

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DE LAJES COGUMELO DE  
CONCRETO ARMADO COM PILARES RETANGULARES**

**ENG. CIVIL DÊNIO RAMAM CARVALHO DE OLIVEIRA**

**ORIENTADOR: GUILHERME SALES S. DE A. MELO**

**TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS**

**PUBLICAÇÃO: E.TD – 001A/2003**

**BRASÍLIA – DF**  
**AGOSTO DE 2003**

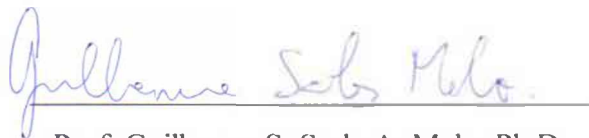
**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA**  
**FACULDADE DE TECNOLOGIA**  
**DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ANÁLISE EXPERIMENTAL DE LAJES COGUMELO DE**  
**CONCRETO ARMADO COM PILARES RETANGULARES**

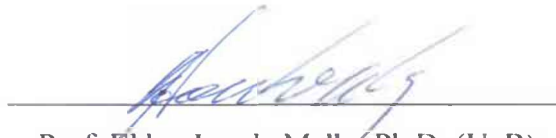
**ENG. CIVIL DÊNIO RAMAM CARVALHO DE OLIVEIRA**

TESE DE DOUTORADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR.

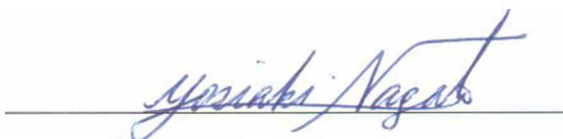
APROVADA POR:



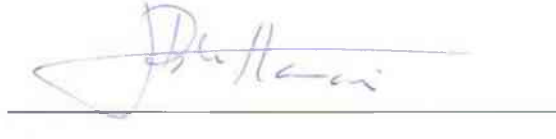
Prof. Guilherme S. S. de A. Melo, Ph.D.  
(UnB)  
(Orientador)



Prof. Eldon Londe Mello, Ph.D. (UnB)  
(Examinador Interno)



Prof. Yosiaki Nagato, D.Sc. (UnB)  
(Examinador Interno)



Prof. João Bento de Hanai, D.Sc. (EESC / USP)  
(Examinador Externo)



Kristiane M. Accetti Holanda, D.Sc. (CNPq)  
(Examinadora Externa)



Prof. Ronaldo Barros Gomes, Ph.D. (UFG)  
(Examinador Externo)

Brasília / DF, 08 de Agosto de 2003.

## FICHA CATALOGRÁFICA

OLIVEIRA, DÊNIO RAMAM CARVALHO DE

Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares [Distrito Federal] 2003

xxiv, 214 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas, 2003)

Tese de Doutorado - Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental

1. Concreto Armado

2. Laje Cogumelo

3. Puncionamento

4. Pilar Retangular

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OLIVEIRA, D. R. C. (2003). Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares. Tese de Doutorado, Publicação E.TD – 001A/2003, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 214 p.

## CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

TÍTULO DA TESE DE DOUTORADO: Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Pilares Retangulares

GRAU / ANO: Doutor / 2003

É concedida à Universidade de Brasília a permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta tese de doutorado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.



Dênio Ramam Carvalho de Oliveira

Rua Diogo Mória, Número 1149,

Ed. Topázio, Apto. 100

Umarizal

Belém/PA – Brasil

66055-170

dramam@hotmail.com

**A DEUS**

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor Guilherme Sales S. de A. Melo, pela consciente orientação, incentivo, preocupação e apoio constantes.

Ao Professor Paul Regan, pelo interesse e preciosa orientação durante o período em Londres.

Aos técnicos Leonardo e Divino (Laboratório de Estruturas), Severino e Xavier (Laboratório de Ensaio de Materiais), pela valiosa colaboração na realização dos ensaios e, conseqüentemente, deste trabalho. Aos técnicos do Laboratório de Engenharia Mecânica pelos serviços prestados e pela compreensão.

Ao amigo Erinaldo Sales pelo apoio e fornecimento de diversas peças metálicas fundamentais para a montagem do sistema de ensaio utilizado.

Aos meus pais, especialmente à minha mãe, sem a qual não seria possível alcançar mais este objetivo em minha vida.

À minha esposa Anna Oliveira, pelo apoio e principalmente pela compreensão das dificuldades impostas pela condição de estudante.

Aos meus irmãos Cristina e Davis, pela preocupação e carinho.

À CAPES e ao CNPq, pelo suporte financeiro.

Ao Imperial College, por viabilizar a etapa do trabalho no exterior.

Ao estudante brasileiro, pelas conquistas e por ainda contribuir para o desenvolvimento cultural, científico e tecnológico deste país.

## RESUMO

São analisadas experimentalmente 15 (quinze) lajes cogumelo de concreto armado com concreto de alta resistência ( $f_c'$  entre 54 e 67 MPa) submetidas a punção simétrica, com o objetivo de se investigar a influência do índice de retangularidade do pilar, que variou de 1 a 5, na resistência última das lajes. As lajes possuíam dimensões de 1680 x 2280 x 130 mm e as principais variáveis foram o aumento do maior lado do pilar e a posição do carregamento. Para cada índice de retangularidade as lajes foram carregadas nos dois menores bordos opostos, nos dois maiores e finalmente nos quatro bordos.

São apresentados e analisados os resultados das cargas últimas, superfícies e modos de ruptura, fissuração, flechas, deformações do concreto e da armadura de flexão. São também apresentadas comparações com outros resultados da literatura, bem como com as cargas de ruptura estimadas por diversas normas, entre elas a norma brasileira NB1/03 para estruturas de concreto armado, que não considera os efeitos do índice de retangularidade e o comportamento das lajes à flexão.

Os resultados indicam que o aumento do índice de retangularidade favorece o fenômeno da polarização das forças cortantes, que tendem a se concentrar principalmente em torno das extremidades dos pilares. Foi observado que, dependendo do grau de polarização e da intensidade destas forças, pode-se obter diferentes cargas e configurações para as superfícies de ruptura, sugerindo que o combate ao punção pode ser mais efetivo em regiões próximas das extremidades dos pilares.

O Método dos Elementos Finitos foi usado em simulações computacionais e os resultados foram utilizados para melhorar as estimativas da norma MC90. É apresentado um método para considerar o comportamento das lajes à flexão nas estimativas de resistência ao punção. O método proposto forneceu resultados significativamente melhores que aqueles estimados pela MC90, eliminando a tendência normativa de superestimar a resistência das lajes. Também são apresentadas três alternativas para situações onde o punção

ocorre precocemente devido à proximidade de uma ruptura por flexão e forneceram resultados satisfatórios para as lajes analisadas.

**PALAVRAS-CHAVES:** Concreto armado, laje cogumelo, puncionamento, pilar retangular.

## ABSTRACT

Fifteen reinforced concrete flat slabs were tested using high strength concrete ( $f_c'$  between 54 and 67 MPa). The slabs were submitted to symmetric punching, with the objective of investigating the influence of the rectangularity rate of the columns ranging from 1 to 5 on the ultimate resistance of the slabs. The slab's dimensions were 1680 x 2280 x 130 mm and the main variables were the increasing of the long side of the column and the load position. For each rectangularity rate the slabs were loaded at the two opposite small edges, two opposite large edges and finally at the four edges.

The results for ultimate loads, failure surface and failure mode, cracks, concrete and reinforcement deflections are presented. Comparisons with other results found in the literature and failure loads estimated by several codes are presented including the Brazilian Code NB1/03 for reinforced concrete structures which not consider the rectangularity rate effects and the overall flexural behaviour of the slabs.

The results indicate that the rectangularity rate increase corroborates the polarization phenomena of the shear forces that mainly tend to concentrate around the column's ends. It was observed that depending on the polarization degree and the intensity of these forces different loads and failure modes can occur suggesting that the shear combat might be more effective at the areas near the column's ends.

The Finite Element Method was applied in the computational simulations and the results were used to improve the MC90 code's estimates. A method to consider the slab's overall flexural behaviour in the punching resistance predictions is presented. The proposed method has given results significantly better than those estimated by the MC90 code eliminating the code trend to over estimate the resistance of the slabs. Three alternatives are also presented for situations where the punching failures occur soon due to flexural failure load proximity and have given satisfactory results for the analysed slabs.

**KEYWORDS:** Reinforced concrete, flat slab, punching, rectangular column.



# SUMÁRIO

<b>Capítulo</b>	<b>Página</b>
<b>1 – INTRODUÇÃO</b>	<b>1</b>
1.1 – OBJETIVO	3
1.2 – APRESENTAÇÃO DO TRABALHO	3
<b>2 – RESISTÊNCIA AO PUNÇONAMENTO</b>	<b>6</b>
2.1 – TRABALHOS REALIZADOS	6
2.2 – EXPRESSÕES EMPÍRICAS NORMATIVAS	27
2.2.1 – Considerações iniciais	27
2.2.2 – ACI 318/02	28
2.2.3 – BS 8110	30
2.2.4 – CEB-FIP Model Code 1990, MC90	31
2.2.5 – EUROCODE 2, EC2	33
2.2.6 – NBR 6118/78, NB1/78	35
2.2.7 – NBR 6118/03, NB1/03	37
2.3 – ANÁLISE DOS MÉTODOS APRESENTADOS	38
<b>3 – PROGRAMA EXPERIMENTAL E MATERIAIS</b>	<b>44</b>
3.1 – LAJES	45
3.1.1 – Detalhes das lajes	45
3.1.1.1 – Armadura de flexão	47
3.1.2 – Instrumentação	49
3.1.2.1 – Concreto	50
3.1.2.2 – Armadura de flexão	51
3.1.3 – Sistema de ensaio	53
3.1.3.1 – Processo de carregamento	54
3.1.4 – Cargas últimas de flexão	57
3.1.4.1 – Critério para os modos de ruptura	59

3.2 – CONCRETO	60
3.2.1 – Composição do concreto	60
3.2.2 – Cura	61
3.2.3 – Resistência à compressão	61
3.2.4 – Resistência à tração	61
3.2.5 – Módulo de elasticidade	63
3.3 – AÇO	64
3.3.1 – Armadura de flexão	64
<b>4 – RESULTADOS EXPERIMENTAIS</b>	<b>67</b>
4.1 – FLECHAS DAS LAJES	67
4.2 – DEFORMAÇÕES DO CONCRETO	76
4.3 – DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE FLEXÃO	82
4.4 – MAPAS DE FISSURAÇÃO	88
4.5 – CARGAS ÚLTIMAS OBSERVADAS	105
4.5.1 – Modos de ruptura observados	105
<b>5 – ANÁLISE NUMÉRICA E ESTIMATIVAS DAS NORMAS</b>	<b>116</b>
5.1 – APRESENTAÇÃO DOS MODELOS	116
5.2 – RESULTADOS DA ANÁLISE ELÁSTICA	120
5.2.1 – Cisalhamento	120
5.2.2 – Flechas	129
5.3 – RESISTÊNCIA ESTIMADA PELAS NORMAS	142
<b>6 – PROPOSTA PARA TRATAMENTO DE PILARES RETANGULARES</b>	<b>148</b>
6.1 – FATORES DE FLEXÃO ( $\lambda$ )	148
6.2 – ANÁLISE DOS RESULTADOS	153
<b>7 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>171</b>
7.1 – CONCLUSÕES	171
7.1.1 – Programa experimental	171
7.1.1.1 – Lajes	171

7.1.1.2 – Sistema de ensaio	171
7.1.1.3 – Flechas das lajes	172
7.1.1.4 – Deformações do concreto	172
7.1.1.5 – Deformações da armadura de flexão	172
7.1.1.6 – Mapas de fissuração	173
7.1.1.7 – Cargas últimas observadas	173
7.1.1.8 – Modos de ruptura observados	174
7.1.2 – Análise numérica	174
7.1.3 – Normas analisadas	175
7.1.4 – Resistência ao puncionamento	176
7.1.5 – Proposta para tratamento de pilares retangulares	177
7.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	178
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>180</b>
<b>A – REGISTRO DE LEITURAS</b>	<b>183</b>
A.1 – FLECHAS	183
A.2 – DEFORMAÇÕES DO CONCRETO E DA ARMADURA DE FLEXÃO	192
A.3 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO	198
<b>B – ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA</b>	<b>205</b>
B.1 – APLICAÇÃO DA TEORIA DAS LINHAS DE RUPTURA	205
B.2 – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA ANÁLISE PROPOSTA POR REGAN E REZAI-JORABI (1988)	207
B.3 – RESISTÊNCIA ESTIMADA PELAS NORMAS ANALISADAS	209
B.3.1 – Exemplos de aplicação das expressões normativas	209
B.3.1.1 – ACI 318/02	209
B.3.1.2 – BS 8110/97	209
B.3.1.3 – CEB-MC90/93	210
B.3.1.4 – EC2/92	210
B.3.1.5 – NB1/78	211
B.3.1.6 – NB1/03	211

## LISTA DE TABELAS

<b>Tabela</b>	<b>Página</b>
Tabela 2.1 – Características das lajes 10, 11 e 12 de Forssell e Holmberg (1946)	7
Tabela 2.2 – Lajes ensaiadas por Hawkins <i>et al.</i> (1971) e propriedades dos materiais	12
Tabela 2.3 – Resultados experimentais obtidos por Hawkins <i>et al.</i> (1971)	13
Tabela 2.4 – Comparação entre as flechas máximas experimentais e teóricas das lajes 1 e 3 de Hawkins <i>et al.</i> (1971)	14
Tabela 2.5 – Lajes puncionadas ensaiadas com um pilar por Regan e Rezai-Jorabi (1988)	20
Tabela 2.6 – Lajes ensaiadas por K. K. Leong e S. Teng (2000) e propriedades dos materiais	23
Tabela 2.7 – Comparação dos resultados estimados com os observados por K. K. Leong e S. Teng (2000) e por outros autores	25
Tabela 2.8 – Características das lajes ensaiadas por Al-Yousif e Regan (2003)	26
Tabela 2.9 – Relação entre as resistências observadas por Leong <i>et al.</i> (2000), Hawkins <i>et al.</i> (1971) e as estimadas pelas normas	41
Tabela 3.1 – Características das lajes ensaiadas	46
Tabela 3.2 – Quantidade de material empregado por m <sup>3</sup> de concreto	60
Tabela 3.3 – Resistência à compressão e à tração do concreto	62
Tabela 3.4 – Resultados obtidos para o módulo de elasticidade do concreto	64
Tabela 3.5 – Identificação dos aços da Figura 3.14 e suas utilizações nas lajes	66
Tabela 3.6 – Propriedades mecânicas dos aços utilizados nas lajes	66
Tabela 4.1 – Flechas máximas das lajes ensaiadas	73
Tabela 4.2 – Deformações máximas observadas nas armaduras de flexão	88
Tabela 4.3 – Registro do surgimento das primeiras fissuras	89
Tabela 4.4 – Modos de ruptura observados	106

Tabela 4.5 – Ângulos de inclinação das superfícies de ruptura das lajes ensaiadas	114
Tabela 5.1 – Flechas teóricas para as cargas de ruptura das lajes ensaiadas	130
Tabela 5.2 – Flechas experimentais na última etapa de medição	131
Tabela 5.3 – Comparação entre as flechas teóricas e experimentais máximas	131
Tabela 5.4 – Comparação entre os resultados experimentais e os estimados pelas normas	143
Tabela 5.5 – Resultados fornecidos pela MC90 e pela análise elástica	146
Tabela 5.6 – Estimativas da MC90 corrigidas através da análise elástica	147
Tabela 6.1 – Forças cortantes máximas das lajes quadradas analisadas	150
Tabela 6.2 – Fatores de flexão propostos	152
Tabela 6.3 – Resultados experimentais obtidos na literatura	153
Tabela 6.3 (Cont.) – Resultados experimentais obtidos na literatura	154
Tabela 6.3 (Cont.) – Resultados experimentais obtidos na literatura	155
Tabela 6.4 – Comparação dos resultados da Tabela 6.3 com os estimados	156
Tabela 6.4 (Cont.) – Comparação dos resultados da Tabela 6.3 com os estimados	157
Tabela 6.4 (Cont.) – Comparação dos resultados da Tabela 6.3 com os estimados	158
Tabela 6.5 – Resumo da comparação dos resultados experimentais com os estimados	160
Tabela 6.6 – Resultados obtidos para as lajes “a”	170
Tabela A.1 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L1a	184
Tabela A.2 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L1a	184
Tabela A.3 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L1b	184
Tabela A.4 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L1b	184
Tabela A.5 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L1c	185
Tabela A.6 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L1c	185
Tabela A.7 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L2a	185
Tabela A.8 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L2a	185
Tabela A.9 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L2b	186
Tabela A.10 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L2b	186

Tabela A.11 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L2c	186
Tabela A.12 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L2c	186
Tabela A.13 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L3a	187
Tabela A.14 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L3a	187
Tabela A.15 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L3b	187
Tabela A.16 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L3b	187
Tabela A.17 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L3c	188
Tabela A.18 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L3c	188
Tabela A.19 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L4a	188
Tabela A.20 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L4a	188
Tabela A.21 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L4b	189
Tabela A.22 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L4b	189
Tabela A.23 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L4c	189
Tabela A.24 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L4c	189
Tabela A.25 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L5a	190
Tabela A.26 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L5a	190
Tabela A.27 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L5b	190
Tabela A.28 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L5b	190
Tabela A.29 – Flechas registradas na direção $x$ da laje L5c	191
Tabela A.30 – Flechas registradas na direção $y$ da laje L5c	191
Tabela A.31 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L1a	194
Tabela A.32 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L1b	194
Tabela A.33 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L1c	194
Tabela A.34 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L2a	194
Tabela A.35 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L2b	195
Tabela A.36 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L2c	195
Tabela A.37 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L3a	195
Tabela A.38 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L3b	195
Tabela A.39 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L3c	196
Tabela A.40 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L4a	196
Tabela A.41 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L4b	196
Tabela A.42 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L4c	196

Tabela A.43 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L5a	197
Tabela A.44 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L5b	197
Tabela A.45 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L5c	197
Tabela A.46 – Resistência à compressão	198
Tabela A.47 – Resistência à tração	199
Tabela A.48 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L1a	200
Tabela A.49 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L1b	200
Tabela A.50 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L1c	200
Tabela A.51 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L2a	201
Tabela A.52 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L2b	201
Tabela A.53 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L2c	201
Tabela A.54 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L3a	202
Tabela A.55 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L3b	202
Tabela A.56 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L3c	202
Tabela A.57 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L4a	203
Tabela A.58 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L4b	203
Tabela A.59 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L4c	203
Tabela A.60 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L5a	204
Tabela A.61 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L5b	204
Tabela A.62 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L5c	204
Tabela B.1 – Estimativas de resistência para as lajes apresentadas	212
Tabela B.1 (Cont.) – Estimativas de resistência para as lajes apresentadas	213
Tabela B.1 (Cont.) – Estimativas de resistência para as lajes apresentadas	214

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
Figura 1.1 – Esquema e principais parâmetros da ligação laje cogumelo-pilar retangular	2
Figura 2.1 – Detalhes das lajes 10, 11 e 12 de Forsell e Holmberg (1946)	7
Figura 2.2 – Detalhes das lajes ensaiadas por Hawkins <i>et al.</i> (1971)	11
Figura 2.3 – Posição dos deflectômetros D4 e D8 nas lajes de Hawkins <i>et al.</i> (1971)	13
Figura 2.4 – Flechas experimentais e teóricas das lajes 1 e 3 de Hawkins <i>et al.</i> (1971)	14
Figura 2.5 – Flechas experimentais observadas por Hawkins <i>et al.</i> (1971)	15
Figura 2.6 – Comparação entre os resultados obtidos nos ensaios de Hawkins <i>et al.</i> (1971) e os estimados pelas equações 2.3 e 2.4	17
Figura 2.7 – Tendência dos resultados de Hawkins <i>et al.</i> (1971)	18
Figura 2.8 – Laje padrão ensaiada por Vanderbilt (1972) e instrumentação dos pilares	19
Figura 2.9 – Lajes ensaiadas por Regan e Rezai-Jorabi (1988)	20
Figura 2.10 – Modelos abordados na proposta de Regan e Rezai-Jorabi (1988)	21
Figura 2.11 – Características das lajes ensaiadas por K. K. Leong e S. Teng (2000)	22
Figura 2.12 – Perímetro crítico proposto por K. K. Leong e S. Teng (2000)	24
Figura 2.13 – Lajes ensaiadas por Al-Yousif e Regan (2003)	26
Figura 2.14 – Perímetro de controle de acordo com a norma ACI 318/02	29
Figura 2.15 – Perímetro de controle de acordo com a norma BS 8110	31
Figura 2.16 – Perímetro de controle adotado pela norma MC78	32
Figura 2.17 – Perímetros de controle de acordo com a norma MC90	33
Figura 2.18 – Cone de ruptura de acordo com a norma EC2/92	34
Figura 2.19 – Perímetros de controle recomendados pela norma EC2/92	35
Figura 2.20 – Perímetros de controle recomendados pela norma NB1/78	36



Figura 2.21 – Perímetros de controle de acordo com a norma NB1/03	37
Figura 2.22 – Comparação entre alguns métodos e normas apresentadas	39
Figura 2.23 – Comparação entre os resultados observados por Leong <i>et al.</i> (2000), Hawkins <i>et al.</i> (1971) e os estimados pelas normas	42
Figura 3.1 – Representação das lajes	44
Figura 3.2 – Posição do carregamento nas lajes	46
Figura 3.3a – Armadura superior e grampos de ancoragem	48
Figura 3.3b – Armadura superior posicionada nas formas	48
Figura 3.4a – Exemplo do posicionamento dos deflectômetros	49
Figura 3.4b – Posição dos deflectômetros nas lajes	50
Figura 3.5 – Posição dos extensômetros na superfície do concreto	51
Figura 3.6 – Detalhe das barras monitoradas da armadura de flexão	52
Figura 3.7 – Posição dos extensômetros na armadura superior	53
Figura 3.8 – Detalhes do sistema de ensaio e aplicação do carregamento	55
Figura 3.9a – Sistema de ensaio	56
Figura 3.9b – Posicionamento dos cilindros hidráulicos	56
Figura 3.10 – Simplificação para distribuição de tensões de acordo com a MC90	57
Figura 3.11 – Distribuição das linhas de ruptura para as lajes ensaiadas	58
Figura 3.12 – Moldagem dos corpos de prova	62
Figura 3.13 – Determinação experimental do módulo de elasticidade do concreto	63
Figura 3.14 – Curvas tensão-deformação dos aços utilizados	65
Figura 4.1a – Flechas das lajes 1a, 1b e 1c nas direções $x$ e $y$	68
Figura 4.1b – Flechas das lajes 2a, 2b e 2c nas direções $x$ e $y$	69
Figura 4.1c – Flechas das lajes 3a, 3b e 3c nas direções $x$ e $y$	70
Figura 4.1d – Flechas das lajes 4a, 4b e 4c nas direções $x$ e $y$	71
Figura 4.1e – Flechas das lajes 5a, 5b e 5c nas direções $x$ e $y$	72
Figura 4.2a – Flechas das lajes com índice de retangularidade 1	73
Figura 4.2b – Flechas das lajes com índice de retangularidade 2	74
Figura 4.2c – Flechas das lajes com índice de retangularidade 3	74
Figura 4.2d – Flechas das lajes com índice de retangularidade 4	75

Figura 4.2e – Flechas das lajes com índice de retangularidade 5	75
Figura 4.3 – Situação da laje L3a após a ruptura	76
Figura 4.4a – Deformações do concreto nas lajes L1a, L1b e L1c	77
Figura 4.4b – Deformações do concreto nas lajes L2a, L2b e L2c	78
Figura 4.4c – Deformações do concreto nas lajes L3a, L3b e L3c	79
Figura 4.4d – Deformações do concreto nas lajes L4a, L4b e L4c	80
Figura 4.4e – Deformações do concreto nas lajes L5a, L5b e L5c	81
Figura 4.5a – Deformações das armaduras de flexão das lajes L1a, L1b, e L1c	83
Figura 4.5b – Deformações das armaduras de flexão das lajes L2a, L2b, e L2c	84
Figura 4.5c – Deformações das armaduras de flexão das lajes L3a, L3b, e L3c	85
Figura 4.5d – Deformações das armaduras de flexão das lajes L4a, L4b, e L4c	86
Figura 4.5e – Deformações das armaduras de flexão das lajes L5a, L5b, e L5c	87
Figura 4.6 – Mapa de fissuração da laje L1a	90
Figura 4.7 – Mapa de fissuração da laje L1b	91
Figura 4.8 – Mapa de fissuração da laje L1c	92
Figura 4.9 – Mapa de fissuração da laje L2a	93
Figura 4.10 – Mapa de fissuração da laje L2b	94
Figura 4.11 – Mapa de fissuração da laje L2c	95
Figura 4.12 – Mapa de fissuração da laje L3a	96
Figura 4.13 – Mapa de fissuração da laje L3b	97
Figura 4.14 – Mapa de fissuração da laje L3c	98
Figura 4.15 – Mapa de fissuração da laje L4a	99
Figura 4.16 – Mapa de fissuração da laje L4b	100
Figura 4.17 – Mapa de fissuração da laje L4c	101
Figura 4.18 – Mapa de fissuração da laje L5a	102
Figura 4.19 – Mapa de fissuração da laje L5b	103
Figura 4.20 – Mapa de fissuração da laje L5c	104
Figura 4.21 – Critério para determinação das inclinações das superfícies de ruptura	108
Figura 4.22 – Equipamento utilizado no corte das lajes	108
Figura 4.23 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L1a	109
Figura 4.24 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L1b	109
Figura 4.25 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L1c	109

Figura 4.26 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L2a	110
Figura 4.27 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L2b	110
Figura 4.28 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L2c	110
Figura 4.29 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L3a	111
Figura 4.30 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L3b	111
Figura 4.31 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L3c	111
Figura 4.32 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L4a	112
Figura 4.33 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L4b	112
Figura 4.34 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L4c	112
Figura 4.35 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L5a	113
Figura 4.36 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L5b	113
Figura 4.37 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L5c	113
Figura 4.38 – Superfícies de ruptura das lajes “a” e “b”	114
Figura 4.39 – Superfícies de ruptura das lajes “c”	115
Figura 4.40 – Eficiência teórica dos elementos das armaduras	115
Figura 5.1 – Geometria e carregamento dos modelos L1a, L3a e L5a	117
Figura 5.2 – Geometria e carregamento dos modelos L1b, L3b e L5b	118
Figura 5.3 – Geometria e carregamento dos modelos L1c, L3c e L5c	119
Figura 5.4 – Forças cortantes máximas na laje L1a	121
Figura 5.5 – Forças cortantes máximas na laje L3a	121
Figura 5.6 – Forças cortantes máximas na laje L5a	122
Figura 5.7 – Forças cortantes máximas na laje L1b	122
Figura 5.8 – Forças cortantes máximas na laje L3b (x 10 <sup>3</sup> )	123
Figura 5.9 – Forças cortantes máximas na laje L5b	123
Figura 5.10 – Forças cortantes máximas na laje L1c	124
Figura 5.11 – Forças cortantes máximas na laje L3c (x 10 <sup>3</sup> )	124
Figura 5.12 – Forças cortantes máximas na laje L5c (x 10 <sup>3</sup> )	125
Figura 5.13 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L1a	126
Figura 5.14 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L3a	126
Figura 5.15 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L5a	126
Figura 5.16 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L1b	127

Figura 5.17 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L3b	127
Figura 5.18 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L5b	127
Figura 5.19 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L1c	128
Figura 5.20 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L3c	128
Figura 5.21 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L5c	128
Figura 5.22 – Flechas teóricas e experimentais da laje L1a	132
Figura 5.23 – Flechas teóricas e experimentais da laje L2a	132
Figura 5.24 – Flechas teóricas e experimentais da laje L3a	132
Figura 5.25 – Flechas teóricas e experimentais da laje L4a	133
Figura 5.26 – Flechas teóricas e experimentais da laje L5a	133
Figura 5.27 – Flechas teóricas e experimentais da laje L1b	133
Figura 5.28 – Flechas teóricas e experimentais da laje L2b	134
Figura 5.29 – Flechas teóricas e experimentais da laje L3b	134
Figura 5.30 – Flechas teóricas e experimentais da laje L4b	134
Figura 5.31 – Flechas teóricas e experimentais da laje L5b	135
Figura 5.32 – Flechas teóricas e experimentais da laje L1c	135
Figura 5.33 – Flechas teóricas e experimentais da laje L2c	135
Figura 5.34 – Flechas teóricas e experimentais da laje L3c	136
Figura 5.35 – Flechas teóricas e experimentais da laje L4c	136
Figura 5.36 – Flechas teóricas e experimentais da laje L5c	136
Figura 5.37 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L1a	137
Figura 5.38 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L2a	137
Figura 5.39 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L3a	138
Figura 5.40 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L4a	138
Figura 5.41 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L5a	138
Figura 5.42 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L1b	139
Figura 5.43 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L2b	139
Figura 5.44 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L3b	139
Figura 5.45 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L4b	140
Figura 5.46 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L5b	140
Figura 5.47 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L1c	140
Figura 5.48 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L2c	141

Figura 5.49 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L3c	141
Figura 5.50 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje I4c	141
Figura 5.51 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje I.5c	142
Figura 5.52 – Resultados experimentais e estimados pelas normas	143
Figura 5.53 – Tendência dos resultados normativos para as lajes ensaiadas	144
Figura 6.1 – Lajes quadradas analisadas numericamente	149
Figura 6.2 – Proposta para classificação das lajes com pilares retangulares	150
Figura 6.3a – Índices de resistência estimados pela ACI, BS 8110 e MC90	161
Figura 6.3b – Índices de resistência estimadas pela EC2, NB1/78 e Proposta	162
Figura 6.4a – Tendência dos resultados estimados pela ACI, BS 8110, MC90 e Proposta	163
Figura 6.4b – Tendência dos resultados estimados pela EC2, NB1/78 e Proposta	164
Figura 6.5 – Curvas de resistência normativas para $c_{máx} = c_{mín}$	165
Figura 6.6 – Curvas de resistência alternativas para $c_{máx} = c_{mín}$	166
Figura 6.7 – Curvas de resistência normativas para $c_{máx} = 5 \cdot c_{mín}$	166
Figura 6.8 – Curvas de resistência alternativas para $c_{máx} = 5 \cdot c_{mín}$	167
Figura 6.9 – Comparação entre os métodos apresentados e o proposto	168
Figura 6.10 – Possível perímetro de controle para as lajes “a”	169
Figura 7.1 – Proposta para classificação das lajes com pilares retangulares e fatores de flexão	177
Figura A.1 – Posição dos deflectômetros nas lajes	183
Figura A.2 – Posição dos extensômetros na superfície inferior do concreto (c)	192
Figura A.3 – Posição dos extensômetros na armadura de flexão	193
Figura B.1 – Laje em duas direções com pilar retangular	205
Figura B.2 – Exemplo de aplicação da proposta de Regan e Rezaei-Jorabi	207

## LISTA DE SÍMBOLOS

São apresentados nesta lista alguns símbolos utilizados neste trabalho. Os símbolos que não constam nesta relação são apresentados com seus significados logo que são mencionados no texto.

Símbolo	Significado
$A_s$	: Área da seção transversal das armaduras de flexão
$b$	: Perímetro da seção transversal do pilar
$b_0$	: Perímetro de controle de acordo com a norma ACI 318/02
$c$	: Lado de um pilar quadrado
$c_{máx}$	: Maior lado da coluna
$c_{mín}$	: Menor lado do pilar
$CV$	: Coeficiente de variação
$d$	: Altura útil da laje
$DP$	: Desvio padrão
$\bar{E}_{c\text{ Exp}}$	: Módulo de elasticidade secante experimental do concreto
$E_{c\text{ MC90}}$	: Módulo de elasticidade secante do concreto estimado pela norma MC90
$f_{cm}$	: Resistência média do concreto à compressão medida em corpos de prova cilíndricos
$f_{cu}$	: Resistência à compressão do concreto medida em corpos de prova cúbicos
$f_u$	: Tensão de ruptura do aço da armadura de flexão
$f_{ys}$	: Tensão de escoamento do aço da armadura de flexão
$f_c$	: Resistência à compressão do concreto medida em corpos de prova cilíndricos no dia do ensaio
$f_{ct}$	: Resistência à tração do concreto medida em corpos de prova cilíndricos no dia do ensaio
$l$	: Maior lado do pilar retangular

$l_x$	: Comprimento do vão da laje na direção $x$
$l_y$	: Comprimento do vão da laje na direção $y$
$m = m_{un} = m_{Flex}$	: Momento resistente de uma seção transversal por unidade de comprimento no plano
$M$	: Média aritmética
$P$	: Carga aplicada na laje
$P_{Flex}$	: Resistência à flexão estimada
$s$	: Menor lado do pilar retangular
$V$	: Resistência ao cisalhamento estimada pelas normas
$V_{Exp}$	: Resistência ao cisalhamento observada experimentalmente
$V_{Mfn}$	: Resistência ao cisalhamento estimada utilizando o perímetro de controle reduzido proposto para as lajes “a”
$V_{Prop}$	: Resistência ao cisalhamento estimada utilizando os fatores de flexão
$V_{Sd}$	: Resistência ao cisalhamento de cálculo acordo com a norma MC90
$V_{Sd, Eff}$	: Resistência ao cisalhamento de cálculo efetiva considerando os fatores de flexão
$\alpha$	: Inclinação da superfície de ruptura na direção $x$
$\beta$	: Inclinação da superfície de ruptura na direção $y$
$\delta_x$	: Flecha máxima observada na direção $x$
$\delta_y$	: Flecha máxima observada na direção $y$
$\epsilon_c$	: Deformação de compressão do concreto observada
$\epsilon_u$	: Deformação de tração observada na armadura principal na ruptura
$\epsilon_x$	: Deformação observada nas barras da armadura de flexão na direção $x$
$\epsilon_y$	: Deformação observada nas barras da armadura de flexão na direção $y$
$\epsilon_{ys}$	: Deformação de tração do aço da armadura principal correspondente à tensão de escoamento
$\phi$	: Diâmetro das barras de aço

$\gamma_m$	: Coeficiente de minoração de resistência
$\rho$	: Taxa de armadura de flexão
$v$	: Força cortante por unidade de comprimento no plano
$V_{Rd}$	: Força cortante de cálculo por unidade de comprimento no plano
$V_{Rk}$	: Força cortante característica por unidade de comprimento no plano



# 1 – INTRODUÇÃO

Lajes cogumelo são placas de concreto armado ou protendido que se apóiam diretamente sobre pilares e sua resistência é limitada pela resistência à punção das seções em torno dos pilares ou de cargas concentradas.

Tem-se observado, no Brasil e no exterior, a crescente utilização de pilares de seção retangular em lajes cogumelo, por imposição de projetos arquitetônicos e estruturais, e o conhecimento sobre o comportamento da ligação de lajes cogumelo com esses pilares ainda é restrito, justificando-se então a realização de pesquisas nesse assunto.

Trabalhos como o de Forssell e Holmberg (1946) e Elstner e Hognestad (1956) abordaram preliminarmente a questão do puncionamento em lajes cogumelo apoiadas em pilares com seção transversal retangular, e outros trabalhos, como o de Hawkins (1971) contribuíram para melhorar as recomendações normativas, como as contidas na ACI, por exemplo.

Apesar dos vários trabalhos que têm sido realizados verifica-se que tais pesquisas ainda não resultaram em um modelo de dimensionamento à punção capaz de satisfazer a todos os questionamentos com relação às ligações laje cogumelo / pilares retangulares. Ensaio envolvendo puncionamento em lajes cogumelo apoiadas em pilares retangulares não são muito comuns de se encontrar na literatura. Alguns ensaios com pilares retangulares foram realizados em lajes predominantemente solicitadas em uma de suas direções principais, sem a finalidade de analisar a influência da orientação dos pilares, em relação aos bordos carregados e/ou apoiados das lajes, na resistência ao puncionamento.

As normas internacionais que abordam o assunto não apresentam recomendações satisfatórias e algumas tendem a subestimar a resistência ao puncionamento das lajes cogumelo com pilares retangulares. Entretanto, pode-se verificar que determinadas normas tendem a superestimar essa resistência, o que pode acarretar conseqüências inconvenientes, especialmente pelo fato de se tratar da possibilidade de uma ruptura brusca.

Em relação às normas analisadas, verifica-se que, por exemplo, algumas como a BS 8110 (British Standards Institution, 1997) e a MC90 (CEB-FIP, 1993) não abordam a questão do efeito da retangularidade da seção transversal dos pilares na resistência ao puncionamento das lajes. Entretanto, normas como a ACI 318/02 (American Concrete Institute, 2002), a NBR 6118/78 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1978) e a EUROCODE/92 (British Standards Institution, 1992) consideram o efeito das dimensões dos pilares, sendo que as duas últimas quando o índice de retangularidade é maior ou igual a 3 e 2, respectivamente. A norma brasileira NBR 6118/03 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003), a exemplo da MC90, não aborda tal assunto.

O presente trabalho aborda o estudo da influência do grau de retangularidade da seção transversal dos pilares, ou seja, da variação das proporções dos lados maiores e menores e da distribuição de momentos fletores na região da ligação laje-pilar na resistência ao puncionamento das lajes cogumelo de concreto armado. A Figura 1.1 mostra um esquema da ligação laje-pilar retangular.

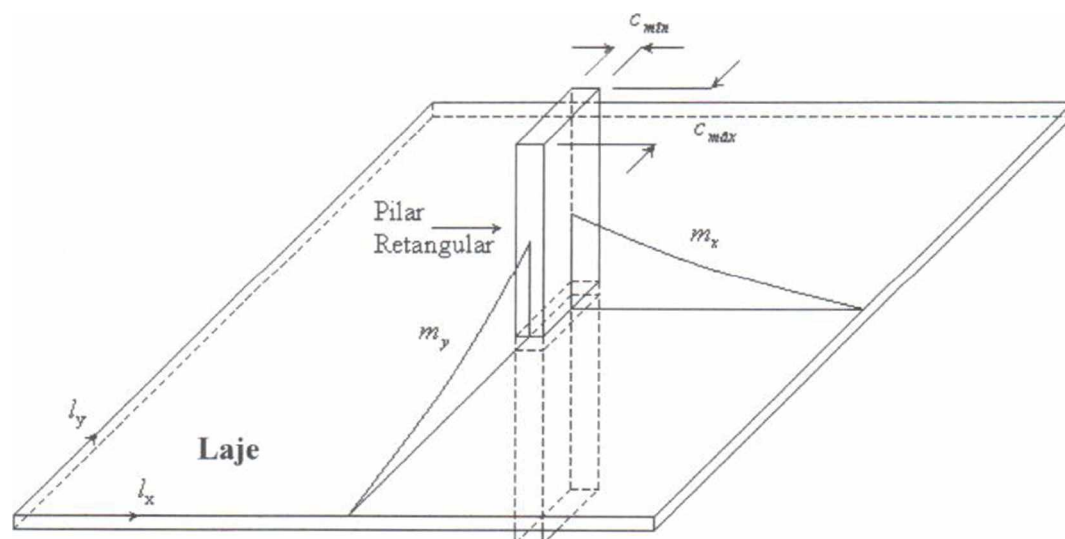


Figura 1.1 – Esquema e principais parâmetros da ligação laje cogumelo-pilar retangular

A configuração das tensões cisalhantes em torno da ligação laje-pilar depende das condições de contorno da laje e tais tensões são mais intensas nas regiões da laje em torno das menores dimensões do pilar. A consideração de tal comportamento é também ponto de divergência entre pesquisadores e principais normas internacionais, uma vez que não há qualquer

recomendação considerando a classificação das lajes quanto ao efeito dos esforços de flexão na região da ligação.

Trabalhos envolvendo punçionamento em lajes cogumelo de concreto armado e protendido vêm sendo desenvolvidos na Universidade de Brasília (UnB) desde 1998, quando foi concluída a primeira dissertação de mestrado (Oliveira, 1998). Os trabalhos abordam o punçionamento de lajes com pilares quadrados e a utilização de armadura de cisalhamento, reforço ao punçionamento e punçionamento em lajes protendidas, entre outros temas.

### **1.1 – OBJETIVO**

O objetivo deste trabalho é investigar o comportamento ao punçionamento de lajes cogumelo de concreto armado apoiadas em pilares retangulares, com índice de retangularidade variando entre 1 e 5, e submetidas a punçionamento simétrico em relação aos eixos ortogonais centrais das mesmas. Neste contexto, será analisada a influência da variação deste índice e do posicionamento do carregamento aplicado às lajes em suas resistências últimas.

Analisar as proposições normativas existentes, visando melhorar as estimativas de resistência ao punçionamento de lajes cogumelo apoiadas em pilares retangulares, é outro objetivo deste trabalho.

### **1.2 – APRESENTAÇÃO DO TRABALHO**

Este trabalho é constituído por sete capítulos. São apresentados no *Capítulo 2* os trabalhos mais importantes realizados com a finalidade de investigar o comportamento de lajes cogumelo apoiadas em pilares retangulares, e é realizada uma análise dos resultados obtidos experimentalmente e teoricamente. Também são apresentadas as recomendações de 6 (seis) normas para estimar a resistência ao punçionamento das lajes cogumelo sem armadura de cisalhamento e suas respectivas análises críticas.

No *Capítulo 3* descreve-se o programa de ensaios e os materiais utilizados na confecção das lajes juntamente com suas principais características, bem como os detalhes das lajes, do sistema de ensaio, e da instrumentação utilizada.

O *Capítulo 4* apresenta uma discussão dos resultados obtidos experimentalmente como as flechas, deformações da armadura de flexão, deformações do concreto, mapas de fissuração, carga última das lajes, superfície de ruptura e o ângulo de inclinação que esta forma com o plano de cada laje.

O *Capítulo 5* traz os resultados de uma simulação numérica das condições das lajes ensaiadas neste trabalho, apresentando-se uma análise da distribuição das forças cortantes em torno dos pilares. O programa computacional utilizado foi o SAP2000, que emprega o Método dos Elementos Finitos. Também é descrita no Capítulo 5 uma análise dos resultados obtidos sob as orientações contidas nas normas anteriormente citadas. Ao final deste capítulo é apresentado um método alternativo para melhorar as estimativas da MC90, baseado nos resultados da análise elástica.

O *Capítulo 6* apresenta uma proposta para a consideração de pilares retangulares nas lajes cogumelo, na consideração das normas analisadas, utilizando coeficientes que foram obtidos a partir da análise de diversos resultados encontrados na literatura. São apresentadas comparações entre os resultados estimados pelas normas e os propostos, inclusive aplicando o processo alternativo apresentado no Capítulo 5, e três possíveis alternativas para estimar a carga de ruptura por punção em níveis de carregamento próximos da carga última estimada para uma ruptura por flexão. São também apresentadas as estimativas de resistência à flexão para todas lajes apresentadas.

O *Capítulo 7* é constituído das conclusões, apresentando críticas e sugestões às normas utilizadas neste trabalho. Também são apresentadas algumas sugestões para trabalhos futuros e as referências bibliográficas consultadas.

O apêndice A apresenta todas as leituras realizadas durante os ensaios das lajes, inclusive os resultados dos ensaios para determinação da resistência à compressão, da resistência à tração e do módulo de elasticidade do concreto utilizado.

O apêndice B mostra como foi obtida a expressão para estimar a resistência à flexão das lajes “c”, com a aplicação da teoria das linhas de ruptura. Um exemplo de aplicação da análise proposta por Regan e Rezai-Jorabi (1988) e das expressões normativas utilizadas para estimar a resistência ao puncionamento das lajes analisadas no presente trabalho, também estão contidas neste apêndice, assim como as estimativas de resistência para cada laje.

## 2 – RESISTÊNCIA AO PUNÇIONAMENTO

São apresentados neste capítulo detalhes de alguns trabalhos realizados com o intuito de analisar o comportamento das lajes cogumelo de concreto armado ao puncionamento e, conseqüentemente, contribuir de forma cada vez mais eficaz para o bom desempenho deste tipo de sistema estrutural. As pesquisas citadas aqui estão relacionadas apenas com o caso de punção simétrica em placas de concreto armado sem armadura de cisalhamento, apoiadas em pilares retangulares ou não. Dos trabalhos analisados, alguns envolvem a influência dos pilares retangulares na resistência última de lajes calculadas em uma direção e poucos consideram a posição do carregamento aplicado. Nenhum faz referência ao fenômeno da polarização das tensões de cisalhamento.

### 2.1 – TRABALHOS REALIZADOS

Nos poucos trabalhos obtidos na literatura, pode-se verificar a existência de algumas divergências principalmente quando é considerada a influência do índice de retangularidade na resistência ao puncionamento. Dados referentes aos resultados de ensaios realizados anteriormente, relevantes para o estudo dos efeitos da geometria dos pilares ou cargas e do comportamento geral das lajes à flexão na resistência ao puncionamento, são apresentados no Capítulo 6. O presente capítulo não duplica estes dados, mas apresenta alguns resultados de interesse particular e as principais propostas para as normas analisadas.

Forssel e Holmberg (1946) realizaram ensaios de lajes cogumelo quadradas com dimensões de 1200 x 1200 x 117 a 127 mm e  $f_c \cong 18$  MPa. Todas as lajes foram apoiadas nos quatro bordos e carregadas verticalmente de cima para baixo. Destas lajes, 7 foram designadas para simularem os dois tipos mais conhecidos de puncionamento, o simétrico e o não-simétrico, e cada uma foi carregada através de uma seção circular com 140 mm de diâmetro (lajes 1 a 7). Duas lajes utilizaram um par de seções circulares cada uma, com o mesmo diâmetro de 140 mm (lajes 11 e 12). Em uma das lajes as seções eram simetricamente separadas de 400 mm e na outra, de 200 mm. Apenas uma laje apresentou o carregamento aplicado através de uma seção retangular, que foi posicionada no centro da laje, medindo 25 x 300 mm (laje 10). A

Figura 2.1 ilustra a disposição das áreas carregadas das lajes 10, 11, 12 e a superfície de ruptura da laje 11. A Tabela 2.1 apresenta as cargas de ruptura das lajes em questão.

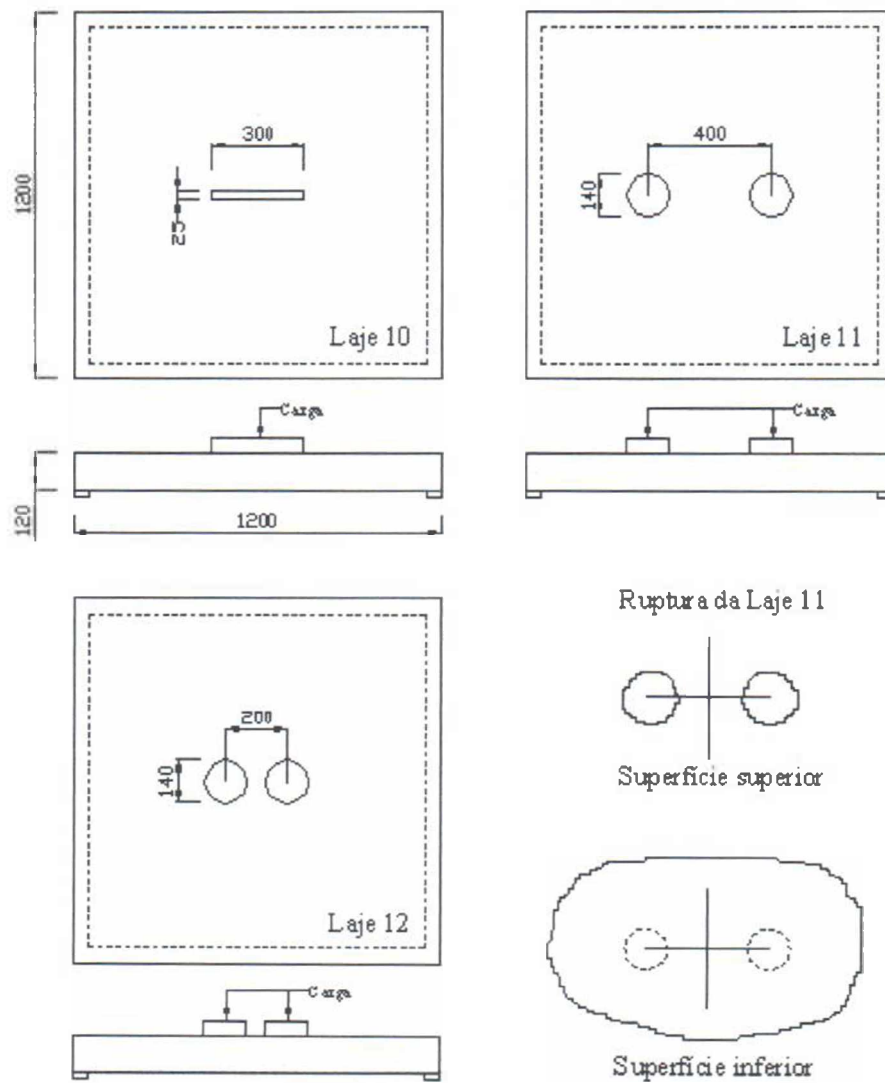


Figura 2.1 – Detalhes das lajes 10, 11 e 12 de Forssel e Holmberg (1946)

Tabela 2.1 – Características das lajes 10, 11 e 12 de Forssel e Holmberg (1946)

Laje	d (mm)	$\rho$ (%)	$V_{Exp}$ (kN)
10	104	0,68	186
11	112	0,63	279
12	108	0,65	265

As superfícies de ruptura das lajes 10 e 11 foram semelhantes, porém a carga de ruptura da laje 10 correspondeu a 67% da carga de ruptura da laje 11. A laje 12 apresentou uma superfície de ruptura com uma configuração entre a que caracterizou a laje 11 e uma circular típica. Um resultado significativo deste trabalho é que para a laje 11 a resistência ao puncionamento é bem estimada por expressões normativas como a da norma MC90, que não leva em conta o índice de retangularidade do pilar, mostrando que este índice não é um parâmetro tão significativo quando a relação  $\frac{c_{max}}{d}$  é baixa. Neste caso  $c_{max} = 2,88 \cdot d$ . Apesar das áreas carregadas das lajes 11 e 12 não representarem, literalmente, pilares retangulares, pode-se notar as conseqüências da concentração de esforços cortantes nas “extremidades” dos pilares ou áreas carregadas através da configuração da superfície de ruptura, uma vez que não ocorreram superfícies localizadas, e sim envolvendo as duas áreas carregadas.

Elstner e Hognestad (1956) ensaiaram duas lajes apoiadas apenas em dois bordos opostos e carregadas através de pequenos trechos de pilares quadrados confeccionados durante a moldagem das lajes. Foi observada uma redução da capacidade resistente destas lajes quando comparadas com as lajes apoiadas nos quatro bordos, e esta redução alcançou um valor máximo de 20%. Elstner e Hognestad atribuíram esta redução na resistência ao aumento do valor do parâmetro  $\phi = \frac{V_{Exp}}{P_{Flex}}$ , presente na Equação 2.1, proposta pelos autores para lajes sem armadura de cisalhamento.

$$V = \frac{7}{8} \cdot \left( 2,3 + \frac{0,046 \cdot f_c'}{\phi} \right) \cdot b \cdot d \quad (2.1)$$

Com  $b$  e  $d$  em mm, e  $f_c'$  em MPa.

Observa-se na Equação 2.1 que, devido à realização dos ensaios utilizando apenas pilares quadrados, os autores não fazem qualquer referência à influência do índice de retangularidade dos pilares no comportamento das lajes cogumelo. Outro fato importante refere-se à contribuição da armadura de flexão, calculada de acordo com a teoria das linhas de ruptura sem a consideração de uma ruptura por cisalhamento, na resistência ao puncionamento, que atualmente apresenta-se em algumas normas em função da taxa de armadura  $\rho$ .



Mowrer e Vanderbilt (1967) realizaram ensaios de placas delgadas ( $d = 51 \text{ mm}$ ) de concreto armado com agregado leve. As placas foram apoiadas nos quatro bordos e carregadas através de pequenos trechos de pilares quadrados, com as dimensões dos lados de até  $8 \cdot d$ , posicionados no centro das lajes. Os resultados foram comparados com estimativas utilizando vários métodos e os melhores resultados foram encontrados com uma modificação da equação de Moe (1961), na qual a influência das dimensões da área carregada em relação à altura útil da laje é considerada e a resistência ao puncionamento está novamente em função da relação  $\frac{V_{Exp}}{P_{Flex}}$ . A resistência à flexão é determinada pela teoria das linhas de ruptura. A equação modificada é apresentada na Equação 2.2.

$$\frac{V}{u_0 \cdot d \cdot \sqrt{f'_c}} = 0,8 \cdot \left(1 + \frac{d}{c}\right) - 0,44 \cdot \frac{V}{P_{Flex}} \quad (2.2)$$

O comprimento do perímetro da área carregada é  $u_0$  e  $c$  é o comprimento do lado de um pilar quadrado ou  $0,25 \cdot u_0$  para um pilar circular ou para um pilar quadrado com aberturas na laje adjacentes a este pilar.

A definição de  $c = 0,25 \cdot u_0$  poderia ser estendida para pilares retangulares, mas em vista de outros trabalhos considerando pilares retangulares,  $c = c_{máx}$  poderia ser melhor.

O principal interesse neste estágio está no termo  $\frac{V}{P_{Flex}}$ , o qual permite que sejam levados em conta dois efeitos. Um é o da influência das condições de contorno da laje. Por exemplo, para uma laje quadrada simplesmente apoiada nos bordos e resistência à flexão igual em ambas as direções, pode-se deduzir que:

a) lajes apoiadas em dois bordos opostos:  $P_{Flex} \cong 4 \cdot m_{Flex}$ ;

b) lajes apoiadas nos quatro bordos:  $P_{Flex} \cong 2 \cdot \pi \cdot m_{Flex}$ .

A equação, então, estima uma redução na resistência ao puncionamento se apenas dois bordos são apoiados.

O outro efeito é o da resistência à flexão  $m_{Flex}$  dentro de qualquer configuração estrutural apresentada. Discordando de normas como a MC90 e BS 8110, em utilização, a equação prevê um acréscimo na resistência ao puncionamento se a tensão de escoamento do aço da armadura de flexão aumentar, enquanto a taxa desta armadura permanece constante.

Objetivando o melhor entendimento da influência do índice de retangularidade dos pilares no comportamento das lajes cogumelo, Hawkins *et al.* (1971) analisaram 9 lajes com pilares retangulares submetidas a carregamento centrado. Foram adotadas variações no índice de retangularidade, que variou de 1 a 4,33, na posição do carregamento e na taxa de armadura de flexão.

Na maioria dos ensaios o carregamento foi aplicado em dois bordos perpendiculares aos maiores lados dos pilares. Com o comprimento do perímetro dos pilares constante (1219 mm), exceto para a laje 9 (914 mm), a resistência ao puncionamento reduziu consideravelmente quando o índice de retangularidade aumentou.

Este trabalho merece atenção especial pelo fato de ser um dos primeiros trabalhos a analisar a prescrição da ACI 318M/63 onde a tensão de cisalhamento máxima permitida a uma distância  $d/2$  das faces da área carregada deveria ser menor ou igual a  $0,335 \cdot \sqrt{f_c}$  (ACI Committee 318, 1970). Hawkins *et al.* perceberam que, de acordo com esta norma, a tensão de cisalhamento limite era independente da forma dos pilares e que a origem deste limite estaria baseada em equações pouco precisas.

As lajes ensaiadas possuíam dimensões de 2100 x 2100 x 152 mm e foram projetadas para representar a região de momento negativo em torno de um pilar central de uma laje cogumelo com vãos de 4500 mm em cada direção e sobrecarga de 488 kgf/m<sup>2</sup>. Laje e pilar foram moldados simultaneamente e o conjunto ficou com uma altura de 1.194 mm. O concreto utilizado apresentou resistência à compressão em torno de 30 MPa.

A armadura de flexão da laje 1 foi dimensionada de acordo com a ACI 318M/63. A tensão de escoamento das barras utilizadas nesta armadura ficou em torno de 420 MPa. Em todas as lajes foram aplicadas cargas  $P_1$  em pontos paralelos ao menor lado da área carregada ( $c_{min}$ ), com exceção da laje 6. Nas lajes 7, 8 e 9 foram aplicadas mais duas cargas adicionais  $P_2$  em

cada um dos bordos paralelos aos maiores lados da área carregada ( $c_{\text{máx}}$ ). O valor da carga  $P_2$  correspondeu a 65% do valor da carga  $P_1$ .

Como será visto, os procedimentos adotados na UnB para os ensaios deste trabalho, bem como os equipamentos, assemelham-se, em princípio, aos utilizados por Hawkins *et al.*. A Figura 2.2 apresenta as principais características das lajes ensaiadas por Hawkins *et al.*, como os padrões de carregamento e a posição das armaduras de flexão em relação aos maiores lados dos pilares, que influencia significativamente a resistência última das lajes.

A Tabela 2.2 mostra as dimensões da área de reação de cada laje assim com as propriedades dos materiais utilizados na confecção destas. Nesta tabela verifica-se que a laje 5 recebeu quatro barras adicionais na camada externa da armadura de flexão em uma faixa central de 457 mm, que fez com que o espaçamento fosse reduzido nesta região.

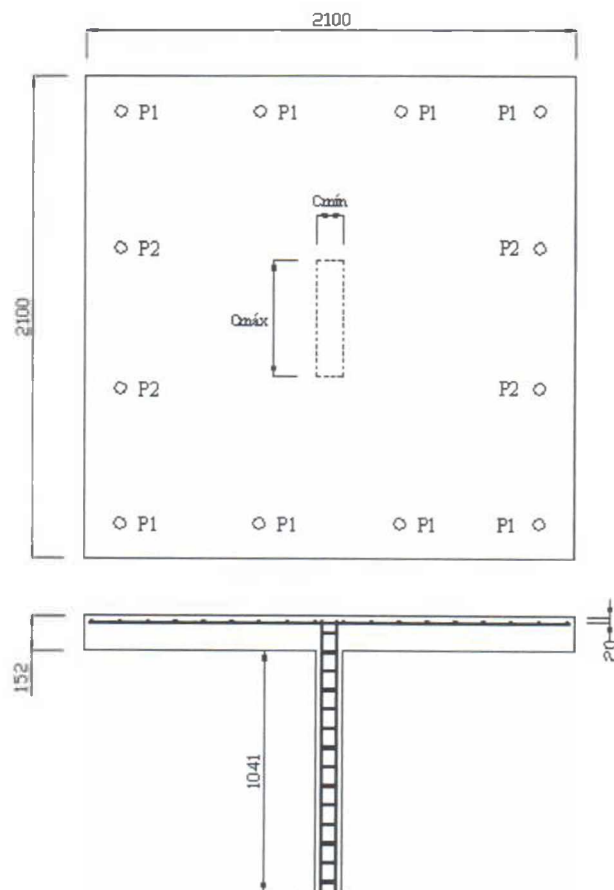


Figura 2.2 – Detalhes das lajes ensaiadas por Hawkins *et al.* (1971)

Tabela 2.2 – Lajes ensaiadas por Hawkins *et al.* (1971) e propriedades dos materiais

Laje	Pilar		Concreto	Armadura				
	$c_{\min}$	$c_{\max}$	$f'_c$	Espaçamento	Área	$f_{ys}$	d	$\rho$
	(mm)	(mm)	(MPa)	(mm)	(mm <sup>2</sup> )	(MPa)	(mm)	(%)
1	305	305	31	152	2800	419	117	1,12
2	203	406	27	152	2800	419	117	1,12
3	152	457	31	152	2800	419	117	1,12
4	114	495	32	152	2800	419	117	1,12
5	152	457	28	65 - 152	3600	419	117	-
6	457	152	25	152	2800	419	117	1,12
7	152	457	27	196	2141	419	117	0,87
8	114	495	27	133	2064	422	121	0,81
9	152	305	30	139	1948	422	121	0,77

A Tabela 2.3 apresenta os resultados dos ensaios, a posição do carregamento e o modo de ruptura de cada laje ensaiada por Hawkins *et al.*. Observa-se que a laje 6 apresentou o mesmo modo de ruptura que a laje 1, apoiada em um pilar quadrado. No que diz respeito às flechas observadas, o pesquisador verificou que existiu uma nítida divergência entre os resultados experimentais e os obtidos através da análise elástica computacional, mesmo em baixos níveis de carregamento, cerca de 10% da carga última. As flechas teóricas das lajes desta pesquisa foram determinadas com a utilização de um programa computacional que utiliza o método dos elementos finitos. Foram utilizadas nesta análise as alturas úteis listadas na Tabela 2.2, um módulo de elasticidade estimado pela fórmula da ACI e um coeficiente de Poisson igual a 0,15.

Foi adotado que as lajes estavam completamente apoiadas em torno dos perímetros de pilares fixos. As flechas para as lajes 1 e 3, nas posições dos medidores D4 e D8 (Figura 2.3) são apresentadas na Figura 2.4, embora tenham sido utilizados quatro aparelhos em cada direção. Os autores então observaram que as flechas máximas medidas foram de aproximadamente o dobro das flechas estimadas no medidor D4 e o triplo das estimadas no medidor D8. Isto fica claro na Tabela 2.4, onde pode ser verificado que as principais variáveis nesta investigação não tiveram efeitos consistentes nas relações entre os valores medidos e estimados.

Tabela 2.3 – Resultados experimentais obtidos por Hawkins *et al.* (1971)

Laje	Pilar ( $c_{m\acute{a}x} / c_{m\acute{i}n}$ )	Carregamento	$V_{Exp}$ (kN)	Modo ruptura
1	1	P <sub>1</sub>	391	Flexão
2	2	P <sub>1</sub>	358	Puncionamento
3	3	P <sub>1</sub>	340	Puncionamento
4	4,33	P <sub>1</sub>	337	Puncionamento
5	3	P <sub>1</sub>	362	Puncionamento
6*	3	P <sub>1</sub>	342	Flexão
7	3	P <sub>1</sub> e P <sub>2</sub>	326	Puncionamento
8	4,33	P <sub>1</sub> e P <sub>2</sub>	321	Puncionamento
9	2	P <sub>1</sub> e P <sub>2</sub>	322	Puncionamento

\* Nesta laje o carregamento P<sub>1</sub> foi aplicado paralelamente aos maiores lados do pilar.

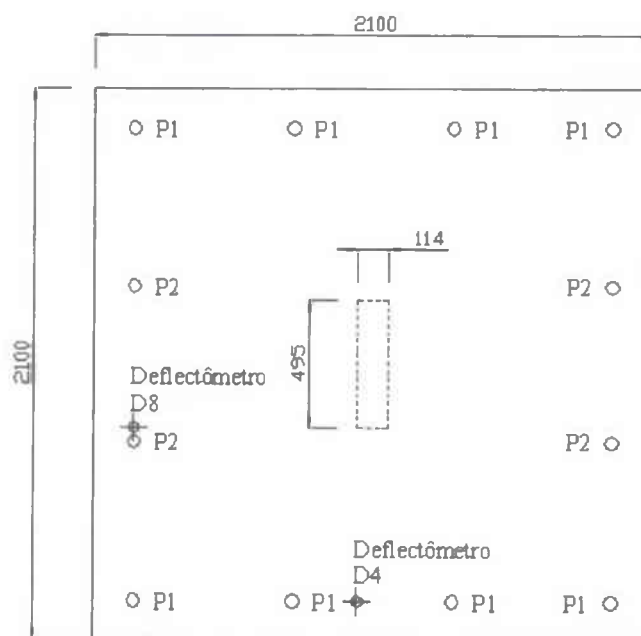


Figura 2.3 – Posição dos defletores D4 e D8 nas lajes de Hawkins *et al.* (1971)

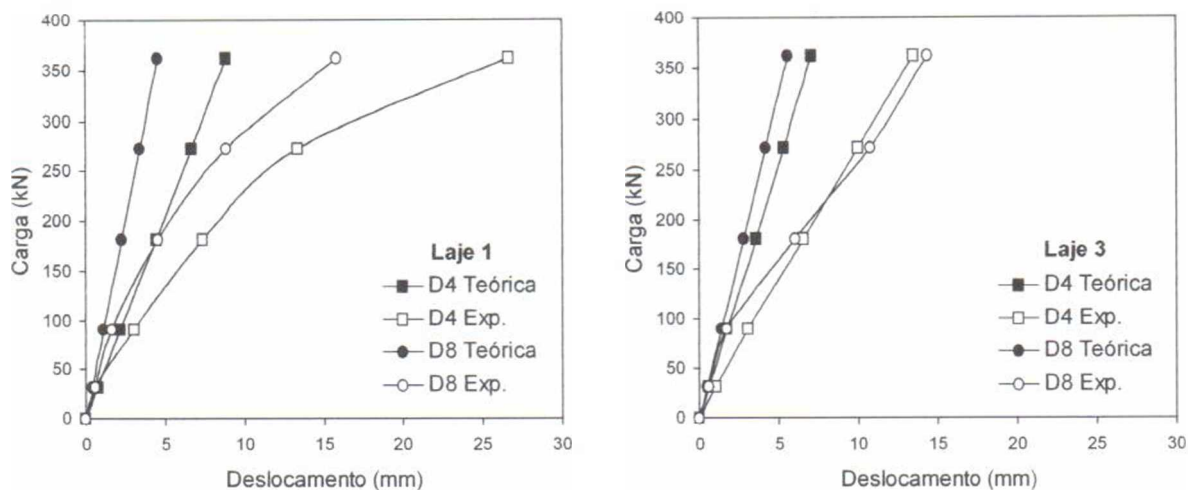


Figura 2.4 – Flechas experimentais e teóricas das lajes 1 e 3 de Hawkins *et al.* (1971)

Tabela 2.4 – Comparação entre as flechas máximas experimentais e teóricas das lajes 1 e 3 de Hawkins *et al.* (1971)

Laje	Medidor D4	Medidor D8
	Exp/Teoria	Exp/Teoria
1	2,06	3,48
2	1,92	3,25
3	1,93	3,07
4	2,1	2,66
5	-	-
6	1,59	3,44
7	2,33	2,29
8	2,51	3,36
9	1,96	2,24

O comportamento das flechas ao longo das linhas longitudinais e transversais de medidores pode ser observado na Figura 2.5, que apresenta o comportamento das flechas para as lajes 1 e 3 a partir das faces dos pilares. Observa-se que os efeitos da flexão propiciaram rotações nas faces dos pilares maiores que aquelas provocadas pelo escoamento ao longo das lajes.

Hawkins *et al.* então iniciaram uma análise das equações contidas em recomendações normativas e compararam os resultados obtidos com os resultados de sua pesquisa experimental e de outros autores. Inicialmente Hawkins *et al.* investigaram a origem do limite para a tensão de escoamento constante das recomendações da ACI 318/63, que é  $0,335 \cdot \sqrt{f_c}$ .

Cabe ressaltar que este limite está presente na atual versão desta norma, a ACI 318/02. Esta

tensão limite foi proposta anteriormente pelo Committee 326 (ACI-ASCE Committee 326, 1962).

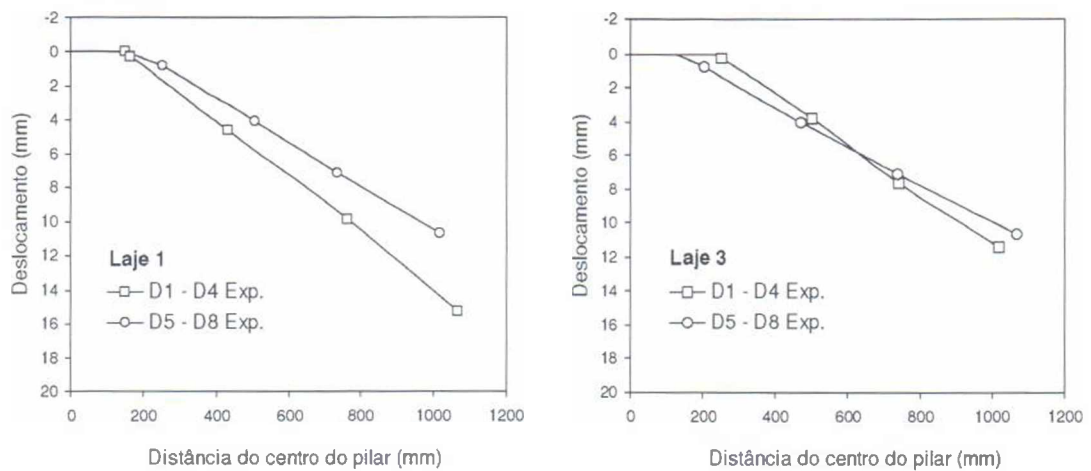


Figura 2.5 – Flechas experimentais observadas por Hawkins *et al.* (1971)

O Committee 326 estabeleceu que para elevados valores de  $r/d$  a tensão de cisalhamento última  $\nu$  em lajes armadas em duas direções seria maior que a tensão de cisalhamento limite em uma diagonal comprimida como em uma viga. Encontrou-se a Equação 2.3, mas concluiu-se que esta fornecia resultados conservadores quando comparados com resultados experimentais. Contudo, recomendou-se como procedimento de projeto na norma porque, para qualquer outra área carregada que não fosse a quadrada, poderia haver algum questionamento considerando o valor de  $r$ . Esta equação tornou-se inadequada para pilares retangulares uma vez que esta penalizava a capacidade resistente das lajes à medida que o maior lado do pilar aumentava e além do mais considerava a seção crítica na face do pilar.

$$= 0,335 \cdot \left(\frac{d}{r} + 1\right) \cdot \sqrt{f_c} \quad (2.3)$$

$d$  é a altura útil das lajes,  $r$  o valor correspondente ao maior lado do pilar e  $f_c$  a resistência à compressão do concreto.

O Committee 326 usou os dados publicados por Diaz de Cossio (1962) como base para a utilização da Equação 2.3. Os ensaios de Diaz de Cossio em vigas mostraram que a tensão de cisalhamento nas diagonais comprimidas aumentou com o acréscimo da relação largura-altura

das peças. Este então propôs a utilização de um fator multiplicador na tensão de cisalhamento que seria em função da relação largura-altura. Tal fator fornecia uma tensão de cisalhamento de  $0,260 \cdot \sqrt{f'_c}$  para elevadas relações largura-altura e pequenas taxas de armadura. De Cossio também ensaiou lajes armadas em uma direção e carregadas através de áreas retangulares com a maior dimensão paralela aos apoios. Em todos os casos a tensão de cisalhamento na seção crítica localizada a  $d/2$  do pilar excedeu  $0,260 \cdot \sqrt{f'_c}$  na ruptura. A necessidade de ajustes na Equação 2.1 ficou evidente uma vez que para um pilar medindo  $3 \cdot d$  por  $d$ , a tensão limite a uma distância  $d/2$  das faces do pilar seria de  $0,297 \cdot \sqrt{f'_c}$ .

Hawkins *et al.* analisaram os resultados e as equações de Moe, que em 1961 ensaiou, dentre outras, uma laje com índice de retangularidade igual a 3 e propôs a Equação 2.4 para estimar a resistência última ao cisalhamento das lajes cogumelo apoiadas em pilares retangulares. Nesta equação  $r$  corresponde ao maior lado do pilar,  $V$  a carga última estimada para o puncionamento e  $P_{Flex}$  é a carga calculada para a resistência à flexão das lajes.

$$\frac{V}{b \cdot d} = \left[ 1,25 \cdot \left( 1 - 0,075 \cdot \frac{r}{d} \right) - 0,44 \cdot \frac{V}{P_{Flex}} \right] \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.4)$$

A Figura 2.6 apresenta uma comparação entre os resultados obtidos experimentalmente e os fornecidos pelas equações 2.3 e 2.4. Na preparação desta figura adotou-se que  $r$  tem o mesmo valor de  $l$ , o maior lado do pilar, pois se tentou estabelecer valores ideais para  $r$ , inicialmente adotando-se  $V = V_{Exp}$ . Os valores fornecidos foram maiores que  $l$ , o que não faz sentido fisicamente. Posteriormente, considerou-se  $V_{Exp} = P_{Flex}$  e os valores plotados de  $V_{Exp}$  foram considerados com uma redução média de 5% ( $V_{Exp}^*$ ). Analisando a figura em questão observa-se que, de modo geral, a equação de Moe superestimou os resultados enquanto que a equação recomendada pelo Committee 326 forneceu valores mais conservadores.

Como era esperado, houve certa coerência dos resultados estimados com os observados, pois tanto nos resultados dos ensaios quanto nos resultados fornecidos pelas equações utilizadas a resistência última das lajes decresce com o aumento da relação  $r/d$ . Até então a utilização de pilares retangulares, de acordo as equações vigentes, propiciava certa perda na capacidade resistente das lajes ao puncionamento.



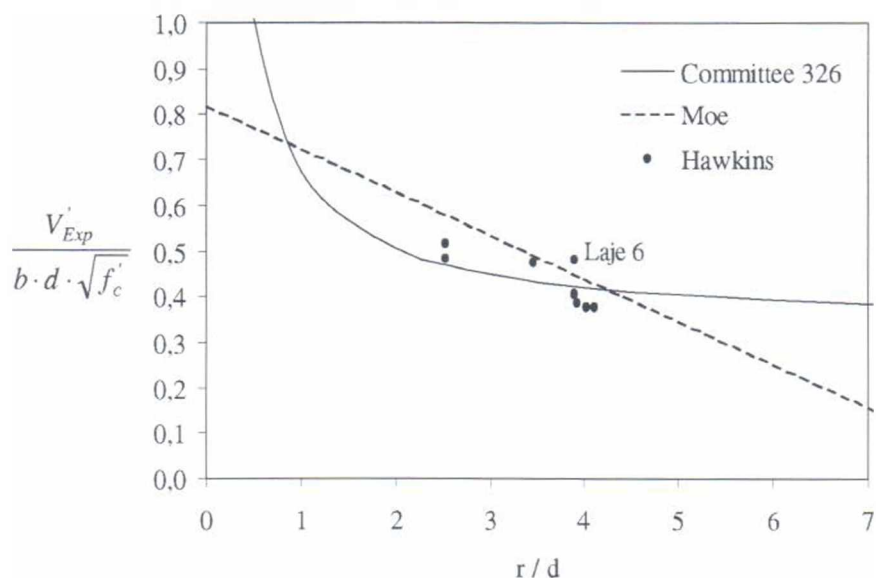


Figura 2.6 – Comparação entre os resultados obtidos nos ensaios de Hawkins *et al.* (1971) e os estimados pelas equações 2.3 e 2.4

Diante do comportamento observado das lajes e dos resultados estimados pelas equações 2.3 e 2.4, Hawkins *et al.* concordaram com o limite de  $0,335 \cdot \sqrt{f'_c}$ , estabelecido pela ACI para a tensão última de cisalhamento, e baseados nos resultados de suas pesquisas propuseram a Equação 2.5 para estimar a resistência das lajes cogumelo sem armadura de cisalhamento a uma distância  $d/2$  das faces do pilar.

$$\frac{V}{b_0 \cdot d \cdot \sqrt{f'_c}} = \left(0,21 + 0,25 \cdot \frac{s}{l}\right) \leq 0,335 \quad (2.5)$$

$s$  corresponde ao menor e  $l$  ao maior lado da seção transversal do pilar. A Figura 2.7 mostra os resultados observados por Hawkins *et al.*, o limite estabelecido pela ACI e a curva obtida com a utilização da Equação 2.5. Este tipo de expressão tem sido adotado em subseqüentes edições da ACI 318, mas de uma forma mais conservadora.

Nos ensaios de Hawkins *et al.*, verifica-se que nas lajes de 1 a 4 houve uma variação de 63% no acréscimo do maior lado do pilar simultaneamente à redução sofrida pelos menores lados, de igual valor. Com estas duas variáveis tornou-se difícil definir a influência do índice de retangularidade na resistência das lajes, uma vez que o posicionamento do carregamento e a

redução do menor lado dos pilares destas lajes favorecem a ruptura por puncionamento, impedindo que fossem observadas as oscilações de resistência quando apenas a dimensão do maior lado varia. Observa-se também que, na equação proposta pelo pesquisador, a influência da armadura de flexão na resistência ao puncionamento não é considerada.

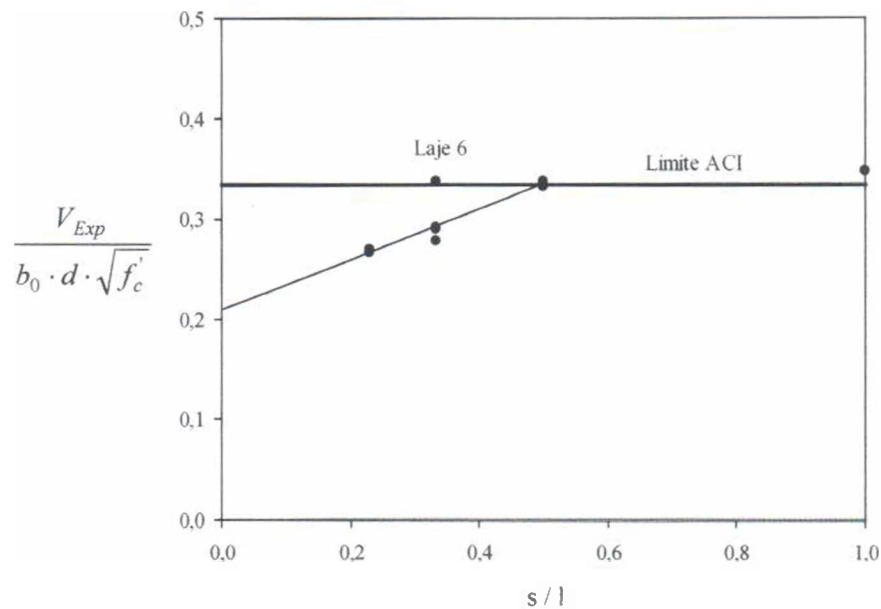


Figura 2.7 – Tendência dos resultados de Hawkins *et al.* (1971)

Vanderbilt (1972) utilizou um sistema de ensaio no qual a laje foi apoiada em um pilar central e os bordos apresentaram vigas periféricas de rigidez com a finalidade de impedir os esforços de torção provenientes das cargas aplicadas às lajes. Visando simular um carregamento distribuído, o pesquisador utilizou “air bags” para aplicação de carga nas lajes. As lajes foram posicionadas em um pórtico de reação e somente após a acomodação do sistema deu-se início aos ensaios. As cargas de ruptura não foram utilizadas neste trabalho devido às dificuldades de se obter as cargas efetivas de ruptura, uma vez que somente as reações nos pilares foram fornecidas.

O trabalho de Vanderbilt é de grande significância, pois os ensaios envolveram pilares circulares e quadrados monitorados com extensômetros elétricos de resistência em regiões imediatamente abaixo da superfície inferior das lajes, na posição vertical. Os pilares quadrados apresentaram concentrações de tensões consideráveis em regiões próximas dos cantos, similares àquelas observadas por Moe (1961) e Hawkins *et al.* (1971), enquanto que as distribuições de tensões em torno dos pilares circulares foram praticamente uniformes. A

Figura 2.8 mostra alguns detalhes das lajes de Vanderbilt, assim como o posicionamento dos medidores de deformações em torno dos pilares de reação.

