

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

**CONTRIBUIÇÃO DA ARMADURA DE PELE NA  
RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO NA  
FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO  
ARMADO**

**ANA LÚCIA CARRIJO ADORNO**

**ORIENTADOR: JOÃO CARLOS TEATINI DE SOUZA CLÍMACO**

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM ESTRUTURAS  
PUBLICAÇÃO: E.DM 005A/96**

**BRASÍLIA/DF: SETEMBRO DE 1996**

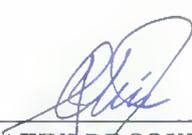
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA  
FACULDADE DE TECNOLOGIA  
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL

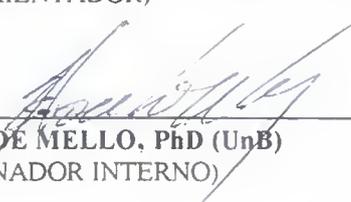
**CONTRIBUIÇÃO DA ARMADURA DE PELE NA  
RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO NA  
FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO  
ARMADO**

**ANA LÚCIA CARRIJO ADORNO**

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE.

APROVADA POR:

  
\_\_\_\_\_  
**JOÃO CARLOS TEATINI DE SOUZA CLÍMACO, PhD (UnB)**  
(ORIENTADOR)

  
\_\_\_\_\_  
**ELDON LONDE MELLO, PhD (UnB)**  
(EXAMINADOR INTERNO)

  
\_\_\_\_\_  
**LIDIA DA CONCEIÇÃO DOMINGUES SHEHATA, PhD (UFF, COPPE - UFRJ)**  
(EXAMINADOR EXTERNO)

BRASÍLIA/DF, 2 de SETEMBRO de 1996

## FICHA CATALOGRÁFICA

ADORNO, ANA LUCIA CARRIJO

Contribuição da Armadura de Pele na Resistência ao Cisalhamento na Flexão em Vigas de Concreto Armado [Distrito Federal] 1996.

xx, 158p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Estruturas, 1996).

Dissertação de Mestrado - Universidade de Brasília.  
Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil.

1. Concreto Armado	2. Cisalhamento na flexão
3. Armadura de Pele	4. Armadura de cisalhamento
I. ENC/FT/UnB	II - Título (série)

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

ADORNO, A. L. C., 1996. Contribuição da Armadura de Pele na Resistência ao Cisalhamento na Flexão em Vigas de Concreto Armado. Dissertação de Mestrado, Publicação E.DM 005A/96, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 158p.

## CESSÃO DE DIREITOS

**NOME DO AUTOR:** Ana Lúcia Carrijo Adorno

**TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO:** Contribuição da Armadura de Pele na Resistência ao Cisalhamento na Flexão em Vigas de Concreto Armado

**GRAU/ANO:** Mestre/1996

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

---

Ana Lúcia Carrijo Adorno  
Rua Arlindo Costa, nº 140 - Bairro Jundiáí  
CEP: 75113-200 - Anápolis/GO - Brasil

## AGRADECIMENTOS

Ao Professor João Carlos Teatini de Souza Clímaco, pela orientação segura, efetiva e dedicada, pelas valiosas sugestões apresentadas e estímulo constante durante o desenvolvimento deste trabalho.

Aos professores do Mestrado em Estruturas da Universidade de Brasília, pelo interesse e apoio sempre inegados.

Aos colegas do Mestrado em Estruturas da UnB, pela convivência e amizade constantes.

Aos técnicos do Departamento de Engenharia Civil da UnB, em especial ao Gilson, Leonardo, Severino e Xavier, pela valiosa colaboração na realização dos ensaios.

Aos professores Alberto Vilela Chaer, da UCG e Ronaldo Barros, da UFG, pelo estímulo e apoio.

Ao CNPq, pelo auxílio financeiro.

Aos amigos Sonia e Welis, pelo carinho com o qual me receberam em Brasília.

Aos meus pais e minha irmã que têm me apoiado e auxiliado desde há muito tempo.

Ao Senhor, meu Deus e Pai.

## RESUMO

As disposições correntes da norma brasileira para o projeto de estruturas de concreto armado (NB-1) e de outros códigos, como o MC-90 (CEB-FIP, 1991), EC2 (Eurocode, 1991), BS8110 (BS, 1985) e ACI 318M-83 (1984), indicam para o dimensionamento ao cisalhamento na flexão apenas três possibilidades de disposição da armadura: armadura transversal constituída por estribos verticais ou inclinados e armadura transversal composta por estribos e barras dobradas da armadura de flexão. Nenhuma delas considera uma possível contribuição na capacidade resistente ao esforço cortante de uma armadura longitudinal de pele, eventualmente existente. Segundo disposições de várias normas, as barras longitudinais laterais, chamadas “armadura de pele”, podem ser consideradas no cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento na torção, sendo obrigatória sua colocação em vigas altas ( $d \geq 60 \text{ cm}$ , segundo a NB-1/78), para controlar abertura das fissuras na alma.

Este trabalho apresenta resultados de pesquisas desenvolvidas no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Brasília, onde se evidencia a contribuição da armadura de pele na capacidade resistente ao cisalhamento na flexão, e um estudo específico sobre a influência da variação da taxa de armadura transversal sobre a mencionada contribuição, por meio do ensaio à ruptura de onze vigas de concreto armado.

Dos resultados dos programas experimentais, constatou-se que a armadura de pele altera substancialmente o comportamento estrutural das vigas de concreto armado, tanto em relação à carga última quanto aos modos de ruptura. Verificou-se ainda que para valores de  $a/d$  (distância da carga ao apoio/altura útil) acima de 3,2 e da taxa de estribos verticais ( $\rho_w$ ) acima de 0,3%, diminui a contribuição da armadura de pele sobre a capacidade resistente ao cisalhamento na flexão de vigas de concreto armado.

## ABSTRACT

Design provisions given by the Brazilian Code NB-1 (ABNT, 1978) for concrete structures and other standards, such as MC-90 (CEB-FIP, 1991), EC2 (Eurocode, 1991), BS8110 (BS, 1985) and ACI 318M-83 (1984), consider three possibilities for shear reinforcement in bending: vertical stirrups, inclined stirrups and stirrups plus bent bars from the main tension reinforcement. None of these codes include a possible contribution in the shear resistance of horizontal web steel as shear reinforcement for reinforced concrete members. According to most code requirements, these longitudinal bars can be taken into account to the shear resistance in torsion and they must be provided in beams with large effective depths, higher than 60 cm, according NB-1, to control web cracks width.

This work presents results of research developed at the Structures Laboratory of the University of Brasília Civil Department, which provide evidence of contribution of this called “skin reinforcement” in the shear resistance of reinforced concrete beams in bending. An specific investigation was conducted and eleven beams were tested to failure to examine the influence of the amount of vertical stirrups on the mentioned contribution.

From the experimental programme, emerged the conclusion that the horizontal web steel changes substantially the behaviour of reinforced concrete beams, concerning the ultimate load and failure mode. Results indicate that for values of  $a/d$  (shear span/ effective depth) above 3,2 and for ratios of vertical stirrups ( $\rho_w$ ) higher than 0,3% decreases the contribution of the horizontal web reinforcement to the shear resistance of reinforced concrete beams in bending.

