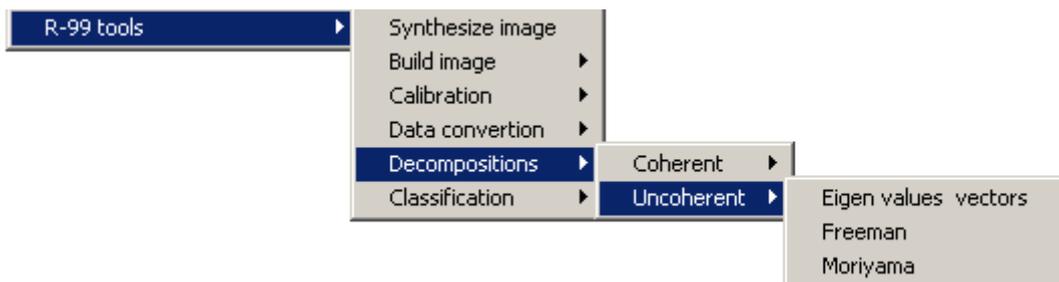


Figura 3.15 – Visualização das funções da subrotina de decomposição incoerente.

3.4.2.5.2.1 – Auto-valor e auto-vetor

Pelo menos um *dataset* do tipo coerência deve estar disponível no ENVI.

Execução

Após selecionar a opção Sphere-Diplane-Helix no menu do ENVI, uma janela de seleção e configuração é apresentada. Todos os arquivos do tipo coerência carregados no ENVI são listados e é possível selecionar um ou mais para serem processados. Caso desejado, também é possível definir alguns dos parâmetros de processamento acionando o botão Configure.

Antes de iniciar o processamento, é necessário definir o endereço e nome do arquivo de destino para o resultado da operação.

Para iniciar a operação basta pressionar o botão *Start*.

Resultado

O arquivo de destino é criado com um conjunto de coeficientes de auto valores e auto vetores.

3.4.2.5.2.2 – Freeman

Pelo menos um *dataset* do tipo covariância deve estar disponível no ENVI.

Execução

Após selecionar a opção Freeman no menu do ENVI, uma janela de seleção e configuração é apresentada. Todos os arquivos do tipo covariância carregados no ENVI são listados e é possível selecionar um ou mais para serem processados. Caso desejado, também é possível definir alguns dos parâmetros de processamento acionando o botão Configure.

Antes de iniciar o processamento, é necessário definir o endereço e nome do arquivo de destino para o resultado da operação.

Para iniciar a operação basta pressionar o botão *Start*.

Resultado

O arquivo de destino é criado com um conjunto de coeficientes de Freeman.

3.4.2.6 – CLASSIFICAÇÃO

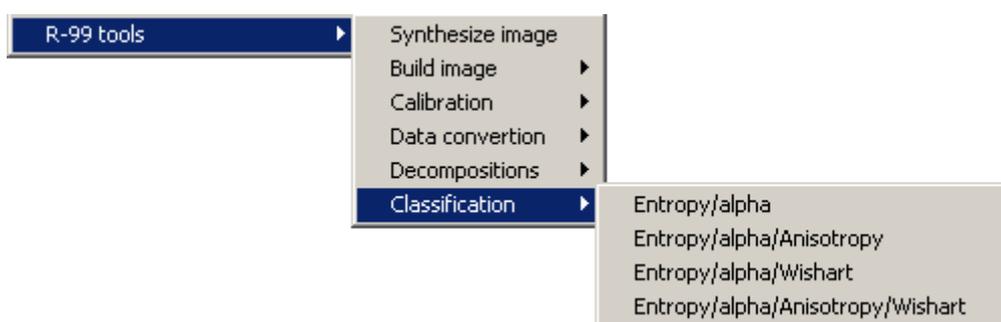


Figura 3.16 – Visualização das funções da subrotina de decomposição classificação.

3.4.2.6.1 – Entropia e ângulo alfa

Pelo menos um *dataset* do tipo circular deve estar disponível no ENVI.

Execução

Após selecionar a opção Entropy/alpha no menu do ENVI, uma janela de seleção e configuração é apresentada. Todos os arquivos do tipo circular carregados no ENVI são listados e é possível selecionar um ou mais para serem processados. Caso desejado, também é possível definir alguns dos parâmetros de processamento acionando o botão Configure.

Antes de iniciar o processamento, é necessário definir o endereço e nome do arquivo de destino para o resultado da operação.

Para iniciar a operação basta pressionar o botão *Start*.

CAPÍTULO 4

RESULTADOS

4.1 – Processamento dos dados SAR com os programas “SPSAR” e “SARPOL_FAB”

4.1.1 – Síntese das imagens complexas.

A Figura 4.1 apresenta a configuração dos parâmetros para a obtenção da imagem complexa no canal L_{HH} . O mesmo procedimento foi repetido para os demais canais.

Foram processados todos os blocos (1000x1000) constituintes do dado bruto a fim de possibilitar a escolha de 01 (um) bloco que melhor caracterizasse os mecanismos de espalhamento e, evidentemente, para a realização dos testes preliminares com o programa “sarpol_fab”, ou seja, a criação de imagens.

A Figura 4.1 apresenta os frames selecionados (*Azimuth Block* e *Range Block*), e demais configurações do programa SPSAR, a fim de sintetizar as imagens complexas a partir dos dados brutos.

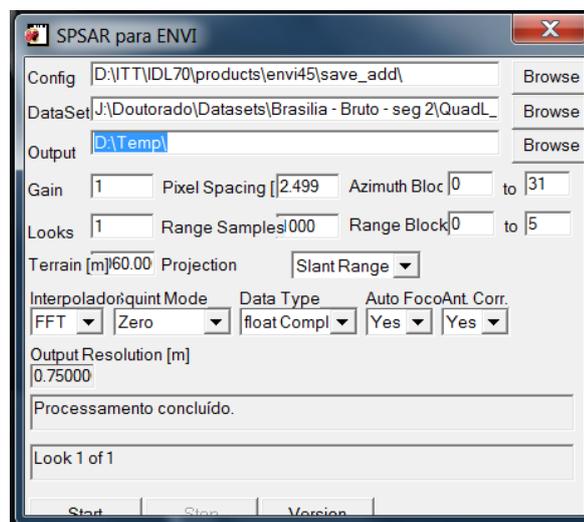


Figura 4.1 – Janela de processamento do programa SPSAR.

4.1.2 – Obtenção de imagens em amplitude com resolução melhorada.

A partir do processamento realizado para a síntese das imagens complexas obtém-se, também, imagens em amplitude com resolução submétrica, conforme exemplificado na imagem a seguir apresentada, a qual reflete o processamento de todos os blocos componentes da faixa imageada.

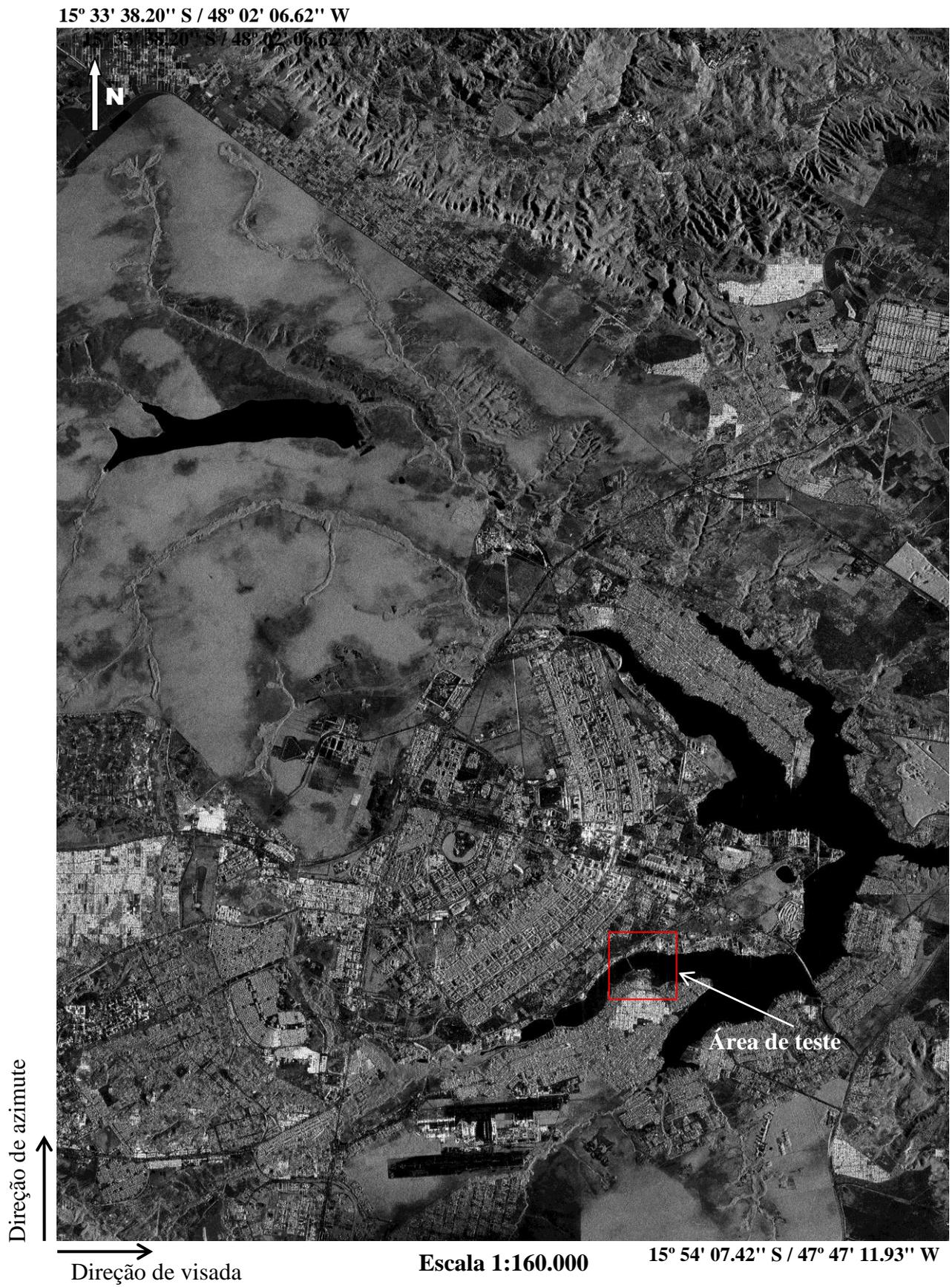


Figura 4.1 – Imagem do sensor SAR na polarização L_{HH} e com resolução de 0,509 m. Direção de azimute Sul-Norte e de visada da esquerda para a direita.

4.1.3 – Seleção da imagem de 1000x1000 pixels.

Foi selecionada a imagem de azimute 11 e alcance 1¹⁰ para os testes pois este frame contém corpo d'água, área vegetada e área construída, alvos estes que possibilitam o estudo dos diversos mecanismos de retroespalhamento.

A escala gráfica de todas as imagens apresentadas neste Capítulo é de 1:80.000, a direção de azimute é no sentido sul-norte e a de visada da esquerda para a direita.

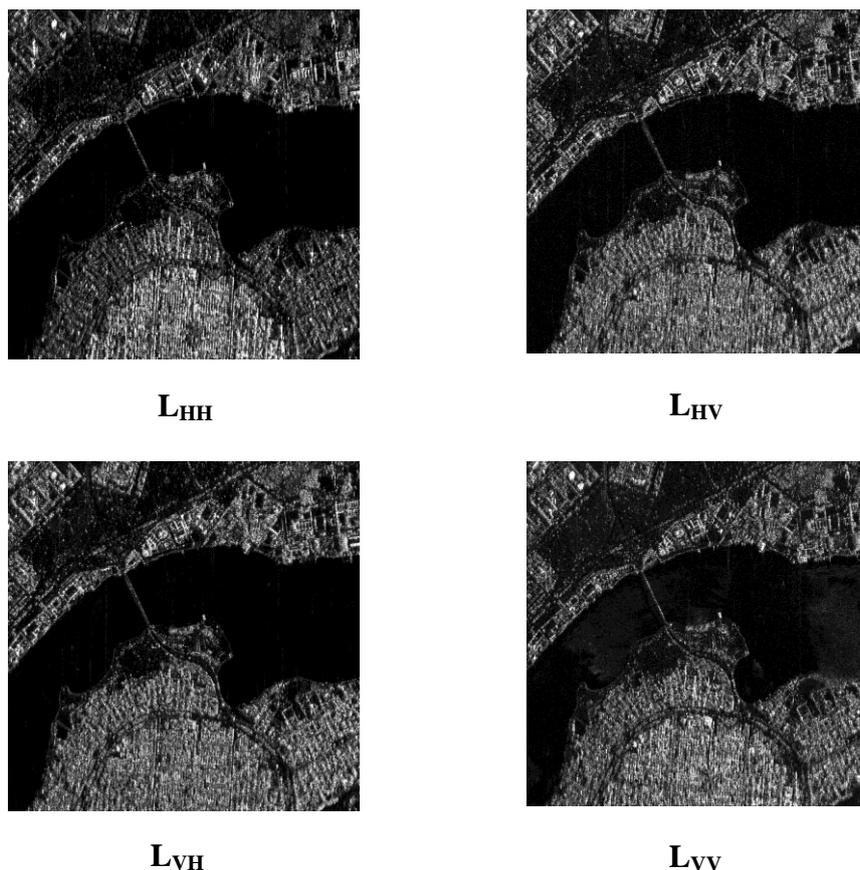


Figura 4.3 – Imagens em amplitude obtidas nas polarizações L_{HH}, L_{HV}, L_{VH} e L_{VV}.

4.1.4 – Criação de um conjunto polarimétrico a partir de imagens complexas.

Após a conclusão da criação dos arquivos, o *dataset* foi inserido na lista de bandas disponíveis do ENVI, correspondendo a um vetor de Jones.

¹⁰ Para o processamento dos dados utilizados neste estudo, a faixa imageada pelo sensor SAR é dividida em blocos de 1000x1000. O azimute zero é no canto inferior esquerdo da cena, aumentando no sentido sul-norte. O alcance zero também está localizado no canto inferior esquerdo, aumentando na direção da visada, ou seja, da esquerda para a direita.

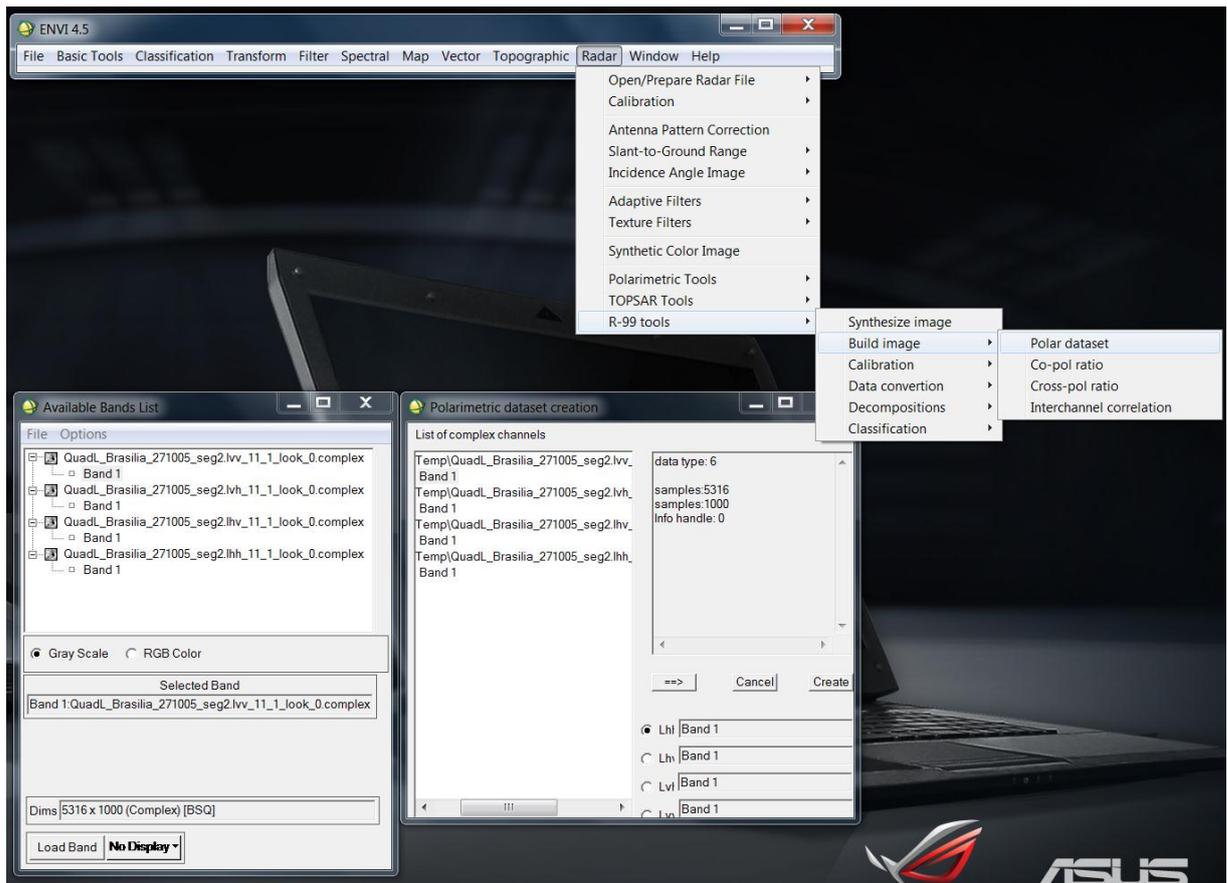


Figura 4.4 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB.



Figura 4.5 – Canal L_{HH} do conjunto polarimétrico.

A imagem da Figura 4.5 corresponde à imagem “*single look complex*” do canal com L_{HH}. O arquivo criado contém as quatro imagens complexas em um arquivo único, conforme citado em 3.4.2.2.1.

4.1.5 – Criação de uma imagem a partir da razão dos canais L_{HH} e L_{VV} .

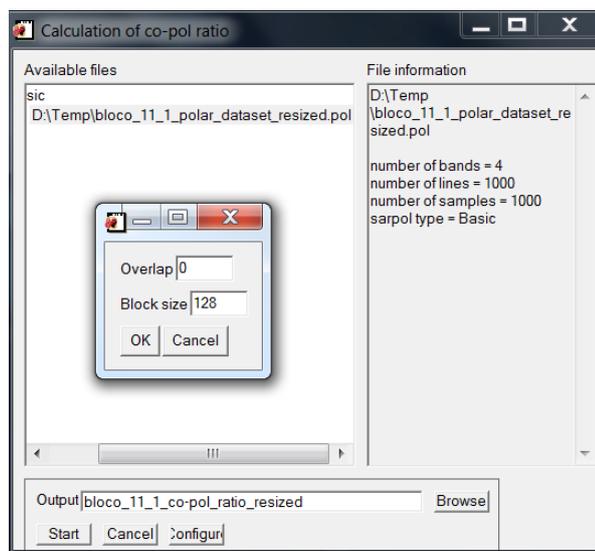


Figura 4.6 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *co-pol ratio*.

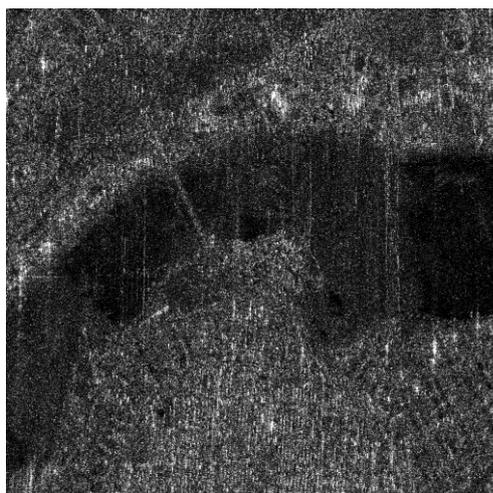


Figura 4.7 – Imagem da razão entre os canais co-polarizados.

A imagem da Figura 4.7 é resultado da seguinte equação, $\frac{\langle |S_{HH}|^2 \rangle}{\langle |S_{VV}|^2 \rangle}$. Este parâmetro é

utilizado para medir a rugosidade da superfície. Por exemplo, para o espalhamento superficial, os valores são baixos, tendendo a 1 a medida que a rugosidade aumenta. No caso do espalhamento volumétrico, os valores são próximos a 1 e para a reflexão dupla, maiores do que 1.

4.1.6 – Criação de uma imagem a partir da razão dos canais L_{HH} e L_{HV} .

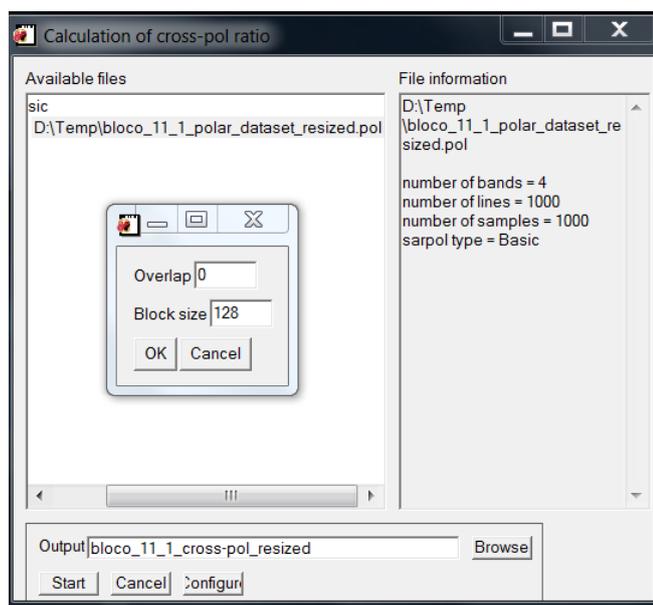


Figura 4.8 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *cross-pol ratio*.

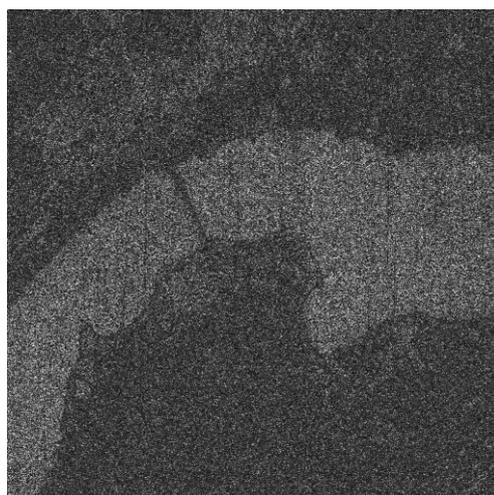


Figura 4.9 – Imagem da razão entre os canais L_{HH} e L_{HV} .

A imagem da Figura 4.9 é resultado da seguinte equação, $\frac{\langle |S_{HH}|^2 \rangle}{\langle |S_{HV}|^2 \rangle}$. Este parâmetro é

utilizado na discriminação entre o espalhamento superficial e o volumétrico. Para o espalhamento superficial, os valores são muito baixos, aumentando com a rugosidade. No caso do espalhamento volumétrico, os valores são relativamente altos e para a reflexão dupla, os valores são baixos.

4.1.7 – Criação da imagem complexa de correlação entre os canais do conjunto polarimétrico.

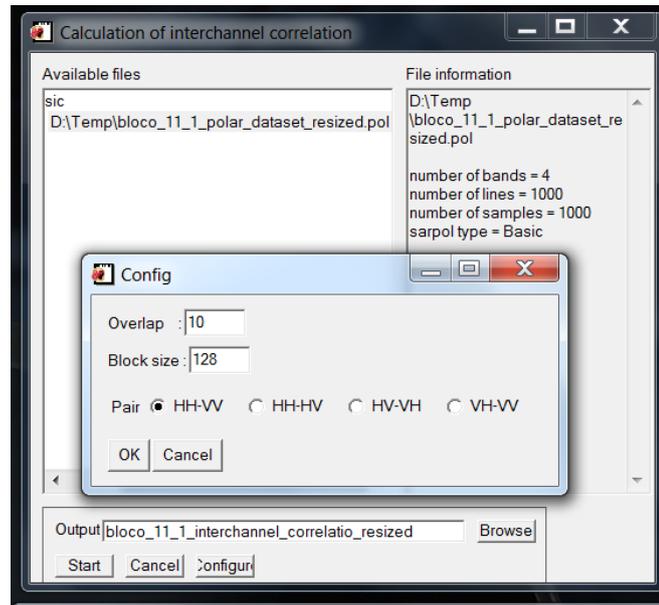


Figura 4.10 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *interchannel correlation*.



Figura 4.11 – Imagem complexa da correlação entre os canais L_{HH} e L_{VV} .

A imagem da Figura 4.11 é resultado da seguinte equação, $\frac{\langle S_{HH} S_{VV}^* \rangle}{\sqrt{\langle |S_{HH}|^2 \rangle \langle |S_{VV}|^2 \rangle}}$., ou seja,

corresponde ao coeficiente de correlação co-polarizado. Este parâmetro é utilizado na detecção da despolarização e da reflexão dupla. Para o espalhamento superficial, apresenta

alta amplitude, ou seja, baixa despolarização e pequena diferença de fase. No caso do espalhamento volumétrico, baixa amplitude (alta despolarização) e diferença de fase difícil de ser definida e para a reflexão dupla, diferença de fase próxima a 180° .

4.1.8 – Criação das imagens complexas relativas à correção de amplitude

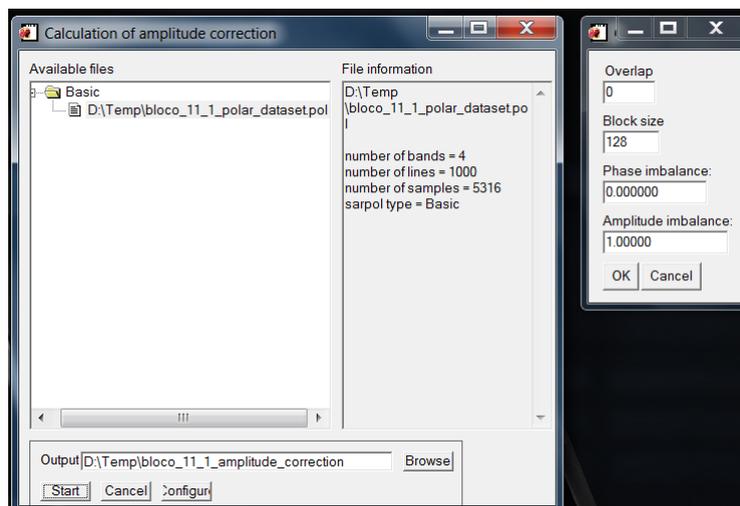


Figura 4.12 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *amplitude correction*.



Figura 4.13 – Imagem do canal L_{HH} relativo à correção em amplitude.

Tendo em vista que o sensor não apresenta distorções, ou seja, não há desbalanceamento entre os canais, causadas por diferentes potências de transmissão ou diferentes ganhos na recepção, não foram aplicadas correções. Portanto, a imagem da Figura 4.13 é idêntica àquela do canal L_{HH} do conjunto polarimétrico.

A verificação do desbalanceamento em amplitude (CL) é verificado pela razão entre os canais e o desbalanceamento de fase (PH) é calculado multiplicando-se um canal pelo complexo conjugado do outro canal.

$$CL_1 = \frac{|L_{HV}|}{|L_{VH}|} \quad CL_2 = \frac{|L_{VV}|}{|L_{VH}|} \quad CL_3 = \frac{|L_{HH}|}{|L_{HV}|} \quad CL_4 = \frac{|L_{HH}|}{|L_{VV}|}$$

$$PH_1 = L_{HV} \cdot L_{VH}^* \quad PH_2 = L_{VV} \cdot L_{VH}^* \quad PH_3 = L_{HH} \cdot L_{HV}^* \quad PH_4 = L_{HH} \cdot L_{VV}^*$$

4.1.9 – Criação das imagens relativas à correção de *cross talk*.

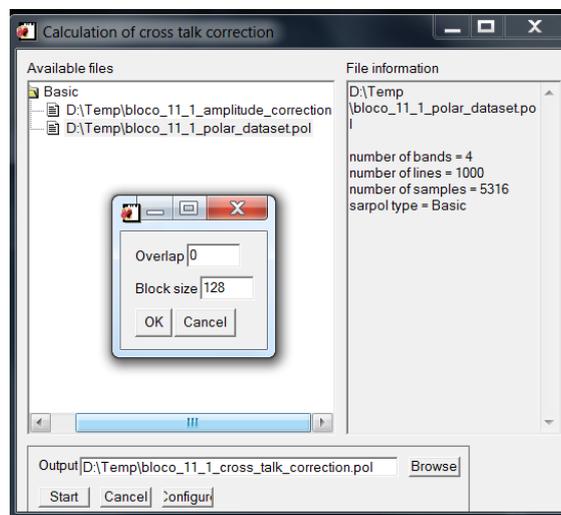


Figura 4.14 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *cross talk correction*.



Figura 4.15 – Imagem do canal L_{VV} relativo à correção de *cross talk*.

De forma similar à correção de amplitude, a partir dos testes realizados com o sensor SAR do R-99, verificou-se não haver ligação indevida entre as polarizações cruzadas, ou seja, HV e VH.

4.1.10 – Criação das imagens relativas à simetrização dos canais cross-polarizados.

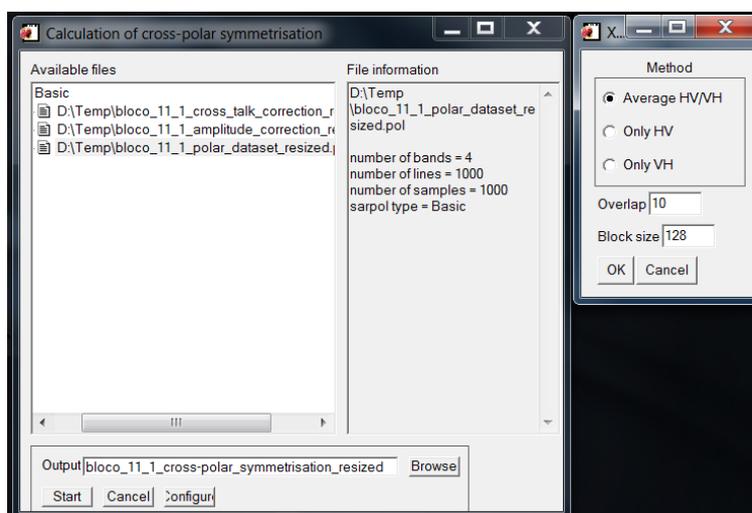


Figura 4.16 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *cross polar symmetrisation*.



Figura 4.17 – Composição RGB (R=L_{HH}, G=média entre os canais L_{HV} e L_{VH}, B=L_{VV}).

Na maioria dos casos, os dois componentes cross-polarizados S_{HV} e S_{VH} de um radar polarimétrico são idênticos. Apesar de existirem alguns alvos para os quais a reciprocidade não se aplica, pode-se presumir a reciprocidade para a maioria dos alvos naturais, resultando na redução da quantidade de dados. Esta presunção, contudo, depende fortemente da

completa calibração dos dados, uma vez que o desbalanceamento entre os canais e o *crosstalk* podem afetar gravemente a medição.

O sensor aqui analisado é um radar monostático e a reciprocidade do alvo é assumida. Assim, a quantidade de energia retroespalhada pelas polarizações HV e VH é a mesma. No entanto, ruído do receptor é diferente para os canais cross-polarizados. Por este motivo, normalmente é realizada a média entre estes canais, durante o processamento dos dados, a fim de se obter uma medição mais precisa da energia cross-polarizada.

