



UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO ACOPLAMENTO
HIDROMECÂNICO E DA INFILTRAÇÃO DE CHUVAS EM
MODELAGENS NUMÉRICAS DE PILHAS DE REJEITOS FILTRADOS**

ÁGATHA RIBEIRO HAUCK

ORIENTADOR: MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM GEOTECNIA

PUBLICAÇÃO G.DM – 421/2025

BRASILIA/DF

2025

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE DA INFLUÊNCIA DO ACOPLAMENTO
HIDROMECÂNICO E DA INFILTRAÇÃO DE CHUVAS EM
MODELAGENS NUMÉRICAS DE PILHAS DE REJEITOS FILTRADOS**

ÁGATHA RIBEIRO HAUCK

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO TÍTULO DE MESTRE.**

APROVADA POR:

**MANOEL PORFÍRIO CORDÃO NETO, DSc (ENC/UnB).
(Orientador)**

**ANDRÉ PACHECO DE ASSIS, PdD (ENC/UnB)
(Examinador interno)**

**IGOR FERNANDES GOMES, D.Sc. (UFPE)
(Examinador externo)**

Brasília/DF
Maio/2025

FICHA CATALOGRÁFICA

HAUCK, ÁGATHA RIBEIRO

Análise da influência do acoplamento hidromecânico e da infiltração de chuvas em modelagens numéricas de pilhas de rejeitos filtrados, 2025, 156 p, 210x297 mm (ENC/FT/UnB, Mestrado, Geotecnia, 2025).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

- | | |
|---------------------------------|-----------------------------|
| 1. Acoplamento hidromecânico | 2. Interação solo-atmosfera |
| 3. Pilhas de rejeitos filtrados | 4. Calibração NorSand |
| I. ENC/FT/UNB | II. Mestre |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

HAUCK, A. R. (2025). Análise da influência do acoplamento hidromecânico e da infiltração de chuvas em modelagens numéricas de pilhas de rejeitos filtrados. Dissertação de Mestrado, Publicação PPG G.DM – 421/2025, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 156 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DA AUTORA: Ágatha Ribeiro Hauck.

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Análise da influência do acoplamento hidromecânico e da infiltração de chuvas em modelagens numéricas de pilhas de rejeitos filtrados.

GRAU/ANO: Mestre / 2025

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

Ágatha Ribeiro Hauck
Rua Odila Caldeira da Rocha
Santa Bárbara/MG - Brasil.

AGRADECIMENTOS

Estas páginas são um breve resumo de uma trajetória de enorme crescimento pessoal e profissional. Esse trabalho é a concretização de um sonho, que foi sonhado não somente por mim, mas pela minha família, que abriu os caminhos para que fosse possível chegar até aqui. A vocês, todos os créditos.

Embora a jornada de aprendizado por vezes pareça solitária, ela só é possível graças aos grandes mestres e incentivadores que encontramos no caminho. Eu ousar dizer que tive sorte por encontrar e poder contar com tantos gigantes.

Agradeço aos meus pais, por sempre me apoiarem e vibrarem por mim, em cada pequena conquista da vida. À minha irmã, Bárbara, por ser meu alicerce e meu maior orgulho. Ao meu esposo André, pela compreensão, carinho, por me trazer tranquilidade nos dias difíceis e por sempre acreditar em mim, mesmo quando eu tive dificuldades de fazê-lo. Aos demais familiares e amigos, pelo incentivo, paciência e compreensão durante as minhas ausências.

A minha turma do mestrado, por compartilhar os perrengues e refrescos dessa caminhada. Vocês tornaram tudo mais leve, muito obrigada por isso. Um agradecimento especial a Katherine, Maria, e ao Felipe, pela amizade e carinho. Ao Gustavo, por todas as discussões e por literalmente me pegar pela mão na execução das análises dessa dissertação.

Ao César, Alexandre, Anderson, Viviane e Pedro, pela confiança e apoio nesses anos. À Anelisa pelo acolhimento, incentivo e pelas discussões técnicas que enriqueceram esse trabalho, não serei capaz de agradecer o suficiente. Ao Maurício pelos ensinamentos, pelas palavras de apoio e exemplo. À Samarco, por me proporcionar tanto aprendizado e por incentivar a nossa capacitação.

Ao meu orientador e amigo, Manoel, pelos vários ensinamentos, pela disponibilidade para as reuniões em feriados e finais de semana, por me apoiar e acreditar em mim desde o princípio, só tenho a agradecer.

A todos os professores que trazem excelência ao Programa de Pós-Graduação em Geotecnia da UnB. Levarei o conhecimento e carinho pela universidade sempre comigo. Que vocês sigam impactando a vida de muitos jovens geotécnicos ao redor do mundo.

Por fim, meu agradecimento aos vários órgãos de fomento que viabilizam a existência das pesquisas científicas. Sigo defendendo que uma educação pública e de qualidade é o melhor caminho para mudarmos o mundo, e deveria ser um direito de todos.

RESUMO

Análise da influência do acoplamento hidromecânico e da infiltração de chuvas em modelagens numéricas de pilhas de rejeitos filtrados

A adoção de pilhas de rejeitos filtrados em substituição às barragens para disposição final desses resíduos teve um avanço significativo na última década. Embora a filtragem prévia dos rejeitos simplifique o manejo de águas na estrutura, essas pilhas apresentam particularidades geotécnicas que precisam ser consideradas no projeto e na operação. Por serem compactados com umidade próxima da ótima, os rejeitos tendem a permanecer em estado não saturado durante grande parte da vida útil da pilha, destacando a necessidade de se considerar os efeitos da mecânica dos solos não saturados — ainda pouco explorados em países tropicais, como o Brasil, onde o balanço hídrico é tipicamente positivo. Neste contexto, esta pesquisa avaliou o comportamento tensão-deformação de uma pilha hipotética de rejeitos filtrados, simulando a presença de uma camada de material frágil em sua base. Foram realizadas análises comparativas sob condições drenadas, não drenadas e acopladas (tensão-deformação-fluxo), com o objetivo de avaliar a importância do acoplamento hidromecânico durante sua construção. As análises não drenadas evidenciaram a ocorrência de instabilidade na pilha; no entanto, entende-se que essa condição é bastante conservadora e dificilmente seria observada em campo, uma vez que a intercalação das praças de compactação favorece a dissipação das poropressões ao longo da construção. As análises acopladas, por sua vez, representaram de forma mais realista o comportamento parcialmente drenado esperado, no qual as novas camadas compactadas geram picos de excesso de poropressão que se dissipam parcialmente até a disposição da camada subsequente. Esses resultados reforçam a importância da realização de análises totalmente acopladas para a avaliação da estabilidade de pilhas de rejeitos filtrados, considerando o teor de umidade de compactação do material e sua curva de retenção de água. Adicionalmente, foram realizadas comparações entre os modelos constitutivos NorSand e Mohr-Coulomb, tanto em condição drenada quanto não drenada (neste último, considerando amolecimento). Verificou-se que o modelo NorSand apresentou maior acurácia na evolução das tensões e deformações, capturando a evolução do parâmetro de estado e a geração de poropressão. Contudo, o modelo Mohr-Coulomb com amolecimento demonstrou ser uma alternativa viável para análises qualitativas do comportamento frágil do material, reproduzindo satisfatoriamente a perda de resistência pós-pico induzida pelo carregamento. Considerando o desafio representado pelas infiltrações em pilhas localizadas em regiões tropicais, foi conduzida uma

análise de interação solo-atmosfera, simulando um ciclo hidrológico de seis anos baseado em dados pluviométricos reais do Quadrilátero Ferrífero, em Minas Gerais. As simulações indicaram que a franja de saturação leva aproximadamente quatro anos para atingir as camadas mais profundas da pilha, ressaltando a importância da caracterização precisa das curvas de retenção de água dos materiais compactados para a previsão da evolução da frente de infiltração e das possíveis restrições ao fluxo descendente. Uma limitação relevante da análise foi a impossibilidade de representar adequadamente a influência das estruturas de drenagem superficial em uma modelagem bidimensional, o que resultou na superestimação da infiltração e na subestimação dos fluxos de escoamento superficial.

ABSTRACT

Influence of hydromechanical coupling and rainfall infiltration on the numerical modeling of filtered tailings stacks

The adoption of filtered tailings stacks as an alternative to tailings dams for final waste disposal has advanced significantly over the past decade. Although the prior filtration of tailings simplifies water management within the structure, these stacks present specific geotechnical characteristics that must be considered in design and operation. Since the tailings are compacted at moisture contents close to optimum, they tend to remain in an unsaturated state for much of the stack's operational life, highlighting the need to account for the effects of unsaturated soil mechanics—still a relatively underexplored field, particularly in tropical countries like Brazil, where the water balance is typically positive. In this context, this research evaluated the stress-strain behavior of a hypothetical filtered tailings stack, simulating the presence of a fragile layer at its base. Comparative analyses were conducted under drained, undrained, and coupled (stress-strain-flow) conditions, aiming to assess the importance of hydromechanical coupling during stack construction. The undrained analyses indicated the occurrence of instability within the stack; however, this condition is considered highly conservative and unlikely to occur in the field, given that the staggered placement of compaction platforms facilitates the dissipation of excess pore pressures during construction. The coupled analyses, in turn, more realistically represented the expected partially drained behavior, wherein newly compacted layers generate peaks of excess pore pressure that partially dissipate before the next layer is placed. These findings reinforce the importance of fully coupled analyses when assessing the stability of filtered tailings stacks, taking into account the compaction moisture content and the water retention curve of the material. Additionally, comparisons were made between the NorSand and Mohr-Coulomb constitutive models, under both drained and undrained conditions (the latter incorporating softening behavior). It was found that the NorSand model provided greater accuracy in predicting the evolution of stresses and strains, effectively capturing the development of the state parameter and pore pressure generation. However, the Mohr-Coulomb model with softening proved to be a viable alternative for qualitative analyses of the material's brittle behavior, satisfactorily reproducing the post-peak strength loss induced by loading. Considering the challenges posed by infiltration in stacks located in tropical regions, a soil-atmosphere interaction analysis was also conducted, simulating a six-year hydrological cycle based on real rainfall data from the Quadrilátero Ferrífero region in Minas Gerais. The simulations indicated that the saturation front takes approximately four years to reach the deeper

layers of the stack, emphasizing the importance of accurately characterizing the water retention curves of compacted materials to predict the infiltration front's progression and potential restrictions to downward flow. A relevant limitation of the analysis was the inability to adequately represent the influence of surface drainage structures in a two-dimensional model, which resulted in an overestimation of infiltration rates and an underestimation of surface runoff within the stack.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO	1
1.1	JUSTIFICATIVA	2
1.2	OBJETIVOS.....	3
1.3	ESTRUTURAÇÃO DA DISSERTAÇÃO	3
2	FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA SOBRE REJEITOS FILTRADOS, MODELOS CONSTITUTIVOS E ACOPLAMENTO HIDROMECHANICO	5
2.1	REJEITOS DE MINÉRIO DE FERRO	5
2.1.1	PROCESSO DE FILTRAGEM	5
2.1.2	PILHAS DE REJEITOS FILTRADOS	8
2.2	ELASTOPLASTICIDADE DOS SOLOS	11
2.2.1	TEORIA DA ELASTICIDADE	12
2.2.2	PLASTICIDADE	13
2.2.3	INTRODUÇÃO DA MECÂNICA DOS SOLOS DOS ESTADOS CRÍTICOS	19
2.3	MODELOS CONSTITUTIVOS NA MECÂNICA DOS SOLOS	27
2.3.1	MODELO HIPERBÓLICO	32
2.3.2	MODELO MOHR-COULOMB COM ENDURECIMENTO E AMOLECIMENTO	34
2.3.3	MODELO NORSAND	37
2.4	ANÁLISES HIDROMECHANICAS ACOPLADAS	48
2.5	INTERAÇÃO TERRA-CLIMA	53
3	MATERIAIS E MÉTODOS	58
3.1	ESTUDO DE CASO	58
3.1.1	CARACTERIZAÇÃO GEOTÉCNICA DOS MATERIAIS	62
3.1.2	ENSAIOS MECÂNICOS E HIDRÁULICOS	66
3.2	ANÁLISE NUMÉRICA	76
3.2.1	SIMULAÇÃO DO TRIAXIAL NO SIGMA.....	79
3.2.2	ETAPAS CONSTRUTIVAS SIMULADAS NA MODELAGEM	81
3.2.3	MALHA DE ELEMENTOS FINITOS.....	83
3.2.4	CONDIÇÕES DE CONTORNO	84
4	CALIBRAÇÕES.....	88
4.1	TENSÃO DEFORMAÇÃO.....	88
4.1.1	MODELO HIPERBÓLICO	88
4.1.2	MODELO ELÁSTICO PERFEITAMENTE PLÁSTICO COM CRITÉRIO DE RUPTURA	

DE MOHR COULOMB	94
4.1.3 MODELO MOHR COULOMB COM AMOLECIMENTO E ENDURECIMENTO	94
4.1.4 MODELO NORSAND	99
4.2 CURVAS CARACTERÍSTICAS E FUNÇÃO DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA	109
4.3 VARIÁVEIS CLIMÁTICAS – ANÁLISE TERRA-CLIMA	111
5 RESULTADOS.....	115
5.1 ANÁLISES DRENADAS.....	115
5.2 ANÁLISES NÃO DRENADAS	124
5.3 ANÁLISE ACOPLADA.....	133
5.4 INFILTRAÇÃO NA PILHA APÓS A ETAPA CONSTRUTIVA	140
6 CONCLUSÕES.....	145
6.1 CONCLUSÕES GERAIS	145
6.2 LIMITAÇÕES DOS MODELOS	146
6.3 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS	147
7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	149

LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1: – Mecanismos de filtragem e principais características. Adaptado de Guimarães, 2011....	7
Tabela 2.2: – Significado físico dos principais componentes em modelos elastoplásticos (Modificado de Lade, 2005).....	18
Tabela 2.3: - Tabela comparativa entre modelos constitutivos adotados na mecânica dos solos (Modificado de Lade, 2005).....	30
Tabela 2.4: Faixa de valores típicos em areias para os parâmetros do NorSand (Modificado de Jefferies e Been, 2016).....	44
Tabela 3.1: Resultados médios dos ensaios de caracterização dos materiais	65
Tabela 3.2: Resultados médios dos ensaios de adensamento	67
Tabela 3.3: Permeabilidades dos materiais em condição saturada.....	69
Tabela 3.4: Compilado das informações dos Ensaio Triaxiais nos Rejeitos Filtrados	70
Tabela 3.5: Compilado das informações dos Ensaio Triaxiais nos Rejeitos Inconsolidados	73
Tabela 4.1: Parâmetros modelo hiperbólico.....	89
Tabela 4.2: Tensão deviatórica de ruptura, e o respectivo coeficiente de ruptura - Rf	90
Tabela 4.3: Parâmetros do modelo Mohr-Coulomb adotado nas análises.	94
Tabela 4.4: Calibração do modelo Mohr-Coulomb com amolecimento.	96
Tabela 4.5: Parâmetros finais da calibração – Modelo NorSand	108
Tabela 4.6: Parâmetros de entrada para calibração das curvas características	109
Tabela 4.7: Parâmetros de entrada para calibração da função de condutividade hidráulica	110

LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Processo de filtragem dos rejeitos e o diferencial de pressões aplicadas. (BHP Rio Tinto – Tailings Management Consortium, 2024 - Adaptado).	6
Figura 2.2 – Aplicabilidade das diferentes tecnologias de filtragem de acordo com o tamanho das partículas. (BHP Rio Tinto – Tailings Management Consortium, 2024 - Adaptado).	7
Figura 2.3 – Intervalo de aplicação de projetos com rejeitos filtrados. (MEND, 2017).	8
Figura 2.4 – Fluxograma com a metodologia construtiva das pilhas de rejeitos filtrados (Samarco, 2024).....	10
Figura 2.5 – (a) Representação do critério de von Mises (à esquerda) e Tresca (à direita) ao longo do eixo hidrostático e (b) comparativo dos critérios no plano octaédrico (Fonte: Schofield e Wroth, 1968).	15
Figura 2.6 – Superfície de Mohr-Coulomb ao longo do eixo hidrostático (à esquerda) e no plano octaédrico (direita) (Fonte: Medicus, 2021).	16
Figura 2.7 – (a) Diferentes possibilidades para um mesmo endurecimento do material, seguindo uma lei de fluxo não associada e (b) direção de possível endurecimento com lei de fluxo associada (Fonte: Schofield e Wroth, 1968).	17
Figura 2.8 – Comportamento dos solos sob cisalhamento em um ensaio de cisalhamento direto drenado (Adaptado de Casagrande, 1975).....	20
Figura 2.9 – Compressão e expansão isotrópicas (a) representação no espaço $v \times p'$ e (b) representação no espaço $v \times \ln p'$ (Fonte: Neves, 2016).	21
Figura 2.10 – Lugar geométrico dos estados possíveis para materiais com comportamento pré-adensado e normalmente adensado no espaço $p' \times e$ e (Fonte: Adaptado de Faria, 2022).	22
Figura 2.11 – Linha de Estados Críticos (LEC) (a) representação no espaço $q \times p'$, (b) representação no espaço $v \times p'$ e (b) representação no espaço $v \times \ln p'$ (Fonte: Neves, 2016).....	23
Figura 2.12 – Trajetórias de tensão de ensaios triaxiais drenados e não drenados para materiais sobreadensados e normalmente adensados (Fonte: Adaptado de Mayne, 2019).....	24
Figura 2.13 – Curva hiperbólica de tensão-deformação transformada (Adaptado de Duncan e Chang, 1970).....	32
Figura 2.14– Comportamento de um ensaio triaxial drenado descrito pelo modelo de amolecimento e endurecimento de Mohr Coulomb(a) Plano $p'-q$, com incrementos de deformação volumétrica plástica e deformação cisalhante; (b) Plano $v-p'$; (c) Plano $q-\varepsilon q$; (d) Plano $v-\varepsilon q$ (Fonte: Geostudio, 2022). ..	37
Figura 2.15 – Evolução dos parâmetros ϕ' e ψ com o acúmulo de deformações cisalhantes plásticas para o ensaio da figura anterior. (Fonte: Geostudio, 2022).	37
Figura 2.16– (a) Existência de uma única LCN – Modelo Cam Clay e (b) Existência de diversas LCNs – Modelo NorSand (adaptado de Jefferies e Been, 2016).	39
Figura 2.17– Diferença entre o parâmetro de estado e a razão de sobreadensamento (Adaptado de Jefferies e Shuttle, 2002).	39
Figura 2.18 – Superfície de plastificação do NorSand e a condição de imagem (a) em um solo muito fofo e (b) em um solo muito denso (Adaptado de Jefferies e Been, 2016).	41
Figura 2.19 – Ensaios em uma amostra de areia ilustrando a liquefação estática (a) curva tenso-deformação e (b) trajetória de tensões (c) Geração de poropressões e (d) razão de tensões (Adaptado de Jefferies e Been, 2016).	46
Figura 2.20 – Desenho esquemático para comparação entre a razão de tensões em argilas normalmente adensadas e areias fofas durante o cisalhamento.....	47

Figura 2.21 - Forças e condição de contorno para construção de aterros (Fonte: Farias e Cordão-Neto, 2010).....	50
Figura 2.22 – Exemplo de infiltração unidimensional em uma pilha de rejeitos filtrados (Fonte: Lupo & Hall, 2010).....	54
Figura 2.23 – Direção das componentes de fluxo de água (Webinar Seequent, 2024).	56
Figura 3.1 – Seção geológico-geotécnica transversal da pilha de rejeitos filtrados.	61
Figura 3.2 – Curvas granulométricas – Rejeito filtrado à disco.	62
Figura 3.3 – Comparativo entre as curvas granulométricas dos rejeitos.	63
Figura 3.4 – Curvas de adensamento para os rejeitos inconsolidados (Chammas, 2023).	68
Figura 3.5 – Curvas de adensamento para o rejeito filtrado (a) AM6120 - 27 e (b) AM6120 – 29 (Chammas, 2024).	68
Figura 3.6 – Ensaios Triaxiais Drenados – Rejeito filtrado (a) Tensão desvio – Deformação axial e (b) Deformação volumétrica – Deformação axial.....	71
Figura 3.7 – Ensaios Triaxiais Não Drenados – Rejeito filtrado (a) Tensão desvio – Deformação axial e (b) Geração de Poropressão – Deformação axial.	72
Figura 3.8 – Comportamento não drenado típico para areias sob diferentes densidades. (a) Resposta tensão-deformação-poropressão; (b) Trajetórias de tensão para amostras fofas e muito fofas e (c) trajetórias de tensão para amostras medianamente densas e densas – Fonte: Adaptado de Mitchell e Soga (2005).	74
Figura 3.9 – Ensaios Triaxiais Drenados - Rejeitos Inconsolidados (a) Tensão desvio – Deformação axial e (b) Deformação volumétrica – Deformação axial.....	75
Figura 3.10 – Ensaios Triaxiais Não Drenados - Rejeitos Inconsolidados (a) Tensão desvio – Deformação axial e (b) Geração de Poropressão – Deformação axial.	76
Figura 3.11 – Metodologia para análise drenada – Software SIGMA/W.	77
Figura 3.12 – Metodologia para análise não drenada – Software SIGMA/W.....	78
Figura 3.13 – Metodologia para análise acoplada – Software SIGMA/W.....	78
Figura 3.14 – Simulação numérica da etapa de adensamento isotrópico no ensaio triaxial.....	80
Figura 3.15– Simulação numérica da etapa de cisalhamento no ensaio triaxial.	81
Figura 3.16– Etapas de construção da pilha utilizadas na modelagem.	82
Figura 3.17– Etapa 01 - Condição <i>in situ</i>	82
Figura 3.18 – Etapas iniciais – Simulação da construção da pilha.....	83
Figura 3.19 – Malha de elementos finitos adotada.....	84
Figura 3.20 – Sucções iniciais nas análises acopladas (Poropressão de ativação nas camadas construídas).	85
Figura 3.21 – Condição de contorno – vazão nula.	86
Figura 3.22 – Condições de contorno – Pressão nula.....	86
Figura 3.23 – Condição de contorno atmosférica – análise terra-clima no SEEP/W.....	87
Figura 4.1 – Variação do módulo de elasticidade tangente inicial com a tensão confinante.	89
Figura 4.2 – Calibração inicial – Modelo Hiperbólico.....	90
Figura 4.3 – Profundidade máxima para variação do módulo de Young implementada no SIGMA/W.	91

Figura 4.4 – Função do módulo de Young pela profundidade estimada pelo modelo hiperbólico no SIGMA/W com diferentes profundidades máximas.	92
Figura 4.5 – Verificação da calibração do modelo hiperbólico no SIGMA/W com diferentes profundidades máximas.....	92
Figura 4.6 – Calibração do hiperbólico no SIGMA/W com função única para o módulo de Young. ..	93
Figura 4.7 – Envoltórias de resistência a tensões totais e efetivas para os ensaios não drenados nos rejeitos inconsolidados.	95
Figura 4.8 – Calibração no SIGMA/W para o MC com amolecimento.	97
Figura 4.9 – Poropressões obtidas no modelo comparadas aos ensaios triaxiais.	98
Figura 4.10 – Calibração no SIGMA/W dos ensaios drenados com o MC original.	98
Figura 4.11 – Comparação das deformações obtidas com o MC original.....	99
Figura 4.12 – Envoltória de Estados Críticos (linha preta pontilhada) e Linha de Instabilidade (em vermelho) – Rejeitos Inconsolidados.	100
Figura 4.13 – Gráfico tensão-dilatância para os ensaios triaxiais drenados – Rejeitos Inconsolidados.	101
Figura 4.14 – Linha de Estados Críticos – Rejeitos Inconsolidados (Chammas e BVP, 2023).	102
Figura 4.15 – Parâmetro de Estado obtido nos ensaios triaxiais – Rejeitos Inconsolidados.	103
Figura 4.16 – Resultados do ensaio de <i>bender elements</i> . (Fonte do gráfico à direita: Shuttle e Jefferies, 2016).....	104
Figura 4.17 – Obtenção de $D_{mín}$ no ensaio dilatante.	105
Figura 4.18 – Coeficiente de acoplamento volumétrico.....	105
Figura 4.19 – Calibração ensaio triaxial drenado – CID a 200 kPa.	106
Figura 4.20 – Calibração ensaio triaxial não drenado – CIU a 200 kPa.....	107
Figura 4.21 – Curvas características obtidas na modelagem numérica para os diferentes materiais da pilha.....	110
Figura 4.22 – Funções de condutividade hidráulica obtidas na modelagem numérica para os diferentes materiais da pilha.	111
Figura 4.23 – Dados brutos diários para a condição de contorno terra-clima – 2019 a 2024 (a) Pluviometria; (b) Temperatura; (c) Umidade relativa do ar; (d) Radiação solar e (e) Velocidade do vento.	112
Figura 4.24 – Pluviometria acumulada mensal – 2019 a 2024.....	113
Figura 4.25 – Umidade relativa média mensal – 2019 a 2024.	113
Figura 4.26 – Radiação solar média mensal – 2019 a 2024.	113
Figura 4.27 – Velocidade do vento média diária – 2019 a 2024.....	114
Figura 4.28 – Temperatura média mensal – 2019 a 2024.	114
Figura 5.1 – Razão de tensões obtida na análise <i>in situ</i>	115
Figura 5.2 – Deslocamentos verticais após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.	117
Figura 5.3 – Deslocamentos horizontais após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.	118
Figura 5.4 – Poropressões após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b)	

NorSand.....	119
Figura 5.5 – Deformação desvio após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.	119
Figura 5.6 – Tensões cisalhantes máximas após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.	120
Figura 5.7 – Tensão efetiva horizontal após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.	121
Figura 5.8 – Pontos de referência para plotagem dos gráficos.	122
Figura 5.9 – Trajetórias de tensão para a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.	122
Figura 5.10 – Parâmetro de estado no NorSand drenado (a) Distribuição do parâmetro de estado nos rejeitos inconsolidados na etapa final e (b) evolução do parâmetro de estado durante a construção da pilha.	123
Figura 5.11 – Mobilização de resistência no NorSand drenado (a) η/M na etapa final e (b) evolução de η/M durante a construção.	124
Figura 5.12 – Deslocamentos verticais após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.	126
Figura 5.13 – Deslocamentos horizontais após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.	126
Figura 5.14 – Campo de Poropressões após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.	127
Figura 5.15 – Gráficos de Poropressões após a construção da pilha na condição não drenada (a) Linha de referência para os gráficos (b) Mohr-Coulomb com amolecimento e (c) NorSand.	128
Figura 5.16 – Deformação desvio após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.	129
Figura 5.17 – Tensões cisalhantes máximas após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.	130
Figura 5.18 – Tensão efetiva horizontal após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.	131
Figura 5.19 – Trajetórias de tensão para a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.	132
Figura 5.20 – Parâmetro de estado no NorSand não drenado (a) Distribuição do parâmetro de estado nos rejeitos inconsolidados na etapa final e (b) evolução do parâmetro de estado durante a construção da pilha.	132
Figura 5.21 – Mobilização de resistência no NorSand não drenado (a) η/M na etapa final e (b) evolução de η/M durante a construção.	133
Figura 5.22 – Deslocamentos verticais após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.	134
Figura 5.23 – Deslocamentos horizontais após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.	134
Figura 5.24 – Poropressões geradas durante a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand (a) Na base do rejeito filtrado compactado (b) No estéril (c) No dreno e (d) No rejeito inconsolidado.	137
Figura 5.25 – Campo de poropressões após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.	137

Figura 5.26 – Deformação desvio após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand. .	138
Figura 5.27 – Tensões cisalhantes máximas após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.....	138
Figura 5.28 – Tensões efetivas horizontais após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.....	138
Figura 5.29 – Trajetórias de tensão para a construção da pilha na análise acoplada.....	139
Figura 5.30 – Evolução do parâmetro de estado e índice de vazios no NorSand acoplado (a) Distribuição do parâmetro de estado nos rejeitos inconsolidados na etapa final e (b) evolução do parâmetro de estado durante a construção da pilha e (c) evolução do índice de vazios.....	140
Figura 5.31 – Mobilização de resistência no NorSand acoplado	140
Figura 5.32 – Poropressões finais após seis anos de fechamento da estrutura.	141
Figura 5.33 – Linhas para análise dos resultados em profundidade.	141
Figura 5.34 – Avanço das poropressões em profundidade (a) Linha 1 e (b) Linha 2.	142
Figura 5.35 – Balanço hídrico da análise Terra-Clima.....	143

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURAS E ABREVIACÕES

ABNT	Associação Brasileira de Normas Técnicas
CID	Ensaio triaxial adensado isotropicamente drenado
CIU	Ensaio triaxial adensado isotropicamente não drenado
G _s	Massa específica dos grãos
IBRAM	Instituto Brasileiro de Mineração
LCC	Linha de Compressão Limite
LCN	Linha de Compressão Normal
LEC	Linha de Estados Críticos
LI	Linha de Instabilidade
MC	Modelo Mohr-Coulomb
NS	Modelo NorSand
NBR	Norma Técnica Brasileira
OCR	<i>Overconsolidation Ratio</i> (Razão de pré-adensamento)
SEEP/W	Software de análise de fluxo no Geostudio
SIGMA/W	Software de análise de tensões e deformações no Geostudio
e	Índice de vazios
e_c	Índice de vazios no estado crítico
G	Módulo de cisalhamento
G_0	Módulo de cisalhamento máximo
K	Módulo de compressibilidade volumétrica
k_s	Condutividade hidráulica saturada
M	Inclinação da linha de estado crítico no espaço $p'-q$
p'	Tensão efetiva média
q	Tensão desvidora
S_r	Grau de saturação

σ'_1	Tensão principal efetiva maior
σ'_3	Tensão principal efetiva menor
η	Razão de tensões ($\eta = q/p'$)
κ	Inclinação da linha de recompressão
λ	Inclinação da linha de compressão normal
ψ	Parâmetro de estado
ψ_w	Sucção mátrica
θ	Teor de umidade volumétrica

1 INTRODUÇÃO

A mineração tem grande relevância no desenvolvimento econômico do Brasil. Conforme dados do Instituto Brasileiro de Mineração – IBRAM, o setor não apenas desempenha um papel vital na economia, gerando mais de 2,25 milhões de empregos diretos e indiretos, como também está presente em 48% dos municípios do país. Além disso, o Brasil figura entre os líderes globais na produção de minerais como bauxita, manganês e minério de ferro. Em 2022, o IBRAM registrou a produção de 91 tipologias minerais, com minério de ferro, ouro, cobre e bauxita liderando as parcelas de faturamento no setor (Infográfico - Mineração em números, IBRAM, 2022).

No entanto, o beneficiamento a úmido do minério de ferro gera rejeitos em volumes consideráveis. No Estado de Minas Gerais, a exploração mineral ocorre desde meados da década de 50, o que faz com que os teores de concentração do minério nas minas atualmente estejam em declínio, resultando em volumes ainda maiores de rejeitos. Para a disposição desses resíduos, têm sido adotadas alternativas como as pilhas de rejeitos filtrados, que vêm ganhando espaço nos empreendimentos minerários, seja como complemento ou substituição às barragens convencionais, especialmente diante das crescentes demandas por estruturas com menor potencial de dano associado e maior alinhamento às preocupações ambientais e sociais.

Essa transição, inicialmente recomendada apenas para projetos em regiões áridas até meados de 2010, agora se expande para contextos tropicais, como o encontrado no Brasil. No entanto, os desafios associados a esta transição não devem ser subestimados. Conciliar a velocidade de alteamento das pilhas para atender as altas taxas diárias de produção de rejeito nas usinas, em um cenário de elevadas precipitações anuais em países tropicais é o principal fator a se considerar (MEND, 2017). Ulrich e Coffin (2013) reforçam esse entendimento ao pontuar que os empilhamentos de rejeitos filtrados não devem ser adotados como uma solução universal para disposição de rejeitos, uma vez que essas estruturas também apresentam suas particularidades e complexidades técnicas que precisam ser analisadas.

Além das dificuldades operacionais da compactação em períodos chuvosos, faz-se necessária uma compreensão mais aprofundada do comportamento geotécnico das pilhas. Por serem compactados com teores próximos à umidade ótima, os rejeitos estarão em grande parte da vida útil da estrutura na forma não saturada. Isso influencia diretamente a evolução das tensões, o acúmulo de poropressão e o fluxo de água na estrutura. A interação entre essas

variáveis em um ambiente tropical, com ciclos intensos de precipitação e secagem, ainda não foi amplamente explorada na literatura.

Dessa forma, a presente pesquisa busca aprofundar a análise do comportamento hidromecânico de uma pilha de rejeitos filtrados hipotética, simulada para as condições da região do quadrilátero ferrífero, em Minas Gerais. Para isso, serão realizadas modelagens numéricas de tensão-deformação comparando dois modelos constitutivos, Mohr Coulomb com amolecimento e NorSand. O modelo Mohr-Coulomb com amolecimento foi escolhido devido a sua simplicidade e aplicabilidade em estudos preliminares, enquanto o NorSand foi adotado por ser um modelo avançado capaz de capturar as variações na condição de estado do material com a evolução dos carregamentos.

Adicionalmente, serão conduzidas análises acopladas de deformação e fluxo, para avaliar como a geração de excesso de poropressão e sua dissipação influenciam a deformabilidade da pilha ao longo do tempo. Por fim, a pesquisa incluirá uma análise do avanço da frente de infiltração na estrutura após seu fechamento, simulando seis ciclos hidrológicos anuais. Essa resposta permitirá prever a evolução da umidade ao longo do tempo, fornecendo subsídios para estratégias de manejo hídrico e estabilidade a longo prazo, buscando atender às recomendações de guias internacionais para pilhas.

Assim, este trabalho busca contribuir para o avanço do conhecimento técnico sobre pilhas de rejeitos filtrados, auxiliando na escolha de modelos constitutivos em diferentes fases de projeto, bem como na compreensão dos mecanismos que governam a evolução das tensões e poropressões e na avaliação preliminar do avanço da infiltração nas pilhas após seu fechamento.

1.1 JUSTIFICATIVA

O interesse em pilhas de rejeitos filtrados tem aumentado significativamente na última década, devido à substituição das barragens de mineração por essas estruturas nos empreendimentos minerários brasileiros. Muitas pesquisas surgiram no período, buscando avaliar o comportamento geotécnico dessas estruturas ao longo de sua vida útil. No entanto, ainda há pouca referência em alguns aspectos da modelagem numérica dessas pilhas, como a aplicabilidade de diferentes modelos constitutivos existentes na literatura, análises hidromecânicas que acoplam as tensões, deformações e fluxo considerando o estado não

saturado desses rejeitos e o regime de infiltração em países com elevados índices pluviométricos. Dessa forma, a presente pesquisa busca trazer novas discussões sobre esses temas.

1.2 OBJETIVOS

O objetivo geral da pesquisa consiste em analisar o comportamento tensão-deformação de uma pilha de rejeitos filtrados, considerando a influência na escolha do modelo constitutivo adequado para representar as particularidades do material, além de comparar as respostas obtidas em análises drenadas, não drenadas ou acopladas e avaliar o regime de infiltração de chuvas após o fechamento da estrutura.

A fim de alcançar o objetivo geral desta pesquisa, os seguintes objetivos específicos foram estabelecidos:

- Definir quais os modelos constitutivos disponíveis em literatura técnica que permitam avaliar as particularidades dos materiais da pilha;
- Calibrar os parâmetros de modelos constitutivos para rejeito com base em ensaios já disponíveis;
- Verificar a diferença entre as repostas de um modelo constitutivo simplificado para um modelo baseado na mecânica dos solos nos estados críticos;
- Verificar a segurança da estrutura quanto ao carregamento imposto na fase de construção;
- Calibrar os parâmetros dos modelos hidráulicos do rejeito, com especial atenção para a curva característica de retenção de água;
- Definir as condições de contorno da modelagem para as condições meteorológicas e interação rejeito-atmosfera da região;
- Realizar a análise hidromecânica acoplada da pilha;
- Verificar a possibilidade de geração de superfície freática na base da pilha devido às infiltrações de chuva após sua construção.

1.3 ESTRUTURAÇÃO DA DISSERTAÇÃO

O presente trabalho foi estruturado em seis capítulos. O primeiro apresenta a contextualização da pesquisa, destacando a relevância do tema por meio da introdução,

justificativas e definição dos objetivos geral e específicos. O segundo capítulo traz a revisão bibliográfica, abordando os rejeitos de minério de ferro e a filtragem para disposição em pilhas, além dos conceitos fundamentais da elastoplasticidade e a descrição dos modelos constitutivos utilizados na modelagem numérica. Também são discutidas as vantagens das análises hidromecânicas acopladas, a estimativa da infiltração em interações terra-clima, e a metodologia adotada para determinar a curva característica de retenção de água no solo.

O terceiro capítulo descreve os materiais e métodos utilizados na pesquisa, detalhando a caracterização dos rejeitos e dos materiais incorporados na pilha de rejeitos filtrados simulada nas análises numéricas. São apresentados os principais parâmetros geotécnicos e hidráulicos dos materiais, fundamentais para a modelagem e compreensão do comportamento tensão-deformação da estrutura. Adicionalmente, introduz-se a metodologia utilizada na modelagem numérica e na calibração dos modelos constitutivos.

No capítulo quatro são apresentadas as calibrações dos modelos constitutivos utilizados. Para validação dos resultados dessas calibrações, os parâmetros obtidos em cada modelo são comparados com as faixas definidas em literatura técnica. O Capítulo 5, por sua vez, apresenta os resultados obtidos na modelagem numérica considerando as condições de contorno drenada, não drenada e acoplada para comparação dos resultados dos dois modelos utilizados. Neste capítulo é apresentado ainda avanço da infiltração na pilha após sua construção, considerando um regime hidrológico de seis anos em uma análise terra-clima.

O sexto e último capítulo abrange as principais conclusões da pesquisa, além das limitações observadas nos modelos numéricos, além de propor sugestões para pesquisas futuras no tema.

Por fim, são apresentadas as referências bibliográficas utilizadas para embasamento teórico do trabalho.

2 FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA SOBRE REJEITOS FILTRADOS, MODELOS CONSTITUTIVOS E ACOPLAMENTO HIDROMECAÂNICO

Neste item é apresentada uma breve revisão da literatura sobre os principais temas englobados na presente pesquisa.

2.1 REJEITOS DE MINÉRIO DE FERRO

A Lei Federal nº 12.305/2010, que estabelece a Política Nacional de Resíduos Sólidos, define rejeitos como resíduos sólidos que, depois de esgotadas todas as possibilidades de tratamento e recuperação por processos tecnológicos disponíveis e economicamente viáveis, não apresentem outra possibilidade que não a disposição final ambientalmente adequada (COPOLA, 2011).

Os rejeitos são subprodutos gerados durante o beneficiamento de minérios, como, por exemplo, do minério de ferro. As características químicas, granulométricas e mineralógicas desses materiais são função das características da frente de lavra e do processo industrial utilizado no beneficiamento (Wolff, 2009).

Esses rejeitos são classificados como granulares ou lamosos, a depender tanto de suas características granulométricas quanto da etapa de beneficiamento do minério em que estes foram gerados. Os rejeitos granulares são aqueles que não passam pelo processo de deslamagem (etapa do processo em que se removem as partículas finas – como siltes e argilas – por meio de lavagem ou decantação), com granulometrias próximas a areias ou siltes e sem plasticidade. As lamas, por sua vez, são formadas pelo processo de deslamagem, e constituídas, portanto, de partículas de ultrafinos e colóides (Guimarães, 2011).

2.1.1 PROCESSO DE FILTRAGEM

Segundo Davies et al. (2011), os rejeitos podem ser classificados conforme o teor de sólidos que eles apresentam, sendo as lamas com teores típicos entre 30 e 40%, os espessados entre 45 e 65%, as pastas entre 65 e 70% e as tortas entre 80 e 85%. Para cada porcentagem alvo, utilizam-se diferentes técnicas de desaguamento e métodos de disposição.

Os primeiros projetos de filtragem dos rejeitos são do Chile, nas minas de cobre Mantos Blancos e El Teniente, datados entre o fim da década de 70 e início dos anos 80 (Bouso, 2005).

Vargas e Campomanes (2022), ressaltam que os projetos de rejeitos filtrados ganharam visibilidade mundial apenas nos últimos 20 anos.

Segundo Chaves (2004), a filtragem é um processo unitário de separação de sólidos em solução aquosa pela passagem da polpa por um meio filtrante, que permite a passagem do líquido (filtrado) e retém os sólidos (torta). A permeabilidade do filtro é inversamente proporcional à superfície específica das partículas, tornando a operação de filtragem de polpas com altos teores de finos mais complexa devido a possibilidade de entupimento do meio filtrante. Dessa forma, o tipo de filtro é escolhido de acordo com a granulometria do material.

A Figura 2.1 ilustra o processo de filtragem dos rejeitos, onde um diferencial de pressão é aplicado à polpa para permitir a retenção de sólidos e a passagem do líquido. A magnitude desse diferencial de pressão dependerá das características granulométricas e mineralógicas do rejeito. Adicionalmente, o meio utilizado para aplicação desse diferencial de pressão dependerá da tecnologia aplicada na filtragem (BHP Rio Tinto – Tailings Management Consortium, 2024).

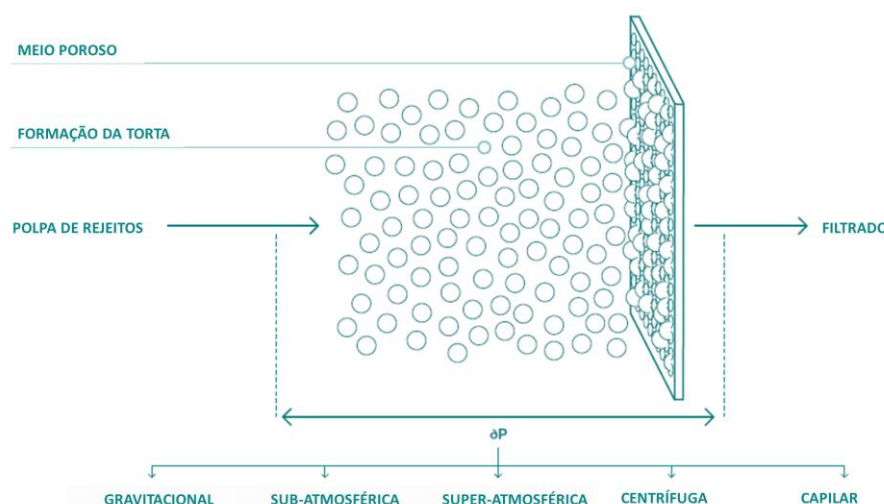


Figura 2.1 - Processo de filtragem dos rejeitos e o diferencial de pressões aplicadas. (BHP Rio Tinto – Tailings Management Consortium, 2024 - Adaptado).

Conforme apresentado na Figura 2.2, para filtragem dos rejeitos é necessária a aplicação de uma força sobre as partículas, que pode ser obtida por gravidade, vácuo, pressão, centrifugação ou capilaridade (Guimarães, 2011). O gráfico da Figura 2.2 apresenta exemplos de diferentes tecnologias de filtragem e a faixa de tamanho das partículas para as quais elas são indicadas. O filtro prensa, por exemplo, utiliza o diferencial de pressão super-atmosférico para filtrar materiais com partículas inferiores a 0,01 mm, enquanto a tela de desaguamento emprega as forças gravitacionais e vibrações para filtrar materiais granulares, com partículas médias

superiores a 0,10 mm (BHP Rio Tinto – Tailings Management Consortium, 2024).

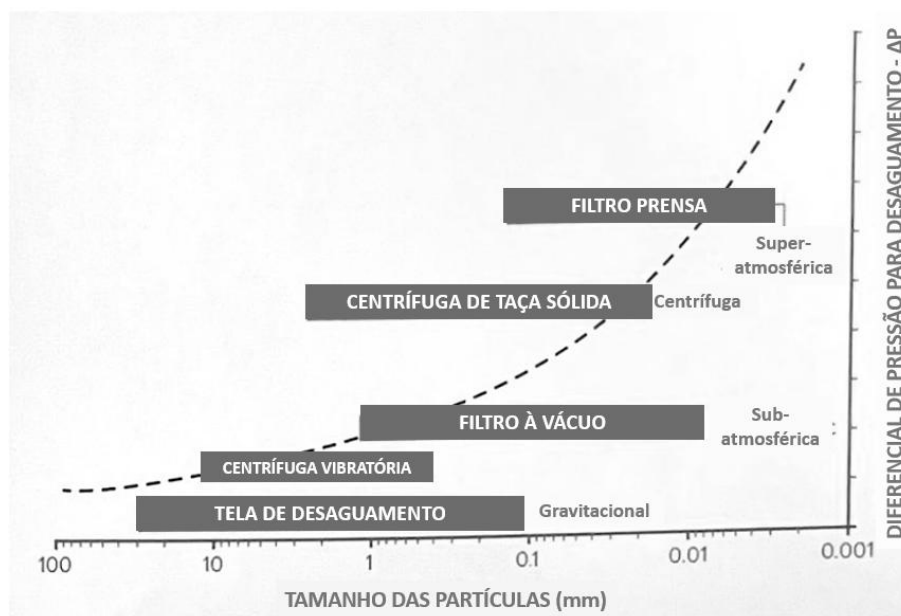


Figura 2.2 – Aplicabilidade das diferentes tecnologias de filtragem de acordo com o tamanho das partículas. (BHP Rio Tinto – Tailings Management Consortium, 2024 - Adaptado).

As principais características dos diferentes tipos de filtros são apresentadas na Tabela 2.1.

Tabela 2.1: – Mecanismos de filtragem e principais características. Adaptado de Guimarães, 2011.

Tipo	Características	Modelo de Filtros	Aplicabilidade
Filtragem à vácuo	Criada uma pressão negativa debaixo do meio filtrante	Filtro de tambor, de disco convencional, filtro horizontal de mesa e filtro horizontal de correia	Filtros de disco e de mesa: materiais granulares (não permite lavagem da torta) Filtro horizontal de correia: materiais granulares
Filtragem sob pressão	Pressão positiva aplicada na polpa	Filtro prensa horizontal ou vertical	Produção de tortas com menor teor de umidade. Adequado para filtragem de lamas
Filtragem centrífuga	Utiliza a força centrífuga para forçar a passagem do líquido	Centrífugas verticais e decanters	Permitem operação com partículas mais finas
Filtragem hiperbárica	Combinação de vácuo e pressão	Filtro de disco encapsulado ou hiperbárico	Desaguamento de partículas mais finas (como bauxita)
Filtragem capilar	Utiliza a ação de capilares de meios cerâmicos porosos para efetuar o desaguamento	Cerâmico	Capilaridade auxilia no desaguamento, permitindo usar bombas de vácuo menores (economia de energia)

2.1.2 PILHAS DE REJEITOS FILTRADOS

Segundo Davies (2011), a disposição de rejeitos filtrados era atrativa inicialmente em regiões áridas, onde o reuso da água no processo é importante; em locais com restrição de área ou com atividade sísmica intensa e em locais frios, onde o manejo da água é dificultado em determinados períodos do ano.

MEND (2017) apresenta uma análise de casos históricos de diferentes tipologias de disposição de rejeitos, considerando como pontos principais da análise a taxa de produção diária de rejeitos (em toneladas) e o balanço hídrico da região (diferença entre a precipitação anual e a evapotranspiração). Todos os casos avaliados foram plotados em um gráfico, buscando obter o intervalo de aplicação de cada tipologia de disposição. Para os rejeitos filtrados, esse intervalo está apresentado na Figura 2.3.

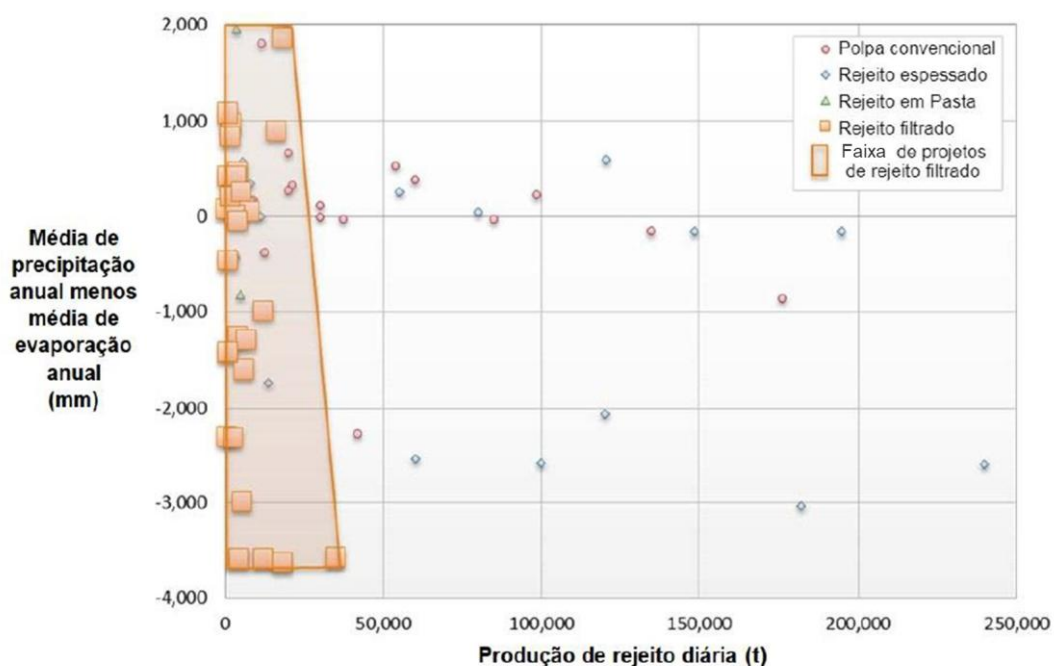


Figura 2.3 – Intervalo de aplicação de projetos com rejeitos filtrados. (MEND, 2017).

Esse gráfico apresenta de forma clara que, historicamente, os rejeitos filtrados têm sido aplicados em projetos com baixas taxas de produção diária (até 35.000 toneladas/dia) e em regiões com balanço hídrico mais baixo.

Devido à proximidade dos empreendimentos minerários com os centros urbanos e ainda aos rompimentos recentes de barragens, as mineradoras brasileiras têm buscado a disposição

dos seus rejeitos em pilhas. Os principais desafios para esse tipo de estrutura no Brasil estão atrelados às altas taxas de produção de rejeitos por dia, além das elevadas precipitações anuais. Dessa forma, muitas pesquisas têm surgido recentemente sobre pilhas, buscando aprimorar os conhecimentos sobre essas estruturas ao longo de toda sua vida útil.

Algumas das vantagens das pilhas de rejeito filtrado são a necessidade de menores áreas para disposição, manejo menos complexo da água, com melhores índices de reutilização desta no processo e boa resistência mecânica, mesmo quando submetidos a carregamentos excepcionais como os sismos (Lupo & Hall, 2010).

Devido à simplicidade construtiva das pilhas, os projetos atuais vêm propondo estruturas com alturas significativas, superiores a 200 metros em alguns locais. No entanto, para tensões mais elevadas, há a preocupação com a ocorrência de quebra dos grãos do rejeito, o que causa deslocamentos relativos elevados entre as partículas sólidas, além de reduzir sua permeabilidade (Lambe & Whitman, 1969).

Para operação das pilhas, os rejeitos filtrados são usualmente transportados por correias até a área de formação de cones e/ou pulmões, removidos com pás carregadeiras e transportados com caminhões para área da pilha, com umidade próxima da ótima para facilitar a compactação. Após o transporte até a área da pilha, são empregados comumente tratores para quebrar e espalhar os montes de rejeitos basculados, caminhões pipas ou tratores de arado (grade) para regularização da umidade, motoniveladoras para regularização da espessura da camada e rolos compactadores para compactação. Com a camada compactada, são realizados ensaios de liberação a fim de realizar a checagem dos parâmetros de compactação de umidade e densificação, bem como ensaios de caracterização tais como granulometria e densidade real dos grãos. Além dos ensaios de campo atrelados ao controle tecnológico, realizam-se ensaios de permeabilidade, coletam-se blocos indeformados para realização de ensaios triaxiais, adensamento e outros ensaios especiais, com periodicidade definida pela projetista responsável com base nos volumes compactados na pilha.

A Figura 2.4 apresenta um fluxograma da metodologia construtiva de uma pilha de rejeitos filtrados, desde a filtragem até os controles tecnológicos da compactação com ensaios de laboratório. Cabe destacar que o fluxograma foi elaborado com foco no empilhamento, portanto, o processo de geração dos rejeitos na usina não está representado.

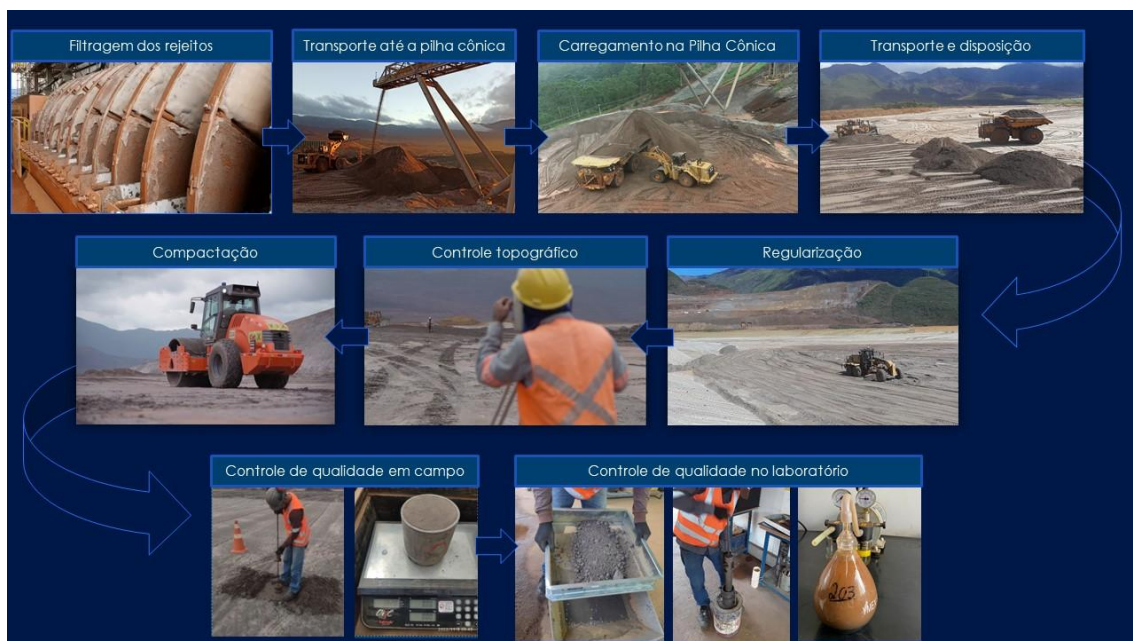


Figura 2.4 – Fluxograma com a metodologia construtiva das pilhas de rejeitos filtrados (Samarco, 2024).

2.2 ELASTOPLASTICIDADE DOS SOLOS

Para uma melhor compreensão das temáticas apresentadas nos tópicos subsequentes, será realizada uma breve introdução de alguns conceitos principais.

As tensões são reações internas em um corpo, que ocorrem devido à aplicação de forças externas. Ao aplicar uma força externa no solo, são gerados deslocamentos, que, por sua vez, causam a deformação pelo re-arranjo das partículas. Essa deformação muda a resultante das forças entre partículas, gerando tensão, até que o corpo encontre novamente seu equilíbrio (Desai e Siriwardane, 1984).

As deformações, por sua vez, ocorrem quando há mudança na forma ou no volume de um corpo submetido a forças externas. Essas mudanças podem se manifestar como alongamentos, encurtamentos, distorções, flexões ou torções. A deformação, uma grandeza adimensional, quantifica essa alteração geométrica e é determinada a partir dos gradientes de deslocamento. Em alguns casos, podem ocorrer deslocamentos de corpos rígidos sob forma de translações ou rotações sob o centro de gravidade, sendo importante observar que esses deslocamentos não representam deformações, uma vez que não há mudança de forma ou volume (Desai e Siriwardane, 1984).

Na mecânica dos solos, determinar completamente o estado de tensão e deformação em um corpo exige a resolução de um sistema de equações (Poulos e Davis, 1974). No entanto, este sistema é indeterminado devido à diferença entre o número de incógnitas e o número de equações disponíveis.

Essa indeterminação faz com que o problema não possa ser resolvido sem que se adicionem informações sobre o comportamento do material. Essas equações, conhecidas por relações constitutivas, podem ser obtidas a partir de ensaios e idealizações do comportamento mecânico do solo, considerando sua composição interna. As equações constitutivas do solo estabelecem uma relação quantitativa entre as tensões e as deformações (Desai e Siriwardane, 1984).

As tensões e deformações em um plano que passa por um ponto do material são descritas matematicamente por tensores. O tensor representa um objeto matemático que descreve uma propriedade física do material e que permanece inalterado mesmo quando se altera a orientação dos eixos coordenados (Poulos e Davis, 1974). A quantidade de componentes de um tensor depende da sua ordem. Um tensor de primeira ordem, por exemplo, é um vetor com três

componentes, enquanto um tensor de segunda ordem pode ser representado por uma matriz 3x3. No entanto, nem toda matriz representa um tensor, pois um tensor possui propriedades de transformação específicas ao mudar o sistema de coordenadas (Desai e Siriwardane, 1984).

2.2.1 TEORIA DA ELASTICIDADE

A teoria da elasticidade advém da Lei de Hooke generalizada, e considera que há uma relação direta e linear entre as tensões e deformações de um corpo, definidas pela equação:

$$\sigma_i = D_{ij}\varepsilon_j \quad \text{Eq. (2.1)}$$

Para relações lineares, D_{ij} é dado por um tensor de segunda ordem, que contém os módulos de rigidez elástica, e é também chamado de tensor constitutivo (Neves e Cadeira, 2018).

No modelo linear elástico, as deformações são recuperadas ao descarregar a amostra, não havendo, portanto, deformações permanentes. É de conhecimento comum que a resposta elástica de um material isotrópico é descrita por dois parâmetros, o módulo de Young - E e o coeficiente de Poisson - ν . Entretanto, ao analisar solos, é mais conveniente adotar o módulo de rigidez volumétrica - K e de distorção - G (Wood, 1990). A relação entre esses parâmetros é dada pelas equações a seguir:

$$K = \frac{E}{3(1 - 2\nu)} \quad \text{Eq. (2.2)}$$

$$G = \frac{E}{2(1 + \nu)} \quad \text{Eq. (2.3)}$$

A lei de Hooke generalizada é escrita em termos de K e G como:

$$\begin{Bmatrix} \sigma_{xx} \\ \sigma_{yy} \\ \sigma_{zz} \\ \sigma_{xy} \\ \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G & K - \frac{2}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ K - \frac{2}{3}G & K - \frac{2}{3}G & K + \frac{4}{3}G & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & G & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & G & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & G \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \varepsilon_{xx} \\ \varepsilon_{yy} \\ \varepsilon_{zz} \\ \varepsilon_{xy} \\ \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} \end{Bmatrix} \quad \text{Eq. (2.4)}$$

Wood (1990) destaca ainda que, devido aos zeros existentes nas submatrizes da Eq. (2.4), há um desacoplamento entre os efeitos volumétricos e cisalhantes, ou seja, ao aplicar uma tensão normal, não serão geradas deformações cisalhantes, e vice-versa. Todavia, nos solos esses efeitos podem ocorrer de forma acoplada, como em um ensaio de cisalhamento direto em areias densas, onde o aumento das tensões cisalhantes gera também variações volumétricas devido aos efeitos da dilatação (Lambe e Whitman, 1969).