# ÍNDICE

Capítulo	Página
<b>1 - INTRODUÇÃO</b>	1
<b>2 - RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO NA FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO</b>	4
2.1 - VIGAS SEM ARMADURA TRANSVERSAL	4
2.1.1 - Preliminares	4
2.1.2 - Comportamento da viga antes do aparecimento da fissura de cisalhamento	4
2.1.3 - Comportamento da viga após o aparecimento da primeira fissura de cisalhamento	7
2.2 - VIGAS COM ARMADURA TRANSVERSAL	11
2.2.1 - Histórico	11
2.2.2 - Prescrições normativas quanto ao cálculo da armadura de cisalhamento na flexão	16
2.2.2.1 - Prescrições da NB-1/1978	16
2.2.2.2 - Prescrições do ACI 318M-83	18
2.2.2.3 - Prescrições da BS 8110 : 1985	22
2.2.2.4 - Prescrições do CEB-FIP MC 90	26
2.2.2.5 - Prescrições do Eurocode 2	31
2.2.2.6 - Prescrições do texto base para a revisão da NB-1/1978	39
<b>3 - RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA LONGITUDINAL DE PELE</b>	42
3.1 - PROGRAMAS EXPERIMENTAIS DE PESQUISA DESENVOLVIDOS NA UnB	42

3.1.1 - Descrição	42
3.1.2 - Capacidade resistente à flexão e ao cisalhamento	47
3.1.2.1 - Formulação da NB-1/78 para cálculo da capacidade resistente à flexão e ao cisalhamento de vigas de concreto armado	47
3.1.2.2 - Capacidade resistente das vigas-teste	60
3.1.3 - Resultados dos programas experimentais de pesquisa	67
3.2 - PROGRAMAS EXPERIMENTAIS DE PESQUISA DESENVOLVIDOS POR KUCHLER (1984) E DESAI (1992)	72
3.3 - ANÁLISE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA LONGITUDINAL DE PELE PELO MODELO BIELA-TIRANTE VIA MÍNIMA NORMA EUCLIDIANA	76
3.3.1 - Preliminares	76
3.3.2 - Estudo da contribuição da armadura de pele ao esforço cortante	77
<b>4 - PROGRAMA EXPERIMENTAL</b>	<b>85</b>
4.1 - PRELIMINARES	85
4.2 - DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO	86
4.2.1 - Dimensionamento	86
4.2.2 - Detalhamento	89
4.3 - MATERIAIS	92
4.3.1 - Aço	92
4.3.2 - Concreto	94
4.4 - ESQUEMA DE ENSAIO	95
4.5 - INSTRUMENTAÇÃO	95
<b>5 - ANÁLISE DOS RESULTADOS</b>	<b>100</b>
5.1 - PRELIMINARES	100
5.2 - MODO DE RUPTURA DAS VIGAS ENSAIADAS	101
5.2.1 - Preliminares	101
5.2.2 - Descrição dos modos de ruptura	102
5.3 - VERIFICAÇÃO DA CARGA DE FISSURA DE CISALHAMENTO	112
5.4 - TENSÃO DE COMPRESSÃO NA BIELA DE CONCRETO	119

5.5 - FLECHAS	125
5.6 - DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS	136
5.7 - INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA TRANSVERSAL	142
5.8 - PROPOSTA DE CRITÉRIO PARA AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO NA FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE PELE	144
5.8.1 - Preliminares	144
5.8.2 - Proposta de cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento na flexão em função da taxa de armadura transversal	145
5.8.3 - Proposta de cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento na flexão em função da relação $a/d$	148
5.8.4 - Comentários	149
<b>6 - CONCLUSÕES</b>	<b>150</b>
<b>REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA</b>	<b>156</b>

## LISTA DE TABELAS

Tabela	Página
2.1 - Tipo e área da armadura de cisalhamento em vigas (BS, 1985)	24
2.2 - Valores mínimos de $\rho_w$ (EC 2, 1991)	38
2.3 - Porcentagem mínima de armadura transversal ( $A_{smin}$ ) (ABNT, 1992)	41
3.1 - Vigas sem armadura transversal	43
3.2 - Características geométricas e físicas das vigas-teste	45
3.3 - Vigas com armadura de cisalhamento	46
3.4 - Características das vigas ensaiadas à ruptura por Kuchler (1984)	73
3.5 - Armaduras utilizadas nas séries 1 e 2 das vigas ensaiadas por Desai (1992)	74
3.6 - Armaduras utilizadas na série 3 das vigas ensaiadas por Desai (1992)	74
3.7 - Esforços nas barras da viga V8A (%) - Oliveira, 1995	80
3.8 - Esforços nas barras da viga V10A (%) - Oliveira, 1995	82
3.9 - Esforços nas barras da viga V11A (%) - Oliveira, 1995	83
4.1 - Dados obtidos no dimensionamento da armadura de flexão das respectivas armaduras transversais	88
4.2 - Características do aço	93
4.3 - Resistência à compressão e tração do concreto das vigas ensaiadas	94
5.1 - Vigas do programa experimental	103
5.2 - Cargas de fissuração	118
5.3 - Esforço cortante experimental e de ruptura por esmagamento da biela de concreto	125
5.4 - Deflexões experimentais e teóricas, no ponto médio das vigas, para cargas de serviço	135

## LISTA DE FIGURAS

<b>Figura</b>	<b>Página</b>
2.1 - Transformação da viga de concreto armado numa estrutura semelhante a um pente	5
2.2 - Mecanismo de forças agindo no “dente” de concreto	6
2.3 - Viga transformada em um arco de concreto bi-rotulado	7
2.4 - Ruptura por esmagamento da biela de concreto	9
2.5 - Esmagamento do concreto na zona de compressão	9
2.6 - Ruptura na zona comprimida, acima da fissura de cisalhamento, por compressão excêntrica (Clímaco, 1975)	10
2.7 - Modelo básico de treliça	15
2.8 - Sistema de barras dobradas (BS, 1985)	23
2.9 - Ruptura de cisalhamento próxima aos apoios (BS, 1985)	25
2.10 - Compressão da biela de concreto (CEB, 1991)	29
2.11 - Tração na armadura transversal (CEB, 1991)	29
3.1 - Esquema de ensaio das vigas do programa experimental de Cavalcante Neto et alli	43
3.2 - Seção retangular com armadura simples no estado limite último	47
3.3 - Domínios de deformação das seções no estado limite último	51
3.4 - Diagrama Tensão x Deformação para aços classe A e B	54
3.5 - Seção retangular com armadura dupla no estado limite último	57
3.6 - Fluxograma geral de verificação da capacidade resistente à flexão simples das vigas-teste	62
3.7 - Detalhe “A” da Figura 3.6	63
3.8 - Detalhe “B” da Figura 3.7	63
3.9 - Detalhe “C” da Figura 3.7	64
3.10 - Detalhe “D” da Figura 3.7	64