A imagem da Figura 4.17 apresenta uma composição colorida na qual a média entre os canais cross-polarizados é utilizada no canal verde.

As manchas escuras que aparecem no corpo d'água denotam alguns erros ocorridos durante a coleta dos dados e que não puderam ser corrigidos durante o processamento dos dados.

Os erros que foram identificados foram a variação excessiva da deriva lateral, a qual causa desfocalização, distorções geométricas e degradação da resolução. Verifica-se a consequência deste erro na desfocalização da imagem na área urbana.

Outro erro identificado foi a oscilação em torno da trajetória, o qual ocasionou duplicação de alvos na imagem. Este erro pode ser observado nas manchas escuras no corpo d'água.

4.1.11 – Criação das matrizes de coeficientes (Covariância, Coerência, Muller e Kennaugh), respostas polarimétricas e imagem relativa ao SPAN.

- a. Matriz de Covariância:

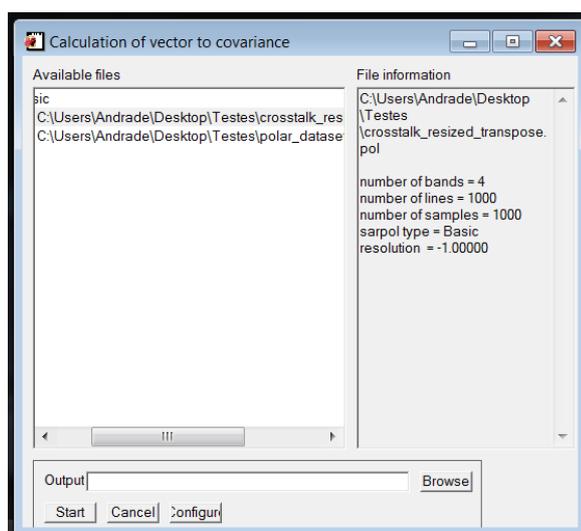


Figura 4.18 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *vector to covariance*.



Figura 4.19 – Elemento 1,1 (C_{HHHH^*}) da matriz de Covariância.

A imagem da Figura 4.19 corresponde ao elemento (1,1) da matriz de covariância e foi obtida a partir da seguinte formulação matemática, $|S_{hh}|^2 = S_{hh}S_{hh}^*$, discutida no Apêndice A, Seção A.7.

b. Matriz de Coerência:

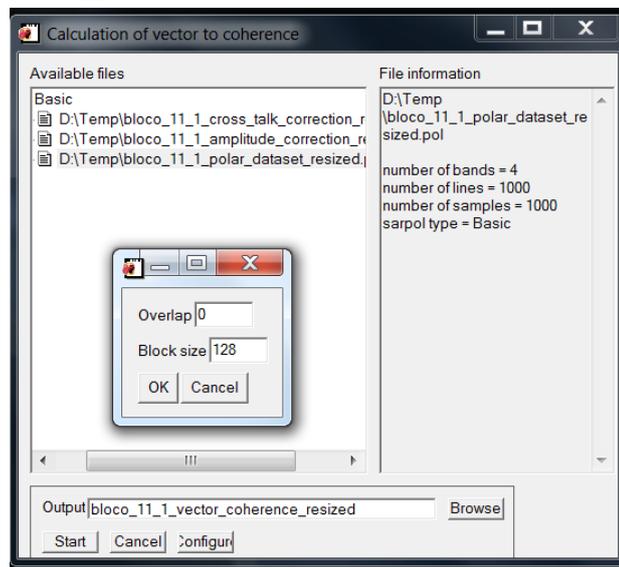


Figura 4.20 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *vector to coherence*.



Figura 4.21 – Elemento 4,4 (R_{vvvv*}) da matriz de Coerência.

A Figura 4.21 corresponde ao elemento (4,4) da matriz de coerência, obtida a partir da seguinte formulação, $R_{44} = \frac{1}{2} (|S_{hv}|^2 - 2 \operatorname{Re}(S_{hv} S_{vh}^*) + |S_{vh}|^2)$, conforme deduzida no Apêndice A, Seção A.7.

c. Matriz de Mueller:

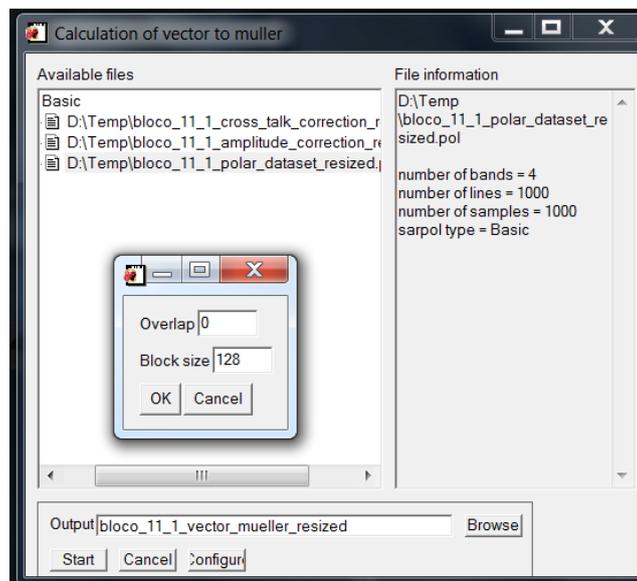


Figura 4.22 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *vector to Mueller*.

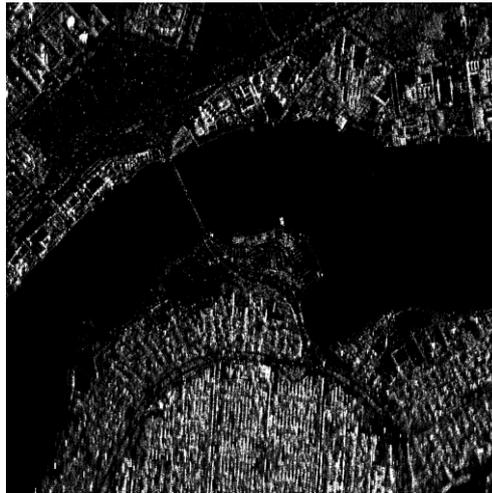


Figura 4.23 – Elemento 11 (M_{HHHH^*}) da matriz de Mueller.

A imagem da Figura 4.23 corresponde ao elemento (1,1) da matriz de Mueller e foi obtida a partir da seguinte formulação matemática, $M_{11} = \frac{1}{2} \left(|T_{hh}|^2 + |T_{vh}|^2 + |T_{hv}|^2 + |T_{vv}|^2 \right)$, discutida no Apêndice A, Seção A.5.

d. Matriz de Kennaugh:

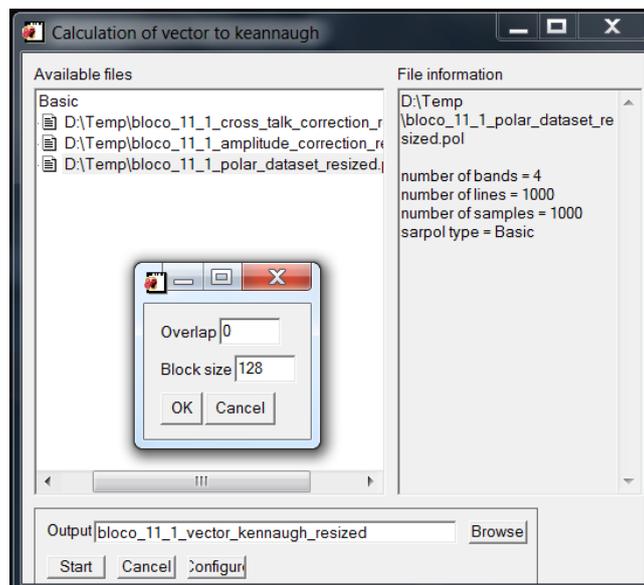


Figura 4.24 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *vector to Kennaugh*.

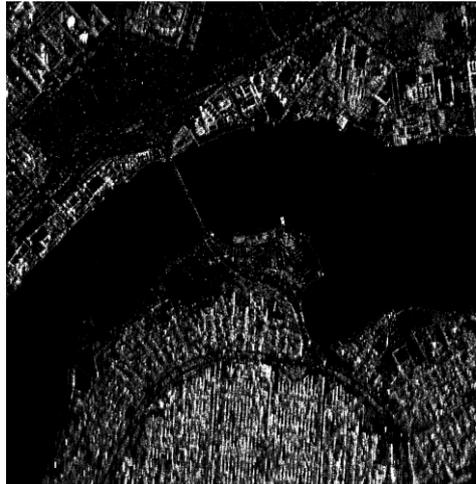


Figura 4.25 – Elemento 11 (K_{HHHH^*}) da matriz de Kennaugh.

A imagem da Figura 4.25 corresponde ao elemento (1,1) da matriz de Kennaugh e foi obtida a partir da seguinte formulação matemática, $K_{11} = \frac{1}{2}(|S_{hh}|^2 + |S_{vh}|^2 + |S_{hv}|^2 + |S_{vv}|^2)$, discutida no Apêndice A, Seção A.6.

e. Respostas Polarimétricas:

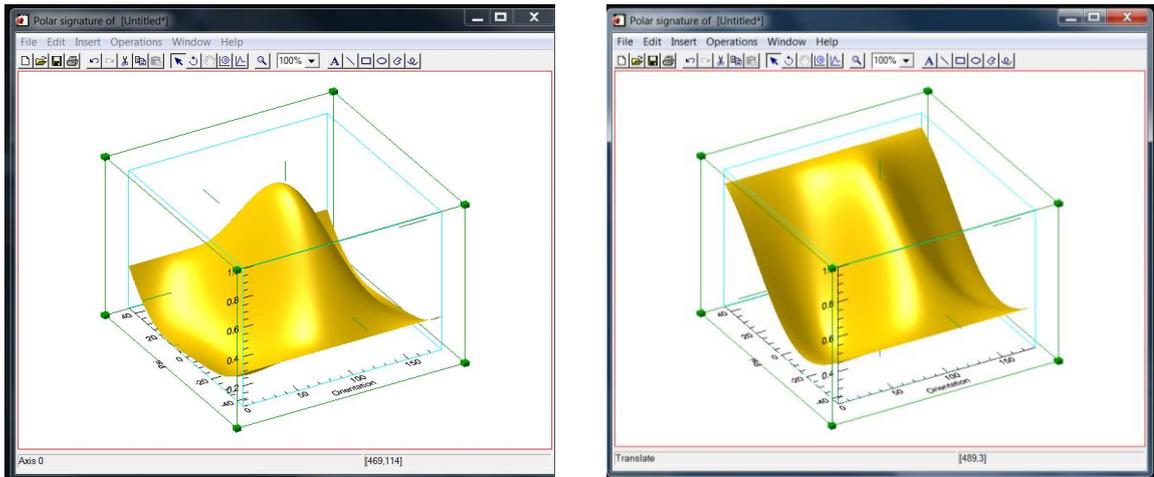


Figura 4.26 – Resposta polarimétrica do lago Paranoá (ESQ – canal co-pol; DIR – canal cross-pol).

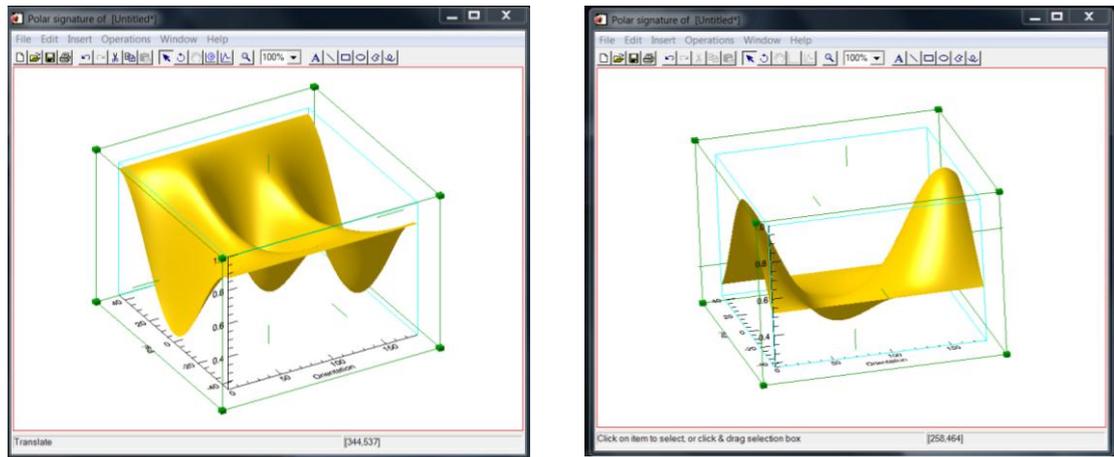


Figura 4.27 – Resposta polarimétrica de área residencial (ESQ – canal co-pol; DIR – canal cross-pol).

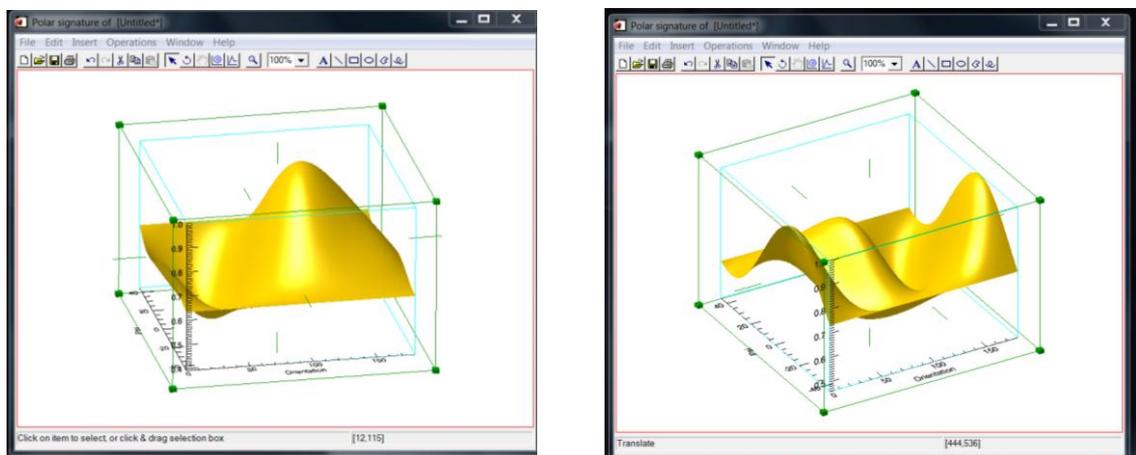


Figura 4.28 – Resposta polarimétrica de área vegetada (ESQ – canal co-pol; DIR – canal cross-pol).

As respostas polarimétricas apresentadas na Figura 4.28 foram obtidas a partir da área de 1000x1000 selecionada para os testes e identificada na Figura 4.2. Observa-se que as resposta aqui apresentadas são similares àquelas da literatura, conforme pode ser verificado em Emerson *et al.*, 2010.

f. Imagem relativa ao SPAN :

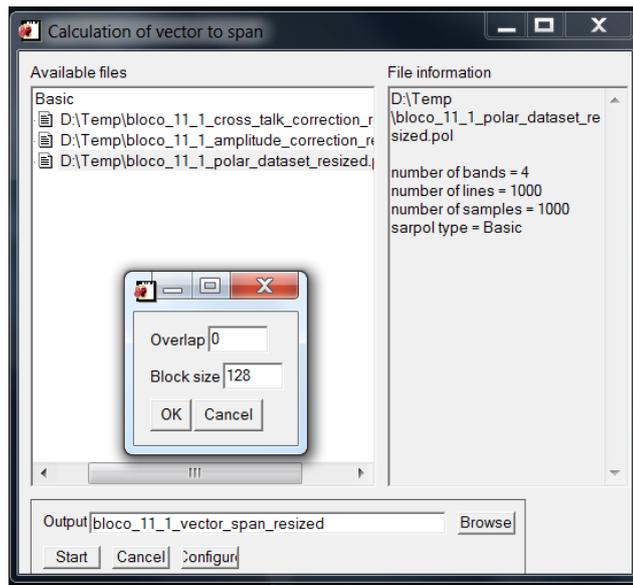


Figura 4.29 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *vector to span*.

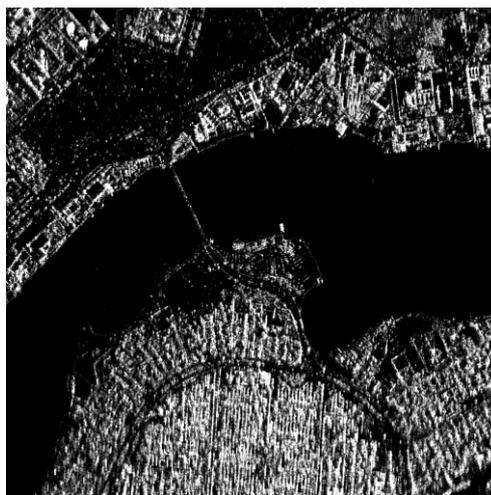


Figura 4.30 – Imagem SPAN.

A imagem da Figura 4.30 corresponde à energia total espalhada, ou seja,

$$SPAN = |S_{hh}|^2 + |S_{vv}|^2 + 2|S_{hv}|^2 = |\alpha|^2 + |\beta|^2 + |\gamma|^2.$$

4.1.12 – Conversão da polarização linear para a polarização elíptica.

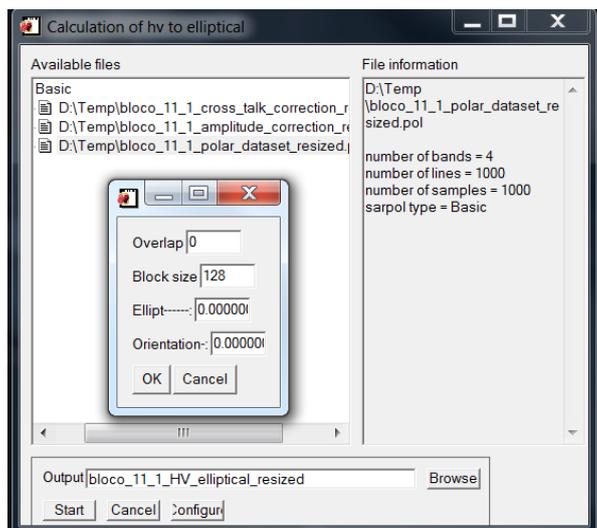


Figura 4.31 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *hv to elliptical*.



Figura 4.32 – Imagem com polarização elíptica “esquerda-direita”.

As imagens com polarização elíptica, ou circular, dependendo dos parâmetros inseridos nos campos referentes aos ângulos de excentricidade e orientação, conforme descritos na Figura 2.1, são obtidas da seguinte forma, circular ou elíptica “direita-direita”:

$$S_{RR} = \frac{(S_{HH} - S_{VV} - i2S_{HV})}{2} ; \quad \text{circular ou elíptica “esquerda-esquerda”}:$$

$$S_{RR} = \frac{(S_{VV} - S_{HH} - i2S_{HV})}{2} ; \quad \text{circular ou elíptica “esquerda-direita” ou “direita-esquerda”}:$$

$$S_{RL} = S_{LR} = -i \frac{(S_{HH} + S_{VV})}{2} .$$

4.1.13 – Conversão da matriz de covariância para o traço da matriz.

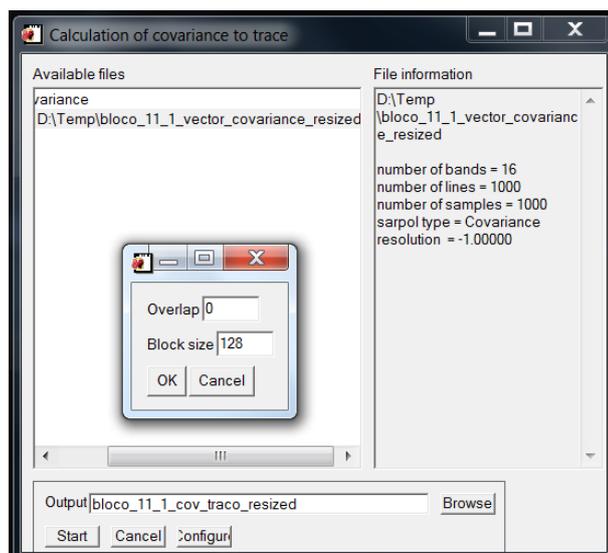


Figura 4.33 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *covariance to trace*.

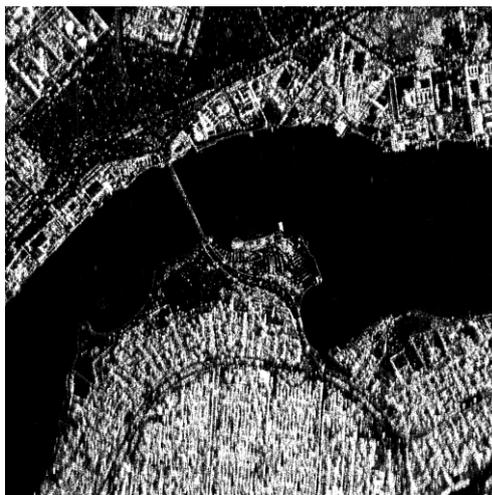


Figura 4.34 – Imagem correspondente ao Traço da matriz de covariância.

A imagem da Figura 4.34 corresponde a soma dos módulos dos elementos da diagonal principal da matriz de coeficientes, neste caso da matriz de covariância, ou seja, é uma imagem correspondente à intensidade total da onda. Neste caso, a formulação é dada por:

$$\text{traço} = |S_{HH}|^2 + |S_{HV}|^2 + |S_{VH}|^2 + |S_{VV}|^2.$$

4.1.14 – Conversão da matriz de coerência para o traço da matriz.

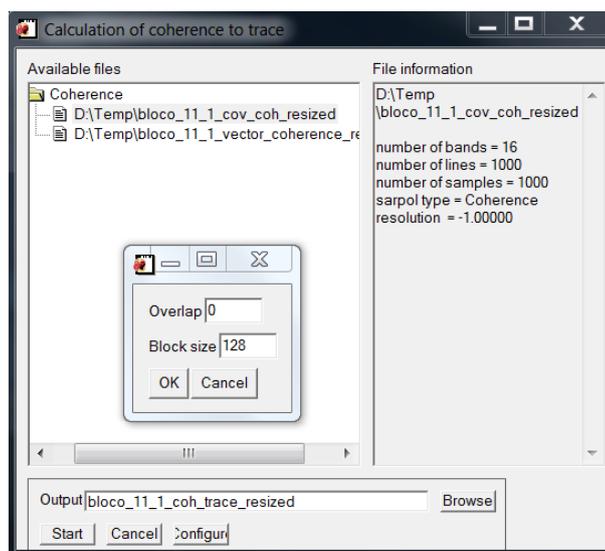


Figura 4.35 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *coherence to trace*.

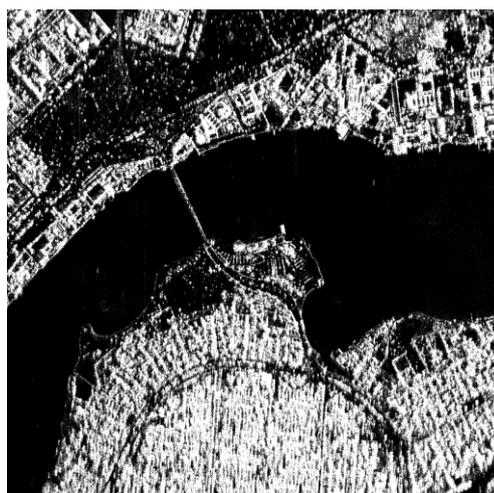


Figura 4.36 – Imagem correspondente ao Traço da matriz de coerência.

De forma similar à imagem da Figura 4.34, a Figura acima corresponde a soma dos módulos dos elementos da diagonal principal da matriz de coerência, ou seja, também é uma imagem correspondente à intensidade total da onda. Neste caso, a formulação pode ser deduzida a partir do Apêndice A, Seção A.7.

4.1.15 – Decomposições coerentes.

a. Decomposição de Pauli

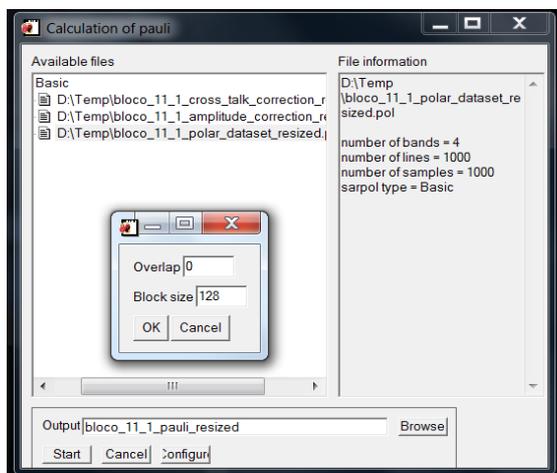


Figura 4.37 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *Pauli decomposition*.



HH+VV



HH-2VV



HV+VH



2VH-HV

Figura 4.38 – Intensidades dos canais polarimétricos e a combinação destas em uma imagem RGB (R=HH+VV, G=HH-2VV, B=2VH-HV).

Conforme citado em 2.7.1.1, a imagem HH+VV corresponde à energia espalhada por alvos caracterizados pelo espalhamento simples; a imagem HH-2VV indica um mecanismo de espalhamento caracterizado pela reflexão dupla e as imagens HV+VH e 2VH-HV (quando a reciprocidade não é assumida) correspondem ao espalhamento volumétrico.

4.1.16 – Decomposições incoerentes.

- a. Decomposição baseada em autovalores e autovetores

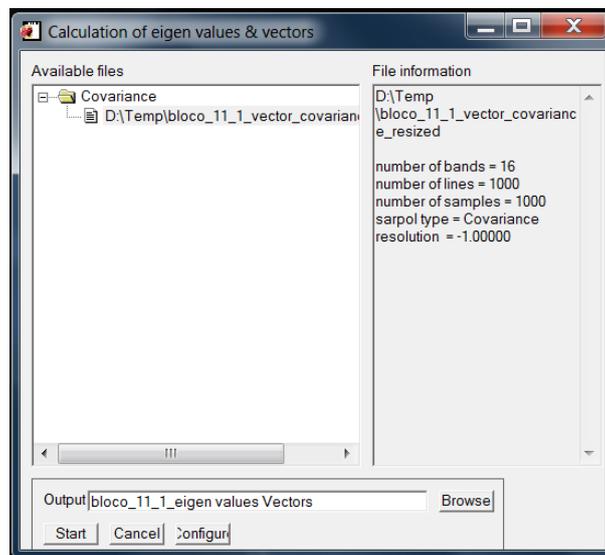


Figura 4.39 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *eigen values & vectors*.

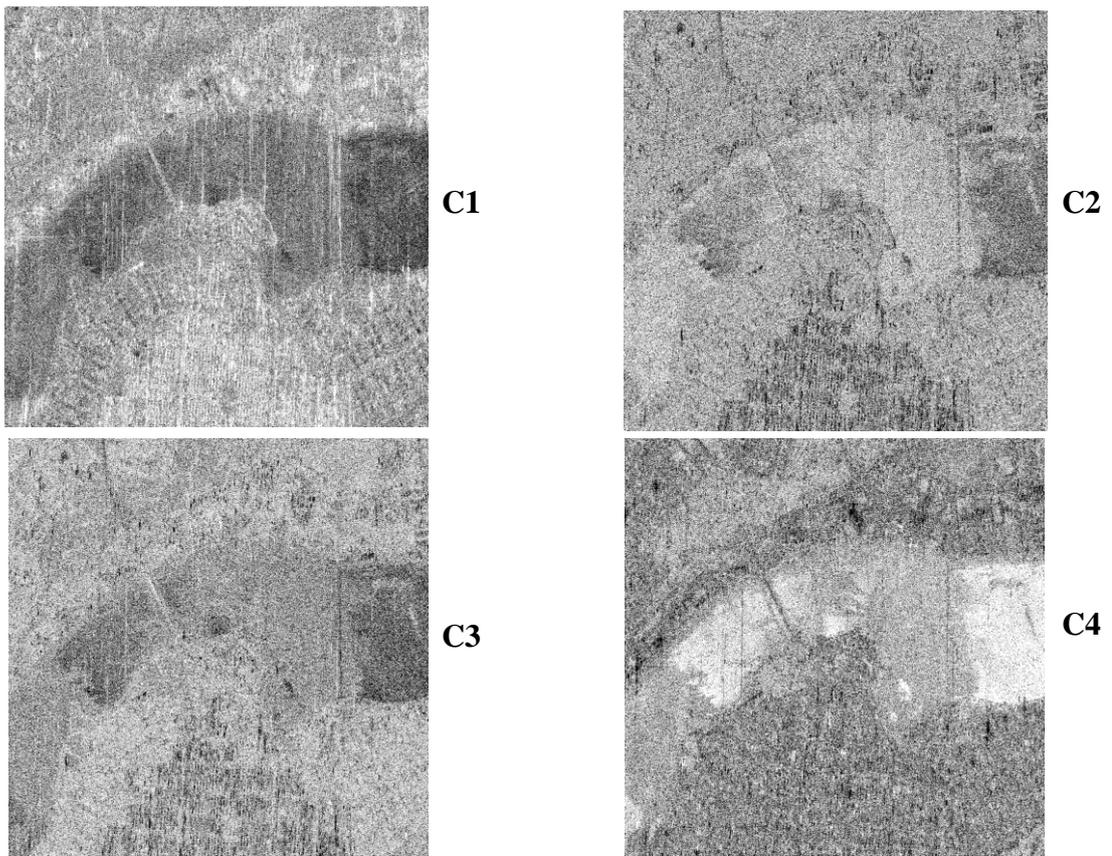


Figura 4.40 – Imagens correspondentes aos quatro autovalores da matriz de Covariância.



V1_HH



V2_HV



V3_VH



V4_VV

Figura 4.41 – Imagens correspondentes aos quatro autovetores da matriz de Covariância.

b. Decomposição de Freeman

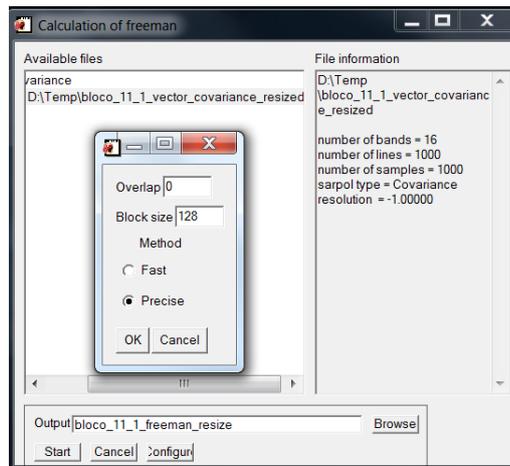
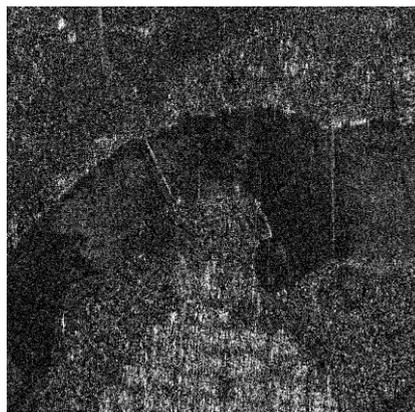
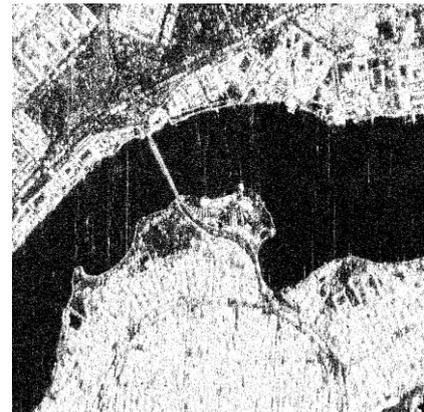


Figura 4.42 – Janela de processamento do programa SARPOL_FAB. Função *Freeman decomposition*.