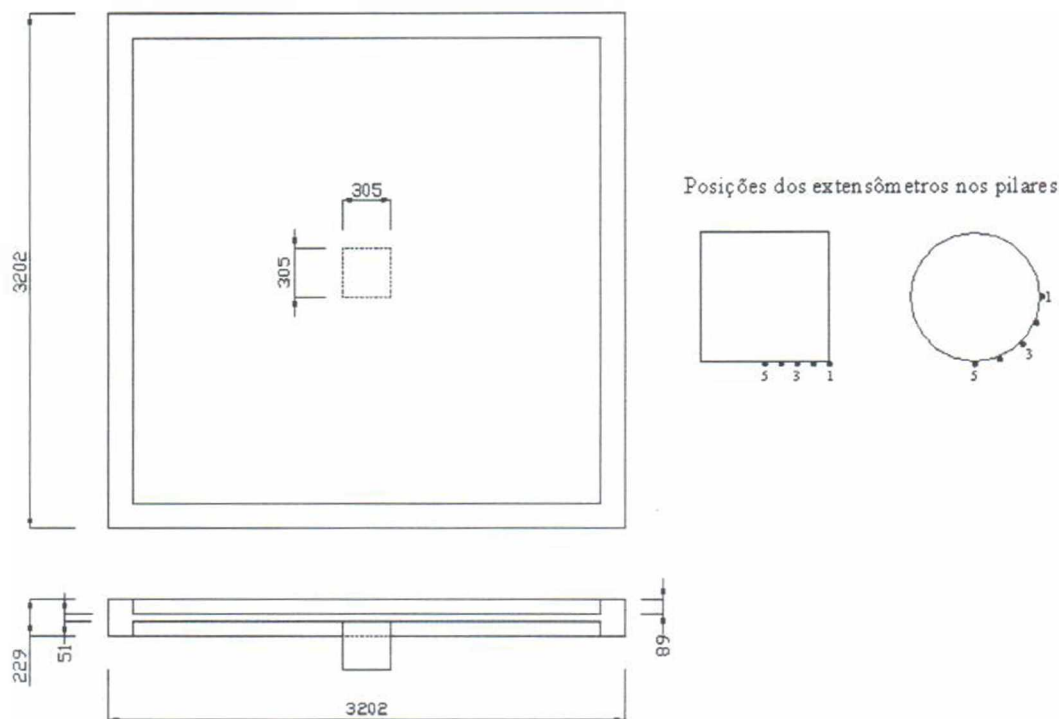


Figura 2.8 – Laje padrão ensaiada por Vanderbilt (1972) e instrumentação dos pilares

Regan e Rezai-Jorabi (1988) ensaiaram lajes calculadas em uma direção sujeitas tanto a carregamento centrado quanto a duas cargas simetricamente posicionadas em relação a um dos eixos principais das lajes, aplicadas através de placas metálicas, conforme representado na Figura 2.9. As alturas úteis das lajes com carregamento centrado foram de 79 mm. Quatro das rupturas das lajes apresentando um pilar central foram por puncionamento e a maioria das rupturas das lajes com dois pilares foi por viga chata. Em um número considerável de ensaios as cargas foram abaixo daquelas convencionalmente calculadas para puncionamento e para a resistência ao cisalhamento em vigas.

A proposta para estimar a resistência das lajes foi calcular o cisalhamento aplicado utilizando o perímetro crítico recomendado pela BS 8110 em dois estágios. Em um primeiro estágio, a força concentrada, ou forças, são resistidas por uma pressão uniforme de baixo para cima atuando e uma zona de distribuição definida, e num segundo estágio a pressão é tratada como um carregamento de cima para baixo, transmitido aos apoios. O somatório dos esforços

cortantes dos dois estágios fornece a tensão aplicada, a qual é então comparada com a resistência estimada de acordo com a BS 8110, observando que esta norma utiliza a mesma resistência unitária ao cisalhamento para verificações ao puncionamento e viga chata. A Figura 2.10 apresenta algumas configurações utilizadas na proposta de Regan e Rezai-Jorabi e um exemplo de aplicação é apresentado no Apêndice B.

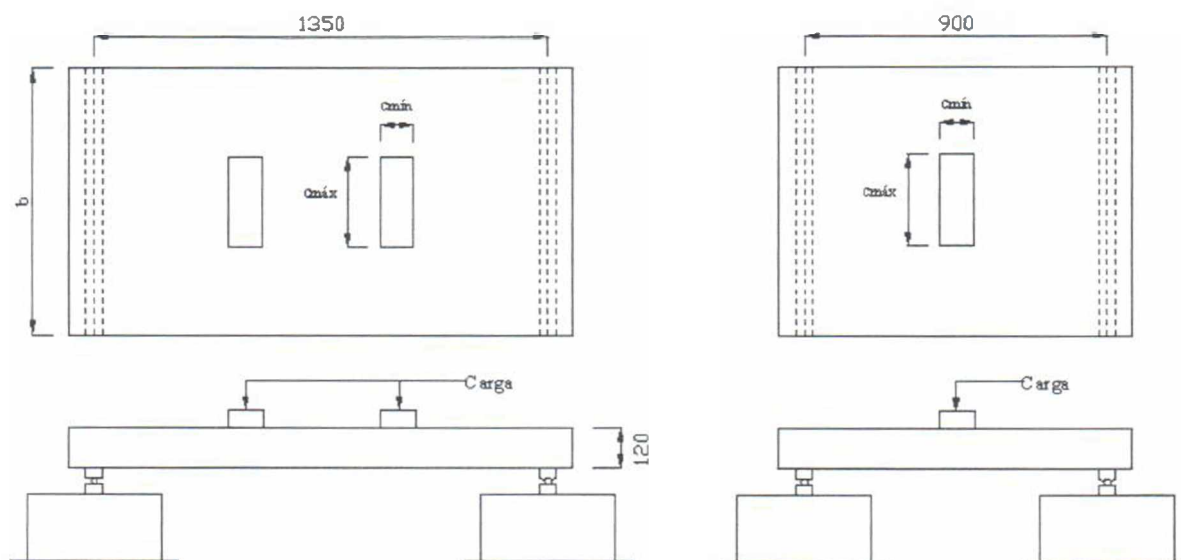


Figura 2.9 – Lajes ensaiadas por Regan e Rezai-Jorabi (1988)

A Tabela 2.5 apresenta os resultados obtidos com a utilização de apenas um pilar central e onde a ruptura foi por puncionamento. Observa-se nesta tabela que a carga de ruptura aumentou consideravelmente com o aumento do índice de retangularidade, mantendo-se uma das dimensões do pilar constante.

Tabela 2.5 – Lajes puncionadas ensaiadas com um pilar por Regan e Rezai-Jorabi (1988)

Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$f'_c$ (MPa)	$\rho$ (%)	b (mm)	$V_{Exp}$ (kN)
14R	100	75*	31	1,54	800	77
15R	100	150	31	1,54	800	86
19R	100	150	29	1,51	1000	85
20R	100	300	31	1,51	1000	132

\*  $c_{max}$  corresponde à menor dimensão do pilar:

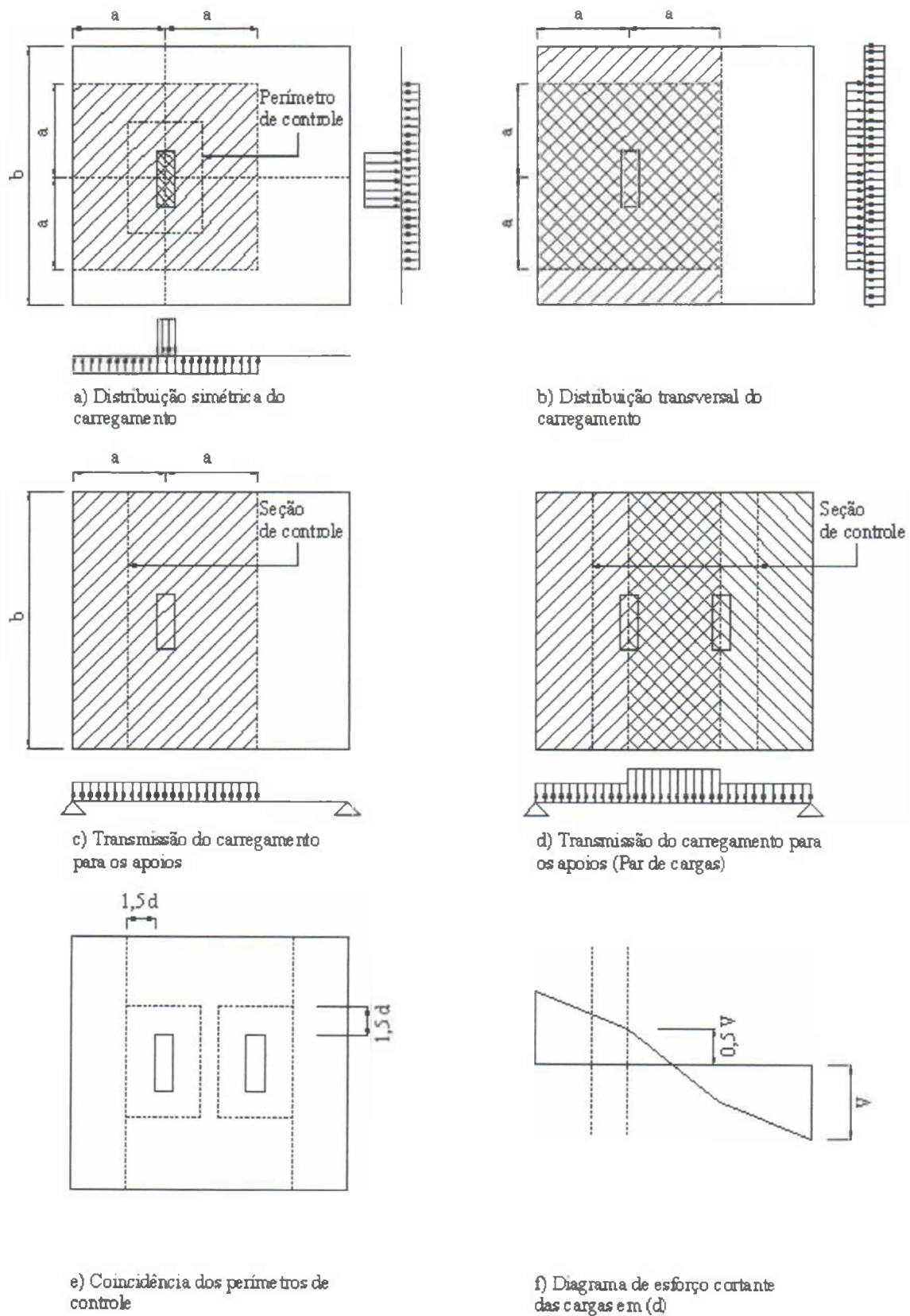


Figura 2.10 – Modelos abordados na proposta de Regan e Rezai-Jorabi (1988)

K. K. Leong e S. Teng (2000) investigaram o comportamento de 20 lajes cogumelo, com e sem furos, apoiadas em pilares retangulares. Destas apenas 5 não continham furos. As lajes ensaiadas apresentaram dimensões de 2200 x 2200 x 150 mm. As seções transversais dos pilares foram 200 x 200mm, 200 x 600mm e 200 x 1000mm, ou seja, os índices de retangularidade foram de 1, 3 e 5 respectivamente. O concreto utilizado apresentou resistência à compressão em torno de 40 MPa. A tensão de escoamento das armaduras apresentou valores da ordem de 460 MPa.

Todas as lajes foram moldadas juntamente com um trecho de pilar medindo 200 mm de altura e seção transversal variável. As lajes foram carregadas em oito pontos de carregamento através de vigas metálicas e de igual magnitude, de cima para baixo. Como pode ser visto na Figura 2.11 as lajes apresentaram apenas quatro furos para a passagem dos tirantes principais de reação. A Tabela 2.6 apresenta as principais características das lajes ensaiadas, as propriedades dos materiais utilizados e a carga de ruptura para cada laje do grupo sem furos.

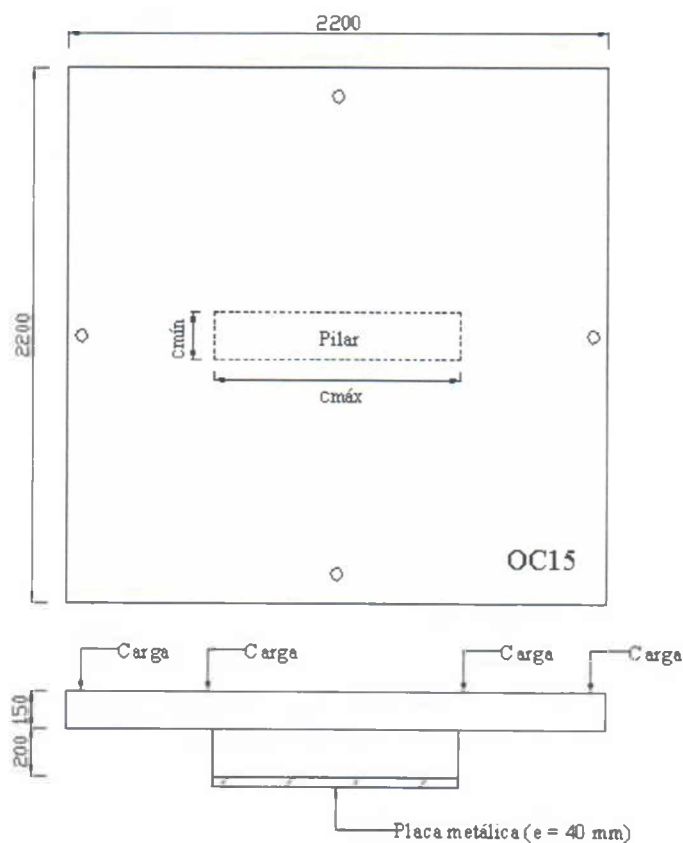


Figura 2.11 – Características das lajes ensaiadas por K. K. Leong e S. Teng (2000)

Tabela 2.6 – Lajes ensaiadas por K. K. Leong e S. Teng (2000) e propriedades dos materiais

Laje	Pilar		Concreto		Armaduras		$V_{Exp}$ (kN)
	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$d$ (mm)	$f_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	$\rho$ (%)	
OC11	200	200	105	36	452	1,81	423
OC13	200	600	107	36	452	1,71	568
OC13 <sub>0,63</sub>	200	600	111	40	470	1,65	455
OC13 <sub>1,6</sub>	200	600	110	33	470	1,67	508
OC15	200	1000	103	40	452	1,76	649

As barras externas das armaduras de flexão foram posicionadas paralelamente aos maiores lados dos pilares. Os índices das lajes OC13<sub>0,63</sub> e OC13<sub>1,6</sub> representam a intensidade do carregamento também paralelo ao maior lado do pilar. Desta forma, pode-se verificar que, aparentemente a laje OC13<sub>0,63</sub> pode ter apresentado algum problema relacionado com a qualidade do concreto na região em torno do pilar, uma vez que sua resistência diminuiu consideravelmente, quando comparada com lajes similares. De modo geral, observa-se que houve um acréscimo de resistência quando o índice de retangularidade aumentou.

Neste trabalho são comentadas as recomendações normativas da BS 8110, ACI 318/95 e da EUROCODE/92. Verifica-se que nestas recomendações apenas as contidas na BS 8110 não consideram os efeitos da retangularidade dos pilares enquanto que a ACI recomenda parâmetros de redução da tensão de cisalhamento nominal e a EC2 controla a referida tensão através da utilização de um perímetro crítico com trechos ineficientes.

K. K. Leong e S. Teng comentam que trabalhos que investigam o comportamento das lajes cogumelo apoiadas em pilares retangulares ainda são raros. É proposta então uma recomendação ou procedimento para projetos que consideram o funcionamento em torno de pilares retangulares. Este procedimento é essencialmente uma extensão para a BS 8110 visando inserir o caso dos pilares retangulares em suas recomendações. Para tanto se adota um perímetro crítico semelhante ao da EC2, com algumas considerações. O perímetro proposto é apresentado na Figura 2.12.

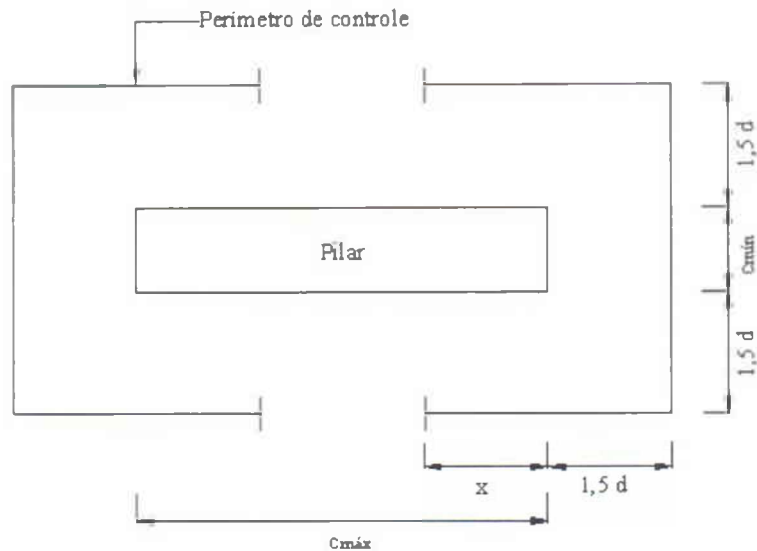


Figura 2.12 – Perímetro crítico proposto por K. K. Leong e S. Teng (2000)

Considerando os seguintes limites:

$$\begin{aligned}
 c_{min} &\leq 600 \text{ mm} \\
 d &\geq 125 \text{ mm}
 \end{aligned}
 \quad e \quad
 x \leq \begin{cases} c_{max} / 2 \\ 2 \cdot c_{min} \\ 5,6 \cdot d - c_{min} / 2 \end{cases}$$

Na Tabela 2.7 os resultados estimados são comparados com os observados por K. K. Leong e S. Teng, Moe (1961), Roll, Zaidi, Sabnis e Chuang (1971), dentre outros, totalizando 134 lajes. Cabe ressaltar que as lajes de Moe, com exceção de uma, e as de Roll, Zaidi, Sabnis e Chuang foram ensaiadas apoiadas em pilares com seções apresentando índice de retangularidade igual a 1, ou seja, seções quadradas, o que demonstra o cuidado dos pesquisadores em relação à eficiência de sua proposta para lajes apoiadas em pilares com seção transversal apresentando baixo índice de retangularidade.

Observa-se que houve uma contribuição significativa dos autores para as estimativas das cargas de ruptura quando suas recomendações são aplicadas à BS 8110, não chegando a superestimá-las. Os valores relativos à média e ao coeficiente de variação são relativamente melhores, com o desvio padrão praticamente não sendo modificado. A ACI e a EC2/92 forneceram resultados bastante conservadores. Os resultados estimados pela BS 8110, sem modificações, não são apresentados.



Tabela 2.7 – Comparação dos resultados estimados com os observados por K. K. Leong e S. Teng (2000) e por outros autores

Método	Coefficientes	Atuais 20 lajes	Outras
Leong <i>et al.</i>	$V / V_{Exp}$	0,891	0,881
	Desvio padrão	0,114	0,192
	Coefficiente de variação	0,128	0,218
ACI 318/95	$V / V_{Exp}$	0,685	0,622
	Desvio padrão	0,111	0,181
	Coefficiente de variação	0,162	0,291
Eurocode 2/92	$V / V_{Exp}$	0,697	0,616
	Desvio padrão	0,112	0,164
	Coefficiente de variação	0,161	0,266

Al-Yousif e Regan (2003) ensaiaram lajes com pilares retangulares apresentando índice de retangularidade 1 e 5 ( $\frac{c_{max}}{d} = 6,25$ ). As cargas foram aplicadas através de pequenos trechos de pilares moldados com as lajes e estas foram apoiadas em dois e quatro bordos. A Figura 2.13 mostra as dimensões das lajes, pilares e posicionamento dos apoios ao longo dos bordos das lajes ensaiadas.

As cargas de ruptura variaram significativamente com as condições de apoio, sendo maior para lajes apoiadas nos quatro bordos e menores para laje apoiadas em dois bordos apenas. Para esta configuração, a carga de ruptura mais baixa foi observada quando o carregamento foi aplicado paralelamente aos menores lados do pilar. As lajes 2 e 3, apoiadas nos bordos paralelos ao maiores lados do pilar e nos quatro bordos, respectivamente, apresentaram cargas de ruptura muito próximas.

A Tabela 2.8 apresenta algumas características das lajes ensaiadas pelos pesquisadores. A tensão de escoamento das barras que compuseram as armaduras de flexão foi de 472 MPa, as taxas de armadura de flexão e as alturas úteis das lajes foram mantidas constantes e iguais a 0,98% e 80 mm (altura nominal igual a 100 mm), respectivamente. As barras mais afastadas das armaduras de flexão foram posicionadas de acordo com o momento predominante em cada laje, desse modo aumentou-se a capacidade resistente à flexão das lajes.

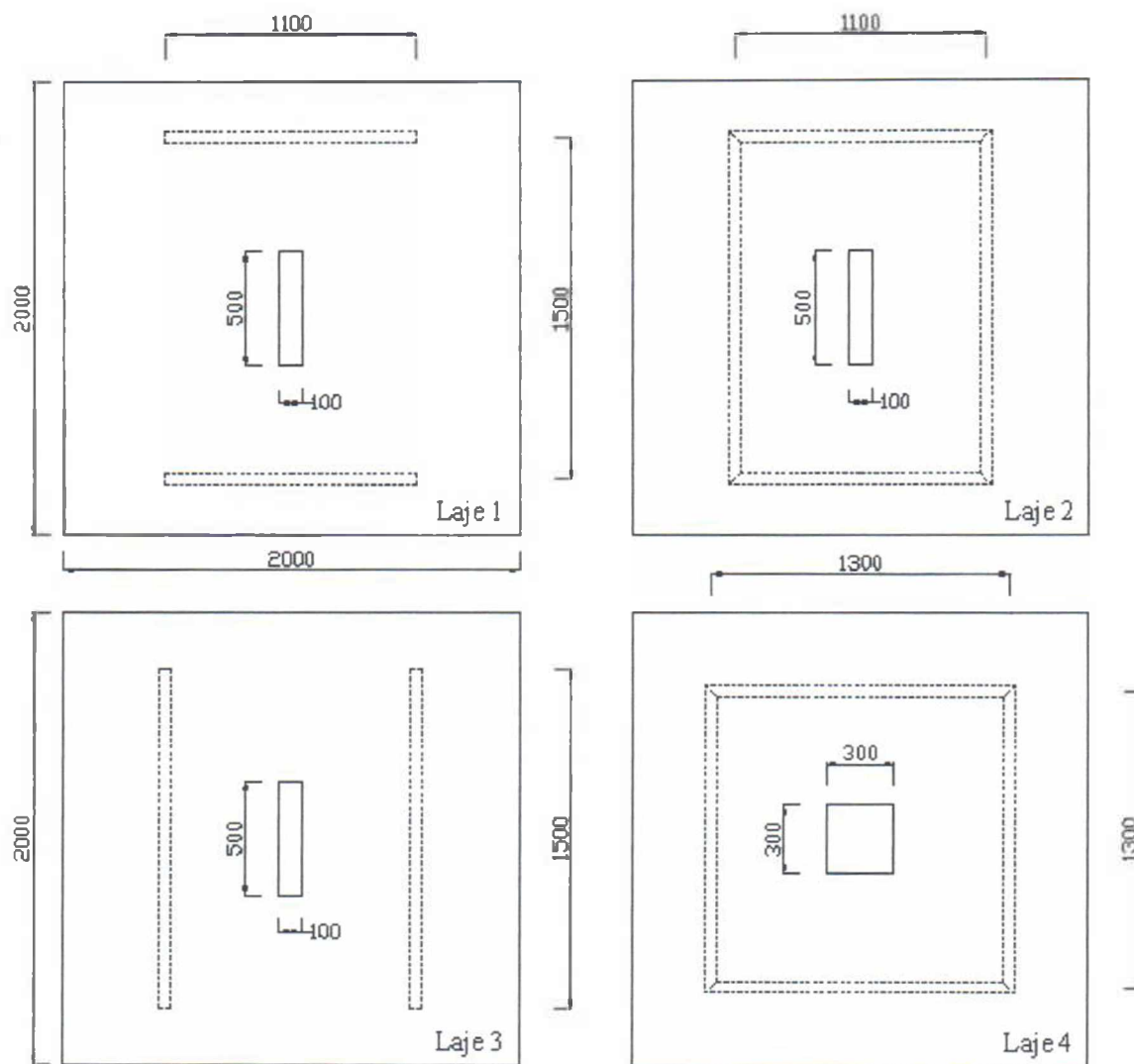


Figura 2.13 – Lajes ensaiadas por Al-Yousif e Regan (2003)

Tabela 2.8 – Características das lajes ensaiadas por Al-Yousif e Regan (2003)

Laje	$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)	$f_c$ (MPa)	Apoios	$V_{Exp}$ (kN)
1	100	500	24	2 bordos paralelos aos menores lados do pilar	163
2	100	500	23	4 bordos	209
3	100	500	21	2 bordos paralelos aos maiores lados do pilar	189
4	300	300	22	4 bordos	242

Com base em resultados presentes na literatura, os pesquisadores propuseram um método para reduzir o perímetro de controle recomendado pela BS 8110 para um perímetro “efetivo”, de acordo com a Equação 2.6, a seguir.

$$u_{\text{eff}} = 2 \cdot \left\{ \lambda_x \cdot (c_x + 3 \cdot d) + \lambda_y \cdot (c_y + 3 \cdot d) \right\} \quad (2.6)$$

onde

$$\lambda_x = \begin{cases} \text{Lajes calculadas em uma ou duas direções : } (1,09 - 0,03 \cdot \frac{c_x}{d}) \leq 1 \\ \\ \\ \end{cases}$$

$$\lambda_y = \begin{cases} \text{Lajes calculadas em uma direção : } (1,09 - 0,09 \cdot \frac{c_y}{d}) \leq 1 \\ \text{Lajes calculadas em duas direções : } (1,09 - 0,03 \cdot \frac{c_y}{d}) \leq 1 \end{cases}$$

A variável  $c_y$  corresponde à dimensão do pilar paralela ao vão da laje, se a laje é predominantemente calculada em uma direção. A limitação deste método é para qualquer valor da dimensão do pilar maior que  $4,55 \cdot d$ . Ocorrendo esta situação, deve ser considerado o valor da parcela  $\lambda_y \cdot (c_y + 3 \cdot d) = 5,14 \cdot d$  para lajes calculadas em uma direção. Nota-se que o menor valor de  $c_x$  em  $\lambda_x$  e  $c_y$  em  $\lambda_y$ , para lajes calculadas em duas direções, é  $3 \cdot d$ . Esta observação indica que os valores previstos pela BS 8110 para este tipo de laje e com  $\frac{c_{xy}}{d} < 3$  são considerados satisfatórios pelos autores.

## 2.2 – EXPRESSÕES EMPÍRICAS NORMATIVAS

### 2.2.1 – Considerações iniciais

Diversas normas internacionais de projeto têm desenvolvido diferentes maneiras de tratar os efeitos das dimensões e do índice de retangularidade dos pilares, mas nenhum deles considera o comportamento geral das lajes na flexão, ou seja, não fazem distinções no tratamento das lajes calculadas em uma ou duas direções. Serão apresentadas, resumidamente, expressões empíricas simples e regras de projeto contidas em algumas das principais normas para estimar a resistência ao puncionamento. As normas de referência são:

- ACI 318/02. American Building Code for Structural Concrete. (ACI, 2002);
- BS 8110. (British Standards Institution, 1997);
- CEB-FIP Model Code 1990, MC90. (CEB-FIP, 1993);
- EUROCODE 2, EC2/92. (British Standards Institution, 1992);
- NBR 6118/78, NB1/78. (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1978);
- NBR 6118/03, NB1/03. (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003).

De acordo com Cordovil (1995), uma das primeiras normas a tratar o problema da punção em placas de concreto armado foi a norma americana ACI, que desde 1913 já abordava o assunto. Na atual versão desta norma, verifica-se que está presente a consideração do índice de retangularidade dos pilares, o que não ocorre com a BS 8110 e a MC90, que não consideram o efeito do aumento deste índice. Já a EC2 apresenta em suas recomendações a consideração deste índice da mesma forma que a norma brasileira NB1/78, reduzindo o comprimento efetivo do perímetro de controle, dentre outras considerações.

Com o objetivo de relatar e discutir as recomendações que estimam a resistência ao puncionamento, apresenta-se a seguir algumas destas recomendações para lajes sem armadura de cisalhamento sob carregamento centrado.

### **2.2.2 – ACI 318/02 American Building Code for Reinforced Concrete. (ACI, 2002)**

A ACI 318, no qual o perímetro de controle está a uma distância  $d/2$  das faces da área carregada, como mostrado na Figura 2.14, originalmente usou um único limite para a tensão cisalhante quantificada através da expressão  $0,332 \cdot \sqrt{f'_c}$ . Esta norma então acrescentou às recomendações posteriores um fator de redução para áreas carregadas retangulares e, depois, outro fator para áreas carregadas relativamente grandes. A tensão limite é agora expressa pela Equação 2.7.

$$= 0,335 \cdot \sqrt{f'_c} \quad (2.7)$$

Com  $\alpha$  considerado como o menor entre os valores  $0,5 + \frac{c_{min}}{c_{max}}$ ,  $0,5 + 10 \cdot \frac{d}{u_1}$  e 1. Como a ACI utiliza um perímetro retangular com cantos retos, o perímetro de controle é expresso por  $u_1 = 2 \cdot c_{max} + 2 \cdot c_{min} + 4 \cdot d$ . Para pilares ou áreas carregadas circulares de diâmetro  $\varphi$ ,  $u_1 = \pi \cdot (\varphi + d)$  e  $\alpha = (0,5 + 10 \cdot \frac{d}{u_1}) \leq 1$ .

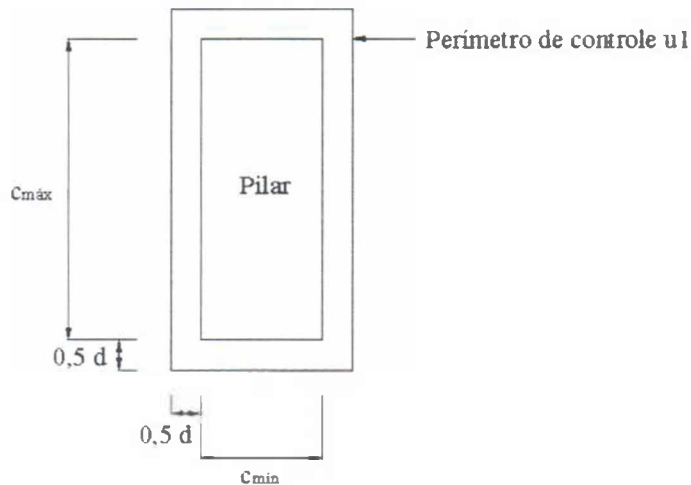


Figura 2.14 – Perímetro de controle de acordo com a norma ACI 318/02

Analisando as expressões acima, pode-se observar que a ACI 318 trata o caso da retangularidade dos pilares reduzindo a tensão de cisalhamento admissível na Equação 2.7, em vez de qualquer redução direta no perímetro crítico. Em todas as expressões a norma não considera a influência da armadura de flexão e o efeito do comportamento das lajes sob flexão em suas estimativas.

As recomendações da ACI, como será visto no Capítulo 5, tendem a subestimar a resistências das lajes ao puncionamento simétrico com a utilização de pilares, ou áreas carregadas, quadradas e até mesmo circulares. Com a introdução dos parâmetros  $\alpha$  houve uma redução ainda maior nas estimativas de resistência.

### 2.2.3 – BS 8110. (British Standards Institution, 1997)

A tensão cisalhante máxima permitida em lajes cogumelo de concreto armado, segundo esta norma, é expressa por:

$$v_{\max} \leq 0,9 \cdot \sqrt{f'_c} \text{ ou } 5 \text{ N/mm}^2 \quad (2.8)$$

$$v_{\max} = \frac{V}{u_0 \cdot d} \quad (2.9)$$

onde

$u_0$  é o comprimento do perímetro crítico adjacente às faces do pilar.

A tensão cisalhante de cálculo para a zona de ruptura é dada por:

$$v_{sd} = \frac{V}{u_1 \cdot d} \quad (2.10)$$

onde

$u_1$  é o comprimento efetivo do perímetro de controle externo ao da área carregada conforme Figura 2.15.

A capacidade cisalhante de uma zona de ruptura sem armadura de cisalhamento é:

$$\begin{aligned} V_{ck} &= \xi_s \cdot v_{ck} \cdot u_1 \cdot d \\ \xi_s &= (400/d)^{1/4} \geq 1,0 \\ v_{ck} &= 0,27 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f'_c)^{1/3} \end{aligned} \quad (2.11)$$

onde

$\rho$  é a taxa de armadura de flexão ( $\leq 0,03$ );

$f'_c$  é a resistência à compressão do concreto medida em corpos de prova cúbicos, adotando-se  $25 \text{ MPa} \leq f'_c \leq 50 \text{ MPa}$ .

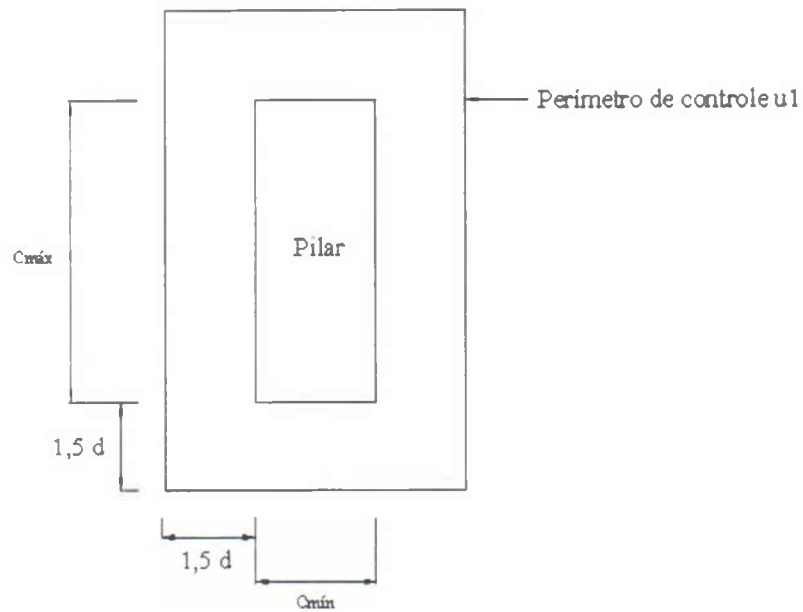


Figura 2.15 – Perímetro de controle de acordo com a norma BS 8110

De acordo com as expressões e considerações mostradas acima, a BS 8110 não considera o efeito do índice de retangularidade dos pilares, no entanto, leva em consideração o efeito das dimensões da conexão laje-pilar e a influência da armadura de flexão na resistência ao puncionamento.

#### 2.2.4 – CEB-FIP Model Code 1990, MC90. (CEB-FIP, 1993)

A norma MC78 (CEB-FIP, 1978) utilizou um perímetro de controle a  $0,5 \cdot d$  das faces das áreas carregadas apresentando 25% do comprimento de um círculo nos cantos, diferindo dos perímetros mostrados até agora. Para carregamento centrado, a distribuição da resistência característica ao cisalhamento era como mostrada na Figura 2.16. Para áreas grandes e/ou excessivamente retangulares, a resistência ao puncionamento era aplicada basicamente nos cantos ou em torno dos menores lados dos pilares. Para o restante do perímetro a resistência era considerada como resistência ao cisalhamento em uma direção ( $v_{Punção} = 1,6 \cdot v_{Uma\ direção}$ ).

A definição de “puncionamento parcial” da periferia do pilar foi adotada no texto de discussão do Eurocode 2 (1992). Contudo, a distância para o perímetro crítico foi aumentada para  $1,5 \cdot d$  e as parte correspondentes ao não-puncionamento foram assumidas serem tensões livres, “na ausência de análises mais detalhadas”.

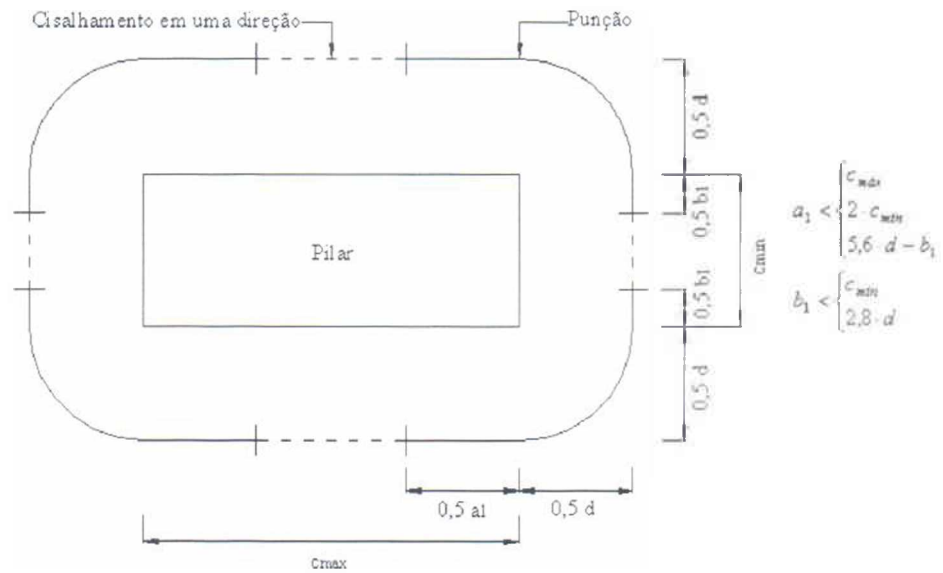


Figura 2.16 – Perímetro de controle adotado pela norma MC78

A norma MC90 afastou o perímetro de controle para  $2 \cdot d$  das faces da área carregada e não faz recomendações especiais para áreas grandes ou retangulares. A tensão de puncionamento no perímetro de controle é dada por:

$$s_d = P_{sd} / (u_1 \cdot d) \quad (2.12)$$

A resistência das lajes de concreto armado no perímetro de controle, sem armadura de cisalhamento, pode ser estimada pela Equação 2.13.

$$\begin{aligned} c_{ck} &= 0,18 \cdot (100 \cdot s_d \cdot f_{ck})^{1/3} \\ &= 1 + \sqrt{(200/d)} \end{aligned} \quad (2.13)$$

Neste caso:

$$f_{ck} \leq 50 \text{ MPa};$$



A Figura 2.17 representa o perímetro de controle ( $u_1$ ) distante  $2 \cdot d$  das faces da área carregada.

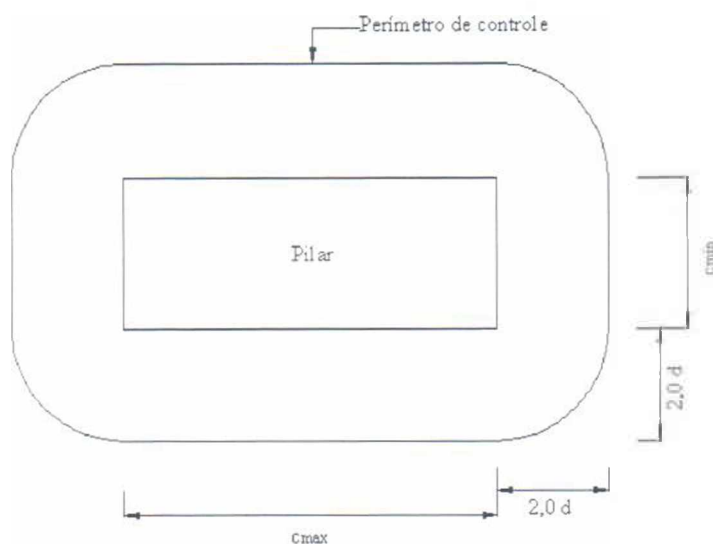


Figura 2.17 – Perímetros de controle de acordo com a norma MC90

A norma MC90 incorpora o efeito das dimensões das peças através de um coeficiente  $\xi$  muito maior que aquele adotado pela BS 8110. Pode-se, por exemplo, admitir uma altura útil de 107 mm e verificar que o fator resultante de acordo com a BS 8110 é 1,39, enquanto que a MC90 fornece o valor de 2,36, que é 70% maior. Tais particularidades são adotadas para que as equações forneçam resultados os mais coerentes possíveis, mas que não deixam de configurar uma divergência tanto na adoção de cada fator quanto na apresentação das próprias equações.

### 2.2.5 – Eurocode 2, EC2. (British Standards Institution, 1992)

A tensão de cisalhamento solicitante, determinada conforme a Equação 2.14, deve ser comparada com uma tensão resistente limite  $v_{ck}$  da Equação 2.15, para lajes sem armadura de combate ao puncionamento.

$$v_s = \frac{V}{u_1 \cdot d} \quad (2.14)$$

$$\begin{aligned}
 f_{ck} &= R \cdot k \cdot (1,2 + 40 \cdot \dots) & (2.15) \\
 R &= (0,25 \cdot f_{ctk,0.05}) \\
 f_{ctk,0.05} &= 0,21 \cdot f_{ck}^{2/3}
 \end{aligned}$$

onde  $k = (1,6 - d) \geq 1$ , com  $d$  em m.

A Figura 2.18 apresenta a posição da superfície crítica a ser considerada na estimativa da resistência ao puncionamento pela EC2 em lajes cogumelo sem armadura de cisalhamento. O ângulo de inclinação da superfície de ruptura deve ser considerado como  $\beta \cong \arctg(2/3) \cong 33,7^\circ$ .

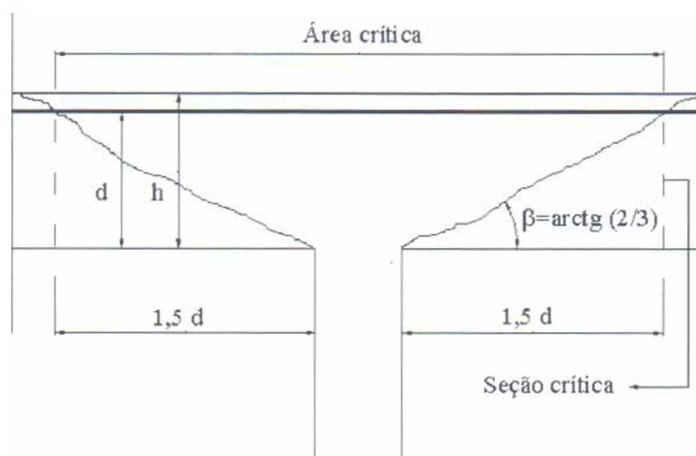


Figura 2.18 – Cone de ruptura de acordo com a norma EC2/92

O perímetro de controle deve ser considerado contínuo e afastado  $1,5 \cdot d$  ou 800 mm das faces da área carregada, tomando-se o menor entre os dois valores. Isto para os casos em que a razão entre o maior e menor lado da área carregada não seja maior que 2, ou seja,  $\frac{c_{m\acute{a}x}}{c_{m\acute{i}n}} \leq 2$ .

Em situações onde  $\frac{c_{m\acute{a}x}}{c_{m\acute{i}n}} > 2$ , o Eurocode recomenda que o perímetro de controle seja considerado com trechos intermediários onde as tensões cisalhantes são menos intensas. A Figura 2.19 mostra os perímetros de controle recomendados pela EC2 para as duas situações consideradas.

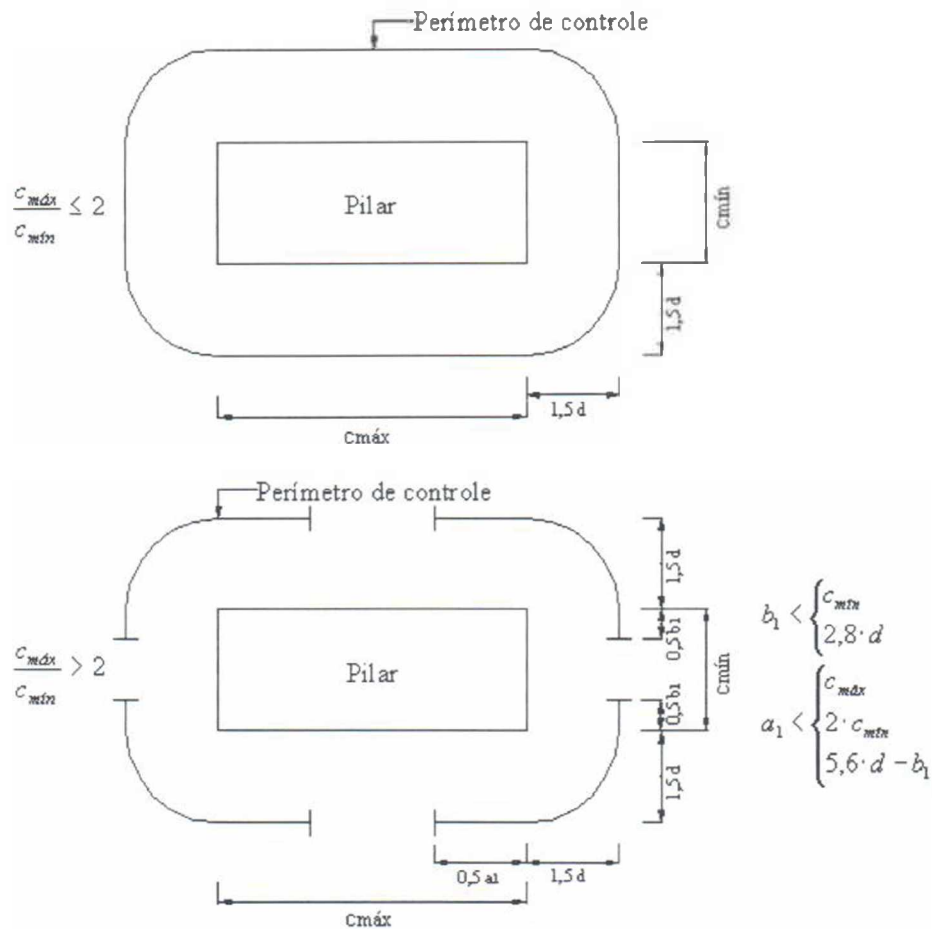


Figura 2.19 – Perímetros de controle recomendados pela norma EC2/92

Nesta norma, tanto o índice de retangularidade dos pilares quanto à influência da armadura de flexão são consideradas na estimativa da resistência ao puncionamento. Os efeitos das dimensões dos elementos estruturais envolvidos são representados por um fator com valores muito próximos daqueles fornecidos pela BS 8110. Ainda tomando como exemplo a altura útil de 107 mm, a EC2 fornece o valor de 1,49, 7% maior que o fornecido pela BS 8110.

### 2.2.6 – NBR 6118/78, NB1/78. (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1978)

O valor limite da tensão de punção, no estado limite de projeto, é dado pela Equação 2.16. A armadura de punção pode ser dispensada quando a tensão de punção ( $\tau$ ) for inferior à metade da tensão limite ( $\tau_{lim}$ ), ou seja, esta é a tensão limite para lajes calculadas sem armadura de cisalhamento, conforme Equação 2.17. Observa-se que a tensão limite de puncionamento para lajes sem armadura de cisalhamento é semelhante àquela adotada pela ACI 318, e diferenças

em torno de 10% são encontradas quando os perímetros recomendados são comparados, para

$\frac{c_{m\acute{a}x}}{c_{m\acute{i}n}} \leq 3$ , uma vez que os cantos deixaram de ser retos na norma brasileira.

$$\leq_{lim} = \frac{0,64 \cdot \sqrt{f_c}}{c} \quad (2.16)$$

$$= \frac{V}{u_1 \cdot d}$$

$$< \frac{lim}{2} \quad (2.17)$$

$V$  é o esforço aplicado à laje ou reação de apoio e  $\gamma_c$  o coeficiente de minoração do concreto, igual a 1 para ensaios em laboratório. Para lajes apoiadas em pilares ou com áreas carregadas onde o maior lado ( $c_{m\acute{a}x}$ ) de seu contorno não exceda o triplo do menor lado ( $c_{m\acute{i}n}$ ), ou seja,

$\frac{c_{m\acute{a}x}}{c_{m\acute{i}n}} \leq 3$ , as tensões cisalhante são consideradas, na verificação, distribuídas ao longo de um

perímetro de controle contínuo. Nos casos em que  $\frac{c_{m\acute{a}x}}{c_{m\acute{i}n}} > 3$ , muito comuns atualmente, a

NB1/78 recomenda um perímetro seccionado. A Figura 2.20 mostra os dois perímetros de controle recomendados pela NB1/78.

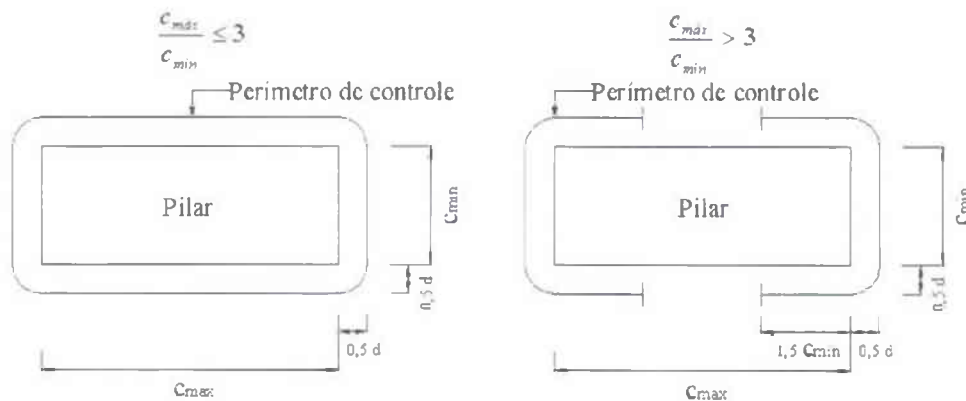


Figura 2.20 – Perímetros de controle recomendados pela norma NB1/78

### 2.2.7 – NBR 6118/03, NB1/03. (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 2003)

A NB1/03 adota as recomendações da MC90 com pouquíssimas variações. A tensão de puncionamento no perímetro crítico ou de controle é determinada pela Equação 2.18.

$$s_d = \frac{V_{sd}}{u_1 \cdot d} \quad (2.18)$$

A resistência das lajes de concreto armado no perímetro de controle, sem armadura de cisalhamento é estimada de acordo com a Equação 2.19.

$$\begin{aligned} c_{ck} &= 0,18 \cdot (100 \cdot f_{ck})^{1/3} \\ &= 1 + \sqrt{(200/d)} \end{aligned} \quad (2.19)$$

Com  $d$  em mm

A Figura 2.21 representa o perímetro de controle ( $u_1$ ) distante  $2 \cdot d$  das faces da área carregada.

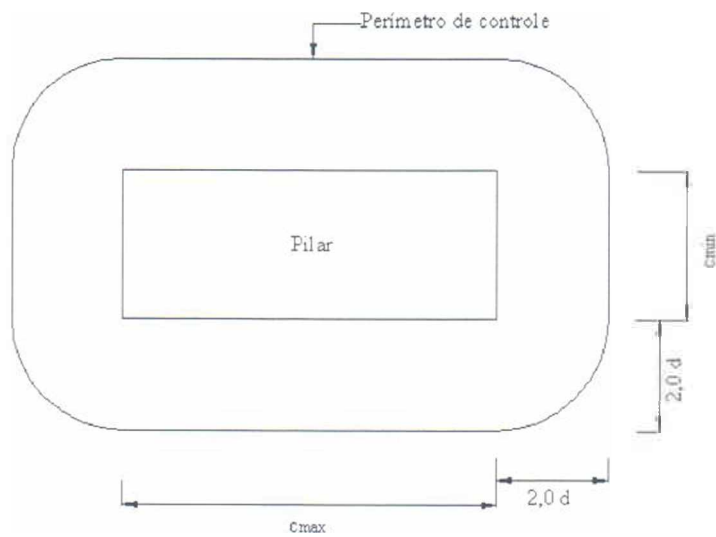


Figura 2.21 – Perímetros de controle de acordo com a norma NB1/03

Apesar da NB1/78 não considerar os efeitos das dimensões dos elementos estruturais envolvidos no funcionamento e a influência da armadura de flexão, esta considera o efeito da retangularidade dos pilares.

A exemplo da norma MC90, a NB1/03 não considera o efeito do índice de retangularidade dos pilares. No Capítulo 5 serão apresentados os resultados obtidos com as recomendações da NB1/78 e da NB1/03.

### 2.3 – ANÁLISE DOS MÉTODOS E NORMAS APRESENTADAS

Fazendo-se qualquer comparação entre as recomendações normativas para estimar a carga de ruptura das lajes é necessário compreender que as considerações em relação às dimensões das áreas carregadas e a posição dos perímetros de controle estão inter-relacionadas. Nas comparações entre os tratamentos dos fatores em questão pelas normas e nas diferenças no tratamento de outros fatores, a taxa de armadura de flexão, a altura útil e a resistência do concreto foram eliminadas. Isto é feito aqui relacionando todas as resistências estimadas com um valor de referência  $V_{Ref}$ , igual à resistência estimada para uma laje calculada nas duas direções e com um pilar quadrado de lado  $2 \cdot d$ .

Devido o comprimento de  $u_1$  ser muito mais dependente das dimensões dos pilares na ACI que na MC90, se a ACI não tivesse introduzido o coeficiente de redução  $\alpha$ , os valores de  $\frac{V_{ACI}}{V_{Ref}}$  para áreas carregadas quadradas relativamente grandes seriam mais elevados

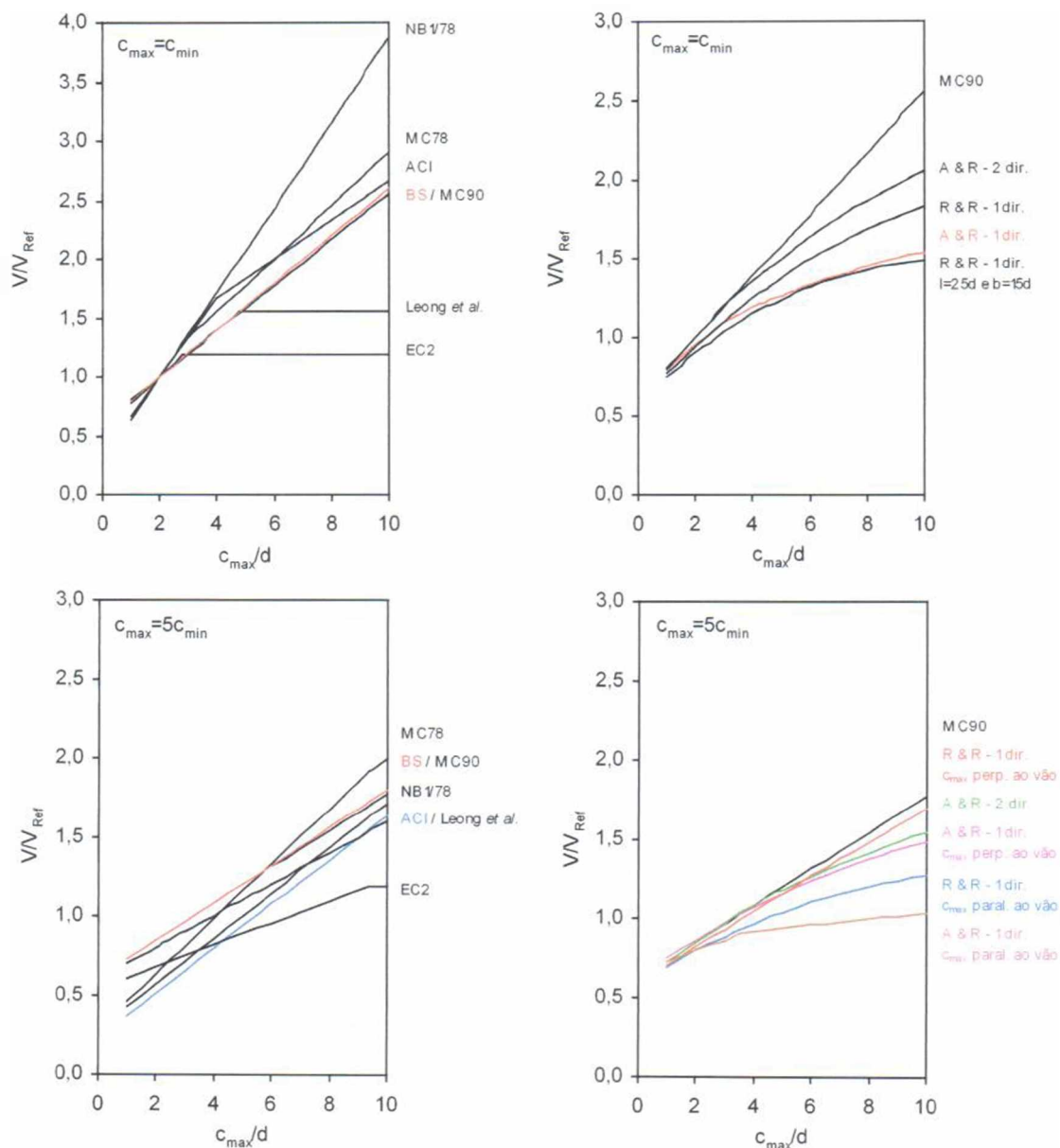
comparados com os valores de  $\frac{V_{MC90}}{V_{Ref}}$ . Com  $\alpha$  incluído, a diferença entre as duas normas é

significativamente reduzida. Verifica-se que a ACI utiliza-se de um fator para considerar as dimensões dos pilares enquanto que a MC90 fornece resultados satisfatórios adotando uma definição diferente para o perímetro de controle. A Figura 2.22 apresenta comparações das estimativas das normas e de outros métodos para áreas carregadas quadradas e para aquelas

com  $\frac{c_{max}}{c_{min}} = 5$ . As recomendações da norma brasileira NB1/03 não foram incluídas nesta

figura pelo fato do texto de discussão adotar as mesmas recomendações da MC90, que

considera, entre outros fatores, a taxa de armadura de flexão. A análise realizada não duplica as comparações realizadas no Capítulo 5. O lado esquerdo da figura considera as recomendações que não fazem distinção entre as lajes calculadas em uma ou duas direções. O lado direito da figura apresenta os resultados para os métodos que levam em conta o comportamento das lajes sob flexão e inclui curvas para a MC90.



Observações:

- 1 –  $V_{Ref}$  = Resistência de uma laje calculada em duas direções e pilar quadrado com  $c=2 \cdot d$ ;
- 2 – A & R – 1 ou 2 dir. = Método de Al-Yousif e Regan aplicado às lajes calculadas em uma ou duas direções;
- 3 – R & R – 1 dir. = Método de Regan e Rezai-Jorabi aplicado às lajes calculadas em uma direção;
- 4 –  $b$  é a dimensão dos bordos apoiados ou carregados de uma laje retangular calculada em uma direção;
- 5 – Exceto onde informado, as estimativas de Regan e Rezai-Jorabi são para lajes com  $l=b=20 \cdot d$ .

Figura 2.22 – Comparação entre alguns métodos e normas apresentadas

Para áreas carregadas quadradas, as estimativas da MC78, MC90 e ACI estão todas dentro de uma faixa de 15% de variação, de uma em relação à outra, e exceto para áreas relativamente grandes as estimativas de Al-Yousif e Regan, para lajes calculadas em duas direções, não são muito baixas. Contudo, para lajes calculadas em uma direção, os métodos de Al-Yousif e Regan e Regan e Rezai-Jorabi fornecem resistências significativamente mais baixas que as estimadas pelas normas consideradas. Deve-se observar aqui que os resultados obtidos através do método de Regan e Rezai-Jorabi dependem das dimensões das lajes, o que não é o caso dos outros métodos. A NB1/78 e a EC2/92 foram as normas que forneceram as maiores e menores estimativas para as resistências das lajes, respectivamente.

Com  $\frac{c_{m\acute{a}x}}{c_{m\acute{i}n}} = 5$  as diferenças entre as estimativas das normas são mais acentuadas, com a ACI e a NB1/78 estimando as mais baixas resistências para valores de  $\frac{c_{m\acute{a}x}}{d}$  relativamente pequenos e a EC2 fornecendo os mais baixos valores quando a relação  $\frac{c_{m\acute{a}x}}{d}$  é elevada. Nos métodos levando em conta o comportamento das lajes à flexão existem diferenças consideráveis entre as resistências obtidas para diferentes orientações das áreas carregadas, isto é, entre casos com  $c_{m\acute{a}x}$  na direção do vão da laje e com  $c_{m\acute{a}x}$  perpendicular a este.

A Tabela 2.9 apresenta as relações entre as resistências observadas por Leong *et al.*, Hawkins *et al.* e as estimadas pelas normas. A Figura 2.23 mostra uma comparação entre os resultados obtidos em 17 ensaios e os estimados pelas normas. Para os dados de Hawkins *et al.*, observa-se que tanto a BS 8110 quanto a MC90 tendem a superestimar os resultados quando as lajes são apoiadas nos dois bordos paralelos às menores dimensões dos pilares e o índice de retangularidade aumenta, com a MC90 fornecendo estimativas satisfatórias para  $\frac{c_{m\acute{a}x}}{d} < 3$ . As lajes C11F22, C13F22, C15F22 e C13F11 são citadas no trabalho de Leong *et al.* (2000). As cargas estimadas pelas normas para estas lajes são apresentadas na Tabela 1 do Apêndice B.

Para as lajes 3 e 6, com as mesmas características, inclusive com cargas de ruptura muito próximas, a MC90 estimou para a primeira uma resistência ao puncionamento 12% maior que a da laje 6. Um fator que possivelmente pode ter provocado este acréscimo estimado de resistência na laje 3 é a diferença entre as resistências à compressão do concreto, cerca de



25%. O mesmo comportamento dos resultados é observado quando as lajes 4 e 8 são comparadas, sendo que estas apresentaram índice de retangularidade 4,3.

Os resultados estimados pela equação proposta por Hawkins *et al.* não foram incluídos na tabela, mas forneceram valores conservadores para  $\frac{c_{\max}}{d} > 3$ , quando comparados com os resultados de seus ensaios. A norma brasileira NBR 6118/78, também conhecida como NB1/78, estimou resultados tão conservadores quanto os fornecidos pela ACI e EC2, sendo que as duas últimas também consideram em suas equações o efeito da retangularidade dos pilares, mas não os padrões de carregamento e posição das faces dos pilares em relação aos bordos das lajes.

Tabela 2.9 – Relação entre as resistências observadas por Leong *et al.* (2000), Hawkins *et al.* (1971) e as estimadas pelas normas

Autor	Laje	$\frac{c_{\max}}{c_{\min}}$	$\frac{c_{\max}}{d}$	$V_{Exp}/V$					
				ACI	BS8110	MC90	EC2	NB1/78	NB1/03
Leong <i>et al.</i>	OC11	1,0	1,90	1,65	1,20	1,10	1,36	1,85	1,09
	OC13	3,0	5,59	1,57	1,15	1,07	1,49	1,43	1,06
	OC15	5,0	9,73	1,52	1,03	0,96	1,70	1,62	0,95
	OC13 <sub>a=1.60</sub>	3,0	5,47	1,42	1,04	0,97	1,38	1,30	0,95
	C11F22	1,0	1,61	1,26	0,98	0,91	1,06	1,43	0,90
	C13F22	3,0	4,84	0,98	0,92	0,86	1,13	1,08	0,85
	C15F22	5,0	7,81	1,31	0,95	0,89	1,45	1,39	0,88
	C13F11	3,0	4,72	1,11	1,01	0,94	1,21	1,01	0,93
Hawkins <i>et al.</i>	1	1,0	2,60	1,07	0,99	0,92	1,13	1,18	0,91
	2	2,0	3,46	1,05	0,95	0,88	1,14	1,16	0,87
	3	3,0	3,90	1,08	0,84	0,78	1,09	1,00	0,77
	4	4,3	4,22	1,24	0,85	0,78	1,25	1,24	0,77
	5	3,0	3,90	1,26	0,95	0,88	1,31	1,16	0,87
	6	3,0	3,90	1,29	0,95	0,88	1,39	1,19	0,87
	7	3,0	3,90	1,15	0,94	0,88	1,29	1,06	0,86
	8	4,3	4,11	1,24	0,92	0,85	1,38	1,25	0,84
	9	2,0	2,53	1,04	1,01	0,94	1,15	1,17	0,92
Média				1,25	0,98	0,91	1,29	1,27	0,90
Desvio padrão				0,20	0,09	0,08	0,17	0,22	0,08
Coeficiente de variação(%)				15,70	9,33	9,14	13,08	17,58	9,18

Comparando os resultados estimados com os observados por K. K. Leong e S. Teng, verifica-se que, para as lajes desta pesquisa, para todos os índices de retangularidade apresentados, a norma brasileira NB1/03 forneceu resultados semelhantes aos resultados estimados pela MC90, como esperado. A alteração no perímetro de controle proposta pelos autores para as equações da BS 8110 não surtiu efeito quando aplicada aos pilares com razão entre os lados menor ou igual a 3 e provocou uma redução de aproximadamente (12%) na estimativa de resistência da laje OC15.

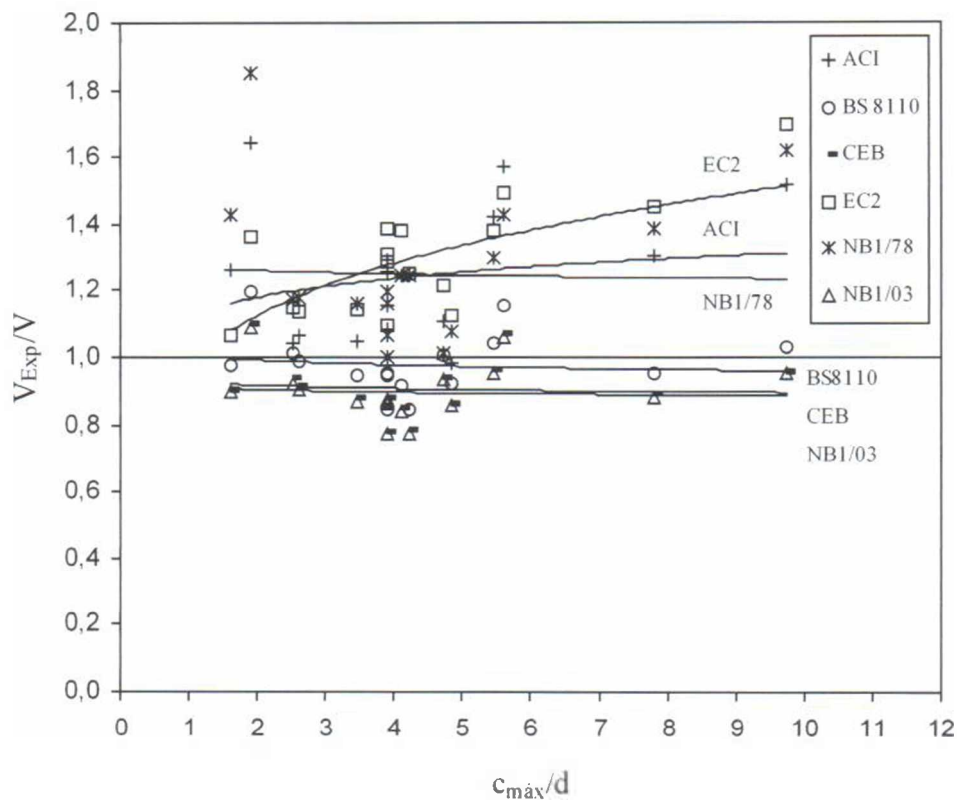


Figura 2.23 – Comparação entre os resultados observados por Leong *et al.* (2000), Hawkins *et al.* (1971) e os estimados pelas normas

Os resultados apresentados pela BS 8110 foram melhores quando analisados globalmente. Com resultados mais conservadores para índices entre 3 e 5 aparecem, em ordem crescente, a ACI, a NB1/78 e a EC2. Entretanto, a tendência dos resultados estimados pela BS 8110, MC90 e NB1/03 é superestimar a resistência das lajes à medida que a maior dimensão dos pilares aumenta, em relação à altura útil das lajes.

A BS 8110 utiliza um perímetro com cantos retos e um coeficiente de dimensão diferente daquele utilizado pela MC90, que apresentou os menores valores para o desvio padrão e coeficiente de variação, mas fornecendo resultados mais elevados que a BS 8110.

A concepção estrutural das lajes tem relevante influência na resistência última destas, com algumas das normas analisadas superestimando esta resistência. Isto pode ser verificado quando as lajes 3 e 6 de Hawkins *et al.* são comparadas entre si, que possuem os mesmos valores para as relações  $\frac{c_{m\acute{a}x}}{c_{m\acute{i}n}}$  e  $\frac{c_{m\acute{a}x}}{d}$ .

Em função das análises realizadas foram definidos os ensaios que são apresentados no próximo capítulo.

### 3 – PROGRAMA EXPERIMENTAL

O programa experimental visa representar uma situação bastante encontrada na prática, principalmente em edifícios residenciais cujas estruturas são constituídas por lajes cogumelo apoiadas em pilares com índices de retangularidade elevadas. Para tanto, as lajes foram dimensionadas e confeccionadas de forma que representassem regiões com momentos fletores negativos em torno de pilares internos de um painel de lajes, como mostrado na Figura 3.1. O índice de retangularidade dos pilares variou de 1 a 5.

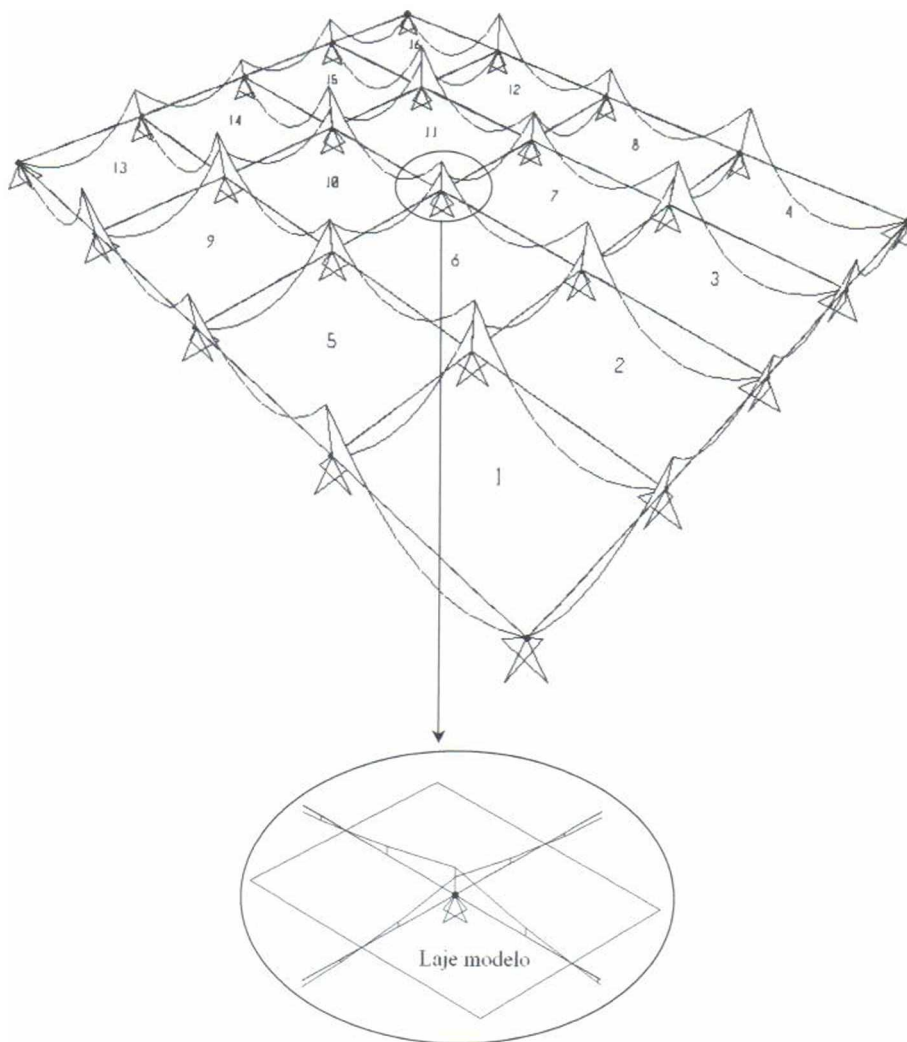


Figura 3.1 – Representação das lajes

### 3.1 – LAJES

#### 3.1.1 – Detalhes das lajes

Foram ensaiadas 15 lajes de concreto armadas nas duas direções com as mesmas dimensões e armadura de flexão. A taxa de armadura de flexão ( $\rho = \frac{A_s}{b \cdot d}$ ) foi de aproximadamente 0,011 em cada direção. As lajes possuíram lados com 1680 mm e 2280 mm de comprimento e foram submetidas a um carregamento distribuído ao longo dos bordos através de vigas metálicas. As características das lajes ensaiadas podem ser encontradas na Tabela 3.1 e na Figura 3.2.

As cargas  $P_1$  e  $P_2$  tiveram a mesma intensidade e foram aplicadas paralelamente ao menor e maior lado do pilar, respectivamente. Tal procedimento teve como objetivo analisar o comportamento das lajes com a variação da posição do carregamento em relação às faces dos pilares. Desta forma podia-se observar a variação da resistência ao puncionamento com a resistência à flexão das lajes, sob carregamento  $P_1$ . A relação entre o maior e menor vão ( $\frac{l_y}{l_x}$ ) variou de 0,96 a 1,27, de 1,22 a 1,57 e de 1,09 a 1,43 nas lajes com carregamento  $P_1$  (lajes “a”),  $P_2$  (lajes “b”) e com  $P_1$  e  $P_2$  (lajes “c”), respectivamente.

Os pilares foram simulados no centro da superfície inferior utilizando-se cinco placas retangulares de aço com os lados menores ( $c_{\min}$ ) medindo 120 mm e os lados maiores ( $c_{\max}$ ) com dimensões variando de uma a cinco vezes a dimensão do lado  $c_{\min}$ , ou seja, 120, 240, 360, 480 e 600 mm. Observa-se que o aumento dos pilares na direção  $y$ , com um carregamento  $P_1$  constante, reduz a intensidade do momento fletor em suas faces, amenizando os efeitos da flexão sobre a integridade da laje.

A espessura das placas de aço que simularam os pilares foi de 50 mm. A altura total das lajes foi mantida constante e igual a 130 mm e a altura útil foi de aproximadamente 107 mm. A resistência à compressão do concreto, medida em corpos de prova cilíndricos com dimensões 150 x 300 mm esteve em torno de 60 MPa.

Tabela 3.1 – Características das lajes ensaiadas

Laje	d (mm)	$\rho$	$f'_c$ (MPa)	Pilar		Carregamento aplicado
				$c_{\min}$ (mm)	$c_{\max}$ (mm)	
L1a	107	0,0109	57	120	120	$P_1$
L1b	108	0,0108	59	120	120	$P_2$
L1c	107	0,0109	59	120	120	$P_1$ e $P_2$
L2a	109	0,0107	58	120	240	$P_1$
L2b	106	0,0110	58	120	240	$P_2$
L2c	107	0,0109	57	120	240	$P_1$ e $P_2$
L3a	108	0,0108	56	120	360	$P_1$
L3b	107	0,0109	60	120	360	$P_2$
L3c	106	0,0110	54	120	360	$P_1$ e $P_2$
L4a	108	0,0108	56	120	480	$P_1$
L4b	106	0,0110	54	120	480	$P_2$
L4c	107	0,0109	56	120	480	$P_1$ e $P_2$
L5a	108	0,0108	57	120	600	$P_1$
L5b	108	0,0108	67	120	600	$P_2$
L5c	109	0,0107	63	120	600	$P_1$ e $P_2$

A Figura 3.2 apresenta a posição do carregamento nas lajes.

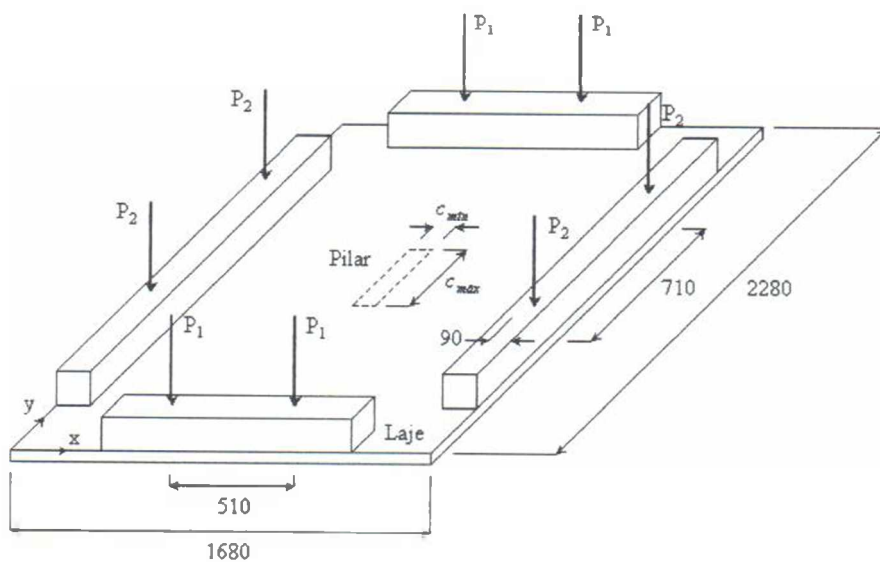


Figura 3.2 – Posição do carregamento nas lajes

### 3.1.1.1 – Armadura de flexão

As armaduras de flexão foram dimensionadas de forma que os momentos resistentes das lajes na direção  $y$  fossem aproximadamente iguais aos momentos máximos solicitantes. No cálculo dos momentos resistentes das lajes, pela teoria das linhas de ruptura, considerou-se  $\rho = 1,082\%$ ,  $f_{ys} = 750$  MPa,  $f_c = 60$  MPa e  $d_x = 101,25$  mm. Assim, neste cálculo não foi considerada a contribuição da armadura de flexão perpendicular a  $l_y$ .

As armaduras de flexão foram iguais para todas as lajes. Cada armadura de flexão foi constituída por barras de aço de 12,5 mm de diâmetro, com 23 e 15 barras posicionadas ao longo de  $l_y$  e  $l_x$ , respectivamente. As barras foram dispostas ortogonalmente entre si e na camada externa da armadura estavam paralelas a  $l_x$ . O espaçamento na direção  $y$  foi de 117 mm, enquanto que na direção  $x$  foi de 102 mm. Todas as barras foram ancoradas em suas extremidades por ferros de 6,3 mm de diâmetro dobrados em forma de  $U$  com dimensões de 400 x 400 x 108 mm cada. O cobrimento destas armaduras foi de aproximadamente 10 mm. As figuras 3.3a 3.3b mostram a disposição das barras e grampos das armaduras de flexão. A taxa de armadura para cada laje pode ser observada na Tabela 3.1. Esta taxa foi determinada através da Equação 3.1.

$$\rho = \frac{A_s}{b \cdot d} \quad (3.1)$$

$A_s$  é a área da seção transversal da armadura de flexão,  $d$  é a altura útil da laje e  $b$  o comprimento do vão da laje.

A armadura posicionada na superfície inferior foi constituída de barras de 6,3 mm espaçadas de 204 mm e 236 mm nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. Sua distribuição foi semelhante a da armadura superior. O cobrimento utilizado nesta região foi de 6,3 mm. Para manter o cobrimento planejado, e conseqüentemente a altura útil, foram instalados 5 ferros de 6,30 mm de diâmetro em forma de  $U$  em cada laje, sendo que um foi posicionado no centro das lajes e os demais à aproximadamente 10 cm dos 4 grampos de içamento das lajes, em direção ao centro da laje. Os grampos de içamento foram posicionados a aproximadamente 50 cm dos bordos das lajes, em ambas as direções.