3.11 - Detalhe “E” da Figura 3.6	65
3.12 - Fluxograma de verificação da capacidade resistente ao esforço cortante das vigas-teste, segundo Zsutty ( $A_{se} = 0$ ) e NB-1/78 ( $A_{se} \neq 0$ )	67
3.13 - Resistência ao cisalhamento das vigas x Área de estribos verticais	70
3.14 - Resistência ao cisalhamento das vigas-teste x Relação $a/d$	71
3.15 - Discretização de vigas com armadura de cisalhamento composta por estribos verticais (Oliveira, 1995)	78
3.16 - Discretização de vigas com armadura de pele (Oliveira, 1995)	78
3.17 - Discretização da viga V8A (Oliveira, 1995)	79
3.18 - Nó 1 da discretização V8A. (Para $u = 0,045m$ ; $a_1 = 0,10m$ ; $a_2 = 0,085m$ , tem-se a tensão no nó: $\sigma_{c1} = 3,47 MPa < 0,8f_c$ , para $f_c = 25,6 MPa$ , e tensão na biela: $\sigma_{c2} = 7,37 MPa < 0,6f_c$ , com biela tipo garrafa) - Oliveira, 1995	80
3.19 - Discretização da viga V10A (Oliveira, 1995)	81
3.20 - Discretização da viga V11A (Oliveira, 1995)	83
4.1 - Dimensões das vigas ensaiadas	86
4.2 - Detalhamento das vigas V1, V2 e V3	89
4.3 - Detalhamento das vigas V4, V5 e V6	90
4.4 - Detalhamento das vigas V7, V8 e V9	91
4.5 - Detalhamento das vigas V10 e V11	92
4.6 - Diagramas Tensão x Deformação dos aços empregados na armação das vigas	93
4.7 - Posição dos extensômetros elétricos nas armaduras das vigas V1, V2 V3 e V4	96
4.8 - Posição dos extensômetros elétricos nas armaduras das vigas V5, V6 V7 e V8	97
4.9 - Posição dos extensômetros elétricos nas armaduras das vigas V9, V10 e V11	98
4.10 - Detalhe da montagem dos testes e instrumentação das vigas	99
5.1 - Esquema geral da ruptura da viga V1	105
5.2 - Esquema geral da ruptura da viga V2	105
5.3 - Esquema geral da ruptura da viga V3	106
5.4 - Detalhe da ruptura da viga V3	106

5.5 - Detalhe da ruptura da viga V4	107
5.6 - Esquema geral da ruptura da viga V5	107
5.7 - Esquema geral da ruptura da viga V6	108
5.8 - Esquema geral da ruptura da viga V7	108
5.9 - Detalhe da ruptura da viga V7	109
5.10 - Esquema geral da ruptura da viga V8	109
5.11 - Detalhe da ruptura da viga V8	110
5.12 - Esquema geral da ruptura da viga V9	110
5.13 - Detalhe da ruptura da viga V10	111
5.14 - Esquema geral da ruptura da viga V11	111
5.15 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V1 e V2	113
5.16 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V3 e V4	114
5.17 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V5 e V6	115
5.18 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V7 e V8	116
5.19 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V9 e V10	117
5.20 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto da viga V11	118
5.21 - Diagrama Tensão de compressão na biela de concreto x Esforço cortante das vigas V1 e V2	121
5.22 - Diagrama Tensão de compressão na biela de concreto x Esforço cortante das vigas V3 e V5	122
5.23 - Diagrama Tensão de compressão na biela de concreto x Esforço cortante das vigas V6 e V8	123
5.24 - Diagrama Tensão de compressão na biela de concreto x Esforço cortante das vigas V10	124
5.25 - Diagrama Esforço cortante x Flecha dos pares de vigas V1 e V2; V3 e V4	130
5.26 - Diagrama Esforço cortante x Flecha dos pares de vigas V5 e V6; V7 e V8	131
5.27 - Diagrama Esforço cortante x Flecha dos pares de vigas V9 e V10; V1 e V11	132
5.28 - Diagrama Esforço cortante x Flecha do par de vigas V1 e V7	133

5.29 - Diagrama Esforço cortante x Flecha dos pares de vigas V2 e V8; V3 e V9	134
5.30 - Diagrama Esforço cortante x Flecha do par de vigas V4 e V10	135
5.31 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras da viga V1	136
5.32 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V2 e V3	137
5.33 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V4 e V5	138
5.34 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V6 e V7	139
5.35 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V8 e V9	140
5.36 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V10 e V11	141
5.37 - Resistência ao cisalhamento das vigas x Área de estribos verticais	143
5.38 - Diagrama proposto para cálculo de $\tau_{nw} / \sqrt{f_c}$ em função de $\rho_w$	146
5.39 - Variação da resistência ao esforço cortante com a taxa de armadura transversal em uma viga de concreto armado de seção retangular com armadura de pele ( $a/d \leq 3,2$ )	147
5.40 - Variação da resistência ao esforço cortante com a relação $a/d$ em uma viga de concreto armado de seção retangular com armadura de pele	148

## LISTA DE SÍMBOLOS

Símbolo	: Significado
$a$	: comprimento do vão de cisalhamento
$a_1$	: largura dos nós
$a_2$	: largura das bielas
$A_b$	: área da seção transversal das barras longitudinais laterais
$A_c$	: área total da seção de concreto
$A_s$	: área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
$A_{sb}$	: área da seção transversal das barras dobradas
$A_{se}$	: área da seção transversal de estribos verticais por unidade de comprimento da peça
$A'_s$	: área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida
$A_{smin}$	: armadura transversal mínima
$A_{sv}$	: área total da seção transversal de estribos
$A_{svw}$	: área da seção transversal das barras da armadura de cisalhamento ( $A_{se} \cdot s$ )
$a_t$	: flecha teórica no meio do vão para uma viga simplesmente apoiada
$A_v$	: área da armadura de cisalhamento pertencente ao intervalo $s$
$b$	: largura da viga
$h_w$	: largura das vigas de seção retangular
$c$	: comprimento da região não armada de uma viga
$C_1$	: força de compressão no nó
$C_2$	: força de compressão na biela
$d$	: altura útil da seção transversal
$d'$	: distância do centróide da seção da armadura longitudinal de tração ao bordo da viga
$d''$	: distância do centróide da seção da armadura longitudinal comprimida ao bordo superior da viga

$D_1, D_2$	: forças de rebite (dowel forces), através da armadura longitudinal, induzidas pelo deslocamento relativo, devido ao cortante, entre as duas faces de uma fissura
$E$	: módulo de deformação longitudinal
$E_c$	: módulo de deformação longitudinal do concreto
$E_s$	: módulo de deformação longitudinal do aço
$f_c$	: resistência à compressão do concreto
$f_{cd}$	: resistência de cálculo do concreto à compressão
$f_{cd1}$	: tensão média considerada para cálculo da resistência de projeto de uma região não fissurada sob compressão uniaxial
$f_{cd2}$	: tensão média considerada para cálculo da resistência de projeto de uma região fissurada sob compressão uniaxial
$f_{ck}$	: resistência característica do concreto à compressão
$f_{cko}$	<b>= 10 MPa</b>
$f_{ct}$	: resistência à tração do concreto
$f_{ctm}$	: resistência média de tração do concreto
$f_{cu}$	: resistência característica do concreto à compressão obtida do ensaio de cubos
$f_{cw}$	: tensão última na diagonal comprimida da treliça
$F_{esc}$	: força de escoamento do aço
$F_{est}$	: força em cada perna do estribo
$F_{máx}$	: força máxima
$f_r$	: tensão de ruptura do aço
$F_R$	: forças resistentes
$F_{Rc}$	: força resistente do banzo comprimido da treliça
$F_{Rcw}$	: força resistente à compressão da biela de concreto
$F_{Rt}$	: força resistente do banzo tracionado
$F_{Rtw}$	: força de tração resistente de cálculo da armadura transversal
$F_S$	: forças solicitantes
$F_{Sc}$	: força atuante no banzo comprimido da treliça
$F_{Scw}$	: força atuante na biela de concreto comprimida
$F_{St}$	: força atuante no banzo tracionado
$F_{Stw}$	: força de tração atuante na armadura transversal
$F_t$	: força de tração