A teoria da elasticidade se aplica bem a uma série de tipos de carregamento, quando o solo se encontra submetido a tensões de serviço distantes da ruptura (Poulos e Davis, 1974). Há que se observar, no entanto, as limitações do modelo elástico linear, uma vez que ela desconsidera a não linearidade entre as tensões e deformações, o histórico de tensões, não prevê ruptura nem tampouco deformações permanentes no solo (Wood, 1990).

2.2.2 PLASTICIDADE

Os solos exibem comportamento elástico até um determinado limite de tensão. Acima desse ponto, a resposta do material torna-se elastoplástica, caracterizada pela ocorrência de deformações permanentes, ou seja, ao descarregar esse solo, ele não retorna à sua configuração inicial. Quando submetido a um novo ciclo de carregamento a partir desse novo ponto, ele irá se comportar de forma elástica até atingir novamente o valor das tensões experimentadas antes do descarregamento. A trajetória de descarregamento e recarregamento não coincide com a inicial, indicando que o comportamento do solo é dependente do histórico de tensões a que foi submetido (Desai e Siriwardane, 1984).

A Teoria da Plasticidade se baseia em quatro componentes básicos, são eles: função de ruptura, função de plastificação, lei de fluxo e lei de endurecimento (Wood, 1990). É importante destacar que os primeiros modelos desenvolvidos eram elásticos perfeitamente plásticos, portanto, as funções de plastificação se confundiam com as de ruptura, no entanto, nos modelos mais complexos adotados atualmente, são definidos critérios distintos para a plastificação do material. A função de cada um desses componentes será brevemente discutida a seguir e está sintetizada na Tabela 2.2.

- **Função de plastificação (ou de escoamento):** determina um lugar geométrico no espaço de tensões onde o comportamento é elástico. Qualquer acréscimo de tensão para além dessa função gera deformações plásticas.

A função de plastificação (F) representa um critério para determinar o estado de tensão em um ponto do material. Qualquer ponto dentro da superfície de plastificação tem comportamento elástico e é representado por $F(\sigma) < 0$. Quando a função se iguala a zero - $F(\sigma) = 0$, o ponto encontra-se sob a superfície de plastificação. A partir desse estado, qualquer incremento de carga leva à ocorrência simultânea de deformações elásticas e plásticas. A condição $F(\sigma) > 0$ é fisicamente impossível, indicando um estado de tensão que não pode ser alcançado segundo a teoria da plasticidade.

- **Função de ruptura:** ruptura e plastificação não são necessariamente sinônimos, uma vez que a plastificação pode ocorrer antes da ruptura. Essa, por sua vez, ocorre devido ao acúmulo de deformações plásticas. Diz-se que o material rompe quando são atingidas as tensões de desvio máximas suportadas por ele. Os critérios de ruptura são expressos em termos de invariantes de tensões, e representados graficamente no plano octaédrico, que permite visualizar as condições de tensão que levam à ruptura para diferentes tipos de carregamentos.

Os dois primeiros critérios de ruptura vieram da teoria da plasticidade aplicada aos metais, neles, o material é considerado como puramente coesivo. O primeiro, critério de Tresca (1869), assume que a ruptura ocorre quando a tensão de desvio atinge um valor máximo, k_d , que é constante:

$$d(\sigma) = k \rightarrow F(\sigma) = d(\sigma) - k \quad \text{Eq. (2.5)}$$

Onde $d(\sigma) = \sigma_1 - \sigma_3$ e $k = RCS = 2c$.

Dessa forma, o critério de Tresca é definido por um prisma hexagonal regular ao longo do eixo hidrostático, e é independente das tensões intermediárias - σ_2 (Figura 2.5). Uma boa aplicação desse critério na mecânica dos solos é a obtenção da resistência não drenada de solos argilosos.

Von Mises (1913) introduziu a tensão intermediária no cálculo da tensão de desvio para garantir que o critério de ruptura fosse suave e contínuo em todas as direções, especialmente no plano octaédrico. Isso evita irregularidades matemáticas que podem causar problema na resolução de simulações, como derivadas indefinidas. A tensão de desvio é definida por:

$$q = \sqrt{\frac{1}{2} [(\sigma_1 - \sigma_2)^2 + (\sigma_2 - \sigma_3)^2 + (\sigma_1 - \sigma_3)^2]} \quad \text{Eq. (2.6)}$$

Dessa forma, o critério de von Mises forma um cilindro ao longo do eixo hidrostático

(Figura 2.5). É importante observar pelas Eq. (2.5 e Eq. (2.6 que, tanto o critério de Tresca quanto o de Von Mises não consideram a variação na tensão confinante na obtenção da tensão de desvio.

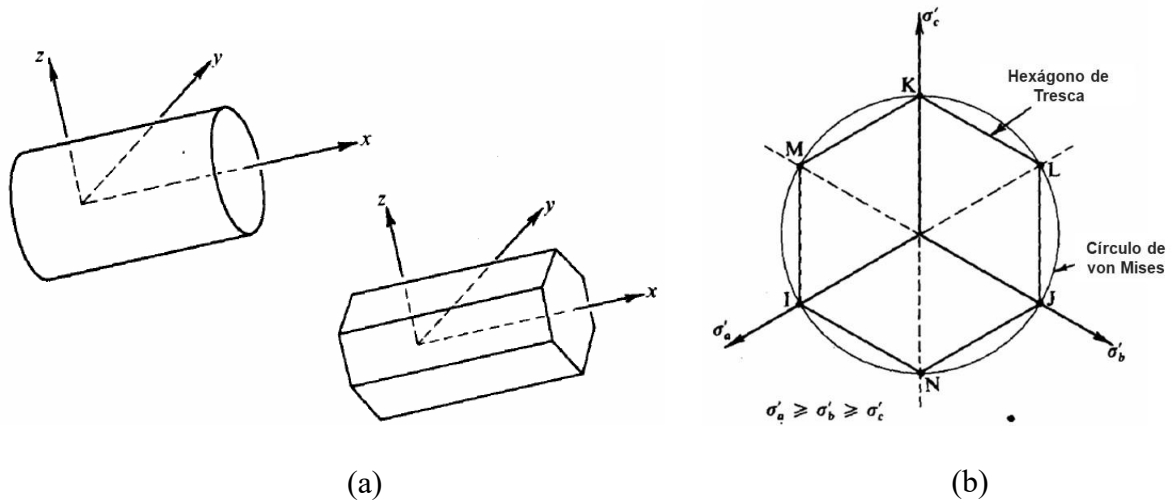


Figura 2.5 – (a) Representação do critério de von Mises (à esquerda) e Tresca (à direita) ao longo do eixo hidrostático e (b) comparativo dos critérios no plano octaédrico (Fonte: Schofield e Wroth, 1968).

Embora bem representativos para os metais, os critérios de ruptura para materiais puramente coesivos frequentemente não descrevem de forma precisa o comportamento dos solos, uma vez que a resistência tende a aumentar com o incremento de tensão confinante (Desai e Siriwardane, 1984). Dessa forma, novos critérios foram elaborados para materiais friccionais, como o amplamente conhecido de Mohr-Coulomb.

No critério de Mohr-Coulomb, a ruptura em um plano ocorre quando as tensões cisalhantes (τ) atingem um valor máximo, proporcional às tensões confinantes, dadas pela relação:

$$\tau = c' + \sigma' \tan \varphi' \quad \text{Eq. (2.7)}$$

Onde c' é o intercepto de coesão efetiva; σ' a tensão normal efetiva e φ' o ângulo de atrito interno do material.

A envoltória de ruptura de Mohr Coulomb desconsidera os efeitos da tensão intermediária (σ_2). O critério é definido por uma pirâmide hexagonal irregular no plano das tensões principais (Figura 2.6). Essa irregularidade na pirâmide ocorre devido à consideração de resistências maiores na compressão do que na extensão (Desai e Siriwardane, 1984).

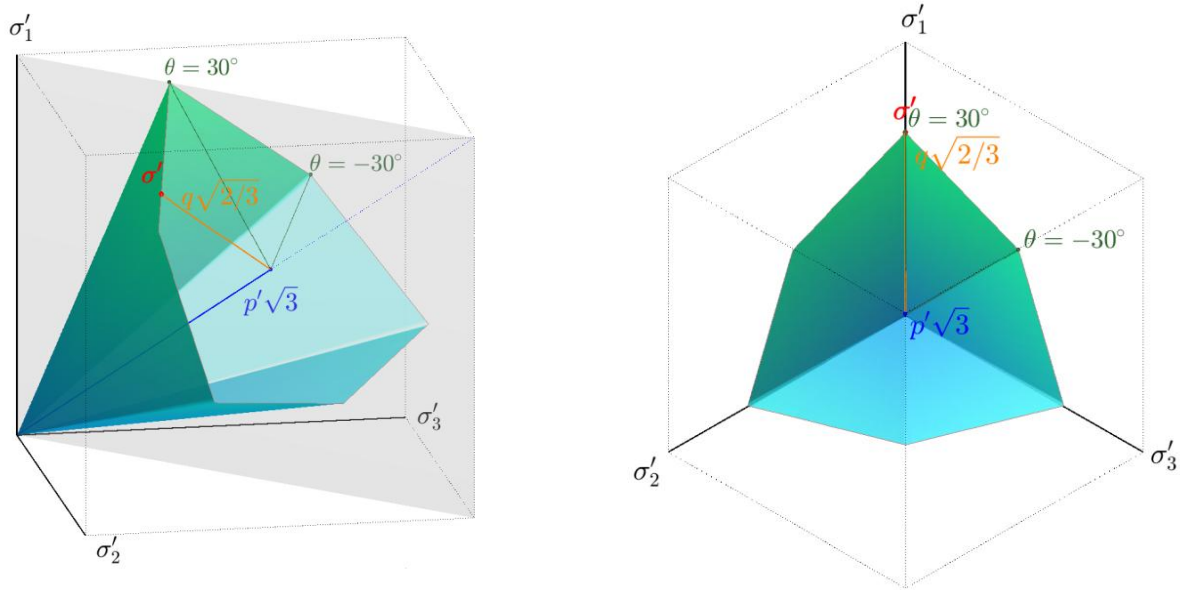


Figura 2.6 – Superfície de Mohr-Coulomb ao longo do eixo hidrostático (à esquerda) e no plano octaédrico (direita) (Fonte: Medicus, 2021).

- **Lei de fluxo:** define o vetor de incremento de deformações plásticas. Para tal, é considerada a existência de uma função potencial plástica - $G(\sigma)$, conforme relação abaixo:

$$d\varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial G}{\partial \sigma_{ij}} \quad \text{Eq. (2.8)}$$

Onde $d\varepsilon_p$ é o vetor de incremento de deformações plásticas, ou vetor de fluxo plástico; $d\lambda$ é uma constante de proporcionalidade positiva que dá a magnitude da deformação plástica; e $\frac{\partial G}{\partial \sigma}$ o vetor perpendicular à G no ponto σ (Desai e Siriwardane, 1984).

Quando a superfície de plastificação coincide com a de potencial plástico [$F(\sigma) = G(\sigma)$], a lei de fluxo é dita associada. Nesse caso, o vetor de incremento de deformações plásticas é normal à superfície de plastificação. A Figura 2.7(a) apresenta diferentes possibilidades para um mesmo endurecimento do material, seguindo uma lei de fluxo não associada e (b) a direção de um possível endurecimento com lei de fluxo associada.

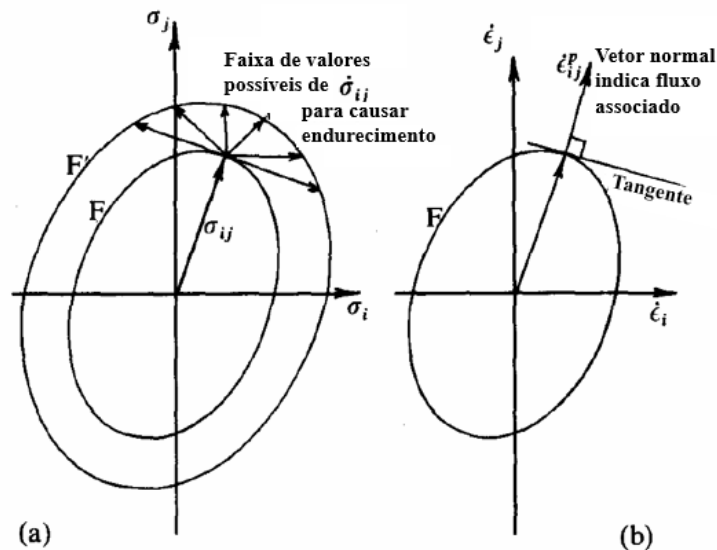


Figura 2.7 – (a) Diferentes possibilidades para um mesmo endurecimento do material, seguindo uma lei de fluxo não associada e (b) direção de possível endurecimento com lei de fluxo associada (Fonte: Schofield e Wroth, 1968).

Wood (1990) cita que as leis de fluxo associadas são mais adequadas para materiais argilosos, mas podem subestimar a dilatação em materiais arenosos.

- **Lei de endurecimento:** estabelece que a superfície que define o início da plastificação não é fixa. Ao invés disso, ela pode se expandir à medida que o material é submetido a tensões crescentes até a ruptura. Isso significa que a função de plastificação depende não apenas de σ , como também de um invariante de deformação plástica, chamado de parâmetro de endurecimento (h), ou ainda do trabalho plástico acumulado. Consequentemente, a lei de endurecimento não é aplicável a modelos elásticos perfeitamente plásticos (EPP). A Figura 2.7 (a) ilustra essa expansão da superfície de plastificação devido ao endurecimento.

A condição de consistência assegura que, a partir do momento em que um material atinge a superfície de plastificação ($F(\sigma) = 0$), qualquer incremento de carga levará a novas deformações plásticas, permanecendo impossível o estado de tensões onde $F(\sigma, h) > 0$ (Desai e Siriwardane, 1984).

A dilatância em materiais pré-adensados causa uma perda de resistência pós-pico em ensaios drenados, fenômeno conhecido como amolecimento. Esse comportamento é considerado nas leis de endurecimento.

Tabela 2.2: – Significado físico dos principais componentes em modelos elastoplásticos (Modificado de Lade, 2005)

	Componente	Função
Comportamento elástico	Lei de Hooke	Descreve a relação linear entre a tensão aplicada a um material e a deformação que ele sofre, dentro de um certo limite.
Comportamento plástico	Função de ruptura	O critério de falha determina quando o limite do estado de tensões é atingido, ou seja, quando o material não pode mais se deformar elasticamente e entra em um regime de deformação plástica ou fratura.
	Função de plastificação (ou escoamento)	Define o momento exato em que a deformação plástica começa a ocorrer: apenas quando as tensões aplicadas ultrapassam o limite elástico do material, fazendo com que a superfície de plastificação se expanda ou se contraia (o que corresponde ao endurecimento ou amolecimento do material).
	Função de potencial plástico (ou lei de fluxo)	Determina a magnitude relativa entre os diferentes componentes de deformação plástica (volumétrica e cisalhante), de forma similar a como o coeficiente de Poisson relaciona as deformações elástica longitudinal e transversal.
	Relação de endurecimento/amolecimento	Define a taxa com que a deformação plástica se acumula, de forma similar a como o módulo de Young relaciona a tensão e a deformação elástica.

2.2.3 INTRODUÇÃO DA MECÂNICA DOS SOLOS DOS ESTADOS CRÍTICOS

Ao investigar as relações entre tensão e deformação em solos não coesivos, Casagrande (1936) discorre sobre a dilatância, destacando a importância da mudança de volume durante o cisalhamento drenado na resistência desses materiais. O autor discorre ainda sobre a existência de um índice de vazios crítico, onde o material se deforma continuamente sem acréscimo de tensão ou variação volumétrica. Esse valor crítico estabelece um ponto de referência para avaliar o comportamento dos solos sob carregamento, e é geralmente menor em solos com graduação uniforme.

Alguns anos mais tarde, Casagrande (1975) aprofunda a interpretação do índice de vazios crítico, com base em ensaios triaxiais realizados em areias finas saturadas. Para explicitar a diferença no comportamento das areias fofas e densas, o autor apresenta a resposta gráfica de um ensaio de cisalhamento direto drenado (Figura 2.8).

Na Figura 2.8a são plotadas as curvas de tensão deformação do ensaio. A curva L mostra o comportamento de areias fofas, que apresentam aumento de tensões cisalhantes com o aumento das deformações até que se atinja a resistência última (ou estado crítico). A curva D, por sua vez, apresenta o comportamento de uma areia cisalhada em condição densa, onde há um pico de resistência (devido à dilatância) seguido por uma queda até a mesma resistência última da amostra fofa. A curva M mostra o ensaio em uma amostra ensaiada com o índice de vazios críticos antes do cisalhamento, nesse caso, não é esperada nenhuma variação volumétrica, como evidenciado na Figura 2.8b. A Figura 2.8b apresenta a variação volumétrica das areias quando cisalhadas. Na curva L' fica evidenciada a contração de areias fofas, enquanto na curva D', pode-se observar a dilatância da amostra ensaiada na condição densa.

A Figura 2.8c apresenta as curvas de ensaios de adensamento oedométrico para as três amostras descritas anteriormente, plotadas em função do logaritmo das tensões normais pelo índice de vazios. Os pontos x, y e z no gráfico representam a condição inicial dos ensaios de cisalhamento direto, rebatidos no gráfico da Figura 2.8b. Dessa forma, os pontos z e z' representam o índice de vazios crítico para a areia ensaiada sob a mesma tensão confinante adotada no ensaio de cisalhamento direto.

A repetição desse mesmo ensaio com maior tensão confinante geraria índices de vazios iniciais menores, e um menor índice de vazios crítico. Uma série de ensaios com diferentes confinantes geraria então uma linha com os índices de vazios críticos para essa areia, conforme

representado na linha mais grossa da Figura 2.8c. A essa linha dá-se o nome linha de estados críticos (LEC) do material. Dessa forma, toda combinação de índice de vazios e tensão normal efetiva localizada abaixo ou à esquerda da LEC apresentará comportamento dilatante quando cisalhada. Por outro lado, toda combinação localizada à direita ou acima dessa linha, terá comportamento contrátil, como o ponto P da Figura 2.8c. O autor destaca ainda que, para que um material seja susceptível à liquefação, sua condição inicial precisa estar substancialmente à direita da LEC (Casagrande, 1975).

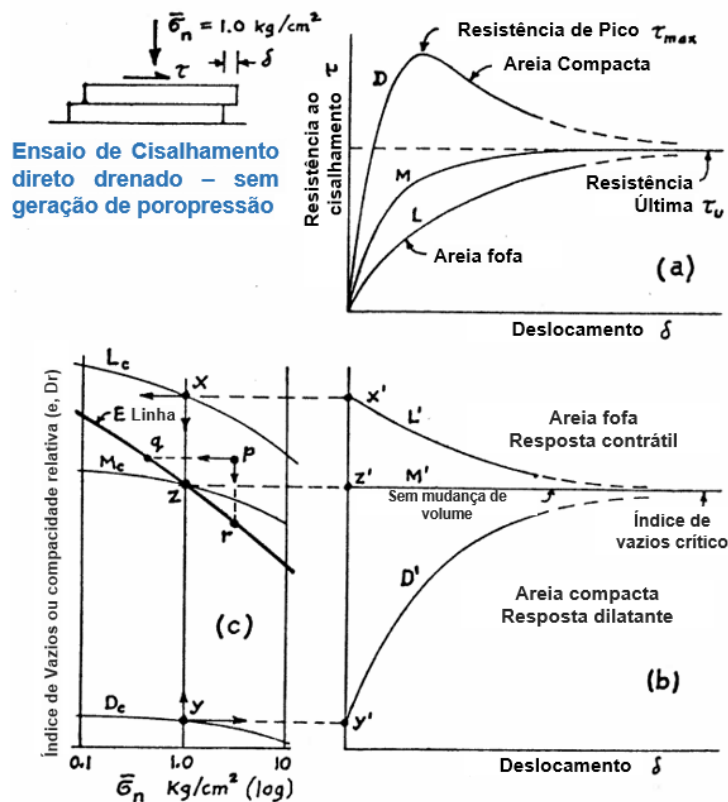


Figura 2.8 – Comportamento dos solos sob cisalhamento em um ensaio de cisalhamento direto drenado (Adaptado de Casagrande, 1975).

- **Linha de Compressão Normal – LCN:**

Para uma caracterização completa do comportamento do solo, é fundamental analisar não apenas o seu comportamento sob cisalhamento, como também a sua resposta durante o adensamento, seja ele isotrópico (como na primeira etapa do ensaio triaxial) ou unidirecional (como em um ensaio oedométrico). O ensaio de adensamento fornece informações importantes sobre a compressibilidade e a deformabilidade do solo sob diferentes condições de tensão.

A Figura 2.9 apresenta os resultados de um ensaio de adensamento, no qual um solo é

submetido a ciclos de carregamento e descarregamento. O ponto O representa o estado inicial, mais fofo, do solo. Ao ser comprimido até o ponto A, o solo sofre uma deformação volumétrica significativa devido ao rearranjo das partículas. A descarga até o ponto B e a subsequente recarga até C demonstram que o solo, agora mais denso, apresenta menor deformabilidade. A etapa final, de C a D, revela um novo comportamento de adensamento normal. A não linearidade da deformação volumétrica é característica desses ensaios, sendo a representação em escala semi-logarítmica (Figura 2.9b) frequentemente utilizada para melhor análise dos dados. A maior inclinação da reta OA em relação à reta ABC indica que a deformabilidade do solo é maior no primeiro carregamento, quando as partículas ainda possuem maior liberdade para se rearranjar. Nos ciclos subsequentes, o arranjo das partículas já está mais definido, o que resulta em menor deformabilidade (Neves, 2016).

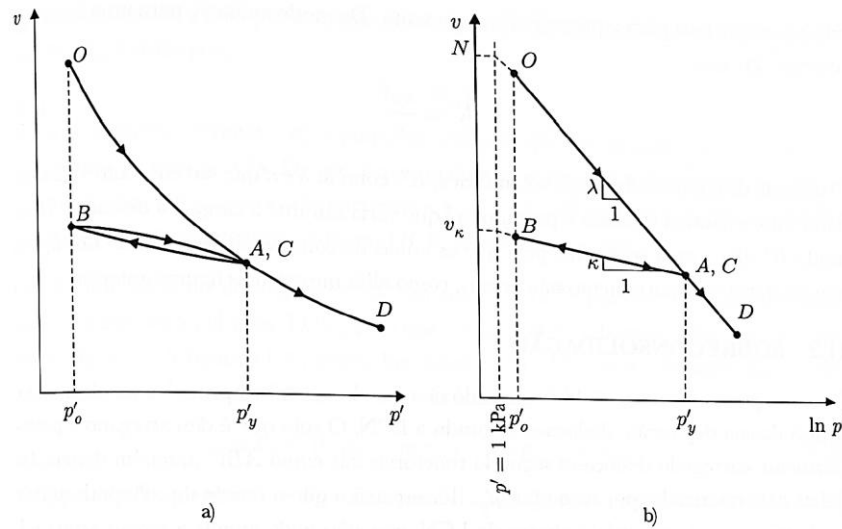


Figura 2.9 – Compressão e expansão isotrópicas (a) representação no espaço $v \times p'$ e (b) representação no espaço $v \times \ln p'$ (Fonte: Neves, 2016).

A curva OACD é chamada de Linha de Compressão Normal (LCN) e representada por:

$$v = N - \lambda \ln p' \quad \text{Eq. (2.9)}$$

Onde λ é a inclinação da reta e N representa o valor de v para $p' = 1 \text{ kPa}$. A linha ABC, por sua vez, é a linha de descarga-recarga, dada por:

$$v = v_k - \kappa \ln p' \quad \text{Eq. (2.10)}$$

Onde κ é a inclinação da reta e v_k o valor de v para $p' = 1 \text{ kPa}$.

Ao longo da LCN, é possível considerar múltiplos ciclos de descarga e recarga, todos com a mesma inclinação, no entanto, com valores distintos de v_k e p' . Dessa forma, os parâmetros N, λ e κ são intrínsecos para cada solo. O ponto de intersecção entre as retas, representado por C, corresponde à tensão de plastificação, ou de pré-adensamento - p_y' , que marca a transição do comportamento plástico para o elastoplástico (Neves, 2016).

Outro fator importante para a análise da rigidez do solo é o seu grau de pré-adensamento, ou, em outras palavras, o histórico de tensões que ele já experimentou. Solos normalmente adensados caminham sobre a LCN, o que corresponde a uma razão de pré-adensamento (ou, em inglês, *overconsolidation ratio* - *OCR*) de 1. Solos pré-adensados, por outro lado, caminham pela reta de descarga e recarga apresentada anteriormente, e apresentam $OCR > 1$. O OCR é definido como a razão entre a tensão de pré-adensamento e a tensão efetiva atual.

Como os ciclos de carregamento e descarregamento isotrópico são representados por essas duas retas no plano $e-\ln(p')$, o estado do solo sempre estará abaixo ou à esquerda da LCN. Isso significa que não existem estados do solo acima desta linha — esses pontos seriam fisicamente impossíveis, conforme ilustrado na Figura 2.10.

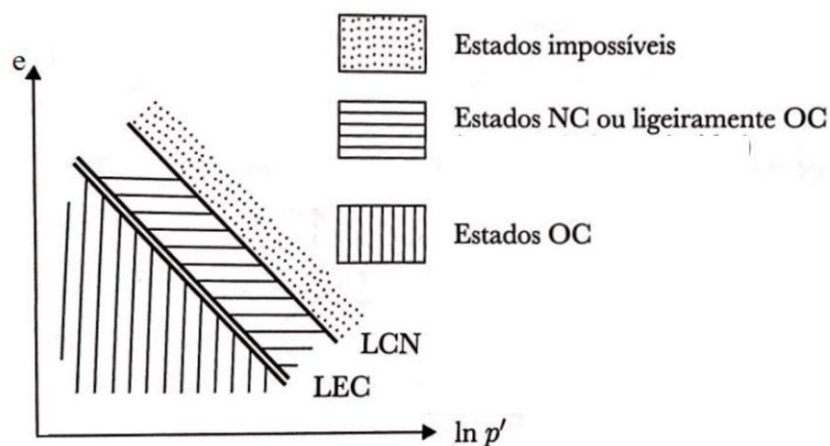


Figura 2.10 – Lugar geométrico dos estados possíveis para materiais com comportamento pré-adensado e normalmente adensado no espaço $p' \times e$ (Fonte: Adaptado de Faria, 2022).

- **Linha de Estados Críticos – LEC:**

Schofield e Wroth (1968) popularizam a mecânica dos solos nos estados críticos ao introduzir o modelo constitutivo Cam Clay. Seu principal avanço foi o acoplamento entre o tamanho da superfície de plastificação e o índice de vazios, permitindo explicar a influência da densidade na mudança de comportamento dos solos. Assim, as propriedades do solo foram

classificadas em intrínsecas e de estado, sendo estas últimas dependentes das condições iniciais.

A teoria dos estados críticos baseia-se na existência de uma superfície no espaço tensão-deformação-índice de vazios que define o estado último do material, possibilitando prever o comportamento final do solo independentemente de sua condição inicial. Em um espaço bidimensional (v - p'), essa superfície é representada por uma linha, descrita pelas equações:

$$q_c = Mp_c' \quad \text{Eq. (2.11)}$$

e

$$v_c = \Gamma - \lambda \ln p_c' \quad \text{Eq. (2.12)}$$

Onde q_c é a tensão cisalhante no estado crítico, M é a inclinação da LEC no espaço $p' \times q$ e p_c' é a tensão normal média no estado crítico. De forma semelhante à LCN, λ é a inclinação da LEC no espaço $\ln p' \times v$. O parâmetro Γ , por fim, representa o valor de v para $p' = 1 \text{ kPa}$. A representação da LEC em conjunto com a LCN está apresentada na Figura 2.11.

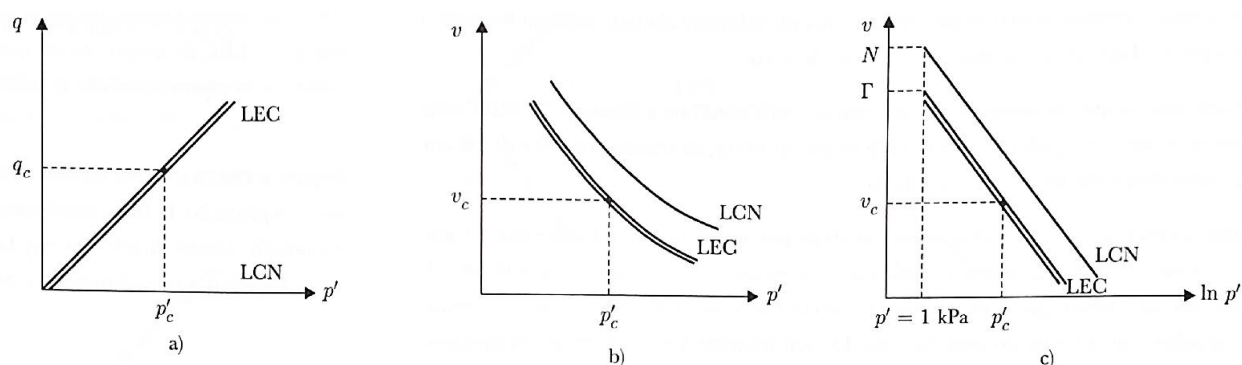


Figura 2.11 – Linha de Estados Críticos (LEC) (a) representação no espaço $q \times p'$, (b) representação no espaço $v \times p'$ e (c) representação no espaço $v \times \ln p'$ (Fonte: Neves, 2016).

As trajetórias de tensão representadas na Figura 2.12 ilustram a diferença de comportamento entre solos densos e fofos, sob carregamentos drenados e não drenados. Na trajetória 1, os gráficos apresentam o comportamento drenado (sem geração de poropressão, portanto, representado por uma reta que liga o eixo hidrostático à LEC), de uma argila normalmente adensada (ou uma areia fofa), onde há contração volumétrica no cisalhamento. Essa mesma amostra NA em um ensaio não drenado (sem variação volumétrica) gera poropressões positivas, portanto, sua trajetória aponta para a esquerda até atingir os estados críticos. A trajetória 3 representa um ensaio não drenado em uma argila pré-adensada (ou areia

densa), onde são geradas poropressões negativas, portanto, sua trajetória aponta para a direita até tocar na LEC. Por fim, a trajetória 4 simboliza o comportamento drenado de um material pré-adensado, onde há dilatação durante o cisalhamento. A LEC representa o limite para o qual as amostras tendem a evoluir, independentemente do tipo de ensaio.

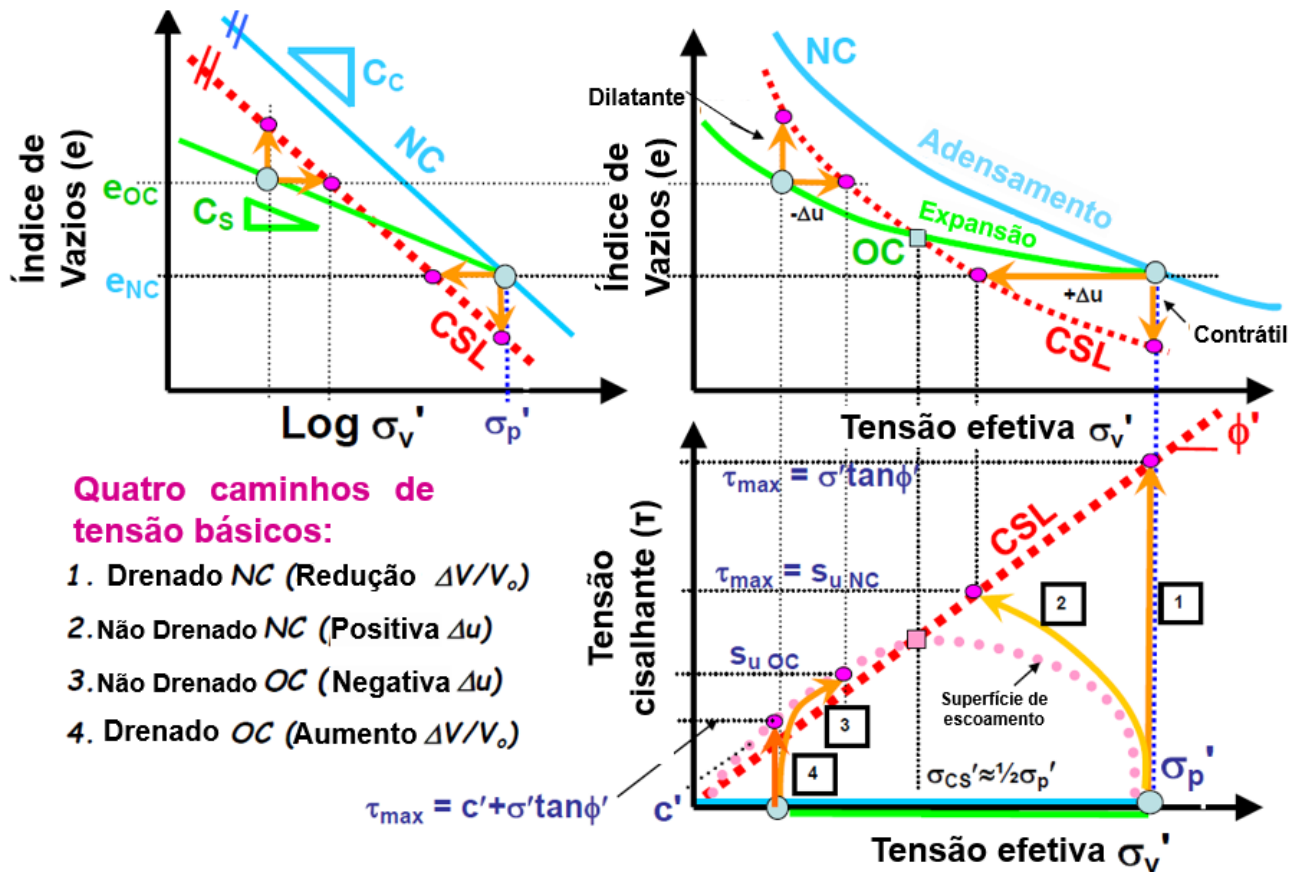


Figura 2.12 – Trajetórias de tensão de ensaios triaxiais drenados e não drenados para materiais sobreadensados e normalmente adensados (Fonte: Adaptado de Mayne, 2019).

- **Dilatância:**

A dilatância, caracterizada pela variação volumétrica de um solo durante o cisalhamento, é frequentemente representada por um ângulo. No entanto, a convenção de sinais na mecânica dos solos considera a contração como positiva, o que pode levar a interpretações equivocadas. O ângulo de dilatância máximo, embora corresponda ao maior aumento do índice de vazios, representa uma taxa de deformação negativa (ou mínima) devido a essa convenção. Essa aparente contradição ressalta a importância de uma compreensão clara dos conceitos e convenções utilizados na análise da dilatância (Jefferies e Been, 2016).

A teoria da tensão-dilatância, proposta por Rowe (1962), estabeleceu uma relação direta

entre a razão de tensões aplicadas no solo e sua resposta em termos de deformações plásticas volumétricas e cisalhantes, válida para toda a trajetória de tensões. Essa razão de tensões é dada por:

$$\eta = \frac{q}{p'} \quad \text{Eq. (2.13)}$$

Onde $q = \sigma_1 - \sigma_3$ e $p' = \frac{\sigma'_1 + \sigma'_2 + \sigma'_3}{3}$, conforme nomenclatura de Cambridge.

A dilatância, por sua vez, é dada pelas invariantes de deformação plástica:

$$D^p = \frac{\dot{\varepsilon}_v}{\dot{\varepsilon}_q} \quad \text{Eq. (2.14)}$$

Onde D^p é a dilatância plástica, enquanto $\dot{\varepsilon}_v$ é a taxa de deformação volumétrica plástica e $\dot{\varepsilon}_q$ é a taxa de deformação cisalhante plástica.

Wood (1990) destaca que a Eq. 2.14 é frequentemente aplicada considerando as deformações totais. Essa abordagem, embora simplificadora, é justificada pela dificuldade em quantificar a parcela elástica, que muitas vezes é pequena em comparação à plástica. No entanto, essa abordagem deve ser utilizada com cautela, uma vez que em alguns casos especiais como o de um ensaio a volume constante (não drenado), ocorrem deformações elásticas e plásticas em sentidos opostos, e nem sempre nulos quando analisados em magnitude.

As tensões atuam para realizar um trabalho imposto ao esqueleto sólido do solo, que podem ser decompostas em componentes associadas à deformação cisalhante ou volumétrica. As deformações de interesse são as plásticas, uma vez que as elásticas são inferiores e recuperáveis. O trabalho plástico por unidade de distorção plástica é normalizado pela tensão média efetiva e pelo incremento de deformação plástica de cisalhamento, resultando em:

$$\frac{\dot{W}^p}{p\dot{\varepsilon}_q} = D^p - \eta \quad \text{Eq. (2.15)}$$

No modelo Cam Clay, a taxa de dissipação de energia plástica é considerada constante durante o cisalhamento, e igual a M . Dessa forma, a relação de tensão-dilatância é dada por:

$$D^p = M - \eta \quad \text{Eq. (2.16)}$$

É importante observar que quando o estado crítico é atingido, a dilatância é nula,

portanto, $\eta = M$.

- **Parâmetro de Estado:**

Para caracterizar adequadamente o comportamento do solo, é preciso correlacionar a dilatância com seu índice de vazios inicial. Essa correlação é feita pelo parâmetro de estado (Ψ). Esse parâmetro é definido pela diferença do índice de vazios inicial da areia pelo índice de vazios crítico (Eq. Eq. (2.17). Quanto mais distante do estado crítico o solo estiver, mais rápida será sua variação volumétrica quando cisalhado, seja ela de contração ou expansão (Been e Jefferies, 1985).

$$\Psi = e - e_c \quad \text{Eq. (2.17)}$$

Onde e é o índice de vazios atual do solo e e_c corresponde ao índice de vazios no estado crítico para a tensão média atual.

A adoção do parâmetro de estado, em detrimento do índice de vazios ou da densidade relativa, apresenta diversas vantagens, como destacado por Jefferies e Been (2016). Altas tensões confinantes tendem a reduzir a dilatância, que é quem determina a resistência do solo. Dessa forma, a definição de estado deve estar relacionada ao nível de tensões atuante, o que não ocorre com o índice de vazios ou a densidade relativa.

Devido à dificuldade de extrair amostras indeformadas de solos granulares como areia e silte, recomenda-se obter os parâmetros para modelos constitutivos do material por meio de ensaios de laboratório e de campo (Jefferies e Been, 2016). Para o parâmetro de estado, é essencial que ele reflita a condição real do solo in situ, o que exige a realização de ensaios de campo, como o CPTu. Contudo, os resultados do CPTu não são fornecidos diretamente como nos ensaios de laboratório, sendo necessário interpretar o comportamento do material para correlacionar os dados obtidos.

2.3 MODELOS CONSTITUTIVOS NA MECÂNICA DOS SOLOS

Na engenharia geotécnica, devido à heterogeneidade do solo (onde suas propriedades variam espacialmente), tornou-se necessária a criação de modelos mais complexos que aqueles usualmente empregados para materiais homogêneos, como o aço e o concreto. Ao contrário desses materiais, o comportamento tensão-deformação do solo é altamente não linear, dependente do histórico de carregamento e há variação volumétrica quando submetido a tensões cisalhantes (Wood, 1990). Essa complexidade motivou o desenvolvimento de modelos constitutivos que, por meio de expressões matemáticas, buscam descrever com acurácia a relação entre tensões e deformações no solo sob diferentes solicitações, considerando-o, para tal, como um meio contínuo (Desai e Siriwardane, 1984).

Um modelo numérico representa uma versão simplificada da realidade, baseada em pressupostos sobre as cargas aplicadas, a forma do objeto, as condições de contorno, as equações constitutivas que representam o comportamento do material e os métodos de cálculo numérico. É fundamental que esses pressupostos reflitam adequadamente as características do problema real, garantindo a confiabilidade dos resultados (Neves e Caldeira, 2018).

Nos últimos 60 anos, a complexidade dos modelos de solo evoluiu significativamente, impulsionada pelos avanços na capacidade computacional. Essa evolução permitiu a formulação de modelos mais rigorosos, tanto empíricos quanto teóricos, capazes de simular o comportamento dos solos sob diversas condições de carregamento (Lade, 2005). A diversidade de modelos propostos para simular o comportamento dos solos é vasta e crescente. Estudos comparativos, como os realizados por Wroth and Houlsby (1985), Prevost e Popescu (1996), Lade (2005), Brinkgreve (2005), Huat (2009), Liu et al. (2024) e Rógenes et. al (2025), têm sido cruciais para avaliar as vantagens e limitações de cada modelo, auxiliando na seleção daquele mais adequado para cada aplicação.

O artigo de Roscoe (1970) representou um avanço significativo na mecânica dos solos ao reunir vinte anos de pesquisas realizadas em Cambridge. Ele destaca a importância de analisar o comportamento tensão-deformação ao longo de toda a faixa de carregamento, e não apenas durante a ruptura, como era comum na época. A introdução de novas metodologias experimentais, utilizando equipamentos de cisalhamento versáteis e técnicas não-destrutivas para verificar a uniformidade das amostras, permitiu a obtenção de trajetórias de tensão-deformação complexas. Embora a tecnologia computacional da época limitasse a complexidade das análises, essa abordagem abriu caminho para o desenvolvimento de modelos que melhor

refletissem a realidade dos solos, capturando aspectos como a não-linearidade e anisotropia. Embora publicado há mais de 50 anos, as ideias de Roscoe continuam a influenciar pesquisas em mecânica dos solos até os dias atuais.

Wroth e Houlsby (1985) abordam em seu trabalho modelos constitutivos e métodos numéricos voltados para a análise geotécnica, reconhecendo a complexidade do comportamento do solo atrelada à sua história geológica, história de tensões e propriedades. É discutida a evolução histórica dos modelos até a época, de modelos elásticos e perfeitamente plásticos simples aos mais avançados, capazes de incorporar a não linearidade, endurecimento/amolecimento entre outros, além da importância da escolha do modelo apropriado para cada cenário. Métodos numéricos, como o método dos elementos finitos e o método das diferenças finitas, são discutidos, incluindo suas limitações e o contexto de aplicações em problemas geotécnicos específicos. A seleção do método de análise está intimamente relacionada à escolha do modelo constitutivo, e são apresentadas considerações adicionais para a análise de grandes deformações e comportamentos descontínuos do solo. O trabalho enfatiza que a escolha apropriada do modelo e dos métodos é fundamental para obter resultados precisos e confiáveis no projeto geotécnico.

Prevost e Popescu (1996) trazem uma contextualização histórica dos avanços nos modelos constitutivos, desde os primeiros estudos realizados em Cambridge na criação do CamClay original. Os autores discorrem ainda sobre pontos importantes nos modelos, como a calibração de parâmetros com base em ensaios laboratoriais e de campo, liquefação dinâmica, efeitos da variabilidade espacial do comportamento do solo e os processos de validação dos resultados.

Na análise comparativa dos modelos, Brinkgreve (2005) apresenta um direcionamento prático para auxiliar os engenheiros geotécnicos na escolha do modelo mais adequado para cada problema. O trabalho discorre sobre os parâmetros de cada modelo, seu significado físico e como obtê-los com base nos dados disponíveis ou correlações. São apresentadas revisões de diversos modelos, considerando suas limitações e melhores aplicações práticas. Lade (2005), por sua vez, apresenta uma análise comparativa dos modelos com embasamento mais teórico, categorizando-os com base em seu rigor matemático, número de parâmetros e tipo de ensaios necessários para obtenção e sua habilidade em representar os comportamentos complexos do solo, como a não linearidade, anisotropia e endurecimento. Huat (2009) apresenta ainda uma revisão básica de alguns modelos constitutivos usualmente utilizados, como o Mohr-Coulomb, Cam Clay modificado, hiperbólico e *Hardening Soil*.

No contexto das pesquisas aplicadas ao uso dos modelos constitutivos em rejeitos, Silva (2022) discute a capacidade do NorSand em representar o comportamento de rejeitos do Quadrilátero Ferrífero submetido a solicitações dinâmicas e estáticas. O trabalho apresenta a calibração do modelo com base em uma série de ensaios de laboratório realizados em rejeitos granulares, finos (com baixa plasticidade) e totais (mistura dos granulares e finos). Foi observada boa representatividade dos rejeitos granulares utilizando o NorSand, enquanto os finos e totais puderam ser representados por modelos mais simples, como o *CamClay*. Essa observação pode ser corroborada pela pesquisa de Faria (2022), que observou maior representatividade para um rejeito de minério de ferro siltoso (granular) com o modelo NorSand. Para os rejeitos totais, no entanto, deve-se considerar a variabilidade das características granulométricas e mecânicas de cada mistura para escolha do modelo mais adequado.

Para verificar a aplicabilidade desses modelos na simulação da liquefação estática, pesquisas recentes têm utilizado retroanálises das rupturas recentes ocorridas no Brasil (Liu et al, 2024). Os autores comparam a capacidade do SANISAND2004 e NorSand em representar a ruptura progressiva da barragem causada pela liquefação estática e concluem que ambos são capazes de representar o fenômeno de maneira adequada. Entretanto, durante as calibrações, foi observada menor resistência não drenada no NorSand, o que faria com que a liquefação ocorresse com menores acréscimos de carga, em simulações iguais realizadas nos dois modelos.

Rógenes et al. (2025) realizaram uma análise comparativa entre os modelos constitutivos CASM e NorSand para avaliar a resposta de barragens de rejeitos a gatilhos de liquefação estática, utilizando a retroanálise da ruptura da barragem de Brumadinho como referência. Os resultados indicaram mecanismos de ruptura semelhantes nos dois modelos, com pequenas diferenças observadas apenas no nível de gatilho necessário para iniciar a liquefação. O que indica que o aspecto mais importante para simular a liquefação estática reside na capacidade do modelo constitutivo em representar o comportamento frágil, com perda abrupta de resistência devido à geração de poropressão ao cruzar a linha de instabilidade, e não na escolha do modelo em si.

A Tabela 2.3 contempla uma síntese das informações importantes de uma série de modelos constitutivos disponíveis na literatura técnica. Para as referências, foram adotadas as publicações principais de cada modelo. Cabe destacar que podem ocorrer atualizações nos modelos, de forma que essa tabela pode ser verificada de tempos em tempos.

Tabela 2.3: - Tabela comparativa entre modelos constitutivos adotados na mecânica dos solos (Modificado de Lade, 2005)

Tipo de modelo	Modelo	Referência	Tipo de solo		Superfície de ruptura	Superfície de plastificação	Potencial plástico: Associado ou não?	Parâmetro de endurecimento	Amolecimento em condições drenadas	Condições de carregamento		Número de parâmetros
			Areia	Argila						Drenado	Não drenado	
Elástico	Lei de Hooke	-	x	x	NA	NA	NA	NA	Não	NA	NA	2
	Hiperbólico	Kondner (1963) Duncan e Chang (1970)	x	x	Mohr-Coulomb	NA	NA	NA	Não	NA	NA	7
Elastoplástico simplificado	Drucker-Prager	Drucker e Prager (1952)	x	x	Von Mises extendida	Igual à de ruptura	Associada	Não	Não	NA	NA	4
	Tensão-dilatância	Rowe (1962)	x		Mohr-Coulomb mais dilatância	Mohr-Coulomb	Não associada	NA	Sim	Sim	Sim	3
	Lade e Duncan	Lade e Duncan (1975)	x	x	Suave, triangular e cônica	Suave, triangular e cônica	Não associada	Trabalho plástico	Não	Sim	Sim	2
	Mohr-Coulomb	Smith & Griffiths (1982)	x	x	Mohr-Coulomb	Igual à de ruptura	Não associada	NA	Não	Sim	Sim	5
	Hardening soil	Schanz et al (2000)	x	x	Mohr-Coulomb	Mohr-Coulomb suavizado com cap elíptico	Não associada (endurecimento por cisalhamento) e associada (endurecimento volumétrico, ou cap)	Sim	Não	Sim	Sim	9
Baseado na teoria dos Estados Críticos	Cam-Clay Modificado	Roscoe e Burland (1968)		x	Von Mises extendida	Cap elíptico	Associado	Deformações volumétricas plásticas (DVP)	Sim, para argilas sobreadensadas	Sim	Sim	5
	t_{ij} -Concept	Nakai e Matsuoka (1986)	x	x	Suave, triangular e	Formato de bala	Associado no espaço t_{ij}	DVP: argila Trabalho plástico	Sim, para argilas sobreadensadas	Sim	Sim	5 (argila) 6 (areia)

Tipo de modelo	Modelo	Referência	Tipo de solo		Superfície de ruptura	Superfície de plastificação	Potencial plástico: Associado ou não?	Parâmetro de endurecimento	Amolecimento em condições drenadas	Condições de carregamento		Número de parâmetros
			Areia	Argila						Drenado	Não drenado	
		e Nakai (1989)			cônica	modificado do Cam Clay		no espaço t_{ij} :areia				
	NorSand	Jefferies (1993)	x		Suave, triangular e cônica	Formato de bala - Cam Clay original	Associado	Trabalho plástico	Sim, para materiais densos	Sim	Sim	11
	CASM	Yu (1998)	x	x	Formato elíptico, similar ao do Cam Clay modificado, com parametrização única para areias e argilas	Baseada na relação de dilatação de Rowe	Não associado	Deformações volumétricas plásticas (DVP)	Sim, para materiais densos	Sim	Sim	7
	SANISAND	Taiebat e Dafalias (2008)	x		Cone estreito fechado	Cone estreito fechado com endurecimento isotrópico e rotacional	Não associado	h, G, K	Sim	Sim	Sim	10
	UBC3D-PLM	Puebla et al. (1997) e Petalas e Galavi (2012)	x		Mohr-Coulomb (3D)	Modificada (Drucker-Prager)	Não associado	K_p^G : módulo plástico cisalhante	Sim, para materiais densos	Sim	Sim	14

2.3.1 MODELO HIPERBÓLICO

O modelo hiperbólico é bastante utilizado na literatura técnica da mecânica dos solos, devido à facilidade de obtenção de seus parâmetros. Nele, os módulos elásticos variam de acordo com as tensões efetivas médias e o critério de ruptura utilizado é o de Mohr-Coulomb. Kondner (1963) propôs a seguinte relação do tipo hiperbólica para relacionar as tensões desviatórias e a deformação axial:

$$\sigma_1 - \sigma_3 = \frac{\varepsilon_1}{a + b\varepsilon_1} \quad \text{Eq. (2.18)}$$

Onde:

- σ_1 e σ_3 são as tensões principais maior e menor, respectivamente;
- ε_1 é a deformação axial;
- a e b são constantes, e representadas pelo inverso do módulo de Young inicial (E_i) e pelo inverso da assíntota da curva tensão-deformação a grandes deformações – dada por $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$, respectivamente. Ambas variam com a tensão confinante.

A obtenção dos parâmetros a e b é simplificada ao utilizar o gráfico de tensão-deformação com os eixos transformados (Figura 2.13), uma vez que a representa o intercepto da reta com o eixo y e b a inclinação da reta.

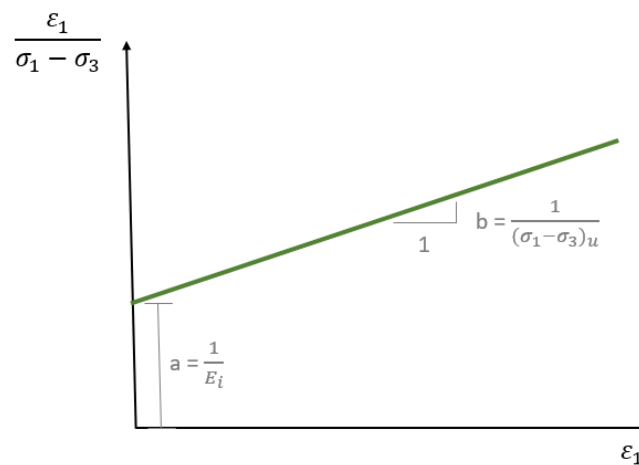


Figura 2.13 – Curva hiperbólica de tensão-deformação transformada (Adaptado de Duncan e Chang, 1970).

Duncan e Chang (1970) pontuam que, em solos na condição densa, a curva tensão-deformação pode não representar perfeitamente uma hipérbole, no entanto, é possível aproximar os resultados à curva hiperbólica quando se utilizam apenas os valores correspondentes a 70% e 95% da resistência mobilizada no ensaio.

Há que se observar ainda que, matematicamente, uma hipérbole nunca toca em sua assíntota. No caso da curva tensão-deformação do solo, a assíntota é dada pela diferença $(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$, enquanto o ponto máximo da hipérbole é a resistência mobilizada no ensaio de compressão triaxial, $(\sigma_1 - \sigma_3)_f$, naturalmente sempre inferior à assíntota. A relação entre essas duas variáveis é dada pela razão de ruptura (R_f), conforme apresentado na Equação (2.19).

$$R_f = \frac{(\sigma_1 - \sigma_3)_u}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \quad \text{Eq. (2.19)}$$

A razão de ruptura será sempre inferior à unidade e, segundo Neves e Caldeira (2018), varia usualmente entre 0,9 e 0,95 para diferentes tipos de solo.

O módulo de Young inicial, assim como a resistência máxima mobilizada no ensaio triaxial, variam com a tensão confinante aplicada (σ_3). Janbu (1963) propôs uma expressão para correlacionar E_i e σ_3 :

$$E_i = k p_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad \text{Eq. (2.20)}$$

Onde:

- k e n são parâmetros adimensionais, que podem ser obtidos com um ajuste linear de uma série de dados de diferentes ensaios plotados em um gráfico de $E_i \times \sigma_3$ em escala logarítmica;
- p_a é a pressão atmosférica, expressa nas mesmas unidades dos demais parâmetros da equação.

Utilizando o critério de ruptura de Mohr-Coulomb e considerando que não haverá variação na tensão confinante durante a ruptura, pode-se relacionar a resistência à confinante, conforme a relação:

$$(\sigma_1 - \sigma_3)_f = \frac{2ccos\varphi + 2\sigma_3sen\varphi}{1 - sen\varphi} \quad \text{Eq. (2.21)}$$

Onde c e φ são a coesão e o ângulo de atrito do solo.

Reescrevendo a Eq. (2.18 em termos do módulo de Young inicial e da resistência à compressão do ensaio, tem-se:

$$(\sigma_1 - \sigma_3) = \frac{\varepsilon_1}{\left[\frac{1}{E_i} + \frac{R_f \varepsilon_1}{(\sigma_1 - \sigma_3)_f} \right]} \quad \text{Eq. (2.22)}$$

Duncan e Chang (1970) pontuam que, a partir da Equação (2.22), é possível determinar o módulo tangente (E_t) em qualquer ponto da curva tensão-deformação. Neves e Caldeira (2018) destacam ainda que, ao colocarmos a equação do módulo tangente em função das tensões, são necessários apenas cinco parâmetros para calibração do modelo hiperbólico: c' , φ' , k , n e R_f .

$$E_t = \frac{d(\sigma_1 - \sigma_3)}{d\varepsilon_1} = \left[1 - \frac{R_f(1 - sen\varphi)(\sigma_1 - \sigma_3)}{2ccos\varphi + 2\sigma_3sen\varphi} \right]^2 kp_a \left(\frac{\sigma_3}{p_a} \right)^n \quad \text{Eq. (2.23)}$$

2.3.2 MODELO MOHR-COULOMB COM ENDURECIMENTO E AMOLECIMENTO

O modelo original de Mohr-Coulomb é classificado como elástico perfeitamente plástico, o que significa que o critério de ruptura coincide com a função de plastificação. Essa característica impõe limitações significativas ao modelo, como a subestimação das poropressões geradas em um carregamento não drenado, devido à falta de um mecanismo matemático para simular transições realistas entre elasticidade e plasticidade. Além disso, durante o cisalhamento, ele simula dilatação contínua após o escoamento, sem convergir para uma condição de estado crítico. (Geostudio, 2022).

Wood (2017) propôs extensões ao modelo de Mohr Coulomb, para capturar os efeitos de endurecimento e amolecimento da superfície de plastificação no cisalhamento drenado. Nesses modelos, o endurecimento é descrito por uma equação hiperbólica, enquanto o amolecimento pós-pico ocorre de forma linear até atingir o estado crítico. Além disso, uma das extensões incorpora a densidade inicial do solo por meio de um parâmetro de estado (ψ), que

ajusta a resistência máxima em função do volume específico e da tensão média efetiva. Essas adaptações conferem maior flexibilidade ao modelo, permitindo a representação mais precisa de fenômenos complexos, como a influência da densidade inicial do solo e a transição entre os regimes de endurecimento e amolecimento.

No manual do Geostudio (2022), os efeitos de endurecimento e amolecimento no Mohr Coulomb são apresentados de forma simplificada, baseados em mudanças na superfície de plastificação e uma transição suave até os estados críticos. O modelo revisado implementado no software adota uma superfície de plastificação que pode se expandir ou contrair em resposta à deformação plástica acumulada. A função de ruptura é expressa como:

$$\tau_f = c' + \sigma'_s \tan (\varphi'_m) \quad \text{Eq. (2.24)}$$

Onde c' é a coesão efetiva, σ'_s é a tensão normal efetiva, e φ'_m é o ângulo de atrito mobilizado. A relação para φ'_m é dada por:

$$\varphi'_m = \varphi'_{cs} + \psi_m \quad \text{Eq. (2.25)}$$

Em que φ'_{cs} é o ângulo de atrito no estado crítico e ψ_m o ângulo de dilatância mobilizado.

Essa relação estabelece um vínculo direto entre a resistência ao cisalhamento e a dilatação volumétrica do solo, influenciando a transição entre os regimes de endurecimento e amolecimento. O modelo considera a evolução dos parâmetros mecânicos (c' , φ'_m , ψ_m) em função da deformação plástica acumulada (ε_q^p), permitindo a calibração dos parâmetros por meio de ensaios laboratoriais, como o ensaio triaxial drenado.

