

**Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica**

**ESTUDO NUMÉRICO DE TUBOS DE SUÇÃO DE
TURBINAS HIDRÁULICAS TIPO BULBO**

José Gustavo Coelho

Orientador: Antônio C. P. Brasil Júnior

Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas

**Publicação: ENM.DM -97 A/06
Brasília-DF: 07/2006**

Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Mecânica

ESTUDO NUMÉRICO DE TUBOS DE SUÇÃO DE
TURBINAS HIDRÁULICAS TIPO BULBO

José Gustavo Coelho

Dissertação de Mestrado submetida ao Departamento de Engenharia Mecânica da Faculdade de Tecnologia da Universidade de Brasília, como parte dos requisitos necessários para a obtenção do grau de Mestre em Ciências Mecânicas.

Aprovada por:

Antônio César Pinho Brasil Júnior, Dr., UnB.
(Orientador)

João Manoel Dias Pimenta, Dr., UnB.
(Examinador Interno)

Guilherme Lara Oliveira, Dr., Embraer
(Examinador Externo)

Brasília, 28 de julho de 2006.

FICHA CATALOGRÁFICA

COELHO, JOSÉ GUSTAVO

Estudo Numérico de Tubos de Sucção de Turbinas Hidráulicas Tipo Bulbo [Distrito Federal] 2006.

xiii, 106 p., 297 mm (EnM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2006).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília.

Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Mecânica.

1. Turbulência

3. Tubo de Sucção

2. Simulação Numérica

4. Turbina Bulbo

I. EnM/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

GUSTAVO COELHO, J. (2006). Estudo Numérico de Tubos de Sucção de Turbinas Hidráulicas Tipo Bulbo. Dissertação de Mestrado, Publicação ENM.DM-97 A/06, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 106 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: José Gustavo Coelho

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Estudo Numérico de Tubos de Sucção de Turbinas Hidráulicas Tipo Bulbo.

GRAU / ANO: Mestre / 2006.

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias dessa dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

José Gustavo Coelho

Av. Sabino José da Costa, 442 – Bairro Generoso

Corumbá – MS

CEP: 79333-078

(67)32310094

josegustavo@unb.br

“Viva como se você fosse morrer amanhã, aprenda como se você fosse viver eternamente.”

Mahatma Gandhi

AGRADECIMENTOS

Por mais incrível que pareça, essa é uma das partes mais difíceis, uma vez que muitas pessoas contribuíram, diretamente e indiretamente, para a realização desse trabalho.

Inicialmente, agradeço muito a Deus por te me dado coragem e perseverança para fazer essa grande mudança em minha vida, que foi deixar a família e arriscar tudo, vindo para Brasília.

À minha querida mãe, Maria Martha, que mesmo ficando sozinha, em todos os momentos me incentivou muito para que eu conseguisse acabar esse trabalho. Aos meus grandes amigos da minha cidade natal, Lucimeire e Manoel, que sempre estiveram ao meu lado mesmo eu estando tão longe.

À minha excepcional namorada, Glécia, que sempre esteve ao meu lado me ajudando e incentivando. Às pessoas maravilhosas que aqui me acolheram, no bom e velho 107 Bloco B da casa do estudante universitário (vulgo CEO), Josyane, Reverson, Juliana, Jeferson, e Taopi. Aos meus amigos de Colina, Adão, Cláudio e Thiago.

Ao meu orientador e amigo, Prof. Brasil que sempre acreditou no meu potencial. Aos inúmeros professores que inúmeras vezes me ajudaram, em especial o Prof. Lúcio e Prof. Aldo e é claro, o meu antigo professor de cálculo I que foi o meu pivô aqui em Brasília, Marcelo Dias.

Aos grandes amigos (de várias vitórias/derrotas na sinuca) que fiz aqui no LEA (vulgo bloco F) como, Rafael Davidson, Rafael Pereira, Luciano Noletto, Marcos Noletto, Ricardo Ribeiro, Arthur Bertoldi, André, Flávio Lula.

Agradeço muito a vocês por toda a força, apoio e incentivo dado por vocês nesses dois longos e intermináveis anos.

RESUMO

Estudo Numérico de Tubos de Sucção de Turbinas Hidráulicas Tipo Bulbo

Em máquinas de baixa queda, como é o caso da turbina bulbo, o estudo do escoamento em tubos de sucção tem uma grande importância, pois a eficiência e a potência da máquina estão diretamente associadas ao seu bom desempenho. Esse trabalho tem como objetivo geral a modelagem e simulação numérica do escoamento turbulento, com o intuito de avaliar a capacidade dos métodos numéricos atuais em reproduzir com fidelidade o escoamento em tubos de sucção. Como objetivo específico, pretende-se avaliar a possibilidade de diminuir o comprimento de um tubo de sucção da turbina tipo Bulbo, preservando a sua relação de área e o seu rendimento. Para atingir esses objetivos, inicialmente se faz a validação do modelo de turbulência adotado, SST, para diferentes casos. Primeiro para difusores com variadas angulações e sem *swirl*. Posteriormente se insere o giro no escoamento. Após essa etapa de validação, faz-se a simulação da máquina completa com o intuito de obter resultados realistas para a região da entrada do tubo de sucção. Utiliza-se essa condição de entrada tanto para um tubo de sucção convencional como para a geometria otimização proposta, com a finalidade de comparação dos resultados. Como resultado, observa-se que a diminuição do comprimento do tubo de sucção se mostra válida, fazendo injeções secundárias de fluido em posições específicas,

Para a realização desse trabalho, usa-se o *software* comercial SOLIDWORKS para a criação da geometria e o ANSYSCFX-10 para o processamento geral do escoamento.

ABSTRACT

Numeric Study of Draft Tubes of Bulbe Hydraulic Turbines

In machines of low fall, as in the case of the turbine bulb, the study of the flow in the draft tube has a great importance, because the efficiency and the power of the machine are directly associated to its good performance. This work has as general objective modeling and simulates the turbulent flow of draft tubes of bulbe hydraulic turbines. The intentions to evaluate the capacity of the current numeric methods in reproducing with fidelity the flow in these draft tubes. As specific objective that work, intends to evaluate the possibility of reducing the length of draft tube, preserving its area relationship and its inlet geometry. To reach these objectives, initially it is made a validation of the turbulence model adopted, SST, for different study cases. First for diffusers with varied angulations and without swirl. Later a swirl is inserted in the flow. After that validation stage, it is made the simulation of the complete machine in order to obtain realist data for the draft tube entrance area. That inlet condition is used both for a conventional draft tube as for the new geometry proposed with the purpose of comparing the results.

For the accomplishment of this work, the software packaged SOLIDWORKS is used for the creation of the geometry and ANSYSCFX-10 for the simulation of the flow.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.	1
1.1	OBJETIVO GERAL.	4
1.2	OBJETIVO ESPECÍFICO.	4
1.3	DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.	4
1.4	METODOLOGIA DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA.	6
2	PROBLEMA HIDRODINÂMICO.	8
2.1	TURBINA BULBO.	8
2.1.1	<i>Tubo de Sucção.</i>	9
2.2	CONDIÇÕES DE CONTORNO.	12
2.2.1	<i>Condições de Contorno do Tubo de Sucção.</i>	17
2.3	PARÂMETROS ADIMENSIONAIS.	19
3	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.	22
3.1	INTRODUÇÃO.	22
3.2	MÉTODOS PARA O ESTUDO DA TURBULÊNCIA E SUA MODELAGEM	24
3.3	A DECOMPOSIÇÃO DE REYNOLDS.	27
3.4	CLASSIFICAÇÃO PARA OS MODELOS QUE ADOTAM A HIPÓTESE DE BOUSSINESQ	33
3.4.1	<i>Modelos a Duas Equações para μ_t</i>	34
3.4.1.1	<i>Modelo κ-ϵ.</i>	34
3.4.1.2	<i>Modelo κ-ω.</i>	38
3.4.1.3	<i>Modelo SST.</i>	40
4	METODOLOGIA NUMÉRICA.	43
4.1	DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES.	45
4.1.1	<i>Acoplamento Pressão-Velocidade.</i>	46
4.1.2	<i>Termo Transiente.</i>	47
4.1.3	<i>Função de Forma.</i>	48

4.1.4	<i>Termos de Difusão</i>	49
4.1.5	<i>Termo Gradiente de Pressão</i>	50
4.1.6	<i>Termo de Advecção</i>	51
4.2	RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES.....	52
4.3	GERADOR DE MALHA.....	53
5	RESULTADOS	55
5.1	VALIDAÇÃO DO MODELO DE TURBULÊNCIA.....	55
5.1.1	<i>Caso sem swirl</i>	55
5.1.2	<i>Caso com swirl</i>	64
5.2	SIMULAÇÃO DA MÁQUINA COMPLETA.....	74
5.2.1	<i>Simulação de Parte do Canal de tomada D'água</i>	74
5.2.2	<i>Simulação do Estator</i>	75
5.2.3	<i>Simulação do Rotor</i>	77
5.2.4	<i>Simulação do Tubo de Sucção</i>	80
5.2.4.1	<i>Tubo de Sucção Convencional</i>	80
5.2.4.2	<i>Tubo de Sucção Otimizado</i>	83
6	CONCLUSÃO	90
6.1	SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.....	93
7	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	95
	APÊNDICE A SIMULAÇÃO DO TUBO	99
A.1.	PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO DO TUBO.....	99
	APÊNDICE B PARÂMETROS UTILIZADOS	101
B.1.	PARÂMETROS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES.....	101
	APÊNDICE C TRATAMENTO PRÓXIMO DA PAREDE	107
C.1.	MODELAMENTO DO ESCOAMENTO PRÓXIMO DA PAREDE.....	107
C.2.	FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.....	108

LISTA DE FIGURAS

Figura 1.1: Evolução da Oferta Interna de Energia no período de 1970 a 2004. (Adaptado do Balanço Energético Nacional-2005).....	1
Figura 1.2: Corte transversal de uma turbina bulbo, situada no Rio Rhone (França).	5
Figura 2.1: Turbina Kaplan.	8
Figura 2.2: Principais partes da Turbina Bulbo.....	9
Figura 2.3 – Visualização do rotor com e sem tubo de sucção.	10
Figura 2.4: Importantes parâmetros de um difusor.....	11
Figura 2.5: Divisão da máquina utilizada na simulação.....	14
Figura 2.6: Condições de Contorno utilizadas no bloco I da simulação.	15
Figura 2.7: Condições de Contorno utilizadas no bloco II da simulação.	15
Figura 2.8: Visualização das componentes de velocidade tangencial utilizadas como condições de contorno para a simulação do rotor.....	16
Figura 2.9 – Condições do Contorno do Difusor.	17
Figura 2.10 – Comparações dos Difusores Convencional e Otimizado.....	18
Figura 2.11: Dimensões do tubo de sucção otimizado.	19
Figura 2.12: Distribuição de pressão no plano transversal, para os seguintes comprimentos do tubo de sucção; a) 5m; b) 10m; c) 17m; d) 20m.....	21
Figura 4.1: Tarefa do Método Numérico.....	44
Figura 4.2: Balanço de massa no volume finito.	45
Figura 4.3: Modelo de um elemento tetraédrico.	49
Figura 4.4 – Exemplo de malha de superfície.	54
Figura 5.1: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 6^\circ$	55
Figura 5.2: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 9^\circ$	56
Figura 5.3: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 12^\circ$	56
Figura 5.4: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 15^\circ$	56
Figura 5.5: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 18^\circ$	57
Figura 5.6: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 6^\circ$	57
Figura 5.7: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 9^\circ$	57
Figura 5.8: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 12^\circ$	58
Figura 5.9: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 15^\circ$	58
Figura 5.10: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 18^\circ$	58

Figura 5.11: Comparação entre o c_p recuperado numericamente e os dados obtidos....	59
Figura 5.12: Linhas de corrente nas paredes do difusor com $2\theta = 6^\circ$	60
Figura 5.13: Linhas de corrente nas paredes do difusor com $2\theta = 9^\circ$	61
Figura 5.14: Linhas de corrente nas paredes do difusor com $2\theta = 12^\circ$	61
Figura 5.15: Linhas de corrente nas paredes do difusor com $2\theta = 15^\circ$	61
Figura 5.16: Linhas de corrente nas paredes do difusor com $2\theta = 18^\circ$	61
Figura 5.17: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 6^\circ$	62
Figura 5.18: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 9^\circ$	62
Figura 5.19: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 12^\circ$	62
Figura 5.20: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 15^\circ$	63
Figura 5.21: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 18^\circ$	63
Figura 5.22: Início do descolamento considerável para difusores cônicos e os valores encontrados numericamente.....	64
Figura 5.23: Dimensões da geometria utilizada por Clausen <i>et al</i> (1993).As dimensões estão em mm.....	65
Figura 5.24: Aproximação numérica utilizada para o perfil de velocidade axial na entrada do difusor, onde os pontos em azul são os dados experimentais.....	65
Figura 5.25: Aproximação numérica utilizada para o perfil de velocidade tangencial na entrada do difusor, onde os pontos em verde são os dados experimentais.....	66
Figura 5.26: Perfis de velocidade axial para 100 mm e 250 mm.	66
Figura 5.27: Perfis de velocidade tangencial para 100 mm e 250 mm.....	67
Figura 5.28: Comparação entre o C_p experimental e numérico.....	67
Figura 5.29: Contorno de pressão.....	68
Figura 5.30: Contornos de velocidade.....	69
Figura 5.31: Linhas de corrente 3D.	69
Figura 5.32: Linhas de corrente na parede do difusor.	69
Figura 5.33: Desenvolvimento do escoamento para um número de <i>swirl</i> de 0,29.....	70
Figura 5.34: Desenvolvimento do escoamento para um número de <i>swirl</i> de 0,46.....	70
Figura 5.35: Desenvolvimento do escoamento para um número de <i>swirl</i> de 0,59.....	71
Figura 5.36: Desenvolvimento do escoamento para um número de <i>swirl</i> de 0,73.....	71
Figura 5.37: Desenvolvimento do escoamento para um número de <i>swirl</i> de 0,87.....	71
Figura 5.38: Comparação entre os C_p 's para os números de <i>swirl</i> analisados.....	72
Figura 5.39: Curva da intensidade do número de <i>swirl</i> versus o coeficiente de pressão recuperada.....	72

Figura 5.40: Variação da pressão no bulbo e nas pilastras de sustentação da turbina....	74
Figura 5.41: Velocidade na saída da primeira parte da simulação, a tomada d'água.....	75
Figura 5.42: Malha de superfície do estator.....	76
Figura 5.43: Variação da pressão na parte interior e nas pás do estator.....	76
Figura 5.44: Movimento giratório na saída do estator.....	77
Figura 5.45: Linhas de corrente na superfície do rotor.....	78
Figura 5.46: Variação de pressão ao longo da superfície do rotor.....	78
Figura 5.47: Desenvolvimento do escoamento passando pelo rotor.....	79
Figura 5.48: Velocidade na saída do rotor.....	79
Figura 5.49: Tubo de sucção convencional com suas dimensões.....	81
Figura 5.50: Velocidade na entrada do tubo de sucção.....	81
Figura 5.51: Desenvolvimento do escoamento na entrada, a 13m, 26m e 38 m.....	82
Figura 5.52: Linha de corrente 3D no difusor convencional.....	83
Figura 5.53: Linha de corrente na parede do difusor convencional.....	83
Figura 5.54: Comparação entre uma saída convencional do tubo de sucção (a) e a saída utilizada nesse trabalho (b).....	84
Figura 5.55: Linhas de corrente 3D no tubo de sucção sem entradas secundárias.....	85
Figura 5.56: Contorno de velocidade no tubo de sucção sem entradas secundárias.....	85
Figura 5.57: Ilustração das entradas secundárias, onde a primeira mostra-se na cor vermelha e a segunda na cor azul.....	86
Figura 5.58: Linhas de corrente 3D no tubo de sucção otimizado.....	87
Figura 5.59: Desenvolvimento do escoamento do tubo de sucção otimizado, na entrada, a 15m, a 17m e a 20m.....	87
Figuras 5.60: Variação de pressão na parede do difusor otimizado.....	88
Figuras 5.61: Variação de pressão na parede do difusor convencional.....	88
Figura 5.62: Comparação entre C_p 's para três diferentes geometrias.....	88
Figura A1: Dimensões do tubo. Todas as unidades estão em milímetros.....	99
Figura A2: Vetores indicando a velocidade na saída do tubo.....	100
Figura B.1 – Continuação.....	102
Figura B.1 – ... Continuação. Exemplos de malhas utilizadas nesse trabalho.....	103
Figura C.1: Ilustração do formato da camada limite.....	107
Figura C.2: Exemplificação da função <i>inflated</i>	108

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: Características da Máquina localizada no estado de Arkansas, EUA.	13
Tabela 2.3: Comparação entre pressões medidas na parede e no plano transversal.....	20
Tabela 5.1: Comparação entre a pressão recuperada numericamente e a experimental para os diversos difusores analisados no caso sem <i>swirl</i>	60
Tabela 5.2: Comparação entre os C_p 's.....	89
Tabela B-1 – Indicação dos parâmetros de malha utilizados nesse trabalho.....	104

LISTA DE SÍMBOLOS

CARACTERES GREGOS

θ	Angulação do difusor
ω	Dissipação por energia cinética turbulenta
δ_{ij}	Delta de Kronecker
κ	Energia cinética turbulenta
α	Fator de decaimento do vórtice gerado no distribuidor ao chegar no rotor
Γ	Função da circulação
σ_k	Número de Prandtl turbulento
ε	Taxa de dissipação viscosa de k
τ_{ij}	Tensor de tensões viscosas
Δ	Variação
μ	Viscosidade dinâmica
μ_t	Viscosidade turbulenta

CARACTERES ARÁBICOS

g	Aceleração da gravidade
$H_1 + H_2$	Altura da queda
A	Área da entrada
u_i	Componentes de velocidade
L	Comprimento do difusor
C_p	Coefficiente de pressão recuperada
E	Energia específica
$v_2^2 / 2$	Energia cinética específica na saída do rotor.
ρ	Massa específica
p_a	Pressão atmosférica
\bar{p}	Pressão média no plano de saída
\bar{p}_0	Pressão média no plano de entrada do difusor

h_1	Perda de carga na passagem do escoamento, desde a tomada d'água até o início do tubo de sucção.
h_2	Perda de carga no tubo de sucção.
r	Raio da parede
r^*	Raio de entrada do tubo de sucção
r^{**}	Raio de entrada do difusor que possui angulação total de 20°
R_{cone}	Raio do cone
R_1	Raio de entrada do difusor
R_2	Raio de saída do difusor
n	Rotação da máquina
$f_{m,i}$	Termo de fonte.
S_{ij}	Tensor taxa de deformação
w	Velocidade angular
V_{axial}	Velocidade axial
Q	Vazão da máquina
V_{radial}	Velocidade radial
V_{tan}	Velocidade tangencial
\bar{V}_{axial}	Velocidade axial média

1 INTRODUÇÃO.

A energia que atende às necessidades da sociedade em geral movimenta a indústria, o transporte, o comércio e demais setores econômicos do país. Essa energia quando extraída da natureza, não se encontra na forma mais adequada para os usos finais, necessitando, na maioria dos casos, passar por processos em centros de transformação, tais como refinarias que transformam o petróleo em óleo diesel, gasolina, etc.; carvoarias que transformam a lenha em carvão vegetal; usinas hidrelétricas que aproveitam a energia mecânica da água para produção de energia elétrica, etc.

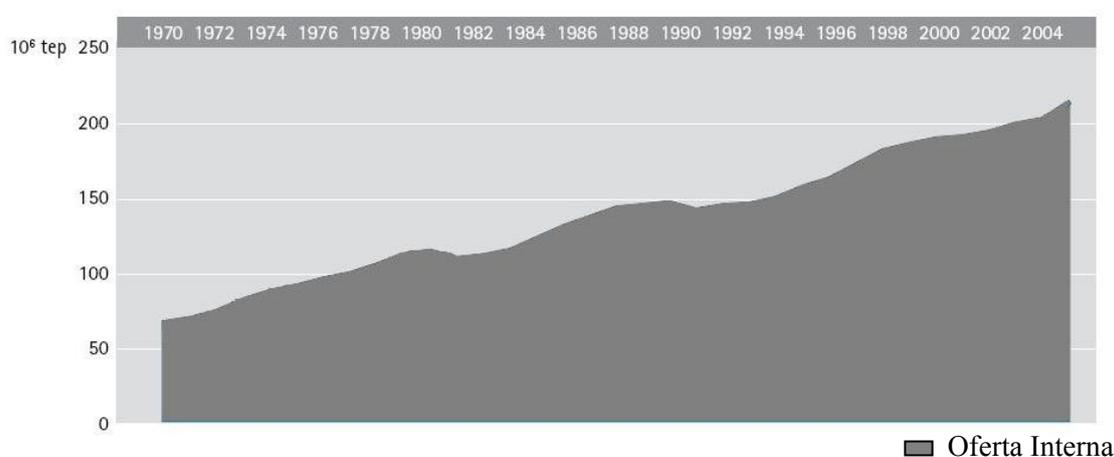


Figura 1.1: Evolução da Oferta Interna de Energia no período de 1970 a 2004. (Adaptado do Balanço Energético Nacional-2005)

Conforme comparação ilustrada na Fig.1.1, percebe-se que a oferta de energia interna, em 2004, foi de 213,4 milhões de toneladas equivalentes de petróleo, montante 219% superior ao de 1970. Especificamente tratando da indústria de energia elétrica, percebe-se que essa ao longo das últimas 3 décadas, desenvolveu tecnologia no campo da construção e operação de grandes centrais hidrelétricas, bem como na operação de sistemas de transmissão a grandes distâncias e em corrente contínua. Seu parque gerador de eletricidade foi aumentado de 11 GW em 1970 para 30,2 GW em 1979, alcançando 90,7 GW em 2004, sendo a capacidade instalada hidráulica de 69 GW em 2004, que representa um pouco mais de 26,6 % do potencial brasileiro total. (Balanço Energético Nacional, 2005).

Com o intuito de acompanhar essa demanda de energia elétrica, a ELETRONORTE S/A implantou várias usinas na região Norte do país. O Complexo

Hidrelétrico de Belo Monte (CHE-BM), com certeza será o mais importante empreendimento de geração de energia elétrica no Brasil neste início de século. Tal projeto conta com uma concepção inovadora que envolve a utilização de duas casas de força distintas (posicionadas em diferentes localizações do Rio Xingu). Uma primeira casa de força, próxima a cidade de Altamira, utiliza um conjunto de turbinas tipo Bulbo, que operam praticamente a fio d'água, com baixa queda de reservatório. Uma segunda casa de força utiliza turbinas tipo Francis e localiza-se próximo ao pequeno vilarejo de Belo-Monte. Esse arranjo garante que o potencial de geração envolva uma menor área de floresta inundada possível, minimizando assim impactos ambientais diretos.

Há algumas décadas, as empresas fabricantes de turbinas, gastariam um grande montante analisando escalas reduzidas dessas máquinas, para conseguir o desempenho desejado. Nos dias atuais, analisam-se essas turbinas através do estudo numérico, só então o modelo da máquina poderá ser construído.

Na análise numérica de turbinas hidráulicas, alguns importantes trabalhos merecem destaque: Labrecque *et al.* (1996) utilizando o *software* TASCflow, faz uma comparação entre a simulação numérica de uma turbina hidráulica completa e a simulação da mesma através da iteração entre as suas partes, rotor, distribuidor e tubo de sucção; Massé *et al.* (1999), “define” a simulação numérica como uma ferramenta utilizada para melhorar o desempenho de turbinas hidráulicas. Nesse trabalho, faz-se a análise de uma turbina em funcionamento e propõe sugestões para que a sua performance seja melhorada. Tamm *et al.* (2002), faz a análise das aplicações e limites de um modelo de CFD (*Computational Fluid Dynamic*) específico para turbo-máquinas, onde o rotor fica parado e o domínio todo gira, (*frozen-rotor*). Nesse trabalho, o autor trabalha com regime permanente e com escoamentos compressíveis e incompressíveis.

A literatura técnica e científica sobre turbinas bulbo especificamente é bastante escassa. Embora grande parte de projetos deste tipo de máquina baseie-se em metodologias conhecidas para máquinas axiais, algumas especificidades devem ser observadas. Uma boa descrição sobre turbinas tipo bulbo pode ser encontradas no trabalho de (Henry, 1992).

O desenvolvimento atual de projetos de turbinas tipo bulbo baseia-se em uma seqüência metodológica que envolve, em uma primeira abordagem, técnicas de projetos convencionais aplicadas a máquinas de fluxo axiais. Em uma segunda fase, a hidrodinâmica da máquina em questão é então otimizada a partir do enfoque computacional, visando a redução de perdas (Lagston, 2001). Como as máquinas bulbo são turbinas de baixa queda (o que está diretamente associado com baixo impacto ambiental), a

otimização da geometria de suas partes, em particular o tudo de sucção, é um ponto importantíssimo do projeto, levando à utilização de metodologias avançadas.

O escoamento no tubo de sucção apresenta uma variedade de fenômenos tal como a rotação do escoamento, colapso de vórtices, mudança de geometria circular para retangular nas secções transversais, muitas vezes com separação estáveis ou instáveis, escoamento turbulento e periódico. Esses fenômenos geralmente interagem de forma não-linear, criando um grande desafio para a modelagem e a simulação do escoamento. Para minimizar as perdas do escoamento precisa-se de ferramentas e modelos que levam em conta esses fenômenos e que auxiliem os métodos antigos de remodelagem do tubo de sucção.

Com essa preocupação vários laboratórios especializados em turbinas hidráulicas têm cada vez mais investido na construção de modelos em escala reduzida para o teste de novas metodologias para a construção e simulação de partes da turbina. Um grande projeto chamado de *Hydraulic Turbine* (Andersson, 2000), objetivou a pesquisa e a otimização de turbinas hidráulicas da Suécia. Nas fases desse projeto, *Turbine-99 Workshop on the draft tube flow (1999)*, *Turbine-99 Workshop II (1999)* e *Turbine-99 Workshop III(2005)*, um banco de dados foi gerado para determinar o estado-da-arte na utilização CFD na simulação do escoamento no tubo de sucção.

Um balanço sobre a verificação e validação das simulações numéricas para escoamentos em tubos de sucção foram feitas por Bergström (2000), onde esse relaciona os processos de medições e a credibilidade das simulações que estão hoje em dia diretamente ligados a três processos cíclicos que envolvem a simulação: Modelo Conceitual (ponto de partida, utilizando uma geometria criada através de teorias sobre tubos de sucção), Realidade Virtual (a geometria criada pode ser visualizada mostrando detalhe de como se o observador fosse o fluido passando pelo seu interior) e Simulação do Modelo (simulação numérica do escoamento).

Uma otimização automática do tubo de sucção foi proposta por Puente *et al.* (2001), onde esse utiliza os *softwares* CFX5.5 e *iSIGHT*, para a análise do escoamento e variação da geometria, respectivamente. O parâmetro utilizado pelo autor para determinar a eficiência do tubo de sucção foi o coeficiente de pressão recuperada; Japikse (2000), em seu trabalho, faz uma correlação com a geometria, o *swirl* e o bloqueio hidrodinâmico na entrada (*blockage*) para determinar a eficiência de um difusor anular.

Outros trabalhos que também merecem destaque são: Iaccarino (2000), que se propõe a determinar o escoamento em um difusor com códigos comerciais, fazendo a

comparação dos resultados obtidos por esses *softwares*. Os programas utilizados foram o CFX, Fluent e Star-CD; Bergström (1999) estima em seu trabalho a análise do aprimoramento do escoamento no tubo de sucção, determinando a eficiência conseguida e analisando os erros encontrados; Avellan (2000) analisa as influências das condições de contorno para proferir o escoamento nos tubos de sucção, e Grotjans (2001) que faz a simulação do tubo de sucção utilizando o *software* CFX.

Em face da função e da importância do tubo de sucção para uma turbina hidráulica tipo Bulbo, esse estudo se propõe à modelagem, simulação, caracterização do complexo e tridimensional escoamento do tubo de sucção e uma avaliação da capacidade de previsão das simulações numéricas de programas em CFD. Para a realização desses pressupostos utiliza-se o *software* comercial CFX-10 e o modelo de turbulência SST (*Shear Stress Transport*).

1.1 OBJETIVO GERAL.

Esse trabalho tem como objetivo geral a modelagem e simulação numérica do escoamento turbulento em turbinas tipo Bulbo, com o intuito de avaliar a capacidade da simulação numérica em reproduzir o escoamento no tubo de sucção.

1.2 OBJETIVO ESPECÍFICO.

Sem a utilização de computadores de grande porte, pretende-se avaliar a possibilidade de diminuir o comprimento de um tubo de sucção da turbina tipo Bulbo, preservando a sua relação de área e o seu rendimento.

1.3 DEFINIÇÃO DO PROBLEMA.

O tubo de sucção é uma das partes de um complexo conjunto que forma uma turbina hidráulica. Analisando rapidamente o comportamento do fluido, Fig. 1.2, tem-se que esse sai do reservatório através do conduto forçado, chegando até o bulbo. Antes de atingir o rotor a direção do escoamento é regulada com o distribuidor, que é um

mecanismo que consiste de um grande número de pás, dispostas ao redor de um perímetro circular e que são ajustáveis de forma simultânea. Depois do distribuidor, o escoamento chega ao rotor, que está acoplado a um gerador que converte o trabalho mecânico do eixo em energia elétrica. Passando pelo rotor, o fluido chega ao tubo de sucção que tem o formato divergente, reduzindo assim a velocidade na saída da turbina.

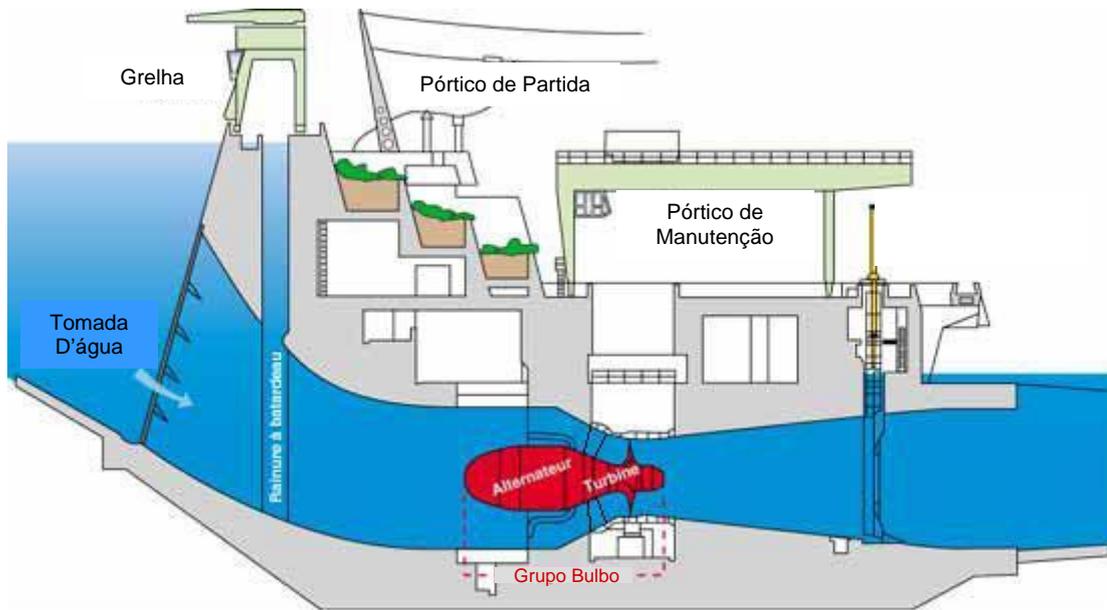


Figura 1.2: Corte transversal de uma turbina bulbo, situada no Rio Rhone (França).

O propósito do tubo de sucção é a recuperação de energia na saída do rotor, permitindo a descarga do fluido no canal de fuga (canal de descarga, como na prática é conhecido); a completa utilização da altura de sucção (de onde se origina o nome técnico para tubo de sucção) e o uso da maior parte da energia cinética da saída do rotor nas turbinas hidráulicas.

A rotação introduzida na saída do rotor gera um complexo conjunto de condições de contorno no tubo de sucção. A complexidade desse escoamento em especial é devido às seguintes características: curvatura da linha de corrente do escoamento no tubo de sucção e gradiente de pressão adverso causado pela difusão devido a configuração geométrica e às mudanças na forma das seções transversais. Cada uma dessas características dificulta a previsão das simulações numéricas, transformando a análise do tubo de sucção num grande desafio.

Sendo o tubo de sucção uma das partes fundamentais de turbinas hidráulicas, a sua otimização é um fator cada vez mais requisitado, tanto para conseguir um rendimento

maior, como para diminuir os gastos na sua construção. Pensando nisso, esse trabalho tem o intuito de diminuir o comprimento do tubo de sucção sem que com isso o seu rendimento apresente um decréscimo considerável.

1.4 METODOLOGIA DE SOLUÇÃO DO PROBLEMA.

Numa simulação numérica, um fator muito importante é a garantia de que os resultados obtidos estão realmente corretos, principalmente para que se possa concluir com exatidão se essa ou aquela otimização surtiu o efeito esperado. Como dados experimentais sobre tubos de sucção de turbinas Bulbo são bastante escassos, adota-se fazer a validação do modelo de turbulência escolhido (SST - *Shear Stress Transport*) em distintas situações: escoamento em difusores sem *swirl*, difusor com *swirl*.

Após as devidas validações, passa-se a analisar o escoamento do tubo de sucção propriamente dito. As condições de contorno de entrada do tubo podem ser refinadas pelo método do “triângulo de velocidade” obtendo-se resultados aproximados. Ou ainda, pode-se simular a máquina por completo, que foi a condição adotada. Como um dos objetivos específicos é realizar esse trabalho sem a utilização de computadores de grande porte, divide-se a turbina em blocos. Os blocos são: parte do canal de tomada d’água, estator, rotor e tubo de sucção. A partir dessa etapa, as condições de entrada do tubo de sucção passam a ser conhecidas, e assim, faz-se uma comparação entre distintas geometrias. Os tubos de sucção utilizados tem um formato cônico, convencional (com saída quadrada) e otimizado (com tamanho reduzido).

O capítulo 2 descreve considerações iniciais a respeito do escoamento de turbinas hidráulicas, caracterizando a necessidade de trabalhar com escoamentos na forma tridimensional. As características do tubo, sua importância, as condições de contorno utilizadas e os parâmetros adimensionais utilizados para verificar a eficiência do tubo de sucção também são descritos nesse capítulo. Por se tratar da simulação do escoamento em uma geometria constituída de condições de contorno que fazem com que o fluido se comporte de maneira não-uniforme, constrói-se esse capítulo para tratar especificamente da hidrodinâmica do escoamento no tubo de sucção.

O capítulo 3 trata da formulação matemática, iniciando com a simplificação das equações governantes do problema. Essa simplificação faz com que se utilize uma metodologia de fechamento do sistema, que está diretamente relacionada com o modelo de

turbulência escolhido, o SST. Esse modelo faz o fechamento via duas equações, trabalhando com o κ - ϵ e o κ - ω alternadamente.

A metodologia numérica das simulações é vista no capítulo 4, enfatizando o método de volumes finitos em que está baseado o modelo de turbulência utilizado nesse trabalho. Detalhes são fornecidos sobre o método de resolução do sistema através do acoplamento de equações, ocasionando uma economia significativa no tempo de processamento do computador. Por fim, é reportado o *software* utilizado na geração da malha, o CFX *Mesh*.

Os resultados da simulação são visualizados no capítulo 5. Primeiramente são mostrados todos os valores encontrados para as validações requeridas para o modelo de turbulência. Esses resultados são da simulação do difusor com e sem *swirl*. Um estudo da influência da variação do *swirl* no escoamento também é mostrado nesse capítulo. Terminando essa etapa de validação, mostram-se os resultados obtidos para a simulação completa da máquina. Especificamente para o tubo de sucção são realizadas distintas simulações, uma com o tubo circular, uma com o tubo convencional e uma terceira com uma geometria otimizada. Essas três simulações são requeridas para comparação dos coeficientes de pressão encontrados.

No capítulo 6, faz-se um balanço geral dos resultados encontrados em todas as simulações realizadas. Analisando esses dados, finalmente pode-se concluir com exatidão a validade da hipótese proposta nesse trabalho. Com base nas informações e conclusões obtidas sugestões para trabalhos futuros são listadas na parte final do capítulo.

2 PROBLEMA HIDRODINÂMICO.

2.1 TURBINA BULBO.

Uma preocupação constante dos fabricantes de usinas-hidrelétricas é diminuir o máximo possível o custo do empreendimento e o preço de custo do kW instalado, assim como reduzir os custos operacionais do equipamento.

As turbinas Kaplan convencionais (Fig. 2.1) possuem tubo de sucção curvo com considerável altura e grande comprimento e, dessa forma, exige grandes escavações, o que acaba inviabilizando a construção dessas em quedas muito pequenas, como é o caso da nova hidrelétrica que será construída no Rio Madeira, na Amazônia.

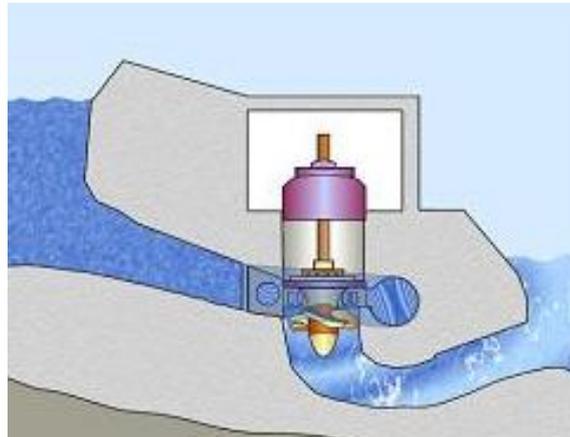


Figura 2.1: Turbina Kaplan.