P_d



P_v



P_s

Figura 4.43 – Imagens referentes à decomposição de Freeman.

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

Apesar da recente quantidade de dados polarimétricos de radar que têm se tornado disponível à comunidade científica, são poucos os estudos voltados a uma avaliação criteriosa da teoria polarimétrica que visa dar suporte aos pesquisadores e cientistas, no sentido do entendimento destes dados e ao seu adequado uso.

Com a realização deste estudo foi possível observar diversas inconsistências matemáticas em diversos artigos publicados e até mesmo no Manual de Sensoriamento Remoto. Estas inconsistências estão normalmente associadas ao não entendimento do sistema de coordenadas e das características dos sistemas monostáticos, dentre outros.

Tais erros induzem a erros nas matrizes de primeira e segunda ordem e, conseqüentemente, podem levar a conclusões incorretas quanto aos mecanismos de espalhamento, resultados das classificações, decomposições e à própria obtenção dos diversos produtos polarimétricos.

Adicionalmente, a comunidade brasileira passou a dispor de um sensor SAR polarimétrico a partir do funcionamento do Sistema de Proteção da Amazônia – SIPAM, sem ter a sua disposição um programa que permitisse usufruir das informações polarimétricas destes dados.

Vale ressaltar o fato de haver no mercado programas como o PolSARPro da ESA, que permite processar os dados dos seguintes sensores SAR: AIRSAR, EMISAR, E-SAR, PISAR, SAR580 e ENVISAT-ASAR SLC. Contudo, este programa não processa os dados do R99.

Todos estes programas caracterizam-se por serem ferramentas de auto-educação no campo da análise dos dados de polarimetria SAR e dispõem de um conjunto abrangente de funções para a exploração científica dos dados totalmente e parcialmente polarimétricos e, ainda, para o desenvolvimento de aplicativos a serem utilizados com estes dados.

Outro fator relevante deve-se ao fato que o sistema radar aqui estudado não dispunha de ferramentas que possibilitassem a obtenção de imagens complexas de alta resolução devido a restrições impostas pelo Departamento de Defesa Americano.

Pelo exposto, este trabalho teve como objetivos:

- a revisão bibliográfica das equações aplicadas à polarimetria SAR e implantação das mesmas em um programa que permita, desde que atendidos alguns critérios, ser utilizado com qualquer conjunto de dados complexos e servir como um programa que possa ser utilizado para o treinamento dos pesquisadores. Este item foi atendido com os programas SPSAR e SARPOL;
- a adequação do programa PROSAR-BR para a obtenção das imagens complexas de alta resolução do sensor SAR do SIPAM, nas suas quatro polarizações disponíveis, a partir dos dados brutos coletados pelo sensor. Para este item foi desenvolvido o programa SPSAR;
- o desenvolvimento de um programa para a extração das respostas polarimétricas e consequente identificação dos prováveis mecanismos de espalhamento para cada pixel da imagem radar. Para este item foi desenvolvido o programa SARPOL_FAB.
- a aplicação das equações revisadas para a obtenção das diversas matrizes utilizadas na área da polarimetria SAR. Este item foi atendido com o programa SARPOL_FAB que permite a construção das matrizes necessárias à identificação dos mecanismos de espalhamento e da resposta polarimétrica;
- o desenvolvimento de um programa a ser utilizado pelos pesquisadores na análise de dados de sensores polarimétricos e que abrangesse um amplo conjunto de funções para a exploração científica dos dados totalmente e parcialmente polarimétricos e, ainda, para o desenvolvimento de aplicativos a serem utilizados com estes dados. Este item foi atendido com o programa SARPOL_FAB.

Quanto à geração de um banco de dados de respostas polarimétricas, definição do melhor método de classificação a ser utilizado, assim como os testes dos algoritmos de classificação, recomenda-se que sejam incluídos como sugestão para trabalhos futuros, tendo em vista que o programa SARPOL_FAB caracteriza-se como um sistema de processamento de dados SAR polarimétrico ainda em desenvolvimento.

Pelo exposto, entende-se que este estudo atingiu a maioria dos objetivos propostos e, ainda, alguns resultados adicionais como a análise qualitativa da teoria matemática relacionada com a polarimetria SAR, apresentando em seus Apêndices o correto entendimento e dedução matemática de diversas formulações relacionadas ao Tópico em estudo.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Andrade, N. S. O.; Santa Rosa, A. N. C.; Faria, P. C. C. **A elipsometria e os parâmetros do vetor de Stokes**. In: Simpósio Brasileiro DE Sensoriamento Remoto, 13. (SBSR), 2007a, Florianópolis. Anais. São José dos Campos: INPE, 2007. p. 4767-4774
2. Andrade, N. S. O.; Santa Rosa, A. N. C. **Características técnicas do sensor SAR multipolarimétrico aerotransportado Brasileiro**. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 13. (SBSR), 2007b, Florianópolis. Anais. São José dos Campos: INPE, 2007. p. 7027-7034.
3. Andrade, N. S. O.; Santa Rosa, A. N. C. **Produtos do sensor SAR multipolarimétrico aerotransportado Brasileiro**. In: Simpósio Brasileiro de Sensoriamento Remoto, 13. (SBSR), 2007bc, Florianópolis. Anais. São José dos Campos: INPE, 2007. p. 7035-7042.
4. Azzam, R.M.A. & Bashara, N.M. **Ellipsometry and polarized light**. Elsevier Science Publishers, N.Y., 1986, 538 p.
5. Boerner, W., Mott, H., Luneburg, E., Livingstone, C., Brisco, B., Brown, R. & J. Patterson. Polarimetry in Radar Remote Sensing: Basic and Applied Concept, in Principles and Applications of Imaging Radar, **Manual of Remote Sensing**, 3rd Ed. Vol. 3, F. Hendeson & A. Lewis, Eds., Wiley & Sons, 1998.
6. Born, M. & Wolf, E. **Principles of optics: electromagnetic theory of propagation, interference and diffraction of light**. Pergamon Press, Elmsford, N.Y, 1980, 806p.
7. Born, M. & Wolf, E. **Principles of Optics**, Seventh Edition, Pergamon Press, New York, 1985.
8. CCRS, **Applications Potential for RADARSAT-2**, J. van der Sanden & S. Ross (Eds), 117 pp., Ottawa, Canada, 2001.
9. Chandrasekhar, S. Radiative Transfer. New York: Dover, 1960, 60 p.
10. C.López-Martínez, L.Ferro-Famil, E.Pottier, Tutorial on SAR Polarimetry. January 2005. http://earth.eo.esa.int/polsarpro/Manuals/4_Polarimetric_Decompositions.pdf
11. Cloude, S.R., & Pottier, E. **A review of target decomposition theorems in radar polarimetry**. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, Vol. 34, No. 2, pp. 498–518, 1996.
12. Cloude, S. R., **Group Theory and polarization algebra**. Optik, Vol. 75, No. 1, pp. 26-36, 1986.
13. Cloude, S.R., **Uniqueness of target decomposition theorems in radar polarimetry », Direct and Inverse Methods in Radar Polarimetry, Part 1**. NATO-ARW, W.M. Boerner *et al.*, Eds. New York : Kluwer Academic, pp 267-296, 1992.
14. Collet, E., **Polarized Light: Fundamentals and Applications**, Marcel dekker Inc., New York, 1993.

15. Freeman, A. & S. Durden, **A Three-Component Scattering Model for Polarimetric SAR Data**, IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens., Vol. 36, No. 3, May, 1998.
16. Fung, A., **Theory of Cross-Polarized Power Returned from a Random Surface**, Appl. Sci. Res., Vol. 18, pp. 50-60, 1967.
17. Fung, Adrian & Fawwaz T. Ulaby, **Matter-Energy Interaction in the Microwave Region**. Manual of Remote Sensing, vol. I. Falls Church, VA: American Society of Photogrammetry, 1983.
18. Hecht, E. **Optics**. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1979. 332p.
19. Hecht, E. **Optics**. Addison-Wesley Publishing Company, Reading, MA, 1990. 676 p. Cap. 8: Polarization, pp. 270-332.
20. Hecht, E. & Zajac, A. **Optics**. Addison-Wesley Publishing Company, 1979, 332 p.
21. Hellmann M.P., SAR Polarimetry Tutorial (Beta version 0.1a). [2001]. [on line]. <http://epsilon.nought.de/tutorials/polSMART/index.php>. . Fev. 2005.
22. IEEE Test Antenna Standard, p.76, IEEE, 1979.
23. Ioannidis G. A. & Hammers D. E., **Optimum antenna polarization for target discrimination in clutter**. IEEE Trans. Antennas Propagation., vol. AP-27, pp. 357-363, May 1979.
24. Kennaugh E. M., **Effects of the type of polarization on echo characteristics**. Tech. Rep. 389-9, Antenna Lab., Ohio State Univ., Columbus, 1951.
25. Kostinski A B & W M Boerner, **On foundations of radar polarimetry**. IEEE Trans Antennas and Propagation, Vol. 34, No 12, pp. 1395-1404, 1986.
26. Krogager, E. and W-M. Boerner, **On the importance of utilizing complete polarimetric information in radar imaging and classification**, AGARD Symposium: Remote Sensing - A Valuable Source of Information, Toulouse, France , AGARD Proc., (528 pp.), pp. 17.1 - 17.12, April 22-25, 1996.
27. Lee, J. S., Grunes, M. R., Ainsworth, T. L., Du, L. J., Schuler, D. L. and Cloude, S. R. **Unsupervised classification using polarimetric decomposition and the complex Wishart classifier**. IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing, 37(5), pp. 2249-2258, 1999.
28. Long, M., **Radar Reflectivity of Land and Sea**, Lexington Books, 1997.
29. Macdonald Dettwiler Associated. SIVAM Airborne SAR System. Operations Manual. - [SDRL A006-1] - Ref: VM-MA-51-0900 - Edição/Revisão: 2/1 - Data: 27 Mar 2001.
30. Oliver, C. J. & Quegan, S. Understanding synthetic aperture radar images. Artech House, 1998. 479 p. Cap. 11: Information in Multichannel SAR Data, pp. 319-364.
31. Parrent, G.B. & Roman, P. **On the matrix formulation of the theory of partial polarization in terms of observables**. Nuovo Cimento, Vol. 15, No 3, pp. 370-387, 1960.

32. Emerson, L. S.; Tatiana, M. K.; Yosio, E. S., **Análise preliminar de imagens SAR polarimétricas e potencial de aplicações em florestas tropicais**. Revista Brasileira de Cartografia, nº 62/03, 2010 (ISSN 0560-4613).
33. Schurcliff W A, 1962, **Polarized Light**, Harvard University Press, Cambridge Mass.
34. Sinclair, G., **The Transmission and Reception of Elliptically Polarized Waves**, *Proceedings of the IRE*, vol. 38, no. 2, pp. 148-151, 1950.
35. Tsang L., J. A. Kong & R. T. Shin, **Theory of microwave remote sensing**, Wiley, 1985.
36. Ulaby, F. & C. Elachi, **Radar Polarimetry for Geoscience Applications**, Artech House, 364 pp., 1990.
37. Ulaby, F.T.; Moore, R.K.; Fung, A.K. **Microwave remote sensing - fundamentals and radiometry**. Norwood, MA: Artech House, 1981a. v.1, 456 p. Cap. 1: Introduction, p. 1-60.
38. Van de Hulst, H.C. **Light scattering by small particles**, pp. 28-42, Dover, New York, 1981.
39. Van Zyl, J., **Unsupervised Classification of Scattering Behaviour Using Radar Polarimetry Data**, IEEE Trans. Geosci. Rem. Sens., Vol. 27, No. 1, January 1989.
40. Van Zyl, J.J., & Ulaby, F.T. **Scattering matrix representation for simple targets. In Radar polarimetry for geoscience applications**. Edited by F.T. Ulaby & C. Elachi. Artech House, Norwood, Mass. Chapt. 2, pp. 17–50, 1990.
41. Van Zyl, J.J., & Zebker, H.A. 1990. Imaging radar polarimetry. In Polarimetric remote sensing. Edited by J.A. Kong. Elsevier, New York. Progress in Electromagnetics Research (PIER), Vol. 3, Chapt. 5.
42. Van Zyl, J.J.; Zebker, H.A.; Elachi, C. **Imaging Radar Polarization Signatures: Theory and Observation**. Radio Science, Vol. 22, pp. 529-543, 1987.
43. Veiga, R.Q. **Processador SAR com Compensação de Movimento para o SAR SIVAM**. 2004. 90f. Tese de Mestrado – Instituto Tecnológico de Aeronáutica, São José dos Campos.
44. Wolf, E. **Coherence properties of partially polarized electromagnetic radiation**. Nuovo Cimento, Vol. 13, No. 6, pp. 1165-1181, 1959.
45. Zebker H.A., van Zyl J.J., Held D.N., "Imaging Radar Polarimetry from Wave Synthesis ", Journal of Geophysical Research, vol. 92, pp 683-701, 1987.
46. Zebker H.A., van Zyl J.J., "Imaging Radar Polarimetry: A Review," Proceedings of the IEEE, vol.79, no.11, November 1991.

APÊNDICE A

EQUAÇÕES PARA POLARIMETRIA SAR

A.1 – Representação vetorial de uma onda

A.1.1 – Vetores de Jones e de Stokes (ou de Kennough)

Polarização	Vetor de Jones (FSA)	Vetor de Jones (BSA)	Vetor de Stokes (FSA)	Vetor de Kennough (BSA)
Linear horizontal.	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
Linear vertical.	$\begin{bmatrix} 0 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$
Linear +45°	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$
Linear -45°	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ -1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$
Circular, orientada para a direita.	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$

Polarização	Vetor de Jones (FSA)	Vetor de Jones (BSA)	Vetor de Stokes (FSA)	Vetor de Kennaugh (BSA)
Circular, orientada para a esquerda.	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ -i \end{bmatrix}$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 \\ i \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ -1 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}$	$\begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}$ ou $\begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$

A.2 – Matrizes de espalhamento

A.2.1 – Matrizes de Jones e de Sinclair, e de Mueller/Stokes e de Kennaugh

Polarização	Matriz de Jones (FSA)	Matriz de Sinclair (BSA)	Matriz de Mueller (FSA)	Matriz de Kennaugh (BSA)
Linear horizontal.	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 & 0 \\ -1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Linear vertical.	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}$	$\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Linear +45°	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$
Linear -45°	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$

Polarização	Matriz de Jones (FSA)	Matriz de Sinclair (BSA)	Matriz de Mueller (FSA)	Matriz de Kennaugh (BSA)
Circular, orientada para a direita.	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & i \\ -i & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$
Circular, orientada para a esquerda.	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ -i & -1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & -i \\ i & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$	$\frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$

A.3 – Intensidade de uma onda parcialmente polarizada

Para ondas parcialmente polarizadas nem toda a intensidade está contida nos componentes polarizados. A condição de não negatividade satisfeita para o determinante da matriz de coerência (J) expressa em termos dos parâmetros de Stokes implica em:

$$I_0^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2 \quad (\text{A.1})$$

A comprovação desta relação para ondas parcialmente polarizadas é apresentada a seguir. A partir de (2.55) tem-se as seguintes igualdades para os parâmetros de Stokes:

$$\begin{aligned}
I_0 &= \langle |E_v|^2 \rangle + \langle |E_h|^2 \rangle = \langle |E_v E_v^*| \rangle + \langle |E_h E_h^*| \rangle = \langle a_v^2 \rangle + \langle a_h^2 \rangle \\
Q &= \langle |E_v|^2 \rangle - \langle |E_h|^2 \rangle = \langle |E_v E_v^*| \rangle - \langle |E_h E_h^*| \rangle = \langle a_v^2 \rangle - \langle a_h^2 \rangle \\
U &= \langle E_v E_h^* \rangle + \langle E_h E_v^* \rangle \\
V &= i \left(\langle E_v E_h^* \rangle - \langle E_h E_v^* \rangle \right)
\end{aligned} \quad (\text{A.2})$$

Elevando os parâmetros I_0 , Q , U e V ao quadrado, obtém-se:

$$\begin{aligned}
I_0^2 &= \left(\langle |E_v|^2 \rangle + \langle |E_h|^2 \rangle \right)^2 = \left(\langle |E_v E_v^*| \rangle + \langle |E_h E_h^*| \rangle \right)^2 \therefore \\
I_0^2 &= \left(\langle a_v e^{-i\delta_v} a_v e^{i\delta_v} \rangle + \langle a_h e^{-i\delta_h} a_h e^{i\delta_h} \rangle \right)^2 \therefore \\
I_0^2 &= \left(\langle a_v^2 \rangle + \langle a_h^2 \rangle \right)^2 = \langle a_v^2 \rangle^2 + \langle a_h^2 \rangle^2 + 2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle
\end{aligned} \tag{A.3}$$

$$\begin{aligned}
Q^2 &= \left(\langle |E_v|^2 \rangle - \langle |E_h|^2 \rangle \right)^2 = \left(\langle |E_v E_v^*| \rangle - \langle |E_h E_h^*| \rangle \right)^2 \therefore \\
Q^2 &= \left(\langle a_v e^{-i\delta_v} a_v e^{i\delta_v} \rangle - \langle a_h e^{-i\delta_h} a_h e^{i\delta_h} \rangle \right)^2 \therefore \\
Q^2 &= \left(\langle a_v^2 \rangle - \langle a_h^2 \rangle \right)^2 = \langle a_v^2 \rangle^2 + \langle a_h^2 \rangle^2 - 2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle
\end{aligned} \tag{A.4}$$

$$\begin{aligned}
U^2 &= \left(\langle E_v E_h^* \rangle + \langle E_h E_v^* \rangle \right)^2 = \left(\langle a_v e^{-i\delta_v} a_h e^{i\delta_h} \rangle + \langle a_h e^{-i\delta_h} a_v e^{i\delta_v} \rangle \right)^2 \therefore \\
U^2 &= \left(\langle a_v a_h e^{-i(\delta_v - \delta_h)} \rangle + \langle a_v a_h e^{i(\delta_v - \delta_h)} \rangle \right)^2 = \left(\langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle + \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle \right)^2 \therefore \\
U^2 &= \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle^2 + \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle^2 + 2 \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle
\end{aligned} \tag{A.5}$$

$$\begin{aligned}
V^2 &= \left[i \left(\langle E_v E_h^* \rangle \right) - \langle E_h E_v^* \rangle \right]^2 = \left[i \left(\langle a_v e^{-i\delta_v} a_h e^{i\delta_h} \rangle - \langle a_h e^{-i\delta_h} a_v e^{i\delta_v} \rangle \right) \right]^2 \therefore \\
V^2 &= \left[i \left(\langle a_v a_h e^{-i(\delta_v - \delta_h)} \rangle - \langle a_v a_h e^{i(\delta_v - \delta_h)} \rangle \right) \right]^2 = \left[i \left(\langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle - \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle \right) \right]^2 \therefore \\
V^2 &= i^2 \left(\langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle - \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle \right)^2 \therefore \\
V^2 &= i^2 \left(\langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle^2 + \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle^2 - 2 \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle \right)
\end{aligned} \tag{A.6}$$

como $i = \sqrt{-1}$, temos que $i^2 = -1$. Assim,

$$V^2 = - \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle^2 - \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle^2 + 2 \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle \tag{A.7}$$

Adicionando-se os parâmetros U^2 , V^2 e Q^2 , obtém-se:

$$\begin{aligned}
U^2 + V^2 &= \left(\langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle^2 + \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle^2 + 2 \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle \right) + \\
&\left(-\langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle^2 - \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle^2 + 2 \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle \right) :. \tag{A.8} \\
U^2 + V^2 &= 4 \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle
\end{aligned}$$

Como $Q^2 = \left(\langle a_v^2 \rangle - \langle a_h^2 \rangle \right)^2 = \langle a_v^2 \rangle^2 + \langle a_h^2 \rangle^2 - 2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle$, soma-se e subtrai-se $2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle$, obtendo-se:

$$\begin{aligned}
Q^2 &= \langle a_v^2 \rangle^2 + \langle a_h^2 \rangle^2 - 2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle - 2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle + 2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle :. \tag{A.9} \\
Q^2 &= \langle a_v^2 \rangle^2 + \langle a_h^2 \rangle^2 + 2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle - 4 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle
\end{aligned}$$

Assim, a soma dos parâmetros fica:

$$Q^2 + U^2 + V^2 = \langle a_v^2 \rangle^2 + \langle a_h^2 \rangle^2 + 2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle - 4 \left(\langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle - \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle \right) \tag{A.10}$$

De (D.60) tem-se que $I_0^2 = \langle a_v^2 \rangle^2 + \langle a_h^2 \rangle^2 + 2 \langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle$. Assim, a equação de (A.10) passa a ser:

$$Q^2 + U^2 + V^2 = I_0^2 - 4 \left(\langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle - \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle \right) \tag{A.11}$$

Agora, para provar que $I_0^2 > Q^2 + U^2 + V^2$, é necessário verificar se a relação $\langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle \geq \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle$ é verdadeira.

Ocorre que $\langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle - \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle$ é o determinante da seguinte matriz:

$$\begin{pmatrix} \langle |a_v|^2 \rangle & \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \\ \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle & \langle |a_h|^2 \rangle \end{pmatrix} \tag{A.12}$$

Que corresponde à matriz de coerência para uma onda parcialmente polarizada, apresentada em (2.51).

Sob a hipótese de que o sinal atende às condições de estacionaridade e ergodicidade, a matriz acima é Hermitiana positiva semi-definida, ou seja, tem todos os seus autovalores positivos.

Como o determinante é igual ao produto dos autovalores, neste caso, todos reais e não nulos, decorre que:

$$\langle a_v^2 \rangle \langle a_h^2 \rangle - \langle a_v a_h e^{-i\delta} \rangle \langle a_v a_h e^{i\delta} \rangle > 0 \quad (\text{A.13})$$

Deste modo, como se desejava demonstrar, $I_0^2 \geq Q^2 + U^2 + V^2$, valendo a igualdade somente para o caso de ondas totalmente polarizadas.

A.4 – Grau de polarização de uma onda parcialmente polarizada

Conforme visto em (2.56), uma onda parcialmente polarizada pode ser caracterizada pelos parâmetros do vetor de Stokes, os quais são novamente apresentados em (D.71).

$$\vec{S}_p = \begin{bmatrix} I_0 \\ Q \\ U \\ V \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle |E_v|^2 \rangle + \langle |E_h|^2 \rangle \\ \langle |E_v|^2 \rangle - \langle |E_h|^2 \rangle \\ \langle E_v E_h^* \rangle + \langle E_h E_v^* \rangle \\ i(\langle E_v E_h^* \rangle - \langle E_h E_v^* \rangle) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle |E_v E_v^*| \rangle + \langle |E_h E_h^*| \rangle \\ \langle |E_v E_v^*| \rangle - \langle |E_h E_h^*| \rangle \\ \langle E_v E_h^* \rangle + \langle E_h E_v^* \rangle \\ i(\langle E_v E_h^* \rangle - \langle E_h E_v^* \rangle) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \langle |E_v|^2 \rangle + \langle |E_h|^2 \rangle \\ \langle |E_v|^2 \rangle - \langle |E_h|^2 \rangle \\ \langle 2 \text{Re}(E_v E_h^*) \rangle \\ \langle -2 \text{Im}(E_v E_h^*) \rangle \end{bmatrix} \quad (\text{A.14})$$

Da mesma forma, a matriz de coerência pode ser utilizada para que os parâmetros de uma onda parcialmente polarizada possam ser medidos, ou seja:

$$\mathbf{J} = \langle \vec{E} \cdot \vec{E}^{*T} \rangle = \begin{pmatrix} \langle |E_v|^2 \rangle & \langle E_v E_h^* \rangle \\ \langle E_h E_v^* \rangle & \langle |E_h|^2 \rangle \end{pmatrix} \quad (\text{A.15})$$

Comparando as relações acima apresentadas tem-se que a matriz de coerência da onda fica:

$$\mathbf{J} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \langle I_0 \rangle + \langle Q \rangle & \langle U \rangle - i \langle V \rangle \\ \langle U \rangle + i \langle V \rangle & \langle I_0 \rangle - \langle Q \rangle \end{pmatrix}, \quad (\text{A.16})$$

onde os elementos da diagonal representam a intensidade em cada um dos dois componentes ortogonais da onda e os elementos fora da diagonal representam as correlações das polarizações cruzadas.

O cálculo dos autovalores de (J) é dado pela seguinte relação:

$$\det(\langle(J)\rangle - \lambda I) = 0, \quad (\text{A.17})$$

onde I é a matriz identidade.

Expandindo a equação de (A.17) obtém-se:

$$\begin{aligned} & \left| \begin{pmatrix} \frac{\langle I_0 \rangle + \langle Q \rangle}{2} & \frac{\langle U \rangle - i \langle V \rangle}{2} \\ \frac{\langle U \rangle + i \langle V \rangle}{2} & \frac{\langle I_0 \rangle - \langle Q \rangle}{2} \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} \lambda & 0 \\ 0 & \lambda \end{pmatrix} \right| = \left| \begin{pmatrix} \frac{\langle I_0 \rangle + \langle Q \rangle}{2} - \lambda & \frac{\langle U \rangle - i \langle V \rangle}{2} \\ \frac{\langle U \rangle + i \langle V \rangle}{2} & \frac{\langle I_0 \rangle - \langle Q \rangle}{2} - \lambda \end{pmatrix} \right| = \\ & = \left[\left(\frac{\langle I_0 \rangle + \langle Q \rangle}{2} - \lambda \right) \left(\frac{\langle I_0 \rangle - \langle Q \rangle}{2} - \lambda \right) \right] - \left[\left(\frac{\langle U \rangle - i \langle V \rangle}{2} \right) \left(\frac{\langle U \rangle + i \langle V \rangle}{2} \right) \right] = \\ & = \left[\left(\frac{\langle I_0 \rangle}{2} - \lambda \right)^2 - \left(\frac{\langle Q \rangle}{2} \right)^2 \right] - \left[\left(\frac{\langle U \rangle}{2} \right)^2 - \left(i \frac{\langle V \rangle}{2} \right)^2 \right] = \\ & = \lambda^2 - \langle I_0 \rangle \lambda + \frac{\langle I_0 \rangle^2 - (\langle Q \rangle^2 + \langle U \rangle^2 + \langle V \rangle^2)}{4} \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Assim, as raízes do polinômio característico da matriz (J) , ou seja, os seus autovalores reais são:

$$\begin{aligned} \lambda_{1,2} &= \frac{\langle I_0 \rangle \pm \sqrt{\langle I_0 \rangle^2 - [\langle I_0 \rangle^2 - (\langle Q \rangle^2 + \langle U \rangle^2 + \langle V \rangle^2)]}}{2} \therefore \\ \lambda_{1,2} &= \frac{\langle I_0 \rangle \pm \sqrt{\langle Q \rangle^2 + \langle U \rangle^2 + \langle V \rangle^2}}{2} \therefore \end{aligned} \quad (\text{A.19})$$

$$\lambda_1 = \frac{1}{2} \left\{ \langle I_0 \rangle + \sqrt{\langle Q \rangle^2 + \langle U \rangle^2 + \langle V \rangle^2} \right\} \text{ e } \lambda_2 = \frac{1}{2} \left\{ \langle I_0 \rangle - \sqrt{\langle Q \rangle^2 + \langle U \rangle^2 + \langle V \rangle^2} \right\}$$

Conforme apresentado em (2.52), um dos descritores das ondas parcialmente polarizadas é o seu **grau de polarização** m . A partir de (D.76) verifica-se que o determinante da matriz de

coerência é igual a $\det\langle(J)\rangle = \lambda_1\lambda_2$ e o seu traço igual a $\text{traço}\langle(J)\rangle = \langle I_0 \rangle = \lambda_1 + \lambda_2$. Assim, tem-se que:

$$m = \sqrt{1 - \frac{4 \det\langle(J)\rangle}{\text{tr}^2\langle(J)\rangle}} = \sqrt{1 - \frac{4\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}} = \sqrt{\frac{(\lambda_1 + \lambda_2)^2 - 4\lambda_1\lambda_2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}} = \sqrt{\frac{(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{(\lambda_1 + \lambda_2)^2}} \therefore \quad (\text{A.20})$$

$$m = \frac{|\lambda_1 - \lambda_2|}{\lambda_1 + \lambda_2} = \frac{\sqrt{\langle Q \rangle^2 + \langle U \rangle^2 + \langle V \rangle^2}}{\langle I_0 \rangle}$$

onde, $\frac{|\lambda_1 - \lambda_2|}{\lambda_1 + \lambda_2}$ corresponde à anisotropia do alvo, ou seja, diz respeito à homogeneidade do alvo em relação à direção de visada do radar. Um alvo bastante homogêneo e deve ter um baixo valor de anisotropia.

Outro descritor das ondas parcialmente polarizadas é a **entropia** da onda, ou seja, seu grau de aleatoriedade ou de desordem estatística. Esta é uma medida da predominância de um dado mecanismo de espalhamento dentro de uma célula de resolução. Fornece valores de 0 a 1, onde o valor 0 identifica que todo o espalhamento decorre de um único mecanismo.