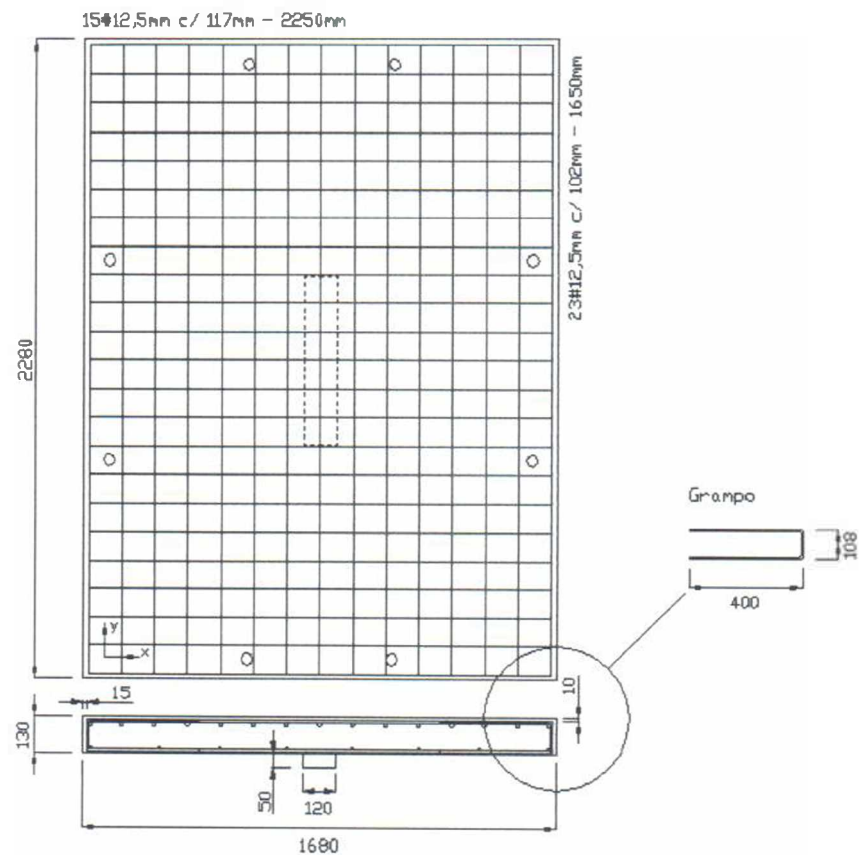


Figura 3.3a – Armadura superior e grampos de ancoragem



Figura 3.3b – Armadura superior posicionada nas formas



### 3.1.2 – Instrumentação

As deformações do concreto e da armadura de flexão foram medidas com extensômetros elétricos de resistência (EER). Os extensômetros utilizados para medir as deformações do concreto são do tipo PA-06-1000 BA-120 com dimensões totais de (6,35 x 31,80) mm, enquanto que os utilizados para medir as deformações das armaduras foram do tipo KFG-5-120-C1-11 com dimensões totais de aproximadamente (2,00 x 5,00) mm. Todos os extensômetros elétricos foram fornecidos pela Kyowa Electronic Instruments Co., Ltd..

Quanto à utilização de deflectômetros, utilizou-se 8 medidores na direção  $x$  e 8 na direção  $y$  objetivando o registro das deformações verticais em pontos fixos pré-estabelecidos nas lajes. Na direção  $x$  o espaçamento entre os medidores foi de 185 mm e na direção  $y$  foi de 205 mm. Nas duas direções o primeiro medidor foi posicionado a uma distância de 50 mm das faces do pilar. Com relação aos valores finais dos deslocamentos, adotou-se o procedimento de subtrair dos deslocamentos medidos o deslocamento global do sistema de ensaio. Para tanto um medidor foi posicionado com esta finalidade. A Figura 3.4a mostra os deflectômetros em uma laje “a” enquanto que a Figura 3.4b ilustra o posicionamento dos deflectômetros adotado para todas as lajes.

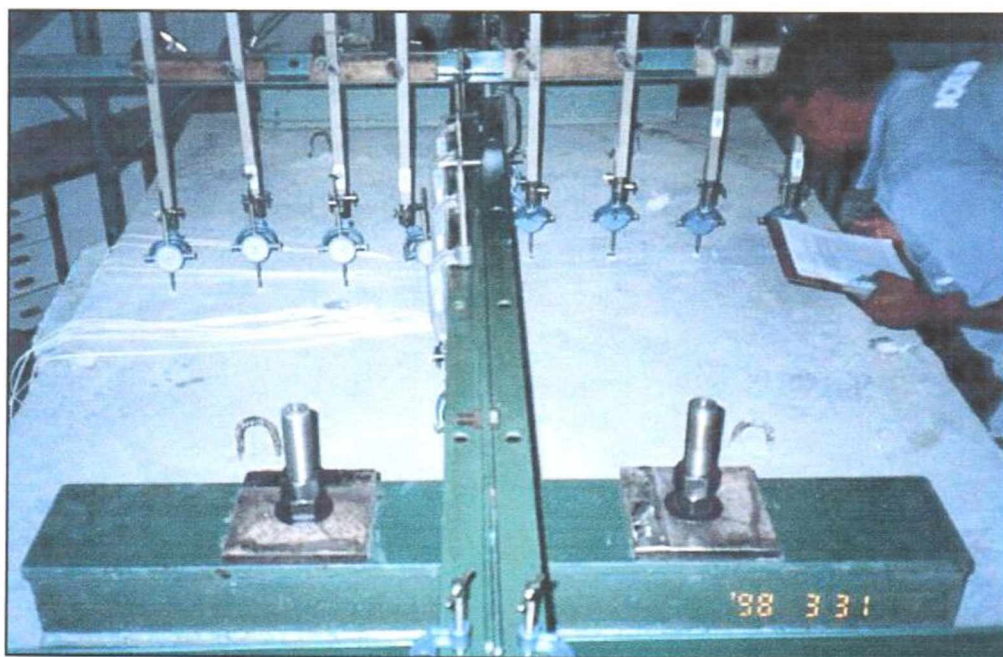


Figura 3.4a – Exemplo do posicionamento dos deflectômetros

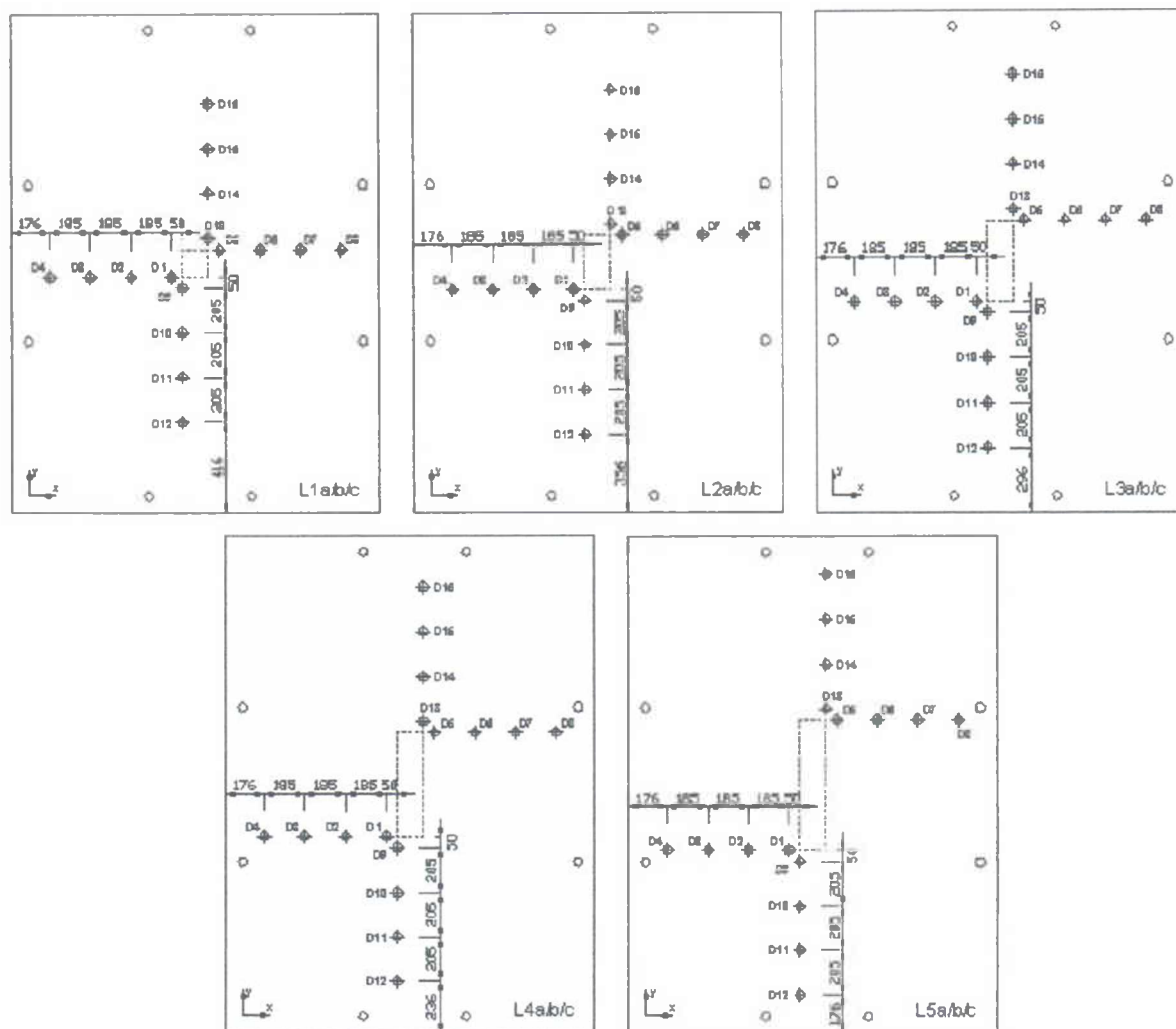


Figura 3.4b – Posição dos deflectômetros nas lajes

### 3.1.2.1 – Concreto

Na superfície inferior das lajes foram colados extensômetros elétricos com o objetivo de monitorar o comportamento do concreto nesta região. Os pontos de fixação dos sensores foram determinados com base nos resultados obtidos em outros trabalhos e na análise da simulação do ensaio em um programa que utiliza o método dos elementos finitos. Fixadas as posições dos extensômetros, foi estabelecido que estes seriam orientados radialmente em relação ao pilar, mesmo sabendo-se que as deformações tangenciais são mais elevadas.

Outros dois fatores que contribuíram para a orientação radial dos extensômetros foram a relativamente baixa resistência à flexão das lajes “a” e uma possível predominância da flexão nas lajes “b” à medida que o índice de retangularidade fosse incrementado.

Como se pode observar na Figura 3.5, os EERs foram fixados na superfície inferior das lajes em dois pontos pré-estabelecidos, ambos afastados de 50 mm (aproximadamente  $d/2$ ) das faces do pilar. A posição do extensômetro 1 foi igual para todas as lajes, enquanto que a posição do extensômetro 2 acompanhou a variação da dimensão da área carregada na direção  $y$ . Este procedimento foi adotado com a intenção de permitir o registro do possível esmagamento do concreto nestas regiões e o nível de sollicitação, o que possibilitaria uma análise comparativa dos resultados para cada laje e entre as demais.

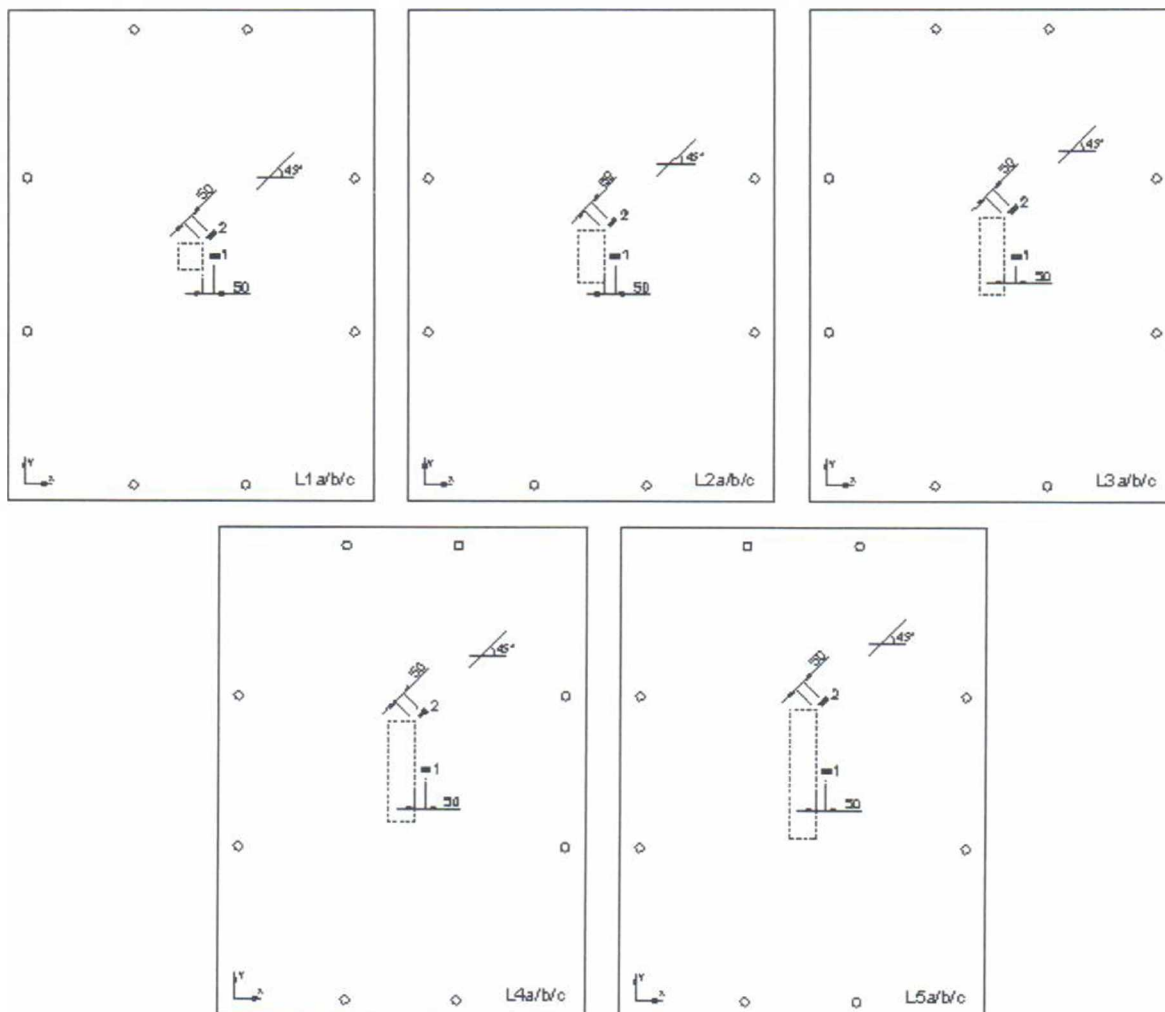


Figura 3.5 – Posição dos extensômetros na superfície do concreto

### 3.1.2.2 – Armadura de flexão

Em cada ponto monitorado da armadura superior foram colocados dois extensômetros elétricos, um na superfície inferior e outro na superfície superior das barras, de modo que

qualquer efeito proveniente de flexões locais das barras nos pontos monitorados fosse eliminado. A deformação adotada foi o resultado da média aritmética entre as deformações registradas nos extensômetros superiores e inferiores. A instrumentação da armadura de flexão teve como objetivo o acompanhamento das deformações radiais e auxiliar na definição dos modos de ruptura das lajes. Foram instrumentadas as barras ortogonais ao carregamento. As primeiras linhas de extensômetros (longitudinal e transversal) foram posicionadas paralelamente e distantes 60 mm de suas respectivas faces do pilar, e a segunda linha de extensômetros (extensômetros número 1) a 100 mm da primeira linha transversal.

A Figura 3.6 mostra o posicionamento das barras monitoradas das armaduras de flexão. Como pode ser observado, os fios dos extensômetros foram fixados de forma que não fossem danificados ou retardassem o processo da concretagem das lajes.

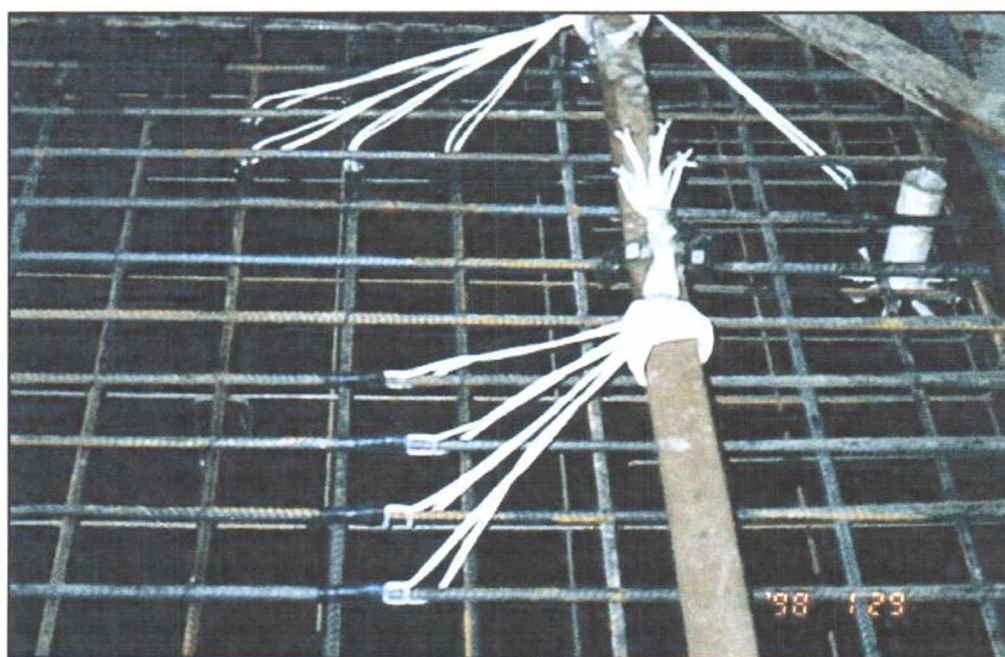


Figura 3.6 – Detalhe das barras monitoradas da armadura de flexão

As deformações radiais, mesmo sendo menores que as tangenciais, possibilitam a formação de fissuras tangenciais excessivas em estados avançados de carregamento, que caracterizam a iminência da ruptura por puncionamento. Este comportamento foi verificado em diversos trabalhos envolvendo ensaio de lajes cogumelo apoiadas em pilares quadrados, como na dissertação de mestrado de Oliveira (1998), por exemplo. Desta forma espera-se estabelecer

parâmetros para o início da formação das fissuras tangenciais, de acordo com as variáveis do ensaio. Na Figura 3.7 pode-se observar as posições dos extensômetros na armadura superior para cada laje.

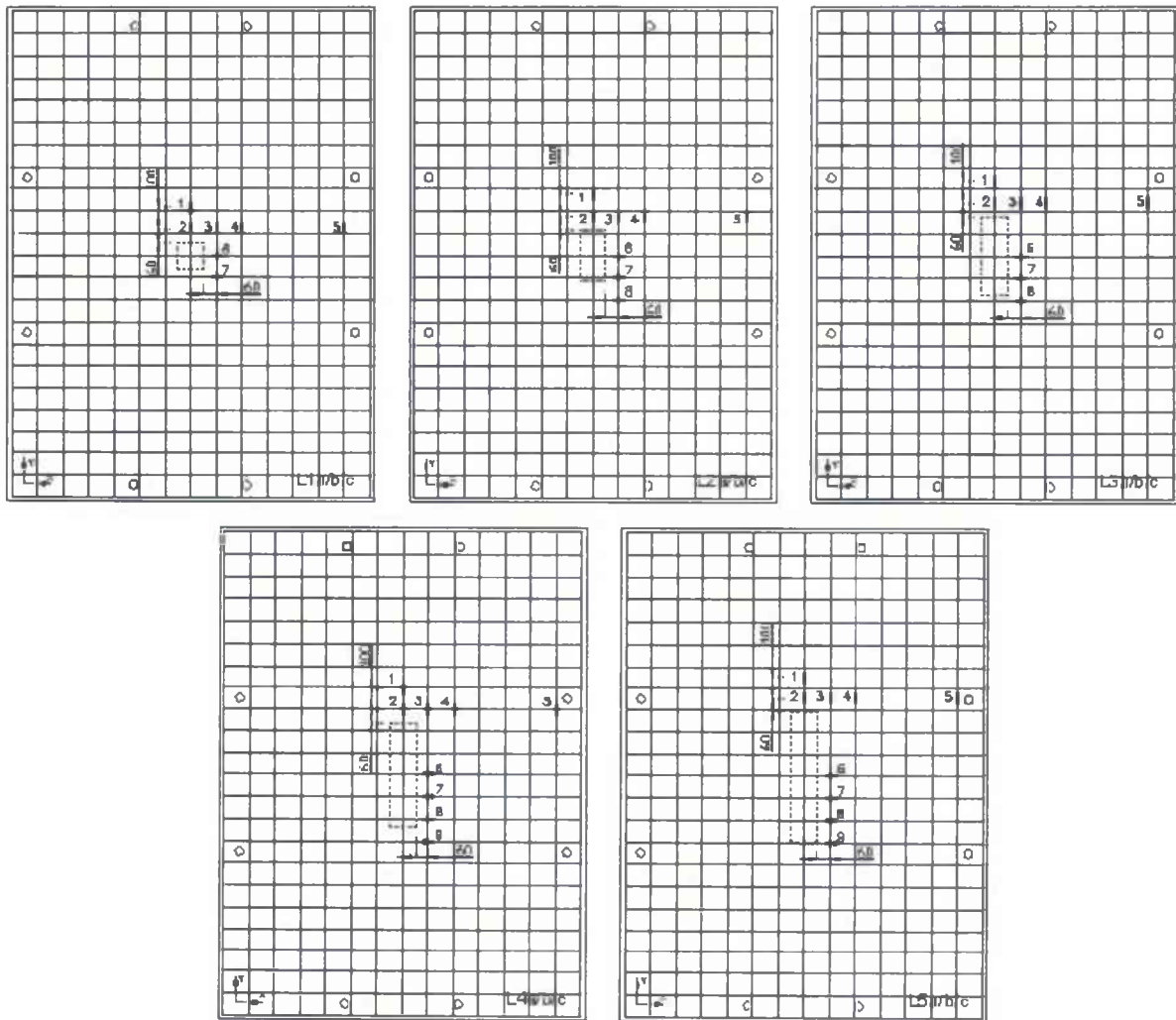


Figura 3.7 – Posição dos extensômetros na armadura superior

### 3.1.3 – Sistema de ensaio

Uma representação detalhada do sistema de ensaio é mostrada na Figura 3.8. Este sistema foi constituído basicamente de 8 vigas metálicas de reação, 4 para distribuição da carga ao longo dos bordos das lajes, 8 tirantes metálicos ( $\phi = 29,00$  mm e  $f_{ys} = 750$  MPa) para transmissão das cargas à laje de reação e 4 cilindros hidráulicos com capacidade de carga de 500 e 1000 kN para aplicação do carregamento nos bordos das lajes. Os pilares foram simulados no

centro da superfície inferior utilizando-se cinco placas metálicas retangulares com os lados menores ( $c_{\min}$ ) medindo 120 mm e os lados maiores ( $c_{\max}$ ) com dimensões variando de uma a cinco vezes a dimensão do lado menor, ou seja, 120, 240, 360, 480 e 600 mm e espessura de 50 mm. Foram utilizadas 4 células de carga, sendo 2 com capacidade para 500 kN e 2 com capacidade para 1000 kN, ambas com precisão de 0,1 kN. Foram utilizadas ainda 2 bombas hidráulicas, uma para cada dupla de cilindros.

O sistema de ensaio também foi constituído de equipamentos para leitura dos extensômetros elétricos, deflectômetros e medidores de fissuras. As fotografias apresentadas na Figura 3.9 mostram a disposição do sistema de ensaio utilizado, antes e depois da ruptura de uma laje. O desempenho deste sistema de ensaio foi considerado satisfatório.

### **3.1.3.1 – Processo de carregamento**

Em cada montagem do sistema de ensaio, a chapa metálica que simulou o pilar foi posicionada, nivelada e fixada com gesso. Logo em seguida a laje foi introduzida no sistema com os tirantes metálicos instalados e utilizados como guias de posicionamento desta. As vigas de reação inferiores encontravam-se então apoiadas em pilaretes de madeira devidamente instalados de forma que qualquer folga fosse eliminada entre estas vigas e as vigas de reação principais, impedindo que as células de carga e os cilindros hidráulicos, previamente posicionados, se deslocassem. A laje foi nivelada e calçada ao longo dos bordos com a finalidade de se manter o posicionamento enquanto os tirantes eram cuidadosamente fixados, com duas porcas em cada extremidade superior destes. Desta forma procurou-se garantir o equilíbrio da laje à medida que dois ou quatro cilindros trabalhavam simultaneamente na aplicação do carregamento.

Para a configuração do sistema de ensaio descrito não houve a necessidade de um pré-carregamento de acomodação e a influência do peso da laje e dos equipamentos de reação foram considerados desprezíveis.

Todas as lajes foram ensaiadas com o mesmo procedimento de aplicação de carga. Para as lajes carregadas nos quatro bordos utilizou-se duas pessoas para aplicação do carregamento e houve o máximo de empenho para aplicar as cargas simultaneamente. Em todas as etapas do carregamento as células de carga que trabalharam em duplas apresentaram a mesma carga

final. O carregamento foi aplicado na direção vertical, no sentido de cima para baixo, como mostrado nas Figuras 3.8, 3.9a e 3.9b. Em todas as lajes o carregamento foi aplicado em intervalos de aproximadamente 10 minutos e com incrementos de 40 kN. Este valor para o incremento do carregamento corresponde a aproximadamente 10% do valor médio estimado pela MC90 para a carga de ruptura por punção das lajes L3a, L3b e L3c.

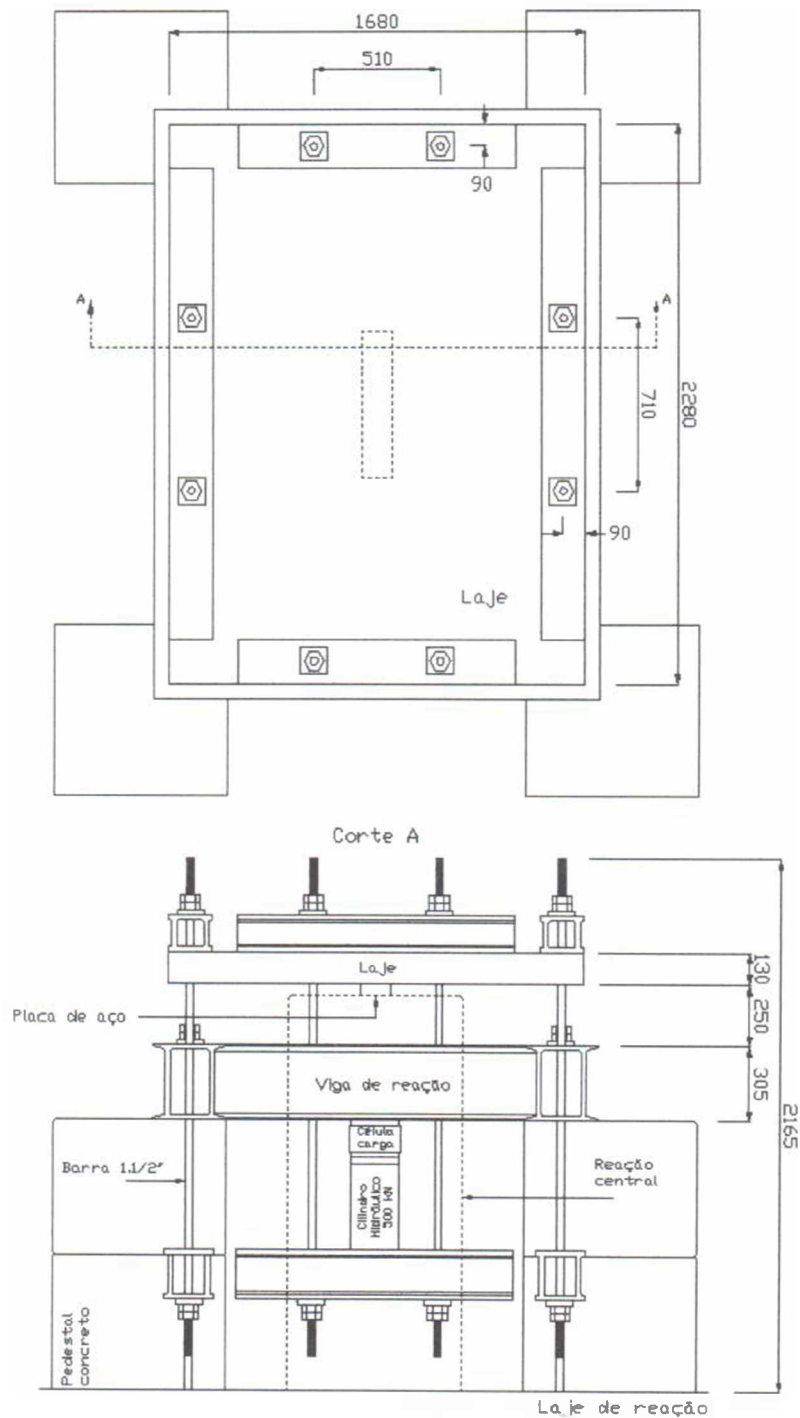


Figura 3.8 – Detalhes do sistema de ensaio e aplicação do carregamento

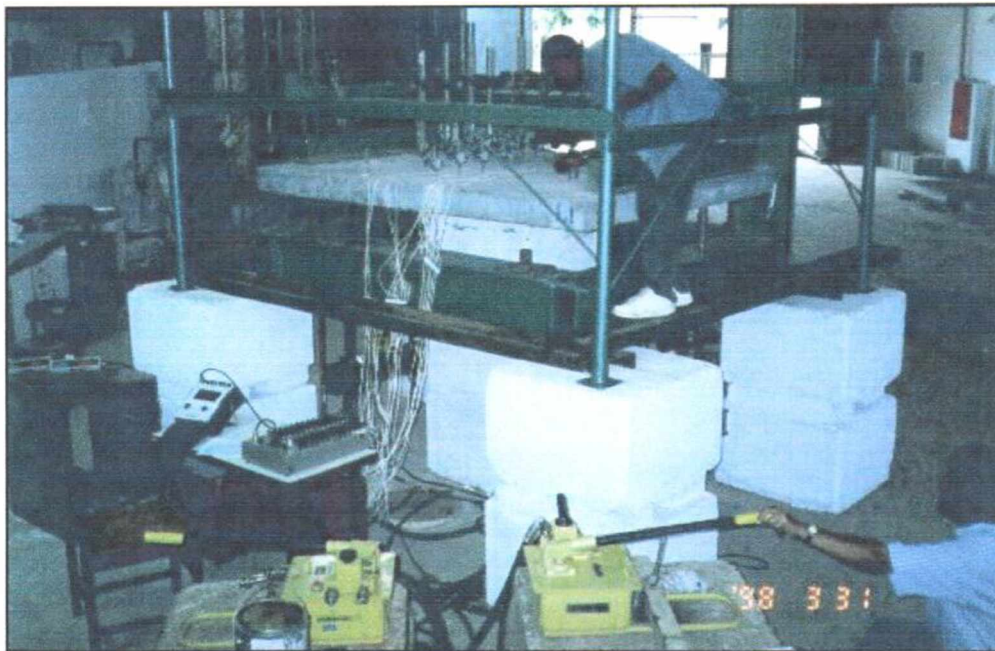


Figura 3.9a – Sistema de ensaio

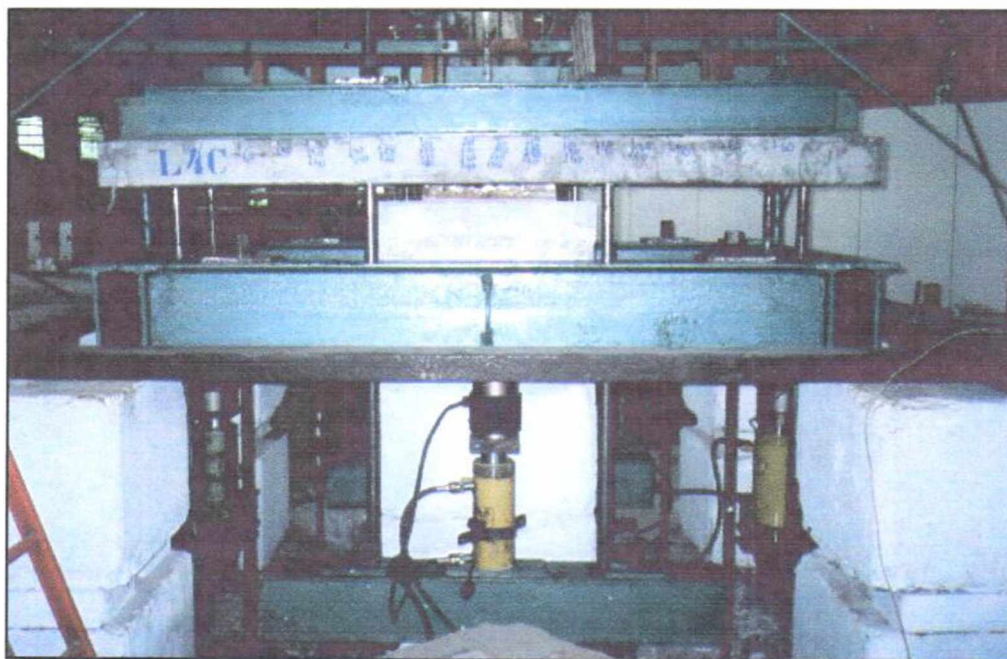


Figura 3.9b – Posicionamento dos cilindros hidráulicos



### 3.1.4 – Cargas últimas de flexão

O método das linhas de ruptura foi utilizado para determinar a capacidade resistente à flexão, tanto das lajes ensaiadas quanto das lajes apresentadas em outros trabalhos. Foi utilizado anteriormente por Elstner e Hognestad (1956) e Hallgren (1996), onde o último autor descreve os resultados desta estimativa para sete vigas de referência e posteriormente para dez lajes cogumelo de concreto armado. Estes resultados foram considerados satisfatórios. O mesmo processo é recomendado por Park e Gamble (1980).

De acordo com a MC90, o momento fletor último por unidade de comprimento pode ser obtido através da análise do diagrama simplificado representando os principais esforços atuantes em uma seção retangular de concreto armado à flexão. Este diagrama é mostrado na Figura 3.10.

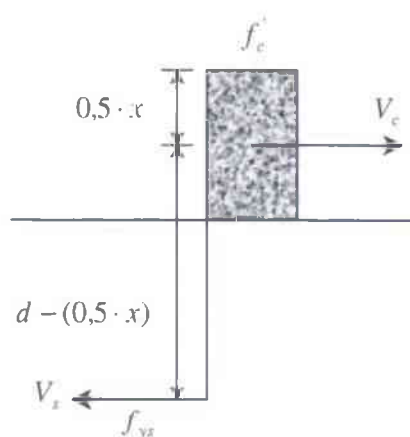


Figura 3.10 – Simplificação para distribuição de tensões de acordo com a MC90

Logo, o momento fletor último, por unidade de comprimento, é dado pela expressão:

$$m_{ur} = \rho \cdot f_{ys} \cdot d^2 \cdot \left(1 - 0,5 \cdot \rho \cdot \frac{f_{ys}}{f_c}\right) \quad (3.2)$$

A Figura 3.11 mostra as configurações adotadas para as distribuições das linhas de ruptura das lajes deste trabalho. Com o carregamento aplicado apenas nos dois bordos opostos (lajes tipo “a” e “b”), caracterizando uma laje calculada em uma direção, a superfície de ruptura

apresenta-se paralela ao carregamento e tal comportamento é assegurado com o aumento da maior dimensão dos pilares, também paralela ao carregamento (lajes tipo “b”). Para lajes calculadas em duas direções foi necessário desenvolver uma possível configuração para as linhas de ruptura mediante a presença de pilares retangulares. Esta aproximação baseia-se em modelos da literatura adotados em lajes quadradas com pilares quadrados, considerando apenas os comprimentos das distâncias entre as faces dos pilares e/ou áreas carregadas e as linhas de carregamento e/ou apoios. Os momentos resistentes por unidade de comprimento foram considerados iguais em ambas as direções.

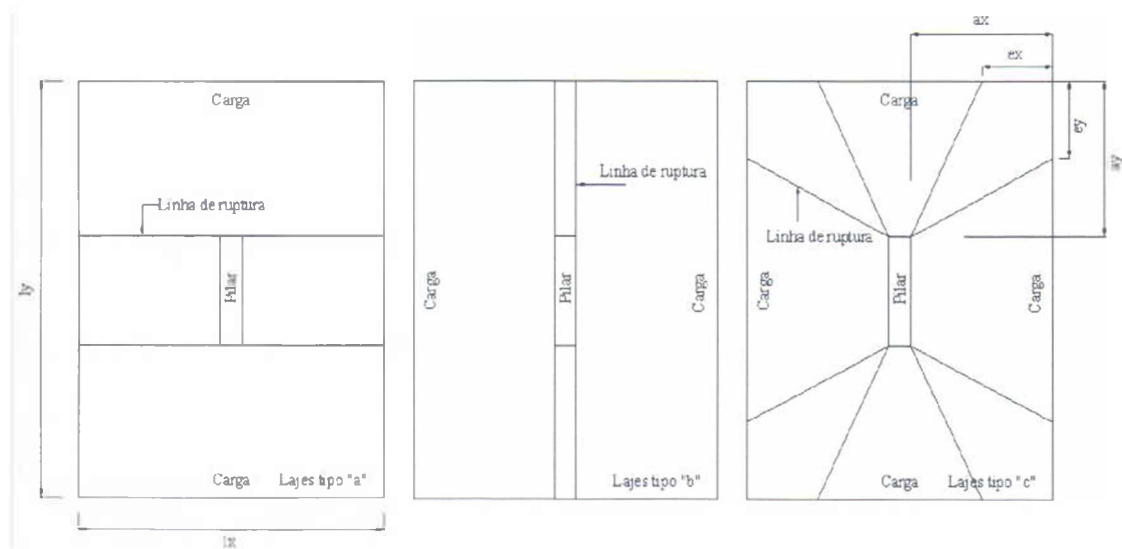


Figura 3.11 – Distribuição das linhas de ruptura para as lajes ensaiadas

As equações 3.3 e 3.4 apresentam as expressões adotadas para a determinação das cargas de ruptura das lajes carregadas nos dois bordos opostos e nos quatro bordos, respectivamente. O desenvolvimento completo para obtenção da Equação 3.4 é apresentado no Apêndice B.

$$P_{Flex} = 4 \cdot m_{un(y,x)} \cdot \frac{l_{(x,y)}}{l_{(y,x)} \cdot \left(1 - \frac{c_{máx,min}}{l_{(y,x)}}\right)} \quad (3.3)$$

$$P_{Flex} = 2 \cdot m_{un} \cdot \left\{ \frac{l_x}{a_y} + \frac{l_y}{a_x} - 2 \cdot \left[ \frac{a_y}{a_x} \cdot f_x + \frac{a_x}{a_y} \cdot f_y \right] \right\} \quad (3.4)$$

Sendo,

$$f_x = \frac{e_y}{a_y} \cdot \frac{\frac{e_x}{a_x} \cdot \left[ \frac{a_y}{e_y} - 1 \right]}{1 + \frac{e_x}{a_x} \cdot \left[ \frac{a_y}{e_y} - 1 \right]}$$

$$f_y = \frac{e_x}{a_x} \cdot \frac{\frac{e_y}{a_y} \cdot \left[ \frac{a_x}{e_x} - 1 \right]}{1 + \frac{e_y}{a_y} \cdot \left[ \frac{a_x}{e_x} - 1 \right]}$$

### 3.1.4.1 – Critério para os modos de ruptura

O critério preferencialmente adotado para o modo de ruptura baseia-se nas observações experimentais como: deformações da armadura de flexão, deformações e/ou esmagamento da superfície inferior do concreto e tipo (fissuras de cisalhamento ou de flexão) e comportamento das fissuras.

Como critério secundário ou alternativo foi adotado o que estabelece que a razão entre a resistência última observada e a resistência à flexão calculada ( $\frac{V_{Exp}}{P_{Flex}} = \phi$ ) pode ser usada para classificar o modo de ruptura. Quando  $\phi > 1$  o primeiro modo de ruptura é a flexão. Se  $\phi < 1$  a ruptura se dá por puncionamento, e se  $\phi \cong 1$  as rupturas por flexão e por puncionamento da laje ocorrem quase que simultaneamente.

É importante observar que o segundo critério depende essencialmente das propriedades dos materiais, isoladamente e em conjunto, do comportamento global das lajes sob carga e das configurações adotadas para as linhas de ruptura, e que deve ser considerado como um método teórico para estimar as cargas de ruptura por flexão, sendo possível apresentar variações em seus resultados que podem inviabilizar a utilização deste critério. Estas observações foram feitas por Elstner e Hognestad (1956), que também recomendam a observação experimental como prioridade.

## 3.2 – CONCRETO

### 3.2.1 – Composição do concreto

O concreto utilizado na confecção de todas as lajes ensaiadas foi fornecido pela empresa Cauemix S.A. O Cimento Portland utilizado foi o CPII-F 32 (Cimento Portland com Fíler calcário), que deve apresentar, no mínimo, 32 MPa aos 28 dias.

O agregado graúdo utilizado foi pedra britada constituída basicamente de calcário e o diâmetro máximo deste agregado foi de aproximadamente 15 mm. O agregado miúdo foi a areia natural e possuiu diâmetro menor ou igual a 5 mm. Foram ainda utilizados um superplastificante incorporador de ar e um retardador de pega, ambos da marca MBT, fornecidos pela concreteira “A Concrecon Concreto Construções Ltda.”.

A resistência à compressão e demais propriedades mecânicas do concreto, na data de ruptura das lajes, foram obtidas através de ensaios de compressão axial e diametral em corpos de prova com 150 mm de diâmetro e 300 mm de comprimento. A Tabela 3.2 apresenta alguns detalhes da composição do concreto fornecidos pela concreteira. Em todas as lajes foi empregada a mesma proporção de materiais.

Tabela 3.2 – Quantidade de material empregado por m<sup>3</sup> de concreto

Materiais	kg / m <sup>3</sup>
Cimento	600
Microsílica	60
Agreg. graúdo	1092
Agreg. miúdo	512
Água (l)	180
Superplastif. (l)	7,2
Retardador (l)	1,92
a / cim.+sílica	0,28

### **3.2.2 – Cura**

O procedimento de cura adotado para as lajes e corpos de prova constituiu-se basicamente em manter as superfícies destes umedecidas com sacos de aniagem durante os primeiros sete dias após a concretagem. Mesmo com suas superfícies umedecidas as lajes foram cobertas com lonas plásticas para retardar ainda mais a perda de umidade.

Logo após a moldagem os corpos de prova cilíndricos foram cobertos com sacos de aniagem umedecidos. Após 48 horas estes corpos de prova foram desformados e após o período de cura foram mantidos no mesmo ambiente natural juntamente com as lajes, este procedimento visa proporcionar aos corpos de prova as mesmas situações ambientais incidentes sobre as lajes. Ambos foram mantidos nesta situação de repouso até data de ruptura das lajes.

### **3.2.3 – Resistência à compressão**

A resistência à compressão do concreto, foi determinada de acordo com a NBR 5739/94 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1994-a), ou seja, através de ensaios de compressão axial de corpos de prova cilíndricos com as dimensões citadas anteriormente. Todos os ensaios foram realizados no Laboratório de Ensaio de Materiais da UnB por funcionários técnicos do próprio laboratório. Na Tabela 3.3 pode-se observar os valores da resistência à compressão. Cada valor de resistência nesta tabela é o valor médio de no mínimo três espécimes. A Figura 3.12 mostra a moldagem dos corpos de prova durante uma das concretagens.

### **3.2.4 – Resistência à tração**

A resistência à tração foi determinada através da ruptura de corpos de prova cilíndricos por compressão diametral, de acordo com a NBR 7222/94 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1994-b). Os ensaios de compressão diametral foram realizados no mesmo local e pelos mesmos técnicos que conduziram os ensaios de compressão axial. Assim como na determinação da resistência à compressão, os valores mostrados na Tabela 3.3 representam os valores médios de no mínimo três espécimes.



Figura 3.12 – Moldagem dos corpos de prova

Tabela 3.3 – Resistência à compressão e à tração do concreto

Laje	Idade (Dias)	$f'_c$ (MPa)	Número espécimes	$f'_{ct}$ (MPa)	Número espécimes
L1a	175	57,2	3	5,92	3
L1b	176	59,2	3	5,47	3
L1c	193	59,4	3	5,59	3
L2a	177	58,5	3	5,94	3
L2b	101	57,7	3	5,64	3
L2c	114	57,0	3	5,66	3
L3a	102	56,0	3	5,66	3
L3b	103	59,4	3	5,78	3
L3c	90	54,2	3	3,32	3
L4a	83	55,8	3	3,54	3
L4b	84	54,3	3	3,91	3
L4c	91	56,0	3	4,72	3
L5a	76	57,2	3	4,53	3
L5b	77	67,0	3	5,19	3
L5c	82	63,0	3	4,64	3

### 3.2.5 – Módulo de elasticidade

O módulo de elasticidade secante do concreto foi obtido experimentalmente e de acordo com a NBR 8522/84 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1984). Os valores observados foram então comparados com os estimados de acordo com as recomendações da norma MC90, através da Equação 3.5.

$$E_c = 2,15 \cdot 10^4 \cdot \left(\frac{f_c}{10}\right)^3 \quad (3.5)$$

A relação módulo de deformação – resistência foi desenvolvida para concretos com agregados a base de quartzo. Para outros tipos de agregados o módulo de deformação pode ser obtido multiplicando-se  $E_c$  por fatores  $\alpha$ , de acordo com Mehta e Monteiro (1994), que no caso em questão é igual a 0,9, já que o tipo de agregado é o calcário. Esta expressão é válida para resistências características até 80 MPa.

A Figura 3.13 mostra o posicionamento de um corpo de prova para a realização do ensaio para determinação do módulo de elasticidade do concreto.

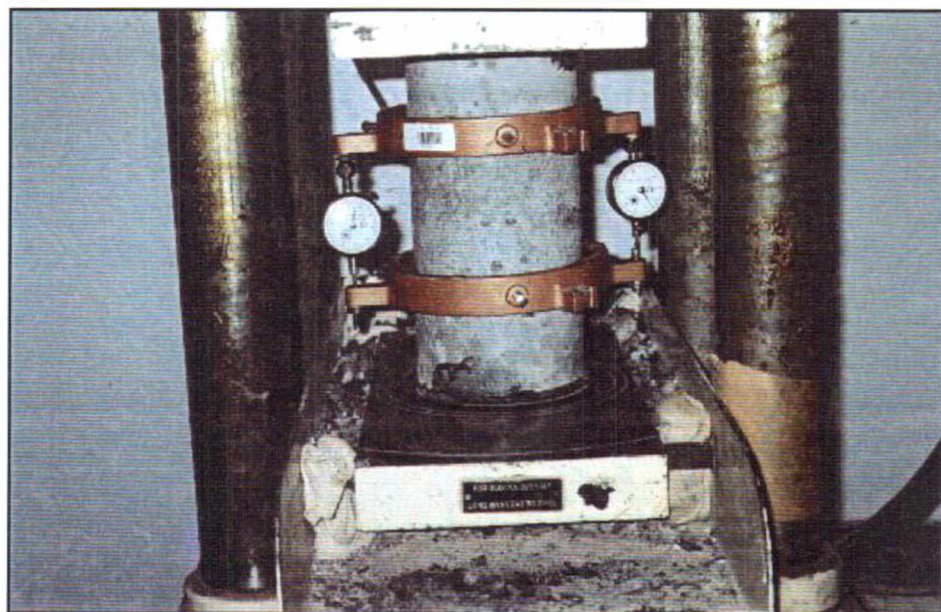


Figura 3.13 – Determinação experimental do módulo de elasticidade do concreto

A Tabela 3.4 apresenta os valores obtidos experimentalmente e com a utilização da Equação 3.5 para o módulo de elasticidade do concreto na data de ruptura das lajes. Verifica-se que o módulo médio estimado (34,7 GPa) é apenas 4% maior que o módulo médio experimental (33,4 GPa). Os valores fornecidos teoricamente foram satisfatórios para a maioria das lajes ensaiadas. Entretanto, verifica-se que o módulo teórico ultrapassou em 22% o módulo experimental do concreto da laje L2b. Nas lajes L1a e L1b os módulos obtidos experimentalmente foram aproximadamente 8% maiores que os estimados. Em todas as análises deste trabalho serão adotados os valores obtidos experimentalmente.

Tabela 3.4 – Resultados obtidos para o módulo de elasticidade do concreto

Laje	Idade (Dias)	$f_c$ (MPa)	Número espécimes	$E_{c\text{Exp}}$ (GPa)	$E_{c\text{MC90}}$ (GPa)	$\frac{E_{c\text{MC90}}}{E_{c\text{Exp}}}$
L1a	175	57	3	37,4	34,5	0,92
L1b	176	59	3	37,9	34,9	0,92
L1c	193	59	3	34,4	34,9	1,01
L2a	177	58	3	37,1	34,7	0,94
L2b	101	58	3	28,5	34,7	1,22
L2c	114	57	3	29,5	34,5	1,17
L3a	102	56	3	30,7	34,3	1,12
L3b	103	60	3	32,1	35,1	1,09
L3c	90	54	3	31,9	33,9	1,06
L4a	83	56	3	31,4	34,3	1,09
L4b	84	54	3	32,4	33,9	1,05
L4c	91	56	3	34,4	34,3	1,00
L5a	76	57	3	33,8	34,5	1,02
L5b	77	67	3	35,4	36,5	1,03
L5c	82	63	3	34,0	35,7	1,05

### 3.3 – AÇO

#### 3.3.1 – Armadura de flexão

A armadura de flexão de todas as lajes, como citado anteriormente, foi constituída por 23 barras de 12,5 mm na maior direção (y) e 15 barras de mesmo diâmetro na menor direção (x),



dispostas ortogonalmente entre si. Os grampos de ancoragem e as armaduras localizadas na região inferior das lajes foram constituídos por barras de 6,3 mm de diâmetro. Todas as armaduras de flexão superior e inferior assim como os grampos de ancoragem foram confeccionados utilizando-se barras de aço de um mesmo lote de fabricação.

Os ensaios foram realizados de acordo com a norma brasileira NBR 6152/92 (Associação Brasileira de Normas Técnicas, 1992). Do lote em questão foram retirados 05 corpos de prova das barras aleatoriamente e submetidos a ensaios de tração axial. As curvas (tensão x deformação) foram traçadas com base nas informações obtidas nestes ensaios, obtendo-se assim as tensões de escoamento das armaduras.

As deformações foram medidas com um extensômetro mecânico com precisão de centésimo de milímetro (0,01 mm), posicionado no meio da barra. O comprimento medido foi de 100 mm. Em todas as amostras ensaiadas a tensão de escoamento apresentou-se bem definida, tanto durante os ensaios como nas curvas tensão-deformação. O valor definido para a tensão de escoamento foi o valor médio dos resultados dos ensaios de tração, uma vez que todos os resultados das amostras foram semelhantes.

A Figura 3.14 apresenta as curvas tensão-deformação típicas para os aços que compõem as armaduras de flexão e grampos de ancoragem destas. As Tabelas 3.5 e 3.6 fornecem mais detalhes dos aços utilizados na confecção das armaduras de flexão e grampos de ancoragem.

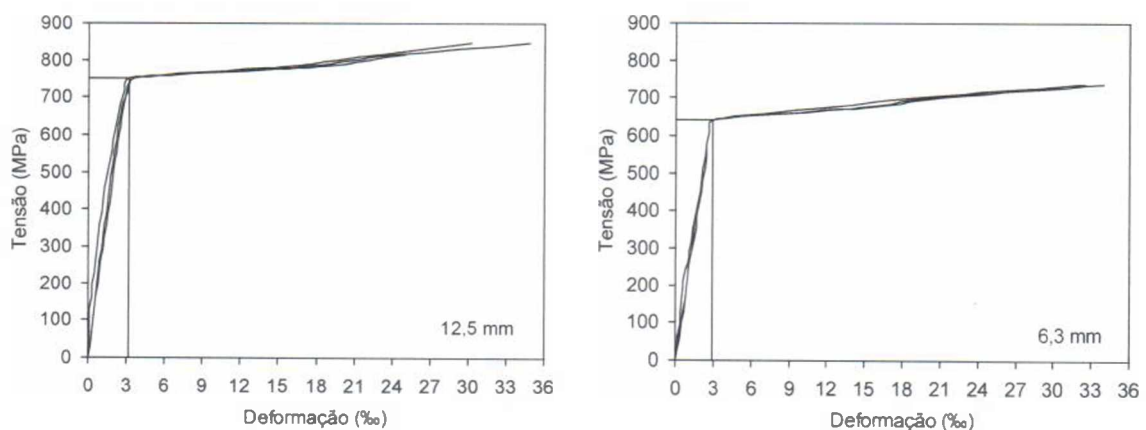


Figura 3.14 – Curvas tensão-deformação dos aços utilizados

Tabela 3.5 – Identificação dos aços da Figura 3.14 e suas utilizações nas lajes

Diagrama $\sigma \times \epsilon$	$\varnothing$ (mm)	Utilização
12,5	12,5	Armadura de flexão de todas as lajes
6,3	6,3	Armadura inferior e grampos de ancoragem das demais lajes

Tabela 3.6 – Propriedades mecânicas dos aços utilizados nas lajes

$\varnothing$ (mm)	$f_{ys}$ (MPa)	$\epsilon_{ys}$ (‰)	$f_u$ (MPa)	$\epsilon_u$ (‰)	$E_s$ (GPa)
12,5	749	3,20	903	-	234
6,3	641	2,95	799	-	217

## 4 – RESULTADOS EXPERIMENTAIS

Neste capítulo são apresentados os resultados dos ensaios que compuseram esta pesquisa. Estes resultados experimentais referem-se às flechas das lajes, deformações do concreto e das armaduras de flexão, mapas de fissuração, cargas últimas, modos de ruptura observados com a localização e inclinação das superfícies de ruptura.

### 4.1 – FLECHAS DAS LAJES

Como mencionado no Capítulo 3, as flechas das lajes foram determinadas com a utilização de 16 deflectômetros analógicos, com 8 aparelhos em cada direção, a partir das faces dos pilares. Com base nas informações coletadas foi possível avaliar o comportamento das lajes em função das flechas medidas ao longo dos vãos das lajes. Os dados obtidos para as flechas mostraram que os deslocamentos das lajes, ao longo das linhas nas quais as leituras foram realizadas, aumentaram praticamente linearmente com a distância a partir das faces dos pilares, como mostram as figuras 4.1a, 4.1b, 4.1c, 4.1d e 4.1e, onde  $V$  é a carga para a qual foi realizada a última leitura. Foi observado que as lajes “b” apresentaram diferenças menores entre as leituras dos aparelhos nas direções  $x$  e  $y$ , sendo que na laje L5b a flecha máxima na direção  $y$  foi maior que a leitura na direção  $x$  em aproximadamente 7%. Este comportamento indica que mesmo com o carregamento paralelo às maiores faces do pilar, existe um grau elevado de solicitação à flexão na direção  $y$ .

A situação de carregamento das lajes “b” pode ser considerada como a menos propícia para o surgimento do fenômeno da polarização das tensões cisalhantes. Entretanto, o comportamento à flexão das lajes “b” fornece parâmetros que possibilitam deduzir que, mesmo no caso de carregamento e posição do pilar das lajes em questão, houve uma considerável concentração de forças cortantes nas extremidades dos pilares. As médias das flechas máximas medidas nos aparelhos D4, D8, D12 e D16 são apresentadas na Tabela 1. Nesta tabela pode-se observar que as flechas máximas das lajes “a” (L5a), “b” (L3b) e “c” (L3c) foram de 29,68 mm, 19,62 mm e 17,28 mm, respectivamente.

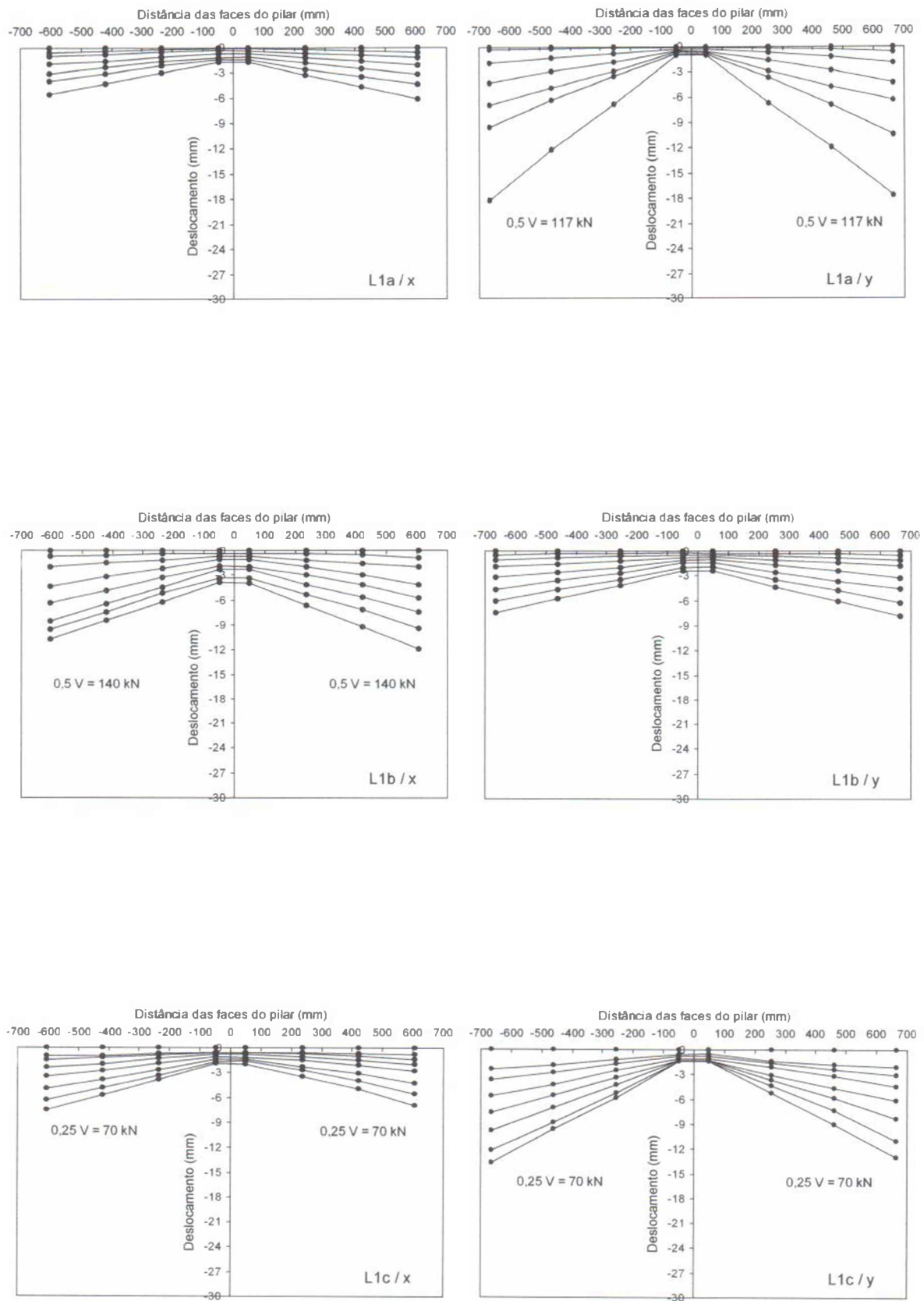


Figura 4.1a – Flechas das lajes 1a, 1b e 1c nas direções x e y

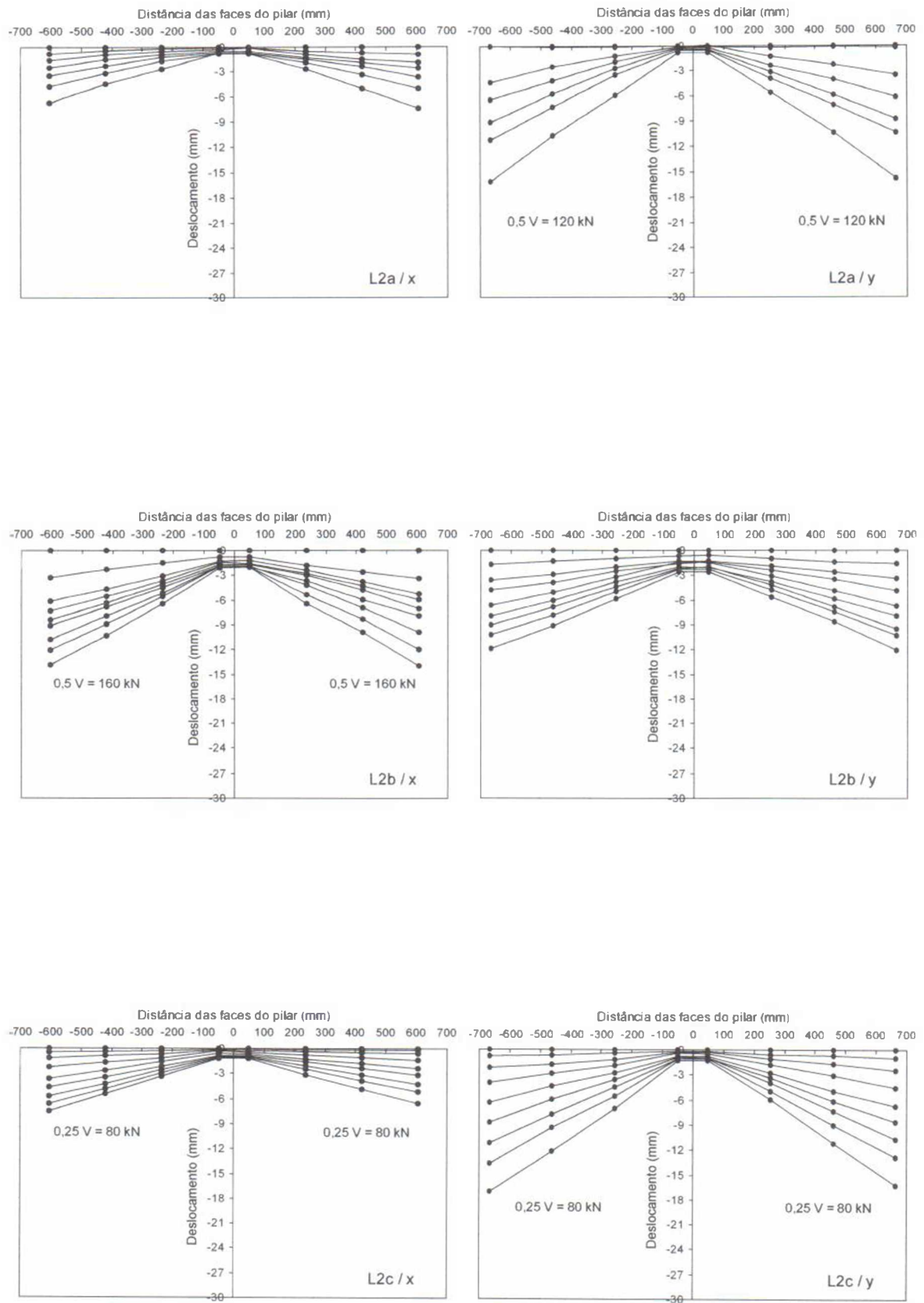


Figura 4.1b – Flechas das lajes 2a, 2b e 2c nas direções x e y

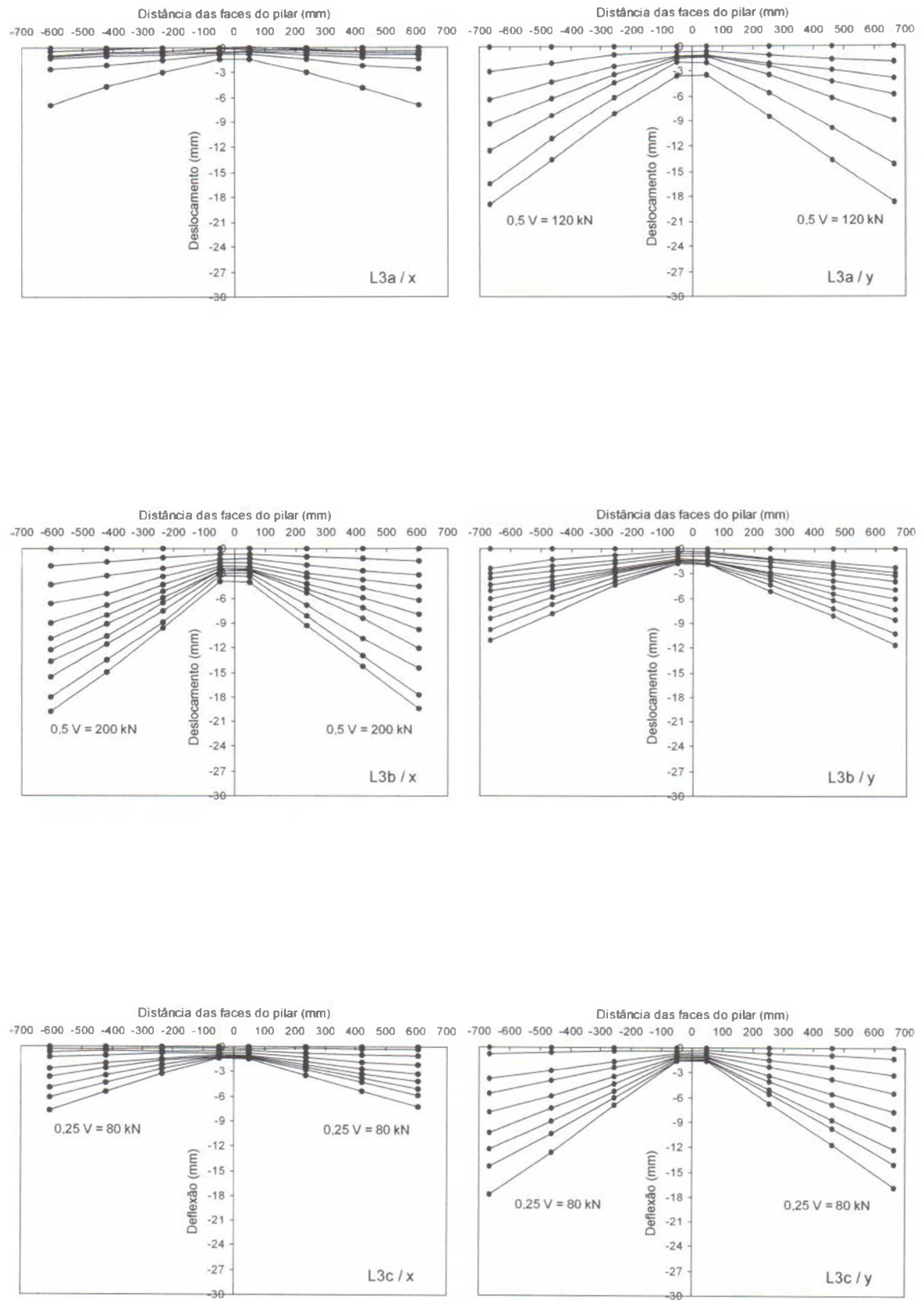


Figura 4.1c – Flechas das lajes 3a, 3b e 3c nas direções x e y

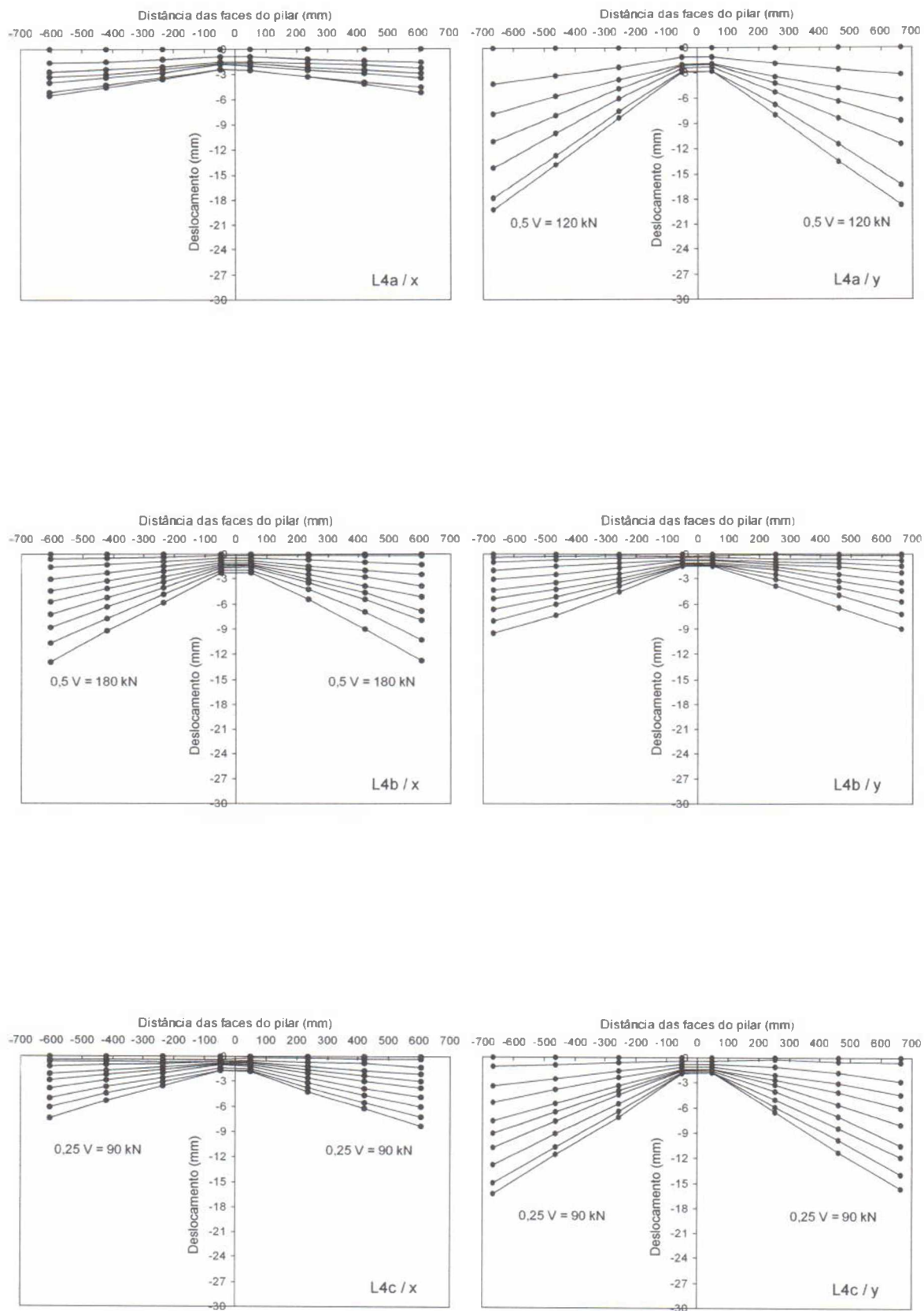


Figura 4.1d – Flechas das lajes 4a, 4b e 4c nas direções x e y

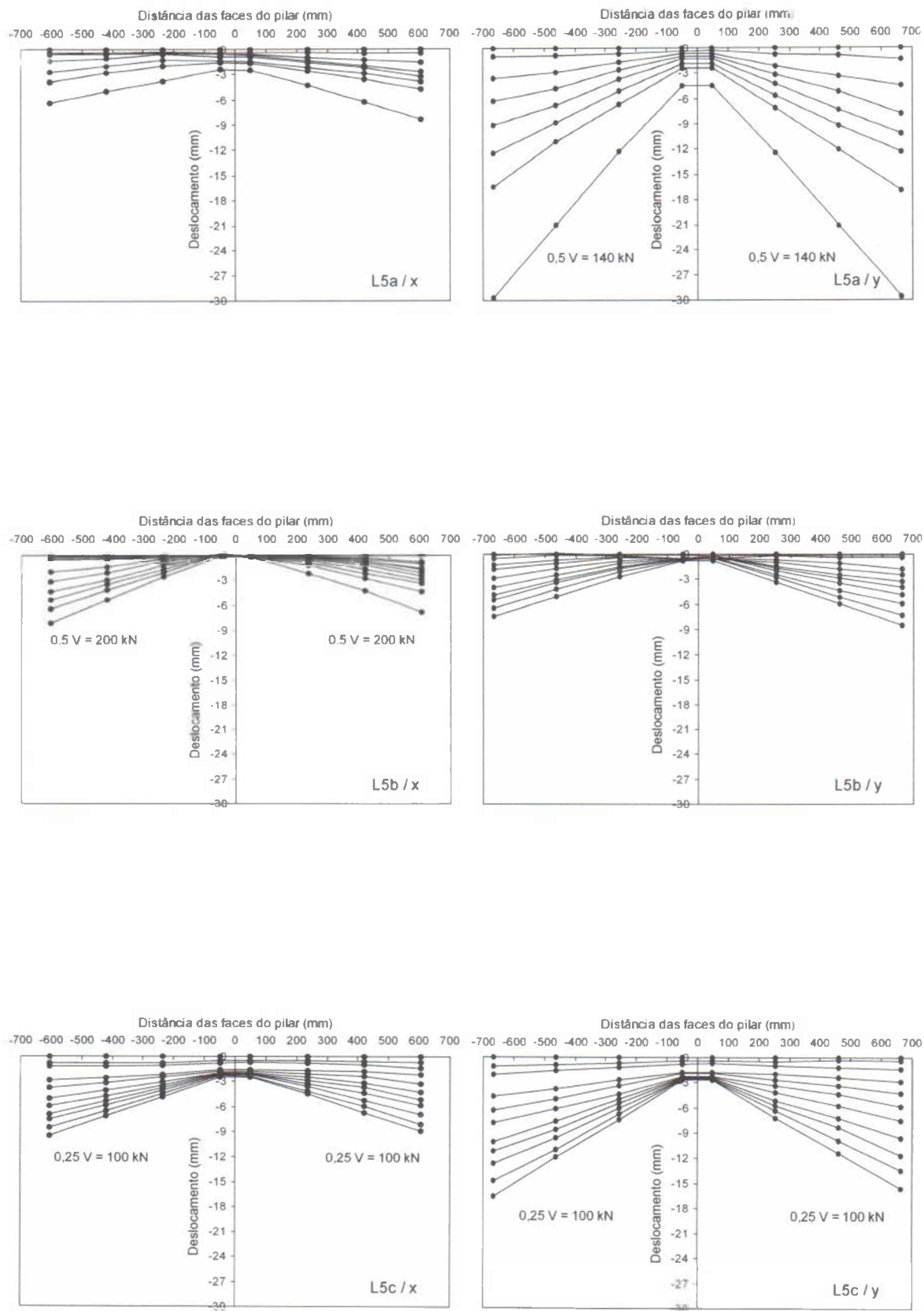


Figura 4.1e – Flechas das lajes 5a, 5b e 5c nas direções x e y



Tabela 4.1 – Flechas máximas das lajes ensaiadas

Laje	Flechas máximas		$\frac{\delta_y}{\delta_x}$
	$\delta_x$ (mm)	$\delta_y$ (mm)	
L1a	-5,85	-17,93	3,07
L1b	-11,29	-7,60	0,67
L1c	-7,25	-13,34	1,84
L2a	-7,12	-15,97	2,24
L2b	-13,93	-11,99	0,86
L2c	-7,05	-16,61	2,36
L3a	-6,95	-18,84	2,71
L3b	-19,62	-11,40	0,58
L3c	-7,49	-17,28	2,31
L4a	-5,41	-18,93	3,50
L4b	-12,88	-9,28	0,72
L4c	-7,88	-16,00	2,03
L5a	-7,31	-29,68	4,06
L5b	-7,45	-8,00	1,07
L5c	-9,23	-16,13	1,75

As figuras 4.2a a 4.2e apresentam comparações entre as flechas máximas médias medidas nas lajes “a”, “b” e “c”.