Uma forma encontrada para contornar esse problema de baixas quedas, é a utilização de turbinas tipo bulbo que são máquinas que se assemelham muito com as Kaplan, tanto que muitos autores preferem classificá-las como uma subdivisão da turbina Kaplan.

Uma visualização da turbina bulbo é apresentada na Fig. 2.2., onde se pode perceber a existência de uma espécie de bulbo (de onde se origina o nome da turbina) que é uma câmara blindada onde fica o gerador. Nas máquinas mais recentes, esse bulbo é instalado a montante do rotor e fica localizada no eixo da corrente líquida. O distribuidor e o rotor possuem pás orientáveis, e o controle de vazão é feito pelas pás do estator.

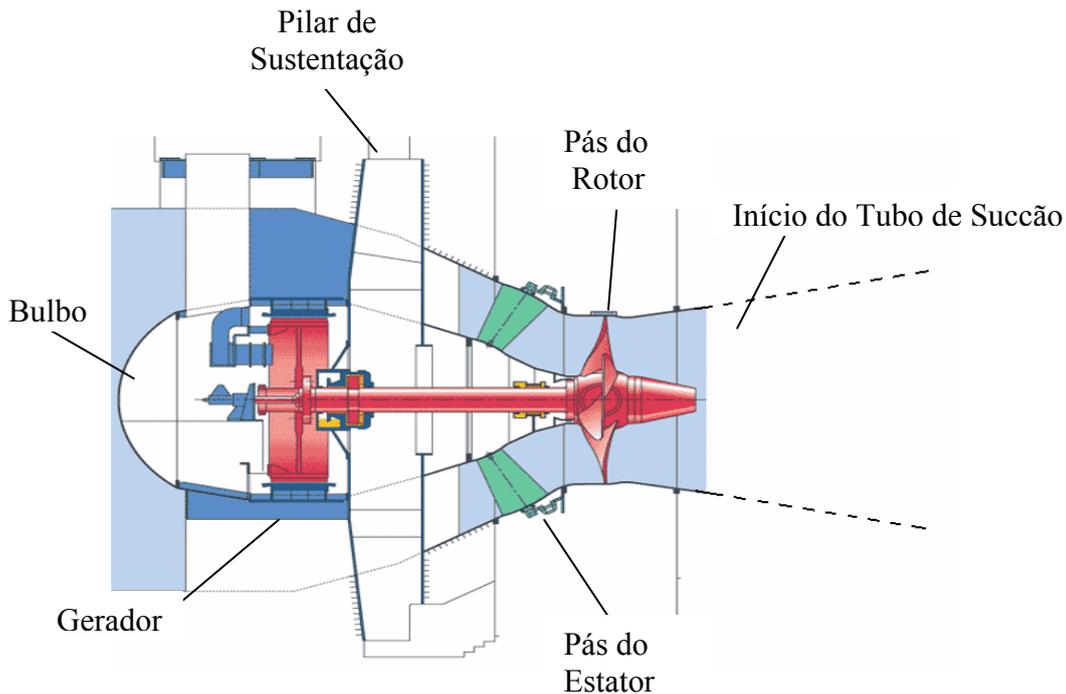


Figura 2.2: Principais partes da Turbina Bulbo.

A turbina bulbo é uma máquina de reação (ou de escoamento total) onde a energia de pressão decai desde a entrada do distribuidor até a saída do rotor, aumentando no tubo de sucção (Macintyre, 1983). A água sai do rotor com uma considerável reserva de energia cinética e o tubo de sucção recupera uma grande parte dessa energia. Dessa forma, tem-se que o tubo de sucção é indispensável nesse tipo de máquina.

No tópico abaixo se faz uma explanação mais detalhada desse importante componente da turbina bulbo que é o tubo de sucção.

2.1.1 Tubo de Sucção.

O tubo de sucção tem a forma de um difusor, e por isso, alguns autores o chamam de aspirador ou tubo recuperador de energia (Macintyre, 1983), e a sua utilização permite uma eficiente recuperação da energia cinética.

Seguindo a análise feita por Kovalev (1978), demonstra-se a importância significativa da necessidade de se inserir o tubo de sucção em turbinas desse tipo.

Utilizando o teorema da conservação de energia, Fig. 2.3., tem-se que a energia específica antes do rotor, referenciada ao nível jusante, é dada por:

$$E_1 = \frac{p_a}{\rho} + gH_1 + gH_2 - gh_1, \quad (2.1)$$

onde p_a é a pressão atmosférica, ρ é a massa específica da água, g é a aceleração da gravidade local, $H_1 + H_2$ é a altura da queda, h_1 é a perda de carga na passagem do escoamento, desde a tomada d'água até o início do tubo de sucção.

Fazendo a mesma análise feita acima para a saída do rotor tem-se:

$$E_2 = \frac{p_2}{\rho} + gH_2 + \frac{v_2^2}{2}, \quad (2.2)$$

onde $v_2^2 / 2$ é a energia cinética específica na saída do rotor.

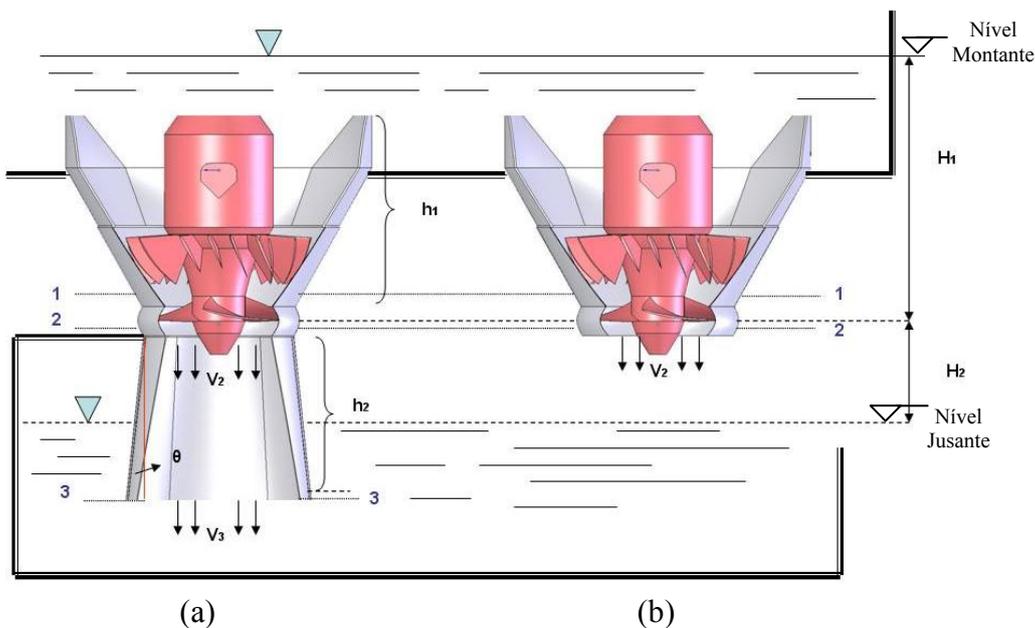


Figura 2.3 – Visualização do rotor com e sem tubo de sucção.

A energia utilizada pelo rotor é dada por:

$$\Delta E = E_1 - E_2 = \frac{p_a}{\rho} - \frac{p_2}{\rho} + gH_1 - \frac{v_2^2}{2} - gh_1. \quad (2.3)$$

Analisando inicialmente o caso sem tubo de sucção, Fig. 2.3b, percebe-se que como a pressão na secção 2 sendo igual à pressão atmosférica, a equação acima pode ser reescrita como:

$$\Delta E_I = gH_1 - \frac{v_2^2}{2} - gh_1. \quad (2.4)$$

Fazendo a análise da Fig. 2.3a, que é um rotor com tubo de sucção tem-se que a pressão na seção 2 é diferente da pressão atmosférica e pode ser definida como:

$$\frac{p_2}{\rho} = \frac{p_a}{\rho} - gH_2 - \frac{v_2^2}{2} + \left(gh_2 + \frac{v_3^2}{2} \right), \quad (2.5)$$

onde o termo h_2 é a perda de carga no tubo de sucção.

Inserir-se a Eq. 2.5 na equação da energia utilizada pelo rotor, Eq. 2.3, e como resultado encontra-se:

$$\Delta E_{II} = (gH_1 + gH_2) - g \left(\frac{v_3^2}{2g} + h_1 + h_2 \right). \quad (2.6)$$

Comparando as equações (2.4) e (2.6) pode-se concluir que:

- Com o tubo de sucção pode-se utilizar a diferença de nível H_2 que aumenta a potência disponível na turbina;
- Com um tubo de sucção na forma de difusor, $v_3 < v_2$, pode-se recuperar parte da energia cinética. A recuperação será maior quanto menor for v_3 .
- Como se percebe o aparecimento da perda de carga no tubo de sucção, sua escolha deve levar em conta a minimização dessas perdas;

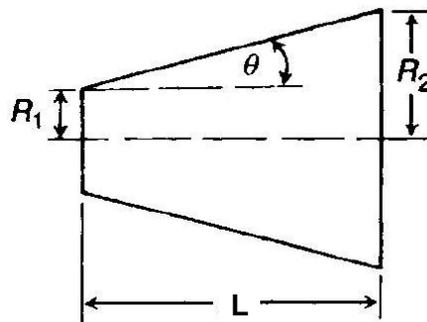


Figura 2.4: Importantes parâmetros de um difusor.

Quando a análise é feita em um difusor (Fig. 2.4) onde na entrada o escoamento é sem *swirl*, a maior angulação para θ é de aproximadamente $3,5^\circ$, pois se esse ângulo for aumentado, haverá o descolamento da camada limite junto à parede.

Quando se faz a análise do difusor onde o *swirl* é inserido, observa-se que o ângulo θ pode ser ligeiramente incrementado conforme será mostrado nos próximos capítulos.

No tópico abaixo, tem-se uma explanação das condições de contorno utilizadas nessa dissertação.

2.2 CONDIÇÕES DE CONTORNO.

O que define como o fluido se comportará, ao entrar no tubo de sucção, depende basicamente de sua passagem pelo rotor que impõe um movimento giratório no fluido que acompanha até o final do tubo de sucção.

Para se chegar às componentes de velocidade que serão utilizadas na entrada do tubo de sucção podem-se utilizar dois caminhos distintos:

- Determinação do “triângulo de velocidades” (Macintyre, 1983; Moura, 2003);
- Simulação completa da máquina.

Nesse trabalho serão comparados diversos tipos de tubos de sucção. Assim, as condições de entrada serão as mesmas para todos os casos.

Para a determinação da variação de velocidade, utiliza-se das condições obtidas em Moura (2003), onde a velocidade axial é dada por:

$$V_{axial} = \frac{Q}{A}. \quad (2.7)$$

onde, Q é a vazão da máquina e A a área da entrada.

A velocidade radial é denotada por:

$$V_{radial} = V_{axial} \cdot \tan \theta, \quad (2.8)$$

onde θ é obtido pela relação linear entre θ_{cone} e θ_{parede} , dada por:

$$\theta = \theta_{cone} + \frac{\theta_{parede} - \theta_{cone}}{R_{parede} - R_{cone}}(r - R_{cone}), \quad (2.9)$$

sendo $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ e $R_{cone} \leq r \leq R_{parede}$, θ_{cone} e θ_{parede} variam de acordo com as dimensões da angulação do cone e da parede respectivamente.

Para a componente tangencial, tem-se:

$$V_{tan} \cong wr + \frac{\Gamma}{2\pi r}, \quad (2.10)$$

onde w é a velocidade angular, denotada por $w = \pi.n/30$, sendo n a rotação da máquina em *rpm*.

Como V_{tang} no cubo é zero, tem-se que $\Gamma = -2\pi wr_{cubo}^2$, o que faz com que a equação (2.10) seja reescrita como:

$$V_{tan} = \left(wr + \frac{wr_{cubo}^2}{r} \right) \alpha, \quad (2.11)$$

onde α é uma constante de proporcionalidade e representa um fator de decaimento do vórtice gerado no distribuidor ao chegar no rotor. Para determinar o valor exato de α existe a necessidade do conhecimento de vários modos de operação da máquina.

Pelo motivo expresso acima, prefere-se utilizar o segundo caminho, que é a simulação completa da máquina. Essa escolha com certeza exige um custo computacional maior, porém, tem-se no final uma simulação com dados mais aproximados, sem a necessidade da utilização de um equacionamento semi-empírico.

Para a simulação, escolheu-se uma instalação existente, situada no estado do Arkansas, EUA, onde suas principais características são ilustradas na Tab. 2.1

Tabela 2.1: Características da Máquina localizada no estado de Arkansas, EUA.

Henry (1992)

	Mínimo	Nominal	Máximo
H (m)	1,829	5,029	5,480
Q (m ³ /s)	386,00	430,00	413,9
Pot (MW)	5,08	19,40	20,50
n (rad/s)	4,71	4,71	4,71
Pás do estator	16		
Pás do rotor	3		

Como um dos objetivos é desenvolver as tarefas sem a utilização de computadores de grande poder de cálculo, a simulação da máquina, como um todo, foi analisada em quatro blocos conforme Fig. 2.5.

Os blocos são:

- I. Parte do canal de entrada chegando até o início do estator;
- II. Estator (Distribuidor / pás diretrizes);
- III. Rotor;
- IV. Tubo de Sucção.

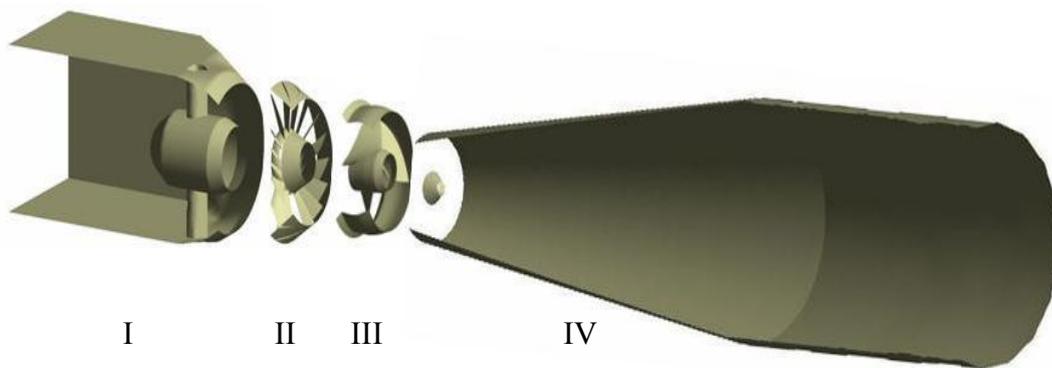


Figura 2.5: Divisão da máquina utilizada na simulação.

Por problemas de geração de malha, as extremidades das partes não foram sobrepostas, isto é, as regiões são literalmente consideradas da forma como mostrado na figura acima.

Algumas informações, como a forma das pás, não são conhecidas por segredos do fabricante. Para determinação dessas, adota-se como base, a metodologia indicada na literatura. (Kovalev,1978; Zulcy, 1987).

Para a parte I utilizam-se as seguintes condições de contorno:

- Entrada – Pressão estática + pressão dinâmica;
- Parede – Lei de parede automática (por causa do modelo) ver anexo C;
- Saída – Vazão.

Essas condições de contorno podem ser melhor exemplificadas através da Fig.2.6.

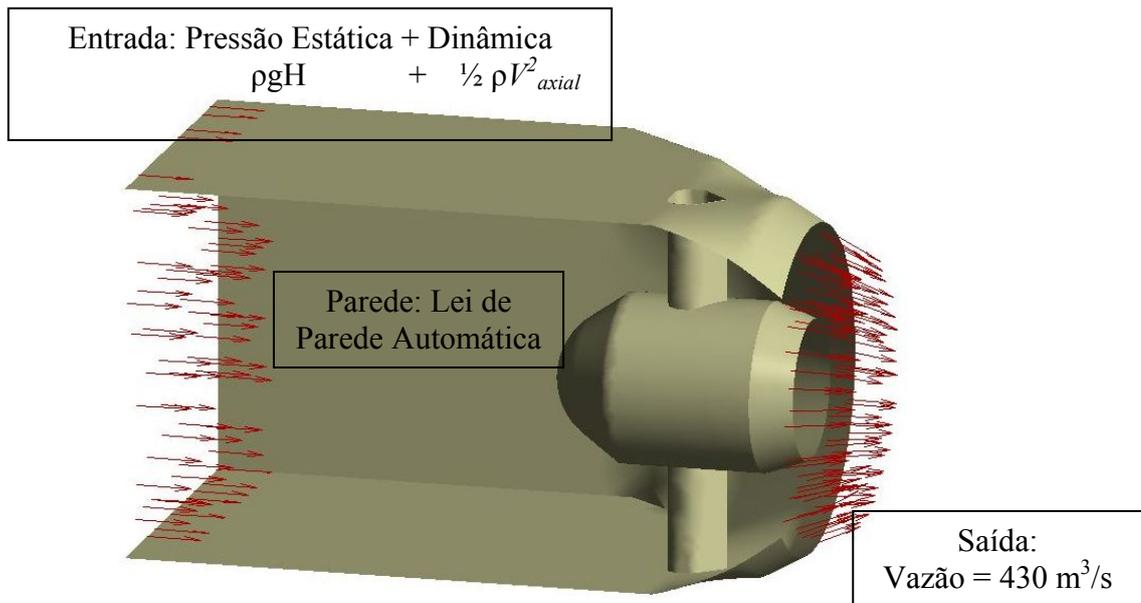


Figura 2.6: Condições de Contorno utilizadas no bloco I da simulação.

A segunda parte da simulação é compreendida pelo estator (Fig. 2.7), e possui as seguintes condições de contorno:

- Entrada – velocidade da saída da simulação anterior, isto é, as componentes de velocidade na região da saída são exportadas para servirem de condição de entrada para essa parte da simulação;

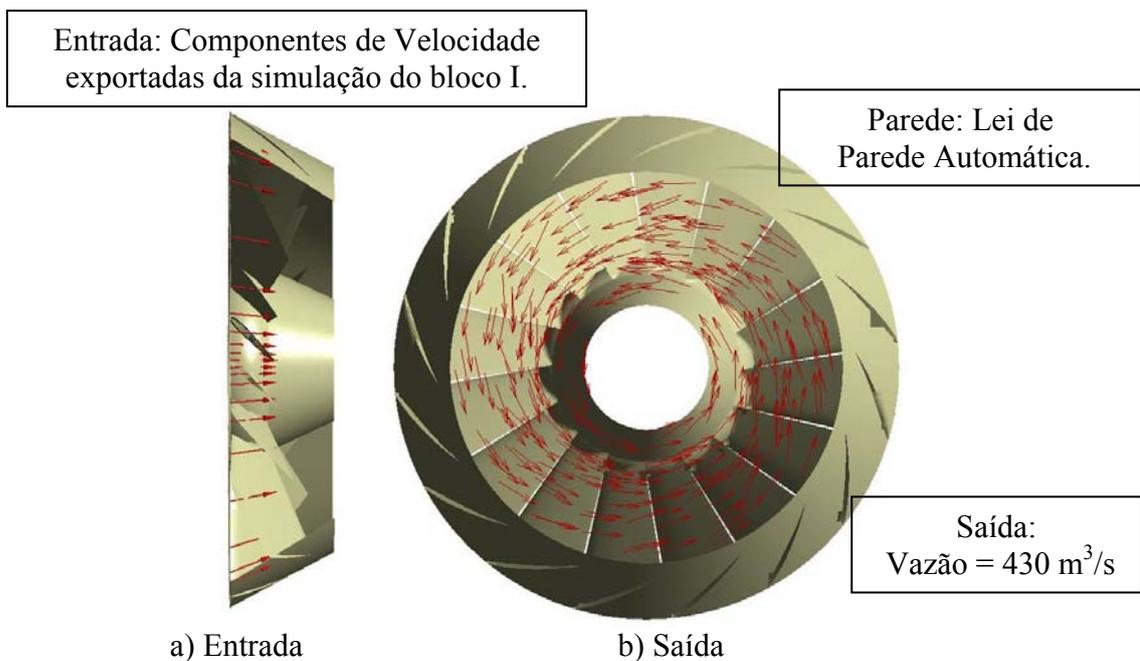


Figura 2.7: Condições de Contorno utilizadas no bloco II da simulação.

- Parede – Lei de parede automática;
- Saída – Vazão do escoamento.

A simulação do rotor tem uma peculiaridade. O referencial passa do estado fixo para o móvel, ou seja, em vez das pás do rotor girarem e o domínio ficar fixo, faz-se todo o domínio girar, deixando as pás fixas. O ideal é fazer um tratamento dessa mudança de referencial, e a metodologia mais utilizada no momento chama-se *mixing plane*. Porém, como esse trabalho tem como objetivo principal a obtenção das condições aproximadas de entrada do tubo de sucção e não a análise detalhada da simulação completa da máquina, esse tratamento não será utilizado. Dessa forma a simulação do bloco III (Fig. 2.8) apresenta as seguintes condições de contorno:

- Entrada – componentes de velocidade (mudando o referencial de fixo para móvel) exportadas da simulação do final do estator;
- Parede – Lei de parede automática;
- Saída – Vazão.

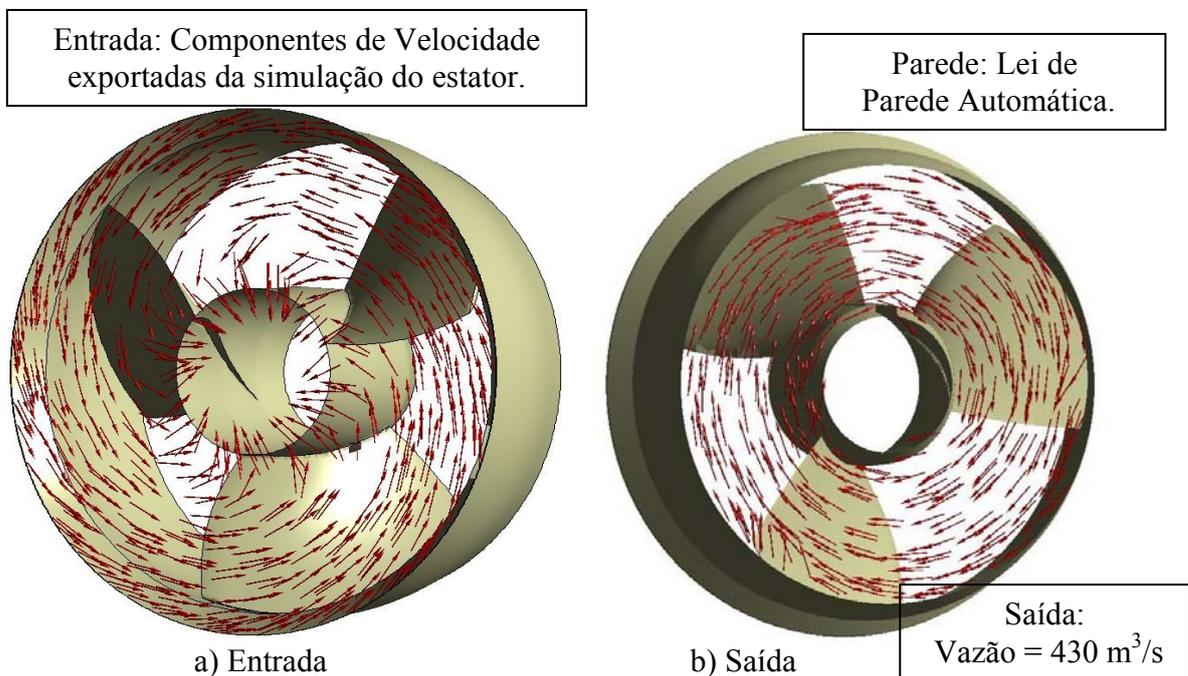


Figura 2.8: Visualização das componentes de velocidade tangencial utilizadas como condições de contorno para a simulação do rotor.

2.2.1 Condições de Contorno do Tubo de Sucção.

A simulação do tubo de sucção foi realizada de forma análoga à anterior, ressaltando que a mudança de referencial também se faz necessária, uma vez que se muda do referencial móvel voltando para o referencial fixo. Dessa forma tem-se que as condições de contorno são (Fig. 2.9a e b):

- Entrada – componentes de velocidade oriundas da simulação do rotor (mudando o referencial de móvel para fixo) e cone girando com velocidade angular igual à da máquina, que no nosso caso é de 4.71 rad/s;
- Parede – Lei de parede automática;
- Saída – Pressão estática igual a zero.

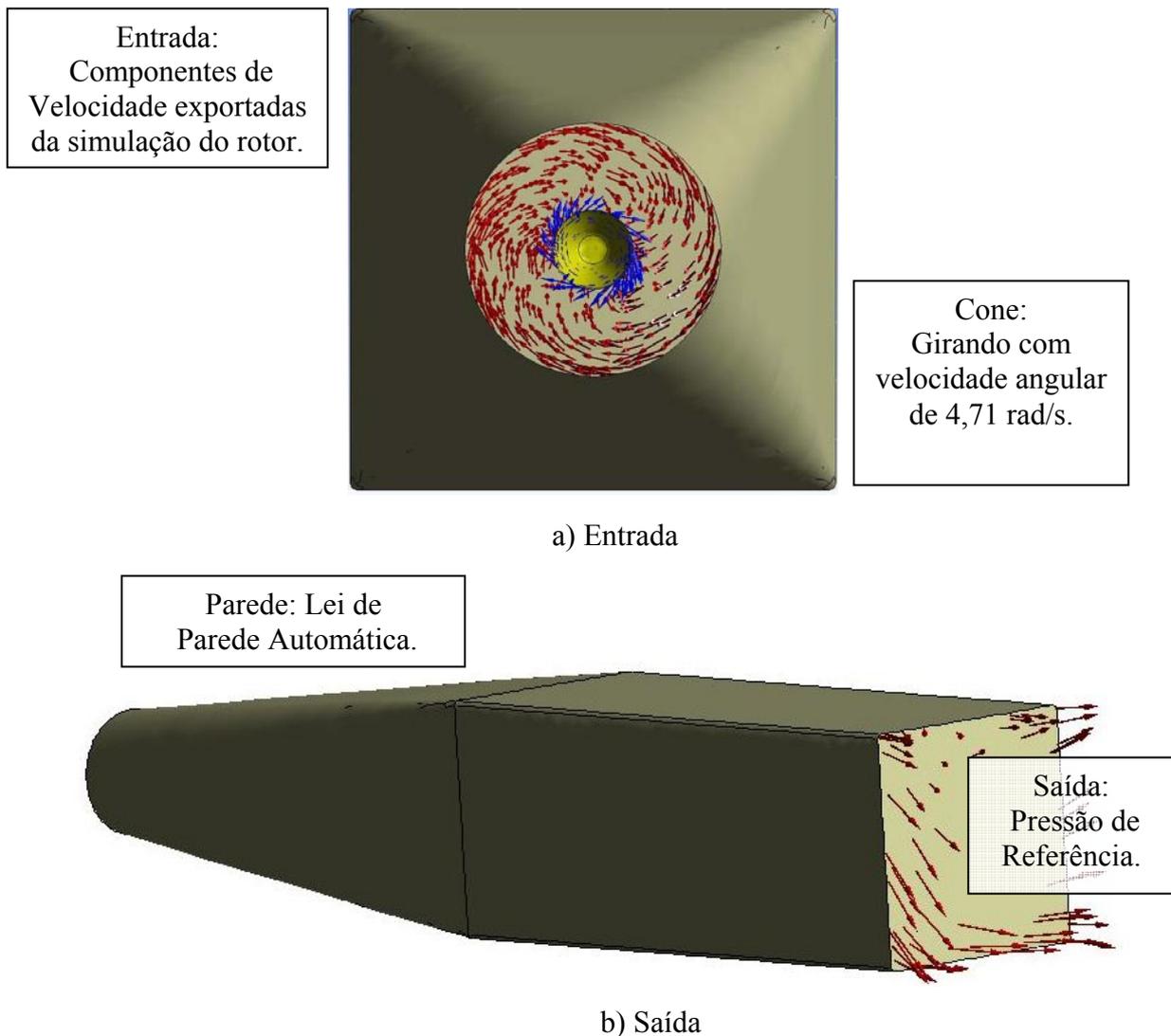
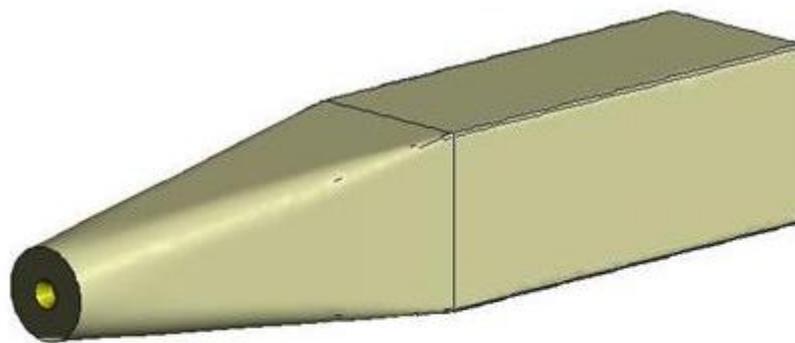


Figura 2.9 – Condições do Contorno do Difusor.

A condição de saída baseou-se nos estudos feito por Avellan *et al.* (2000) onde se fez um prolongamento da saída, conforme Fig. 2.9b. Esse prolongamento foi utilizado para evitar a recirculação de fluido na região da saída do difusor, visto que isso poderia introduzir instabilidades numéricas.

Para a nova geometria otimizada do tubo de sucção, que é a proposta desse trabalho, as condições de contorno utilizadas são exatamente as mesmas descritas para o tubo de sucção convencional, diferindo somente pela existência de entradas secundárias de fluido (Fig. 2.10b). Essa injeção secundária de fluido foi dividida em duas partes com vazões diferentes. A primeira, situada a aproximadamente a 15m da entrada tem vazão igual a 2% da máquina e faz com que o fluido inserido seja voltado para o centro do difusor com a intenção de evitar recirculação nessa região. A outra entrada está situada a 16,8m da região da entrada. A vazão utilizada nessa segunda injeção secundária é de 8% da vazão total da máquina.



a) Difusor Convencional.



b) Difusor Otimizado.

Figura 2.10 – Comparações dos Difusores Convencional e Otimizado.

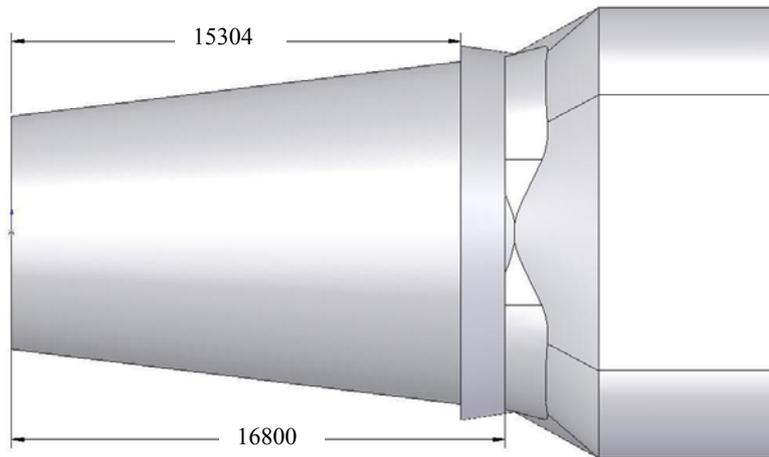


Figura 2.11: Dimensões do tubo de sucção otimizado.

2.3 PARÂMETROS ADIMENSIONAIS.

Para saber a real eficiência do tubo de sucção, no que se refere à recuperação de energia cinética, precisa-se determinar o seu coeficiente de pressão recuperada (C_p). O C_p pode ser determinado da seguinte forma (Moura, 2003):

$$C_p = \frac{\bar{p} - \bar{p}_0}{0,5\rho\bar{V}_{axial}^2}, \quad (2.12)$$

sendo \bar{p} a pressão estática média no plano de saída, \bar{p}_0 a pressão estática média no plano de entrada do difusor e \bar{V}_{axial} a velocidade axial média na região de entrada, obtida pela razão entre a vazão (Q) e a área de entrada do tubo de sucção, ou seja:

$$\bar{V}_{axial} = \frac{Q}{A}, \quad (2.13)$$

onde

$$A = \pi(R_{parede}^2 - R_{cone}^2). \quad (2.14)$$

Costumeiramente encontra-se na literatura o valor médio da pressão medida na parede do tubo, como sendo representativo da média na secção. Depois de feitas as devidas validações do modelo de turbulência, opta-se pela determinação da média calculada no plano transversal, ou seja, enquanto se faz comparações com dados experimentais se determina a média da pressão estática na parede e posteriormente, quando as validações não são mais necessárias, passa-se a analisar a média da pressão estática no plano. Essa mudança se dá pelo fato de que, a medida que aumenta-se o ângulo θ , é perceptível o surgimento do descolamento da camada limite e/ou recirculação na parte central do difusor, tornando assim irreal o resultado medido somente na parede, conforme exemplificações da Tab 2.3 e da distribuição de pressão medida localmente nos planos transversas (Fig. 2.12). Essa média determinada no plano transversal é uma média ponderada pela área, onde o valor médio da variável (Pressão) é determinado de tal forma que os tamanhos de elementos de malha sejam levados em consideração.

Tabela 2.3: Comparação entre pressões medidas na parede e no plano transversal.

Distância do plano	\bar{P}_{parede} [Pa]	\bar{P}_{plano} [Pa]
a) 5m	-15234,1	-25683,6
b) 10m	-6883,51	-14932,6
c) 17m	-2067,97	-6507,87
d) 20m	978,482	-4159,8

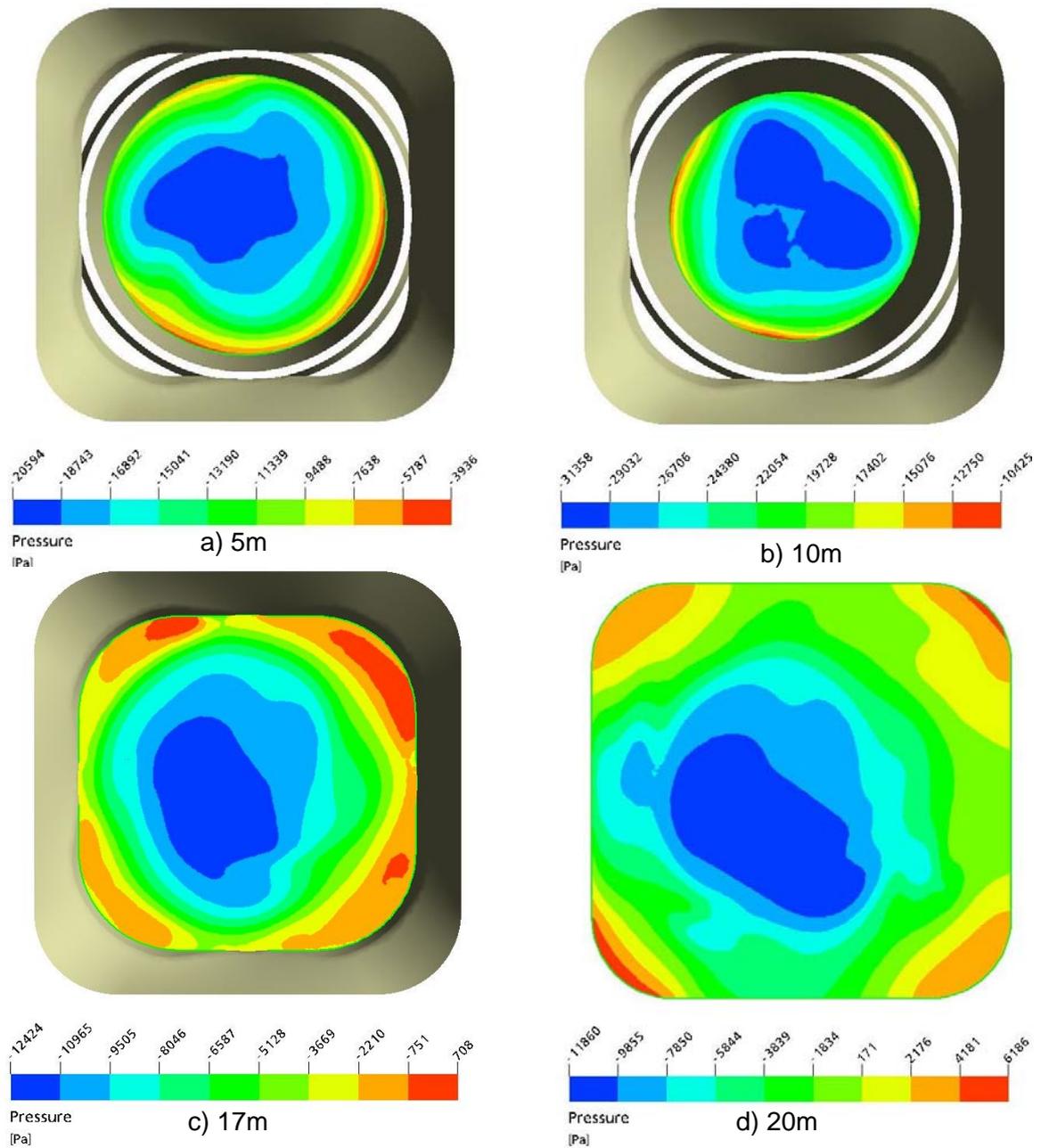


Figura 2.12: Distribuição de pressão no plano transversal, para os seguintes comprimentos do tubo de sucção; a) 5m; b) 10m; c) 17m; d) 20m.