A entropia da onda é dada por:

$$H = -\sum_{i=1}^{i=2} p_i \log_2(p_i), \quad \text{onde } p_i = \frac{\lambda_i}{\lambda_1 + \lambda_2} \quad (\text{A.21})$$

Desta forma, tem-se que:

1. para ondas completamente polarizadas ocorre uma máxima correlação entre E_v e E_h ;

$$\langle |E_v|^2 \rangle \langle |E_h|^2 \rangle = \langle E_v E_h^* \rangle \langle E_h E_v^* \rangle \Rightarrow \det\langle(J)\rangle = 0 \Rightarrow \begin{cases} \lambda_1 \neq 0 \\ \lambda_2 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} m = 1 \\ H = 0 \end{cases} \quad (\text{A.22})$$

2. para ondas completamente despolarizadas ocorre uma ausência de qualquer estrutura polarizada na onda;

$$\begin{cases} \langle |E_v|^2 \rangle = \langle |E_h|^2 \rangle \\ \langle E_v E_h^* \rangle = \langle E_h E_v^* \rangle = 0 \end{cases} \Rightarrow \det \langle (J) \rangle = \frac{\text{tr}^2 \langle (J) \rangle}{4} \Rightarrow \lambda_1 = \lambda_2 \Rightarrow \begin{cases} m = 0 \\ H = 1 \end{cases} \quad (\text{A.23})$$

3. e para ondas parcialmente polarizadas existe uma correlação entre E_v e E_h .

$$\langle (J) \rangle = \begin{pmatrix} \langle |E_v|^2 \rangle & \langle E_v E_h^* \rangle \\ \langle E_h E_v^* \rangle & \langle |E_h|^2 \rangle \end{pmatrix} \Rightarrow \begin{cases} \det \langle (J) \rangle \geq 0 \\ \lambda_1 \neq \lambda_2 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 0 \leq m \leq 1 \\ 0 \leq H \leq 1 \end{cases} \quad (\text{A.24})$$

A.5 – Relação entre a Matriz de Jones e a Matriz de Mueller

Segundo Azzam & Bashara (1987), se um alvo tem a matriz de Jones (\mathbf{T}), existe uma relação formal, dada por intermédio da matriz de expansão (\mathbf{A}) entre os elementos $M_{\mu\nu}$ da matriz de Mueller (\mathbf{M}) e os elementos T_{ij} de (\mathbf{T}) de acordo com:

$$\mathbf{M} = 2 \text{diag}[1 \quad 1 \quad 1 \quad -1] \mathbf{A}^{T-1} (\mathbf{T} \otimes \mathbf{T}^*) \mathbf{A}^{-1} = \mathbf{A} (\mathbf{T} \otimes \mathbf{T}^*) \mathbf{A}^{-1} \quad (\text{A.25})$$

Onde \otimes simboliza o produto de Kronecker, e a matriz de expansão (\mathbf{A}) é dada por:

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.26})$$

Logo:

$$\mathbf{A}^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -i & i & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A}^T = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \mathbf{A}^{*T} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (\text{A.27})$$

Temos, ainda, as seguintes relações com a matriz de expansão (\mathbf{A}):

$$A^{-1} = \frac{1}{2}A^{*T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \text{ e} \quad (\text{A.28})$$

$$2A^{T-1} = A^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -i & i & 0 \end{pmatrix}$$

Assim, decompondo a relação apresentada em A.25 obtém-se:

$$2\text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ -1]A^{T-1} = 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \frac{1}{2}A^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{pmatrix}$$

Assim, $2\text{diag}[1 \ 1 \ 1 \ -1]A^{T-1} = A$;

$$(T \otimes T^*) = \begin{pmatrix} T_{hh} & T_{hv} \\ -T_{vh} & -T_{vv} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} T_{hh}^* & T_{hv}^* \\ -T_{vh}^* & -T_{vv}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} T_{hh}T_{hh}^* & T_{hh}T_{hv}^* & T_{hv}T_{hh}^* & T_{hv}T_{hv}^* \\ -T_{hh}T_{vh}^* & -T_{hh}T_{vv}^* & -T_{hv}T_{vh}^* & -T_{hv}T_{vv}^* \\ -T_{vh}T_{hh}^* & -T_{vh}T_{hv}^* & -T_{vv}T_{hh}^* & -T_{vv}T_{hv}^* \\ T_{vh}T_{vh}^* & T_{vh}T_{vv}^* & T_{vv}T_{vh}^* & T_{vv}T_{vv}^* \end{pmatrix} \quad (\text{A.29})$$

$$\text{e } A^{-1} = \frac{1}{2}A^{*T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Desenvolvendo-se a relação apresentada em A.25 tem-se:

$$\begin{aligned}
A(T \otimes T^*) \frac{1}{2} A^{*T} &= \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & i & -i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} T_{hh}T_{hh}^* & T_{hh}T_{hv}^* & T_{hv}T_{hh}^* & T_{hv}T_{hv}^* \\ -T_{hh}T_{vh}^* & -T_{hh}T_{vv}^* & -T_{hv}T_{vh}^* & -T_{hv}T_{vv}^* \\ -T_{vh}T_{hh}^* & -T_{vh}T_{hv}^* & -T_{vv}T_{hh}^* & -T_{vv}T_{hv}^* \\ T_{vh}T_{vh}^* & T_{vh}T_{vv}^* & T_{vv}T_{vh}^* & T_{vv}T_{vv}^* \end{pmatrix} \frac{1}{2} A^{*T} = \\
&\left(\begin{array}{cccc} T_{hh}T_{hh}^* + T_{vh}T_{vh}^* & T_{hh}T_{hv}^* + T_{vh}T_{vv}^* & T_{hv}T_{hh}^* + T_{vv}T_{vh}^* & T_{hv}T_{hv}^* + T_{vv}T_{vv}^* \\ T_{hh}T_{hh}^* - T_{vh}T_{vh}^* & T_{hh}T_{hv}^* - T_{vh}T_{vv}^* & T_{hv}T_{hh}^* - T_{vv}T_{vh}^* & T_{hv}T_{hv}^* - T_{vv}T_{vv}^* \\ -T_{hh}T_{vh}^* - T_{vh}T_{hh}^* & -T_{vh}T_{hv}^* - T_{hh}T_{vv}^* & -T_{hv}T_{vh}^* - T_{vv}T_{hh}^* & -T_{hv}T_{vv}^* - T_{vv}T_{hv}^* \\ -i(T_{hh}T_{vh}^*) + i(T_{vh}T_{hh}^*) & -i(T_{hh}T_{vv}^*) + i(T_{vh}T_{hv}^*) & -i(T_{hv}T_{vh}^*) + i(T_{vv}T_{hh}^*) & -i(T_{hv}T_{vv}^*) + i(T_{vv}T_{hv}^*) \end{array} \right) \frac{1}{2} A^{*T} \quad (A.30)
\end{aligned}$$

A maneira mais simples de desenvolver a equação A.30 é utilizando-se as relações a seguir apresentadas.

$$\begin{aligned}
T_{hh} &= a + bi & T_{hh}^* &= a - bi \\
T_{hv} &= c + di & T_{hv}^* &= c - di \\
T_{vh} &= e + fi & T_{vh}^* &= e - fi \\
T_{vv} &= g + hi & T_{vv}^* &= g - hi
\end{aligned} \quad (A.31)$$

Assim, cada elemento da matriz de Mueller fica definido por:

$$\begin{aligned}
M_{11} &= \frac{1}{2} (T_{hh}T_{hh}^* + T_{vh}T_{vh}^* + T_{hv}T_{hv}^* + T_{vv}T_{vv}^*) \\
T_{hh}T_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
T_{vh}T_{vh}^* &= (e + fi)(e - fi) = e^2 + f^2 \\
T_{hv}T_{hv}^* &= (c + di)(c - di) = c^2 + d^2 \\
T_{vv}T_{vv}^* &= (g + hi)(g - hi) = g^2 + h^2
\end{aligned} \quad (A.32)$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$M_{11} = \frac{1}{2} (|T_{hh}|^2 + |T_{vh}|^2 + |T_{hv}|^2 + |T_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
M_{12} &= \frac{1}{2}T \left(T_{hh}T_{hh}^* + T_{vh}T_{vh}^* - T_{hv}T_{hv}^* - T_{vv}T_{vv}^* \right) \\
T_{hh}T_{hh}^* &= (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \\
T_{vh}T_{vh}^* &= (e+f\tilde{i})(e-f\tilde{i}) = e^2 + f^2 \\
-T_{hv}T_{hv}^* &= -\left[(c+di)(c-di) \right] = -c^2 - d^2 \\
-T_{vv}T_{vv}^* &= -\left[(g+hi)(g-hi) \right] = -g^2 - h^2
\end{aligned} \tag{A.33}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$M_{12} = \frac{1}{2} \left(|T_{hh}|^2 + |T_{vh}|^2 - |T_{hv}|^2 - |T_{vv}|^2 \right)$$

$$\begin{aligned}
M_{13} &= \frac{1}{2} \left(T_{hh}T_{hv}^* + T_{vh}T_{vv}^* + T_{hv}T_{hh}^* + T_{vv}T_{vh}^* \right) \\
T_{hh}T_{hv}^* &= (a+bi)(c-di) = ac - adi + cbi + bd \\
T_{vh}T_{vv}^* &= (e+f\tilde{i})(g-hi) = eg - ehi + fgi + fh \\
T_{hv}T_{hh}^* &= (c+di)(a-bi) = ac - cbi + adi + bd \\
T_{vv}T_{vh}^* &= (g+hi)(e-f\tilde{i}) = eg - fgi + ehi + fh
\end{aligned} \tag{A.34}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(ac + bd + eg + fh) = 2\text{Re}(T_{hh}T_{hv}^* + T_{vh}T_{vv}^*) \therefore$$

$$M_{13} = \text{Re}(T_{hh}T_{hv}^* + T_{vh}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{14} &= \frac{1}{2} \left[-i(T_{hh}T_{hv}^* + T_{vh}T_{vv}^*) + i(T_{hv}T_{hh}^* + T_{vv}T_{vh}^*) \right] \\
-i(T_{hh}T_{hv}^*) &= -i\left[(a+bi)(c-di) \right] = -iac - ad + bc - ibd \\
-i(T_{vh}T_{vv}^*) &= -i\left[(e+f\tilde{i})(g-hi) \right] = -ieg - eh + fg - ifh \\
i(T_{hv}T_{hh}^*) &= i\left[(c+di)(a-bi) \right] = iac + bc - ad + ibd \\
i(T_{vv}T_{vh}^*) &= i\left[(g+hi)(e-f\tilde{i}) \right] = ieg + fg - eh + ifh
\end{aligned} \tag{A.35}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(-ad + bc - eh + fg) = 2\text{Im}(T_{hh}T_{hv}^* + T_{vh}T_{vv}^*) \therefore$$

$$M_{14} = \text{Im}(T_{hh}T_{hv}^* + T_{vh}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{21} &= \frac{1}{2}(T_{hh}T_{hh}^* - T_{vh}T_{vh}^* + T_{hv}T_{hv}^* - T_{vv}T_{vv}^*) \\
T_{hh}T_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
-T_{vh}T_{vh}^* &= -[(e + fi)(e - fi)] = -e^2 - f^2 \\
T_{hv}T_{hv}^* &= (c + di)(c - di) = c^2 + d^2 \\
-T_{vv}T_{vv}^* &= -[(g + hi)(g - hi)] = -g^2 - h^2
\end{aligned} \tag{A.36}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$M_{21} = \frac{1}{2}(|T_{hh}|^2 - |T_{vh}|^2 + |T_{hv}|^2 - |T_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
M_{22} &= \frac{1}{2}(T_{hh}T_{hh}^* - T_{vh}T_{vh}^* - T_{hv}T_{hv}^* + T_{vv}T_{vv}^*) \\
T_{hh}T_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
-T_{vh}T_{vh}^* &= -[(e + fi)(e - fi)] = -e^2 - f^2 \\
-T_{hv}T_{hv}^* &= -[(c + di)(c - di)] = -c^2 - d^2 \\
T_{vv}T_{vv}^* &= (g + hi)(g - hi) = g^2 + h^2
\end{aligned} \tag{A.37}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$M_{22} = \frac{1}{2}(|T_{hh}|^2 - |T_{vh}|^2 - |T_{hv}|^2 + |T_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
M_{23} &= \frac{1}{2}(T_{hh}T_{hv}^* - T_{vh}T_{vv}^* + T_{hv}T_{hh}^* - T_{vv}T_{vh}^*) \\
T_{hh}T_{hv}^* &= (a + bi)(c - di) = ac - adi + bci + bd \\
-T_{vh}T_{vv}^* &= -[(e + fi)(g - hi)] = -eg + ehi - fgi - fh \\
T_{hv}T_{hh}^* &= (c + di)(a - bi) = ac - bci + adi + bd \\
-T_{vv}T_{vh}^* &= -[(g + hi)(e - fi)] = -eg + fgi - ehi - fh
\end{aligned} \tag{A.38}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(ac + bd - eg - fh) = 2\text{Re}(T_{hh}T_{hv}^* - T_{vh}T_{vv}^*) \therefore$$

$$M_{23} = \text{Re}(T_{hh}T_{hv}^* - T_{vh}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{24} &= \frac{1}{2} \left[-i(T_{hh}T_{hv}^* - T_{vh}T_{vv}^*) + i(T_{hv}T_{hh}^* - T_{vv}T_{vh}^*) \right] \\
-i(T_{hh}T_{hv}^*) &= -i[(a+bi)(c-di)] = -iac - ad + bc - ibd \\
i(T_{vh}T_{vv}^*) &= i[(e+f\tilde{i})(g-hi)] = ieg + eh - fg + ifh \\
i(T_{hv}T_{hh}^*) &= i[(c+di)(a-bi)] = iac + bc - ad + ibd \\
-i(T_{vv}T_{vh}^*) &= -i[(g+hi)(e-f\tilde{i})] = -ieg - fg + eh - ifh
\end{aligned} \tag{A.39}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(-ad + bc - fg + eh) = 2 \operatorname{Im}(T_{hh}T_{hv}^* - T_{vh}T_{vv}^*) .:$$

$$M_{24} = \operatorname{Im}(T_{hh}T_{hv}^* - T_{vh}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{31} &= \frac{1}{2} (-T_{hh}T_{vh}^* - T_{vh}T_{hh}^* - T_{hv}T_{vv}^* - T_{vv}T_{hv}^*) \\
-T_{hh}T_{vh}^* &= -[(a+bi)(e-f\tilde{i})] = -ae + af\tilde{i} - ebi - bf \\
-T_{vh}T_{hh}^* &= -[(e+f\tilde{i})(a-bi)] = -ae + ebi - af\tilde{i} - bf \\
-T_{hv}T_{vv}^* &= -[(c+di)(g-hi)] = -cg + chi - dgi - dh \\
-T_{vv}T_{hv}^* &= -[(g+hi)(c-di)] = -cg + dgi - chi - dh
\end{aligned} \tag{A.40}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(-ae - bf - cg - dh) = 2 \operatorname{Re}(-T_{hh}T_{vh}^* - T_{hv}T_{vv}^*) .:$$

$$M_{31} = \operatorname{Re}(-T_{hh}T_{vh}^* - T_{hv}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{32} &= \frac{1}{2} (-T_{hh}T_{vh}^* - T_{vh}T_{hh}^* + T_{hv}T_{vv}^* + T_{vv}T_{hv}^*) \\
-T_{hh}T_{vh}^* &= -[(a+bi)(e-f\tilde{i})] = -ae + af\tilde{i} - ebi - bf \\
-T_{vh}T_{hh}^* &= -[(e+f\tilde{i})(a-bi)] = -ae + ebi - af\tilde{i} - bf \\
T_{hv}T_{vv}^* &= [(c+di)(g-hi)] = cg - chi + dgi + dh \\
T_{vv}T_{hv}^* &= [(g+hi)(c-di)] = cg - dgi + chi + dh
\end{aligned} \tag{A.41}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(-ae - bf + cg + dh) = 2 \operatorname{Re}(-T_{hh}T_{vh}^* + T_{hv}T_{vv}^*) .:$$

$$M_{32} = \operatorname{Re}(-T_{hh}T_{vh}^* + T_{hv}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{33} &= \frac{1}{2}(-T_{vh}T_{hv}^* - T_{hh}T_{vv}^* - T_{hv}T_{vh}^* - T_{vv}T_{hh}^*) \\
-T_{vh}T_{hv}^* &= -[(e + fi)(c - di)] = -ec + dei - cfi - df \\
-T_{hh}T_{vv}^* &= -[(a + bi)(g - hi)] = -ag + ahi - bgi - bh \\
T_{hv}T_{vh}^* &= -[(c + di)(e - fi)] = -ec + cfi - dei - df \\
-T_{vv}T_{hh}^* &= -[(g + hi)(a - bi)] = -ag + bgi - ahi - bh
\end{aligned} \tag{A.42}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(-ec - df - ag - bh) = 2 \operatorname{Re}(-T_{hh}T_{vh}^* + T_{hv}T_{vv}^*) .\therefore$$

$$M_{33} = \operatorname{Re}(-T_{hv}T_{vh}^* - T_{hh}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{34} &= \frac{1}{2}[-i(-T_{vh}T_{hv}^* - T_{hh}T_{vv}^*) + i(-T_{hv}T_{vh}^* - T_{vv}T_{hh}^*)] \\
i(T_{vh}T_{hv}^*) &= i[(e + fi)(c - di)] = iec + ed - cf + ifd \\
i(T_{hh}T_{vv}^*) &= i[(a + bi)(g - hi)] = iag + ah - bg + ibh \\
-i(T_{hv}T_{vh}^*) &= -i[(c + di)(e - fi)] = -iec - cf + ed - ifd \\
-i(T_{vv}T_{hh}^*) &= -i[(g + hi)(a - bi)] = -iag - bg + ah - ibh
\end{aligned} \tag{A.43}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(ed - cf + ah - bg) = 2 \operatorname{Im}(-T_{vh}T_{hv}^* - T_{hh}T_{vv}^*) .\therefore$$

$$M_{34} = \operatorname{Im}(-T_{vh}T_{hv}^* - T_{hh}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{41} &= \frac{1}{2}[(-iT_{hh}T_{vh}^* + iT_{vh}T_{hh}^*) + (-iT_{hv}T_{vv}^* + iT_{vv}T_{hv}^*)] \\
-i(T_{hh}T_{vh}^*) &= -i[(a + bi)(e - fi)] = -i(ae - a fi + e bi + b f) = -iae - af + eb - ibf \\
i(T_{vh}T_{hh}^*) &= i[(e + fi)(a - bi)] = i(ae - e bi + a fi + b f) = iae + eb - af + ibf \\
-i(T_{hv}T_{vv}^*) &= -i[(c + di)(g - hi)] = -i(cg - c hi + d gi + d h) = -icg - ch + dg - idh \\
i(T_{vv}T_{hv}^*) &= i[(g + hi)(c - di)] = i(cg - d gi + c hi + d h) = icg + dg - ch + idh
\end{aligned} \tag{A.44}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(-af + eb - ch + dg) = 2 \operatorname{Im}(T_{hh}T_{vh}^* + T_{hv}T_{vv}^*) .\therefore$$

$$M_{41} = \operatorname{Im}(T_{hh}T_{vh}^* + T_{hv}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{42} &= \frac{1}{2} \left[(-iT_{hh}T_{vh}^* + iT_{vh}T_{hh}^*) - (-iT_{hv}T_{vv}^* + iT_{vv}T_{hv}^*) \right] \therefore \\
M_{42} &= \frac{1}{2} \left[(-iT_{hh}T_{vh}^* + iT_{vh}T_{hh}^*) + (iT_{hv}T_{vv}^* - iT_{vv}T_{hv}^*) \right] \\
-i(T_{hh}T_{vh}^*) &= -i[(a+bi)(e-fi)] = -i(ae - afi + ebi + bf) = -iae - af + eb - ibf \\
i(T_{vh}T_{hh}^*) &= i[(e+fi)(a-bi)] = i(ae - ebi + afi + bf) = iae + eb - af + ibf \\
i(T_{hv}T_{vv}^*) &= i[(c+di)(g-hi)] = i(cg - chi + dgi + dh) = icg + ch - dg + idh \\
-i(T_{vv}T_{hv}^*) &= -i[(g+hi)(c-di)] = -i(cg - dgi + chi + dh) = -icg - dg + ch - idh
\end{aligned} \tag{A.45}$$

Efetutando a soma dos elementos acima abtém-se:

$$2(-af + eb + ch - dg) = 2 \operatorname{Im}(T_{hh}T_{vh}^* - T_{hv}T_{vv}^*) \therefore$$

$$M_{42} = \operatorname{Im}(T_{hh}T_{vh}^* - T_{hv}T_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{43} &= \frac{1}{2} \left[(-iT_{hh}T_{vv}^* + iT_{vh}T_{hv}^*) + (-iT_{hv}T_{vh}^* + iT_{vv}T_{hh}^*) \right] \\
-i(T_{hh}T_{vv}^*) &= -i[(a+bi)(g-hi)] = -i(ag - ahi + bgi + bh) = -iag - ah + bg - ibh \\
i(T_{vh}T_{hv}^*) &= i[(e+fi)(c-di)] = i(ec - edi + cfi + df) = iec + ed - cf + idf \\
-i(T_{hv}T_{vh}^*) &= -i[(c+di)(e-fi)] = -i(ec - cfi + edi + df) = -iec - cf + ed - idf \\
i(T_{vv}T_{hh}^*) &= i[(g+hi)(a-bi)] = i(ag - bgi + ahi + bh) = iag + bg - ah + ibh
\end{aligned} \tag{A.46}$$

Efetutando a soma dos elementos acima abtém-se:

$$2(-ah + bg - cf + ed) = 2 \operatorname{Im}(T_{hh}T_{vv}^* + T_{hv}T_{vh}^*) \therefore$$

$$M_{43} = \operatorname{Im}(T_{hh}T_{vv}^* + T_{hv}T_{vh}^*)$$

$$\begin{aligned}
M_{44} &= \frac{1}{2} \left[-i(-iT_{hh}T_{vv}^* + iT_{vh}T_{hv}^*) + i(-iT_{hv}T_{vh}^* + iT_{vv}T_{hh}^*) \right] \\
&= -i \left[-i(T_{hh}T_{vv}^*) \right] = -i \left\{ -i \left[(a+bi)(g-hi) \right] \right\} = -i \left[-i(ag - ahi + bgi + bh) \right] = \\
&= -i(-iag - ah + bg - ibh) = -ag + iah - ibg - bh \\
&= -i \left[i(T_{vh}T_{hv}^*) \right] = -i \left\{ i \left[(e+fi)(c-di) \right] \right\} = -i \left[i(ec - edi + cfi + df) \right] = \\
&= -i(iec + ed - cf + idf) = ec - ied + icf + df \\
&= i \left[-i(T_{hv}T_{vh}^*) \right] = i \left\{ -i \left[(c+di)(e-fi) \right] \right\} = i \left[-i(ec - cfi + edi + df) \right] = \\
&= i(-iec - cf + ed - idf) = ec - icf + ied + df \\
&= i \left[i(T_{vv}T_{hh}^*) \right] = i \left\{ i \left[(g+hi)(a-bi) \right] \right\} = i \left[i(ag - bgi + ahi + bh) \right] = \\
&= i(iag + bg - ah + ibh) = -ag + ibg - iah - bh
\end{aligned} \tag{A.47}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(-ag - bh + ec + df) = 2 \operatorname{Re}(-T_{hh}T_{vv}^* + T_{vh}T_{hv}^*) \therefore$$

$$M_{44} = \operatorname{Re}(T_{vh}T_{hv}^* - T_{hh}T_{vv}^*)$$

Se (\mathbf{T}) for normal, ou seja, $(\mathbf{T})(\mathbf{T})^+ = (\mathbf{T})^+(\mathbf{T})$, então (\mathbf{M}) também é normal: $(\mathbf{M})(\mathbf{M})^T = (\mathbf{M})^T(\mathbf{M})$.

A.6 – Relação entre a Matriz de Sinclair e a Matriz de Kennaugh

Em termos dos elementos da matriz de Sinclair S_{ij} e dos elementos $K_{\mu\gamma}$ da matriz de Kennaugh, existe uma relação formal em termos da mesma matriz de expansão (\mathbf{A}) , onde:

$$\mathbf{K} = 2\mathbf{A}^{T-1} (\mathbf{S} \otimes \mathbf{S}^*) \mathbf{A}^{-1}, \text{ com } 2\mathbf{A}^{T-1} = \mathbf{A}^* \text{ e } \mathbf{A}^{-1} = \frac{1}{2} \mathbf{A}^{*T} \tag{A.48}$$

Assim, decompondo a relação apresentada em A.48 obtém-se:

$$2A^{T-1} = A^* = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -i & i & 0 \end{pmatrix};$$

$$(S \otimes S^*) = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} S_{hh}^* & S_{hv}^* \\ S_{vh}^* & S_{vv}^* \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} S_{hh}S_{hh}^* & S_{hh}S_{hv}^* & S_{hv}S_{hh}^* & S_{hv}S_{hv}^* \\ S_{hh}S_{vh}^* & S_{hh}S_{vv}^* & S_{hv}S_{vh}^* & S_{hv}S_{vv}^* \\ S_{vh}S_{hh}^* & S_{vh}S_{hv}^* & S_{vv}S_{hh}^* & S_{vv}S_{hv}^* \\ S_{vh}S_{vh}^* & S_{vh}S_{vv}^* & S_{vv}S_{vh}^* & S_{vv}S_{vv}^* \end{pmatrix}; e \quad (A.49)$$

$$A^{-1} = \frac{1}{2}A^{*T} = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & -i \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 1 & -1 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Desenvolvendo-se a relação apresentada em A.48 tem-se:

$$A^*(S \otimes S^*) \frac{1}{2}A^{*T} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & -i & i & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{hh}S_{hh}^* & S_{hh}S_{hv}^* & S_{hv}S_{hh}^* & S_{hv}S_{hv}^* \\ S_{hh}S_{vh}^* & S_{hh}S_{vv}^* & S_{hv}S_{vh}^* & S_{hv}S_{vv}^* \\ S_{vh}S_{hh}^* & S_{vh}S_{hv}^* & S_{vv}S_{hh}^* & S_{vv}S_{hv}^* \\ S_{vh}S_{vh}^* & S_{vh}S_{vv}^* & S_{vv}S_{vh}^* & S_{vv}S_{vv}^* \end{pmatrix} \frac{1}{2}A^{*T} = \quad (A.50)$$

$$\begin{pmatrix} S_{hh}S_{hh}^* + S_{vh}S_{vh}^* & S_{hh}S_{hv}^* + S_{vh}S_{vv}^* & S_{hv}S_{hh}^* + S_{vv}S_{vh}^* & S_{hv}S_{hv}^* + S_{vv}S_{vv}^* \\ S_{hh}S_{hh}^* - S_{vh}S_{vh}^* & S_{hh}S_{hv}^* - S_{vh}S_{vv}^* & S_{hv}S_{hh}^* - S_{vv}S_{vh}^* & S_{hv}S_{hv}^* - S_{vv}S_{vv}^* \\ S_{hh}S_{vh}^* + S_{vh}S_{hh}^* & S_{hh}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hv}^* & S_{hv}S_{vh}^* + S_{vv}S_{hh}^* & S_{hv}S_{vv}^* + S_{vv}S_{hv}^* \\ -i(S_{hh}S_{vh}^*) + i(S_{vh}S_{hh}^*) & -i(S_{hh}S_{vv}^*) + i(S_{vh}S_{hv}^*) & -i(S_{hv}S_{vh}^*) + i(S_{vv}S_{hh}^*) & -i(S_{hv}S_{vv}^*) + i(S_{vv}S_{hv}^*) \end{pmatrix} \frac{1}{2}A^{*T}$$

A melhor forma de desenvolver a equação A.50 é utilizando-se as relações a seguir apresentadas.

$$\begin{aligned} S_{hh} &= a + bi & S_{hh}^* &= a - bi \\ S_{hv} &= c + di & S_{hv}^* &= c - di \\ S_{vh} &= e + fi & S_{vh}^* &= e - fi \\ S_{vv} &= g + hi & S_{vv}^* &= g - hi \end{aligned} \quad (A.51)$$

Assim, cada elemento da matriz de Kennaugh fica definido por:

$$\begin{aligned}
K_{11} &= \frac{1}{2} \left(S_{hh} S_{hh}^* + S_{vh} S_{vh}^* + S_{hv} S_{hv}^* + S_{vv} S_{vv}^* \right) \\
S_{hh} S_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
S_{vh} S_{vh}^* &= (e + fi)(e - fi) = e^2 + f^2 \\
S_{hv} S_{hv}^* &= (c + di)(c - di) = c^2 + d^2 \\
S_{vv} S_{vv}^* &= (g + hi)(g - hi) = g^2 + h^2
\end{aligned} \tag{A.52}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$K_{11} = \frac{1}{2} \left(|S_{hh}|^2 + |S_{vh}|^2 + |S_{hv}|^2 + |S_{vv}|^2 \right)$$

$$\begin{aligned}
K_{12} &= \frac{1}{2} \left(S_{hh} S_{hh}^* + S_{vh} S_{vh}^* - S_{hv} S_{hv}^* - S_{vv} S_{vv}^* \right) \\
S_{hh} S_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
S_{vh} S_{vh}^* &= (e + fi)(e - fi) = e^2 + f^2 \\
-S_{hv} S_{hv}^* &= -[(c + di)(c - di)] = -c^2 - d^2 \\
-S_{vv} S_{vv}^* &= -[(g + hi)(g - hi)] = -g^2 - h^2
\end{aligned} \tag{A.53}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$K_{12} = \frac{1}{2} \left(|S_{hh}|^2 + |S_{vh}|^2 - |S_{hv}|^2 - |S_{vv}|^2 \right)$$

$$\begin{aligned}
K_{13} &= \frac{1}{2} \left(S_{hh} S_{hv}^* + S_{vh} S_{vv}^* + S_{hv} S_{hh}^* + S_{vv} S_{vh}^* \right) \\
S_{hh} S_{hv}^* &= (a + bi)(c - di) = ac - adi + cb + bd \\
S_{vh} S_{vv}^* &= (e + fi)(g - hi) = eg - ehi + fgi + fh \\
S_{hv} S_{hh}^* &= (c + di)(a - bi) = ac - cbi + adi + bd \\
S_{vv} S_{vh}^* &= (g + hi)(e - fi) = eg - fgi + ehi + fh
\end{aligned} \tag{A.54}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(ac + bd + eg + fh) = 2 \operatorname{Re} \left(S_{hh} S_{hv}^* + S_{vh} S_{vv}^* \right) \therefore$$

$$K_{13} = \operatorname{Re} \left(S_{hh} S_{hv}^* + S_{vh} S_{vv}^* \right)$$

$$\begin{aligned}
K_{14} &= \frac{1}{2} \left[-i(S_{hh}S_{hv}^* + S_{vh}S_{vv}^*) + i(S_{hv}S_{hh}^* + S_{vv}S_{vh}^*) \right] \\
-i(S_{hh}S_{hv}^*) &= -i[(a+bi)(c-di)] = -iac - ad + bc - ibd \\
-i(S_{vh}S_{vv}^*) &= -i[(e+f\bar{i})(g-hi)] = -ieg - eh + fg - ifh \\
i(S_{hv}S_{hh}^*) &= i[(c+di)(a-bi)] = iac + bc - ad + ibd \\
i(S_{vv}S_{vh}^*) &= i[(g+hi)(e-f\bar{i})] = ieg + fg - eh + ifh
\end{aligned} \tag{A.55}$$