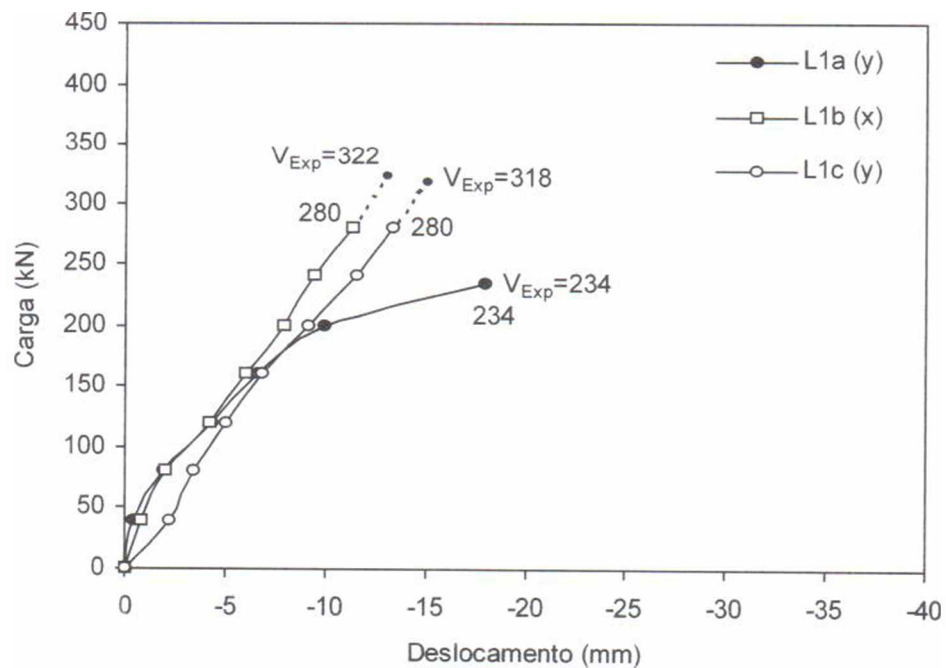


Figura 4.2a – Flechas das lajes com índice de retangularidade 1

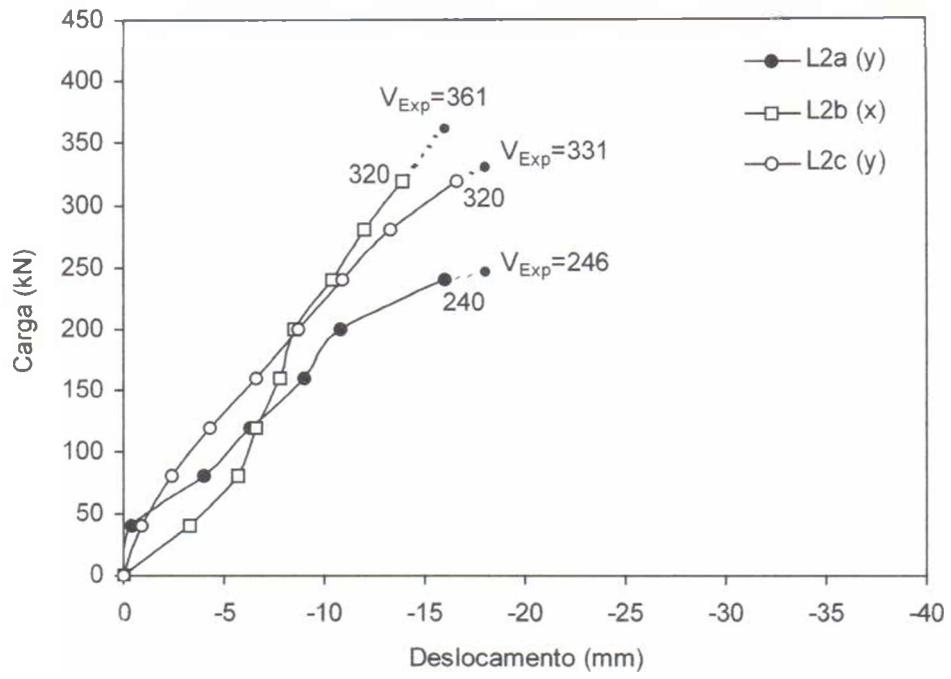


Figura 4.2b – Flechas das lajes com índice de retangularidade 2

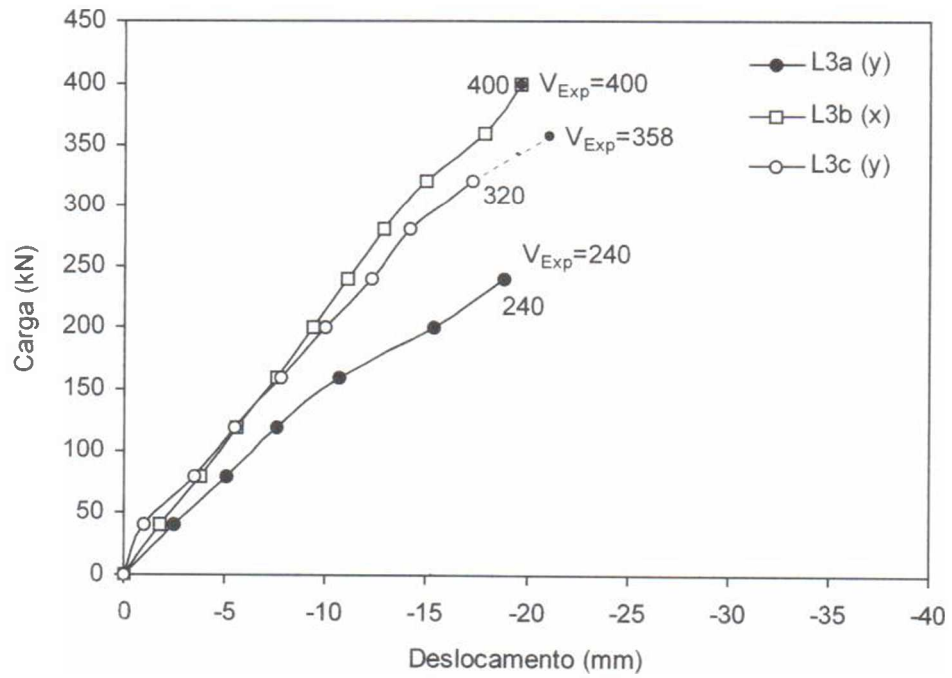


Figura 4.2c – Flechas das lajes com índice de retangularidade 3

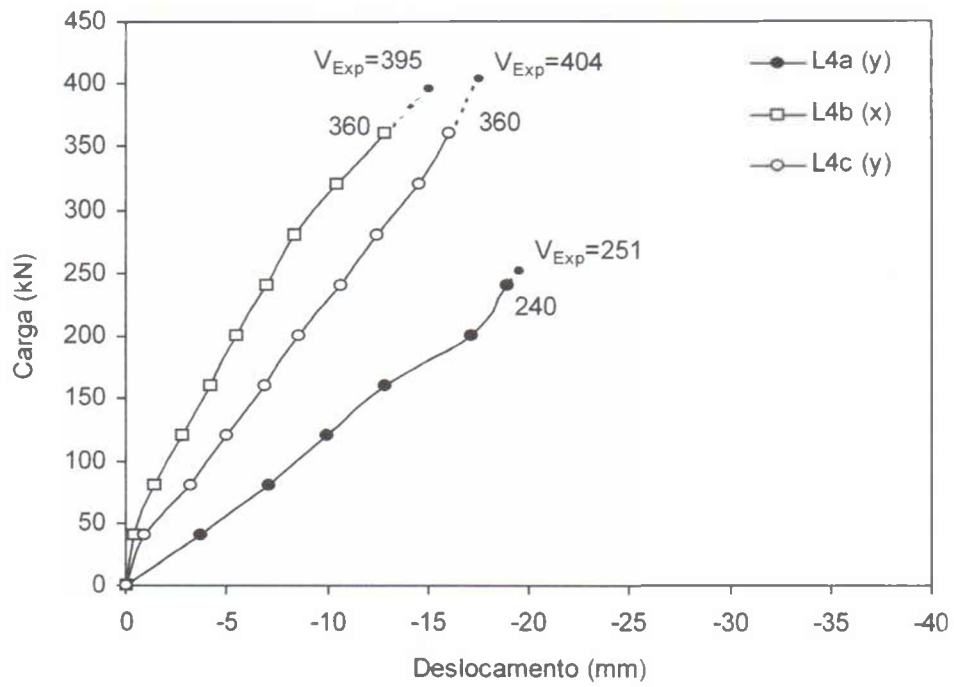


Figura 4.2d – Flechas das lajes com índice de retangularidade 4

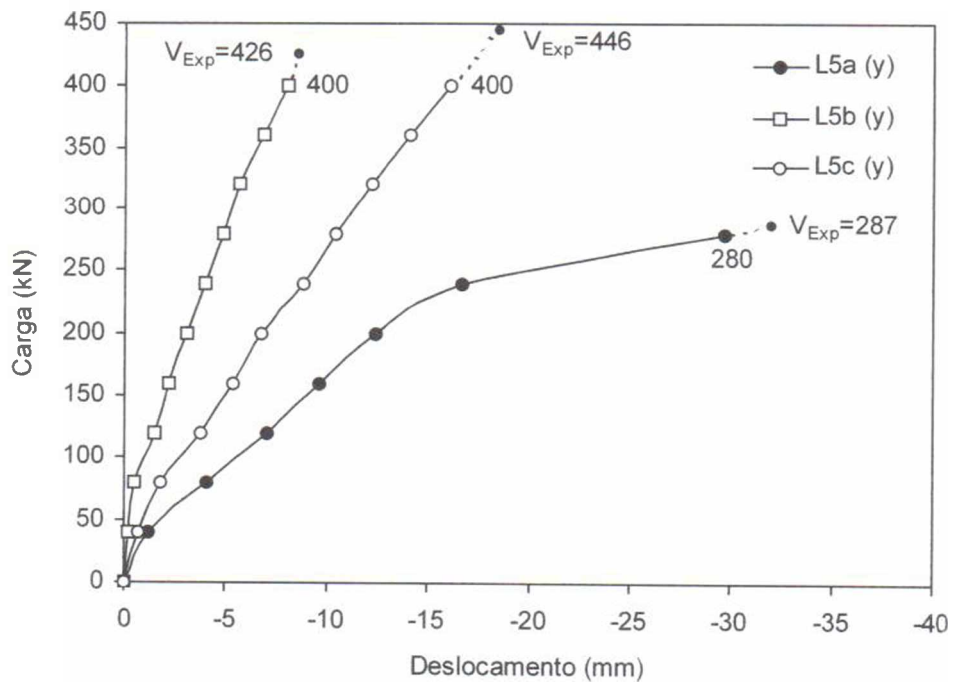


Figura 4.2e – Flechas das lajes com índice de retangularidade 5

Concordando com as estimativas plásticas, as lajes do tipo “a” apresentaram rotações elevadas em baixos níveis de carregamento. Tal comportamento colabora para a definição do modo de ruptura (misto) observado durante os ensaios, puncionamento dentro de um regime característico de ruptura por flexão, com alto grau de fissuração paralela ao bordo carregado. A Figura 4.3 mostra uma fotografia da laje L3a onde pode ser observada a situação da laje após a ruptura, sem o esmagamento do concreto na superfície inferior desta.

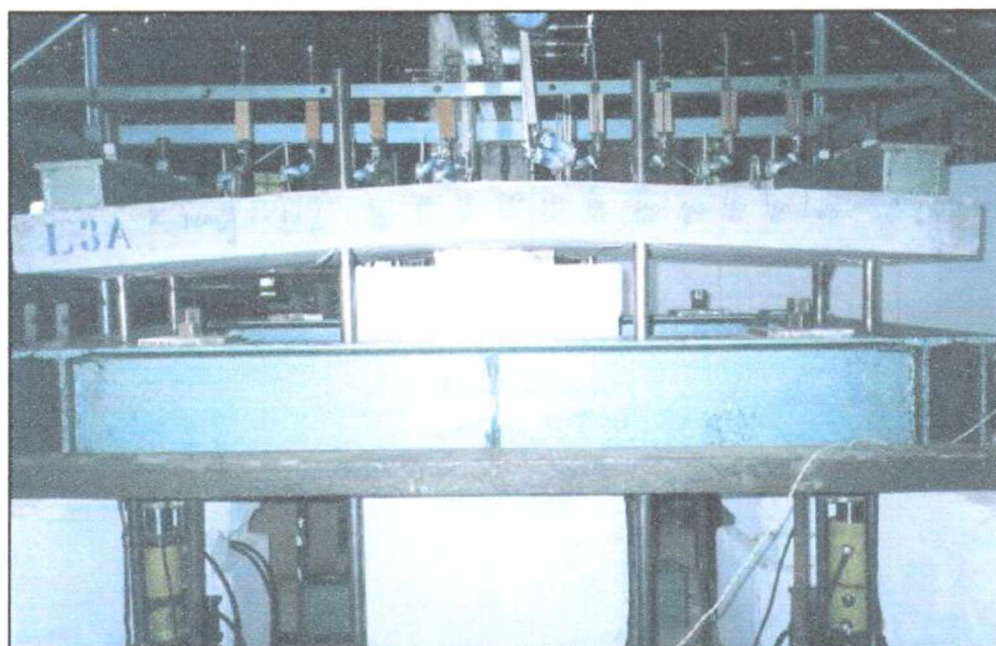


Figura 4.3 – Situação da laje L3a após a ruptura

## 4.2 – DEFORMAÇÕES DO CONCRETO

As leituras realizadas nos extensômetros localizados na superfície inferior das lajes mostraram que não houve deformações radiais que comprometessem a integridade do concreto nessa região. As figuras 4.4a, 4.4b, 4.4c, 4.4d e 4.4e apresentam as curvas carga-deformação do concreto na superfície inferior de todas as lajes ensaiadas. Os valores máximos observados foram de 1,54 ‰ para a laje L4c e 1,60 ‰ para a laje L3b, portanto distantes daquelas previstas para um possível esmagamento do concreto. As deformações registradas no extensômetro 1 foram um pouco mais significativas para as lajes “b” e “c”. Entretanto, as deformações medidas no extensômetro 2 foram ligeiramente maiores nas lajes “a”, mediante as variáveis do ensaio.

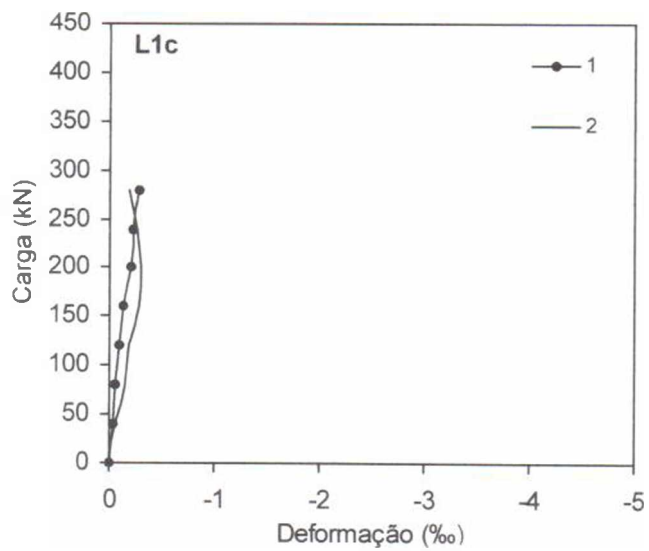
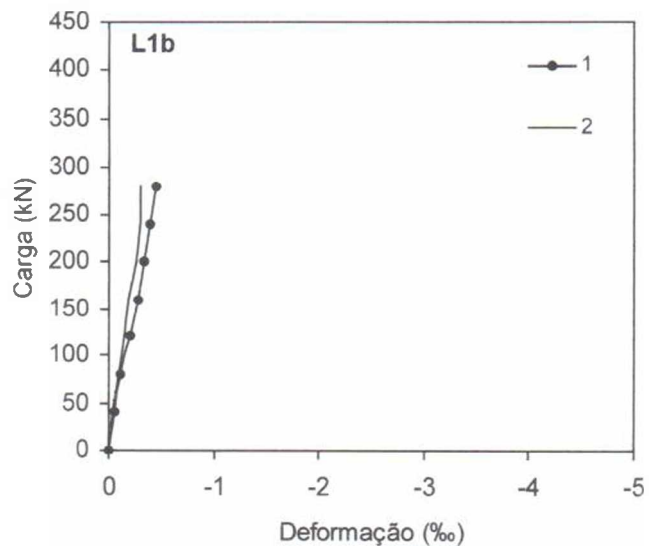
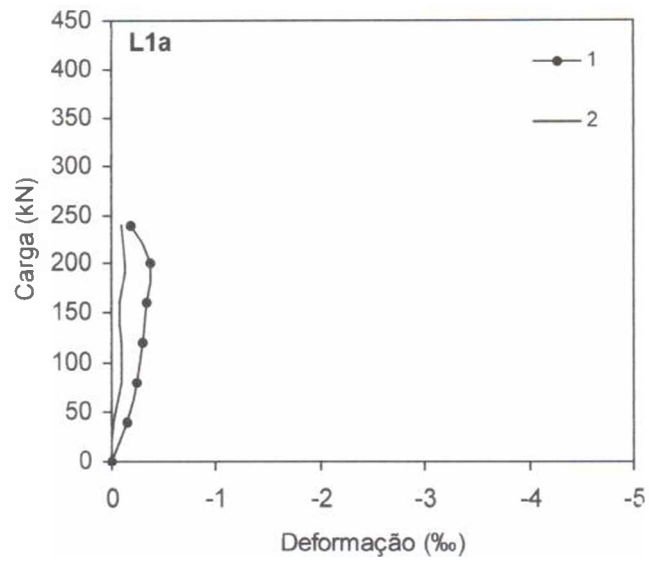


Figura 4.4a – Deformações do concreto nas lajes L1a, L1b e L1c

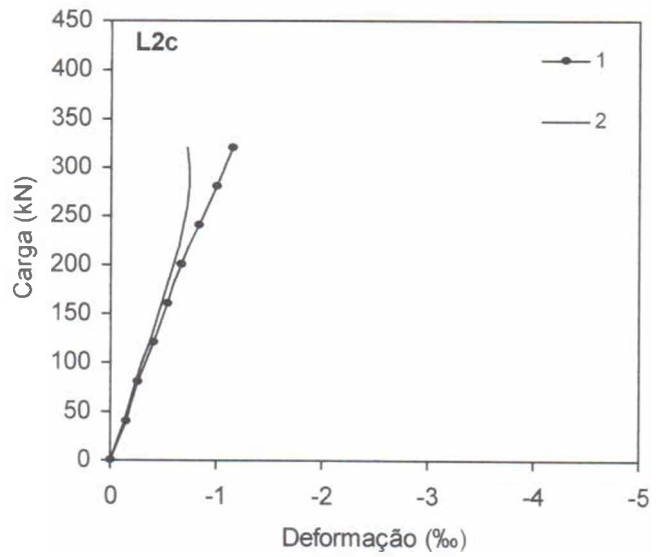
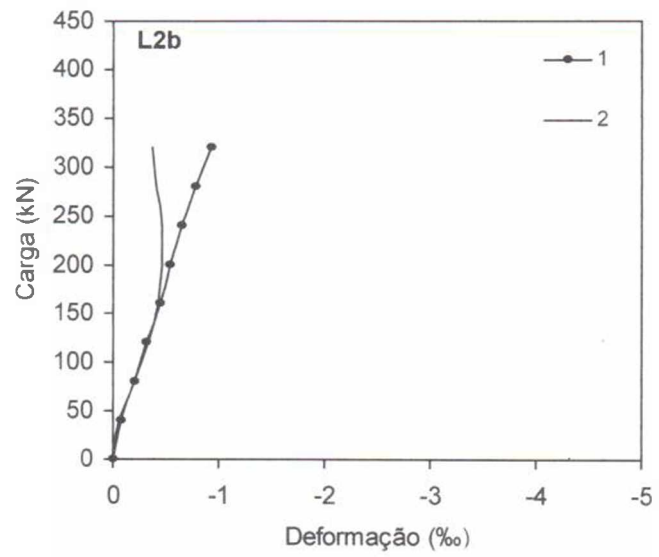
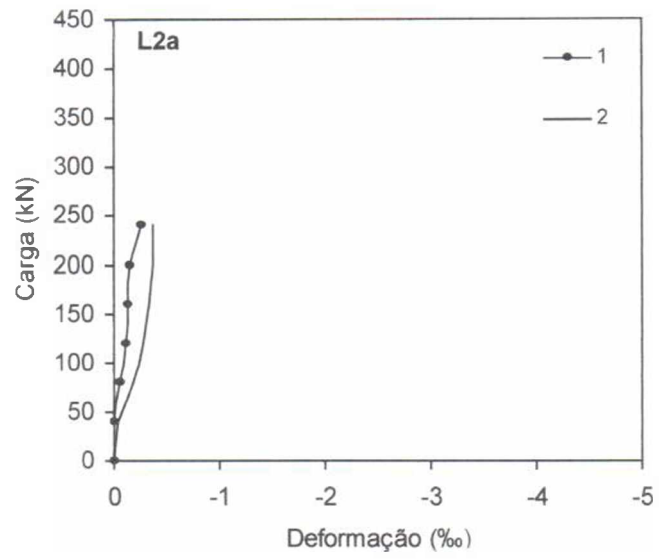


Figura 4.4b – Deformações do concreto nas lajes L2a, L2b e L2c

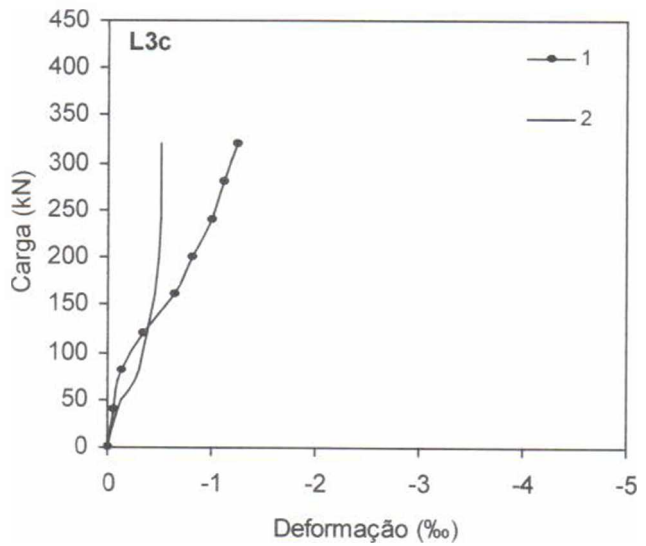
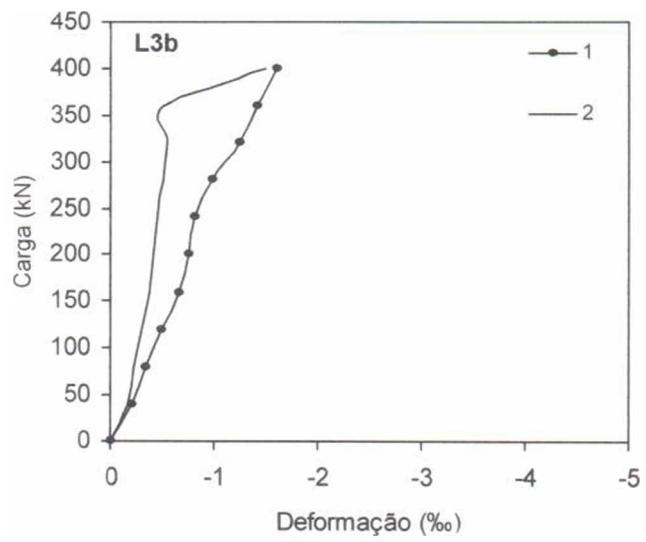
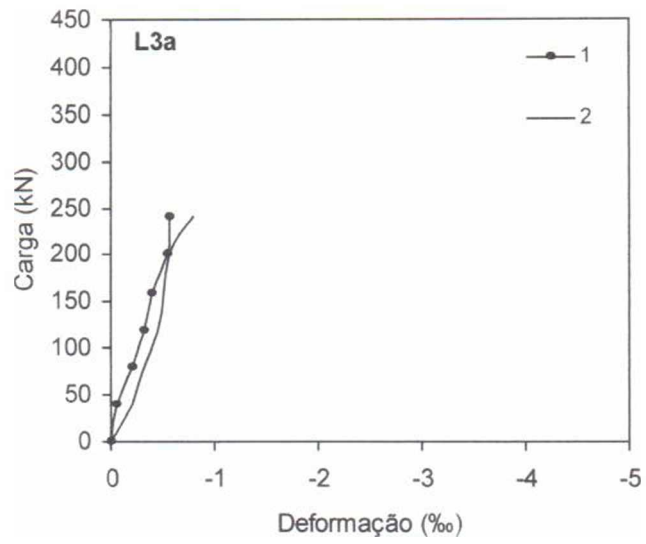


Figura 4.4c – Deformações do concreto nas lajes L3a, L3b e L3c

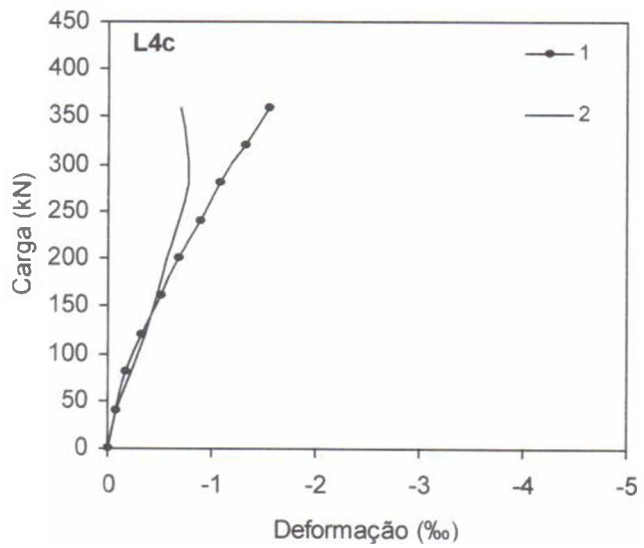
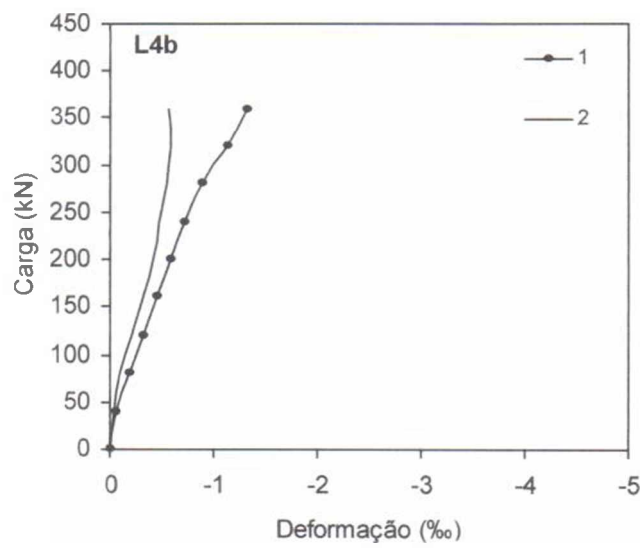
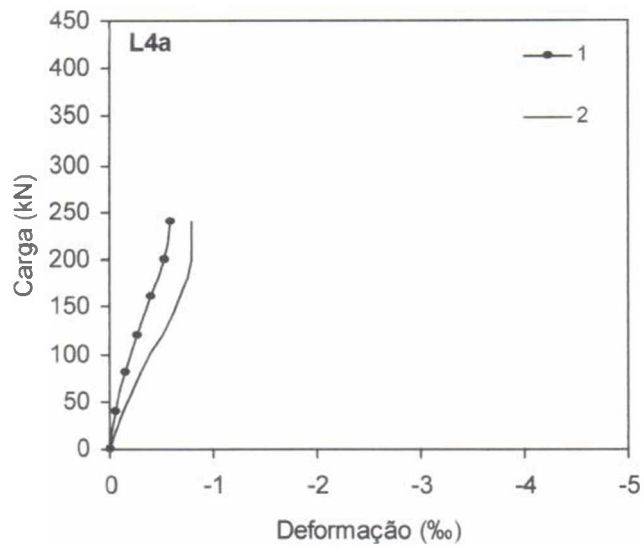


Figura 4.4d – Deformações do concreto nas lajes L4a, L4b e L4c



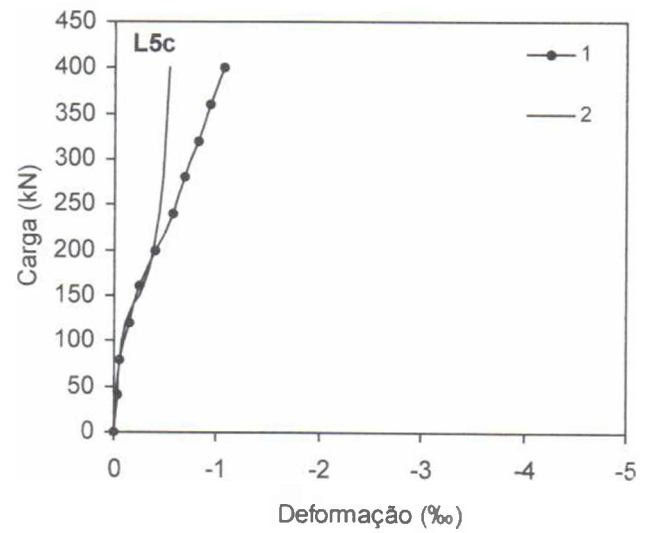
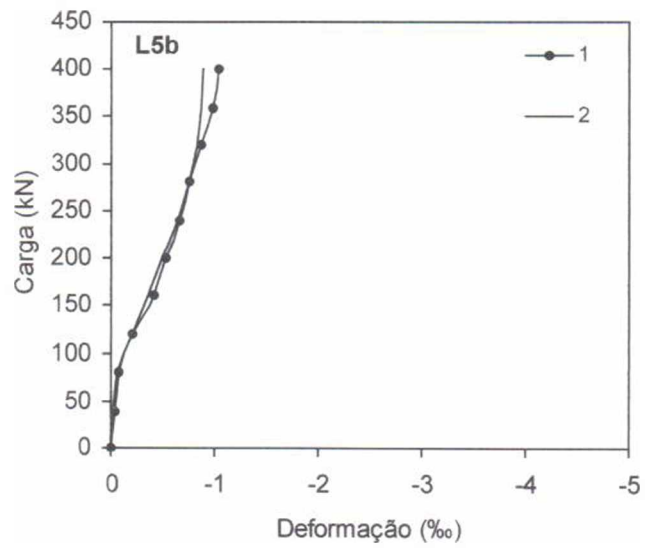
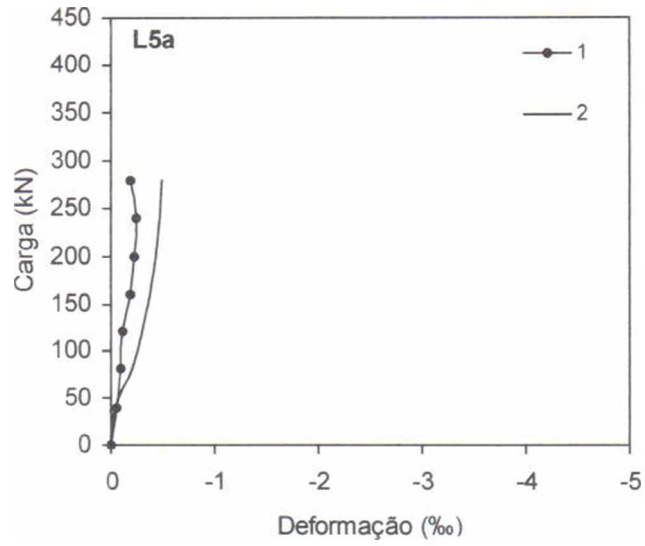


Figura 4.4e – Deformações do concreto nas lajes L5a, L5b e L5c

### 4.3 – DEFORMAÇÕES DA ARMADURA DE FLEXÃO

As deformações medidas nas barras longitudinais (direção  $y$ ) das lajes “a”, a 60 mm das bordas dos pilares, mostraram escoamento de todas as barras dentro de uma largura 2,20-d a partir da linha central. Próximo aos bordos as deformações alcançaram 11,56‰ na laje L1a e de 3,10 a 3,60‰ nas outras lajes. Nenhuma das deformações medidas nas barras transversais excedeu 1,59‰, registrada na laje L3a.

Nas lajes “b”, predominantemente solicitadas na menor direção, ou seja, perpendicular aos maiores lados das áreas carregadas, não foi registrado escoamento nas barras longitudinais. As barras principais, ou transversais, apresentaram uma deformação máxima de 15,00‰ na laje L2b, muito próxima da deformação de escoamento obtida nos ensaios do aço da armadura. Em todas as outras lajes as deformações atingiram valores elevados nos pontos instrumentados, que foram, contudo, muito próximos das áreas carregadas.

As barras longitudinais das lajes do grupo “c” apresentaram deformações acima daquela obtida para o escoamento das barras, sendo o maior valor registrado na laje L3c, 15,31‰. A laje L5c apresentou a maior deformação nas barras transversais (11,41‰), discordando da maior leitura obtida para a flecha, que foi na direção longitudinal, contudo a deformação nesta direção foi de 6,58‰.

O comportamento das flechas e o das deformações das armaduras de flexão foram compatíveis entre si, com exceção da laje L5c. O comportamento das lajes à flexão concordou com as estimativas da teoria das linhas de ruptura nas lajes “a”, porém, nas lajes “b” e “c” o que se observou foi um escoamento localizado das barras, ou seja, houve escoamento somente nas regiões próximas das áreas carregadas, uma vez que, mesmo sem pontos monitorados mais afastados, foi verificado que não houve fissuração em regiões próximas aos menores bordos das lajes. A análise dos resultados apresentados até aqui sugere que a ruptura por puncionamento está relacionada com a capacidade de rotação localizada das lajes em torno dos pilares à medida que a carga prevista para uma ruptura por flexão se aproxima.

As figuras 4.5a, 4.5b, 4.5c, 4.5d e 4.5e mostram os perfis das curvas de deformação. A Tabela 4.2 apresenta as deformações máximas registradas nas barras das armaduras de flexão de todas as lajes ensaiadas.

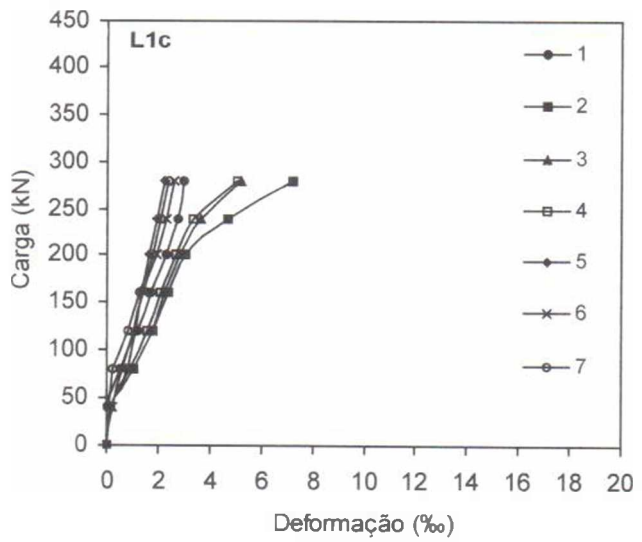
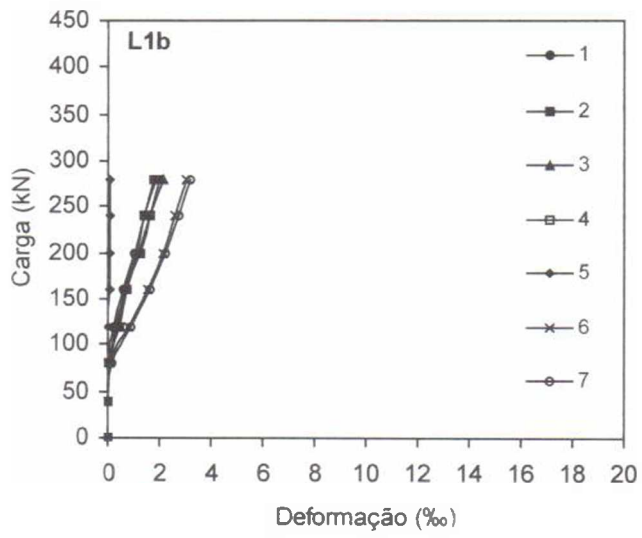
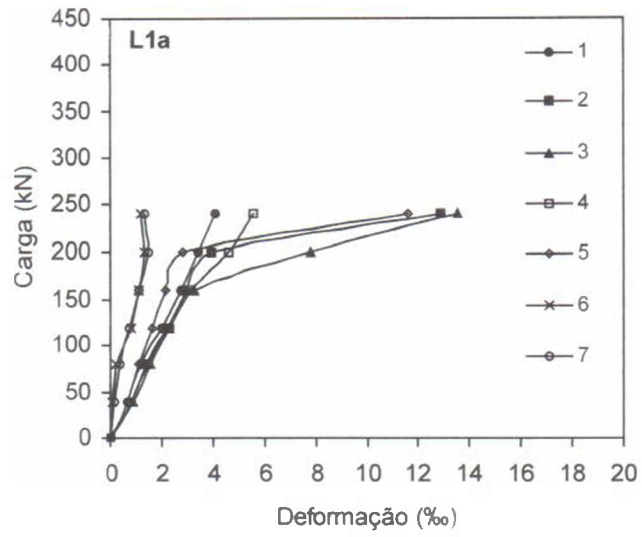


Figura 4.5a – Deformações das armaduras de flexão das lajes L1a, L1b, e L1c

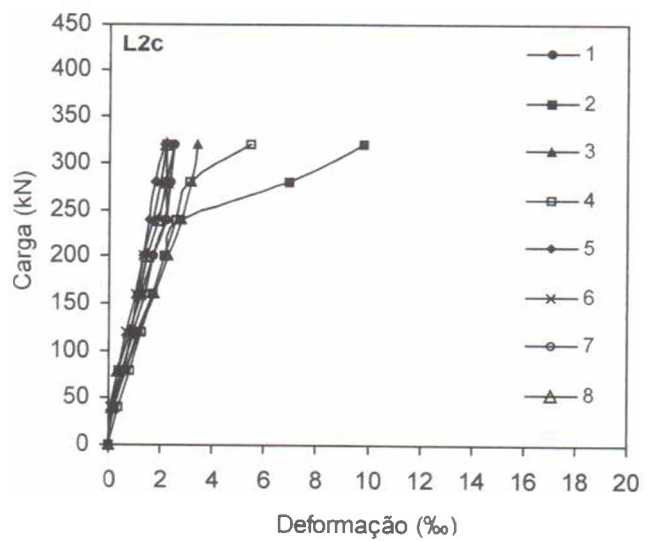
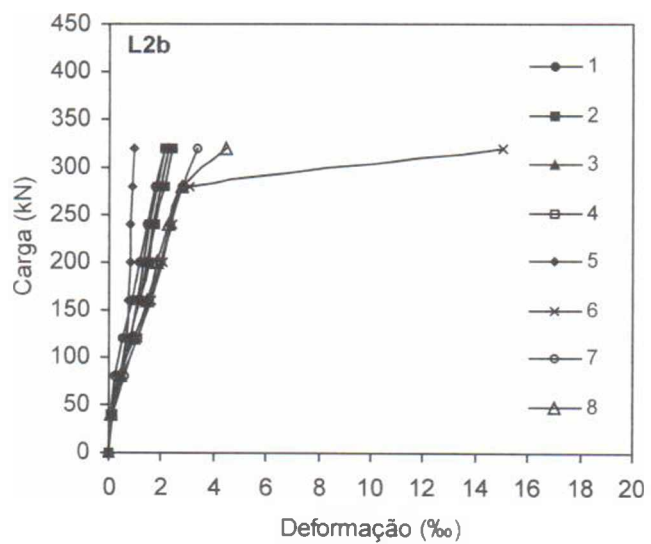
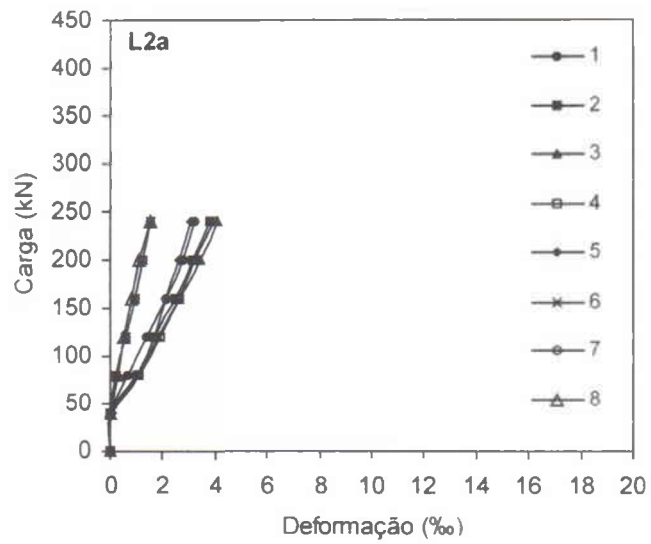


Figura 4.5b – Deformações das armaduras de flexão das lajes L2a, L2b, e L2c

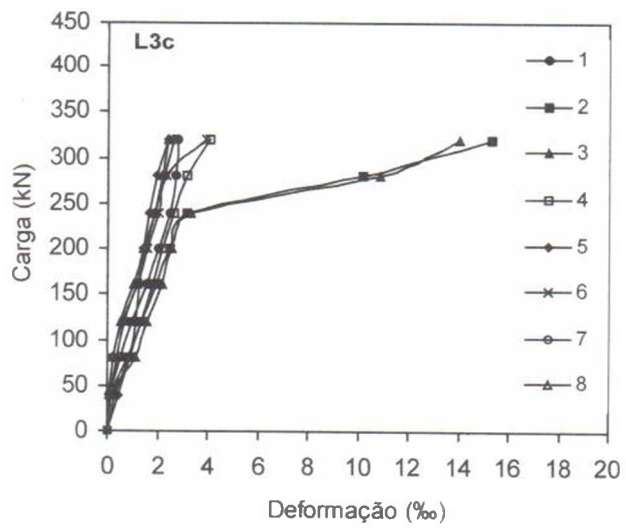
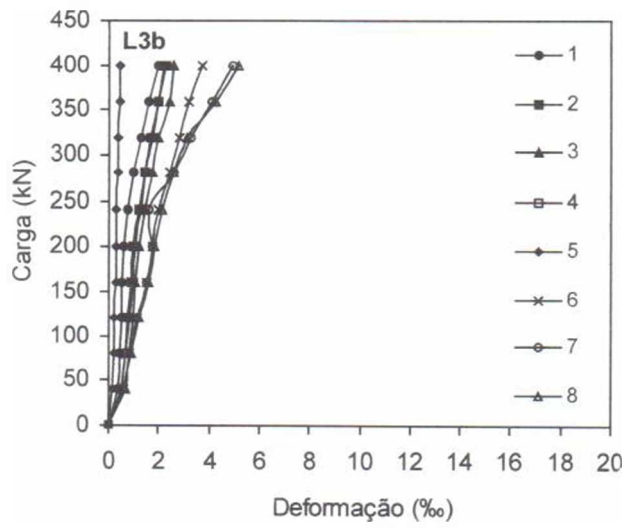
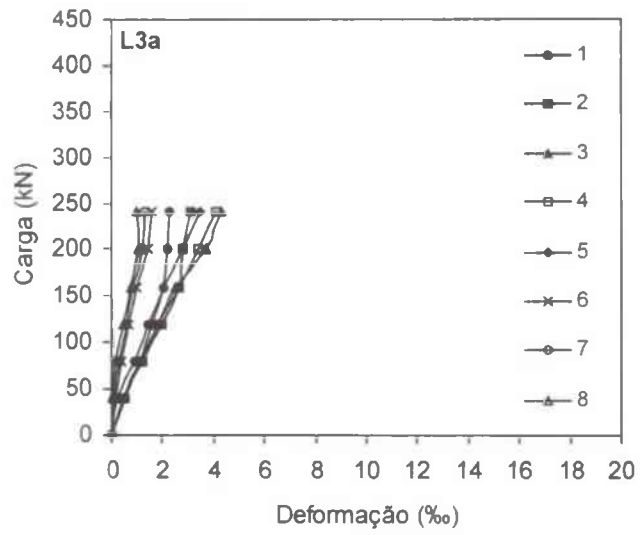


Figura 4.5c – Deformações das armaduras de flexão das lajes L3a, L3b, e L3c

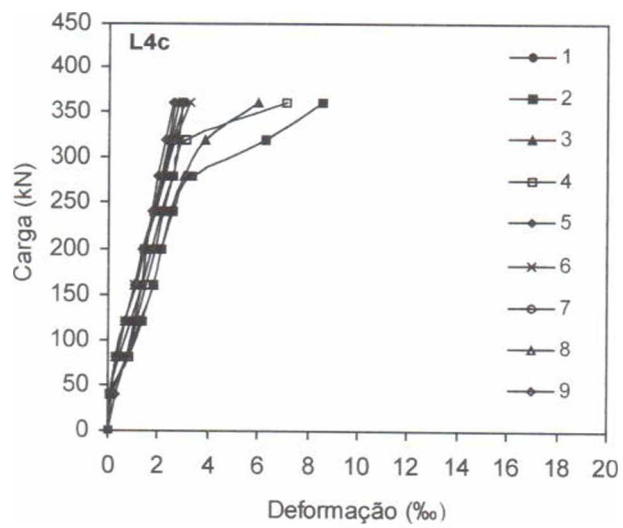
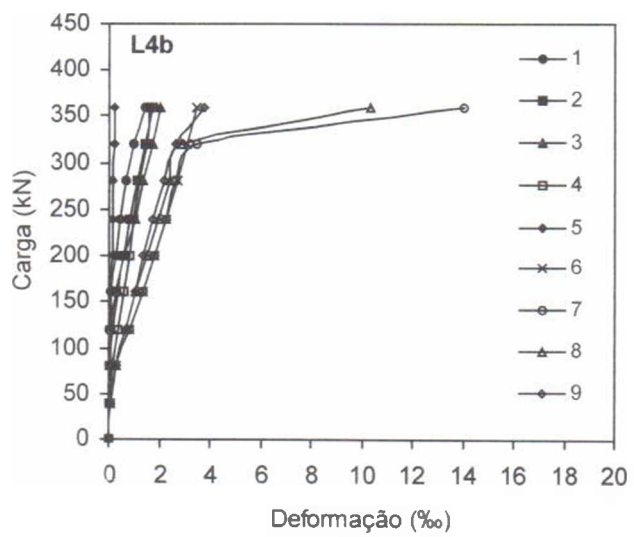
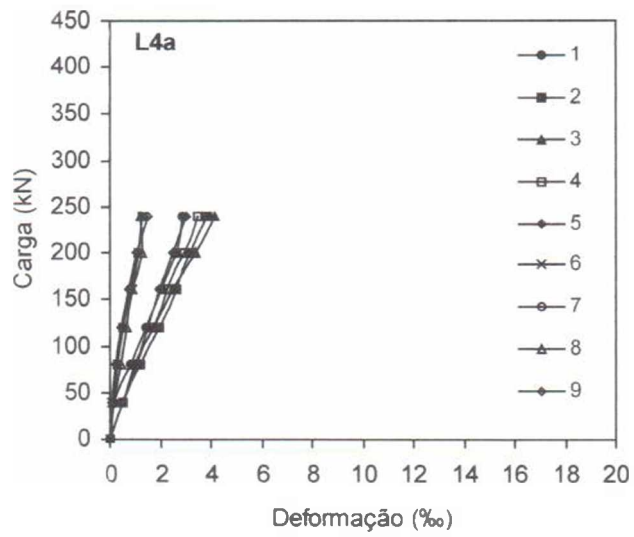


Figura 4.5d – Deformações das armaduras de flexão das lajes L4a, L4b, e L4c

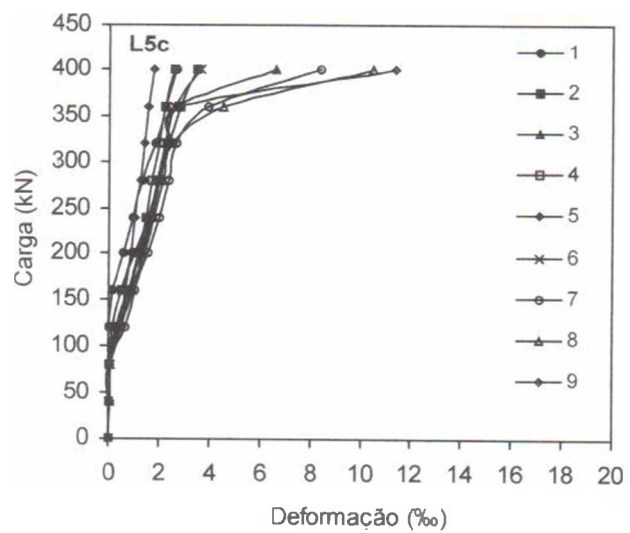
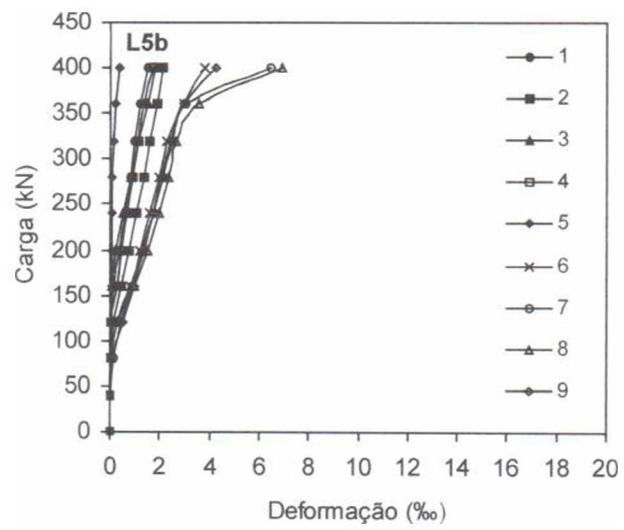
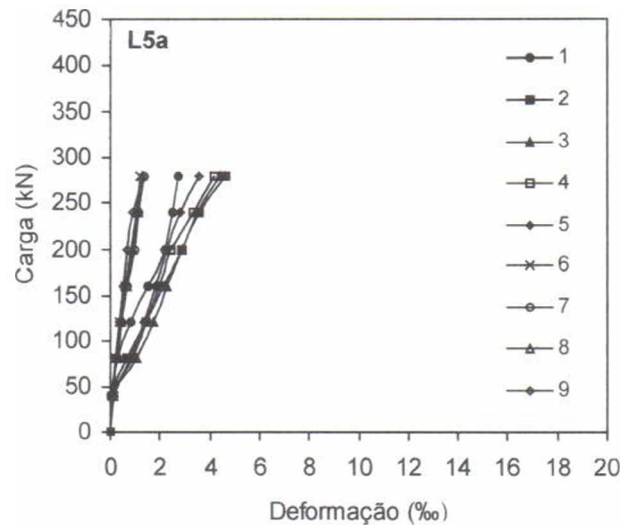


Figura 4.5e – Deformações das armaduras de flexão das lajes L5a, L5b, e L5c

Tabela 4.2 – Deformações máximas observadas nas armaduras de flexão

Laje	Deformações nos pontos monitorados			
	Ponto (x)	$\varepsilon_x$ (‰)	Ponto (y)	$\varepsilon_y$ (‰)
L1a	7	1,36	3	13,55
L1b	7	3,22	3	2,15
L1c	6	2,58	2	7,19
L2a	7	1,55	3	4,11
L2b	6	15,00	2	2,40
L2c	7	2,53	2	9,79
L3a	6	1,59	3	4,28
L3b	8	5,15	3	2,57
L3c	6	3,91	2	15,31
L4a	9	1,49	3	4,13
L4b	7	14,05	3	2,06
L4c	6	3,27	2	8,53
L5a	9	1,37	2	4,63
L5b	8	6,60	2	2,16
L5c	9	11,41	3	6,58

#### 4.4 – MAPAS DE FISSURAÇÃO

Nas lajes “a” as fissuras iniciais surgiram principalmente devido à flexão das lajes, e se desenvolveram até atingir os bordos das lajes perpendiculares a estas fissuras. Em um segundo estágio surgiram as fissuras radiais em torno das extremidades das áreas carregadas, e finalmente as tangenciais. Contudo, as deformações elevadas das armaduras de flexão favoreceram o rápido desenvolvimento das fissuras transversais que já caracterizavam uma ruptura por flexão. Com 20% do carregamento aplicado todas as lajes já apresentavam fissuras transversais da ordem de 1,00 mm, enquanto que as fissuras radiais estavam em torno de 0,40 mm. Quando as fissuras tangenciais atingiram aberturas médias de 0,80 mm as lajes romperam por puncionamento.

Nas lajes “b” e “c” as fissuras radiais foram as primeiras a surgir e observou-se que estas também se originaram em regiões em torno das extremidades da área carregada, se propagando de forma que atingiram os bordos das lajes. As fissuras tangenciais surgiram pouco depois do aparecimento das fissuras radiais e em níveis mais elevados de carregamento



surgiram novas fissuras tangenciais, conectando as radiais, com as lajes rompendo por puncionamento logo em seguida. Nestas lajes as fissuras radiais e tangenciais atingiram valores aproximados de 1,00 mm.

A Tabela 4.3 apresenta as cargas onde foram observadas as primeiras fissuras radiais e tangenciais, assim como as deformações máximas das armaduras de flexão. Nesta tabela não estão incluídas informações referentes às fissuras provenientes da flexão das lajes, que apresentaram valores aproximados finais de 2,00 mm. Observa-se que as cargas médias para o surgimento das primeiras fissuras radiais e tangenciais das lajes ensaiadas foram de aproximadamente 25 e 50% das cargas de ruptura, respectivamente. As deformações radiais da armadura de flexão, relativas ao aparecimento das primeiras fissuras tangenciais, foram da ordem de 2,0‰.

As figuras 4.6 a 4.20 mostram os mapas de fissuração de todas as lajes. Pode-se verificar que as lajes “a” apresentaram fissuras predominantemente causadas pelos esforços de flexão enquanto que as lajes “b” e “c” apresentaram fissuras características do puncionamento.

Tabela 4.3 – Registro do surgimento das primeiras fissuras

Laje	Fissuração radial	Fissuração tangencial		
	(%V <sub>Exp</sub> )	(%V <sub>Exp</sub> )	$\epsilon_{m\acute{a}x}$ (‰)	Ponto instrumentado
L1a	34	50	2,0	2, 3 e 4
L1b	25	50	1,7	6, 7 e 8
L1c	25	50	2,2	2 e 3
L2a	33	49	2,0	2, 3 e 4
L2b	22	44	1,9	6, 7 e 8
L2c	24	48	2,0	2, 3 e 4
L3a	33	50	1,9	2, 3 e 4
L3b	20	40	1,8	6, 7 e 8
L3c	22	56	2,2	2 e 3
L4a	32	48	2,0	2, 3 e 4
L4b	20	41	2,0	6, 7 e 8
L4c	20	40	2,0	2 e 3
L5a	28	42	2,0	2, 3 e 4
L5b	19	47	1,9	6, 7 e 8
L5c	18	45	1,9	7



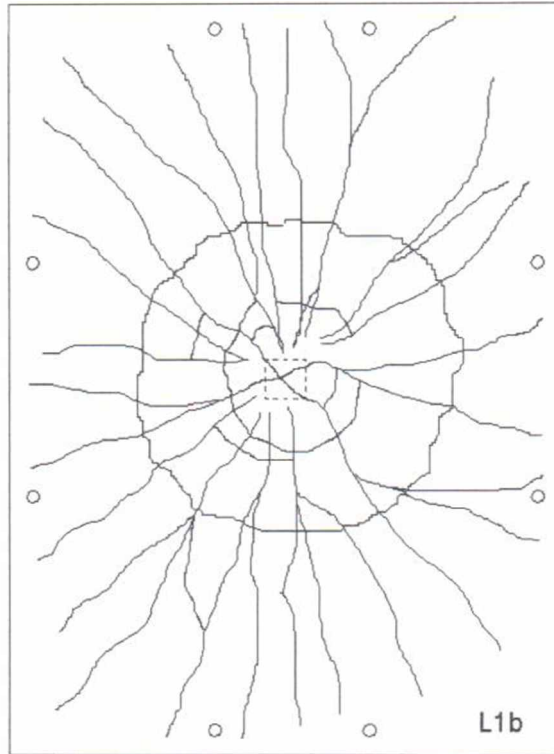


Figura 4.7 – Mapa de fissuração da laje L1b

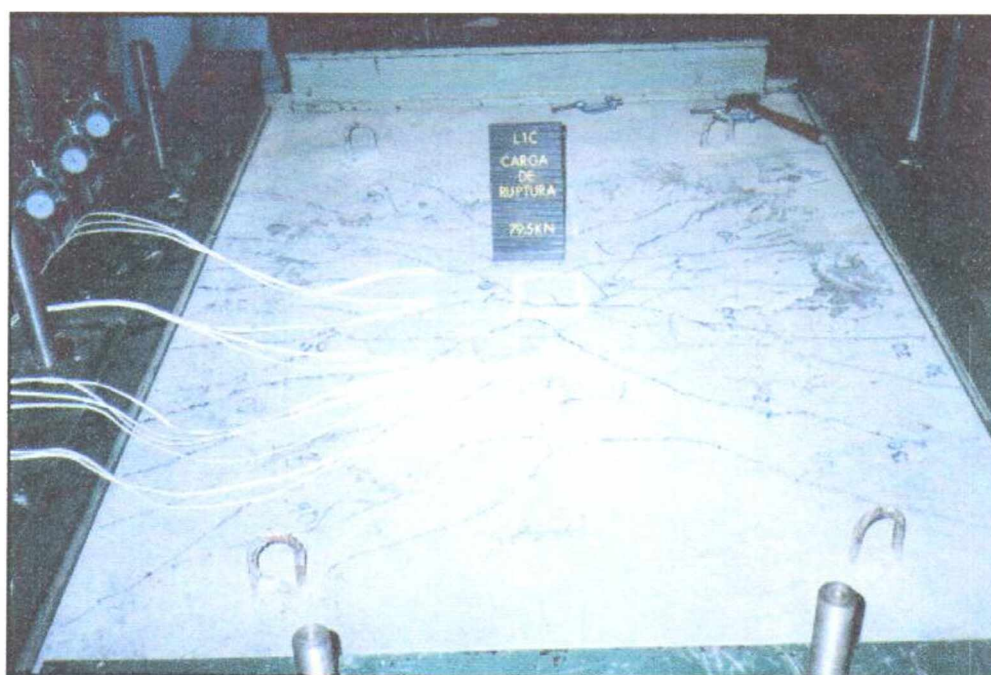
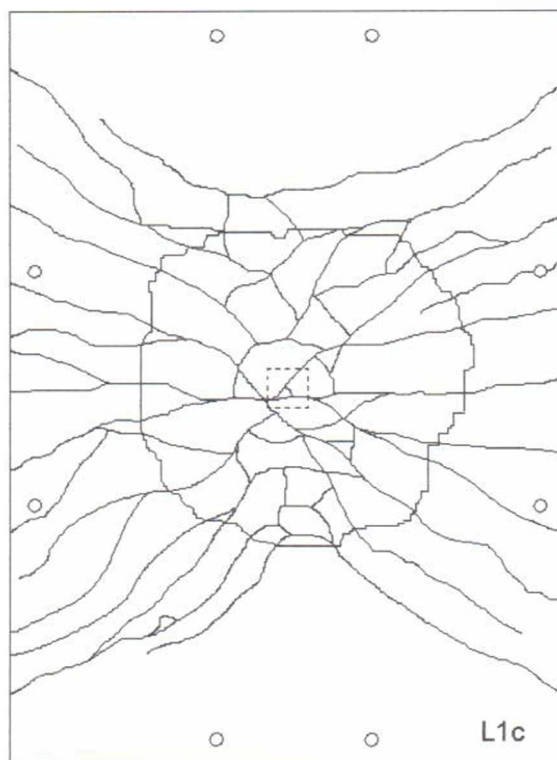


Figura 4.8 – Mapa de fissuração da laje L1c

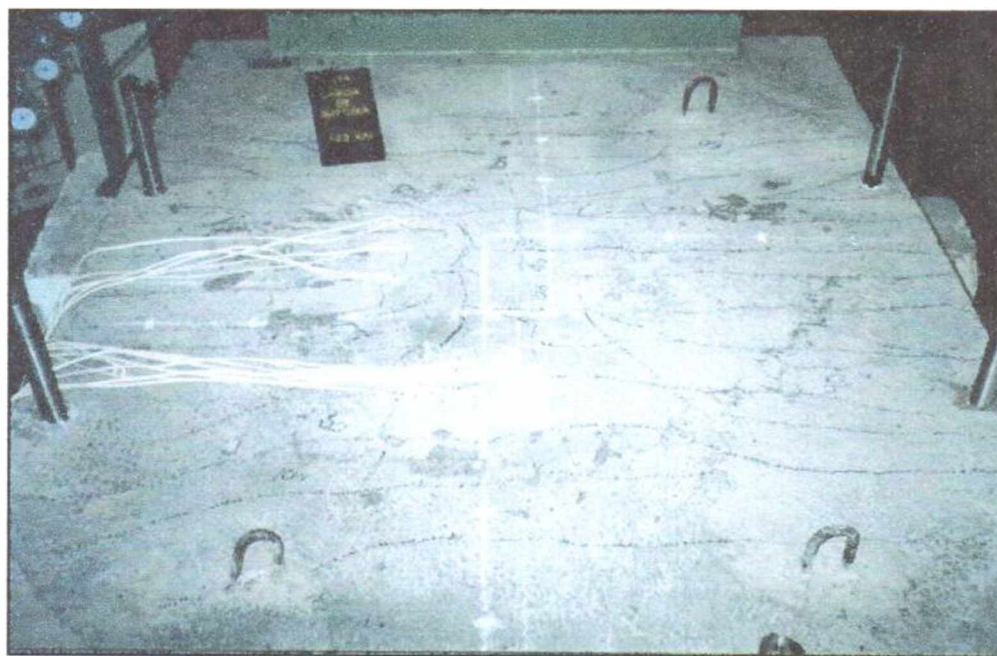
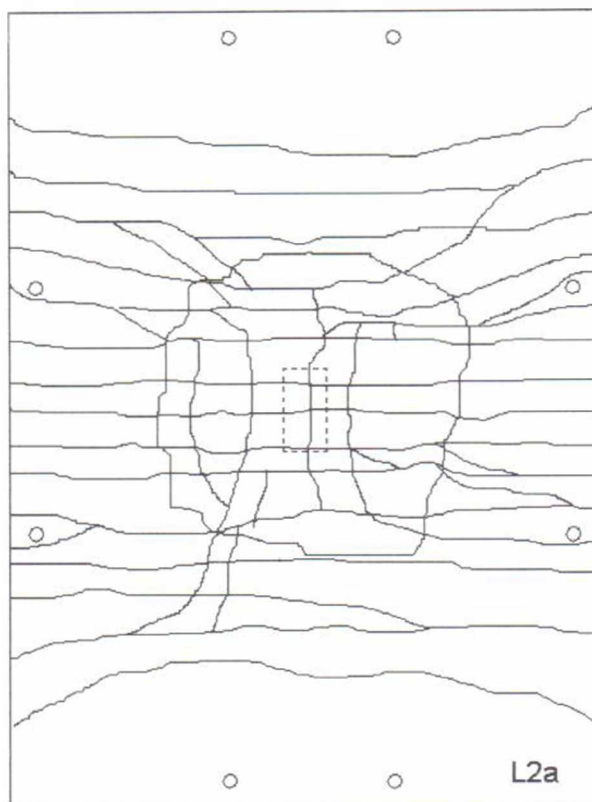


Figura 4.9 – Mapa de fissuração da laje L2a

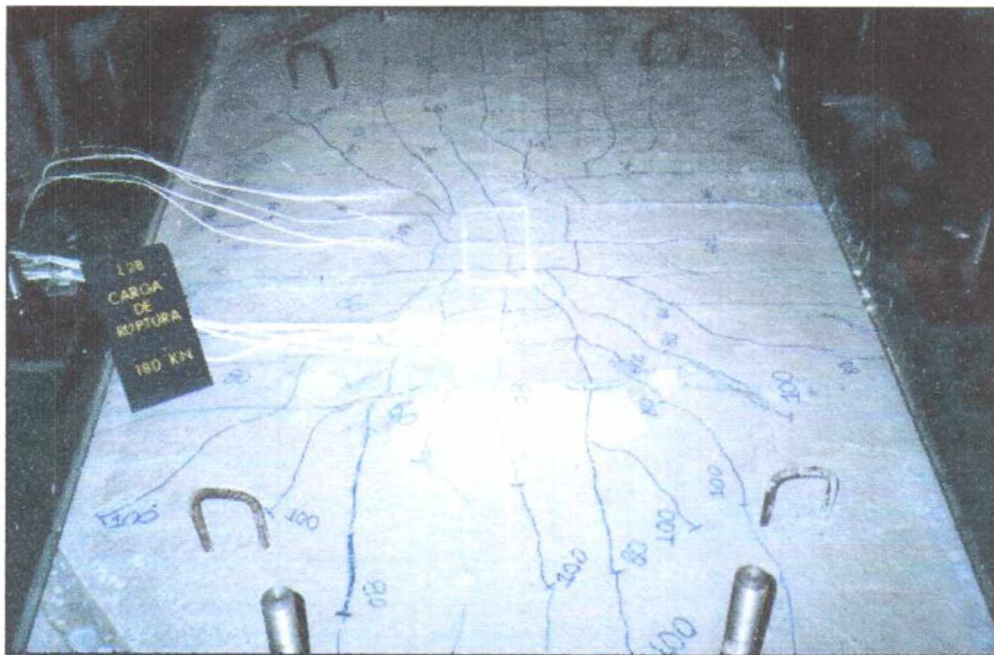
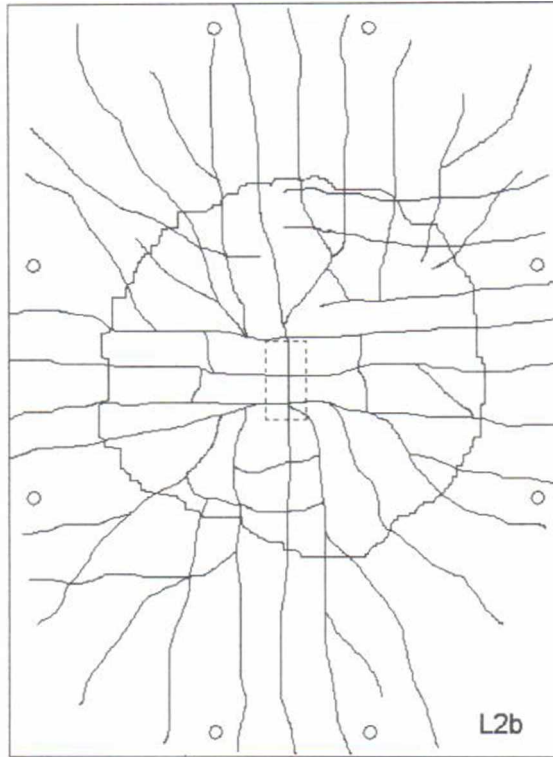


Figura 4.10 – Mapa de fissuração da laje L2b

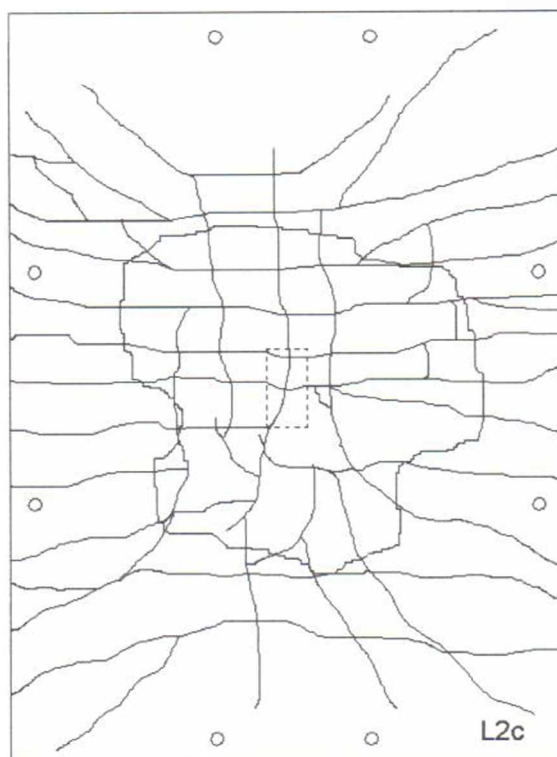


Figura 4.11 – Mapa de fissuração da laje L2c

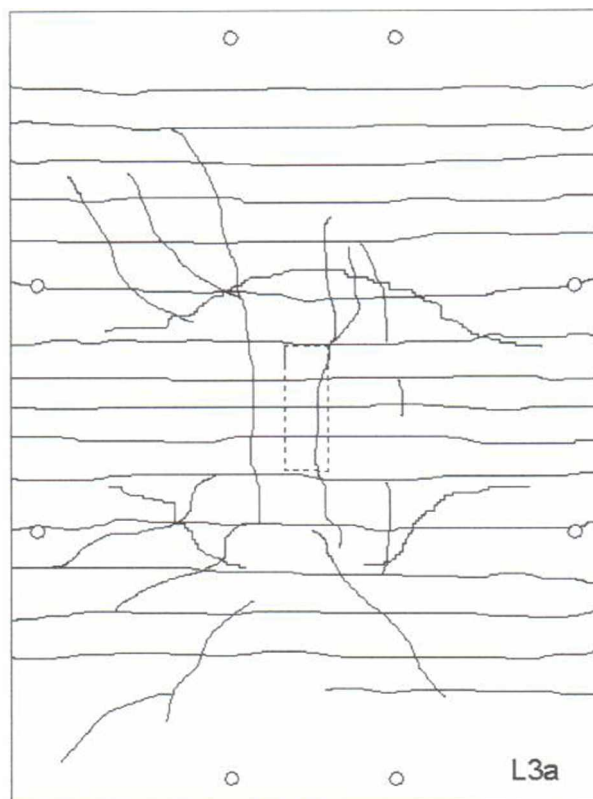


Figura 4.12 – Mapa de fissuração da laje L3a



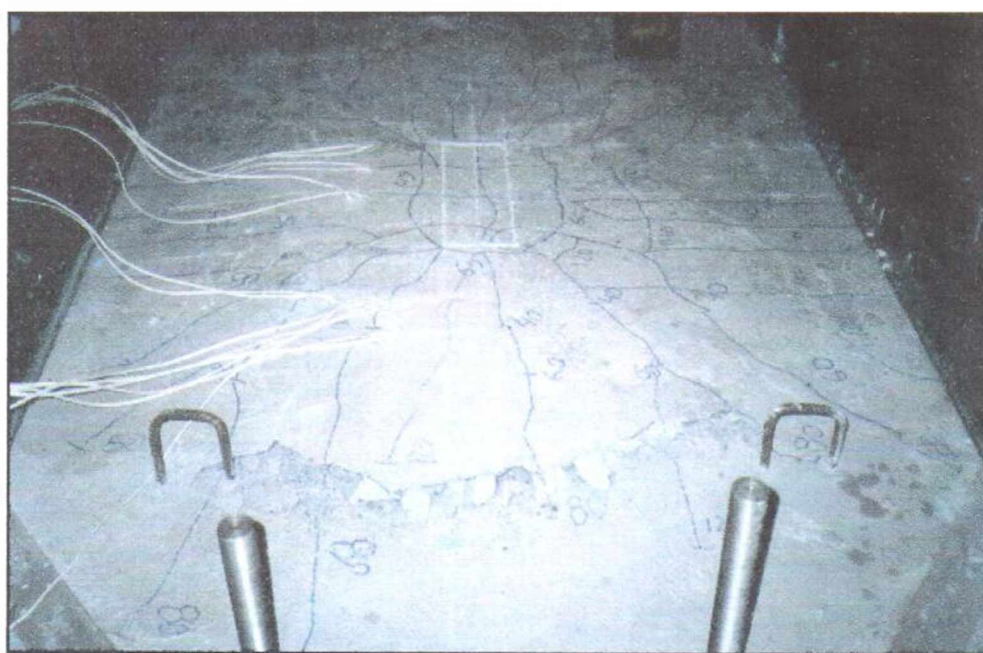
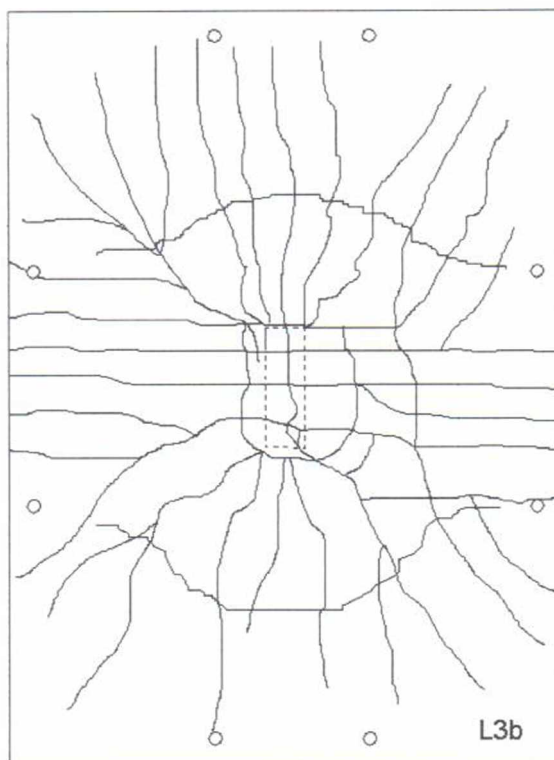


Figura 4.13 – Mapa de fissuração da laje L3b

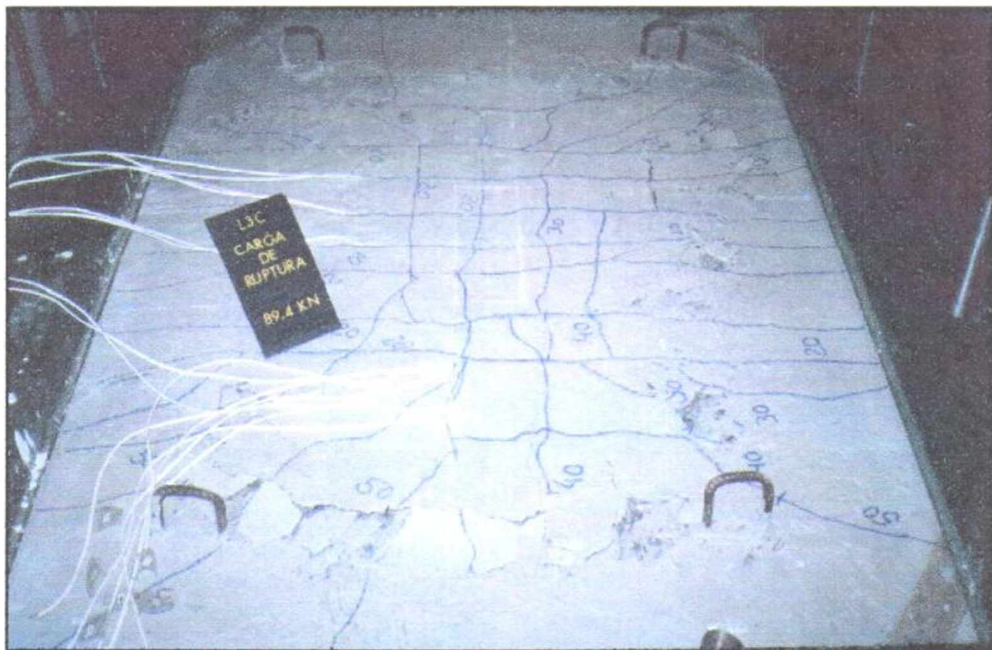
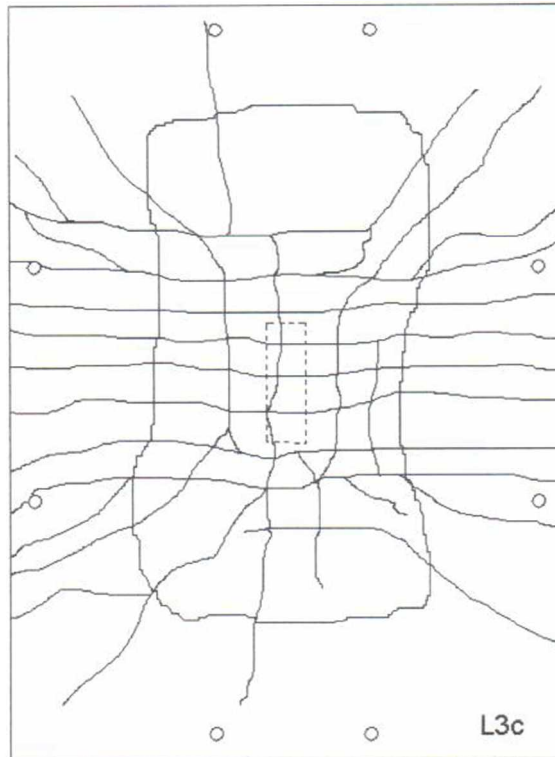


Figura 4.14 – Mapa de fissuração da laje L3c

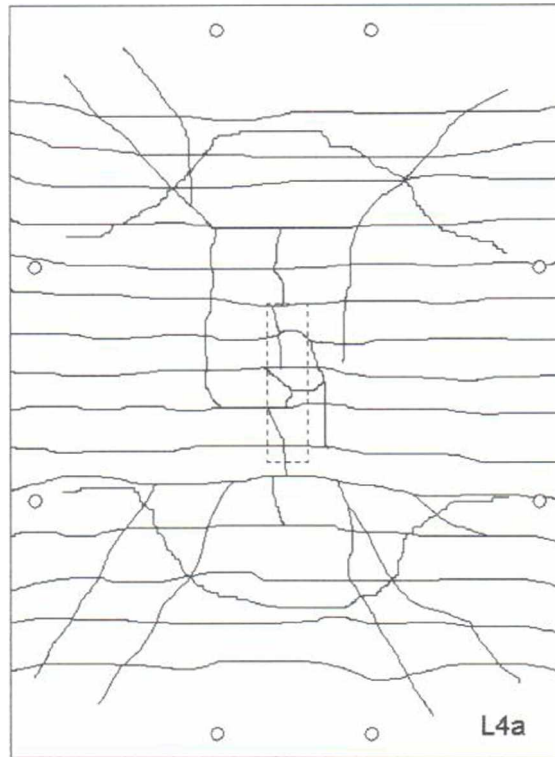


Figura 4.15 – Mapa de fissuração da laje L4a

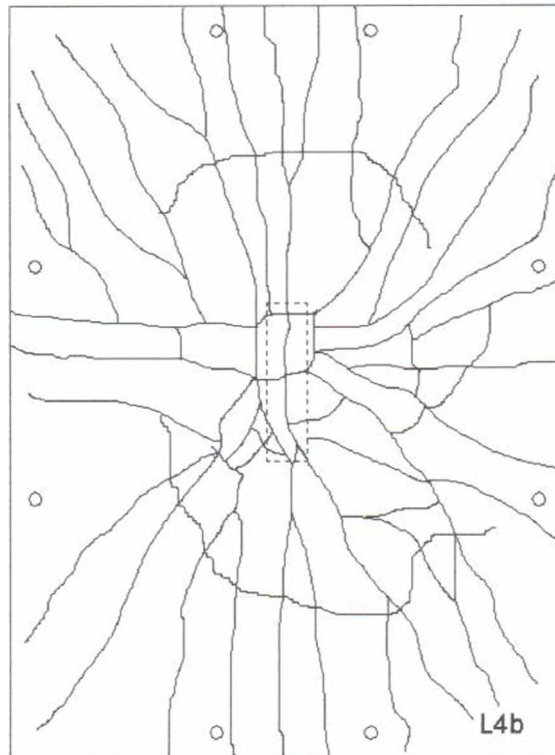


Figura 4.16 – Mapa de fissuração da laje L4b

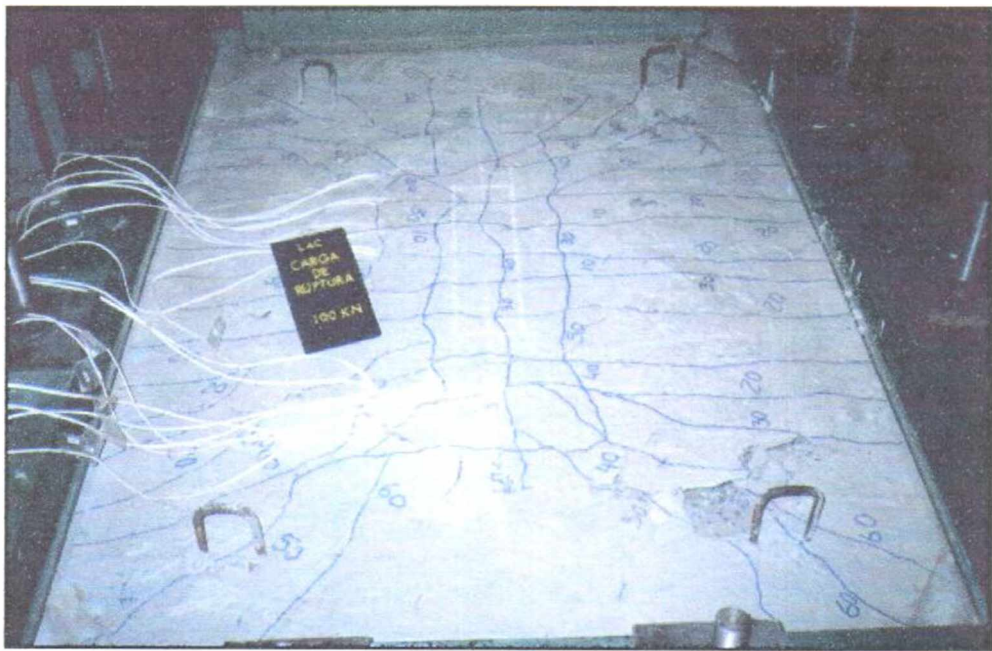
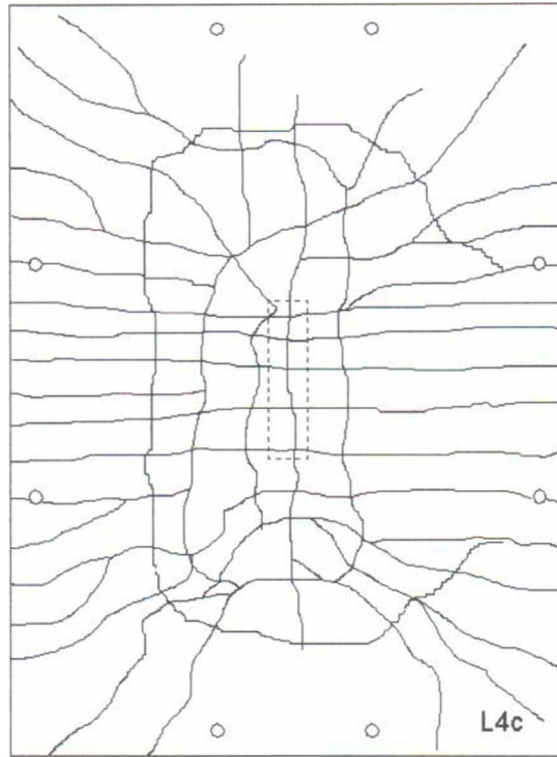


Figura 4.17 – Mapa de fissuração da laje L4c

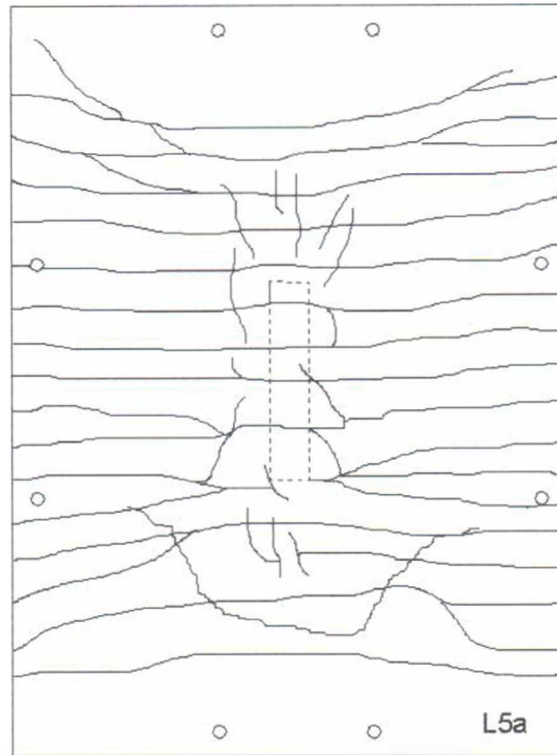


Figura 4.18 – Mapa de fissuração da laje L5a

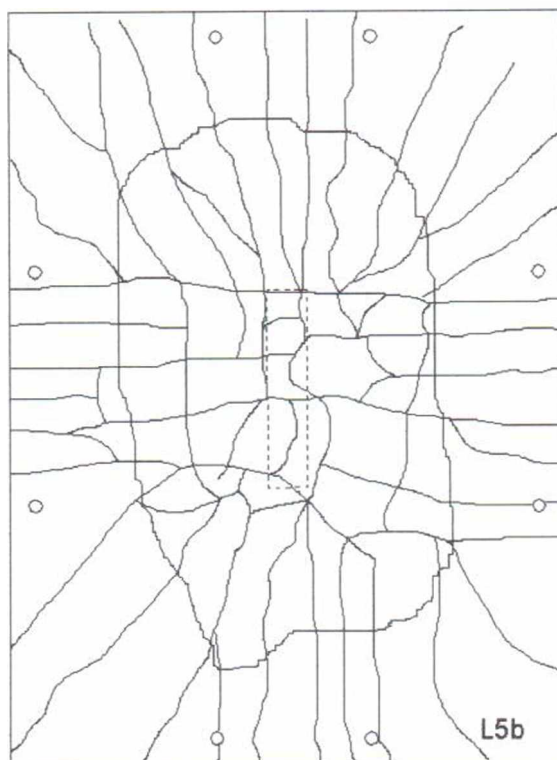


Figura 4.19 – Mapa de fissuração da laje L5b

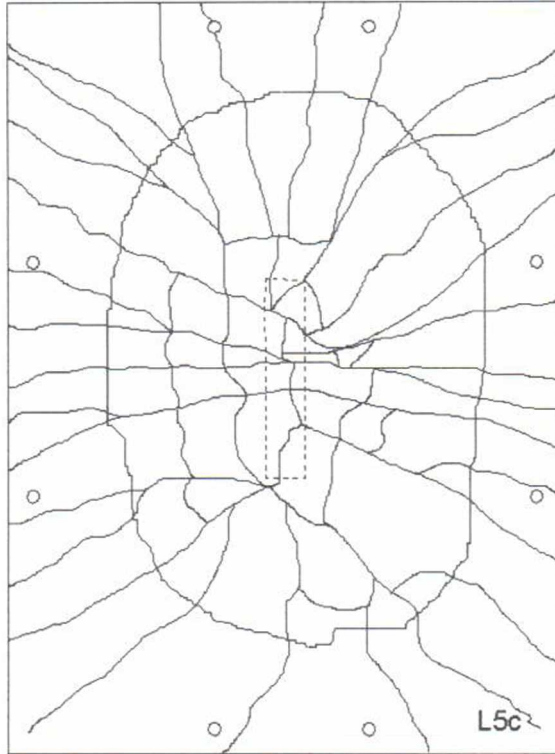


Figura 4.20 – Mapa de fissuração da laje L5c



## 4.5 – CARGAS ÚLTIMAS OBSERVADAS

A Tabela 4.4 apresenta as cargas de ruptura de todas as lajes juntamente com os modos de ruptura observados durante os ensaios. Todas as cargas de ruptura tenderam a aumentar com o acréscimo do índice de retangularidade, com 23% de acréscimo máximo para as lajes “a”, 32% e 40% para as lajes “b” e “c”, respectivamente. Entretanto, pode-se observar que as cargas de ruptura das lajes “a” foram inferiores às das apresentadas pelos outros grupos. Tal fato pode ser atribuído à baixa capacidade resistente destas lajes à flexão. Para estas lajes, à medida que o índice de retangularidade aumenta, também ocorre um acréscimo nas estimativas para a resistência à flexão confirmando o inter-relacionamento destes fatores com o crescimento das cargas de punção das lajes.