3 FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.

3.1 INTRODUÇÃO.

A turbulência é um dos fenômenos físicos que mais tem atraído a atenção de cientistas e engenheiros nesses últimos trinta anos, visto que a grande maioria das aplicações práticas nas mais diversas áreas de interesse, sejam em meios industriais ou geofísicos, têm que lidar com escoamentos turbulentos (Silvestrini, 2003). Isso nos dá um testemunho das dificuldades e dos desafios científicos oferecidos por esse tema, o qual está bem longe de ser esgotado, e, ao contrário, é ainda muito mal compreendido nas suas bases fundamentais.

Os escoamentos turbulentos são instáveis e contém flutuações que são dependentes do tempo e da posição no espaço. Dentre as características mais importantes dos escoamentos turbulentos, destaca-se a multiplicidade de escalas que os caracterizam, desde as maiores escalas (baixas frequências), controladas pela geometria que as geram, até as menores estruturas (altas frequências) as quais são controladas pela viscosidade do fluido. Os escoamentos turbulentos são altamente rotacionais (Silveira Neto, 2002).

Como mencionado anteriormente, a presença da turbulência é observada em inúmeros problemas práticos e, no seu estado atual de conhecimento, qualquer definição seria pouco representativa e incompleta, dessa forma, adota-se especificá-la através de suas principais características:

- Irregularidade – o uso de ferramentas estatísticas é a única forma de análise dos escoamentos turbulentos, pois esses são de difícil predição determinística. Assim, pode-se falar de um processo randômico. Atualmente, adota-se o termo de determinística para as chamadas estruturas coerentes (quem mantém uma forma definida por um tempo superior ao seu tempo característico, por exemplo, o tempo de rotação) e randômicas para as pequenas estruturas;
- Alta difusividade – no regime turbulento, tem-se a presença de flutuações térmicas e de concentração, o que cria fortes e numerosos gradientes locais, tornado o processo de difusão molecular mais eficiente (Silveira Neto, 2002).

Essa é uma característica muito importante da turbulência, pois implica em uma aceleração do processo de combustão e de troca de calor, e no entendimento de como a turbulência pode ser utilizada para o controle do descolamento da camada limite, visto que esse ocorre pelo déficit de quantidade de movimento;

- Altos números de Reynolds - a transição de um escoamento para o regime turbulento ou a sua manutenção, dependem dos efeitos convectivos e difusivos, uma vez que o número de Reynolds (Re) é definido como a razão entre esses termos. Os efeitos convectivos altamente não lineares são geradores de instabilidades e amplificadores de perturbações, enquanto que os efeitos difusivos são inibidores da formação de instabilidades e amortecedores;
- Flutuações tridimensionais de vorticidade – todo escoamento turbulento é rotacional e tridimensional. Através dessa característica, pode-se identificar fenômenos que não são considerados turbulentos, como as ondas randômicas por exemplo. Essas não são turbulentas porque são possuem rotação;
- Alta dissipatividade – no regime turbulento partículas em altas temperaturas, ou portadoras de muita concentração de um dado contaminante, viajam rapidamente de uma posição a outra, entrando em contato com outras partículas que se encontram em baixa temperatura ou portadoras de uma baixa concentração de contaminante, diferentemente do regime laminar onde as partículas de fluido não têm a oportunidade de se deslocar rapidamente de uma posição para outra. Isso explica o fato de que para um escoamento turbulento, tem-se fortes gradientes dos potenciais associados, o que acelera o processo de difusão molecular (Silveira Neto, 2002);
- Fenômeno contínuo – as equações de Navier-Stokes modelam qualquer escoamento independente do regime ser turbulento ou não, inclusive é possível demonstrar que as menores escalas de comprimento da turbulência são ainda muito maiores que o livre caminho médio molecular do fluido;
- Fenômeno Impredicível – essa é uma característica relativa à incapacidade de reproduzir um dado experimento. Do ponto de vista da simulação numérica,

torna-se impossível reproduzir condições iniciais e de contorno experimentado no laboratório. Pelos efeitos não lineares, um escoamento turbulento tem alta capacidade de amplificação de pequenos erros, conduzindo a resultados completamente diferentes, em duas realizações que diferem minimamente nas condições iniciais e de contorno.

No tópico abaixo, faz-se uma explanação sobre os métodos atualmente utilizados para a análise da turbulência.

3.2 MÉTODOS PARA O ESTUDO DA TURBULÊNCIA E SUA MODELAGEM

Atualmente, podem-se classificar os métodos utilizados para analisar a turbulência em dois grandes grupos: os experimentais e os numéricos.

A visualização bi e tridimensional sempre se coloca como um dos recursos mais poderosos para se compreender fisicamente um escoamento. Assim, os métodos experimentais possuem vantagens e desvantagens inerentes ao processo, como: alta confiabilidade e alteração da natureza do escoamento pela inserção de sensores ou o uso de partículas de contraste. Essa metodologia usufrui de diversos tipos de medidas com diferentes tipos de transdutores: anemômetros de fio quente, a laser, assim como anemometria por imagens rápidas (*Particle Image Velocity – PIV*).

Os métodos numéricos estão conseguindo resultados cada vez mais satisfatórios, tanto pelo constante desenvolvimento desses métodos como também pela grande aumento do desenvolvimento de máquinas com potencial elevado para cálculos e armazenamento de informações. As principais metodologias numéricas utilizadas são:

- Simulação direta (*DNS – Direct Numerical Simulation*) – como o próprio nome já diz, a simulação é feita diretamente, sem modelagem dos termos. Para isso, é necessária uma discretização suficientemente fina da malha resolvendo todos os fenômenos físicos. Porém, a capacidade computacional existente está longe de ser suficiente para a resolução de problemas mais complexos, que são facilmente encontrados cotidianamente. Assim, somente problemas com baixo número de Reynolds são analisados utilizando essa metodologia (Silveira Neto, 2002);

- Simulação de grandes escalas (LES – *Large Eddy Simulation*) – essa é uma metodologia intermediária entre a simulação direta e a simulação usando as equações médias de Reynolds. Apenas as menores escalas são modeladas, enquanto que estruturas turbulentas transportadoras de energia e quantidade de movimento são resolvidas diretamente da solução das equações filtradas (separação das altas frequências das baixas frequências) (Silveira Neto, 2002);
- Equações médias de Reynolds (*RANS – Reynolds Averaged Navier-Stokes*) onde, através delas, é possível analisar os valores médios e desvios padrão das variáveis do escoamento, que na maioria dos casos é informação suficiente para a resolução dos problemas. Através desses valores médios consegue-se reduzir as escalas necessárias para a simulação do escoamento.

A capacidade computacional existente ainda não consegue “acompanhar” os dois primeiros métodos (DNS e LES), pois esses necessitam de computadores com um poder de cálculo extremamente grande. Esse fato pode ser considerado como uma desvantagem, em relação às equações médias de Reynolds, pois essas podem ser resolvidas utilizando máquinas convencionais que nos dias atuais são facilmente encontradas.

Os escoamentos de fluidos que ocorrem na natureza e nos processos industriais são em sua grande maioria escoamentos transientes, isotérmicos e turbulentos, com altos números de Reynolds. Como o número de Reynolds é obtido através da razão entre forças convectivas (de inércia) e forças difusivas (de atrito) tem-se que as primeiras são bem maiores que as segundas. As equações governantes da hidrodinâmica de um escoamento turbulento são: a equação da continuidade e a equação da conservação do movimento, que são definidas respectivamente da seguinte forma:

$$\frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_j) + \frac{\partial \rho}{\partial t} = 0, \quad (3.1)$$

$$\frac{\partial \rho u_i}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_j}(\rho u_i u_j) = -\frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \rho f_{m,i}, \quad (3.2)$$

onde ρ é a massa específica, u_i são as componentes de velocidade, p é a pressão, τ_{ij} é o tensor de tensões viscosas e $f_{m,i}$, é termo de fonte.

Considerando o fluido como sendo newtoniano, podemos representar o tensor de tensões τ_{ij} por:

$$\tau_{ij} = 2\mu(S_{ij} - \frac{1}{3} \frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}), \quad (3.3)$$

onde μ é a viscosidade, e $\frac{\partial u_k}{\partial x_k} \delta_{ij}$ é o traço do tensor gradiente de velocidade. O tensor taxa de deformação S_{ij} é dado por:

$$S_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right). \quad (3.4)$$

Como o fluido analisado nesse trabalho tem massa específica constante, as equações da conservação de massa e da continuidade podem ser simplificadas. Assim, as Eq. 3.1 e 3.2 podem ser reescritas como:

$$\frac{\partial u_i}{\partial x_i} = 0 \quad (3.5)$$

$$\rho \frac{\partial u_i}{\partial t} + \rho \frac{\partial}{\partial x_j} (u_i u_j) = - \frac{\partial p}{\partial x_i} + \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_i} + \rho f_{m,i} \quad (3.6)$$

Levando em consideração que raramente é preciso uma solução com todos os detalhes (escalas de tempo e espaço), em muitos casos utiliza-se uma abordagem estatística para a solução do problema médio do escoamento, baseado na tomada da média das equações instantâneas de Navier-Stokes.

No item abaixo, far-se-á uma explanação mais detalhada da metodologia das equações médias de Reynolds, pois essa será formulação utilizada nesse trabalho.

3.3 A DECOMPOSIÇÃO DE REYNOLDS.

Para se chegar às equações médias de Reynolds, modifica-se o conjunto das equações transientes de Navier-Stokes pela introdução de quantidades médias e suas respectivas flutuações. Somente os valores médios são resolvidos e, dessa forma, necessita-se determinar os valores estatísticos das suas respectivas flutuações. Uma observação importante é que essa média tirada sobre um período de tempo precisa ser maior que o período de tempo característico do movimento do escoamento.

Esse procedimento é conhecido como decomposição de Reynolds e as variáveis instantâneas ϕ são decompostas da seguinte maneira:

$$\phi(x, t) = \bar{\phi}(x) + \phi'(x, t), \quad (3.7)$$

onde $\bar{\phi}$ é o valor médio e ϕ' é a flutuação (variação instantânea) da variável.

As médias acima indicadas podem ser encontradas de diferentes modos. Se o escoamento é quase estacionário, médias com relação ao tempo podem ser usadas. No caso da turbulência homogênea (as propriedades estatísticas do escoamento são invariantes por translação), médias com relação ao espaço podem ser tomadas (Silva Freire *et al.*, 2002).

Os métodos da tomada da média descritos acima podem ser expressos matematicamente da seguinte forma:

- Média temporal para uma turbulência estacionária:

$$\bar{\phi}(x_0, t) = \frac{1}{T} \int_0^T \phi(x_0, t) dt = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \phi(x_0, t) dt; \quad (3.8)$$

- Média espacial para a turbulência homogênea:

$$\bar{\phi}(x, t_0) = \frac{1}{X} \int_0^X \phi(x, t_0) dx = \lim_{X \rightarrow \infty} \frac{1}{2X} \int_{-X}^X \phi(x, t_0) dx. \quad (3.9)$$

Nesse trabalho, a média para a decomposição de Reynolds será a temporal.

Para encontrar-mos as equações médias, faz-se uma simples substituição da decomposição de Reynolds nas equações de Navier-Stokes e da tomada de média das equações resultantes.

Antes da continuação das deduções, alguns importantes conceitos precisam ser lembrados:

- A média da variação instantânea é zero, isto é,

$$\overline{\phi'} = 0; \quad (3.10)$$

- A média das variáveis médias é a própria variável média, e matematicamente isso pode ser representado por:

$$\overline{\overline{\phi}} = \overline{\phi}; \quad (3.11)$$

Aplicando a média sobre os termos lineares da equação de Navier-Stokes, tem-se a transformação desses em termos idênticos na forma, mas utilizando variáveis médias. Por outro lado os termos não-lineares da equação de Navier-Stokes transformam-se em dois membros distintos: um termo equivalente ao existente na equação de Navier-Stokes e um termo de covariância das variáveis instantâneas, ou seja:

$$\alpha = a + a'; \quad (3.12)$$

$$\beta = b + b'; \quad (3.13)$$

$$\overline{\alpha\beta} = \overline{(a + a')(b + b')} = \overline{ab + \underbrace{a'b}_{=0} + \underbrace{ab'}_{=0} + a'b'} = \overline{ab} + \overline{a'b'}. \quad (3.14)$$

Dessa forma, para escoamento incompressível e isotérmico, a decomposição de Reynolds para as equações de Navier-Stokes são determinadas como:

$$u_i = \overline{u}_i + u_i'; \quad (3.15)$$

$$p = \overline{p} + p'; \quad (3.16)$$

onde a variável com uma barra denota o termo médio e a com o símbolo (') é a flutuação.

Substituindo os termos acima nas equações da continuidade e Navier-Stokes obtém-se:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j + u_j') = 0; \quad (3.17)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} \rho (\bar{u}_j + u_j') + \frac{\partial}{\partial x_k} \rho (\bar{u}_j + u_j') (\bar{u}_k + u_k') = \\ - \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{p} + p') + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\tau}_{ij} + \tau_{ij}'). \end{aligned} \quad (3.18)$$

Expandindo os termos dentro dos parênteses:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_j} (u_j') = 0; \quad (3.19)$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_j) + \frac{\partial}{\partial t} (\rho u_j') + \frac{\partial}{\partial x_k} \rho (\bar{u}_j \bar{u}_k + \bar{u}_j u_k' + u_j' \bar{u}_k + u_j' u_k') = \\ - \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{p}) - \frac{\partial}{\partial x_i} (p') + \frac{\partial}{\partial x_i} (\bar{\tau}_{ij}) + \frac{\partial}{\partial x_i} (\tau_{ij}'). \end{aligned} \quad (3.20)$$

Tomando a média para encontrar as equações médias, lembrando que $\overline{\phi'} = 0$ e que os operadores derivada e média comutam entre si (por serem lineares), têm-se que as Eq. (3.19) e (3.20) podem ser reescritas como:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} (\bar{u}_j) = 0; \quad (3.21)$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \rho (\bar{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_k} \rho (\bar{u}_j \bar{u}_k) = - \frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_i} - \frac{\partial}{\partial x_k} \rho (\overline{u_j' u_k'}). \quad (3.22)$$

Essas equações médias são idênticas às equações instantâneas acrescentando os termos de correlação.

Comparando as equações da Continuidade e de Navier-Stokes com as equações médias de Reynolds observa-se que a única alteração de forma, além da

substituição das variáveis instantâneas por seus valores médios, é a presença da correlação $-\overline{u_j' u_k'}$ que representa o valor médio da taxa de transferência de quantidade de movimento devida às flutuações turbulentas (Fontoura Rodrigues, 2003).

A correlação descrita acima é uma incógnita suplementar do sistema de equações médias e é denominada como tensor de tensões de Reynolds.

O tensor de Reynolds por ser simétrico, tem apenas seis componentes independentes. Dessa forma, o sistema de equações representativas do escoamento turbulento passa a ser composto por dez variáveis, sendo seis delas correspondentes ao tensor de Reynolds e as quatro restantes definidas pelas três componentes médias de velocidade e pela componente de pressão. Como o número de equações representativas do escoamento se mantém inalterado, tendo três componentes da equação média de conservação de quantidade de movimento e uma componente da equação média da Continuidade, o sistema de equações médias de Reynolds é um sistema aberto, composto por dez incógnitas e quatro equações (Fontoura Rodrigues, 2003) e sua equação de transporte é denotada por:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial t} + u_k \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} = & - \left(\overline{u_i u_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k} + \overline{u_j u_k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right) + \frac{p}{\rho} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) - \\ & \frac{\partial}{\partial x_k} \left(\overline{u_k u_i u_j} + \delta_{jk} \frac{\overline{u_i p}}{\rho} + \delta_{ik} \frac{\overline{u_j p}}{\rho} - \nu \frac{\partial \overline{u_i u_j}}{\partial x_k} \right) - 2\nu \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \frac{\partial u_j}{\partial x_k}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

onde a dedução dessa pode ser encontrada em (Fontoura Rodrigues, 2003; Silva Freire *et al.*, 2002.).

Para resolver o problema de fechamento das equações de Reynolds, é necessário fazer a modelagem das correlações turbulentas que compõem o tensor de Reynolds. Essa modelagem pode ser de natureza constitutiva (apoiada na realidade experimental conhecida) ou de natureza evolutiva (resultante de procedimentos analíticos aplicados às equações conservativas de massa e de quantidade de movimento que representam o escoamento).

Uma das formas utilizadas atualmente para modelar o tensor de Reynolds será descrita abaixo:

- Conceito de viscosidade turbulenta – usa a hipótese de Boussinesq (1877), onde as tensões de Reynolds são proporcionais à deformação do escoamento médio,

agindo de forma análoga às tensões viscosas. Por exemplo, um escoamento sobre uma placa plana infinita, Boussinesq propôs que assim como no caso da tensão viscosa, a contribuição da turbulência na transferência de quantidade de movimento poderia ser modelada por:

$$-\rho \overline{u'_j u'_k} = \mu_\tau \left(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_j} \right) \Rightarrow -\overline{u'_j u'_k} = \nu_\tau \left(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_j} \right), \quad (3.24)$$

onde ν_τ é a viscosidade turbulenta. Em contraste com a viscosidade molecular, ν_τ não é uma propriedade física do fluido, mas sim uma medida local do nível da turbulência, variando de ponto a ponto e de escoamento para escoamento (Silva Freire *et al.*, 2002).

- Modelagem da equação de transporte do tensor de Reynolds – os precursores da representação do tensor de Reynolds por meio da formulação evolutiva foram Chou (1945) e Rotta (1951). Esse tipo de solução, denominado de fechamento de segunda ordem ou *RSM (Reynolds Stress Models)* emprega a equação evolutiva do tensor de Reynolds como forma de representação do tensor. As soluções evolutivas são independentes da geometria e de constantes materiais do escoamento, sendo assim bem gerais. Porém, exige altos custos computacionais e uma complexidade matemática muito grande.

Nesse trabalho, usar-se-á os modelos que utilizam o conceito de viscosidade turbulenta, por isso uma maior ênfase será dada a esse tema.

Como foi dito anteriormente, os modelos que modelam o tensor de Reynolds através da viscosidade turbulenta, todos partem da hipótese de Boussinesq, porém, essa hipótese possui algumas incoerências. Essas podem ter ocorrido porque Boussinesq era um teórico que utilizava dados experimentais obtidos por outras pessoas de sua época. As principais inconsistências serão citadas nos parágrafos abaixo.

A turbulência depende totalmente do escoamento, assim, não é função do fluido. Dessa forma, não existem propriedades termodinâmicas turbulentas. Alguns autores preferem enunciar essa incoerência como corolário e o fazem da seguinte maneira: “a viscosidade turbulenta não é uma propriedade termodinâmica e depende basicamente do escoamento”;

Para poder ser manipulada, a isotropia da turbulência exige um caráter tensorial para a viscosidade turbulenta enquanto que, pela hipótese de Boussinesq, ν_t é uma grandeza escalar;

Para a massa específica constante, $\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial x_j} = 0$. Quando temos i igual a j ,

encontramos $\overline{u'_j u'_j} = 2\nu_\tau \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial u_j} \right) = 0$. Agora, se analisarmos a energia cinética

turbulenta, κ , (que será discutida posteriormente) que é definida como:

$$\kappa = \frac{1}{2} \overline{u_i u_i}, \quad (3.25)$$

κ seria igual a zero, o que é impossível fisicamente falando pois a energia cinética turbulenta não se anula. Observando essa incoerência física, Kolmogorov (1942) propôs uma correção da hipótese de Boussinesq, onde:

$$-\overline{u'_j u'_k} = \nu_\tau \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial u_k} + \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial u_j} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{jk}, \quad (3.26)$$

onde δ_{ij} é o delta de Kronecker. Esse termo surge porque existe a necessidade de compatibilizar k com a soma do traço do tensor de Reynolds, e isso é feito igualando $j = k$. Assim, a Eq. 3.26 pode ser reescrita como:

$$-\overline{u'_j u'_j} = 2\nu_\tau \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial u_j} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{jj} = -2k \Rightarrow k = \frac{1}{2} \overline{u'_j u'_j}. \quad (3.27)$$

Reeditando a Eq. 3.22 e substituindo o tensor de Reynolds encontra-se:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial t} (\rho \bar{u}_j) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho \bar{u}_j \bar{u}_k) &= -\frac{\partial \bar{p}}{\partial x_i} + \frac{\partial \bar{\tau}_{ij}}{\partial x_i} \\ &+ \frac{\partial}{\partial x_k} \rho \left(\nu_\tau \left(\frac{\partial \bar{u}_j}{\partial u_k} + \frac{\partial \bar{u}_k}{\partial u_j} \right) - \frac{2}{3} \kappa \delta_{jk} \right), \end{aligned} \quad (3.28)$$

porém, como $\frac{\partial}{\partial x_k} \rho \left(\frac{2}{3} \kappa \delta_{ik} \right) = \frac{2}{3} \frac{\partial}{\partial x_i} (\rho \kappa)$, pode-se reescrever a equação acima, incorporando esse termo ao termo da pressão. Dessa forma, a equação (3.28) é representada como:

$$\frac{\partial}{\partial t} (\rho \overline{u_j}) + \frac{\partial}{\partial x_k} (\rho \overline{u_j u_k}) = -\frac{\partial \overline{p^*}}{\partial x_i} + \frac{\partial \overline{\tau_{ij}}}{\partial x_i} + \frac{\partial}{\partial x_k} \rho \left(\nu_\tau \left(\frac{\partial \overline{u_j}}{\partial x_k} + \frac{\partial \overline{u_k}}{\partial x_j} \right) \right), \quad (3.29)$$

onde pode-se perceber que finalmente o número de equações e o de incógnitas são iguais, possibilitando assim resolver o problema de fechamento para a equação de Navier-Stokes.

Uma ressalva importante que precisa ser feita é que para recuperar o verdadeiro campo de pressão precisa-se modelar a energia cinética turbulenta, o que é realizado concomitantemente com a viscosidade turbulenta. Assim, quando se resolve as equações da turbulência modeladas, a pressão que é encontrada é a pressão modificada pela energia cinética turbulenta e não a pressão termodinâmica:

$$\overline{p^*} = \overline{p} + \frac{2}{3} k. \quad (3.30)$$

Resta ainda a determinação da viscosidade turbulenta, que é a finalidade dos modelos de turbulência e esses podem ser classificados em diferentes categorias, como modelos baseados na hipótese de Boussinesq, modelos baseados em equações evolutivas para o tensor de Reynolds ou modelos de simulação de grandes escalas. Nesse trabalho usa-se o modelo baseado na hipótese de Boussinesq, por isso será realizada no próximo item uma explanação mais detalhada sobre essa metodologia.

3.4 CLASSIFICAÇÃO PARA OS MODELOS QUE ADOTAM A HIPÓTESE DE BOUSSINESQ

Entre os modelos que utilizam a hipótese de Boussinesq os mais utilizados nos dias atuais são os modelos a uma e a duas equações. A Diferença entre ambos é o número de equações utilizadas para representar a viscosidade turbulenta, μ_t , onde o

primeiro o faz através de uma equação diferencial parcial, enquanto que o segundo utiliza duas equações diferenciais parciais.

Nesse trabalho, utilizar-se-á os modelos a duas equações, assim, no tópico abaixo será feita uma explanação dessa metodologia.

3.4.1 Modelos a Duas Equações para μ_t

3.4.1.1 Modelo κ - ε .

A equação de transporte da energia cinética de turbulência é obtida a partir da equação das tensões de Reynolds, forçando o surgimento da correlação $\overline{u_i' u_i'}$ que define k , por meio da manipulação coerente dos índices i e j . Realizando esse processo, encontra-se o equacionamento abaixo:

$$\underbrace{\rho \frac{\partial k}{\partial t}}_I + \underbrace{\rho \overline{u_j} \frac{\partial k}{\partial x_j}}_{II} = - \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\underbrace{\frac{\overline{\rho u_j' u_i' u_i'}}{2} + \overline{u_j' p'}}_{III} - \underbrace{\mu \frac{\partial k}{\partial x_j}}_{IV} \right) - \underbrace{\rho \overline{u_j' u_i'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j}}_V - \underbrace{\rho \overline{v \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \right)}}_{VI}, \quad (3.31)$$

onde:

I – taxa de variação local;

II – transporte convectivo de k ;

III – difusão turbulenta de k , que representa a taxa que a energia cinética turbulenta que é difundida no fluido pelas flutuações turbulentas de pressão e velocidade (Zandonade, 1999).

Esse termo pode ser aproximado através da idéia de viscosidade turbulenta, isto é,

$$\frac{\overline{\rho u_j' u_i' u_i'}}{2} + \overline{u_j' p'} = \overline{\rho u_j} k + \overline{u_j' p'} \cong -\gamma_k \frac{\partial k}{\partial x_j}, \quad (3.32)$$

onde o termo γ_k é determinado utilizando-se da analogia de Reynolds, que relaciona a difusividade de qualquer propriedade linearmente com a difusividade da quantidade de movimento, ou seja,

$$\gamma_k \cong \frac{\nu_t}{\rho\sigma_k}, \quad (3.33)$$

onde o termo σ_k é o número de Prandtl turbulento e, para o transporte de k é comumente utilizado como sendo igual a 1. Dessa forma a Eq. (3.32) pode ser escrita como:

$$\rho \overline{u_j' k} + \overline{u_j' p'} \cong - \frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial k}{\partial x_j}, \quad (3.34)$$

IV – difusão molecular de k , que representa a difusão da energia cinética turbulenta por transporte molecular;

V – termo responsável pela produção de k , que representa a taxa de transferência de energia do escoamento médio para o mecanismo da turbulência;

VI – taxa de dissipação viscosa de k , encontrada na literatura como ε . Essa é a taxa na qual a energia cinética turbulenta é transformada em energia interna. Essa transferência de energia é causada pelo trabalho exercido pela taxa de deformação flutuante contra as tensões viscosas flutuantes (Zandonade, 1999).

Usando as aproximações feitas acima, a equação da energia cinética turbulenta é então escrita sob a forma:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \overline{u_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \overline{\rho u_j' u_i'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} - \varepsilon. \quad (3.35)$$

Para determinar a equação de transporte de ε , faz-se a manipulação das equações de Navier-Stokes, chegando no seguinte equacionamento:

$$\begin{aligned}
\underbrace{\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t}}_I + \underbrace{\rho \overline{u_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}}_{II} = & \underbrace{-2\mu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_i} \frac{\partial u_k'}{\partial x_j} \right)}_{III} - \underbrace{2\mu \overline{u_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial^2 \overline{u_i}}{\partial x_j \partial x_k}}_{III} \\
& - \underbrace{2\mu \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k}}_{IV} - \underbrace{2\mu \left(\nu \frac{\partial^2 u_k'}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2}_{IV} - \underbrace{\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\mu \overline{u_j} \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \right)^2 + 2\nu \frac{\partial p'}{\partial x_i} \frac{\partial u_j'}{\partial x_i} - \mu \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right]}_V
\end{aligned}
\tag{3.36}$$

onde, cada termo tem o seguinte significado físico:

I – taxa da variação local;

II - taxa de transporte de ε por convecção;

III – geração de ε devido a mecanismos associados à vorticidade, e ao escoamento médio. Esse é um dos termos que precisa ser modelado e o seu modelamento é dado da seguinte forma:

As duas primeiras parcelas foram aproximados por Hanjalic e Launder (1972)

onde

$$2\mu \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} + \frac{\partial u_k'}{\partial x_i} \frac{\partial u_k'}{\partial x_j} \right) = C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \tau_{ij} \left(\frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right),$$

onde $C_{\varepsilon 1}$ é um escalar considerado constante para alto Reynolds (Zandonade, 1999)

O termo restante é aproximado para zero, pois é tido como sendo muito menor que os termos restantes da equação.

IV – geração devido ao alongamento dos vórtices e à dissipação viscosa. O modelamento desse termo também foi proposto por Hanjc e Launder (1972) e,

basearam-se no fato de que em altos números de Reynolds turbulento ($R_t = \frac{\kappa^2}{\varepsilon \nu}$) esses

dois termos são controlados pela dinâmica da cascata de energia das grandes estruturas turbulentas para as pequenas estruturas turbulentas. Assim, a modelagem para esse termo fica da seguinte forma:

$$-2\mu \frac{\partial u_i'}{\partial x_j} \frac{\partial u_i'}{\partial x_k} \frac{\partial u_j'}{\partial x_k} - 2\mu \left(\nu \frac{\partial^2 u_k'}{\partial x_j \partial x_k} \right)^2 = -C_{\varepsilon 2} \frac{\varepsilon^2}{\kappa}, \tag{3.37}$$

onde $C_{\varepsilon 2}$ é considerado constante para alto Reynolds.

V – representa a difusão de ε . Para fazer o modelamento desses termos, o fazemos de forma análoga à equação da energia cinética turbulenta, como será mostrado abaixo:

$$\frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{\mu u_j' \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_k} \right)^2} + 2\nu \frac{\partial p' \partial u_j'}{\partial x_i \partial x_i} \right] = \frac{\partial}{\partial x_j} \left[\overline{\mu u_j'} \varepsilon + 2\nu \frac{\partial p' \partial u_j'}{\partial x_i \partial x_i} \right] \cong -\frac{\mu_t}{\sigma_k} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j}, \quad (3.38)$$

onde σ_ε é análogo a σ_κ no caso da equação de energia cinética.

Utilizando as aproximações explanadas acima, tem-se que a taxa de dissipação viscosa, ε é dada por:

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \overline{u_j} \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \left(\overline{\rho u_j' u_i'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa}, \quad (3.39)$$

onde $C_{\varepsilon 1}=1,44$, $C_{\varepsilon 2}=1,92$, $C_\mu=0,09$, $\sigma_k=1,0$, $\sigma_\varepsilon=1,3$. Essas constantes são necessárias para o fechamento da equação.

Como esse modelo é baseado na modelagem da viscosidade turbulenta, tem-se que o modelo κ - ε pode ser especificado como:

Viscosidade turbulenta

$$\mu_t = \rho C_\mu \mu \frac{k^2}{\varepsilon}; \quad (3.40)$$

onde C_μ é uma constante de calibração experimental.

Equação de transporte para a energia cinética turbulenta, k :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \overline{u_j} \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \left(\overline{\rho u_j' u_i'} \frac{\partial \overline{u_i}}{\partial x_j} \right) - \rho \varepsilon; \quad (3.41)$$

Equação para a taxa de dissipação viscosa, ε :

$$\rho \frac{\partial \varepsilon}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_\varepsilon} \right) \frac{\partial \varepsilon}{\partial x_j} \right) + C_{\varepsilon 1} \frac{\varepsilon}{\kappa} \left(\rho \bar{u}_j \bar{u}_i \frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - C_{\varepsilon 2} \rho \frac{\varepsilon^2}{\kappa}, \quad (3.42)$$

3.4.1.2 Modelo κ - ω .

A primeira proposição de um modelo de turbulência a duas equações foi feita por Kolmogorov (1942). Ele escolheu a energia cinética como um dos parâmetros utilizados e a modelagem da sua equação de transporte foi feita por Prandtl (1945). O segundo parâmetro foi a dissipação por energia cinética turbulenta, ω . Nessa formulação do modelo $k - \omega$, ω satisfaz a equação diferencial similarmente à equação de k (Wilcox, 1988).

O desenvolvimento do modelo de Komogorov (1942) é resumido e não estabelece valores para todos os coeficientes de fechamento. Como o desenvolvimento formal das equações não foi dado pelo seu autor, tenta-se fazer o seu estudo através da análise dimensional, conforme explicitado por (Wilcox, 1988).

- Lembrando que $\nu_\tau = \mu_\tau / \rho$, e como k já foi postulada anteriormente, é plausível que $\nu_\tau \propto \kappa$;
- A dimensão de ν_τ é (comprimento)² / (tempo) enquanto a dimensão de k é (comprimento)² / (tempo)². Assim ν_τ / κ tem dimensão de (tempo);
- A dissipação turbulenta ε tem dimensão de (comprimento)² / (tempo)³. Consequentemente ε / κ tem dimensão de 1 / (tempo);

Utilizando as análises feitas acima, as Eq.(3.26) e (3.35) podem ser “fechadas”, pela introdução de uma variável com dimensão de (tempo) ou 1/(tempo) (Wilcox, 1988).

Combinando as análises física com a dimensional, Komogorov postulou a equação para ω como:

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = -\beta \rho \omega^2 + \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\sigma \mu_t \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right), \quad (3.43)$$

onde β e σ são coeficientes de fechamento. Essa equação possui três características bem interessantes:

- Comparando com a equação de k , percebe-se que não existe uma analogia entre o termo de produção. A ausência desse termo é consistente com a

notação de Komogorov, onde ω é associado com pequenas escalas da turbulência, não tendo interação direta com o movimento médio. Essa análise é falha para grandes escalas, pois essas contém energia e são responsáveis por determinar o passo de tempo adequado da turbulência, assim como a sua taxa de dissipação;

- A escolha de Kolmogorov em escrever o equacionamento em função de ω e não de ω^2 , é considerada uma escolha altamente profética. Essa mudança é relacionada com a clássica falha da camada limite (*classical defect layer*). A análise detalhada desse tema pode ser encontrada em Wilcox, 1988;
- Não há termo para a difusão molecular de modo que esta equação aplica-se estritamente a alto Re e não pode ser feita a integração entre a subcamada viscosa.

Nessas últimas décadas, a formulação da equação de ω foi mudada e dessa forma, o modelo de turbulência $k - \omega$ sofreu uma evolução, onde um termo de produção foi adicionado a todos os modelos subsequentemente originados da metodologia de Kolmogorov. Como Kolmogorov, Wilcox (1988) e Speziale et al (1990) escreveram o equacionamento para ω em termos de ω , contrastando com trabalhos anteriores onde o próprio Wilcox utilizava o equacionamento em termos de ω^2 . Assim, a modelagem para o modelo $k - \omega$ pode ser especificada como:

Viscosidade turbulenta:

$$\mu_t = \frac{\rho k}{\omega}; \quad (3.44)$$

Equação de transporte para a energia cinética turbulenta, k :

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma^* \mu_t) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \rho \overline{u_j' u_i'} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \beta^* \rho \kappa \omega; \quad (3.45)$$

Equação para a taxa de dissipação específica, ω :

$$\rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \alpha \frac{\omega}{\kappa} \overline{u_j' u_i'} \left(\frac{\partial \bar{u}_i}{\partial x_j} \right) - \beta \rho \omega^2, \quad (3.46)$$

onde $\alpha, \beta, \beta^*, \sigma, \sigma^*$ são constantes para que ocorra o fechamento da equação. Seus valores são 5/9, 3/40, 9/100, 1/2 e 1/2, respectivamente.

3.4.1.3 Modelo SST.

O ponto inicial para o desenvolvimento desse modelo foi a necessidade de resultados mais acurados para os escoamentos aeronáuticos que têm gradientes de pressão e descolamento da camada limite acentuados. O modelo $\kappa - \varepsilon$ é um modelo muito robusto, porém, não consegue capturar descolamento da camada limite em casos turbulentos. Nesse ponto, o modelo $\kappa - \omega$ é mais realista, isto é, obtém melhores resultados perto da parede. Porém, em escoamentos livres, a equação de ω possui uma sensibilidade muito grande o que acaba inviabilizando a troca definitiva do modelo do $\kappa - \varepsilon$ pelo $\kappa - \omega$. Esse foi o ponto motivacional para o desenvolvimento do modelo SST (Menter, 2003). Para que a lógica desse modelo funcione, o modelo $\kappa - \varepsilon$ é multiplicado por uma função de mistura e adicionado ao modelo $\kappa - \omega$ também multiplicado por essa função de mistura. Então, impõe-se que a função tenha valor unitário na região logarítmica e gradativamente torne-se nula fora da mesma.

As especificações para esse modelo são:

Viscosidade turbulenta

$$\mu_t = \rho \frac{a_1 k}{\max(a_1 \omega, (S_{ij} S_{ij})^{\frac{1}{2}} F_2)}; \quad (3.47)$$

onde $(S_{ij} S_{ij})^{\frac{1}{2}}$ é uma medida invariante do tensor taxa de deformação e F_2 é uma das funções de combinação e é determinada por:

$$F_2 = \tanh \left\{ \left[\max \left(\frac{2\sqrt{\kappa}}{B^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right)^2 \right] \right\}; \quad (3.48)$$

A formulação das funções de mistura F_1 e F_2 é baseada na distância até a parede e nas variáveis. As funções de mistura têm como característica a delimitação de zonas aonde cada modelo irá atuar. Através do valor encontrado para as funções, o modelo irá mudar a formulação nas equações de transporte, onde a primeira função de

mistura (F_2) é responsável pela troca de modelos na formulação da viscosidade turbulenta e a outra função de mistura, F_1 (Eq. 3.52) é responsável pela determinação das constantes do modelo, e pela troca de modelos na equação de transporte de ω (Noleto, 2005). F_1 é igual a 1, considerando afastado da parede (utiliza a função $\kappa - \epsilon$) e é igual a zero quando considera a função próxima à parede (nesse caso, faz uso da função $\kappa - \omega$).