$F_{r\max}$	: força máxima de tração
$f_y$	: resistência de escoamento do aço à tração
$f_{ycd}$	: resistência de cálculo do aço à compressão
$f_{yk}$	: resistência característica de escoamento do aço à compressão
$f_{yd}$	: resistência de cálculo do aço à tração
$f_{yk}$	: resistência característica de escoamento do aço à tração
$f_{yw}$	: resistência de escoamento do aço à tração da armadura transversal
$f_{ywd}$	: resistência de escoamento de cálculo da armadura de combate ao esforço cortante
$G_1, G_2$	: forças geradas pelo atrito entre as partículas do agregado (aggregate interlock), devido às superfícies irregulares das faces de uma fissura, desde que ocorra um deslocamento relativo devido ao cortante entre as duas faces de uma fissura
$h$	: altura total da seção transversal de uma viga
$I$	: momento de inércia
$k_m$	: coeficiente do momento
$k_x$	: altura relativa da linha neutra
$k_{xlim}$	: altura relativa da linha neutra da fronteira 3-4 dos domínios de flexão simples
$k_z$	$= \frac{z}{d} = 1 - 0,4k_x$
$l, L$	: comprimento do vão efetivo
$M$	: momento fletor
$M_c$	: momento que pode ser induzido na extremidade superior de um dente de concreto
$M_{ds}, M_{Sd}$	: momento fletor de cálculo
$M_{sd,\max}$	: momento fletor máximo de cálculo
$M_u$	: momento fletor último
$M_{d1}$	: momento fletor originado pelo binário entre as forças resultantes de compressão do concreto e de tração da armadura tracionada $A_{s1}$
$M_{d2}$	: momento fletor originado pelo binário entre as forças resultantes de compressão e de tração das armaduras $A'_s$ e $A_{s2}$ , respectivamente
$N_{Sd}$	: valor de cálculo do esforço normal

$P$	: força axial
$P_{u.cis}$	: carga última de cisalhamento
$P_{u.exp.}$	: carga última experimental
$P_{u.teór.cisalh.}$	: carga última teórica de cisalhamento
$R_{cc}$	: resultante das tensões de compressão no concreto
$R'_{sc}$	: resultante das tensões de compressão na armadura $A'_s$
$R_{st}$	: resultante das tensões de tração na armadura
$R_{st1}$	: resultante das tensões de tração na armadura $A_{s1}$
$R_{st2}$	: resultante das tensões de tração na armadura $A_{s2}$
$s, s_v$	: espaçamento da armadura transversal
$s_b$	: espaçamento das barras dobradas
$s_{max}$	: espaçamento longitudinal máximo da armadura transversal
$u$	: altura onde deve ser disposta a armação
$V$	: esforço cortante
$V_b$	: resistência de cálculo ao cisalhamento das barras dobradas
$V_B$	: contribuição das barras laterais na resistência ao cisalhamento
$V_c$	: resistência nominal ao cisalhamento proveniente do concreto; esforço cortante da primeira fissura de cisalhamento
$V_{Cd}$	: força cortante resistente decorrente dos esquemas alternativos ao da treliça de Morsch
$V_{cr}$	: resistência de uma viga sem estribos
$V_d$	: valor de cálculo do esforço cortante
$V_{d,max}$	: limite superior de $V_d$
$V_h$	: força cortante na extremidade superior de um dente de concreto
$V_{Rd1}$	: valor de cálculo do esforço cortante resistente do elemento sem armadura de cisalhamento
$V_{Rd2}$	: valor máximo do esforço cortante suportado sem ocorrência de esmagamento das bielas de concreto
$V_{Rd2.red}$	: valor reduzido de $V_{Rd2}$
$V_{Rd3}$	: valor de cálculo do esforço cortante suportado por um elemento com armadura de cisalhamento
$V_s$	: resistência nominal ao cisalhamento proveniente da armadura transversal
$V_{Sd}$	: força cortante de cálculo

$V_{td}$	: componente da força na zona de tração
$V_u$	: força cortante na seção considerada
$x$	: distância da linha neutra à fibra mais comprimida
$x_{lim}$	: valor da fronteira 3-4 da distância da linha neutra à fibra mais comprimida
$z$	: braço de alavanca das forças resultantes da armadura de tração e de compressão do concreto
$z_s$	: distância da linha de ação de $N_{sd}$ ao centróide da seção da armadura longitudinal tracionada
$y$	: altura do diagrama retangular simplificado de compressão no concreto, igual a $0,8x$
$\alpha$	: ângulo de inclinação entre o eixo da armadura transversal e o eixo longitudinal da peça; ângulo entre a barra dobrada e o eixo da viga
$\alpha_{fct,m}$	<b><math>= 1,40 \text{ MPa}</math></b>
$\beta$	: ângulo entre as tangentes às faces da peça da seção considerada
$\epsilon_c$	: deformação específica do concreto à compressão
$\epsilon_{cd}$	: deformação específica máxima do concreto na ruptura da peça por flexão
$\epsilon_{cs}$	: deformação máxima do concreto à compressão
$\epsilon_s$	: deformação específica do aço
$\epsilon_{sd}$	: deformação específica máxima do aço na ruptura
$\epsilon_y$	: deformação específica de escoamento do aço
$\epsilon_{yd}$	: deformação específica de cálculo de escoamento do aço
$\phi$	: diâmetro; fator de minoração da resistência
$\gamma_c$	: coeficiente de minoração da resistência do concreto
$\gamma_f$	: coeficiente de majoração das ações
$\gamma_m$	: coeficiente de minoração da resistência dos materiais
$\gamma_s$	: coeficiente de minoração da resistência do aço
$v$	: tensão de cisalhamento nominal de cálculo de uma viga de acordo com o BS 8110
$v_c$	: tensão de cisalhamento nominal de cálculo do concreto
$\nu$	: coeficiente de Poisson
$\theta$	: ângulo de inclinação das bielas de compressão de concreto com o eixo da viga