No plano hidrostático, a função de plastificação permanece semelhante à do Mohr Coulomb original, um hexágono irregular, no entanto, ao longo do plano de tensões p' - q , sua inclinação muda de acordo com o ângulo de atrito mobilizado (φ'_m). A função de potencial plástico, por sua vez, é semelhante à de plastificação, e sua inclinação no plano p' - q varia com a evolução do ângulo de dilatância mobilizado (ψ_m). O modelo permite ajustar c' , φ'_m , ψ_m e σ_t em função da deformação plástica acumulada, possibilitando simular diferentes comportamentos, como endurecimento, plasticidade perfeita e amolecimento, dependendo das definições das funções escolhidas.

A Figura 2.14 apresenta os resultados de um ensaio triaxial drenado utilizando o modelo Mohr Coulomb com endurecimento/amolecimento. Durante a compressão entre os pontos P e Q, as deformações desviatórias permanecem totalmente elásticas, pois ocorrem dentro da superfície de plastificação. Assim, ambos os pontos estão localizados na curva de descarregamento e recarregamento.

Nesse intervalo, a resistência máxima do material foi mobilizada, caracterizada pelo ângulo de atrito de pico (φ'_p na Figura 2.15), que define o tamanho da superfície de plastificação no ponto Q. Caso as deformações cisalhantes apresentem sinal positivo, as deformações volumétricas plásticas terão sinal negativo, indicando uma expansão volumétrica da superfície, conforme a convenção de sinais em geotecnia (Wood, 1990).

A partir do ponto Q, o acréscimo de deformações desviatórias plásticas ocorre devido à redução no ângulo de atrito efetivo (φ'), o que faz com que a superfície de plastificação se contraia. Esse comportamento exige que o caminho de tensões volte em direção ao ponto P (Figura 2.14 (a)); caso contrário, o estado de tensões estaria fora dos limites permitidos no modelo. A progressão do ensaio é representada pelos pontos R, S e T.

À medida que a superfície de plastificação diminui, a inclinação do potencial plástico também reduz (Figura 2.15 (b)). Isso faz com que o vetor de incremento de deformação plástica se aproxime gradualmente do eixo vertical no ponto T, permitindo que a deformação de cisalhamento continue sem alterar o volume plasticamente. Resumidamente, no início do ensaio ocorre um aumento em q (tensão de desvio) e uma redução no volume (PQ). Posteriormente, q diminui, enquanto o volume (V) aumenta, atingindo valores limitantes em T.

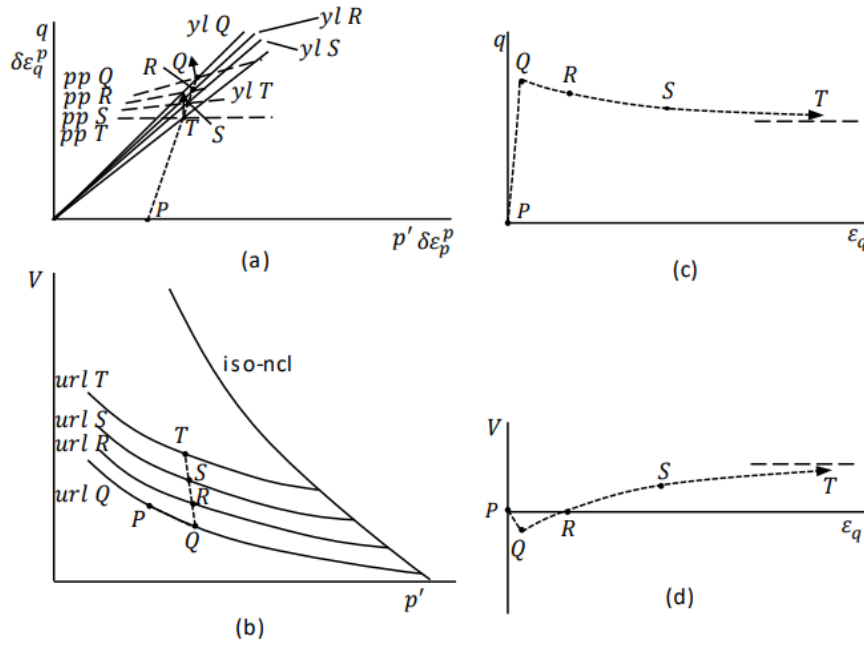


Figura 2.14– Comportamento de um ensaio triaxial drenado descrito pelo modelo de amolecimento e endurecimento de Mohr Coulomb (a) Plano p' - q , com incrementos de deformação volumétrica plástica e deformação cisalhante; (b) Plano v - p' ; (c) Plano q - ϵ_q ; (d) Plano v - ϵ_q (Fonte: Geostudio, 2022).

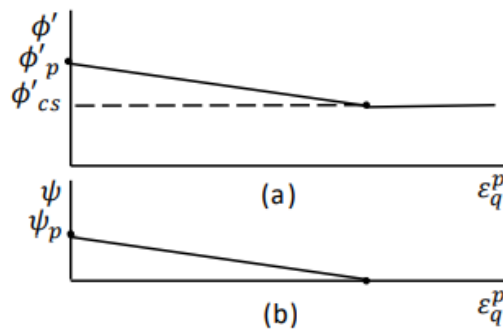


Figura 2.15 – Evolução dos parâmetros ϕ' e ψ com o acúmulo de deformações cisalhantes plásticas para o ensaio da figura anterior. (Fonte: Geostudio, 2022).

2.3.3 MODELO NORSAND

O modelo NorSand, proposto por Jefferies (1993), foi pioneiro ao incorporar parâmetros de estado em uma formulação que generaliza a teoria do estado crítico. Ele abrange o modelo Cam Clay Original (CC) como um caso particular, oferecendo uma abordagem mais ampla e versátil para descrever o comportamento de solos. Uma de suas principais contribuições é corrigir limitações do modelo Cam Clay, como a incapacidade de representar adequadamente

o amolecimento pela dilatância em solos densos e a liquefação em materiais fofos. Ao introduzir o parâmetro de estado explicitamente, o NorSand permite descrever a transição entre o comportamento dilatante e contrátil, capturando de forma mais realista o impacto das condições iniciais no comportamento do solo durante o cisalhamento.

O modelo foi desenvolvido com base em tensões efetivas, assumindo um estado de tensões axissimétricas, típico de ensaios triaxiais. Ele adota os dois axiomas fundamentais da teoria dos estados críticos, formulada em Cambridge. O **Axioma 1** postula a existência de uma superfície única de estados críticos no espaço $p'-q-e$, sobre a qual o solo pode se deformar indefinidamente a tensões e índice de vazios constantes. O **Axioma 2**, por sua vez, complementa esse conceito ao considerar que a LEC representa a condição final para qualquer tensão cisalhante aplicada ao solo. Para descrever essa transição para os estados críticos durante o cisalhamento, é introduzido o conceito do parâmetro de estado. Assim, o segundo axioma estabelece que $\psi \rightarrow 0$ à medida que $\varepsilon_q \rightarrow \infty$, indicando que, com o aumento da deformação cisalhante, o índice de vazios corrente se aproxima do crítico.

Complementarmente, o NorSand adota a existência de uma única superfície de plastificação, desconsidera as deformações elásticas e a coesão, e assume que as tensões são coaxiais às deformações, com incrementos de deformação normais à superfície de plastificação (Jefferies, 1993).

- **Adoção de uma lei de Estado-Dilatância:**

O conceito de dilatância associado ao parâmetro de estado foi introduzido por Been e Jefferies (1985), que identificaram uma relação única entre D_{min} e ψ , com base em ensaios triaxiais de areias com diferentes teores de finos. No entanto, ao aplicar essa relação para materiais mais finos, como siltes, constatou-se que ela gerava apenas aproximações da realidade. Para superar essas limitações, foi introduzido uma lei de estado-dilatância que descreve a relação de forma mais precisa:

$$D_{min} = \chi_{tc} \psi \quad \text{Eq. (2.26)}$$

Onde χ_{tc} é um parâmetro do solo obtido em ensaios de compressão triaxial drenada, ψ é definido com o valor atual do estado e não inicial, e D_{min} corresponde à dilatância máxima, geralmente observada no pico da razão de tensões ($\eta_{máx}$). Been e Jefferies (2016) destacam que, ao utilizar o valor atual do parâmetro de estado, a Eq. (2.26) permite uma representação

adequada dos estados críticos, onde $\psi = 0$ implica $D_{min} = 0$.

- **Particularidade das Linhas de Compressão Normal (LCN) no modelo:**

Com base em ensaios realizados em areias e na premissa de que os solos podem existir em diversas combinações de tensões e índices de vazios, o modelo propõe a existência de múltiplas LCNs que não são paralelas à LEC, em contraste com o modelo Cam Clay, que considera apenas uma (Figura 2.16). Isso exige dois parâmetros para caracterizar o estado do solo: o parâmetro de estado - ψ e a razão de sobreadensamento - R (Jefferies e Been, 2016). O parâmetro R representa a distância entre o estado do solo e a superfície de plastificação no eixo das tensões médias, enquanto o parâmetro de estado define a localização da LCN no espaço $e - \sigma_m$, conforme ilustrado na Figura 2.17.

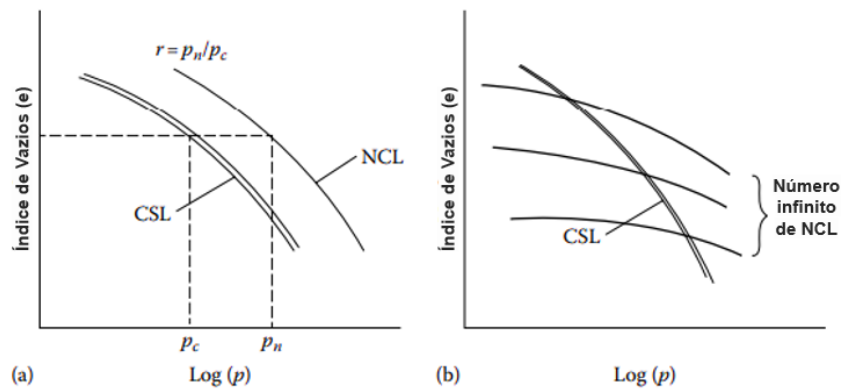


Figura 2.16– (a) Existência de uma única LCN – Modelo Cam Clay e (b) Existência de diversas LCNs – Modelo NorSand (adaptado de Jefferies e Been, 2016).

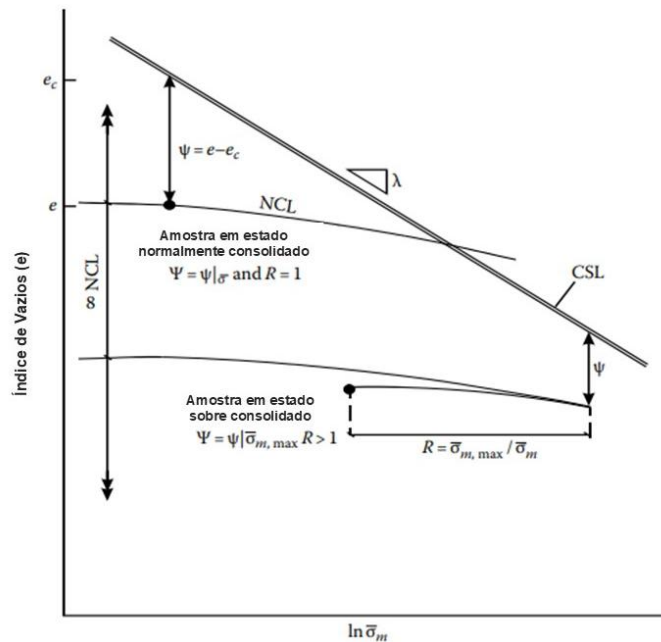


Figura 2.17– Diferença entre o parâmetro de estado e a razão de sobreadensamento (Adaptado de Jefferies e Shuttle, 2002).

- **Formulação do modelo:**

Na descrição do modelo, a primeira relação é dada pela tensão-dilatância, que segue uma forma semelhante à do Cam Clay, mas substitui o parâmetro M dos estados críticos por M_i , associado à condição de imagem. Essa condição representa o ponto em que a taxa de deformação volumétrica muda de contrátil para dilatante, e obedece à condição $M_i \rightarrow M$ à medida que $\psi \rightarrow 0$.

$$D^p = M_i - \eta \quad \text{Eq. (2.27)}$$

Onde:

$$M_i = M \left(1 - \frac{\chi_i N |\Psi_i|}{M_{itc}} \right) \quad \text{Eq. (2.28)}$$

Onde N é um parâmetro de acoplamento volumétrico, definido conforme a regra de fluxo de Nova (1982) nas tensões de pico.

A definição dos estados críticos no modelo está associada à relação entre os invariantes de tensão descrita na Eq. 2.11. Inicialmente, o parâmetro M era tratado como uma constante, porém essa abordagem implicaria que o solo possui resistência à tração, o que não condiz com seu comportamento real. Para evitar essa inconsistência, M deve ser expresso como uma função do ângulo de Lode (θ), que captura a influência da tensão intermediária no cisalhamento.

Para simplificar a modelagem, adota-se um valor de referência M_{tc} , obtido em ensaios de compressão triaxial, como base para definir $M(\theta)$. Essa relação foi refinada Jefferies e Shuttle (2011), resultando na equação:

$$M(\theta) = M_{tc} - \frac{M_{tc}^2}{3 + M_{tc}} \cos \left(\frac{3\theta}{2} + \frac{\pi}{2} \right) \quad \text{Eq. (2.29)}$$

A função de plastificação do NorSand é semelhante à do Cam Clay original, dada por:

$$\frac{\eta}{M_i} = 1 - \ln \left(\frac{p}{p_i} \right) \quad \text{Eq. (2.30)}$$

A diferença entre as superfícies de plastificação dos dois modelos está na adoção do conceito de estado de imagem (p_i e M_i) em vez da tensão média ou da razão de tensões no

estado crítico. O parâmetro p_i define o tamanho da superfície de plastificação em relação ao estado crítico. No modelo Cam Clay, a superfície de plastificação é diretamente vinculada à Linha de Estado Crítico (CSL), enquanto o NorSand diferencia o comportamento de areias fofas e densas com base na posição relativa dos estados críticos à condição de imagem. Na Figura 2.18(a), para areias fofas, a condição de imagem está acima dos estados críticos, fazendo com que a superfície encolha. Já na Figura 2.18(b), para areias densas, ocorre o oposto: a superfície se expande para alcançar o estado crítico.

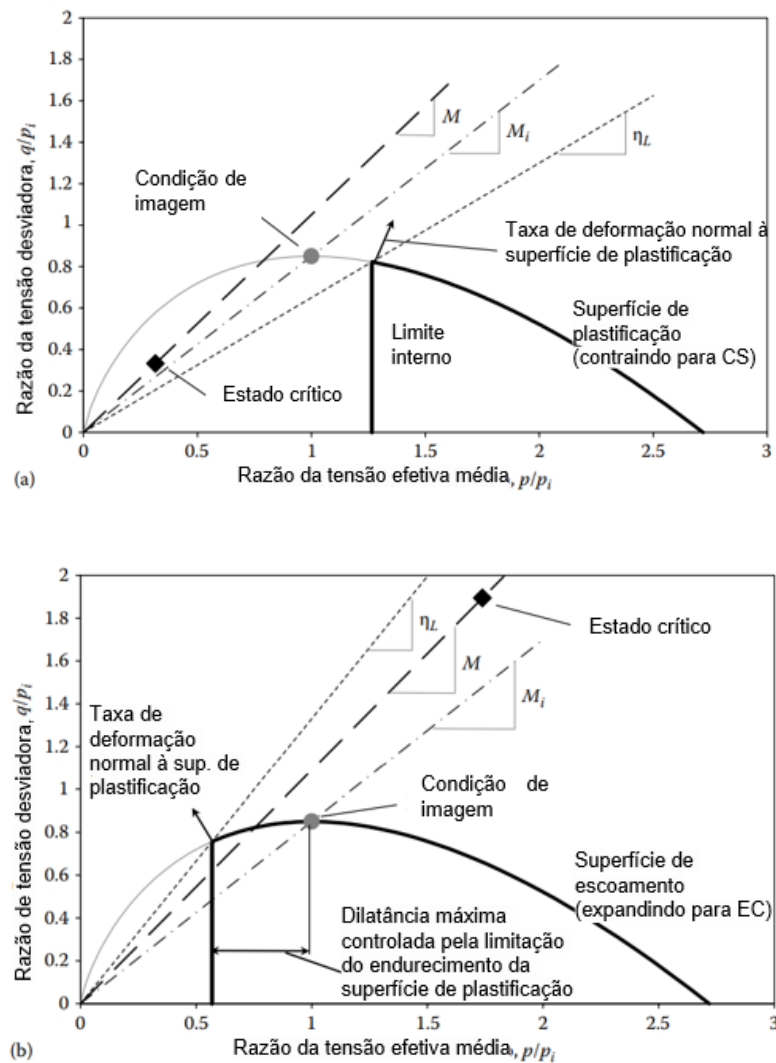


Figura 2.18 – Superfície de plastificação do NorSand e a condição de imagem (a) em um solo muito fofo e (b) em um solo muito denso (Adaptado de Jefferies e Been, 2016).

Jefferies e Been destacam que não há uma relação direta entre a tensão de imagem e o índice de vazios. Em vez disso, o modelo utiliza uma equação diferencial baseada no parâmetro de estado, fundamentada no segundo axioma da teoria dos estados críticos descrito

anteriormente. Nesse contexto, o solo evolui para os estados críticos, e quando a dilatância se aproxima de zero, as deformações cisalhantes plásticas tendem ao infinito.

Para limitar o valor da dilatância máxima em solos densos, o modelo adota a condição de imagem e altera a relação dada na Eq. (2.26) para:

$$D_{min}^p = \chi_i \psi_i \quad \text{Eq. (2.31)}$$

O parâmetro χ_i é único para cada solo, e relaciona-se ao χ_{tc} por $1,05\chi_{tc} < \chi_i < 1,10\chi_{tc}$ ou ainda pela relação:

$$\chi_i = \frac{\chi_{tc}}{(1 - \frac{\chi_{tc}\lambda}{M_{tc}})} \quad \text{Eq. (2.32)}$$

Nos modelos convencionais, a dilatância é limitada ajustando-se um “ângulo de dilatância”. No entanto, essa prática não é compatível com os princípios do estado crítico, uma vez que a lei de fluxo deve obedecer à normalidade (ou, em outras palavras, deve ser associada). No NorSand, essa limitação é superada pelo uso do parâmetro de enrijecimento (p_i), que estabelece um limite interno à superfície de plastificação, como ilustrado na Figura 2.18. O valor máximo de p_i é definido com base nas tensões correntes, o que permite controlar a dilatância de forma associada. O “cap”, ou a tampa da superfície de plastificação do modelo é então dada por:

$$\left(\frac{p_i}{p}\right)_{max} = \exp\left(-\frac{\chi_i \psi_i}{M_{itc}}\right) \quad \text{Eq. (2.33)}$$

De acordo com o limite de dilatância estabelecido e o segundo axioma da teoria dos estados críticos, a lei de endurecimento do modelo é mais adequadamente descrita por:

$$\frac{\dot{p}_i}{p_i} = H \left(\frac{p_i}{p}\right)^2 \left[\exp\left(-\frac{\chi_i \psi_i}{M_{itc}}\right) - \frac{p_i}{p} \right] \varepsilon_q \quad \text{Eq. (2.34)}$$

No modelo NorSand, a superfície de plastificação é desacoplada da linha de estado crítico (CSL), tornando o parâmetro λ , que normalmente representa a inclinação da CSL em outros modelos, inadequado para descrever o comportamento plástico. Assim, é introduzido o parâmetro H para regular o endurecimento do solo. Ele pode variar conforme a estrutura do

solo, e ser afetado ainda pelo parâmetro de estado. Sua determinação mais precisa é alcançada por meio da calibração do modelo com dados experimentais.

- **Elasticidade:**

O modelo adota a teoria da elasticidade isotrópica, representada por dois parâmetros adimensionais: a rigidez cisalhante - I_r e o coeficiente de Poisson - ν . A rigidez ao cisalhamento é definida como:

$$I_r = \frac{G}{p} \quad \text{Eq. (2.35)}$$

É importante destacar que a elasticidade depende significativamente da estrutura do solo. Por isso, o parâmetro G (conhecido como $G_{m\acute{a}x}$ na prática da engenharia) deve ser determinado por meio de ensaios *in situ* ou pelo ensaio de bender elements em laboratório.

A partir do ensaio de bender elements, pode-se obter o parâmetro $G_{m\acute{a}x}$ pela relação:

$$G = G_{ref} \left(\frac{p'}{p_{ref}} \right)^n \quad \text{Eq. (2.36)}$$

Onde o G_{ref} é o $G_{m\acute{a}x}$ na tensão p_{ref} e o n representa a inclinação em que $G_{m\acute{a}x}$ varia pela profundidade, variando entre 0 e 1, e usualmente próximo de 0,5 em areias. Um expoente nulo representa um módulo cisalhante constante, enquanto $G_{exp} = 1$ significa uma rigidez constante.

Além disso, o comportamento do solo em análises não drenadas depende fortemente do módulo de compressibilidade volumétrica do solo, e este, por sua vez, é obtido por uma relação entre o módulo cisalhante e o coeficiente de Poisson, o que reforça a importância da execução desses ensaios de campo ou *bender elements* para melhor representação do comportamento do solo.

O ensaio de *bender elements* é um método não destrutivo utilizado para avaliar a propagação de ondas sísmicas no solo, com foco na velocidade das ondas de cisalhamento (V_s). A partir desse parâmetro, pode-se estimar o módulo de cisalhamento em pequenas deformações (G_0), fundamental para a caracterização da rigidez inicial do solo e para análises sujeitas a carregamentos dinâmicos ou de pequena deformação. O procedimento, normatizado pela ASTM D8295-19, consiste na instalação de dois transdutores piezoelétricos nas extremidades

do corpo de prova: um emite e outro recebe pulsos de onda de cisalhamento, com base na conversão entre energia elétrica e mecânica.

De forma geral, os parâmetros do modelo NorSand podem ser calibrados a partir de cinco a sete ensaios triaxiais convencionais realizados em amostras reconstituídas (Shuttle e Jefferies, 2005). Os autores recomendam ainda a realização do ensaio de *bender elements* para calibração dos parâmetros elásticos do modelo, bem como a determinação da condição de estado do solo — incluindo o parâmetro de estado e a razão de sobreadensamento — por meio de ensaios de campo do tipo CPTu..

A Tabela 2.4 apresenta a faixa de valores típicos dos parâmetros do NorSand para areias. Cabe destacar que a adoção desses valores deve ser utilizada com cautela para materiais siltsosos, uma vez que resultados de literatura mostram que os parâmetros M e χ_{tc} podem assumir valores muito maiores do que a faixa esperada para areias (Shuttle e Jefferies, 2010).

Tabela 2.4: Faixa de valores típicos em areias para os parâmetros do NorSand (Modificado de Jefferies e Been, 2016)

Parâmetro	Faixa de valores típicos	Significado
LEC		
Γ	0,9 – 1,4	Altura da LEC, ou o índice de vazios correspondente à tensão média de 1kPa
λ	0,0 – 0,07	Ângulo de inclinação da LEC, definido em logaritmo natural
Plasticidade		
M_{tc}	1,2 – 1,5	Ângulo de atrito crítico na compressão triaxial
N	0,2 – 0,5	Coefficiente de acoplamento volumétrico
H	25 – 500	Módulo de endurecimento plástico para carregamento, geralmente é função de ψ . Como estimativa inicial, adotar $H=4/\lambda$
χ_{tc}	2 – 5	Relaciona a dilatação máxima ao ψ na compressão triaxial
Elasticidade		
I_r	100 – 600	Rigidez cisalhante adimensional (G_{max}/p')
ν	0,1 – 0,3	Coefficiente de Poisson

- **Representação da liquefação estática no modelo:**

A liquefação é um fenômeno em que o solo perde grande parte de sua resistência ao

cisalhamento e rigidez de forma abrupta. A liquefação estática representa a ruptura não drenada de areias fofas sob carregamentos monotônicos, conforme exemplo ilustrado na Figura 2.19 (Jefferies e Been, 2016). Embora o modelo represente tanto a liquefação estática quanto a dinâmica, este trabalho se concentrará exclusivamente na liquefação estática.

Um mecanismo utilizado para avaliar a segurança das estruturas contra a liquefação estática é a razão de tensões (η). Um aumento nesse parâmetro, seja pela redução da tensão média ou pelo aumento da tensão cisalhante, torna o solo fofo mais sensível a gatilhos de liquefação.

A comparação entre a resistência mobilizada a grandes deformações (resistência residual, s_r) com a resistência de pico (s_u) permite avaliar a fragilidade do solo à liquefação. Essa comparação é feita pelo índice de fragilidade (I_B), conforme relação proposta por Bishop (1971). Valores mais elevados desse parâmetro indicam uma perda significativa de resistência após o pico (comportamento frágil), o que pode favorecer o desencadeamento do mecanismo de liquefação.

$$I_B = \frac{s_u - s_r}{s_u} \quad \text{Eq. (2.37)}$$

Além disso, se s_r for menor que a resistência drenada, o solo é suscetível à liquefação. No exemplo da Figura 2.19, uma amostra de areia fofa é ensaiada com índice de vazios inicial de $e_0 = 0,8$, e correspondente parâmetro de estado de $\psi = +0,068$. Os resultados mostram um índice $I_B = 0,8 = 80\%$, uma razão de tensões no ponto de instabilidade de $\eta_L = 0,62$, e geração de poropressões durante o ensaio, caracterizando um solo susceptível à liquefação estática (Jefferies e Been, 2016).

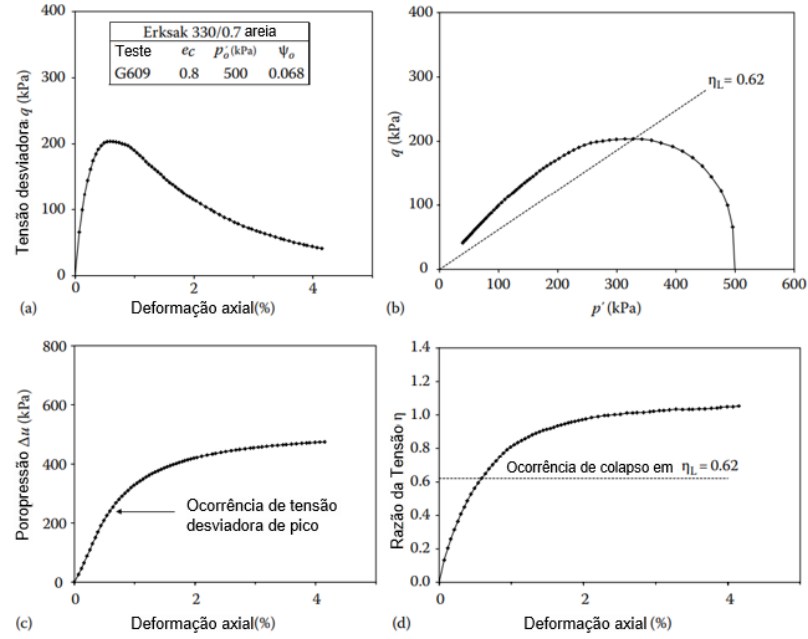


Figura 2.19 – Ensaios em uma amostra de areia ilustrando a liquefação estática (a) curva tenso-deformação e (b) trajetória de tensões (c) Geração de poropressões e (d) razão de tensões (Adaptado de Jefferies e Been, 2016).

A condição não drenada representa apenas uma condição de contorno, uma vez que os parâmetros do solo não são alterados. Além disso, quem comanda a resistência do solo são os parâmetros efetivos, dessa forma, as calibrações dos parâmetros devem ser extraídas de ensaios drenados e então aplicadas para a condição não drenada (Jefferies e Been, 2016).

No carregamento não drenado do NorSand, apesar de as deformações volumétricas serem nulas, as deformações volumétricas plásticas e elásticas não necessariamente também o serão, devendo apenas se equilibrar em sinais contrários. A variação na tensão efetiva média tem relação direta com o módulo de compressibilidade volumétrica do solo:

$$\dot{p} = -\dot{\varepsilon}_v^p K \quad \text{Eq. (2.38)}$$

Em carregamentos não drenados, apenas o componente de cisalhamento da carga afeta a variação na tensão efetiva. Quando a tensão média total aumenta, a poropressão também aumenta na mesma proporção para solos completamente saturados ($B=1$). Para solos parcialmente saturados, essa resposta varia de acordo com o grau de saturação.

Os cálculos da condição não drenada são feitos de forma semelhante aos da condição drenada. Primeiro, é imposto um incremento de deformação plástica de cisalhamento, que gera imediatamente uma deformação volumétrica plástica, determinada pela relação entre tensão e

dilatância. A variação na tensão média efetiva é calculada com base Eq. (2.38), e a mudança na tensão de cisalhamento é obtida com a condição de consistência:

$$\dot{\eta} = \eta \frac{\dot{M}_t}{M_t} + M_t \left(\frac{\dot{p}_t - \dot{p} p_i}{p_i p} \right) \quad \text{Eq. (2.39)}$$

A equação utilizada inclui dois termos principais: o primeiro está relacionado à lei de endurecimento e o segundo considera as variações de tensão efetiva. Além disso, é necessário incluir o incremento de deformação elástica de cisalhamento para completar o cálculo.

Em trajetórias de tensão onde a pressão média efetiva (p') diminui rapidamente, é preciso adicionar um termo à lei de endurecimento para evitar que a trajetória de tensão ultrapasse o limite interno da superfície de escoamento.

Jefferies e Been (2016) pontuam ainda que, embora argilas normalmente adensadas e areias fofas apresentem comportamento contrátil no cisalhamento, apenas as areias são susceptíveis à liquefação. Isso ocorre porque, de forma geral, o endurecimento nas argilas consegue contrabalancear a diminuição da resistência média gerada pelos excessos de poropressão, enquanto na liquefação há proporções menores de endurecimento no cisalhamento (Figura 2.20). Durante a liquefação, o excesso de poropressões reduz p' a níveis muito baixos, resultando em uma razão de tensões (η) muito alta, próxima ao estado crítico do material. Nesse estado, a resistência ao cisalhamento do solo é governada apenas pela tensão residual, fazendo com que o solo se comporte como um fluido.

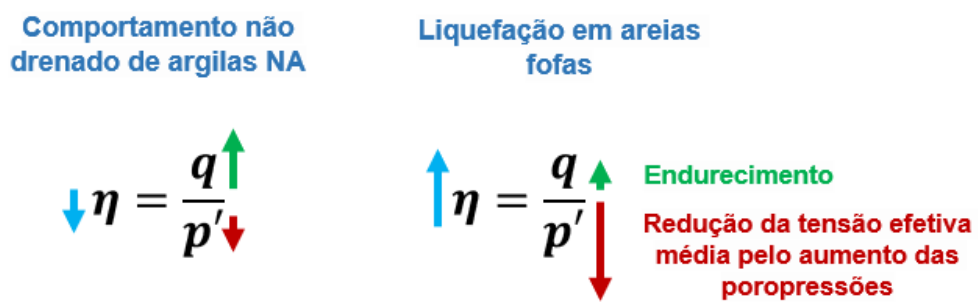


Figura 2.20 – Desenho esquemático para comparação entre a razão de tensões em argilas normalmente adensadas e areias fofas durante o cisalhamento.

Para compreender como o modelo representa a liquefação estática, é necessário analisar a Eq. (2.33, que estabelece o limite de endurecimento por meio de um valor máximo para p_i

(Figura 2.18). Essa restrição permite o desenvolvimento de excessos de poropressão, ao mesmo tempo que reduz significativamente a taxa de endurecimento da superfície de plastificação. Isso ocorre porque, ao se aproximar da resistência de pico, o aumento das poropressões excede a taxa de crescimento de η , forçando a superfície de plastificação a contrair até atingir o estado crítico. Além disso, o valor máximo de p_i também limita a dilatância em solos densos.

A diferença entre o comportamento drenado ou não drenado está atrelada à condição de contorno e não é, por si só, uma característica intrínseca do solo (Jefferies e Been, 2016). Nesse contexto, o modelo NorSand é capaz de capturar a liquefação estática tanto em uma condição não drenada quanto em uma análise acoplada (Shuttle e Jefferies, 2010).

2.4 ANÁLISES HIDROMECÂNICAS ACOPLADAS

As modelagens numéricas podem ser realizadas com base em tensões totais ou efetivas. Na análise por tensões totais, a carga é considerada integralmente aplicada ao solo, sem diferenciar as contribuições da matriz sólida e da água nos vazios. Essa abordagem é amplamente utilizada em análises de curto prazo ou em condições não drenadas, onde não há tempo suficiente para a dissipação das pressões intersticiais. Já a análise por tensões efetivas, fundamentada no princípio proposto por Terzaghi, separa a tensão suportada pelo esqueleto sólido daquela exercida pela água nos poros.

Além disso, a forma como são calculadas as poropressões também pode variar em análises acopladas. Por depender da interação entre o fluxo de água e a deformação do solo, é possível avaliar a evolução das tensões efetivas ao longo do tempo. Essas análises são particularmente relevantes em condições parcialmente drenadas ou durante a dissipação de poropressões, possibilitando a simulação do acoplamento hidromecânico entre fluxo e resposta estrutural do solo.

Nas análises acopladas, as equações de equilíbrio e fluxo são expressas em termos das variáveis básicas de deslocamento e poropressão, e são resolvidas de maneira simultânea (Farias e Cordão Neto, 2010). Esse acoplamento vem da teoria de adensamento proposta inicialmente por Biot (1941), que considerou a existência de bolhas de ar nos vazios do solo, que anteriormente eram considerados completos por água na teoria de adensamento de Terzaghi. A teoria de Biot parte do princípio de elasticidade linear, isotropia e pequenas deformações, além de pressupor um fluido incompressível.

Os avanços em pesquisas subsequentes permitiram a formulação acoplada para solos

saturados e não saturados, incluindo o comportamento de fluxo de água e tensões no meio poroso (Fredlund e Morgenstern, 1979; Dakshanamurthy et al., 1984; Wong et al., 1988; Fredlund and Rahardjo, 1993). A equação geral que rege o fluxo de água, fundamentada na lei de Darcy, considera gradientes de energia mecânica, enquanto a equação de conservação de massa relaciona a mudança na quantidade de água armazenada a fluxos de entrada e saída. Esse acoplamento é essencial para capturar fenômenos como o adensamento, onde o excesso de poropressão nos poros induz fluxo e, conseqüentemente, deformações volumétricas.

Um exemplo de obra geotécnica onde essas análises são aplicáveis são as pilhas de rejeitos filtrados, onde o carregamento das camadas superiores pode induzir excessos de poropressões nas camadas inferiores, sendo importante avaliar em quanto tempo esse excesso de poropressão se dissipa e quais são as deformações geradas por esse fluxo.

Na formulação atual das análises acopladas, como apresentada no manual do SIGMA/W (2022), software da Seequent, as propriedades constitutivas são explicitamente definidas, proporcionando maior flexibilidade na implementação de diferentes modelos tensão-deformação.

Além disso, a compressibilidade do fluido nos poros é considerada, destacando o impacto das propriedades hidráulicas na resposta global do sistema. Em condições de carregamento não drenado, a poropressão aumenta de forma proporcional à variação de tensão total, e esse fator de proporcionalidade é definido pelo coeficiente B de Bishop (1954). Ou seja, em meios saturados, B tende a 1, indicando que quase toda variação de tensão total é convertida em poropressão, enquanto em solos não saturados, B assume valores menores que 1, e parte da variação de tensão é transferida para o esqueleto sólido do solo.

O fator tempo é essencial nessas análises, especialmente no adensamento e interação tensão-deformação. Nas formulações que tratam de solos saturados, as tensões totais no solo são decompostas em duas partes: uma representando a pressão da água nos poros e outra associada às tensões no esqueleto sólido do solo. Essa abordagem permite diferenciar o comportamento drenado, não drenado ou parcialmente drenado, que depende das taxas de aplicação de carga e das condições de drenagem. Além disso, as poropressões têm impacto direto nos incrementos de tensão total, sendo influenciadas pelo grau de saturação do solo e pela relação entre a água e o solo.

Na etapa de modelagem, é preciso definir as tensões e poropressões iniciais; o número de etapas e a duração de cada uma delas (onde o fator tempo é importante na análise); as

condições de contorno e os parâmetros hidráulicos e de tensão-deformação. De forma geral, quaisquer modelos constitutivos ou condições de contorno hidráulicas podem ser adotados em análises acopladas (Geostudio, 2022).

Para simular as etapas de construção da pilha em uma análise acoplada, é necessário estabelecer condições de contorno transientes. A definição das condições de contorno transientes para construção de aterros foi apresentada por Cordão-Neto et al. (2004), Cordão-Neto (2005) e Farias e Cordão-Neto (2010) e está ilustrada na Figura 2.21. O valor da poropressão estabelecida no topo da nova camada deve ser compatível com o valor da poropressão relacionado ao teor de umidade utilizado na compactação do material. À medida que o aterro é alteado, as condições de contorno para as camadas existentes devem ser atualizadas para construção da nova camada.

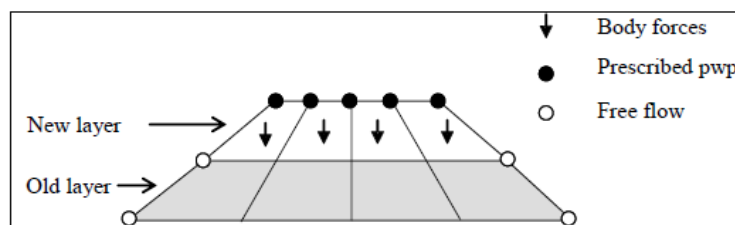


Figura 2.21 - Forças e condição de contorno para construção de aterros (Fonte: Farias e Cordão-Neto, 2010).

Além das etapas de construção, é necessário impor condições de contorno para representar as condições climáticas que a estrutura estará submetida durante os anos (conforme descrito no próximo item do texto). Muños et al. (2017) e Muños et al (2018) apresentaram uma metodologia para aplicação de uma série temporal de 30 anos, considerando os dados de precipitação, interceptação e evapotranspiração locais. Quando uma taxa de infiltração é aplicada (condição de contorno natural), há o aumento gradativo da poropressão, até que esta atinja um valor predefinido como limite, então, muda-se a condição de contorno para poropressão prescrita (condição de contorno essencial).

➤ MODELO PARA ESTIMATIVA DA CURVA DE RETENÇÃO DE ÁGUA

Para realização das análises acopladas, é necessária a obtenção da curva de retenção de água no solo (ou curva característica), no entanto, os ensaios para obtenção dessa curva encontram algumas limitações, como a heterogeneidade do solo.

Apesar da sua relevância, os ensaios para obtenção de parâmetros não saturados

demandam conhecimentos específicos, são demorados e podem apresentar grande variabilidade nos resultados. Dessa forma, muitas pesquisas vêm buscando correlacionar parâmetros simples dos solos com a curva de retenção de água, utilizando ajustes matemáticos empíricos que consigam representar dados experimentais. Esses modelos, no entanto, encontram limitações para representar variações nos parâmetros básicos dos solos (como a porosidade e a distribuição granulométrica), uma vez que suas calibrações são realizadas apenas para uma condição específica.

Fredlund et al. (2002), propõe um modelo baseado na distribuição granulométrica para estimar a SWCC, abordando sua aplicação em diferentes tipos de solos e comparando sua eficácia com métodos preexistentes. Diferentemente de estudos anteriores que utilizam modelos puramente empíricos ou estatísticos, este artigo combina um modelo físico-empírico com análises paramétricas, permitindo uma representação mais precisa da SWCC a partir da distribuição granulométrica e das propriedades volume-massa. Além disso, o artigo avalia a confiabilidade do modelo proposto através de comparações estatísticas com bases de dados experimentais de 188 solos, evidenciando seu avanço sobre abordagens anteriores, como as de Arya e Paris (1981) e Vereecken et al. (1989).

Como alternativa às metodologias convencionais de obtenção da curva de retenção de água no solo - desenvolvidas por Fredlund and Xing (1994) e van Genuchten (1980) – o software Geostudio apresenta ainda a possibilidade de utilização do Modelo de Kovács Modificado (Aubertin, 2003). Para adoção do modelo, os parâmetros de entrada são os dados da curva granulométrica (D_{10} e D_{60}) e o limite de liquidez do solo (Geoslope, 2021).

O modelo modificado de Kovács (Aubertin et al., 1998; Aubertin et al., 2003) se destaca por correlacionar a curva de retenção de água a parâmetros que são facilmente obtidos em ensaios de caracterização dos solos. No entanto, cabe destacar que o modelo apresenta uma série de simplificações, uma vez que não considera fatores importantes como a histerese da curva de retenção, a anisotropia e heterogeneidade, a mineralogia, a história de tensões do solo, a presença de partículas mais grosseiras, entre outros. Dessa forma, é recomendada sua utilização para fases preliminares de análise, quando ainda não há muitos ensaios no solo, como em projetos conceituais, por exemplo.

O modelo original de Kovács (1981) permitiu estimar a curva de retenção de água utilizando de parâmetros físicos do solo. Nele, é assumido que a água é retida no solo por duas forças distintas que atuam em simultâneo, gerando a sucção, são elas: a capilaridade e a adesão.

Em seu modelo, a curva de retenção de água pode ser descrita por:

$$S_r = S_c + S_a(1 - S_c) \quad \text{Eq. (2.40)}$$

Onde:

- S_r é o grau de saturação;
- S_c é a saturação capilar;
- S_a é a saturação por adesão.

A saturação capilar é mais significativa para sucções relativamente baixas, e pode ser obtida com uma função cumulativa que relaciona a sucção ao tamanho dos poros do solo. A saturação por adesão, por sua vez, é mais significativa em sucções elevadas, onde a água retida por capilaridade já foi drenada. A saturação por adesão ocorre devido às forças de atração entre as moléculas de água e o esqueleto sólido do solo, e é representada por uma função que correlaciona a sucção e parâmetros que refletem as propriedades da superfície das partículas do solo, como a área superficial específica ou o teor de argila (Kovács, 1981).

Aubertin et al. (1998, 2003) modificou o modelo de Kovács para facilitar a obtenção de seus parâmetros e ampliar sua aplicabilidade a diferentes materiais, utilizando equações generalizadas para estimar a curva característica do solo. Em 2003, os autores atualizaram a função estatística que descreve a distribuição do tamanho dos grãos no componente de saturação capilar, permitindo que o modelo fosse aplicado tanto a solos granulares quanto a solos finos. Para isso, adaptaram a fórmula clássica da altura capilar, substituindo o diâmetro do tubo por um diâmetro hidráulico equivalente, considerando a não uniformidade do tamanho dos grãos em meios porosos.

A altura capilar equivalente no Modelo MK define a relação entre S_r e ψ . A equação utilizada para obtenção de h_{co} é dada por:

$$h_{co} = \frac{\sigma_w \cos \beta_w}{\gamma_w} * \frac{\rho_s S_m}{e} \quad \text{Eq. (2.41)}$$

Onde:

- σ_w é a tensão superficial da água (0,073 N/m a 20°C);
- β_w é o ângulo de contato entre a água e a superfície do tubo capilar ($\beta_w = 0$ para quartzo e vidro). Ângulos nulos significam que a água se espalha na superfície, enquanto ângulos positivos representam a formação de gotas;

- γ_w é o peso específico da água (9,8 kN/m³ a 20°C);
- ρ_s é a massa específica das partículas sólidas do solo (kg/m³);
- S_m é a área superficial específica das partículas do solo (m²/kg);
- e é o índice de vazios do solo.

Para viabilizar a aplicação do modelo na engenharia, diferentes propriedades físicas são utilizadas para estimar o parâmetro S_m em solos finos e granulares, considerando que seu valor tende a ser maior em solos finos. Em solos granulares, a formulação emprega um diâmetro equivalente das partículas, obtido a partir do coeficiente de uniformidade ou do D_{10} , ambos determinados por ensaios granulométricos. Já em solos finos, adota-se uma correlação empírica calibrada com dados experimentais, que utiliza como parâmetros o limite de liquidez e o índice de vazios, obtidos em ensaios de caracterização. A partir desses dados, calcula-se a altura capilar equivalente para cada tipo de solo, fundamental para determinar a saturação por capilaridade e adesão (Aubertin et al., 2003).

2.5 INTERAÇÃO TERRA-CLIMA

Sabe-se que a infiltração em meios não saturados, como nas pilhas de rejeitos filtrados, ocorre de forma significativamente mais lenta do que em meios saturados. Estudos técnicos, como o de Lupo & Hall (2010), demonstram o tempo necessário para o avanço da infiltração em uma coluna unidimensional de rejeitos (Figura 2.22), considerando empoçamento na superfície e uma condutividade hidráulica saturada da ordem de 5×10^{-7} cm/s. Como destacado na literatura, a frente de infiltração demora longos períodos para se propagar através da pilha e não infiltra facilmente.

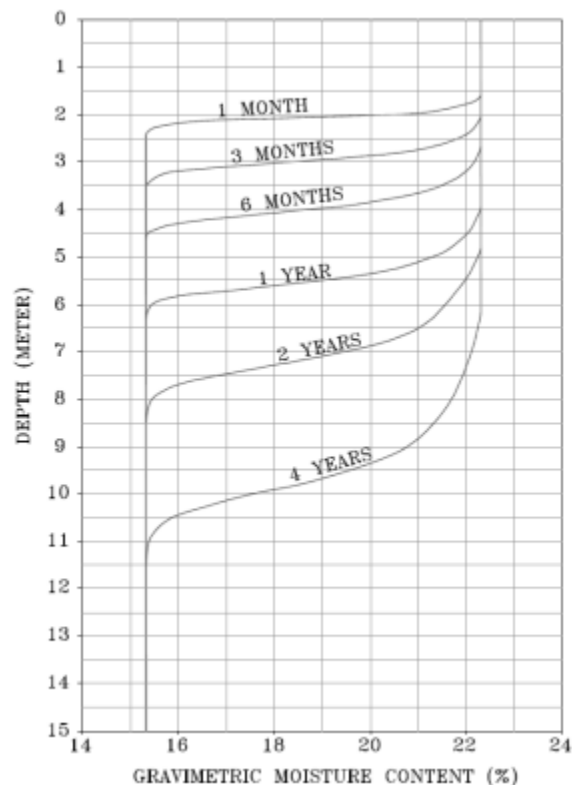


Figura 2.22 – Exemplo de infiltração unidimensional em uma pilha de rejeitos filtrados (Fonte: Lupo & Hall, 2010).

Embora seja esperada uma infiltração lenta, a gestão eficiente das águas superficiais é essencial no projeto dessas estruturas para minimizar o potencial de infiltração e otimizar o manejo hídrico.

Guias internacionais sobre empilhamento de rejeitos, como o publicado pela BHP e Rio Tinto (2024), enfatizam que, em regiões de alta precipitação anual, é fundamental realizar um balanço hídrico da estrutura para estimar a capacidade da pilha de rejeitos de absorver e evaporar a lâmina d'água transitória formada após eventos de chuvas sazonais e extremas.

A interação entre a pilha e o clima desempenha um papel central nesse processo, pois fatores como taxa de infiltração, armazenamento de umidade e evaporação da água superficial são diretamente influenciados pelas condições meteorológicas locais e pelas propriedades hidráulicas e térmicas dos rejeitos.

Após o fechamento da pilha, esses fatores se tornam ainda mais relevantes, pois o sistema estará sujeito a ciclos hidrológicos naturais, sem intervenção operacional contínua. A variação sazonal e extrema de precipitação pode impactar a eficiência do sistema de drenagem,

a estabilidade geotécnica e a recarga de aquíferos subterrâneos. Além disso, processos como evapotranspiração, formação de empoçamentos superficiais e redistribuição de umidade dentro da pilha podem influenciar o desempenho do sistema a longo prazo.

BHP e Rio Tinto (2024) também alertam para o risco potencial de saturação dos rejeitos na etapa de fechamento, seja por perda de eficiência do sistema de drenagem, dimensionamento inadequado das drenagens na fase de projeto ou falha na camada de cobertura, permitindo maiores taxas de infiltração. Como controle para esse risco, os autores recomendam a modelagem numérica da estrutura. Além disso, o projeto deve-se atentar aos potenciais impactos das mudanças climáticas.

Nesse contexto, o SEEP/W, módulo do software GeoStudio, possibilita a simulação dos processos de transferência de massa entre solo, vegetação e atmosfera por meio da condição de contorno de interação solo-clima (*Land-Climate Interaction - LCI*). Essa funcionalidade permite avaliar o comportamento da infiltração com base no regime hidrológico definido no modelo, proporcionando uma análise mais realista das trocas hídricas no sistema (Geostudio, 2021).

A taxa de fluxo de água na superfície do solo é determinada por uma equação de balanço de massa, considerando fatores como precipitação, derretimento de neve, infiltração, evaporação e escoamento superficial:

$$(q_P + q_M) \cos \alpha + q_E + q_R = q_I \quad \text{Eq. (2.42)}$$

Onde os fluxos são representados pelas componentes q_P – precipitação; q_M – derretimento de neve; q_E – evaporação; q_R – escoamento e q_I – infiltração.

Esses fluxos são afetados pela inclinação do terreno, dessa forma, o ângulo de inclinação do talude é considerado na formulação para transformar o fluxo vertical em um vetor normal à superfície do terreno, conforme ilustrado na Figura 2.23. Os fluxos de evaporação e escoamento são considerados negativos, uma vez que representam saídas de água no balanço (Geostudio, 2021).

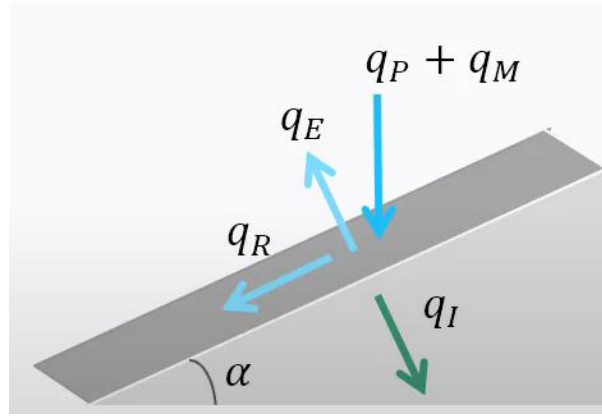


Figura 2.23 – Direção das componentes de fluxo de água (Webinar Seequent, 2024).

De forma geral, os componentes do fluxo hídrico são facilmente obtidos com base no histórico de dados de estações meteorológicas, com exceção da evapotranspiração, que é obtida de forma indireta utilizando metodologias propostas na literatura. A evapotranspiração potencial (PET) define o limite superior para a transferência de água, sendo dividida entre evaporação da superfície (PE) e transpiração da vegetação (PT), conforme a fração de cobertura do solo:

$$q_{PE} = q_{PET}(1 - SCF) \quad \text{Eq. (2.43)}$$

Onde q_{PE} é a evaporação potencial, e SCF representa o fator de cobertura do solo, variando de 0 (solo exposto) a 1 (superfícies densamente vegetadas).

Como o solo raramente está saturado na superfície, o fluxo de evaporação dificilmente alcança seu valor potencial, pois a disponibilidade de água é limitada. Assim, o fluxo de evaporação é ajustado para:

$$q_E = q_{AE}(1 - SCF) \quad \text{Eq. (2.44)}$$

Onde q_{AE} representa a evaporação real.

Segundo Fredlund et al. (2016), diversos modelos descritos na literatura buscam prever a evaporação, os quais podem ser classificados com base em sua abordagem, seja pelo potencial de evaporação ou pela evaporação real.

Conforme manual da Geostudio (2021), a análise terra-clima disponível no SEEP/W, oferece três métodos para determinar a evapotranspiração:

1) Definido pelo usuário: exige a entrada de dados de evapotranspiração potencial ao longo do tempo para calcular a evaporação real;

2) Penman-Wilson: utiliza dados de estações meteorológicas, facilitando sua aplicação quando os dados necessários para o primeiro método não estão disponíveis;

3) Penman-Monteith: calcula apenas a evapotranspiração potencial, sendo recomendado para sistemas onde a transpiração predomina sobre a evaporação.

Devido à facilidade de obtenção dos dados, o foco será dado ao método de Penman-Wilson. O método propõe uma modificação na equação de evaporação potencial de Penman (1948). Wilson et al. (1997) propõem o cálculo da evaporação real por:

$$q_{AE} = \frac{\Gamma q_n^* + \gamma E_a}{\Gamma + \gamma/h_s} \quad \text{Eq. (2.45)}$$

O parâmetro E_a representa a aridez (ou baixos índices de precipitação), e é dada por:

$$E_a = [2,625(1 + 0,146u)]p_v^a(1/h_a - 1/h_s) \quad \text{Eq. (2.46)}$$

Onde:

- h_a é a umidade relativa do ar;
- h_s é a umidade relativa do solo;
- Γ é o ângulo de inclinação da curva de pressão de vapor de saturação em relação à temperatura;
- q_n^* é a radiação líquida em termos do fluxo de água;
- γ é uma constante psicrométrica = 0,0665 kPa/°C;
- u é a velocidade do vento.

3 MATERIAIS E MÉTODOS

A metodologia da presente pesquisa contempla as seguintes etapas:

- Revisão bibliográfica sobre pilhas de rejeitos filtrados, conceitos da elastoplasticidade nos solos, modelagens hidromecânicas acopladas e modelos constitutivos;
- Interpretação dos resultados dos ensaios já realizados nos materiais semelhantes aos da construção da pilha, para obtenção dos parâmetros geotécnicos de entrada no modelo;
- Elaboração de análises numéricas preliminares, a partir das condições de contorno e parâmetros hidráulicos estabelecidos para os rejeitos;
- Análise com os modelos NorSand e Mohr-Coulomb em condições drenada e não drenada (neste último, considerando o amolecimento no MC) para os materiais com comportamento frágil localizados abaixo do nível d'água;
- Análise hidromecânica acoplada da pilha utilizando o modelo NorSand para os materiais frágeis;
- Comparação dos resultados das análises drenada, não drenada e acoplada;
- Análise dos impactos da infiltração na estrutura após sua construção, considerando um período de seis anos de interação com o clima;
- Avaliação dos resultados dos modelos e validação.

Para a modelagem, será utilizada seção transversal de uma pilha hipotética, descrita no estudo de caso e, para os parâmetros geotécnicos dos materiais, será utilizada a compilação e interpretação dos ensaios já realizados em materiais semelhantes. Adicionalmente, para as análises numéricas, serão utilizados os modelos constitutivos descritos no Item 2.3, buscando representar de maneira adequada o comportamento hidráulico e mecânico da estrutura. A modelagem numérica será realizada por elementos finitos (MEF) utilizando os programas SEEP/W e SIGMA/W, da Geostudio, versão 2024.2.1.

3.1 ESTUDO DE CASO

O objeto de estudo desta pesquisa consiste em uma pilha hipotética de rejeitos filtrados compactados, com altura prevista para a condição final de 100 metros (Figura 3.1). A geometria da pilha inclui bancos de 10 metros, bermas de 5 metros de largura e inclinação das rampas entre bermas de 1V:2,5H.

Apesar de a modelagem considerar uma estrutura hipotética, os parâmetros empregados foram definidos com base em materiais reais, cujas propriedades foram obtidas por meio de ensaios de laboratório. Assim, as calibrações dos modelos constitutivos refletem o comportamento observado experimentalmente, conferindo maior realismo e confiabilidade às análises numéricas.

A pilha simulada seria construída a partir de rejeitos de minério de ferro, previamente desaguados em filtros de disco à vácuo e compactados até que o índice de vazios fique abaixo do crítico para a faixa de tensões esperada.

A fundação da estrutura foi modelada como um material homogêneo e isotrópico, com parâmetros mecânicos e hidráulicos estimados com base em materiais encontrados na região do Quadrilátero Ferrífero, em Minas Gerais.

A seção proposta prevê a construção de um dique de partida, elemento comum em empilhamentos de rejeitos filtrados. O dique foi modelado com um núcleo argiloso compactado, transicionado com drenos verticais inclinados e espaldares em enrocamento a montante e jusante. Conforme a pilha aumenta de altura na simulação numérica, o alteamento do enrocamento é realizado para reforçar a estabilidade da base da estrutura.

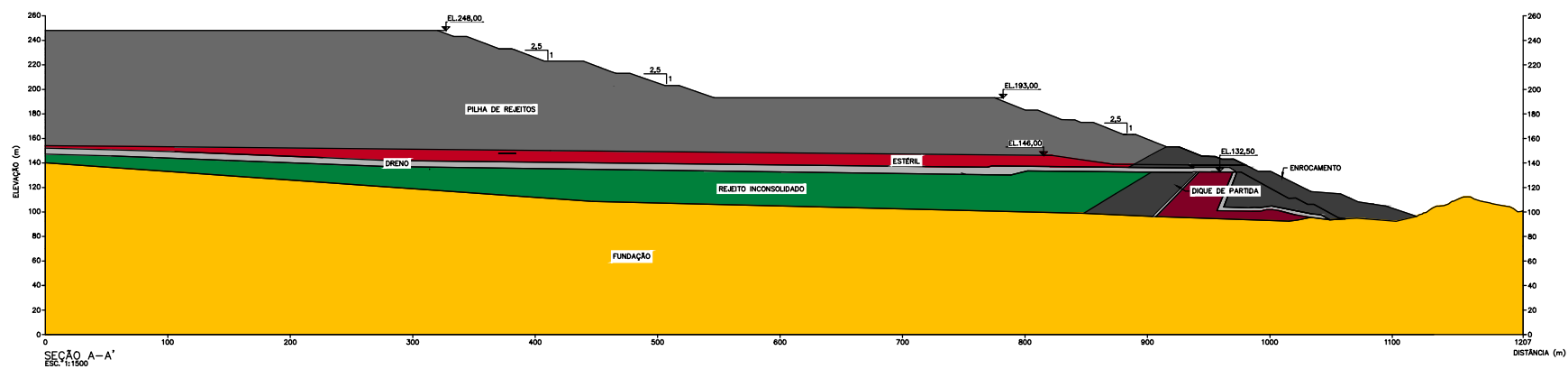
Para justificar a utilização de modelos constitutivos complexos, foi simulada uma camada composta de rejeitos granulares e ultrafinos em condição fofa na base da pilha, acima do terreno de fundação. Essa condição poderia ser encontrada em regiões de fundo de vale, onde a deposição natural de sedimentos pode impactar a implementação ou expansão de estruturas existentes. Assim, as simulações realizadas deste estudo buscam avaliar a viabilidade geotécnica do empilhamento sobre essa fundação, analisando os impactos no desempenho da estrutura.

Acima desse material inconsolidado, foi simulado o dreno de fundo, responsável por direcionar as águas percoladas dentro da pilha. Acima desse dreno, foi disposta uma camada de estéril, um material comumente disponível nos empreendimentos minerários. Essa camada tem função de proteger o sistema de drenagem até o início da operação da pilha e, simultaneamente, formar um platô horizontal, facilitando a disposição inicial dos rejeitos.