Equação de transporte para a energia cinética turbulenta, k é dada por:

$$\rho \frac{\partial k}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial k}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\left(\mu + \frac{\mu_t}{\sigma_k} \right) \frac{\partial k}{\partial x_j} \right) + \tilde{P}_k - \beta^* \rho \kappa \omega; \quad (3.49)$$

onde:

$$P_k = \mu_t \frac{\partial u_i}{\partial x_j} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) \Rightarrow P_k = \min(P_k, 10 \cdot \beta^* \rho \kappa \omega); \quad (3.50)$$

Equação de transporte para ω é:

$$\begin{aligned} \rho \frac{\partial \omega}{\partial t} + \rho \bar{u}_j \frac{\partial \omega}{\partial x_j} = \frac{\partial}{\partial x_j} \left((\mu + \sigma_\omega \mu_t) \frac{\partial \omega}{\partial x_j} \right) + \alpha \rho S^2 - \beta \rho \omega^2 + \\ 2(1 - F_1) \rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}; \end{aligned} \quad (3.51)$$

onde F_1 é definida como:

$$F_1 = \tanh \left\{ \left[\min \left[\max \left(\frac{\sqrt{\kappa}}{B^* \omega y}, \frac{500\nu}{y^2 \omega} \right), \frac{4\rho \sigma_{\omega 2} \kappa}{CD_{\kappa\omega} y^2} \right] \right]^4 \right\}, \quad (3.52)$$

com $CD_{\kappa\omega} = \max \left(2\rho \sigma_{\omega 2} \frac{1}{\omega} \frac{\partial \kappa}{\partial x_i} \frac{\partial \omega}{\partial x_i}, 10^{-10} \right)$ e y é a distância da superfície de não deslizamento.

As outras constantes são todas oriundas dos modelos $\kappa - \varepsilon$ e $\kappa - \omega$ com alguns ajustes e são determinadas como: $\beta^*=0,09$, $\alpha_1=5/9$, $\beta_1=3/40$, $\sigma_{\kappa 1}=0,85$, $\sigma_{\omega 1}=0,5$, $\alpha_2=0,44$, $\beta_2=0,0828$, $\sigma_{\kappa 2}=1$ e $\sigma_{\omega 2}=0,856$. (Menter, 2003).

4 METODOLOGIA NUMÉRICA.

Com o desenvolvimento de computadores de alta velocidade e de grande capacidade de armazenamento, percebe-se que as técnicas numéricas estão cada vez mais presentes na solução de complexos problemas da engenharia e da física. Com essa disponibilidade computacional, o desenvolvimento de algoritmos para a solução dos mais diversos problemas tem recebido enorme atenção dos analistas numéricos e a grande versatilidade (e relativa simplicidade) dessas aplicações explica a aceitação dos modelos numéricos pela comunidade interessada.

Atualmente, percebe-se o grande aumento de estações de trabalho, que permite a solução de quase todos os problemas numéricos de interesse da engenharia. Os preços dessas estações são extremamente baixos, quando comparados com o de supercomputadores. Além dessa importante vantagem, essas estações permitem que os resultados sejam imediatamente visualizados e interpretados, pois possuem uma alta capacidade gráfica.

A aquisição de equipamentos necessários é cada vez maior, facilitando assim, tanto no meio acadêmico-científico como no industrial, o uso de técnicas numéricas para a solução de problemas de engenharia. Para a resolução desses problemas, pode-se recorrer a diferentes ferramentas, como: métodos experimentais, analíticos e numéricos.

Os métodos experimentais exigem, no geral, um custo altíssimo e muitas vezes não podem ser realizados com a segurança devida. Porém, tem como vantagem o fato de tratar de uma configuração totalmente real.

Os métodos analíticos e os numéricos formam a classe dos métodos teóricos, pois ambos objetivam resolver equações governantes. A diferença está apenas na complexidade da equação que cada método pode atacar. Os analíticos têm a desvantagem de ser aplicáveis apenas em geometrias simples e condições de contorno também simples. Obviamente, as soluções analíticas não devem ser descartadas e uma das suas importantes aplicações é, exatamente, para validar casos limites de modelos numéricos e auxiliar no desenvolvimento de métodos numéricos mais robustos. Uma vantagem significativa é a obtenção da solução em forma fechada, requerendo baixíssimos tempos de computação. Se um método analítico for suficiente para resolver o problema de interesse dentro dos níveis de precisão e exigência necessários, ele deve

ser preferido. Uma regra básica que deve ser observada em engenharia é o uso da ferramenta adequada ao tamanho do problema em questão (Maliska, 1995).

Um método analítico que tivesse a habilidade de resolver uma ou mais equações diferenciais, nos daria a solução em uma forma fechada, assim, seria possível calcular os valores das variáveis dependentes em nível infinitesimal, ou seja, para um número infinito de pontos. Já o método numérico, possui como tarefa a resolução dessas equações, substituindo as derivadas existentes na equação por expressões algébricas que envolvem a função incógnita.

Quando uma aproximação numérica de uma equação diferencial é feita, tem-se uma solução para um número discreto de pontos, onde quanto maior for esse número de pontos, mais próxima a solução aproximada (ou numérica) estará da solução exata. Por exemplo, se for decidido calcular 100 valores da variável no domínio, tem-se 100 incógnitas, sendo necessárias 100 equações a 100 incógnitas. Se existir a necessidade de tornar os resultados mais precisos, aumenta-se o número de incógnitas, assim, o sistema a ser resolvido também vai aumentar proporcionalmente ao número de equações, enquanto que o esforço computacional crescerá, mas de forma não linear. (Maliska, 1995)

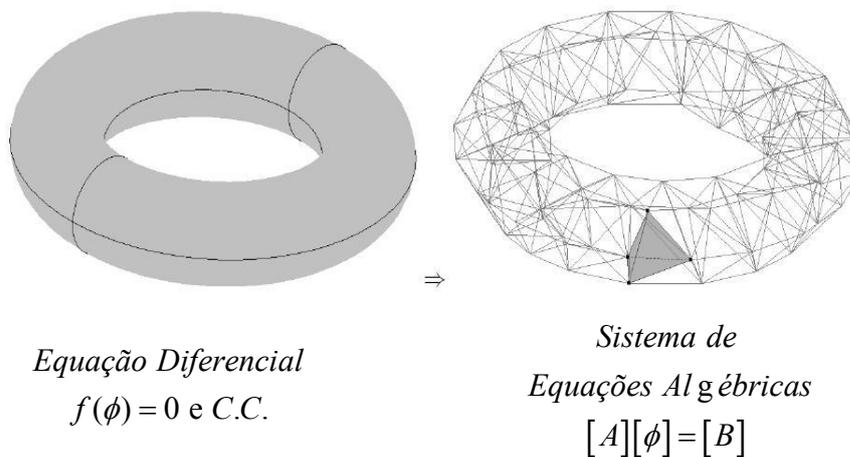


Figura 4.1: Tarefa do Método Numérico.

O método numérico tem como tarefa transformar uma equação diferencial escrita em nível infinitesimal e definida para o domínio D em um sistema de equações algébricas (Fig. 4.1). Para isso, as derivadas da função existentes na equação devem ser

substituídas pelos valores discretos da função. A maneira de obter essas equações algébricas é que caracteriza o tipo do método numérico.

Nesse trabalho, o método utilizado é o de volumes finitos onde as equações aproximadas são obtidas através do balanço de conservação da propriedade evolutiva (massa, quantidade de movimento, etc.) no volume elementar. Para a obtenção das equações aproximadas, parte-se da equação diferencial na sua forma conservativa, integrando-a sobre o volume finito.

4.1 DISCRETIZAÇÃO DAS EQUAÇÕES GOVERNANTES.

Lembrando que a equação diferencial conservativa da equação de conservação da massa (para regime permanente) é dada por:

$$\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) = 0. \quad (4.1)$$

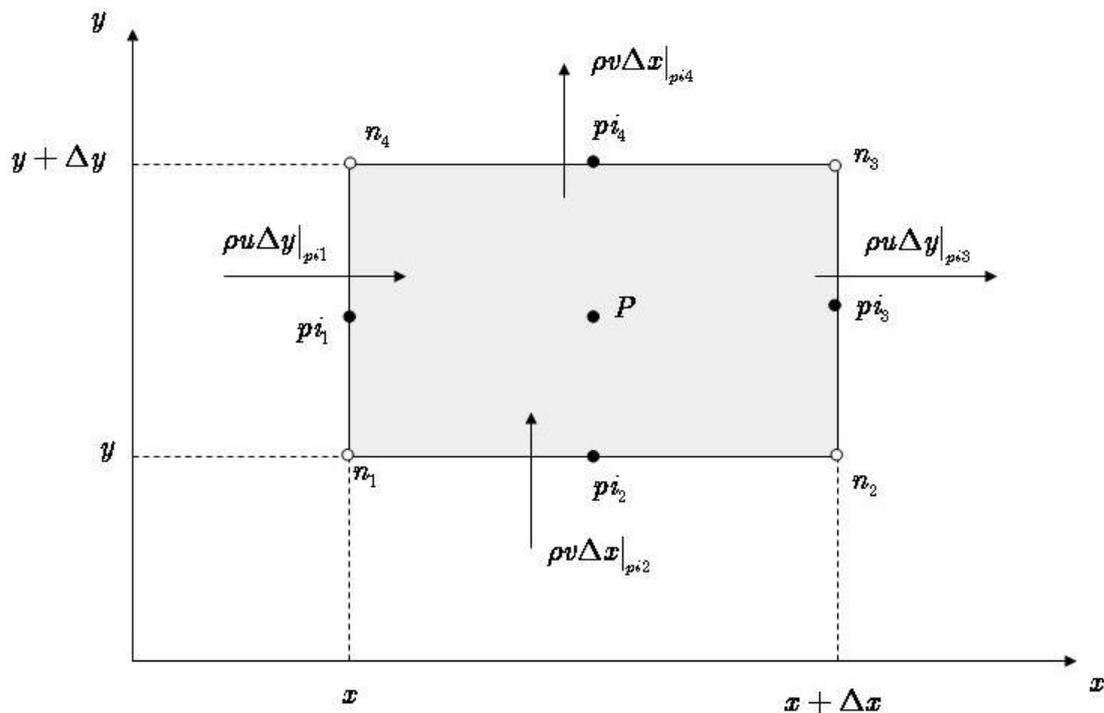


Figura 4.2: Balanço de massa no volume finito.

Para se chegar na aproximação numérica através da integração no volume finito, realiza-se a integração sobre o volume mostrado na Fig. 4.2 e obtêm-se:

$$\int_{p_{i_1}}^{p_{i_3}} \int_{p_{i_2}}^{p_{i_4}} \left[\frac{\partial}{\partial x}(\rho u) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho v) \right] dx dy = 0. \quad (4.2)$$

$$\int_{p_{i_2}}^{p_{i_4}} [\rho u|_{p_{i_3}} - \rho u|_{p_{i_1}}] dy + \int_{p_{i_1}}^{p_{i_3}} [\rho v|_{p_{i_4}} - \rho v|_{p_{i_2}}] dx = 0. \quad (4.3)$$

onde p_i são os pontos de integração.

Considerando que o fluxo de massa avaliado no meio da face do volume de controle representa a média da variação na face, pode-se escrever que:

$$\rho u \Delta y|_{p_{i_3}} - \rho u \Delta y|_{p_{i_1}} + \rho v \Delta x|_{p_{i_4}} - \rho v \Delta x|_{p_{i_2}} = 0 \quad (4.4)$$

que é equação aproximada para o volume P .

A discretização do domínio em volume de controle finito é realizada através de uma malha, onde nessa os nós são cercados pelas superfícies que compreendem o volume. Nesses nós é que são responsáveis pela armazenagem de todas as propriedades dos fluidos e as soluções das variáveis.

4.1.1 Acoplamento Pressão-Velocidade.

A localização relativa das variáveis na malha é conhecida como arranjo de variáveis, onde seu papel principal é a posição relativa entre os componentes do vetor velocidade e a pressão.

Quando se resolve numericamente uma única equação diferencial, a incógnita é localizada (armazenada) no centro do volume de controle, porém, quando se têm mais de uma equação existem diferentes métodos disponíveis no mercado. O CFX-10 utiliza o arranjo chamado de co-localizado, onde todas as variáveis são armazenadas no mesmo ponto, com o mesmo volume elementar de integração.

O grande “desafio” do estudo do acoplamento entre pressão e velocidade é determinar um campo de pressões que quando inserido nas equações do movimento, origine um campo de velocidades que satisfaça a equação da conservação da massa, ou seja, existe um forte acoplamento entre a pressão e a velocidade, causando assim dificuldades para a solução do sistema de equações.

Para solucionar esse problema do acoplamento, o CFX-10 utiliza-se da seguinte representação unidimensional para a conservação da massa:

$$\left(\frac{\partial u}{\partial x}\right)_i + \frac{\Delta x^3 A}{4 \dot{m}} \left(\frac{\partial^4 p}{\partial x^4}\right)_i = 0, \quad (4.5)$$

com

$$\dot{m} = \rho u_j \Delta n_j. \quad (4.6)$$

onde \dot{m} se refere ao fluxo de massa discreto sobre a superfície de volume de controle.

Tendo uma malha refinada, tem-se que o segundo termo na Eq. 4.5 tende a zero a uma taxa relativa de Δx^3 para a derivada da velocidade. E para uma malha mais grosseira, esse termo é responsável pela estabilização dos resultados.

4.1.2 Termo Transiente.

O termo transiente da equação da conservação de massa será reescrito conforme equacionamento abaixo:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV = V \left(\rho^0 \frac{\partial \phi}{\partial t} + \phi \frac{\partial \rho}{\partial t} \right). \quad (4.7)$$

Utilizando o método regressivo de Euler (*Backward Euler*) de ordem 1, a derivada temporal é aproximada para:

$$\frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{\phi - \phi^0}{\Delta t}. \quad (4.8)$$

Dessa forma, inserindo a Eq. 4.8 na Eq. 4.7 tem-se:

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_V \rho \phi dV = V \left(\frac{\rho \phi - \rho^0 \phi^0}{\Delta t} \right). \quad (4.9)$$

Trabalhando com o termo transiente dessa forma, tem-se uma aproximação robusta, conservativa no tempo, implícita, limitada, e que não cria uma limitação temporal.

Fazendo a aproximação da derivada no tempo utilizando-se do método regressivo de Euler (*Backward Euler*) de ordem 2, tem-se que a Eq. 4.11 pode ser reescrita como:

$$\frac{\partial\phi}{\partial t} = \frac{1}{\Delta t} \left(\frac{3}{2}\phi - 2\phi^0 + \frac{1}{2}\phi^{00} \right), \quad (4.10)$$

onde ϕ^{00} representa o campo de solução do passo de tempo antes do nível de tempo anterior. (CFX, 2005). Utilizando essa aproximação também se encontra uma resolução robusta, implícita, conservativa no tempo e sem a criação de limitação de passo de tempo. Porém, não é limitada e muitas vezes pode criar oscilações no resultado devido a um gradiente muito grande.

4.1.3 Função de Forma.

Vários termos das equações requerem soluções ou um gradiente de soluções para ser possível a sua avaliação nos pontos de integração, pois os campos de soluções são armazenados nos nós da malha. Assim, precisa-se calcular a variação da solução dentro do elemento e , para isso, recorre-se à função de forma de elementos finitos onde a variável ϕ varia num elemento conforme equação abaixo:

$$\phi = \sum_{i=1}^{N_{no}} N_i \phi_i, \quad (4.11)$$

onde N_i e ϕ_i são a função de forma e o valor de ϕ respectivamente, ambos para o nó i . O somatório é feito sobre todos os nós de um elemento e , dessa forma, pode-se definir como propriedade fundamental das funções de forma a seguinte expressão:

$$\sum_{i=1}^{N_{no}} N_i = 1. \quad (4.12)$$

Para o nó j , temos que $N_i = \begin{cases} 1, & \text{se } i = j \\ 0, & \text{se } i \neq j \end{cases}$.

A função de forma utilizada pelo CFX-10 é linear em termo de coordenadas paramétricas, conforme é exemplificado na figura abaixo (Fig. 4.3), onde um elemento tetraédrico é ilustrado.

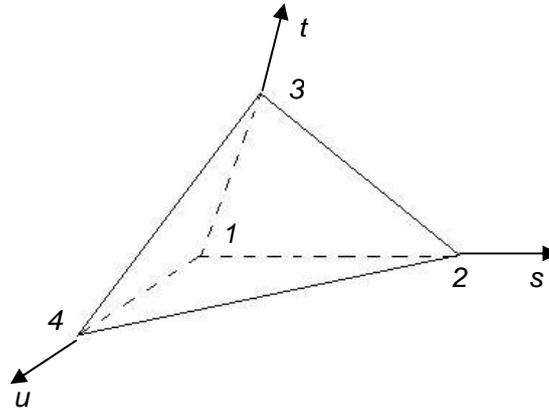


Figura 4.3: Modelo de um elemento tetraédrico.

A função de forma para cada nó é expressa da seguinte forma:

$$\begin{aligned} N_1(s, t, u) &= (1-s)(1-t)(1-u) \\ N_2(s, t, u) &= s(1-t)(1-u) \\ N_3(s, t, u) &= (1-s)t(1-u) \\ N_4(s, t, u) &= (1-s)(1-t)u. \end{aligned} \tag{4.13}$$

Várias outras quantidades geométricas como coordenadas p_i , áreas de superfícies, vetores, etc. são calculadas utilizando as funções de forma. Isso é possível porque elas também são empregadas para as coordenadas, isto é:

$$x = \sum_{i=1}^{N_{no}} N_i x_i, \quad y = \sum_{i=1}^{N_{no}} N_i y_i, \quad z = \sum_{i=1}^{N_{no}} N_i z_i. \tag{4.14}$$

4.1.4 Termos de Difusão.

Utilizando as funções de forma (descritas no tópico anterior) pode-se determinar as derivadas de todos os termos de difusão. Para isso, utiliza-se a

aproximação padrão de elementos finitos. Exemplificando isso, ilustra-se na Equação 4.15 a derivada de um ponto de integração p_i na direção x .

$$\left. \frac{\partial \phi}{\partial x} \right|_{p_i} = \sum_n \left. \frac{\partial N_n}{\partial x} \right|_{p_i} \phi_n. \quad (4.15)$$

O somatório está sobre todas as funções de forma do elemento. As derivadas cartesianas das funções de forma podem ser expressar em termos de sua derivada local através da matriz de transformação Jacobiana:

$$\begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial x} \\ \frac{\partial N}{\partial y} \\ \frac{\partial N}{\partial z} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\partial x}{\partial s} & \frac{\partial y}{\partial s} & \frac{\partial z}{\partial s} \\ \frac{\partial x}{\partial t} & \frac{\partial y}{\partial t} & \frac{\partial z}{\partial t} \\ \frac{\partial x}{\partial u} & \frac{\partial y}{\partial u} & \frac{\partial z}{\partial u} \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \frac{\partial N}{\partial s} \\ \frac{\partial N}{\partial t} \\ \frac{\partial N}{\partial u} \end{bmatrix}. \quad (4.16)$$

Os gradientes das funções de forma podem ser avaliados para a localização atual de cada ponto de integração ou para a localização onde cada superfície de p_i intercepta a aresta do elemento. Essas funções podem ser denominadas como interpolação tri-linear e interpolação linear, respectivamente.

4.1.5 Termo Gradiente de Pressão.

A integração na superfície do gradiente de pressão nas equações da conservação do movimento envolve o cálculo da seguinte expressão:

$$\left(p \Delta n_{p_i} \right)_{p_i}. \quad (4.17)$$

O valor de p_{p_i} é calculado utilizando a seguinte função de forma:

$$p_{p_i} = \sum_n N_n(s_{p_i}, t_{p_i}, u_{p_i}) p_n. \quad (4.18)$$

A função de forma utilizada para interpolar p é semelhante à utilizada para os termos de difusão, isto é, pode ser calculada para a localização atual de cada ponto de integração, ou na localização onde cada pi da superfície intercepta a aresta do elemento.

4.1.6 Termo de Advecção.

A variável ϕ_{pi} precisa ser relacionada ao valor no nó de ϕ . Isso é necessário para que haja a discretização do termo advectivo. No CFX-10, o esquema de advecção implementada é:

$$\phi_{pi} = \phi_{op} + \beta \nabla \phi \cdot \Delta \vec{r} \quad (4.19)$$

onde ϕ_{op} é o valor do nó oposto, e \vec{r} é o vetor do nó oposto para pi . Quando se usa uma mistura específica, $\nabla \phi$ é a média dos gradientes dos nós adjacentes e quando se usa um esquema de alta resolução $\nabla \phi$ é o gradiente do nó oposto. Dependendo da escolha feita para β tem-se diferentes esquemas:

- Esquema de Primeira Ordem – UDS (*Upwind Difference Scheme*).

Um valor de $\beta=0$ leva a um esquema de diferenciação de primeira ordem. Muitos diferentes esquemas desenvolvidos para CFD são baseados em aproximações utilizando expansão de séries (como a série de Taylor) para funções contínuas. Quanto mais termos na expansão forem utilizados, mais exata ficará a aproximação, porém, exigirá um maior custo computacional. A maior parte truncada da expansão em série é que determina a ordem do esquema utilizado.

Essa metodologia é considerada muito robusta, isto é, numericamente estável e certamente não insere efeitos de sobressalto sem fundamento físico. Porém, a utilização desse esquema trás alta dissipação embutida, localizada nas regiões de altos gradientes. O mecanismo de suavização dos gradientes é equivalente ao processo de difusão física de uma propriedade, sendo por isso chamado de difusão numérica ou falsa difusão (Maliska, 1995).

- Esquema de Correção de Advecção Numérica (combinação especificada).

Escolhendo um valor para β entre 0 e 1, as propriedades difusivas do item acima (Esquema de Primeira Ordem) são reduzidas. A quantidade $\beta \nabla \phi \cdot \Delta \vec{r}$, denominada

de Correção de Advecção Numérica, pode ser vista como um fluxo anti-difusivo adicionado ao esquema anterior. Escolhendo $\beta=1$ tem-se uma aproximação de segunda ordem. Esse método possui a desvantagem de ser menos robusto do que o esquema de primeira ordem, além de poder apresentar alguns sobressaltos sem fundamentos físicos na sua solução, porém é mais preciso.

- Esquema de Alta Resolução.

Nesse esquema, β é computado localmente e será tão próximo de 1 quanto possível. Utilizando esse esquema tem-se uma ótima precisão, pois ele reduz a primeira ordem quando está próximo da descontinuidade e na corrente livre onde as soluções têm pequenas variações. Um fator que precisa ser salientado é que para quantidades vetoriais, como a velocidade, temos um β independente calculado para cada componente vetorial.

4.2 RESOLUÇÃO DO SISTEMA DE EQUAÇÕES.

Na aplicação do método de volumes finitos para todos os elementos do domínio surgem equações de conservação discretas e esse sistema de equações pode ser representado por:

$$\sum_{nb_i} a_i^{nb} \phi_i = b_i, \quad (4.20)$$

onde ϕ é a solução, b é o termo independente, a o coeficiente da equação, i é o número que identifica o volume finito ou o nó em questão, e nb mede o “vizinho”, mas também inclui o coeficiente central multiplicando a solução da i -ésima localização. O nó pode ter qualquer número do vizinho onde isso é aplicável tanto para malha estruturada como para malha não estruturada. O conjunto dessas malhas (para todos os volumes finitos) constituem todo o sistema de equações lineares. Para um escalar, como a energia cinética, a_i^{nb} , ϕ_i^{nb} e b_i são simples números. Para o acoplamento das equações tridimensionais, massa - quantidade de movimento utiliza-se uma matriz 4x4 ou em vetor 4x1, que pode ser expresso da seguinte forma:

$$a_i^{nb} = \begin{bmatrix} a_{uu} & a_{uv} & a_{uw} & a_{up} \\ a_{vu} & a_{vv} & a_{vw} & a_{vp} \\ a_{wu} & a_{wv} & a_{ww} & a_{wp} \\ a_{pu} & a_{pv} & a_{pw} & a_{pp} \end{bmatrix}_i^{nb}, \quad (4.21)$$

onde

$$\phi_i^{nb} = \begin{bmatrix} u \\ v \\ w \\ p \end{bmatrix}_i^{nb}; \quad (4.22)$$

$$b_i = \begin{bmatrix} b_u \\ b_v \\ b_w \\ b_p \end{bmatrix}_i. \quad (4.23)$$

O acoplamento em questão é atendido e em nenhum ponto da matriz é tratado diferentemente, isto é, algoritmos de soluções diferentes para quantidade de movimento ou massa. Utilizando esse método de acoplamento tem-se como desvantagem o alto armazenamento necessário para todos os coeficientes, porém, inúmeras vantagens são percebíveis, como a robustez, eficiência, generalidade e principalmente, a simplicidade.

4.3 GERADOR DE MALHA.

Nesse trabalho, optou-se pela utilização do *software CFX-Mesh* que é um dos softwares disponíveis no pacote CFX-10. Esse programa é um gerador de malha que objetiva a produção de malhas de alta qualidade e por esse motivo, foi o escolhido para essa importante e complicada tarefa que é a geração de malha.

Esse software produz malhas que contêm elementos tetraédricos, prismas e pirâmides e um exemplo de uma malha gerada nesse programa é ilustrado na Fig.4.4.

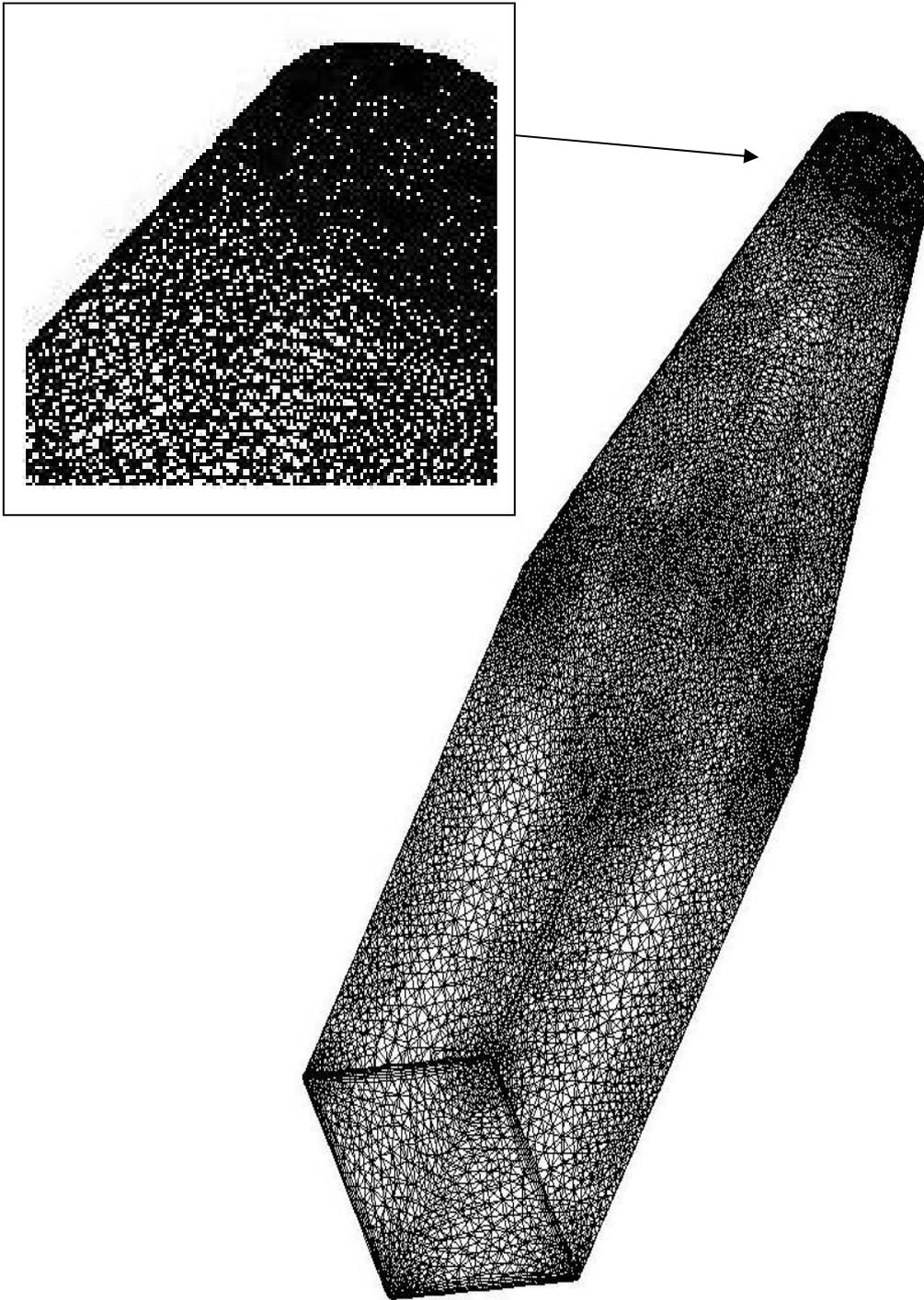


Figura 4.4 – Exemplo de malha de superfície.

Esse tubo de sucção convencional possui 2269891 elementos, 434038 nós.
Para maiores informações sobre as malhas estão contidas no Anexo B.

5 RESULTADOS.

A validação do modelo de turbulência SST realiza-se em duas fases distintas. Inicialmente faz-se a análise dos casos sem *swirl* e num próximo estágio o giro do escoamento passa a ser inserido na análise.

Os dados referentes ao critério de convergência e estudo da malha estão contidos no Anexo B.

5.1 VALIDAÇÃO DO MODELO DE TURBULÊNCIA.

5.1.1 Caso sem *swirl*.

No escoamento em difusores, o gradiente de pressão é oposto ao escoamento, resultando na desaceleração e rápido aumento da camada limite. Isso pode ocasionar na separação do escoamento em relação à parede do difusor, causando recirculação nessas regiões.

Excepcionalmente nessa etapa do trabalho, o termo transiente será considerado uma vez que o escoamento em difusores (sem *swirl*) tem a tendência a ser pulsante, principalmente quando se tem uma angulação total elevada. Essa recirculação na região da saída do difusor pode comprometer a convergência dos casos analisados.

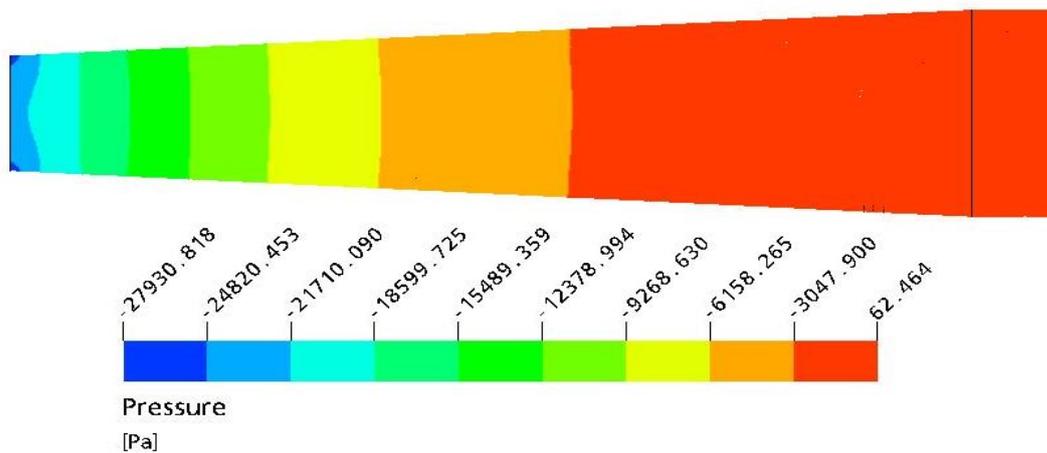


Figura 5.1: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 6^\circ$.

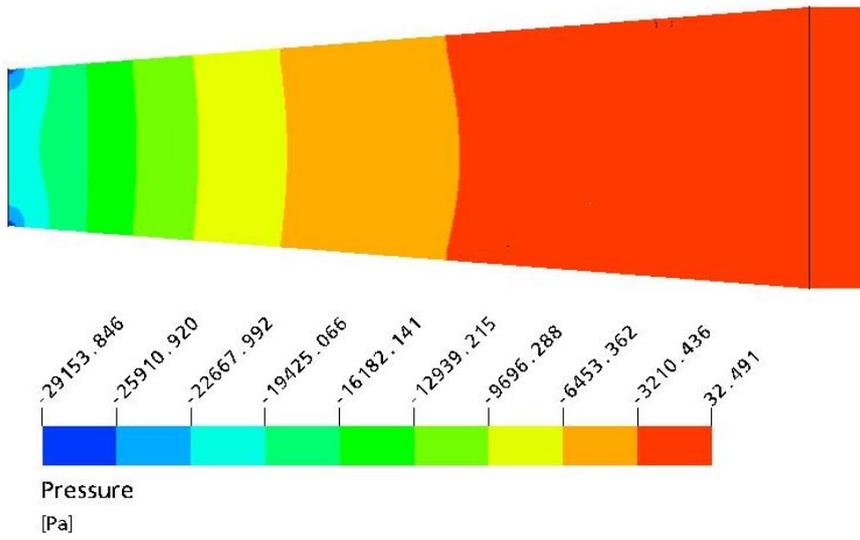


Figura 5.2: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 9^\circ$.

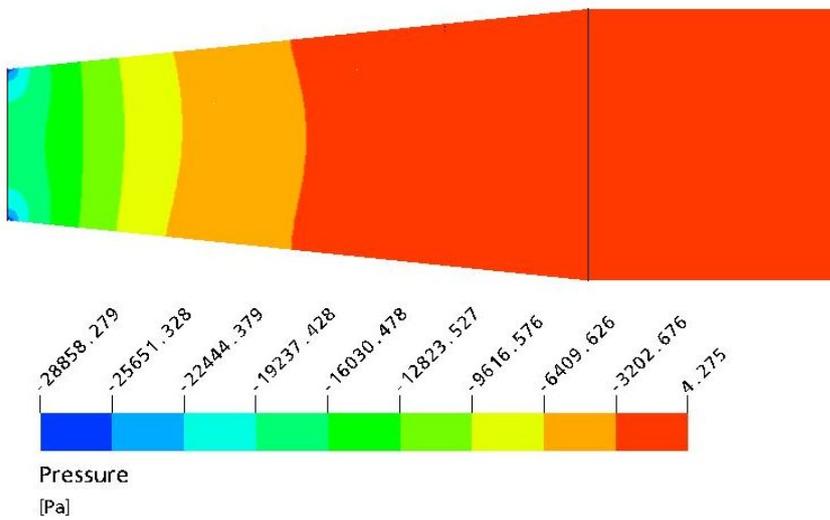


Figura 5.3: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 12^\circ$.

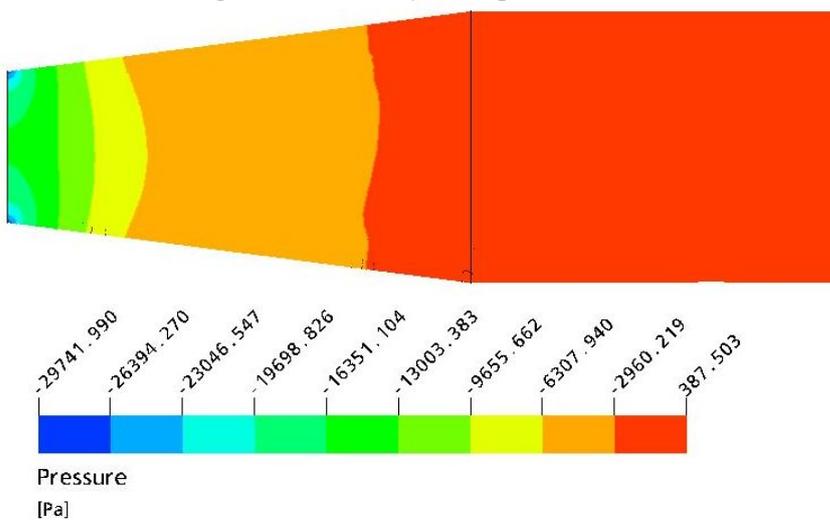


Figura 5.4: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 15^\circ$.

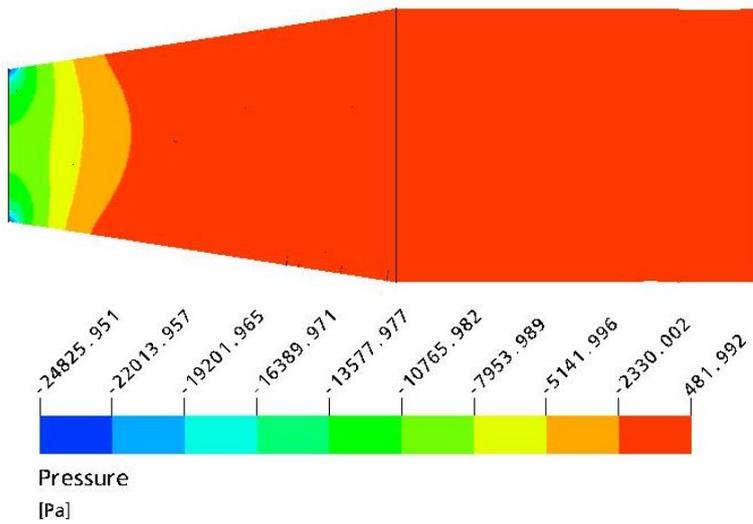


Figura 5.5: Variação de pressão no difusor com $2\theta = 18^\circ$.