Efetuada a soma dos elementos acima abtém-se:

$$2(-ad + bc - eh + fg) = 2 \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* + S_{vh}S_{vv}^*) \therefore$$

$$K_{14} = \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* + S_{vh}S_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{21} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{hh}^* - S_{vh}S_{vh}^* + S_{hv}S_{hv}^* - S_{vv}S_{vv}^*) \\
S_{hh}S_{hh}^* &= (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \\
-S_{vh}S_{vh}^* &= -[(e+f\bar{i})(e-f\bar{i})] = -e^2 - f^2 \\
S_{hv}S_{hv}^* &= (c+di)(c-di) = c^2 + d^2 \\
-S_{vv}S_{vv}^* &= -[(g+hi)(g-hi)] = -g^2 - h^2
\end{aligned} \tag{A.56}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$K_{21} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 - |S_{vh}|^2 + |S_{hv}|^2 - |S_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
K_{22} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{hh}^* - S_{vh}S_{vh}^* - S_{hv}S_{hv}^* + S_{vv}S_{vv}^*) \\
S_{hh}S_{hh}^* &= (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \\
-S_{vh}S_{vh}^* &= -[(e+f\bar{i})(e-f\bar{i})] = -e^2 - f^2 \\
-S_{hv}S_{hv}^* &= -[(c+di)(c-di)] = -c^2 - d^2 \\
S_{vv}S_{vv}^* &= (g+hi)(g-hi) = g^2 + h^2
\end{aligned} \tag{A.57}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$K_{22} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 - |S_{vh}|^2 - |S_{hv}|^2 + |S_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
K_{23} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{hv}^* - S_{vh}S_{vv}^* + S_{hv}S_{hh}^* - S_{vv}S_{vh}^*) \\
S_{hh}S_{hv}^* &= (a+bi)(c-di) = ac - adi + bci + bd \\
-S_{vh}S_{vv}^* &= -[(e+fi)(g-hi)] = -eg + ehi - fgi - fh \\
S_{hv}S_{hh}^* &= (c+di)(a-bi) = ac - bci + adi + bd \\
-S_{vv}S_{vh}^* &= -[(g+hi)(e-fi)] = -eg + fgi - ehi - fh
\end{aligned} \tag{A.58}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(ac + bd - eg - fh) = 2 \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{vh}S_{vv}^*) \therefore$$

$$K_{23} = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{vh}S_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{24} &= \frac{1}{2} [-i(S_{hh}S_{hv}^* - S_{vh}S_{vv}^*) + i(S_{hv}S_{hh}^* - S_{vv}S_{vh}^*)] \\
-i(S_{hh}S_{hv}^*) &= -i[(a+bi)(c-di)] = -iac - ad + bc - ibd \\
i(S_{vh}S_{vv}^*) &= i[(e+fi)(g-hi)] = ieg + eh - fg + ifh \\
i(S_{hv}S_{hh}^*) &= i[(c+di)(a-bi)] = iac + bc - ad + ibd \\
-i(S_{vv}S_{vh}^*) &= -i[(g+hi)(e-fi)] = -ieg - fg + eh - ifh
\end{aligned} \tag{A.59}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(-ad + bc - fg + eh) = 2 \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{vh}S_{vv}^*) \therefore$$

$$K_{24} = \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{vh}S_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{31} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{vh}^* + S_{vh}S_{hh}^* + S_{hv}S_{vv}^* + S_{vv}S_{hv}^*) \\
S_{hh}S_{vh}^* &= (a+bi)(e-fi) = ae - afi + ebi + bf \\
S_{vh}S_{hh}^* &= (e+fi)(a-bi) = ae - ebi + afi + bf \\
S_{hv}S_{vv}^* &= (c+di)(g-hi) = cg - chi + dgi + dh \\
S_{vv}S_{hv}^* &= (g+hi)(c-di) = cg - dgi + chi + dh
\end{aligned} \tag{A.60}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(ae + bf + cg + dh) = 2 \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vh}^* + S_{hv}S_{vv}^*) \therefore$$

$$K_{31} = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vh}^* + S_{hv}S_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{32} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{vh}^* + S_{vh}S_{hh}^* - S_{hv}S_{vv}^* - S_{vv}S_{hv}^*) \\
S_{hh}S_{vh}^* &= (a + bi)(e - fi) = ae - afi + ebi + bf \\
S_{vh}S_{hh}^* &= (e + fi)(a - bi) = ae - ebi + afi + bf \\
-S_{hv}S_{vv}^* &= -[(c + di)(g - hi)] = -cg + chi - dgi - dh \\
-S_{vv}S_{hv}^* &= -[(g + hi)(c - di)] = -cg + dgi - chi - dh
\end{aligned} \tag{A.61}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(ae + bf - cg - dh) = 2 \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vh}^* - S_{hv}S_{vv}^*) \therefore$$

$$K_{32} = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vh}^* - S_{hv}S_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{33} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hv}^* + S_{hv}S_{vh}^* + S_{vv}S_{hh}^*) \\
S_{hh}S_{vv}^* &= (a + bi)(g - hi) = ag - ahi + bgi + bh \\
S_{vh}S_{hv}^* &= (e + fi)(c - di) = ec - edi + fci + df \\
S_{hv}S_{vh}^* &= (c + di)(e - fi) = ec - cfci + edi + df \\
S_{vv}S_{hh}^* &= (g + hi)(a - bi) = ag - bgi + ahi + bh
\end{aligned} \tag{A.62}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(ag + bh + ec + df) = 2 \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vv}^* + S_{hv}S_{vh}^*) \therefore$$

$$K_{33} = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vv}^* + S_{hv}S_{vh}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{34} &= \frac{1}{2} [-i(S_{hh}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hv}^*) + i(S_{hv}S_{vh}^* + S_{vv}S_{hh}^*)] \\
-i(S_{hh}S_{vv}^*) &= -i[(a + bi)(g - hi)] = -i(ag - ahi + bgi + bh) = -iag - ah + bg - ibh \\
-i(S_{vh}S_{hv}^*) &= -i[(e + fi)(c - di)] = -i(ec - edi + fci + df) = -iec - ed + fc - idf \\
i(S_{hv}S_{vh}^*) &= i[(c + di)(e - fi)] = i(ec - fci + edi + df) = iec + fc - ed + idf \\
i(S_{vv}S_{hh}^*) &= i[(g + hi)(a - bi)] = i(ag - bgi + ahi + bh) = iag + bg - ah + ibh
\end{aligned} \tag{A.63}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$2(-ah + bg - ed + fc) = 2 \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hv}^*) \therefore$$

$$K_{34} = \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hv}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{41} &= \frac{1}{2} \left[\left(-iS_{hh}S_{vh}^* + iS_{vh}S_{hh}^* \right) + \left(-iS_{hv}S_{vv}^* + iS_{vv}S_{hv}^* \right) \right] \\
-i(S_{hh}S_{vh}^*) &= -i \left[(a+bi)(e-fi) \right] = -i(ae - afi + ebi + bf) = -iae - af + eb - ibf \\
i(S_{vh}S_{hh}^*) &= i \left[(e+fi)(a-bi) \right] = i(ae - ebi + afi + bf) = iae + eb - af + ibf \\
-i(S_{hv}S_{vv}^*) &= -i \left[(c+di)(g-hi) \right] = -i(cg - chi + dgi + dh) = -icg - ch + dg - idh \\
i(S_{vv}S_{hv}^*) &= i \left[(g+hi)(c-di) \right] = i(cg - dgi + chi + dh) = icg + dg - ch + idh
\end{aligned} \tag{A.64}$$

Efetuando a soma dos elementos acima abtém-se:

$$2(-af + eb - ch + dg) = 2 \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vh}^* + S_{hv}S_{vv}^*) .:$$

$$K_{41} = \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vh}^* + S_{hv}S_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{42} &= \frac{1}{2} \left[\left(-iS_{hh}S_{vh}^* + iS_{vh}S_{hh}^* \right) - \left(-iS_{hv}S_{vv}^* + iS_{vv}S_{hv}^* \right) \right] .: \\
K_{42} &= \frac{1}{2} \left[\left(-iS_{hh}S_{vh}^* + iS_{vh}S_{hh}^* \right) + \left(iS_{hv}S_{vv}^* - iS_{vv}S_{hv}^* \right) \right] \\
-i(S_{hh}S_{vh}^*) &= -i \left[(a+bi)(e-fi) \right] = -i(ae - afi + ebi + bf) = -iae - af + eb - ibf \\
i(S_{vh}S_{hh}^*) &= i \left[(e+fi)(a-bi) \right] = i(ae - ebi + afi + bf) = iae + eb - af + ibf \\
i(S_{hv}S_{vv}^*) &= i \left[(c+di)(g-hi) \right] = i(cg - chi + dgi + dh) = icg + ch - dg + idh \\
-i(S_{vv}S_{hv}^*) &= -i \left[(g+hi)(c-di) \right] = -i(cg - dgi + chi + dh) = -icg - dg + ch - idh
\end{aligned} \tag{A.65}$$

Efetuando a soma dos elementos acima abtém-se:

$$2(-af + eb + ch - dg) = 2 \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vh}^* - S_{hv}S_{vv}^*) .:$$

$$K_{42} = \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vh}^* - S_{hv}S_{vv}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{43} &= \frac{1}{2} \left[\left(-iS_{hh}S_{vv}^* + iS_{vh}S_{hv}^* \right) + \left(-iS_{hv}S_{vh}^* + iS_{vv}S_{hh}^* \right) \right] \\
-i(S_{hh}S_{vv}^*) &= -i \left[(a+bi)(g-hi) \right] = -i(ag - ahi + bgi + bh) = -iag - ah + bg - ibh \\
i(S_{vh}S_{hv}^*) &= i \left[(e+fi)(c-di) \right] = i(ec - edi + cfi + df) = iec + ed - cf + idf \\
-i(S_{hv}S_{vh}^*) &= -i \left[(c+di)(e-fi) \right] = -i(ec - cfi + edi + df) = -iec - cf + ed - idf \\
i(S_{vv}S_{hh}^*) &= i \left[(g+hi)(a-bi) \right] = i(ag - bgi + ahi + bh) = iag + bg - ah + ibh
\end{aligned} \tag{A.66}$$

Efetuando a soma dos elementos acima abtém-se:

$$2(-ah + bg - cf + ed) = 2 \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vv}^* + S_{hv}S_{vh}^*) .:$$

$$K_{43} = \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vv}^* + S_{hv}S_{vh}^*)$$

$$\begin{aligned}
K_{44} &= \frac{1}{2} \left[-i \left(-i S_{hh} S_{vv}^* + i S_{vh} S_{hv}^* \right) + i \left(-i S_{hv} S_{vh}^* + i S_{vv} S_{hh}^* \right) \right] \\
&= -i \left[-i \left(S_{hh} S_{vv}^* \right) \right] = -i \left\{ -i \left[(a+bi)(g-hi) \right] \right\} = -i \left[-i (ag - ahi + bgi + bh) \right] = \\
&= -i (-iag - ah + bg - ibh) = -ag + iah - ibg - bh \\
&= -i \left[i \left(S_{vh} S_{hv}^* \right) \right] = -i \left\{ i \left[(e+fi)(c-di) \right] \right\} = -i \left[i (ec - edi + cfi + df) \right] = \\
&= -i (iec + ed - cf + idf) = ec - ied + icf + df \\
i \left[-i \left(S_{hv} S_{vh}^* \right) \right] &= i \left\{ -i \left[(c+di)(e-fi) \right] \right\} = i \left[-i (ec - cfi + edi + df) \right] = \\
&= i (-iec - cf + ed - idf) = ec - icf + ied + df \\
i \left[i \left(S_{vv} S_{hh}^* \right) \right] &= i \left\{ i \left[(g+hi)(a-bi) \right] \right\} = i \left[i (ag - bgi + ahi + bh) \right] = \\
&= i (iag + bg - ah + ibh) = -ag + ibg - iah - bh
\end{aligned} \tag{A.67}$$

Efetuando a soma dos elementos acima abtém-se:

$$2(-ag - bh + ec + df) = 2 \operatorname{Re}(-S_{hh} S_{vv}^* + S_{vh} S_{hv}^*) \therefore$$

$$K_{44} = \operatorname{Re}(S_{vh} S_{hv}^* - S_{hh} S_{vv}^*)$$

Deve-se observar que para uma matriz de Sinclair (S) simétrica, a matriz de Kennaugh (K) também é simétrica, e de acordo com o formalismo matemático, $(M) = \operatorname{diag}(1 \ 1 \ -1 \ 1)(K)$, mas deve-se tomar bastante cuidado na distinção do significado físico de (K) versus (M) em termos de (S) versus (T), respectivamente. Assim, se (S) é simétrica, $S_{hv} = S_{vh}$ então, para o caso em que o teorema da reciprocidade é atendido tem-se que:

$$K_{11} = \frac{1}{2} \left(|S_{hh}|^2 + 2|S_{hv}|^2 + |S_{vv}|^2 \right) = \frac{1}{2} \operatorname{span} S \tag{A.68}$$

$$K_{22} = \frac{1}{2} \left(|S_{hh}|^2 - 2|S_{hv}|^2 + |S_{vv}|^2 \right) \tag{A.69}$$

$$K_{33} = |S_{hv}|^2 + \operatorname{Re}(S_{hv} S_{vv}^*) \tag{A.70}$$

$$K_{44} = |S_{hv}|^2 - \text{Re}(S_{hv}S_{vv}^*) \quad (\text{A.71})$$

Com

$$K_{11} = \sum_{i=2}^4 K_{ii} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 K_{ii} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^2 \lambda_i (S + S) = \frac{1}{2} \text{Span}S \quad (\text{A.72})$$

A.7 – Matrizes de Covariância e de Coerência dos alvos

A matriz complexa (S) descreve o processo de espalhamento e contém, portanto, a informação relativa ao alvo. Ao invés da notação matricial, pode-se utilizar um vetor complexo de quatro elementos que contém a mesma informação que a matriz (S). Desta forma, os vetores de covariância \vec{k}_B e de coerência \vec{k}_P do alvo, são definidos a partir das bases ψ_B e ψ_P , conforme apresentado a seguir:.

$$(S) = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \rightarrow \vec{k}_B = \frac{1}{2} \text{Traço}[(S)\psi_B] = [S_0 \quad S_1 \quad S_2 \quad S_3]^T \quad (\text{a})$$

e

$$(S) = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \rightarrow \vec{k}_P = \frac{1}{2} \text{Traço}[(S)\psi_P] = \frac{1}{\sqrt{2}} [k_0 \quad k_1 \quad k_2 \quad k_3]^T \quad (\text{b})$$

onde o traço da matriz (S) é a soma dos elementos da diagonal desta matriz e ψ_B e ψ_P correspondem ao conjunto completo das matrizes complexas 2×2 nas bases de Borgeaud e de Pauli, respectivamente. Abaixo são apresentadas as matrizes que compõem a base de Borgeaud.

$$\psi_B = \left\{ 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{A.74})$$

A base amplamente empregada na física da onda espalhada é comumente conhecida como base de Pauli, é formada pelas matrizes spin de Pauli, apresentadas em (A.75).

O vetor de coerência do alvo, obtido a partir da base de Pauli, é deduzido em (A.78).

$$\psi_P = \left\{ \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix}, \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \right\} \quad (\text{A.75})$$

Desenvolvendo-se a equação (a) apresentada em (A.73) chega-se ao vetor de covariância, conforme apresentado a seguir.

$$(S) = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \rightarrow \vec{k}_B = \frac{1}{2} \text{Traço} [(S) \psi_B] \therefore$$

$$1^\circ \text{ elemento} = \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \begin{pmatrix} S_{hh} & 0 \\ S_{vh} & 0 \end{pmatrix} \therefore$$

$$1^\circ \text{ elemento} = (S_{hh})$$

$$2^\circ \text{ elemento} = \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \begin{pmatrix} 0 & S_{hh} \\ 0 & S_{vh} \end{pmatrix} \therefore$$

$$2^\circ \text{ elemento} = (S_{vh})$$

$$3^\circ \text{ elemento} = \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \begin{pmatrix} S_{hv} & 0 \\ S_{vv} & 0 \end{pmatrix} \therefore$$

$$3^\circ \text{ elemento} = (S_{hv})$$

$$4^\circ \text{ elemento} = \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \begin{pmatrix} 0 & S_{hv} \\ 0 & S_{vv} \end{pmatrix} \therefore$$

$$4^\circ \text{ elemento} = (S_{vv})$$

Assim, o vetor de covariância fica:

$$\vec{k}_B = [S_{hh} \quad S_{vh} \quad S_{hv} \quad S_{vv}]^T \quad (\text{A.77})$$

Sendo válido o teorema da reciprocidade, passa-se a ter o vetor de covariância \vec{k}_B com três elementos que simplifica consideravelmente os cálculos.

$$(S) = \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \rightarrow \vec{k}_B = \frac{1}{2} \text{Traço} [(S) \psi_B] \therefore$$

$$1^\circ \text{ elemento} = \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \ 2 \begin{pmatrix} S_{hh} & 0 \\ S_{hv} & 0 \end{pmatrix} \therefore$$

$$1^\circ \text{ elemento} = (S_{hh})$$

$$2^\circ \text{ elemento} = \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \ 2 \begin{pmatrix} 0 & S_{hh} \\ 0 & S_{hv} \end{pmatrix} \therefore$$

$$2^\circ \text{ elemento} = (S_{hv})$$

$$3^\circ \text{ elemento} = \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \ 2 \begin{pmatrix} S_{hv} & 0 \\ S_{vv} & 0 \end{pmatrix} \therefore$$

$$3^\circ \text{ elemento} = (S_{hv})$$

$$4^\circ \text{ elemento} = \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} 2 \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \ 2 \begin{pmatrix} 0 & S_{hv} \\ 0 & S_{vv} \end{pmatrix} \therefore$$

$$4^\circ \text{ elemento} = (S_{vv})$$

(A.78)

Assim, o vetor de covariância para o caso em que a reciprocidade é assumida fica:

$$\vec{k}_B = [S_{hh} \ S_{hv} \ S_{hv} \ S_{vv}]^T \quad (A.79)$$

Contudo, para satisfazer a conservação de energia o multiplicador $\sqrt{2}$ é introduzido. Desta forma, a equação (A.79) reduz-se para:

$$\vec{k}_B = [S_{hh} \ \sqrt{2}S_{hv} \ S_{vv}]^T \quad (A.80)$$

De forma similar, desenvolvendo-se a equação (b) apresentada em (A.73) chega-se ao vetor de coerência.

$$\begin{aligned}
(S) &= \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \rightarrow \vec{k}_p = \frac{1}{2} \text{Traço} [(S) \psi_p] \therefore \\
1^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \sqrt{2} \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \therefore \\
1^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (S_{hh} + S_{vv}) \\
2^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \sqrt{2} \begin{pmatrix} S_{hh} & -S_{hv} \\ S_{vh} & -S_{vv} \end{pmatrix} \therefore \\
2^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (S_{hh} - S_{vv}) \tag{A.81} \\
3^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \sqrt{2} \begin{pmatrix} S_{hv} & S_{hh} \\ S_{vv} & S_{vh} \end{pmatrix} \therefore \\
3^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (S_{hv} + S_{vh}) \\
4^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \sqrt{2} \begin{pmatrix} i(S_{hv}) & -i(S_{hh}) \\ i(S_{vv}) & -i(S_{vh}) \end{pmatrix} \therefore \\
4^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{\sqrt{2}} i(S_{hv} - S_{vh})
\end{aligned}$$

Assim, o vetor de coerência fica:

$$\vec{k}_p = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{hh} + S_{vv} & S_{hh} - S_{vv} & S_{hv} + S_{vh} & i(S_{hv} - S_{vh}) \end{bmatrix}^T \tag{A.82}$$

Como no caso do vetor de covariância, caso o teorema da reciprocidade seja assumido, o vetor de coerência passa, também, a ter somente três elementos, conforme desenvolvido a seguir:

$$\begin{aligned}
(S) &= \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{vh} & S_{vv} \end{pmatrix} \rightarrow \vec{k}_p = \frac{1}{2} \text{Traço} [(S)\psi_p] \therefore \\
1^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \sqrt{2} \begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} \therefore \\
1^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (S_{hh} + S_{vv}) \\
2^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \sqrt{2} \begin{pmatrix} S_{hh} & -S_{hv} \\ S_{hv} & -S_{vv} \end{pmatrix} \therefore \\
2^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (S_{hh} - S_{vv}) \\
3^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \sqrt{2} \begin{pmatrix} S_{hv} & S_{hh} \\ S_{vv} & S_{hv} \end{pmatrix} \therefore \\
3^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{\sqrt{2}} (2S_{hv}) \\
4^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{2} \text{Traço} \left[\begin{pmatrix} S_{hh} & S_{hv} \\ S_{hv} & S_{vv} \end{pmatrix} \sqrt{2} \begin{pmatrix} 0 & -i \\ i & 0 \end{pmatrix} \right] = \frac{1}{2} \text{Traço} \sqrt{2} \begin{pmatrix} i(S_{hv}) & -i(S_{hh}) \\ i(S_{vv}) & -i(S_{hv}) \end{pmatrix} \therefore \\
4^\circ \text{ elemento} &= \frac{1}{\sqrt{2}} i (S_{hv} - S_{hv}) = 0
\end{aligned} \tag{A.83}$$

Tem-se, então o seguinte vetor de coerência:

$$\vec{k}_p = \frac{1}{\sqrt{2}} [S_{hh} + S_{vv} \quad S_{hh} - S_{vv} \quad 2S_{hv}]^T \tag{A.84}$$

O fator 2 em (A.74) assim como o fator $\sqrt{2}$ em (A.75) surgem a partir da restrição de que a norma ao quadrado dos vetores de espalhamento \vec{k}_B e \vec{k}_p , que é igual à energia total retroespalhada (A.85), deve ser independente da escolha das matrizes ψ_B ou ψ_p .

$$\vec{k} \cdot \vec{k} = \|\vec{k}\|^2 = \vec{k}_B^{*T} \cdot \vec{k}_B = \vec{k}_p^{*T} \cdot \vec{k}_p = (|S_{hh}|^2 + |S_{hv}|^2 + |S_{vh}|^2 + |S_{vv}|^2) \tag{A.85}$$

Efetuada-se o produto interno de (A.85) chega-se aos resultados a seguir apresentados:

$$\|\vec{k}\|^2 = \vec{k}_P^{*T} \cdot \vec{k}_P = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{hh}^* + S_{vv}^* & S_{hh}^* - S_{vv}^* & S_{hv}^* + S_{vh}^* & -i(S_{hv}^* - S_{vh}^*) \end{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} S_{hh} + S_{vv} \\ S_{hh} - S_{vv} \\ S_{hv} + S_{vh} \\ i(S_{hv} - S_{vh}) \end{bmatrix}$$

assim,

$$\begin{aligned} \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{hh}^* + S_{vv}^*) \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{hh} + S_{vv}) &= \frac{1}{2} \left(|S_{hh}|^2 + S_{hh}^* S_{vv} + S_{hh} S_{vv}^* + |S_{vv}|^2 \right); \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{hh}^* - S_{vv}^*) \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{hh} - S_{vv}) &= \frac{1}{2} \left(|S_{hh}|^2 - S_{hh}^* S_{vv} - S_{hh} S_{vv}^* + |S_{vv}|^2 \right); \\ \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{hv}^* + S_{vh}^*) \frac{1}{\sqrt{2}}(S_{hv} + S_{vh}) &= \frac{1}{2} \left(|S_{hv}|^2 + S_{hv}^* S_{vh} + S_{vh} S_{hv}^* + |S_{vh}|^2 \right) e \\ \frac{1}{\sqrt{2}} - i(S_{hv}^* - S_{vh}^*) \frac{1}{\sqrt{2}} i(S_{hv} - S_{vh}) &= \frac{1}{2} \left(|S_{hv}|^2 - S_{hv}^* S_{vh} - S_{vh} S_{hv}^* + |S_{vh}|^2 \right). \end{aligned} \tag{A.86}$$

De forma similar,

$$\|\vec{k}\|^2 = \vec{k}_B^{*T} \cdot \vec{k}_B = \begin{bmatrix} S_{hh}^* & S_{vh}^* & S_{hv}^* & S_{vv}^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} S_{hh} \\ S_{vh} \\ S_{hv} \\ S_{vv} \end{bmatrix}$$

assim,

$$\begin{aligned} S_{hh}^* S_{hh} &= |S_{hh}|^2; \\ S_{vh}^* S_{vh} &= |S_{vh}|^2; \\ S_{hv}^* S_{hv} &= |S_{hv}|^2 e \\ S_{vv}^* S_{vv} &= |S_{vv}|^2. \end{aligned} \tag{A.87}$$

Efetuada-se a soma dos resultados apresentados tanto em (A.86) quanto em (A.87) chega-se, em ambos os casos, ao escalar apresentado em (A.85).

Realizando, agora, o produto do vetor \vec{k}_P por seu conjugado transposto obtém-se a **matriz de coerência**, que corresponde a uma representação das propriedades de espalhamento do alvo no domínio da potência.

$$\begin{aligned}
(\mathbf{R}) &= \langle \vec{k}_P \cdot \vec{k}_P^{*\Gamma} \rangle = \left\langle \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{hh} + S_{vv} \\ S_{hh} - S_{vv} \\ S_{hv} + S_{vh} \\ i(S_{hv} - S_{vh}) \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{hh}^* + S_{vv}^* & S_{hh}^* - S_{vv}^* & S_{hv}^* + S_{vh}^* & -i(S_{hv}^* - S_{vh}^*) \end{pmatrix} \right\rangle \dots \\
(\mathbf{R}) &= \langle \vec{k}_P \cdot \vec{k}_P^{*\Gamma} \rangle = \frac{1}{2} \left\langle \begin{pmatrix} |k_0|^2 & k_0 k_1^* & k_0 k_2^* & k_0 k_3^* \\ k_1 k_0^* & |k_1|^2 & k_1 k_2^* & k_1 k_3^* \\ k_2 k_0^* & k_2 k_1^* & |k_2|^2 & k_2 k_3^* \\ k_3 k_0^* & k_3 k_1^* & k_3 k_2^* & |k_3|^2 \end{pmatrix} \right\rangle \tag{A.88}
\end{aligned}$$

Ou seja:

$$(\mathbf{R}) = \frac{1}{2} \left\langle \begin{pmatrix} (S_{hh} + S_{vv})(S_{hh}^* + S_{vv}^*) & (S_{hh} + S_{vv})(S_{hh}^* - S_{vv}^*) & (S_{hh} + S_{vv})(S_{hv}^* + S_{vh}^*) & (S_{hh} + S_{vv})[-i(S_{hv}^* - S_{vh}^*)] \\ (S_{hh} - S_{vv})(S_{hh}^* + S_{vv}^*) & (S_{hh} - S_{vv})(S_{hh}^* - S_{vv}^*) & (S_{hh} - S_{vv})(S_{hv}^* + S_{vh}^*) & (S_{hh} - S_{vv})[-i(S_{hv}^* - S_{vh}^*)] \\ (S_{hv} + S_{vh})(S_{hh}^* + S_{vv}^*) & (S_{hv} + S_{vh})(S_{hh}^* - S_{vv}^*) & (S_{hv} + S_{vh})(S_{hv}^* + S_{vh}^*) & (S_{hv} + S_{vh})[-i(S_{hv}^* - S_{vh}^*)] \\ [i(S_{hv} - S_{vh})](S_{hh}^* + S_{vv}^*) & [i(S_{hv} - S_{vh})](S_{hh}^* - S_{vv}^*) & [i(S_{hv} - S_{vh})](S_{hv}^* + S_{vh}^*) & [i(S_{hv} - S_{vh})][-i(S_{hv}^* - S_{vh}^*)] \end{pmatrix} \right\rangle$$

A melhor forma de desenvolver a matriz acima apresentada é por intermédio do uso das relações apresentadas em (A.51). Assim, cada elemento da matriz de Coerência fica definido por:

$$\begin{aligned}
R_{11} &= \frac{1}{2} (S_{hh} S_{hh}^* + S_{hh} S_{vv}^* + S_{vv} S_{hh}^* + S_{vv} S_{vv}^*) \\
S_{hh} S_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
S_{hh} S_{vv}^* &= (a + bi)(g - hi) = ag - ahi + bgi + bh \\
S_{vv} S_{hh}^* &= (g + hi)(a - bi) = ag - bgi + ahi + bh \\
S_{vv} S_{vv}^* &= (g + hi)(g - hi) = g^2 + h^2
\end{aligned} \tag{A.89}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{11} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 + 2 \operatorname{Re}(S_{hh} S_{vv}^*) + |S_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
R_{12} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{hh}^* - S_{hh}S_{vv}^* + S_{vv}S_{hh}^* - S_{vv}S_{vv}^*) \\
S_{hh}S_{hh}^* &= (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \\
-S_{hh}S_{vv}^* &= -[(a+bi)(g-hi)] = -ag + ahi - bgi - bh \\
S_{vv}S_{hh}^* &= (g+hi)(a-bi) = ag - bgi + ahi + bh \\
-S_{vv}S_{vv}^* &= -[(g+hi)(g-hi)] = -g^2 - h^2
\end{aligned} \tag{A.90}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{12} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 - 2i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vv}^*) - |S_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
R_{13} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{hv}^* + S_{hh}S_{vh}^* + S_{vv}S_{hv}^* + S_{vv}S_{vh}^*) \\
S_{hh}S_{hv}^* &= (a+bi)(c-di) = ac - adi + bci + bd = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^*) \\
S_{hh}S_{vh}^* &= (a+bi)(e-fi) = ae - afi + bei + bf = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vh}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vh}^*) \\
S_{vv}S_{hv}^* &= (g+hi)(c-di) = cg - dgi + chi + dh = \operatorname{Re}(S_{vv}S_{hv}^*) + i \operatorname{Im}(S_{vv}S_{hv}^*) \\
S_{vv}S_{vh}^* &= (g+hi)(e-fi) = eg - fgi + ehi + fh = \operatorname{Re}(S_{vv}S_{vh}^*) + i \operatorname{Im}(S_{vv}S_{vh}^*)
\end{aligned} \tag{A.91}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{13} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^* + S_{hh}S_{vh}^* + S_{vv}S_{hv}^* + S_{vv}S_{vh}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* + S_{hh}S_{vh}^* + S_{vv}S_{hv}^* + S_{vv}S_{vh}^*) \right]$$

$$\begin{aligned}
R_{14} &= \frac{1}{2} \left[-i(S_{hh}S_{hv}^*) + i(S_{hh}S_{vh}^*) - i(S_{vv}S_{hv}^*) + i(S_{vv}S_{vh}^*) \right] \\
-i(S_{hh}S_{hv}^*) &= -i[(a+bi)(c-di)] = -iac - ad + bc - ibd = -i \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^*) + \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^*) \\
i(S_{hh}S_{vh}^*) &= i[(a+bi)(e-fi)] = iae + af - be + ibf = i \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vh}^*) - \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vh}^*) \\
-i(S_{vv}S_{hv}^*) &= -i[(g+hi)(c-di)] = -icg - dg + ch - idh = -i \operatorname{Re}(S_{vv}S_{hv}^*) + \operatorname{Im}(S_{vv}S_{hv}^*) \\
i(S_{vv}S_{vh}^*) &= i[(g+hi)(e-fi)] = ieg + fg - eh + ifh = i \operatorname{Re}(S_{vv}S_{vh}^*) - \operatorname{Im}(S_{vv}S_{vh}^*)
\end{aligned} \tag{A.92}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{14} = \frac{1}{2} \left[-i \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{hh}S_{vh}^* + S_{vv}S_{hv}^* - S_{vv}S_{vh}^*) + \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{hh}S_{vh}^* + S_{vv}S_{hv}^* - S_{vv}S_{vh}^*) \right]$$

$$\begin{aligned}
R_{21} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{hh}^* + S_{hh}S_{vv}^* - S_{vv}S_{hh}^* - S_{vv}S_{vv}^*) \\
S_{hh}S_{hh}^* &= (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \\
S_{hh}S_{vv}^* &= (a+bi)(g-hi) = ag - ahi + bgi + bh \\
-S_{vv}S_{hh}^* &= -[(g+hi)(a-bi)] = -ag + bgi - ahi - bh \\
-S_{vv}S_{vv}^* &= -[(g+hi)(g-hi)] = -g^2 - h^2
\end{aligned} \tag{A.93}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{21} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 + 2i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vv}^*) - |S_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
R_{22} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{hh}^* - S_{hh}S_{vv}^* - S_{vv}S_{hh}^* + S_{vv}S_{vv}^*) \\
S_{hh}S_{hh}^* &= (a+bi)(a-bi) = a^2 + b^2 \\
-S_{hh}S_{vv}^* &= -[(a+bi)(g-hi)] = -ag + ahi - bgi - bh \\
-S_{vv}S_{hh}^* &= -[(g+hi)(a-bi)] = -ag + bgi - ahi - bh \\
S_{vv}S_{vv}^* &= (g+hi)(g-hi) = g^2 + h^2
\end{aligned} \tag{A.94}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{22} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 - 2 \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vv}^*) + |S_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
R_{23} &= \frac{1}{2} (S_{hh}S_{hv}^* + S_{hh}S_{vh}^* - S_{vv}S_{hv}^* - S_{vv}S_{vh}^*) \\
S_{hh}S_{hv}^* &= (a+bi)(c-di) = ac - adi + bci + bd = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^*) \\
S_{hh}S_{vh}^* &= (a+bi)(e-fi) = ae - afi + bei + bf = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vh}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vh}^*) \\
-S_{vv}S_{hv}^* &= -[(g+hi)(c-di)] = -cg + dgi - chi - dh = -\operatorname{Re}(S_{vv}S_{hv}^*) - i \operatorname{Im}(S_{vv}S_{hv}^*) \\
-S_{vv}S_{vh}^* &= -[(g+hi)(e-fi)] = -eg + fgi - ehi - fh = -\operatorname{Re}(S_{vv}S_{vh}^*) - i \operatorname{Im}(S_{vv}S_{vh}^*)
\end{aligned} \tag{A.95}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{23} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^* + S_{hh}S_{vh}^* - S_{vv}S_{hv}^* - S_{vv}S_{vh}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* + S_{hh}S_{vh}^* - S_{vv}S_{hv}^* - S_{vv}S_{vh}^*) \right]$$

$$\begin{aligned}
R_{24} &= \frac{1}{2} \left[-i(S_{hh}S_{hv}^*) + i(S_{hh}S_{vh}^*) + i(S_{vv}S_{hv}^*) - i(S_{vv}S_{vh}^*) \right] \\
-i(S_{hh}S_{hv}^*) &= -i[(a+bi)(c-di)] = -iac - ad + bc - ibd = -i \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^*) + \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^*) \\
i(S_{hh}S_{vh}^*) &= i[(a+bi)(e-fi)] = iae + af - eb + ibf = i \operatorname{Re}(S_{hh}S_{vh}^*) - \operatorname{Im}(S_{hh}S_{vh}^*) \\
i(S_{vv}S_{hv}^*) &= i[(g+hi)(c-di)] = icg + dg - ch + idh = i \operatorname{Re}(S_{vv}S_{hv}^*) - \operatorname{Im}(S_{vv}S_{hv}^*) \\
-i(S_{vv}S_{vh}^*) &= -i[(g+hi)(e-fi)] = -ieg - fg + eh - ifh = -i \operatorname{Re}(S_{vv}S_{vh}^*) + \operatorname{Im}(S_{vv}S_{vh}^*)
\end{aligned} \tag{A.96}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{24} = \frac{1}{2} \left[-i \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{hh}S_{vh}^* - S_{vv}S_{hv}^* + S_{vv}S_{vh}^*) + \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{hh}S_{vh}^* - S_{vv}S_{hv}^* + S_{vv}S_{vh}^*) \right]$$

$$\begin{aligned}
R_{31} &= \frac{1}{2} (S_{hv}S_{hh}^* + S_{hv}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hh}^* + S_{vh}S_{vv}^*) \\
S_{hv}S_{hh}^* &= (c+di)(a-bi) = ac - bci + adi + bd = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^*) \\
S_{hv}S_{vv}^* &= (c+di)(g-hi) = cg - chi + dgi + dh = \operatorname{Re}(S_{hv}S_{vv}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hv}S_{vv}^*) \\
S_{vh}S_{hh}^* &= (e+fi)(a-bi) = ae - bei + afi + bf = \operatorname{Re}(S_{vh}S_{hh}^*) + i \operatorname{Im}(S_{vh}S_{hh}^*) \\
S_{vh}S_{vv}^* &= (e+fi)(g-hi) = eg - ehi + fgi + fh = \operatorname{Re}(S_{vh}S_{vv}^*) + i \operatorname{Im}(S_{vh}S_{vv}^*)
\end{aligned} \tag{A.97}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{31} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^* + S_{hv}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hh}^* + S_{vh}S_{vv}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* + S_{hv}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hh}^* + S_{vh}S_{vv}^*) \right]$$

$$\begin{aligned}
R_{32} &= \frac{1}{2} (S_{hv}S_{hh}^* - S_{hv}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hh}^* - S_{vh}S_{vv}^*) \\
S_{hv}S_{hh}^* &= (c+di)(a-bi) = ac - bci + adi + bd = \operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^*) \\
-S_{hv}S_{vv}^* &= -[(c+di)(g-hi)] = -cg + chi - dgi - dh = -\operatorname{Re}(S_{hv}S_{vv}^*) - i \operatorname{Im}(S_{hv}S_{vv}^*) \\
S_{vh}S_{hh}^* &= (e+fi)(a-bi) = ae - bei + afi + bf = \operatorname{Re}(S_{vh}S_{hh}^*) + i \operatorname{Im}(S_{vh}S_{hh}^*) \\
-S_{vh}S_{vv}^* &= -[(e+fi)(g-hi)] = -eg + ehi - fgi - fh = -\operatorname{Re}(S_{vh}S_{vv}^*) - i \operatorname{Im}(S_{vh}S_{vv}^*)
\end{aligned} \tag{A.98}$$