O comportamento dos rejeitos compactados foi avaliado com base em ensaios de laboratório realizados em materiais semelhantes gerados durante o beneficiamento do minério de ferro. Esses ensaios foram empregados na caracterização do rejeito e na obtenção dos parâmetros geotécnicos necessários para a calibração do modelo constitutivo adotado na

modelagem numérica.

Os ensaios realizados no rejeito que seria compactado na pilha indicaram uma faixa de umidade ótima compreendida entre 12 e 14% no Proctor Normal, com densidade seca mínima de 1,79 g/cm³ e densidade real dos grãos de 2,85 g/cm³. Adicionalmente, com base na linha de estados críticos desse material, os 100 metros de altura da pilha demandariam controles de compactação para atingir um índice de vazios máximo de 0,60.



LEGENDA:

- PILHA DE REJEITOS FILTRADOS
- ENROCAMENTO
- REJEITO INCONSOLIDADO
- DRENOS
- FUNDAÇÃO
- NÚCLEO
- ESTÉRIL

Figura 3.1 – Seção geológico-geotécnica transversal da pilha de rejeitos filtrados.

3.1.1 CARACTERIZAÇÃO GEOTÉCNICA DOS MATERIAIS

Conforme citado anteriormente, para a caracterização dos rejeitos, tanto da construção da pilha quanto em sua base, foram utilizados ensaios de laboratório realizados em materiais em condição semelhante. Cabe ressaltar que as interpretações dos ensaios apresentados nesta dissertação foram conduzidas de forma determinística, sem a aplicação de análises probabilísticas que considerassem a variabilidade dos resultados ou a repetibilidade dos ensaios.

As curvas granulométricas foram realizadas em duas fases, por peneiramento na fração mais grossa (referenciada até a peneira #200, de abertura 0,075 mm) e sedimentação das partículas mais finas, em consonância com o especificado nas Normas Brasileiras ABNT NBR 7181 e 6457, respectivamente.

As curvas granulométricas do rejeito filtrado à disco foram realizadas em três laboratórios distintos, e obtidas com base em amostras deformadas retiradas do aterro experimental. No total, foram realizados vinte e cinco ensaios de granulometria. As curvas granulométricas são apresentadas em verde na Figura 3.2. A faixa mínima e máxima para a granulometria do material está delimitada nas curvas de cor laranja, enquanto a granulometria média foi apresentada em preto.

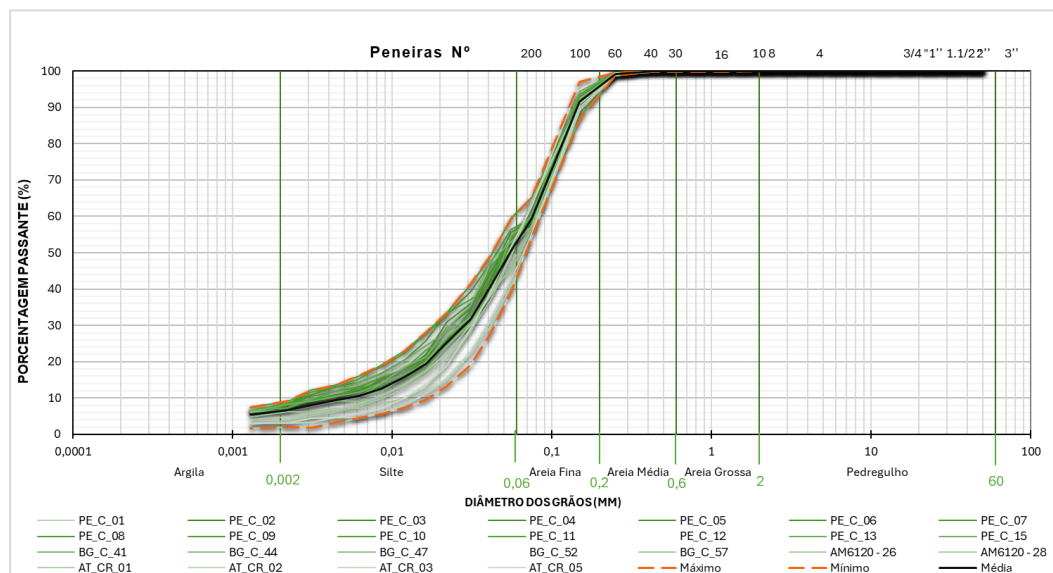


Figura 3.2 – Curvas granulométricas – Rejeito filtrado à disco.

Para caracterizar os rejeitos inconsolidados simulados na fundação da pilha, foi realizado um ensaio granulométrico utilizando uma mistura de rejeitos de minério de ferro com diferentes

faixas granulométricas. Essa mesma mistura foi empregada nos ensaios triaxiais.

A Figura 3.3 apresenta uma comparação entre as curvas granulométricas dos rejeitos analisados. Como referência, foi incluída a curva média da distribuição granulométrica dos rejeitos de flotação, comumente conhecidos como arenosos puros. De maneira geral, o rejeito filtrado à disco apresenta maior teor de finos, embora, conforme ilustrado na Figura 3.2, exista uma faixa de variação natural desse material, resultante do próprio processo de geração dos rejeitos na usina. Como esperado, o rejeito arenoso exibe uma menor fração de finos em comparação aos outros dois materiais, com teores de argila próximos de 2%.

Ressalta-se, no entanto, que apesar das variações no teor de finos, as curvas granulométricas dos três materiais apresentam comportamento estatisticamente semelhante. Ou seja, essas variações não são grandes o suficiente para afetar, de forma significativa, as propriedades físicas ou mecânicas associadas à distribuição granulométrica.

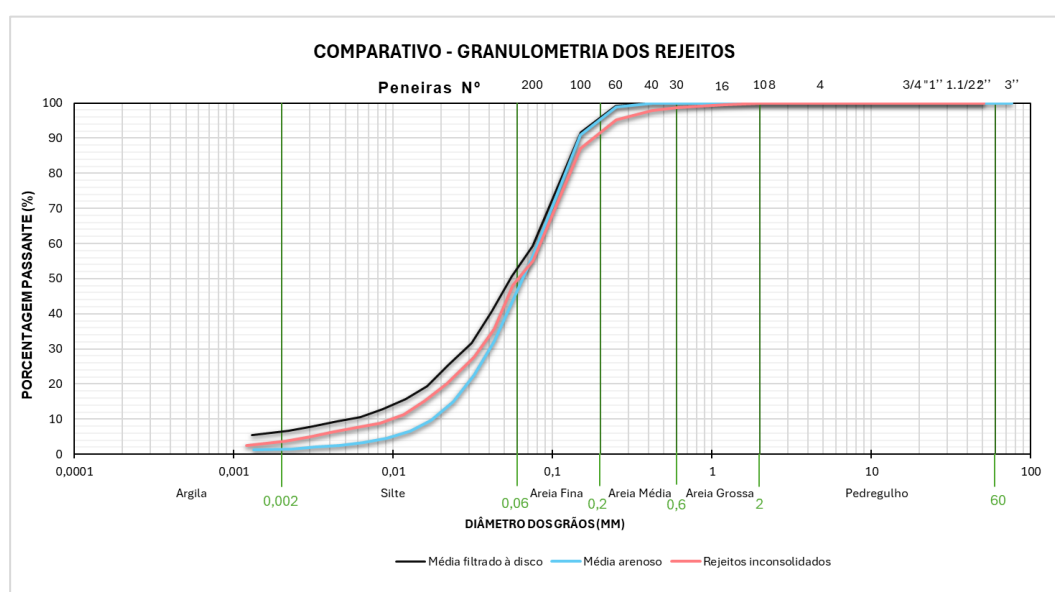


Figura 3.3 – Comparativo entre as curvas granulométricas dos rejeitos.

Conforme ilustrado na Figura 3.3, as curvas granulométricas dos rejeitos inconsolidados apresentam grande similaridade com a média do rejeito filtrado da pilha. Esse comportamento é esperado, uma vez que ambos os materiais resultam da mistura de rejeitos provenientes das etapas de flotação e deslamagem. Em termos de classificação granulométrica, ambos podem ser caracterizados como areia fina siltosa.

A Tabela 3.1 apresenta os resultados obtidos nos ensaios de caracterização dos materiais utilizados na modelagem numérica. Foram realizados nove ensaios de limites de Atterberg no

rejeito filtrado à disco durante o aterro experimental, onde ficou evidenciado que, apesar de aumentar a quantidade de finos quando comparado ao rejeito arenoso, sua classificação se manteve como não líquido e não plástico.

A massa específica real dos grãos (ρ_s) representa a densidade dos grãos sólidos do solo, sem considerar a parcela referente aos vazios, e é dado pela relação entre o peso das partículas pelo seu volume. Embora o ρ_s sozinho não seja o suficiente para identificar o solo, sua obtenção é essencial para o cálculo de outros índices físicos do solo, tais como o índice de vazios e a porosidade. Os resultados são apresentados na Tabela 3.1.

Os índices de vazios máximos e mínimos são utilizados para obtenção da compacidade relativa das areias. Para o índice de vazios máximo, seguiu-se o preconizado na Norma ABNT NBR 16840, onde a areia seca é vertida com um funil a pequenas alturas de queda, buscando-se obter o seu estado mais fofo possível. É importante ressaltar que não foi possível obter boa repetibilidade nesse ensaio, uma vez que os índices de vazios máximos dos rejeitos variaram de forma significativa. Dessa forma, foi adotado um valor médio na presente pesquisa.

O índice de vazios mínimo, por sua vez, é obtido utilizando-se uma mesa vibratória, conforme Norma ABNT NBR 16843. Os valores para essas variáveis podem ser visualizados na Tabela 3.1

Tabela 3.1: Resultados médios dos ensaios de caracterização dos materiais

Material	CARACTERIZAÇÃO														COMPACTAÇÃO		
	Classificação granulométrica	GRANULOMETRIA							ρ_s (g/cm³)	LIMITES			$e_{\text{máx}}$	$e_{\text{mín}}$	W_{otm} (%)	$\rho_{\text{d, máx}}$ (g/cm³)	γ (kN/m³)
		Argila. (%)	Silte (%)	Areia (%)				Pedreg. (%)		ATTEBERG							
				Fina (%)	Média (%)	Grossa (%)	Total (%)			LL (%)	LP (%)	IP (%)					
Rejeito filtrado	Areia siltosa	6,6	44	48,6	0,8	0	49,4	0	2,85	NL	NP	-	-	-	13	1,79	20
Rejeitos inconsolidados	Areia siltosa	7	42	42	8	1	51	0	3,05	-	-	-	1,05	0,45	-	-	22
Estéril	Silte areno argiloso	6,7	75	8,8	4,6	4,6	18	0,3	2,85	46	27	19	-	-	23,0	1,56	22
Núcleo argiloso	Argila siltosa/arenosa	38,4	25,9	7	8	12	27	8,7	3,16	40	24	16	-	-	15,5 – 16,9	1,9 – 2,0	20
Enrocamento	Pedregulho areno siltoso	1,6	17,1	17	7,1	6,6	30,7	50,6	3,40	NL	NP	-	-	-	-	-	23

3.1.2 ENSAIOS MECÂNICOS E HIDRÁULICOS

Os ensaios mecânicos e hidráulicos dos rejeitos utilizados na presente pesquisa foram realizados em amostras indeformadas retiradas em um aterro experimental e em amostras deformadas reconstituídas em laboratório. No rejeito filtrado, utilizou-se como referência para a reconstituição das amostras um índice de vazios inicial entre 0,6 e 0,65, visando comparar o comportamento com índices de vazios levemente acima do mínimo estabelecido de 0,6. Para os rejeitos inconsolidados, buscou-se reconstituir a amostra com o estado mais fofo possível, obtendo índices de vazios iniciais próximos a 0,9.

Os ensaios de adensamento oedométrico foram realizados conforme preconizado na Norma ABNT NBR 16853:2020, com incrementos de carregamento e descarregamento, mantendo-se as pressões constantes em um intervalo de 24 horas. Os moldes dos corpos de prova têm 50 mm de diâmetro e 20 mm de altura.

No rejeito filtrado, foram realizados dois ensaios em amostras indeformadas, com dezoito estágios de carregamento e descarga: 12,5; 25; 50; 100; 200; 400; 200; 100; 200; 400; 800; 1600; 3200; 1600; 800; 400; 200 e 100 kPa. Foram realizadas medidas de permeabilidade nas etapas finais dos estágios com as tensões sublinhadas anteriormente. Os corpos de prova foram inundados desde o início do ensaio.

Nos rejeitos inconsolidados, foi realizado um ensaio de adensamento oedométrico na amostra reconstituída, em dezenove ciclos de carregamento e descarga: 12,5; 25; 50; 100; 200; 400; 800; 1600; 3200; 6400; 3200; 1600; 800; 400; 200; 100; 50; 25 e 12,5 kPa. Os corpos de prova foram inundados desde o início do ensaio.

Os resultados dos respectivos ensaios de adensamento estão compilados na

Tabela 3.2. A Figura 3.4 apresenta a curva de adensamento para os rejeitos inconsolidados, enquanto a Figura 3.5 apresenta as duas curvas obtidas para o rejeito filtrado.

Tabela 3.2: Resultados médios dos ensaios de adensamento

Material	Amostra	e Inicial	e Final carreg.	Índice de comp. (Cc)	Índice de recomp. (Cr)	Coef. de compressibi. no carreg. (av) (m ² /kN)	Coef. de compress. volum. no carreg. (mv) (m ² /kN)	Tensão de pré adens. (kPa)	e Pré-adens	Cv – Casagrande (cm ² /s)	Cv – Taylor (cm ² /s)	k - Casagrande (cm/s)	k – Taylor (cm/s)
Rejeito inconsolidado	AM5673 –12	0,889	0,432	0,19	-	$2,26 \times 10^{-3}$	$1,23 \times 10^{-3}$	-	0,74	$7,41 \times 10^{-2}$	$3,69 \times 10^{-2}$	$2,0 \times 10^{-6}$	$1,96 \times 10^{-6}$
Rejeito filtrado	AM6120 – 27	0,628	0,516	0,09	0,01	$1,5 \times 10^{-4}$	$9,33 \times 10^{-5}$	361,6	0,6	$1,22 \times 10^{-3}$	$4,51 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-8}$	$4,54 \times 10^{-7}$
	AM6120 – 29	0,555	0,444	0,08	0,02	$2,13 \times 10^{-4}$	$1,38 \times 10^{-4}$	351,2	0,52	$1,09 \times 10^{-2}$	$4,32 \times 10^{-2}$	$2,58 \times 10^{-7}$	$7,46 \times 10^{-7}$

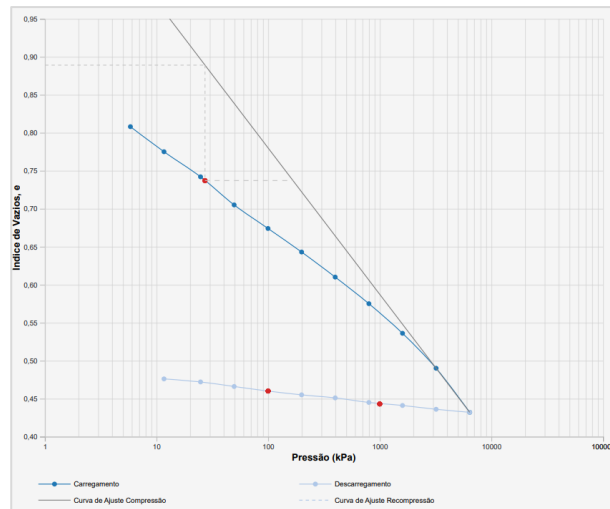


Figura 3.4 – Curvas de adensamento para os rejeitos inconsolidados (Chammas, 2023).

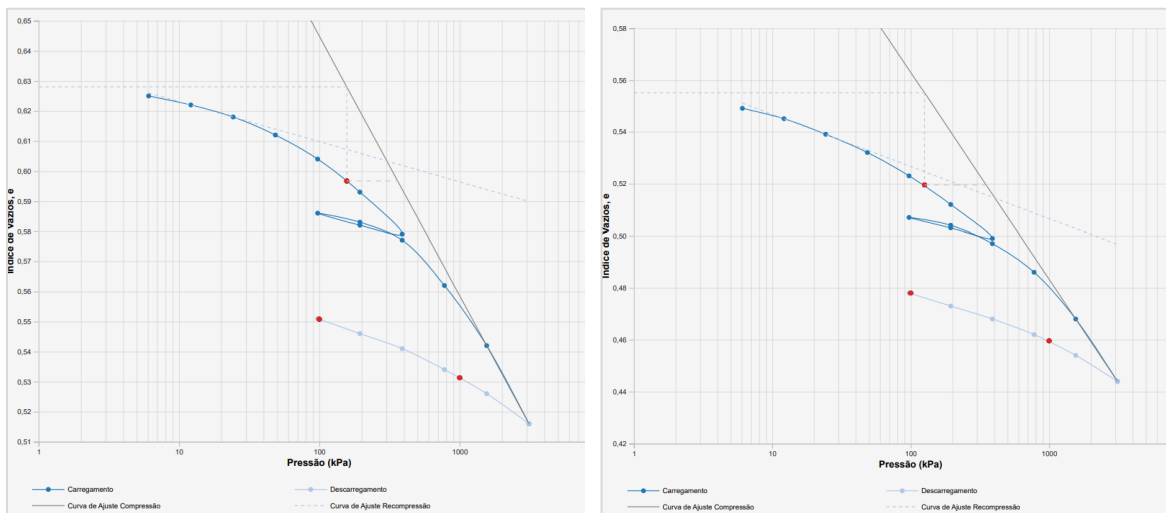


Figura 3.5 – Curvas de adensamento para o rejeito filtrado (a) AM6120 - 27 e (b) AM6120 - 29 (Chammas, 2024).

Nos rejeitos inconsolidados, os ensaios de permeabilidade foram conduzidos ao longo das etapas do ensaio de adensamento oedométrico, conforme previamente descrito. Para o rejeito filtrado, além das medições realizadas no adensamento oedométrico, foram realizados ensaios adicionais em câmara triaxial, antes da etapa de consolidação, utilizando amostras reconstituídas com índice de vazios de 0,6 e 0,65. Esses ensaios foram realizados nas direções vertical e horizontal, permitindo avaliar a anisotropia de permeabilidade do material.

A

Tabela 3.3 apresenta a compilação dos valores de permeabilidades obtidas para os materiais utilizados nas simulações deste estudo.

Tabela 3.3: Permeabilidades dos materiais em condição saturada

Material	Permeabilidade saturada - $k_{x\ sat}$ (m/s)	Permeabilidade saturada - $k_{y\ sat}$ (m/s)
Rejeito filtrado	1×10^{-6}	1×10^{-6}
Estéril	1×10^{-7}	1×10^{-8}
Rejeito inconsolidado	5×10^{-8}	5×10^{-9}
Núcleo	2×10^{-8}	1×10^{-8}
Enrocamento / Dreno	$4,5 \times 10^{-1}$	$4,5 \times 10^{-1}$

Os ensaios de compressão triaxial foram realizados conforme diretrizes das Normas ASTM D4767 (ensaios de compressão em condição não drenada) e ASTM D7181 (ensaios drenados). Os corpos de prova foram moldados com diâmetro de 5 cm e altura de 10 cm, em amostras deformadas, compactadas até a obtenção do índice de vazios de referência. Uma vez que os ensaios triaxiais foram utilizados para a definição da Linha de Estado Crítico (LEC) dos rejeitos, alguns cuidados especiais foram realizados na moldagem do corpo de prova e na obtenção do índice de vazios ao final da etapa de cisalhamento.

A moldagem dos corpos de prova foi realizada conforme proposto por Ladd (1978), utilizando a técnica de compactação úmida com sub-compactação (Moist tamping with undercompaction), para garantir a uniformidade da amostra no índice de vazios especificado. Foram adotadas 11 camadas para moldagem do corpo de prova, com uma razão de sub-compactação de 15%. Essa razão significa que as primeiras camadas são compactadas até que se atinja cerca de 85% da densidade seca alvo, com aumento progressivo nas camadas seguintes, até que a última camada seja compactada com a energia suficiente para que toda a amostra atinja a densidade alvo.

Após a moldagem dos corpos de prova, eles foram confinados nas células triaxiais e saturados por contrapressão até 400 kPa, para obtenção de um parâmetro B mínimo de 0,95. Em seguida, o CP foi adensado por 24 horas com registro das variações volumétricas obtidas e então cisalhado até pelo menos 20% de deformação. Por fim, o material cisalhado foi levado a estufa para obtenção do teor de umidade.

Para os ensaios CIU, o cisalhamento foi imposto com a válvula de pressão interna fechada, promovendo acúmulo de poropressão no corpo de prova com tensões confinantes de 200, 400 e 800 kPa para os rejeitos inconsolidados e de 150, 300, 600, 1200 e 2400 kPa para o

rejeito filtrado. Já nos ensaios CID, o cisalhamento ocorreu com a válvula de pressão interna aberta, permitindo a variação volumétrica da amostra. A velocidade de carregamento foi determinada de forma que não houvesse acúmulo de poropressão e as tensões aplicadas foram semelhantes às dos ensaios CIU.

A linha de estados críticos do material está correlacionada ao índice de vazios, razão pela qual os ensaios foram conduzidos com controle rigoroso desse parâmetro, desde a moldagem do corpo de prova até sua condição final após a ruptura.

O índice de vazios final foi determinado segundo a metodologia de Verdugo e Ishihara (1996), baseada no teor de água da amostra. Ao término do ensaio, as válvulas de drenagem são fechadas, a contrapressão é liberada, e o volume de água expelido é medido. Em seguida, reabre-se a drenagem, aumenta-se a pressão da célula ao máximo, e aplicam-se ciclos de carga e descarga axial para extrair o máximo de água do CP. Após esse processo, a pressão é novamente reduzida, as válvulas são fechadas, e mede-se o teor de água remanescente em estufa.

Para obtenção dos parâmetros de resistência dos rejeitos filtrados que serão simulados no maciço da pilha, foram realizados dez ensaios triaxiais com tensões confinantes de 150, 300, 600, 1200 e 2400 kPa, sendo cinco em condição drenada e cinco em condição não drenada. A Tabela 3.4 apresenta um resumo dos resultados obtidos.

Tabela 3.4: Compilado das informações dos Ensaio Triaxiais nos Rejeitos Filtrados

Amostra	σ_3 (kPa)	Atingiu Estado Crít.?	u (kPa)	e Moldagem/Inicial	e Após Adensamento/ Pré cisalhamento	e Final do cisalhamento
CPA_CIU _{sat} _AM.6120-26	150	SIM	-109	0,65	0,657	0,657
CPB_CIU _{sat} _AM.6120-26	300	SIM	-40	0,65	0,663	0,663
CPC_CIU _{sat} _AM.6120-26	600	SIM	111	0,65	0,646	0,646
CPD_CIU _{sat} _AM.6120-26	1200	SIM	568	0,66	0,650	0,650
CPE_CIU _{sat} _AM.6120-26	2400	SIM	1519	0,65	0,628	0,628
CPA_CID _{sat} _AM.6120-26	150	SIM	0	0,65	0,628	0,628
CPB_CID _{sat} _AM.6120-26	300	SIM	0	0,65	0,662	0,656
CPC_CID _{sat} _AM.6120-26	600	SIM	0	0,65	0,654	0,654
CPD_CID _{sat} _AM.6120-26	1200	SIM	0	0,65	0,622	0,638

Amostra	σ_3 (kPa)	Atingiu Estado Crít.?	u (kPa)	e Moldagem/Inicial	e Após Adensamento/ Pré cisalhamento	e Final do cisalhamento
CPE_CIDsat_AM.6120-26	2400	NÃO	0	0,65	0,613	0,565

Dentre os ensaios realizados, apenas o CPE_CIDsat_AM.6120-26 não atingiu o estado crítico, uma vez que não foi observada estabilização do volume com o aumento da deformação axial específica. A Figura 3.6 apresenta os gráficos dos ensaios drenados realizados nos rejeitos filtrados, enquanto a Figura 3.7 reúne os resultados dos ensaios não drenados.

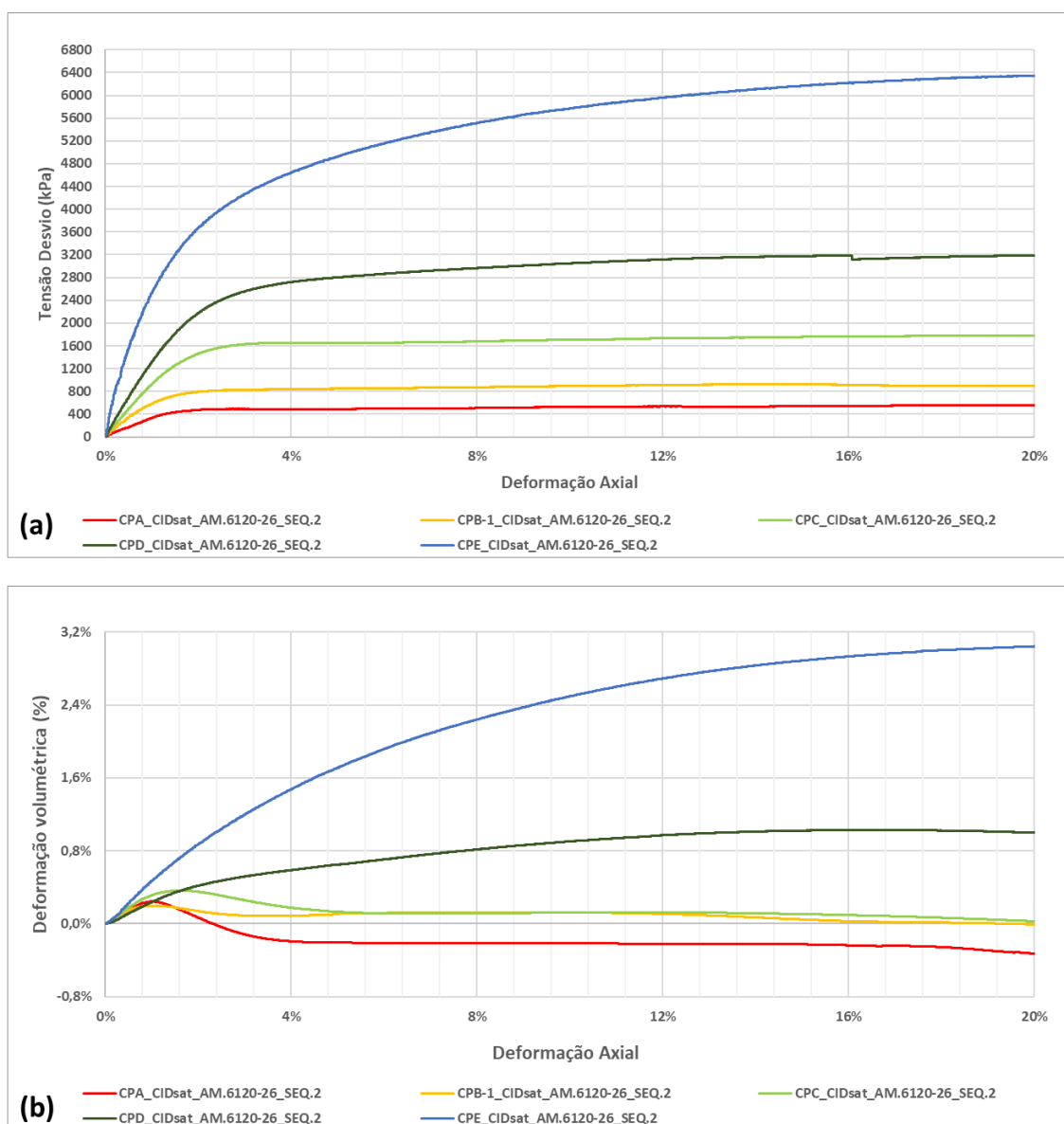


Figura 3.6 – Ensaios Triaxiais Drenados – Rejeito filtrado (a) Tensão desvio – Deformação axial e (b) Deformação volumétrica – Deformação axial.

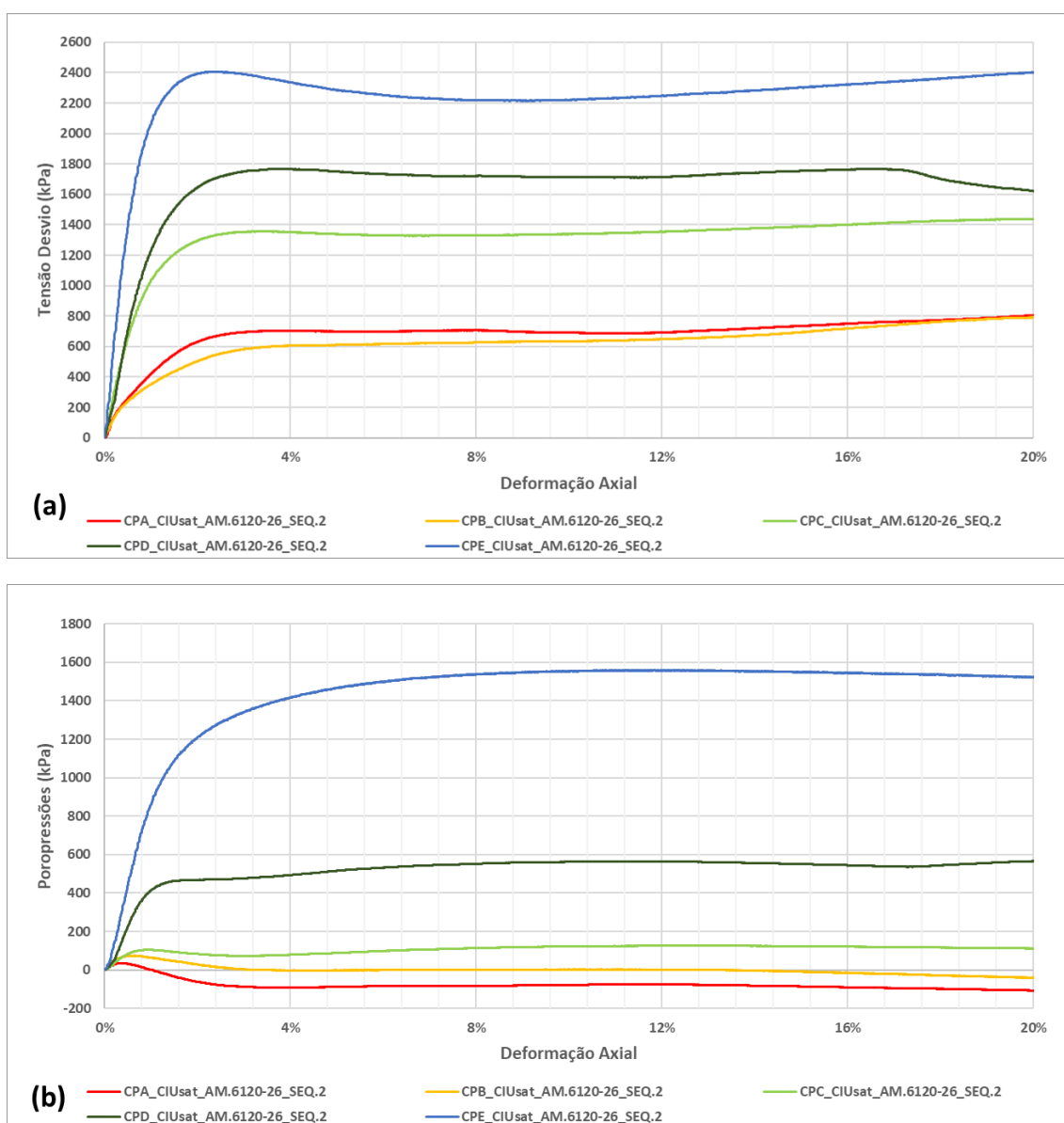


Figura 3.7 – Ensaios Triaxiais Não Drenados – Rejeito filtrado (a) Tensão desvio – Deformação axial e (b) Geração de Poropressão – Deformação axial.

Para a condição de índice de vazios inicial igual a 0,65, os ensaios realizados com tensões confinantes mais elevadas (≥ 1200 kPa) apresentaram contração volumétrica durante o cisalhamento, com geração de excesso de poropressão positiva. Esses resultados indicariam que, na faixa de tensões em que a pilha hipotética seria solicitada, o índice de vazios de referência para a compactação das camadas deveria ser inferior ao adotado na moldagem dos corpos de prova. Nesse contexto, novos ensaios com menores índices de vazios iniciais poderiam ser realizados para avaliações futuras.

Nos rejeitos inconsolidados, foram realizados sete ensaios triaxiais, sendo quatro deles drenados e os outros três em condição não drenada. As tensões confinantes utilizadas foram de 200, 400 e 800 kPa. As informações principais desses ensaios estão apresentadas na Tabela 3.5.

Tabela 3.5: Compilado das informações dos Ensaios Triaxiais nos Rejeitos Inconsolidados

Amostra	σ_3 (kPa)	Atingiu EC?	u (kPa)	e Moldagem/Inicial	e Após Adensamento/ Pré cisalhamento	e Final do cisalhamento
CPA_CIU _{sat} _AM.5673-12	200	SIM	200	0,894	0,668	0,668
CPB_CIU _{sat} _AM.5673-12	400	SIM	357	0,897	0,659	0,659
CPC_CIU _{sat} _AM.5673-12	800	NÃO	241	0,894	0,612	0,612
CPA_CID _{sat} _AM.5673-12	200	SIM	0	0,642	0,629	0,611
CPB1_CID _{sat} _AM.5673-12	800	SIM	0	0,893	0,610	0,522
CPC_CID _{sat} _AM.5673-12	400	SIM	0	0,896	0,599	0,591
CPD_CID _{sat} _AM.5673-12	400	SIM	0	0,540	0,563	0,576

As amostras para os seis primeiros ensaios foram moldadas em condições fofas, com índice de vazios próximo a 0,9, correspondente a uma densidade relativa inicial de aproximadamente 25%. No entanto, após os estágios iniciais de saturação e consolidação, foi observada uma queda significativa no índice de vazios, resultando em uma densidade relativa alta para o início da fase de ruptura, de cerca de 75%. Neste cenário, era esperado um comportamento desses rejeitos no cisalhamento típico de amostras medianamente densas, conforme exemplo destacado em laranja na Figura 3.8. No entanto, foi observado um comportamento típico de amostras fofas, com significativa geração de excesso de poropressão nos ensaios não drenados e contração volumétrica nos ensaios drenados.

O parâmetro I_B , proposto por Bishop (1971), que representa a fragilidade dos rejeitos pela perda de resistência pós pico nos ensaios não drenados, foi obtido em cerca de 48% e 43% para os ensaios a 200 e 400 kPa, respectivamente.

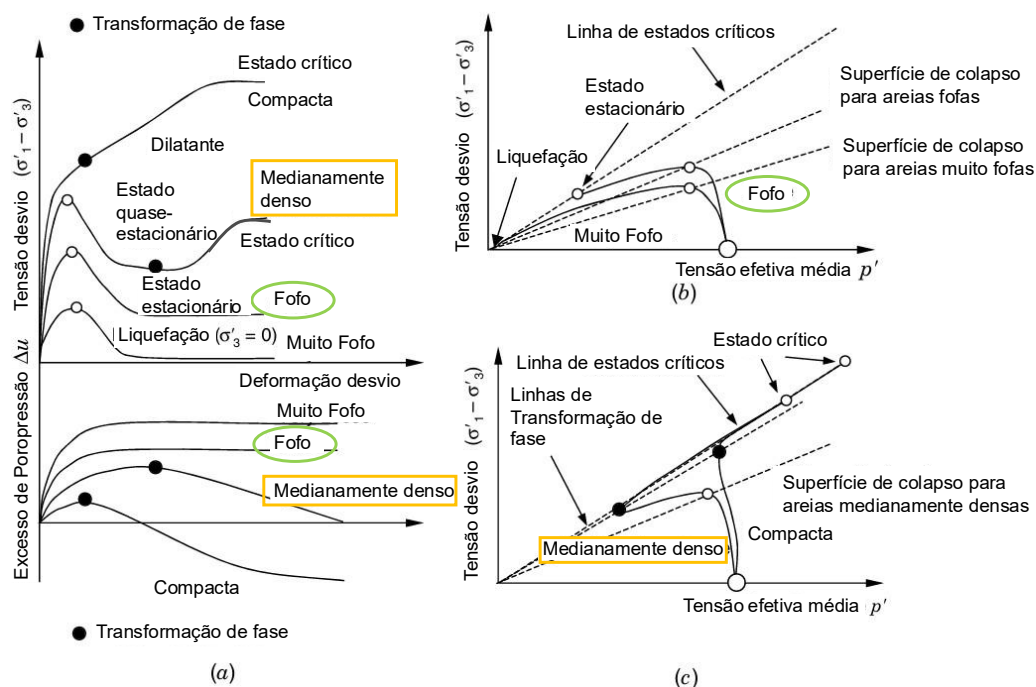


Figura 3.8 – Comportamento não drenado típico para areias sob diferentes densidades. (a) Resposta tensão-deformação-poropressão; (b) Trajetórias de tensão para amostras fofas e muito fofas e (c) trajetórias de tensão para amostras medianamente densas e densas – Fonte: Adaptado de Mitchell e Soga (2005).

A amostra CPD_CIDsat_AM.5673-12 foi moldada inicialmente em condição densa, com índice de vazios de 0,54, correspondente a uma densidade relativa média de 94%, apresentando dilatação volumétrica no cisalhamento drenado. Destes ensaios, apenas o não drenado a 800 kPa não atingiu o estado crítico de forma evidente, apresentando um ganho de resistência após a queda pós pico, condição semelhante ao *quasi steady-state* da Figura 3.8, e uma geração de excesso de poropressão inferior ao ensaio de 400 kPa. Diante desse resultado, entende-se que, devido à fase de consolidação, é possível que essa amostra tenha sido comprimida até uma condição medianamente densa. Para os demais, os estados críticos foram atingidos a deformações axiais entre 19 e 24%. A Figura 3.9 apresenta os gráficos dos ensaios drenados, enquanto a Figura 3.10 representa os resultados obtidos nos ensaios não drenados.

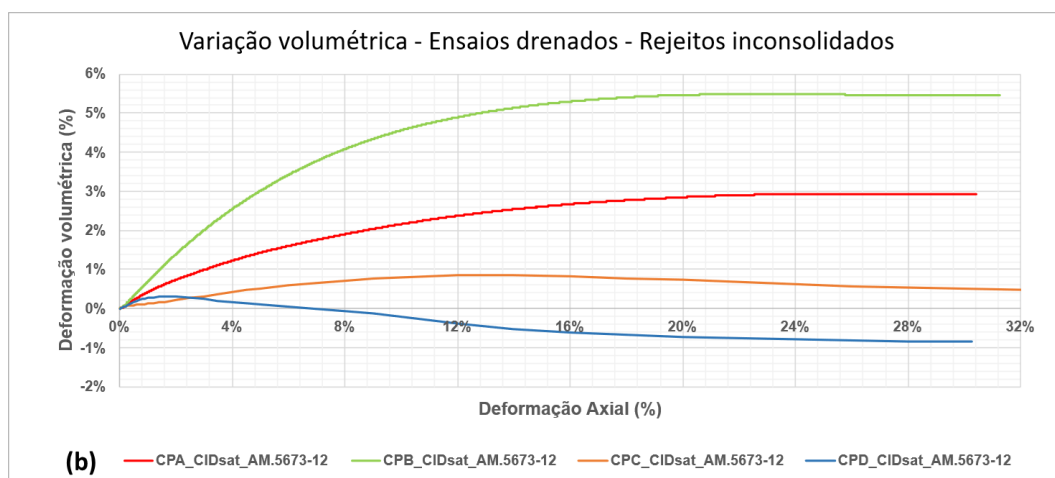
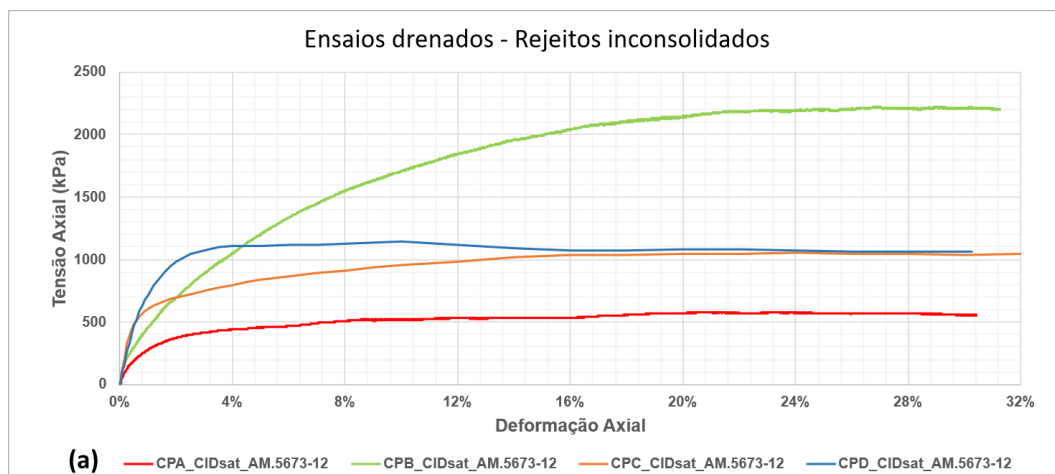
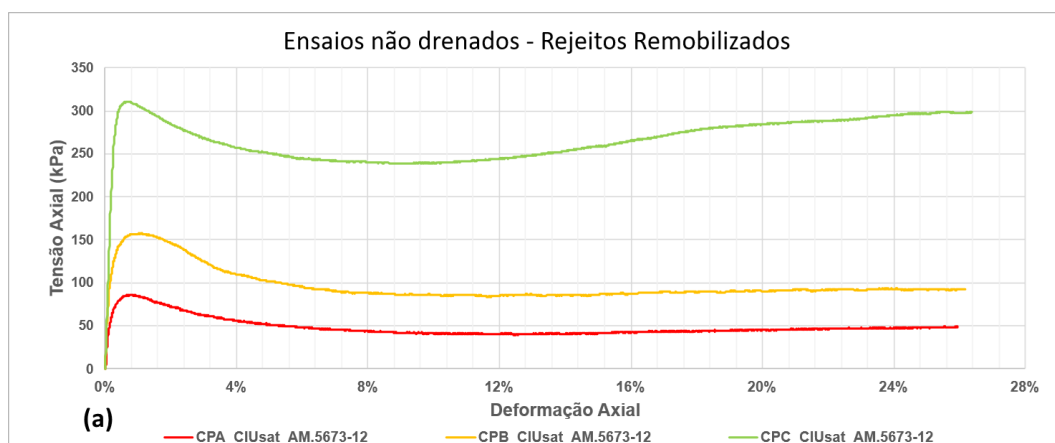


Figura 3.9 – Ensaio Triaxiais Drenados - Rejeitos Inconsolidados (a) Tensão desvio – Deformação axial e (b) Deformação volumétrica – Deformação axial.



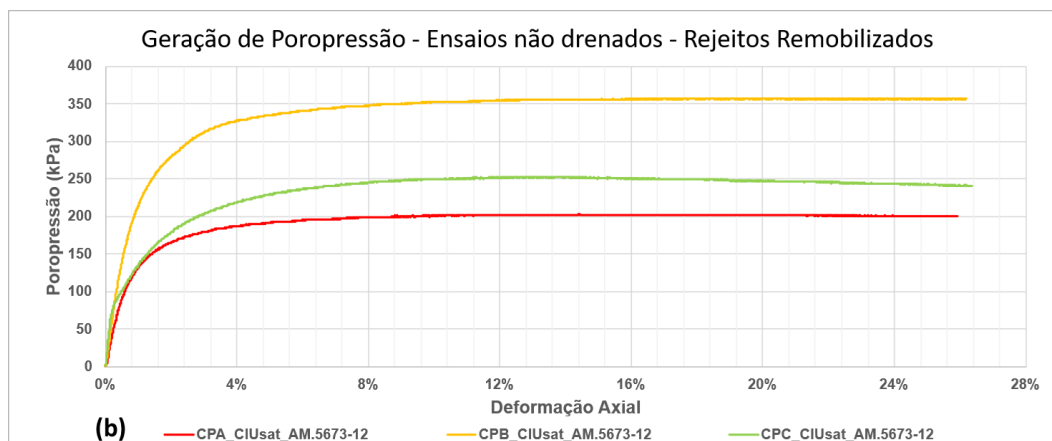


Figura 3.10 – Ensaios Triaxiais Não Drenados - Rejeitos Inconsolidados (a) Tensão desvio – Deformação axial e (b) Geração de Poropressão – Deformação axial.

Para a determinação do módulo de cisalhamento inicial (G_0) – parâmetro essencial para a calibração do modelo NorSand - foi realizado um ensaio de “*bender elements*” em uma amostra de rejeitos inconsolidados. A metodologia adotada seguiu os procedimentos descritos na norma “ASTM D8295-19 – *Standard Test Method for Determination of Shear Wave Velocity and Initial Shear Modulus in Soil Specimens using Bender Elements*”.

Nesse ensaio, utilizam-se elementos piezocerâmicos (*bender elements*) instalados nas extremidades do corpo de prova. Uma onda de cisalhamento é gerada em uma das extremidades e detectada na extremidade oposta. A medição do tempo de propagação da onda entre os elementos, combinada com a distância entre eles, permite o cálculo da velocidade da onda de cisalhamento (V_s). Com base nessa velocidade e na densidade do solo (ρ), determina-se o módulo de cisalhamento inicial, por meio da relação: $G_0 = \rho V_s^2$.

A interpretação dos resultados deste ensaio foi realizada para definição dos parâmetros elásticos do modelo NorSand, e encontra-se apresentada na calibração do modelo - Item 4.1.4.

3.2 ANÁLISE NUMÉRICA

As modelagens numéricas foram realizadas nos módulos SEEP/W e SIGMA/W do software Geostudio, versão 2024.2.1. Para avaliar o comportamento da estrutura sob diferentes condições de carregamento e drenagem, foram conduzidas simulações em condições drenada, não drenada e acoplada.

Inicialmente, foi avaliada a resposta da estrutura na condição drenada. Nesse tipo de simulação, o fluxo de água nos vazios do solo é permitido, possibilitando a dissipação das

poropressões ao longo do tempo. Como resultado, as tensões efetivas controlam a deformação do material, sem influência significativa da poropressão. Esse modelo é adequado para situações em que o carregamento ocorre de forma suficientemente lenta, de forma que não são gerados excessos significativos de poropressão (Naylor, 1974). No SIGMA/W, essa condição é definida na interface de entrada de dados do modelo constitutivo e dos parâmetros do material (Figura 3.11).

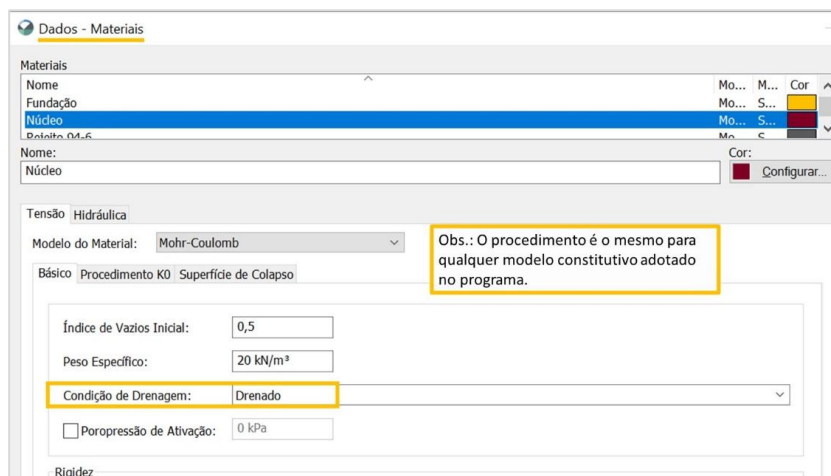


Figura 3.11 – Metodologia para análise drenada – Software SIGMA/W.

Após a avaliação do comportamento drenado, uma outra análise foi realizada na condição não drenada, aplicada exclusivamente aos rejeitos inconsolidados na base do empilhamento. Nessa abordagem, a dissipação das poropressões durante a aplicação da carga é impedida, resultando na geração de excessos de poropressão positiva. Assim como na análise drenada, a configuração da condição não drenada é feita na interface de definição dos materiais dentro do software (Figura 3.12).

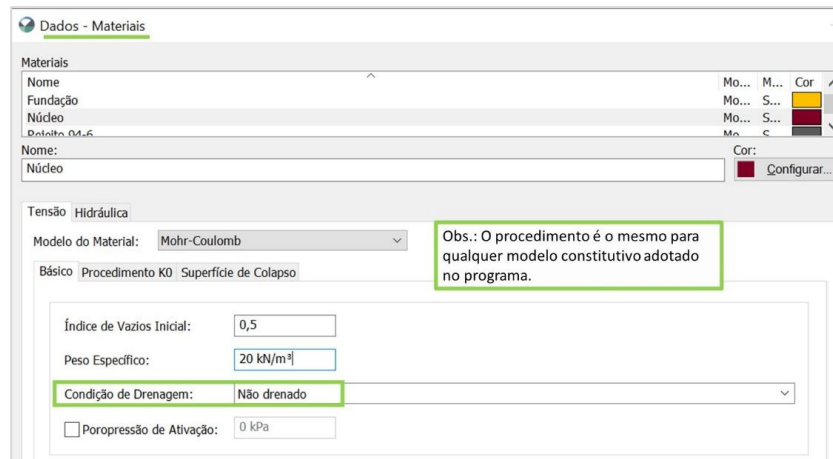


Figura 3.12 – Metodologia para análise não drenada – Software SIGMA/W.

Por fim, foram realizadas análises acopladas, que consideram simultaneamente a evolução do fluxo de água nos vazios do solo e a resolução das equações de equilíbrio ao longo do tempo. Essa abordagem considera que a dissipação progressiva das poropressões influencia diretamente na deformação do solo. Diferentemente das análises drenadas e não drenadas, no SIGMA/W, o acoplamento é configurado na fase de definição do projeto, selecionando-se o tipo de análise “adensamento”. Além disso, é necessária a inserção do número de iterações do fluxo de água e do tempo real de cada etapa para garantir a correta representação do processo transiente (Figura 3.13).

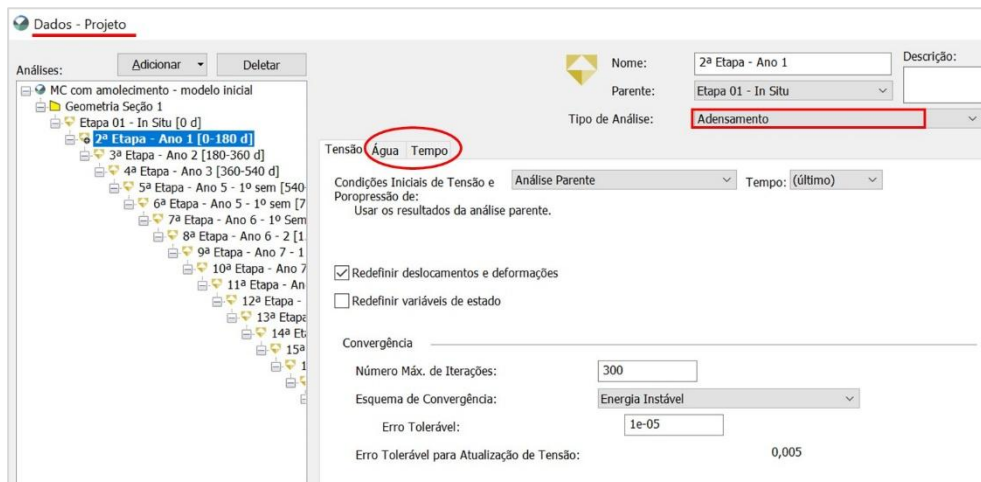


Figura 3.13 – Metodologia para análise acoplada – Software SIGMA/W.

3.2.1 SIMULAÇÃO DO TRIAXIAL NO SIGMA

Para a calibração dos modelos constitutivos empregados neste estudo, foram simulados ensaios triaxiais drenados (CID) e não drenados (CIU) no software SIGMA/W. Os resultados numéricos foram comparados com os ensaios laboratoriais para validar os parâmetros adotados e avaliar a capacidade de cada modelo constitutivo em reproduzir o comportamento observado experimentalmente.

Os ensaios triaxiais são realizados em condição axissimétrica, ou seja, tanto o corpo de prova quanto as cargas aplicadas apresentam simetria em relação aos eixos vertical e horizontal. Essa axissimetria permite representar a distribuição de tensões e deformações em um modelo bidimensional semelhante ao corpo de prova. Na simulação no SIGMA/W, o corpo de prova é modelado com metade da largura e metade da altura de um ensaio triaxial convencional, resultando em dimensões de 25 mm de largura por 50 mm de altura, conforme Figura 3.14.

A modelagem foi realizada em duas etapas, são elas:

- Consolidação isotrópica: etapa inicial para inicialização das tensões no modelo;
- Cisalhamento do corpo de prova: fase principal de análise do comportamento mecânico.

A fase de consolidação foi empregada utilizando uma análise tensão-deformação associada ao modelo elástico linear. As tensões obtidas nessa etapa dependem das condições de contorno aplicadas, que, por sua vez, são definidas de acordo com as tensões confinantes adotadas no ensaio experimental.

Na base do corpo de prova foi aplicada a condição de contorno de deslocamento zero na direção vertical (y), enquanto na extremidade esquerda adotou-se a condição de deslocamento horizontal (x) zero. Para a simulação da tensão confinante, foi adotada uma condição de contorno normal/tangencial no topo e na lateral direita do corpo de prova. Os valores dessa tensão foram inseridos de acordo com as condições de cada ensaio simulado. A representação do modelo na fase de consolidação está ilustrada na Figura 3.14.

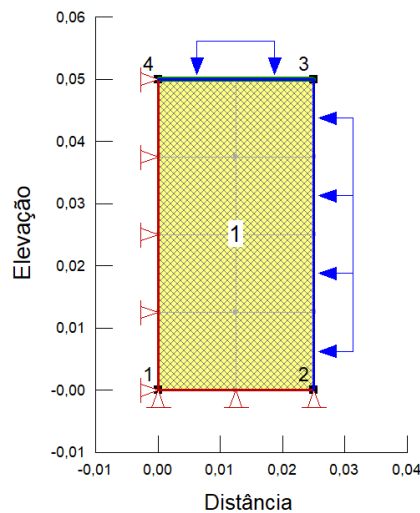


Figura 3.14 – Simulação numérica da etapa de adensamento isotrópico no ensaio triaxial.

A calibração nos rejeitos inconsolidados foi realizada em ensaios com tensões confinantes de 200, 400 e 800 kPa, enquanto para os rejeitos filtrados, as tensões aplicadas foram de 150, 300, 600, 1.200 e 2.400 kPa. Na fase de cisalhamento, as condições de tensão e poropressão foram obtidas da análise de consolidação, desconsiderando os deslocamentos e deformações desta primeira etapa do ensaio. Os parâmetros do material do corpo de prova foram ajustados conforme as exigências de cada modelo adotado no estudo. A parametrização completa dos materiais será apresentada no Capítulo 4.

A condição de contorno normal/tangencial, utilizada na consolidação, foi removida na fase de cisalhamento. Em seu lugar, foi inserida uma condição de contorno definida por uma função de deslocamento por tempo. Ao final da simulação, foi aplicado um deslocamento de 0,015 metros, referente a uma deformação axial de 30%. A representação da fase de cisalhamento está ilustrada na Figura 3.15.

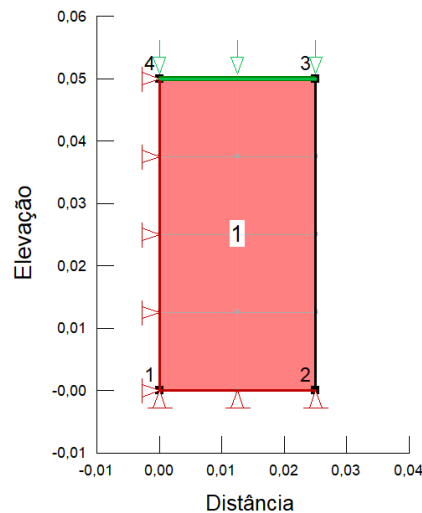


Figura 3.15– Simulação numérica da etapa de cisalhamento no ensaio triaxial.

Nos modelos constitutivos mais simples, a fase de cisalhamento foi discretizada em 100 etapas, proporcionando resultados satisfatórios. No entanto, para o modelo NorSand, foi necessário um maior número de incrementos nessa fase para aprimorar a precisão dos resultados gráficos. Assim, optou-se por 1.000 etapas na calibração desse modelo, garantindo uma melhor representação do comportamento do material.

3.2.2 ETAPAS CONSTRUTIVAS SIMULADAS NA MODELAGEM

A modelagem numérica da pilha foi estruturada em duas fases, representando as etapas de construção e fechamento da estrutura.

Na fase de construção, a pilha foi discretizada em fatias sucessivas, correspondentes a períodos de seis meses de alteamento. A altura das fatias variou conforme o avanço da pilha, com uma média de 5 metros e um valor máximo de 7,5 metros. Adicionalmente, foi considerado que os deslocamentos só ocorrem após a construção da camada, dessa forma, os deslocamentos das camadas em construção foram desconsiderados nas análises.

Nas análises tensão-deformação com condições drenadas e não drenadas, o tempo inserido na modelagem não representa um tempo físico real, mas sim o número de sub-etapas necessárias para atingir a elevação final da pilha.

Já nas análises acopladas, o tempo é um parâmetro fundamental para a solução das equações de fluxo e deformação. Assim, a precisão dos resultados do modelo numérico depende diretamente da representatividade do tempo adotado, influenciando a estimativa da evolução

dos gradientes de poropressão e do comportamento mecânico dos rejeitos ao longo do alteamento. Por exemplo, no caso de um alteamento de 7,5 metros em 180 dias, a taxa de crescimento foi de aproximadamente 1,25 metros por mês, um valor compatível com taxas observadas em empreendimentos minerários reais. A simulação da construção foi realizada em 26 etapas, conforme ilustrado na Figura 3.16.

A Figura 3.17 representa a condição *in situ* do terreno antes do alteamento da pilha. Nessa fase, a ativação do modelo ocorre por gravidade, garantindo que as tensões e condições de estado iniciais sejam devidamente estabelecidas antes da adição das camadas subsequentes. Na Figura 3.18 são apresentadas as primeiras etapas de alteamento, correspondentes aos estéreis compactados e, por fim, o início da disposição dos rejeitos filtrados, que prosseguiu de forma semelhante até a configuração final da pilha (Figura 3.1).