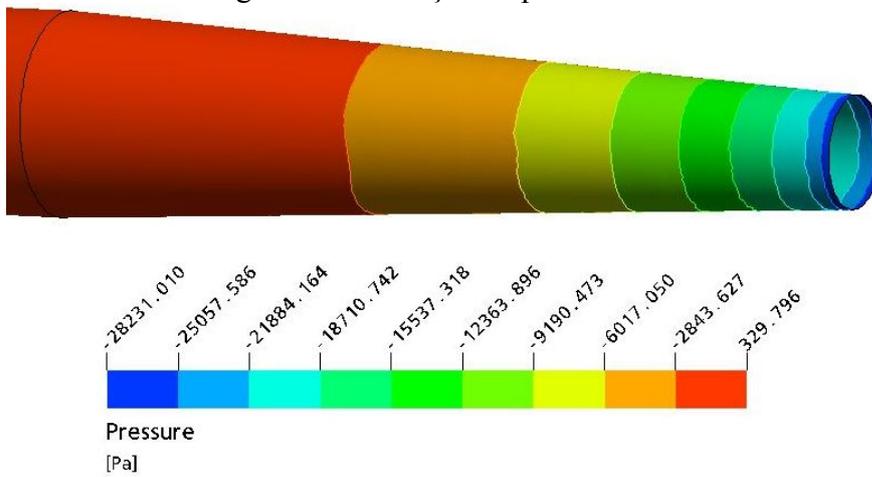


Figura 5.6: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 6^\circ$.

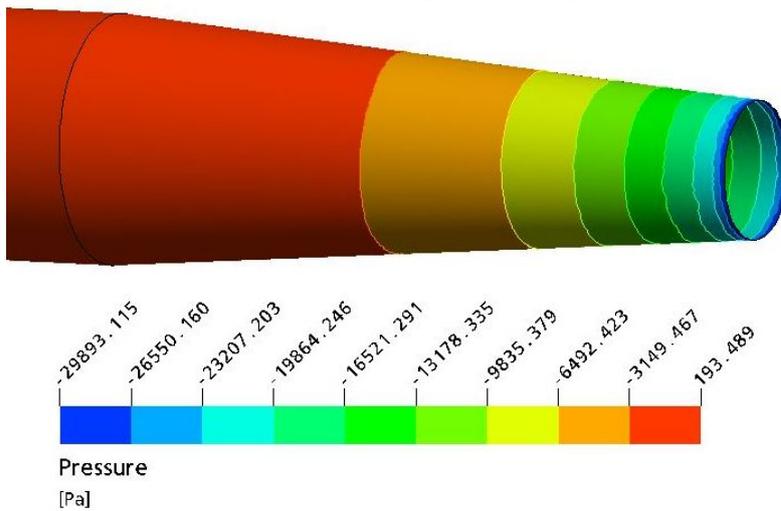


Figura 5.7: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 9^\circ$.

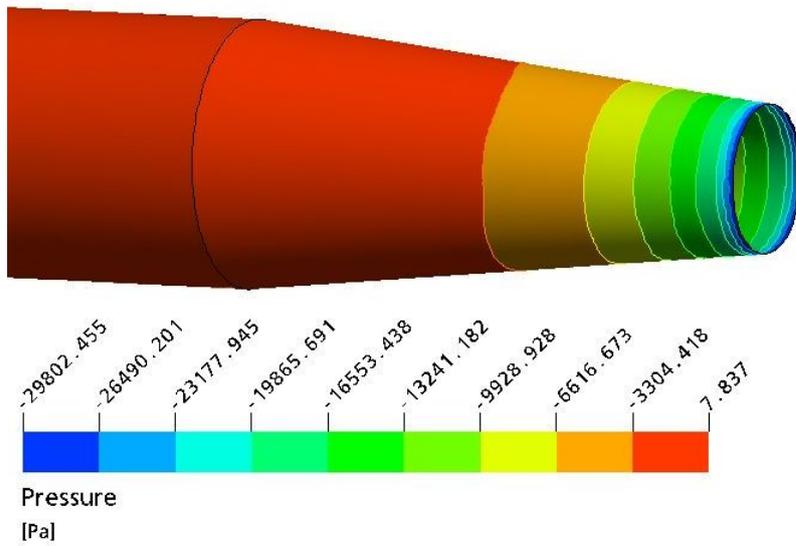


Figura 5.8: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 12^\circ$.

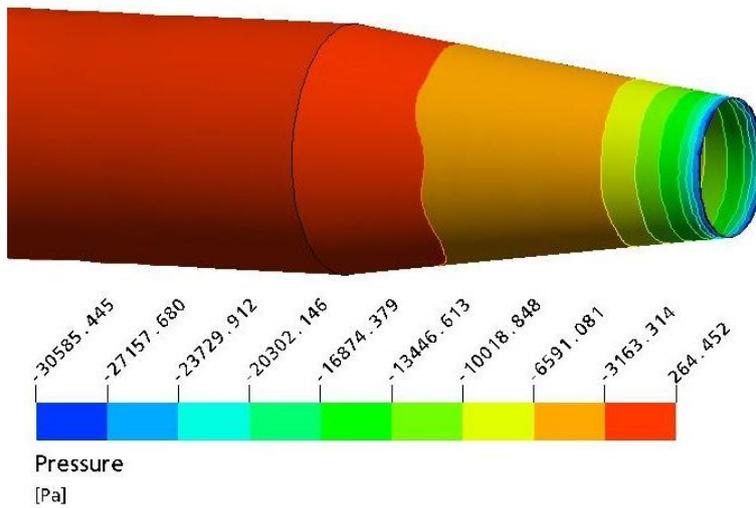


Figura 5.9: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 15^\circ$.

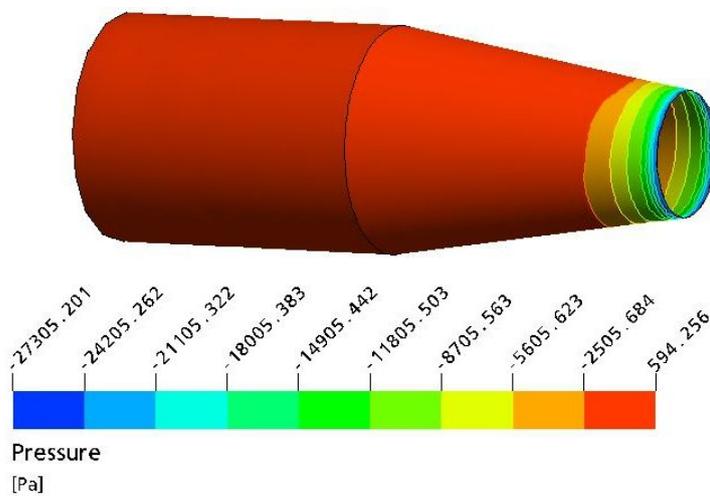


Figura 5.10: Variação de pressão na parede do difusor que possui $2\theta = 18^\circ$.

As figuras acima denotam os resultados para os difusores de diferentes angulações. Nota-se dos resultados os contornos de pressão (Fig. 5.1 a 5.5) e a variação de pressão na parede das geometrias (Fig. 5.6 a 5.10) a presença do gradiente adverso de pressão, com diferentes aumentos para cada difusor. Esperava-se o aumento de pressão sendo inversamente proporcional ao aumento da angulação do difusor, dado esse realmente encontrado. O difusor com angulação total de 6° mostra-se com um desenvolvimento do escoamento sem recirculações. Esse efeito se evidencia crescentemente nos demais difusores, onde o difusor de 18° mostra essa concentração de forma mais evidente.

Essa variação de pressão encontrada no difusor está diretamente relacionada com a sua eficiência. Nesse trabalho, opta-se por determinar a eficiência de um difusor através do coeficiente de pressão recuperada, C_p (Eq. 2.12). Esse coeficiente pode ser analisado como a razão entre a pressão realmente recuperada pela pressão total disponível

Os resultados obtidos mostram-se realistas, conforme comparação realizada com os dados ilustrados em Dixon *et al.* (1998), que mostra a pressão recuperada em função da razão de área e do comprimento adimensional do difusor. Esses dados são ilustrados na Fig. 5.11, onde os pontos explicitados são os valores encontrados numericamente, também expressos na Tab. 5.1.

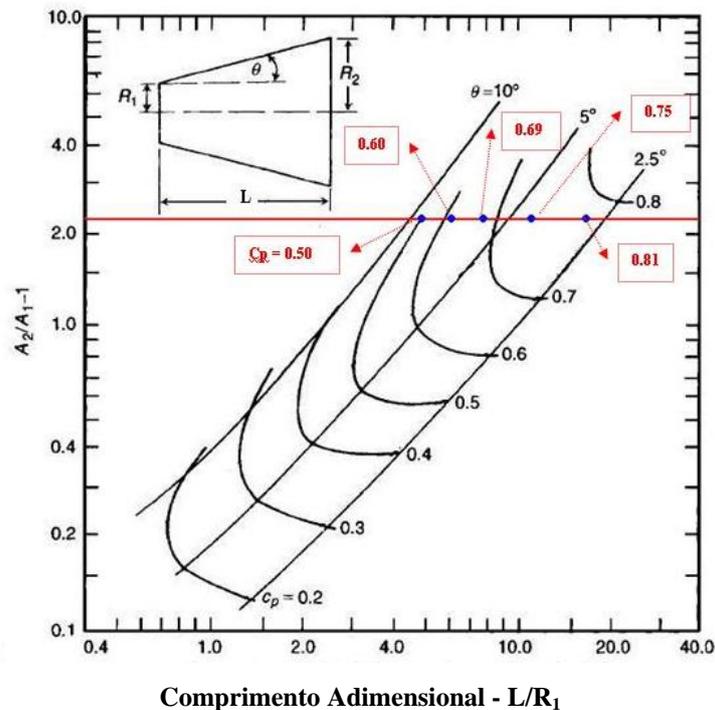


Figura 5.11: Comparação entre o c_p recuperado numericamente e os dados fornecidos por Dixon *et al* (1998.)

Tabela 5.1: Comparação entre a pressão recuperada numericamente e a experimental para os diversos difusores analisados no caso sem *swirl*.

2θ	L (m) / R_1 (m)	Cp Numérico	Cp Experimental
18	5,04	0,50	0,50
15	6,06	0,60	0,60
12	7,6	0,69	0,68
9	10,17	0,75	0,73
6	15,26	0,81	0,78

A tendência que a camada limite tem de se separar, acaba ocasionando uma taxa de difusão muito rápida, acarretando grandes perdas para a recuperação da pressão. Por outro lado, se essa taxa de difusão for muito baixa, o fluido é exposto a um excessivo comprimento de parede, e as perdas por atrito tornam-se muito acentuadas. Assim, existe a necessidade de se determinar uma taxa de difusão ótima entre esses dois extremos para que as perdas sejam minimizadas. Referências nesse assunto (Blevins, 1984 e Dixon, 1998), indicam que a angulação total, 2θ , deve ser de aproximadamente 7° para que o difusor tenha o seu melhor rendimento possível.

O descolamento é bem aparente para os difusores com angulações intensas, diferentemente da separação mostrada para o difusor com 6° de angulação total. Essa separação fica bem visível quando se analisa as linhas de cisalhamento na parede do difusor, Fig. 5.12 a 5.16.

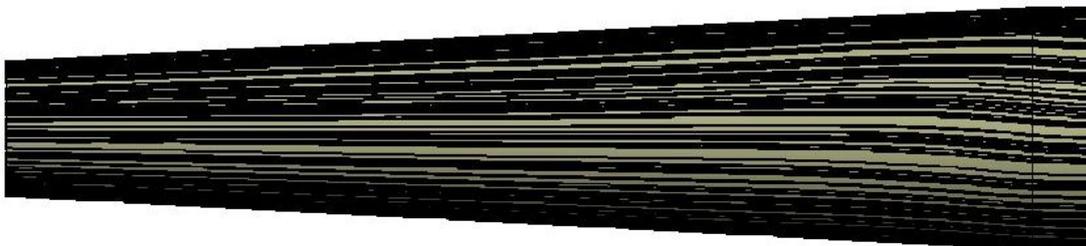


Figura 5.12: Linhas de cisalhamento nas paredes do difusor com $2\theta = 6^\circ$.

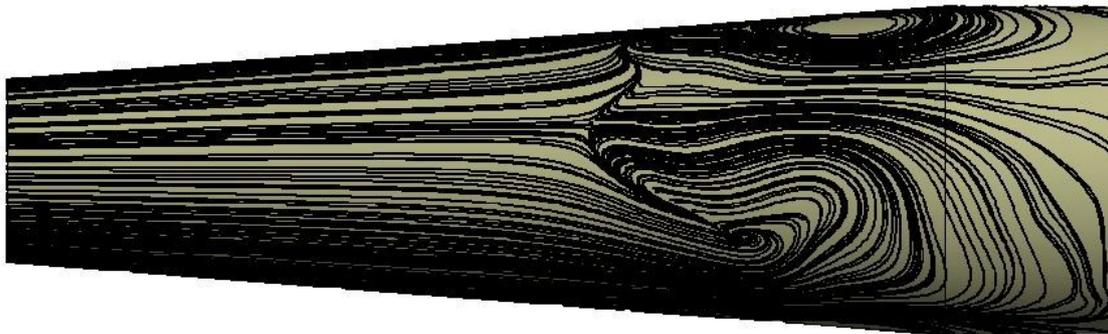


Figura 5.13: Linhas de cisalhamento nas paredes do difusor com $2\theta = 9^\circ$.



Figura 5.14: Linhas de cisalhamento nas paredes do difusor com $2\theta = 12^\circ$.



Figura 5.15: Linhas de cisalhamento nas paredes do difusor com $2\theta = 15^\circ$.

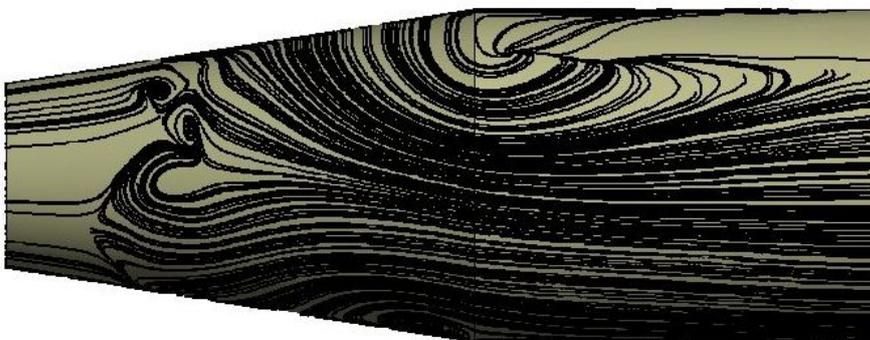


Figura 5.16: Linhas de cisalhamento nas paredes do difusor com $2\theta = 18^\circ$.

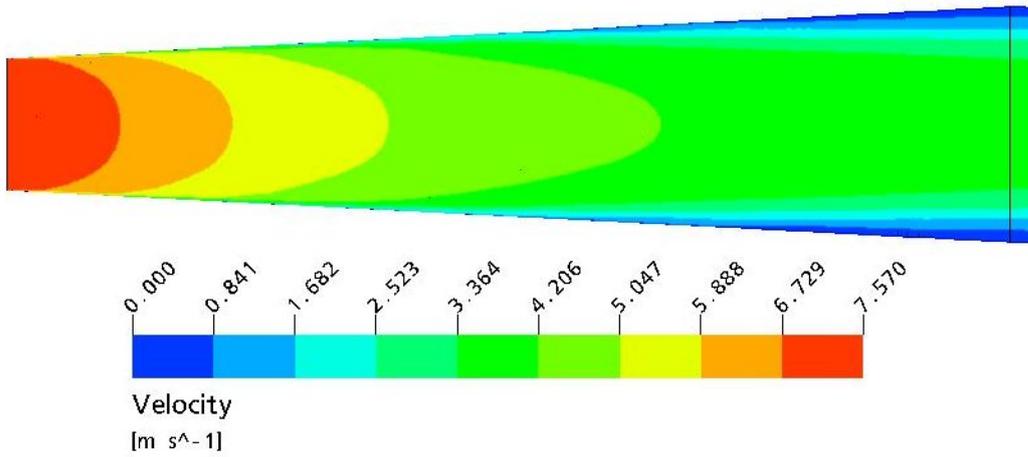


Figura 5.17: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 6^\circ$.

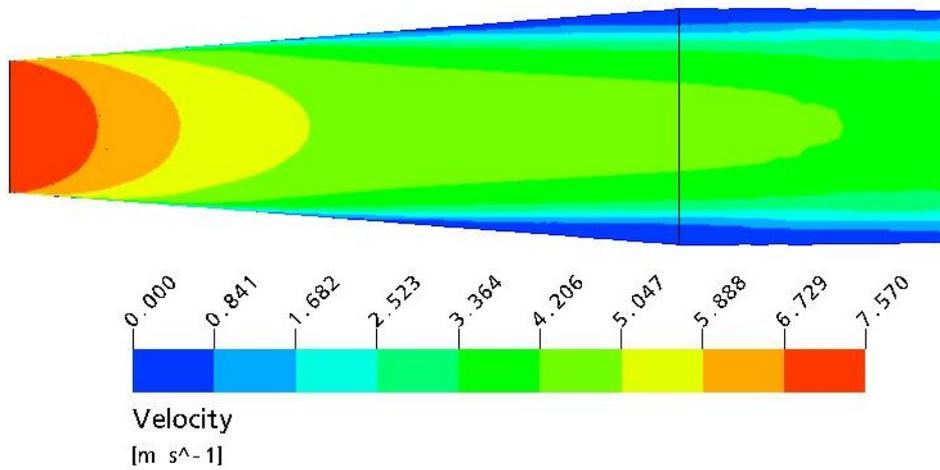


Figura 5.18: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 9^\circ$.

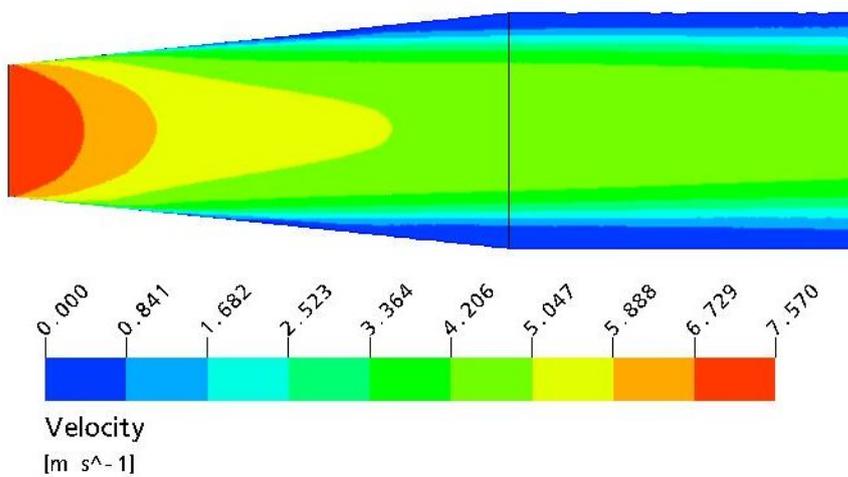


Figura 5.19: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 12^\circ$.

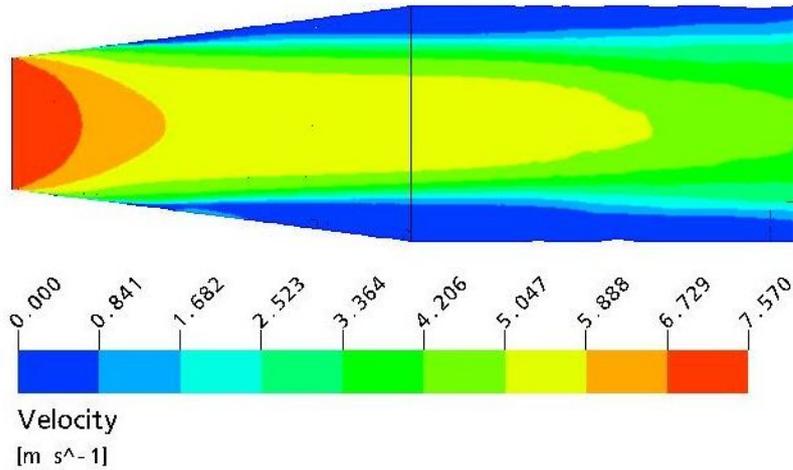


Figura 5.20: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 15^\circ$.

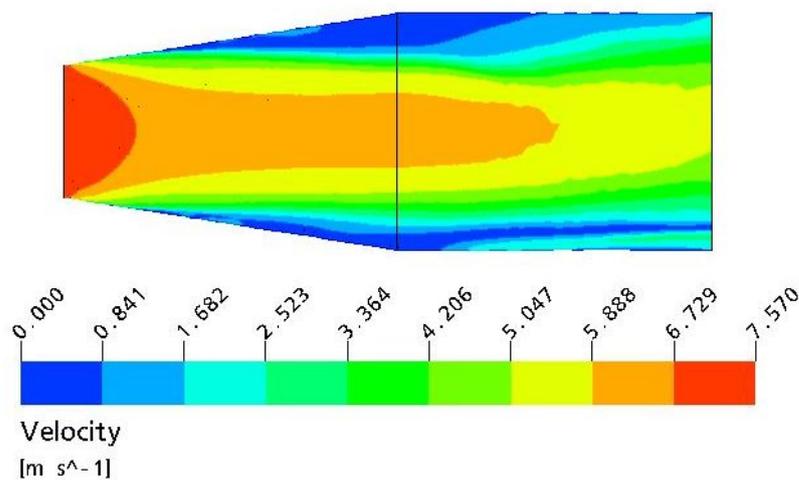


Figura 5.21: Contornos de velocidade para uma geometria com $2\theta = 18^\circ$.

Conforme mostrado nas figuras, quando maior a angulação do difusor, mais rápido a separação acontece, diminuindo gradativamente a pressão recuperada e assim, o rendimento da geometria analisada.

Nas Fig. 5.17 a 5.21, têm-se o desenvolvimento do escoamento. Analisando os contornos de velocidade, pode-se perceber que todas as geometrias conseguem uma diminuição do desenvolvimento do escoamento, porém, a que apresenta menos recirculação é a que tem menor angulação. Dentre as outras, com destaque para a de maior abertura, o escoamento mostra-se bastante perturbado, acarretando no descolamento da camada limite.

Mais uma vez, os resultados ficaram dentro do esperado, onde quanto menor a separação da camada limite, mais pressão o difusor consegue recuperar. Uma melhor

demonstração dos dados qualitativos obtidos pode ser mostrada na comparação realizada com o trabalho de Blevins (1984), que mostra o aparecimento do descolamento em função do comprimento adimensional do difusor, Fig. 5.22, onde os valores em rosa (da esquerda para a direita) tem 2θ igual a 18,15,12, 9 e 6, respectivamente.

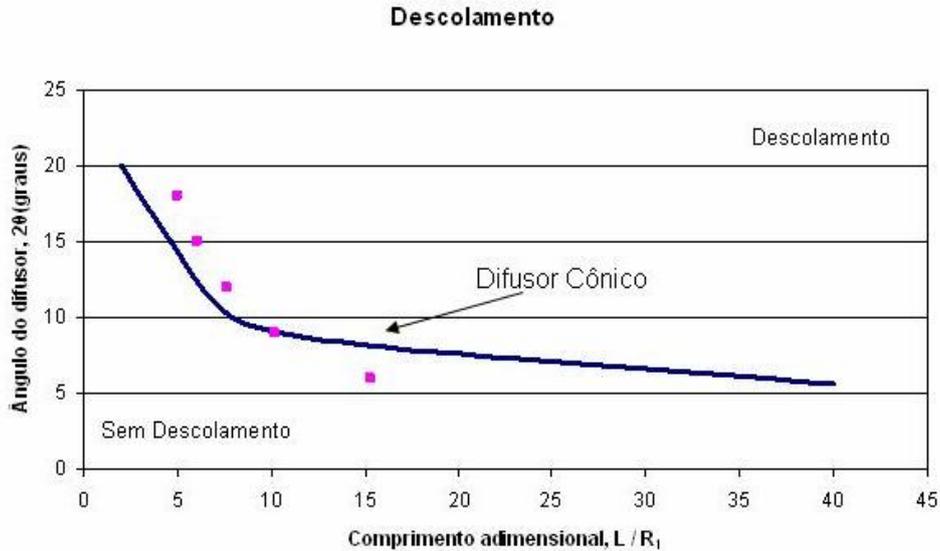


Figura 5.22: Início do descolamento considerável para difusores cônicos e os valores encontrados numericamente.

5.1.2 Caso com *swirl*.

Como citado anteriormente a angulação total ótima sugerida pela literatura é 7° , porém esse enunciado somente é válido quando o escoamento não apresenta *swirl*. Quando esse passa a fazer parte da análise, algumas importantes mudanças são percebidas. Inserindo na entrada do difusor uma determinada velocidade tangencial, percebe-se que o escoamento é direcionado para a parede devido à força centrífuga, fazendo com que a camada limite tenha uma tendência menor a descolar, mesmo utilizando-se de uma angulação total mais acentuada. Isso acaba acarretando num aumento da pressão recuperada pelo difusor. Por outro lado, um aumento exagerado da intensidade do *swirl* reduz drasticamente a velocidade axial do escoamento na parte central, induzindo recirculações nessa região, o que acaba diminuindo consideravelmente a pressão recuperada pelo difusor e assim, sua eficiência.

Em seu trabalho experimental, Clausen *et al* (1993), determina a intensidade do *swirl* para uma geometria com angulação total, 2θ , igual a 20° (Fig. 5.23). Nesse

estudo, faz-se a reprodução numérica desse experimento, com o intuito de inicialmente recuperar os dados obtidos para uma comparação/validação do modelo de turbulência e posteriormente, analisar as influências da variação do *swirl* para o desenvolvimento do escoamento e para o rendimento do difusor.

Os perfis de velocidade axial e tangencial usados são mostrados nas Fig. 5.24 e 5.25, respectivamente. Esses dados estão adimensionalizados, onde r^* é o raio de entrada, igual a 0,13m e u^* é a média da velocidade axial na entrada do difusor, igual a 11,6 m/s.

A validação do modelo de turbulência se realiza através das velocidades axial e tangencial medidas a 100 mm e 250 mm, Fig. 5.26 e 5.27, respectivamente, e através da comparação do C_p , Fig. 5.28.

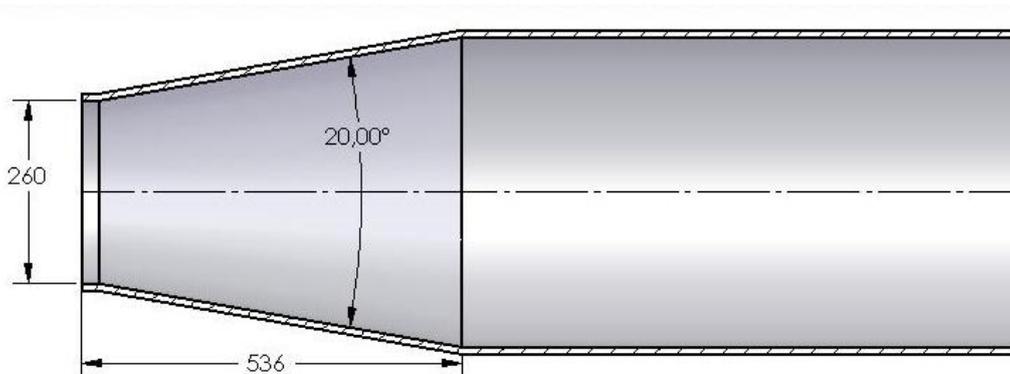


Figura 5.23: Dimensões da geometria utilizada por Clausen *et al* (1993). As dimensões estão em mm.

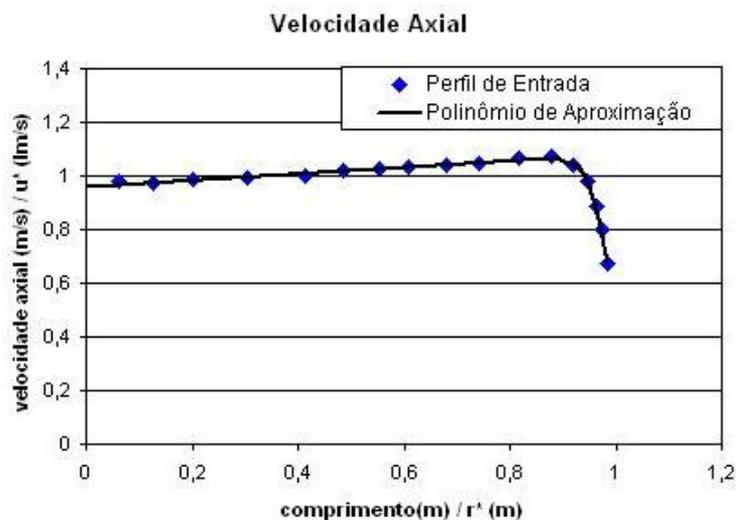


Figura 5.24: Aproximação numérica utilizada para o perfil de velocidade axial na entrada do difusor, onde os pontos em azul são os dados experimentais.

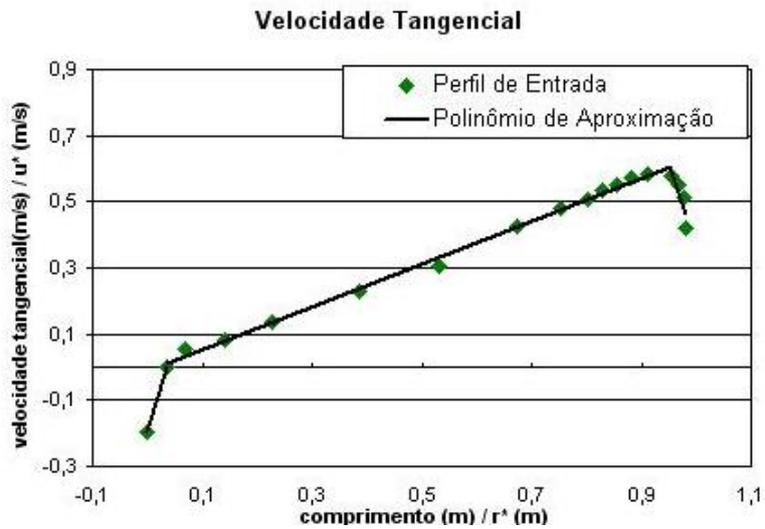


Figura 5.25: Aproximação numérica utilizada para o perfil de velocidade tangencial na entrada do difusor, onde os pontos em verde são os dados experimentais.

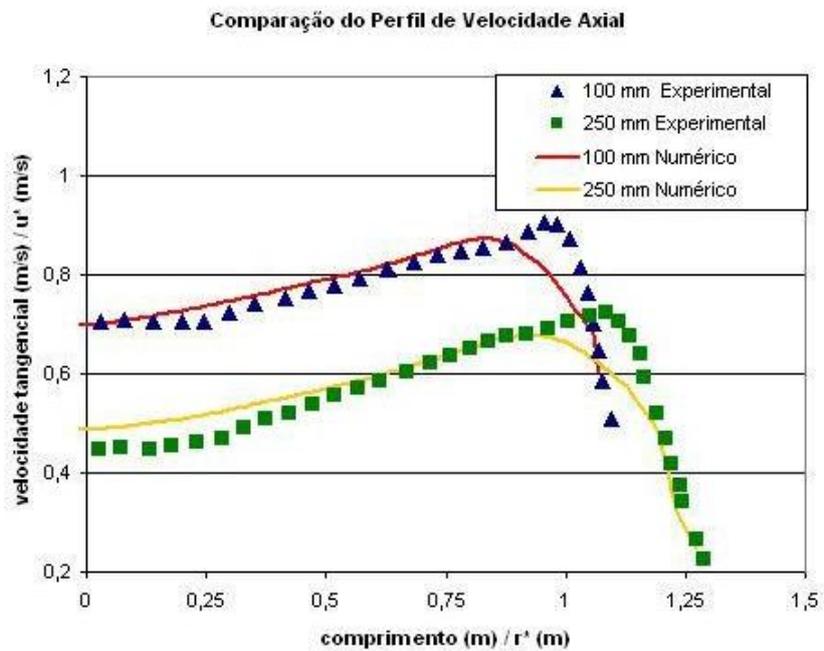


Figura 5.26: Perfis de velocidade tangencial para 100 mm e 250 mm.

Comparação do Perfil de Velocidade Tangencial

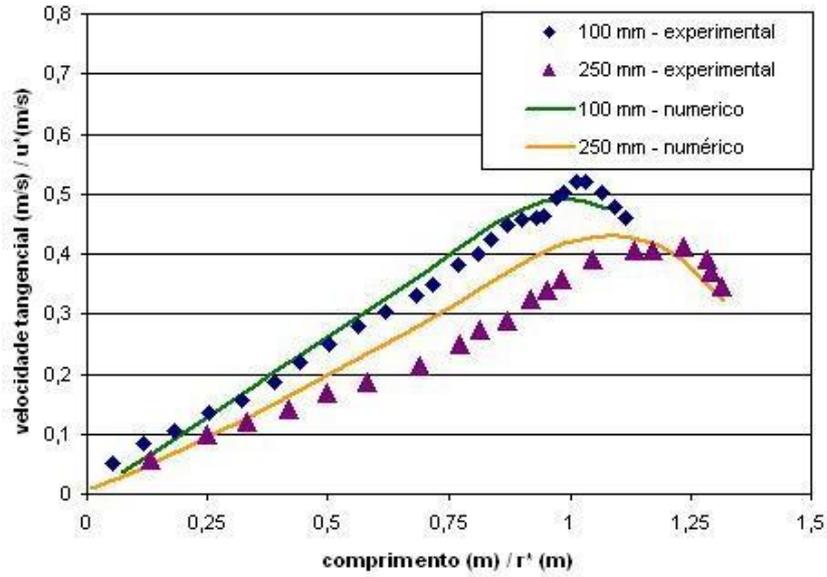


Figura 5.27: Perfis de velocidade tangencial para 100 mm e 250 mm.

Comparação de Pressão Recuperada

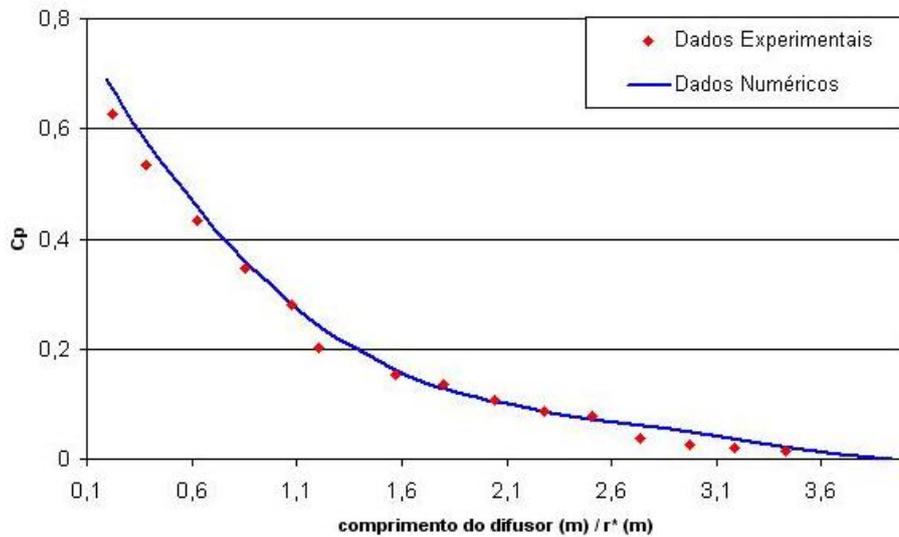


Figura 5.28: Comparação entre o Cp experimental e numérico.

Analisando essa variação de pressão na parede do difusor, pode-se perceber que inicialmente a pressão recuperada é muito grande, decaindo rapidamente. Esse rápido decréscimo se resulta devido a grande angulação usada nessa geometria.

O aparecimento de gradiente de pressão adverso pode ser notado através dos contornos de pressão, Fig. 5.29. Essa visualização tem um importante caráter para a análise do difusor, pois mostra o aumento da pressão ao longo do seu comprimento longitudinal.

A desaceleração da velocidade durante seu desenvolvimento pode ser visualizada na Fig. 5.30 que mostra os contornos de velocidade. Essa redução de velocidade se dá devido à mudança de área e pode ser explicada pela equação da continuidade

As linhas de corrente desse escoamento também são analisadas, onde na Fig. 5.31 tem-se as linhas de corrente e na Fig. 5.32 as linhas de cisalhamento na parede do difusor. Através dessas figuras, pode-se perceber que essa geometria realmente possui uma angulação total muito grande. Recirculações na parte central do escoamento não são percebidas, porém, essa grande angulação total acarreta separação na região próxima da parede. Esse descolamento torna-se perceptível após a metade do difusor.

A manifestação mais intensa do *swirl* se dá a montante do difusor, se suavizando nas regiões mais a jusante (Fig. 5.32). Na parte prolongada do difusor, percebe-se que o desenvolvimento se assemelha ao encontrado à jusante, mostrando que esse artifício de prolongar a parte final da geometria realmente torna o escoamento no interior do difusor menos suscetível às condições de contorno.