Efetutando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{32} = \frac{1}{2} \left[\operatorname{Re}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{hv}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hh}^* - S_{vh}S_{vv}^*) + i \operatorname{Im}(S_{hh}S_{hv}^* - S_{hv}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hh}^* - S_{vh}S_{vv}^*) \right]$$

$$\begin{aligned}
R_{33} &= \frac{1}{2} (S_{hv}S_{hv}^* + S_{hv}S_{vh}^* + S_{vh}S_{hv}^* + S_{vh}S_{vh}^*) \\
S_{hv}S_{hv}^* &= (c + di)(c - di) = c^2 + d^2 \\
S_{hv}S_{vh}^* &= (c + di)(e - fi) = ce - icf + ide + df \\
S_{vh}S_{hv}^* &= (e + fi)(c - di) = ce - ide + icf + df \\
S_{vh}S_{vh}^* &= (e + fi)(e - fi) = e^2 + f^2
\end{aligned} \tag{A.99}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{33} = \frac{1}{2} (|S_{hv}|^2 + 2\operatorname{Re}(S_{hv}S_{vh}^*) + |S_{vh}|^2)$$

$$\begin{aligned}
R_{34} &= \frac{1}{2} [-i(S_{hv}S_{hv}^*) + i(S_{hv}S_{vh}^*) - i(S_{vh}S_{hv}^*) + i(S_{vh}S_{vh}^*)] \\
-i(S_{hv}S_{hv}^*) &= -i[(c + di)(c - di)] = -i(c^2 + d^2) \\
i(S_{hv}S_{vh}^*) &= i[(c + di)(e - fi)] = ice + cf - de + idf = i\operatorname{Re}(S_{hv}S_{vh}^*) - \operatorname{Im}(S_{hv}S_{vh}^*) \\
-i(S_{vh}S_{hv}^*) &= -i[(e + fi)(c - di)] = -ice - de + cf - idf = -i\operatorname{Re}(S_{vh}S_{hv}^*) + \operatorname{Im}(S_{vh}S_{hv}^*) \\
i(S_{vh}S_{vh}^*) &= i[(e + fi)(e - fi)] = i(e^2 + f^2)
\end{aligned} \tag{A.100}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{34} = \frac{1}{2} [-i|S_{hv}|^2 + i\operatorname{Re}(S_{hv}S_{vh}^* - S_{vh}S_{hv}^*) + \operatorname{Im}(S_{vh}S_{hv}^* - S_{hv}S_{vh}^*) + i|S_{vh}|^2]$$

$$\begin{aligned}
R_{41} &= \frac{1}{2} [i(S_{hv}S_{hh}^*) + i(S_{hv}S_{vv}^*) - i(S_{vh}S_{hh}^*) - i(S_{vh}S_{vv}^*)] \\
i(S_{hv}S_{hh}^*) &= i[(c + di)(a - bi)] = iac + bc - ad + ibd = i\operatorname{Re}(S_{hv}S_{hh}^*) - \operatorname{Im}(S_{hv}S_{hh}^*) \\
i(S_{hv}S_{vv}^*) &= i[(c + di)(g - hi)] = icg + ch - dg + idh = i\operatorname{Re}(S_{hv}S_{vv}^*) - \operatorname{Im}(S_{hv}S_{vv}^*) \\
-i(S_{vh}S_{hh}^*) &= -i[(e + fi)(a - bi)] = -iae - be + af - ibf = -i\operatorname{Re}(S_{vh}S_{hh}^*) + \operatorname{Im}(S_{vh}S_{hh}^*) \\
-i(S_{vh}S_{vv}^*) &= -i[(e + fi)(g - hi)] = -ieg - eh + fg - ifh = -i\operatorname{Re}(S_{vh}S_{vv}^*) + \operatorname{Im}(S_{vh}S_{vv}^*)
\end{aligned} \tag{A.101}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{41} = \frac{1}{2} [i\operatorname{Re}(S_{hv}S_{hh}^* + S_{hv}S_{vv}^* - S_{vh}S_{hh}^* - S_{vh}S_{vv}^*) + \operatorname{Im}(S_{vh}S_{hh}^* + S_{vh}S_{vv}^* - S_{hv}S_{hh}^* - S_{hv}S_{vv}^*)]$$

$$\begin{aligned}
R_{42} &= \frac{1}{2} \left[i(S_{hv}S_{hh}^*) - i(S_{hv}S_{vv}^*) - i(S_{vh}S_{hh}^*) + i(S_{vh}S_{vv}^*) \right] \\
i(S_{hv}S_{hh}^*) &= i[(c+di)(a-bi)] = iac + bc - ad + ibd = i \operatorname{Re}(S_{hv}S_{hh}^*) - \operatorname{Im}(S_{hv}S_{hh}^*) \\
-i(S_{hv}S_{vv}^*) &= -i[(c+di)(g-hi)] = -icg - ch + dg - idh = -i \operatorname{Re}(S_{hv}S_{vv}^*) + \operatorname{Im}(S_{hv}S_{vv}^*) \\
-i(S_{vh}S_{hh}^*) &= -i[(e+f\tilde{i})(a-bi)] = -iae - be + af - ibf = -i \operatorname{Re}(S_{vh}S_{hh}^*) + \operatorname{Im}(S_{vh}S_{hh}^*) \\
i(S_{vh}S_{vv}^*) &= i[(e+f\tilde{i})(g-hi)] = ieg + eh - fg + ifh = i \operatorname{Re}(S_{vh}S_{vv}^*) - \operatorname{Im}(S_{vh}S_{vv}^*)
\end{aligned} \tag{A.102}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{42} = \frac{1}{2} \left[i \operatorname{Re}(S_{hv}S_{hh}^* - S_{hv}S_{vv}^* - S_{vh}S_{hh}^* + S_{vh}S_{vv}^*) + \operatorname{Im}(S_{hv}S_{vv}^* + S_{vh}S_{hh}^* - S_{hv}S_{hh}^* - S_{vh}S_{vv}^*) \right]$$

$$\begin{aligned}
R_{43} &= \frac{1}{2} \left[i(S_{hv}S_{hv}^*) + i(S_{hv}S_{vh}^*) - i(S_{vh}S_{hv}^*) - i(S_{vh}S_{vh}^*) \right] \\
i(S_{hv}S_{hv}^*) &= i[(c+di)(c-di)] = i(c^2 + d^2) \\
i(S_{hv}S_{vh}^*) &= i[(c+di)(e-f\tilde{i})] = ice + cf - de + idf \\
-i(S_{vh}S_{hv}^*) &= -i[(e+f\tilde{i})(c-di)] = -ice - de + cf - idf \\
-i(S_{vh}S_{vh}^*) &= -i[(e+f\tilde{i})(e-f\tilde{i})] = -i(e^2 + f^2)
\end{aligned} \tag{A.103}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{43} = \frac{1}{2} \left(i|S_{hv}|^2 - 2 \operatorname{Im}(S_{hv}S_{vh}^*) - i|S_{vh}|^2 \right)$$

$$\begin{aligned}
R_{44} &= \frac{1}{2} \left[(S_{hv}S_{hv}^*) - (S_{hv}S_{vh}^*) - (S_{vh}S_{hv}^*) + (S_{vh}S_{vh}^*) \right] \\
(S_{hv}S_{hv}^*) &= (c+di)(c-di) = (c^2 + d^2) \\
-(S_{hv}S_{vh}^*) &= -[(c+di)(e-f\tilde{i})] = -ce + icf - ide - df \\
-(S_{vh}S_{hv}^*) &= -[(e+f\tilde{i})(c-di)] = -ce + ide - icf - df \\
(S_{vh}S_{vh}^*) &= (e+f\tilde{i})(e-f\tilde{i}) = (e^2 + f^2)
\end{aligned} \tag{A.104}$$

Efetuando a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{44} = \frac{1}{2} \left(|S_{hv}|^2 - 2 \operatorname{Re}(S_{hv}S_{vh}^*) + |S_{vh}|^2 \right)$$

Assumindo-se o teorema da reciprocidade, o **vetor de coerência** passa a ser definido conforme apresentado em (A.84) e a matriz de coerência passa a ser uma matriz 3×3 , a seguir apresentada.

$$\begin{aligned}
(\mathbf{R}) &= \langle \bar{\mathbf{k}}_p \cdot \bar{\mathbf{k}}_p^{*\text{T}} \rangle = \left\langle \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{hh} + S_{vv} \\ S_{hh} - S_{vv} \\ 2S_{hv} \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} S_{hh}^* + S_{vv}^* & S_{hh}^* - S_{vv}^* & 2S_{hv}^* \end{pmatrix} \right\rangle. \\
(\mathbf{R}) &= \langle \bar{\mathbf{k}}_p \cdot \bar{\mathbf{k}}_p^{*\text{T}} \rangle = \frac{1}{2} \left\langle \begin{pmatrix} |k_0|^2 & k_0 k_1^* & k_0 k_2^* \\ k_1 k_0^* & |k_1|^2 & k_1 k_2^* \\ k_2 k_0^* & k_2 k_1^* & |k_2|^2 \end{pmatrix} \right\rangle
\end{aligned} \tag{A.105}$$

Ou seja:

$$\begin{aligned}
R_{11} &= \frac{1}{2} (S_{hh} S_{hh}^* + S_{hh} S_{vv}^* + S_{vv} S_{hh}^* + S_{vv} S_{vv}^*) \\
S_{hh} S_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
S_{hh} S_{vv}^* &= (a + bi)(g - hi) = ag - ahi + bgi + bh \\
S_{vv} S_{hh}^* &= (g + hi)(a - bi) = ag - bgi + ahi + bh \\
S_{vv} S_{vv}^* &= (g + hi)(g - hi) = g^2 + h^2
\end{aligned} \tag{A.106}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{11} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 + 2 \operatorname{Re}(S_{hh} S_{vv}^*) + |S_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
R_{12} &= \frac{1}{2} (S_{hh} S_{hh}^* - S_{hh} S_{vv}^* + S_{vv} S_{hh}^* - S_{vv} S_{vv}^*) \\
S_{hh} S_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
-S_{hh} S_{vv}^* &= -[(a + bi)(g - hi)] = -ag + ahi - bgi - bh \\
S_{vv} S_{hh}^* &= (g + hi)(a - bi) = ag - bgi + ahi + bh \\
-S_{vv} S_{vv}^* &= -[(g + hi)(g - hi)] = -g^2 - h^2
\end{aligned} \tag{A.107}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{12} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 - 2i \operatorname{Im}(S_{hh} S_{vv}^*) - |S_{vv}|^2)$$

$$R_{13} = \frac{1}{2} (S_{hh} + S_{vv})(2S_{hv}^*) = \frac{1}{2} (2S_{hh} S_{hv}^* + 2S_{vv} S_{hv}^*) \tag{A.108}$$

$$\begin{aligned}
R_{21} &= \frac{1}{2} (S_{hh} S_{hh}^* + S_{hh} S_{vv}^* - S_{vv} S_{hh}^* - S_{vv} S_{vv}^*) \\
S_{hh} S_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
S_{hh} S_{vv}^* &= (a + bi)(g - hi) = ag - ahi + bgi + bh \\
-S_{vv} S_{hh}^* &= -[(g + hi)(a - bi)] = -ag + bgi - ahi - bh \\
-S_{vv} S_{vv}^* &= -[(g + hi)(g - hi)] = -g^2 - h^2
\end{aligned} \tag{A.109}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{21} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 + 2i \operatorname{Im}(S_{hh} S_{vv}^*) - |S_{vv}|^2)$$

$$\begin{aligned}
R_{22} &= \frac{1}{2} (S_{hh} S_{hh}^* - S_{hh} S_{vv}^* - S_{vv} S_{hh}^* + S_{vv} S_{vv}^*) \\
S_{hh} S_{hh}^* &= (a + bi)(a - bi) = a^2 + b^2 \\
-S_{hh} S_{vv}^* &= -[(a + bi)(g - hi)] = -ag + ahi - bgi - bh \\
-S_{vv} S_{hh}^* &= -[(g + hi)(a - bi)] = -ag + bgi - ahi - bh \\
S_{vv} S_{vv}^* &= (g + hi)(g - hi) = g^2 + h^2
\end{aligned} \tag{A.110}$$

Efetuada a soma dos elementos acima obtém-se:

$$R_{22} = \frac{1}{2} (|S_{hh}|^2 - 2 \operatorname{Re}(S_{hh} S_{vv}^*) + |S_{vv}|^2)$$

$$R_{23} = \frac{1}{2} (S_{hh} - S_{vv})(2S_{hv}^*) = \frac{1}{2} (2S_{hh} S_{hv}^* - 2S_{vv} S_{hv}^*) \tag{A.111}$$

$$R_{31} = \frac{1}{2} (2S_{hv})(S_{hh}^* + S_{vv}^*) = \frac{1}{2} (2S_{hv} S_{hh}^* + 2S_{hv} S_{vv}^*) \tag{A.112}$$

$$R_{32} = \frac{1}{2} (2S_{hv})(S_{hh}^* - S_{vv}^*) = \frac{1}{2} (2S_{hv} S_{hh}^* - 2S_{hv} S_{vv}^*) \tag{A.113}$$

$$R_{33} = \frac{1}{2} (2S_{hv})(2S_{hv}^*) = \frac{1}{2} (4|S_{hv}|^2) \tag{A.114}$$

Assim, a matriz de coerência simétrica fica:

$$(\mathbf{R}) = \langle \vec{k}_P \cdot \vec{k}_P^{*T} \rangle = \frac{1}{2} \begin{bmatrix} |S_{hh}|^2 + 2\text{Re}(S_{hh}S_{vv}^*) + |S_{vv}|^2 & |S_{hh}|^2 - 2i\text{Im}(S_{hh}S_{vv}^*) - |S_{vv}|^2 & 2S_{hh}S_{hv}^* + 2S_{vv}S_{hv}^* \\ |S_{hh}|^2 + 2i\text{Im}(S_{hh}S_{vv}^*) - |S_{vv}|^2 & |S_{hh}|^2 - 2\text{Re}(S_{hh}S_{vv}^*) + |S_{vv}|^2 & 2S_{hh}S_{hv}^* - 2S_{vv}S_{hv}^* \\ 2S_{hv}S_{hh}^* + 2S_{hv}S_{vv}^* & 2S_{hv}S_{hh}^* - 2S_{hv}S_{vv}^* & 4|S_{hv}|^2 \end{bmatrix}$$

De forma similar, efetuando o produto do vetor \vec{k}_B por seu conjugado transposto conduz à **matriz de covariância (C)**:

$$(\mathbf{C}) = \langle \vec{k}_B \cdot \vec{k}_B^{*T} \rangle = \left\langle \begin{pmatrix} S_{hh} \\ S_{vh} \\ S_{hv} \\ S_{vv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{hh}^* & S_{vh}^* & S_{hv}^* & S_{vv}^* \end{pmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} |S_0|^2 & S_0S_1^* & S_0S_2^* & S_0S_3^* \\ S_1S_0^* & |S_1|^2 & S_1S_2^* & S_1S_3^* \\ S_2S_0^* & S_2S_1^* & |S_2|^2 & S_2S_3^* \\ S_3S_0^* & S_3S_1^* & S_3S_2^* & |S_3|^2 \end{pmatrix} \right\rangle \quad (A.115)$$

$$(\mathbf{C}) = \langle \vec{k}_B \cdot \vec{k}_B^{*T} \rangle = \left\langle \begin{pmatrix} |S_{hh}|^2 & S_{hh}S_{hv}^* & S_{hh}S_{vh}^* & S_{hh}S_{vv}^* \\ S_{hv}S_{hh}^* & |S_{hv}|^2 & S_{hv}S_{vh}^* & S_{hv}S_{vv}^* \\ S_{vh}S_{hh}^* & S_{vh}S_{hv}^* & |S_{vh}|^2 & S_{vh}S_{vv}^* \\ S_{vv}S_{hh}^* & S_{vv}S_{hv}^* & S_{vv}S_{vh}^* & |S_{vv}|^2 \end{pmatrix} \right\rangle$$

Se a matriz de Sinclair for simétrica, como ocorre no caso do retroespalhamento (sistema de coordenadas na convenção BSA), o **vetor de covariância** é definido conforme apresentado em (A.80) e a **matriz de covariância** reduz-se para uma matriz 3×3 , apresentada a seguir.

$$(\mathbf{C}) = \langle \vec{k}_B \cdot \vec{k}_B^{*T} \rangle = \left\langle \begin{pmatrix} S_{hh} \\ \sqrt{2}S_{hv} \\ S_{vv} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} S_{hh}^* & \sqrt{2}S_{hv}^* & S_{vv}^* \end{pmatrix} \right\rangle = \left\langle \begin{pmatrix} |S_0|^2 & S_0S_1^* & S_0S_2^* \\ S_1S_0^* & |S_1|^2 & S_1S_2^* \\ S_2S_0^* & S_2S_1^* & |S_2|^2 \end{pmatrix} \right\rangle \quad (A.116)$$

$$(\mathbf{C}) = \langle \vec{k}_B \cdot \vec{k}_B^{*T} \rangle = \left\langle \begin{pmatrix} |S_{hh}|^2 & \sqrt{2}S_{hh}S_{hv}^* & S_{vv}^*S_{hh} \\ \sqrt{2}S_{hv}S_{hh}^* & 2|S_{hv}|^2 & \sqrt{2}S_{hv}S_{vv}^* \\ S_{vv}S_{hh}^* & \sqrt{2}S_{vv}S_{hv}^* & |S_{vv}|^2 \end{pmatrix} \right\rangle$$

A.7.1 – Relação entre as matrizes simétricas de Coerência e de Covariância

A partir das matrizes simétricas de Coerência (R) e de Covariância (C) é fácil comprovar a relação a seguir apresentada:

$$(R) = \frac{1}{2}[(N)(C)(N)^t], \quad (\text{A.117})$$

$$\text{onde, } N = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \\ 0 & \sqrt{2} & 0 \end{pmatrix}.$$

A.8 – Transformação de base unitária

Uma transformação T de \mathbb{C}^n em \mathbb{C}^n é dita “unitária” se ela preserva o comprimento de cada vetor que lhe é submetido.

A condição que T tem que satisfazer, para ser unitária, é expressa por:

$$|Au| = |u|, \quad (\text{A.118})$$

onde A é a matriz complexa $m \times n$ que representa a transformação T .

Da condição apresentada em (A.118), tem-se que:

$$|Au|^2 = |u|^2 \text{ ou } (Au)^* \cdot (Au) = u^* \cdot u, \text{ para todo } u \in \mathbb{C}^n. \quad (\text{A.119})$$

Desta última equação decorre que:

$$(A^*u^*) \cdot (Au) = u^* \cdot u \text{ ou } (u^*)^t (A^*)^t Au = (u^*)^t u \quad (\forall u \in \mathbb{C}^n), \quad (\text{A.120})$$

onde $(A^*)^t$ é a matriz transposta da conjugada de A . Como,

$$(u^*)^t (A^*)^t Au = (u^*)^t u \Leftrightarrow (u^*)^t A^t Au = (u^*)^t u = (u^*)^t Iu, \quad (\text{A.121})$$

para u arbitrário ($u \in \mathbb{C}^n$), conclui-se que:

$$(A^*)^t A = I \quad (\text{A.122})$$

Assim, a afirmação “ T é unitária” (T é uma transformação linear de \mathbb{C}^n em \mathbb{C}^n , representada pela matriz complexa, $m \times n$, A), é equivalente a dizer que “ A ” satisfaz à condição apresentada em (A.122).

Seja $A = [v_1 | v_2 | \dots | v_n]$, onde $v_i (1 \leq i \leq n)$ são vetores complexos. Trata-se, portanto, da representação de A como uma matriz complexa de vetores-coluna.

Sendo, $(A^*)^t A = I$, temos que $v_i^* \cdot v_j$, onde $(1 \leq i, j \leq n)$ serão nulos para $i \neq j$. Também, é fato que, pela mesma razão, $v_i^* \cdot v_i = 1$, onde $(1 \leq i \leq n)$.

Em outras palavras: uma matriz é unitária de as suas colunas formam um conjunto ortogonal.

Tome-se, a partir de A , uma matriz obtida pela multiplicação das colunas de A por números (escalares) complexos de valor absoluto igual a 1.

Sejam w_i e w_j dois vetores-coluna desta matriz. Portanto, vale que:

$$w_i = \alpha v_i \text{ e } w_j = \beta v_j, \quad (\text{A.123})$$

onde, α e β são números complexos de valor absoluto igual a 1.

Então,

$$\begin{aligned} w_i^* \cdot w_j &= (\alpha v_i)^* \cdot (\beta v_j) = (\alpha^* v_i^*) \cdot (\beta v_j) \therefore \\ w_i^* \cdot w_j &= (\alpha^* \beta) (v_i^* v_j) = (\alpha^* \beta) (0) = 0 \end{aligned} \quad (\text{A.124})$$

Também,

$$\begin{aligned} w_i^* \cdot w_i &= (\alpha v_i)^* \cdot (\alpha v_i) = (\alpha^* v_i^*) \cdot (\alpha v_i) \therefore \\ w_i^* \cdot w_i &= (\alpha^* \alpha) (v_i^* v_i) = (\alpha^* \alpha) (1) = 1 \end{aligned} \quad (\text{A.125})$$

Conclui-se, então, que a nova matriz obtida a partir de A , $[|w_1| |w_2| \dots |w_n|]$, também é unitária. Logo, pode-se afirmar que qualquer matriz unitária A é definida a menos de constantes complexas arbitrárias de valor absoluto unitário.

A.8.1 – A matriz de espalhamento e a transformação de base unitária

Conforme visto no Capítulo 2, a relação linear entre o sinal eletromagnético incidente e o espalhado por uma superfície qualquer, não absorvente, pode ser representado pela matriz de espalhamento S (Sinclair, no sistema de coordenadas BSA) ou T (Jones, no sistema FSA), ambas matrizes complexas 2×2 ou $m \times n$.

A condição de conservação de energia (ou potência) confere a estas matrizes a propriedade de que elas sejam unitárias. De fato, considerando o sistema BSA, tem-se que:

$$\sum_{i=1}^N |E_r|^2 = \sum_{i=1}^N |E_s|^2, \quad (\text{A.126})$$

onde, E_r corresponde ao campo elétrico recebido (ou espalhado) e E_s corresponde ao campo elétrico transmitido (ou incidente).

Na sua forma matricial/vetorial, a equação acima fica:

$$\begin{aligned} (E_r)^t (E_r)^* &= (E_t)^t (E_t)^* \Rightarrow \\ (SE_t)^t (SE_t)^* &= (E_t)^t (E_t)^* \quad , \quad (\text{A.127}) \\ (E_t)^t S^t S^* (E_t)^* &= (E_t)^t (E_t)^* \Leftrightarrow (E_t)^t (S^t S^* - I) (E_t)^* = 0 \end{aligned}$$

onde, I é a matriz identidade de ordem “n”.

Tendo em vista que E_t é arbitrário (desde que não nulo), tem-se que:

$$S^t S^* - I \equiv 0 \Leftrightarrow S^t S^* = I, \quad (\text{A.128})$$

Então,

$$\begin{aligned}
(S^t S^*)^* &= I^* \\
(S^t)^* (S^*)^* &= I \\
(S^t)^* S &= I \\
(S^*)^t S &= I
\end{aligned}
\tag{A.129}$$

Em resumo, todas as provas acima apresentadas, ou seja, as propriedades das matrizes unitárias aplicam-se às matrizes de espalhamento S ou T .

APÊNDICE B

PRODUTOS DO SENSOR SAR

B.1 – Dados coletados pelas aeronaves de Sensoriamento Remoto

As aeronaves de Sensoriamento Remoto têm capacidade para adquirir dados por intermédio dos seguintes sensores: 01 SAR; 01 MSS e 01 OIS (por aeronave).

O subsistema SAR suporta missões de vigilância, mapeamento ou missões híbridas de vigilância/mapeamento. Existem 13 modos para o imageamento SAR e, alguns desses modos podem utilizar diferentes resoluções, resultando em um total de 25 modos de aquisição.

O MSS também é um sistema de aquisição peculiar, sendo capaz de operar utilizando diferentes aberturas de imageamento (IFOV), taxas de varredura e número de canais, sendo capaz de suportar missões de vigilância e de mapeamento.

O OIS é utilizado, principalmente, para a aquisição de dados de vigilância, utilizando-se de um canal termal e uma câmera CCD.

B.2 – Produtos SAR

Esta seção apresenta os produtos do sensor SAR que podem ser obtidos a partir do uso do programa de processamento de solo (Ground SAR Processor - GSP).

B.2.1 – Visão Geral

Todos os dados coletados pelo sensor SAR nos modos "StripSAR" e "SpotSAR" são armazenados na fita DCRsi para processamento posterior. Dependendo do modo de imageamento esta fita pode conter até seis canais de dados, sendo estes canais processados um de cada vez.

B.2.2 – Estrutura dos arquivos gerados no pré-processamento

O Pré-processamento é a função que transforma dados de sinais brutos, armazenados em fitas, em dados de imagem armazenados em disco. Todas as tarefas de pré-processamento são executadas em estações de trabalho SUN.

Quando do pré-processamento dos dados do sensor SAR, são gerados arquivos com as seguintes extensões:

- *.rpt (com informações sobre a imagem),
- *.rpt (com informações sobre a correção de antena), e
- *.dat (imagem propriamente dita).

Quando da operação do sensor SAR, além dos dados brutos gravados na fita DCRSi, o operador escolhe uma imagem que será gravada na fita Exabyte. Esta imagem é processada a bordo da aeronave e sua extração, no solo, é realizada por intermédio do programa “IETPD”. Nesse caso, a extensão dos arquivos gerados são:

- *.dat (imagem), e
- *.rpt (com informações sobre a imagem).

B.2.3 – Estrutura dos arquivos gerados no pós-processamento

O Pós-processamento é a função que aplica correções radiométricas e geométricas que extrapolam a correção dos parâmetros dos sensores. A finalidade do pós-processamento é preparar os dados de imagem para que sejam utilizados nas aplicações GIS, confecção de mapas, etc. O pós-processamento é executado em estações de trabalho SUN que dispõem do programa de processamento de imagens ERDAS, o qual foi customizado para o trato das imagens SAR pré-processadas.

B.2.3.1 Imagens MLS

Estas são imagens no formato “Multi Look” em “Slant Range”, ou seja, imagens de multi visada com projeção em Linha de Visada.

- Quantização do pixel: unsigned 16-bit integer;
- Máscara para a geração do nome do arquivo de imagem:

SARG_FRRPP_LL_option, onde:

SARG: Ground SAR Processor

F: Banda L ou X

RR: LR (low resolution), MR (middle resolution) ou HR (high resolution) – corresponde, respectivamente às resoluções de 18, 6 ou 3 metros

PP: polarização (HH, HV, VH ou VV)

LL: SL (Imagens Single Look Complex), ML (Imagens Multi Look em Slant Range ou Multi Look em Ground Range)

Option: A, S, P ou G (opções de pós-processamento descritas a seguir)

- **SARG_FRRPP_ML:** As imagens com este nome não apresentam opções de pós-processamento. Nesse caso a imagem só vai sofrer um georreferenciamento e, em adição, é criado um arquivo de anotação com informações sobre o georreferenciamento.

- **SARG_FRRPP_ML_A:** As imagens com este nome sofrem correção de antena em adição aos itens citados acima.