As lajes “b” e “c” apresentaram cargas de ruptura muito próximas, com a maior diferença sendo registrada para as lajes L3b e L3c, 12%. As cargas das lajes L1b, L2b e L3b foram ligeiramente maiores que as cargas das respectivas lajes “c”, o que não ocorreu nas demais lajes. As diferenças apresentadas nas resistências à compressão do concreto e nas alturas úteis foram pequenas, quando comparada uma laje “b” com sua respectiva laje “c”, o que permitiu verificar a influência do índice de retangularidade em suas resistências últimas.

### 4.5.1 – Modos de ruptura observados

Os modos de ruptura observados experimentalmente são apresentados na Tabela 4.4, para cada laje ensaiada. Os modos de ruptura foram basicamente dois, punção e flexo-punção. O modo flexo-punção foi definido como sendo o modo onde as lajes apresentam a predominância das fissuras de flexão, rotações elevadas, deformações das barras das armaduras principais superiores às observadas para o escoamento do aço utilizado, e cargas últimas próximas das cargas estimadas para ruptura por flexão.

Na determinação dos modos de ruptura das lajes “a” o método experimental também prevaleceu, uma vez que o método teórico fornece respostas mais precisas para situações predominantemente de flexão, pois não considera a influência das forças cortantes em regiões próximas aos menores lados do pilar. As dimensões destes lados podem influenciar na resistência última das lajes uma vez que as tensões de cisalhamento concentram-se em torno destes, provocando o surgimento de fissuras tangenciais que tendem a colaborar com as

rotações em regiões próximas aos pilares, favorecendo uma ruptura precoce por puncionamento. Nesta situação os valores de  $\frac{V_{Exp}}{P_{Flex}}$  tendem a decrescer. De maneira geral, as cargas de ruptura observadas aumentaram de acordo com o as estimativas para as resistências a flexão, com algumas discordâncias sendo encontradas nas lajes “b”.

Tabela 4.4 – Modos de ruptura observados

Laje	d (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	Pilar		$V_{Exp}$ (kN)	$P_{Flex}$ (kN)	$\frac{V_{Exp}}{P_{Flex}}$	Modo de ruptura observado
				$c_{min}$ (mm)	$c_{max}$ (mm)				
L1a	107	1,09	57	120	120	234	242	0,97	Flexo-puncionamento
L1b	108	1,08	59	120	120	322	653	0,49	Puncionamento
L1c	107	1,09	59	120	120	318	701	0,45	Puncionamento
L2a	109	1,07	58	120	240	246	263	0,94	Flexo-puncionamento
L2b	106	1,10	58	120	240	361	640	0,56	Puncionamento
L2c	107	1,09	57	120	240	331	728	0,45	Puncionamento
L3a	108	1,08	56	120	360	241	276	0,87	Flexo-puncionamento
L3b	107	1,09	60	120	360	400	647	0,62	Puncionamento
L3c	106	1,10	54	120	360	358	748	0,48	Puncionamento
L4a	108	1,08	56	120	480	251	295	0,85	Flexo-puncionamento
L4b	106	1,10	54	120	480	395	636	0,62	Puncionamento
L4c	107	1,09	56	120	480	404	794	0,51	Puncionamento
L5a	108	1,08	57	120	600	287	318	0,90	Flexo-puncionamento
L5b	108	1,08	67	120	600	426	658	0,65	Puncionamento
L5c	109	1,07	63	120	600	446	858	0,52	Puncionamento

Para a determinação dos ângulos de inclinação das superfícies de ruptura, cada laje foi seccionada de forma que um de seus quadrantes (AOB) fosse removido para permitir a visualização da superfície de ruptura, conforme mostrado na Figura 4.21. Nesta figura observa-se a presença de um perímetro visível na superfície da laje devido ao descolamento do concreto no instante da ruptura. Este perímetro é observado claramente na maioria dos casos onde a laje é levada à ruptura. Entretanto, o perímetro da superfície de ruptura localiza-se sob a camada de concreto descolada, com a superfície disposta diagonalmente entre as faces do pilar e o centro de gravidade da armadura principal.

A Figura 4.22 mostra o equipamento utilizado no corte das lajes. Após a retirada dos quadrantes determinados as alturas úteis foram finalmente medidas e os ângulos de inclinação dos cones de ruptura ( $\alpha$  e  $\beta$ ) calculados. Nota-se nesta etapa que apenas os ângulos em um dos lados de cada eixo central foram determinados, sendo este, então, um método aproximado para determinação das inclinações das superfícies de ruptura, uma vez que as condições de contorno das lajes influenciam na forma do cone de ruptura.

As figuras 4.23 a 4.37 mostram os cortes realizados nas lajes e as considerações para determinação das inclinações das superfícies de ruptura. As armaduras das lajes não são mostradas nas simulações para determinação dos ângulos, somente as alturas úteis, para facilitar comparações. Todas as lajes cortadas são mostradas nas figuras 4.38 e 4.39. A Tabela 4.5 apresenta os valores observados dos ângulos de inclinação das superfícies de ruptura das lajes ensaiadas. Observa-se que as inclinações transversais variaram de 14° a 21° graus nas lajes “a”, de 14° a 32° nas lajes “b” e de 25° a 33° nas lajes “c”. Para as inclinações longitudinais estes valores variaram de 21° a 29°, de 17° a 33° e de 19° a 33° nas lajes “a”, “b” e “c”, respectivamente.

As lajes “c” apresentaram o maior ângulo médio de inclinação transversal observado, 29°. Na direção longitudinal este ângulo alcançou 26° nas lajes “b”, seguidas pelas lajes “a” e “c” com 24° e 25°, respectivamente. Pode-se observar que os valores máximos médios dos ângulos de inclinação das superfícies de ruptura ocorreram na mesma direção dos momentos máximos solicitantes apenas nas lajes “a”, concordando com a direção onde ocorreram as maiores rotações das lajes.

De modo geral o valor médio dos ângulos para todas as lajes foi de 24° na direção transversal e de 25° na direção longitudinal, fornecendo um valor médio de 24,5°, que é um valor menor que o recomendado pela EC2, 33,7°. A determinação das inclinações das superfícies de ruptura é relevante para o dimensionamento de armaduras de combate ao puncionamento. Conforme a Figura 4.40, tanto considerando a recomendação normativa quanto o valor obtido experimentalmente, a utilização de armaduras inclinadas de 60° em relação ao plano da laje tende a ser mais efetiva. Nesta figura o valor de  $f$  corresponde ao percentual teórico aproximado do esforço de tração, perpendicular à superfície de ruptura considerada, atuante na direção do elemento da armadura (componente do esforço principal).

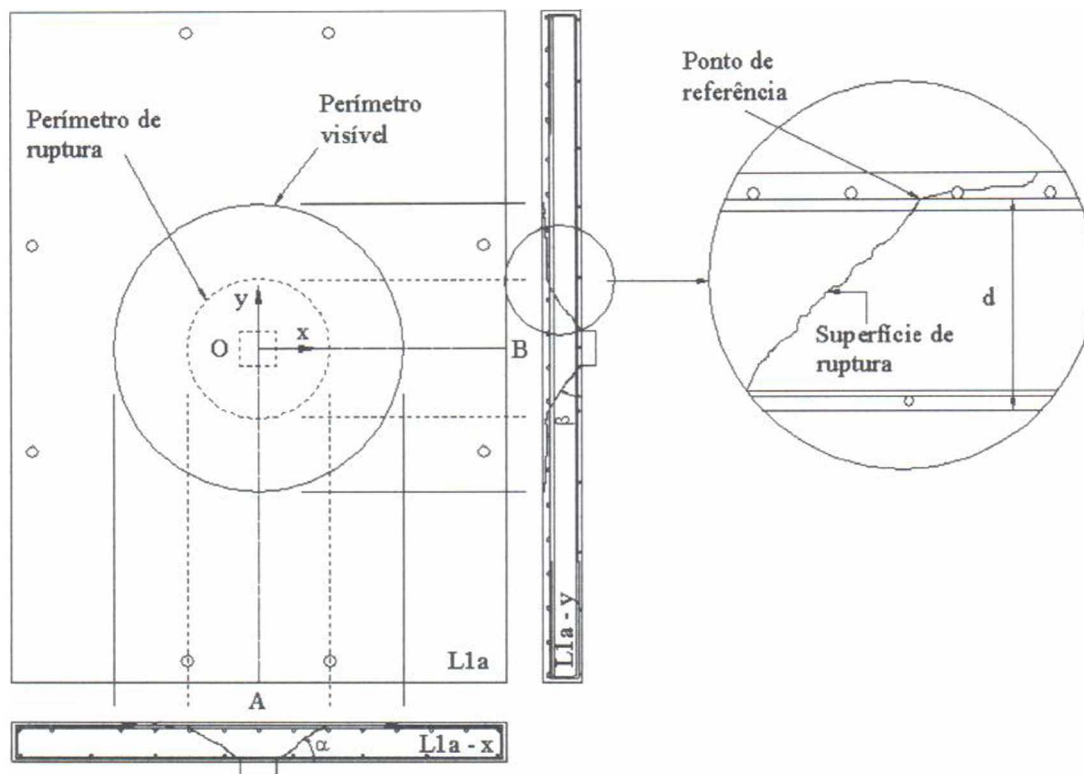


Figura 4.21 – Critério para determinação das inclinações das superfícies de ruptura



Figura 4.22 – Equipamento utilizado no corte das lajes

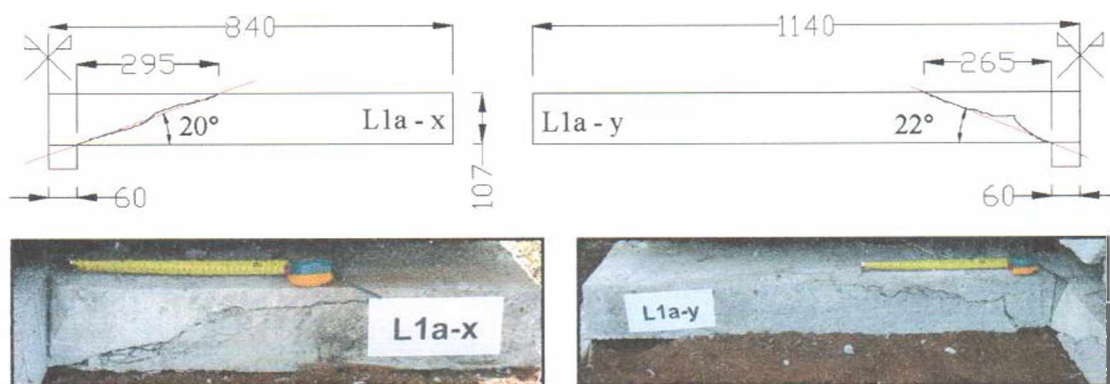


Figura 4.23 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L1a

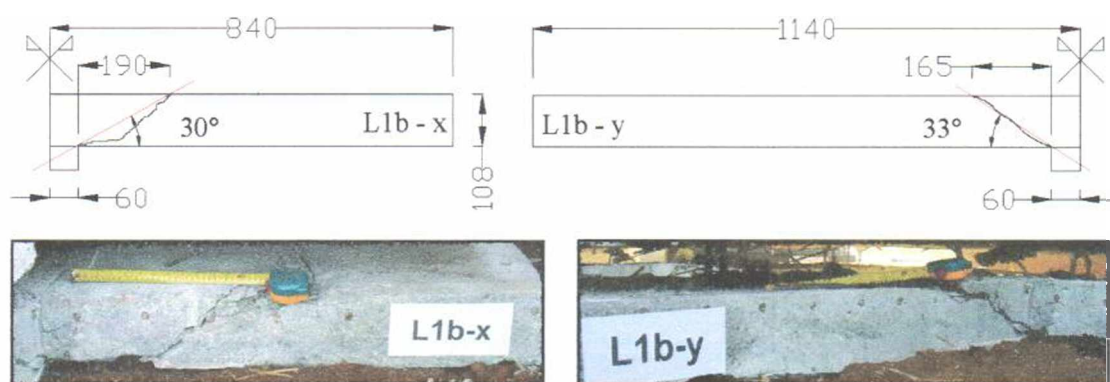


Figura 4.24 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L1b

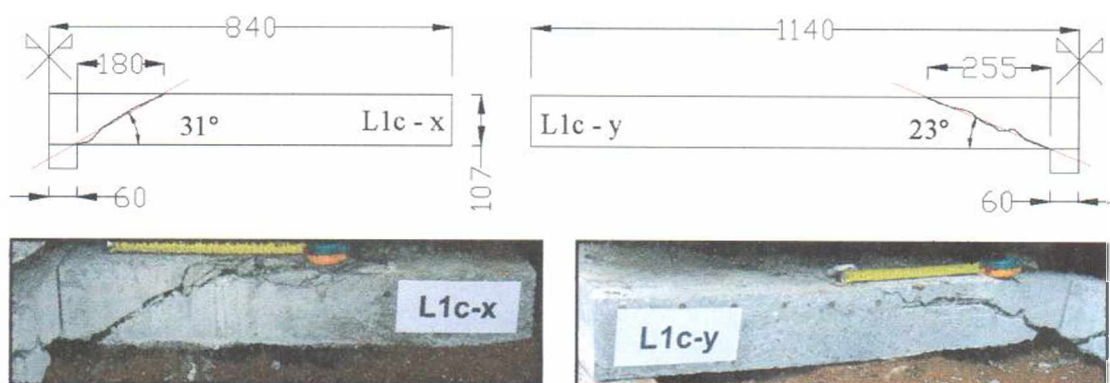


Figura 4.25 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L1c

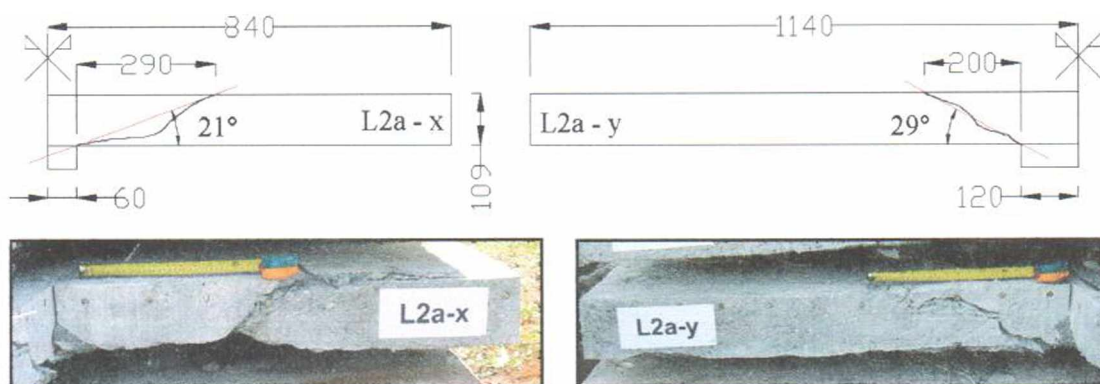


Figura 4.26 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L2a

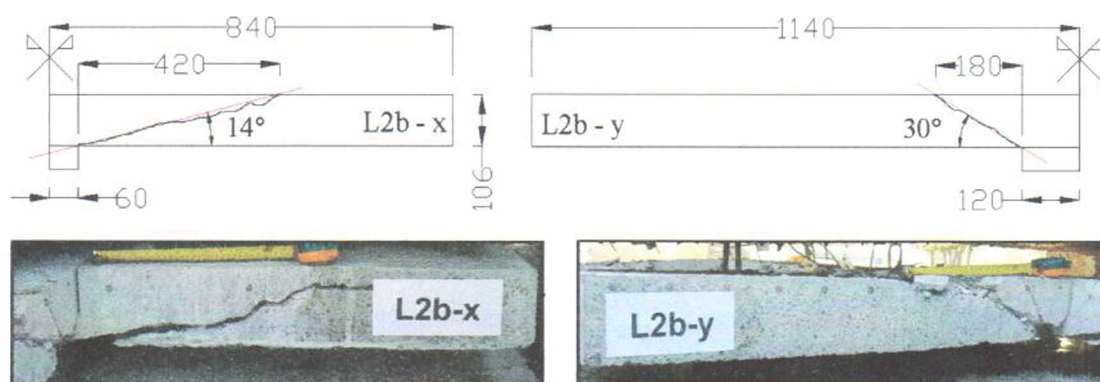


Figura 4.27 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L2b

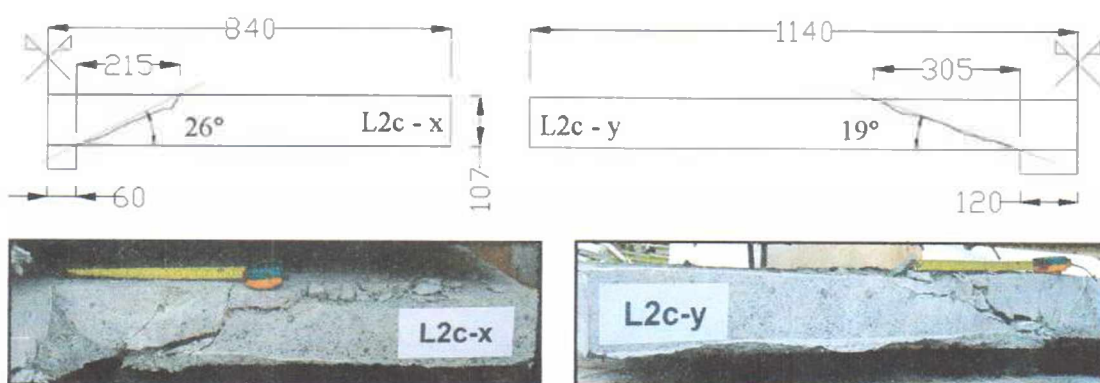


Figura 4.28 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L2c

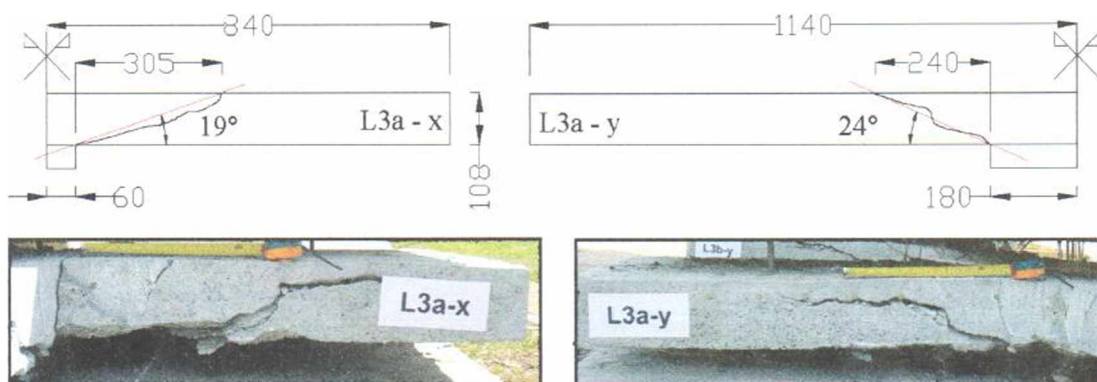


Figura 4.29 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L3a

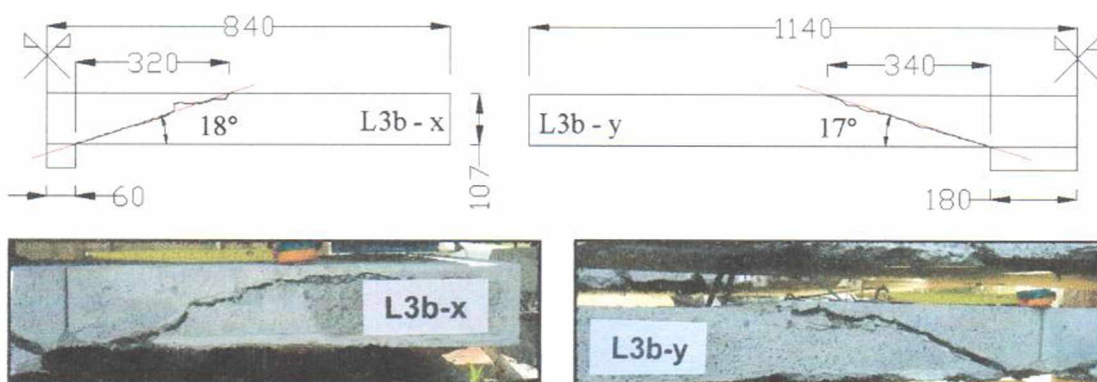


Figura 4.30 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L3b

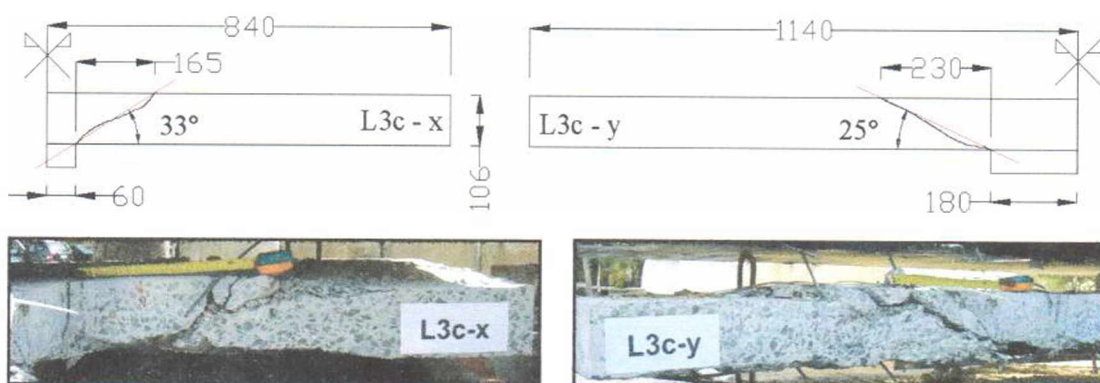


Figura 4.31 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L3c

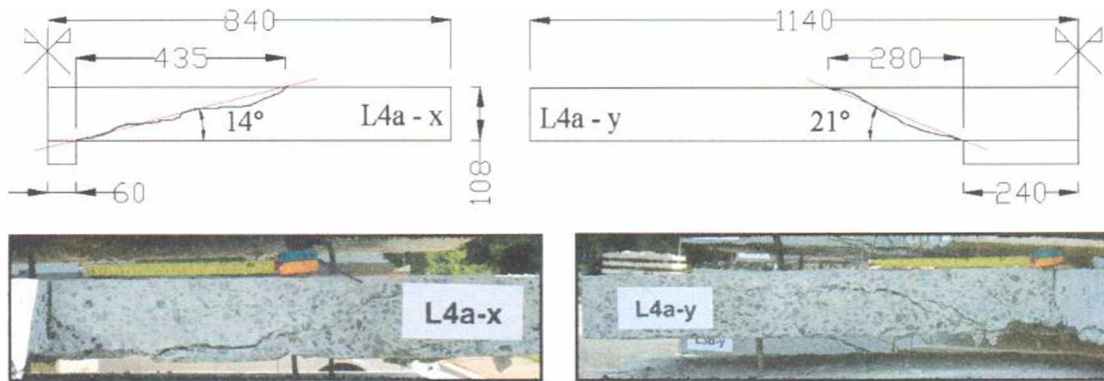


Figura 4.32 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L4a

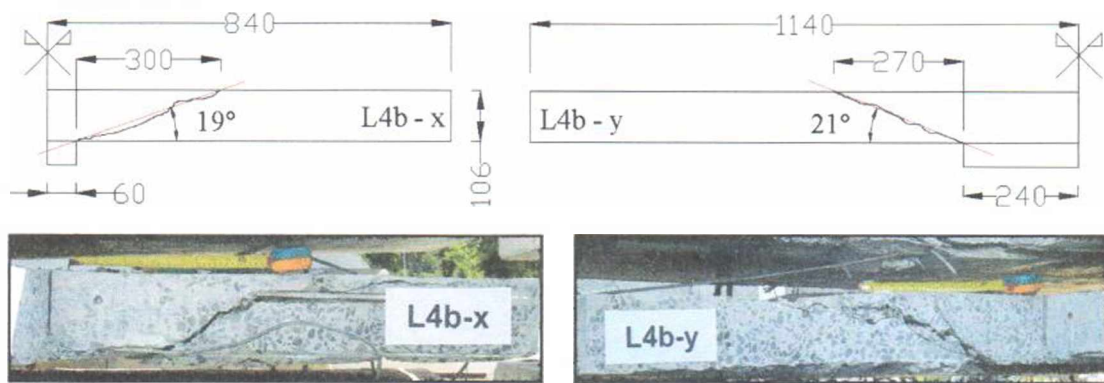


Figura 4.33 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L4b

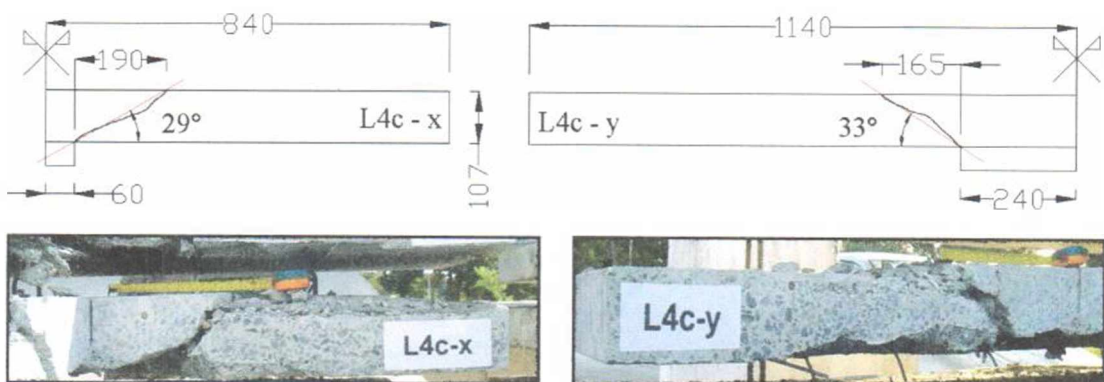


Figura 4.34 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L4c



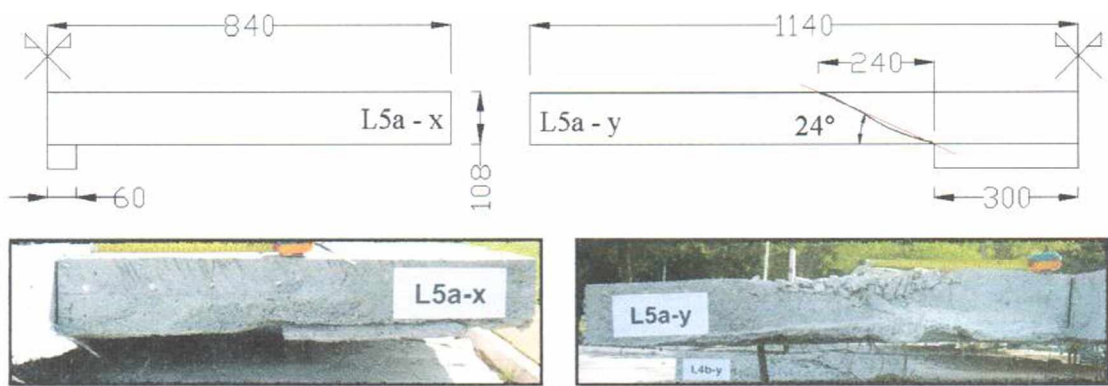


Figura 4.35 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L5a

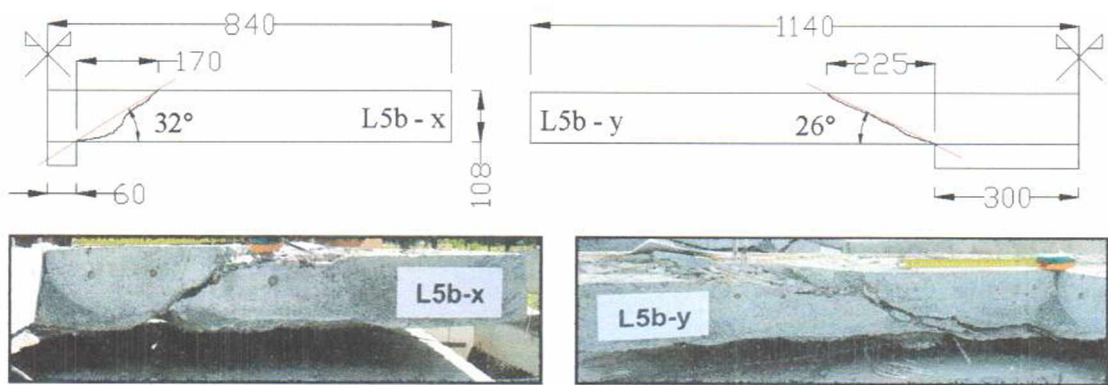


Figura 4.36 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L5b

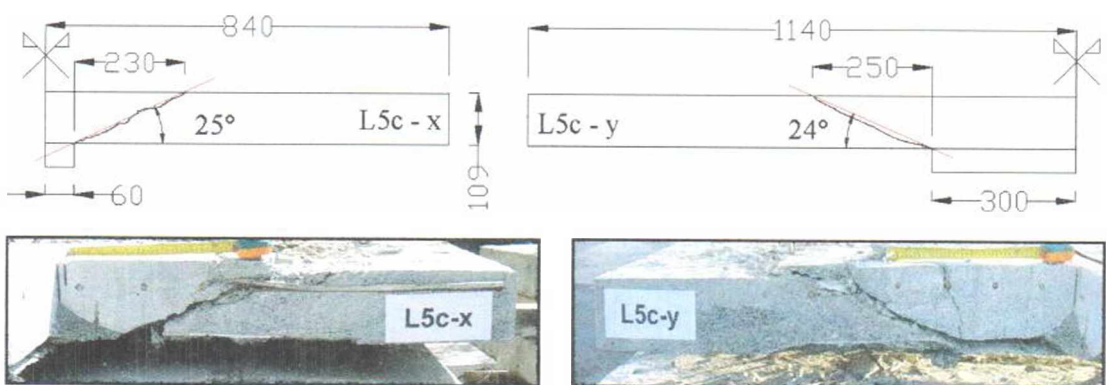


Figura 4.37 – Superfície e inclinação média do cone de ruptura da laje L5c

Tabela 4.5 – Ângulos de inclinação das superfícies de ruptura das lajes ensaiadas

Laje	Direção x	Direção y
	$\alpha$	$\beta$
L1a	20°	22°
L1b	30°	33°
L1c	31°	23°
L2a	21°	29°
L2b	14°	30°
L2c	26°	19°
L3a	19°	24°
L3b	18°	17°
L3c	33°	25°
L4a	14°	21°
L4b	19°	21°
L4c	20°	33°
L5a	-	24°
L5b	32°	26°
L5c	25°	24°



Figura 4.38 – Superfícies de ruptura das lajes “a” e “b”



Figura 4.39 – Superfícies de ruptura das lajes “c”

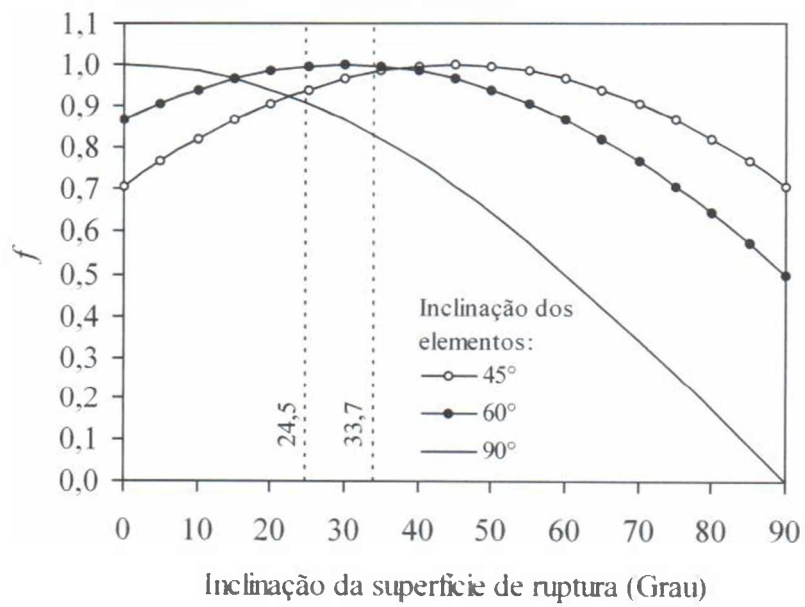


Figura 4.40 – Eficiência teórica dos elementos das armaduras

## 5 – ANÁLISE NUMÉRICA E ESTIMATIVAS DAS NORMAS

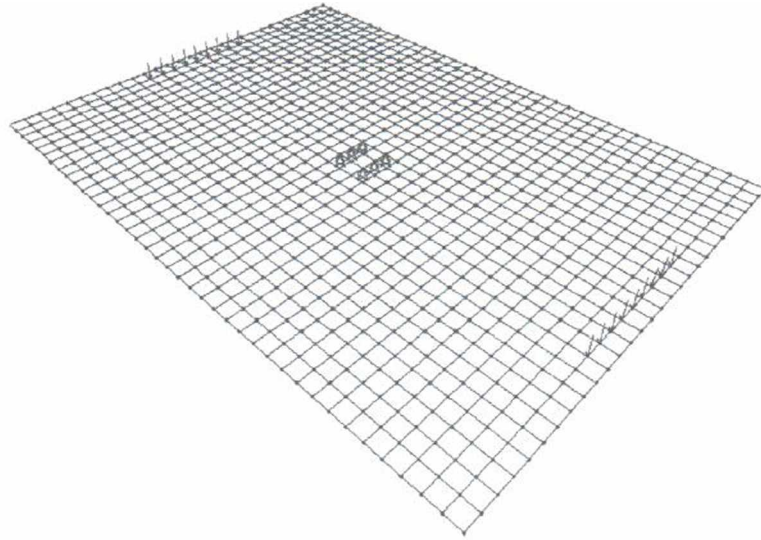
O objetivo desta simulação numérica foi o estudo do comportamento das forças cortantes sob a influência das condições de contorno dos ensaios. Também foram realizadas comparações entre as flechas experimentais e teóricas. O programa computacional utilizado nesta análise foi o SAP2000 e o elemento “Shell” retangular com quatro nós foi adotado nesta etapa do trabalho.

### 5.1 – APRESENTAÇÃO DOS MODELOS

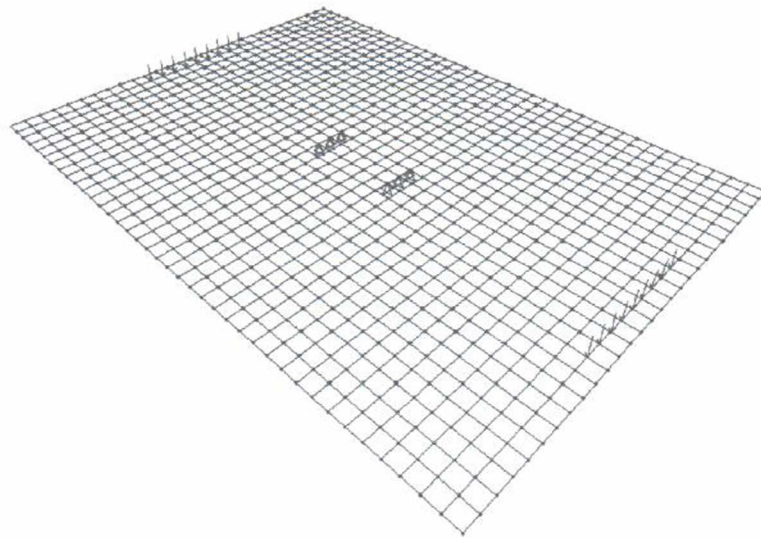
A simulação numérica consistiu na idealização de modelos que representassem as lajes ensaiadas sob as condições de carregamento e apoio adotados nos ensaios. Foram utilizados 1064 elementos distribuídos linearmente em 28 e 38 nas direções  $x$  e  $y$ , respectivamente. O refinamento das malhas foi definido pela necessidade de modelagem das colunas, pois foram adotados elementos com dimensões múltiplas das dimensões dos lados dos pilares para cada caso de carregamento.

A carga de ruptura de cada laje ensaiada foi aplicada em seu respectivo modelo, distribuída entre os furos para passagem dos tirantes nos bordos das lajes, de acordo com as posições dos carregamentos utilizadas nos ensaios. O coeficiente de Poisson utilizado nesta análise foi igual a 0,2, e o módulo de elasticidade empregado em cada laje modelada foi o obtido nos ensaios para determinação do módulo de elasticidade do concreto da respectiva laje ensaiada. As figuras 5.1 a 5.3 apresentam a geometria não deformada dos modelos, as condições de apoio e a forma como foram simulados os carregamentos nas lajes “a”, “b” e “c” para índices de retangularidade 1, 3 e 5. A reação das lajes “a” foram simuladas como apoios de segundo gênero ao longo das menores dimensões do pilar. Esta condição foi adotada devido a um deslocamento máximo de 0,90 mm no centro da laje L5a observado durante os ensaios. Não foram observados deslocamentos desta natureza nas demais lajes do grupo, mas generalizou-se a situação de forma que foi assumido que todas as lajes “a” não apresentaram reação ao longo dos maiores lados dos pilares.

L1a



L3a



L5a

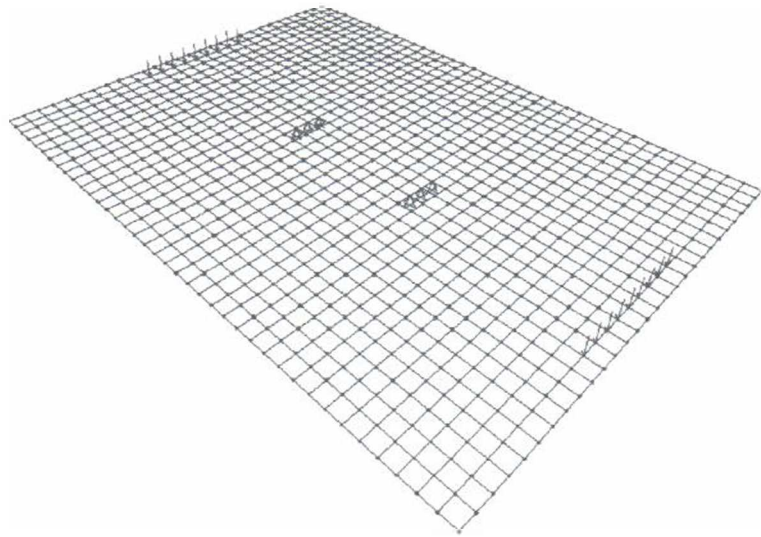
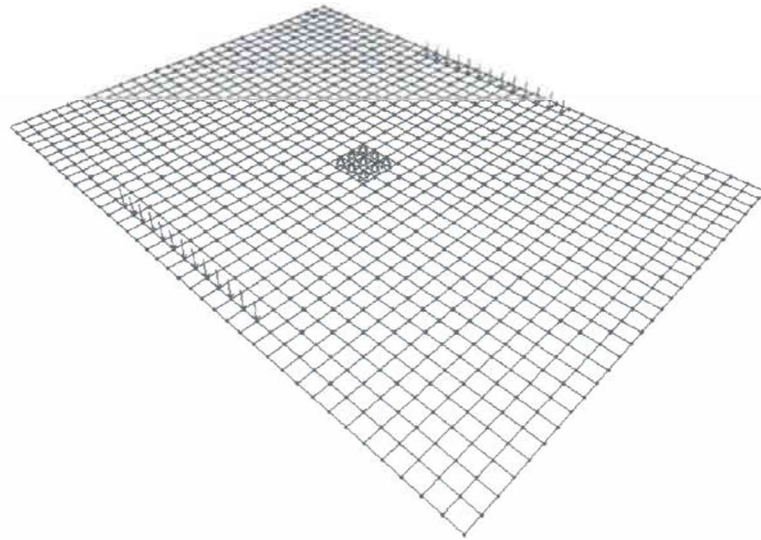
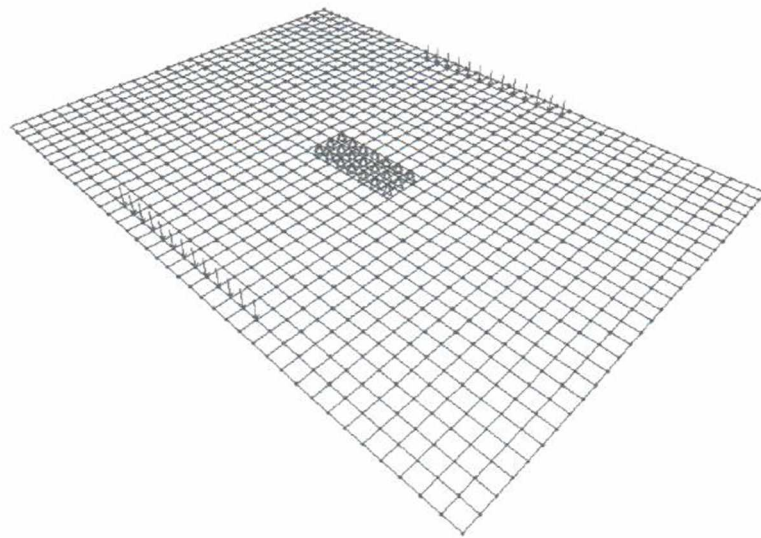


Figura 5.1 – Geometria e carregamento dos modelos L1a, L3a e L5a

**L1b**



**L3b**



**L5b**

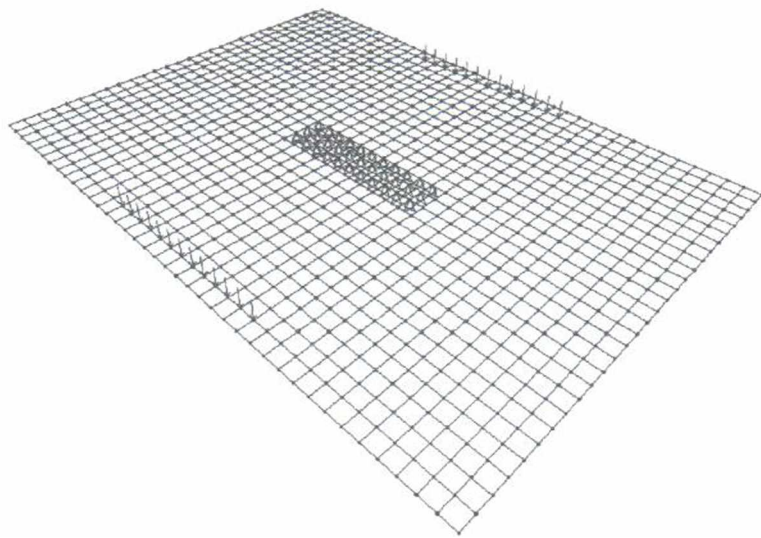
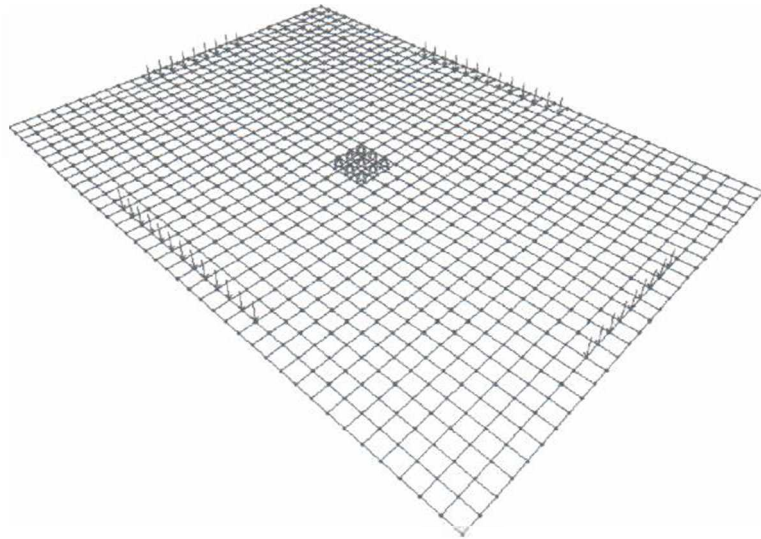
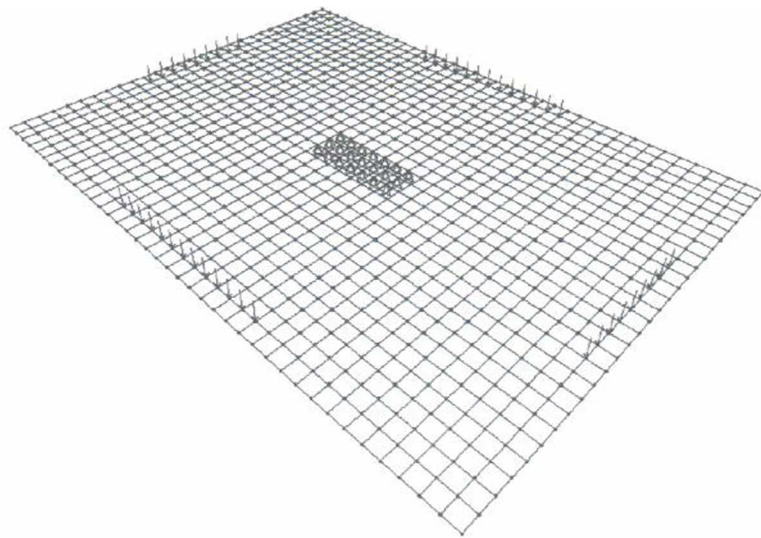


Figura 5.2 – Geometria e carregamento dos modelos L1b, L3b e L5b

L1c



L3c



L5c

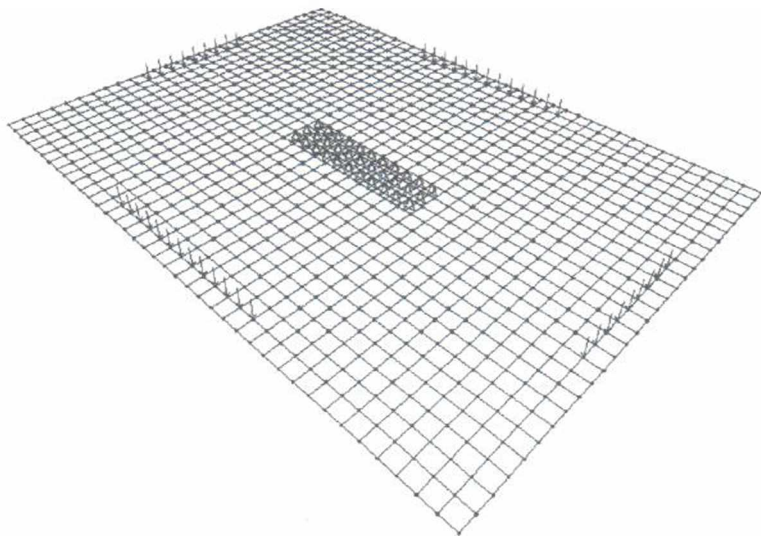


Figura 5.3 – Geometria e carregamento dos modelos L1c, L3c e L5c

## 5.2 – RESULTADOS DA ANÁLISE ELÁSTICA

### 5.2.1 – Cisalhamento

A figuras 5.4 a 5.12 mostram a distribuições das forças cortantes por unidade de comprimento (N/mm) para as lajes L1a, L3a, L5a, L1b, L3b, L5b, L1c, L3c e L5c, com índices de retangularidade 1, 3 e 5, representativos das lajes ensaiadas. Lembrando que cada elemento mede 60 x 60 mm, os maiores lados dos pilares tornam-se de fácil localização. Observa-se nestas figuras que os esforços aumentaram de intensidade a partir dos bordos das lajes. Para todas as lajes com  $c_{máx}/c_{mín} > 1$  é possível notar claramente a influência da forma do pilar na distribuição das forças cortantes, até mesmo para lajes predominantemente solicitadas em uma direção, com carregamento aplicado paralelamente a  $c_{máx}$ , como mostram os modelos das lajes “b”. Quando o índice de retangularidade aumentou, as regiões situadas ao longo dos maiores lados dos pilares foram menos solicitadas, enquanto que as extremidades dos pilares apresentaram maior concentração de esforços (polarização das forças cortantes).

As forças apresentadas correspondem aos valores de  $V_{máx}$  fornecidos pelo programa computacional e uma vez que ao longo dos eixos centrais das lajes as forças cortantes  $V_{yz}$  e  $V_{xz}$  são nulas, os valores para  $V_{máx}$  podem ser considerados satisfatórios para se avaliar a intensidade dos esforços em pontos ao longo dos eixos principais, perpendiculares às faces dos pilares. Entretanto, as intensidades das forças apresentadas, fora destes eixos, variam de acordo com os valores de  $V_{yz}$  e  $V_{xz}$ , mas tais valores não foram utilizados e não comprometeram a utilização de  $V_{máx}$  nesta análise.

Em uma análise mais rigorosa os valores das forças cortantes nas direções principais seriam de fácil determinação ao longo de perímetros retangulares com cantos retos, entretanto, para perímetros de controle como o da MC90, onde os lados do pilar são conectados por semicírculos, seria necessário um estudo mais específico para se determinar as intensidades das forças a serem consideradas ao longo destes trechos curvos. Para as lajes “a” e “c”, com índice de retangularidade maior ou igual a 3, a influência das forças cortantes entre as extremidades dos pilares é praticamente desprezível e a distribuição destes sugere que as lajes “a”, com exceção da laje L1a, podem apresentar rupturas apenas em torno das duas ou apenas de uma de suas extremidades.



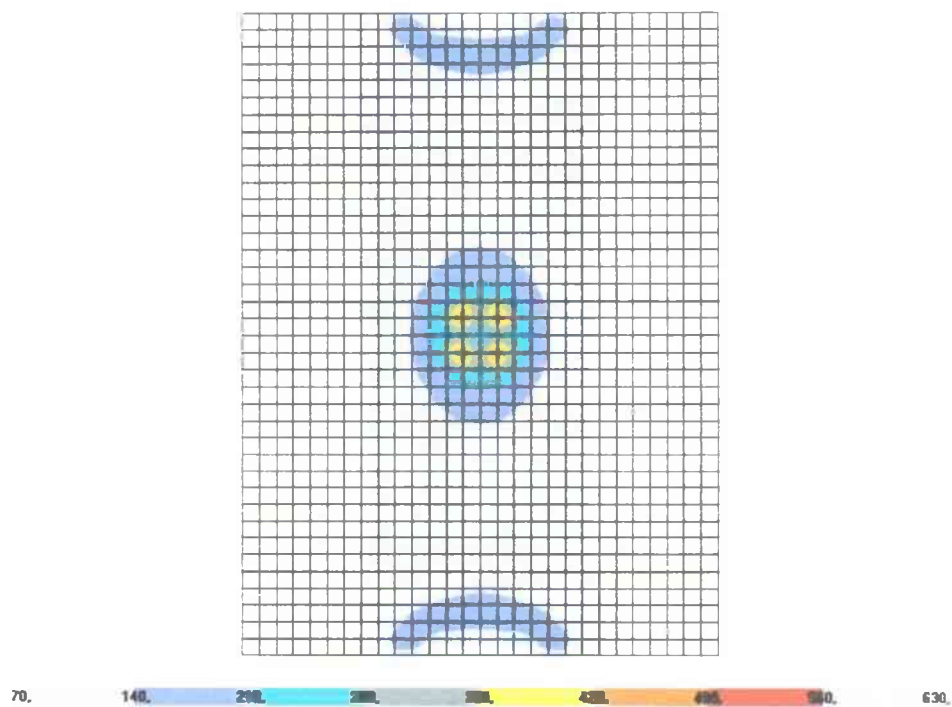


Figura 5.4 – Forças cortantes máximas na laje L1a

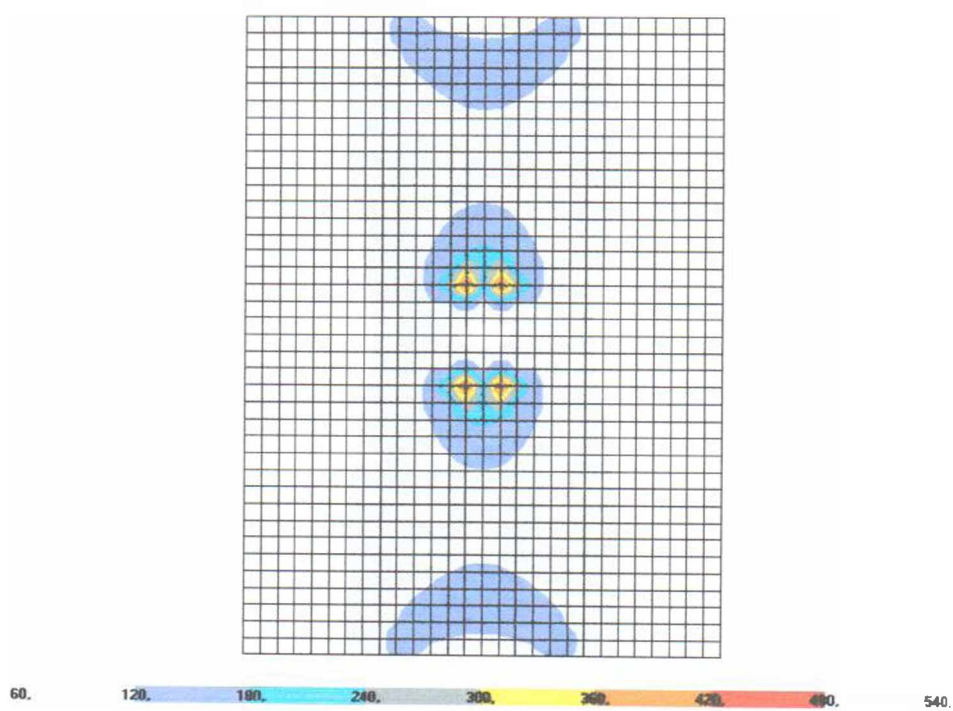


Figura 5.5 – Forças cortantes máximas na laje L3a

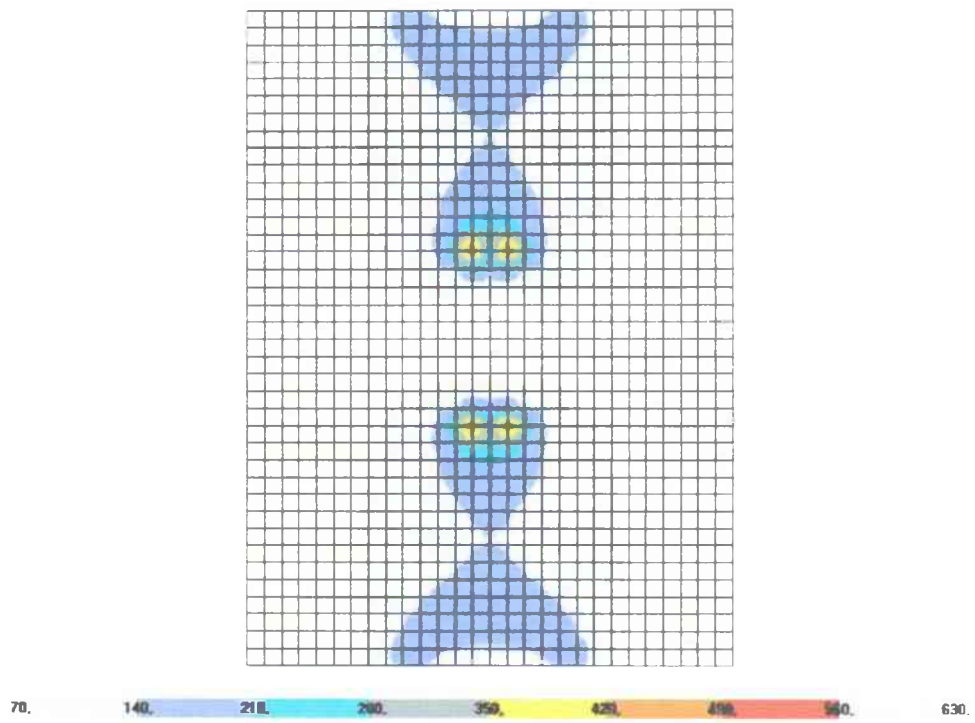


Figura 5.6 – Forças cortantes máximas na laje L5a

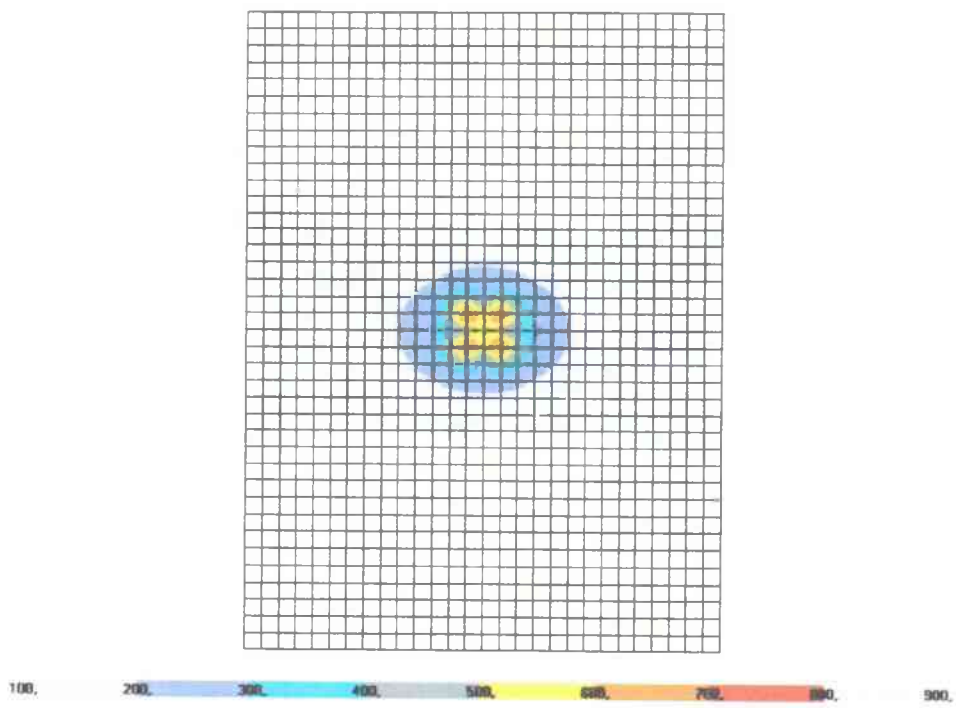


Figura 5.7 – Forças cortantes máximas na laje L1b

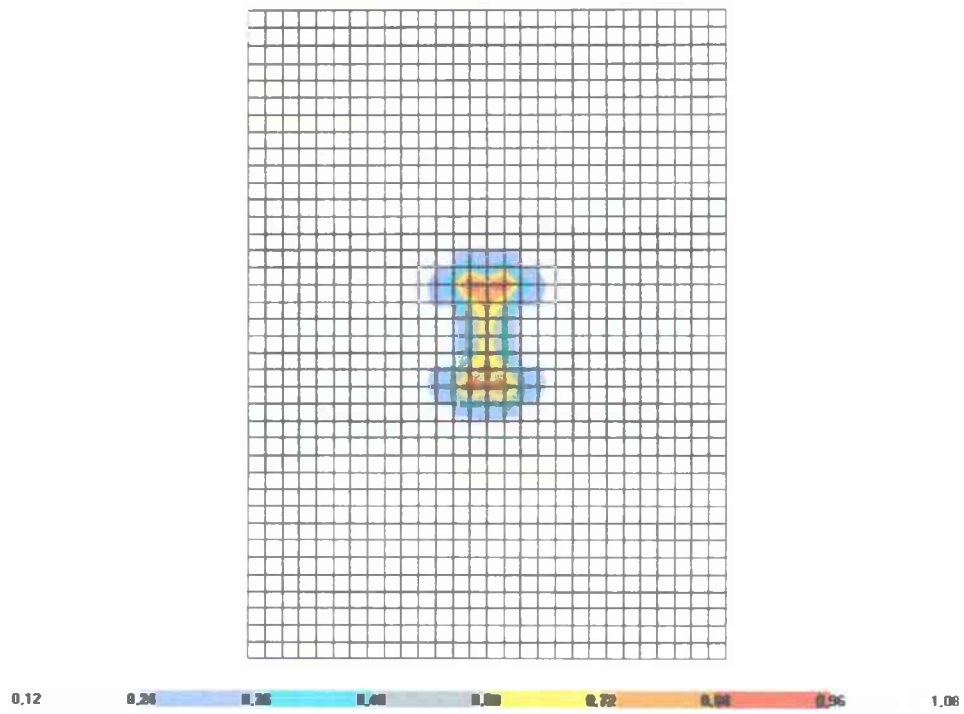


Figura 5.8 – Forças cortantes máximas na laje L3b ( $\times 10^3$ )

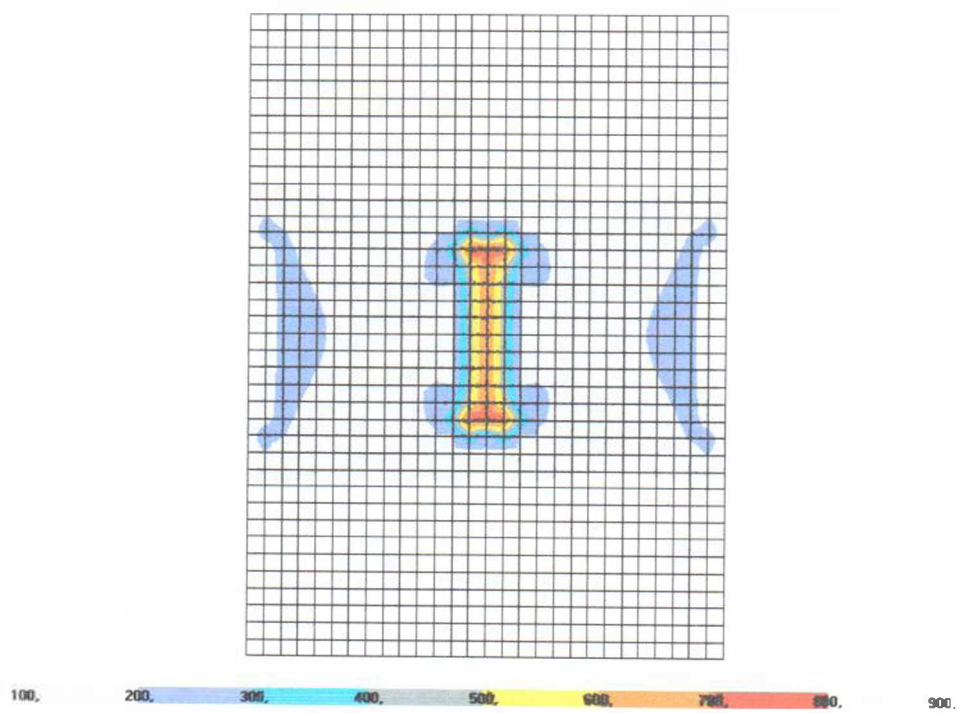


Figura 5.9 – Forças cortantes máximas na laje L5b

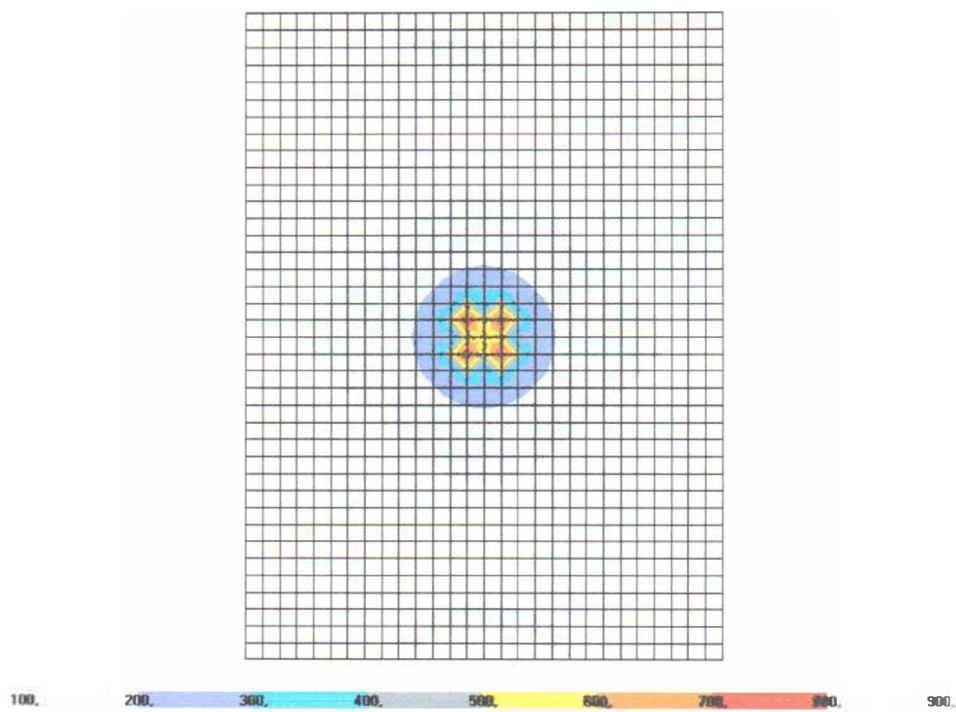


Figura 5.10 – Forças cortantes máximas na laje L1c

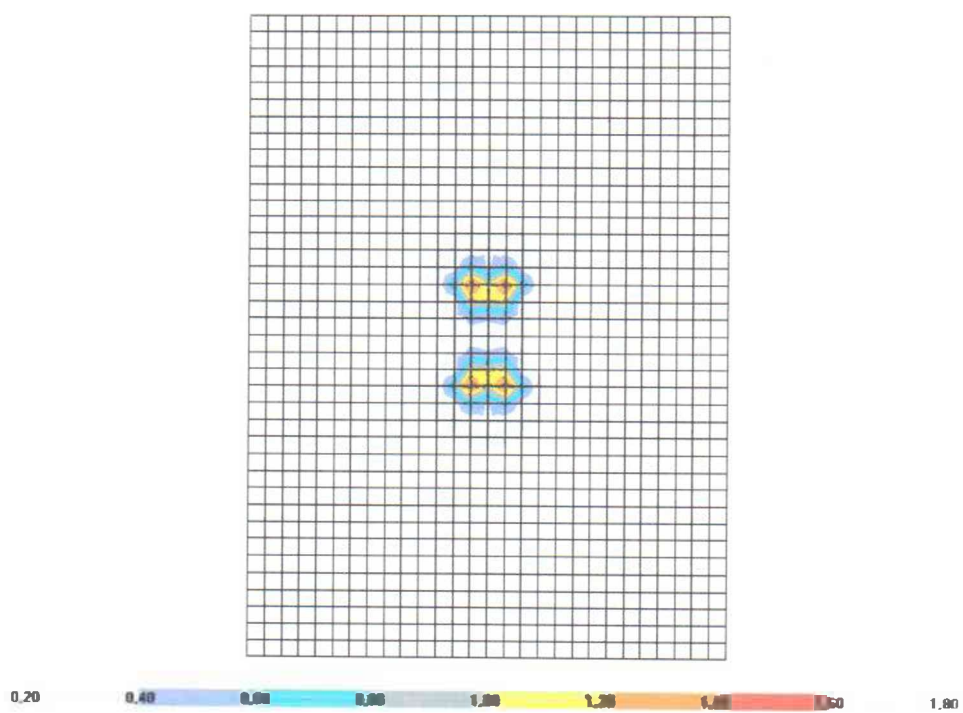


Figura 5.11 – Forças cortantes máximas na laje L3c ( $\times 10^3$ )

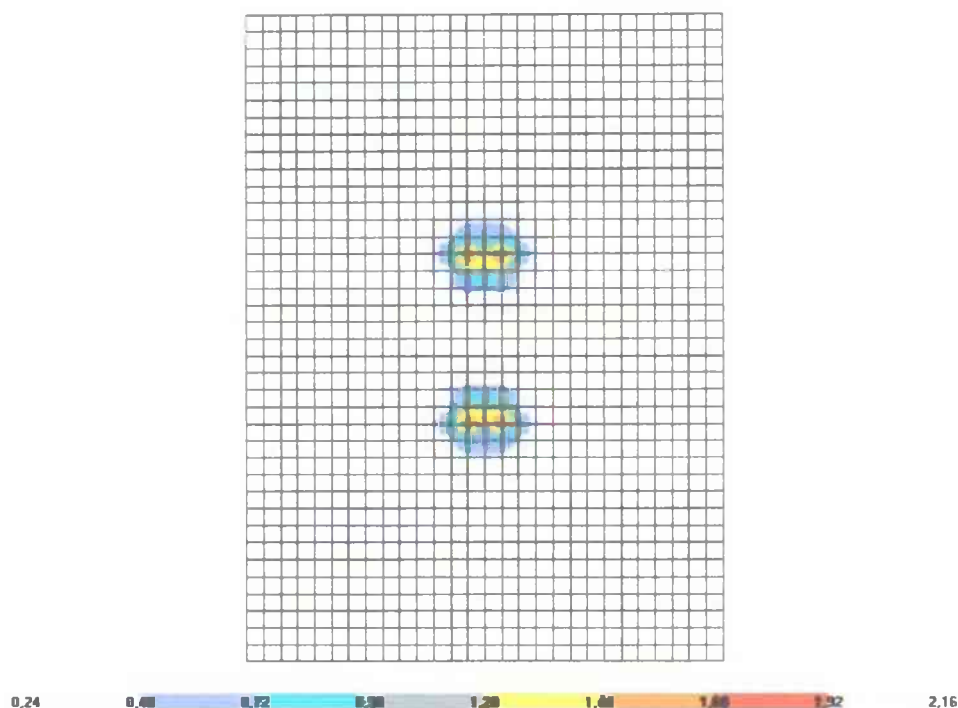


Figura 5.12 – Forças cortantes máximas na laje L5c ( $\times 10^3$ )

A consideração das forças cortantes distribuídas ao longo de um perímetro de controle fixo é adotada por todas as normas de projeto apresentadas neste trabalho e, de fato, é necessário que se estabeleça um perímetro de controle que facilite o cálculo das estimativas de resistência das lajes. Contudo, observa-se nas figuras 5.13 a 5.21 que, para qualquer perímetro adotado pelas normas analisadas, a polarização das forças cortantes não é observada nas lajes “b”.

Nas lajes apoiadas em pilares quadrados a distribuição dos esforços foi praticamente uniforme. Neste caso, a resistência à flexão na direção transversal das lajes “a” foi o diferencial entre as demais resistências das lajes apoiadas em pilares quadrados, onde as superfícies de ruptura foram muito semelhantes. Para índices de retangularidade acima de 1 as superfícies de ruptura foram, predominantemente, em torno das extremidades dos pilares.

As figuras 5.13 a 5.21 mostram a distribuição das forças cortantes ao longo do perímetro de controle da MC90 apenas para as lajes L1a, L3a, L5a, L1b, L3b, L5b, L1c, L3c e L5c, representativas das lajes ensaiadas. Nestas figuras é possível observar as superfícies de ruptura de cada laje e os valores máximos observados para as forças cortantes em pontos do perímetro de controle perpendiculares às faces dos pilares.