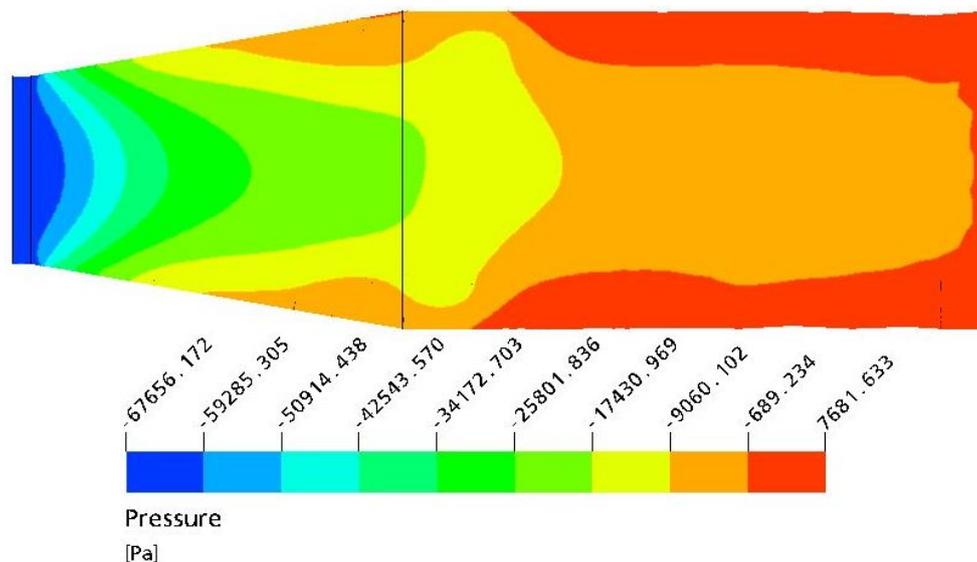


Figura 5.29: Contorno de pressão.

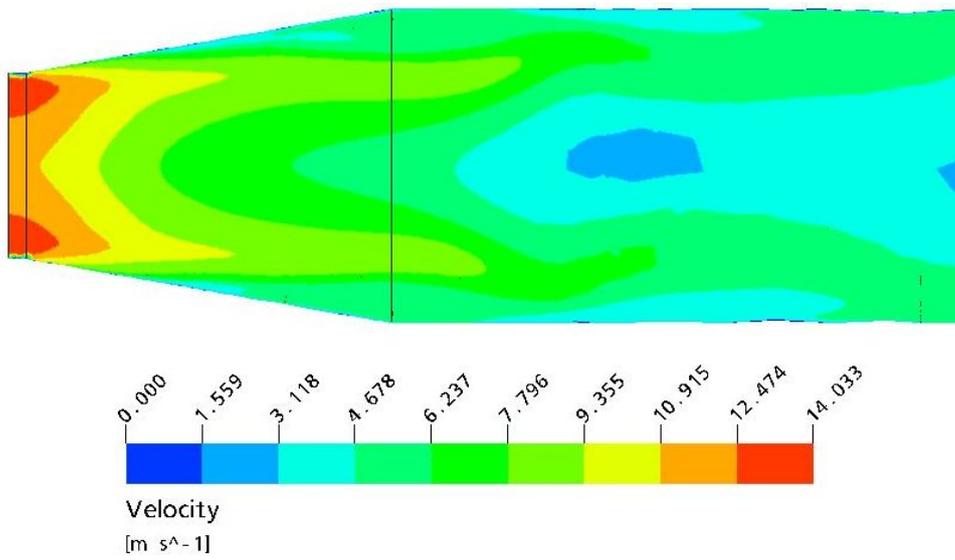


Figura 5.30: Contornos de velocidade.

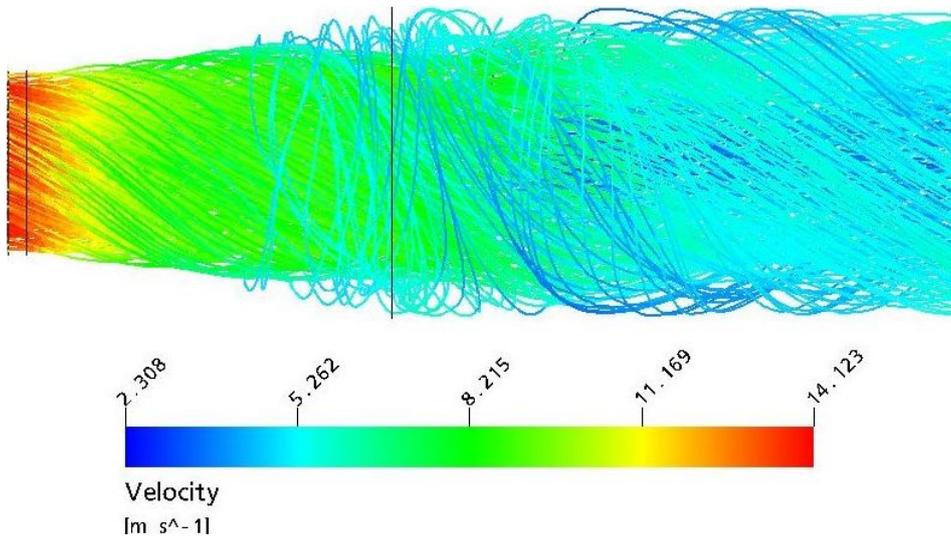


Figura 5.31: Linhas de corrente.

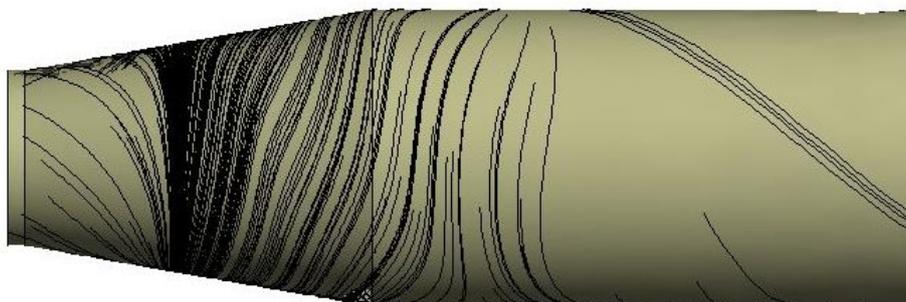


Figura 5.32: Linhas de cisalhamento na parede do difusor.

O número de *swirl* utilizado até o presente momento é de 0,59 e sua determinação se realiza pela razão entre a velocidade máxima tangencial e a média da velocidade axial na entrada do difusor, u^* . Fazendo-se a variação da velocidade tangencial, se tem uma variação do *swirl*. Os outros números de *swirl* analisados nesse trabalho são 0,29; 0,46; 0,73; e 0,87.

O desenvolvimento para os diferentes números de *swirl* se dá de forma diferenciada, conforme Fig. 5.33 a 5.37

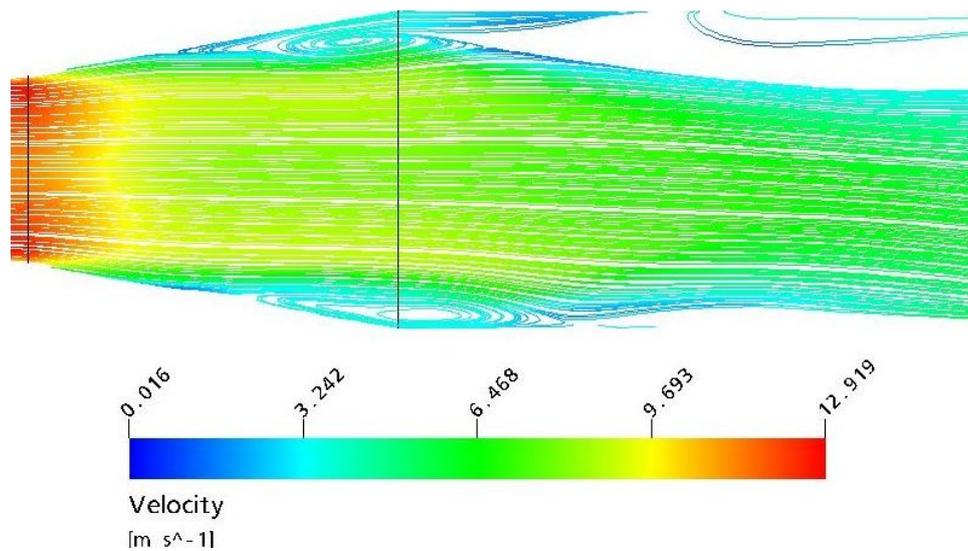


Figura 5.33: Desenvolvimento do escoamento para um número de *swirl* de 0,29.

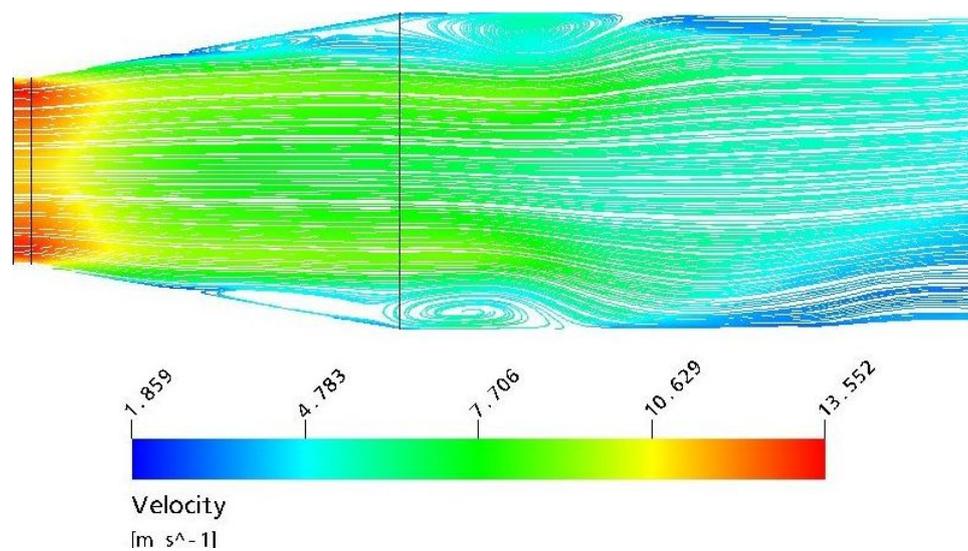


Figura 5.34: Desenvolvimento do escoamento para um número de *swirl* de 0,46.

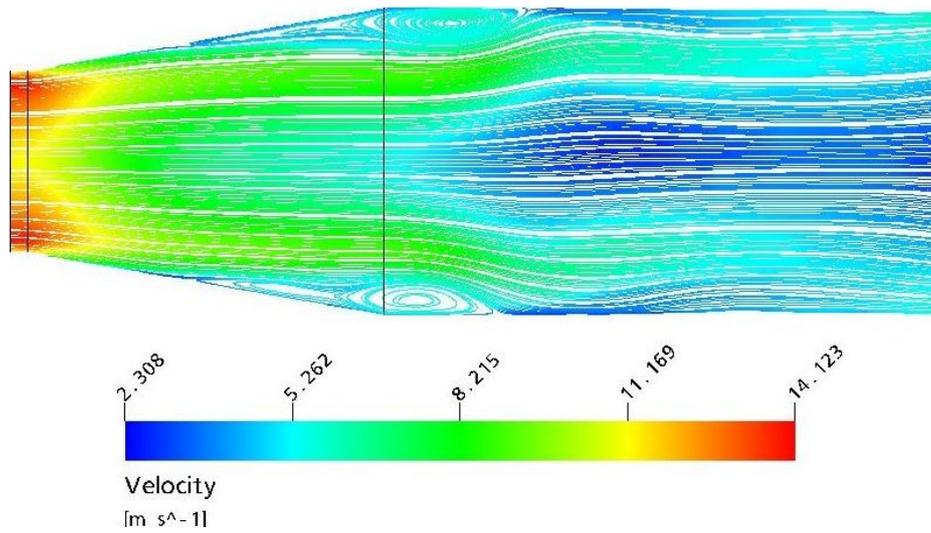


Figura 5.35: Desenvolvimento do escoamento para um número de *swirl* de 0,59.

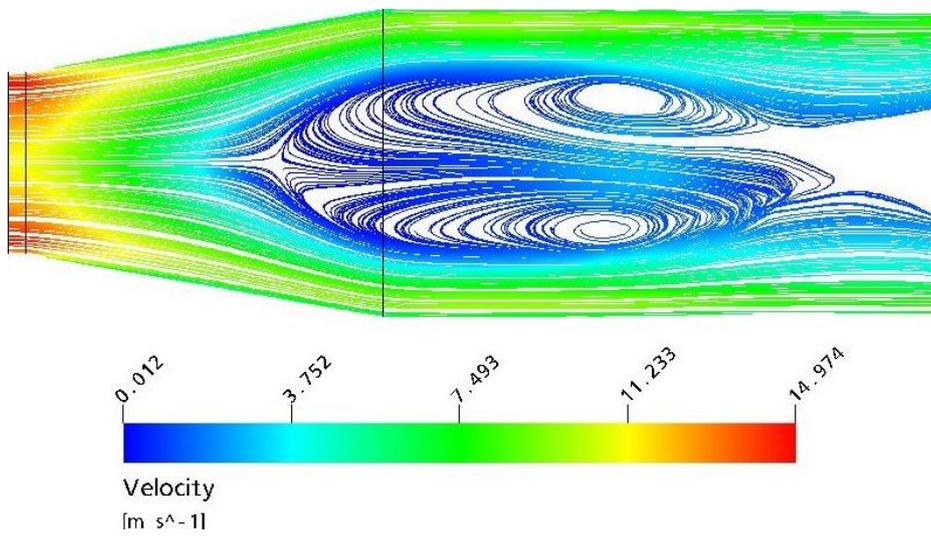


Figura 5.36: Desenvolvimento do escoamento para um número de *swirl* de 0,73.

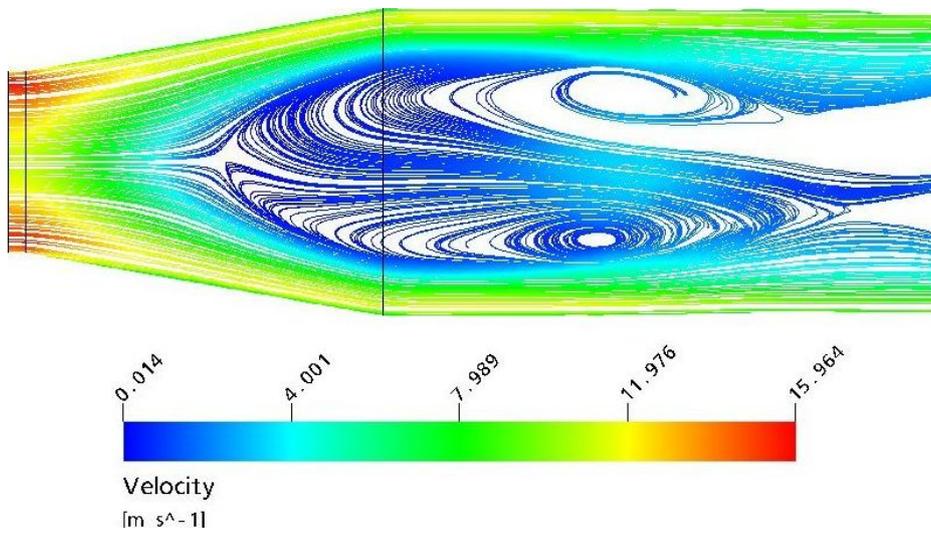


Figura 5.37: Desenvolvimento do escoamento para um número de *swirl* de 0,87.

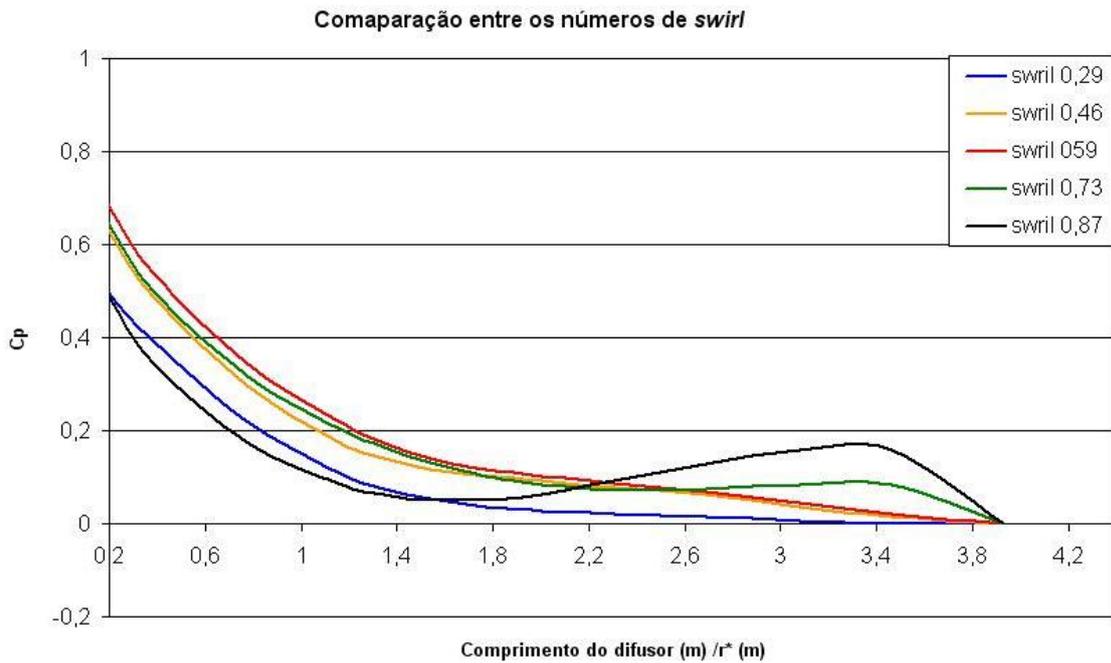


Figura 5.38: Comparação entre os C_p 's para os números de *swirl* analisados.

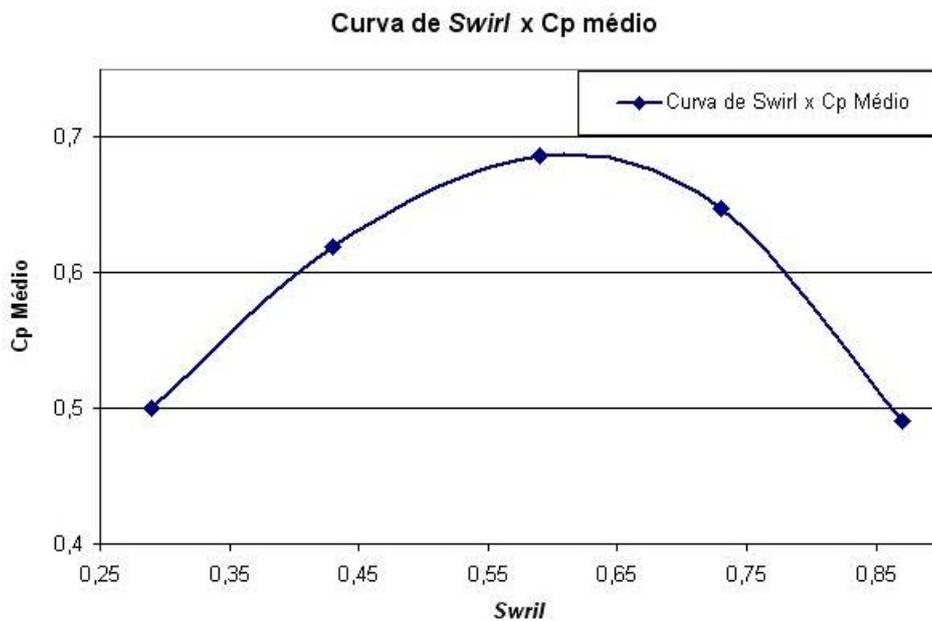


Figura 5.39: Curva da intensidade do número de *swirl* versus o coeficiente de pressão recuperada.

Conforme condição imposta na entrada, o aumento da velocidade tangencial resulta no aumento da intensidade do *swirl* e vice-versa.

Nas Fig. 5.33 e 5.34, a intensidade do giro do escoamento se apresenta de forma bem suave. Assim, o escoamento tem a tendência de se descolar da parede do difusor, diminuindo assim a sua capacidade de recuperar energia de pressão. A separação se torna perceptível após a metade da geometria. Esse descolamento já era esperado, uma vez que quando se trabalha com escoamentos sem *swirl*, a angulação total sugerida como sendo a “ótima” é de 7°. Blevins (1984) e Dixon (1998). Analisando a parte central do difusor, percebe-se que nessa região recirculações não são percebidas.

Nas Fig. 5.36 e 5.37, o alto número de *swirl* faz com que o escoamento literalmente “cole” na parede, fazendo com que nenhuma separação seja percebida, mesmo se tratando de uma angulação bem expressiva. Porém, essa alta intensidade do giro do escoamento, faz com que recirculações na parte central do escoamento sejam percebidas. Essa não homogeneidade do escoamento na parte central acaba acarretando um decréscimo no seu rendimento.

O número de *swirl* que apresenta um melhor rendimento é o analisado experimentalmente por Clausen *et al* (1993), Fig. 5.35. Percebe-se descolamento na parte final do difusor, mas em uma intensidade menor que nos outros exemplos analisados. Já na parte central, pode-se perceber que o escoamento se desenvolve normalmente, sem recirculações.

Uma comparação mais completa da eficiência dessas geometrias se dá na Fig. 5.38, onde o C_p para cada geometria é disposto. Como já era esperado, o escoamento que possui um melhor desenvolvimento possui um melhor rendimento. Essa maior capacidade de recuperar energia se deve à diminuída separação do escoamento e à recirculação inexistente na parte central do escoamento.

Uma importante conclusão que pode ser tirada se refere à comparação da importância do descolamento e da recirculação do escoamento. Analisando os dois extremos (número de *swirl* igual a 0,29 e 0,73) percebe-se que ambos possuem rendimentos parecidos mesmo possuindo diferentes causas para a baixa quantidade de pressão recuperada. Para os números de *swirl* mais elevados, percebe-se um aumento de rendimento na parte final. Esse “salto” do C_p recuperado se deve ao aumento de velocidade próxima da parede. Essa velocidade acentuada afeta o C_p porque a medida da pressão recuperada se realiza na parede do difusor.

Analisando a Fig. 5.38, pode-se fazer uma curva relacionando a intensidade do *swirl* com o coeficiente de pressão recuperada, conforme mostrado na Fig. 5.39.

5.2 SIMULAÇÃO DA MÁQUINA COMPLETA.

5.2.1 Simulação de Parte do Canal de tomada D'água.

Como explanado no Capítulo 2, faz-se a simulação completa da máquina para a obtenção dos resultados mais realistas no que se refere aos dados de entrada do tubo de sucção. Nas Figuras 5.40 e 5.41 têm-se o primeiro bloco da simulação, que é de parte do canal de entrada até o início do rotor. Nessa visualização apresenta-se a variação da pressão ao longo do bulbo da turbina e das pilastras de sustentação.

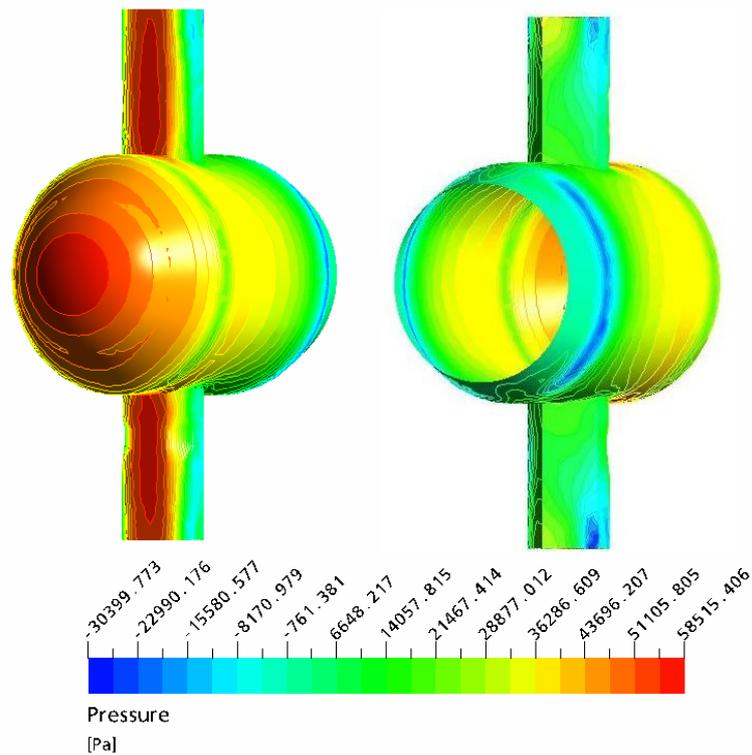


Figura 5.40: Variação da pressão no bulbo e nas pilastras de sustentação da turbina.

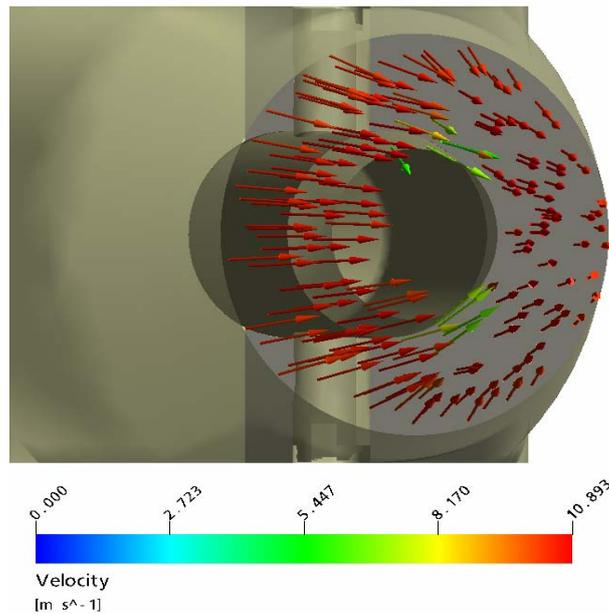


Figura 5.41: Velocidade na saída da primeira parte da simulação, a tomada d'água.

Através desse contorno de pressão, (Fig. 5.40) se tem uma idéia preliminar da espessura necessária das paredes, uma vez que o bulbo é uma das únicas partes da máquina onde a presença humana é possível estando a máquina em funcionamento.

Na Fig. 5.41, se tem a variação da velocidade do escoamento. Na parte final, percebe-se uma aceleração do fluido, que se dá devido à diminuição da área.

5.2.2 Simulação do Estator.

Nesse segundo bloco da simulação da máquina completa, utiliza-se a simulação anterior, onde os dados conseguidos (velocidade, localização, etc) são exportados e inseridos como condição de entrada dessa nova etapa do estudo.

A simulação do estator foi uma das que mais exigiu recursos computacionais no que diz respeito à geração da malha, visto que esse possui muitos detalhes, como ângulos pequenos, inúmeros perfis, pequena distância entre faces, etc. Essa complexidade se resume em uma grande densidade de malha (ver anexo B). Uma visualização da malha de superfície se mostra na Figura 5.42, onde se pode perceber o refinamento exigido para essa etapa.

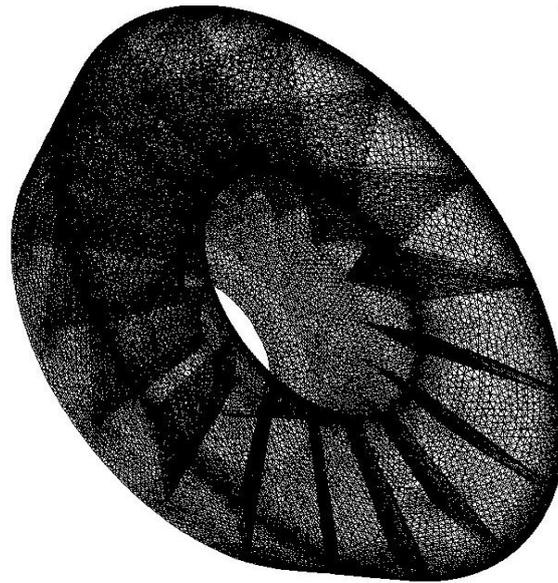


Figura 5.42: Malha de superfície do estator.

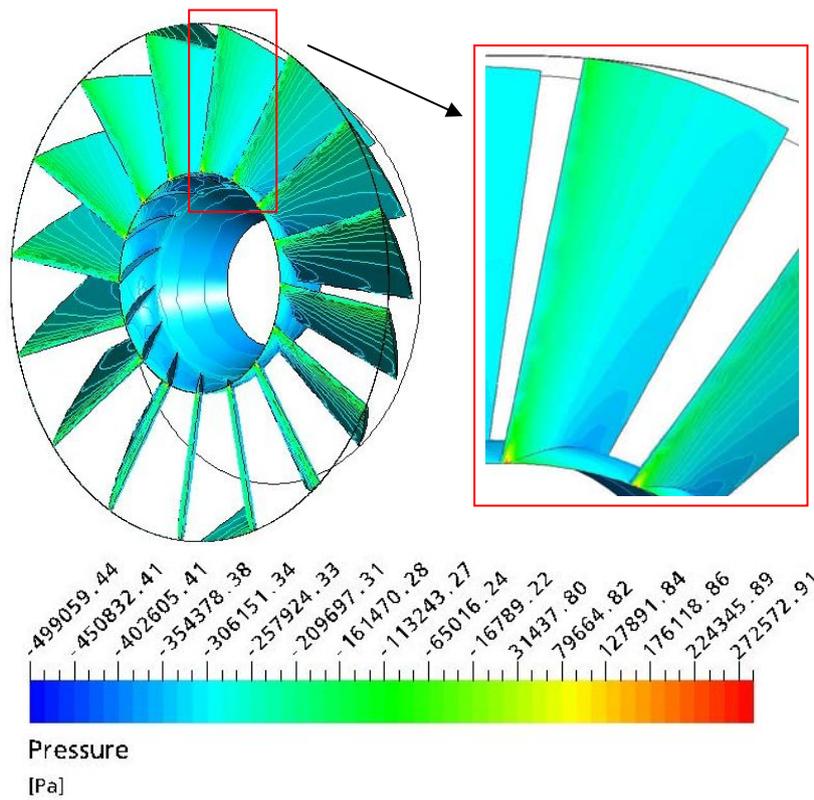


Figura 5.43: Variação da pressão na parte interior e nas pás do estator.

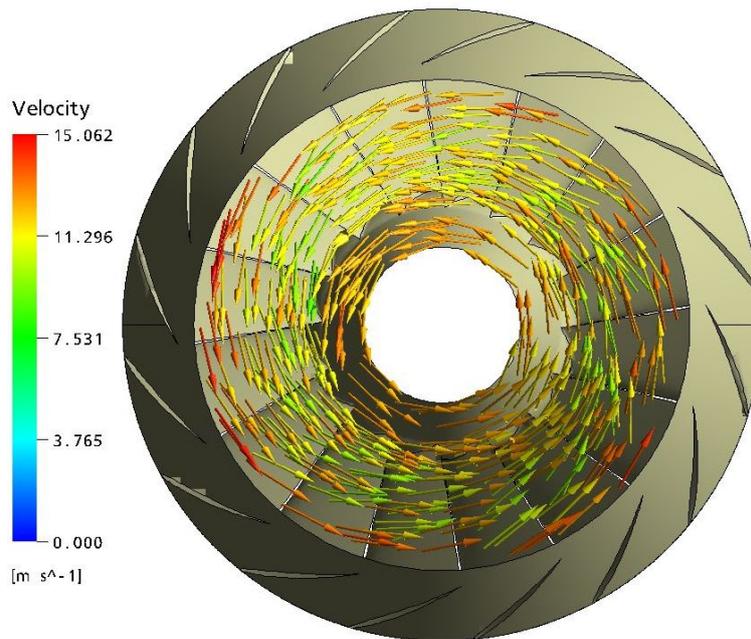


Figura 5.44: Movimento giratório na saída do estator.

O fluido passa pelo bulbo e se depara com as pás diretrizes. A função dessas pás é “ajustar” o ângulo de ataque do escoamento para que esse alcance o rotor de forma a não haver descolamento. Tanto as pás do estator como as do rotor são variáveis, onde uma varia em função da outra, ou seja, de acordo com a vazão existente “arruma-se” a angulação do estator e a do rotor. Essa variação dos ângulos é conhecida como curva de conjugação e é um dos inúmeros segredos de cada fabricante.

Nesse trabalho considera-se apenas o funcionamento “ótimo” da máquina e dessa forma tanto as pás do estator como as do rotor não sofrem variação na sua angulação.

Ilustração da pressão exercida nas pás pode ser vista na Fig. 5.43. Quando o escoamento adentra no distribuidor, ele é praticamente axial, sem rotação nenhuma. Passando pelas pás diretrizes, percebe-se a inserção do movimento giratório conforme visualização do escoamento na saída do estator, Fig. 5.44.

5.2.3 Simulação do Rotor.

Assim como na etapa anterior, se exporta os resultados obtidos com a simulação do estator e os usa como condição de entrada, lembrando que se faz uma mudança no referencial de fixo para móvel.

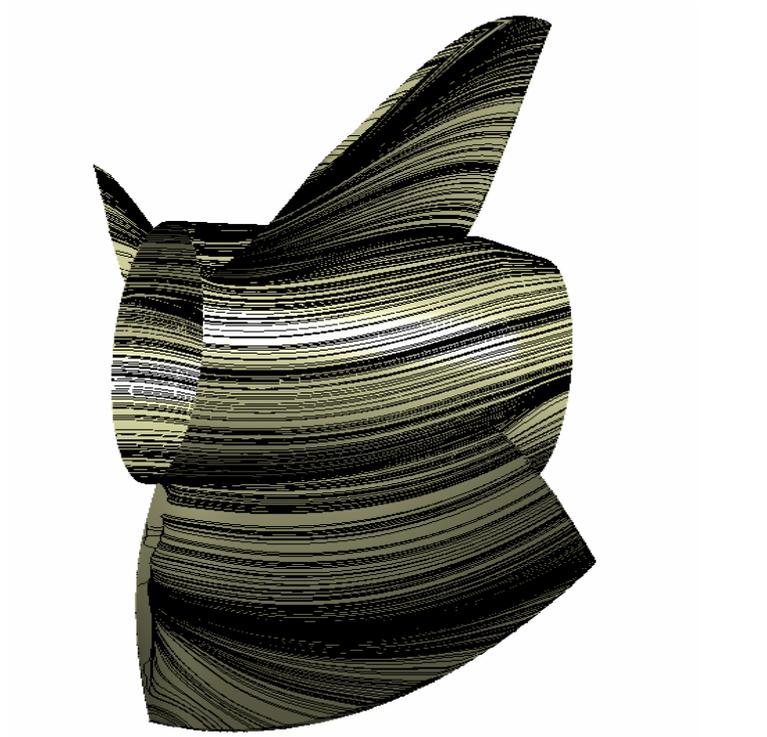


Figura 5.45: Linhas de cisalhamento na superfície do rotor.

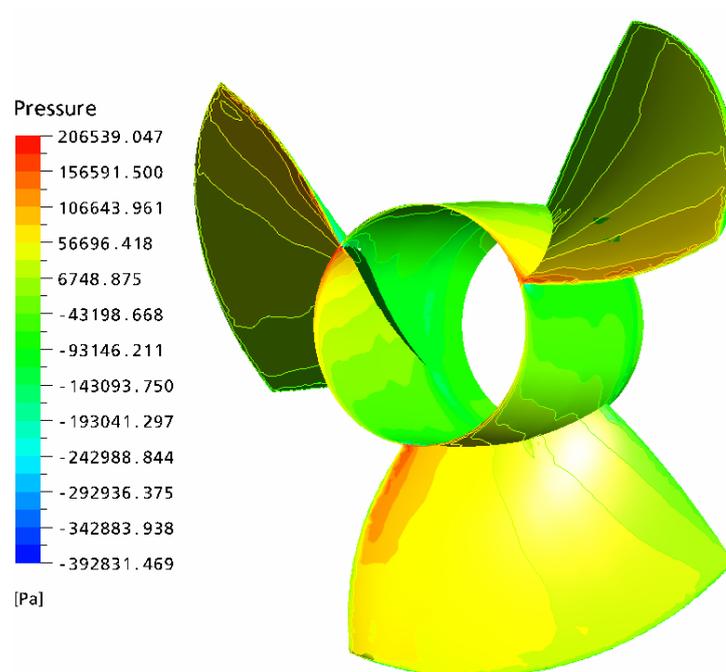


Figura 5.46: Variação de pressão ao longo da superfície do rotor.

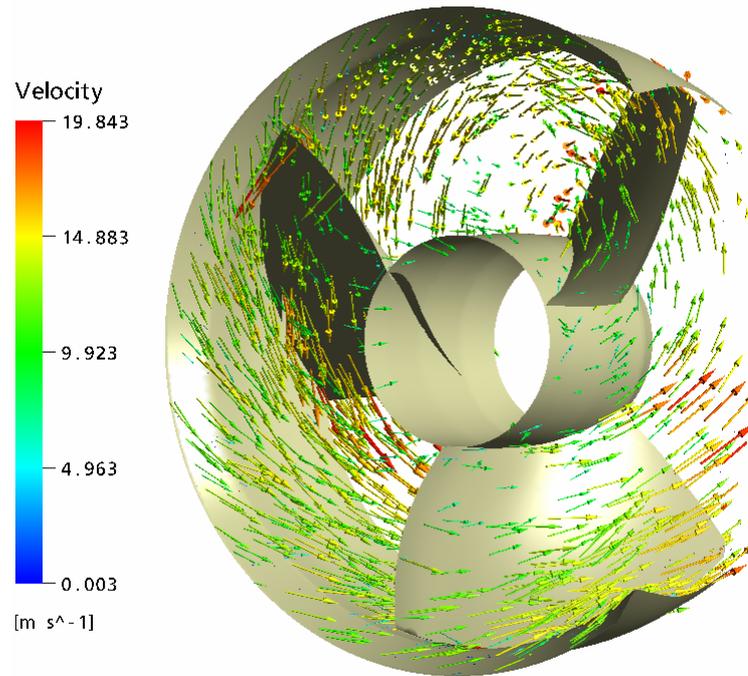


Figura 5.47: Desenvolvimento do escoamento passando pelo rotor.