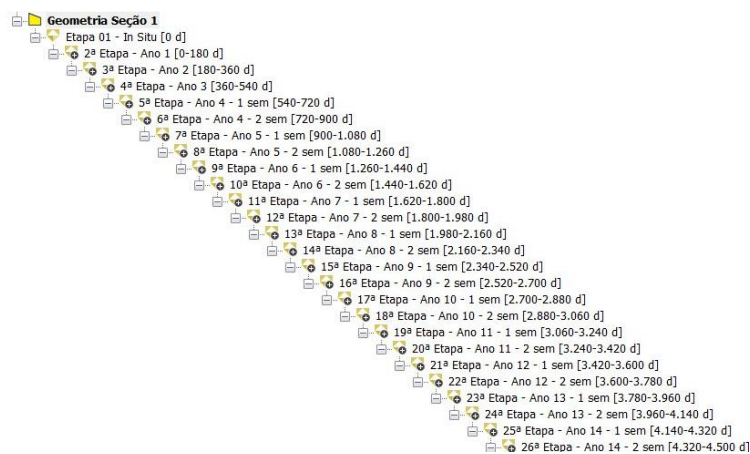


Figura 3.16– Etapas de construção da pilha utilizadas na modelagem.

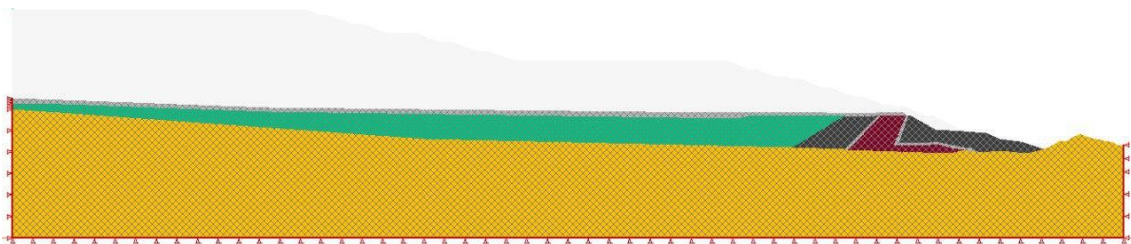


Figura 3.17– Etapa 01 - Condição *in situ*.

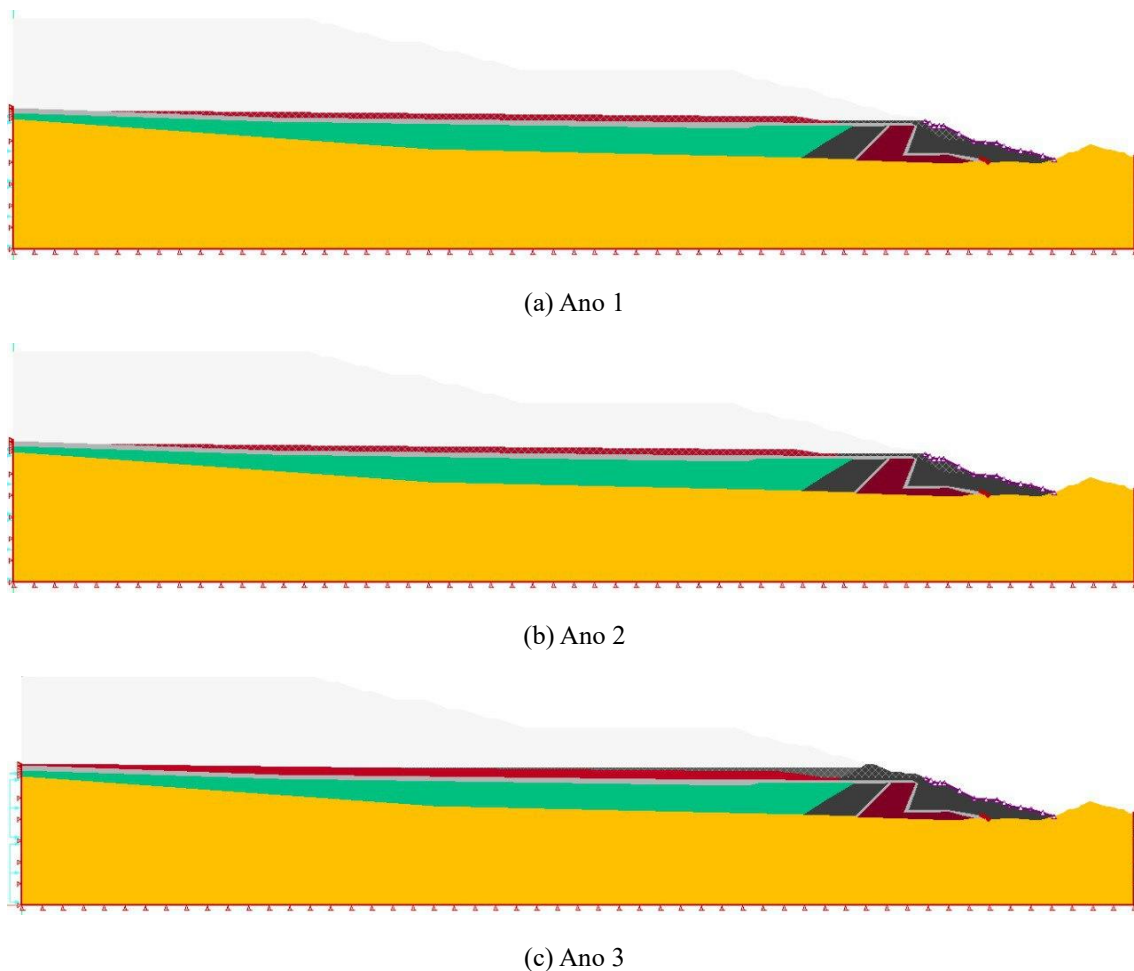


Figura 3.18 – Etapas iniciais – Simulação da construção da pilha.

A segunda etapa do estudo consistiu em uma análise preliminar do regime de infiltração na pilha após seu fechamento. Essa avaliação foi realizada com base nas recomendações do guia para empilhamento de rejeitos filtrados publicado pelas empresas BHP e Rio Tinto (2024), conforme apresentado no Item 2.5.

Para isso, a pilha foi modelada em sua configuração final, considerando um regime hidrológico de seis anos. O objetivo foi verificar o tempo necessário para o avanço da infiltração em profundidade, avaliando o comportamento da estrutura diante da interação entre a precipitação e as propriedades hidráulicas dos rejeitos.

3.2.3 MALHA DE ELEMENTOS FINITOS

A geração inicial da malha foi realizada por meio do gerador automático do pacote Geostudio (Geoslope, 2013), utilizado como base para a discretização do domínio. A seção da pilha, ilustrada na Figura 3.1, foi modelada com uma malha composta por elementos triangulares e quadrados.

A partir da malha de elementos finitos gerada automaticamente pelo software, condiziu-se uma sequência de refinamentos sucessivos utilizando o modelo elástico linear e um único valor de peso específico para todos os materiais. As condições de contorno e carregamento foram mantidas constantes durante os testes. Os resultados foram verificados quanto à coerência das tensões e deformação, de forma a otimizar o esforço computacional sem comprometer a precisão dos resultados.

Com base nesses testes, definiu-se um tamanho global de elementos de aproximadamente 3 m. Na fundação, foram utilizados elementos de 6,0 m nas regiões mais profundas. Para a camada de rejeitos inconsolidados, adotaram-se elementos de 1,0 m, enquanto nos drenos e estêreis aplicou-se uma razão do comprimento padrão de 0,7, resultando em elementos de 2,1 m.

A malha final da seção foi composta por 41.753 nós, e 41.843 elementos, conforme ilustrado na Figura 3.19. As modelagens realizadas apresentaram resultados satisfatórios com a malha adotada.

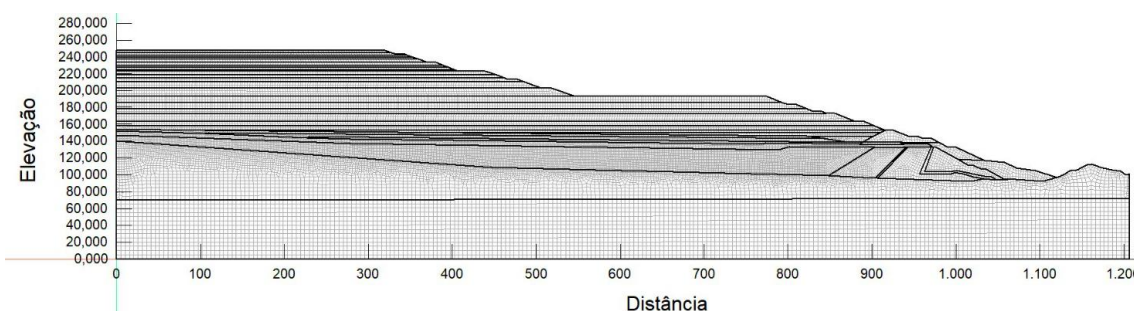


Figura 3.19 – Malha de elementos finitos adotada.

3.2.4 CONDIÇÕES DE CONTORNO

Nas análises acopladas de tensão-deformação, as condições de contorno para a construção da pilha foram definidas conforme a abordagem proposta por Cordão-Neto (2005) e Farias e Cordão-Neto (2010). Como o rejeito é compactado com umidade próxima à umidade ótima, ele se encontra em condição não saturada. Assim, ao final da construção de cada camada, assume-se que ela atinge o índice de vazios, peso específico e teor de umidade gravimétrico conforme especificado em projeto.

Para representar a sucção inicial de cada camada na análise acoplada, os parâmetros de compactação foram integrados à curva característica do solo. Essa curva descreve a relação

entre sucção e teor de umidade volumétrico (θ), permitindo a estimativa da sucção inicial com base na umidade ótima de compactação. Esse procedimento é essencial para condicionar corretamente as poropressões iniciais e garantir a compatibilidade entre os regimes de fluxo e deformação.

Nas versões mais recentes do SIGMA/W, essa condição inicial pode ser implementada por meio da poropressão de ativação, aplicada diretamente na definição dos parâmetros dos materiais. A sucção inicial foi calculada a partir da equação do grau de saturação (S_r), considerando a relação entre teor de umidade volumétrico e porosidade (n):

$$S_r = \frac{\theta}{n} \quad \text{Eq. (3.1)}$$

Na umidade ótima de compactação, o estéril apresentou grau de saturação de 81,4%, enquanto o rejeito teve um S_r de 65,7%. Com o grau de saturação definido, o teor de umidade gravimétrico (w) foi obtido pela equação:

$$w = \frac{S_r e}{G_s} \quad \text{Eq. (3.2)}$$

A partir desses valores, foi gerado um gráfico de umidade gravimétrica versus sucção mátrica (Figura 3.20), no qual a sucção inicial de cada camada foi definida pela sucção correspondente à umidade ótima do material. Para as análises, foram adotadas poropressões de ativação de -35 kPa para o estéril e -50 kPa para o rejeito filtrado.

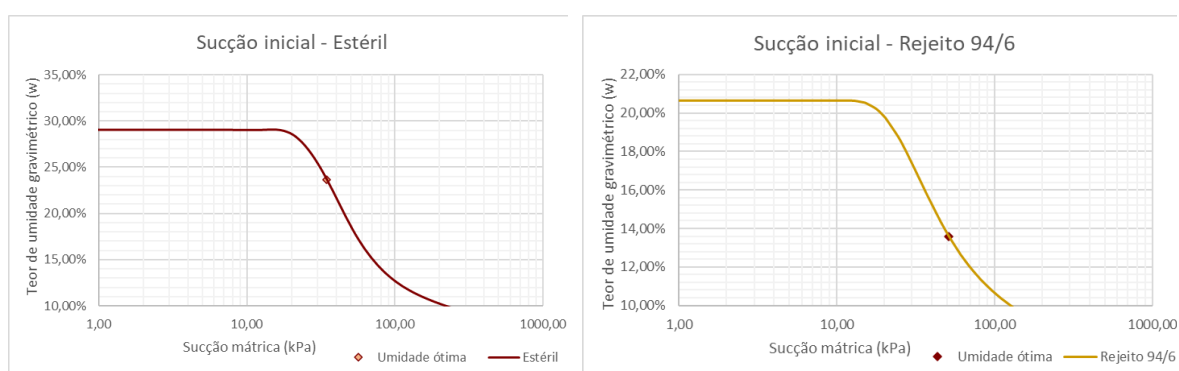


Figura 3.20 – Sucções iniciais nas análises acopladas (Poropressão de ativação nas camadas construídas).

Dessa forma, a poropressão nas camadas já construídas, bem como na fundação, é recalculada a cada incremento de tempo no modelo. Durante a fase de construção, parte-se de uma condição inicial de sucção (poropressão negativa), e sua evolução ocorre progressivamente à medida que novas camadas são adicionadas, influenciando o regime de fluxo e deformação

na estrutura.

Para garantir a coerência hidráulica da modelagem, foi adotada uma condição de contorno de vazão nula como revisão para caso ocorra surgência na superfície lateral (Figura 3.21) das camadas já construídas.

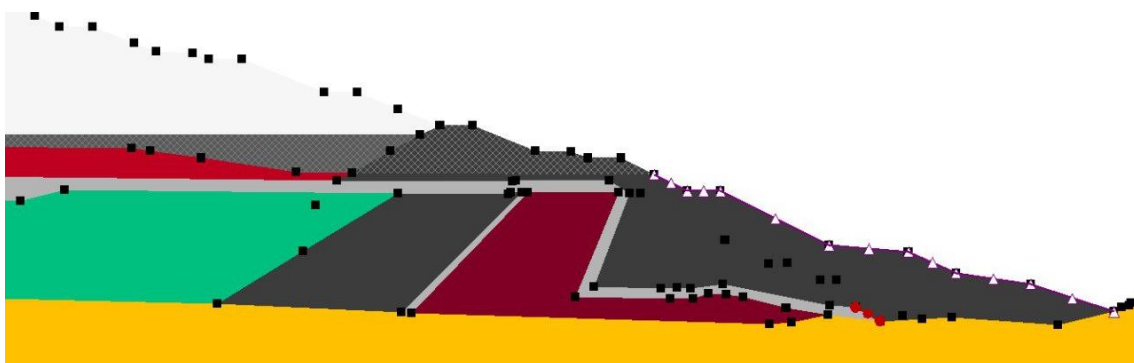


Figura 3.21 – Condição de contorno – vazão nula.

Na saída da drenagem interna, foi imposta uma condição de contorno de carga de pressão nula (Figura 3.22). Dessa forma, caso a solução numérica indique a geração de poropressões positivas nesses trechos, o modelo automaticamente impõe a condição de pressão nula, simulando o alívio hidráulico esperado em sistemas drenantes.

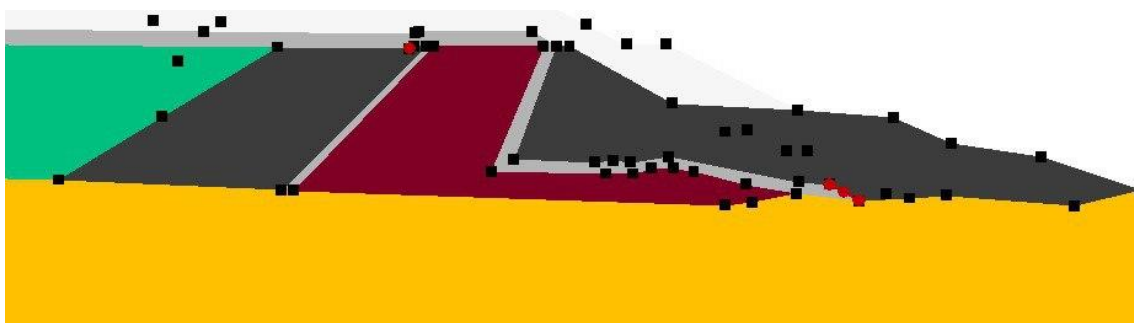


Figura 3.22 – Condições de contorno – Pressão nula.

Para a definição do nível d'água inicial nas análises – acopladas, drenadas e não drenadas foi realizada uma etapa preliminar de percolação no SEEP/W. Nessa simulação, foi atribuído um ponto de carga total de 147 m no centro do dreno localizado na extremidade esquerda do modelo. Além disso, definiu-se uma condição de pressão neutra ($p_w = 0$) imediatamente a montante do primeiro dreno vertical do dique de partida, conforme ilustrado na Figura 3.22. Com isso, a superfície freática inicial obtida atravessava o tapete drenante da pilha.

Nas análises acopladas, após a condição *in situ*, foi aplicada uma condição de contorno

de fluxo permanente na extremidade montante do modelo (lado esquerdo), com intensidade constante de $5 \times 10^{-9} \text{ m}^3/\text{s}/\text{m}^2$. Esse valor foi obtido por meio da calibração de análises de percolação e busca representar a condição de nascentes naturais, comuns em regiões de fundo de vale.

Para a análise de interação terra-clima realizada no SEEP/W, foram utilizadas condições de contorno atmosféricas, conforme apresentado em detalhes no Item 2.5. Na presente pesquisa a parcela referente à neve será desconsiderada, uma vez que a análise será realizada no contexto do Brasil, um país tropical onde não há neve.

Adicionalmente, a parcela que representa a influência da vegetação no cálculo da evaporação será desconsiderada, visto que as estruturas geotécnicas analisadas após o término da construção possuem vegetação rasteira, sem árvores ou arbustos.

Dentre os três métodos disponíveis no SEEP/W para calcular a evapotranspiração do sistema, optou-se por adotar o de Penman-Wilson, devido à facilidade de obtenção dos dados. Esse método requer como dado de entrada as informações de temperatura do ar, precipitação, umidade relativa, velocidade do vento e radiação líquida. Esses dados foram extraídos de uma estação meteorológica instalada na região do quadrilátero ferrífero, em Minas Gerais. O detalhamento da base de dados utilizada para a condição de contorno atmosférica será apresentado no Item 4.3.

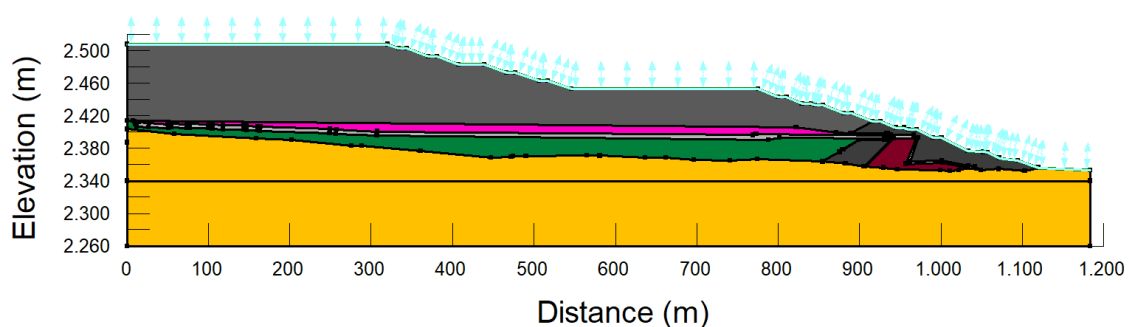


Figura 3.23 – Condição de contorno atmosférica – análise terra-clima no SEEP/W.

4 CALIBRAÇÕES

Neste item serão apresentadas as interpretações dos ensaios de campo e laboratório adotadas para calibração dos parâmetros de fluxo e tensão-deformação adotados no modelo numérico.

4.1 TENSÃO DEFORMAÇÃO

4.1.1 MODELO HIPERBÓLICO

Para os rejeitos filtrados, simulados na construção da pilha, foi inicialmente previsto o modelo elástico não linear hiperbólico. A escolha desse modelo se justifica pelo fato de que os materiais seriam compactados com índice de vazios inferior ao crítico, caracterizando uma condição dilatante, com taxas de carregamento reduzidas, que permitiriam a dissipação das poropressões. Dessa forma, não se espera a mobilização da resistência não drenada, viabilizando o uso de um modelo simplificado para a análise.

Apesar de sua relevância na representação não linear do comportamento tensão-deformação de solos, o modelo hiperbólico apresentou dificuldades de convergência numérica no SIGMA/W sob baixas tensões confinantes, tanto na simulação de ensaios triaxiais quanto na etapa de construção da pilha. Em função dessas limitações computacionais, o modelo não foi utilizado nas análises principais desta pesquisa. No entanto, optou-se por manter a etapa de calibração como referência metodológica, visando contribuir com uma base teórica para trabalhos futuros. As observações dessa limitação serão discutidas a seguir.

Os parâmetros do modelo foram calibrados com base nos ensaios triaxiais drenados (CID) realizados no aterro experimental dos rejeitos (Item 3.1.1). A calibração foi conduzida a partir dos ensaios da amostra AM6120-26, submetida a tensões confinantes de 150, 300, 600, 1200 e 2400 kPa. A metodologia adotada seguiu o procedimento proposto por Duncan e Chang (1970), conforme descrito no Item 2.3.1.

A Tabela 4.1 apresenta os parâmetros “ a ” e “ b ” obtidos do gráfico de tensão-deformação com os eixos transformados (Figura 4.1). A partir desses valores, foram determinados o módulo de Young inicial (E_i) e a assíntota da curva tensão-deformação ($\sigma_1 - \sigma_3$)_{ult}, conforme a metodologia hiperbólica.

Tabela 4.1: Parâmetros modelo hiperbólico.

Amostra	σ_3 (kPa)	a	b	E_i	$(\sigma_1 - \sigma_3)_{ult}$
AM 6120-26	150	1×10^{-5}	0,0017	100.000	588,24
	300	5×10^{-6}	0,0011	200.000	909,09
	600	4×10^{-6}	0,0005	250.000	2.000,00
	1200	4×10^{-6}	0,0003	250.000	3.333,33
	2400	3×10^{-6}	0,0001	333.333	10.000,00

Com os valores de E_i , foi traçado o gráfico $\log\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right) \times \log\left(\frac{E_i}{p_a}\right)$ para a determinação dos parâmetros “k” e “n” via regressão linear dos dados experimentais. A Figura 4.1 ilustra essa relação, dada por:

$$\log\left(\frac{E_i}{p_a}\right) = \log k + n \log\left(\frac{\sigma_3}{p_a}\right) \quad \text{Eq. (4.1)}$$

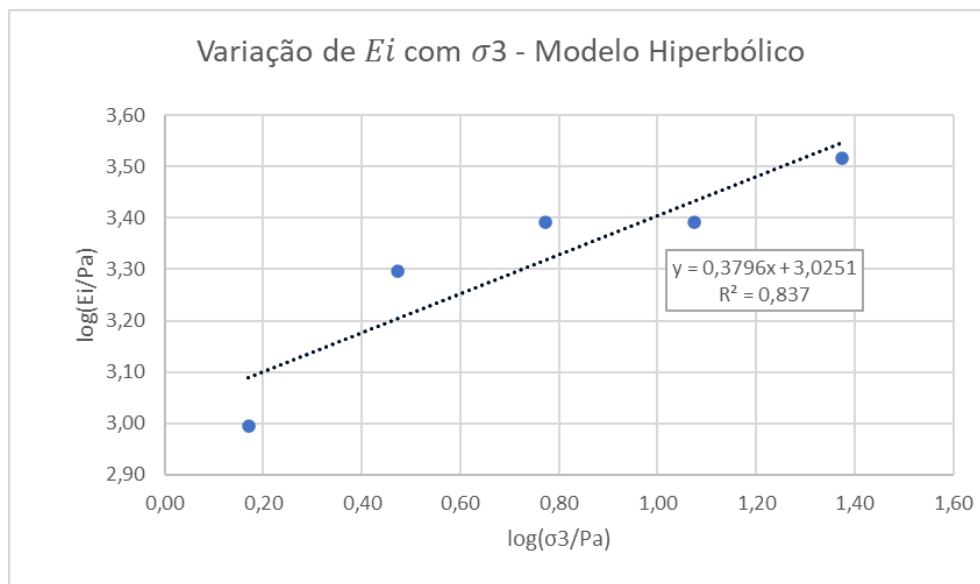


Figura 4.1 – Variação do módulo de elasticidade tangente inicial com a tensão confinante.

Conforme ilustrado no gráfico, o parâmetro n obtido foi de aproximadamente 0,38, enquanto $k = 1060$.

A tensão deviatórica de ruptura (q_f) foi definida como a tensão correspondente à deformação axial de 15%, uma vez que os ensaios não apresentaram um pico de resistência bem

definido. A partir desse critério, o coeficiente de ruptura R_f foi calculado para cada ensaio, conforme a Eq. (2.19).

Tabela 4.2: Tensão deviatórica de ruptura, e o respectivo coeficiente de ruptura - R_f .

Amostra	σ_3 (kPa)	q_f (kPa)	R_f
AM 6120-26	150	539,13	0,92
	300	921,96	1,01
	600	1756,57	0,88
	1200	3175,44	0,95
	2400	6169,33	0,62

O valor de R_f obtido pela média aritmética dos ensaios foi de 0,88.

Os valores calibrados foram plotados em uma planilha Excel, que continha a formulação do modelo hiperbólico para uma verificação preliminar do ajuste às curvas tensão-deformação obtidas experimentalmente. Os resultados obtidos estão ilustrados na Figura 4.2, onde as curvas com marcadores triangulares representam os resultados calculados na planilha, enquanto as linhas contínuas correspondem aos ensaios laboratoriais.

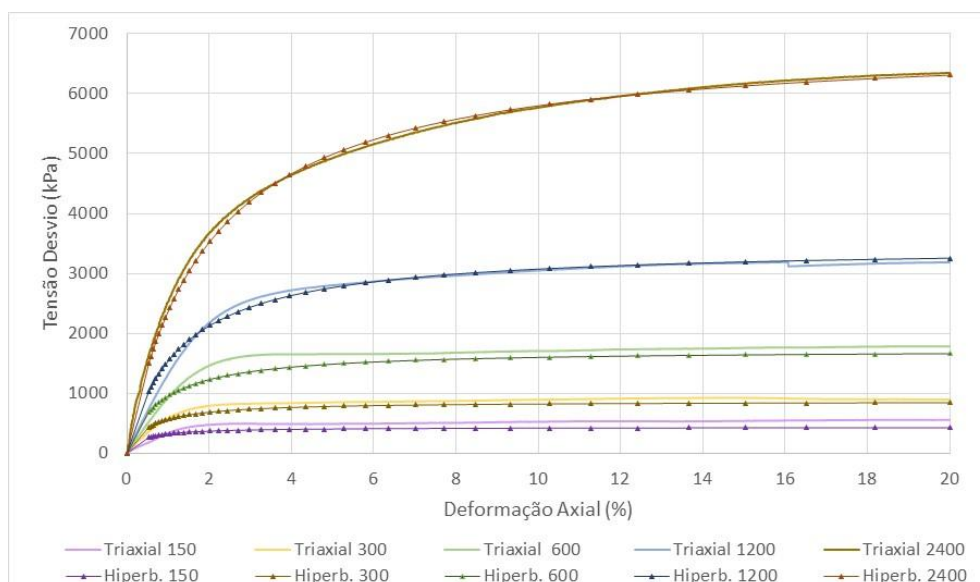


Figura 4.2 – Calibração inicial – Modelo Hiperbólico.

O modelo hiperbólico apresentou boa aderência aos ensaios laboratoriais dos rejeitos filtrados, conseguindo representar de maneira adequada o comportamento tensão-deformação do material.

A calibração foi validada por meio da simulação de cinco ensaios triaxiais drenados no SIGMA/W, utilizando as mesmas tensões confinantes aplicadas nos ensaios laboratoriais. A metodologia adotada seguiu os procedimentos descritos no Item 3.2.1. Observou-se que a calibração no software apresentou melhor aderência aos dados experimentais ao se ajustar o parâmetro R_f para 0,82.

Nas versões mais recentes do SIGMA/W, a estimativa da função do módulo de Young em função da profundidade passou a permitir a definição de uma profundidade máxima para variação do módulo. Assim, é possível limitar a tensão confinante σ_3 na Equação 2.20, de modo que, acima desse valor, o módulo de deformação permanece constante ao longo da profundidade.

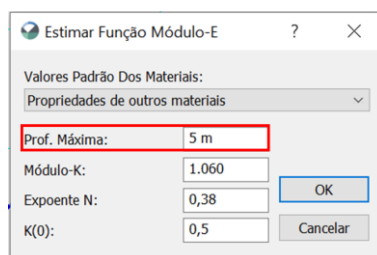


Figura 4.3 – Profundidade máxima para variação do módulo de Young implementada no SIGMA/W.

Durante a calibração dos ensaios triaxiais, foi observado um problema de convergência no ensaio com tensão confinante de 150 kPa ao se adotar profundidades máximas superiores a 10 metros. Embora a função do módulo de deformação permanecesse constante e a alteração da profundidade influenciasse apenas o intervalo de aplicação (Figura 4.4), o programa não conseguiu interpretar adequadamente os estados de baixa tensão. Esse comportamento também foi observado ao estimar a função com profundidades elevadas ou ao importar diretamente os valores da função a partir de uma planilha de Excel para o SIGMA/W.

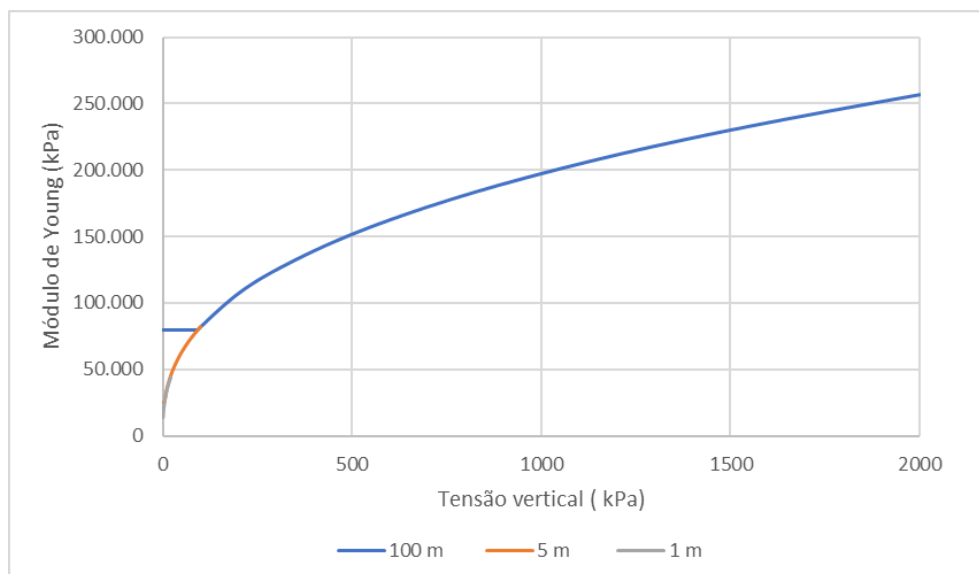


Figura 4.4 – Função do módulo de Young pela profundidade estimada pelo modelo hiperbólico no SIGMA/W com diferentes profundidades máximas.

Embora a adoção de uma única profundidade máxima tenha apresentado problemas de convergência no modelo, foi possível obter boa aderência aos dados laboratoriais ao ajustar esse valor de forma diferenciada para cada nível de tensão ensaiado. Para os ensaios com tensões confinantes de 150 e 300 kPa, foi utilizada uma profundidade máxima de 5 metros; para 600 kPa, 50 metros; e para os ensaios com tensões superiores, uma profundidade de 100 metros (Figura 4.5). Essa abordagem segmentada permitiu maior estabilidade numérica e melhor representação da rigidez inicial observada nos ensaios triaxiais.

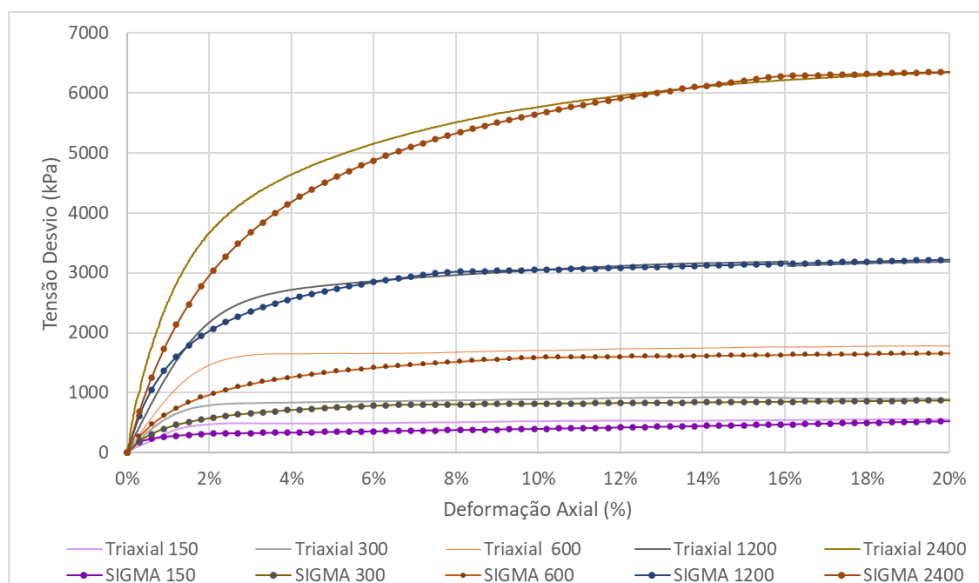


Figura 4.5 – Verificação da calibração do modelo hiperbólico no SIGMA/W com diferentes profundidades máximas.

Foi observada uma discreta diferença entre as curvas obtidas na modelagem numérica e aquelas geradas na planilha do Excel. Ainda assim, ao empregar diferentes profundidades máximas por nível de tensão, o modelo apresentou boa aderência aos dados experimentais. A calibração no SIGMA/W apresentou melhor desempenho para os ensaios com tensões confinantes a partir de 600 kPa. Já para os ensaios com 150 e 300 kPa, as curvas da modelagem numérica subestimaram a resposta do material, resultando em um comportamento mais conservador. Esse padrão foi consistente com os resultados da planilha Excel, embora a diferença tenha sido acentuada no modelo numérico.

Considerando que o modelo hiperbólico seria aplicado na simulação da construção da pilha, buscou-se uma única calibração capaz de abranger toda a faixa de tensões envolvida – desde as baixas tensões das camadas recém-construídas até aproximadamente 2.000 kPa para aquelas que ficarão nas camadas inferiores da estrutura.

Seguindo orientações da Seequent (desenvolvedora do SIGMA/W), foram adotadas 200 etapas na simulação do ensaio triaxial, substituindo as 100 inicialmente utilizadas, com o objetivo de melhorar a convergência nas baixas tensões. A função do módulo foi então implementada manualmente com base nos dados brutos da Figura 4.4. Apesar de o modelo ter convergido com essa abordagem, os resultados não representaram adequadamente o comportamento observado nos três primeiros ensaios triaxiais (Figura 4.6). Diante dessas limitações, optou-se por não empregar o modelo hiperbólico na simulação da pilha.

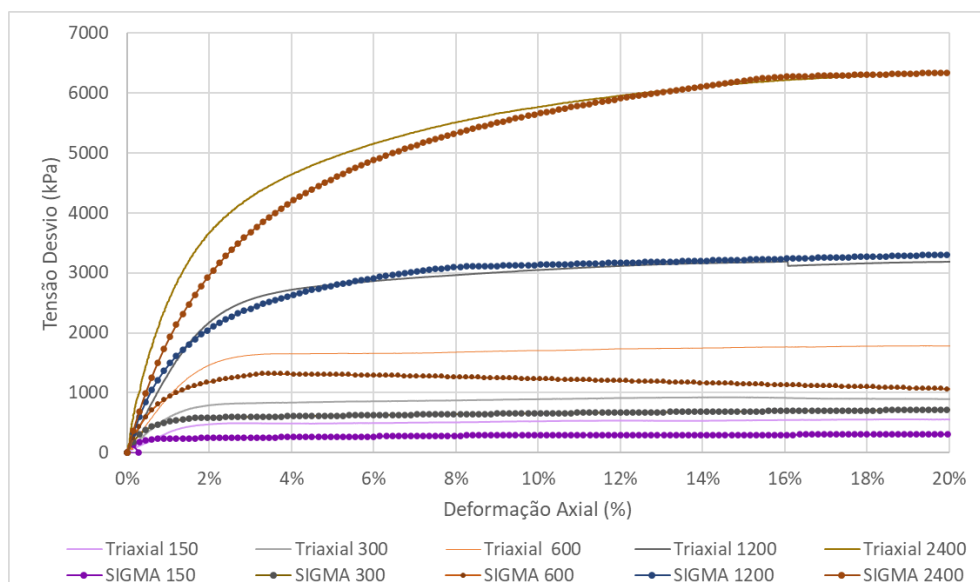


Figura 4.6 – Calibração do hiperbólico no SIGMA/W com função única para o módulo de Young.

4.1.2 MODELO ELÁSTICO PERFEITAMENTE PLÁSTICO COM CRITÉRIO DE RUPTURA DE MOHR COULOMB

O modelo elástico perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb foi utilizado nos rejeitos inconsolidados para verificação inicial da convergência dos modelos. Para o rejeito filtrado, dadas as limitações encontradas no modelo hiperbólico, adotou-se o MC nas simulações. Além disso, foi utilizado para representar os demais materiais empregados na análise. Os parâmetros do modelo foram obtidos com base nos ensaios triaxiais realizados nos rejeitos e em materiais semelhantes aos simulados na estrutura, e estão compilados na Tabela 4.3.

Tabela 4.3: Parâmetros do modelo Mohr-Coulomb adotado nas análises.

Material	γ (kN/m ³)	c' (kPa)	ϕ' (°)	E (kPa)	ν
Rejeito filtrado	20	0	34	32.000	0,2
Rejeitos inconsolidados	22	1	34	25.000	0,2
Fundação	20	47	27	150.000	0,3
Núcleo	20	23	30	60.000	0,4
Dreno/ Enrocamentos	23	0	40	100.000	0,33
Estéril	22	0	30	30.000	0,3

4.1.3 MODELO MOHR COULOMB COM AMOLECIMENTO E ENDURECIMENTO

O modelo Mohr Coulomb modificado com amolecimento, conforme implementado no SIGMA/W, foi adotado para verificar sua capacidade em reproduzir o comportamento dos rejeitos inconsolidados sob condição não drenada. Conforme discutido no Item 2.3.2, o modelo considera a redução dos parâmetros efetivos de resistência (coesão c' e atrito ϕ'_m) em função da deformação plástica acumulada (ϵ_q^p).

É importante destacar que, devido à simplicidade do modelo, é esperado que sua resposta não reproduza com exatidão as condições do material. Essa limitação foi evidenciada na simulação do ensaio triaxial no SIGMA/W, em que as poropressões geradas pelo modelo foram significativamente inferiores às observadas experimentalmente. Ainda assim, o modelo

constitutivo foi empregado para análises qualitativas e comparativas, tendo como referência o modelo NorSand, de maior complexidade.

Para calibração do modelo, foi necessário determinar os parâmetros efetivos de resistência dos rejeitos inconsolidados com base nos ensaios não drenados. A envoltória de resistência foi obtida pelo critério da máxima tensão desviadora. No entanto, observou-se uma discrepância no comportamento entre os ensaios com menores tensões confinantes (200 e 400 kPa) e o de 800 kPa, o que comprometeu a qualidade do ajuste da envoltória em termos de tensões efetivas (Figura 4.7). Diante disso, embora o ajuste tenha indicado um intercepto coesivo, este foi desconsiderado nas simulações.

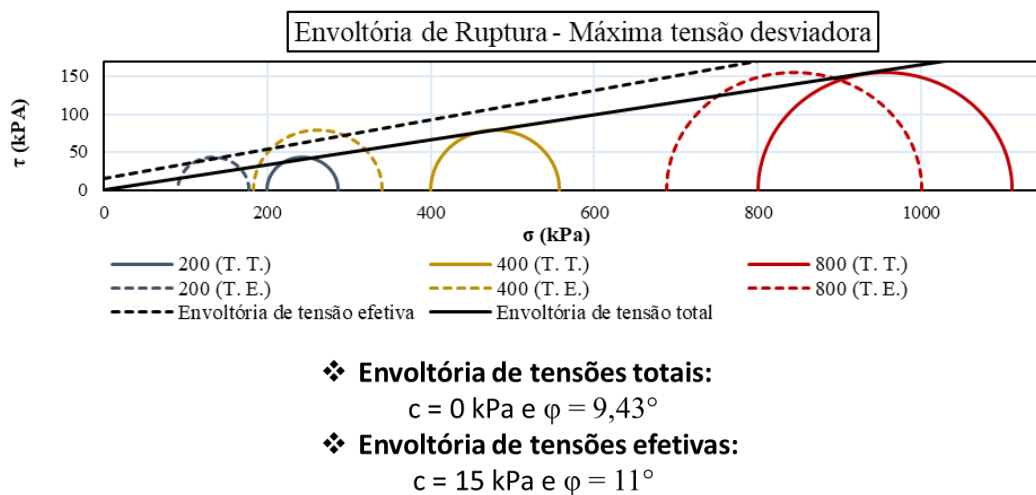


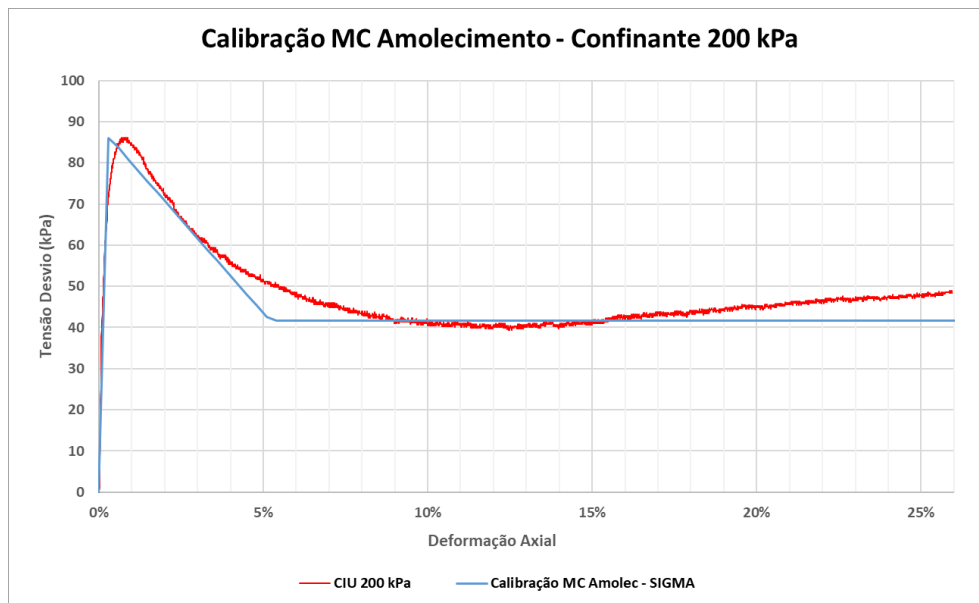
Figura 4.7 – Envoltórias de resistência a tensões totais e efetivas para os ensaios não drenados nos rejeitos inconsolidados.

Para simular o efeito do amolecimento no ensaio, foi adotada uma função simplificada para a evolução do ângulo de atrito em função da deformação plástica acumulada. O ensaio com tensão confinante de 800 kPa foi excluído do processo de calibração por apresentar um comportamento intermediário, característico de um material medianamente denso (conforme discutido no Item 3.1.2). A Tabela 4.4 apresenta os melhores ajustes obtidos para cada ensaio, bem como o valor médio utilizado nas análises numéricas.

Tabela 4.4: Calibração do modelo Mohr-Coulomb com amolecimento.

Ensaio	c' (kPa)	$\phi'_{pico} (^\circ)$	Def. plást. Acumulada em $\phi'_{pico} (^\circ)$	$\phi'_{residual} (^\circ)$	Def. plást. Acumulada em $\phi'_{res} (^\circ)$	E (kPa)
CPA_CIU _{sat} _AM.5673-12	1	11,30	0,0001	5,5	0,05	25.000
CPB_CIU _{sat} _AM.5673-12	1	10,80	0,0001	5,8	0,05	40.000
Valor adotado	1	11,0	0,0001	5,6	0,05	25.000

A Figura 4.8 apresenta o resultado do melhor ajuste do modelo obtida no SIGMA/W para cada ensaio de referência.



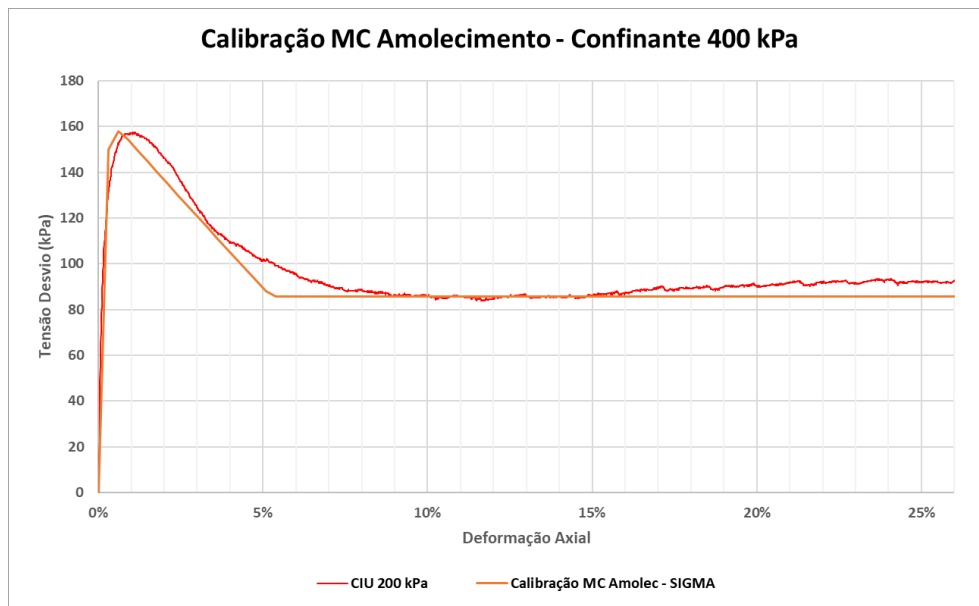


Figura 4.8 – Calibração no SIGMA/W para o MC com amolecimento.

As poropressões geradas nos ensaios e simuladas nas análises numéricas foram comparadas por meio de gráficos. Observou-se que, embora a curva tensão-deformação tenha representado de forma satisfatória a perda de resistência pós-pico do material em condição não drenada, o modelo subestimou significativamente a geração de poropressão durante o cisalhamento. No ensaio com confinante de 200 kPa, foi registrado um excesso de poropressão de aproximadamente 200 kPa, enquanto o modelo previu apenas 28 kPa. Para o ensaio com 400 kPa de confinamento, o valor experimental foi de 350 kPa, frente aos 50 kPa estimados numericamente. Dessa forma, é importante ter cautela na utilização das poropressões estimadas pela análise numérica ao adotar este modelo.

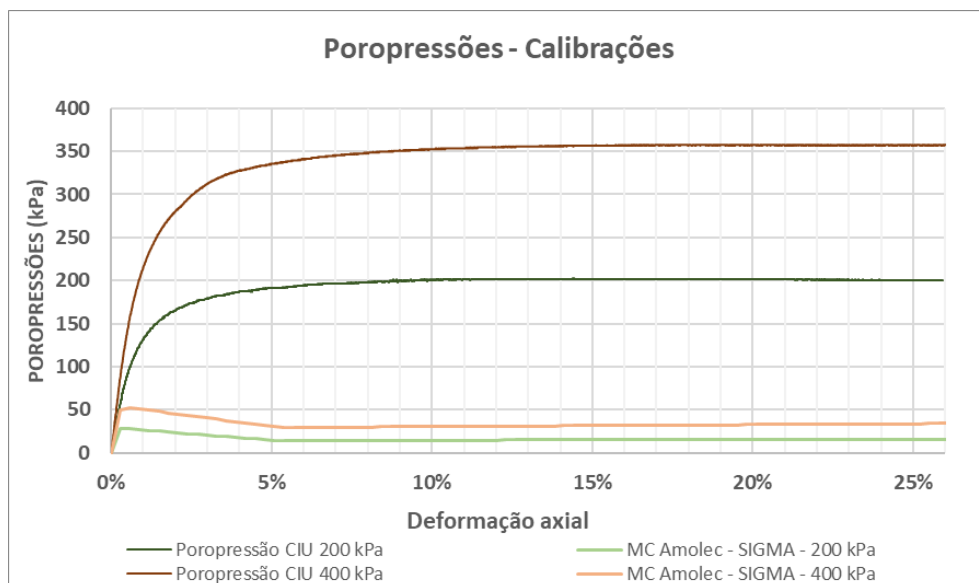


Figura 4.9 – Poropressões obtidas no modelo comparadas aos ensaios triaxiais.

Nos ensaios realizados em condição drenada, a calibração teve como objetivo avaliar a necessidade de simular o endurecimento do material, comportamento comumente observado em areias em estado fofo — similar ao observado nos rejeitos inconsolidados. No entanto, os resultados mostraram-se satisfatórios mesmo com a utilização do modelo original de Mohr-Coulomb.

O módulo de Young adotado foi o mesmo utilizado para os ensaios não drenados. Para o ensaio de 800 kPa, o melhor ajuste foi obtido com $E=30.000$ kPa. O ângulo de atrito efetivo obtido foi de 34° nos dois primeiros ensaios e de cerca de 35° no ensaio com 800 kPa.

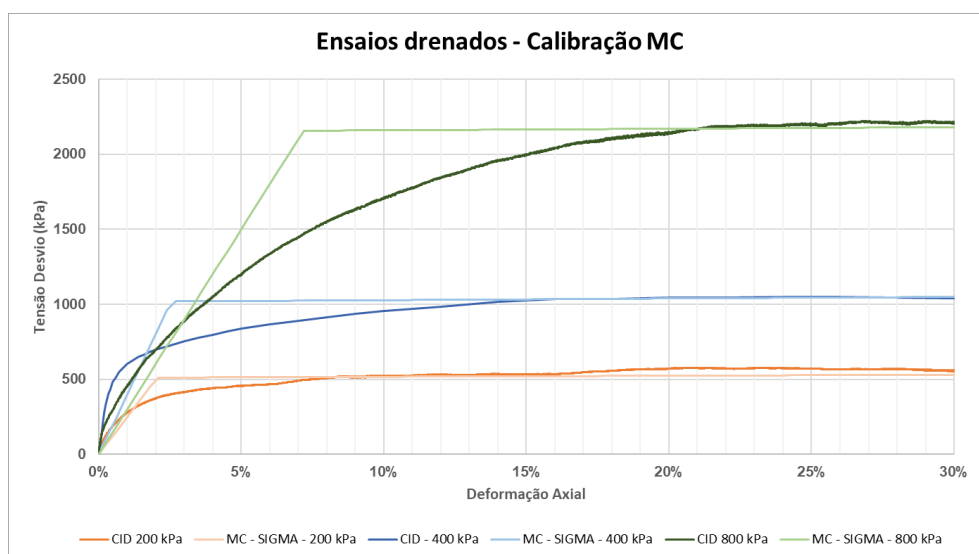


Figura 4.10 – Calibração no SIGMA/W dos ensaios drenados com o MC original.

Neves e Caldeira (2018) apontam como uma das principais limitações do modelo elástico perfeitamente plástico de Mohr-Coulomb a sua incapacidade de representar adequadamente as deformações do solo durante o cisalhamento. Isso se deve ao fato de que a dilatação, seja positiva ou negativa, é aplicada a uma taxa constante, sem qualquer mecanismo de limitação — como um *cap* — que restrinja esse comportamento. Além disso, por se basear na teoria da plasticidade perfeita, a superfície de plastificação no modelo é fixa e coincide com a de ruptura, o que impede a representação de fenômenos como o endurecimento do material plastificado.

Para avaliar a magnitude dessa limitação, foi elaborado um gráfico comparativo entre as deformações volumétricas observadas em laboratório e aquelas obtidas na simulação do ensaio triaxial no SIGMA/W (Figura 4.11).

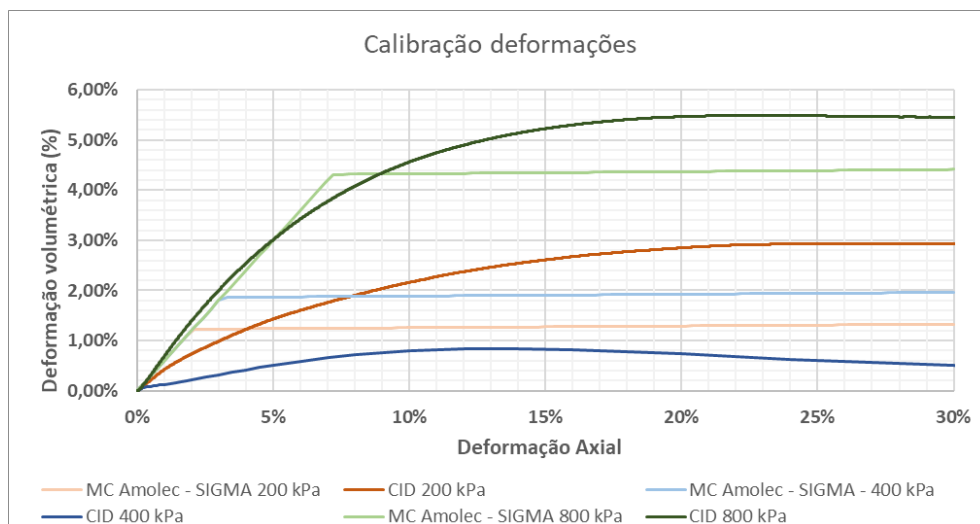


Figura 4.11 – Comparação das deformações obtidas com o MC original.

As diferenças foram maiores no ensaio de 200 kPa, onde os valores de deformação volumétrica estimados pelo modelo corresponderam a aproximadamente metade dos observados experimentalmente. Esse resultado reforça a necessidade de cautela ao interpretar os resultados obtidos por meio da análise numérica utilizando este modelo simplificado.

4.1.4 MODELO NORSAND

O modelo NorSand é fundamentado na teoria da mecânica dos solos nos estados críticos. Portanto, a calibração de seus parâmetros requer, primeiramente, a definição da equação da linha de estados críticos dos materiais.

- Estados críticos:

A definição dos estados críticos para os rejeitos inconsolidados foi baseada nos seis ensaios triaxiais apresentados no Item 3.1.2. Os resultados desses ensaios foram plotados no espaço $p' \times q$ para obtenção da envoltória de estados críticos e da linha de instabilidade. A trajetória dos ensaios CPC_CID_AM5673-12 e CPD_CID_AM5673-12 é coincidente, portanto, as linhas ficam sobrepostas no gráfico. Cabe destacar que, para este material, os parâmetros efetivos c e ϕ' obtidos nos ensaios drenados correspondem à envoltória de estado crítico.

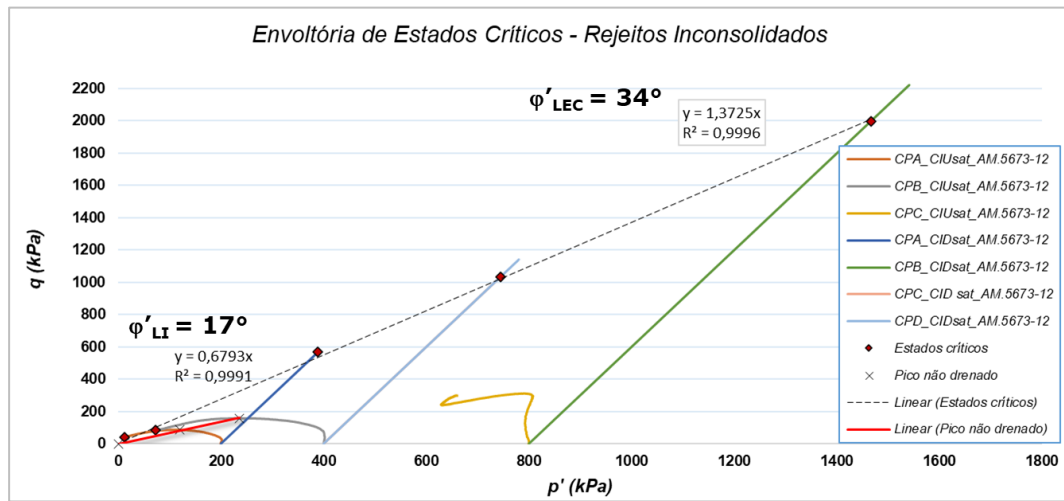


Figura 4.12 – Envoltória de Estados Críticos (linha preta pontilhada) e Linha de Instabilidade (em vermelho) – Rejeitos Inconsolidados.

A inclinação da envoltória representa o parâmetro M_{tc} , que se relaciona ao ângulo de atrito no estado crítico por:

$$M_{tc} = \frac{6 \tan \phi'_c}{3 - \tan \phi'_c} \quad \text{Eq. (4.2)}$$

Para obter o ângulo de atrito a partir de um M_{tc} conhecido, pode-se isolar o termo:

$$\phi'_c = \tan^{-1} \frac{3M_{tc}}{6 + M_{tc}} \quad \text{Eq. (4.3)}$$

O valor de $M_{tc} = 1,37$ (correspondente a um $\phi'_c = 34^\circ$) obtido para os rejeitos inconsolidados está dentro da faixa esperada apresentada por Jefferies e Been (2016). Embora essa faixa, conforme mostrado na Tabela 4, tenha sido definida para areias, os autores apresentam um compilado histórico de parâmetros de estado crítico para rejeitos arenosos e

siltosos. Nesse contexto, a faixa dos valores reportados também abrange o valor obtido no presente estudo, reforçando a coerência dos resultados.

Dada a importância da definição precisa dos estados críticos no modelo NorSand, foi elaborado o gráfico de tensão-dilatância para validar o parâmetro M_{tc} obtido para os rejeitos inconsolidados, conforme proposto por Jefferies e Been (2016). Observou-se que o ensaio CPC_CIDsat_AM.5673-12 apresentou uma curva de tensão-dilatância discrepante em relação ao restante do conjunto, motivo pelo qual foi desconsiderado na avaliação do parâmetro. Esse comportamento é atribuído às baixas deformações volumétricas registradas durante o ensaio (Figura 3.9).

As curvas em azul e vermelho correspondem aos ensaios drenados conduzidos sob tensões confinantes de 200 kPa e 800 kPa, respectivamente. Ambas evidenciam um comportamento típico de amostras fofas. Já o ensaio CPD_CIDsat_AM.5673-12, atingiu a dilatância máxima do material, caracterizada por um valor mínimo (mais negativo) de dilatação volumétrica, característico de solos densos.

No gráfico de tensão-dilatância, o parâmetro M_{tc} é definido pelo intercepto com o eixo das abcissas, ou seja, no ponto de dilatância nula. Embora as três amostras analisadas não tenham seguido uma linha de tendência bem definida, os resultados confirmam a coerência do valor $M_{tc} = 1,37$ previamente determinado, conforme ilustrado na Figura 4.13.