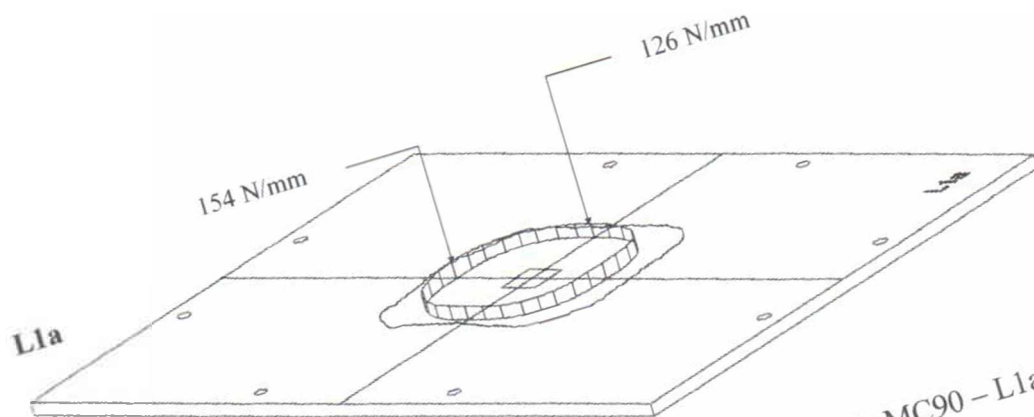


Figura 5.13 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L1a

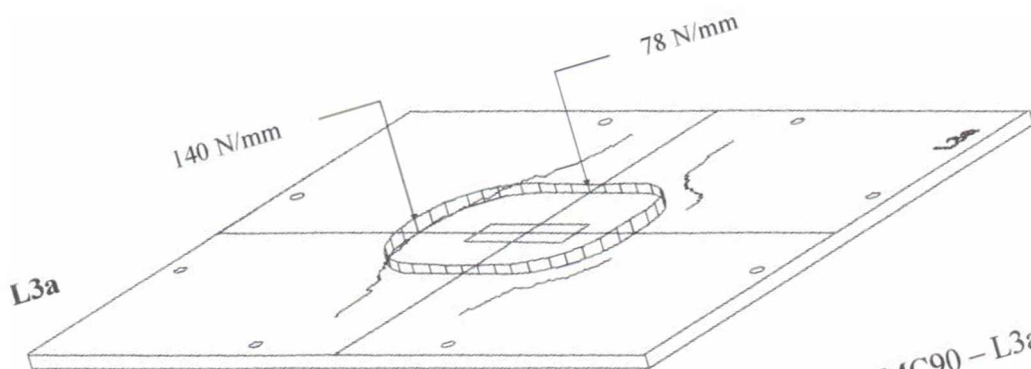


Figura 5.14 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L3a

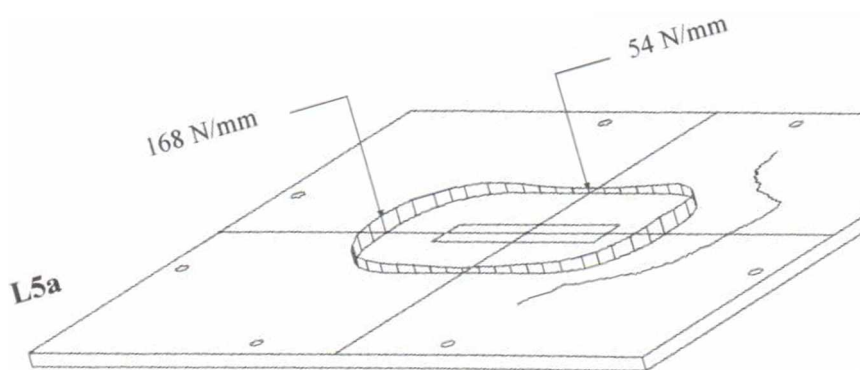


Figura 5.15 – Forças cortantes no perímetro de controle d

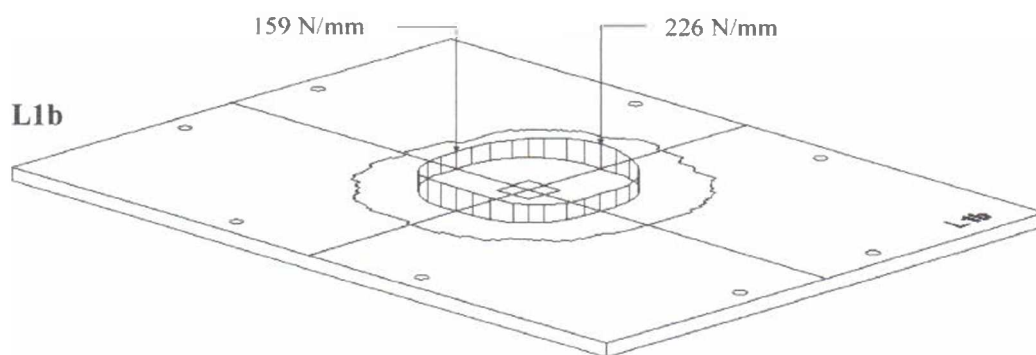


Figura 5.16 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L1b

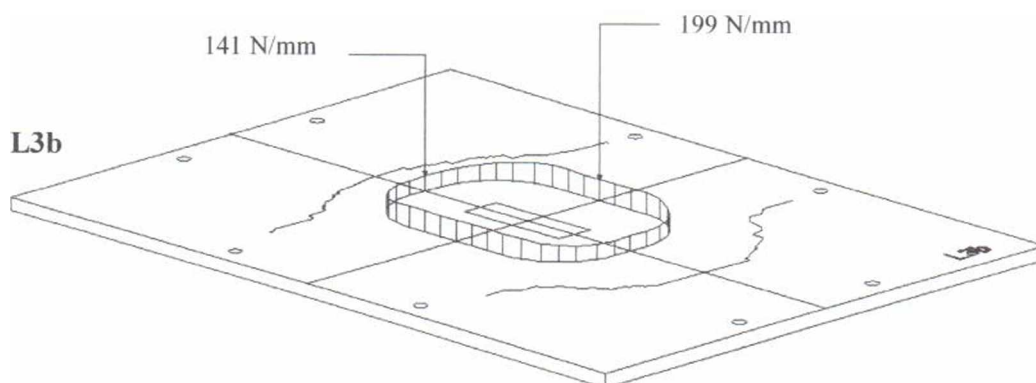


Figura 5.17 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L3b

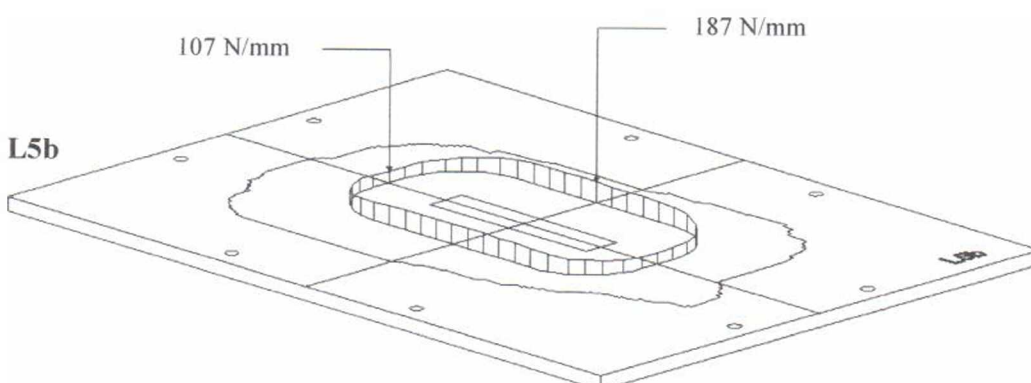


Figura 5.18 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L5b

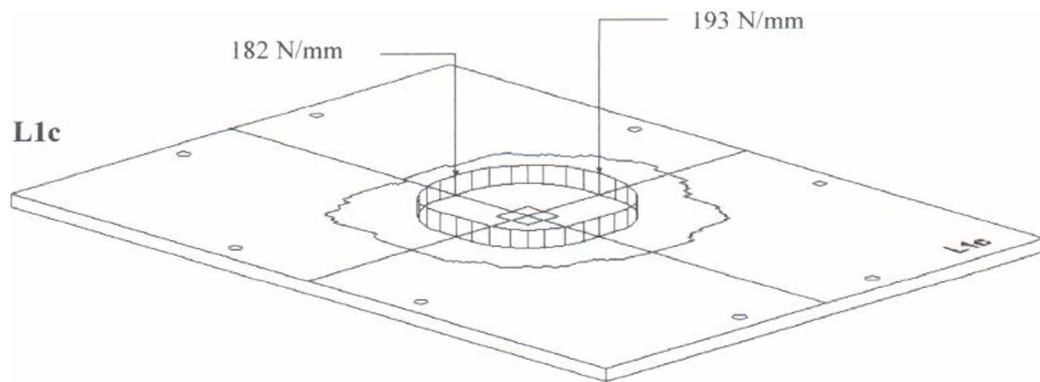


Figura 5.19 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L1c

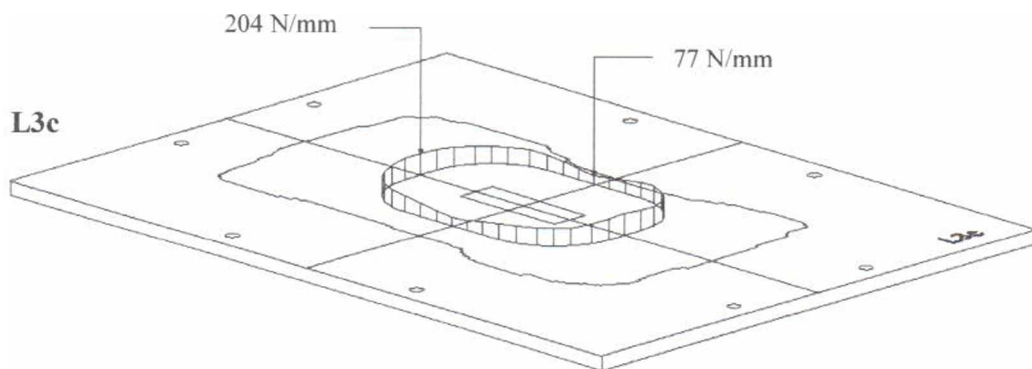


Figura 5.20 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L3c

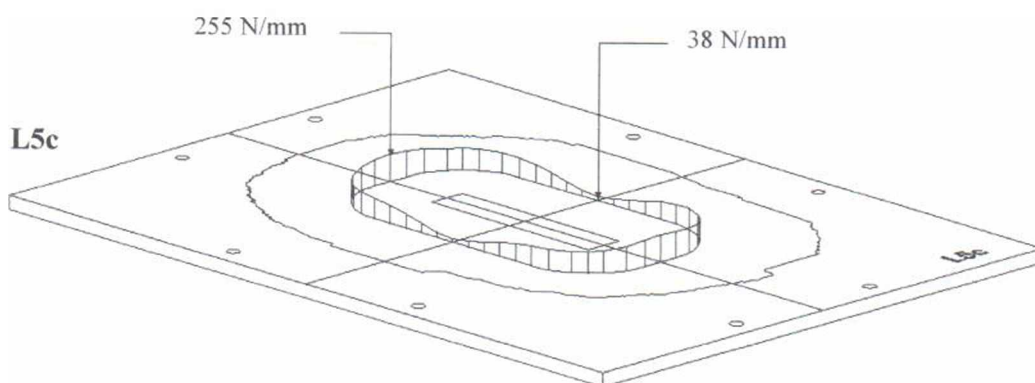


Figura 5.21 – Forças cortantes no perímetro de controle da MC90 – L5c



Como pode ser observado, as forças cortantes foram maiores nas proximidades dos lados dos pilares perpendiculares aos vãos das lajes “a” e “b” e a variação em torno do perímetro de controle aumentou com a relação  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n}$ .

Para as lajes “a” a relação entre o cisalhamento máximo e o médio aumenta de 1,17 com  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n} = 1$  para 1,64 com  $c_{m\acute{a}x}/c_{m\acute{i}n} = 5$ . Para as lajes “b” a variação é muito menor, atingindo o valor de 1,23 na laje L5b. Nas lajes “c”, com metade do carregamento aplicado nos menores bordos, a concentração das forças cortantes é tão grande quanto nas lajes “a”, com uma relação entre o cisalhamento máximo e o médio de 1,60 para a laje L5c.

### 5.2.2 – Flechas

Para a obtenção das flechas teóricas foram realizadas algumas considerações com base nas recomendações da MC90. O módulo de elasticidade foi reduzido em 15% devido às deformações plásticas excessivas decorrentes do elevado grau de sollicitação imposto no curto espaço de tempo de um ensaio. A segunda consideração foi adotar um coeficiente de Poisson intermediário, igual a 0,15.

As tabelas 5.1 e 5.2 apresentam as flechas máximas obtidas através da análise elástica e as flechas experimentais, ambas mediadas para facilitar as comparações. A Tabela 5.3 apresenta uma comparação entre as flechas máximas mediadas verificadas nas posições dos deflectômetros D12 e D16 para as lajes dos grupos “a” e “c”, enquanto que para as lajes “b” as flechas foram tomadas nas posições dos medidores D4 e D8.

Observa-se que, apesar da menor diferença entre as flechas máximas ser encontrada na laje L5b (62%), o menor índice médio de deformação ( $\frac{\delta_{Exp}}{\delta_{El\acute{a}st}}$ ) foi verificada nas lajes do grupo “a”, 2,52. Nas lajes “b” e “c” estes índices foram de 3,24 e 3,29, respectivamente. Quando o mesmo critério de comparação é adotado para as lajes ensaiadas por Hawkins *et al.* verifica-se que o índice de deformação médio global destas é 2,18, contra 3,02 das flechas deste trabalho, portanto, 28% menor. Para as lajes 1, 2, 3 e 4 de Hawkins *et al.*, pertencentes ao mesmo tipo de laje que as lajes “a” deste trabalho, o índice de deformação médio é 2,00, e para as lajes

carregadas nos quatro bordos, 2,62. A laje 6 de Hawkins *et al.* foi a única que apresentou pilar com os maiores lados perpendiculares ao vão da laje e seu índice de deformação foi de 1,58.

Cabe observar que o módulo de elasticidade influencia significativamente nas flechas estimadas pela análise elástica, que não considera a perda de rigidez devido à fissuração do concreto em uma situação real nas lajes modeladas. As figuras 5.22 a 5.36 mostram graficamente comparações entre as flechas máximas ao longo dos eixos principais das lajes, nos pontos monitorados. Verifica-se que as maiores diferenças são encontradas nas lajes L5a, L1b e L1c. As figuras também apresentam as curvas teóricas multiplicadas pelo índice médio de deformação ( $\frac{\delta_{Exp}}{\delta_{Elast}}$ ) de cada grupo de lajes.

Todos os resultados fornecidos pela análise elástica, com as alterações adotadas, foram considerados inadequados para estimar as flechas das lajes ensaiadas, mas satisfatórios para uma idealização do comportamento das lajes devido à relativa concordância da maioria das curvas apresentadas para as flechas máximas. As elevadas deformações das armaduras de flexão, do concreto e o alto grau de fissuração viabilizam elevadas rotações em regiões próximas dos pilares. Melhores resultados podem ser obtidos com uma análise não-linear.

Tabela 5.1 – Flechas teóricas para as cargas de ruptura das lajes ensaiadas

Laje	Flechas teóricas (mm)							
	D1/D5	D2/D6	D3/D7	D4/D8	D9/D13	D10/D14	D11/D15	D12/D16
L1a	-0,01	-0,22	-0,36	-0,41	-0,16	-1,56	-3,86	-6,77
L2a	0,11	-0,06	-0,20	-0,23	-0,22	-1,81	-4,20	-7,13
L3a	0,35	0,17	0,03	-0,01	-0,34	-2,49	-5,53	-9,15
L4a	0,61	0,47	0,34	0,32	-0,40	-2,09	-5,11	-8,72
L5a	-0,95	-0,83	-0,73	-0,72	-0,48	-2,39	-4,81	-8,54
L1b	-0,08	-0,57	-1,25	-2,06	-0,03	-0,28	-0,47	-0,56
L2b	-0,18	-1,38	-3,20	-5,38	-0,07	-0,61	-0,99	-1,11
L3b	-0,16	-1,25	-2,95	-5,02	-0,05	-0,45	-0,67	-0,64
L4b	-0,16	-1,21	-2,90	-4,96	-0,03	-0,25	-0,39	-0,27
L5b	-0,15	-1,12	-2,68	-4,59	-0,02	-0,14	-0,16	0,01
L1c	-0,06	-0,40	-0,83	-1,29	-0,08	-0,78	-1,81	-3,03
L2c	-0,08	-0,76	-1,76	-2,89	-0,17	-1,55	-3,44	-5,59
L3c	-0,04	-0,55	-1,39	-2,34	-0,21	-1,84	-4,08	-6,64
L4c	-0,06	-0,60	-1,53	-2,65	-0,18	-1,15	-2,86	-4,80
L5c	-0,04	-0,46	-1,24	-2,20	-0,22	-1,37	-2,86	-5,13

Tabela 5.2 – Flechas experimentais na última etapa de medição

Laje	Flechas experimentais (mm)							
	D1/D5	D2/D6	D3/D7	D4/D8	D9/D13	D10/D14	D11/D15	D12/D16
L1a	-1,67	-3,13	-4,46	-5,85	-1,00	-6,75	-12,06	-17,93
L2a	-0,77	-2,69	-4,75	-7,12	-0,77	-5,78	-10,57	-15,97
L3a	-1,39	-2,98	-4,78	-6,95	-3,52	-8,32	-13,62	-18,84
L4a	-2,44	-3,44	-4,33	-5,41	-2,84	-8,16	-13,72	-18,93
L5a	-2,44	-4,01	-5,56	-7,31	-4,48	-12,36	-21,04	-29,68
L1b	-3,91	-6,44	-8,83	-11,29	-2,39	-4,25	-5,89	-7,60
L2b	-2,04	-6,41	-10,11	-13,93	-2,55	-5,75	-8,89	-11,99
L3b	-4,03	-9,48	-14,60	-19,62	-1,85	-4,74	-8,01	-11,40
L4b	-2,27	-5,66	-9,11	-12,88	-1,50	-4,22	-6,86	-9,28
L5b	-0,15	-2,39	-4,82	-7,45	-0,77	-3,03	-5,49	-8,00
L1c	-1,93	-3,69	-5,33	-7,25	-1,41	-5,54	-9,35	-13,34
L2c	-1,19	-3,30	-5,14	-7,05	-1,30	-6,51	-11,67	-16,61
L3c	-1,41	-3,38	-5,37	-7,49	-1,55	-6,83	-12,14	-17,28
L4c	-1,75	-3,95	-5,81	-7,88	-1,86	-6,80	-11,40	-16,00
L5c	-2,45	-4,67	-6,94	-9,23	-2,65	-7,35	-11,63	-16,13

Tabela 5.3 – Comparação entre as flechas teóricas e experimentais máximas

Laje	$\delta_{Elást}$	$\delta_{Exp}$	$\frac{\delta_{Exp}}{\delta_{Elást}}$
L1a	-6,77	-17,93	2,65
L2a	-7,13	-15,97	2,24
L3a	-9,15	-18,84	2,06
L4a	-8,72	-18,93	2,17
L5a	-8,54	-29,68	3,47
L1b	-2,06	-11,29	5,48
L2b	-5,38	-13,93	2,59
L3b	-5,02	-19,62	3,91
L4b	-4,96	-12,88	2,60
L5b	-4,59	-7,45	1,62
L1c	-3,03	-13,34	4,40
L2c	-5,59	-16,61	2,97
L3c	-6,64	-17,28	2,60
L4c	-4,80	-16,00	3,33
L5c	-5,13	-16,13	3,14

Observações:  
Lajes do grupo "a" e "c": Flechas máximas mediadas obtidas nas posições dos medidores D12 e D16;  
Lajes do grupo "b": Flechas máximas mediadas obtidas nas posições dos medidores D4 e D8.

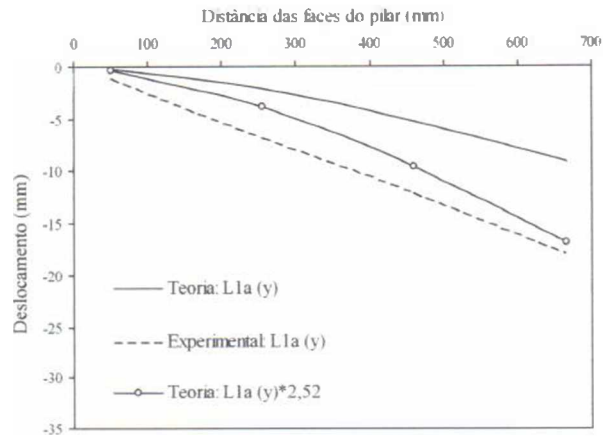


Figura 5.22 – Flechas teóricas e experimentais da laje L1a

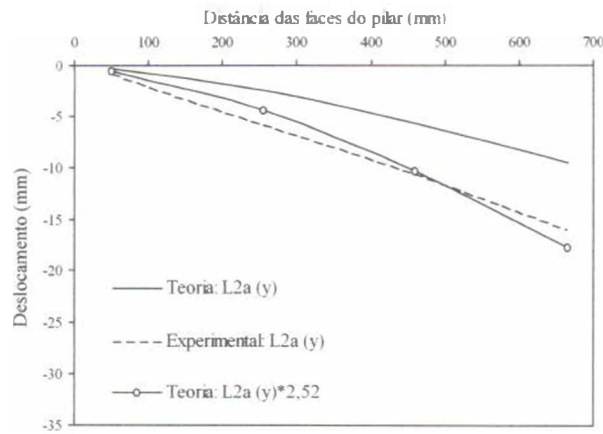


Figura 5.23 – Flechas teóricas e experimentais da laje L2a

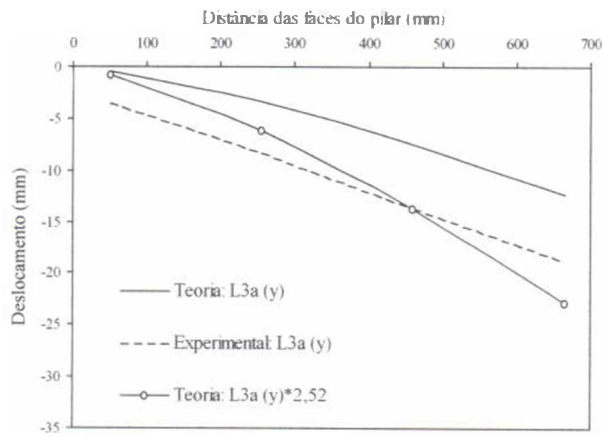


Figura 5.24 – Flechas teóricas e experimentais da laje L3a

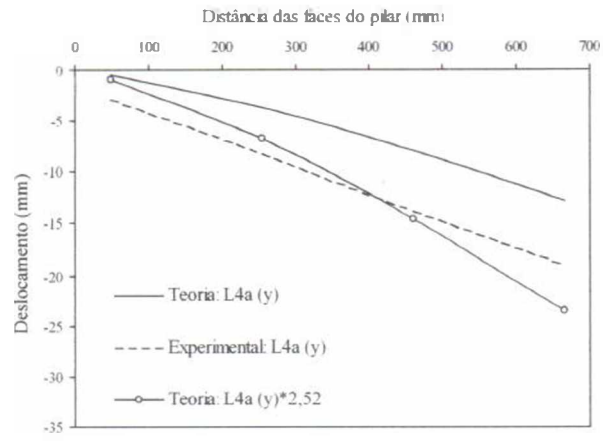


Figura 5.25 – Flechas teóricas e experimentais da laje L4a

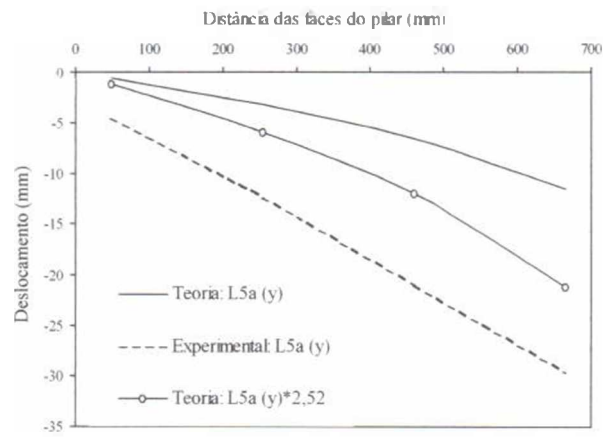


Figura 5.26 – Flechas teóricas e experimentais da laje L5a

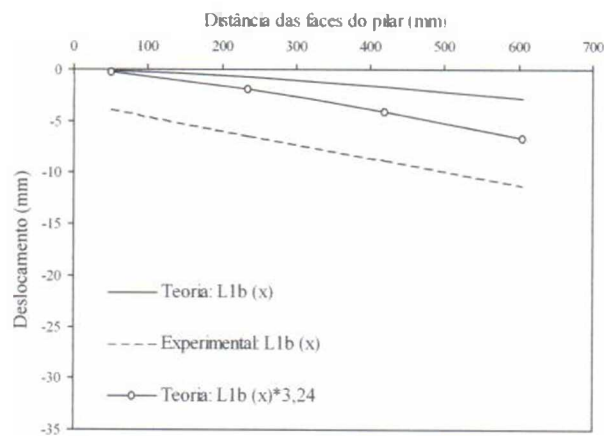


Figura 5.27 – Flechas teóricas e experimentais da laje L1b

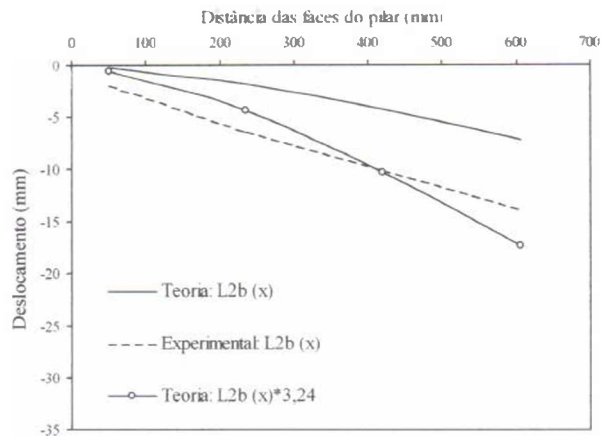


Figura 5.28 – Flechas teóricas e experimentais da laje L2b

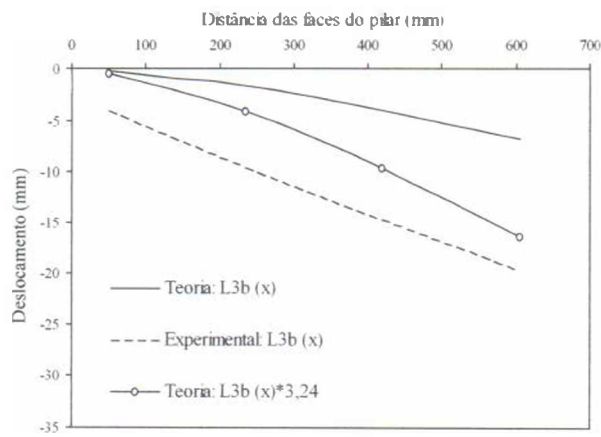


Figura 5.29 – Flechas teóricas e experimentais da laje L3b

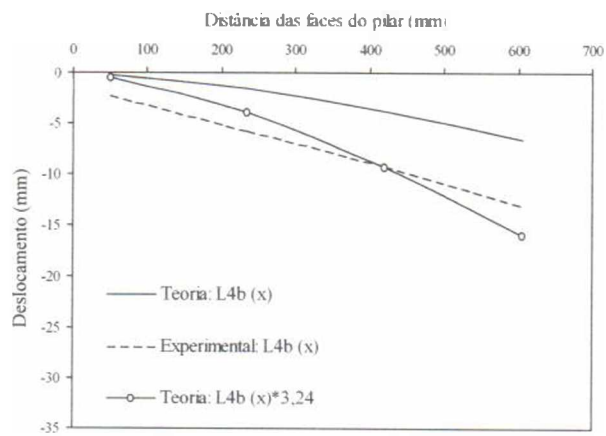


Figura 5.30 – Flechas teóricas e experimentais da laje L4b

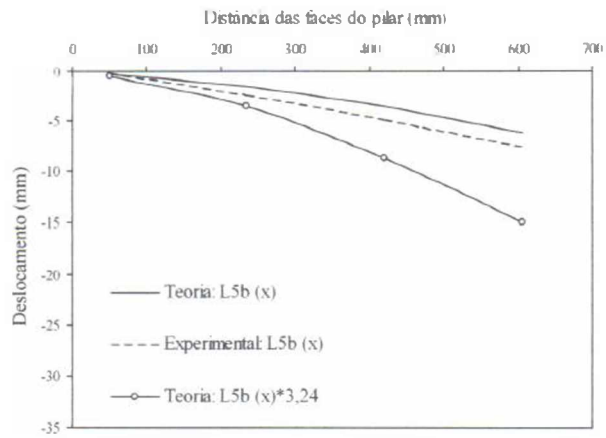


Figura 5.31 – Flechas teóricas e experimentais da laje L5b

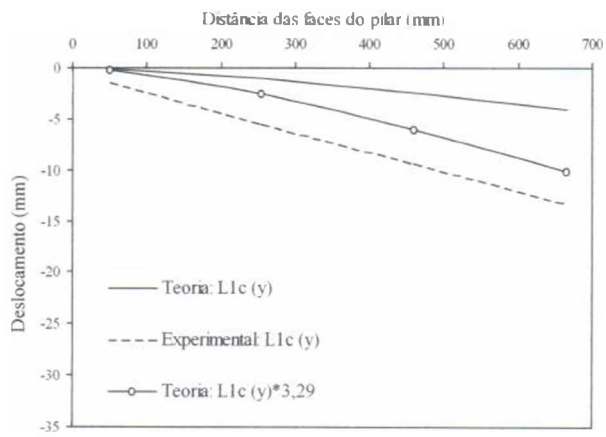


Figura 5.32 – Flechas teóricas e experimentais da laje L1c

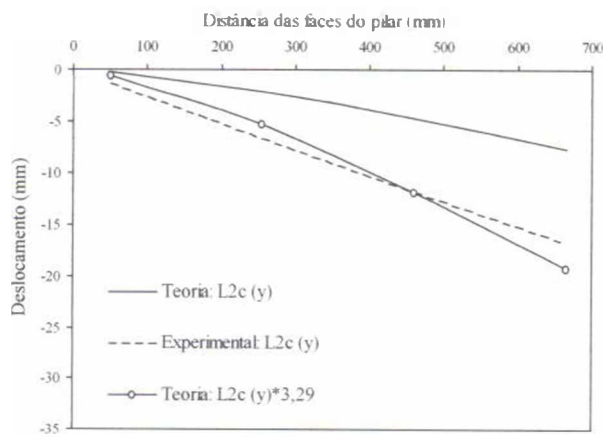


Figura 5.33 – Flechas teóricas e experimentais da laje L2c

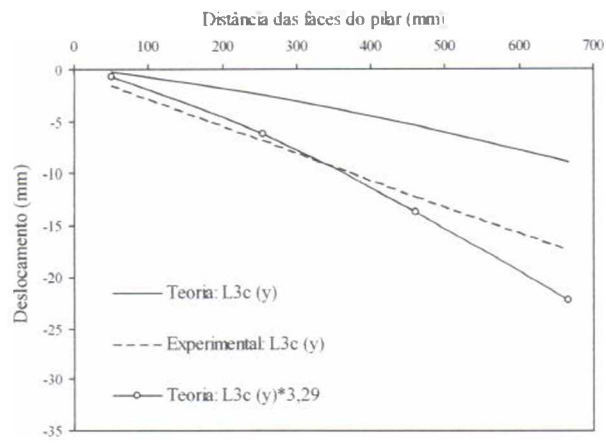


Figura 5.34 – Flechas teóricas e experimentais da laje L3c

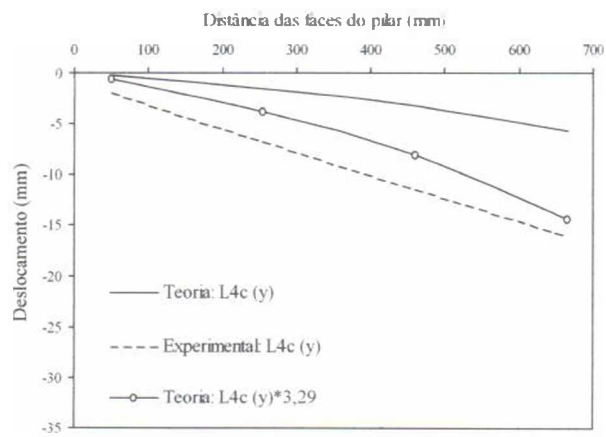


Figura 5.35 – Flechas teóricas e experimentais da laje L4c

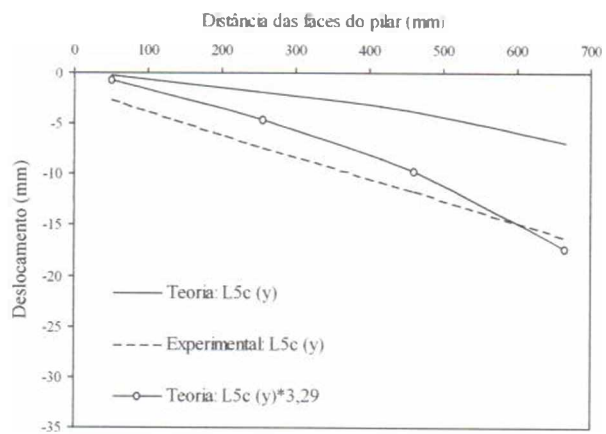


Figura 5.36 – Flechas teóricas e experimentais da laje L5c



As figuras 5.37 a 5.51 mostram as curvas carga-deslocamento máximas teóricas e experimentais nos bordos das lajes. A média aritmética das flechas máximas nos bordos das lajes foi novamente utilizada na elaboração dos gráficos. Observa-se que, com exceção da laje L5b, todas as curvas divergiram à medida que o carregamento aplicado aumentava de intensidade. A perda de rigidez precoce das lajes “a” fez com que as flechas divergissem subitamente quando as cargas previstas para ruptura por flexão ficaram mais próximas.

Nas lajes “b” as flechas experimentais na direção  $x$  tenderam a diminuir com o aumento do índice de retangularidade, o que não ocorreu com as lajes “c” na direção  $y$ , onde a presença do carregamento  $P_2$  contribuiu para a elevada concentração de esforços em torno das extremidades dos pilares, favorecendo a rotação das lajes.

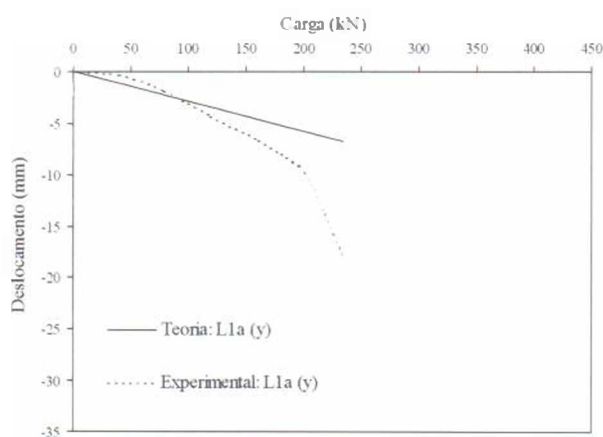


Figura 5.37 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L1a

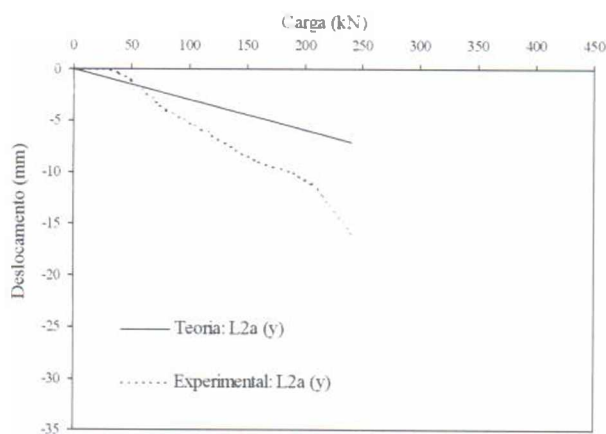


Figura 5.38 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L2a

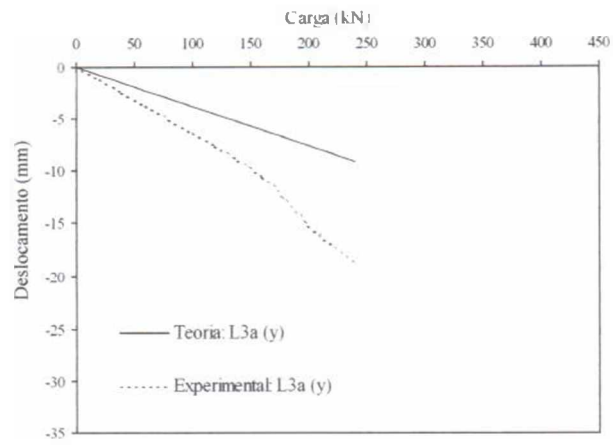


Figura 5.39 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L3a

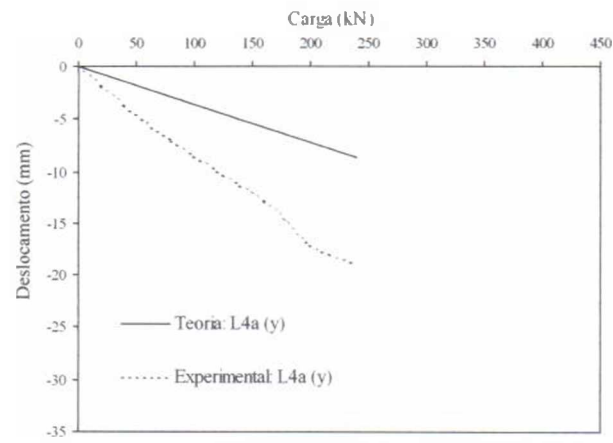


Figura 5.40 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L4a

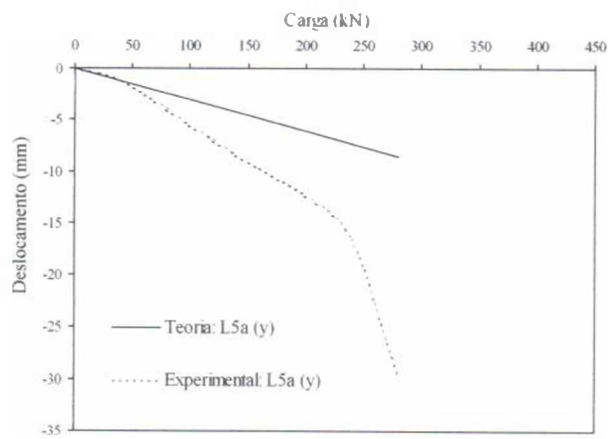


Figura 5.41 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L5a

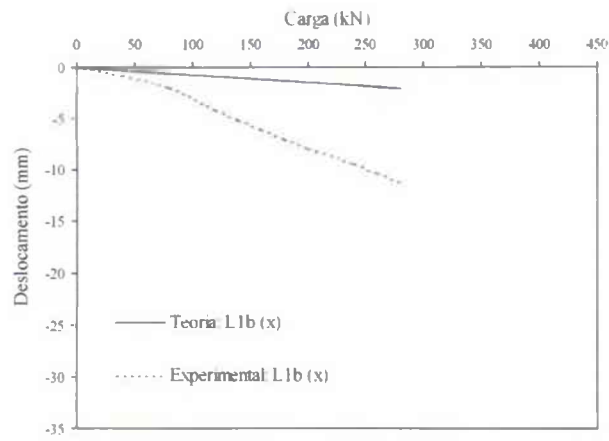


Figura 5.42 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L1b

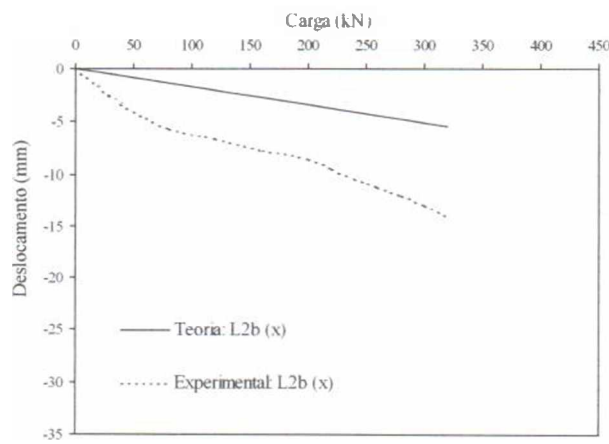


Figura 5.43 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L2b

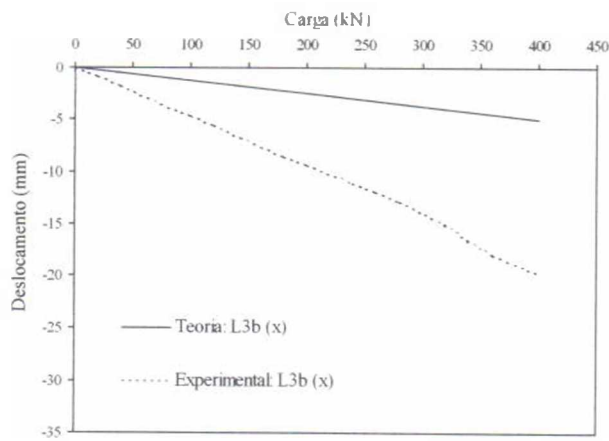


Figura 5.44 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L3b

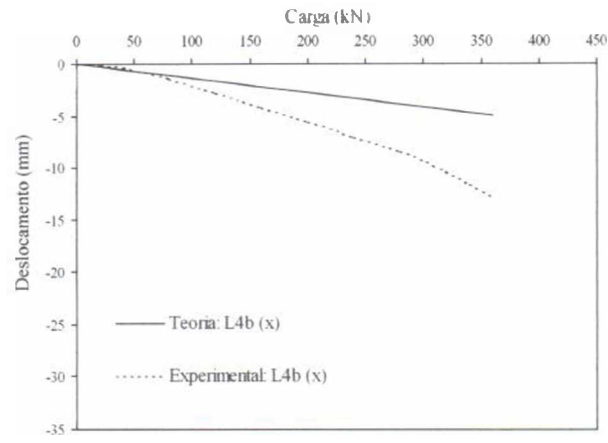


Figura 5.45 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L4b

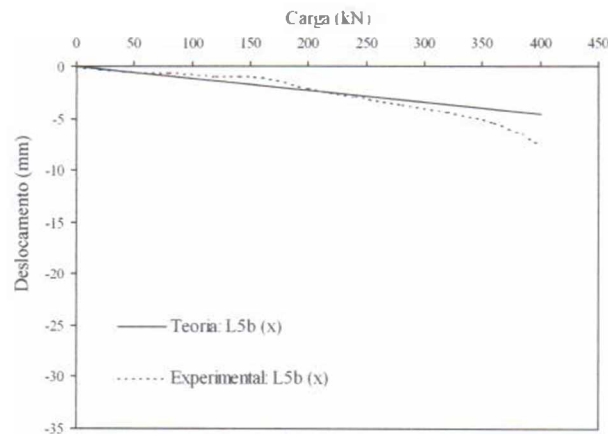


Figura 5.46 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L5b

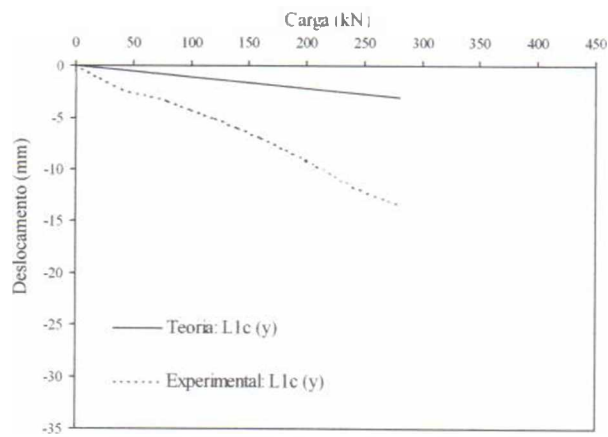


Figura 5.47 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L1c

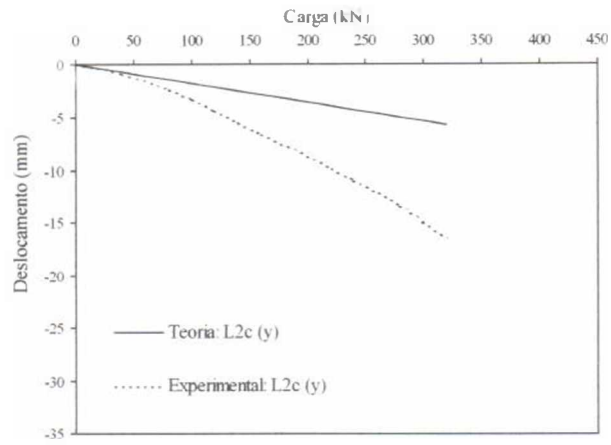


Figura 5.48 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L2c

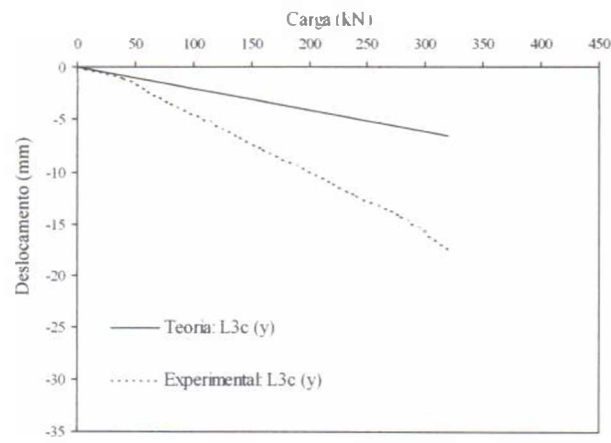


Figura 5.49 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L3c

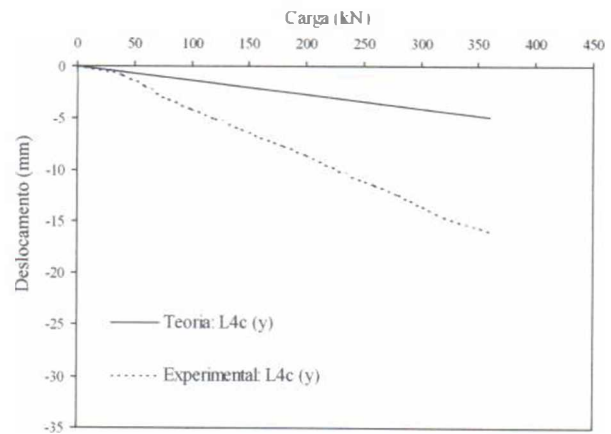


Figura 5.50 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L4c

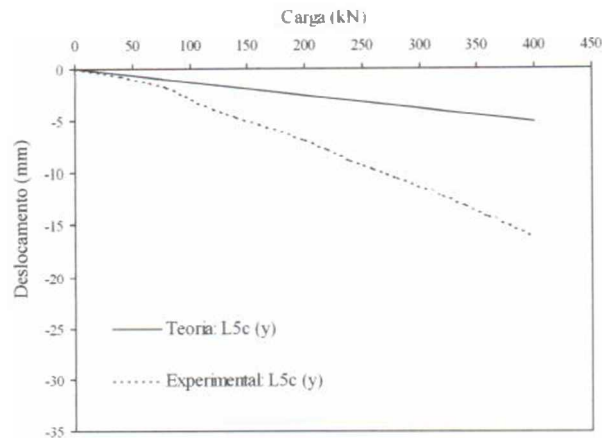


Figura 5.51 – Curva carga-deslocamento teórica e experimental da laje L5c

### 5.3 – RESISTÊNCIA ESTIMADA PELAS NORMAS

Uma comparação dos resultados observados com os estimados por várias normas de projeto é apresentada na Figura 5.52 e na Tabela 5.4. Desprezando os valores das cargas últimas das lajes “a”, observa-se que a NB1/78 estima os resultados mais conservadores em qualquer situação de carregamento das lajes, fornecendo uma média de 1,26 para  $V_{Exp}/V$ , com os maiores valores para o desvio padrão e coeficiente de variação. A ACI apresentou valores também conservadores, muito próximos dos apresentados pela NB1/78.

O Eurocode 2 forneceu resultados satisfatórios, com um valor médio de 1,08 para  $V_{Exp}/V$  e um coeficiente de variação igual a 7,03%. A norma brasileira NB1/03 forneceu resultados iguais aos da MC90 em todos os casos de carregamento, tendendo a superestimar as resistências. Também pode ser observado que todas as outras normas tendem a superestimar as cargas de ruptura à medida que o índice de retangularidade aumenta, conforme Figura 5.53.

A média das estimativas da BS 8110 foi muito próxima de 1, com valores relativamente baixos para o desvio padrão e coeficiente de variação. Entretanto, verifica-se uma variação em torno de 20% quando são comparados os resultados obtidos para as lajes L2b e L5b. Nesta última laje foi estimada uma resistência 14% maior que a observada no ensaio. A variação máxima percentual de resistência encontrada para a MC90 também ocorreu entre as lajes L2b e L5b, embora tenha sido um pouco mais baixa que a encontrada com a BS 8110, 17%.

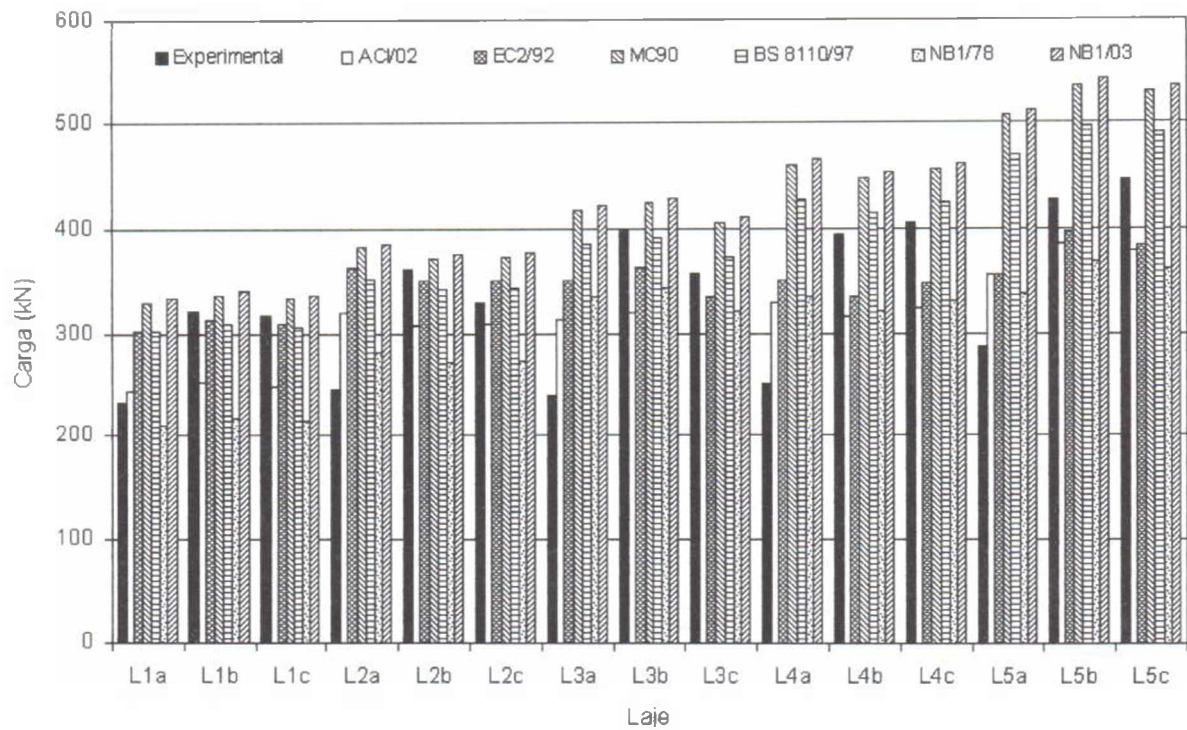


Figura 5.52 – Resultados experimentais e estimados pelas normas

Tabela 5.4 – Comparação entre os resultados experimentais e os estimados pelas normas

Laje	$\frac{c_{\max}}{c_{\min}}$	$V_{Exp}$ (kN)	$V_{Exp} / V$					
			ACI	BS 8110	MC90	EC2	NB1/78	NB1/03
L1a	1	240	0,96	0,77	0,71	0,77	1,11	0,70
L1b	1	322	1,28	1,04	0,96	1,03	1,48	0,95
L1c	1	318	1,28	1,04	0,95	1,03	1,48	0,94
L2a	2	246	0,77	0,70	0,64	0,68	0,87	0,64
L2b	2	361	1,17	1,06	0,97	1,03	1,33	0,96
L2c	2	331	1,07	0,96	0,89	0,94	1,21	0,88
L3a	3	241	0,77	0,62	0,58	0,69	0,72	0,57
L3b	3	400	1,25	1,02	0,94	1,10	1,16	0,93
L3c	3	358	1,19	0,96	0,88	1,07	1,11	0,87
L4a	4	251	0,76	0,59	0,54	0,71	0,75	0,54
L4b	4	395	1,25	0,95	0,88	1,18	1,23	0,87
L4c	4	404	1,24	0,95	0,88	1,16	1,22	0,87
L5a	5	287	0,81	0,61	0,57	0,81	0,85	0,56
L5b	5	426	1,10	0,86	0,80	1,08	1,16	0,79
L5c	5	446	1,18	0,91	0,85	1,16	1,24	0,84
Média			1,20	0,98	0,90	1,08	1,26	0,89
Desvio Padrão			0,07	0,06	0,06	0,08	0,13	0,06
Coef. de variação (%)			5,98	6,56	6,20	7,03	10,27	6,20

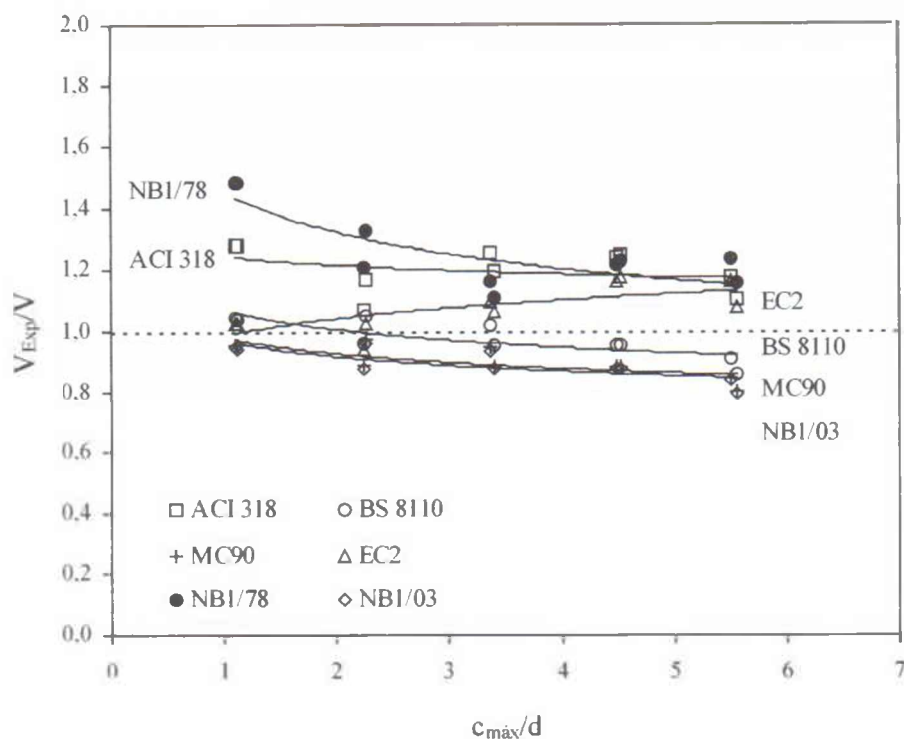


Figura 5.53 – Tendência dos resultados normativos para as lajes ensaiadas

A norma MC90, apesar de superestimar a resistência das lajes em aproximadamente 10%, apresentou o menor coeficiente de variação e, como já pôde ser observado no item 5.2, suas recomendações têm sido adotadas neste trabalho como referência para análises e discussões dos resultados fornecidos pela análise elástica.

O principal motivo da não utilização da BS 8110 como referência é o fato desta recomendar a utilização de um perímetro de controle retangular, com cantos retos, até mesmo quando se utilizam pilares de seção transversal circular, para os quais, no caso de lajes calculadas em duas direções, a distribuição das forças cortantes é praticamente uniforme em regiões próximas dos pilares. No Capítulo 6 pode ser observada a semelhança dos resultados fornecidos pela BS 8110 e pela MC90 para diversas lajes e algumas particularidades são comentadas. Uma possível alteração no perímetro recomendado acarretaria modificações relevantes nas expressões da norma.

Quando as forças cortantes máximas apresentadas nas figuras 5.13 a 5.21 são comparadas com os resultados fornecidos pela MC90 através da Equação 5.1, calculados para as partes dos perímetros onde as forças máximas ocorrem, a relação entre os valores fornecidos pela



análise elástica e os estimados pela MC90 variam de 0,98 a 1,36 para as lajes “b” e “c”. Entretanto, os valores para as lajes “a” continuam baixos, variando de 0,78 a 0,93. Para estas lajes permanece o problema da proximidade de uma ruptura por flexão.

$$v_{MC90} \cdot d = 0,18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot f_c' \cdot d} \quad (5.1)$$

Para as lajes “b” o uso direto dos resultados elásticos poderia fornecer valores mais conservadores para as estimativas da MC90 e corrigir a tendência desta norma de superestimar a resistência de lajes calculadas em duas direções (lajes tipo “c”) apoiadas em pilares com índices de retangularidade mais elevados. Os resultados poderiam ser satisfatórios para a maioria das lajes, apresentando relações entre a resistência elástica (experimental) e as estimadas pela norma variando de 0,98 a 1,23. Contudo, para a grande concentração teórica de esforços cortantes na laje L5c, a relação alcança o valor de 1,36.

A Tabela 5.5 apresenta uma comparação entre os índices de resistência  $v_{Exp}/v_{MC90}$  e  $v_{Elást}/v_{MC90}$  para todas as lajes ensaiadas. Nesta comparação pode-se observar que nas lajes “a” as novas estimativas continuam altas, mas os valores médios dos índices de resistência decresceram de 39% (0,61) para 16% (0,84). Para as lajes “b” e “c” os índices médios de resistência foram de 1,10 e 1,16, respectivamente. A Tabela 5.6 apresenta os índices de resistência para os valores estimados pela MC90 corrigidos  $\left(\frac{v_{Exp}}{v_{MC90}}\right)$  com a utilização do índice médio global (1,13) encontrado para estes dois grupos de lajes.

Com a correção das resistências estimadas pela MC90 em 13% para as lajes “b” e “c”, as novas estimativas seriam mais próximas das cargas observadas, ou pelo menos mais conservadoras, fornecendo um valor médio significativamente melhor (1,01), com desvio padrão de 0,06 e coeficiente de variação de 6%. Desta forma uma simples redução do fator multiplicador 0,18 para aproximadamente 0,16 poderia modificar positivamente as estimativas da norma em questão.

O método apresentado, utilizando os resultados de uma análise elástica, claramente apresenta resultados mais aceitáveis que os fornecidos pela MC90 para a maioria das lajes. Entretanto,

para se comprovar a eficiência deste método é necessária a realização de um número maior de simulações. Para tal, os trabalhos contidos na literatura devem apresentar informações fundamentais para viabilizar este estudo, como detalhes de como foi aplicado (sistema de ensaio) e a posição exata do carregamento na laje, e detalhes das condições de apoio, seja dos pilares ou dos bordos da laje.

De um modo geral, as informações referentes às condições de contorno da laje são fatores determinantes para a interpretação correta dos resultados, uma vez que pequenas variações nas condições de contorno da laje alteram a configuração dos esforços de reação e, conseqüentemente, a intensidade das forças cortantes ao longo do perímetro de controle adotado como referência.

Tabela 5.5 – Resultados fornecidos pela MC90 e pela análise elástica

Laje	$\frac{c_{\max}}{c_{\min}}$	d (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$v_{\text{Exp}}$	$v_{\text{Elást}}$
					$v_{\text{MC90}}$	$v_{\text{MC90}}$
L1a	1	107	1,09	57	0,71	0,85
L2a	2	109	1,07	58	0,64	0,81
L3a	3	108	1,08	56	0,58	0,78
L4a	4	108	1,08	56	0,54	0,82
L5a	5	108	1,08	57	0,57	0,93
L1b	1	108	1,08	59	0,96	1,23
L2b	2	106	1,10	58	0,97	1,17
L3b	3	107	1,09	60	0,94	1,08
L4b	4	106	1,10	54	0,88	1,03
L5b	5	108	1,08	67	0,80	0,98
L1c	1	107	1,09	59	0,95	1,06
L2c	2	107	1,09	57	0,89	1,00
L3c	3	106	1,10	54	0,88	1,15
L4c	4	107	1,09	56	0,88	1,23
L5c	5	109	1,07	63	0,85	1,36

Tabela 5.6 – Estimativas da MC90 corrigidas através da análise elástica

Laje	$\frac{c_{\max}}{c_{\min}}$	d (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$\frac{v_{\text{Exp}}}{v_{\text{MC90}}}$	$\frac{v_{\text{Exp}}}{v_{\text{MC90}}}$
L1b	1	108	1,08	59	0,96	1,08
L2b	2	106	1,10	58	0,97	1,09
L3b	3	107	1,09	60	0,94	1,06
L4b	4	106	1,10	54	0,88	0,99
L5b	5	108	1,08	67	0,80	0,90
L1c	1	107	1,09	59	0,95	1,07
L2c	2	107	1,09	57	0,89	1,00
L3c	3	106	1,10	54	0,88	0,99
L4c	4	107	1,09	56	0,88	0,99
L5c	5	109	1,07	63	0,85	0,96

## 6 – PROPOSTA PARA TRATAMENTO DE PILARES RETANGULARES

Nesta etapa do trabalho será apresentado um método para considerar os efeitos da flexão das lajes cogumelo com carregamento centrado na resistência ao puncionamento. Outro fator considerado no processo é a posição dos lados dos pilares ou áreas carregadas em relação aos vãos das lajes. Uma comparação entre os resultados estimados pelas normas de projeto analisadas, o processo alternativo apresentado no Capítulo 5 e o método proposto é mostrada no final deste capítulo. Para as lajes “a” também são propostas, na ausência de uma análise mais detalhada, três alternativas para estimar as cargas de ruptura por punção à medida que a carga de ruptura por flexão se torna mais próxima.

### 6.1 – FATORES DE FLEXÃO ( $\lambda$ )

Como mostrado no Capítulo 5, a distribuição das forças cortantes em torno dos pilares pode assumir configurações que, dependendo do tipo de laje, predominantemente solicitadas em uma ou duas direções, e da orientação dos pilares, pode influenciar na resistência última das lajes, favorecendo ou não uma ruptura por puncionamento. Entretanto, devido às dimensões das lajes analisadas pode-se argumentar a influência da intensidade dos esforços solicitantes em torno das faces dos pilares na distribuição e intensidade das forças cortantes de reação nestas regiões, fazendo-se necessário uma análise baseada em modelos essencialmente teóricos, descrita a seguir.

A Figura 6.1 mostra uma situação onde uma laje medindo 2000 x 2000 x 100 mm é submetida a três tipos de carregamento ao longo de seus bordos. Em uma situação inicial a carga é aplicada nos dois bordos perpendiculares aos maiores lados dos pilares, depois nos bordos paralelos a estes e, finalmente, nos quatro bordos. Deste modo pode-se admitir que nos dois primeiros casos de carregamento as lajes são predominantemente solicitadas em uma direção e, no último caso, a laje é solicitada em duas direções. Os pilares apresentam dimensões de 200 x 600 mm, que resultam em um índice de retangularidade igual a 3.

Adotando-se uma resistência à compressão do concreto de 60 MPa, um módulo de elasticidade de 33 GPa e coeficiente de Poisson 0,2, foi realizada uma segunda análise elástica com o objetivo de ratificar a influência da posição do carregamento e da orientação dos pilares, desta vez em uma laje quadrada, onde a intensidade dos momentos ao longo dos eixos principais da lajes são iguais em cada laje, para pilares quadrados e circulares. O carregamento total foi de 340 kN, sendo dividido pelo número de bordos carregados e igualmente aplicado em 17 pontos (1600 mm) da malha de elementos finitos (20 x 20 elementos), simetricamente distribuídos, ao longo de cada bordo. O elemento utilizado foi do tipo *shell* com quatro nós. Em cada ponto sob a projeção do pilar foi utilizado apoio de segundo gênero.

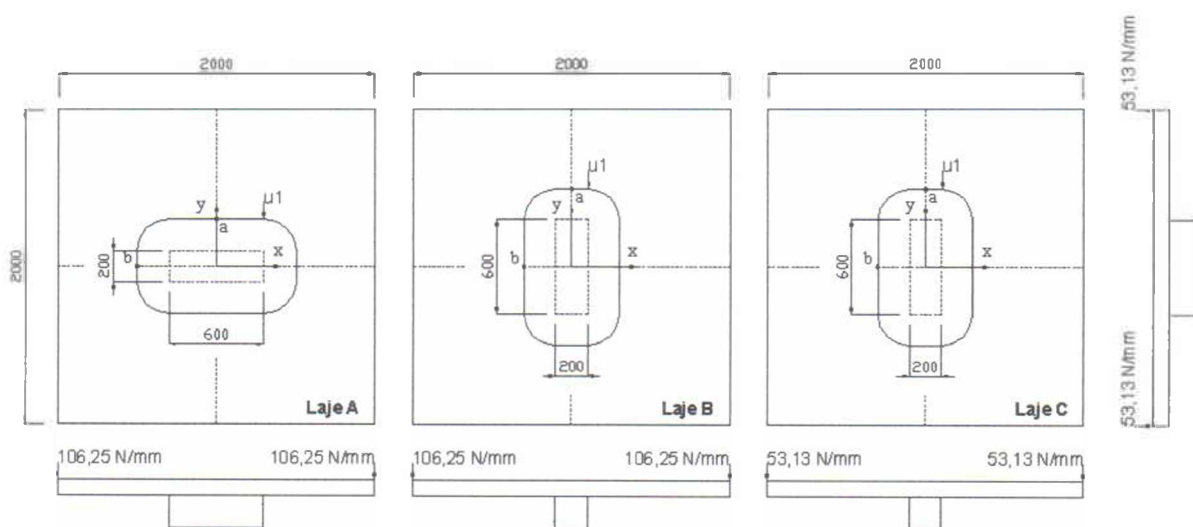


Figura 6.1 – Lajes quadradas analisadas numericamente

Como pontos de referência, novamente foram utilizados os pontos de interseção entre os eixos principais das lajes e o perímetro de controle recomendado pela MC90. Observa-se que a laje A apresenta as forças cortantes mais elevadas em torno das menores faces do pilar, com um índice de polarização ( $v_b/v_a$ ) igual a 2,73. Para a laje B este índice ( $v_a/v_b$ ) foi menor que 1, enquanto que na laje C atingiu o valor máximo ( $v_a/v_b$ ) de 5,31. Apesar da laje C apresentar o maior índice de polarização, os resultados indicam que, para as condições adotadas na análise, a laje A tende a ser mais vulnerável a uma ruptura por cisalhamento que as demais, uma vez que esta ocorre, inicialmente, em torno das menores faces do pilar, e a força cortante máxima nesta região é 138% e 54% maior que a força máxima das lajes B e C, respectivamente.

Tabela 6.1 – Forças cortantes máximas das lajes quadradas analisadas

Laje	v (N/mm)	
	Ponto a	Ponto b
A	96	262
B	80	110
C	170	32

Com base nas observações teóricas e experimentais, propõe-se classificar as lajes cogumelo da seguinte forma.

- Lajes tipo 1: Predominantemente solicitadas em uma direção e  $c_{máx} \geq c_{mín}$  paralelo ao vão;
- Lajes tipo 2: Predominantemente solicitadas em uma direção e  $c_{máx}$  perpendicular ao vão;
- Lajes tipo 3: Solicitadas nas duas direções.

A Figura 6.2 ilustra a classificação das lajes proposta acima. Nesta figura percebe-se que o carregamento é aplicado através de trechos de pilares ou placas metálicas, sendo que as condições de apoio são responsáveis pela classificação das lajes. Estas configurações foram adotadas como alternativas para casos onde ocorre a ausência de pilares nas lajes.

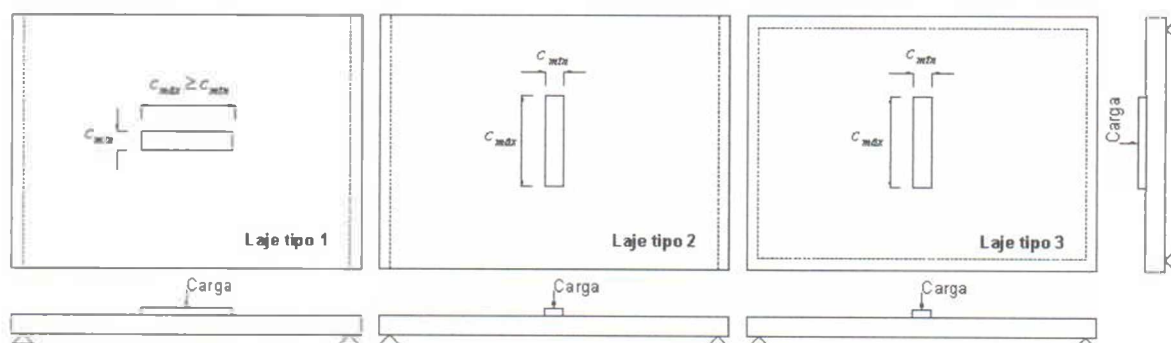


Figura 6.2 – Proposta para classificação das lajes com pilares retangulares

Do ponto de vista plástico, para as lajes do tipo 1 e 2, considerando lajes com as mesmas características e carregamento aplicado de mesma intensidade em ambos os casos, os comportamentos das lajes à flexão seriam idênticos se os pilares também o fossem, em

dimensão e orientação dos maiores lados. Contudo, a resistência última à flexão, estimada pela teoria das linhas de ruptura por  $P_{Flex} = \frac{4 \cdot m \cdot b}{l \cdot (1 - \frac{c}{l})}$ , para lajes do tipo 1 é crescente

enquanto que para lajes do tipo 2 é constante quando  $\frac{c_{max}}{c_{min}} > 1$ , considerando um aumento do

índice de retangularidade somente em função de  $c_{max}$ , mantidas as dimensões dos bordos das lajes. Desde que a resistência à flexão influencia na resistência ao puncionamento, conclui-se que a orientação dos pilares em relação aos bordos da laje é um fator relevante para lajes predominantemente solicitadas em uma direção.

Para lajes quadradas solicitadas nas duas direções, uma rotação de 90° nos pilares não acarreta variações nas estimativas para uma ruptura por flexão. Entretanto, para as lajes “c”

( $\frac{l_y}{l_x} = 1,40$ ), adotando-se uma configuração das linhas de ruptura semelhante à da laje com o

pilar originalmente orientado, a rotação resulta em um acréscimo de resistência de apenas 7%, quando comparadas as estimativas para a laje L5c, contra 23% de redução de resistência para a laje L5a, predominantemente solicitada em uma direção, sendo que para este tipo de laje (solicitada em uma direção) a maior diferença foi encontrada na laje L5b, 53% de acréscimo. Deste modo, pode-se deduzir que a orientação dos pilares é menos significativa em estimativas para uma ruptura por flexão de lajes solicitadas em duas direções que para lajes predominantemente solicitadas em uma direção apenas.

Com base nas observações apresentadas, todas as lajes solicitadas em duas direções analisadas neste trabalho são classificadas como sendo do tipo 3. É necessário ressaltar que na análise para classificação das lajes a influência da orientação dos pilares foi observada também nos modelos numéricos das lajes ensaiadas. No modelo da laje L5c a força máxima cortante por unidade de comprimento, logo acima de  $c_{min}$ , no ponto de interseção entre o perímetro crítico da MC90 e o eixo central da laje, decresceu apenas 9,8%, ou seja, passou de 255 N/mm para 230 N/mm quando o pilar sofreu a rotação. Para o ponto de interseção acima de  $c_{max}$  a força cortante duplicou de intensidade, 78 N/mm.

Para levar em conta o fenômeno da polarização das forças cortantes são propostos fatores de flexão  $\lambda$  para serem incorporados à equação da Model Code nos casos de puncionamento simétrico para lajes predominantemente solicitadas em uma e duas direções, sem armadura de cisalhamento. Em projeto, uma força cortante aplicada efetiva ( $V_{Sd,eff} = \lambda \cdot V_{Sd}$ ) deve ser calculada tal que  $(\frac{V_{Sd,eff}}{u_1 \cdot d})$  possa ser comparada com a resistência ao cisalhamento usual

$R_d = \frac{R_k}{m}$ . Para comparações com dados de ensaios presentes na literatura, isto implica numa equação proposta para estimar a resistência última das lajes ao puncionamento de acordo com a Equação 6.1.

$$V_{Prop} = \frac{0,18}{m} \cdot (1 + \sqrt{\frac{200}{d}}) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot \rho \cdot f_c' \cdot d \cdot u_1} \quad (6.1)$$

sendo  $d$  a altura útil da laje,  $\rho$  a taxa de armadura de flexão,  $f_c'$  a resistência à compressão do concreto medida em corpos de prova cilíndricos e  $u_1$  o perímetro de controle recomendado pela MC90 ( $u_1 = 2 \cdot c_{max} + 2 \cdot c_{min} + 4 \cdot \pi \cdot d$ ).

Os fatores de flexão  $\lambda$  são parâmetros derivados dos dados de ensaios disponíveis neste trabalho e levam em consideração as principais condições que podem ocorrer relacionando o comportamento à flexão das lajes e a orientação dos lados de apoios e/ou áreas carregadas retangulares ou circulares. As expressões para determinação dos valores de  $\lambda$  são apresentadas na Tabela 6.2, para cada tipo de laje classificado anteriormente.

Tabela 6.2 – Fatores de flexão propostos

Tipo de laje	$\lambda$
1	$(\frac{c_{max}}{d})^{0,17}$
2	$0,93 \cdot (\frac{c_{max}}{d})^{0,14}$
3	$1,03 \cdot (\frac{c_{max}}{d})^{0,02}$



## 6.2 – ANÁLISE DOS RESULTADOS

A Tabela 6.3 apresenta as propriedades de 85 lajes e os resultados dos respectivos ensaios obtidos na literatura. Dos 12 trabalhos apresentados apenas o de Mowrer e Vanderbilt (1967) envolve lajes cogumelo de concreto armado com agregado leve.

Tabela 6.3 – Resultados experimentais obtidos na literatura

Autor	Laje	Tipo	d (mm)	$\rho$ (%)	$f_c^*$ (MPa)	$f_{ys}^*$ (MPa)	Pilar (mm)		$V_{Exp}$ (kN)	$\frac{V_{Exp}}{P_{Flex}}$
							$c_{min}$	$c_{max}$		
1	L1a	1	107,0	1,09	57,0	750	120	x 120	234	0,97
	L1b	1	108,0	1,08	59,0	750	120	x 120	322	0,49
	L1c	3	107,0	1,09	59,0	750	120	x 120	318	0,45
	L2a	1	109,0	1,07	58,0	750	120	x 240	246	0,94
	L2b	2	106,0	1,10	58,0	750	120	x 240	361	0,56
	L2c	3	107,0	1,09	57,0	750	120	x 240	331	0,45
	L3a	1	108,0	1,08	56,0	750	120	x 360	241	0,87
	L3b	2	107,0	1,09	60,0	750	120	x 360	400	0,62
	L3c	3	106,0	1,10	54,0	750	120	x 360	358	0,48
	L4a	1	108,0	1,08	56,0	750	120	x 480	251	0,85
	L4b	2	106,0	1,10	54,0	750	120	x 480	395	0,62
	L4c	3	107,0	1,09	56,0	750	120	x 480	404	0,51
	L5a	1	108,0	1,08	57,0	750	120	x 600	287	0,90
	L5b	2	108,0	1,08	67,0	750	120	x 600	426	0,65
	L5c	3	109,0	1,07	63,0	750	120	x 600	446	0,52
2	1	1	117,3	1,12	30,9	419	305	x 305	391	1,08
	2	1	117,3	1,12	26,9	419	203	x 406	358	0,93
	3	1	117,3	1,12	32,6	419	152	x 457	340	0,85
	4	1	117,3	1,12	31,6	419	114	x 495	337	0,82
	5	2	117,3	1,12	27,4	419	152	x 457	362	0,74
	6	2	117,3	1,12	23,1	419	152	x 457	342	1,06
	7	3	117,3	0,86	26,4	419	152	x 457	326	0,78
	8	3	120,7	0,80	26,6	422	114	x 495	321	0,77
	9	3	120,7	0,76	30,1	422	152	x 305	322	0,92
3	14R	1	79,0	1,00	31,0	670	75	x 100	154	0,65
	15R	2	79,0	1,00	30,8	670	100	x 150	172	0,73
	19R	2	79,0	0,99	29,0	670	100	x 150	170	0,59

Tabela 6.3 (Cont.) – Resultados experimentais obtidos na literatura

Autor	Laje	Tipo	d (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	Pilar (mm) $c_{min}$ x $c_{max}$	$V_{Exp}$ (kN)	$\frac{V_{Exp}}{P_{Flex}}$
4	B1	2	95,5	0,76	25,1	709	$\emptyset = 120$	181	0,59
	B2	2	101,0	0,51	25,0	665	$\emptyset = 120$	180	0,81
	C1	2	201,0	0,75	23,5	711	$\emptyset = 240$	648	0,50
	C2	2	201,0	0,52	23,2	706	$\emptyset = 240$	547	0,56
	S1	2	619,0	0,57	30,6	622	$\emptyset = 800$	4915	0,57
5	OC11	3	105,3	1,81	36,0	452	200 x 200	423	0,70
	OC13	3	107,3	1,71	35,8	452	200 x 600	568	0,84
	OC15	3	102,8	1,76	40,2	452	200 x 1000	649	0,93
	OC13 <sub>a=1,60</sub>	3	109,8	1,67	33,0	470	200 x 600	508	0,71
	C11F22	3	155,0	1,72	35,4	460	250 x 250	627	0,48
	C13F22	3	155,0	1,66	35,6	460	250 x 750	792	0,53
	C15F22	3	160,0	1,64	35,4	460	250 x 1250	1056	0,60
C13F11	3	159,0	1,07	35,5	520	250 x 750	769	0,65	
6	2	2	111,0	0,64	12,3	-	$\emptyset = 140$	176	0,46
	3	2	106,0	0,67	12,3	-	$\emptyset = 140$	172	0,49
	4	2	110,0	0,64	12,3	-	$\emptyset = 140$	177	0,51
	10	3	104,0	0,68	17,6	-	25 x 300	186	0,84
	11	3	112,0	0,63	17,6	-	140 x 540	279	0,99
	12	3	108,0	0,65	17,6	-	140 x 340	265	0,86
7	A7	1	114,5	2,48	28,5	321	254 x 254	400	0,96
	A8	1	114,5	2,48	21,9	321	356 x 356	436	1,03
	A2a	3	114,5	2,48	13,7	321	254 x 254	334	0,57
	A2b	3	114,5	2,48	19,5	321	254 x 254	400	0,61
	A2c	3	114,5	2,48	37,4	321	254 x 254	467	0,63
	A7b	3	114,5	2,48	27,9	321	254 x 254	512	0,72
	A5	3	114,5	2,48	27,8	321	356 x 356	534	0,70
8	DT1	1	190,0	1,28	43,6	530	150 x 150	780	0,92
	BD2	1	101,0	1,28	42,2	530	100 x 100	293	0,98
	BD8	3	101,0	1,28	35,3	530	100 x 100	251	0,55
9	1	1	80,0	0,98	23,6	472	100 x 500	163	0,71
	2	3	80,0	0,98	23,2	472	100 x 500	209	0,86
	3	2	80,0	0,98	21,2	472	100 x 500	189	0,84
	4	3	80,0	0,98	22,0	472	300 x 300	242	1,01

Tabela 6.3 (Cont.) – Resultados experimentais obtidos na literatura

Autor	Laje	Tipo	d (mm)	$\rho$ (%)	$f'_c$ (MPa)	$f_{ys}$ (MPa)	Pilar (mm)	$V_{Exp}$ (kN)	$\frac{V_{Exp}}{P_{Flex}}$
									$c_{min}$ x $c_{max}$
10	1	2	123,0	0,88	42,6	452	$\emptyset = 171$	367	0,94
	2	2	123,0	0,87	44,9	452	$\emptyset = 171$	349	1,20
	4	2	123,0	1,09	45,6	452	$\emptyset = 171$	393	0,81
11	L42	3	139,0	1,46	43,2	604	200 x 400	657	0,57
	L42a	3	164,0	1,23	36,2	604	200 x 400	693	0,51
	L45	3	154,0	1,31	42,0	604	200 x 600	798	0,59
	L46	3	164,0	1,23	39,3	604	200 x 800	911	0,60
	L41	3	139,0	1,46	44,7	604	150 x 250	563	0,51
	L41a	3	164,0	1,23	38,9	604	150 x 250	600	0,46
	L43	3	164,0	1,23	38,7	604	150 x 450	726	0,53
L44	3	164,0	1,23	40,0	604	150 x 600	761	0,53	
12	1	3AL	51,0	1,10	28,6	386	102 x 102	86	1,14
	2	3AL	51,0	2,20	24,9	386	102 x 102	102	0,75
	3	3AL	51,0	1,10	21,1	386	152 x 152	79	1,02
	4	3AL	51,0	2,20	18,0	386	152 x 152	99	0,75
	5	3AL	51,0	1,10	15,5	386	203 x 203	93	1,18
	6	3AL	51,0	2,20	27,2	386	203 x 203	133	0,86
	7	3AL	51,0	1,10	23,3	386	254 x 254	109	1,24
	8	3AL	51,0	2,20	22,9	386	254 x 254	152	0,96
	9	3AL	51,0	1,10	28,0	386	305 x 305	119	1,25
	10	3AL	51,0	2,20	26,4	386	305 x 305	158	0,92
	11	3AL	51,0	1,10	27,8	386	356 x 356	138	1,36
	12	3AL	51,0	2,20	25,0	386	356 x 356	185	1,01
	13	3AL	51,0	1,10	24,9	386	406 x 406	145	1,35
	14	3AL	51,0	2,20	24,6	386	406 x 406	185	0,95

## Observação:

- 1 – Presente trabalho  
 2 – Hawkins *et al.* (1971)  
 3 – Regan e Rezaei-Jorabi (1988)  
 4 – Nylander e Sundquist (1972)  
 5 – Leong e Teng (2000)  
 6 – Forssell e Holmberg (1946)  
 7 – Elstner e Hognestad (1956)  
 8 – Regan (1983)  
 9 – Al-Yousif e Regan (2003)

10 – Mahmood (1978)

11 – Borges (2002)

12 – Mowrer e Vanderbilt (1967)

## Legenda:

- 1: Laje em uma direção com  $c_{max}$  paralelo ao vão  
 2: Laje em uma direção com  $c_{max}$  perpend. ao vão  
 3: Laje em duas direções  
 3AL: Laje em duas direções (com agregado leve)

A Tabela 6.4 apresenta uma comparação entre os índices de resistência envolvendo os resultados mostrados na Tabela 6.3, os estimados pelas normas analisadas, os fornecidos pelo método elástico alternativo ( $V_{Elást}$ ) e os estimados pelo método proposto ( $V_{Prop}$ ). As lajes ensaiadas do grupo “a” não são apresentadas na tabela. Por analogia, os índices obtidos com a MC90 podem ser adotadas na análise dos resultados da NB1/03. Os valores das cargas estimadas pelas normas são apresentados na Tabela 1 do Apêndice B.