$\rho$	: taxa geométrica da armadura longitudinal de tração ( $A_s / b_w \cdot d$ )
$\rho_1$	: menor taxa da armadura longitudinal de tração no trecho de comprimento $2h$ a partir da face do apoio
$\rho_w$	: taxa geométrica de armadura transversal ( $A_{s,w} / b_w$ )
$\sigma$	: tensão normal
$\sigma_c$	: tensão principal de compressão antes da ocorrência da fissura de cisalhamento
$\sigma_{c1}, \sigma_{c2}$	: tensão nas bielas de concreto
$\sigma_{cd}$	: tensão de compressão máxima no concreto na ruptura da peça por flexão
$\sigma_{cp,efl}$	: tensão média efetiva no concreto devida ao esforço normal
$\sigma_{sd}$	: tensão de tração máxima do aço na ruptura
$\tau_{cp}$	$= \frac{N_{sd}}{A_c}$
$\tau_{wu}$	: valor último da tensão convencional de cisalhamento na alma da peça
$\tau_{wd}$	: tensão convencional de cisalhamento
$\tau_{wd,max}$	: limite superior da tensão de cisalhamento convencional
$\omega_{sw}$	: taxa mecânica de armadura transversal
$\psi_1$	: coeficiente empiricamente determinado que leva em conta a influência, sobre os resultados fornecidos pela Teoria da Treliça Generalizada, da rigidez de seu bordo tracionado em função da menor taxa de armação longitudinal de tração $\rho_1$ , no trecho de comprimento $2h$ medido a partir da face do apoio.

# CAPÍTULO 1

## INTRODUÇÃO

As disposições das normas vigentes para o dimensionamento de peças de concreto armado ao cisalhamento na flexão são consideradas ainda insatisfatórias por diversos pesquisadores e muitos estudos vêm sendo desenvolvidos no sentido de aprimorá-las, sem que, no entanto, tenham ocorrido modificações substanciais nos processos de cálculo.

Os procedimentos correntes de cálculo baseiam-se no princípio de que não deve ser excedida a resistência à compressão do concreto nas bielas comprimidas e a resistência de escoamento à tração do aço da armadura transversal. Em geral, os esforços de compressão e tração são determinados com base na analogia de treliça de Ritter-Mörsch, com modificações, pois o cálculo da armadura transversal com as diagonais comprimidas a  $45^\circ$ , segundo as hipóteses da teoria clássica de Mörsch, conduz, nos casos gerais, a um excesso de armadura transversal, fato há muito demonstrado por resultados experimentais.

As disposições da norma brasileira NB-1 (ABNT, 1978 e 1992) e de outros códigos, como o MC-90 (CEB-FIP, 1991), EC2 (Eurocode, 1991), BS8110 (BS, 1985) e ACI 318M-83 (1984), apresentam para o dimensionamento ao cisalhamento na flexão apenas três possibilidades de disposição da armadura: armadura transversal constituída apenas por estribos verticais ou inclinados e armadura transversal composta por estribos e barras dobradas da armadura de flexão. Nenhuma delas considera a possibilidade de contribuição na capacidade resistente ao esforço cortante de uma armadura longitudinal de pele, eventualmente existente. Segundo disposições de várias normas, as armaduras longitudinais laterais podem ser consideradas no cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento na torção, sendo obrigatória sua colocação em vigas altas ( $d \geq 60 \text{ cm}$ , segundo a NB-1/78) para controlar abertura das fissuras da alma.

Entretanto, resultados de programas experimentais de pesquisa, desenvolvidos no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Brasília e por

Desai (1992), evidenciam que pode haver uma contribuição significativa dessa armadura na resistência ao cisalhamento por flexão.

Dos ensaios realizados, comparando-se os valores de carga última experimental das vigas com armadura de cisalhamento apenas com estribos, com aqueles das vigas idênticas nas armaduras principal de tração e transversal, mas com barras longitudinais, de mesma bitola dos estribos e dispostas lateralmente a meia altura da viga, obtiveram-se valores em mais de 100% superiores aos das vigas sem armadura de pele.

Partindo-se dos resultados dos programas experimentais desenvolvidos, a presente pesquisa teve como objetivo examinar a influência da variação da taxa de armadura transversal sobre a contribuição da armadura de pele na resistência ao esforço cortante em vigas de concreto armado, visando a obtenção de uma formulação para cálculo dessa contribuição.

A análise da contribuição das barras longitudinais laterais na resistência ao esforço cortante é de interesse no cálculo, pois nas vigas altas ( $d > 60 \text{ cm}$ ) a NB-1/78 exige a colocação da armadura de pele sem, no entanto, considerar sua possível contribuição na resistência ao cisalhamento na flexão. Além disso, a utilização da armadura de pele pode resultar em economia significativa nas armaduras ao cisalhamento de vigas de concreto armado, pois, caso possam substituir uma percentagem razoável de estribos, resultam em economia pela maior rapidez e facilidade na execução.

A partir dos ensaios à ruptura das vigas com barras longitudinais de pele, observaram-se grandes diferenças na resistência ao cisalhamento com a variação da relação  $a/d$  e da taxa de armadura transversal. Verificou-se que, para valores da relação  $a/d$  acima de 3,2 e da taxa de estribos verticais acima de 0,3%, a contribuição da armadura de pele sobre a capacidade resistente ao cisalhamento na flexão de vigas de concreto armado diminui consideravelmente, com relação aos programas anteriores.

O Capítulo 2 apresenta os modelos para avaliação da resistência ao cisalhamento de vigas de concreto armado sem armadura transversal e as prescrições de algumas normas quanto ao cálculo da armadura de cisalhamento na flexão.

O Capítulo 3 descreve e fornece os resultados de programas experimentais anteriores e uma análise teórica realizada por Oliveira (1995) em algumas das vigas testadas, pelo modelo biela-tirante via Mínima Norma Euclidiana, onde se evidencia a contribuição das armaduras de pele.

O Capítulo 4 apresenta o plano de pesquisa do presente trabalho, que compreendeu ensaios de onze vigas de concreto armado, bi-apoiadas, com duas cargas estáticas simétricas aplicadas, por estágios, de zero à ruptura. Neste capítulo encontram-se o dimensionamento e detalhamento das vigas, a caracterização dos materiais empregados, bem como os detalhes de montagem dos testes e a instrumentação utilizada.

No Capítulo 5, relata-se o comportamento estrutural das vigas ensaiadas à ruptura, analisando-as em termos de deslocamento vertical, deformação do concreto e do aço, resistência e modos de ruptura, além de apresentar proposições para cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento na flexão de vigas de concreto armado com armadura de pele, com base nos resultados de ensaios.

O Capítulo 6 apresenta as conclusões da pesquisa e sugestões para trabalhos futuros.

## **CAPÍTULO 2**

### **RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO NA FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO**

#### **2.1 - VIGAS SEM ARMADURA TRANSVERSAL**

##### **2.1.1 - Preliminares**

O cálculo da armadura transversal, para o combate ao esforço cortante em uma viga de concreto armado, tem como principal base a teoria da treliça de Morsch. O mesmo, entretanto, não ocorre com o cálculo do esforço cortante suportado por uma viga sem armadura transversal.