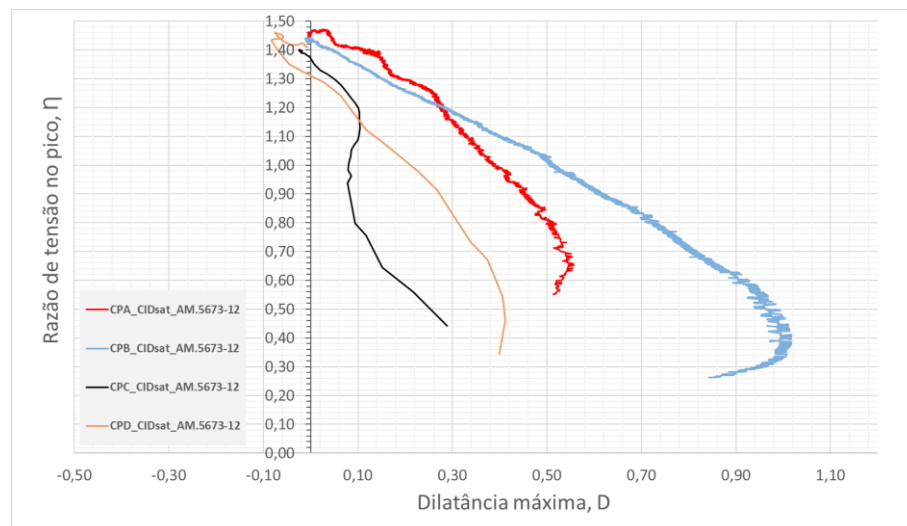


Figura 4.13 – Gráfico tensão-dilatância para os ensaios triaxiais drenados – Rejeitos Inconsolidados.

Os ensaios foram então plotados no espaço $e \times p'$ para determinação da LEC. Essa linha representa uma fronteira entre o comportamento dilatante e contrátil e, para o conjunto de ensaios avaliados, foi observado que essa fronteira foi mais bem definida por uma faixa,

formada por duas linhas praticamente paralelas (LEC superior e LEC inferior). Para a calibração do modelo, no entanto, será adotada a linha intermediária dessa faixa, representada na Figura 4.14.

Cabe destacar ainda que a LEC foi definida como curva devido ao melhor ajuste aos dados obtidos dos ensaios, onde observou-se uma diferença na inclinação para as tensões mais baixas e mais elevadas. Esse resultado tem sido observado em diferentes rejeitos de minério de ferro. Além disso, devido à imprecisão associada aos pontos localizados na região de baixas tensões, a LEC foi limitada no trecho superior às tensões octaédricas maiores que 100 kPa.

Nas altas tensões, o solo atinge sua configuração estrutural mais compacta, o que reduz significativamente a diferença entre os comportamentos volumétricos observados sob adensamento e sob cisalhamento. Nessa condição, é comum assumir que a inclinação da LEC seja paralela à curva de compressão limite (LCC). Enquanto a LCC descreve o comportamento do solo sob compressão isotrópica ou uniaxial contínua, enquanto a LEC descreve o estado final alcançado no cisalhamento.

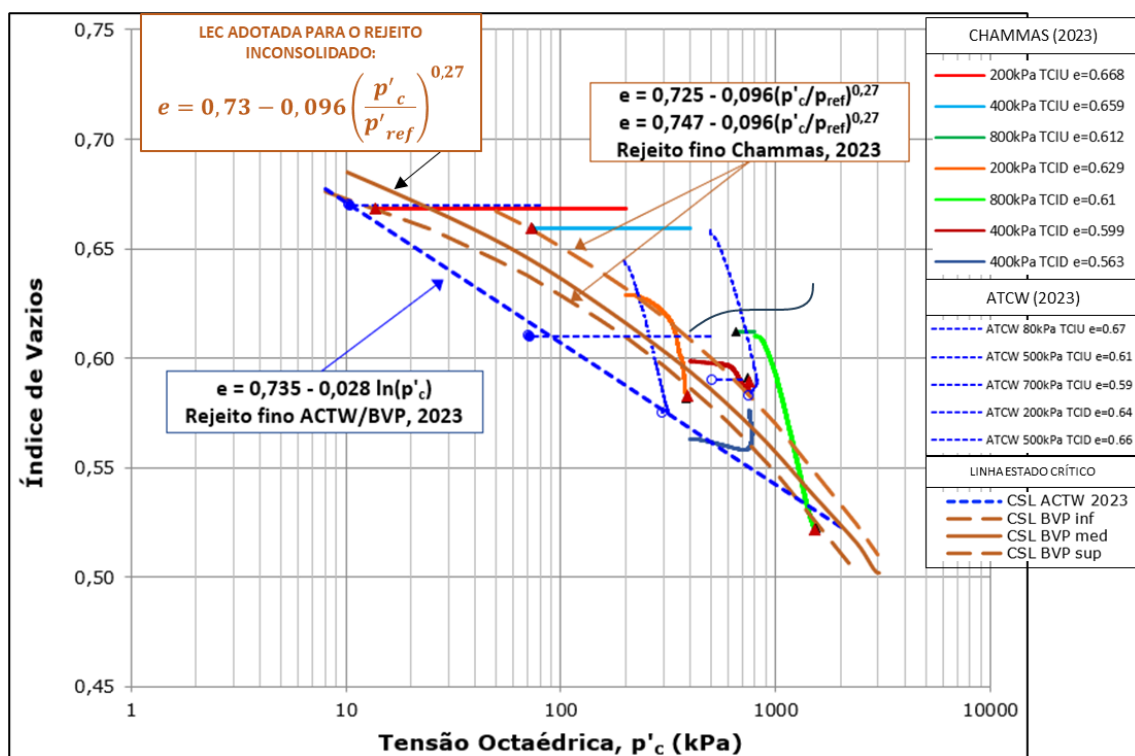


Figura 4.14 – Linha de Estados Críticos – Rejeitos Inconsolidados (Chammas e BVP, 2023).

As equações das linhas de estados críticos foram definidas conforme referenciado em Jefferies e Been (2016):

$$e_c = a + b \left(\frac{p'_c}{p'_{ref}} \right)^\alpha \quad \text{Eq. (4.4)}$$

Onde os parâmetros a , b e α apresentados na Figura 4.14 foram obtidos a partir do ajuste dos resultados dos ensaios, e a tensão octaédrica de referência é considerada igual a 100 kPa.

- Parâmetro de Estado:

O parâmetro de estado dos rejeitos inconsolidados foi obtido com base nos ensaios de laboratório, adotando de forma conservadora a maior distância entre o índice de vazios dos ensaios triaxiais à LEC, na faixa de tensões em que o material será solicitado na pilha simulada. Dessa forma, obteve-se um parâmetro de estado de +0,08 para os rejeitos inconsolidados.

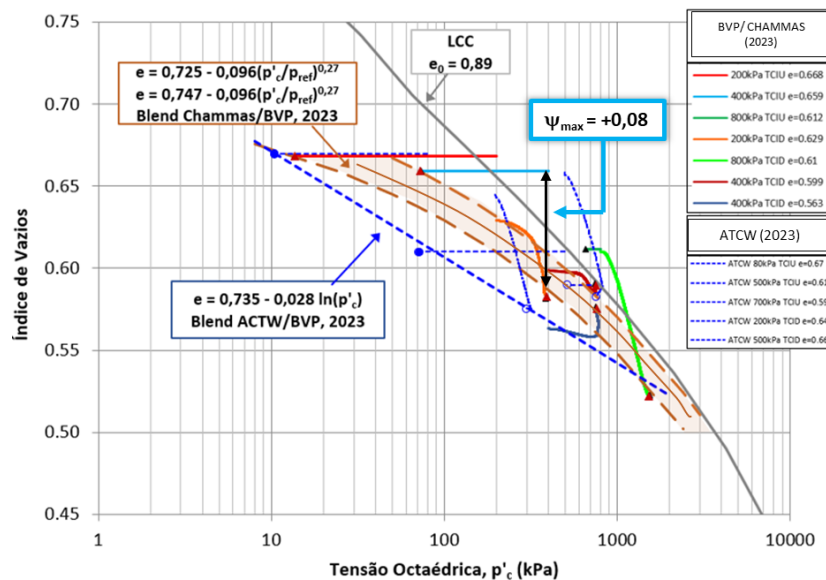


Figura 4.15 – Parâmetro de Estado obtido nos ensaios triaxiais – Rejeitos Inconsolidados.

- Parâmetros Elásticos:

A definição dos parâmetros elásticos do modelo teve como base os resultados do ensaio de *bender elements* realizado nos rejeitos inconsolidados, conforme a metodologia descrita no Item 3.1.2. Os dados obtidos estão representados no gráfico à esquerda da Figura 4.16. Para fins comparativos, foi incluído o gráfico elaborado por Shuttle e Jefferies (2016), no qual são avaliados os módulos cisalhantes máximos de materiais siltsos com diferentes condições de estado, de fofo a denso.

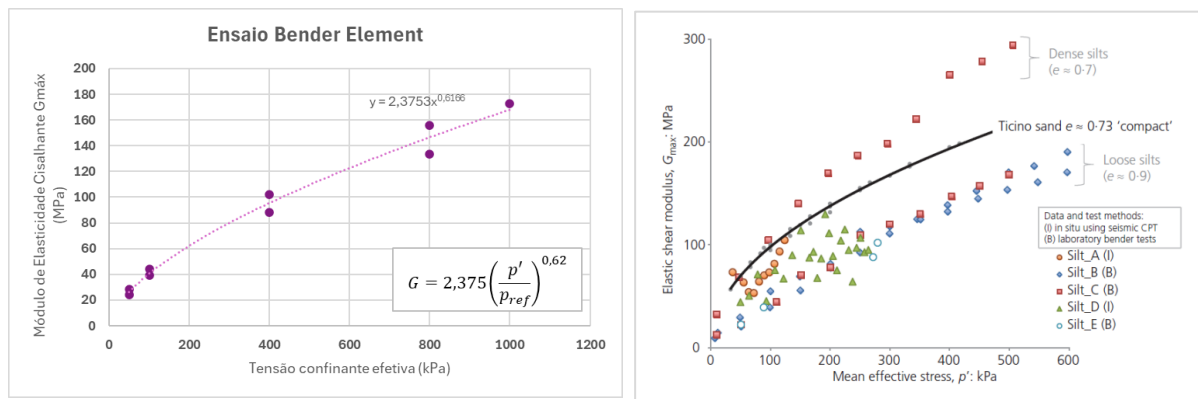


Figura 4.16 – Resultados do ensaio de *bender elements*. (Fonte do gráfico à direita: Shuttle e Jefferies, 2016).

No ensaio de *bender element* realizado, obteve-se um módulo para a tensão de referência $p_{ref} = 100 \text{ kPa}$ de $G_{ref} = 40 \text{ MPa}$, com fator de inclinação da curva $n = 0,6166$. Observa-se, a partir do gráfico à direita, que os valores encontrados se aproximam daqueles obtidos para um silte em condição fofa, o que é coerente com os demais ensaios realizados no material. O coeficiente de Poisson foi ajustado durante a calibração dos ensaios não drenados, conforme sugerido por Jefferies e Been (2016), sendo adotado o valor de 0,15.

- Parâmetros Plásticos:

A definição dos parâmetros plásticos no modelo NorSand baseou-se em um único ensaio em condição densa (CPD_CIDsat_AM.5673-12), o que representa uma limitação, dado que o ideal seria dispor de uma malha experimental mais abrangente para melhor caracterização do comportamento em diferentes estados. Ainda assim, foi possível obter, a partir desse ensaio, os parâmetros X_{tc} e N , os quais foram posteriormente refinados por meio de calibração numérica com base nos resultados dos ensaios triaxiais. A Figura 4.17 apresenta a metodologia empregada para obtenção do parâmetro de estado-dilatância.

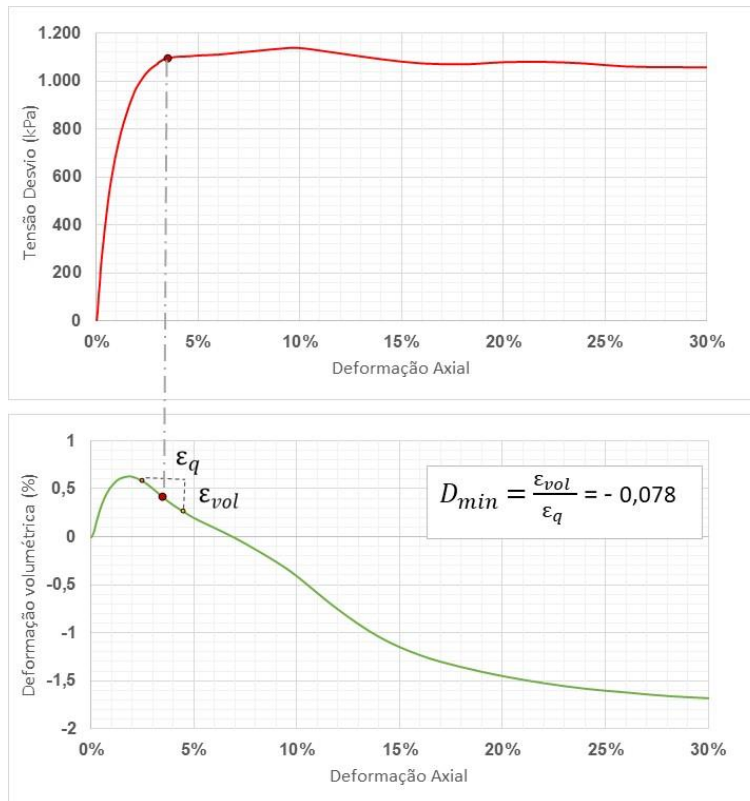


Figura 4.17 – Obtenção de D_{min} no ensaio dilatante.

No ponto de pico do ensaio, foi obtido um parâmetro de estado $\psi = -0,017$, resultando em $\chi_{tc} = 4,6$. A Figura 4.18 apresenta a obtenção do parâmetro de acoplamento volumétrico deste ensaio.

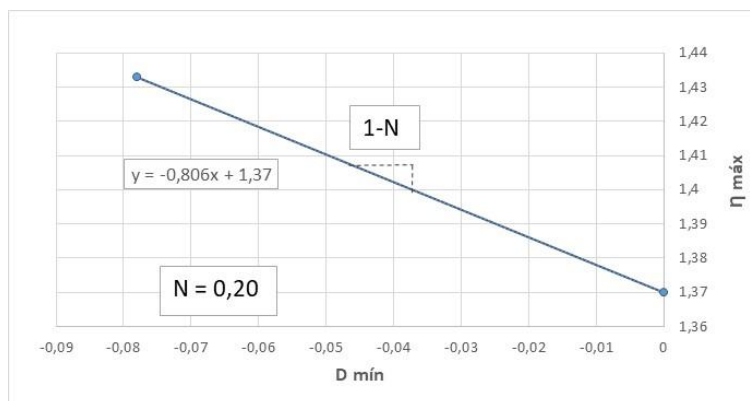


Figura 4.18 – Coeficiente de acoplamento volumétrico.

O parâmetro de endurecimento H foi calibrado de forma iterativa, inicialmente com base nos ensaios drenados e, em seguida, ajustado para os ensaios não drenados. As Figura 4.19 e Figura 4.20 apresentam os resultados da calibração para o ensaio triaxial com tensões confinantes de 200 kPa, tanto em condição drenada quanto não drenada, utilizando o modelo

constitutivo NorSand.

A calibração do ensaio com confinante de 200 kPa foi adotada nas modelagens, considerando-se que o ensaio com 400 kPa apresentou variação volumétrica muito reduzida, dificultando a validação dos parâmetros associados à dilatância, enquanto o ensaio com 800 kPa exibiu um comportamento significativamente distinto dos demais, conforme previamente discutido. Assim, entende-se que a escolha da calibração baseada no ensaio de 200 kPa representa uma abordagem conservadora e coerente com os objetivos desta análise.

Cabe destacar que, conforme apontado por Shuttle e Jefferies (2016), a calibração em condição não drenada frequentemente demanda a redução do módulo cisalhante máximo ($G_{máx}$) para uma representação mais fiel do comportamento observado, especialmente no que se refere à geração de poropressão e à resposta volumétrica implícita na formulação do modelo.

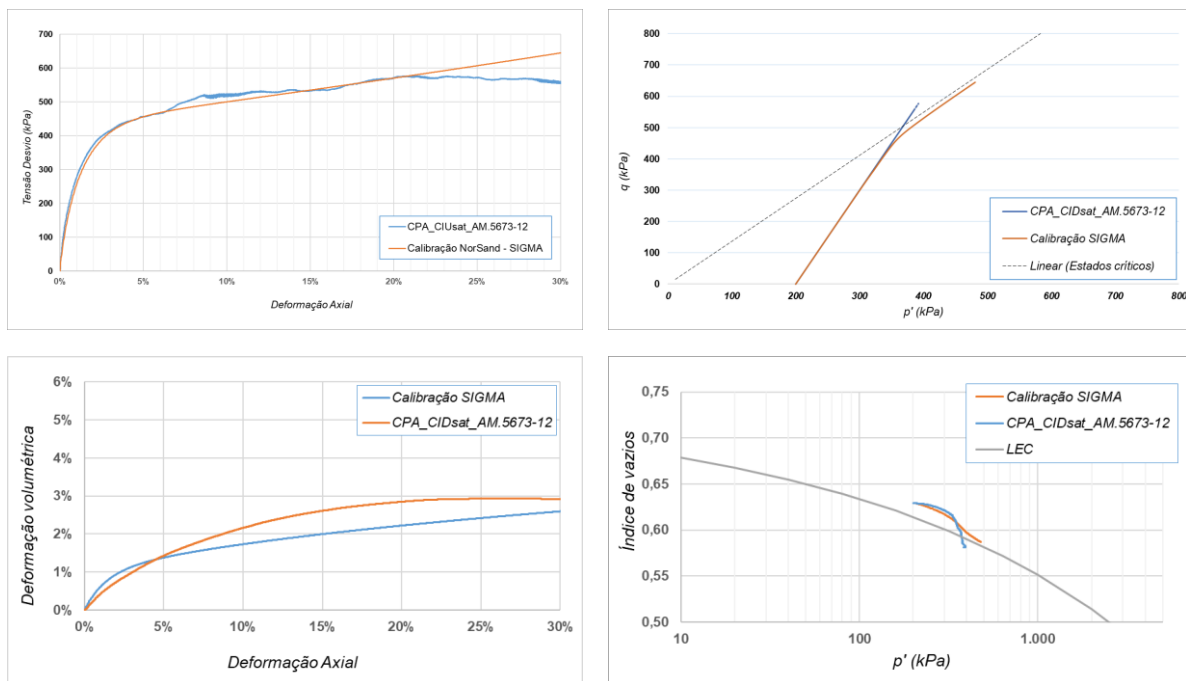


Figura 4.19 – Calibração ensaio triaxial drenado – CID a 200 kPa.

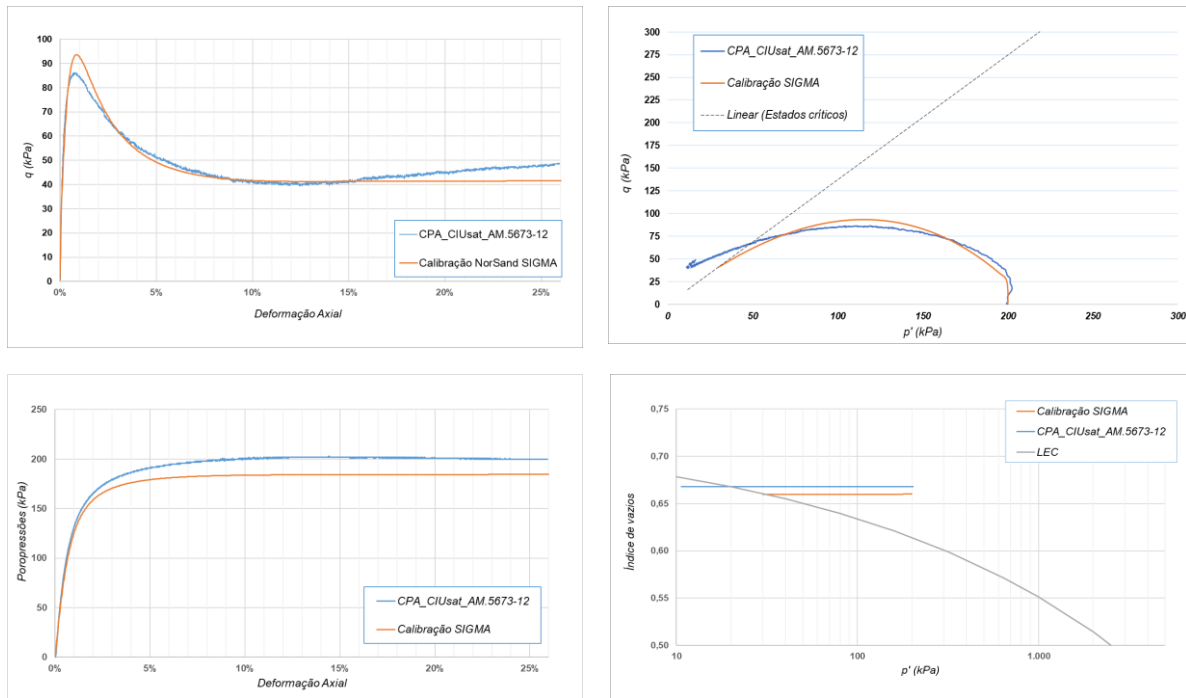


Figura 4.20 – Calibração ensaio triaxial não drenado – CIU a 200 kPa.

Os gráficos ilustram que o modelo NorSand foi capaz de reproduzir com boa precisão o comportamento do material tanto na condição drenada quanto na não drenada.

Na simulação do ensaio não drenado (CIU), foi necessário adotar um valor reduzido para o módulo de endurecimento plástico (H), de modo a capturar a resistência de pico observada nos ensaios. Essa abordagem está relacionada à diferença do parâmetro de estado no início do cisalhamento entre os dois ensaios: $\psi=0,015$ para o CID e $\psi=0,053$ para o CIU. O valor mais elevado no ensaio não drenado indica uma condição mais fofa, o que implica em menor rigidez plástica e maior tendência à contração durante o cisalhamento. Como consequência, no ensaio não drenado, essa condição leva a uma mobilização mais rápida da resistência, com tensões desviadoras de pico mais baixas e possível aproximação precoce da linha de instabilidade (LI) — fenômeno que não se manifesta na condição drenada, onde o solo pode evoluir de forma estável até atingir a linha de estado crítico (LEC).

Além disso, o parâmetro elástico G_0 apresentou melhor calibração na condição não drenada quando fixado em aproximadamente $\frac{1}{4}$ do valor de $G_{m\acute{a}x}$ estimado a partir dos ensaios de *bender elements*. Essa redução é condizente com a proposta por Shuttle e Jefferies (2016).

Outro ajuste necessário foi a adoção de um índice de vazios inicial levemente inferior ao medido no ensaio CIU, de cerca de -0,02 para melhor convergência entre os resultados numéricos e experimentais. Jefferies e Been (2016) sugerem que variações de $\Delta e \pm 0,02$ para

calibração do modelo aos dados experimentais é razoável, tendo em vista as incertezas associadas à medição precisa do índice de vazios ao longo de todas as etapas do ensaio, bem como devido a eventuais desvios na inclinação da LEC ajustada ao solo ensaiado.

A Tabela 4.5 apresenta o conjunto final de parâmetros obtidos na calibração do modelo NorSand para as simulações dos ensaios drenado e não drenado.

Tabela 4.5: Parâmetros finais da calibração – Modelo NorSand

Parâmetro	Ensaio CID – 200 kPa	Ensaio CIU – 200 kPa
e_0	0,629	0,660
M_{tc}	1,37	1,37
N	0,2	0,2
H_0	100	15
H_ψ	0	0
χ_{tc}	4,6	4,6
G_0 (kPa)	40.000	11.000
m	0,6166	0,6166
v	0,15	0,15
OCR	1,1	1,1
k_0	0,6	0,6

4.2 CURVAS CARACTERÍSTICAS E FUNÇÃO DA CONDUTIVIDADE HIDRÁULICA

Conforme introduzido anteriormente, nas pilhas os rejeitos são compactados na umidade ótima, garantindo um arranjo inicial com baixo grau de saturação. Além disso, parte do aporte de águas de precipitação é direcionado para jusante da estrutura com os dispositivos de drenagem superficial. Como resultado, esses materiais permanecem em grande parte de sua vida útil em condição não saturada, influenciando diretamente seu comportamento hidráulico e mecânico. Dessa forma, a introdução das curvas características no modelo numérico para os materiais localizados acima do nível d'água adotado torna-se essencial para representar adequadamente o comportamento dos rejeitos não saturados, melhorando a modelagem hidromecânica da estrutura e a previsão do fluxo e armazenamento de água ao longo do tempo.

Para estimar a curva característica dos rejeitos, este estudo adotou o modelo de Kovács modificado, conforme a formulação de Aubertin et al. (2003) implementada no software SIGMA/W. Esse modelo utiliza como parâmetros de entrada a granulometria do material (d_{10} e d_{60}), porosidade (ou teor de umidade volumétrica saturada) e o limite de liquidez, permitindo estimar a distribuição de sucção em função do teor de umidade volumétrico. Para o núcleo do dreno de partida, foi utilizada a função de amostra disponível no software. Por fim, a curva característica dos drenos e enrocamentos foi estimada a partir da função de van Genuchten.

Os parâmetros de entrada para a calibração das curvas no modelo estão sintetizados na

Tabela 4.6.

Tabela 4.6: Parâmetros de entrada para calibração das curvas características

Material	Porosidade (ou θ_s)	d_{10} (mm)	d_{60} (mm)	LL (%)	Função de amostra	Compressibilidade
Rejeito filtrado	0,375	0,003	0,078	0	-	2×10^{-5}
Estéril	0,452	0,003	0,035	0	-	4×10^{-5}
Rejeito inconsolidado	0,345	0,004	0,083	0	-	$3,4 \times 10^{-4}$
Núcleo	0,38	-	-	-	Argila	5×10^{-4}
Enrocamento / Dreno	0,5	-	-	-	-	1×10^{-5}

As cinco curvas características obtidas para os materiais estão apresentadas na Figura 4.21.

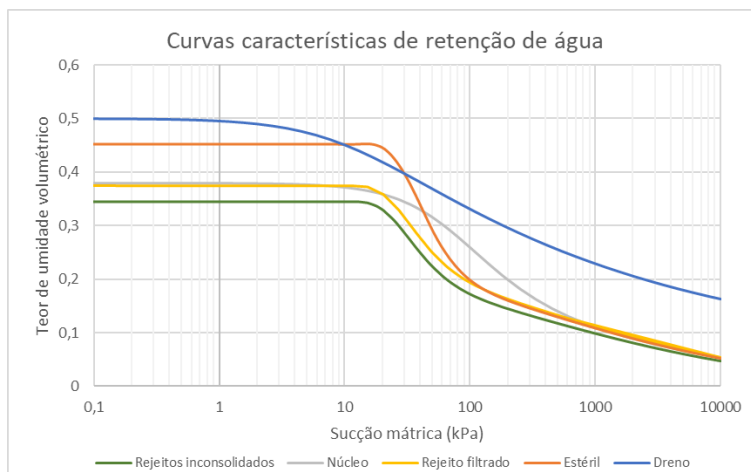


Figura 4.21 – Curvas características obtidas na modelagem numérica para os diferentes materiais da pilha.

Para a obtenção das funções de condutividade hidráulica, foi utilizada a metodologia proposta por van Genuchten (1980), amplamente empregada na modelagem do fluxo em meios porosos não saturados. Esse modelo estabelece uma relação entre a sucção e o teor de umidade volumétrico, permitindo estimar a variação da condutividade hidráulica em função da umidade. A formulação do modelo utiliza parâmetros como a permeabilidade saturada (k_s) e o teor de umidade volumétrica residual (θ_r), ajustados à curva característica de retenção de água, para obter a condutividade hidráulica do material.

No SIGMA/W, essas propriedades foram inseridas como condição de entrada para os diferentes materiais do modelo. A .

Tabela 4.7 apresenta os valores adotados para a estimativa dessas curvas.

Tabela 4.7: Parâmetros de entrada para calibração da função de condutividade hidráulica

Material	Permeabilidade saturada - $k_{x\ sat}$ (m/s)	Teor de umidade volumétrica residual
Rejeito filtrado	1×10^{-6}	0,05
Estéril	1×10^{-7}	0,12
Rejeito inconsolidado	5×10^{-8}	0,05
Núcleo	2×10^{-8}	0,05

Material	Permeabilidade saturada - $k_{x\ sat}$ (m/s)	Teor de umidade volumétrica residual
Enrocamento / Dreno	$4,5 \times 10^{-1}$	0,04

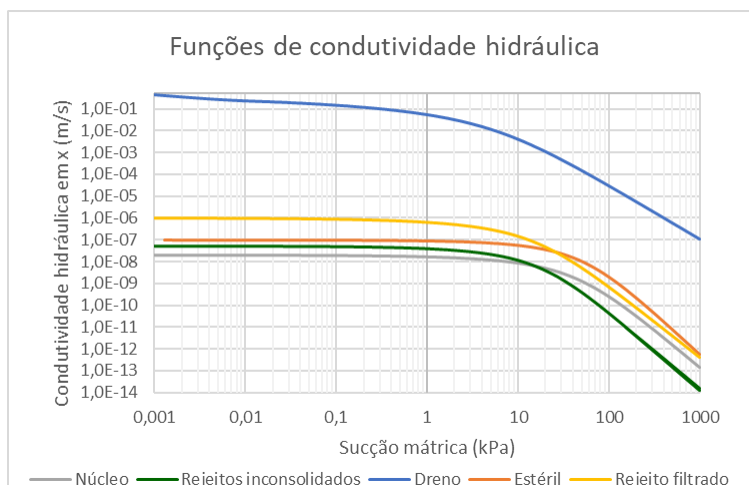


Figura 4.22 – Funções de condutividade hidráulica obtidas na modelagem numérica para os diferentes materiais da pilha.

4.3 VARIÁVEIS CLIMÁTICAS – ANÁLISE TERRA-CLIMA

Os parâmetros climáticos utilizados na análise numérica foram obtidos a partir dos dados de uma estação meteorológica localizada no quadrilátero ferrífero, na cidade de Mariana, Minas Gerais. Essa escolha visa representar de forma realista o regime hidrológico da região, onde estão concentrados diversos empreendimentos minerários.

A série histórica abrange um período de seis anos, contemplado entre 01/01/2019 e 31/12/2024. Para as análises terra-clima, foram considerados incrementos diários no modelo, totalizando 2190 etapas. Dessa forma, foram inseridas na condição de contorno terra-clima as médias diárias de temperatura, umidade relativa do ar, velocidade do vento e radiação solar, enquanto a pluviometria foi implementada com valores acumulados diários.

Devido ao número de etapas do modelo, o tempo necessário para resolução é elevado. No entanto, a escolha de uma série histórica de seis anos está diretamente relacionada ao tempo necessário de infiltração da água de chuva até a base da pilha. Estudos sobre o comportamento de fluxo em rejeitos compactados indicam que, em pilhas de grandes dimensões, a taxa de infiltração pode ser extremamente lenta devido à baixa permeabilidade na condição não saturada.

A profundidade atingida pela frente de infiltração depende da compactação e da granulometria do rejeito, podendo levar anos ou até décadas para alcançar camadas mais profundas. Dessa forma, o intervalo de seis anos permite analisar a evolução da infiltração e a resposta da pilha a eventos de precipitação recorrentes, proporcionando uma estimativa realista do comportamento hidrológico da estrutura após seu fechamento.

Os gráficos com os valores de entrada das condições de contorno estão apresentados na Figura 4.23.

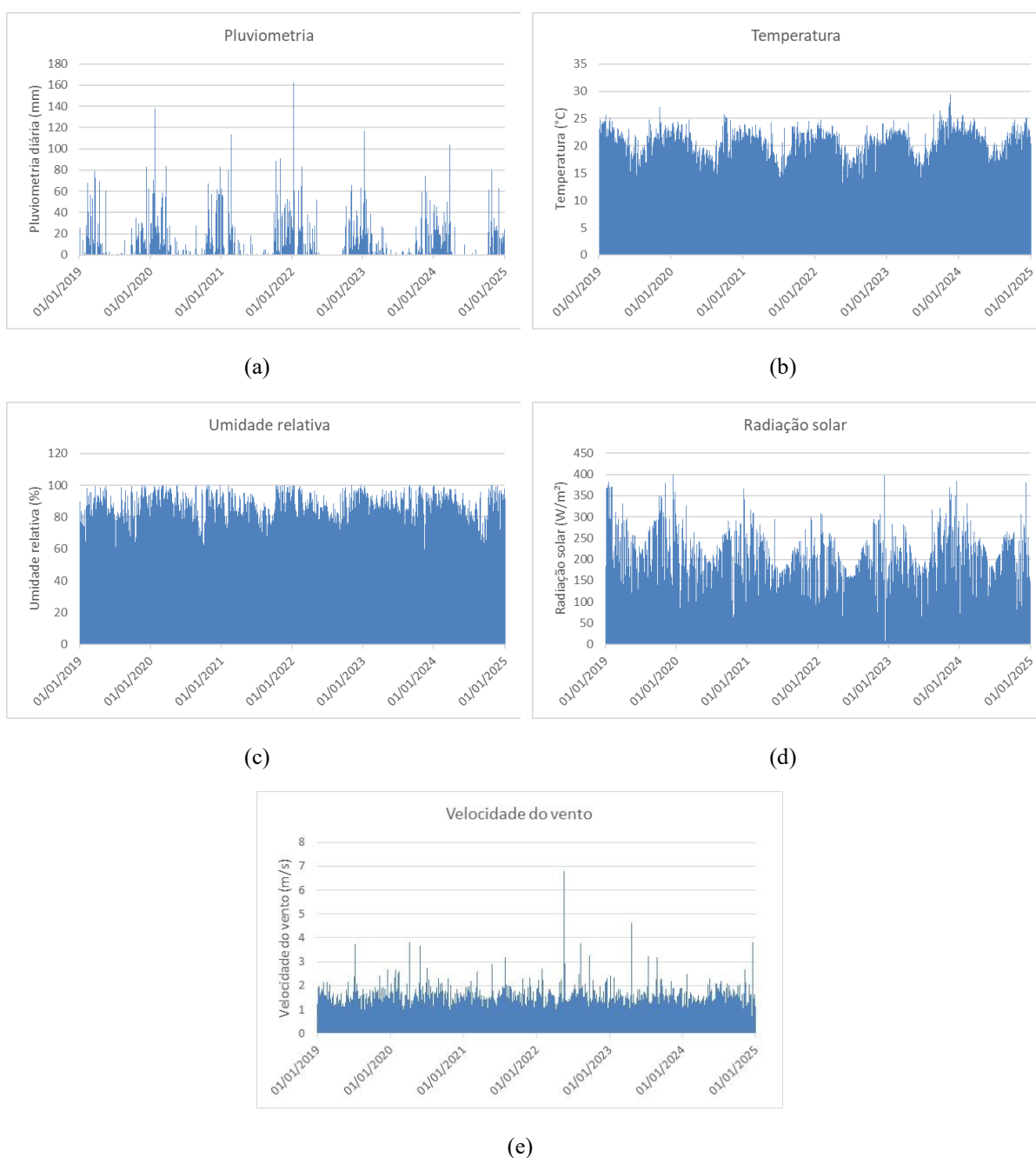


Figura 4.23 – Dados brutos diários para a condição de contorno terra-clima – 2019 a 2024 (a) Pluviometria; (b) Temperatura; (c) Umidade relativa do ar; (d) Radiação solar e (e) Velocidade do vento.

No Quadrilátero Ferrífero, o ciclo hidrológico é dividido entre período seco, compreendido entre os meses de abril a setembro, e período chuvoso, de outubro a março. Para destacar essa sazonalidade, as médias mensais e os acumulados mensais de pluviometria foram plotados nas Figura 4.24 a Figura 4.28.

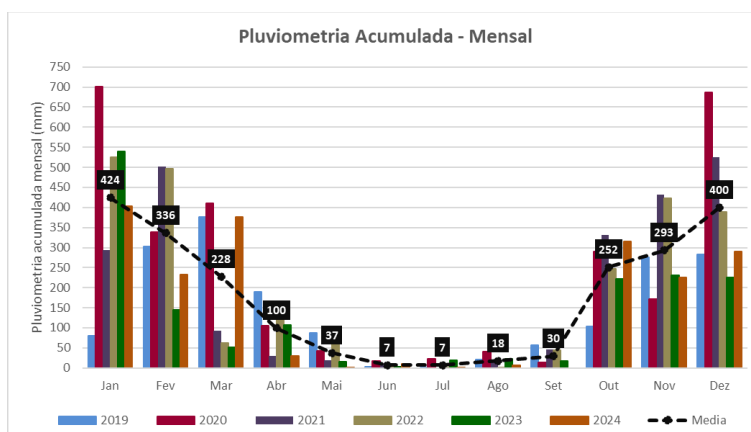


Figura 4.24 – Pluviometria acumulada mensal – 2019 a 2024.

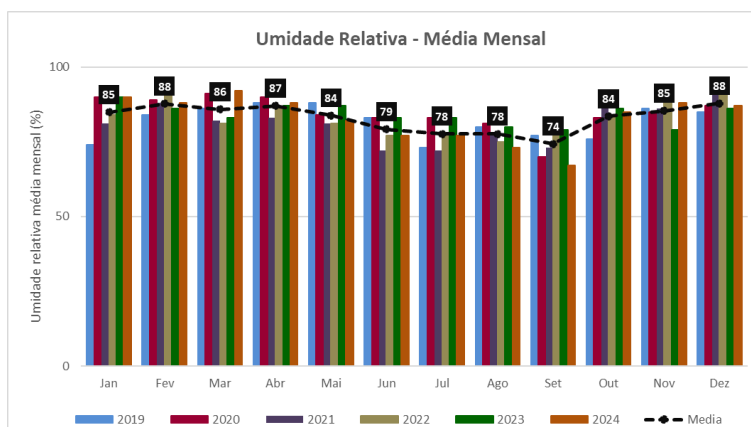


Figura 4.25 – Umidade relativa média mensal – 2019 a 2024.

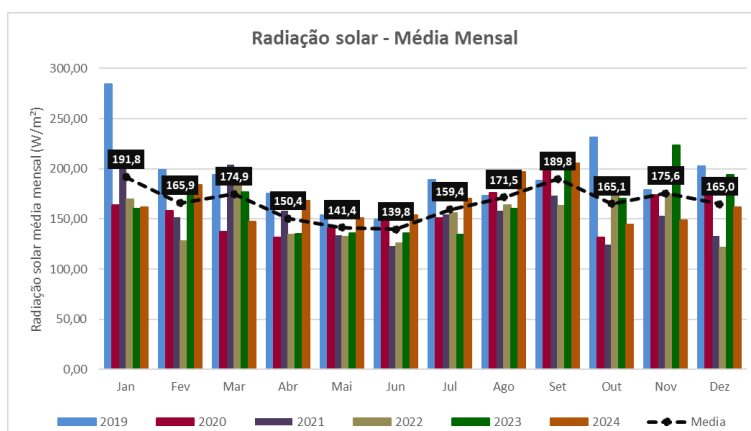


Figura 4.26 – Radiação solar média mensal – 2019 a 2024.

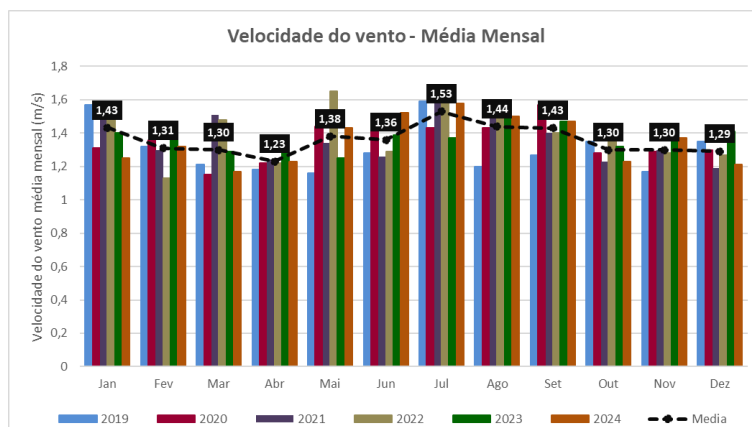


Figura 4.27 – Velocidade do vento média diária – 2019 a 2024.

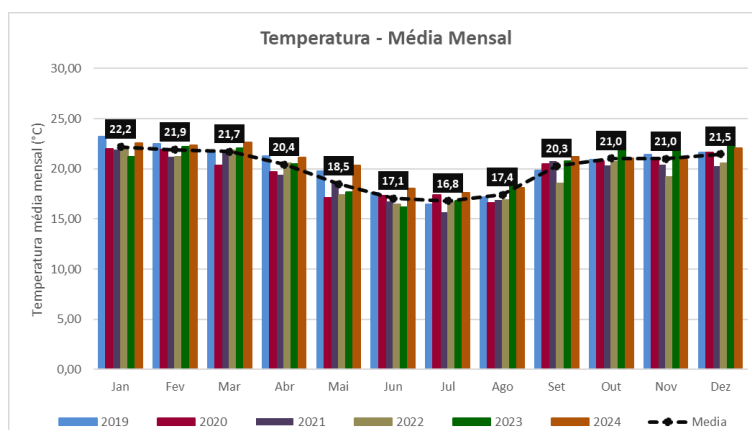


Figura 4.28 – Temperatura média mensal – 2019 a 2024.

5 RESULTADOS

Os resultados das modelagens numéricas realizadas neste estudo estão organizados conforme as diferentes condições de contorno de drenagem adotadas - análises drenadas, não drenadas e acopladas - e são apresentados e discutidos nos tópicos a seguir.

5.1 ANÁLISES DRENADAS

As primeiras simulações numéricas foram realizadas considerando que a construção da pilha ocorra de forma suficientemente lenta para que o rejeito inconsolidado permaneça em condição drenada. Para efeito de comparação, foram utilizados os modelos constitutivos Mohr-Coulomb e NorSand nessa camada de material, enquanto os demais materiais foram representados exclusivamente pelo modelo MC.

A inicialização das tensões foi realizada por meio de uma análise *in situ*, com ativação por gravidade, procedimento usual em simulações de tensão-deformação. Nessa abordagem, o valor de k_0 é calculado automaticamente com base no coeficiente de Poisson do material, segundo a relação $k_0 = \nu/(1 - \nu)$, válida para materiais granulares sem histórico de carregamento lateral. Essa etapa considera unicamente o peso próprio dos materiais e sua geometria para a definição do campo de tensões iniciais. No entanto, devido à inclinação da camada de rejeitos inconsolidados, observou-se a ocorrência de valores elevados da razão de tensões ($\eta=q/p'$), atingindo até 4,0 – Figura 5.1 - significativamente acima do limite de resistência estabelecido pelos modelos adotados, sendo $M=1,37$, conforme definido no Item 4.1.4. Em outras palavras, os estados de tensões gerados extrapolam a superfície de ruptura no modelo MC e a LEC no NS, tornando-se inadmissíveis dentro do domínio elástico.

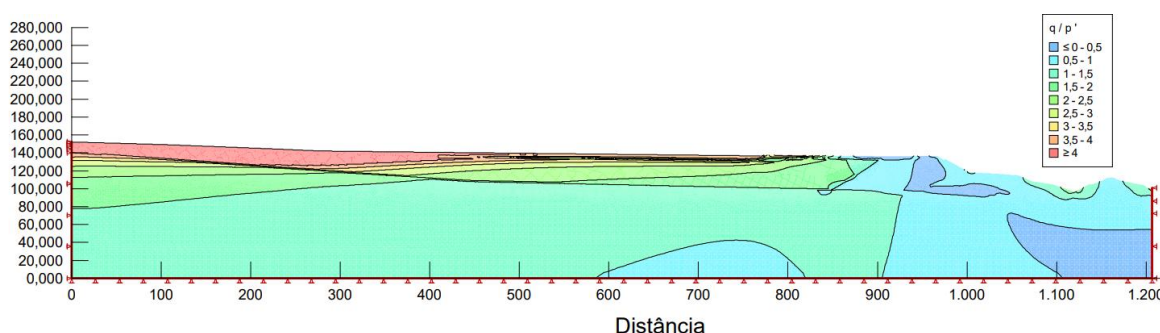


Figura 5.1 – Razão de tensões obtida na análise *in situ*.

Diante disso, o próprio software realiza automaticamente ajustes no estado de tensões,

de forma a compatibilizá-lo com os limites constitutivos do material. No entanto, no modelo MC com plasticidade perfeita, a superfície de plastificação é fixa e não há qualquer mecanismo de enrijecimento que permita a expansão desse domínio. Assim, as tensões são corrigidas até a condição limite compatível com o ângulo de atrito definido, posicionando o estado de tensões exatamente sobre a superfície de ruptura.

Essa condição inicial implica que qualquer incremento adicional de carregamento, por menor que seja, resulta diretamente em deformações plásticas, sem passagem por um regime elástico. Como consequência, observam-se deslocamentos verticais e horizontais mais acentuados, maior deformação desviadora e tensões cisalhantes artificialmente elevadas, quando comparados ao comportamento físico esperado.

Com o intuito de mitigar esse efeito, foi inserida uma etapa de equalização das tensões após a análise *in situ*. Contudo, os resultados permaneceram praticamente inalterados, uma vez que o modelo MC não dispõe de uma superfície de plastificação evolutiva que permita a redistribuição realista do campo de tensões iniciais.

A inicialização das tensões com o modelo NorSand, por sua vez, apresentou resultados satisfatórios ao se incluir uma etapa de redistribuição das tensões antes do início do carregamento da pilha, obtendo-se um $k_0 \approx 0,6$, semelhante ao definido nos dados de entrada. Esses resultados indicam uma condição inicial estável e fisicamente admissível, o que reforça a representatividade das análises drenadas conduzidas com o NorSand para a pilha idealizada.

A capacidade do NS em acomodar essa redistribuição de tensões decorre de sua formulação baseada na teoria dos estados críticos, que incorpora o conceito de parâmetro de estado. Esse parâmetro controla tanto a rigidez plástica do material quanto a posição da superfície de plastificação (Figura 2.18) em função do confinamento. Dessa forma, o modelo consegue ajustar o campo de tensões iniciais de acordo com a condição de estado do solo, de forma compatível com o comportamento esperado para o material. Isso evita a plastificação imediata no início da análise e permite uma transição mais gradual e realista entre os regimes elástico e plástico.

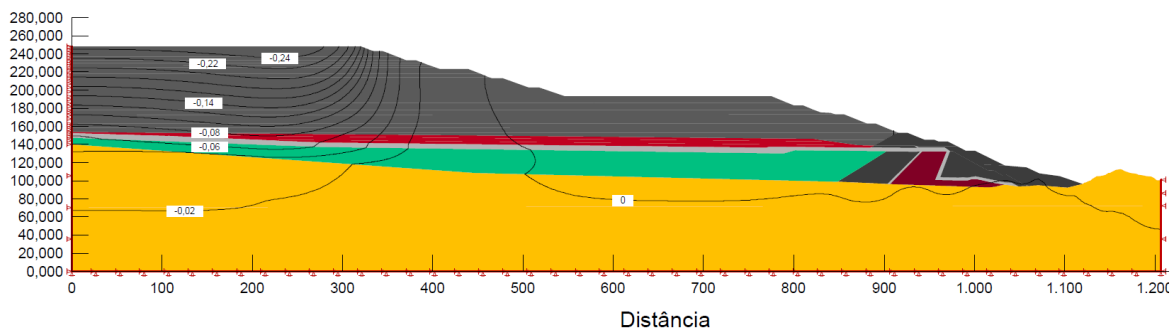
Embora softwares comerciais como o SIGMA/W e o Plaxis/FE realizem automaticamente ajustes no campo de tensões iniciais, os resultados obtidos nesta pesquisa indicaram que tais correções, quando feitas sem controle do usuário, podem não produzir estados de tensões coerentes com o esperado. Uma ilustração mais clara dessa observação será apresentada nas análises não drenadas, onde a diferença entre as abordagens torna-se mais

visível. Cabe ressaltar a importância dessa observação, visto que a etapa de equalização das tensões nem sempre é adotada na prática geotécnica, podendo comprometer a representatividade das simulações numéricas.

Com base nessas observações, foram plotadas isolinhas de deslocamentos, deformações e tensões obtidas em ambos os modelos constitutivos, com o objetivo de comparação direta entre os comportamentos obtidos.

Conforme ilustrado nas Figura 5.2 e Figura 5.3, os deslocamentos verticais e horizontais obtidos no modelo MC foram ligeiramente superiores aos do NS, embora a diferença não seja considerada significativa do ponto de vista qualitativo.

(a)



(b)

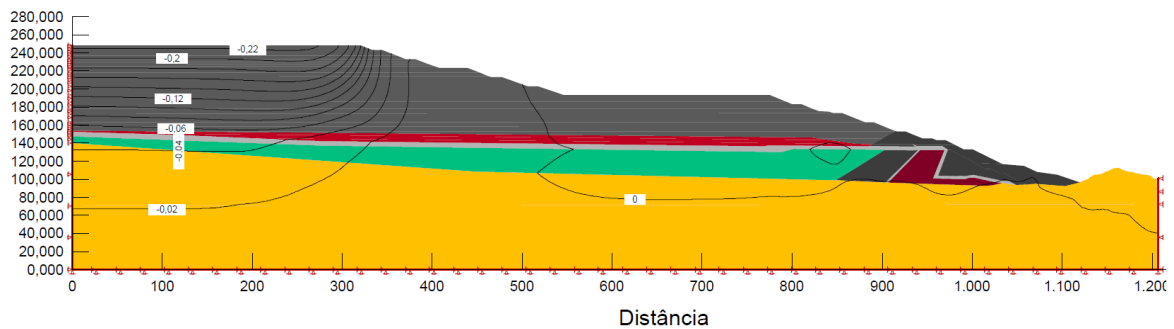
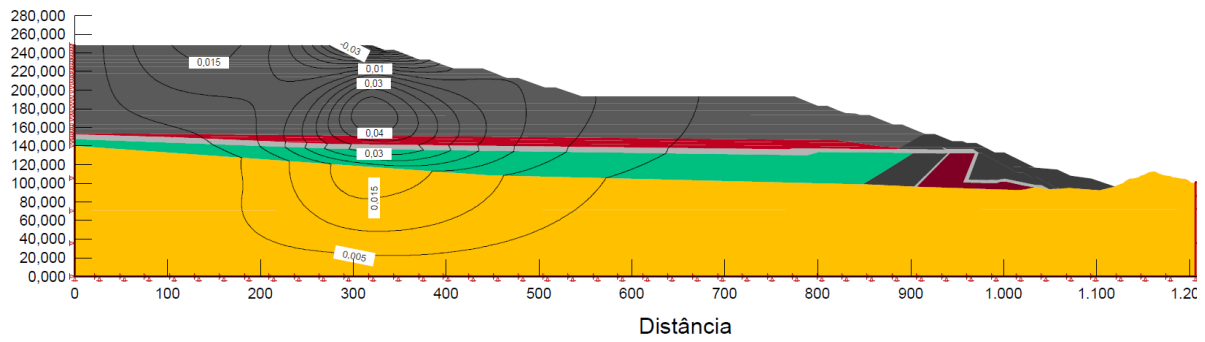


Figura 5.2 – Deslocamentos verticais após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.

(a)



(b)

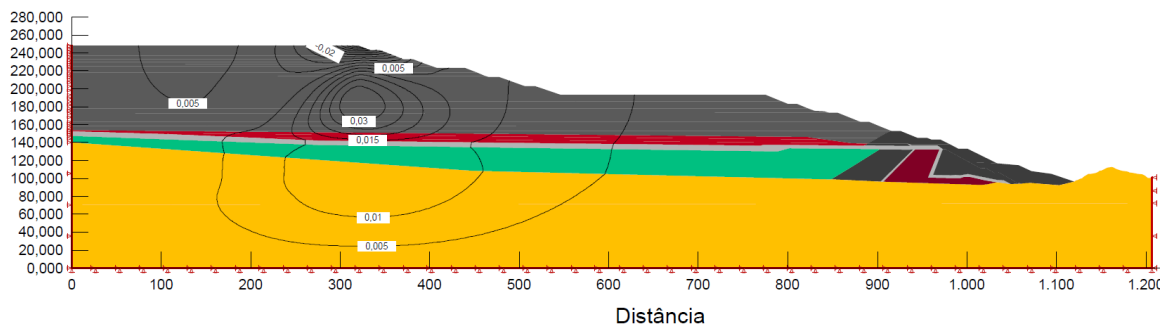
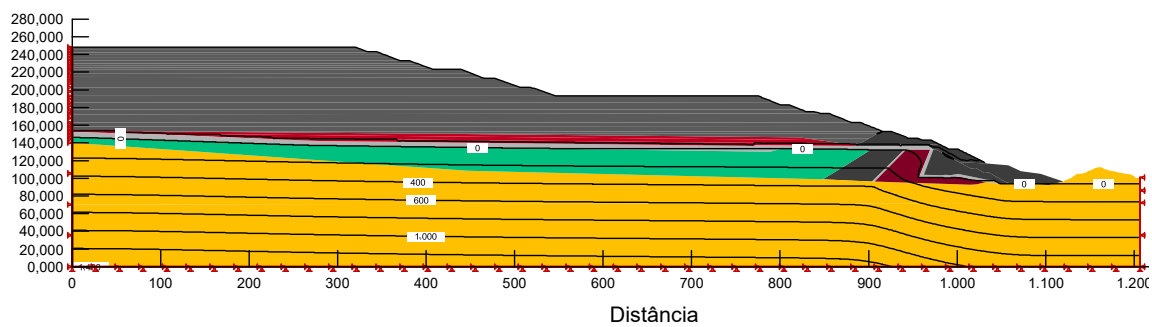


Figura 5.3 – Deslocamentos horizontais após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.

No campo das poropressões, não foram observadas alterações significativas em relação à condição inicial, o que era esperado, por se tratar de uma análise sob condição drenada.

(a)



(b)

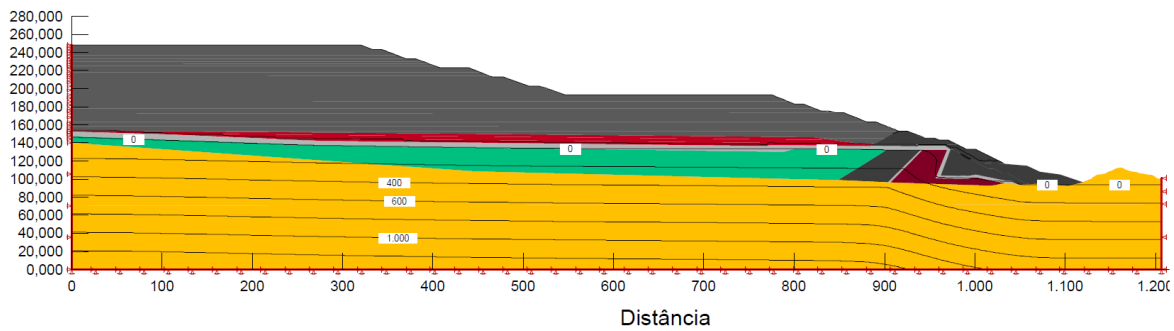
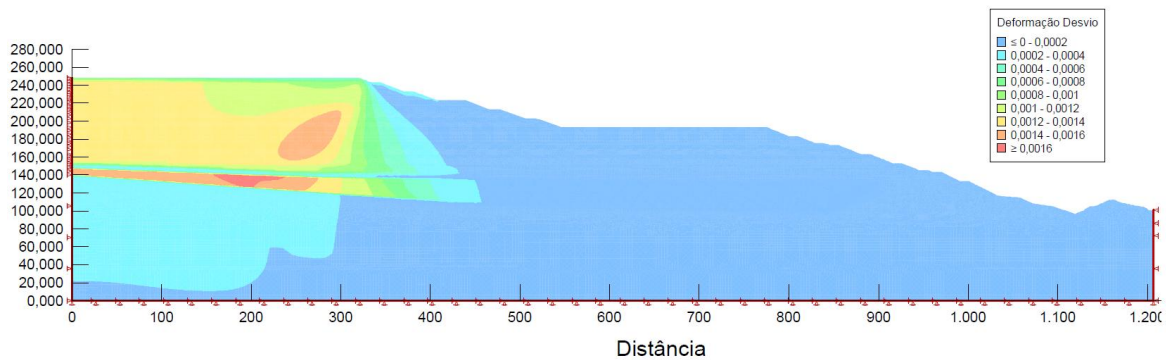


Figura 5.4 – Poropressões após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.

Na deformação desvio, embora a magnitude dos resultados tenha sido semelhante (com valores máximos da ordem de 0,16%), há uma diferença importante nos resultados, uma vez que o MC indicou deformações desvio na camada de rejeitos inconsolidados, ainda que o carregamento seja aplicado de forma drenada.

(a)



(b)

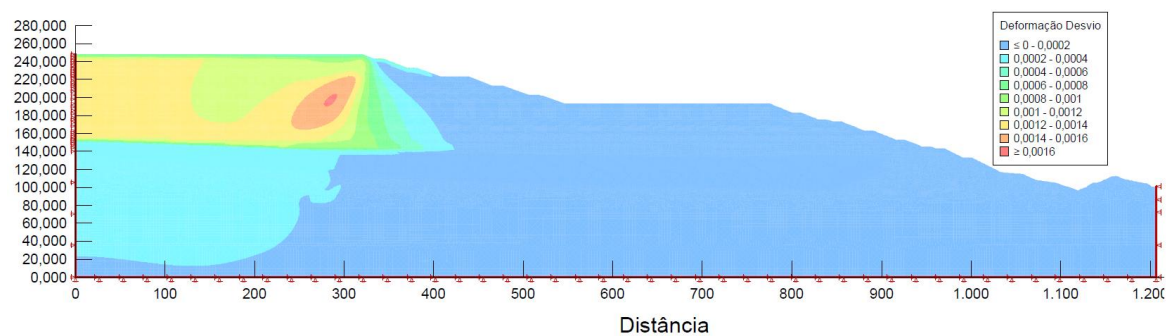
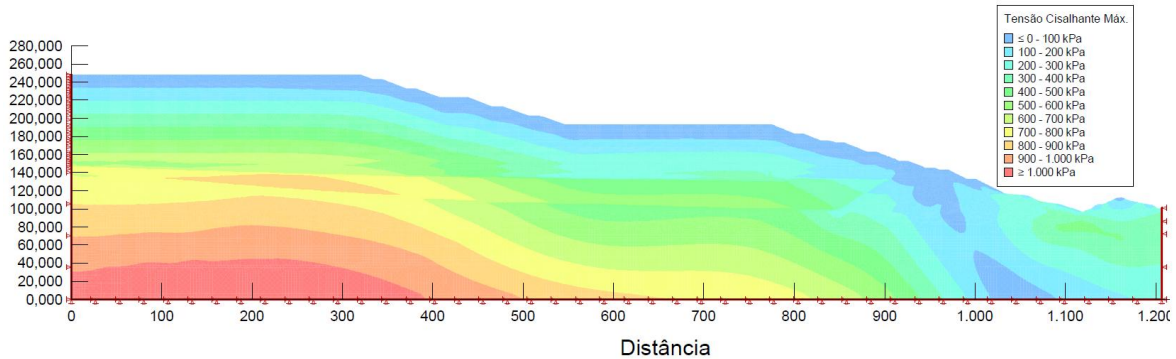


Figura 5.5 – Deformação desvio após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.