Tabela 6.4 – Comparação dos resultados da Tabela 6.3 com os estimados

Autor	Laje	Tipo	$V_{Exp}$ (kN)	$\frac{V_{Exp}}{V_{ACI}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{BS}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{MC90}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{EC}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{NB1/78}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{Elást}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{Prop}}$
1	L1a	1	234	-	-	-	-	-	-	-
	L1b	1	322	1,28	1,04	0,96	1,03	1,48	1,08	0,97
	L1c	3	318	1,28	1,04	0,95	1,03	1,48	1,08	0,99
	L2a	1	246	-	-	-	-	-	-	-
	L2b	2	361	1,17	1,06	0,97	1,03	1,33	1,10	1,02
	L2c	3	331	1,07	0,96	0,89	0,94	1,21	1,00	0,93
	L3a	1	241	-	-	-	-	-	-	-
	L3b	2	400	1,25	1,02	0,94	1,10	1,16	1,07	1,05
	L3c	3	358	1,19	0,96	0,88	1,07	1,11	1,00	0,93
	L4a	1	251	-	-	-	-	-	-	-
	L4b	2	395	1,25	0,95	0,88	1,18	1,23	1,00	1,02
	L4c	3	404	1,24	0,95	0,88	1,16	1,22	1,00	0,94
	L5a	1	287	-	-	-	-	-	-	-
	L5b	2	426	1,10	0,86	0,80	1,08	1,16	0,90	0,95
L5c	3	446	1,18	0,91	0,85	1,16	1,24	0,95	0,90	
2	1	1	391	1,07	0,99	0,92	1,14	1,18	1,03	1,08
	2	1	358	1,05	0,95	0,88	1,14	1,16	0,99	1,08
	3	1	340	1,08	0,84	0,78	1,09	1,00	0,88	0,98
	4	1	337	1,24	0,84	0,78	1,25	1,24	0,88	1,00
	5	2	362	1,26	0,95	0,88	1,31	1,16	1,00	1,00
	6	2	342	1,29	0,95	0,88	1,21	1,19	1,00	1,00
	7	3	326	1,15	0,95	0,88	1,29	1,06	0,99	0,93
	8	3	321	1,24	0,92	0,85	1,39	1,25	0,96	0,90
	9	3	322	1,04	1,01	0,94	1,15	1,17	1,06	0,99
3	14R	1	154	1,58	1,10	0,99	1,41	1,83	1,12	1,03
	15R	2	172	1,44	1,10	1,00	1,39	1,64	1,13	1,02
	19R	2	170	1,47	1,11	1,01	1,44	1,67	1,14	1,03

Tabela 6.4 (Cont.) – Comparação dos resultados da Tabela 6.3 com os estimados

Autor	Laje	Tipo	$V_{Exp}$ (kN)	$\frac{V_{Exp}}{V_{ACI}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{BS}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{MC90}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{EC}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{NBI/78}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{Elást}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{Prop}}$
4	B1	2	181	1,68	1,05	1,02	1,46	1,75	1,15	0,99
	B2	2	180	1,54	1,10	1,07	1,42	1,60	1,21	1,03
	C1	2	648	1,44	1,07	1,05	1,35	1,50	1,19	1,01
	C2	2	547	1,22	1,02	1,00	1,22	1,27	1,13	0,96
	S1	2	4915	0,97	1,10	1,05	1,32	1,01	1,19	1,02
5	OC11	3	423	1,65	1,19	1,10	1,36	1,85	1,24	1,15
	OC13	3	568	1,57	1,15	1,07	1,49	1,43	1,21	1,14
	OC15	3	649	1,52	1,03	0,96	1,70	1,62	1,08	1,04
	OC13 <sub>a=1,60</sub>	3	508	1,42	1,04	0,97	1,38	1,30	1,09	1,03
	C11F22	3	627	1,26	0,98	0,91	1,06	1,43	1,03	0,94
	C13F22	3	792	1,18	0,92	0,86	1,13	1,08	0,98	0,92
	C15F22	3	1056	1,31	0,95	0,89	1,45	1,39	1,01	0,96
C13F11	3	769	1,11	1,01	0,94	1,21	1,01	1,06	1,00	
6	2	2	176	1,79	1,05	1,03	1,84	1,79	1,17	1,00
	3	2	172	1,75	1,08	1,06	1,79	1,87	1,20	1,03
	4	2	177	1,93	1,07	1,05	1,98	1,82	1,18	1,01
	10	3	186	2,06	1,01	0,93	2,02	2,53	1,05	0,98
	11	3	279	1,30	1,03	0,96	1,71	1,26	1,08	1,02
	12	3	265	1,38	1,19	1,10	1,71	1,41	1,25	1,16
7	A7	1	400	1,33	0,89	0,82	1,05	1,49	0,93	0,94
	A8	1	436	1,30	0,90	0,84	1,14	1,43	0,95	1,02
	A2a	3	334	1,62	0,95	0,88	1,32	1,79	0,99	0,92
	A2b	3	400	1,59	1,01	0,93	1,29	1,80	1,06	0,98
	A2c	3	467	1,56	0,95	0,88	1,26	1,51	0,99	0,92
	A7b	3	512	1,72	1,15	1,06	1,36	1,92	1,20	1,11
	A5	3	534	1,41	1,02	0,95	1,19	1,55	1,07	1,00
8	DT1	1	780	1,37	1,07	0,99	1,09	1,62	1,11	0,95
	BD2	1	293	1,67	1,16	1,06	1,31	1,95	1,20	1,06
	BD8	3	251	1,56	1,05	0,96	1,27	1,82	1,09	0,99
9	1	1	163	1,18	0,76	0,70	1,44	1,25	0,79	0,95
	2	3	209	1,53	0,98	0,90	1,87	1,61	1,02	0,96
	3	2	189	1,45	0,91	0,84	1,79	1,53	0,95	1,01
	4	3	242	1,27	1,16	1,06	1,55	1,39	1,20	1,12

Tabela 6.4 (Cont.) – Comparação dos resultados da Tabela 6.3 com os estimados

Autor	Laje	Tipo	$V_{Exp}$ (kN)	$\frac{V_{Exp}}{V_{ACI}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{BS}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{MC90}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{EC}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{NBI/78}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{Elást}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{Prop}}$
10	1	2	367	1,48	1,06	1,05	1,20	1,55	1,18	1,02
	2	2	349	1,38	0,99	0,98	1,10	1,43	1,11	0,96
	4	2	393	1,54	1,03	1,02	1,16	1,60	1,15	1,00
11	L42	3	657	1,23	1,09	1,02	1,12	1,37	1,15	1,07
	L42a	3	693	1,14	1,03	0,96	1,10	1,28	1,09	1,01
	L45	3	798	1,30	1,07	1,00	1,24	1,20	1,13	1,06
	L46	3	911	1,33	1,06	0,99	1,37	1,31	1,12	1,05
	L41	3	563	1,34	1,08	1,00	1,11	1,53	1,13	1,04
	L41a	3	600	1,21	1,00	0,93	1,06	1,39	1,05	0,97
	L43	3	726	1,38	1,06	0,99	1,24	1,30	1,12	1,04
L44	3	761	1,36	1,00	0,94	1,27	1,34	1,06	0,99	
12	1	3AL	86	1,82	1,34	0,95	1,52	1,73	1,19	1,10
	2	3AL	102	2,31	1,32	0,94	1,56	2,20	1,17	1,09
	3	3AL	79	1,47	1,15	0,81	1,40	1,37	1,02	0,95
	4	3AL	99	1,99	1,20	0,85	1,54	1,86	1,07	1,00
	5	3AL	93	1,60	1,27	0,90	1,69	1,48	1,13	1,06
	6	3AL	133	1,73	1,20	0,85	1,31	1,60	1,07	1,00
	7	3AL	109	1,39	1,14	0,82	1,31	1,18	1,02	0,96
	8	3AL	152	1,96	1,27	0,91	1,46	1,65	1,14	1,07
	9	3AL	119	1,27	1,04	0,74	1,11	1,00	0,93	0,88
	10	3AL	158	1,74	1,12	0,80	1,22	1,37	1,01	0,95
	11	3AL	138	1,37	1,09	0,78	1,16	1,02	0,98	0,93
	12	3AL	185	1,92	1,20	0,86	1,31	1,43	1,08	1,02
	13	3AL	145	1,41	1,08	0,78	1,19	1,00	0,97	0,93
	14	3AL	185	1,81	1,10	0,79	1,20	1,28	0,99	0,94

A Tabela 6.5 apresenta os resultados gerais para o índice de resistência médio, o desvio padrão e o coeficiente de variação para cada norma analisada. Estes valores também foram obtidos para o método elástico alternativo e o método proposto. Desta forma se torna mais prática a realização de comparações entre os diversos processos para estimar a resistência ao funcionamento das diversas lajes cogumelo apresentadas na Tabela 6.3. Outro parâmetro que

deve ser considerado nestas comparações é a tendência dos resultados obtidos, uma vez que é bastante comum encontrar valores para  $\frac{c_{\max}}{d}$  acima daqueles apresentados neste trabalho.

As figuras 6.3a e 6.3b mostram comparações gráficas dos resultados estimados, sem os dois índices de resistência maiores que 2 ( $\frac{V_{\text{Exp}}}{V_{\text{ACI}}}$ ), e as figuras 6.4a e 6.4b apresentam as linhas de tendência de cada método utilizado nas estimativas de resistência, de acordo com o tipo de laje. As linhas de tendência foram traçadas com a utilização de equações do tipo potência.

Novamente desprezando os valores das cargas últimas das lajes “a” ensaiadas, observa-se que a NB1/78 continua estimando os resultados mais conservadores em qualquer situação de carregamento das lajes, como observado anteriormente no Capítulo 5, fornecendo uma média de 1,44 com os maiores valores para o desvio padrão e coeficiente de variação, e a ACI 318 também apresentou valores bastante conservadores, próximos dos apresentados pela NB1/78, com um índice médio de resistência de 1,37.

Para os ensaios apresentados na Tabela 6.3 o Eurocode 2 deixou de fornecer resultados a favor da segurança satisfatórios, apresentando um índice médio de resistência de 1,31. Os valores para o desvio padrão e coeficiente de variação foram elevados, superando os valores encontrados pela ACI. Entretanto, a EC2 foi a única norma que não tendeu a superestimar as estimativas para as lajes do tipo 1 e 3. A norma brasileira NB1/03 fornece resultados iguais aos da MC90 em todos os casos de carregamento e, como este, tende a superestimar as resistências, principalmente quando as lajes são predominantemente solicitadas em uma direção.

Os melhores índices de resistência foram obtidos com as estimativas da BS 8110. Observa-se que os resultados fornecidos pela BS 8110 na Tabela 6.4 são melhores que aqueles obtidos utilizando a MC90. Contudo, a norma tende a superestimar os resultados da mesma forma que a MC90 o faz, principalmente quando a laje é predominantemente solicitada em uma direção e apresenta pilares com os maiores lados paralelos aos vãos das lajes. Basicamente a BS 8110 é 7% menos conservadora que a MC90, mas ambos apresentam a mesma tendência dos resultados. A aplicação do método de classificação das lajes à equação da MC90 forneceu melhores resultados.

O método elástico alternativo forneceu resultados a favor da segurança bastante satisfatórios, com valores para o desvio padrão e coeficiente de variação muito próximos daqueles fornecidos pela BS 8110 e a MC90. Entretanto, apesar deste método proporcionar estimativas menores que as fornecidas pela MC90, não contribui para qualquer redução na tendência normativa de superestimar os resultados. Observa-se que os resultados obtidos para as lajes confeccionadas com agregado leve foram melhores que os fornecidos por todas as normas analisadas.

O método proposto forneceu os melhores índices de resistência para todos os três tipos de laje. Os valores encontrados foram satisfatórios e eliminou a tendência da MC90 de superestimar as estimativas de resistência das lajes apresentadas. A classificação das lajes, de acordo com o comportamento à flexão, foi satisfatória inclusive para as lajes confeccionadas com agregado leve.

Para as lajes constituídas de agregado leve a ACI 318 e a BS8110 recomendam uma redução nas estimativas de resistência ao punctionamento de 15% e 20%, respectivamente. Na aplicação do método elástico e do método proposto nestas lajes foi utilizada uma redução de 10%, que considera o tipo de agregado e fornece índices médios de resistência iguais a 1,05 e 1,00, respectivamente. Tanto o método elástico alternativo quanto o método proposto foram os que melhor estimaram as resistências para estas lajes.

Tabela 6.5 – Resumo da comparação dos resultados experimentais com os estimados

Normas e proposta	$\frac{V_{Exp}}{V}$					
	Concreto de peso normal			Concreto leve*		
	M	DP	CV (%)	M	DP	CV (%)
ACI	1,37	0,22	16,23	1,70	0,30	17,41
BS8110	1,01	0,09	8,53	1,18	0,09	7,89
MC90	0,95	0,09	9,04	0,84	0,06	7,49
EC2	1,31	0,25	18,87	1,36	0,17	12,88
NB1/78	1,44	0,28	19,71	1,44	0,35	24,33
Método elástico	1,07	0,09	9,03	1,05	0,06	7,49
<b>Proposta</b>	<b>1,00</b>	<b>0,06</b>	<b>5,77</b>	<b>1,00</b>	<b>0,06</b>	<b>6,21</b>
* Resultados obtidos usando os resultados dos ensaios de Mowrer e Vanderbilt com lajes solicitadas em duas direções com pilares quadrados. M: Média; DP: Desvio padrão; CV: Coeficiente de variação.						



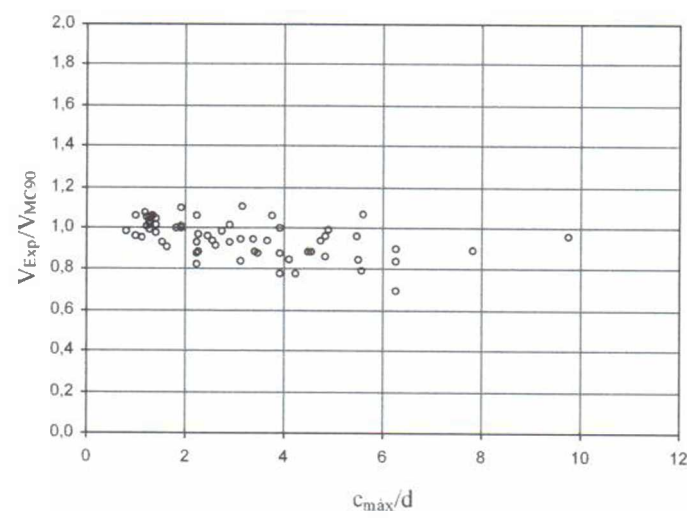
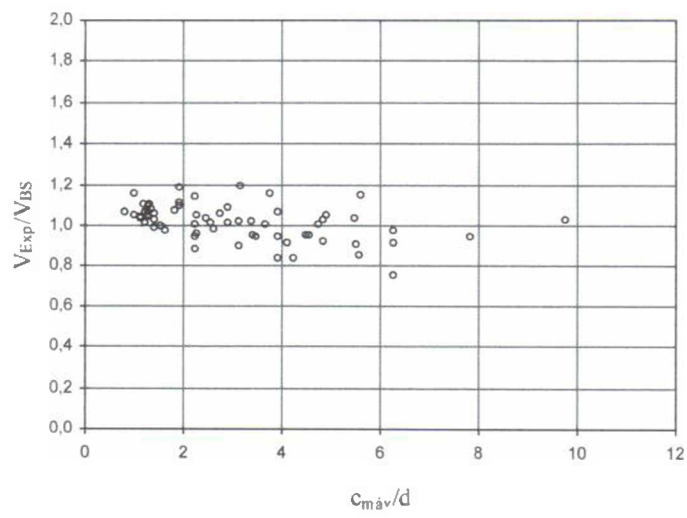
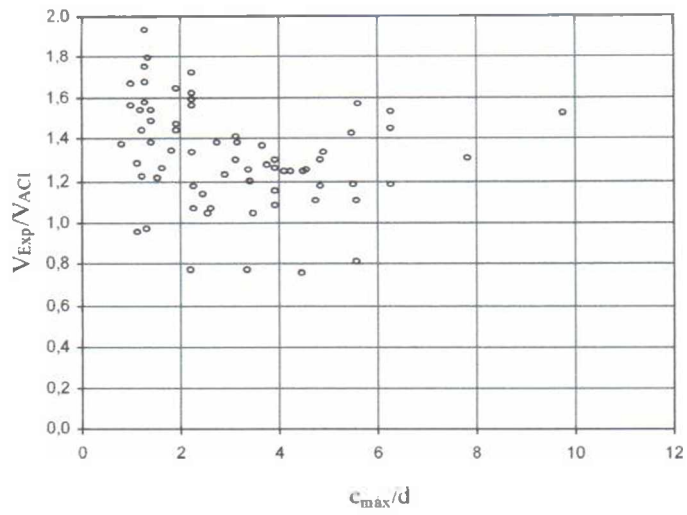


Figura 6.3a – Índices de resistência estimados pela ACI, BS 8110 e MC90

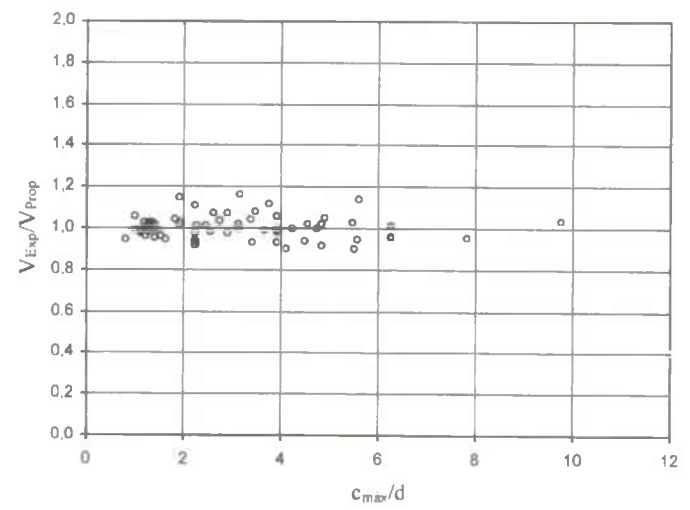
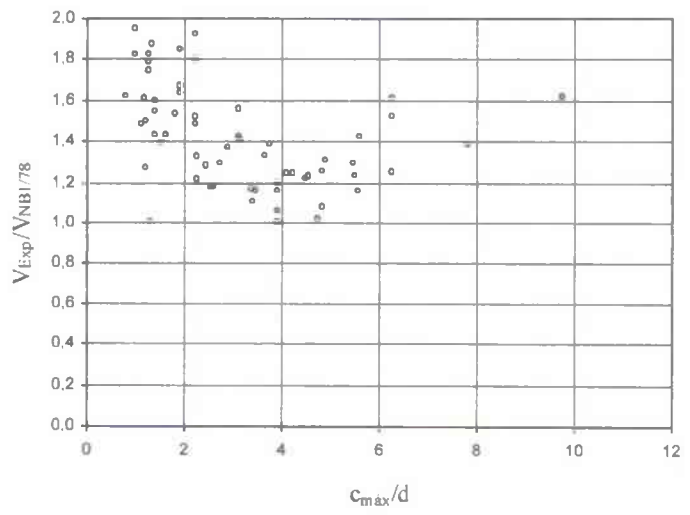
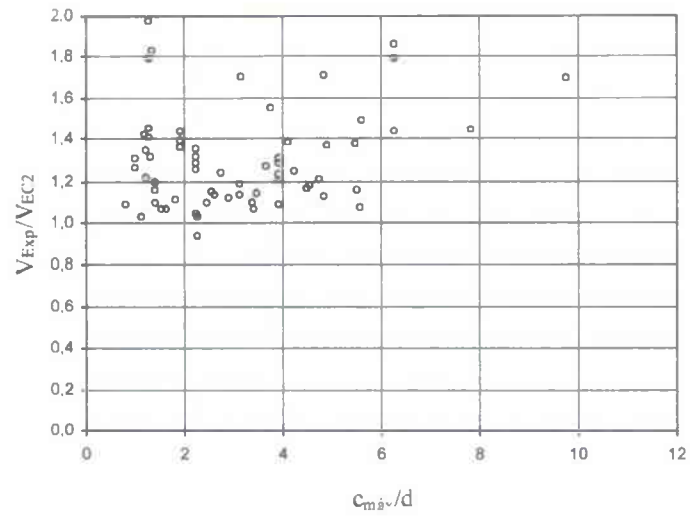


Figura 6.3b – Índices de resistência estimadas pela EC2, NB1/78 e Proposta

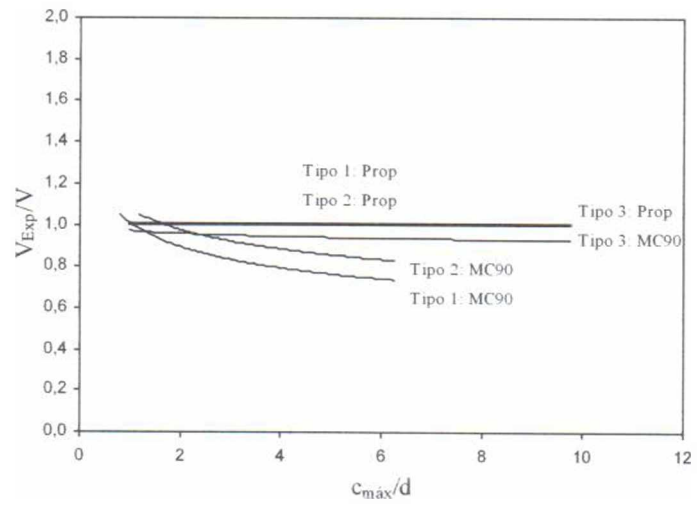
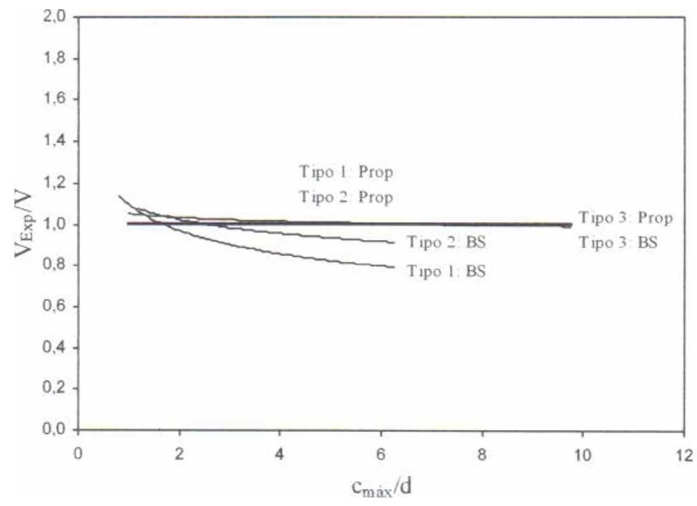
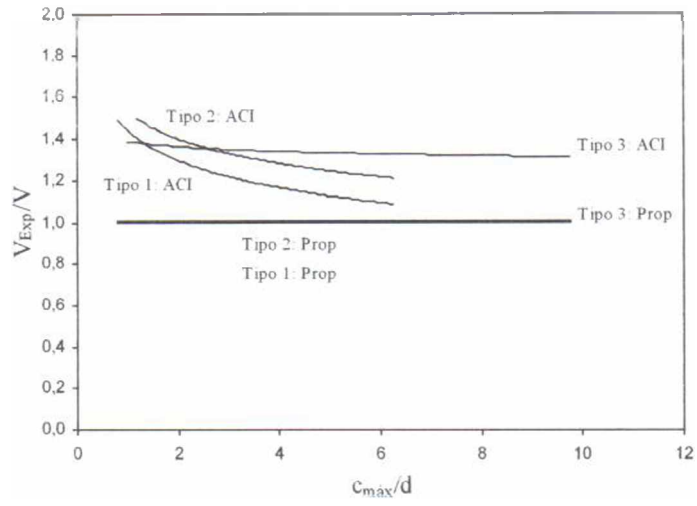


Figura 6.4a – Tendência dos resultados estimados pela ACI, BS 8110, MC90 e Proposta

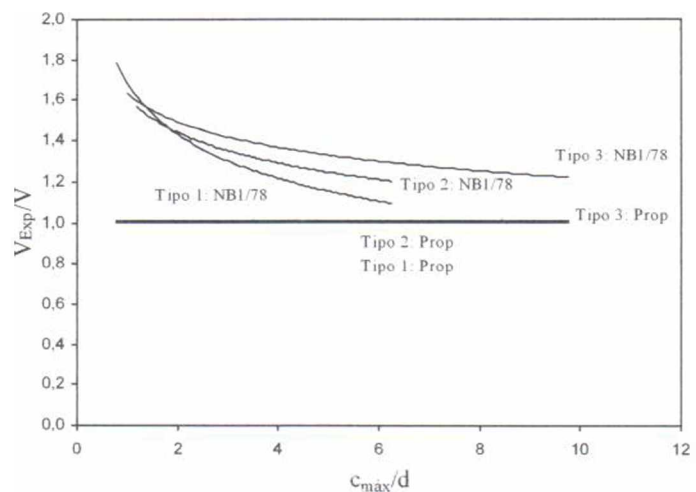
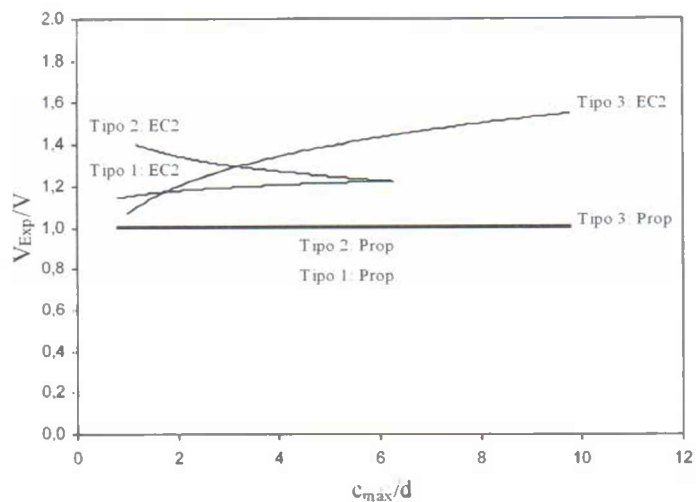


Figura 6.4b – Tendência dos resultados estimados pela EC2, NB1/78 e Proposta

As figuras 6.5 a 6.8 mostram a mesma comparação realizada no Capítulo 2, Figura 2.22, entre os métodos apresentados para estimar a resistência das lajes ao puncionamento, com a inclusão das curvas obtidas com o método proposto. A Figura 6.9 mostra os gráficos das figuras 6.5 a 6.8 agrupados para facilitar comparações.

Observa-se na Figura 6.5 que para lajes solicitadas em duas direções as estimativas propostas são apenas 8% menores que aquelas fornecidas pela BS 8110 e pela MC90, para  $\frac{c_{max}}{d} = 10$ . Ainda analisando os métodos que não consideram o comportamento das lajes solicitadas em

duas direções sob flexão, verifica-se que a proposta de Leong *et al.* fornecem valores semelhantes aos propostos quando o índice de retangularidade é 5.

Para lajes predominantemente solicitadas em uma direção, a orientação dos pilares é levada em consideração pelos métodos que abordam o comportamento a flexão das lajes e, adotando como referencial o método proposto, observa-se que as divergências ficam mais evidentes, principalmente quando o índice de retangularidade é elevado.

A proposta para estimar a resistência de lajes predominantemente solicitadas em uma direção, com a maior dimensão do pilar perpendicular ao vão da laje, fornece valores mais conservadores que aqueles estimados pelos métodos apresentados.

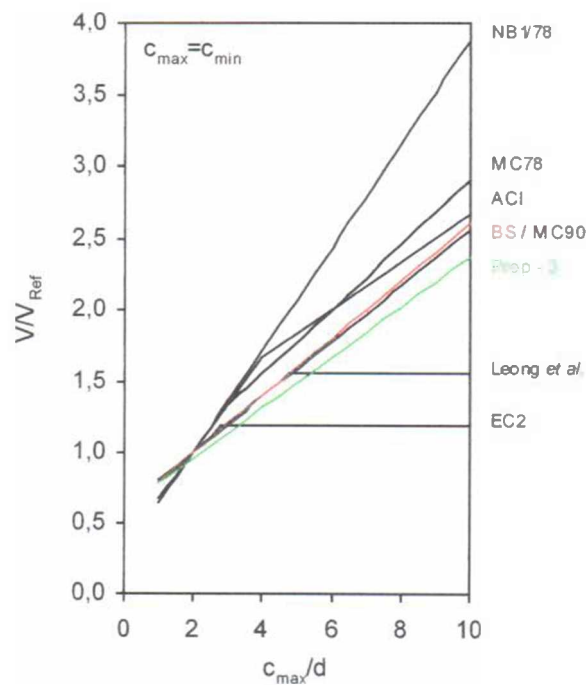


Figura 6.5 – Curvas de resistência normativa para  $c_{máx} = c_{mín}$

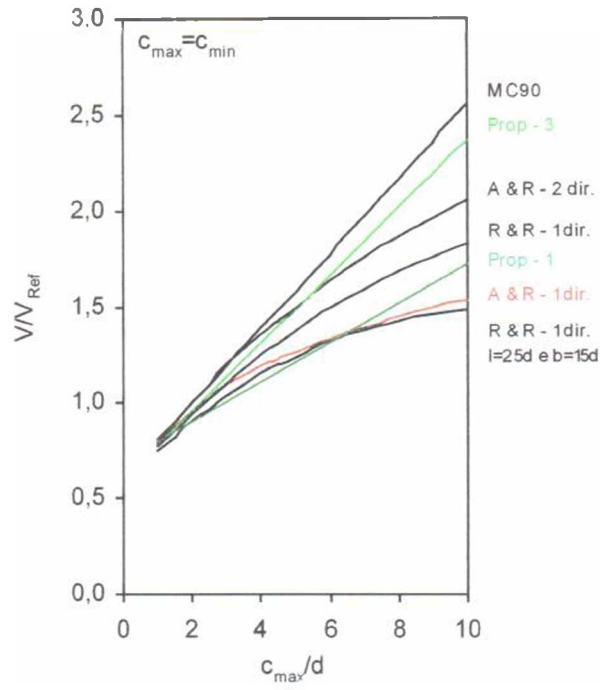


Figura 6.6 – Curvas de resistência alternativas para  $c_{m\acute{a}x} = c_{m\acute{i}n}$

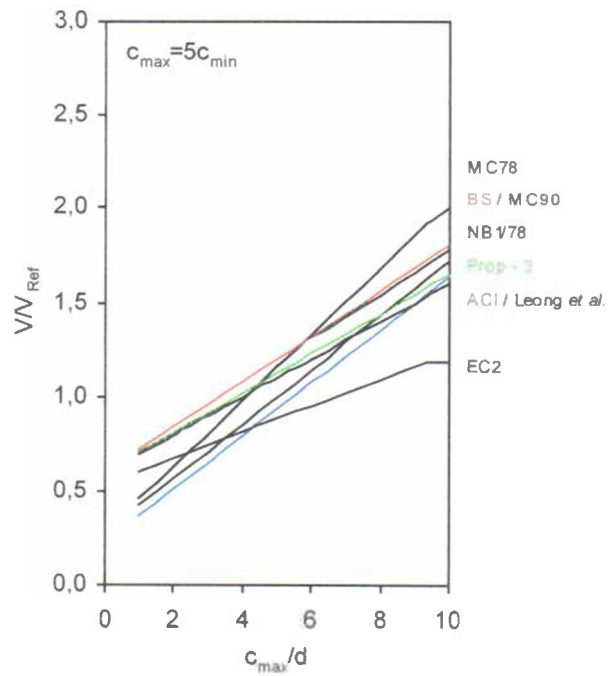


Figura 6.7 – Curvas de resistência normativas para  $c_{m\acute{a}x} = 5 \cdot c_{m\acute{i}n}$

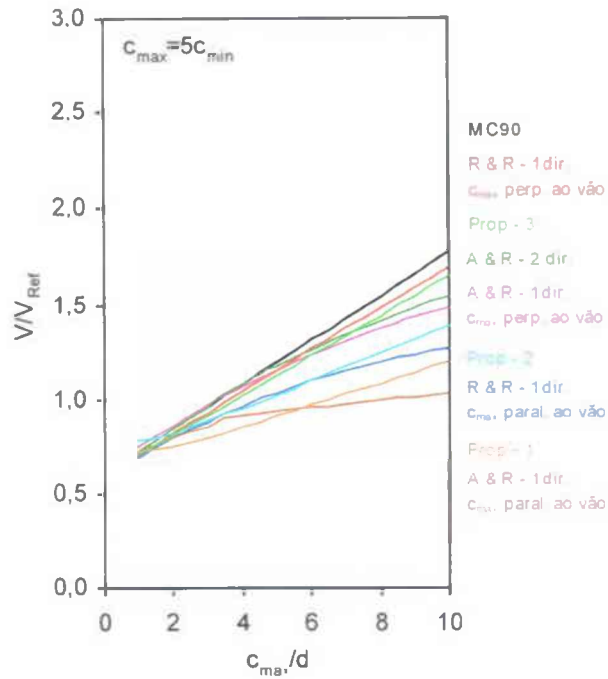
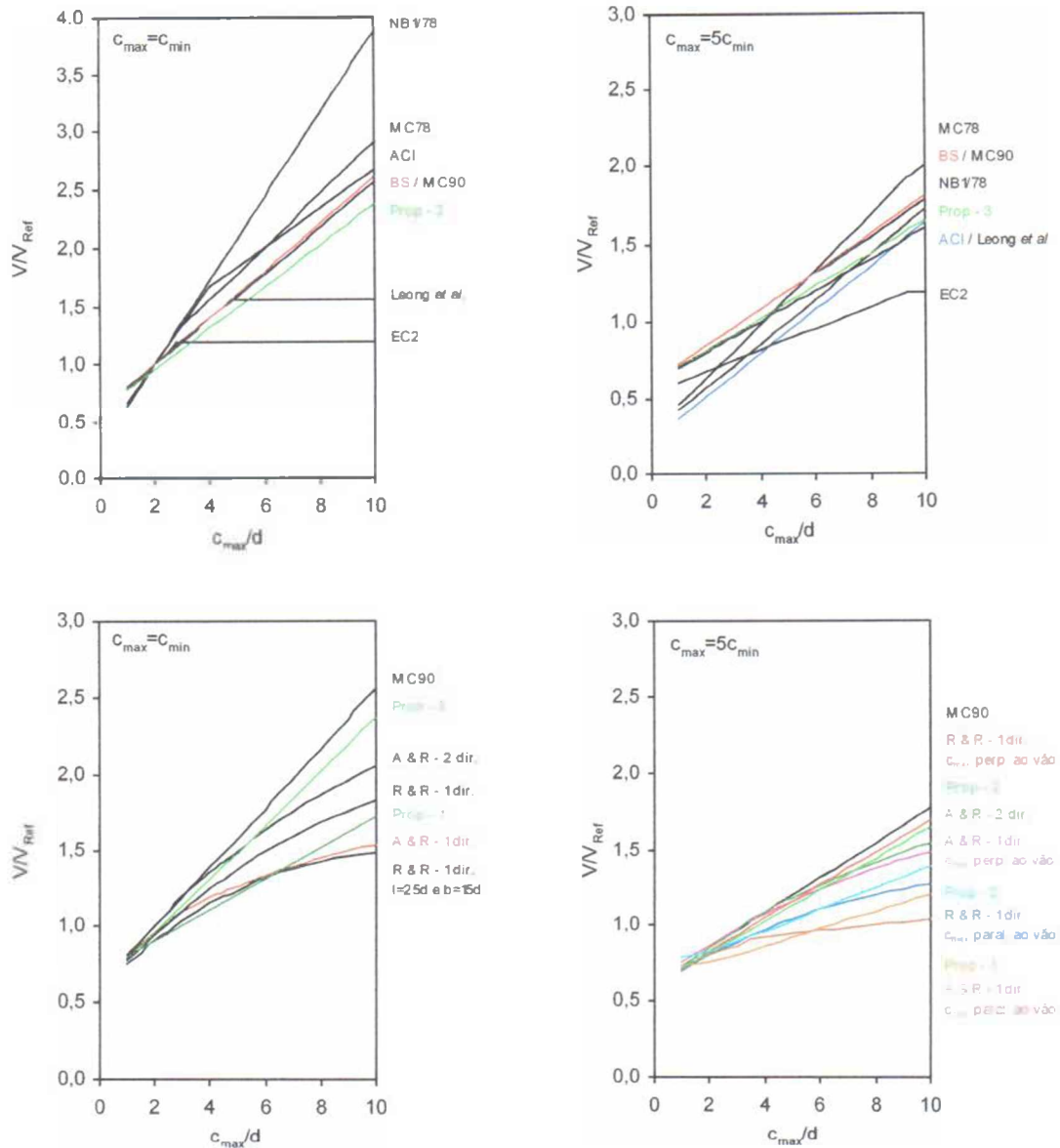


Figura 6.8 – Curvas de resistência alternativas para  $c_{max} = 5 \cdot c_{min}$

De modo geral, considerando os resultados fornecidos pela proposta para lajes com pilares quadrados, tanto a MC90 quanto a BS 8110 superestimam as estimativas de resistência, com a NB1/78 apresentando os maiores valores e afastando-se da ACI para valores de  $\frac{c_{max}}{d} > 4$ , uma vez que a ACI recomenda limitações para as estimativas quando as lajes apresentam pilares com seções transversais relativamente grandes. A EC2 e a proposta de Leong *et al.* limitam-se a estimar a resistência das lajes para valores de  $\frac{c_{max}}{d}$  menores ou iguais a 2,8 e 4,8, respectivamente.

Levando em conta a classificação das lajes, o método de Al-Yusif e Regan fornece os melhores resultados quando comparados aos da proposta, tendendo a superestimar os resultados quando a laje é predominantemente solicitada em uma direção com os maiores lados do pilar perpendiculares ao vão da laje.



Observações:

- 1 –  $V_{Ref}$  = Resistência de uma laje solicitada em duas direções e pilar quadrado com  $c=2-d$ ;
- 2 – A & R – 1 ou 2 dir. = Método de Al-Yousif e Regan para lajes solicitadas em uma ou duas direções;
- 3 – R & R – 1 dir. = Método de Regan e Rezai-Jorabi para lajes solicitadas em uma direção;
- 4 –  $b$  é a dimensão dos bordos apoiados ou carregados de uma laje retangular solicitada em uma direção;
- 5 – Exceto onde informado, as estimativas de Regan e Rezai-Jorabi são para lajes com  $l=b=20-d$ .

Figura 6.9 – Comparação entre os métodos apresentados e o proposto

As resistências últimas das lajes “a” não são estimadas satisfatoriamente pela utilização do método proposto, ou pelos fatores  $\lambda$  apresentados acima. A diferença entre estas e as demais lajes pode ser observada quando são comparadas as lajes L1a e L1b. Ambas foram apoiadas em pilares quadrados idênticos e são lajes predominantemente solicitadas em uma direção. Suas profundidades efetivas, taxas de armadura de flexão e resistências à compressão do



concreto foram similares e ainda assim as cargas de ruptura foram 240 kN para a laje L1a e 322 kN para a lajes L1b. A razão para esta diferença está na proximidade de uma ruptura por flexão presente em todas as lajes “a” ensaiadas.

Ensaio realizados em lajes solicitadas em duas direções (Hallgren, 1994; Kinnunen, Nylander e Tolf, 1980 e Tolf, 1988) mostram que enquanto a relação  $V_{Exp}/V_{MC90}$ , por exemplo, é geralmente independente da relação  $V_{Exp}/P_{Flex}$ , ocorre uma redução na resistência ao puncionamento de até 20% quando a carga aplicada alcança a capacidade de carga de flexão. A razão principal para isso é provavelmente uma queda de resistência devido às fissuras relativamente largas e às elevadas deformações do concreto.

No caso de lajes predominantemente solicitadas em uma direção há provavelmente um efeito adicional decorrente da crescente concentração de cisalhamento em direção as faces do pilar perpendiculares ao vão da laje enquanto as linhas de ruptura se desenvolvem. Em uma situação extrema isto poderia reduzir a parte ativa do perímetro de controle para uma mais adequada obtida em uma situação onde um pilar apóia duas lajes através de suas faces menores, como mostrado na Figura 6.10. A resistência ao cisalhamento poderia ser estimada de acordo com a Equação 6.2.

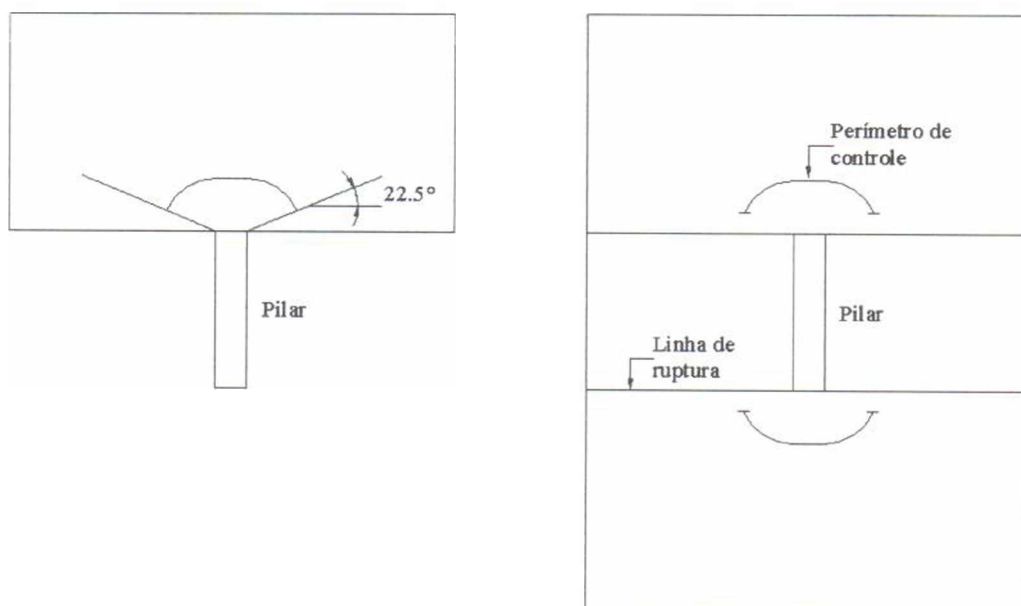


Figura 6.10 – Possível perímetro de controle para as lajes “a”

$$V_{Mit} = 0,18 \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot f_c' \cdot d \cdot (2 \cdot c + 3 \cdot d)} \quad (6.2)$$

A Tabela 6.6 apresenta os resultados obtidos para as lajes “a” com a utilização da Equação 6.2. Os dados são bastante limitados para que se chegue a qualquer conclusão definitiva, mas a análise realizada sugere que a resistência ao puncionamento de tais lajes, quando muito próxima da ruptura por flexão, possa ser calculada reduzindo as estimativas usuais da MC90 ( $V_{MC90}/\lambda$ ) em 30% ou considerando o perímetro reduzido da Figura 6.10.

Uma aproximação alternativa seria aceitar um aumento na relação  $\lambda \cdot (V_{Exp}/V_{MC90})$  considerando que o fator de segurança parcial de resistência pode ser permitido decrescer de 1,5 para uma ruptura por cisalhamento para 1,15 quando considerada uma ruptura por flexão ( $1,15/1,5 = 0,77$ ). Entretanto, observa-se que os resultados estimados através da equação da MC90, com a inclusão dos fatores de flexão e minorada em 30%, não tendem a subestimar a resistência das lajes na mesma intensidade que a utilização do perímetro reduzido o faz, à medida que o índice de retangularidade aumenta, e são menos conservadores que os resultados estimados utilizando o fator de segurança de 1,15 para uma ruptura por flexão.

Tabela 6.6 – Resultados obtidos para as lajes “a”

Laje	Pilar (mm)		V <sub>Exp</sub> (kN)	$\frac{V_{Exp}}{P_{Flex}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{MC90}}$	$\frac{V_{Exp}}{0,7 \cdot V_{MC90}}$	$\frac{V_{Exp}}{V_{Mfn}}$
	c <sub>mfn</sub>	c <sub>máx</sub>					
L1a	120	120	234	0,97	0,72	1,03	1,04
L2a	120	240	246	0,94	0,74	1,05	1,06
L3a	120	360	241	0,87	0,71	1,01	1,06
L4a	120	480	251	0,85	0,70	1,00	1,11
L5a	120	600	287	0,90	0,76	1,08	1,26

## **7 – CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS**

### **7.1 – CONCLUSÕES**

#### **7.1.1 – Programa experimental**

##### **7.1.1.1 – Lajes**

As lajes foram dimensionadas visando representar a região de momentos fletores negativos em um painel de lajes. Cada laje possuiu vãos de 1,68 e 2,28 metros, desta forma foram consideradas satisfatórias para se estudar a resistência ao puncionamento, uma vez que com índices de retangularidade iguais a 5, foi possível ocorrer rupturas por punção. Nas lajes “a”, o aumento do índice de retangularidade reduziu os efeitos dos momentos fletores, mas não foi suficiente para se evitar o puncionamento precoce das lajes.

##### **7.1.1.2 – Sistema de ensaio**

O sistema de ensaio mostrou-se eficiente e pode ser considerado rígido o suficiente para que qualquer deslocamento das vigas principais de reação seja considerado desprezível.

A forma com que foram simulados os pilares das lajes “a”, através de placas metálicas espessas, permitiu que ocorressem pequenos deslocamentos centrais das lajes, situação não muito comum em pavimentos de edifícios, mas que ocorre em pontes e viadutos.

O sistema de aplicação de carga funcionou satisfatoriamente, apesar de terem sido registradas diferenças máximas de 30 kg ao final de alguns passos de carregamento. Estas diferenças já eram esperadas devido ao sistema manual de aplicação do carregamento e foram consideradas desprezíveis, uma vez que nenhuma instabilidade nas lajes foi observada.

### **7.1.1.3 – Flechas das lajes**

As flechas foram praticamente lineares em ambas as direções das lajes. Com exceção da laje L5b as flechas máximas das lajes foram observadas nos pontos previstos, isto é, nos pontos instrumentados mais próximos dos bordos carregados. Nas lajes “a” e “c” as flechas máximas ocorreram próximo aos menores bordos, enquanto que nas lajes “b” ocorreram próximo aos maiores bordos.

As flechas máximas registradas para as lajes “a” (L5a), “b” (L3b) e “c” (L3c) foram de 29,68 mm, 19,62 mm e 17,28 mm, nas direções  $y$ ,  $x$  e  $y$ , respectivamente e os maiores índices de deformação entre as flechas na direção  $y$  e  $x$  foram observadas nas lajes L5a (4,06), L5b (1,07) e L2c (2,36).

### **7.1.1.4 – Deformações do concreto**

Devido ao posicionamento radial dos extensômetros na superfície inferior das lajes não foram registradas deformações maiores que a estabelecida para esmagamento do concreto. Os valores máximos observados foram de 1,54 ‰ para as lajes solicitadas em duas direções (L4c) e 1,60 ‰ para as lajes predominantemente solicitadas em uma direção (L3b).

### **7.1.1.5 – Deformações da armadura de flexão**

As lajes solicitadas em duas direções (lajes “c”) e predominantemente em uma direção com pilares onde os maiores lados estavam paralelos aos vãos das lajes (lajes “a”), apresentaram deformações além daquela estabelecida para o escoamento das barras nos ensaios de tração do aço, sendo mais elevadas que as observadas nas lajes solicitadas em uma direção, apoiadas em pilares com os menores lados paralelos aos vãos das lajes (lajes “b”).

As deformações medidas nas barras longitudinais das lajes “a”, a 60 mm das bordas dos pilares, mostraram escoamento de todas as barras dentro de uma largura  $2,20 \cdot d$  a partir da linha central. Próximo aos bordos as deformações foram mais elevadas na laje com menor resistência à flexão e alcançou 11,56‰ (laje L1a). Nenhuma das deformações medidas nas barras transversais excedeu 1,59‰ (laje L3a).

Nas lajes “b”, predominantemente solicitadas na menor direção, não foi registrado escoamento nas barras longitudinais (direção  $y$ ). As barras externas, ou transversais, apresentaram uma deformação máxima de 15,00‰ (laje L2b). As barras longitudinais das lajes do grupo “c” apresentaram deformações acima daquela obtida para o escoamento das barras, sendo o maior valor registrado na laje L3c, 15,31‰. As lajes L5b e L5c foram as duas únicas lajes onde as deformações mais elevadas das armaduras, 6,60‰ e 11,41‰, respectivamente, ocorreram em barras ortogonais (direção  $x$ ) às linhas monitoradas onde foram registradas as maiores flechas.

#### **7.1.1.6 – Mapas de fissuração**

Para as lajes “a” as fissuras foram predominantemente paralelas aos bordos carregados, caracterizando fissuras devido à flexão das lajes, enquanto que para as lajes “b” e “c” as fissuras foram predominantemente devidas ao puncionamento, sendo que as fissuras radiais foram as primeiras a surgir, seguidas pelas fissuras tangenciais em níveis elevados de carregamento.

As aberturas máximas foram de aproximadamente 1,00 mm para as fissuras radiais e tangenciais nas lajes “b” e “c”. Para as lajes “a” este valor atingiu 0,80 mm e as fissuras típicas da flexão das lajes atingiram uma abertura máxima aproximada de 2,00 mm.

#### **7.1.1.7 – Cargas últimas observadas**

Apesar das lajes “a” apresentarem as menores cargas de ruptura, as resistências últimas de todas as lajes tenderam a aumentar com o acréscimo do índice de retangularidade, com 23% de acréscimo máximo para as lajes “a”, 32% e 40% para as lajes “b” e “c”, respectivamente.

As lajes “a” apresentaram carga de ruptura por puncionamento muito próxima da carga prevista para a ruptura por flexão. Devido à baixa resistência à flexão destas lajes as fissuras apresentaram aberturas grandes, da ordem de 2,00 mm, e as flechas foram elevadas, atingindo aproximadamente 30 mm na laje L5a, o que colabora com o desenvolvimento das fissuras tangenciais e a compressão da diagonal comprimida onde a superfície de ruptura do puncionamento ocorre.

As lajes “b” e “c” apresentaram cargas de ruptura muito próximas, com a maior diferença sendo registrada para as lajes com índice de retangularidade igual a 3, 12%.

#### **7.1.1.8 – Modos de ruptura observados**

As lajes “a” apresentaram um modo de ruptura misto de punção dentro de um regime característico de uma ruptura por flexão. Para as lajes com índice de retangularidade maior ou igual a 3 não ocorreu a propagação da superfície de ruptura ao longo dos maiores lados dos pilares.

O modo de ruptura por puncionamento ocorreu nas lajes “b” e “c”, com a superfície de ruptura contornando os pilares, com exceção das lajes L3b e L4b, onde estas superfícies localizaram-se em torno das extremidades dos pilares, indicando a ocorrência do fenômeno da polarização das forças cortantes. Os ângulos médios de inclinação das superfícies de ruptura foram de 24° e 25° nas direções transversal e longitudinal, respectivamente, fornecendo um ângulo médio global de 24,5°, que é um valor menor que aquele recomendado pela EC2 (33,7°).

#### **7.1.2 – Análise numérica**

As simulações computacionais concordam com as observações experimentais mostrando que a polarização das forças cortantes pode ocorrer até mesmo em situações onde os bordos mais solicitados estão paralelos aos maiores lados dos pilares. A distribuição das forças cortantes ao longo do perímetro crítico da MC90 difere daquela apresentada para regiões mais próximas dos pilares. As forças cortantes tendem a ser mais intensas nas extremidades que ao longo dos maiores lados para perímetros cada vez mais próximos das faces dos pilares.

A análise elástica mostrou que as forças cortantes máximas ao longo do perímetro de controle da MC90 apresentaram valores próximos daqueles fornecidos pelas equações desta norma para as lajes ensaiadas, exceto para a laje L5c, onde ocorreu uma elevada concentração de esforços em torno das extremidades dos pilares.

A redução de 15% nos valores dos módulos de elasticidade das lajes e a utilização do coeficiente de Poisson igual a 0,15 não foram capazes de estimar satisfatoriamente as flechas máximas das lajes ensaiadas neste trabalho. Melhores resultados podem ser obtidos com uma análise não-linear.

As flechas experimentais foram maiores que as de flexões teóricas, com as considerações adotadas, sendo que o menor índice médio de deformação foi encontrado para as lajes “a”, 1,84. Para as lajes “b” e “c” os índices foram de 2,41 e 2,52, respectivamente. A elevada concentração de esforços provocou deformações excessivas dos materiais nas lajes “a” em regiões em torno das extremidades dos pilares, favorecendo a súbita divergência das curvas carga-deslocamento teóricas e experimentais em níveis de carregamento próximos daquele estimado para uma ruptura por flexão.

Faz-se necessária a realização de um número maior de simulações computacionais de testes em laboratório que consideram as mais variadas condições de contorno das lajes. Deste modo seria possível estabelecer parâmetros que viabilizem estimativas normativas mais precisas ou a favor da segurança, de acordo com as características das lajes e orientação dos pilares.

### **7.1.3 – Normas analisadas**

A NB1/78 é a norma que estima os resultados mais conservadores em qualquer situação de carregamento das lajes, fornecendo uma média de 1,44 com os maiores valores para o desvio padrão e coeficiente de variação. A ACI 318 também apresenta valores bastante conservadores, próximos dos apresentados pela NB1/78, com um índice médio de resistência de 1,37. Os resultados fornecidos pela EC2 foram conservadores em 31% mas é a única norma analisada que não tende a superestimar as estimativas para as lajes do tipo 1 e 3.

A norma brasileira NB1/03 fornece resultados iguais aos da MC90 em todos os casos de carregamento e, como este, tende a superestimar as resistências, principalmente quando as lajes são predominantemente solicitadas em uma direção. A MC90 e a NB1/03 foram as únicas normas a fornecer índice de resistência média contra a segurança para os resultados experimentais apresentados.

O método alternativo apresentado no Capítulo 5 baseia-se em simulações computacionais e melhoram os resultados fornecidos pela norma MC90, fornecendo índices de resistência mais conservadores, sem alterar a tendência da norma de superestimar a resistência última das lajes. Este método considera o comportamento das lajes sob flexão, mas não foi capaz de corrigir satisfatoriamente os resultados da norma MC90 para lajes predominantemente solicitadas em uma direção com cargas de ruptura por puncionamento próximas das cargas previstas para uma ruptura por flexão. O método pode ser expandido de forma a considerar a orientação dos pilares nas lajes.

Os melhores índices de resistência são obtidos com as estimativas da BS 8110. Contudo, a norma tende a superestimar os resultados da mesma forma que a MC90 o faz, principalmente quando a laje é predominantemente solicitada em uma direção e apresenta pilares com os maiores lados paralelos aos vãos das lajes. Basicamente a BS 8110 é 7% mais conservadora que a MC90, mas ambas apresentam a mesma tendência dos resultados.

A BS 8110 recomenda a utilização de perímetros de controle retangulares com cantos retos para pilares com qualquer forma para a seção transversal, discordando dos perímetros fornecidos pela análise elástica e pela tendência das superfícies de ruptura das lajes testadas no caso de pilares retangulares. A utilização destes perímetros é inadequada para lajes com pilares onde a seção transversal é circular ou derivada desta.

#### **7.1.4 – Resistência ao puncionamento**

Para as lajes deste trabalho, a resistência ao puncionamento das lajes cogumelo aumentou com o acréscimo do índice de retangularidade e a ruptura por puncionamento ocorreu precocemente com a proximidade de uma ruptura por flexão das lajes “a”. A resistência ao puncionamento e a resistência à flexão das lajes estão inter-relacionadas, e depende, dentre outros fatores, da orientação da seção transversal dos pilares, uma vez que esta altera as estimativas para uma ruptura por flexão.

De acordo com os resultados fornecidos pela análise elástica e as observações experimentais, o fenômeno da polarização das forças cortantes se faz presente e mais influente no comportamento das lajes sob puncionamento à medida que o índice de retangularidade aumenta.



A intensidade e a distribuição das forças cortantes em regiões próximas dos pilares dependem do comportamento à flexão das lajes e da forma da seção transversal dos pilares. Para pilares com seção transversal quadrada, a polarização das forças cortantes ocorre predominantemente nos cantos da seção. Para as seções circulares as forças cortantes são, de maneira geral, uniformes nas proximidades destas.

A distribuição das forças cortantes fornecida pela análise elástica e as observações experimentais sugerem que o puncionamento em lajes cogumelo de concreto armado, apoiadas em pilares essencialmente retangulares, deve ser combatido com a utilização de elementos que aumentem a resistência das lajes ao cisalhamento inicialmente em torno das extremidades dos pilares, principalmente no caso da utilização de armaduras de cisalhamento.

### 7.1.5 – Proposta para tratamento de pilares retangulares

A proposta para tratamento de pilares retangulares considera o comportamento das lajes à flexão e também leva em conta a orientação dos pilares nas lajes. As lajes foram classificadas em três grupos distintos, conforme mostra a Figura 7.1, e para cada grupo foi proposto um fator de flexão para correção das estimativas fornecidas pela norma MC90, de acordo com a Equação 7.1. Os resultados obtidos foram significativamente melhores que os apresentados pelas normas analisadas e eliminou a tendência da norma MC90 de superestimar a resistência das lajes cogumelo apresentadas ao puncionamento.

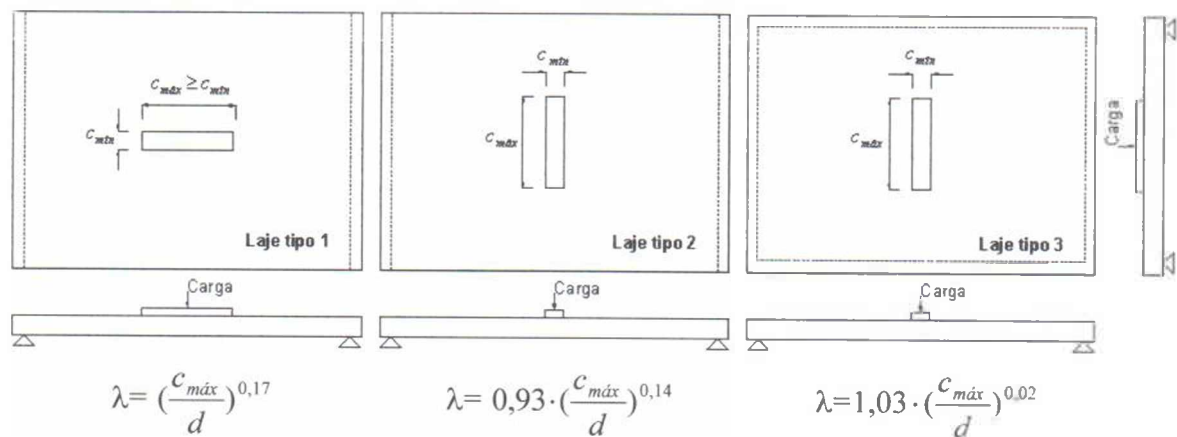


Figura 7.1 – Proposta para classificação das lajes com pilares retangulares e fatores de flexão

- Lajes tipo 1: Predominantemente solicitadas em uma direção e  $c_{máx} \geq c_{mín}$  paralelo ao vão;
- Lajes tipo 2: Predominantemente solicitadas em uma direção e  $c_{máx}$  perpendicular ao vão;
- Lajes tipo 3: Solicitadas nas duas direções.

$$V_{Prop} = \frac{0,18}{d} \cdot \left(1 + \sqrt{\frac{200}{d}}\right) \cdot \sqrt[3]{100 \cdot f_c \cdot d \cdot u_1} \quad (7.1)$$

Para as lajes “a” ensaiadas, com carga de ruptura muito próxima da carga de ruptura prevista para flexão, a utilização de um perímetro reduzido de controle fornece resultados satisfatórios, com o maior índice de resistência ocorrendo na laje com índice de retangularidade igual a 5. Entretanto a aplicação do método proposto juntamente com uma redução de 30% nas estimativas da norma MC90 fornece resultados mais precisos para todos os índices de retangularidade utilizados. Alternativamente, uma redução no coeficiente parcial de resistência de 1,5 em uma ruptura por punção para 1,15 em uma ruptura por flexão fornece resultados mais conservadores que os estimados pela norma em questão.

## 7.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Utilizar trechos de pilares monoliticamente ligados às lajes, evitando as placas de aço em situações de ensaio onde as lajes são predominantemente solicitadas em uma direção apresentando pilares com os maiores lados paralelos aos vãos das lajes (laje tipo 1). Desta forma pode-se aproximar ainda mais o ensaio de uma situação real de um edifício, eliminando os deslocamentos centrais das lajes. Contudo, deve ser observado que tal procedimento não alivia a elevada concentração de forças cortantes em torno das extremidades dos pilares.

Analisar experimentalmente lajes predominantemente solicitadas em uma direção com pilares retangulares apresentando os maiores lados paralelos ou perpendiculares ao vão da laje. Da mesma forma, analisar o comportamento de lajes solicitadas em uma ou duas direções com pilares quadrados, objetivando o estudo da influência da concentração de forças cortantes nos cantos da seção transversal na resistência ao punção.

Estudar teoricamente e experimentalmente o combate ao puncionamento de lajes cogumelo com pilares retangulares solicitadas em uma ou duas direções e, com base nas informações fornecidas em relação à polarização do cisalhamento, determinar o posicionamento mais adequado para as armaduras de cisalhamento. Neste estudo sugere-se ainda determinar o trecho ao longo dos maiores lados do pilar onde o uso de armadura de cisalhamento teria sua contribuição possivelmente reduzida, dependendo das condições de contorno das lajes.

Simular o maior número possível de lajes cogumelo de concreto armado com pilares retangulares objetivando melhorar as estimativas da norma MC90 através das forças máximas cortantes fornecidas pela análise elástica.

Analisar teoricamente e experimentalmente o comportamento das lajes cogumelo mediante a proximidade de uma ruptura por flexão, procurando estabelecer parâmetros capazes de melhorar as estimativas para uma ruptura por puncionamento nestas condições.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

ACI 318:2002. *Building Code Requirements for Structural Concrete*. American Concrete Institute, Farmington Hills, Michigan, 2002.

ACI Committee 318. Proposed Revision of ACI 318-63: Building Code Requirements for Reinforced Concrete. ACI JOURNAL, Proceedings V.67, No. 2, Feb. 1970, p. 77-186.

ACI-ASCE Committee 326. Shear and Diagonal Tension. Part 3 – Slabs and Footings. ACI JOURNAL, Proceedings V.59, No. 3, Mar. 1962, p. 353-396.

AL-YOUSIF, A. T., REGAN, P. E., *Punching Resistances of RC Slabs Supported by Large and/or Elongated Columns*. The Structural Engineer, London, Mar. 2003, p. 30-34.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 5739/94 – Ensaio de compressão de corpos de prova cilíndricos de concreto*. Rio de Janeiro, 1994-a.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118 – Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*. Rio de Janeiro, 1978.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6152/92 – Materiais metálicos. Determinação das Propriedades Mecânicas à Tração – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 1992.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 7222/94 – Argamassa e Concreto - Determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 1994-b.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 8522/84 – Concreto - Determinação do módulo de deformação estática e diagrama tensão-deformação – Método de Ensaio*. Rio de Janeiro, 1984.

ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS. *NBR 6118 – Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*. Rio de Janeiro, 2003.

BORGES, L. L. J., *Comportamento ao Puncionamento de Lajes Cogumelo com Pilares Retangulares e Furos de Grandes Dimensões*, Tese de Doutorado, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, em andamento.

BS 8110:1997. *Structural Use of Concrete, Part 1, Code of Practice for Design and Construction*, British Standards Institution, London, 1997.

CEB-FIP. *Model Code 1990*, Thomas Telford, London, 1993.

CEB-FIP. *Model code for Concrete Structures*, CEB, Paris, 1978.

CORDOVIL, F. A. B., *Punção em Placas de Concreto Armado*. Tese de Doutorado. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, São Paulo, 1995, 393 p.

DIAZ DE COSSIO, R., *Discussion of Shear and Diagonal Tension. Part 3 – “Slabs and Footings” by ACI-ASCE Committee 326*. ACI JOURNAL, Proceedings V.59, No. 9, Sept. 1962, p. 1323-1332.

ELSTNER, R. C., HOGNESTAD, E., Shear strength of reinforced concrete slabs. ACI Journal, 1956, Proceedings V. 53, No. 1, July, pp. 29-57.

EUROCODE 2. *Design of Concrete Structures, Part 1, General rules and rules for buildings*, DD ENV 1992-1-1, British Standards Institution, London, 1992.

FORSSEL, C., HOLMBERG, Å., Stämpellast på plattor av betong. Betong, 1946, V. 31, No. 2, pp. 95-123.

HALLGREN, M., Punching shear tests on reinforced high strength concrete slabs. Technical Report 1994:14, Department of Structural Engineering, Royal Institute of Technology, Stockholm, 1994.

HAWKINS, N. M., FALSSEN, H. B., HINOJOSA, R. C., Influence of column rectangularity on the behaviour of flat plate structures. Publication SP-30, American Concrete Institute, Detroit, 1971, pp. 127-146.

KINNUNEN, S., NYLANDER, H., Punching of concrete slabs without shear reinforcement. Handlingar nr. 158, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, 1960.

KINNUNEN, S., NYLANDER, H., TOLF, P., Plattjocklekens inverkan på betongplattors hållfasthet vid genomstansning, Försök med rektangulära plattor, Meddelande nr.137, Institutionen för Byggnadsstatik, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, 1980.

LEONG, K. K., TENG, S., *Punching Shear Strength of Slabs with Openings and Supported on Rectangular Columns*, Nanyang Technological University, Singapore, August 2000.

MAHMOOD, K. F., *Slabs with Point Supports*, M.Phil. Thesis, Polytechnic of Central London, 1978.

MEHTA, P. K. e MONTEIRO, P. J. M., *Concreto: estrutura, propriedades e materiais*. São Paulo, Editora Pini, 1994, 573 p.

MOE, J., Shearing strength of reinforced concrete slabs and footings under concentrated loads. Bulletin No. D47, Portland Cement Association Research and Development Laboratories, Skokie, Illinois, Apr. 1961, 129 pp.

MOWRER, R. D., VANDERBILT, M. D., Shear strength of lightweight aggregate reinforced concrete. ACI Journal, 1967, Vol. 64, No. 11, November, pp. 722-729.

NYLANDER, H., SUNDQUIST, H., Genomstansning av pelarunderstödd plattbro av betong med ospänd armering. Meddelande Nr. 104, Institutionen för Byggnadsstatik, KTH Stockholm, 1972.

OLIVEIRA, D. R. C., *Análise Experimental de Lajes Cogumelo de Concreto Armado com Armadura de Cisalhamento ao Puncionamento*. Dissertação de Mestrado, Publicação No. EDM-003 A/98, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF, 121 p., 1998.

PARK, R. e GAMBLE, W. L., *Reinforced Concrete Slabs*. New York, John Wiley & Sons Inc., 1980, 618 p.

REGAN, P. E., Punching shear in prestressed concrete slab bridges. Polytechnic of Central London, January 1983.

REGAN, P. E., REZAI-JORABI, H., Shear resistance of one-way slabs under concentrated loads. ACI Structural Journal, 1988, V. 85, No. 2, Mar-Apr, pp. 150-157.

ROLL, F., ZAIDI, S. T. H., SABNIS, G. M., CHUANG, K., *Shear Resistance of Perforated Reinforced Concrete Slabs. SP-30, Crack, Deflection and Ultimate Load of Concrete Slabs System*. American Concrete Institute, Detroit, Mich., 1971, p. 77-102.

TOLF, P., Plattjocklekens iverkan på betong plattors hllfasthet vid genomstansning. Försök med circulära plattor, Meddelande Nr. 146, Institutionen för Byggnadsstatik, Kungliga Tekniska Högskolan, Stockholm, 1988.

VANDERBILT, M. D., Shear strength of continuous plates. Journal of the Structural Division, Proceeding of the American Society of Civil Engineers, May 1972, Vol. 98, No. ST5, pp. 961-973.

## A – REGISTRO DE LEITURAS

### A.1 – FLECHAS

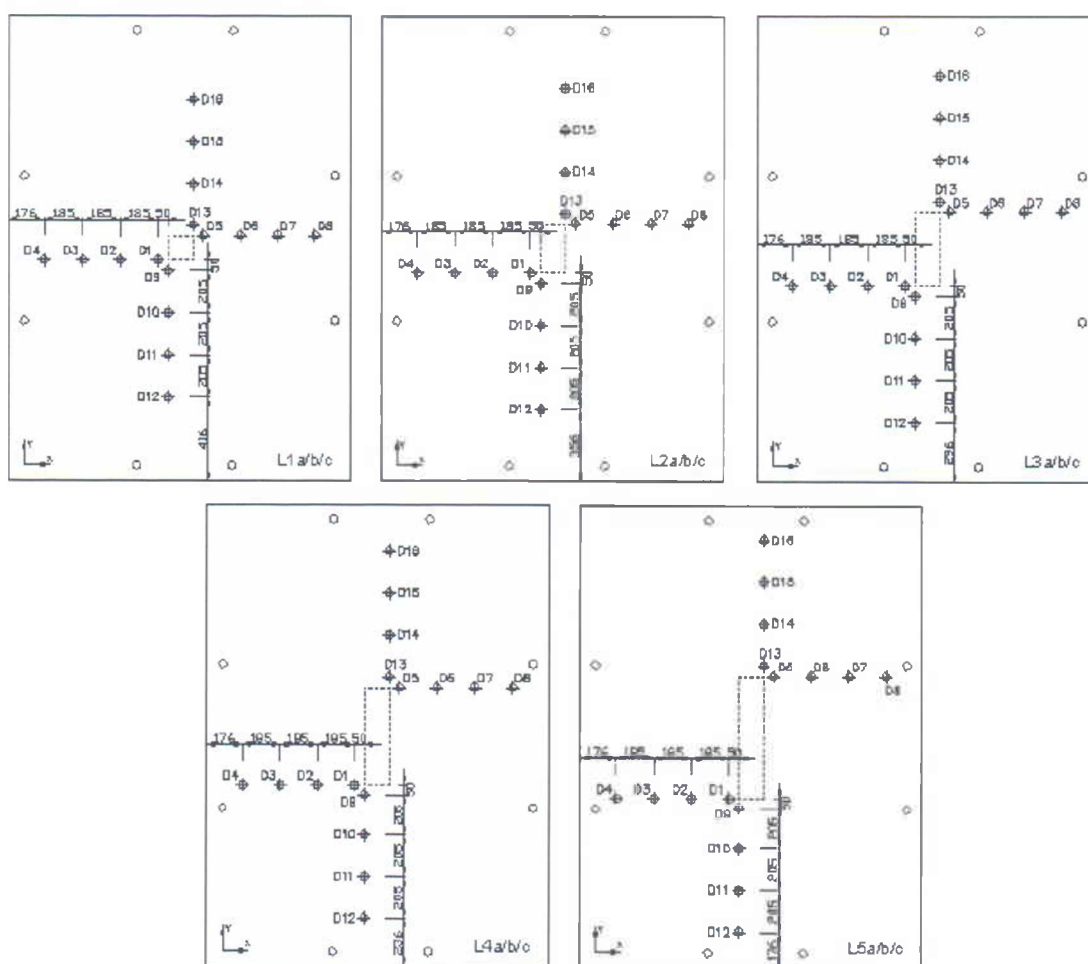


Figura A.1 – Posição dos deflectômetros nas lajes

Tabela A.1 – Flechas registradas na direção x da laje L1a

Laje L1a - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,58	-0,43	-0,23	-0,12	-0,05	-0,22	-0,35	-0,60
	80	-1,18	-0,88	-0,65	-0,38	-0,32	-0,53	-0,80	-1,00
	120	-2,06	-1,60	-1,14	-0,72	-0,70	-1,05	-1,55	-1,90
	160	-3,15	-2,46	-1,81	-1,12	-1,15	-1,55	-2,25	-3,02
	200	-4,36	-3,43	-2,57	-1,38	-1,40	-2,05	-3,02	-3,99
	234	-6,13	-4,62	-3,30	-1,68	-1,65	-2,95	-4,30	-5,56

Tabela A.2 – Flechas registradas na direção y da laje L1a

Laje L1a - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,56	-0,27	-0,20	-0,12	-0,05	-0,05	-0,18	-0,25
	80	-1,90	-1,16	-0,72	-0,32	-0,25	-0,82	-1,28	-1,85
	120	-4,29	-2,80	-1,55	-0,58	-0,45	-1,80	-2,88	-4,25
	160	-6,34	-4,73	-2,85	-0,67	-0,60	-2,85	-4,90	-6,90
	200	-10,43	-6,93	-3,71	-0,90	-0,80	-3,50	-6,32	-9,50
	234	-17,66	-11,93	-6,70	-1,00	-1,00	-6,80	-12,18	-18,20

Tabela A.3 – Flechas registradas na direção x da laje L1b

Laje L1b - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,85	-0,45	-0,37	-0,37	-0,40	-0,36	-0,55	-0,73
	80	-1,94	-1,61	-1,22	-0,72	-0,73	-1,20	-1,50	-1,98
	120	-4,12	-2,93	-2,00	-1,11	-1,10	-2,22	-3,15	-4,33
	160	-5,74	-4,16	-2,97	-1,97	-1,88	-3,27	-4,85	-6,37
	200	-7,43	-5,61	-4,16	-2,28	-2,30	-4,48	-6,41	-8,50
	240	-9,40	-7,17	-5,31	-3,35	-3,38	-5,19	-7,40	-9,48
	280	-11,85	-9,21	-6,60	-3,93	-3,88	-6,27	-8,45	-10,73

Tabela A.4 – Flechas registradas na direção y da laje L1b

Laje L1b - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,50	-0,34	-0,27	-0,26	-0,20	-0,25	-0,32	-0,53
	80	-1,05	-0,78	-0,57	-0,47	-0,45	-0,58	-0,76	-1,09
	120	-1,80	-1,38	-1,12	-0,69	-0,75	-1,23	-1,60	-1,91
	160	-3,28	-2,35	-1,64	-1,02	-1,10	-2,00	-2,54	-3,15
	200	-4,57	-3,69	-2,54	-1,40	-1,42	-2,70	-3,57	-4,65
	240	-6,28	-4,79	-3,45	-1,93	-2,02	-3,48	-4,62	-6,00
	280	-7,80	-6,05	-4,36	-2,40	-2,38	-4,14	-5,72	-7,40



Tabela A.5 – Flechas registradas na direção x da laje L1c

Laje L1c - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,82	-0,68	-0,55	-0,59	-0,60	-0,70	-0,95	-0,95
	80	-1,35	-0,97	-0,65	-0,57	-0,60	-0,85	-1,17	-1,45
	120	-1,97	-1,53	-1,08	-0,75	-0,80	-1,33	-1,95	-2,42
	160	-2,79	-2,07	-1,45	-1,15	-1,11	-1,90	-2,77	-3,51
	200	-4,22	-3,09	-2,25	-1,35	-1,40	-2,65	-3,85	-4,93
	240	-5,54	-3,99	-2,65	-1,60	-1,65	-3,40	-4,90	-6,33
	280	-6,93	-4,96	-3,47	-1,95	-1,90	-3,90	-5,70	-7,56

Tabela A.6 – Flechas registradas na direção y da laje L1c

Laje L1c - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-2,04	-1,80	-1,40	-0,53	-0,60	-1,19	-1,90	-2,40
	80	-3,05	-2,34	-1,55	-0,77	-0,75	-1,65	-2,82	-3,70
	120	-4,44	-3,19	-2,12	-1,05	-1,05	-2,50	-4,30	-5,62
	160	-6,11	-4,64	-3,10	-1,25	-1,25	-3,35	-5,55	-7,58
	200	-8,35	-5,80	-3,70	-1,30	-1,30	-4,27	-7,00	-9,80
	240	-10,97	-7,35	-4,40	-1,40	-1,41	-5,22	-8,85	-12,15
	280	-12,98	-9,04	-5,25	-1,42	-1,40	-5,82	-9,65	-13,70

Tabela A.7 – Flechas registradas na direção x da laje L2a

Laje L2a - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,92	-0,70	-0,45	-0,05	-0,13	-0,20	-0,39	-0,75
	80	-1,89	-1,46	-0,85	-0,10	-0,27	-0,45	-0,87	-1,60
	120	-2,57	-1,85	-1,25	-0,45	-0,45	-0,88	-1,45	-2,50
	160	-3,62	-2,42	-1,45	-0,65	-0,65	-1,21	-2,25	-3,51
	200	-5,00	-3,35	-1,85	-0,76	-0,75	-1,65	-3,17	-4,77
	240	-7,47	-5,05	-2,70	-0,80	-0,73	-2,68	-4,45	-6,77

Tabela A.8 – Flechas registradas na direção y da laje L2a

Laje L2a - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,23	-0,10	-0,15	-0,05	0,00	-0,05	-0,05	0,00
	80	-3,57	-2,28	-1,26	0,10	-0,08	-1,20	-2,52	-4,33
	120	-6,22	-4,10	-2,35	-0,23	-0,23	-1,93	-4,11	-6,46
	160	-8,85	-5,95	-3,20	-0,43	-0,30	-2,66	-5,70	-9,13
	200	-10,35	-7,08	-3,93	-0,45	-0,45	-3,49	-7,30	-11,15
	240	-15,82	-10,40	-5,61	-0,78	-0,75	-5,95	-10,74	-16,11

Tabela A.9 – Flechas registradas na direção x da laje L2b

Laje L2b - x	Carga	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
	(kN)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-3,39	-2,60	-1,80	-0,75	-0,75	-1,52	-2,32	-3,28
	80	-5,20	-3,74	-2,41	-1,18	-1,25	-3,04	-4,62	-6,15
	120	-5,93	-4,31	-2,76	-1,59	-1,43	-3,65	-5,52	-7,35
	160	-7,07	-4,80	-2,95	-1,68	-1,65	-4,05	-6,32	-8,45
	200	-7,90	-5,93	-3,70	-1,96	-1,90	-4,45	-6,82	-9,15
	240	-9,95	-6,97	-4,20	-1,92	-1,93	-5,10	-7,89	-10,75
	280	-11,95	-8,31	-5,37	-1,98	-1,90	-5,55	-8,87	-12,05
	320	-13,95	-9,93	-6,41	-1,99	-2,08	-6,40	-10,29	-13,90

Tabela A.10 – Flechas registradas na direção y da laje L2b

Laje L2b - y	Carga	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
	(kN)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-1,58	-1,36	-0,96	-0,61	-0,71	-1,02	-1,25	-1,70
	80	-3,34	-2,56	-1,85	-1,26	-1,33	-1,95	-2,85	-3,55
	120	-4,88	-3,44	-2,36	-1,34	-1,55	-2,50	-3,83	-4,77
	160	-6,77	-4,83	-3,07	-1,44	-1,34	-3,20	-5,05	-6,63
	200	-7,97	-5,81	-3,73	-2,05	-2,00	-3,75	-6,05	-7,95
	240	-9,47	-6,80	-4,17	-1,98	-2,20	-4,40	-6,85	-9,05
	280	-10,27	-7,45	-4,76	-2,26	-2,29	-4,95	-7,85	-10,17
	320	-12,07	-8,65	-5,64	-2,55	-2,55	-5,85	-9,12	-11,90

Tabela A.11 – Flechas registradas na direção x da laje L2c

Laje L2c - x	Carga	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
	(kN)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,15	-0,18	-0,17	-0,13	-0,14	-0,30	-0,40	-0,50
	80	-0,55	-0,48	-0,40	-0,28	-0,18	-0,65	-0,90	-1,20
	120	-1,40	-1,08	-0,80	-0,48	-0,30	-1,15	-1,64	-2,25
	160	-2,35	-1,80	-1,25	-0,73	-0,55	-1,60	-2,70	-3,65
	200	-3,15	-2,38	-1,60	-0,88	-0,88	-2,15	-3,45	-4,65
	240	-4,25	-3,18	-2,10	-1,03	-1,00	-2,60	-4,25	-5,74
	280	-5,18	-3,83	-2,52	-1,13	-1,05	-2,98	-4,82	-6,67
	320	-6,55	-4,83	-3,20	-1,20	-1,18	-3,40	-5,45	-7,55

Tabela A.12 – Flechas registradas na direção y da laje L2c

Laje L2c - y	Carga	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
	(kN)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,96	-0,74	-0,55	-0,20	-0,15	-0,40	-0,70	-0,75
	80	-2,51	-1,70	-1,05	-0,30	-0,30	-1,15	-1,75	-2,20
	120	-4,51	-3,05	-1,80	-0,50	-0,43	-1,90	-2,90	-4,00
	160	-6,76	-4,97	-2,80	-0,75	-0,80	-2,75	-4,40	-6,35
	200	-8,61	-6,12	-3,35	-0,95	-0,90	-3,60	-5,95	-8,73
	240	-10,66	-7,30	-3,95	-1,00	-1,10	-4,49	-7,74	-11,15
	280	-12,91	-9,00	-4,97	-1,12	-1,10	-5,50	-9,35	-13,69
	320	-16,21	-11,14	-5,97	-1,30	-1,30	-7,05	-12,19	-17,00