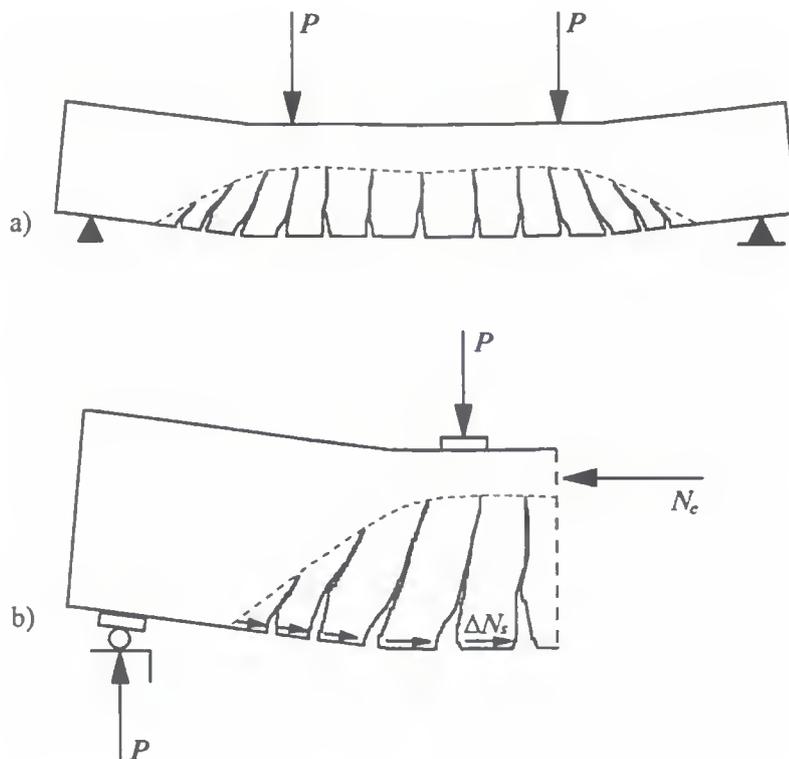
A hipótese de Morsch de que a ruptura por esforço cortante de uma viga sem armadura transversal dá-se quando a tensão principal de tração, na altura da linha neutra, atinge a resistência à tração simples do concreto, mostrou-se contrária à segurança, pois vigas sem armadura transversal, dimensionadas segundo esse critério, podem romper sob a ação do esforço cortante antes de ser atingida a carga de ruptura por flexão.

Pesquisas demonstram que nas vigas sem armadura transversal, a resistência ao esforço cortante é oferecida conjuntamente pelo concreto, na zona comprimida e entre as fissuras, e pela armadura de tração. Trata-se, portanto, de uma resistência à ação combinada do esforço cortante e do momento fletor, não havendo muito sentido em dizer-se, simplesmente, “resistência ao esforço cortante”.

##### **2.1.2 - Comportamento da viga antes do aparecimento da fissura de cisalhamento**

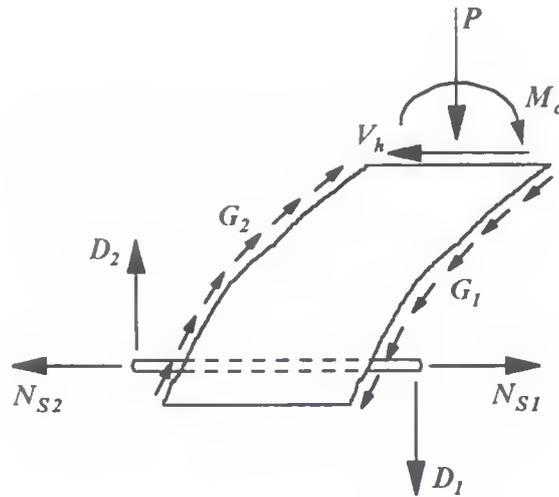
O comportamento da viga, nesta fase, é satisfatoriamente conhecido. As primeiras fissuras de flexão aparecem na região de momento fletor máximo, desenvolvendo-se em extensão e

abertura com os acréscimos da carga. A formação destas fissuras transforma a viga de concreto numa estrutura semelhante a um pente (Climaco, 1975): a “espinha dorsal” do pente é representada pela zona comprimida da viga e os “dentes”, pelos blocos de concreto entre as fissuras de flexão (Figura 2.1).



**Figura 2.1** - Transformação da viga de concreto armado numa estrutura semelhante a um pente

Considerando-se a parte do concreto como um corpo livre e removendo-se a armadura de tração, mas não suas reações, as forças atuantes no concreto não sofrerão mudanças. Assim, cada “dente” de concreto funcionará como uma pequena viga, engastada na zona de compressão e livre na extremidade solicitada pela força  $\Delta N_c$ , proveniente da aderência entre a armadura de aço e o concreto (Figura 2.1-b).



**Figura 2.2** - Mecanismo de forças agindo no “dente” de concreto

As forças apresentadas na Figura 2.2 representam as forças que podem agir em um típico “dente” de concreto em uma viga sem armadura de cisalhamento:

- $\Delta N_s$  - força de aderência causada pela variação da força de tração na armadura de flexão entre duas fissuras adjacentes;
- $G_1$  e  $G_2$  - forças geradas pelo atrito entre as partículas do agregado (*aggregate interlock*) proveniente das superfícies irregulares das faces de uma fissura, desde que ocorra um deslocamento relativo devido ao cortante entre as duas faces de uma fissura;
- $D_1$  e  $D_2$  - forças de rebite (*dowel forces*), através da armadura longitudinal, induzidas pelo deslocamento relativo devido ao cortante entre as duas faces de uma fissura;
- $P$ ,  $V_h$ ,  $M_c$  - força axial, força cortante e momento, respectivamente, que podem ser induzidas na extremidade superior do dente.

### 2.1.3 - Comportamento da viga após o aparecimento da primeira fissura de cisalhamento

Com o aumento gradativo da carga, os dentes de concreto perdem sua resistência, visto que a ação de rebite e as forças de contato no agregado das faces irregulares de uma fissura diminuem com o aumento de carga.

Depois do desaparecimento da resistência dos dentes de concreto, as forças de aderência  $\Delta N_s$  não existem mais. Sendo praticamente destruída a aderência entre o aço e o concreto, o aço desliza na região entre a carga e o apoio. Desde que seja fornecida ancoragem suficiente para a armadura longitudinal, a força de tração  $N_s$  na armadura será aproximadamente a mesma de um extremo a outro da viga. Entretanto, resultados experimentais mostram que essa força de tração não permanece rigorosamente constante, mesmo na região onde a ruptura por cortante ocorre, indicando a existência de zonas distintas de tração e compressão na extensão da viga (Climaco, 1975).

A viga, com a perda de aderência entre aço e concreto, transforma-se, então, do ponto de vista do modelo resistente, em um arco bi-rotulado (Figura 2.3).