Em relação às tensões cisalhantes máximas, embora nenhum dos dois modelos tenha indicado a ocorrência de ruptura, o modelo Mohr-Coulomb apresentou, na camada de rejeitos

inconsolidados, valores aproximadamente duas vezes superiores àqueles mobilizados pelo NorSand.

(a)



(b)

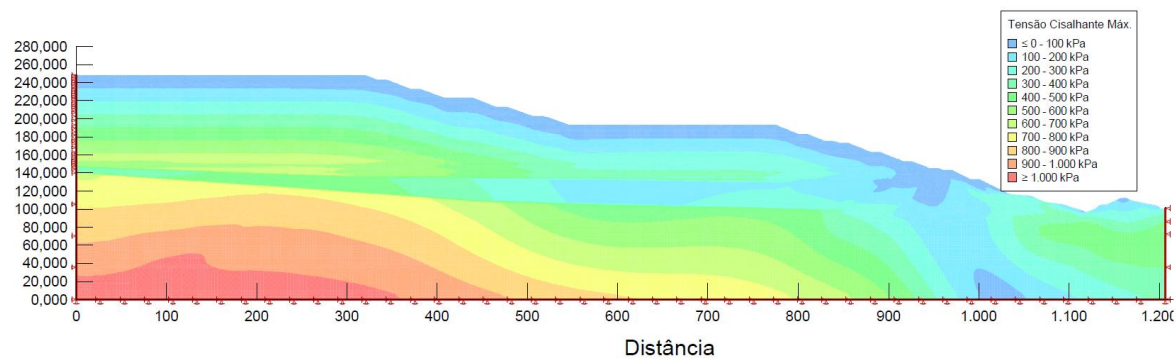
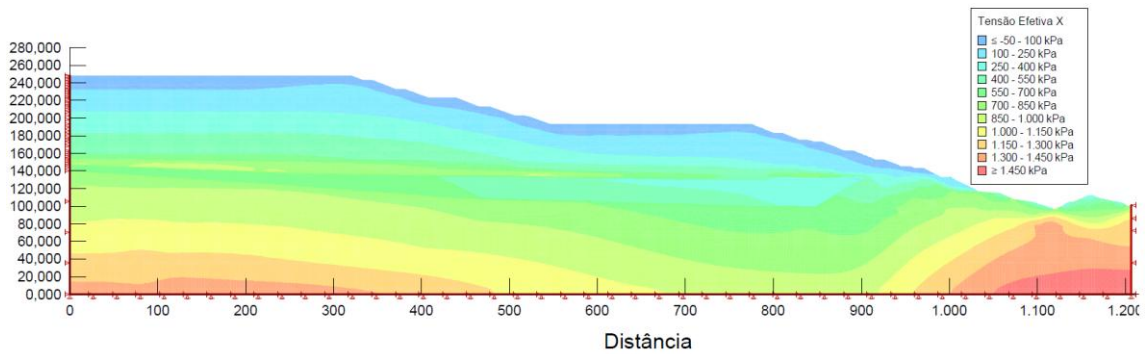


Figura 5.6 – Tensões cisalhantes máximas após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.

A Figura 5.7 compara os campos de tensões efetivas horizontais ao final da construção da pilha, em condição drenada. É possível observar que o NS apresentou valores significativamente superiores aos do MC, o que pode ser relacionado à limitação na inicialização das tensões no modelo MC. Como o material apresentou plastificação desde os estágios iniciais da simulação, o acúmulo elástico de tensões horizontais no Mohr-Coulomb foi restringido. Enquanto no NorSand o resultado se mostrou mais realista, por considerar uma superfície de plastificação que depende do parâmetro de estado, permite-se a mobilização de maiores tensões horizontais ao longo da construção, especialmente em regiões mais confinadas.

(a)



(b)

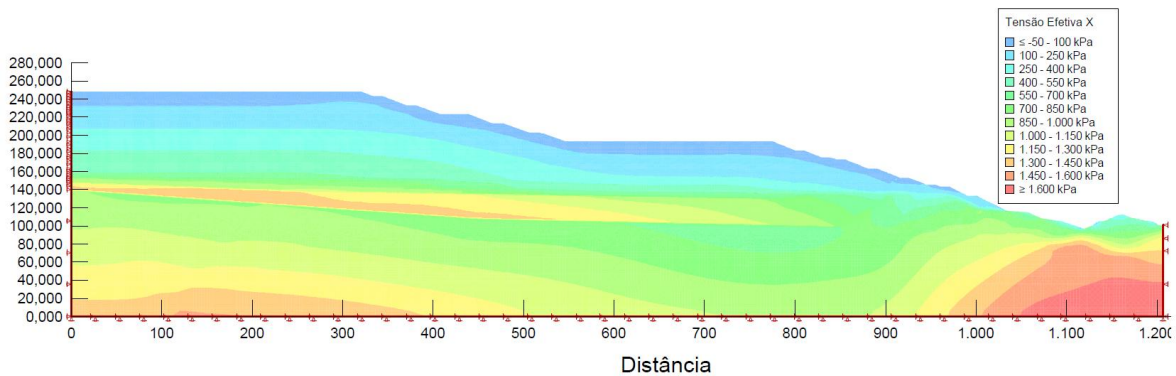


Figura 5.7 – Tensão efetiva horizontal após a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.

Para comparação gráfica entre os modelos, foram selecionados cinco pontos distribuídos na camada de rejeitos inconsolidados, conforme ilustrado na Figura 5.8. Conforme discutido anteriormente, a principal diferença entre os dois modelos na condição drenada pode ser observada na inclinação das trajetórias de tensões no plano $p' \times q$ - Figura 5.9. No primeiro gráfico, nota-se que o MC permite uma progressão contínua da tensão desviadora com o avanço do carregamento, seguindo diretamente a resistência última do material definida por ϕ' .

Já no NorSand, a trajetória apresenta uma inclinação menos acentuada, indicando uma mobilização mais limitada da tensão desviadora ao longo do carregamento. Isso ocorre devido à consideração da condição de estado do material para definição da sua rigidez plástica (definida pelo parâmetro H de endurecimento plástico). Em condição fofa, como a simulada, a rigidez plástica é reduzida, restringindo a evolução das tensões desviadoras, refletindo de forma mais realista a resistência mobilizada por materiais nessas condições iniciais.

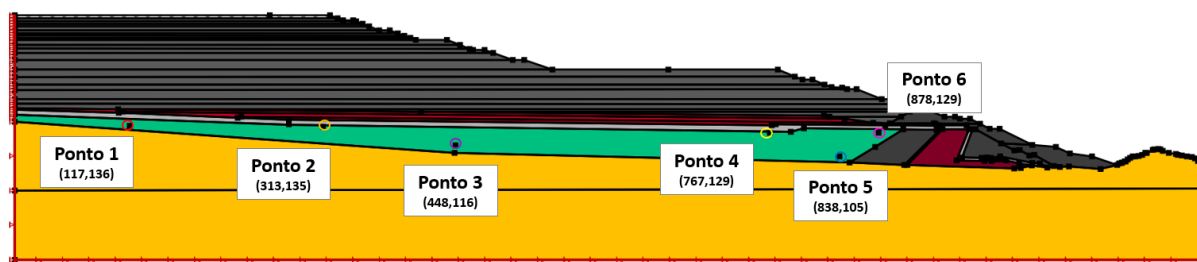
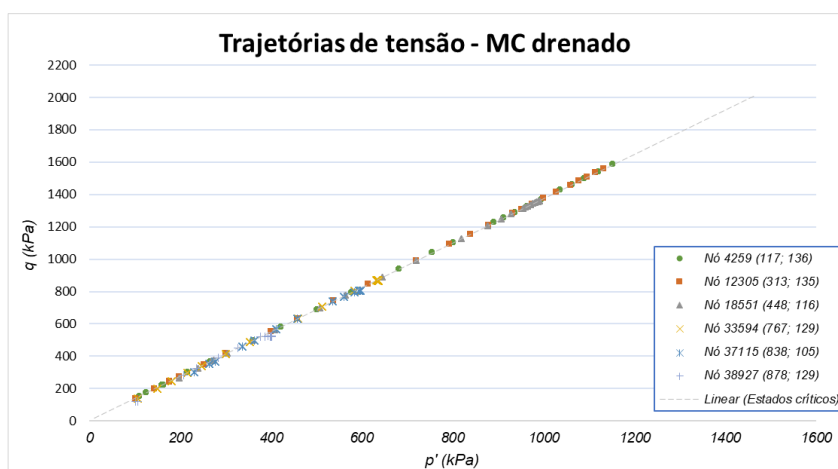


Figura 5.8 – Pontos de referência para plotagem dos gráficos.

(a)



(b)

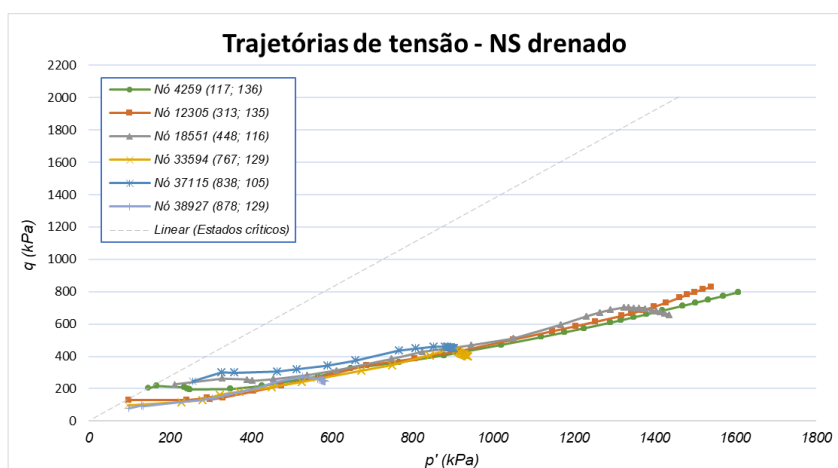


Figura 5.9 – Trajetórias de tensão para a construção da pilha na condição drenada (a) Mohr-Coulomb e (b) NorSand.

No modelo NorSand, foi avaliada ainda a evolução do parâmetro de estado na camada de rejeitos inconsolidados ao longo da construção da pilha. Conforme evidenciado, os resultados deste parâmetro obtidos na modelagem ficaram semelhantes ao valor máximo dos

ensaios de laboratório (Figura 4.15), de $\psi = +0,08$, o que evidencia uma boa consistência e representatividade das análises.

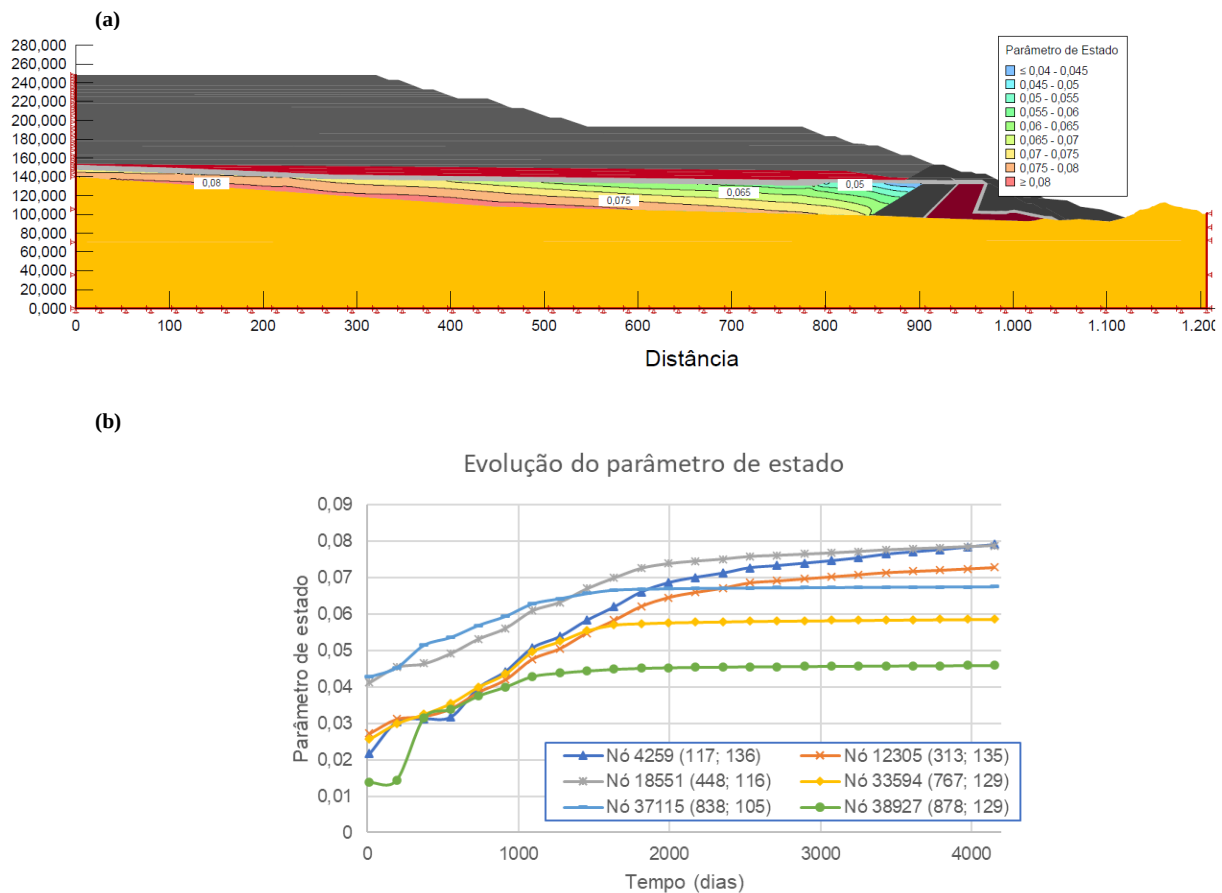


Figura 5.10 – Parâmetro de estado no NorSand drenado (a) Distribuição do parâmetro de estado nos rejeitos inconsolidados na etapa final e (b) evolução do parâmetro de estado durante a construção da pilha.

A análise da mobilização de resistência no NorSand, sob condição drenada, indicou que os três primeiros anos de construção da pilha correspondem ao período mais crítico para os rejeitos inconsolidados, por apresentarem valores da razão η/M mais próximos da unidade. Esse comportamento reflete a maior proximidade das tensões ao limite de resistência mobilizada nesse estágio inicial. No entanto, com o avanço do carregamento, a taxa de mobilização de resistência se mantém em níveis mais baixos, estabilizando-se em valores da ordem de 0,4, o que indica que a resistência do material passa a ser mobilizada de forma menos intensa nas etapas posteriores de carregamento drenado.

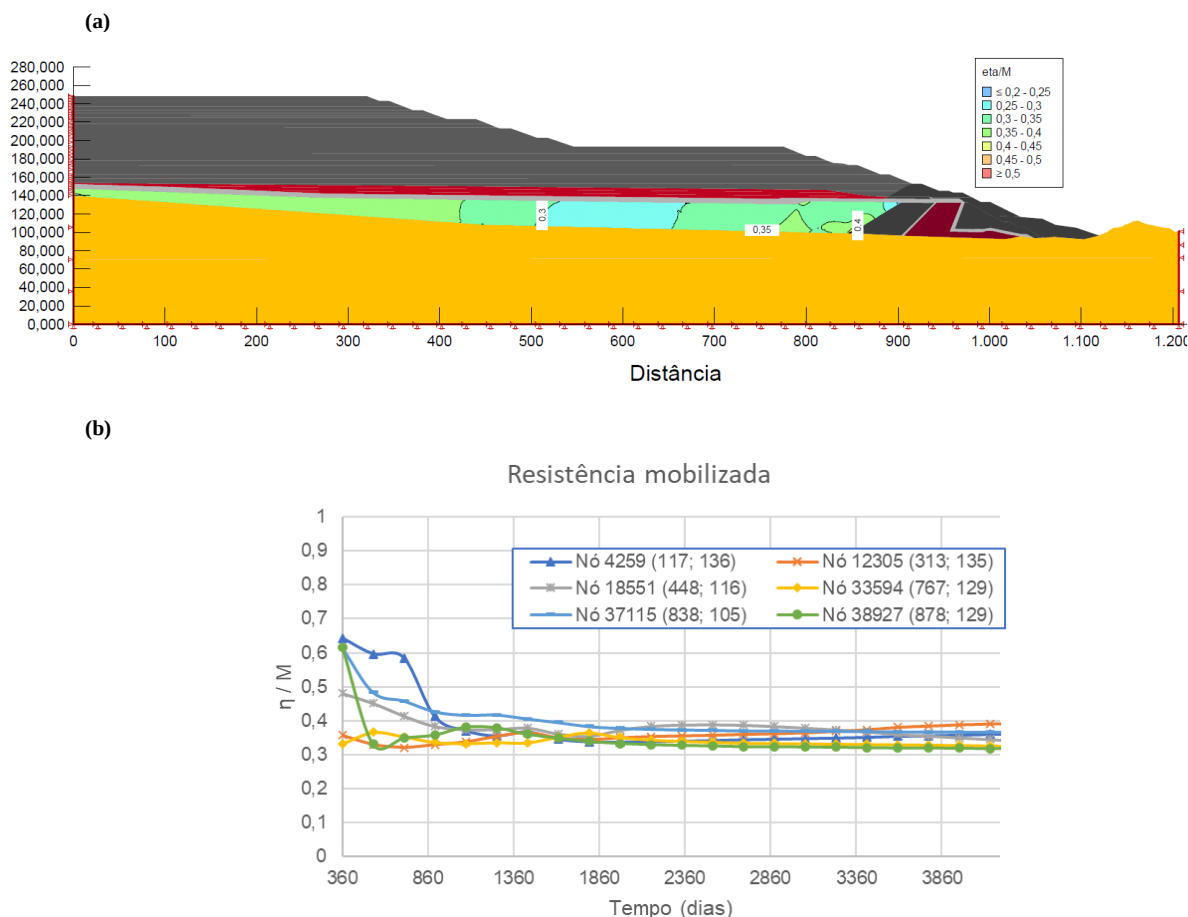


Figura 5.11 – Mobilização de resistência no NorSand drenado (a) η/M na etapa final e (b) evolução de η/M durante a construção.

5.2 ANÁLISES NÃO DRENADAS

Uma vez que os rejeitos inconsolidados apresentaram um comportamento não drenado durante o cisalhamento, com geração de poropressões e perda de resistência pós pico, foi simulada a construção da pilha considerando esse material em condição não drenada. Ressalta-se, contudo, que essa abordagem representa uma condição conservadora, pois as restrições de drenagem adotadas no ensaio triaxial não drenado em laboratório – onde nenhuma drenagem é permitida durante o cisalhamento – não refletem completamente o comportamento no campo. Na prática, o carregamento da pilha ocorre de forma lenta e progressiva ao longo dos meses, o que possibilita a drenagem parcial dos rejeitos, em função da sua permeabilidade. Ainda assim, as análises não drenadas foram realizadas com o objetivo de comparar os resultados com aqueles obtidos sob condição drenada, e de avaliar a resposta do material sob uma condição de carregamento mais crítica.

À semelhança das análises drenadas, as simulações foram realizadas utilizando os

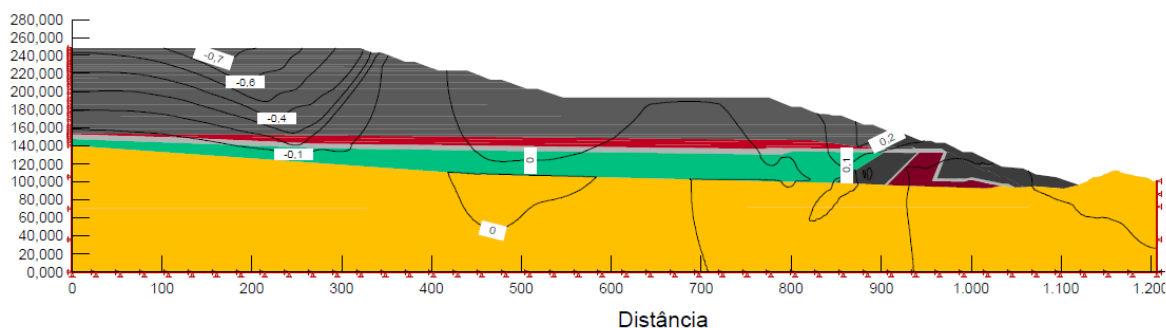
modelos NorSand e Mohr-Coulomb com amolecimento, para efeito de comparação dos resultados e limitações dos referidos modelos constitutivos.

Em virtude das observações feitas anteriormente a respeito da inicialização das tensões nas análises drenadas, foram realizadas simulações com e sem a etapa de equalização das tensões, utilizando o modelo Mohr-Coulomb com amolecimento e endurecimento. A verificação da coerência das tensões iniciais foi realizada em dois dos seis nós de referência empregados na análise das trajetórias de tensões: os nós 4289 e 33594. Para isso, foi feito um cálculo simples a partir do peso específico e da espessura das camadas sobre os pontos, a fim de estimar as tensões verticais esperadas.

No ponto 4289, esperava-se uma tensão vertical em torno de 270 kPa, valor bastante próximo dos 290 kPa obtidos na simulação com equalização das tensões. No entanto, a correção automática realizada pelo SIGMA/W resultou em um valor inicial de apenas 50 kPa. Situação semelhante foi observada no ponto 33594, em que a tensão vertical estimada era de 174 kPa, valor reproduzido pela análise com equalização, enquanto a correção automática forneceu apenas 57,5 kPa. Esses resultados confirmam que a simulação com a etapa de equalização gerou um campo inicial de tensões mais coerente com as condições de carregamento aplicadas, sendo, portanto, adotada como base nas análises subsequentes.

Os deslocamentos obtidos com o modelo Mohr Coulomb com amolecimento foram significativamente superiores aos obtidos com o NorSand. No MC com amolecimento, observou-se a formação de uma superfície de ruptura bem definida, caracterizada por recalques acentuados no topo da pilha e soerguimento da base, próximo ao pé da estrutura (Figura 5.12), além de um deslizamento para jusante superior a 1 metro (Figura 5.13).

(a)



(b)

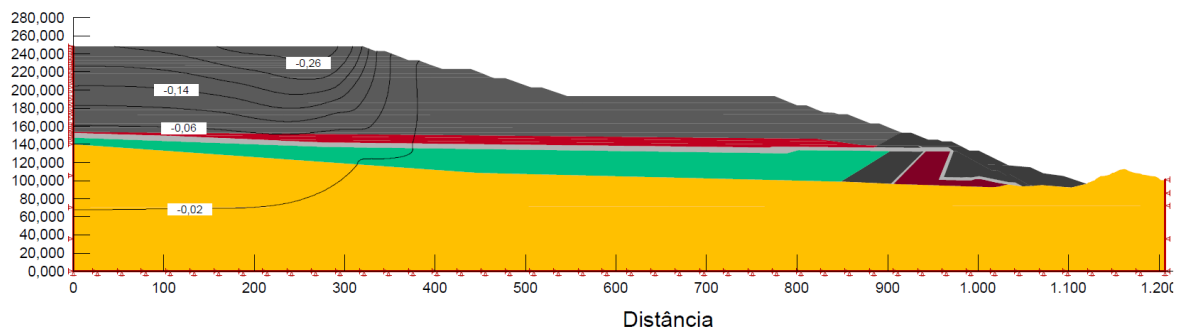
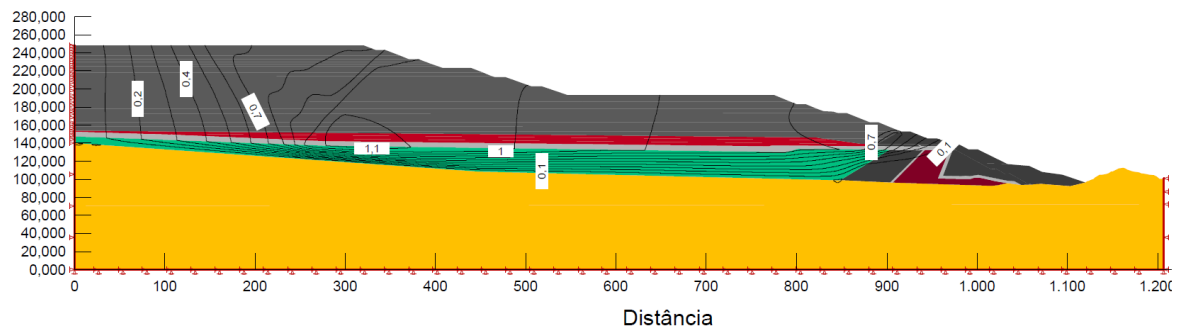


Figura 5.12 – Deslocamentos verticais após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.

(a)



(b)

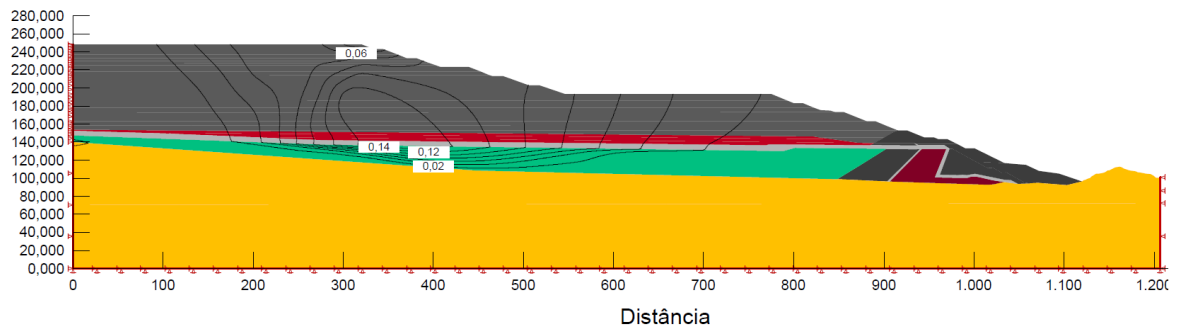
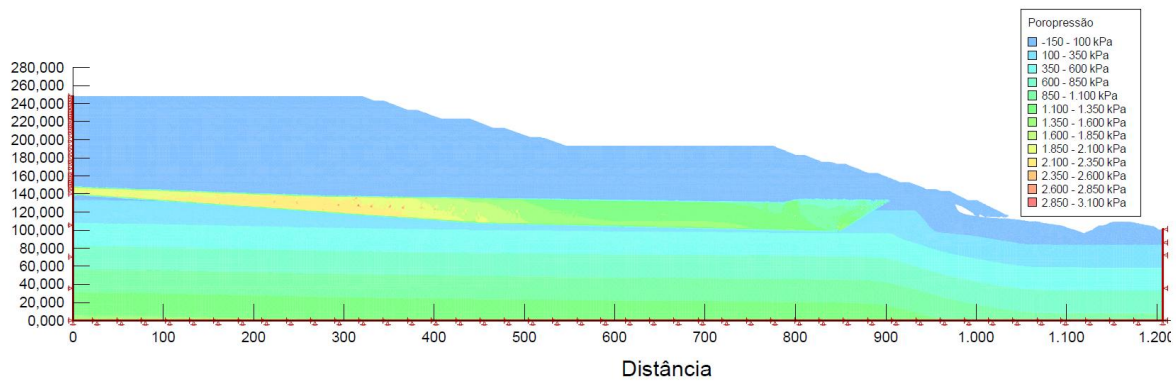


Figura 5.13 – Deslocamentos horizontais após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.

As poropressões resultantes nos dois modelos foram significativamente elevadas, com valores superiores a 2000 kPa. Esse comportamento era esperado, uma vez que os carregamentos foram adicionados em etapas sucessivas sob condição não drenada, sem a introdução de fases intermediárias para a dissipação de poropressões. Essa abordagem, embora muito conservadora, é útil para avaliar a sensibilidade dos modelos constitutivos frente a carregamentos críticos e a resposta hidromecânica dos materiais em condições extremas.

(a)



(b)

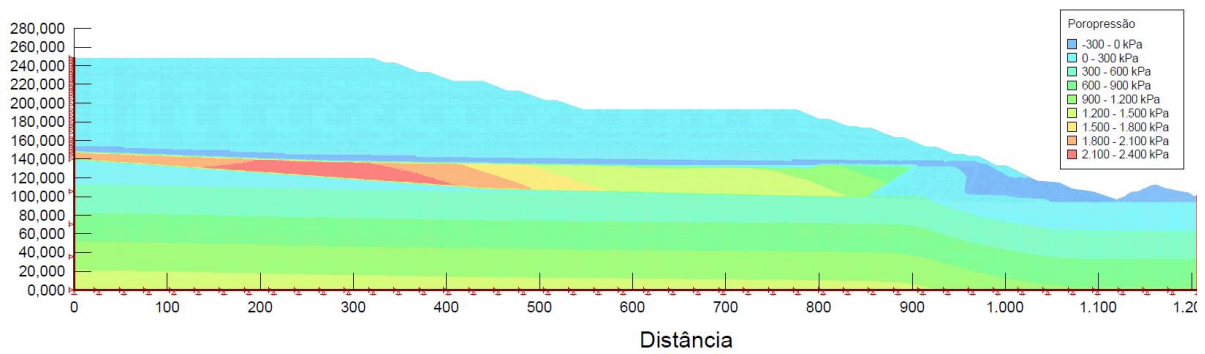
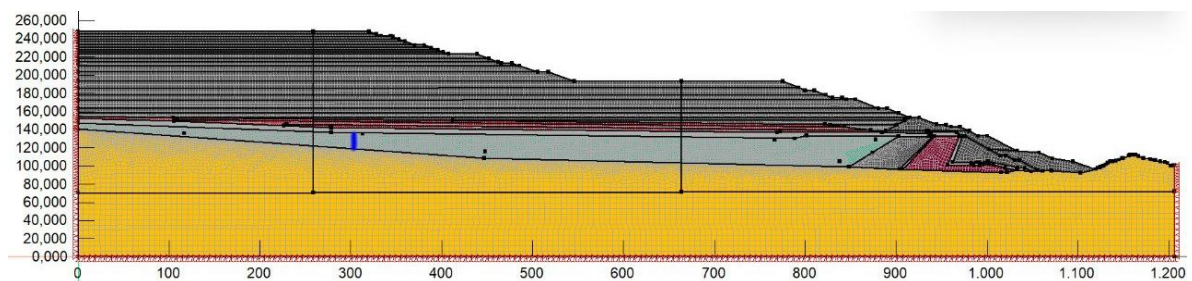


Figura 5.14 – Campo de Poropressões após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.

Para facilitar a comparação entre os dois modelos, foram plotados gráficos representando a evolução das poropressões ao longo do tempo. A linha de extração dos dados foi posicionada verticalmente nos rejeitos inconsolidados, abaixo do platô de maior altura da pilha, conforme ilustrado na Figura 5.15. Os resultados indicaram que a magnitude das poropressões geradas por ambos os modelos foi semelhante.

(a)



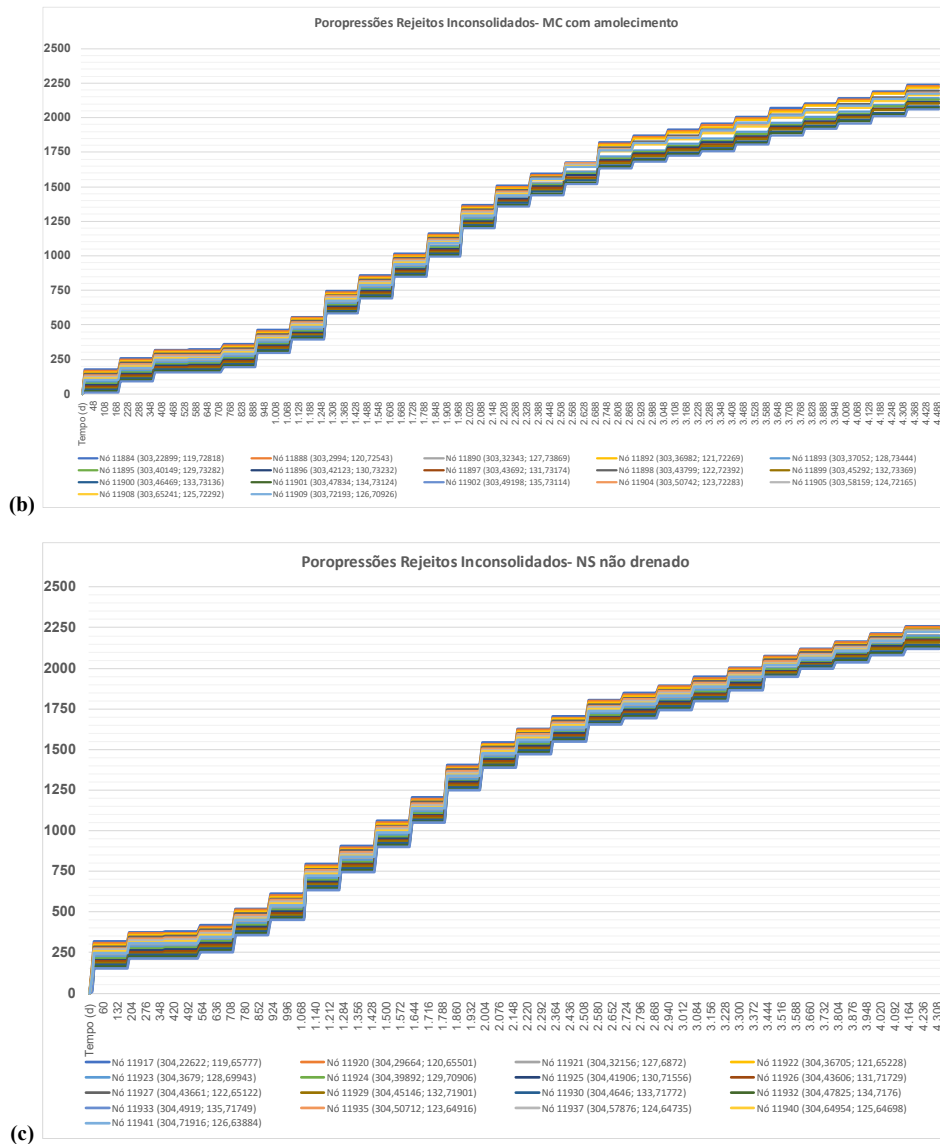
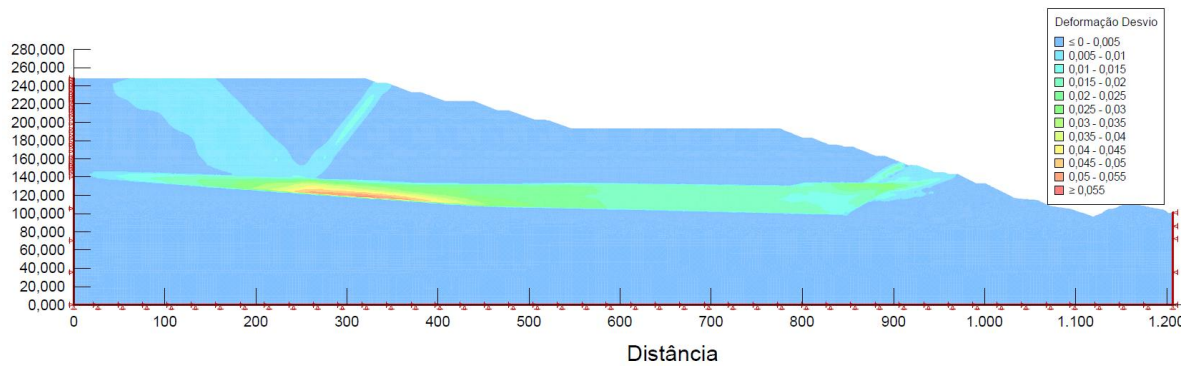


Figura 5.15 – Gráficos de Poropressões após a construção da pilha na condição não drenada (a) Linha de referência para os gráficos (b) Mohr-Coulomb com amolecimento e (c) NorSand.

Na deformação desvio, o modelo MC com amolecimento apresentou a formação de uma superfície de instabilização bem definida, atravessando a camada de rejeitos inconsolidados até a região à montante do alteamento de blocos, próximo do pé da pilha. No trecho de maior altura, observou-se ainda a presença de uma zona de tração, típica de processos de movimentação de massa. O modelo NS, por sua vez, apresentou deformações desviadoras com magnitudes significativamente inferiores, com valor máximo em torno de 0,8 %. Além disso, não foi observada a propagação de uma superfície de deformações concentradas, como no modelo anterior. As deformações ficaram restritas a porções localizadas da camada de rejeitos inconsolidados, principalmente na região de maior altura da pilha.

(a)



(b)

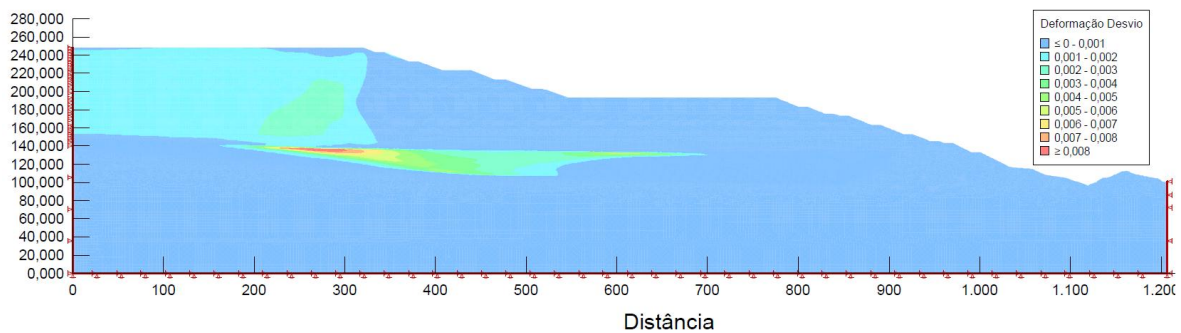
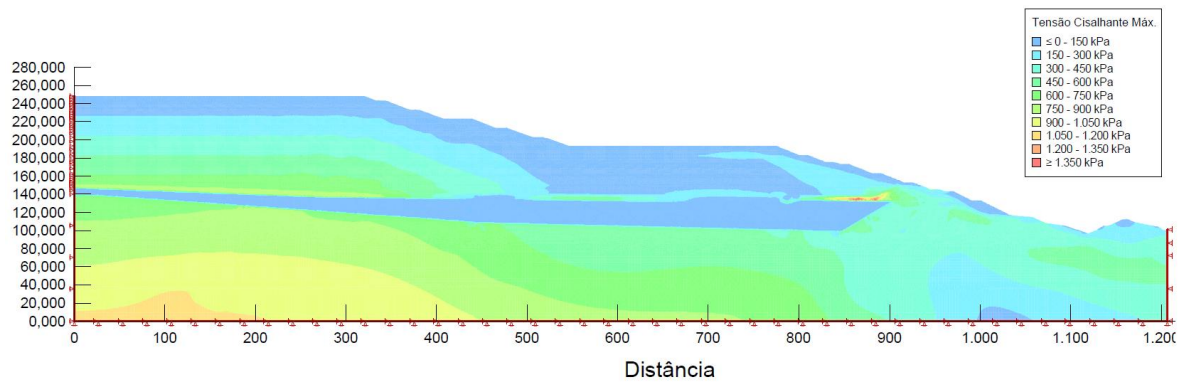


Figura 5.16 – Deformação desvio após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.

Complementando as observações feitas para a deformação desvio no MC com amolecimento, verificou-se que as tensões cisalhantes máximas na camada de rejeitos inconsolidados se aproximaram de zero. Esse comportamento indica que o material já atingiu sua resistência de pico e entrou na fase de amolecimento. Nessa condição, a tensão cisalhante não pode mais ser mobilizada, embora as deformações continuem evoluindo devido ao escoamento plástico contínuo.

No modelo NS, por outro lado, ainda são observadas tensões cisalhantes máximas, embora em valores reduzidos, da ordem de 100 kPa. Esse resultado sugere que o material se aproxima de uma condição de instabilidade, mas ainda tem capacidade de suportar carregamentos adicionais.

(a)



(b)

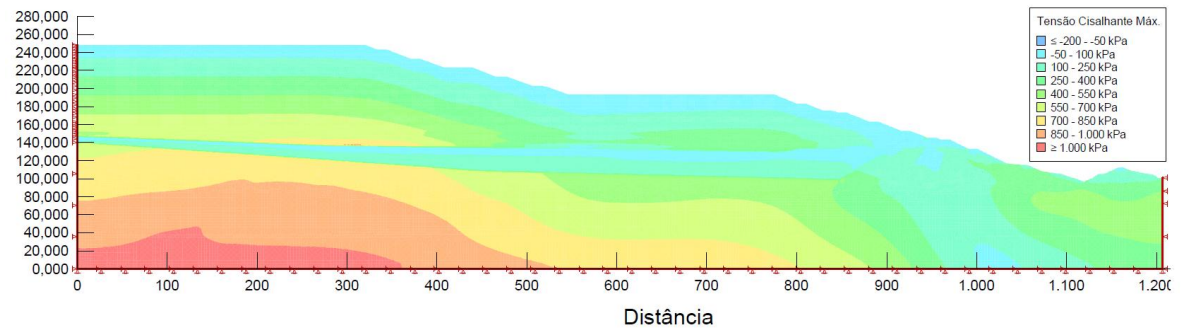
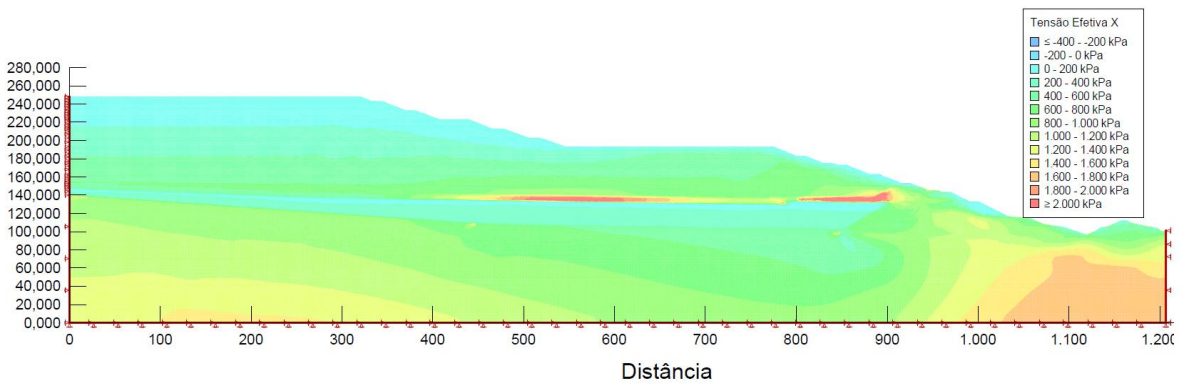


Figura 5.17 – Tensões cisalhantes máximas após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.

(a)



(b)

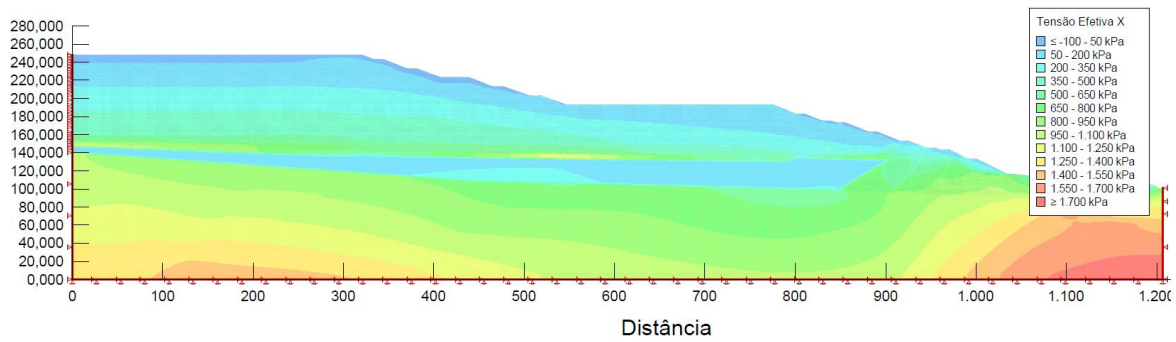
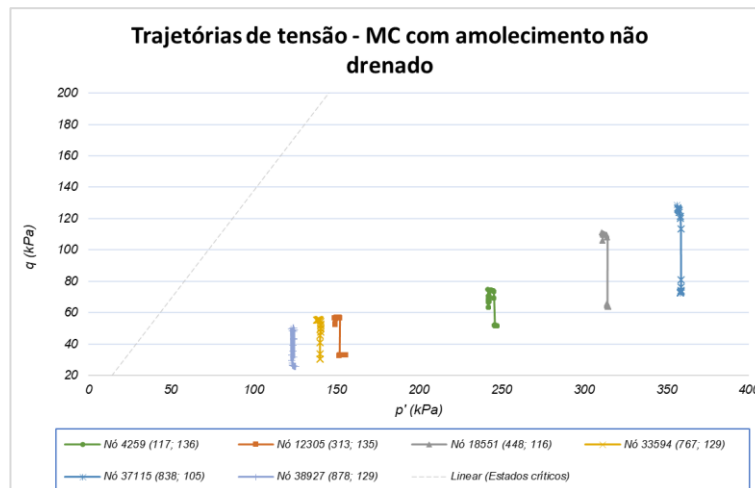


Figura 5.18 – Tensão efetiva horizontal após a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.

As trajetórias de tensão para o MC com amolecimento indicam um aumento de tensão desviadora (q) a um p' aproximadamente constante, até o ponto de pico. A partir desse ponto, observa-se o amolecimento do material, evidenciado por uma queda abrupta na tensão desviadora. Já nas trajetórias obtidas com o NS, embora também ocorra uma redução em q , associada à instabilização do material, essa transição ocorre de forma mais gradual. Isso indica que, nas condições analisadas, o NorSand não previu a ocorrência de liquefação estática, a qual seria caracterizada por um colapso brusco de resistência.

(a)



(b)

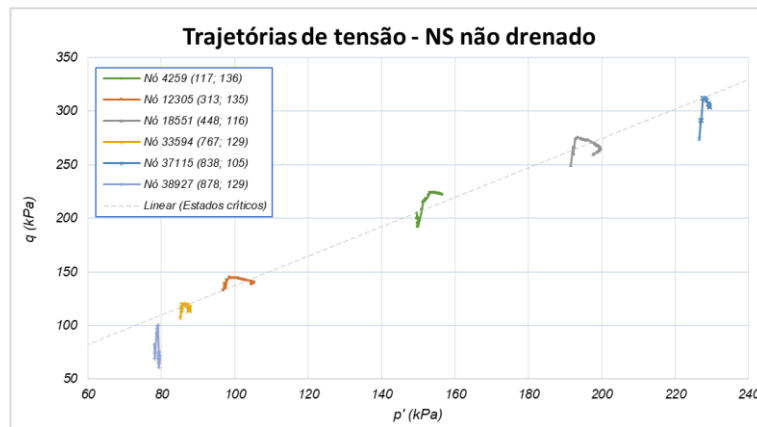
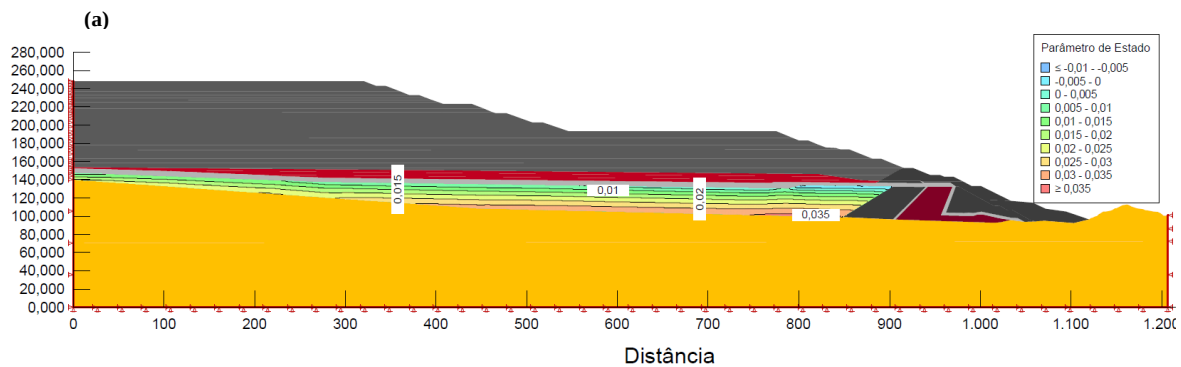


Figura 5.19 – Trajetórias de tensão para a construção da pilha na condição não drenada (a) Mohr-Coulomb com amolecimento e (b) NorSand.

Uma vez que o carregamento foi aplicado de forma não drenada, não se espera variação significativa no índice de vazios do material e , e, conseqüentemente, no parâmetro de estado. Essa interpretação é coerente com o resultado obtido no modelo NS (Figura 5.20).



(b)

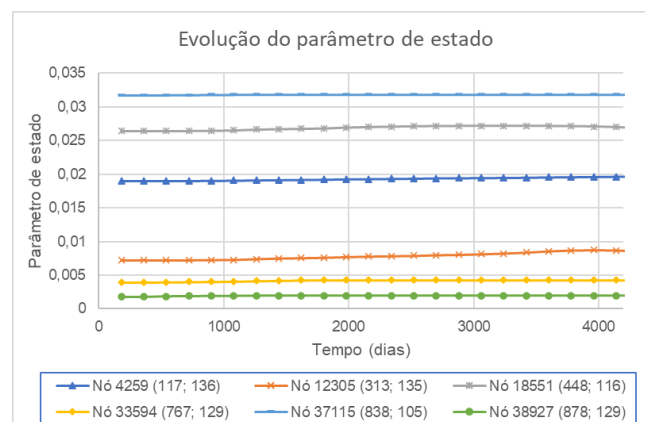


Figura 5.20 – Parâmetro de estado no NorSand não drenado (a) Distribuição do parâmetro de estado nos rejeitos inconsolidados na etapa final e (b) evolução do parâmetro de estado durante a construção da pilha.

Na condição não drenada, foi observado que a razão η/M já inicia com valores muito próximos de 1, o que indica que há uma mobilização precoce da resistência cisalhante em relação à condição crítica. Isso significa que, ainda que o modelo não tenha representado a liquefação estática sob carregamento não drenado, o material é bastante sensível ao carregamento aplicado sem a dissipação de poropressões.

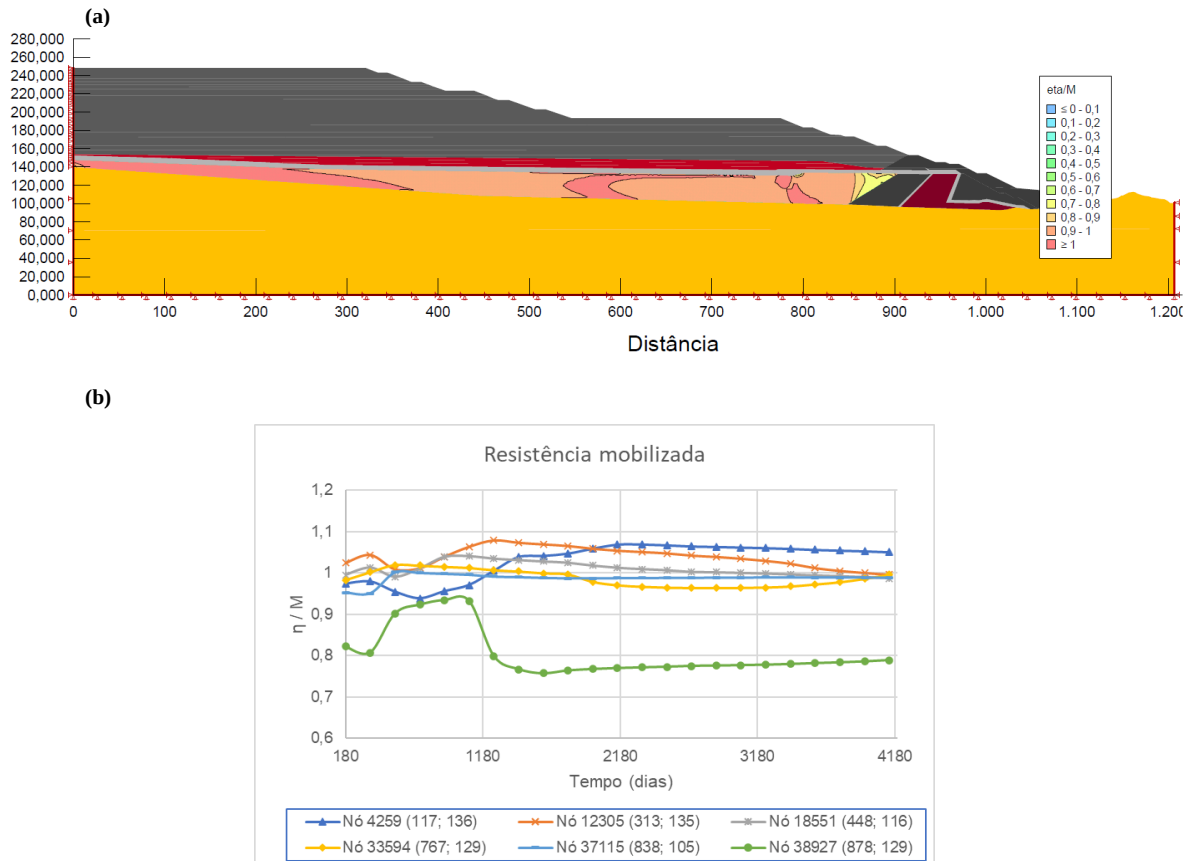


Figura 5.21 – Mobilização de resistência no NorSand não drenado (a) η/M na etapa final e (b) evolução de η/M durante a construção.

5.3 ANÁLISE ACOPLADA

Para a análise acoplada, foram considerados apenas os resultados obtidos com o modelo NorSand, em função das limitações observadas no MC nas análises drenadas (Item 5.1). Essa abordagem visa representar de forma mais realista o comportamento da pilha durante sua construção, uma vez que, na prática, os carregamentos não ocorrem sob condições completamente drenadas ou não drenadas, e sim sob uma drenagem parcial. Além disso, foram consideradas as condições de saturação dos materiais no momento da compactação, que influenciam diretamente tanto nas deformações quanto na geração de excesso de poropressão.

É importante ressaltar que o adensamento ocorre devido à expulsão de água dos poros,

portanto, foi adotado o modelo NS em condição drenada nos rejeitos inconsolidados. No entanto, conforme discutido no Item 4.1.4, a calibração do modelo é diferente para a condição drenada e não drenada, o que pode representar uma limitação para representação da liquefação estática em análises acopladas.

Isso porque, embora a análise acoplada permita a geração de excesso de poropressão durante o carregamento, o modelo NorSand calibrado para condição drenada pode não mobilizar adequadamente os mecanismos de dilatância e amolecimento que caracterizam a liquefação estática, resultando na subestimação do potencial de colapso em materiais frágeis.

No caso específico desta pesquisa, como nem mesmo a análise não drenada indicou a propagação de liquefação estática na pilha simulada, essa limitação não compromete os resultados obtidos nas análises acopladas. Ainda assim, entende-se ser importante pontuar essa consideração como uma ressalva metodológica relevante para estudos futuros.

A distribuição e a magnitude dos deslocamentos verticais e horizontais obtidos nas análises acopladas foram bastante semelhantes àsquelas observadas nas análises drenadas. Isso se deve ao fato de que, a cada novo carregamento, os deslocamentos das fases anteriores eram desconsiderados, de modo que os resultados refletem exclusivamente os efeitos da aplicação da última camada da pilha. Nesse contexto, não eram esperadas diferenças significativas entre os dois tipos de análise.

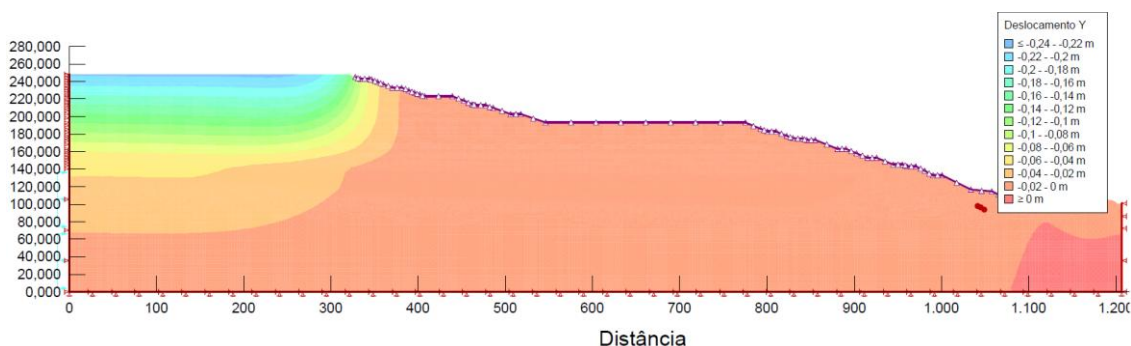


Figura 5.22 – Deslocamentos verticais após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.