- **SARG_FRRPP_ML_S:** As imagens com este nome sofrem redução de speckle em adição ao georreferenciamento e à criação do arquivo de anotação com informações sobre o georreferenciamento. *Esta correção de speckle só é recomendada para imagens com 3 metros de resolução.*

- **SARG_FRRPP_ML_P:** As imagens com este nome são convertidas do formato “slant-range” para “ground-range”, ou seja, projeção em linha de visada para projeção no solo. Esta imagem também é georreferenciada e é criado um arquivo de anotação com informações sobre o georreferenciamento.

- **SARG_FRRPP_ML_G:** As imagens com este nome são geocorrigidas. Isto indica que a imagem é sistematicamente corrigida. Utilizam-se dados do GPS para a correção da mesma. Estas imagens geocorrigidas são em formato “ground range”. Esta imagem também é georreferenciada e é criado um arquivo de anotação com informações sobre o georreferenciamento.

B.2.3.2 – Imagens MLG

Estas são imagens no formato “Multi Look” em “Ground Range”, ou seja, imagens de multi visada com projeção no solo.

- Quantização do pixel: unsigned 16-bit integer;
- Nome do arquivo de imagem: SARG_FRRPP_LL_option.

- **SARG_FRRPP_ML:** As imagens com este nome não apresentam opções de pós-processamento. Nesse caso a imagem só vai sofrer um georreferenciamento e, em adição, é criado um arquivo de anotação com informações sobre o georreferenciamento.

- **SARG_FRRPP_ML_A**: As imagens com este nome sofrem correção de antena em adição aos itens citados acima.

- **SARG_FRRPP_ML_S**: As imagens com este nome sofrem redução de speckle em adição ao georreferenciamento e à criação do arquivo de anotação. *Esta correção de speckle só é recomendada para imagens com 3 metros de resolução.*

- **SARG_FRRPP_ML_G**: As imagens com este nome são geocorrigidas. Isto indica que a imagem é sistematicamente corrigida. Utiliza-se dados do GPS para a correção da imagem. Estas imagens geocorrigidas são em formato “ground range”. Esta imagem também é georreferenciada e é criado um arquivo de anotação com informações sobre o georreferenciamento.

Nota: O processamento usual para este formato de imagens inclui as seguintes seleções - (**SARG_FRRPP_ML_AG**).

B.2.3.3 – Imagens SpotSAR

- Quantização do pixel: unsigned 16-bit integer;

- Nome do arquivo de imagem: SARG_SPOT_RRP

RR: SR (square resolution) ou NR (non-square resolution)

P: S (slant range) ou G (ground range)

Tabela B.1 – Características das imagens do modo SpotSAR.

	Resolução (range x azimute)	Pixel spacing	Tam. máximo (col x lin)	Tam. do arquivo
SARG_SPOT_SRS	1,8 x 1,8	1,0 x 1,0	3000 x 2500	15 Mb
SARG_SPOT_NRS	1,8 x 0,8	1,0 x 0,5	3000 x 5000	30 Mb
SARG_SPOT_SRG	1,8 x 1,8	1,0 x 1,0	3000 x 2500	15 Mb
SARG_SPOT_NRG	1,8 x 0,8	1,0 x 0,5	3000 x 5000	30 Mb

Notas:

1. Não há opções de pós-processamento para as imagens SpotSAR.

2. Os produtos SpotSAR no formato GSP_SPOT_SRS são georreferenciados.
3. A correção de speckle para estas imagens não é importante devido à somatória do sinal ao longo de um certo número de ângulos de visada (squint angles).
4. A correção de antena não importa pois a imagem é muito pequena.

B.2.3.4 – Imagens INSAR

- Quantização do RDEM: 16-bit signed integer;
- Nome do arquivo de imagem: GSP_INSAR_RDEM

Tabela B.2 – Características das imagens do Modo INSAR.

	Resolução (range x azimute)	Pixel spacing	Tam. máximo (col x lin)	Tam. do arquivo
RDEM ¹¹	N/A x N/A	5 x 5	4000 x 4000	32 Mb
Imagem SLC ¹²	3,0 x 0,8	2,5 x V/PRF	46000 x 8000	1472 Mb
Interferograma	-	5 x 5	4000 x 4000	64 Mb
Imagem Coerência	-	5 x 5	4000 x 4000	64 Mb

Notas:

1. O RDEM é em formato “ground range”, ou seja, para projeção no solo.
2. A imagem SLC é em 16 bit signed integer, ou seja, com dois valores por pixel (parte real + parte imaginária).
3. As imagens de coerência e o interferograma são em “IEEE floating point”, ou seja, ponto flutuante IEEE.
4. Não há opções de pós-processamento para os produtos RDEM.

¹¹ RDEM: Modelo Digital de Elevação Relativo.

¹² SLC: Imagem complexa em visada única.

B.2.3.5 – Imagens de resolução reduzida

Para cada imagem do sensor SAR pós-processada é criada uma imagem correspondente de resolução reduzida no formato JPEG. O tamanho dessa imagem não deve exceder 1000x1000 pixels.

Tabela B.3 – Dados Gravados na fita DCRsi em função do Modo de Imageamento.

Modo SAR	Descrição	N ^o de canais da banda X	N ^o de canais da banda L	N ^o de pixels	Comentários
Modos de Mapeamento					
A1	Quad L + X	1	4	4000	Resolução em alcance: Low (18m), medium (6m) ou high (3m). Bandas L são: Lvh, Lhv, Lvv e Lhh. Os dados da banda X na fita DCRsi não incluem alvos móveis (MTI).
A2	Dual L + X	1	2	8000	Resolução em alcance: Low (18m), medium (6m) ou high (3m). Bandas L podem ser quaisquer duas entre as seguintes: Lvh, Lhv, Lvv e Lhh. Os dados da banda X na fita DCRsi não incluem alvos móveis (MTI).
A3	InSAR + L	2	1	8000	InSAR está limitado à geração do RDEM. Um produto auxiliar do modo InSAR é a banda X no formato single look complex. Banda L: 4 looks, 3m de resolução. Banda L pode ser qualquer uma entre as seguintes: Lvh, Lhv, Lvv e Lhh.
A4	Quad L	0	4	4000	Resolução em alcance: Low (18m), medium (6m) ou high (3m). Bandas L são: Lvh, Lhv, Lvv e Lhh.
A5	L + X	1	1	8000	Resolução em alcance: Low (18m), medium (6m) ou high (3m). Banda L pode ser qualquer uma entre as seguintes: Lvh, Lhv, Lvv e Lhh.
A6	InSAR + Quad L	2	4	4000	InSAR está limitado à geração do RDEM. Um produto auxiliar do modo InSAR é a banda X no formato single look complex. Banda L: 4 looks, 3m de resolução. Banda L pode ser qualquer uma entre as seguintes: Lvh, Lhv, Lvv e Lhh.

Modo SAR	Descrição	N ^o de canais da banda X	N ^o de canais da banda L	N ^o de pixels	Comentários
Modos de Vigilância					
B2	SpotSAR	1	0	8000	Resolução em alcance: 1,8 metros.
B4	Single X	1	0	8000	Resolução em alcance: Low (18m), medium (6m) ou high (3m).
Modos Híbridos					
C1	WAS + L	0	1	4000	WAS não é gravado na fita DCRsi. A resolução da banda L é 6m ou 18m.
C2	SpotSAR + L	1	1	4000	Resolução em alcance do SpotSAR é 1,8 metros. Resolução em alcance da banda L é 3 metros.
C3	A2A + L	0	1	4000	Resolução em alcance da banda L é 18 metros. A2A não é gravado na fita DCRsi.

Tabela B.4 – Produtos no modo de imageamento “StripSAR”.

Nome	Resolução (m)		Pixel Spacing (m)		Tamanho máx. (col. X lin.) ¹³¹⁴	Tamanho máx. (MB) ¹⁵
	Alcance	Azimute	Alcance	Azimute		
Produtos no formato Single-Look						
GSP_XLRHH_SLC ¹⁶¹⁷	18	0.8	2.5	V/PRF ¹⁸	7100X7100	202
GSP_XMRHH_SLC ¹⁹	6	0.8	2.5	V/PRF	8000X8000	256
GSP_XHRHH_SLC	3	0.8	2.5	V/PRF	8000X8000	256
GSP_LLRHH_SLC	18	0.95	15	V/PRF	7100X7100	202
GSP_LLRHV_SLC	18	0.95	15	V/PRF	7100X7100	202
GSP_LLVRH_SLC	18	0.95	15	V/PRF	7100X7100	202
GSP_LLRRV_SLC	18	0.95	15	V/PRF	7100X7100	202
GSP_LMRHH_SLC	6	0.95	5	V/PRF	8000X8000	256

¹³ Valor indicado para a saída do processo de pré-processamento. A reamostragem como resultado do processo de pós-processamento não é levada em conta.

¹⁴ Os tamanhos correspondem a toda a largura de faixa imageada “full swath”.

¹⁵ Baseado no tamanho do produto pré-processado (i.e., não leva em conta a fase de importação e pós-processamento pelo programa ERDAS Imagine Pro™).

¹⁶ Produtos “Single-Look Complex – SLC”, ou seja, imagens complexas de uma visada, são disponibilizados no formato de 16-bit reais e 16-bit imaginários.

¹⁷ Os produtos SLC são georreferenciados. Nenhum processamento adicional é aplicado a esses produtos.

¹⁸ $V \approx 200\text{m/s}$; $\text{PRF} \approx 380\text{Hz}$ $\therefore V/\text{PRF} \approx 0,52\text{m}$

¹⁹ A geração de produtos SLC está sujeita à aprovação do Departamento de Comércio Americano. (NOTA: Esta restrição não existe mais).

Nome	Resolução (m)		Pixel Spacing (m)		Tamanho máx. (col. X lin.)	Tamanho máx. (MB)
	Alcance	Azimute	Alcance	Azimute		
Produtos no formato Single-Look						
GSP_LMRHV_SLC	6	0.95	5	V/PRF	8000X8000	256
GSP_LMRVH_SLC	6	0.95	5	V/PRF	8000X8000	256
GSP_LMRVV_SLC	6	0.95	5	V/PRF	8000X8000	256
Produtos no formato Multi-Look, com projeção em linha de visada (“slant range”)						
GSP_XLRHH_MLS ²⁰²¹	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_XMRHH_MLS	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_XHRHH_MLS	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456
GSP_LLRHH_MLS	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_LLRHV_MLS	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_LLRVH_MLS	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_LLRVV_MLS	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_LMRHH_MLS	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_LMRHV_MLS	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_LMRVH_MLS	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_LMRVV_MLS	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_LHRHH_MLS	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456
GSP_LHRHV_MLS	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456
GSP_LHRVH_MLS	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456
GSP_LHRVV_MLS	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456
Produtos no formato Multi-Look, com projeção no solo (“ground range”)						
GSP_XLRHH_MLG ²²²³	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_XMRHH_MLG	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_XHRHH_MLG	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456

20 Os produtos de visada múltipla com projeção em linha de visada, “Multi-look products in slant rang (MLS)”, são georreferenciados.

21 As opções de pós-processamento disponíveis incluem: padrão de correção de antena, redução de “speckle” (disponível somente para os produtos de 3 metros de resolução), conversão da projeção em linha de visada para projeção no solo e georregistro sistemático.

22 Os produtos de visada múltipla com projeção no solo, “Multi-look products in ground projection (MLG)”, são geocorrigidos sistematicamente.

23 As opções de pós-processamento disponíveis incluem: padrão de correção de antena, redução de speckle (disponível somente para os produtos de 3 metros de resolução).

Nome	Resolução (m)		Pixel Spacing (m)		Tamanho máx. (col. X lin.)	Tamanho máx. (MB)
	Alcance	Azimute	Alcance	Azimute		
Produtos no formato Multi-Look, com projeção no solo (“ground range”)						
GSP_LLRRHH_MLG	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_LLRRHV_MLG	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_LLRRVH_MLG	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_LLRRVV_MLG	18	18	10	10	11000X11000	242
GSP_LMRHH_MLG	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_LMRHV_MLG	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_LMRVH_MLG	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_LMRVV_MLG	6	6	3	3	14400X14400	415
GSP_LHRHH_MLG	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456
GSP_LHRHV_MLG	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456
GSP_LHRVH_MLG	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456
GSP_LHRVV_MLG	3	3	1,5	1,5	15100X15100	456

Tabela B.5 – Produtos “StripSAR” em função do modo de aquisição.

Modo de Aquisição	Resolução em alcance (m)	Produto ASGP ²⁴	Largura aproximada da faixa no solo (km). ²⁵	Comentário
A1 Quad L + Single X	3	GSP_XHRHH_SLC GSP_XHRHH_MLS GSP_XHRHH_MLG GSP_LHRtr_MLS ²⁶ GSP_LHRtr_MLG	10	Bandas L são: Lvh, Lhv, Lvv e Lhh. tr representa as polarizações transmitida e recebida, respectivamente. Rmax _{min} = 24 km. Rmax _{máx} = 65 km. ²⁷
A1 Quad L + Single X	6	GSP_XMRHH_SLC GSP_XMRHH_MLS GSP_XMRHH_MLG GSP_LMRtr_SLC GSP_LMRtr_MLS GSP_LMRtr_MLG	20	Rmax _{min} = 34 km. Rmax _{máx} = 65 km.

²⁴ A disponibilidade de produtos SLC está sujeita à aprovação do governo americano. (NOTA: esta restrição não existe mais).

²⁵ O valor apresentado aproxima-se do valor padrão para a largura de faixa na direção transversal. O processamento que é realizado com o processador de solo gera, a priori, produtos quadrados.

²⁶ tr representa a polarização transmitida/recebida (i.e., HH, HV, VH, or VV).

²⁷ Durante a aquisição, a distância máxima em linha de visada é selecionada pelo operador. Esta distância deve ser ajustada para ficar entre o Rmaxmin e o Rmaxmax apresentado na tabela.

Modo de Aquisição	Resolução em alcance (m)	Produto ASGP ²⁴	Largura aproximada da faixa no solo (km). ²⁵	Comentário
	18	GSP_XLRHH_SLC GSP_XLRHH_MLS GSP_XLRHH_MLG GSP_LL <tr>_SLC GSP_LL<tr>_MLS GSP_LL<tr>_MLG</tr></tr></tr>	60	Rmax _{min} = Rmax _{máx} = 65 km
A2 Dual L ²⁸ + Single X	3	GSP_XHRHH_SLC GSP_XHRHH_MLS GSP_XHRHH_MLG GSP_LHR <tr>_MLS GSP_LHR<tr>_MLG</tr></tr>	20	Bandas L podem ser quaisquer duas entre as seguintes: Lv _h , L _h v, Lv _v e L _h h Rmax _{min} = 34 km. Rmax _{máx} = 100 km.
	6	GSP_XMRHH_SLC GSP_XMRHH_MLS GSP_XMRHH_MLG GSP_LMR <tr>_SLC GSP_LMR<tr>_MLS GSP_LMR<tr>_MLG</tr></tr></tr>	40	Rmax _{min} = 54 km. Rmax _{máx} = 100 km.
	18	GSP_XLRHH_SLC GSP_XLRHH_MLS GSP_XLRHH_MLG GSP_LL <tr>_SLC GSP_LL<tr>_MLS GSP_LL<tr>_MLG</tr></tr></tr>	110	Rmax _{min} = Rmax _{máx} = 125 km
A3 InSAR + Single X	3	GSP_LHR <tr>_MLS GSP_LHR<tr>_MLG</tr></tr>	20	Somente a banda L de alta resolução está disponível.
A4 Quad L	3	GSP_LHR <tr>_MLS GSP_LHR<tr>_MLG</tr></tr>	10	Bandas L são: Lv _h , L _h v, Lv _v e L _h h.

²⁸ Podem ser selecionadas duas polarizações quaisquer entre as seguintes: Lv_v, Lv_h, L_hv, L_hh.

Modo de Aquisição	Resolução em alcance (m)	Produto ASGP	Largura aproximada da faixa no solo (km).	Comentário
	6	GSP_LMRtr_SLC GSP_LMRtr_MLS GSP_LMRtr_MLG	20	
	18	GSP_LLTrtr_SLC GSP_LLTrtr_MLS GSP_LLTrtr_MLG	60	
A5 Single L + Single X	3	GSP_XHRHH_SLC GSP_XHRHH_MLS GSP_XHRHH_MLG GSP_LHRtr_MLS GSP_LHRtr_MLG	20	Quaisquer uma das quatro polarizações da banda L podem ser coletadas e pré-processadas.
	6	GSP_XMRHH_SLC GSP_XMRHH_MLS GSP_XMRHH_MLG GSP_LMRtr_SLC GSP_LMRtr_MLS GSP_LMRtr_MLG	40	
	18	GSP_XLRHH_SLC GSP_XLRHH_MLS GSP_XLRHH_MLG GSP_LLTrtr_SLC GSP_LLTrtr_MLS GSP_LLTrtr_MLG	110	
A6 InSAR + Quad L	3	GSP_LHRtr_MLS GSP_LHRtr_MLG	10	Quaisquer uma das quatro polarizações da banda L podem ser coletadas e pré-processadas.
B4 Single X	3	GSP_XHRHH_SLC GSP_XHRHH_MLS GSP_XHRHH_MLG	20	
	6	GSP_XMRHH_SLC GSP_XMRHH_MLS GSP_XMRHH_MLG	40	
	18	GSP_XLRHH_SLC GSP_XLRHH_MLS GSP_XLRHH_MLG	110	

Modo de Aquisição	Resolução em alcance (m)	Produto ASGP	Largura aproximada da faixa no solo (km).	Comentário
C1 WAS + Single L	6	GSP_LMRtr_SLC GSP_LMRtr_MLS GSP_LMRtr_MLG	20	
	18	GSP_LLTrtr_SLC GSP_LLTrtr_MLS GSP_LLTrtr_MLG	60	$R_{\max_{\min}} = R_{\max_{\max}} = 75$ km
C2 SpotSAR + Single L	3	GSP_LHRtr_MLS GSP_LHRtr_MLG	10	$R_{\max_{\min}} = 35$ km. $R_{\max_{\max}} = 75$ km.
C3 A2A + Single L	18	GSP_LLTrtr_SLC GSP_LLTrtr_MLS GSP_LLTrtr_MLG	60	$R_{\max_{\min}} = R_{\max_{\max}} = 75$ km

Maiores informações sobre os produtos do sensor SAR do R99 podem ser obtidas em Andrade; Santa Rosa; Faria, 2007c.

APÊNDICE C

MODOS DE OPERAÇÃO DO SENSOR SAR

Modo	Resolução	Dist Min - Início do Imageamento (km)	Dist Max - Início do Imageamento (km)	Largura da Faixa Imageada em (km) e em Pixels ²⁹	Limite – Dist Max (km)	Processamento em Tempo Real (pixels/modo)	Duração da DCRsi (em minutos)	Extensão do Segmento (Km) - p/encher a DCRsi	Ângulos de Incidência (near range–far range) ³⁰ para 37.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 35.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 33.000 pés AGL
A.1 Quad L+X	3 m	14	55	10 Km / 4000	24-65	4000 X + MTI ou Single L	30	324	36,34 ⁰ – 80,00 ⁰	40,23 ⁰ – 80,54 ⁰	44,07 ⁰ – 81,10 ⁰
A.1 Quad L+X	6 m	14	45	20 Km / 4000	34-65	4000 X + MTI ou Single L	37	399,6	36,34 ⁰ – 80,00 ⁰	40,23 ⁰ – 80,54 ⁰	44,07 ⁰ – 81,10 ⁰
A.1 Quad L+X	18 m	5 fixo	5 fixo	60 Km / 4000	65	4000 X + MTI ou Single L	43	464,4	45,00 ⁰ – 80,00 ⁰	45,00 ⁰ – 80,54 ⁰	45,00 ⁰ – 81,10 ⁰
A.2 Dual L+X	3 m	14	80	20 Km / 8000	34-100	4000 X + MTI ou Single L	28	302,4	36,34 ⁰ – 83,52 ⁰	40,23 ⁰ – 83,87 ⁰	44,07 ⁰ – 84,23 ⁰
A.2 Dual	6 m	14	60	40 Km /	54-100	4000 X +	33	356,4	36,34 ⁰ –	40,23 ⁰ –	44,07 ⁰ –

²⁹ O número de pixels apresentado está relacionado à imagem processada a bordo da aeronave. Quando do processamento no solo este número de pixels aumenta, devido à modificação do pixel spacing. Normalmente, a largura da faixa também é um pouco aumentada quando deste processamento no solo.

³⁰ Ângulos calculados para uma altura de 11.277,6, 10.688 e 10.058,40 metros (AGL), ou seja, 37.000, 35.000 e 33.000 pés (AGL). Nos modos em que a distância mínima é menor do que a altura do voo, o ângulo de near range foi selecionado como 45⁰. Para ângulos menores do que 45⁰ inclusive, a relação sinal-ruído é muito baixa, fazendo com que esta região da imagem fique muito escura.

Modo	Resolução	Dist Min - Início do Imageamento (km)	Dist Max - Início do Imageamento (km)	Largura da Faixa Imageada em (km) e em Pixels ²⁹	Limite – Dist Max (km)	Processamento em Tempo Real (pixels/modo)	Duração da DCRsi (em minutos)	Extensão do Segmento (Km) - p/encher a DCRsi	Ângulos de Incidência (near range–far range) ³⁰ para 37.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 35.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 33.000 pés AGL
L+X				8000		MTI ou Single L			83,52 ⁰	83,87 ⁰	84,23 ⁰
A.2 Dual L+X	18 m	5 fixo	5 fixo	120 Km / 8000	125	4000 X + MTI ou Single L	38	410,4	45,00 ⁰ – 84,82 ⁰	45,00 ⁰ – 85,10 ⁰	45,00 ⁰ – 85,39 ⁰
A.3 InSAR+ L	3 m	15 fixo	15 fixo	20 Km / 8000	35	4000 X ou 4000 Single L	27	291,6	41,25 ⁰ – 71,20 ⁰	44,56 ⁰ – 72,22 ⁰	47,89 ⁰ – 73,30 ⁰
A.4 Quad L	3 m	14	90	10 Km / 4000	24-100	4000 Single L	45	486	36,34 ⁰ – 83,52 ⁰	40,23 ⁰ – 83,87 ⁰	44,07 ⁰ – 84,23 ⁰
A.4 Quad L	6 m	14	80	20 Km / 4000	34-100	4000 Single L	52	561,6	36,34 ⁰ – 83,52 ⁰	40,23 ⁰ – 83,87 ⁰	44,07 ⁰ – 84,23 ⁰
A.4 Quad L	18 m	14	65	60 Km / 4000	74-125	4000 Single L	72	777,6	36,34 ⁰ – 84,82 ⁰	40,23 ⁰ – 85,10 ⁰	44,07 ⁰ – 85,39 ⁰
A.5 L+X	3 m	14	80	20 Km / 8000	34-100	4000 X + MTI ou 4000 Single L	40	432	36,34 ⁰ – 83,52 ⁰	40,23 ⁰ – 83,87 ⁰	44,07 ⁰ – 84,23 ⁰
A.5 L+X	6 m	14	60	40 Km / 8000	54-100	4000 X + MTI ou 4000 Single L	47	507,6	36,34 ⁰ – 83,52 ⁰	40,23 ⁰ – 83,87 ⁰	44,07 ⁰ – 84,23 ⁰

Modo	Resolução	Dist Min - Início do Imageamento (km)	Dist Max - Início do Imageamento (km)	Largura da Faixa Imageada em (km) e em Pixels ²⁹	Limite – Dist Max (km)	Processamento em Tempo Real (pixels/modo)	Duração da DCRsi (em minutos)	Extensão do Segmento (Km) - p/encher a DCRsi	Ângulos de Incidência (near range–far range) ³⁰ para 37.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 35.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 33.000 pés AGL
A.5 L+X	18 m	5 fixo	5 fixo	120 Km / 8000	125	4000 X + MTI ou 4000 Single L	54	583,2	45,00 ⁰ – 84,82 ⁰	45,00 ⁰ – 85,10 ⁰	45,00 ⁰ – 85,39 ⁰
A.6 InSAR+ Quad L	3 m	14	25	10 Km / 4000	24-35	4000 X ou 4000 Single L	25	270	36,34 ⁰ – 71,20 ⁰	40,23 ⁰ – 72,22 ⁰	44,07 ⁰ – 73,30 ⁰
B.1 WAS	6 m	14	130	20 Km (dado bruto não gravado)	34-150	4000 DBS + MTI + rastreamento	Não é gravado		36,34 ⁰ – 85,69 ⁰	40,23 ⁰ – 85,91 ⁰	44,07 ⁰ – 86,16 ⁰
B.1 WAS	18 m	14	90	60 Km (dado bruto não gravado)	74-150	4000 DBS + MTI + rastreamento	Não é gravado		36,34 ⁰ – 85,69 ⁰	40,23 ⁰ – 85,91 ⁰	44,07 ⁰ – 86,16 ⁰
B.2 Spot	1.8 m	21	94	12 Km / 8000	27-100	1000 SpotSAR (atualizado)	24		57,52 ⁰ – 83,52 ⁰	59,41 ⁰ – 83,87 ⁰	61,38 ⁰ – 84,23 ⁰
B.3 A2A	18 m	10	90	60 Km (dado bruto não gravado)	70-150	MTI + rastreamento (4000 células)	Não é gravado		45,00 ⁰ – 85,69 ⁰	45,00 ⁰ – 85,91 ⁰	45,00 ⁰ – 86,16 ⁰

Modo	Resolução	Dist Min - Início do Imageamento (km)	Dist Max - Início do Imageamento (km)	Largura da Faixa Imageada em (km) e em Pixels ²⁹	Limite – Dist Max (km)	Processamento em Tempo Real (pixels/modo)	Duração da DCRsi (em minutos)	Extensão do Segmento (Km) - p/encher a DCRsi	Ângulos de Incidência (near range–far range) ³⁰ para 37.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 35.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 33.000 pés AGL
B.4 Single X	3 m	14	80	20 Km / 8000	34-100	4000 X + MTI	79	853,2	36,34 ⁰ – 83,52 ⁰	40,23 ⁰ – 83,87 ⁰	44,07 ⁰ – 84,23 ⁰
B.4 Single X	6 m	14	60	40 Km / 8000	54-100	4000 X + MTI	94	1015,2	36,34 ⁰ – 83,52 ⁰	40,23 ⁰ – 83,87 ⁰	44,07 ⁰ – 84,23 ⁰
B.4 Single X	18 m	5 fixo	5 fixo	120 Km / 8000	125	4000 X + MTI	107	1155,6	45,00 ⁰ – 84.82 ⁰	45,00 ⁰ – 85.10 ⁰	45,00 ⁰ – 85.39 ⁰
C.1 WAS+L	6 m	14	55	20 Km / 4000 ³¹	34-75	4000 DBS + MTI + rastreamento	26 (Banda L)		33,34 ⁰ – 81,35 ⁰	40,23 ⁰ – 81,81 ⁰	44,07 ⁰ – 82,29 ⁰
C.1 WAS+L	18 m	15 fixo	15 fixo	60 Km / 4000 ³²	75	4000 DBS + MTI + rastreamento	32 (Banda L)		41,25 ⁰ – 81,35 ⁰	44,56 ⁰ – 81,81 ⁰	47,89 ⁰ – 82,29 ⁰
C.2 Spot+L	1.8 m	21	72	6 Km / 4000	24-75	1000 SpotSAR	27		57,52 ⁰ – 81,35 ⁰	59,41 ⁰ – 81,81 ⁰	61,38 ⁰ – 82,29 ⁰

¹ O número de pixels apresentado está relacionado à imagem processada a bordo da aeronave. Quando do processamento no solo este número de pixels aumenta, devido à modificação do pixel spacing. Normalmente, a largura da faixa também é um pouco aumentada quando deste processamento no solo.

² Ângulos calculados para uma altura de 11.277,6, 10.688 e 10.058,40 metros (AGL), ou seja, 37.000, 35.000 e 33.000 pés (AGL). Nos modos em que a distância mínima é menor do que a altura do voo, o ângulo de near range foi selecionado como 45⁰. Para ângulos menores do que 45⁰ inclusive, a relação sinal-ruído é muito baixa, fazendo com que esta região da imagem fique muito escura.

³ Somente a Banda L é gravada na DCRsi. 2000 pixels são processados, mostrados na tela e gravados quando da reprodução da DCRsi.

⁴ Somente a Banda L é gravada na DCRsi. 2000 pixels são processados, mostrados na tela e gravados quando da reprodução da DCRsi.

Modo	Resolução	Dist Min - Início do Imageamento (km)	Dist Max - Início do Imageamento (km)	Largura da Faixa Imageada em (km) e em Pixels ²⁹	Limite – Dist Max (km)	Processamento em Tempo Real (pixels/modo)	Duração da DCRsi (em minutos)	Extensão do Segmento (Km) - p/encher a DCRsi	Ângulos de Incidência (near range–far range) ³⁰ para 37.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 35.000 pés AGL	Ângulos de Incidência (near range–far range) para 33.000 pés AGL
	Spot 3m L	14	65	10 Km / 4000	24-75	(atualizado) N/A	27	291,6	33,34 ⁰ – 81,35 ⁰	40,23 ⁰ – 81,81 ⁰	44,07 ⁰ – 82,29 ⁰
C3 A2A+L	18 m L	15 fixo	15 fixo	60 Km / 4000 ³³	75	MTI + rastreamento	30 (Banda L)		41,25 ⁰ - 81,35 ⁰	44,56 ⁰ – 81,81 ⁰	47,89 ⁰ – 82,29 ⁰

Fonte: adaptada de Macdonald Dettwiler Associated (2001).

⁵ Somente a Banda L é gravada na DCRsi. 2000 pixels são processados, mostrados na tela e gravados quando da reprodução da DCRsi.

APÊNDICE D

SISTEMA DE RADAR AEROEMBARCADO DO R-99

D.1 – Descrição do sistema SAR do R-99

O SIPAM tem três aeronaves de Sensoriamento Remoto (SR) a sua disposição. Cada aeronave é equipada com um subsistema Radar de Abertura Sintética (SAR), um subsistema de varredura multiespectral (MSS) e um subsistema óptico e infravermelho (OIS). Vide Figura D.1.