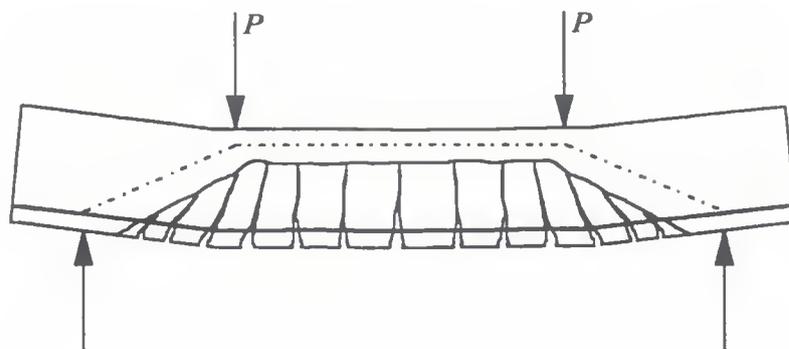


Figura 2.3 - Viga transformada em um arco de concreto bi-rotulado

Observa-se, porém, que esta ação de arco (*arch action*) não ocorre para toda a classe de vigas. Quando a fissura de cisalhamento aparece, a viga pode romper de imediato ou pode

suportar aumentos adicionais na força cortante, atingindo a ruptura com uma carga bem maior que a de fissuração. Este comportamento depende, principalmente, da razão  $a/d$ , da maneira pela qual a carga é aplicada e da profundidade da zona comprimida da viga.

Assim, pode-se fazer uma divisão das vigas, quanto à sua resistência à força cortante, em duas classes (Clímaco, 1975):

*a) Vigas curtas*

Quando  $a/d \leq 2,5$  e o carregamento é feito diretamente, a resistência da viga não se esgota ao surgir a primeira fissura de cisalhamento. Devido à ação de arco, a viga romper-se-á com cargas acima da carga de fissuração diagonal.

*b) Vigas esbeltas*

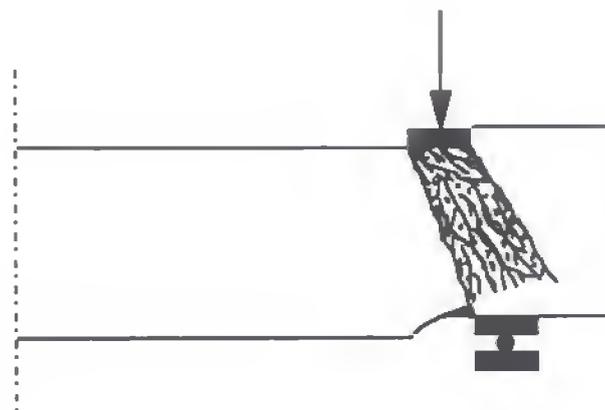
Quando  $a/d > 2,5$  a viga rompe, geralmente, ao ser atingida a carga que provoca a primeira fissura de cisalhamento. Portanto, não se desenvolve significativa ação de arco nas vigas esbeltas.

Vigas curtas, carregadas indiretamente, comportam-se como vigas esbeltas, não representando a ação de arco, papel importante na capacidade resistente da viga.

Desde que se forneça ancoragem suficiente para a armadura de tração, a fim de que a destruição da ancoragem não acelere a ruína da viga, três tipos de ruptura característicos por cortante podem ocorrer para as vigas de concreto armado sem armadura transversal:

*a) Esmagamento da biela de concreto (strut-like failure)*

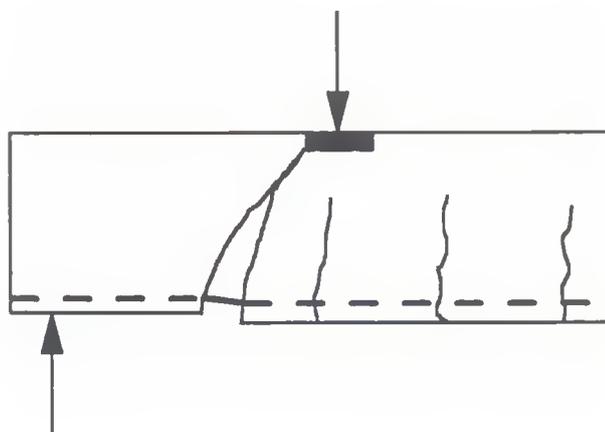
Para vigas com  $a/d \leq 1,0$ , tem-se o desenvolvimento integral da ação de arco e a ruptura dá-se com o esmagamento da biela de concreto (Figura 2.4).



**Figura 2.4** - Ruptura por esmagamento da biela de concreto

*b) Esmagamento do concreto na zona de compressão (shear-compression failure)*

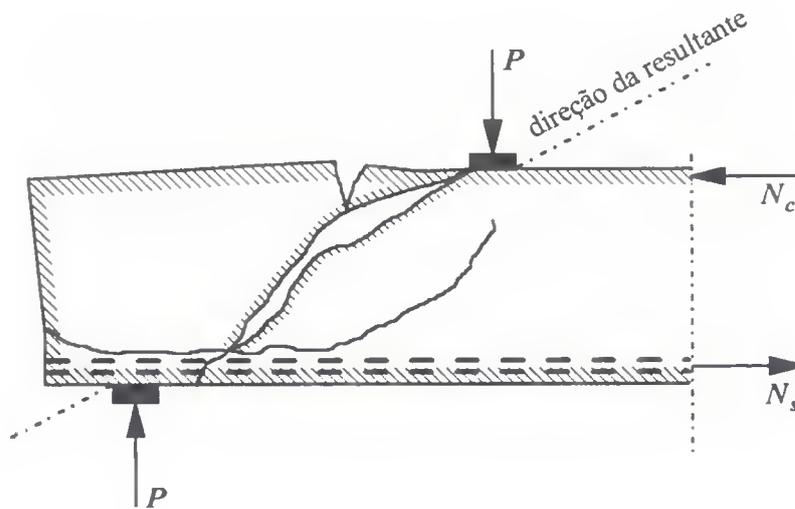
Para vigas com  $1,0 < a/d \leq 2,5$ , a ruptura é devida à ação combinada do momento fletor e do esforço cortante: a fissura de cisalhamento se propaga para dentro da zona de compressão da viga, reduzindo a área útil para resistir às tensões de compressão da flexão, ocorrendo, então, o esmagamento desta área reduzida de concreto (Figura 2.5).



**Figura 2.5** - Esmagamento do concreto na zona de compressão

Nos dois modos de ruptura, a fissura de cisalhamento desenvolve-se gradualmente com cada incremento de carga aplicado e a carga última sustentada pela viga é, em geral, consideravelmente maior que a carga para a qual a primeira fissura de cisalhamento se forma.

Quando a ruptura se aproxima, a fissura de cisalhamento se estende até quase a borda da face superior da viga. Tem-se, então, uma faixa esbelta de concreto, acima desta fissura, sujeita à ação combinada do esforço cortante e compressão axial, podendo ocorrer uma ruptura por instabilidade de equilíbrio da zona comprimida sob uma carga bem menor que a carga última prevista para a viga (Figura 2.6).



**Figura 2.6** - Ruptura na zona comprimida, acima da fissura de cisalhamento, por compressão excêntrica (Climaco, 1975)

*c) Ruptura por tração diagonal do concreto (diagonal tension failure)*

Para vigas com  $2,5 < a/d < 4,0$  o efeito de arco praticamente não existe e a ruptura dá-se simultaneamente ao aparecimento da primeira fissura de cisalhamento.

Em vigas com  $a/d > 4,0$  é remota a probabilidade de ruptura por ação do esforço cortante, prevalecendo a ruptura por flexão.