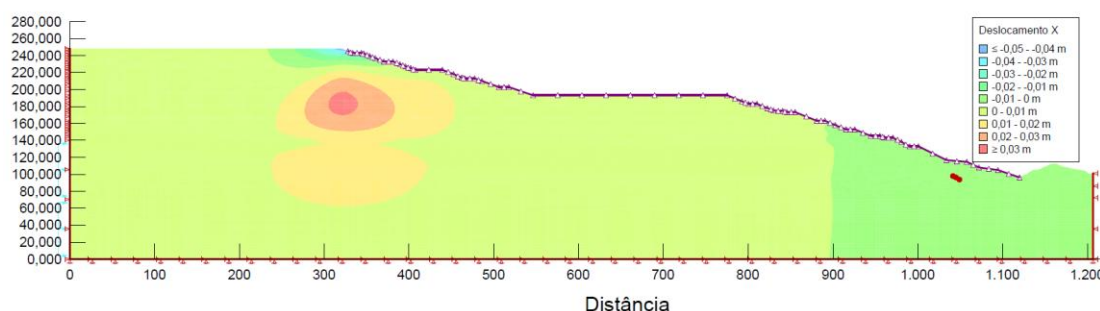
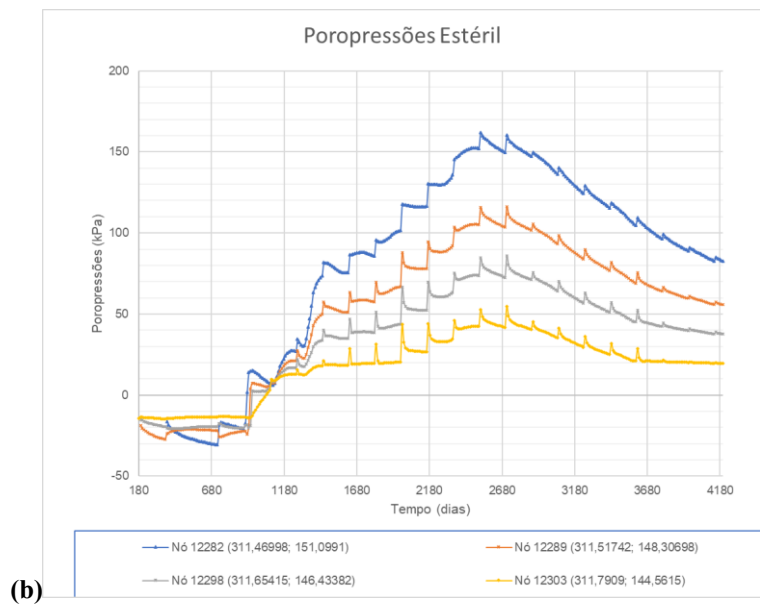
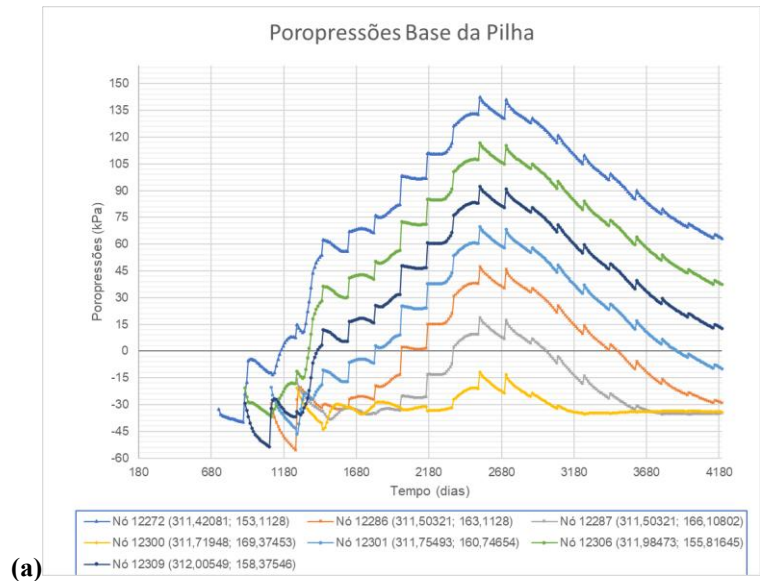


Figura 5.23 – Deslocamentos horizontais após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.

Um dos principais aspectos a serem observados nas análises acopladas é o desenvolvimento de poropressões durante o carregamento. Observou-se a geração de poropressões positivas acima do dreno de fundo da pilha, abrangendo a camada de estéril e os rejeitos filtrados compactados até aproximadamente a cota 170 m. Até cerca do dia 1180, os resultados indicavam que a drenagem ocorria conforme o esperado, por meio do dreno de fundo. Contudo, a aplicação das camadas subsequentes da pilha resultou em um aumento do grau de saturação do estéril, ocasionando o acúmulo de água na interface entre esse material e os rejeitos filtrados compactados.

Esse comportamento pode ser atribuído à diferença de sucção inicial entre os dois materiais, bem como à menor permeabilidade e ao maior valor de entrada de ar do estéril — aspectos que serão discutidos em mais detalhe na seção referente às análises terra-clima. Para melhor interpretação desse fenômeno, foram elaborados gráficos específicos com a evolução das poropressões ao longo do tempo para cada material de interesse (rejeitos inconsolidados, estéril, dreno e rejeito filtrado compactado), contendo os resultados distribuídos ao longo de uma linha vertical desenhada na região de maior altura da estrutura. O campo final de poropressões na pilha encontra-se representado na Figura 5.25.

Na camada de rejeitos inconsolidados, os resultados indicaram claramente os picos de geração de poropressões associados às etapas sucessivas de carregamento, bem como a dissipação gradual dessas poropressões ao longo do intervalo de 180 dias previsto entre as etapas. O pico máximo de poropressão registrado foi da ordem de 130 kPa, ocorrido por volta do dia 2000 da análise. Observa-se, ainda, uma tendência de acúmulo de poropressões residuais durante as primeiras etapas de carregamento, especialmente nos nós situados nas regiões mais profundas. No entanto, à medida que o carregamento prossegue e se afasta verticalmente dessa camada, a dissipação se torna mais eficiente, reduzindo significativamente os valores residuais nas etapas seguintes.



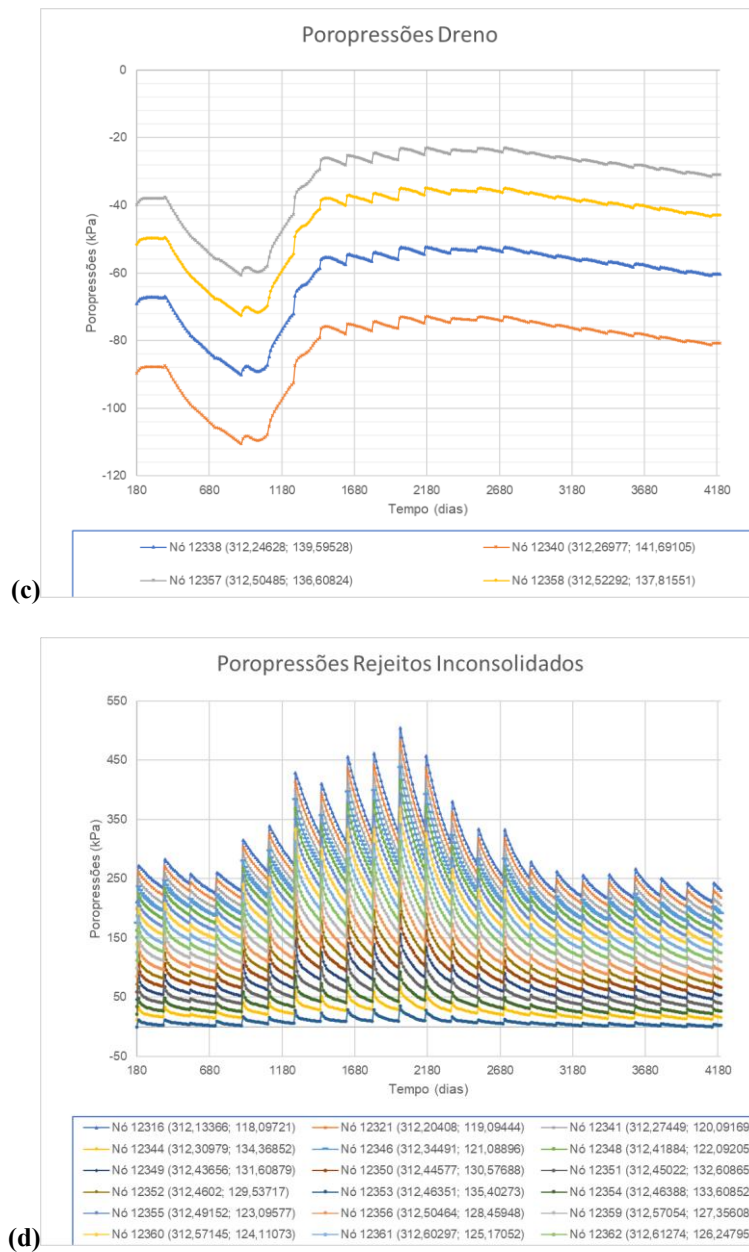


Figura 5.24 – Poropressões geradas durante a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand (a) Na base do rejeito filtrado compactado (b) No estéril (c) No dreno e (d) No rejeito inconsolidado.

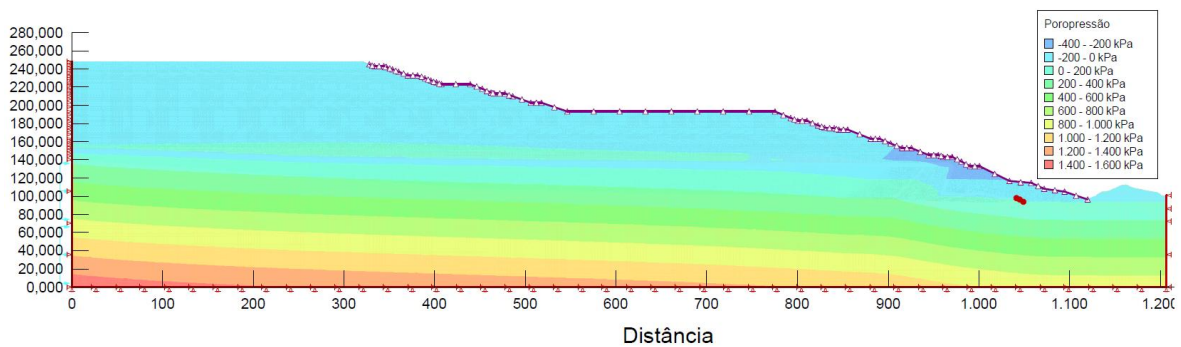


Figura 5.25 – Campo de poropressões após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.

As deformações desvio máximas foram ligeiramente inferiores no modelo acoplado (0,14%) quando comparadas à do modelo drenado.

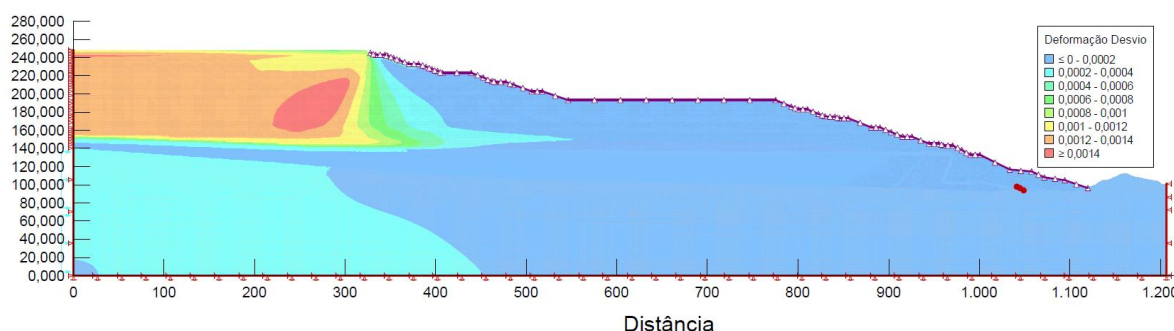


Figura 5.26 – Deformação desvio após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.

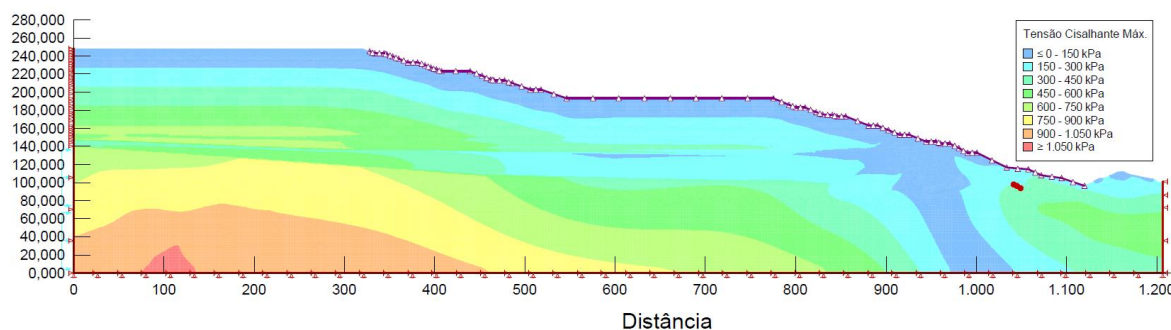


Figura 5.27 – Tensões cisalhantes máximas após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.

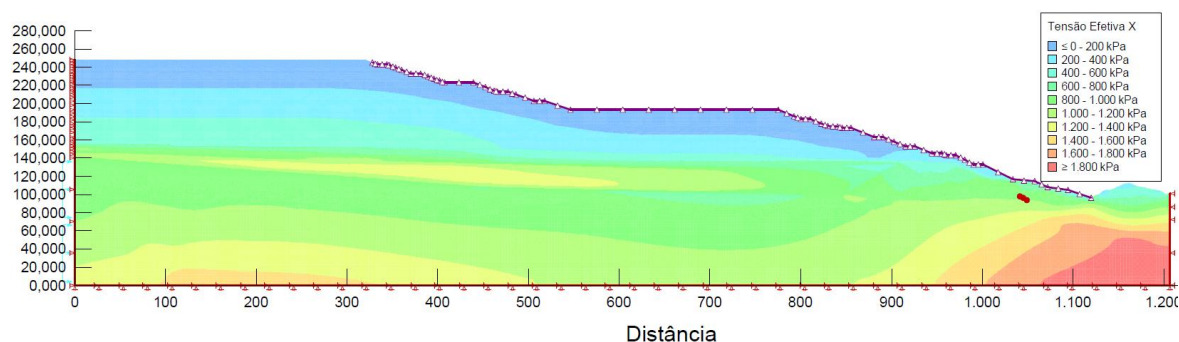


Figura 5.28 – Tensões efetivas horizontais após a construção da pilha na análise acoplada com o NorSand.

A trajetória de tensões da Figura 5.29 evidencia o comportamento transiente característico da análise acoplada, em que a fase de dissipação das poropressões se reflete em um aumento de p' com q aproximadamente constante. De modo geral, não se observa a aproximação do estado crítico ao longo da simulação, mesmo sob condições acopladas.

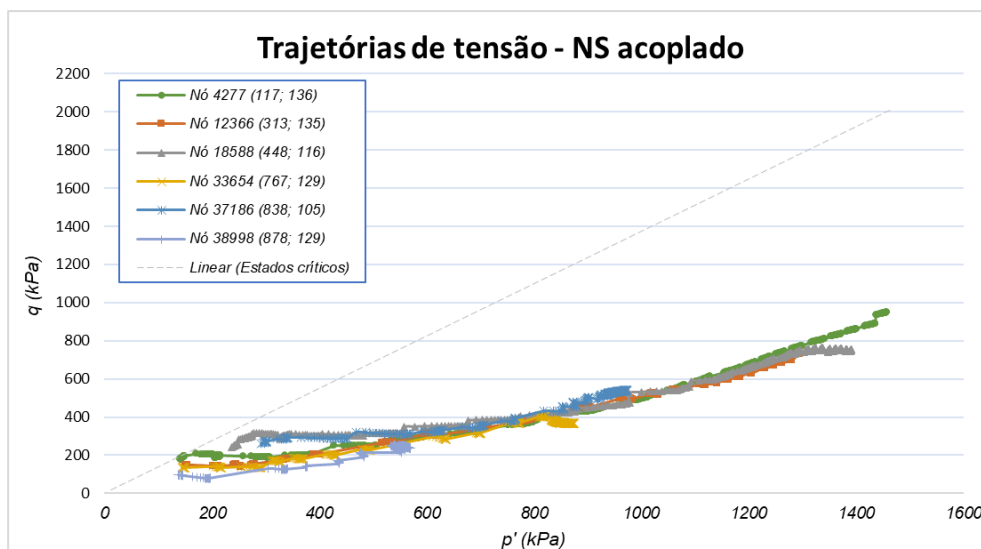
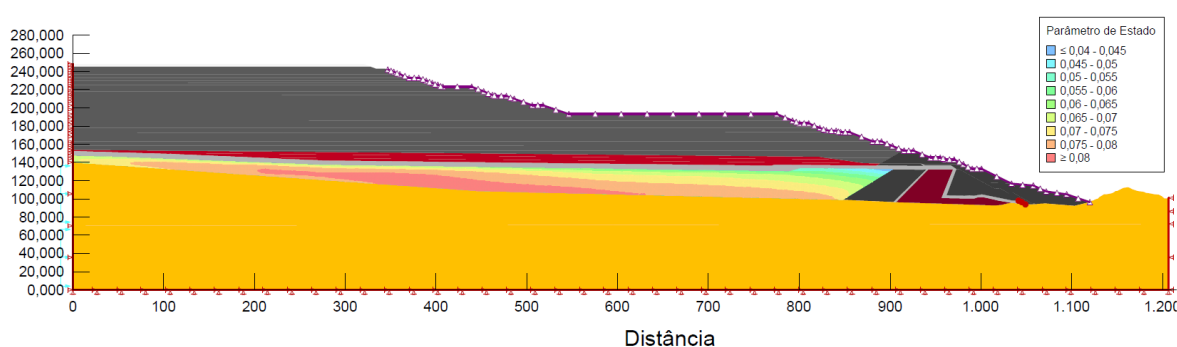


Figura 5.29 – Trajetórias de tensão para a construção da pilha na análise acoplada

A evolução do parâmetro de estado nas análises acopladas ilustrado na Figura 5.30 apresenta comportamento semelhante ao observado nas análises drenadas, com valores máximos em torno de $\psi = +0,08$, compatíveis com os resultados obtidos nos ensaios experimentais. É importante destacar que, embora o material sofra adensamento ao longo do carregamento (com redução do índice de vazios), a inclinação da LEC se torna mais acentuada em níveis elevados de tensão efetiva média. Isso contribui para o aumento da diferença entre o índice de vazios atual e o correspondente ao estado crítico, resultando em valores crescentes de ψ .



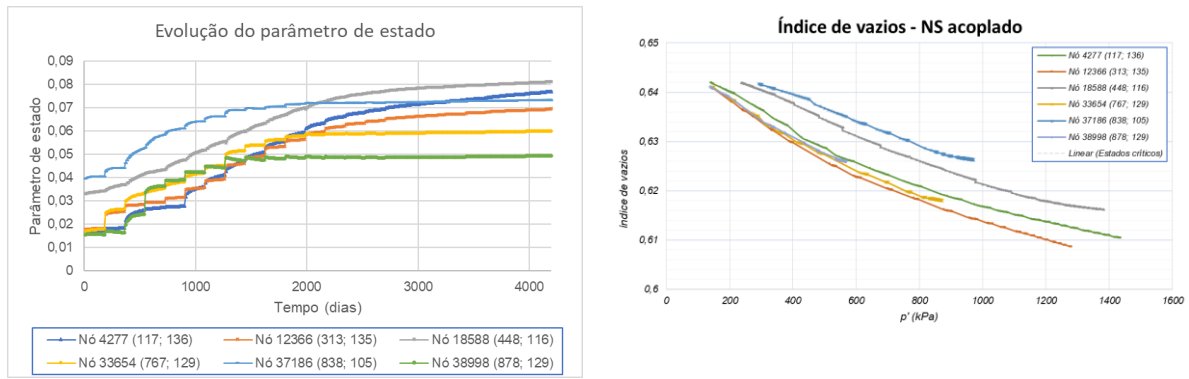


Figura 5.30 – Evolução do parâmetro de estado e índice de vazios no NorSand acoplado (a) Distribuição do parâmetro de estado nos rejeitos inconsolidados na etapa final e (b) evolução do parâmetro de estado durante a construção da pilha e (c) evolução do índice de vazios

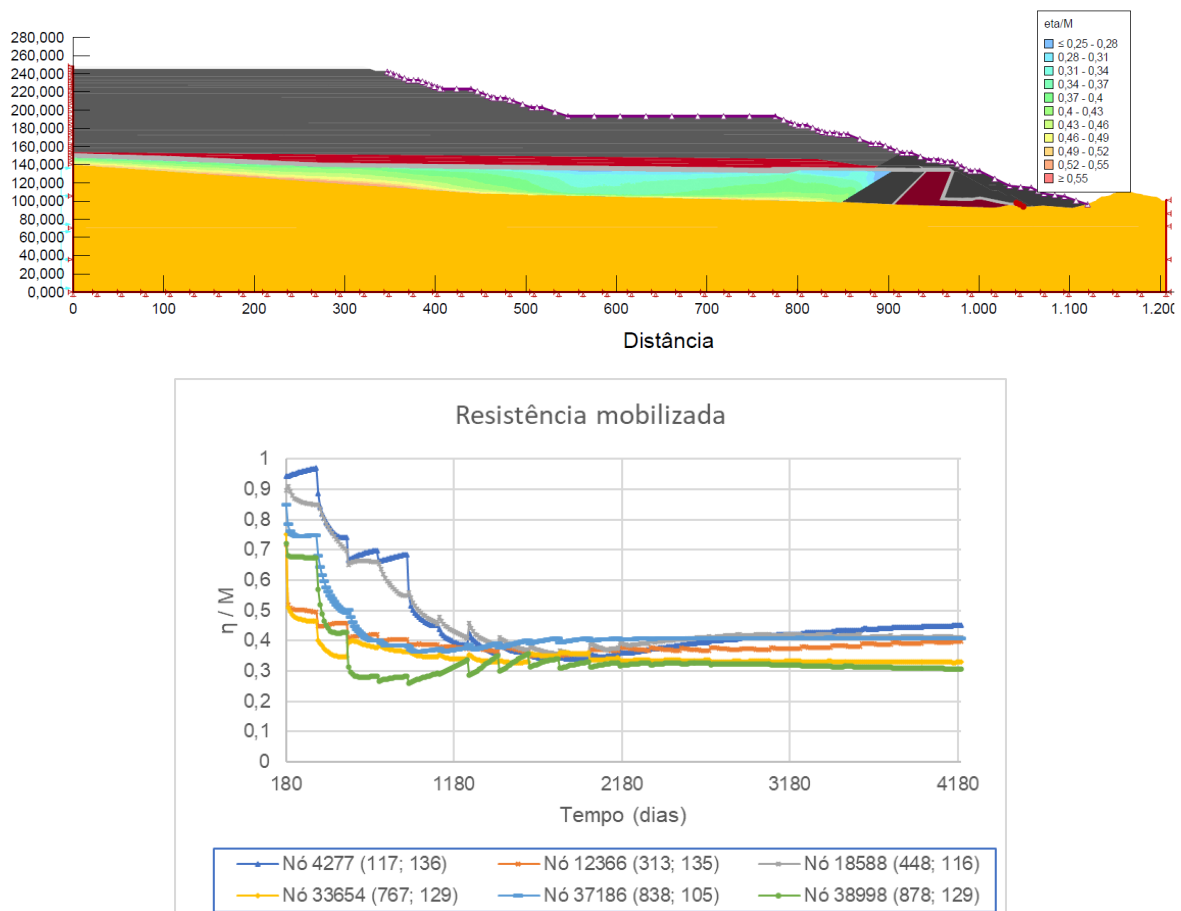


Figura 5.31 – Mobilização de resistência no NorSand acoplado

5.4 INFILTRAÇÃO NA PILHA APÓS A ETAPA CONSTRUTIVA

Buscando avaliar o avanço da frente de infiltração de chuvas na pilha após seu fechamento, foi realizada uma análise de fluxo no SEEP/W, com a condição de contorno Terra-Clima aplicada sobre um ciclo hidrológico de seis anos. A Figura 5.32 apresenta o resultado

das poropressões desenvolvidas na estrutura ao final desse período.

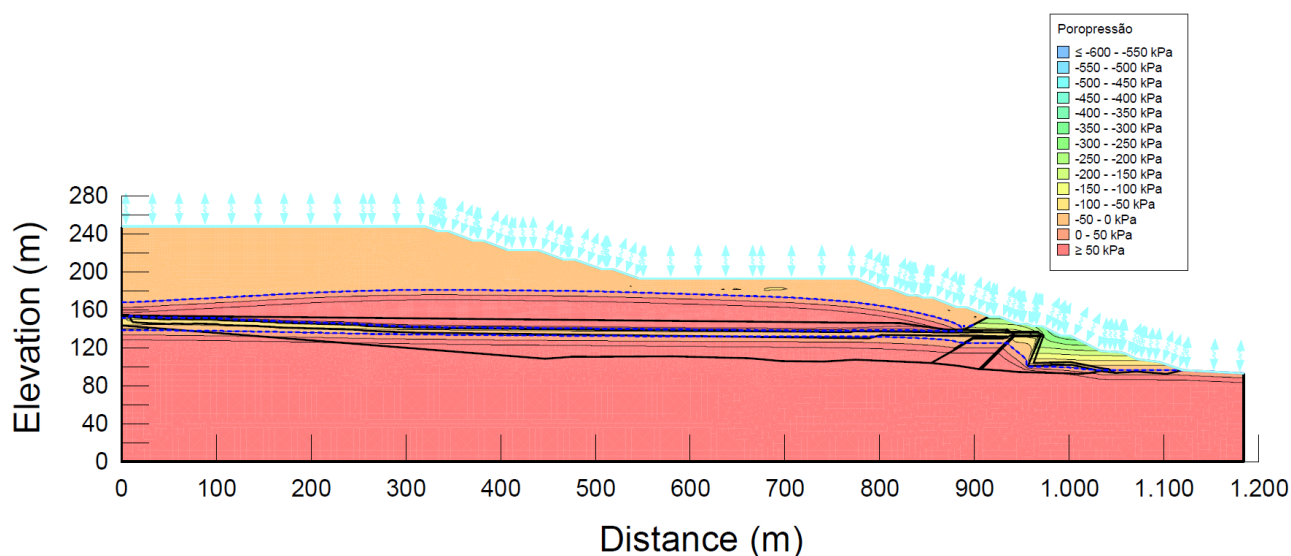


Figura 5.32 – Poropressões finais após seis anos de fechamento da estrutura.

Nas camadas superficiais da pilha, foi observado um aumento progressivo das poropressões ao longo do tempo, conforme esperado devido ao aumento do grau de saturação provocado pela infiltração da água de chuva.

A partir de aproximadamente 1,5 ano, houve uma geração de poropressão positiva na interface entre o rejeito e o estéril (cota 150 m), especialmente na região à direita da seção (a partir de 550 m), onde o caminho de infiltração até essa interface é menor. Para avaliar esse comportamento, traçaram-se duas linhas de controle no modelo, conforme ilustrado na Figura 5.33.

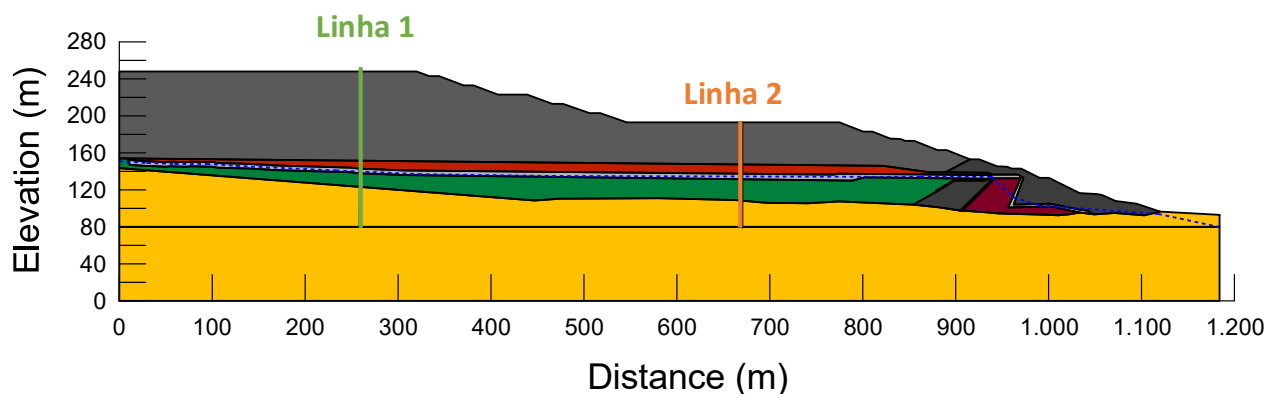


Figura 5.33 – Linhas para análise dos resultados em profundidade.

A Figura 5.34 mostra a evolução da poropressão nas linhas 1 e 2, considerando os tempos de 1,01 anos, 2 anos, 4 anos e 6 anos, além da condição inicial (sem infiltração). O eixo vertical representa a elevação em metros, enquanto o eixo horizontal mostra a poropressão em kPa.

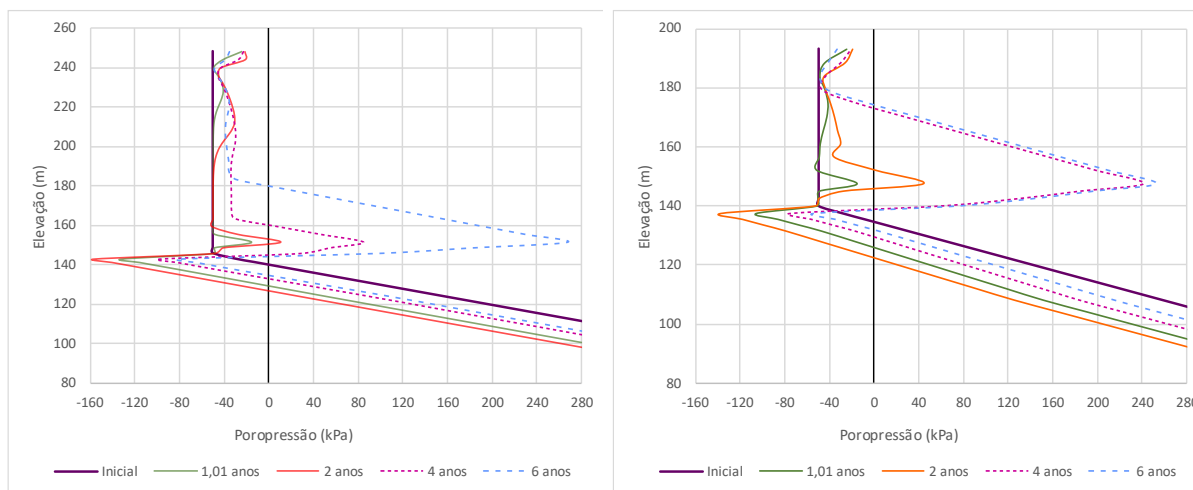


Figura 5.34 – Avanço das poropressões em profundidade (a) Linha 1 e (b) Linha 2.

Conforme discutido anteriormente, há um avanço da frente de infiltração em profundidade com o tempo, onde as curvas referentes a 4 e 6 anos indicam que a frente de infiltração ultrapassa significativamente a região superficial, atingindo camadas mais profundas.

A transição brusca da poropressão entre as cotas de 160 e 140 m, embora brusca, é coerente com as condutividades hidráulicas e curvas características estimadas para os materiais da pilha. Os rejeitos, que recebem a água de infiltração diretamente por estarem mais superficiais, têm menor valor de entrada de ar e uma maior condutividade hidráulica saturada que o estéril, favorecendo a infiltração inicial.

O estéril, por sua vez, atua como uma barreira inicial à infiltração: seu menor valor de condutividade para sucções mais baixas e seu ponto de entrada de ar relativamente elevado impedem a drenagem imediata (Figura 4.21 e Figura 4.22). A água tende, então, a se acumular na interface entre rejeito e estéril, promovendo geração de poropressão positiva. Após superado o valor de entrada de ar, o fluxo tende a se estabilizar, devido à menor inclinação da curva de condutividade hidráulica deste material.

A aproximadamente 150 m de profundidade, localiza-se um dreno com nível d'água fixo, o que justifica a presença de poropressão positiva já na condição inicial. Com o tempo,

nota-se uma pequena elevação da poropressão nessa região, embora o dreno limite esse aumento, agindo como controle de carga hidráulica.

Nota-se ainda, imediatamente acima do dreno, a ocorrência de poropressão negativa na camada de estéril. Isso decorre da atribuição de uma carga hidráulica constante (freática imposta no dreno), enquanto a água infiltra lentamente no estéril, gerando um gradiente hidráulico descendente: o estéril tende a drenar mais do que consegue infiltrar, gerando sucções temporárias.

Esse comportamento é intensificado com o tempo até que a frente de infiltração se estabilize, como indicam as curvas de 4 e 6 anos da linha 2. Isso ocorre porque, à medida que a água da chuva infiltra pelo rejeito e fica acumulada na interface com o estéril, ocorre uma redistribuição hidráulica, em que a água prefere se instalar na interface, enquanto a camada inferior do estéril tende a continuar drenado, aumentando os valores locais de sucção.

Por fim, foram gerados os gráficos acumulados de escoamento superficial, infiltração, evaporação e precipitação, para verificação do balanço hídrico do modelo.

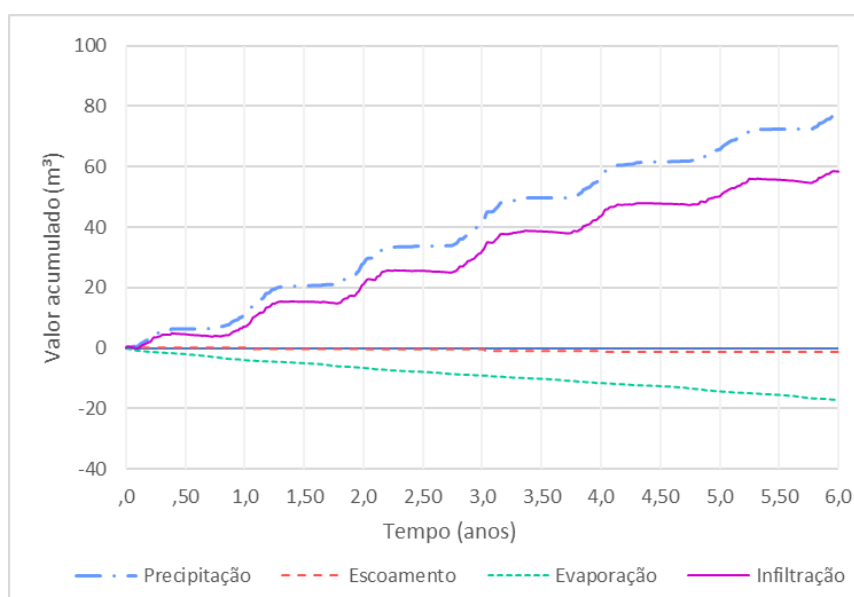


Figura 5.35 – Balanço hídrico da análise Terra-Clima.

O balanço hídrico do modelo se mostrou coerente, uma vez que a infiltração acumulada corresponde à soma entre a precipitação, a evaporação e o escoamento, conforme definido na Eq. (2.42).

Observa-se que o escoamento superficial não é significativo no modelo, em razão das

características do rejeito, que apresenta baixo valor de entrada de ar e, portanto, favorece a infiltração inicial da água. No entanto, é importante destacar que as pilhas de disposição são projetadas com inclinações nas bermas e sistemas de drenagem superficial justamente para minimizar a infiltração e direcionar a água de chuva para jusante. Tais elementos aumentam significativamente o escoamento superficial real, o que reduz a parcela de água infiltrada em campo.

Além disso, em muitos projetos, são aplicadas camadas superficiais de solo mais fino sobre o rejeito, tanto para proteção contra erosões quanto para permitir a aplicação de hidrossemeadura. Esses materiais, por apresentarem menor condutividade hidráulica não saturada, atuam como barreiras parciais à infiltração, retardando ainda mais o avanço da umidade na estrutura.

Dessa forma, reconhece-se que a abordagem numérica adotada na análise Terra-Clima tende a superestimar os volumes de infiltração, uma vez que não considera integralmente os dispositivos de controle da infiltração superficial presentes nas etapas de fechamento da pilha. Como consequência, os valores de poropressão obtidos no modelo podem ser superiores àqueles que se desenvolveriam em campo.

Ainda assim, a simulação se mostra relevante por permitir a avaliação do tempo necessário para o avanço da frente de umedecimento, além de destacar regiões críticas para o projeto de fechamento, como zonas propensas à saturação ou acúmulo de água.

Outro aspecto importante está relacionado à ordem de grandeza da evaporação simulada, que se mostrou compatível com o comportamento observado em climas tropicais úmidos. No presente estudo, cerca de 25% da água precipitada retornou à atmosfera por evaporação, valor coerente com a literatura para regiões de clima tropical e com baixa cobertura vegetal, como é o caso de pilhas recém-construídas (Venturin, 2022). Em contraste, estudos conduzidos em países áridos como Austrália e Chile reportam taxas de evaporação que frequentemente superam a precipitação, invertendo o balanço hídrico e inibindo a geração de poropressão (Williams, 2009).

Nesse contexto, reforça-se a importância de se avançar nas análises Terra-Clima em regiões tropicais, uma vez que grande parte da literatura existente é voltada a climas áridos e semiáridos. Essa lacuna dificulta a compreensão completa do comportamento hidrológico dessas pilhas ao longo do tempo, especialmente no pós-fechamento de estruturas de disposição.

6 CONCLUSÕES

6.1 CONCLUSÕES GERAIS

O objetivo central dessa pesquisa consistiu em avaliar o comportamento tensão-deformação de uma pilha de rejeitos filtrados hipotética e o regime de infiltração das chuvas após sua construção. Para tal, foram empregados dois modelos constitutivos de diferentes níveis de complexidade para avaliar, de forma qualitativa, suas capacidades em reproduzir um comportamento frágil. Os modelos foram calibrados a partir de ensaios triaxiais simulados no SIGMA/W comparados aos resultados experimentais. Foram realizadas ainda análises com diferentes condições de contorno hidráulico para comparação dos resultados. A análise dos resultados das análises permitiu concluir que:

- O modelo não linear hiperbólico, embora bastante difundido na prática geotécnica, apresentou problemas de convergência para baixas tensões no SIGMA/W e, portanto, não foi utilizado na pesquisa.
- O modelo NorSand foi capaz de reproduzir de maneira bastante apurada o comportamento experimental obtido nos rejeitos inconsolidados. No entanto, em condição não drenada foi necessário reduzir tanto o parâmetro de endurecimento (H) quanto a rigidez cisalhante máxima ($G_{máx}$).
- A etapa de equalização das tensões se mostrou essencial para a obtenção de estados de tensão iniciais coerentes. Foi demonstrado que a correção automática do SIGMA/W não obteve resultados fisicamente coerentes. Uma limitação importante nesse sentido foi observada no modelo Mohr-Coulomb, devido à sua superfície de plastificação fixa.
- Nas análises não drenadas, o modelo Mohr-Coulomb com amolecimento reproduziu de forma adequada o comportamento com perda de resistência pós pico, típico dos rejeitos na condição fofa. Esse resultado indica que modelos simplificados podem ser utilizados em etapas preliminares de estudo, para verificar qualitativamente a sensibilidade à perda de resistência da estrutura.
- Ainda nas análises não drenadas, o modelo NorSand não apresentou a mobilização de uma superfície com maiores deformações desvio, como observado no MC com amolecimento. Ainda assim, os resultados indicaram uma condição instável com o acréscimo de

carregamentos sem dissipação das poropressões.

- Embora as análises não drenadas tenham indicado uma condição instável para a pilha, entende-se que essa condição é bastante conservadora, e pouco provável de ocorrer, uma vez que a construção da estrutura não ocorre de maneira ininterrupta, sem a dissipação das poropressões.
- As análises acopladas, por sua vez, se mostraram adequadas para representar o comportamento parcialmente drenado da estrutura de forma mais próxima do que se observa em campo, com os picos de excesso de poropressão induzidos pelo carregamento e as dissipações esperadas em cada etapa. Nessa condição, os resultados mostraram que a pilha simulada é estável.
- As análises acopladas evidenciaram ainda que o núcleo argiloso do dique de partida da pilha manteve o nível d'água à montante elevado por mais tempo. Dessa forma, recomenda-se que os materiais mais próximos ao pé da pilha (em diques de partida ou na zona estruturante) tenham maiores permeabilidades.
- A transição entre os rejeitos filtrados compactados e os estéreis apresentou um acúmulo de água, refletido em excessos de poropressão positivos. Esse acúmulo foi desencadeado tanto por acréscimo de carregamento na análise acoplada, quanto por infiltração na análise-terra clima. Esse comportamento foi atribuído às diferenças entre as curvas de retenção de água e as condutividades hidráulicas saturadas desses dois materiais.
- A análise da infiltração na pilha após sua construção evidenciou que, para as curvas de retenção simuladas, o avanço da franja de saturação da chuva levaria cerca de 4 anos para atingir as camadas mais profundas da estrutura.
- O balanço hídrico obtido nas análises terra-clima apresentou boa coerência para a parcela de evaporação. No entanto, a infiltração é superestimada, uma vez que o modelo não consegue capturar a influência dos dispositivos de drenagem superficial na elevação do escoamento em eventos chuvosos.

6.2 LIMITAÇÕES DOS MODELOS

A principal limitação dos modelos está associada às curvas características de retenção de água, as quais foram estimadas com base em modelos empíricos. Embora essa prática seja comumente empregada na prática geotécnica, ela não substitui a obtenção experimental direta. Para validar os resultados obtidos e refinar a representatividade das simulações, seria necessária

a realização de ensaios de retenção e condutividade hidráulica em amostras compactadas nas mesmas condições de umidade, compacidade e densidade adotadas na modelagem.

Nas análises acopladas, uma limitação importante está relacionada ao modelo constitutivo NorSand é que, para representar o comportamento não drenado do material, por vezes é necessário ajustar parâmetros elásticos e de endurecimento, que impactam diretamente na rigidez inicial e na evolução do estado de tensões. Dessa forma, mesmo em simulações acopladas, a resposta sob condições de carregamento rápido (onde não há tempo o suficiente para dissipação das poropressões) pode não capturar a fragilidade do material ou a transição do comportamento drenado para não drenado, caso não haja uma calibração específica para esse cenário.

Por fim, nas análises de infiltração com a condição de contorno Terra-Clima, a principal limitação está na impossibilidade de representar as estruturas de drenagem superficial e seu impacto no escoamento superficial da água de chuva, o que acaba gerando maiores taxas de infiltração no modelo do que o esperado em campo.

6.3 SUGESTÕES PARA PESQUISAS FUTURAS

Diante das conclusões e limitações observadas neste trabalho, entende-se que há oportunidade de pesquisas futuras para aprimorar o conhecimento mecânico e hidráulico das pilhas de disposição de rejeitos ao longo do tempo. Dentre elas, podem-se destacar:

- Ensaios, estudos e monitoramentos durante a fase construtiva de empilhamentos de rejeitos filtrados, para aprimorar o conhecimento do comportamento não drenado desses materiais compactados. Em especial na interface entre materiais com diferentes permeabilidades e curvas características.
- Realização de análises acopladas com modelos numéricos capazes de representar o comportamento drenado e não drenado de materiais frágeis com uma calibração única, como o CASM, por exemplo.
- Simular a construção da pilha de forma acoplada, considerando a interação solo-atmosfera, para verificação tanto do balanço hídrico quanto da geração de excessos de poropressão construtivos.
- Simulações tridimensionais de infiltração em pilhas de rejeito, considerando a geometria real das bermas, taludes e drenagens, buscando avaliar o impacto espacial das estruturas de

drenagem no escoamento superficial e na redistribuição interna de umidade.

- Estudos sobre o desempenho hidráulico de camadas de proteção dos rejeitos e cobertura vegetal, frequentemente utilizadas em fechamento de pilhas, avaliando seu papel na redução da infiltração ao longo do tempo e seu impacto na geração de poropressão e estabilidade.
- Estudos e monitoramentos que possibilitem a aferição do regime de infiltração nas pilhas de rejeitos, buscando calibrar as metodologias adotadas no dimensionamento dos sistemas de drenagem.

7 REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2011). ASTM D7181: Standard Test Method for Consolidated Drained Triaxial Compression Test for Soils. West Conshohocken, PA, USA.

AMERICAN SOCIETY FOR TESTING AND MATERIALS (2018). ASTM D4767: Standard Test Method for Consolidated Undrained Triaxial Compression Test for Cohesive Soils. West Conshohocken, PA, USA.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2016). NBR 7180: Solo - Determinação do limite de plasticidade. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2016). NBR 7185: Solo - Determinação da massa específica aparente, in situ, com emprego do frasco de areia. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2017). NBR 6458: Grãos de pedregulho retidos na peneira de abertura 4,8 mm - Determinação da massa específica, da massa específica aparente e da absorção de água. São Paulo.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2017). NBR 6459: Solos - Determinação do limite de liquidez. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2018). NBR 7181: Solo - Análise granulométrica. São Paulo.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2020). NBR 16843: Solo - Determinação do índice de vazios mínimo de solos não coesivos. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS (2020). NBR 6457: Solos - Preparação de amostras para ensaios de compactação, caracterização e determinação do teor de umidade. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2020). NBR 7182: Solo - Ensaio de compactação. Rio de Janeiro.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. (2021). NBR 16840: Solo - Determinação do índice de vazios máximo de solos não coesivos. Rio de Janeiro.

ARYA, L.M., PARIS, J.F. (1981). A physico-empirical model to predict the soil moisture –

Characteristic from particle size distribution and bulk density data. Soil Science Society of America Journal, 45: 1023–1030.

AUBERTIN, M., RICARD, J.-F., CHAPUIS, R.P. (1998). A predictive model for the water retention curve: application to tailings from hard-rock mines. Canadian Geotechnical Journal, 35: 55–69. [Erratum, 36: 401 (1999)]

AUBERTIN, M. et al. (2003). A model to predict the water retention curve from basic geotechnical properties. Canadian Geotechnical Journal, v. 40, n. 6, p. 1104-1122.

ALONSO, E.E., GENS, A. & JOSA, A. (1990). A constitutive model for partly saturated soil. Géotechnique, 40 (3): 405-430.

BEEN, K.; JEFFERIES, M. G. (1985). A state parameter for sands. Géotechnique, v. 35, n. 2, p. 99-112.

BHP & Rio Tinto – Tailings Management Consortium. (2024). Filtered Stacked Tailings – A Guide for Study Managers. 132 p.

BIOT, M. A. (1941). General theory of three-dimensional consolidation. Journal of applied physics, v. 12, n. 2, p. 155-164.

BISHOP, A. W. (1954). The use of pore-pressure coefficients in practice. Geotechnique, v. 4, n. 4, p. 148-152.

BISHOP, A. W. (1971). The influence of progressive failure on the choice of the method of stability analysis. Geotechnique, v. 21, n. 2, p. 168-172.

BRINKGREVE, R. BJ. (2005). Selection of soil models and parameters for geotechnical engineering application. In: Soil constitutive models: Evaluation, selection, and calibration. 69-98.

BOUSO ARAGONÉS, J. L.; RENNER BERRY, P. (2005). Application of dewatering screens in tailings filtration. In: Paste 2005: Proceedings of the International Seminar on Paste and Thickened Tailings. Australian Centre for Geomechanics. p. 147-162.

BURITICÁ, J. A. (2013). Análise de comportamento de barragens construídas com núcleos argilosos compactados no ramo super úmido. Dissertação de Mestrado. Universidade de Brasília, Brasília, DF.

CASAGRANDE, A. (1936). Characteristics of cohesionless soils affecting the stability of Earth fills. *Journal of Boston Society of Civil Engineers*, 23, 257-276.

CASAGRANDE, A. (1975). Liquefaction and cyclic deformation of sands-a critical review. *Harvard Soil Mechanics Series*, Harvard University, Cambridge, Massachusetts., n. 88.

CHAVES, A. P. (2004). Teoria e prática do tratamento de minérios.

COPOLA, G. A Política Nacional de Resíduos Sólidos: Lei federal nº 12.305, de 2 de agosto de 2010: os aterros sanitários de rejeitos e os municípios. *Fórum de Direito Urbano e Ambiental*, Belo Horizonte, v. 10, n. 58, jul./ago. 2011. Disponível em: <<http://bdjur.stj.jus.br/dspace/handle/2011/41514>>. Acesso em: 14 set. 2023.

CORDÃO NETO, M. P. (2005). Análise hidro-mecânica de barragens de terra construídas com materiais colapsíveis. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF.

DAVIES, Michael. (2011). Filtered dry stacked tailings: the fundamentals. *Proceedings of Tailings and Mine Waste*.

DESAI, C. S.; SIRIWARDANE, H. J. (1984). Constitutive laws for engineering materials, with emphasis on geologic materials. (No Title).

DUNCAN, J. M.; CHANG, C.-Y. (1970). Nonlinear analysis of stress and strain in soils. *Journal of the soil mechanics and foundations division*, v. 96, n. 5, p. 1629-1653.

FARIA, A. O. (2022). Avaliação comparativa de modelos constitutivos para um rejeito de minério de ferro do quadrilátero ferrífero. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG. 125 p.

FARIAS, M. M. de; CORDÃO-NETO, M. P. (2010). Advanced numerical simulation of collapsible earth dams. *Canadian geotechnical journal*, v. 47, n. 12, p. 1351-1364.

FREDLUND, D. G.; MORGENSTERN, N. R. (1977). Stress state variables for unsaturated soils. *Journal of the geotechnical engineering division*, v. 103, n. 5, p. 447-466.

FREDLUND, D. G.; RAHARDJO, H. (1993). *Soil mechanics for unsaturated soils*. John Wiley & Sons.

FREDLUND, D. G.; XING, A. (1994) Equations for the soil-water characteristic

curve. Canadian geotechnical journal, v. 31, n. 4, p. 521-532.

FREDLUND, M. D.; TRAN, D.; FREDLUND, D. G. (2016). Methodologies for the calculation of actual evaporation in geotechnical engineering. International journal of geomechanics, v. 16, n. 6, p. D4016014.

FREDLUND, M. D.; WILSON, G. W.; FREDLUND, D. G. (2002). Use of the grain-size distribution for estimation of the soil-water characteristic curve. Canadian Geotechnical Journal, v. 39, n. 5, p. 1103-1117.

GEOSLOPE International Ltd. (2021). Heat and mass transfer modeling with GeoStudio 2021. Calgary, Alberta, Canada.

GEOSLOPE International Ltd. (2022). Stress-strain modeling with GeoStudio. Calgary, Alberta, Canada.

GUIMARÃES, Nilton Caixeta. (2011). Filtragem de rejeitos de minério de ferro visando a sua disposição em pilhas. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Minas Gerais.

IBRAM. Infográfico - Mineração em números – 2022. Disponível em: < <https://ibram.org.br/publicacoes/page/2/#publication> > Acessado em 07/11/2023.

ISHIHARA, K. et al. (2001). Recent studies on liquefaction resistance of sand—effect of saturation. 4th Int. Conf. on Recent Advances in Geotech. Earthquake Eng. and Soil Dynamics.

JANBU, N. (1963). Soil compressibility as determined by oedometer and triaxial tests. In: Proc. European Conf. SMFE, Wiesbaden. p. 19-25.

JEFFERIES, M. G. (1993). Nor-Sand: a simple critical state model for sand. Géotechnique, v. 43, n. 1, p. 91-103.

JEFFERIES, M. G.; SHUTTLE, D. A. (2002). Dilatancy in general Cambridge-type models. Géotechnique, v. 52, n. 9, p. 625-638.

JEFFERIES, M. G.; SHUTTLE, D. A. (2005). NorSand: Features, calibration and use. In: Soil constitutive models: evaluation, selection, and calibration. p. 204-236.

JEFFERIES, M.; SHUTTLE, D. (2011). On the operating critical friction ratio in general stress states. Géotechnique, v. 61, n. 8, p. 709-713.

JEFFERIES, M.; BEEN, K. (2016) Soil liquefaction: a critical state approach. CRC press.

KONDNER, R. L. (1963). Hyperbolic stress-strain response: cohesive soils. *Journal of the Soil Mechanics and Foundations Division*, v. 89, n. 1, p. 115-143.

KOVÁCS, G. (1981). Seepage hydraulics. Elsevier Science Publishers, Amsterdam.

LADD, R. S. (1978). Preparing test specimens using undercompaction. *Geotechnical testing journal*, v. 1, n. 1, p. 16-23.

LADE, P. V. (2005). Overview of constitutive models for soils. In: *Soil constitutive models: Evaluation, selection, and calibration*. p. 1-34.

LAMBE, T. W., and Whitman, R. V. (1969). *Soil mechanics*. John Wiley and Sons, Inc., New York, N.Y.

LIU, H. et al. (2024). Considerations for using critical state soil mechanics based constitutive models for capturing static liquefaction failure of tailings dams. *Computers and Geotechnics*, v. 167, p. 106089.

LUPO, J.; HALL, J. (2010) Dry stack tailings—design considerations. In: *Proceedings Fourteenth International Conference on Tailings and Mine Waste*, Vail, Colorado, USA, AA Balkema, The Netherlands. p. 327-334.

MAYNE, P. (2019). Critical-state soil mechanics for dummies. Disponível em: chrome-extension://efaidnbmnnnibpcajpcglclefindmkaj/https://geotechnical-library.geotill.com/CSSM-for-Dummies-by-Paul-Mayne.pdf. Acesso em: 10 jul. 2024.

MEND – Mine environment neutral drainage Project. (2017) MEND Report 2.50.1 Study of Tailings Management Technologies. Klohn Crippen Berger. The Mining Association of Canada (MAC), Canadá.

MEDICUS, G. (2021). Animating Soil Models – Visualizations as open education tool for soil constitutive modeling. *Soil Models – Hub for Geotechnical Professionals*. Disponível em: https://soilmodels.com/wp-content/uploads/2020/12/MC_3D_all.pdf. Acesso em: 21 out. 2024.

MITCHELL, J. K. et al. (2005). *Fundamentals of soil behavior*. New York: John Wiley & Sons.

NAYLOR, D. J. (1974). Stresses in nearly incompressible materials by finite elements with application to the calculation of excess pore pressures. *international journal for numerical methods in engineering*, v. 8, n. 3, p. 443-460.

NEVES, E. M. (2016). *Mecânica dos estados críticos: solos saturados e não saturados*. ISTPress-Loja IST: Lisboa, Portugal, p. 978-9898481481, 2016.

NEVES, E. M.; CALDEIRA, L. (2018) *As equações constitutivas na modelação geotécnica*.

PENNMANN, H.L. (1948). Natural evaporation from open water, bare soil, and grass. *Proceedings of the Royal Society of London, Series A: Mathematical and Physical Sciences*, 193: 120-145.

POULOS, H. G.; DAVIS, E. H. (1974). Elastic solutions for soil and rock mechanics. (No Title).

PREVOST, J. H.; POPESCU, R. (1996). Constitutive relations for soil materials. *Electronic journal of geotechnical engineering*, v. 1, p. 1-45.

ROBERTSON, P. K. et al. (2017). Characterization of unsaturated mine waste: a case history. *Canadian Geotechnical Journal*, v. 54, n. 12, p. 1752-1761.

RÓGENES, E.; PAES, I. T.; DELGADO, B. G.; BITTAR, R. J.; GOMES, A. S.; CIRONE, A.; NETO, A. H. F.; & RASMUSSEN, L. L. (2025). Assessing Static Liquefaction Triggers in Tailings Dams Using the Critical State Constitutive Models CASM and NorSand. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, v. 49, n. 4, p. 1092-1112.

ROSCOE, K. H. (1970). The influence of strains in soil mechanics. *Geotechnique*, v. 20, n. 2, p. 129-170.

ROWE, Peter W. (1962). The stress-dilatancy relation for static equilibrium of an assembly of particles in contact. *Proceedings of the Royal Society of London. Series A. Mathematical and Physical Sciences*, v. 269, n. 1339, p. 500-527.

SCHANZ, T.; VERMEER, P. A.; BONNIER, P. G. (2019). The hardening soil model: Formulation and verification. In: *Beyond 2000 in computational geotechnics*. Routledge. p. 281-296.

SCHOFIELD, A. N.; WROTH, P. (1968). *Critical state soil mechanics*. London: McGraw-hill.

SHUTTLE, D.; JEFFERIES, M. (2010). Norsand: description, calibration, validation and applications. In: Geo-Frontiers Conference 2005: Soil Constitutive Models: Evaluation, Selection, and Calibration. p. 1-31.

SILVA, J. P. de S. (2022). Comportamento mecânico de rejeitos de mineração de ferro sob a ótica dos estados críticos. Tese de Doutorado. Universidade de Brasília.

SOUZA, W. A. R.; ASSIS, A. P. (2022). Avaliação da Poropressão e Deslocamentos em Pilhas de Rejeito Filtrado e Co-disposição devido a Ateamentos Sucessivos – Congresso Brasileiro de Mecânica dos Solos e Engenharia Geotécnica.

ŚWIDZIŃSKI, Waldemar; SMYCZYŃSKI, Marcin. (2022). Modelling of static liquefaction of partially saturated non-cohesive soils. Applied Sciences, v. 12, n. 4, p. 2076.

TERZAGHI, K.; PECK, R. B.; MESRI, G. (1996). Soil mechanics in engineering practice. John wiley & sons.

TI, K. S. et al. (2009). A review of basic soil constitutive models for geotechnical application. Electronic Journal of Geotechnical Engineering, v. 14, p. 1-18, 2009.

ULRICH, B.; COFFIN, J. (2013). Considerations for tailings facility design and operation using filtered tailings. In: Paste 2013: Proceedings of the 16th International Seminar on Paste and Thickened Tailings. Australian Centre for Geomechanics. p. 201-210.

VAN GENUCHTEN, M. Th. (1980). A closed-form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils. Soil science society of America journal, v. 44, n. 5, p. 892-898.

VARGAS, C. C.; CAMPOMANES, P. G. (2022). Practical experience of filtered tailings technology in Chile and Peru: an environmentally friendly solution. Minerals, v. 12, n. 7, p. 889.

VENTURIN, A. M. (2022). Análise de percolação em uma pilha de rejeito filtrado. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Viçosa, Viçosa, MG. 106 p.

VERDUGO, R.; ISHIHARA, K. (1996). The steady state of sandy soils. Soils and foundations, v. 36, n. 2, p. 81-91.

VERECKEN, H., MAES, J., FEYEN, J., and DARIUS, P. (1989). Estimating the soil moisture retention characteristic from texture, bulk density, and carbon content. Soil Science, 148(6): 389–403.

WANG, Y.; VO, T.; RUSSELL, A. R. (2023). Modelling unsaturated silty tailings and the conditions required for static liquefaction. *Géotechnique*, p. 1-13.

WILLIAMS, D. J. (2009). The influence of climate on seepage from mine waste storages during deposition and post-closure. *In: FOURTH INTERNATIONAL CONFERENCE ON MINE CLOSURE*, 2009, Perth. Proceedings [...]. Perth: Australian Centre for Geomechanics. p. 541–550.

WILSON, G.W., FREDLUND, D.G. and BARBOUR, S.L. (1997). The effect of soil suction on evaporative fluxes from soil surfaces. *Canadian Geotechnical Journal*, 34: 145-155.

WOLFF, A. P. (2009). Caracterização de rejeitos de minério de ferro de minas da Vale. Dissertação de Mestrado. Universidade Federal de Ouro Preto, Ouro Preto, MG.

WOOD, David Muir. (1990). Soil behaviour and critical state soil mechanics. Cambridge university press.

WOOD, D. M. (2017) Geotechnical modelling. CRC press, 2017.

WROTH, C. P.; HOULSBY, G. T. (1985). Soil mechanics-property characterization and analysis procedures.

YANG, J.; SAVIDIS, S.; ROEMER, M. (2004). Evaluating liquefaction strength of partially saturated sand. *Journal of Geotechnical and Geoenvironmental Engineering*, v. 130, n. 9, p. 975-979.

YANG, K.-H. et al. (2017). Coupled hydro-mechanical analysis of two unstable unsaturated slopes subject to rainfall infiltration. *Engineering Geology*, v. 216, p. 13-30.

YU, H.-S. (1998) CASM: A unified state parameter model for clay and sand. *International journal for numerical and analytical methods in geomechanics*, v. 22, n. 8, p. 621-653.