Tabela A.13 – Flechas registradas na direção x da laje L3a

Laje L3a - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,40	-0,42	-0,15	0,14	-0,02	-0,04	-0,15	-0,38
	80	-0,74	-0,60	-0,33	-0,18	-0,14	-0,35	-0,53	-0,96
	120	-0,92	-0,85	-0,60	-0,38	-0,46	-0,61	-0,74	-1,08
	160	-1,40	-1,22	-0,85	-0,53	-0,58	-0,86	-0,95	-1,29
	200	-2,60	-2,14	-1,43	-0,76	-0,78	-1,50	-2,06	-2,62
	240	-6,92	-4,90	-2,94	-1,40	-1,37	-3,01	-4,66	-6,98

Tabela A.14 – Flechas registradas na direção y da laje L3a

Laje L3a - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-1,91	-1,63	-1,06	-0,60	-0,69	-1,01	-1,96	-2,98
	80	-3,88	-2,85	-2,03	-1,12	-1,16	-2,39	-4,25	-6,35
	120	-5,88	-4,25	-2,38	-1,16	-1,29	-3,39	-6,20	-9,35
	160	-8,98	-6,20	-3,42	-1,31	-1,44	-4,39	-8,28	-12,45
	200	-14,20	-9,90	-5,60	-2,00	-1,89	-6,15	-11,05	-16,45
	240	-18,73	-13,67	-8,54	-3,50	-3,54	-8,10	-13,56	-18,95

Tabela A.15 – Flechas registradas na direção x da laje L3b

Laje L3b - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-1,53	-1,16	-1,00	-0,67	-0,68	-1,13	-1,58	-2,03
	80	-3,19	-2,63	-1,99	-1,15	-1,26	-2,33	-3,24	-4,38
	120	-4,55	-3,79	-2,99	-1,72	-1,68	-3,41	-5,45	-6,63
	160	-6,19	-4,71	-3,43	-2,16	-2,06	-4,38	-6,85	-8,97
	200	-7,93	-5,94	-4,22	-2,48	-2,41	-5,11	-8,00	-10,89
	240	-9,85	-7,09	-4,83	-2,62	-2,66	-5,95	-9,15	-12,29
	280	-12,06	-8,45	-5,37	-2,72	-2,71	-6,53	-10,55	-13,69
	320	-14,48	-10,85	-6,80	-2,97	-2,96	-7,54	-11,62	-15,50
	360	-17,76	-13,00	-8,16	-3,32	-3,26	-8,93	-13,44	-18,05
	400	-19,40	-14,24	-9,33	-4,08	-3,97	-9,63	-14,95	-19,84

Tabela A.16 – Flechas registradas na direção y da laje L3b

Laje L3b - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-2,27	-1,65	-1,15	-0,43	-0,30	-0,77	-1,30	-2,33
	80	-2,85	-2,10	-1,28	-0,59	-0,57	-1,35	-2,07	-2,98
	120	-3,30	-2,40	-1,62	-0,91	-0,90	-1,76	-2,72	-3,58
	160	-3,95	-3,08	-2,16	-1,43	-1,20	-2,35	-3,35	-4,38
	200	-4,99	-3,84	-2,85	-1,48	-1,35	-2,59	-3,97	-5,05
	240	-6,05	-4,65	-3,04	-1,47	-1,40	-2,75	-4,35	-6,08
	280	-7,35	-5,45	-3,34	-1,48	-1,50	-2,98	-4,85	-7,23
	320	-8,65	-6,20	-3,80	-1,78	-1,63	-3,42	-5,85	-8,38
	360	-10,30	-7,20	-4,34	-1,85	-1,75	-3,95	-6,75	-9,83
	400	-11,67	-8,16	-5,12	-1,90	-1,80	-4,35	-7,85	-11,13

Tabela A.17 – Flechas registradas na direção  $x$  da laje L3c

Laje L3c - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,25	-0,25	-0,20	-0,25	-0,17	-0,20	-0,25	-0,32
	80	-1,10	-0,95	-0,80	-0,45	-0,50	-0,55	-0,50	-0,69
	120	-2,15	-1,85	-1,25	-0,75	-0,75	-0,75	-1,05	-1,27
	160	-3,30	-2,67	-1,80	-1,05	-0,95	-1,45	-2,00	-2,67
	200	-4,20	-3,30	-2,20	-1,19	-1,23	-1,73	-2,53	-3,62
	240	-5,05	-3,80	-2,43	-1,30	-1,17	-2,20	-3,50	-4,92
	280	-5,85	-4,30	-2,80	-1,35	-1,25	-2,65	-4,35	-6,17
	320	-7,25	-5,30	-3,45	-1,45	-1,37	-3,30	-5,44	-7,72

Tabela A.18 – Flechas registradas na direção  $y$  da laje L3c

Laje L3c - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-1,25	-0,86	-0,65	-0,32	-0,35	-0,40	-0,58	-0,80
	80	-3,25	-2,30	-1,45	-0,60	-0,70	-1,65	-2,73	-3,75
	120	-5,45	-3,80	-2,30	-0,85	-0,90	-2,35	-3,98	-5,55
	160	-7,75	-5,50	-3,40	-1,05	-1,10	-3,50	-5,88	-7,85
	200	-9,70	-6,80	-4,10	-1,20	-1,20	-4,37	-7,33	-10,25
	240	-12,30	-8,70	-5,00	-1,35	-1,35	-5,25	-8,88	-12,25
	280	-14,05	-9,72	-5,50	-1,50	-1,55	-6,05	-10,38	-14,32
	320	-16,80	-11,65	-6,70	-1,55	-1,55	-6,95	-12,63	-17,75

Tabela A.19 – Flechas registradas na direção  $x$  da laje L4a

Laje L4a - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-1,62	-1,42	-1,15	-0,90	-0,90	-1,23	-1,50	-1,57
	80	-2,24	-1,89	-1,70	-1,46	-1,50	-2,03	-2,37	-2,70
	120	-2,85	-2,44	-2,17	-1,70	-1,64	-2,38	-2,93	-3,27
	160	-3,43	-2,88	-2,50	-1,95	-1,80	-2,78	-3,41	-3,96
	200	-4,58	-3,92	-3,23	-2,45	-2,35	-3,36	-4,26	-5,10
	240	-5,25	-4,15	-3,30	-2,47	-2,40	-3,58	-4,51	-5,57

Tabela A.20 – Flechas registradas na direção  $y$  da laje L4a

Laje L4a - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-3,15	-2,61	-1,85	-1,04	-1,10	-2,25	-3,25	-4,25
	80	-6,26	-4,85	-3,42	-1,90	-1,95	-3,75	-5,70	-7,78
	120	-8,71	-6,41	-4,24	-2,02	-2,10	-4,90	-8,05	-11,10
	160	-11,46	-8,46	-5,35	-2,32	-2,35	-6,05	-10,12	-14,23
	200	-16,32	-11,50	-6,82	-2,81	-2,75	-7,50	-12,82	-17,82
	240	-18,70	-13,55	-8,02	-2,82	-2,85	-8,30	-13,88	-19,16

Tabela A.21 – Flechas registradas na direção x da laje L4b

Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
40	-0,17	-0,17	-0,16	-0,24	-0,24	-0,35	-0,47	-0,56
80	-1,24	-0,98	-0,73	-0,47	-0,49	-0,85	-1,25	-1,58
120	-2,46	-1,96	-1,49	-0,81	-0,77	-1,50	-2,25	-3,03
160	-3,85	-2,80	-1,92	-1,07	-1,05	-2,12	-3,30	-4,43
200	-5,19	-3,85	-2,47	-1,27	-1,32	-2,75	-4,17	-5,76
240	-6,82	-4,62	-3,09	-1,38	-1,47	-3,38	-5,20	-7,18
280	-7,97	-5,49	-3,48	-1,63	-1,67	-4,05	-6,29	-8,83
320	-10,26	-6,98	-4,27	-1,98	-2,00	-4,90	-7,72	-10,73
360	-12,82	-8,97	-5,46	-2,27	-2,27	-5,85	-9,25	-12,93

Tabela A.22 – Flechas registradas na direção y da laje L4b

Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
40	-0,18	-0,15	-0,12	-0,20	-0,25	-0,23	-0,30	-0,35
80	-0,78	-0,62	-0,55	-0,35	-0,35	-0,53	-0,74	-1,00
120	-1,53	-1,09	-0,95	-0,68	-0,65	-1,13	-1,52	-2,00
160	-2,23	-1,57	-1,28	-0,75	-0,81	-1,73	-2,48	-3,10
200	-3,43	-2,47	-1,60	-1,10	-1,05	-2,38	-3,42	-4,40
240	-4,41	-3,23	-1,92	-1,25	-1,18	-2,95	-4,26	-5,35
280	-5,76	-4,01	-2,49	-1,30	-1,35	-3,36	-5,10	-6,60
320	-7,22	-4,92	-3,02	-1,42	-1,42	-3,90	-6,04	-8,00
360	-9,01	-6,42	-3,84	-1,50	-1,50	-4,59	-7,30	-9,55

Tabela A.23 – Flechas registradas na direção x da laje L4c

Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
40	-0,28	-0,25	-0,15	-0,15	-0,40	-0,35	-0,40	-0,35
80	-1,25	-0,84	-0,70	-0,45	-0,60	-0,65	-0,60	-0,60
120	-2,10	-1,65	-1,20	-0,65	-0,62	-0,90	-1,00	-1,15
160	-2,95	-2,27	-1,60	-0,75	-0,80	-1,30	-1,65	-2,10
200	-3,80	-2,96	-2,00	-0,95	-0,90	-1,60	-2,15	-2,90
240	-4,90	-3,85	-2,55	-1,17	-1,02	-1,95	-2,85	-3,85
280	-6,00	-4,61	-3,20	-1,45	-1,40	-2,55	-3,65	-5,00
320	-7,25	-5,50	-3,80	-1,65	-1,65	-3,05	-4,45	-6,15
360	-8,31	-6,27	-4,30	-1,80	-1,70	-3,60	-5,35	-7,45

Tabela A.24 – Flechas registradas na direção y da laje L4c

Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
40	-0,60	-0,50	-0,20	-0,35	-0,35	-0,55	-0,85	-1,10
80	-2,85	-1,75	-1,10	-0,76	-0,75	-1,55	-2,60	-3,50
120	-4,50	-3,10	-2,10	-1,11	-1,05	-2,40	-3,90	-5,40
160	-6,05	-4,20	-2,65	-1,36	-1,35	-3,32	-5,50	-7,65
200	-8,00	-5,60	-3,25	-1,43	-1,47	-3,95	-6,55	-9,15
240	-10,50	-7,05	-4,10	-1,55	-1,55	-4,47	-7,65	-10,80
280	-11,91	-8,40	-5,00	-1,74	-1,75	-5,50	-9,15	-12,90
320	-13,98	-9,82	-5,92	-1,82	-1,85	-6,45	-10,65	-15,05
360	-15,62	-11,25	-6,50	-1,82	-1,90	-7,10	-11,55	-16,37

Tabela A.25 – Flechas registradas na direção  $x$  da laje L5a

Laje L5a - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,50	-0,50	-0,42	-0,35	-0,35	-0,30	-0,36	-0,35
	80	-1,62	-1,31	-1,00	-0,58	-0,55	-0,37	-0,41	-0,55
	120	-2,70	-1,97	-1,40	-0,68	-0,61	-0,49	-0,55	-0,57
	160	-3,25	-2,15	-1,55	-0,88	-0,92	-0,62	-1,06	-1,40
	200	-3,90	-2,90	-2,15	-1,45	-1,39	-1,32	-1,99	-2,65
	240	-4,73	-3,58	-2,59	-1,65	-1,59	-2,02	-2,81	-3,85
	280	-8,27	-6,20	-4,30	-2,45	-2,42	-3,72	-4,91	-6,35

Tabela A.26 – Flechas registradas na direção  $y$  da laje L5a

Laje L5a - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-1,40	-0,88	-0,76	-0,30	-0,35	-0,65	-0,90	-0,97
	80	-4,50	-3,38	-2,20	-0,66	-0,70	-1,70	-2,85	-3,60
	120	-7,85	-5,18	-3,12	-0,95	-0,95	-2,56	-4,73	-6,25
	160	-10,20	-7,28	-4,28	-1,28	-1,33	-3,68	-6,70	-9,15
	200	-12,35	-9,18	-5,67	-1,88	-1,90	-5,00	-8,78	-12,47
	240	-16,90	-12,03	-7,08	-2,38	-2,40	-6,60	-11,13	-16,45
	280	-29,65	-21,13	-12,47	-4,50	-4,45	-12,25	-20,95	-29,70

Tabela A.27 – Flechas registradas na direção  $x$  da laje L5b

Laje L5b - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,80	-0,28	-0,05	-0,02	-0,10	-0,04	-0,10	-0,05
	80	-1,00	-0,50	-0,10	-0,04	-0,06	-0,13	-0,15	-0,10
	120	-1,67	-0,70	-0,15	-0,07	0,02	-0,25	-0,20	-0,25
	160	-1,63	-0,72	-0,20	-0,07	0,04	-0,30	-0,35	-0,53
	200	-2,05	-0,90	-0,30	-0,07	0,05	-0,40	-1,40	-2,00
	240	-2,45	-1,18	-0,40	-0,07	0,07	-0,72	-2,10	-3,20
	280	-2,95	-1,65	-0,58	-0,08	0,10	-1,18	-2,95	-4,40
	320	-3,35	-2,15	-0,85	-0,14	0,13	-1,65	-3,49	-5,32
	360	-4,35	-2,75	-1,20	-0,15	0,15	-2,10	-4,20	-6,45
	400	-6,79	-4,25	-2,20	-0,19	-0,10	-2,58	-5,38	-8,10

Tabela A.28 – Flechas registradas na direção  $y$  da laje L5b

Laje L5b - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,23	-0,20	-0,10	-0,15	-0,13	-0,07	0,05	-0,10
	80	-0,43	-0,40	-0,23	-0,45	-0,45	-0,22	-0,10	-0,50
	120	-1,75	-1,08	-0,70	-0,50	-0,47	-0,27	-0,65	-1,30
	160	-2,49	-1,75	-1,00	-0,55	-0,50	-0,37	-1,10	-1,82
	200	-3,28	-2,51	-1,44	-0,18	-0,53	-0,77	-1,73	-2,91
	240	-3,95	-2,89	-1,67	-0,20	-0,60	-1,12	-2,48	-4,00
	280	-4,84	-3,46	-1,98	-0,22	-0,61	-1,45	-3,10	-4,88
	320	-5,95	-4,34	-2,48	-0,38	-0,62	-1,67	-3,33	-5,43
	360	-7,36	-5,15	-2,78	-0,50	-0,70	-2,07	-4,20	-6,42
	400	-8,55	-5,98	-3,38	-0,80	-0,75	-2,67	-5,00	-7,45

Tabela A.29 – Flechas registradas na direção  $x$  da laje L5c

Laje L5c - x	Carga (kN)	DG4	DG3	DG2	DG1	DG5	DG6	DG7	DG8
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,69	-0,55	-0,52	-0,54	-0,50	-0,75	-0,80	-0,75
	80	-1,38	-0,95	-0,76	-0,74	-0,80	-1,05	-1,15	-1,20
	120	-2,16	-1,80	-1,69	-1,54	-1,55	-2,15	-2,55	-2,90
	160	-3,22	-2,35	-2,04	-1,74	-1,75	-2,50	-3,15	-3,80
	200	-4,25	-3,12	-2,50	-1,99	-1,95	-3,10	-4,10	-5,00
	240	-5,15	-3,71	-2,86	-2,04	-2,02	-3,45	-4,75	-5,90
	280	-5,88	-4,32	-3,27	-2,09	-2,10	-3,75	-5,30	-6,90
	320	-6,95	-5,22	-3,52	-2,19	-2,20	-4,05	-5,80	-7,50
	360	-8,08	-5,94	-4,18	-2,33	-2,30	-4,45	-6,55	-8,55
	400	-8,95	-6,78	-4,49	-2,44	-2,45	-4,85	-7,10	-9,50

Tabela A.30 – Flechas registradas na direção  $y$  da laje L5c

Laje L5c - y	Carga (kN)	DG12	DG11	DG10	DG9	DG13	DG14	DG15	DG16
		$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)	$\delta$ (mm)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	-0,35	-0,34	-0,45	-0,40	-0,40	-0,70	-0,90	-1,10
	80	-1,40	-1,20	-1,00	-0,72	-0,75	-1,20	-1,60	-2,10
	120	-2,85	-2,35	-2,00	-1,75	-1,75	-2,65	-3,75	-4,70
	160	-4,30	-3,35	-2,65	-1,84	-1,90	-3,40	-4,95	-6,35
	200	-5,80	-4,40	-3,37	-2,30	-2,25	-4,35	-6,10	-7,78
	240	-7,50	-5,75	-4,20	-2,40	-2,35	-4,95	-7,60	-10,13
	280	-9,65	-7,18	-5,10	-2,50	-2,50	-5,45	-8,60	-11,20
	320	-11,65	-8,35	-5,70	-2,55	-2,55	-6,00	-9,62	-12,72
	360	-13,50	-9,94	-6,30	-2,64	-2,60	-6,76	-10,95	-14,75
	400	-15,60	-11,40	-7,25	-2,65	-2,65	-7,45	-11,85	-16,65

## A.2 – DEFORMAÇÕES DO CONCRETO E DA ARMADURA DE FLEXÃO

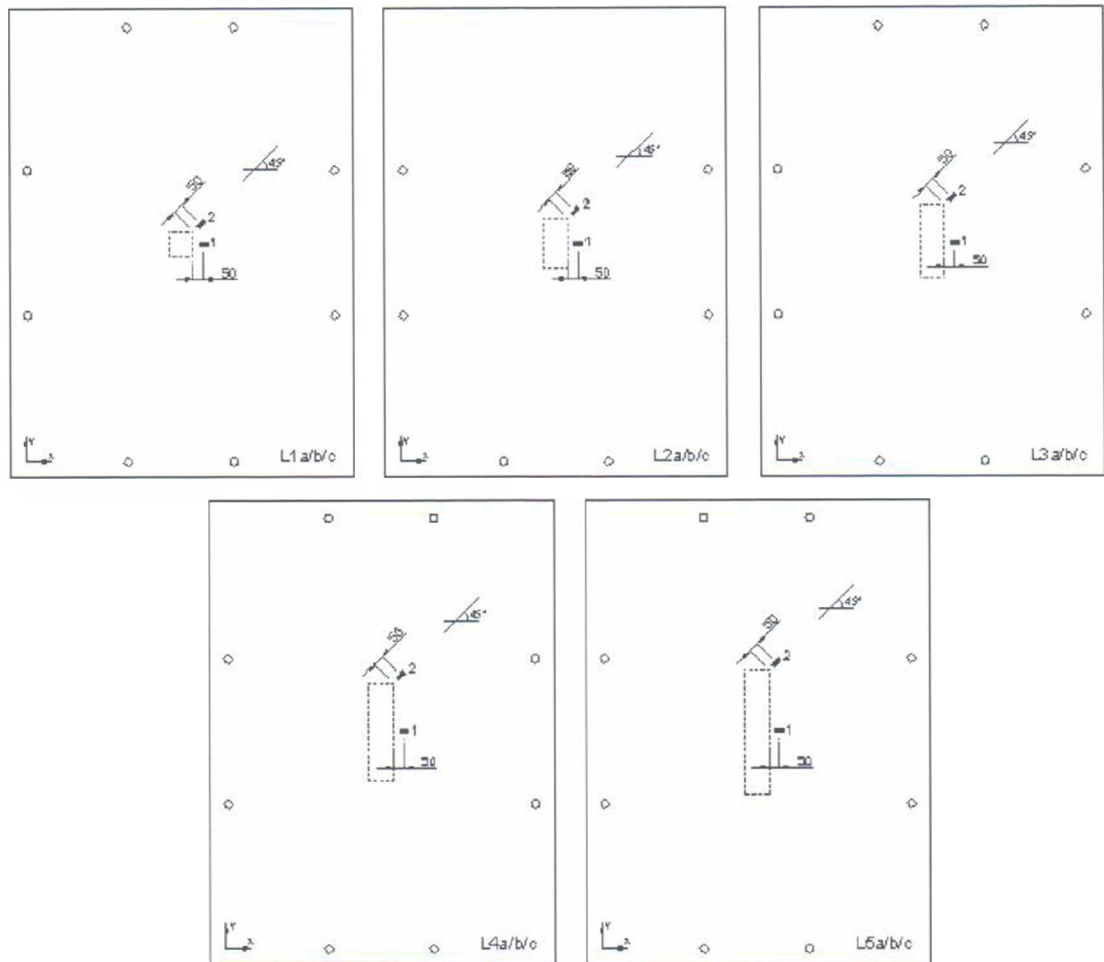


Figura A.2 – Posição dos extensômetros na superfície inferior do concreto (c)

As deformações registradas nos extensômetros 1 e 2, posicionados na superfície inferior do concreto, são apresentadas nas duas últimas colunas das tabelas a seguir e o símbolo (c) indica que correspondem aos mostrados na Figura 2.



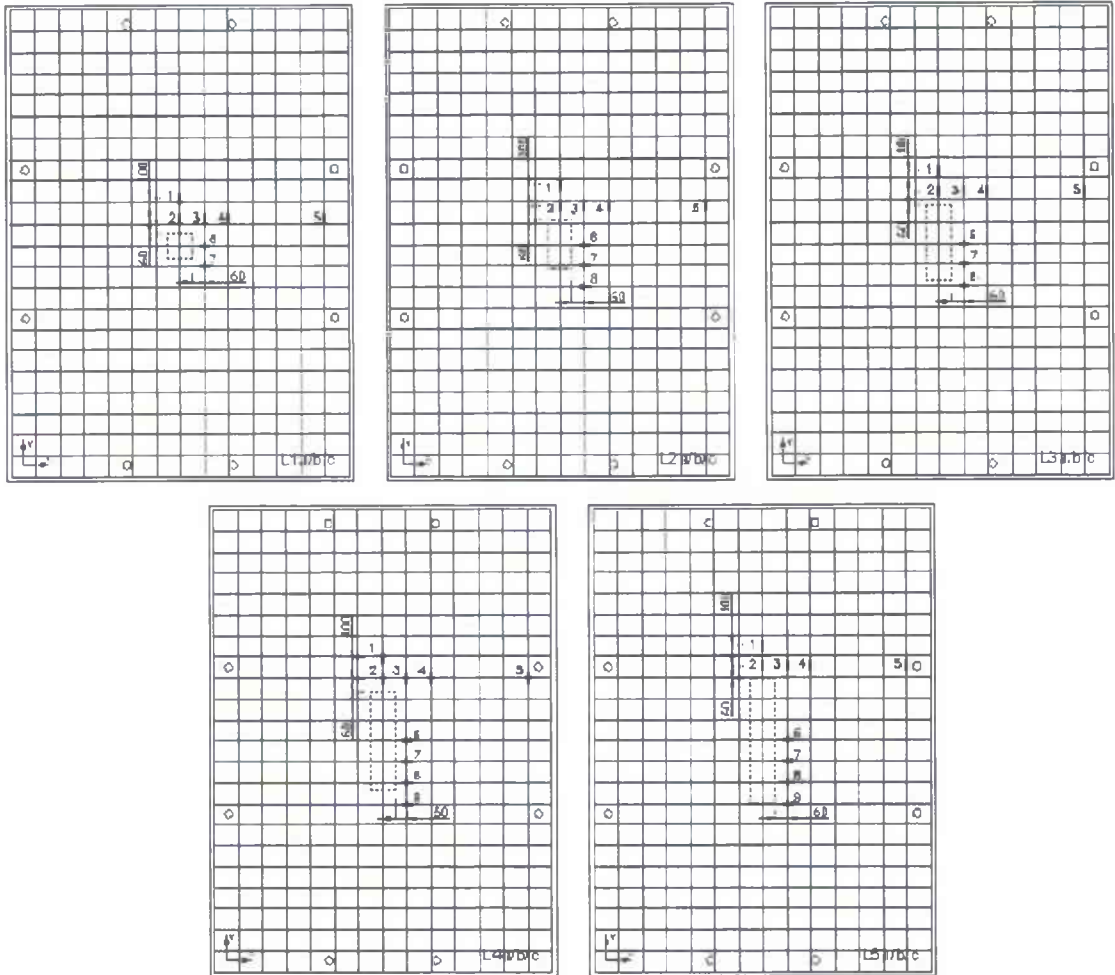


Figura A.3 – Posição dos extensômetros na armadura de flexão

Tabela A.31 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L1a

Laje L1a	Carga (kN)	Deformação (%) no extensômetro										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	-	0,00	0,00
	40	0,64	0,82	0,91	0,83	0,68	0,06	0,18	-	-	-0,15	-0,02
	80	1,19	1,39	1,53	1,50	1,15	0,23	0,38	-	-	-0,23	-0,08
	120	1,98	2,22	2,34	2,33	1,64	0,78	0,76	-	-	-0,29	-0,08
	160	2,75	2,97	3,26	3,16	2,17	1,10	1,12	-	-	-0,34	-0,08
	200	3,44	3,96	7,81	4,59	2,84	1,34	1,48	-	-	-0,38	-0,13
	240	4,10	12,86	13,55	5,60	11,56	1,22	1,36	-	-	-0,19	-0,09

Tabela A.32 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L1b

Laje L1b	Carga (kN)	Deformação (%) no extensômetro										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	-	0,00	0,00
	40	0,00	0,01	0,00	0,01	0,00	0,03	0,04	-	-	-0,06	-0,03
	80	0,01	0,08	0,06	0,02	0,01	0,10	0,11	-	-	-0,12	-0,08
	120	0,20	0,35	0,29	0,44	0,04	0,83	0,91	-	-	-0,21	-0,15
	160	0,58	0,77	0,69	0,71	0,05	1,55	1,66	-	-	-0,28	-0,19
	200	1,07	1,25	1,21	1,09	0,05	2,12	2,20	-	-	-0,34	-0,25
	240	1,42	1,62	1,64	1,39	0,05	2,62	2,73	-	-	-0,39	-0,30
	280	1,84	2,02	2,15	1,75	0,05	3,04	3,22	-	-	-0,44	-0,31

Tabela A.33 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L1c

Laje L1c	Carga (kN)	Deformação (%) no extensômetro										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	-	0,00	0,00
	40	0,03	0,13	0,18	0,18	0,18	0,19	0,07	-	-	-0,04	-0,07
	80	0,50	1,02	1,06	0,91	0,81	0,63	0,24	-	-	-0,06	-0,16
	120	1,18	1,77	1,75	1,57	1,13	1,03	0,83	-	-	-0,09	-0,20
	160	1,71	2,35	2,25	2,10	1,35	1,44	1,27	-	-	-0,13	-0,28
	200	2,33	3,08	2,84	2,66	1,61	1,91	1,79	-	-	-0,21	-0,31
	240	2,78	4,67	3,66	3,34	1,91	2,30	2,11	-	-	-0,23	-0,27
	280	2,95	7,19	5,18	5,02	2,24	2,58	2,35	-	-	-0,29	-0,20

Tabela A.34 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L2a

Laje L2a	Carga (kN)	Deformação (%) no extensômetro										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	0,00	0,00
	40	0,03	0,03	0,03	0,04	0,05	0,02	0,00	0,03	-	0,00	-0,03
	80	0,64	0,99	1,03	1,12	1,09	0,23	0,20	0,28	-	-0,05	-0,19
	120	1,39	1,67	1,86	1,92	1,65	0,58	0,58	0,54	-	-0,11	-0,27
	160	2,15	2,46	2,61	2,61	2,10	0,94	0,92	0,81	-	-0,12	-0,33
	200	2,80	3,17	3,41	3,22	2,60	1,27	1,27	1,09	-	-0,15	-0,37
	240	3,23	3,76	4,11	3,97	3,09	1,53	1,55	1,52	-	-0,25	-0,38

Tabela A.35 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L2b

Carga (kN)	Deformação (%) no extensômetro										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	0,00	0,00
40	0,05	0,07	0,08	0,12	0,09	0,11	0,14	0,08	-	-0,08	-0,06
80	0,20	0,36	0,36	0,47	0,46	0,55	0,55	0,41	-	-0,21	-0,21
120	0,51	0,77	0,77	0,82	0,68	1,13	1,08	0,96	-	-0,32	-0,33
160	0,89	1,20	1,15	1,08	0,76	1,64	1,56	1,43	-	-0,44	-0,42
200	1,20	1,53	1,45	1,30	0,80	2,02	1,95	1,84	-	-0,54	-0,47
240	1,48	1,76	1,68	1,51	0,83	2,41	2,34	2,30	-	-0,64	-0,47
280	1,74	2,09	1,99	1,82	0,86	3,05	2,78	2,74	-	-0,78	-0,41
320	2,09	2,40	2,25	2,13	0,91	15,00	3,37	4,46	-	-0,93	-0,38

Tabela A.36 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L2c

Carga (kN)	Deformação (%) no extensômetro										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	0,00	0,00
40	0,13	0,25	0,21	0,34	0,24	0,10	0,18	0,14	-	-0,15	-0,13
80	0,39	0,64	0,64	0,78	0,61	0,35	0,50	0,38	-	-0,25	-0,24
120	0,80	1,12	1,21	1,22	0,90	0,67	0,93	0,84	-	-0,41	-0,37
160	1,27	1,68	1,79	1,69	1,13	1,02	1,38	1,17	-	-0,54	-0,49
200	1,73	2,16	2,28	2,10	1,34	1,32	1,67	1,51	-	-0,67	-0,59
240	2,19	2,70	2,82	2,59	1,53	1,68	2,11	1,92	-	-0,84	-0,68
280	2,40	6,91	3,20	3,10	1,77	1,96	2,23	2,18	-	-1,00	-0,73
320	2,48	9,79	3,36	5,50	2,15	2,20	2,53	2,22	-	-1,15	-0,71

Tabela A.37 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L3a

Carga (kN)	Deformação (%) no extensômetro										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	0,00	0,00
40	0,19	0,51	0,47	0,53	0,53	0,13	0,07	0,03	-	-0,06	-0,21
80	0,89	1,23	1,10	1,18	1,13	0,38	0,29	0,14	-	-0,20	-0,33
120	1,47	1,99	1,85	1,85	1,62	0,70	0,59	0,43	-	-0,33	-0,45
160	2,05	2,68	2,53	2,68	2,06	1,00	0,84	0,73	-	-0,40	-0,52
200	2,21	2,83	3,74	3,39	2,77	1,41	1,20	1,03	-	-0,54	-0,56
240	2,24	3,14	4,28	4,09	3,50	1,59	1,26	1,00	-	-0,56	-0,80

Tabela A.38 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L3b

Carga (kN)	Deformação (%) no extensômetro										
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	0,00	0,00
40	0,39	0,52	0,69	0,55	0,19	0,58	0,58	0,64	-	-0,22	-0,17
80	0,44	0,66	0,84	0,67	0,23	0,85	0,84	0,91	-	-0,34	-0,23
120	0,50	0,79	0,98	0,81	0,25	1,14	1,18	1,25	-	-0,50	-0,31
160	0,55	0,93	1,07	0,95	0,27	1,51	1,55	1,62	-	-0,66	-0,38
200	0,62	1,01	1,23	1,06	0,30	1,73	1,78	1,84	-	-0,75	-0,42
240	0,80	1,21	1,47	1,26	0,34	2,01	1,60	2,16	-	-0,81	-0,45
280	1,00	1,45	1,74	1,45	0,38	2,42	2,55	2,59	-	-0,99	-0,52
320	1,26	1,74	2,01	1,68	0,40	2,80	3,29	3,08	-	-1,24	-0,54
360	1,63	2,00	2,42	1,96	0,45	3,19	4,12	4,27	-	-1,42	-0,52
400	1,96	2,18	2,57	2,30	0,49	3,73	4,95	5,15	-	-1,60	-1,49

Tabela A.39 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L3c

Carga (kN)	Deformação ( $\epsilon_c$ ) no extensômetro											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)	
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	-	0,00	0,00
40	0,05	0,14	0,18	0,27	0,42	0,13	0,07	0,05	-	-	-0,06	-0,10
80	0,55	0,87	1,11	0,94	0,94	0,36	0,26	0,19	-	-	-0,14	-0,30
120	0,97	1,35	1,62	1,34	1,15	0,68	0,64	0,54	-	-	-0,34	-0,38
160	1,57	1,98	2,16	1,80	1,28	1,20	1,19	1,08	-	-	-0,65	-0,46
200	2,00	2,46	2,56	2,18	1,42	1,58	1,53	1,42	-	-	-0,81	-0,50
240	2,48	3,16	3,29	2,62	1,67	2,00	1,91	1,85	-	-	-1,00	-0,52
280	2,70	10,22	10,84	3,16	1,98	2,35	2,25	2,18	-	-	-1,12	-0,51
320	2,81	15,31	14,05	4,10	2,41	3,91	2,68	2,44	-	-	-1,24	-0,51

Tabela A.40 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L4a

Carga (kN)	Deformação ( $\epsilon_c$ ) no extensômetro											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)	
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
40	0,12	0,52	0,52	0,52	0,52	0,09	0,13	0,13	0,05	-	-0,06	-0,14
80	0,84	1,21	1,05	0,99	1,04	0,29	0,31	0,42	0,22	-	-0,16	-0,31
120	1,44	1,95	1,76	1,71	1,53	0,56	0,55	0,68	0,46	-	-0,27	-0,51
160	2,02	2,62	2,50	2,24	2,00	0,88	0,83	0,88	0,74	-	-0,40	-0,69
200	2,63	3,19	3,41	2,95	2,47	1,13	1,09	1,26	1,03	-	-0,54	-0,80
240	2,85	3,86	4,13	3,46	3,00	1,25	1,26	1,23	1,49	-	-0,59	-0,80

Tabela A.41 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L4b

Carga (kN)	Deformação ( $\epsilon_c$ ) no extensômetro											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)	
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
40	0,00	0,00	0,01	0,01	0,01	0,06	0,05	0,05	0,06	-	-0,06	-0,03
80	0,00	0,00	0,02	0,17	0,05	0,33	0,33	0,27	0,32	-	-0,19	-0,10
120	0,01	0,05	0,14	0,37	0,07	0,81	0,83	0,67	0,69	-	-0,33	-0,21
160	0,08	0,31	0,34	0,61	0,09	1,32	1,34	1,08	1,04	-	-0,45	-0,32
200	0,27	0,59	0,64	0,82	0,11	1,80	1,81	1,51	1,37	-	-0,58	-0,41
240	0,48	0,85	1,02	1,00	0,16	2,23	2,23	1,95	1,77	-	-0,71	-0,48
280	0,68	1,14	1,36	1,23	0,18	2,68	2,64	2,41	2,18	-	-0,88	-0,54
320	0,95	1,45	1,71	1,49	0,21	3,08	3,49	2,87	2,61	-	-1,13	-0,58
360	1,41	1,75	2,06	1,61	0,25	3,47	14,05	10,37	3,78	-	-1,32	-0,56

Tabela A.42 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L4c

Carga (kN)	Deformação ( $\epsilon_c$ ) no extensômetro											
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)	
0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
40	0,06	0,09	0,10	0,14	0,28	0,11	0,06	0,11	0,06	-	-0,08	-0,07
80	0,46	0,84	0,82	0,75	0,79	0,31	0,34	0,29	0,35	-	-0,18	-0,23
120	0,92	1,36	1,31	1,10	1,09	0,68	0,71	0,64	0,68	-	-0,33	-0,37
160	1,38	1,81	1,81	1,54	1,34	1,07	1,13	1,05	1,03	-	-0,51	-0,48
200	1,76	2,15	2,16	1,87	1,52	1,45	1,47	1,42	1,39	-	-0,68	-0,56
240	2,15	2,59	2,54	2,20	1,74	1,88	1,85	1,84	1,81	-	-0,89	-0,69
280	2,59	3,32	3,01	2,60	1,97	2,25	2,19	2,16	2,11	-	-1,08	-0,77
320	2,77	6,27	3,85	3,10	2,25	2,65	2,54	2,53	2,41	-	-1,31	-0,76
360	2,92	8,53	6,01	7,09	2,55	3,27	3,04	2,80	2,68	-	-1,54	-0,70

Tabela A.43 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L5a

Laje L5a	Carga (kN)	Deformação ( $\epsilon$ ) no extensômetro											
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)	
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	0,01	0,06	0,09	0,06	0,15	0,12	0,12	0,06	0,04	-0,06	-0,05	
	80	0,33	0,70	1,03	0,95	0,81	0,25	0,23	0,29	0,24	-0,09	-0,21	
	120	0,83	1,44	1,72	1,43	1,35	0,39	0,45	0,45	0,35	-0,12	-0,31	
	160	1,49	2,12	2,28	1,97	1,80	0,64	0,72	0,65	0,50	-0,19	-0,38	
	200	2,18	2,88	2,91	2,45	2,25	0,86	0,97	0,88	0,71	-0,23	-0,44	
	240	2,50	3,59	3,50	3,34	2,81	1,07	1,17	1,11	0,93	-0,25	-0,47	
	280	2,70	4,63	4,41	4,18	3,58	1,19	1,34	1,30	1,37	-0,20	-0,50	

Tabela A.44 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L5b

Laje L5b	Carga (kN)	Deformação ( $\epsilon$ ) no extensômetro										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	0,01	0,01	0,01	0,01	0,01	0,02	0,03	0,02	0,04	-0,04	-0,03
	80	0,01	0,02	0,02	0,01	0,03	0,04	0,16	0,05	0,08	-0,08	-0,07
	120	0,07	0,14	0,04	0,03	0,06	0,29	0,46	0,28	0,55	-0,22	-0,21
	160	0,19	0,42	0,10	0,28	0,07	0,85	0,90	0,97	0,95	-0,42	-0,37
	200	0,37	0,75	0,21	0,46	0,08	1,22	1,33	1,49	1,32	-0,54	-0,49
	240	0,58	1,08	0,51	0,69	0,09	1,59	1,74	1,97	1,73	-0,66	-0,65
	280	0,81	1,40	0,86	0,93	0,11	1,96	2,15	2,37	2,05	-0,75	-0,76
	320	0,98	1,62	1,14	1,17	0,13	2,32	2,55	2,69	2,46	-0,86	-0,84
	360	1,19	1,90	1,49	1,38	0,21	2,98	3,03	3,59	2,97	-0,99	-0,87
	400	1,49	2,16	1,86	1,73	0,36	3,80	6,55	6,60	4,29	-1,03	-0,88

Tabela A.45 – Deformações do concreto e da armadura de flexão da laje L5c

Laje L5c	Carga (kN)	Deformação ( $\epsilon$ ) no extensômetro										
		1	2	3	4	5	6	7	8	9	1 (c)	2 (c)
	0	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
	40	0,00	0,00	0,01	0,01	0,04	0,03	0,03	0,04	0,02	-0,05	-0,03
	80	0,01	0,01	0,01	0,01	0,08	0,07	0,04	0,04	0,10	-0,06	-0,07
	120	0,02	0,12	0,43	0,33	0,46	0,39	0,66	0,41	0,48	-0,16	-0,12
	160	0,15	0,53	0,95	0,81	0,69	0,81	1,04	0,93	0,88	-0,25	-0,28
	200	0,57	1,04	1,34	1,19	0,92	1,27	1,54	1,38	1,18	-0,40	-0,38
	240	0,98	1,55	1,67	1,47	1,05	1,61	1,99	1,76	1,60	-0,56	-0,44
	280	1,36	1,94	1,98	1,73	1,25	1,91	2,35	2,16	1,99	-0,69	-0,47
	320	1,84	2,36	2,27	1,97	1,39	2,24	2,71	2,52	2,35	-0,82	-0,50
	360	2,26	2,83	2,62	2,27	1,55	2,58	3,97	4,56	2,75	-0,94	-0,52
	400	2,66	3,47	6,58	2,61	1,77	3,66	8,44	10,47	11,41	-1,06	-0,53

### A.3 – PROPRIEDADES MECÂNICAS DO CONCRETO

Tabela A.46 – Resistência à compressão

Lajes			Ensaio de compressão axial			
Ident.	Idade (dias)	Ruptura (kN)	Ident. CP	Ruptura (kN)	Tensão (MPa)	$f_c$ (MPa)
L1a	175	234	1	980	55,5	57,2
			2	850	48,1	
			3	1200	67,9	
L1b	176	322	1	1150	65,1	59,2
			2	940	53,2	
			3	1050	59,4	
L1c	193	318	1	970	54,9	59,4
			2	1100	62,2	
			3	1080	61,1	
L2a	177	246	1	1000	56,6	58,5
			2	950	53,8	
			3	1150	65,1	
L2b	101	361	1	990	56,0	57,7
			2	1030	58,3	
			3	1040	58,9	
L2c	114	331	1	1020	57,7	57,0
			2	1000	56,6	
			3	1000	56,6	
L3a	102	241	1	980	55,5	56,0
			2	1020	57,7	
			3	970	54,9	
L3b	103	400	1	1120	63,4	59,4
			2	1050	59,4	
			3	980	55,5	
L3c	90	358	1	975	55,2	54,2
			2	940	53,2	
			3	960	54,3	
L4a	83	251	1	1010	57,2	55,8
			2	1000	56,6	
			3	950	53,8	
L4b	84	395	1	800	45,3	54,3
			2	1140	64,5	
			3	940	53,2	
L4c	91	404	1	980	55,5	56,0
			2	1030	58,3	
			3	960	54,3	
L5a	76	287	1	890	50,4	57,2
			2	890	50,4	
			3	1250	70,7	
L5b	77	426	1	1190	67,3	67,0
			2	1210	68,5	
			3	1150	65,1	
L5c	82	446	1	1160	65,6	63,0
			2	1180	66,8	
			3	1000	56,6	

Tabela A.47 – Resistência à tração

Lajes			Ensaio de compressão diametral			
Ident.	Idade (dias)	Ruptura (kN)	Ident. CP	Ruptura (kN)	Tensão (MPa)	$f_{ct}^*$ (MPa)
L1a	175	234	1	420	5,94	5,92
			2	450	6,37	
			3	385	5,45	
L1b	176	322	1	370	5,23	5,47
			2	360	5,09	
			3	430	6,08	
L1c	193	318	1	400	5,66	5,59
			2	390	5,52	
			3	395	5,59	
L2a	177	246	1	395	5,59	5,94
			2	430	6,08	
			3	435	6,15	
L2b	101	361	1	400	5,66	5,64
			2	410	5,80	
			3	385	5,45	
L2c	114	331	1	410	5,80	5,66
			2	415	5,87	
			3	375	5,31	
L3a	102	241	1	380	5,38	5,66
			2	430	6,08	
			3	390	5,52	
L3b	103	400	1	425	6,01	5,78
			2	365	5,16	
			3	435	6,15	
L3c	90	358	1	305	4,31	3,32
			2	205	2,90	
			3	195	2,76	
L4a	83	251	1	295	4,17	3,54
			2	225	3,18	
			3	230	3,25	
L4b	84	395	1	215	3,04	3,91
			2	290	4,10	
			3	325	4,60	
L4c	91	404	1	335	4,74	4,72
			2	340	4,81	
			3	325	4,60	
L5a	76	287	1	340	4,81	4,53
			2	280	3,96	
			3	340	4,81	
L5b	77	426	1	365	5,16	5,19
			2	385	5,45	
			3	350	4,95	
L5c	82	446	1	315	4,46	4,64
			2	345	4,88	
			3	325	4,60	

Tabela A.48 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L1a

Módulo de elasticidade = 37,4 GPa												
Laje L1a												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 980 kN				CP 2: Ruptura = 850 kN				CP 3: Ruptura = 1200 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4,64	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09
9,28	1,10	1,25	1,18	0,22	0,80	1,40	1,10	0,21	1,25	1,15	1,20	0,23
13,92	1,70	2,10	1,90	0,36	1,40	2,35	1,88	0,35	2,10	1,70	1,90	0,36
18,56	2,30	2,90	2,60	0,49	1,80	3,20	2,50	0,47	2,80	2,30	2,55	0,48
23,20	3,00	3,70	3,35	0,63	2,40	4,20	3,30	0,62	3,60	2,80	3,20	0,60
27,84	3,60	4,50	4,05	0,76	2,80	5,00	3,90	0,73	4,30	3,40	3,85	0,72
32,48	4,10	5,20	4,65	0,87	3,50	5,80	4,65	0,87	5,00	4,00	4,50	0,85
37,12	4,90	6,10	5,50	1,03	4,00	6,70	5,35	1,01	5,90	4,70	5,30	1,00

Tabela A.49 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L1b

Módulo de elasticidade = 37,9 GPa												
Laje L1b												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 1150 kN				CP 2: Ruptura = 940 kN				CP 3: Ruptura = 1050 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4,64	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09
9,28	1,20	1,20	1,20	0,23	0,60	1,40	1,00	0,19	1,30	1,10	1,20	0,23
13,92	1,60	2,00	1,80	0,34	1,20	2,40	1,80	0,34	2,20	1,60	1,90	0,36
18,56	2,50	2,60	2,60	0,49	1,60	3,20	2,40	0,45	3,00	2,20	2,60	0,49
23,20	3,10	3,80	3,50	0,66	2,30	4,20	3,25	0,61	3,50	2,70	3,10	0,58
27,84	3,80	4,00	3,90	0,73	2,90	5,00	3,95	0,74	4,00	3,20	3,60	0,68
32,48	4,00	5,10	4,60	0,87	3,60	5,80	4,70	0,88	5,00	3,90	4,45	0,84
37,12	4,60	6,00	5,30	1,00	4,20	6,70	5,45	1,03	5,60	4,50	5,05	0,95

Tabela A.50 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L1c

Módulo de elasticidade = 34,4 GPa												
Laje L1c												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 970 kN				CP 2: Ruptura = 1100 kN				CP 3: Ruptura = 1080 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4,64	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09
9,28	1,20	1,30	1,25	0,24	0,80	1,20	1,00	0,19	1,10	1,20	1,15	0,22
13,92	1,80	2,30	2,05	0,39	1,40	2,30	1,85	0,35	2,20	1,90	2,05	0,39
18,56	2,20	3,30	2,75	0,52	2,10	3,20	2,65	0,50	2,60	2,50	2,55	0,48
23,20	3,20	3,90	3,55	0,67	3,50	4,30	3,90	0,73	3,50	3,10	3,30	0,62
27,84	3,70	4,50	4,10	0,77	3,20	5,20	4,20	0,79	4,30	3,80	4,05	0,76
32,48	4,00	5,00	4,50	0,85	4,60	6,00	5,30	1,00	5,40	4,50	4,95	0,93
37,12	5,50	6,80	6,15	1,16	5,90	7,20	6,50	1,22	6,60	6,00	6,30	1,19



Tabela A.51 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L2a

Módulo de elasticidade = 37,1 GPa												
Laje L2a												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 1000 kN				CP 2: Ruptura = 950 kN				CP 3: Ruptura = 1150 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
4,64	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09
9,28	0,70	1,10	0,90	0,17	1,20	0,80	1,00	0,19	1,10	0,70	0,90	0,17
13,92	1,50	2,00	1,75	0,33	1,40	1,70	1,55	0,29	2,00	1,50	1,75	0,33
18,56	2,40	2,60	2,50	0,47	2,20	3,00	2,60	0,49	2,70	1,90	2,30	0,43
23,20	3,30	4,00	3,65	0,69	2,80	4,10	3,45	0,65	3,20	2,60	2,90	0,55
27,84	4,00	4,50	4,25	0,80	3,20	5,00	4,10	0,77	4,20	3,50	3,85	0,72
32,48	5,00	5,10	5,05	0,95	4,30	6,00	5,15	0,97	4,90	4,30	4,60	0,87
37,12	5,40	6,20	5,80	1,09	5,00	7,00	6,00	1,13	6,00	6,40	6,20	1,17

Tabela A.52 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L2b

Módulo de elasticidade = 28,5 GPa												
Laje L2b												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 990 kN				CP 2: Ruptura = 1030 kN				CP 3: Ruptura = 1040 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,38	0,70	0,70	0,70	0,13	0,70	0,70	0,70	0,13	0,70	0,70	0,70	0,13
10,75	1,70	1,90	1,80	0,34	1,50	1,90	1,70	0,32	1,90	1,60	1,75	0,33
16,13	2,70	3,30	3,00	0,56	2,40	3,10	2,75	0,52	2,90	2,60	2,75	0,52
21,50	3,80	4,70	4,25	0,80	3,40	4,50	3,95	0,74	4,10	3,70	3,90	0,73
26,88	4,70	5,80	5,25	0,99	4,40	5,60	5,00	0,94	5,20	4,70	4,95	0,93
32,26	5,70	7,30	6,50	1,22	5,50	7,20	6,35	1,19	6,40	5,80	6,10	1,15
37,63	7,00	8,90	7,95	1,50	6,40	8,50	7,45	1,40	7,70	7,00	7,35	1,38
43,01	8,50	10,70	9,60	1,81	7,50	10,70	9,10	1,71	9,20	8,20	8,70	1,64

Tabela A.53 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L2c

Módulo de elasticidade = 29,5 GPa												
Laje L2c												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 1020 kN				CP 2: Ruptura = 1000 kN				CP 3: Ruptura = 1000 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,38	0,70	0,70	0,70	0,13	0,70	0,70	0,70	0,13	0,70	0,70	0,70	0,13
10,75	1,50	1,80	1,65	0,31	1,40	1,80	1,60	0,30	1,40	1,50	1,45	0,27
16,13	2,30	3,00	2,65	0,50	2,30	3,00	2,65	0,50	2,50	2,40	2,45	0,46
21,50	4,00	3,80	3,90	0,73	3,20	4,70	3,95	0,74	3,70	3,80	3,75	0,71
26,88	4,80	5,60	5,20	0,98	4,30	5,80	5,05	0,95	5,00	4,90	4,95	0,93
32,26	5,80	6,40	6,10	1,15	5,80	7,30	6,55	1,23	6,30	6,00	6,15	1,16
37,63	6,50	7,20	6,85	1,29	6,70	8,20	7,45	1,40	7,10	7,80	7,45	1,40
43,01	7,60	8,50	8,05	1,51	8,10	9,80	8,95	1,68	9,40	8,90	9,15	1,72

Tabela A.54 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L3a

Módulo de elasticidade = 30,7 GPa												
Laje L3a												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 980 kN				CP 2: Ruptura = 1020 kN				CP 3: Ruptura = 970 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,38	0,70	0,70	0,70	0,13	0,70	0,70	0,70	0,13	0,70	0,70	0,70	0,13
10,75	1,90	2,10	2,00	0,38	1,40	1,50	1,45	0,27	1,60	1,00	1,30	0,24
16,13	2,00	3,40	2,70	0,51	2,30	3,00	2,65	0,50	2,70	2,10	2,40	0,45
21,50	3,20	4,90	4,05	0,76	3,60	4,20	3,90	0,73	3,80	2,80	3,30	0,62
26,88	4,10	6,30	5,20	0,98	4,90	5,10	5,00	0,94	4,50	4,60	4,55	0,86
32,26	5,30	7,50	6,40	1,20	5,60	6,40	6,00	1,13	5,90	6,40	6,15	1,16
37,63	6,50	9,20	7,85	1,48	6,70	7,60	7,15	1,35	6,50	7,00	6,75	1,27
43,01	9,60	10,70	10,15	1,91	7,90	8,90	8,40	1,58	8,70	9,10	8,90	1,67

Tabela A.55 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L3b

Módulo de elasticidade = 32,1 GPa												
Laje L3b												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 1120 kN				CP 2: Ruptura = 1050 kN				CP 3: Ruptura = 980 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,38	0,70	0,70	0,70	0,13	0,70	0,70	0,70	0,13	0,70	0,70	0,70	0,13
10,75	1,20	1,50	1,35	0,25	1,40	1,80	1,60	0,30	1,20	1,60	1,40	0,26
16,13	2,20	3,20	2,70	0,51	2,30	2,00	2,15	0,40	2,60	2,40	2,50	0,47
21,50	3,50	4,30	3,90	0,73	2,80	3,20	3,00	0,56	3,10	3,80	3,45	0,65
26,88	4,10	5,60	4,85	0,91	4,00	4,30	4,15	0,78	4,80	4,90	4,85	0,91
32,26	5,20	6,40	5,80	1,09	5,70	5,20	5,45	1,03	5,30	5,70	5,50	1,03
37,63	6,30	7,00	6,65	1,25	6,30	7,80	7,05	1,33	6,90	6,80	6,85	1,29
43,01	7,40	8,60	8,00	1,51	7,00	8,80	7,90	1,49	7,80	8,00	7,90	1,49

Tabela A.56 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L3c

Módulo de elasticidade = 31,9 GPa												
Laje L3c												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 975 kN				CP 2: Ruptura = 940 kN				CP 3: Ruptura = 960 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,60	0,60	0,60	0,11	0,50	0,50	0,50	0,09
10,19	1,40	1,50	1,45	0,27	1,50	1,70	1,60	0,30	1,40	1,40	1,40	0,26
15,28	2,20	2,50	2,35	0,44	2,40	2,70	2,55	0,48	2,30	2,30	2,30	0,43
20,37	3,10	3,40	3,25	0,61	3,30	3,70	3,50	0,66	3,20	3,20	3,20	0,60
25,46	3,90	4,50	4,20	0,79	4,10	4,80	4,45	0,84	4,20	4,10	4,15	0,78
30,56	4,80	5,60	5,20	0,98	5,00	5,90	5,45	1,03	5,10	5,10	5,10	0,96
35,65	5,80	6,70	6,25	1,18	5,80	6,90	6,35	1,19	6,00	6,00	6,00	1,13
40,74	6,80	7,80	7,30	1,37	7,00	8,10	7,55	1,42	7,00	7,10	7,05	1,33

Tabela A.57 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L4a

Módulo de elasticidade = 31,4 GPa												
Laje L4a												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 1010 kN				CP 2: Ruptura = 1000 kN				CP 3: Ruptura = 950 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon_c$	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon_c$	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon_c$
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,60	0,60	0,60	0,11
10,19	1,20	1,40	1,30	0,24	1,30	1,20	1,25	0,24	1,20	1,40	1,30	0,24
15,28	2,40	2,60	2,50	0,47	2,20	2,60	2,40	0,45	2,00	2,30	2,15	0,40
20,37	3,00	3,20	3,10	0,58	3,00	3,80	3,40	0,64	3,10	3,20	3,15	0,59
25,46	4,00	4,50	4,25	0,80	4,10	5,00	4,55	0,86	4,40	4,90	4,65	0,87
30,56	5,00	5,70	5,35	1,01	5,20	6,00	5,60	1,05	5,50	5,80	5,65	1,06
35,65	6,10	6,80	6,45	1,21	6,40	7,20	6,80	1,28	6,30	6,80	6,55	1,23
40,74	7,00	7,80	7,40	1,39	7,50	8,00	7,75	1,46	7,00	8,10	7,55	1,42

Tabela A.58 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L4b

Módulo de elasticidade = 32,4 GPa												
Laje L4b												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 800 kN				CP 2: Ruptura = 1140 kN				CP 3: Ruptura = 940 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon_c$	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon_c$	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon_c$
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09
10,19	1,30	1,20	1,25	0,24	1,10	1,20	1,15	0,22	1,40	1,60	1,50	0,28
15,28	2,30	2,40	2,35	0,44	2,30	2,40	2,35	0,44	2,00	2,30	2,15	0,40
20,37	2,80	3,00	2,90	0,55	3,40	3,90	3,65	0,69	2,80	3,40	3,10	0,58
25,46	4,00	4,50	4,25	0,80	4,30	5,00	4,65	0,87	4,00	4,10	4,05	0,76
30,56	5,10	5,80	5,45	1,03	5,60	6,30	5,95	1,12	5,40	6,00	5,70	1,07
35,65	6,60	7,10	6,85	1,29	6,60	7,00	6,80	1,28	6,70	7,20	6,95	1,31
40,74	7,80	8,00	7,90	1,49	7,50	8,50	8,00	1,51	7,40	8,70	8,05	1,51

Tabela A.59 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L4c

Módulo de elasticidade = 34,4 GPa												
Laje L4c												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 980 kN				CP 2: Ruptura = 1030 kN				CP 3: Ruptura = 960 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon_c$	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon_c$	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon_c$
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,70	0,70	0,70	0,13	0,70	0,70	0,70	0,13
10,19	1,50	1,70	1,60	0,30	1,00	1,20	1,10	0,21	1,30	1,40	1,35	0,25
15,28	2,20	2,50	2,35	0,44	2,20	2,50	2,35	0,44	1,70	2,00	1,85	0,35
20,37	2,90	3,10	3,00	0,56	3,00	3,60	3,30	0,62	2,40	3,00	2,70	0,51
25,46	3,70	4,10	3,90	0,73	4,10	4,70	4,40	0,83	3,60	4,00	3,80	0,71
30,56	4,80	5,00	4,90	0,92	5,30	6,50	5,90	1,11	4,60	4,20	4,40	0,83
35,65	6,00	6,90	6,45	1,21	6,20	7,20	6,70	1,26	5,30	6,30	5,80	1,09
40,74	7,20	8,00	7,60	1,43	7,40	8,00	7,70	1,45	7,00	8,00	7,50	1,41

Tabela A.60 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L5a

Módulo de elasticidade = 33,8 GPa												
Laje L5a												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 890 kN				CP 2: Ruptura = 890 kN				CP 3: Ruptura = 1250 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,21	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09	0,50	0,50	0,50	0,09
10,41	1,50	1,50	1,50	0,28	1,30	1,50	1,40	0,26	1,40	1,40	1,40	0,26
15,62	2,40	2,60	2,50	0,47	2,50	2,70	2,60	0,49	1,80	1,70	1,75	0,33
20,82	3,00	3,70	3,35	0,63	3,30	4,20	3,75	0,71	2,20	3,10	2,65	0,50
26,03	3,60	4,60	4,10	0,77	4,00	5,20	4,60	0,87	3,60	4,00	3,80	0,71
31,24	4,50	5,50	5,00	0,94	5,50	6,70	6,10	1,15	4,70	5,40	5,05	0,95
36,44	6,20	7,40	6,80	1,28	6,00	7,50	6,75	1,27	6,00	7,10	6,55	1,23
41,65	7,80	9,00	8,40	1,58	7,10	8,60	7,85	1,48	7,60	8,30	7,95	1,50

Tabela A.61 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L5b

Módulo de elasticidade = 35,4 GPa												
Laje L5b												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 1190 kN				CP 2: Ruptura = 1210 kN				CP 3: Ruptura = 1150 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,21	0,50	0,50	0,50	0,09	0,60	0,60	0,60	0,11	0,60	0,60	0,60	0,11
10,41	1,20	1,40	1,30	0,24	1,50	1,10	1,30	0,24	1,10	1,70	1,40	0,26
15,62	1,90	2,30	2,10	0,40	2,50	1,80	2,15	0,40	1,90	2,80	2,35	0,44
20,82	2,60	3,40	3,00	0,56	3,50	2,60	3,05	0,57	2,50	3,80	3,15	0,59
26,03	3,20	4,40	3,80	0,71	4,60	3,30	3,95	0,74	3,10	4,90	4,00	0,75
31,24	4,00	5,40	4,70	0,88	5,60	4,00	4,80	0,90	3,80	5,80	4,80	0,90
36,44	4,70	6,30	5,50	1,03	6,70	4,70	5,70	1,07	4,40	6,80	5,60	1,05
41,65	5,40	7,30	6,35	1,19	8,00	5,50	6,75	1,27	5,10	7,90	6,50	1,22

Tabela A.62 – Módulo de elasticidade do concreto da laje L5c

Módulo de elasticidade = 34,0 GPa												
Laje L5c												
Carga (MPa)	CP 1: Ruptura = 1160 kN				CP 2: Ruptura = 1180 kN				CP 3: Ruptura = 1000 kN			
	Deformação				Deformação				Deformação			
	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)	Leitura 1	Leitura 2	Média	$\epsilon$ (%)
0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
5,21	0,50	0,50	0,50	0,09	0,70	0,70	0,70	0,13	0,60	0,60	0,60	0,11
10,41	1,40	1,50	1,45	0,27	1,50	1,40	1,45	0,27	1,60	1,80	1,70	0,32
15,62	1,70	1,80	1,75	0,33	2,40	1,70	2,05	0,39	2,50	2,70	2,60	0,49
20,82	2,30	2,50	2,40	0,45	3,80	2,50	3,15	0,59	3,40	4,20	3,80	0,71
26,03	3,40	4,10	3,75	0,71	4,40	3,00	3,70	0,70	4,20	5,40	4,80	0,90
31,24	4,20	5,80	5,00	0,94	5,40	4,10	4,75	0,89	4,60	5,60	5,10	0,96
36,44	5,00	6,20	5,60	1,05	6,60	4,80	5,70	1,07	5,10	6,50	5,80	1,09
41,65	5,60	7,00	6,30	1,19	7,90	6,00	6,95	1,31	6,50	7,50	7,00	1,32

## B – ESTIMATIVAS DE RESISTÊNCIA

### B.1 – APLICAÇÃO DA TEORIA DAS LINHAS DE RUPTURA

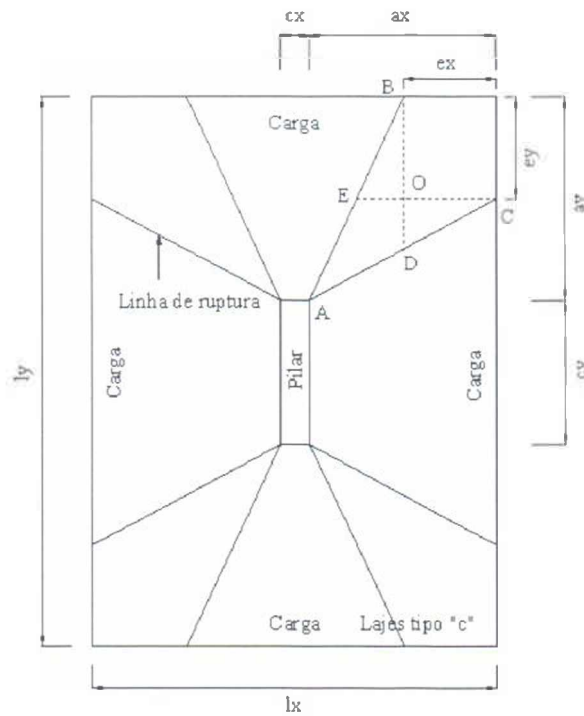


Figura B.1 – Laje em duas direções com pilar retangular

$$\overline{OE} = (a_x - e_x) \cdot \frac{e_y}{a_y}$$

$$\overline{OD} = (a_y - e_y) \cdot \frac{e_x}{a_x}$$

$$\overline{CE} = \left(1 - \frac{e_y}{a_y}\right) + \left(a_x \cdot \frac{e_y}{a_y}\right)$$

$$\overline{BD} = \left(1 - \frac{e_x}{a_x}\right) + \left(a_y \cdot \frac{e_x}{a_x}\right)$$

Aplicando-se um deslocamento unitário em A e mantendo os pontos B e C fixos, e

considerando a inclinação  $D = \frac{e_x}{a_x}$  e em  $E = \frac{e_y}{a_y}$ , obtêm-se:

$$\text{Inclinação de } \overline{BD} = \frac{\frac{e_x}{a_x}}{e_y \cdot \left(1 - \frac{e_x}{a_x}\right) + \left(a_y \cdot \frac{e_x}{a_x}\right)} = \frac{1}{e_y \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1\right) + a_y} = \theta_{\overline{BD}}$$

$$\text{Inclinação de } \overline{CE} = \frac{\frac{e_y}{a_y}}{e_x \cdot \left(1 - \frac{e_y}{a_y}\right) + \left(a_x \cdot \frac{e_y}{a_y}\right)} = \frac{1}{e_x \cdot \left(\frac{a_y}{e_y} - 1\right) + a_x} = \theta_{\overline{CE}}$$

Considerando o trabalho interno realizado no deslocamento da laje como  $W_i = W_{iy} + W_{ix}$ , sendo  $W_{iy}$  correspondendo à armadura de flexão na direção “y”, com momento de plastificação  $m_y$ , e  $W_{ix}$  correspondendo à armadura de flexão na direção “x”, com momento de plastificação  $m_x$ .

$$W_{iy} = m_y \cdot \left[ 2 \cdot \frac{1}{a_y} \cdot c_x + 4 \cdot \frac{1}{a_y} \cdot (a_x - e_x) + 4 \cdot \frac{e_x}{e_y \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1\right) + a_y} \right]$$

$$W_{ix} = 2 \cdot m_x \cdot \left[ \frac{c_x + 2 \cdot a_x}{a_y} - \frac{2 \cdot e_x}{a_x} \cdot \frac{a_x}{a_y} + 2 \cdot \frac{a_x}{a_y} \cdot \frac{\frac{e_x}{a_x}}{1 + \frac{e_y}{a_y} \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1\right)} \right]$$

$$W_{iy} = 2 \cdot m_y \cdot \left[ \frac{l_x}{a_y} - 2 \cdot \frac{a_x}{a_y} \cdot \frac{e_x}{a_x} \cdot \frac{\frac{e_y}{a_y} \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1\right)}{1 + \frac{e_y}{a_y} \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1\right)} \right]$$

Fazendo  $f_x = \frac{e_x}{a_y} \cdot \frac{\frac{e_x}{a_x} \cdot \left(\frac{a_y}{e_y} - 1\right)}{1 + \frac{e_x}{a_x} \cdot \left(\frac{a_y}{e_y} - 1\right)}$ ,  $f_y = \frac{e_x}{a_x} \cdot \frac{\frac{e_y}{a_y} \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1\right)}{1 + \frac{e_y}{a_y} \cdot \left(\frac{a_x}{e_x} - 1\right)}$  e  $m_{un} = m_x = m_y$ , a resistência

da laje à flexão pode ser estimada por  $P_{pl} = 2 \cdot m_{un} \cdot \left[ \frac{l_x}{a_y} + \frac{l_y}{a_x} - 2 \cdot \left( \frac{a_y}{a_x} \cdot f_x + \frac{a_x}{a_y} \cdot f_y \right) \right]$ .

**B.2 – EXEMPLO DE APLICAÇÃO DA ANÁLISE PROPOSTA POR REGAN E REZAI-JORABI (1988)**

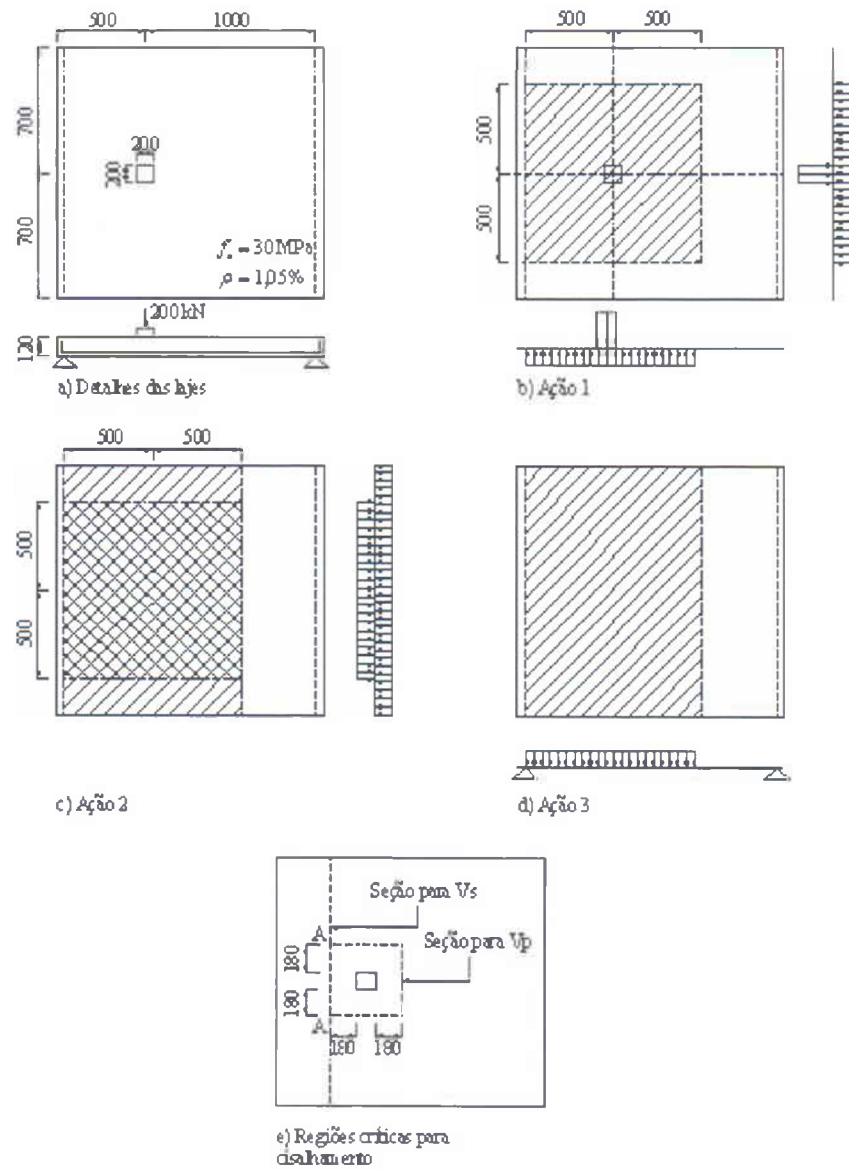


Figura B.2 – Exemplo de aplicação da proposta de Regan e Rezaei-Jorabi

Na região crítica AA da Figura 1e, o cisalhamento causado pela ação 1 é:

$$200 \cdot \frac{1,0^2 - 0,56^2}{1,0^2} \cdot \frac{1}{2,24} = 61,28 \text{ kN/m}$$

E a tensão de cisalhamento primária nominal correspondente é:

$$v_p = \frac{61,28}{120} = 0,51 \text{ N/mm}^2$$

A ação 2 não contribui para o cisalhamento na seção AA, enquanto que a ação 3 fornece:

$$200 \cdot 0,446 \cdot \frac{1}{1,4} = 63,71 \text{ kN/m}$$

Assim, a tensão de cisalhamento secundária nominal é dada por:

$$v_s = \frac{63,71}{120} = 0,53 \text{ N/mm}^2$$

A tensão de cisalhamento nominal total é então,  $v_p + v_s = 1,04 \text{ N/mm}^2$ .

A resistência ao cisalhamento por unidade de comprimento de acordo com a BS 8110 é

$0,29 \cdot \sqrt[3]{1,05 \cdot 30} \cdot \sqrt{\frac{400}{120}} = 1,24 \text{ N/mm}^2$ . Esta resistência estimada é maior que  $v_p + v_s$ , logo a

resistência ao cisalhamento da laje é adequada.



## B.3 – RESISTÊNCIA ESTIMADA PELAS NORMAS ANALISADAS

### B.3.1 – Exemplos de aplicação das expressões normativas

A laje L3b foi tomada como exemplo para aplicação das recomendações normativas para se estimar a resistência de lajes cogumelo maciças ao puncionamento simétrico. Os principais dados da laje encontram-se logo abaixo.

$$c_{\min} = 120 \text{ mm}, c_{\max} = 360 \text{ mm}, d = 107 \text{ mm}, \rho = 1,09\% \text{ e } f_c' = 60 \text{ MPa}.$$

#### B.3.1.1 – ACI 318/02

$$V = 0,335 \cdot \alpha \cdot \sqrt{f_c'} \cdot u_1 \cdot d = 0,335 \cdot 0,83 \cdot \sqrt{60} \cdot 1388 \cdot 107 = 320 \text{ kN}$$

$$\text{Sendo } \alpha < \begin{cases} 0,5 + \frac{c_{\min}}{c_{\max}} = 0,83 \\ 0,5 + 10 \cdot \frac{d}{u_1} = 1,27 \\ 1 \end{cases}$$

$$u_1 = 2 \cdot c_{\max} + 2 \cdot c_{\min} + 4 \cdot d = 1388 \text{ mm}$$

#### B.3.1.2 – BS 8110/97

$$V = 0,29 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c')^{1/3} \cdot (400/d)^{1/4} \cdot u_1 \cdot d =$$

$$= 0,29 \cdot (100 \cdot 0,0109 \cdot 60)^{1/3} \cdot (400/107)^{1/4} \cdot 2244 \cdot 107 = 391 \text{ kN}$$

$$u_1 = 2 \cdot c_{max} + 2 \cdot c_{min} + 12 \cdot d = 2244 \text{ mm}$$

### B.3.1.3 – CEB-MC90/93

$$V = 1,5 \cdot 0,12 \cdot (100 \cdot \rho \cdot f_c')^{1/3} \cdot (1 + \sqrt{(200/d)}) \cdot u_1 \cdot d =$$

$$V = 1,5 \cdot 0,12 \cdot (100 \cdot 0,0109 \cdot 60)^{1/3} \cdot (1 + \sqrt{(200/107)}) \cdot 2305 \cdot 107 = 423 \text{ kN}$$

$$u_1 = 2 \cdot c_{max} + 2 \cdot c_{min} + 4 \cdot \pi \cdot d = 2305 \text{ mm}$$

### B.3.1.4 – EC2/92

$$V = 0,25 \cdot 0,21 \cdot (f_{ck}^{2/3}) \cdot (1,6 - \frac{d}{1000}) \cdot (1,2 + 40 \cdot \rho) \cdot u_1 \cdot d =$$

$$= 0,0525 \cdot (60)^{2/3} \cdot (1,6 - \frac{107}{1000}) \cdot (1,2 + 40 \cdot 0,0109) \cdot 1728 \cdot 107 = 363 \text{ kN}$$

$$u_1 = 2 \cdot a_1 + 2 \cdot b_1 + 3 \cdot \pi \cdot d = 1728 \text{ mm}$$

$$b_1 < \begin{cases} c_{min} = 120 \text{ mm} \\ 2,8 \cdot d = 299,6 \text{ mm} \end{cases}$$

$$a_1 < \begin{cases} c_{max} = 360 \text{ mm} \\ 2 \cdot c_{min} = 240 \text{ mm} \\ 5,6 \cdot d - b_1 = 479,2 \text{ mm} \end{cases}$$

Tabela B.1 – Estimativas de resistência para as lajes apresentadas

Autor	Laje	$\frac{c_{\text{máx}}}{c_{\text{mín}}}$	$\frac{c_{\text{máx}}}{d}$	V (kN)					
				ACI	BS8110	MC90	EC2	NB1/78	NB1/03
1	L1a	1,00	1,12	245	302	329	302	211	333
	L1b	1,00	1,11	252	309	337	313	217	340
	L1c	1,00	1,12	249	306	333	310	215	337
	L2a	2,00	2,20	320	352	382	364	282	386
	L2b	2,00	2,26	308	342	371	351	272	376
	L2c	2,00	2,24	309	343	373	351	273	377
	L3a	3,00	3,33	313	386	417	351	336	422
	L3b	3,00	3,36	320	391	423	363	344	428
	L3c	3,00	3,40	299	374	405	335	322	410
	L4a	4,00	4,44	330	427	461	351	336	466
	L4b	4,00	4,53	316	414	447	335	322	452
	L4c	4,00	4,49	326	423	457	347	332	462
	L5a	5,00	5,56	356	471	507	355	339	512
	L5b	5,00	5,56	386	497	535	396	368	541
	L5c	5,00	5,50	379	491	528	384	361	534
2	1	1,00	2,60	367	397	428	345	332	433
	2	2,00	3,46	342	379	408	314	309	413
	3	3,00	3,90	314	404	435	310	341	440
	4	4,33	4,22	271	400	431	269	271	435
	5	3,00	3,90	288	382	411	276	312	415
	6	3,00	3,90	265	361	388	284	287	393
	7	3,00	3,90	283	345	371	253	307	375
	8	4,33	4,11	258	350	377	231	257	381
	9	2,00	2,53	308	317	343	279	274	346
3	14R	1,33	1,27	98	141	155	109	84	157
	15R	1,50	1,90	119	156	172	123	105	174
	19R	1,50	1,90	116	153	168	118	102	170
4	B1	1,00	1,26	108	173	177	124	104	179
	B2	1,00	1,19	117	163	168	127	112	170
	C1	1,00	1,19	450	608	616	481	432	623
	C2	1,00	1,19	447	538	545	448	429	551
	S1	1,00	1,29	5088	4456	4672	3720	4885	4724

Tabela B.1 (Cont.) – Estimativas de resistência para as lajes apresentadas

Autor	Laje	$\frac{c_{\text{máx}}}{c_{\text{mín}}}$	$\frac{c_{\text{máx}}}{d}$	V (kN)					
				ACI	BS8110	MC90	EC2	NB1/78	NB1/03
5	OC11	1,00	1,90	257	355	385	311	229	389
	OC13	3,00	5,59	362	493	531	380	398	536
	OC15	5,00	9,73	427	630	676	382	401	684
	OC13 <sub>a=1,60</sub>	3,00	5,47	357	489	526	369	392	532
	C11F22	1,00	1,61	498	643	691	589	439	699
	C13F22	3,00	4,84	673	859	916	702	736	927
	C15F22	5,00	7,81	809	1115	1183	728	762	1197
	C13F11	3,00	4,72	694	765	816	634	758	825
6	2	1,00	1,26	96	167	171	94	98	173
	3	1,00	1,32	101	159	162	99	92	164
	4	1,00	1,27	102	166	169	100	97	171
	10	12,00	2,88	90	184	200	92	74	202
	11	3,86	4,82	215	270	291	163	221	294
	12	2,43	3,15	192	222	240	155	188	243
7	A7	1,00	2,22	300	450	486	383	269	491
	A8	1,00	3,11	336	482	519	384	306	525
	A2a	1,00	2,22	269	352	380	331	186	384
	A2b	1,00	2,22	275	397	428	340	223	433
	A2c	1,00	2,22	281	493	532	350	308	538
	A7b	1,00	2,22	297	447	482	377	266	488
	A5	1,00	3,11	379	522	562	450	345	568
8	DT1	1,00	0,79	569	732	791	713	481	799
	BD2	1,00	0,99	176	253	276	223	151	279
	BD8	1,00	0,99	161	238	260	198	138	263
9	1	5,00	6,25	138	214	234	113	131	236
	2	5,00	6,25	137	213	232	112	130	235
	3	5,00	6,25	131	207	225	105	124	228
	4	1,00	3,75	190	209	228	156	174	231
10	1	1,00	1,39	247	347	351	306	237	355
	2	1,00	1,39	254	353	357	317	244	360
	4	1,00	1,39	256	382	386	338	245	390

Tabela B.1 (Cont.) – Estimativas de resistência para as lajes apresentadas

Autor	Laje	$\frac{c_{\text{máx}}}{c_{\text{mín}}}$	$\frac{c_{\text{máx}}}{d}$	V (kN)					
				ACI	BS8110	MC90	EC2	NB1/78	NB1/03
11	L42	2,00	2,88	535	601	645	587	478	652
	L42a	2,00	2,44	610	670	718	629	542	726
	L45	3,00	3,90	614	746	798	646	666	807
	L46	4,00	4,88	683	862	919	664	696	930
	L41	1,67	1,80	420	523	564	505	368	570
	L41a	1,67	1,52	496	599	646	564	430	653
	L43	3,00	2,74	526	685	734	586	560	743
	L44	4,00	3,66	559	758	811	599	569	820
12	1	1,00	2,00	47	64	91	56	50	92
	2	1,00	2,00	44	77	109	65	46	110
	3	1,00	2,98	54	69	97	57	58	99
	4	1,00	2,98	50	83	116	65	53	118
	5	1,00	3,98	58	73	102	55	63	103
	6	1,00	3,98	77	111	155	101	83	157
	7	1,00	4,98	78	95	134	83	93	135
	8	1,00	4,98	78	119	167	104	92	169
	9	1,00	5,98	94	114	160	107	119	161
	10	1,00	5,98	91	141	197	130	116	199
	11	1,00	6,98	101	126	177	119	136	179
	12	1,00	6,98	96	154	215	141	129	217
	13	1,00	7,96	103	134	187	122	145	189
	14	1,00	7,96	102	168	234	153	144	237

Observação:

- 1 – Presente trabalho
- 2 – Hawkins *et al.* (1971)
- 3 – Regan e Rezai-Jorabi (1988)
- 4 – Nylander e Sundquist (1972)
- 5 – Leong e Teng (2000)
- 6 – Forssel e Holmberg (1946)

- 7 – Elstner e Hognestad (1956)
- 8 – Regan (1983)
- 9 – Al-Yousif e Regan (2003)
- 10 – Mahmood (1978)
- 11 – Borges (2002)
- 12 – Mowrer e Vanderbilt (1967)