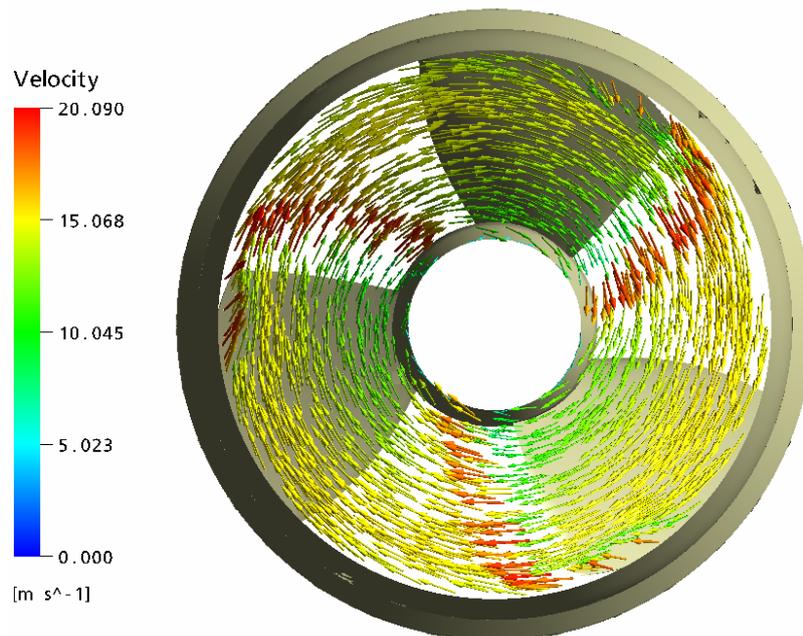


Figura 5.48: Velocidade na saída do rotor.

A simulação do rotor de uma máquina hidráulica é uma das tarefas de maior dificuldade, visto que muitos dados não são fornecidos (curva de conjugação, perfis das pás, etc). Como esses importantes parâmetros são desconhecidos, adota-se utilizar os cálculos oriundos do Macintyre *et al* (1983) para se determinar aproximadamente a angulação correta das pás.

Para se ter certeza de que essa é a angulação correta, adota-se o parâmetro do descolamento como referência. Assim, quanto menor o descolamento, melhor essa pá está “posicionada”. Na Fig.5.45 se mostra as linhas de corrente na superfície do rotor com o intuito de ilustrar o não descolamento do fluido.

Na Fig. 5.46 apresenta-se outro importante parâmetro de análise que é a variação da pressão encontrada ao longo da pá e da parte interna do rotor. Esse estudo se faz necessário porque, através dele se pode determinar preliminarmente a espessura mínima das pás.

A simulação completa da máquina se faz necessária para se obter a real condição dos componentes de velocidade que adentrarão no tudo de sucção, enfoque principal desse trabalho. Visualizações do desenvolvimento do escoamento (referencial móvel) e do seu comportamento na saída do rotor (referencial móvel) são mostradas nas Fig. 5.47 e 5.48, respectivamente.

Analisando a velocidade na saída se percebe a complexidade desse escoamento, onde a velocidade possui intensa componente tangencial, o que acarreta dificuldades para a sua formulação matemática.

5.2.4 Simulação do Tubo de Sucção.

A simulação do tubo de sucção faz-se em duas etapas. A primeira é de um tubo de sucção convencional e a outra é o da nova geometria proposta, explanadas no tópico abaixo. Nessa etapa, a mudança de referencial também se faz necessária, voltando ao referencial fixo.

5.2.4.1 Tubo de Sucção Convencional.

Realiza-se a simulação de um tubo de sucção convencional com o intuito de comparar os resultados com a nova geometria proposta. Para a determinação das dimensões, recorre-se à metodologia de Kovalev (1965) que sugere que o comprimento de um tubo de sucção tem a variação de três a cinco vezes o seu diâmetro de entrada. Na Fig. 5.49 se tem a geometria utilizada com suas dimensões, onde os valores estão em mm.

Essa simulação se realiza de forma análoga às anteriores, onde os resultados da simulação do rotor são exportados e utilizados como condição de entrada. Na Fig. 5.50 tem-se uma ilustração dessa condição de entrada.

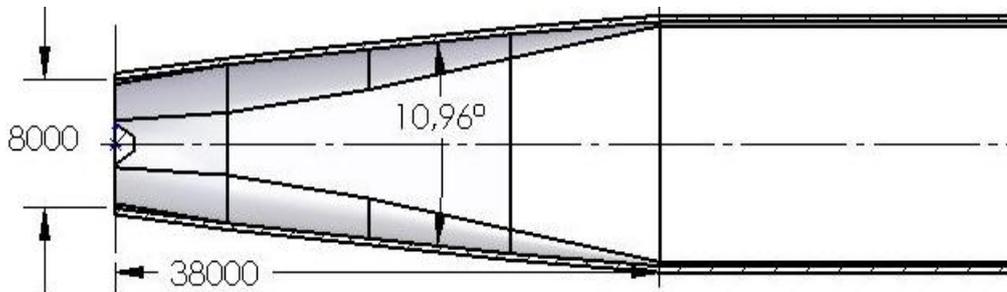


Figura 5.49: Tubo de sucção convencional com suas dimensões em mm.

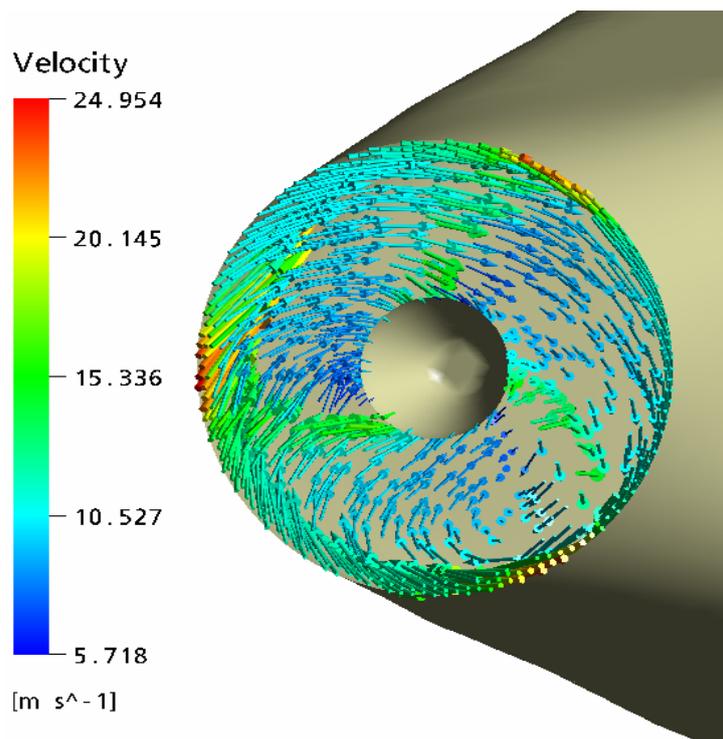


Figura 5.50: Velocidade na entrada do tubo de sucção.

Analisando o desenvolvimento do escoamento, Fig. 5.51, e as linhas de corrente 3D e na parede, respectivamente Fig. 5.52 e 5.53, percebe-se que o fluido não apresenta descolamento nem recirculações na parte central. Isso mostra que a intensidade do *swirl* pode ser considerada como “ótima”.

Esse tubo recuperador de energia consegue um C_p de 0,98. Isso já era esperado, uma vez que a angulação total escolhida é a padrão, utilizada por grandes fabricantes de turbinas tipo bulbo.

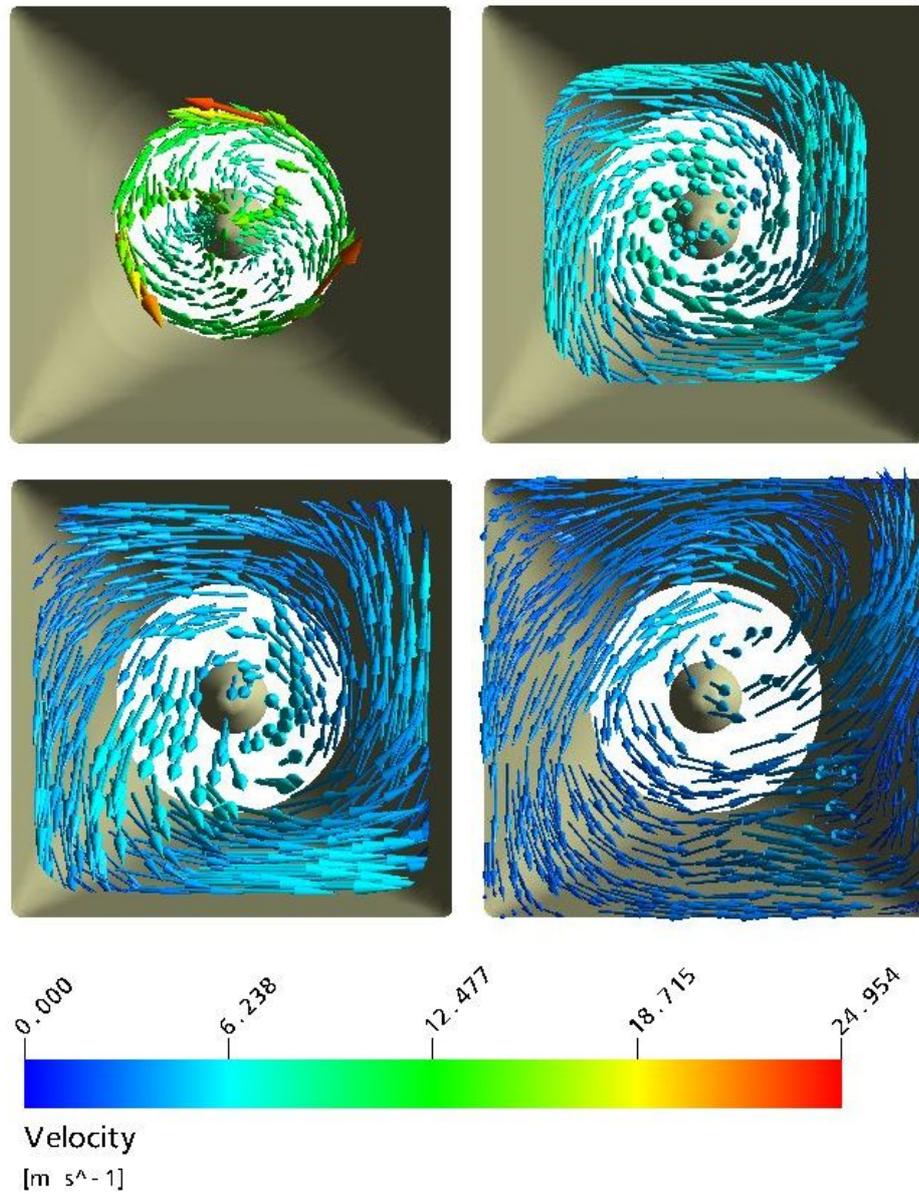


Figura 5.51: Desenvolvimento do escoamento na entrada, a 13m, 26m e 38 m.

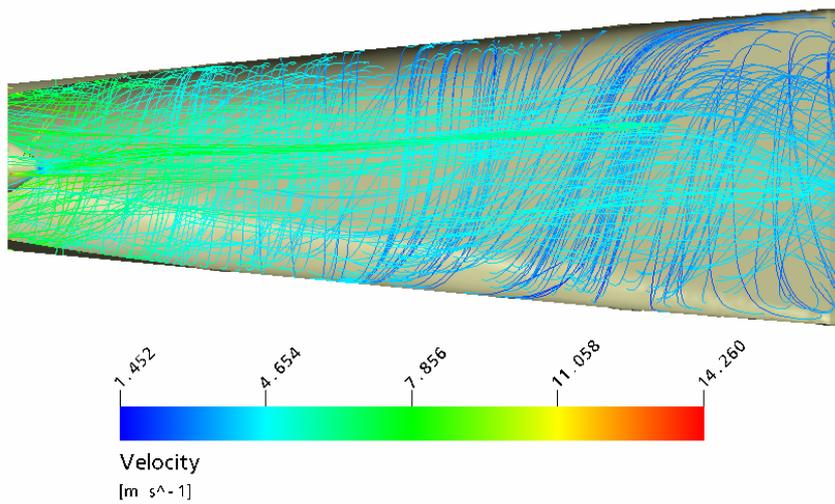


Figura 5.52: Linha de corrente no difusor convencional.

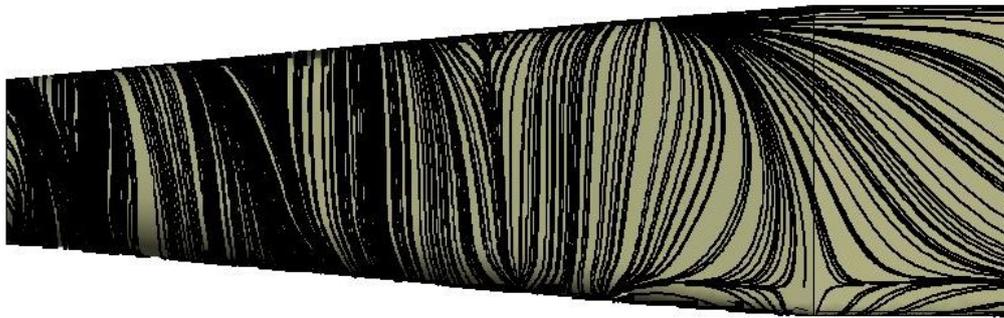


Figura 5.53: Linha de cisalhamento na parede do difusor convencional.

5.2.4.2 Tubo de Sucção Otimizado.

Parte central desse trabalho, a otimização se propõe com o intuito de diminuir o comprimento do tubo de sucção e assim, o custo da construção da turbina como um todo. O decréscimo conseguido se aproxima de 50%, ou seja, o tubo de sucção convencional possui comprimento de 38m enquanto que a nova geometria possui 20m.

Para que a comparação de resultados torne-se satisfatória, as relações de área (A_2/A_1) são mantidas constantes. A região A_1 não apresenta alteração nenhuma, enquanto que o formato geométrico da saída se modifica, conforme visualização apresentada na Fig. 5.54. Essa alteração se realiza para eliminar a geometria cônica existente na forma original, passando para um formato mais circular e dessa forma, ter-se uma menor perda de carga.

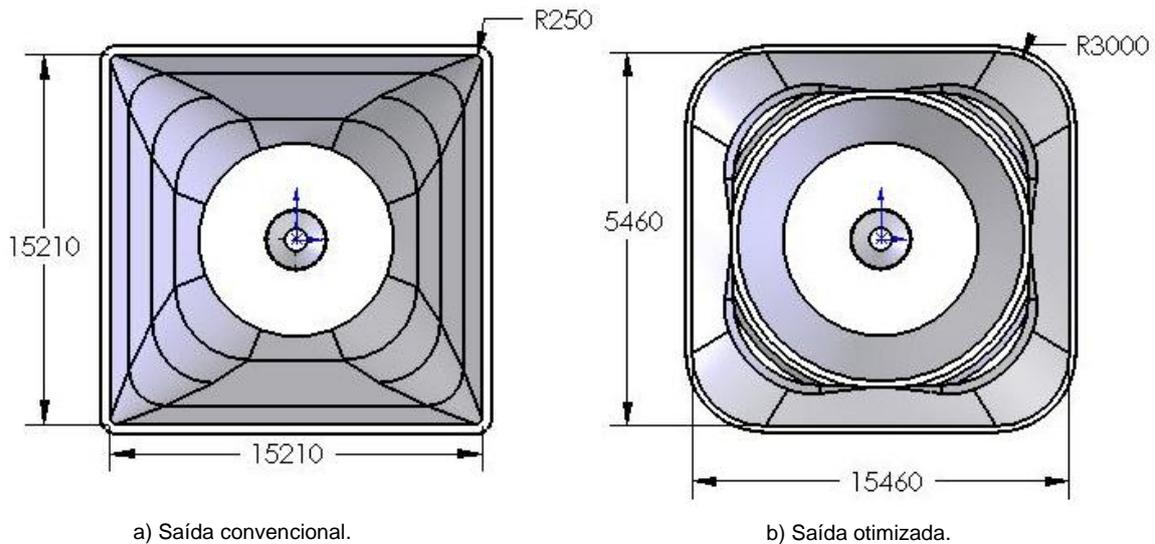


Figura 5.54: Comparação entre uma saída convencional do tubo de sucção (a) e a saída utilizada nesse trabalho (b).

Para manter a mesma relação de área, a angulação total apresenta um acréscimo grande no seu tamanho, resultando no descolamento da camada limite e/ou recirculações na parte central do difusor, conforme Fig. 5.55 e 5.56. Como explanado anteriormente, esses processos diminuem drasticamente o rendimento do tubo de sucção.

Quando ocorre o descolamento de camada limite, geralmente utiliza-se de dois métodos para o seu recolamento. O primeiro (utilizado na aviação) é através da sucção, enquanto que o outro método utiliza-se de uma injeção secundária, caso empregado nesse trabalho.

Inicialmente pretendia-se utilizar uma única entrada secundária de fluido para resolver tanto o problema do descolamento como o da recirculação na parte central, mas essa única entrada secundária se mostrou ineficiente.

Assim, adota-se inserir duas entradas secundárias. A primeira situada a aproximadamente a 15,3m da entrada e com vazão igual a 2% da máquina, com o intuito de evitar recirculações na parte central do escoamento. A outra entrada está situada a 16,8m da região da entrada e utiliza a vazão de 8% da vazão total da máquina. Por sua vez, essa entrada tem a função de evitar o descolamento da camada limite, Fig. 2.11.

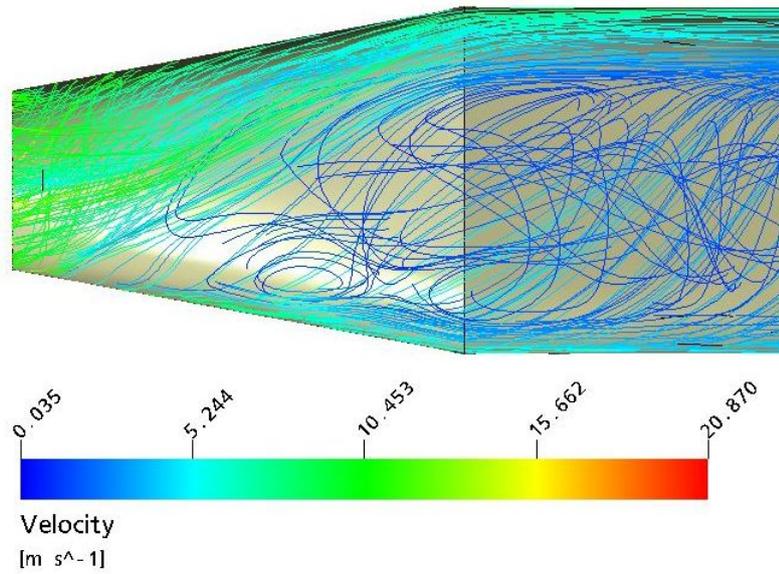


Figura 5.55: Linhas de corrente no tubo de sucção sem entradas secundárias.

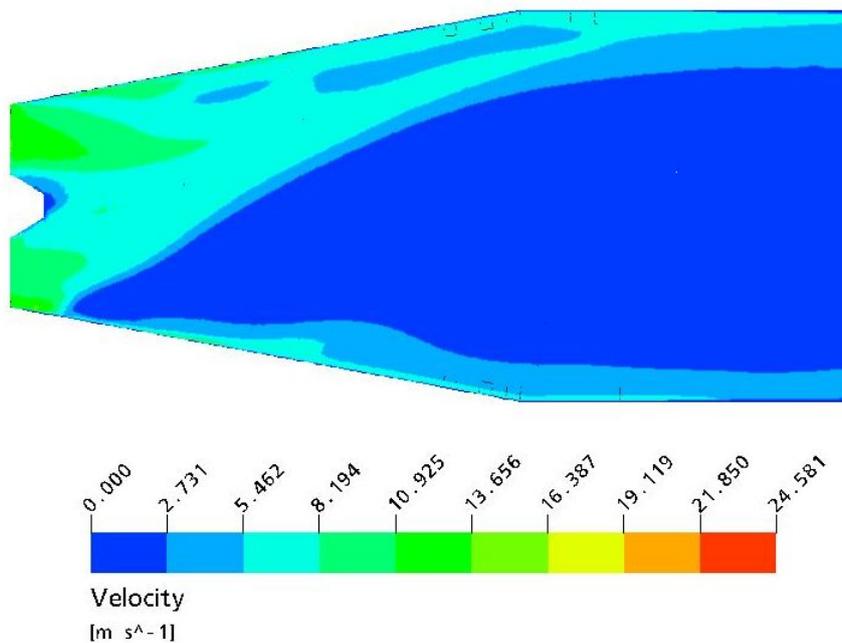


Figura 5.56: Contorno de velocidade no tubo de sucção sem entradas secundárias.

A escolha para se inserir essas entradas secundárias no escoamento se fez baseada em dois simples princípios. Se essa injeção de fluido for demasiadamente aproximada da região da entrada percebe-se a ocorrência de recirculação no centro do difusor. Se a distância entre a entrada secundária e a região final do difusor for diminuída, o fluido não terá espaço suficiente para recolocar a camada limite.

Pretende-se utilizar a menor quantidade de água possível. Assim, testa-se diferentes vazões para as entradas secundárias, 3, 5, 8 e 10% da vazão total da máquina. A que obteve melhor resultado foi a de 10%. Isso porque as outras vazões mostraram-se ter uma quantidade insuficiente de quantidade de movimento para fazer com que a camada limite voltasse a se colar à parede e/ou diminuir a recirculação existente na parte central do tubo de sucção.

Os formatos geométricos escolhidos para se fazer essas entradas secundárias se baseiam na relação geométrica da parte final do tubo de sucção. A primeira (circunferência) injeta água em toda a região do difusor, enquanto que a segunda injeta fluido em quatro regiões distintas, situadas nas localidades onde a transição da parte circular para a quadrada se mostra mais crítica (no que se refere ao descolamento da camada limite). Uma ilustração dessas entradas se mostra na Fig. 5.57.

Nas Fig. 5.58 e 5.59, mostram-se as linhas de corrente e o desenvolvimento do escoamento em 4 seções transversais do tubo de sucção, respectivamente. Percebe-se que o fluido escoou sem recirculações, comprovando que a vazão utilizada se mostra suficiente para o não aparecimento do descolamento e de recirculações na parte central.

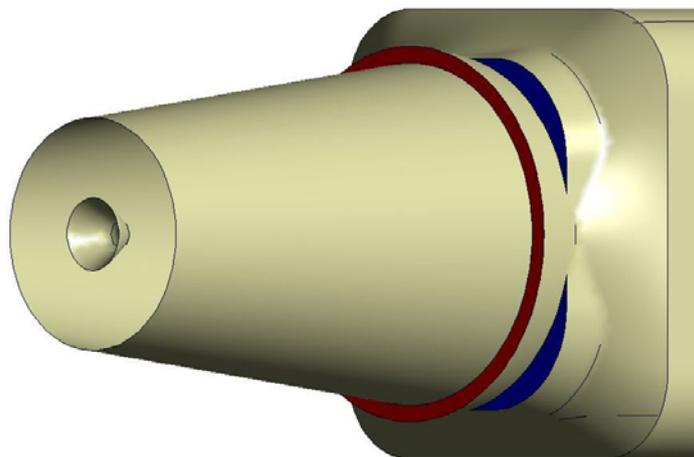


Figura 5.57: Ilustração das entradas secundárias, onde a primeira mostra-se na cor vermelha e a segunda na cor azul.

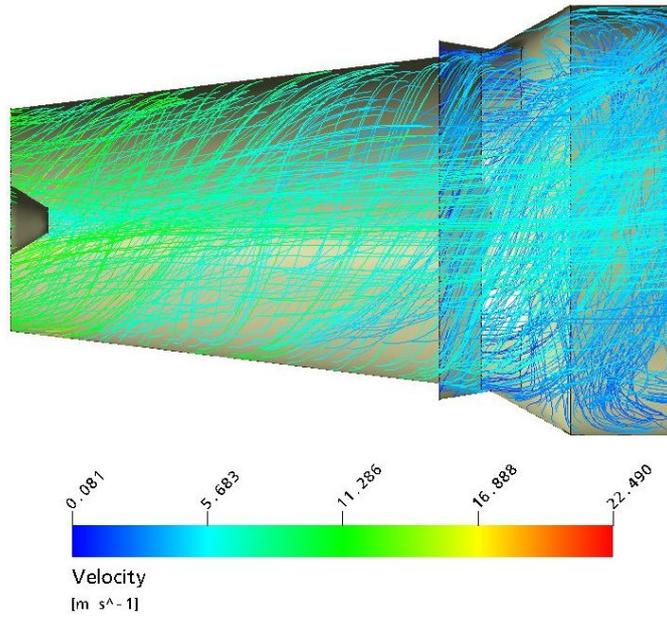


Figura 5.58: Linhas de corrente no tubo de sucção otimizado.

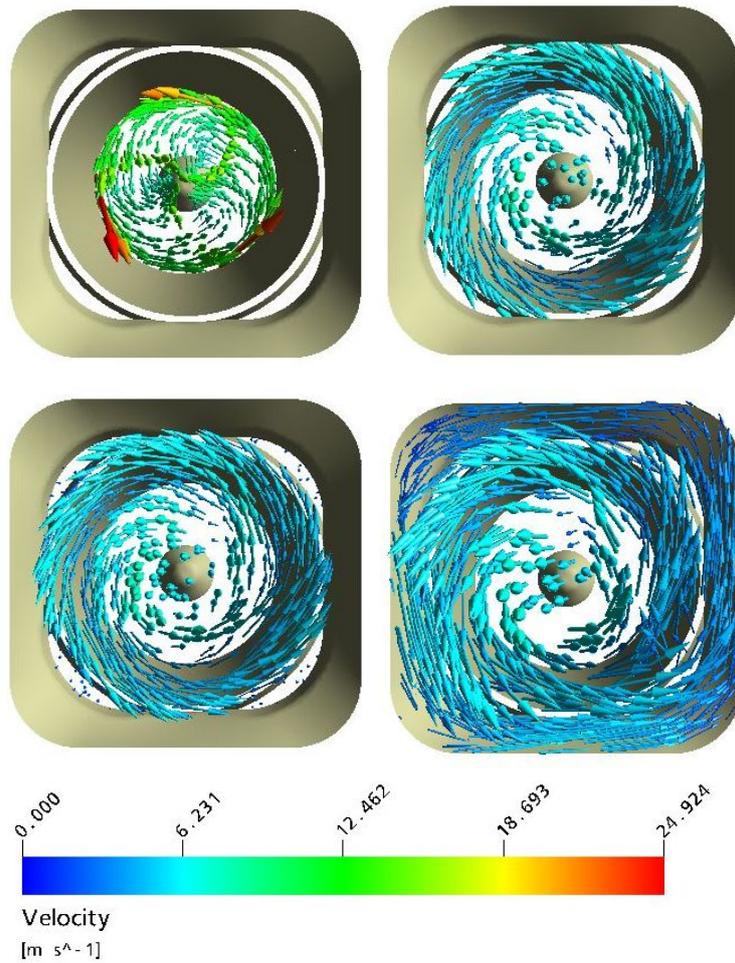
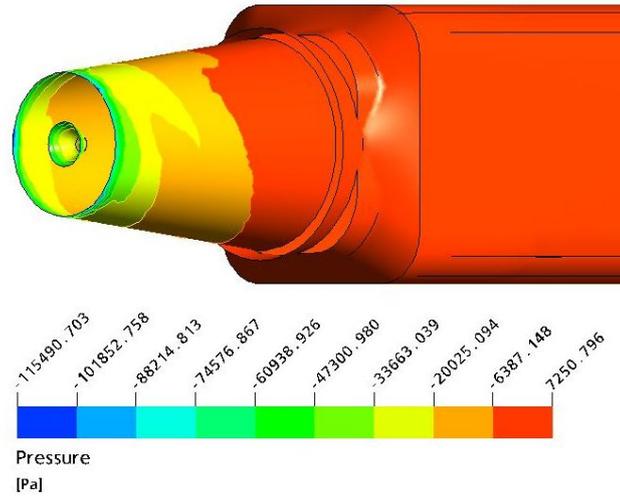
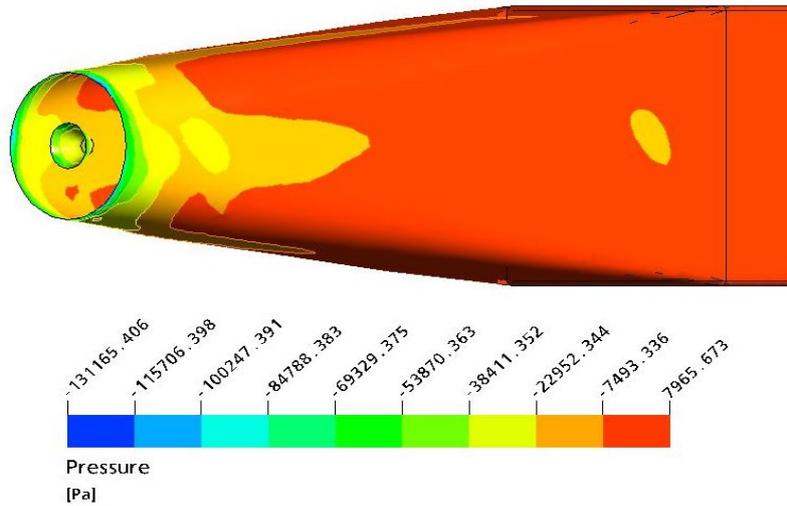


Figura 5.59: Desenvolvimento do escoamento do tubo de sucção otimizado, na entrada, a 15m, a 17m e a 20m.



Figuras 5.60: Variação de pressão na parede do difusor otimizado.



Figuras 5.61: Variação de pressão na parede do difusor convencional.

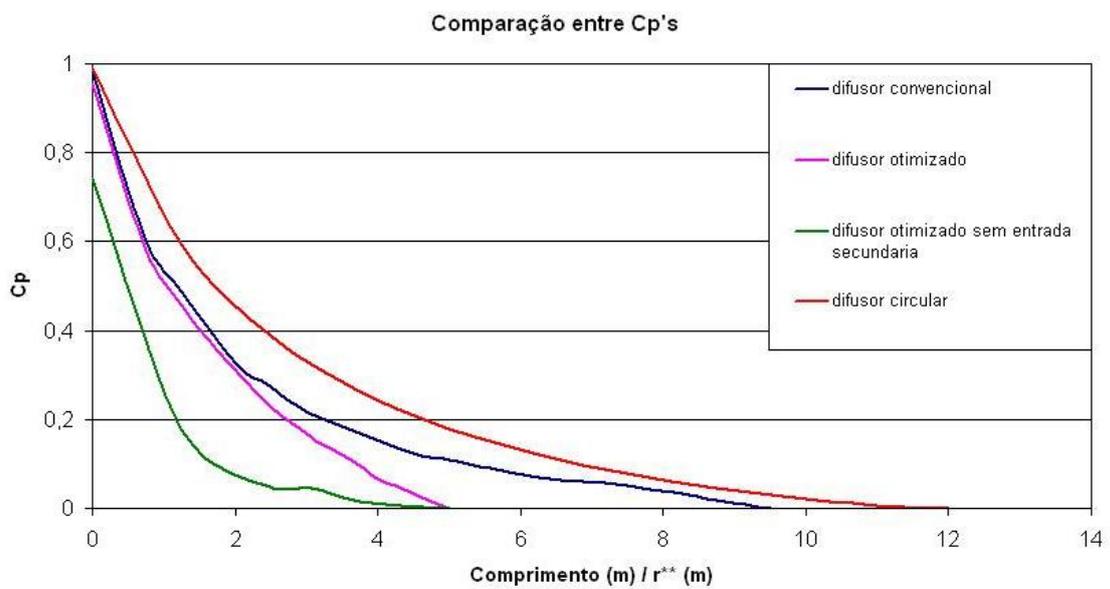


Figura 5.62: Comparação entre Cp's para quatro diferentes geometrias.

Tabela 5.2: Comparação entre os Cp's.

Geometria	Cp
Tubo de Sucção de Forma Cônica	0,99
Tubo de Sucção Convencional	0,98
Tubo de Sucção Otimizado	0,95
Tubo de Sucção Otimizado sem Injeção Secundária	0,74

Finalizando, tem-se que a pressão recuperada pela geometria otimizada do tubo de sucção apresenta bons resultados, uma vez que o Cp encontrado foi de 0,95, enquanto que o Cp para o tubo de sucção convencional foi de 0,98. Uma comparação entre os Cp's encontrados para um tubo de sucção com saída em forma cônica (simulado apenas para se ter esse parâmetro), convencional e o otimizado são mostrados na Tabela 5.2.

Nas Fig. 5.60 e 5.61 se mostra a variação de pressão na parede do difusor otimizado e na parede do difusor convencional, respectivamente. Na Fig. 5.62, tem-se a variação do Cp ao longo do comprimento do tubo de sucção, para as geometrias convencional, otimizada e a sem entradas secundárias, onde r^{**} é o raio da entrada do tubo de sucção.

6 CONCLUSÃO.

O presente trabalho teve a finalidade de propor uma nova geometria para o tubo de sucção da turbina tipo bulbo. Esse novo formato para o difusor sugere um decréscimo no seu comprimento com o intuito de diminuir os gastos com sua construção.

Na comparação e validação dos resultados, foram utilizados os *softwares* comerciais *SolidWorks 2004* para a geração das quatorze geometrias usadas e o ANSYS-CFX10 para as outras fases do trabalho, como imposição das condições de contorno, processamento e análise dos resultados obtidos.

O modelo de turbulência escolhido foi o SST (*Shear Stress Transport*). A escolha desse modelo foi feita levando em consideração a sua formulação, que é baseada nas melhores características de outros dois modelos de turbulência. Na região central do escoamento o modelo SST recorre à metodologia utilizada no modelo κ - ϵ e nas localidades próximas à parede vale-se da formulação do κ - ω .

Antes de “atacar” diretamente a hipótese desse trabalho, várias validações foram requeridas com o intuito de comprovar a eficiência desse modelo de turbulência, visto que o estudo de tubo de sucção exige um método bem acurado.

A primeira análise quanto à efetividade do modelo de turbulência escolhido foi realizada em difusores com distintas angulações e sem *swirl*. O trabalho utilizado como referência foi o de Blevins (1984) e o parâmetro adotado para a análise foi o descolamento da camada limite. Nessa fase inicial, o SST apresentou resultados bem satisfatórios, porém esse estágio exigiu simulações transientes visto que à medida que a angulação do difusor era ampliada, recirculação na saída do mesmo era encontrada tornando o escoamento pulsante, prejudicando assim a convergência.

Posteriormente, passa-se à nova fase de validação onde o *swirl* é inserido no estudo. Nessa etapa, utilizam-se os dados experimentais oriundos de Clausen *et al.* (1993) e o parâmetro adotado nessa comparação foi a pressão recuperada (C_p) pelo difusor. Analisando os dados obtidos, observa-se que o modelo de turbulência escolhido apresenta resultados mais uma vez satisfatórios.

Ainda nesse estágio de validação, realiza-se um estudo para determinar a influência da variação do *swirl* no desenvolvimento do escoamento e obteve-se como

resultado um fato bem interessante. Se o *swirl* for incrementado o C_p diminui, e se o *swirl* tiver um decréscimo o C_p também apresenta uma redução, o que fez-nos concluir a existência de um “*swirl* ótimo” para o escoamento e geometrias analisadas.

A máquina escolhida para se fazer a análise fica situada no estado de Arkansas, EUA, possui potência de 20 MW e foi fabricada pela Voith Hydro Inc. Seu estator e rotor possuem 16 e 3 pás respectivamente e sua queda nominal é de 5,029m. Alguns importantes parâmetros não são fornecidos, como a espessura das pás, seus perfis, etc. Dessa forma utiliza-se da literatura para a construção desses componentes.

Visando desenvolver as tarefas sem a utilização de computadores de grande poder de cálculo, faz-se a simulação da máquina como um todo em blocos. A análise foi realizada em quatro estágios: parte do canal de entrada chegando até o início do estator, estator, rotor e tubo de sucção.

Na simulação da parte da tomada d’água, utilizaram-se como condições de contorno a soma da pressão estática e dinâmica para a entrada e a vazão para a saída.

Passando ao próximo estágio, realiza-se a simulação do estator. Esse estudo necessita de um elevado tempo computacional, visto que a geometria possuía muitos ângulos reduzidos. Como a angulação exata das pás é desconhecida, optou-se por utilizar os parâmetros sugeridos na literatura, Kovalev (1965) e Zulcy (1966). Esse correto posicionamento das pás é muito importante, pois esse é que vai determinar a correta posição das pás do rotor para que se encontre o melhor rendimento possível. Nessa etapa e na posterior, utiliza-se da parte final da simulação anterior para condição de entrada e vazão para o parâmetro de saída.

Logo após ter iniciado a rotação do fluido, esse se depara com o rotor, que tem suas pás anguladas de forma que o escoamento as encontre da forma mais suave possível, isto é, “colando” na superfície das pás. Esse foi o parâmetro utilizado para se ter certeza de que as pás estavam bem posicionadas, sem que o ângulo de ataque fosse muito agressivo ou muito ameno. Também é importante salientar que nessa etapa do trabalho uma mudança de referencial foi feita, passando do referencial fixo para o referencial móvel.

Finalmente, após todos esses estágios, consegue-se determinar as reais condições aproximadas de entrada do escoamento no tubo de sucção, fator imprescindível para a análise central dessa dissertação. Nessa etapa final, utilizam-se as seguintes condições de contorno: parte final da simulação do rotor como entrada e pressão de referência como saída, lembrando que o referencial mais uma vez é alterado

voltando a ser considerado o fixo e não mais o móvel como na simulação do bloco anterior.