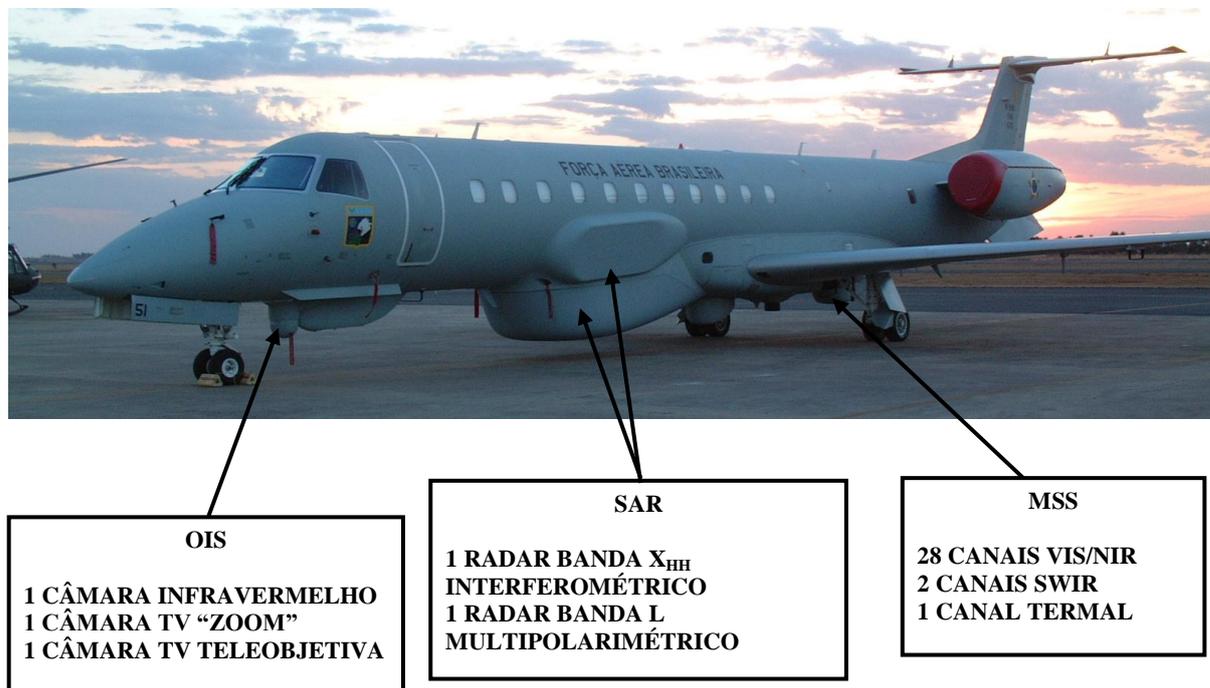


Figura D.1 – Localização dos sensores na aeronave de Sensoriamento Remoto – R-99.

Quando da implantação das aeronaves de sensoriamento remoto estas eram chamadas de R99-B. Contudo, durante o ano de 2011 estas aeronaves tiveram sua descrição resumida para R99. Por este motivo, apesar do título deste estudo citar o R99-B, ao longo do texto utiliza-se o termo atual R99. O SAR opera em duas frequências: Banda L (1,28 GHz) e Banda X (9,6 GHz). O subsistema da Banda L tem a capacidade de transmitir e receber tanto na polarização vertical quanto na horizontal. O subsistema da Banda X só transmite e recebe na polarização horizontal.

Existem duas antenas para a Banda L e duas para a Banda X. As antenas da Banda L são fixas: uma é utilizada para a aquisição no modo "Stripmap", com visada para a esquerda, e a

outra é utilizada para a aquisição no modo "Stripmap", com visada para a direita. As antenas da Banda X são montadas em um pedestal abaixo da fuselagem da aeronave. Uma das antenas da Banda X (antena monopulso) é utilizada para aquisição de dados nos seguintes modos:

"Stripmap" - com visada para a esquerda ou para a direita;

"SpotSAR";

"Wide Area Search"; e

"Air-to-Air (A2A).

A outra antena da banda X (antena interferométrica - INSAR) é utilizada em conjunto com a antena monopulso para adquirir dados interferométricos.

Os dados SAR coletados são armazenados em fitas de alta densidade (fitas DCRsi), sendo um dos canais selecionado para ser apresentado, em tempo real, em um monitor de alta resolução a bordo da aeronave. O canal exibido pode ser capturado para análise detalhada, impresso em uma impressora de alta definição e/ou transmitido.

A Tabela D.1 apresenta um resumo das principais características técnicas do sensor SAR utilizado neste estudo e a Tabela D.2 apresenta para cada um dos modos de operação do SAR as seguintes informações: resolução, PRI, Ciclo de Trabalho e Frequência central de operação do SAR.

Tabela D.1 – Características Técnicas do sensor SAR do R-99.

Frequência central (GHz)	Banda L (GHz) = $1,28 \pm 100$ MHz Banda X (GHz) = $9,6 \pm 300$ MHz
Comprimento de onda (cm)	Banda L = 23,4 cm Banda X = 3,12 cm
Tamanho físico da antena	Banda L = 24” altura, 60” comprimento, 5” profundidade Banda X = 10” altura, 48” comprimento, 3.2” profundidade
Largura de banda “bandwidth” do sinal transmitido - Chirp Bandwidths - (MHz)	3 metros = 50 MHz 6 metros = 25 MHz 18 metros = 8,33 MHz 1,8 metros = 83,3 MHz
Largura de banda “bandwidth” da antena (MHz)	Banda L = 128 MHz (3dB) Banda X = 200 MHz (3dB)
Polarização	Banda X = HH Banda L = HH, VV, VH, HV
Duração do pulso transmitido (τ_p)	3 metros = 60 μ s 6 metros = 40 μ s 18 metros = 25 μ s
Potência (teórica suportada pelo transmissor) (W)	Banda L = 5000 W (pico) / 280 W (média)
Potência (teórica suportada pelo transmissor) (W)	Banda X = 10000 W (pico) / 500 W (média)
Intervalo de repetição de pulso - PRI (segundos)	Varia em função do Modo de Operação. Vide Tabela 3.2 - Modos de Operação, PRI, Ciclo de Trabalho, Potência e Frequência de operação do SAR
Ângulo de incidência (graus)	Vide Modos de Operação do Sensor SAR – Apêndice F
Modos de aquisição	Vide Modos de Operação do Sensor SAR – Apêndice F
Resolução radiométrica (db)	Informação não disponível
Resolução em alcance (m) - “slant range resolution”	Vide Modos de Operação do Sensor SAR – Apêndice F
Resolução em azimute (m) - “slant range resolution”	Vide Modos de Operação do Sensor SAR – Apêndice F
Número de visadas “looks”	3 metros = 4 looks 6 metros = 8 looks 18 metros = 16 looks
Largura da faixa (Km) - “Swath width”	Vide Modos de Operação do Sensor SAR – Apêndice F
Resolução horizontal (m)	Basta utilizar a geometria de coleta para calcular a resolução em “ground range”.
Altura de vôo (m)	Pode ser escolhida entre 30,000 e 37,000 (9.149 a 11.277 metros) acima do Nível Médio do Mar
Velocidade da plataforma (m/s)	Pode ser escolhida entre 330 nós (115 m/s) e 390 nós (195 m/s)
Positioning system (s)	INS/GPS (erro esférico provável = 76 metros)

Tabela D.2 – Modos de Operação, PRI, Ciclo de Trabalho, Potência e Frequência de operação do SAR.

MODO	RESOLUÇÃO	PRI (seg) Bandas L e X	CICLO DE TRABALHO ³⁴	FREQÜÊNCIA Banda L (MHz)	FREQÜÊNCIA Banda X (MHz)
A.1 Quad L+X	3 m	2,64e-03	2 %	1,270000003304285e+03	9,590000277662724e+03
A.1 Quad L+X	6 m	2,64e-03	1,5 %	1,255000000293036e+03	9,575000205206521e+03
A.1 Quad L+X	18 m	2,64e-03	0,95 %	1,244995004218367e+03	9,564995274333829e+03
A.2 Dual L+X	3 m	2,64e-03	2 %	1,270000003304285e+03	9,590000277662724e+03
A.2 Dual L+X	6 m	2,64e-03	1,5 %	1,255000000293036e+03	9,575000205206521e+03
A.2 Dual L+X	18 m	2,64e-03	0,95 %	1,244995004218367e+03	9,564995274333829e+03
A.3 InSAR+L	3 m	2,64e-03	2 %	1,270000003304285e+03	9,590000277662724e+03
A.4 Quad L	3 m	2,8079e-03	2,14 %	1,270000003304285e+03	N/A
A.4 Quad L	6 m	2,8079e-03	1,43 %	1,255000000293036e+03	N/A
A.4 Quad L	18 m	3,456e-03	0,72 %	1,244995004218367e+03	N/A
A.5 L+X	3 m	2,64e-03	2 %	1,270000003304285e+03	9,590000277662724e+03
A.5 L+X	6 m	2,64e-03	1,5 %	1,255000000293036e+03	9,575000205206521e+03

³⁴ CICLO DE TRABALHO = Duração do pulso (τ_p) x frequência de repetição do pulso (PRF) ou duração do pulso (τ_p) / intervalo de repetição do pulso (PRI). WAS = *Wide Area Search*.

MODO	RESOLUÇÃO	PRI (seg) Bandas L e X	CICLO DE TRABALHO 34	FREQÜÊNCIA Banda L (MHz)	FREQÜÊNCIA Banda X (MHz)
A.5 L+X	18 m	2,64e-03	0,95 %	1,244995004218367e+03	9,564995274333829e+03
A.6 InSAR+Quad L	3 m	2,64e-03	2 %	1,270000003304285e+03	9,590000277662724e+03
B.1 WAS	6 m	1,25e-03	3,2 %	N/A	9,575000205206521e+03
B.1 WAS	18 m	1,25e-03	2 %	N/A	9,564995274333829e+03
B.2 Spot	1.8 m	9,09e-04	5,5 %	N/A	9,609995000000439e+03
B.3 A2A	18 m	1,25e-03	–	N/A	9,564995274333829e+03
B.4 Single X	3 m	2,64e-03	2 %	N/A	9,590000277662724e+03
B.4 Single X	6 m	2,64e-03	1,5 %	N/A	9,575000205206521e+03
B.4 Single X	18 m	2,64e-03	0,95 %	N/A	9,564995274333829e+03
C.1 WAS+L	6 m	1,25e-03	3,2 %	1,255000000293036e+03	9,575000205206521e+03
C.1 WAS+L	18 m	1,25e-03	2 %	1,244995004218367e+03	9,564995274333829e+03
C.2 Spot+L	1.8 m Spot	1,32e-03	3,8 %	N/A	9,609995000000439e+03
	3m L	1,32e-03	4,55 %	1,270000003304285e+03	N/A
C3 A2A+L	18 m L	1.25e-03	2 %	1,255e+03	N/A

Um diagrama de bloco do sistema SAR é apresentado na Figura D.2 (com a legenda dada na Tabela D.3).

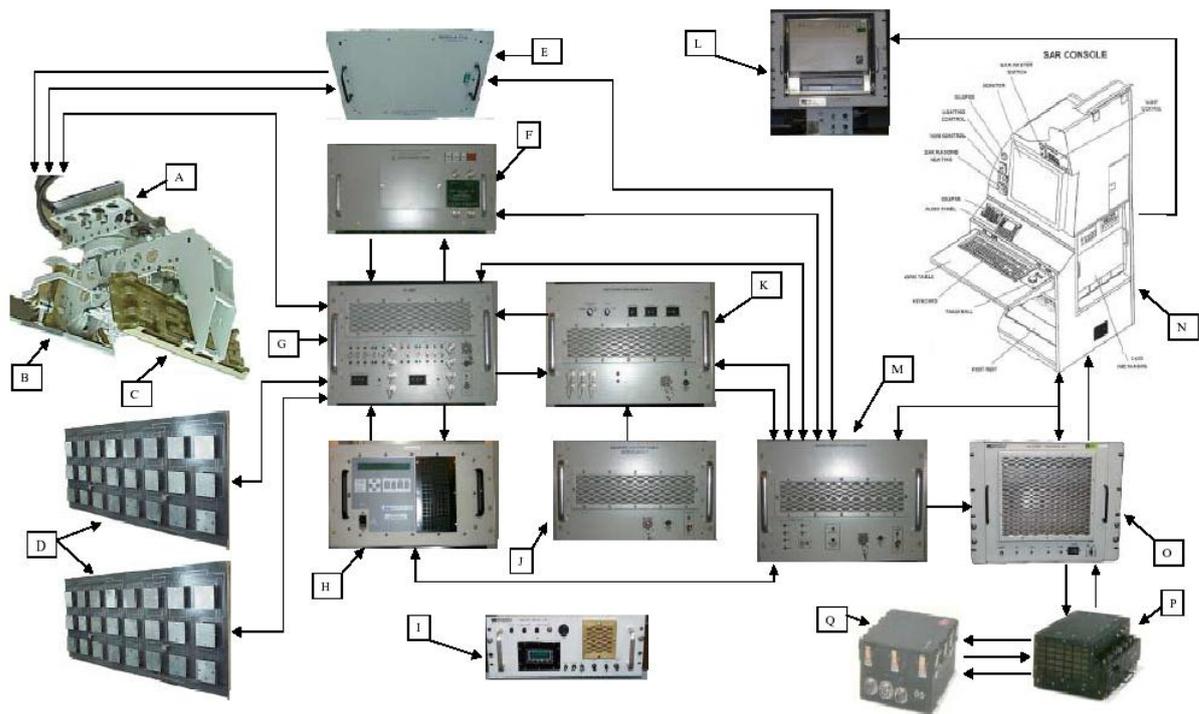


Figura D.2 – Diagrama de Bloco do Sistema SAR Aerotransportado.

Fonte: adaptada de Macdonald Dettwiler Associated (2001).

Tabela D.3 – Legenda da Figura D.2.

Item	Nome	Quant.	Acrônimo
A	Unidade do Pedestal da Antena da Banda X	1	XAPU
B	Unidade da Antena Monopulso da Banda X	1	XMAU
C	Unidade da Antena Interferométrica da Banda X	1	XIAU
D	Unidade da Antena da Banda L	2	LAU
E	Unidade de Controle do Pedestal	1	PCU
F	Unidade Transmissora da Banda X	1	XTU
G	Unidade de Rádio Frequência	1	RPU
H	Unidade Transmissora da Banda L	1	LTU
I	Unidade de Monitoramento e Controle	1	MCU
J	Unidade de Suprimento de Energia - RES	1	RPSU
K	Unidade Excitadora do Receptor - STALO	1	RESU
L	Unidade Impressora de Imagens	1	IPU
M	Unidade de Controle do Sistema Radar	1	RSCU
N	Estação de Trabalho do Subsistema SAR Aerotransportado	1	
O	Unidade Processadora Multimodo	1	MPU
P	Módulo Eletrônico de Gravação	1	REM
Q	Módulo de Transporte de Fita	1	TTM

Fonte: adaptada de Macdonald Dettwiler Associated (2001).

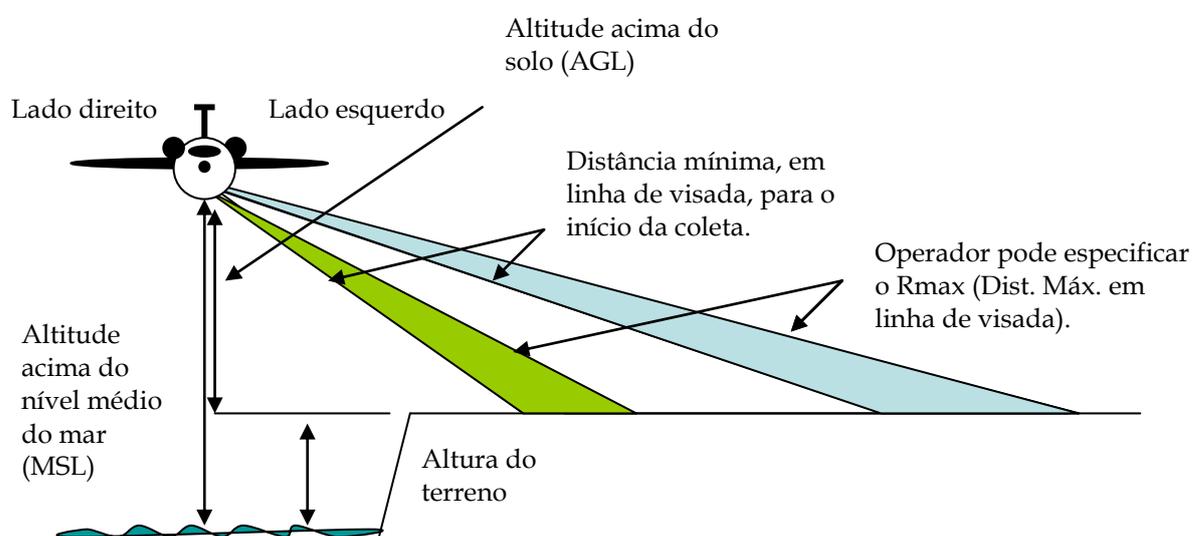
D.2 – Modos de operação do SAR

Os modos de Operação disponíveis para o SAR (25 modos), posições das faixas imageadas e tempo de duração máximo das fitas DCRsi, dentre outras informações, são fornecidos no APÊNDICE C.

Os modos X e L são modos de visada lateral que realizam o mapeamento de faixas do terreno. Para as faixas obtidas com a Banda L, existem quatro polarizações disponíveis: HH, HV, VV, VH.

No caso do sensor SAR aqui utilizado, a primeira letra designa a polarização transmitida e a segunda letra designa a polarização recebida, diferentemente do apresentado no Capítulo 2, onde esta referência é trocada. Para a Banda X só existe a polarização horizontal HH. O Modo InSAR é um modo especial de imageamento de faixa - interferométrico - na Banda X, que permite medidas de altura utilizando informações de diferença de fase de duas antenas receptoras.

A Figura D.3 apresenta a geometria utilizada para o modo de imageamento de faixas. Em inglês, “Strip Map Mode”.



- Rmax determina o que é coletado/gravado na fita DCRsi.
- Com ângulos de incidência próximos à vertical, SAR é sensível à inclinação do terreno.
- Com ângulos de incidência elevados, SAR é sensível à textura do terreno e às sombras.

Figura D.3 – Geometria do modo de mapeamento SAR em Faixas.

Fonte: adaptada de Macdonald Dettwiler Associated (2001).

O modo de imageamento de faixas na Banda X (Figura D.3), WAS “*Wide Area Search*” (Figura D.4), A2A “*Air-to-Air*” (Figura D.5) e Spot (Figura D.6) são modos de vigilância.

A sobreposição da indicação de alvos móveis – MTI, em inglês, “*Moving Target Indicator*”, está disponível no modo de imageamento de faixas na Banda X. O modo WAS utiliza-se da técnica “*Doppler Beam Sharpening*” para efetuar a varredura de setores específicos do solo com a sobreposição de alvos móveis (MTI). O modo A2A realiza a varredura em busca de alvos aéreos móveis ao longo de um setor de 300° (PPI – “*Plan Position Indicator*”).

O acompanhamento de alvos móveis (MTI tracking) é fornecido nos modos WAS e A2A. O modo Spot tem a mais alta resolução disponível (1,8 metros) por intermédio de uma antena que ilumina continuamente uma área no solo, à medida que a aeronave passa.

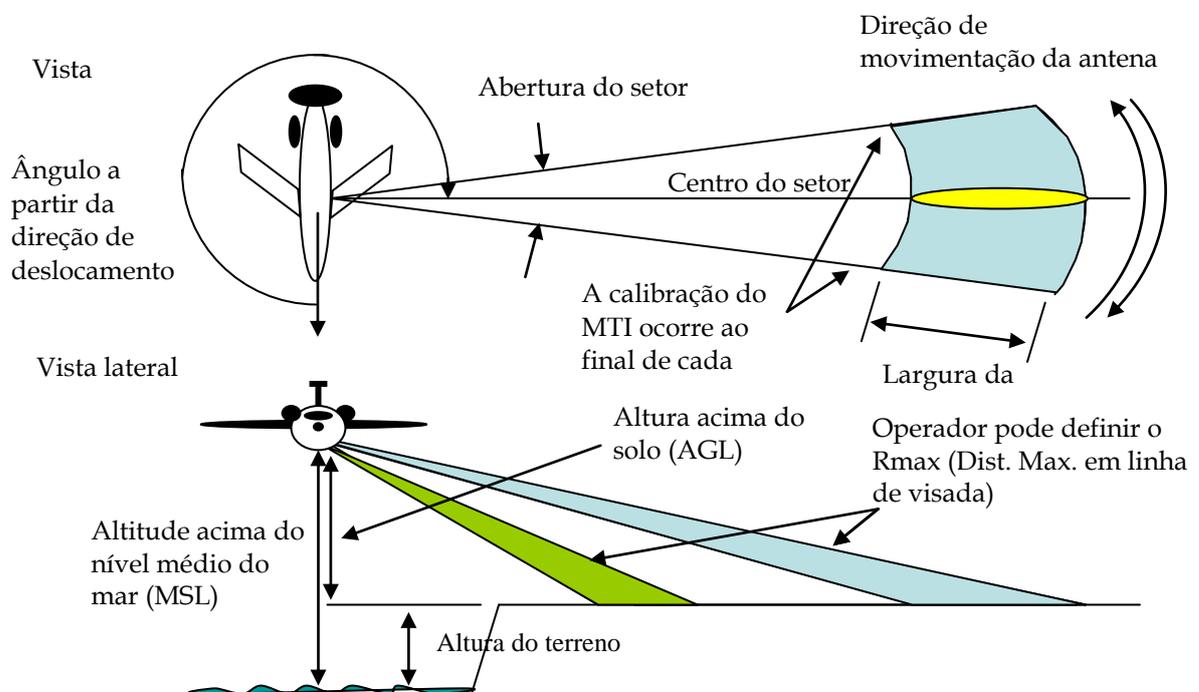


Figura D.4 – Geometria do modo de vigilância *Wide Area Search* (WAS).
Fonte: adaptada de Macdonald Dettwiler Associated (2001).

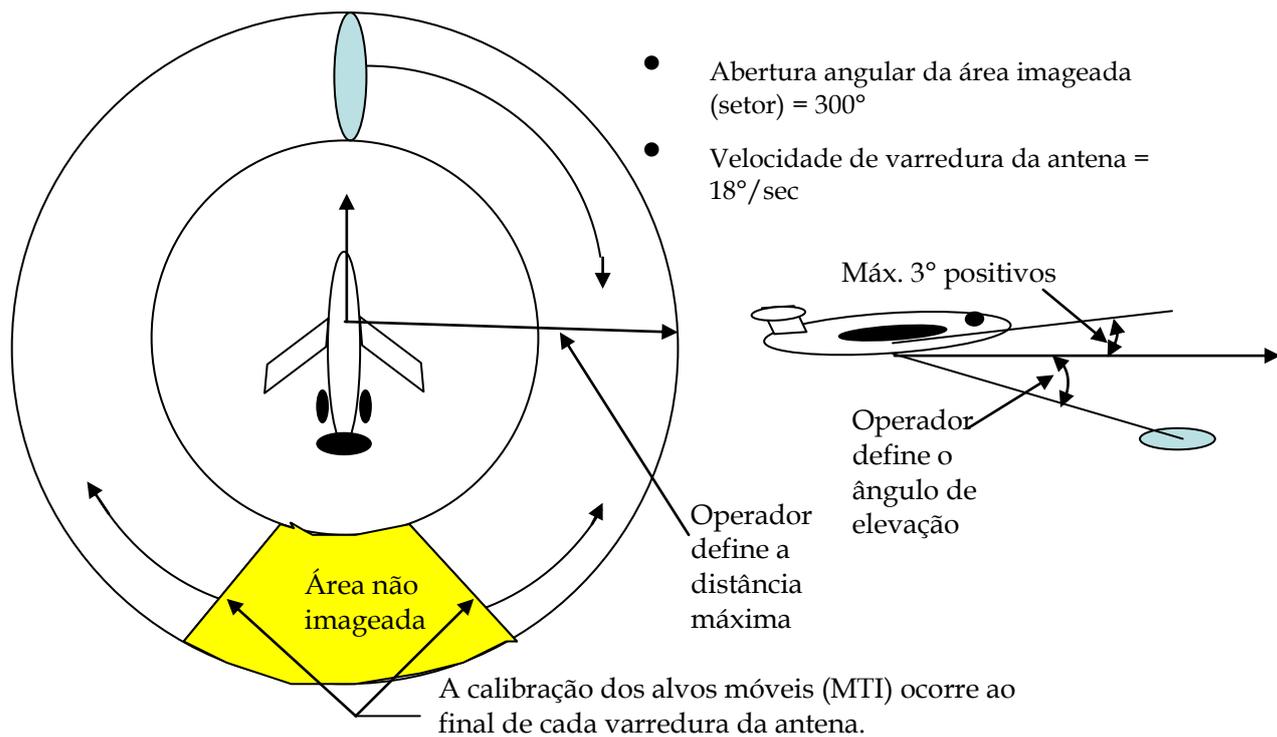


Figura D.5 – Geometria do modo de vigilância Air-to-Air (A2A).

Fonte: adaptada de Macdonald Dettwiler Associated (2001).

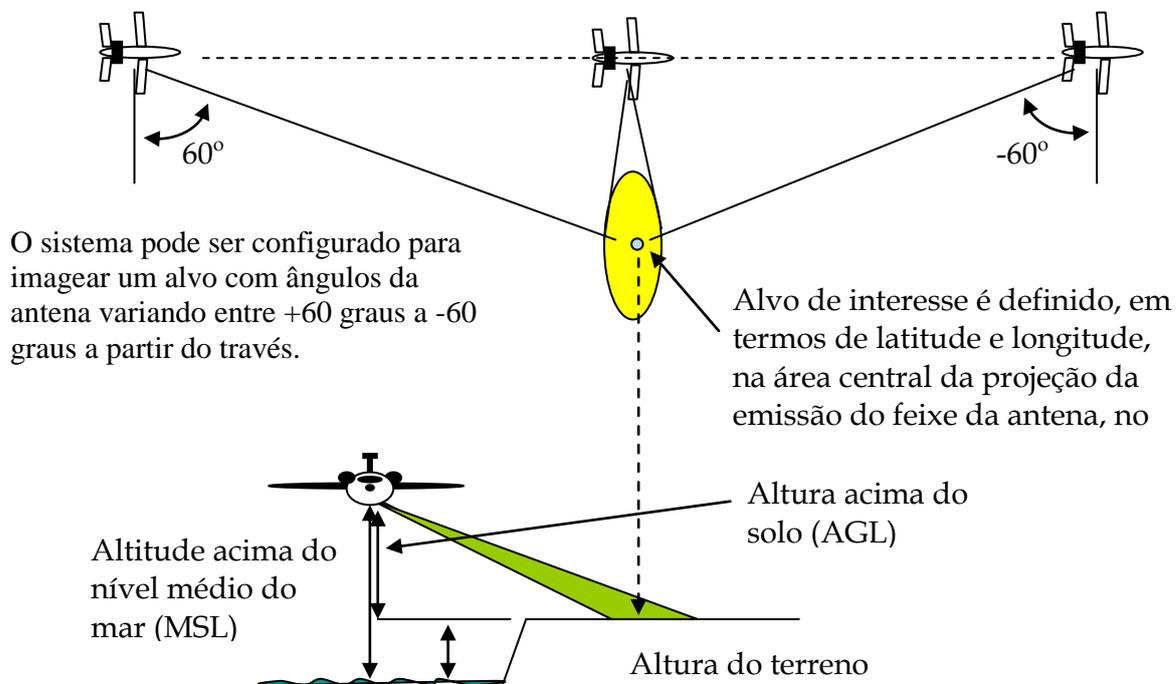


Figura D.6 – Geometria do modo de vigilância SpotSAR.

Fonte: adaptada de Macdonald Dettwiler Associated (2001).

D.3 – Visão Geral de um Mapeamento SAR em faixas (Strip Map mode)

Os modos de imageamento SAR em faixas são: Banda X, Banda L com quatro polarizações e Banda X interferométrica. A Figura D.7 apresenta o perfil de um imageamento em faixas.

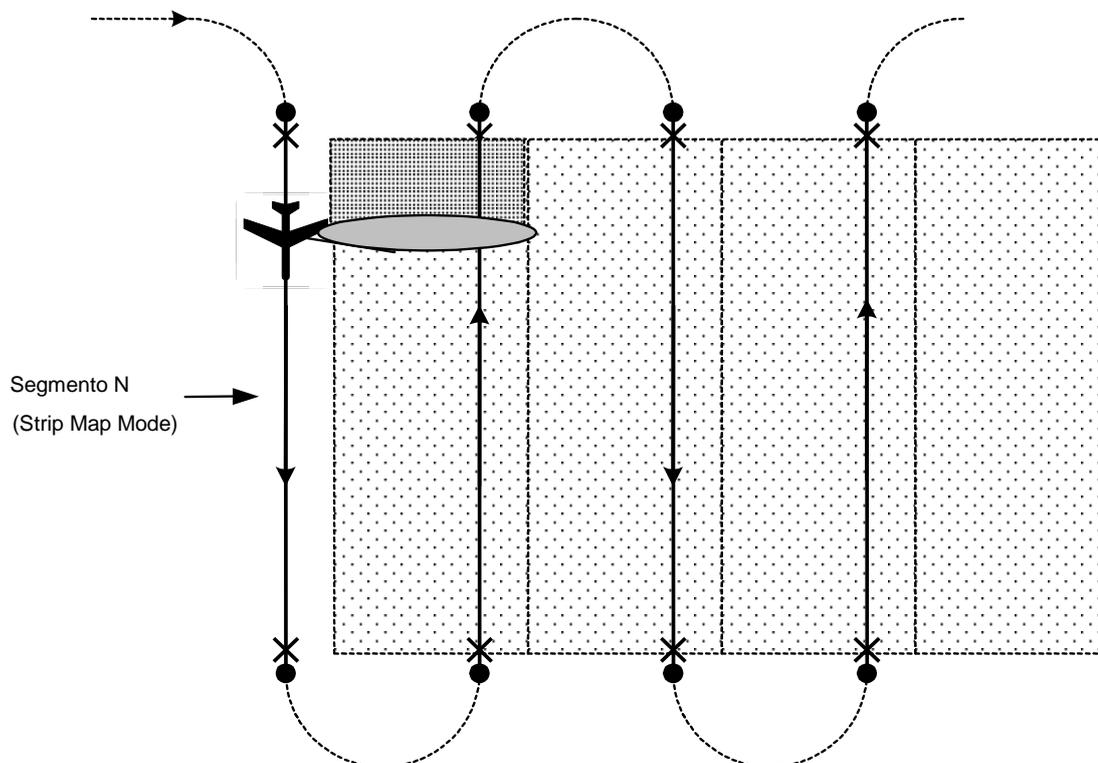


Figura D.7 – Perfil de um mapeamento SAR em faixas (Strip Map Mode).

Fonte: adaptada de Macdonald Dettwiler Associated (2001).

Maiores detalhes sobre a operação do sensor SAR podem ser obtidos em Andrade; Santa Rosa; Faria, 2007b.

D.4 – Ambiente de Operação para o Sistema SAR

O ambiente operacional para a aeronave, de acordo com as Especificações Ambientais do sistema SAR e o envelope de vôo aprovado para a mesma, são apresentados nas Tabela D.4 e D.5, respectivamente.

Tabela D.4 – Ambiente de Vôo para a Aeronave SAR.

Categoria	Equipamento da Aeronave - Ambiente Controlado	Equipamento da Aeronave - Ambiente não Controlado
Temperatura	15 ° a 35°C	-54 ° a 42°C
Altitude	10000 pés ou 3050 mts acima do nível médio do mar	Do nível médio do mar até 37000 pés ou 11278 mts
Umidade	60 +/- 10%	5 a 100% RH e de 42° a 0°C
Pressão do Guia de Onda	2.5 PSIG	2.5 PSIG
Vibração	RTCA/DO-160C Seção 8.5	RTCA/DO-160C Seção 8.5

Tabela D.5 – Envelope de Vôo da Aeronave SAR.

Parâmetro	Limites
Altitude	30,000 a 37,000 pés. (9140 to 11277 m)
Velocidade no solo	330 a 390 nós ou 610 a 720 km/hr max
Turbulência	Aceleração vertical 0.01 a 0.05g RMS max
Ângulo de cabragem (pitch)	3° +/- 2° max
Ângulo de rolamento (roll)	+/- 2° max
Ângulo de deriva (yaw)	+/- 3° max
Limites de varredura da antena	Capaz de varrer 360°, mas é limitada por software para operar entre 150 a 210°.

Uma descrição detalhada sobre os arquivos brutos gerados pelo sensor SAR do R99 pode ser verificada em Andrade; Santa Rosa; Faria, 2007b.