Com o intuito de comparação, inicialmente faz-se a simulação com um tubo de sucção de forma cônica. Esse obteve um coeficiente de pressão recuperada (C_p) de 0,99. Esse foi o parâmetro escolhido para determinar o desempenho do tubo de sucção, pois permite analisar a recuperação da pressão efetuada pelo mesmo. Por problemas de construção sabe-se que esse tipo de tubo de sucção é irreal. Assim, faz-se a simulação de um tubo de sucção convencional, mantendo a mesma relação de área (A_1/A_2) onde a geometria da saída (A_2) é um quadrado. Novamente resultados bem satisfatórios são encontrados, com C_p de 0,98. Esses resultados já eram esperados, visto que essas geometrias possuem angulação/formato padrão nas turbinas em funcionamento.

Se o tubo de sucção convencional possui um C_p em torno de 0,96 porque muda-lo então? Nesse ponto, recorre-se à hipótese dessa dissertação: diminuir o comprimento do tubo de sucção mantendo como base as suas relações de área e o seu poder de recuperar pressão.

Após todo estudo realizado, essa hipótese mostrou-se verdadeira. A primeira alteração realizada foi no formato geométrico da saída do tubo de sucção, não sendo mais quadrado, e sim semi-circunferência no lugar dos ângulos retos. Mas a grande mudança praticada foi no decréscimo do comprimento do mesmo, em aproximadamente 50%. Para se chegar nesse valor, utiliza-se do artifício oriundo das turbinas hidrocinéticas: injeções secundárias no escoamento. Essas novas entradas foram inseridas com o intuito de “recolar” a camada limite que descola por causa da expansão brusca da geometria, e também porque à medida que essa geometria é expandida, os vórtices vão acompanhando esse aumento brusco, ocasionando assim recirculação no centro da geometria. Esses dois fatores diminuem drasticamente a pressão recuperada pelo tubo de sucção. Por exemplo, essa mesma geometria sem injeção secundária tem um C_p de 0,74 enquanto que a nova geometria otimizada para o tubo de sucção tem um C_p de 0,95.

Fez-se a análise dessa injeção secundária com cuidadosamente, pois essa precisava ser inserida de forma criteriosa. Se o fluido for injetado antes do ponto adequado, percebe-se um escoamento perfeito junto à parede, mas com uma recirculação considerável na parte central. Se a inserção de fluido for realizada muito próxima da região da saída do tubo de sucção, percebe-se que a entrada secundária não

terá espaço necessário para “recolar” a camada limite, também ocasionando recirculação.

A forma como essa injeção seria realizada também precisou ser estudada, pois se a mesma fosse inserida de forma paralela ao eixo da turbina, o seu desempenho próximo da parede seria excelente, mas no centro seria encontrar-se-ia recirculação. Modificando a forma como o fluido adentra no tubo de sucção, direcionando-o ao centro, percebe-se um escoamento central sem recirculações, mas com inúmeros vórtices próximos à parede.

Para solucionar esses “problemas” dividi-se a entrada secundária em duas regiões distintas. A primeira situada a aproximadamente 15,3m da entrada e com 2% da vazão, direcionada mais ao centro do escoamento para impedir que zonas de recirculação na parte central do tubo de sucção fossem formadas. A outra, a 16,8m da entrada e com uma vazão de 8% direcionada paralela à parede para impedir a formação de vórtices. Essa segunda injeção realiza-se somente nas regiões “circulares” do tubo de sucção e não em todo o seu perímetro como a primeira inserção de fluido. Essa escolha foi realizada porque eram nessas áreas que a formação de vórtices era mais acentuada.

Concluindo, tem-se que a hipótese de diminuir o comprimento de um tubo de sucção é válida, mesmo utilizando aproximadamente 10% da vazão. De acordo com análises realizadas, essa entrada secundária utilizaria fluido já turbilhonado, ou seja, água já passada pelo rotor. Com um afogamento de aproximadamente 1m do tubo de sucção, já se atingiria a pressão total necessária para succionar fluido para dentro do tubo de sucção e assim, reutilizar a água.

6.1 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS.

Essa dissertação servirá como base para uma nova corrente de estudos no LEA (Laboratório de Energia e Ambiente), visando uma metodologia para modelagem e simulação de máquinas axiais. Abaixo, algumas idéias para futuros trabalho são citadas:

- Simulação do escoamento em regime transiente – nesse trabalho, somente algumas simulações foram efetuadas considerando-se a variação temporal. Em estudos futuros, todo o trabalho poderia ser realizado nessas condições visto que quando se desconsidera o termo variacional do tempo faz-se uma simplificação, podendo assim acrescentar uma margem de erro na solução;

- Falta de resultados experimentais para as comparações – para as turbinas tipo bulbo, tem-se uma grande dificuldade de encontrar na literatura dados experimentais, onde através desses pode-se determinar os perfis de velocidade em função do comprimento, a variação da pressão ao longo da parede, etc;
- Análise de Cavitação – o estudo desse tema é imprescindível quando se fala de turbinas hidráulicas. Assim, a inserção dessa no tema analisado engrandeceria bastante esse trabalho;
- Estudo de malha – um estudo de malha, assim como dos elementos (tetraédricos, hexaédricos, etc.) seria interessante para realmente consolidar os resultados;
- Determinação do decaimento do *swirl* – uma análise desse tópico seria bem inovadora, visto que nem estudos numéricos nem experimentais sobre o decaimento do *swirl* de tubos de sucção de turbinas bulbo foram encontrados na literatura;
- Cooperação universidade/empresa privada – uma maior parceria entre o poder privado e o público facilitaria as comprovações dos resultados, visto que dessa forma, teríamos dados exatos para comparação como perfis, espessura das pás, etc.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- Armfield S. W., Cho N. and Fletcher A. J., 1990, Prediction of Turbulence Quantities for Swirling flow in Conical Diffusers, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Vol. 23, No 3 , pp. 453 - 460.
- Azad R. S. and Kassab, S. Z, 1989, Turbulent flow in a conical diffuser: Overview and implications, American Institute of Physics, A 1 (3), pp.564 – 573.
- Apsley D. D., and Leschziner M. A., 1999, Advanced Turbulence Modeling of Separated Flow in a Diffuser, Flow, Turbulence and Combustion, Vol. 63, pp. 81-112.
- Avelan F., Mauri S. and Kueny J. L., 2000, Numerical Prediction of the Flow in a Turbine Draft Tube Influence of the Boundary Conditions, ASME 2000 Fluids Engineering Division Summer Meeting, Boston, Massachusetts, USA, 7 p.
- Balanço Energético Nacional, 2005, Ministério de Minas e Energia.
- Blevins R. D., 1984, Applied Fluid Dynamics Handbook, Van Nostrand Reinhold Company, England, 145 p.
- Berstrom J. and Gebart R., 1999, Estimation of Numerical Accuracy for the Flow Field in a Draft Tube, International Journal of Numerical Methods for Heat & Fluid Flow, Vol. 6, No. 4 pp. 472-486
- Clausen, P. D., Koh, S. G. and Wood D. H., 1993, Measurement of a Swirling Turbulent Boundary Layer Developing in a Conical Diffuser, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 6, pp. 39-48.
- CFX, 2005, Manual Guide – V.10, CFX International, AEA Technology, Harwell, Didcot, Oxon, UK.
- Dixon S. L., 1998, “Fluid Mechanics and Thermodynamics of Turbomachinery”, Butterworth-Heinemann, England.
- Escoamentos Transicionais e Turbulentos. In A. Silveira-Neto and S. S. Mansur (Eds.), Turbulência, Volume 2, pp. 1–72. ABCM, Rio de Janeiro.
- Experimental Studies of a Confined Turbulent Swirling Flow, Physics of Fluids, Vol. 16, No 9 pp. 3306-3326.
- Edwards, R. J., Jambunathan K., Button B. L. and Rhine J. M., 1993, A Comparison of Two Swirl Measurement Techniques, Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 6, pp. 5-14.

- Fox R. W. and McDonald A. T., 1995, *Introdução a Mecânica dos Fluidos*, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A.. Rio de Janeiro, 661p.
- Fontoura Rodrigues, J. L. A. F., 2003,. *Escoamentos Turbulentos Parietais*. In A. Silveira Neto and S. S. Mansur (Eds.), *Turbulência*, Volume 2, pp. 151–199. ABCM, Rio de Janeiro.
- Garg, V. K. and Ameri A. A., 2001, *Two-equation Turbulence Models for Prediction of Heat Transfer on a Transonic Turbine Blade*, *International Journal of Heat and Fluid Flow*, Vol. 22, pp. 593-602.
- Gotjans H., 2001, *Simulation of Draft Tube Flow with CFX*, Second ERCOFTAC Workshop on Draft Tube Flow, Vattenfall Utvercling AB, Älvkarleby, Sweden.
- Hac, C, 1983, *Calculation of Various Diffuser Flows with Inlet Swirl and Inlet Distortion Effects*, *American Institute of Aeronautics and Astronautics*, Vol. 21, No 8 , pp. 1127 – 1133.
- Henry P., 1992, *Turbomachines Hydaruliques*, Presses Polytechniques et Universitaires Romandes, França, 407p.
- Iaccarino G., 2000, *Prediction of the Turbulent Flow in a Diffuser with Commercial CFD Codes*, *Annual Research Briefs 2000*, pp. 271-279.
- Ishizaka, K., Wakazono S., Yuri M. and Takahashi R., 2003, *CFD Studies of Industrial Gas Turbine Exhaust Diffusers*, *Proceeding of International gas Turbine Congress*, Tokyo.
- Japikse D,2000, *Correlation of Annular Diffuser Performance with Geometry, Swirl, and Blockage*, 11Th Thermal and Fluid Analysis Workshop, Cleveland, Ohio.
- Kovalev, N. N., 1965, *Hydroturbines – Design and Construction*, Israel Program for Scientific Translation, Jerusalém, 680p.
- Labrecque Y., Sabourin M. and Deschênes C., 1996, *Numerical Simulation of a Complete Turbine and Interaction Between Components, Modeliling, Testing & Monitoring for Hydro Poweplants*, Lausanne, Switzerland.
- Maliska, C. R., 2002, *Transferência de Calor e Mecânica dos Fluidos Computacional.*, Livros Técnicos e Científicos Editora S. A.. Rio de Janeiro, 424p.
- Massé B., Page M. Magnan R. and Giroux A. M., 1999, *Numerical Simulations: A Tool to Improve Performance of Hydraulic Turbines*, *WaterPower 99, Hydro Future: Tecnology, Markets and Policy*, Las Vegas, Nevada, USA.

- Moura, M. D. ,2003, Modelagem e Simulação Numérica do Escoamento Turbulento em Tubos de Sucção de Turbinas Kaplan., Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasil, 139p.
- Menter, F. R., Kuntz, M., e Langtry, R., 2003, Ten years of industrial experience with the SST turbulence model, *Turbulence, heat and Mass transfer* 4,8 p.
- Macintyre, A. J., 1983, Máquinas Motrizes Hidráulicas. Editora Guanabara Dois S. A., Rio de Janeiro, 649p.
- Noletto, L. G.,2005, Comunicação Interna, Universidade de Brasília, Brasil .
- Puente L. R., Reggio M. and Guibault F. 2001, Automatic Shape Optimization of a Hydraulic Turbine Draft Tube, *Departament of Mechanical Engineering*, 6 p.
- Silveira Neto, A.,2002a,. Fundamentos da Turbulência nos Fluidos. In A. P. S. Freire, P. Menut, and J. Su (Eds.), *Turbulência*, Volume 1, pp. 3–48. ABCM, Rio de Janeiro.
- Silveira Neto, A., 2002b, Simulação de Grandes Escalas de Escoamentos Turbulentos. In A. P. S. Freire, P. Menut, and J. Su (Eds.), *Turbulência*, Volume 1, pp. 157–188. ABCM, Rio de Janeiro.
- Silva Freire, A. P., 2002, Equações do Movimento e Resultados Assintóticos Aplicados à Teoria de Camada Limite. In A. P. S. Freire, P. Menut, and J. Su (Eds.), *Turbulência*, Volume 1, pp. 49–99. ABCM, Rio de Janeiro.
- Shuja S. Z. and Habib M. A., 1996, Fluid Flow and Heat Transfer Characteristics in Axissymmetric Annular Diffusers, *Computers & Fluids*, Vol. 25, No 2 pp. 133-150.
- Silvestrini, J. H., 2003, “Simulação Numérica Direta e de Grandes Escalas de Escoamentos Transicionais e Turbulentos”. In A. Silveira-Neto and S. S. Mansur (Eds.), *Turbulência*, Volume 2, ABCM, Rio de Janeiro, Brasil. pp. 1 – 72.
- Tamm A., Gugau M and Stoffel B., 2002, Experimental and 3D Numerical Analysis of the Flow Field in Turbomachines Part I, *International Congress on Quality Assessment of Numerical Simulations in Engineering*, University of Concepcion, Chile.
- Wilcox, D. C., 1993,. *Turbulence Modelling for CFD*. DWC Industries Inc., La Canada, 460p.
- White F. M., 1994, *Fluid Mechanics*, McGraw-Hill, Inc., London, 736p.

- Zandonade, P. S. K., 1999, Modelos Não-Lineares do Tensor de Reynolds na Simulação de Escoamentos no Interior de Geometrias Curvas. Dissertação de Mestrado, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasil, 163p.
- Zulcy S, and Bran R.,1987, Máquinas de Fluxo: Turbinas, Bombas, Ventiladores, Ao Livro Técnico, Rio de Janeiro, 262p.

Apêndice A SIMULAÇÃO DO TUBO.

A.1. PARÂMETROS UTILIZADOS NA SIMULAÇÃO DO TUBO.

A validação do modelo de turbulência foi realizada em fases, onde primeiramente faz-se um estudo em difusores com diferentes angulações sem *swirl*. No novo estágio do trabalho, insere-se o *swirl* e analisa-se a influência de sua variação para o desenvolvimento do escoamento.

Para a parte inicial das validações utilizam-se como condições de contorno as seguintes especificações:

- Entrada – componentes de velocidade exportadas da simulação do tubo;
- Parede – lei de parede automática;
- Saída – pressão de referência.

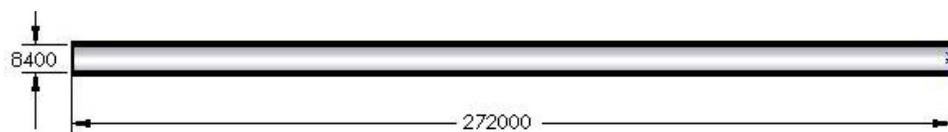


Figura A1: Dimensões do tubo. Todas as unidades estão em milímetros.

A simulação do tubo (Fig. A1) é requerida para que se obtenham condições mais realistas na entrada, visto que no experimento utilizado como referência (Dixon *et al.* (1998)) foi realizado tendo escoamento turbulento totalmente desenvolvido à entrada do difusor. Para que um perfil turbulento de velocidade média desenvolva-se completamente é necessário entre 25 a 40 diâmetros dos tubos contados a partir da entrada (Fox *et al.* (1988)). Dessa forma, utilizou-se aproximadamente 33 vezes o diâmetro de entrada.

Na Fig. A2 tem-se uma visualização da velocidade utilizada nas simulações posteriores.

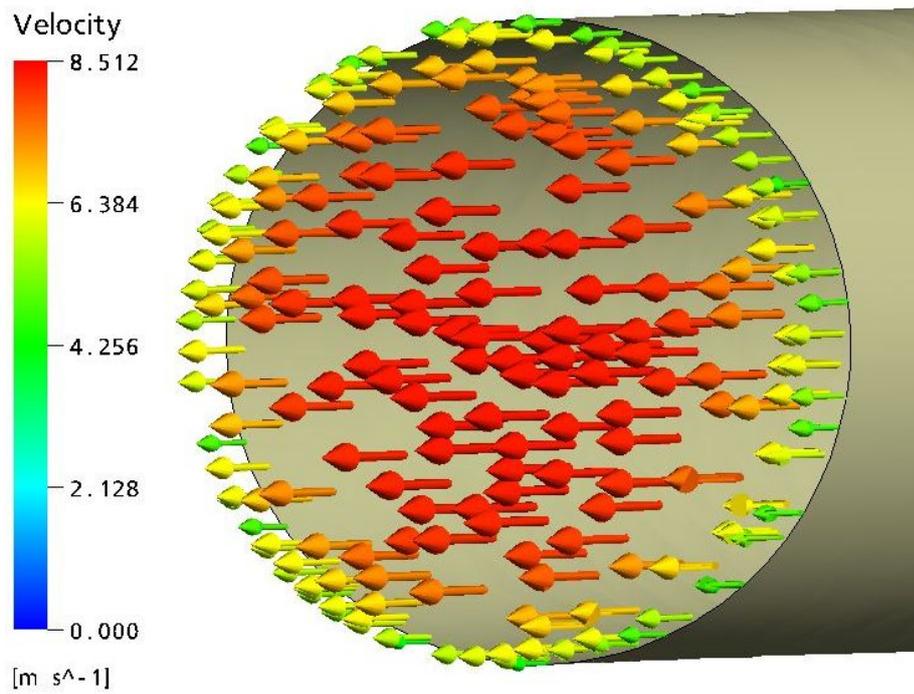


Figura A2: Vetores indicando a velocidade na saída do tubo.

Apêndice B PARÂMETROS UTILIZADOS.

B.1. PARÂMETROS UTILIZADOS NAS SIMULAÇÕES.

Um dos principais parâmetros iniciais a ser analisado em uma simulação é a malha. Um bom refinamento da malha resulta em resultados mais precisos, além de facilitar a convergência do caso analisado. Os pontos “chaves” na análise de um bom refinamento da malha são:

- Regiões de refinamento da malha – proximidade da parede, curvatura da geometria, etc.;
- Qualidade dos elementos de malha – ângulo entre os vértices e deformação dos elementos;
- Quantidade de elementos utilizados para se discretizar a geometria.

Em problemas de simulação numérica, geralmente se faz um estudo da malha onde duas ou três discretizações da geometria são analisadas. Porém, essa metodologia é válida quando se trabalha com uma única geometria, fato que não ocorre nessa dissertação. Nesse trabalho, utilizam-se quatorze geometrias, utilizadas para a validação do modelo de turbulência (com e sem *swirl*); simulação da máquina bulbo completa e comparação entre difusores convencionais e a geometria proposta. Com tantas geometrias, torna-se inviável fazer o estudo de malha em todas, dessa forma baseiam-se nas validações com métodos experimentais (quando disponíveis), na bibliografia em referência e na experiência adquirida para analisar se uma malha está apresentando resultados realmente satisfatórios.

As malhas foram geradas levando em consideração a complexibilidade do problema e o fato de que a partir de um determinado momento, o refinamento da malha já não é mais necessário. Dessa forma, adota-se trabalhar dentro do intervalo de um a dois milhões de elementos, com exceção da simulação do duto (apêndice A). Alguns exemplos de malhas utilizadas nesse trabalho são mostrados na Fig. B.1. e na Tab. B.1 tem-se todos os dados referentes à malha.

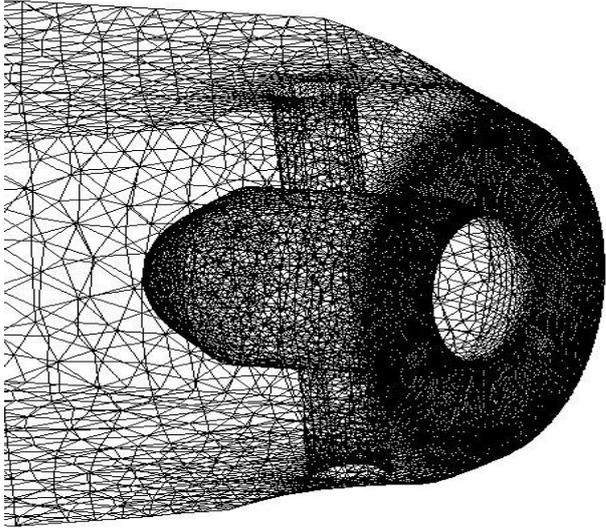
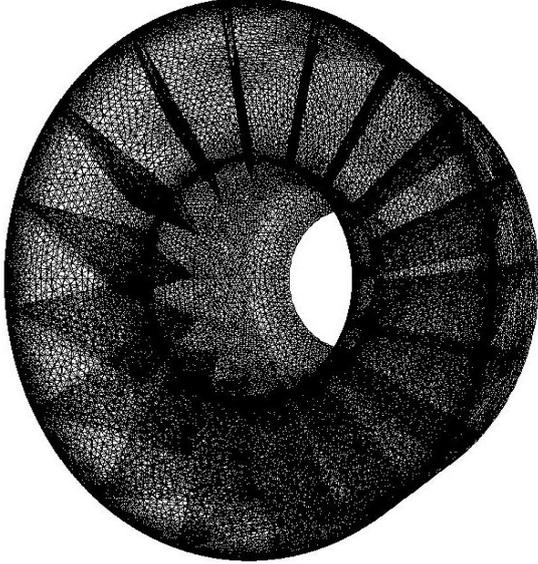
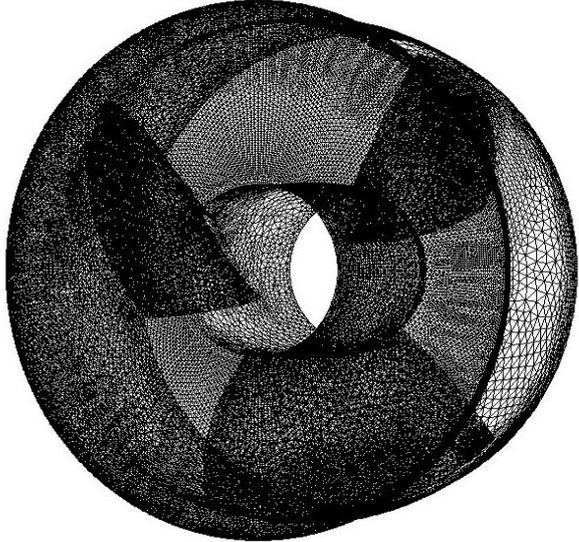
	<p>Tomada d'água</p> <p>Número de Elementos: 848655 Número de nós: 156333</p> <p>Elementos</p> <p>Forma de Tetraedro: 848655 Forma de Cunha (<i>wedge</i>):0 Forma de Pirâmide: 0</p>
	<p>Estator</p> <p>Número de Elementos: 1789341 Número de nós: 344430</p> <p>Elementos</p> <p>Forma de Tetraedro: 1789341 Forma de Cunha (<i>wedge</i>):0 Forma de Pirâmide: 0</p>
	<p>Rotor</p> <p>Número de Elementos: 1576647 Número de nós: 298070</p> <p>Elementos</p> <p>Forma de Tetraedro: 1576647 Forma de Cunha (<i>wedge</i>):0 Forma de Pirâmide: 0</p>

Figura B.1 – Continuação ...

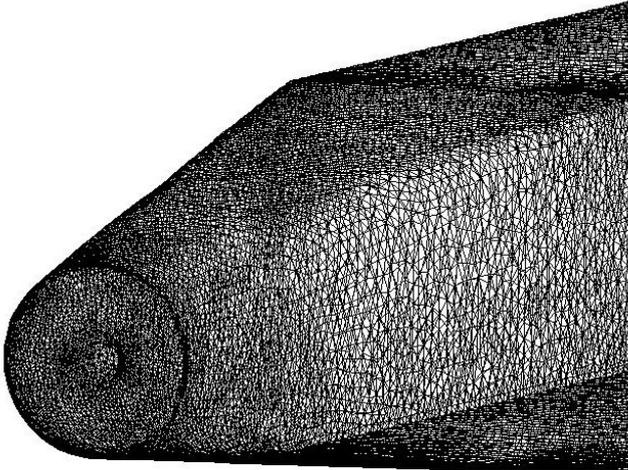
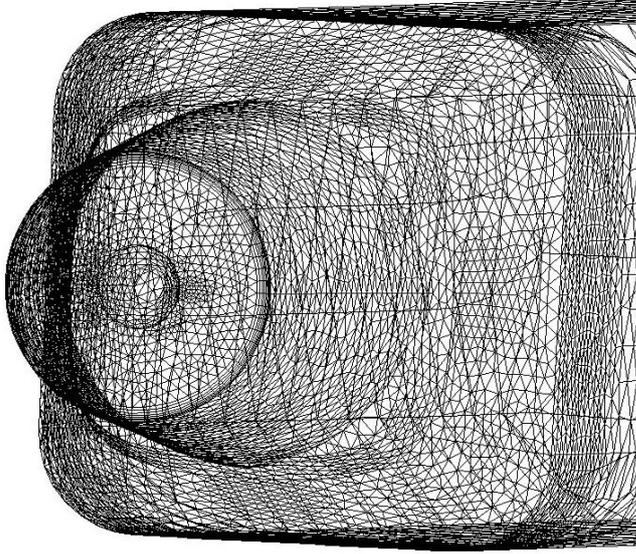
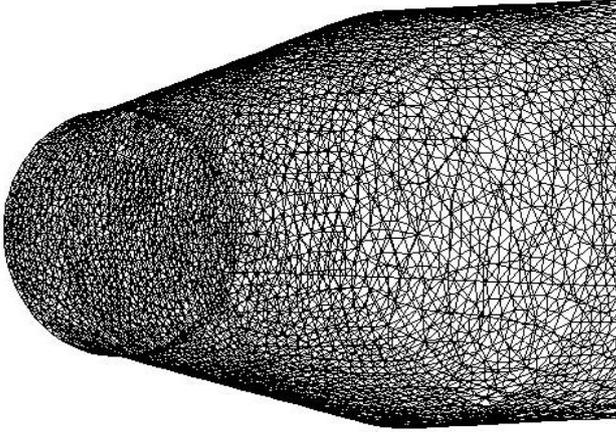
	<p>Tubo de Sucção Convencional</p> <p>Número de Elementos: 2269891</p> <p>Número de nós: 434938</p> <p>Elementos</p> <p>Forma de Tetraedro: 2154959</p> <p>Forma de Cunha (<i>wedge</i>):112761</p> <p>Forma de Pirâmide: 0</p>
	<p>Tubo de Sucção Otimizado</p> <p>Número de Elementos: 972032</p> <p>Número de nós: 197163</p> <p>Elementos</p> <p>Forma de Tetraedro: 890410</p> <p>Forma de Cunha (<i>wedge</i>):80678</p> <p>Forma de Pirâmide: 944</p>
	<p>Difusor com $2\theta = 20^\circ$</p> <p>Número de Elementos: 943627</p> <p>Número de nós: 199428</p> <p>Elementos</p> <p>Forma de Tetraedro: 837931</p> <p>Forma de Cunha (<i>wedge</i>):104639</p> <p>Forma de Pirâmide: 1057</p>

Figura B.1 – ... Continuação. Exemplos de malhas utilizadas nesse trabalho.

Tabela B-1 – Indicação dos parâmetros de malha utilizados nesse trabalho.

Geometria	Número de Elementos	Número de Nós
Duto	110009	40450
Difusor onde $2\theta = 6^\circ$	1376382	362202
Difusor onde $2\theta = 9^\circ$	1289187	314561
Difusor onde $2\theta = 12^\circ$	1120165	272846
Difusor onde $2\theta = 15^\circ$	1093721	242406
Difusor onde $2\theta = 18^\circ$	1323852	287000
Difusor onde $2\theta = 20^\circ$	1815960	345273
Tomada d'água	1537852	352183
Estator	1789341	344430
Rotor	1576647	298070
Tubo de Sucção Cônico	1537852	352183
Tubo de Sucção Convencional	1842492	365922
Tubo de Sucção sem Entrada Secundária	1815960	345273
Tubo de Sucção com Entrada Secundária	972032	197163

Outro importante parâmetro é o nível de convergência da solução do problema, que é determinado através do erro residual. Esse erro residual é a medida do

desequilíbrio local de cada equação do volume de controle conservativo. Nessa dissertação utiliza-se o erro de 10^{-5} por ser o valor padrão utilizado nos trabalhos mais recentes.

O passo de tempo utilizado nas simulações foi o automático, onde esse é determinado através de um cálculo físico baseado nas condições de contorno, um valor inicial (*guess*) e na geometria do domínio. As escalas utilizadas no software CFX-10 são:

- Escala de comprimento:

$$L_{vol} = \sqrt[3]{V}; \quad L_{ext} = \max(L_x, L_y, L_z), \quad (B.1)$$

onde V é o domínio do volume (todos os domínios), L_x , L_y , e L_z , são as extensões de x , y e z do domínio. Utilizando as escalas acima, chega-se na escala de comprimento determinada por:

$$L_{escala} = \min(L_{vol}, L_{ext}). \quad (B.2)$$

- Escala de velocidade:

$$U_{bc} = \max|\bar{U}_{bc}|; \quad U_{bo} = |\bar{U}_{no}|; \quad U_{\Delta p} = \sqrt{\frac{p_{bc,max} - p_{bc,min}}{\rho_{no}}}, \quad (B.3)$$

onde U_{bc} é a média aritmética das velocidades na fronteira, U_{no} é a média aritmética das velocidades nos nós, $p_{bc,max}$ e $p_{bc,min}$ são as pressões máximas e mínimas nas fronteiras “abertas” e ρ_{no} é a média aritmética nos nós.

Dessa forma, o passo de tempo final calculado é:

$$\Delta t = \min(\Delta t_U, \Delta t_{\Delta p}, \Delta t_g, \Delta t_{rot}, \Delta t_c), \quad (B.4)$$

onde:

$$\Delta t_U = 0,3 \frac{L_{escala}}{\max(U_{bc}, U_{no})}; \quad \Delta t_{\Delta p} = 0,3 \frac{L_{escala}}{U_{\Delta p}}; \quad (B.5)$$

$$\Delta t_g = \sqrt{\frac{L_{escala}}{g}}; \quad \Delta t_{rot} = \frac{0,1}{\omega}.$$

Apêndice C TRATAMENTO PRÓXIMO DA PAREDE.

C.1. MODELAMENTO DO ESCOAMENTO PRÓXIMO DA PAREDE.

Próximos da parede existem fortes gradientes das variáveis dependentes e dessa forma, os efeitos viscosos dos processos de transporte são bem intensos. A representação desses processos através de métodos numéricos acarreta alguns problemas:

- Como determinar os efeitos viscosos na parede;
- Como resolver a rápida variação das variáveis no escoamento ocorridas na camada limite.

Análises matemáticas e experimentos têm mostrado que a região interna da camada limite pode ser dividida em três camadas. Na parte mais próxima à parede o escoamento é tido como “quase” laminar e a viscosidade molecular tem grande importância na quantidade de movimento. Essa camada é denominada como subcamada viscosa. Mais afastado da parede tem-se a “camada logarítmica” onde a turbulência é dominante. Entre essas duas camadas existe uma denominada região de transição onde os efeitos da viscosidade molecular e da turbulência tem igual importância. A Fig. C.1 ilustra as subdivisões da camada limite expostas acima.

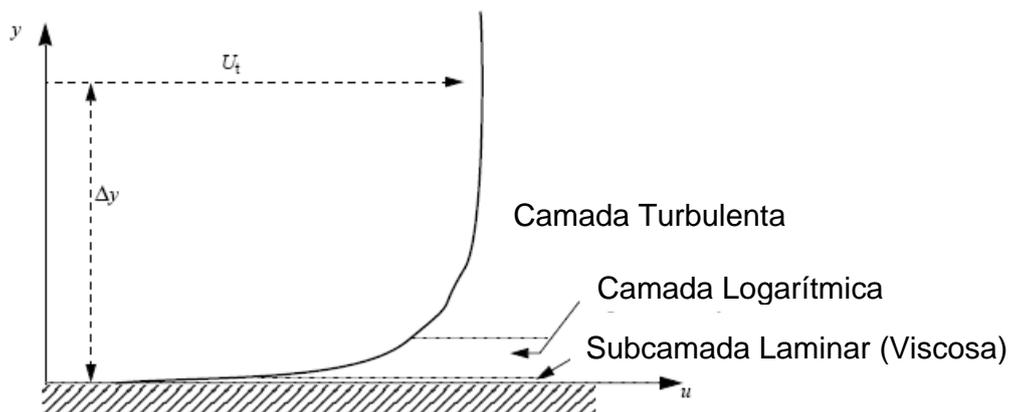


Figura C.1: Ilustração do formato da camada limite.

Assumindo que o perfil logarítmico seja uma aproximação razoável da distribuição da velocidade perto da parede, determina-se uma forma para calcular a

tensão de cisalhamento do fluido como uma função da velocidade em uma determinada distância da parede. Esse método é chamado de função de parede.

Os fortes gradientes dos campos hidrodinâmicos próximos a paredes, assim como as necessidades impostas pelos modelos de turbulência utilizados (em particular o *SST*), exigem que um adensamento de nós junto às paredes. O gerador de malha do pacote CFX proporciona uma ferramenta de refinamento de malha na proximidade de paredes. Este recurso é denominado inflação (*inflated mesh*) e consiste em posicionar camadas de elementos prismáticos gerados paralelamente a superfície sólida próxima da qual se deseja o adensamento, Fig. C.2.

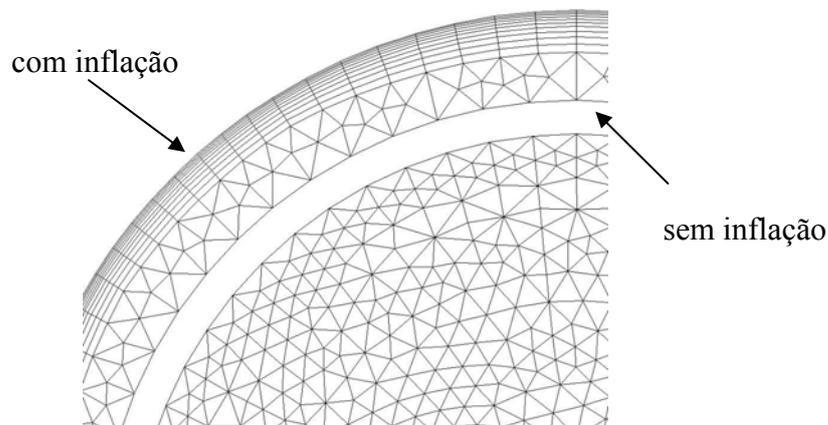


Figura C.2: Exemplificação da função *inflated*.

C.2. FORMULAÇÃO MATEMÁTICA.

As funções de parede mais usuais (do modelo de turbulência κ - ϵ) que possuem um consistente refinamento de malha são baseadas em suposições (*assumptions*) físicas que são problemáticas em escoamentos a baixo número de Reynolds ($Re < 10^5$) e a subcamada laminar acaba sendo omitida no balanço de massa e momento. Isso pode ocasionar um erro de 25% na espessura do deslocamento (CFX – Manual). Dessa forma, é altamente desejável que se utilize uma formulação que automaticamente faça essa “distinção” entre utilizar a técnica de função de parede e a formulação para baixo número de Reynolds.

Os modelos κ - ω de Wilcox têm uma grande vantagem que é o fato da expressão de ω ser analiticamente conhecida na subcamada laminar. Assim, essa

formulação automática (utilizada nas simulações desse trabalho), visa “misturar” o valor de ω entre a formulação logarítmica e as mais próximas da parede. O fluxo para a equação de κ é artificialmente igualado a zero e o fluxo da equação do momento de massa é computada a partir do perfil de velocidade.

O fluxo para a equação do momento é denotado por:

$$F_U = -\rho u_\tau u^*, \quad (C.1)$$

com:

$$u_\tau = \sqrt{\nu \left| \frac{\Delta U_t}{\Delta y} \right|}; \quad (C.2)$$

$$u^* = \max\left(\sqrt{a_1 \kappa}, u_\tau\right), \quad (C.3)$$

onde u_τ é a velocidade de atrito, u^* é uma escala de velocidade alternativa, U_t é uma velocidade conhecida que é tangente à parede a uma distância de Δy da parede e κ é a constante de von Karman.

O fluxo para a equação de κ é denotada por:

$$F_\kappa = 0 \quad (C.4)$$

Na equação de ω , uma expressão algébrica é especificada em vez do fluxo adicional. Nesse ponto é realizada uma mistura entre a expressão analítica para ω na região logarítmica:

$$\omega_l = \frac{u^*}{a_1 \kappa y} = \frac{1}{a_1 \kappa \nu} \frac{u^{*2}}{y^+}, \quad (C.5)$$

e a corresponde expressão na subcamada laminar:

$$\omega_s = \frac{6\nu}{\beta(\Delta y)^2}, \quad (C.6)$$

onde y^+ é a distância adimensional da parede e Δy sendo a distância entre o primeiro e o segundo ponto da malha.

Para obter uma mistura lisa (*smooth*) e evitar um comportamento de convergência cíclica, tem-se a seguinte formulação:

$$\omega_\omega = \omega_s \sqrt{1 + \left(\frac{\omega_l}{\omega_s}\right)^2}. \quad (C.7)$$

Com a formulação de função de parede, o primeiro ponto é tratado como sendo exterior à margem da subcamada laminar, a localização do primeiro ponto de malha e “virtualmente” movido abaixo da subcamada laminar como um refinamento de malha no modo de baixo Re. Uma importante observação é que a localização física do primeiro ponto de malha é sempre na parede, isto é, $y = 0$. O erro na formulação de função de parede resulta dessa troca virtual, com uma importância para a redução da espessura do descolamento. Esse erro sempre está presente no modo de função de parede, mas é reduzido a zero no método de mudança para o modelo a baixo Re. A mudança é baseada na distância entre o primeiro e o segundo ponto de malha $\Delta y = y_2 - y_1$ com y sendo a distância normal à parede.