## 2.2 - VIGAS COM ARMADURA TRANSVERSAL

### 2.2.1 - Histórico

Os códigos europeus sobre concreto armado tiveram como base, até a década de 1970, a teoria da treliça de Morsch. Esta teoria faz a analogia entre a viga depois de fissurada e uma treliça. A armadura principal de tração e a zona de compressão constituem, respectivamente, os banzos tracionado e comprimido da treliça. As bielas de concreto, limitadas pelas fissuras inclinadas, são as diagonais comprimidas, tendo como inclinação constante, aquela da trajetória das tensões principais ao nível da linha neutra, igual a 45°. As diagonais tracionadas da treliça são representadas pela armação colocada com inclinação arbitrária, mas limitada, por motivos práticos, entre 45° e 90° com a horizontal.

Seguindo o modelo de Morsch, adotando-se a inclinação da diagonal comprimida de 45°, o esforço cortante resistido por uma viga com estribos verticais é dado pela expressão conhecida:

$$V = \frac{A_{sv} \cdot f_{ywd} \cdot z}{s} \quad (2.1)$$

onde:

$V$  - esforço cortante

$A_{sv}$  - área da seção transversal das barras da armadura de cisalhamento

$f_{ywd}$  - resistência de cálculo à tração do aço da armadura de cisalhamento

$z$  - braço de alavanca das resultantes de tração e compressão

$s$  - espaçamento da armadura transversal

Uma importante revisão da pesquisa sobre resistência ao cortante foi elaborada por Regan (1993) e será, a seguir, resumida.

Nos Estados Unidos, na resistência ao esforço cortante, dada pela Equação 2.1, sempre foi adicionado um termo dependente da resistência do concreto:

$$V = \frac{A_{sw} \cdot f_{ywd} \cdot z}{s} + K \cdot f_c \cdot b_w \cdot d \quad (2.2)$$

Segundo Regan, o termo extra foi acrescentado para melhorar a analogia com os resultados de testes, mas nunca foi explicado em termos físicos. Na verdade, geralmente é o cortante correspondente à fissuração diagonal; nas vigas esbeltas é a própria resistência de uma viga sem estribos ( $V_c$ ), mas, em vista dos diferentes comportamentos de carga última entre as vigas que apresentam ou não armadura transversal, a Equação 2.2 não tem sentido físico.

Em 1924, Oscar Faber publicou um livro que chamou a atenção para a possibilidade de considerar um modelo baseado na ação de arco em contraposição ao modelo da treliça. Contudo, a primeira mudança importante nas considerações de cálculo foi sugerida por Borishanski, em 1946.

Borishanski realizou testes omitindo a armadura de cisalhamento em trechos limitados dos vãos de corte e chegou a uma expressão para a resistência ao cisalhamento destas zonas:

$$V_u = \frac{f_v \cdot b \cdot d^2}{c} \quad (2.3)$$

onde  $f_v$  é função da resistência à compressão do concreto e  $c$  é o comprimento da região não armada.

Borishanski considerou a Expressão 2.3 como a resistência ao cortante do concreto para uma superfície potencial de ruptura de projeção horizontal  $c$  e obteve a seguinte expressão para a resistência total ao cisalhamento em uma viga:

$$V_u = \frac{f_v \cdot b \cdot d^2}{c} + \rho_w \cdot f_y \cdot b \cdot c \quad (2.4)$$

Na Europa Oriental, o trabalho de Borishanski foi de muita influência e ainda é a base da Norma Russa.

A próxima fase nas pesquisas sobre resistência ao cortante, de grande importância, foi a das teorias de cisalhamento/compressão.

As primeiras considerações sobre cisalhamento/compressão foram empíricas, mas englobaram o principal fenômeno envolvido: a redução da altura da linha neutra, levando a uma ruptura prematura do concreto na zona de compressão, causada pela propagação da fissura de cisalhamento.

Às abordagens empíricas seguiram-se considerações mais teóricas. O melhor exemplo conhecido, segundo Regan, foi o trabalho desenvolvido por Walther em 1958, que estudou vigas contendo fissuras a 45°, propondo uma expressão para o momento resistente último de uma viga rompendo ao cisalhamento:

$$M_u = f_{c,red} \cdot b \cdot x \cdot (d - 0,5x) + 0,5 \rho_w \cdot f_{ywd} \cdot b \cdot (d - x)^2 \quad (2.5)$$

onde  $f_{c,red}$  é função da resistência do concreto e do cortante na zona de compressão.

A teoria de Walther torna-se complexa devido aos vários coeficientes representando diferentes ações e pelo fato de alguns deles dependerem de uma carga última desconhecida, não possibilitando uma solução explícita. Além disso, a suposição de que a fissura crítica possui uma inclinação de 45° não é realista.

Mais tarde, em 1969, Regan propôs uma teoria de cisalhamento/compressão mais prática, que, na versão simplificada, resulta na expressão:

$$\frac{M_u}{b \cdot d^2} = 0,75 \cdot \sqrt[3]{f_{cu} \cdot 100 \rho} \frac{M}{V \cdot d} \cdot \frac{d}{c} + \frac{\rho_w \cdot f_{ywd}}{2} \left( \frac{c}{d} \right)^2 \quad (2.6)$$

O primeiro termo do lado direito da Equação 2.6 representa o momento devido à zona de compressão do concreto. O segundo termo é o momento proveniente dos estribos verticais.

Placas e Regan, em 1971, consideraram o fato de que a ruptura por esmagamento do concreto na zona de compressão não era o único tipo de ruptura por esforço cortante, devendo ser também considerada a ruptura por tração diagonal seccionando a zona de compressão. Chegaram, então, a uma expressão onde o esforço cortante último é a soma das parcelas referentes às armaduras cortando a fissura de cisalhamento e a outra correspondente à zona de compressão do concreto, tendo-se para vigas de seção retangular:

$$V_u = 1,5b \cdot d \cdot \rho_w \cdot f_{ywd} + 0,44 \cdot \sqrt{\rho \cdot f_{ca} \cdot \frac{V \cdot d}{M}} \quad (2.7)$$

Posteriormente aos trabalhos de cisalhamento/compressão, o interesse em modelos de treliça reavivou-se.

O desenvolvimento de maior influência sobre modelos de treliça, feito em Copenhague e Zurich, baseou-se na Teoria da Plasticidade, resultando-se no modelo da Figura 2.7, base de cálculo do CEB-FIP MC 90 (1991), e um dos métodos do Código Europeu Unificado EC 2 (1991). Ambos os Códigos limitam o ângulo dos banzos comprimidos da treliça, sendo no MC 90  $1,0 \leq \cotg\theta \leq 3,0$  e também sugerem que a tensão última na diagonal comprimida ( $f_{cw}$ ) seja menor que a resistência uniaxial do concreto, visto serem essas diagonais cortadas por fissuras de cisalhamento. O modelo também pode ser aplicado utilizando-se carregamento axial e/ou estribo inclinado.

Para uma inclinação  $\alpha$  entre a armadura de cisalhamento e a armadura principal de tração, tem-se:

$$\frac{V_u}{b_w \cdot z \cdot f_{cw}} = \frac{\rho_w \cdot f_y \cdot \text{sen}^2 \alpha}{f_{cw}} \left( \cotg \alpha + \sqrt{\frac{f_{cw}}{\rho_w \cdot f_y} - 1} \right) \quad (2.8)$$

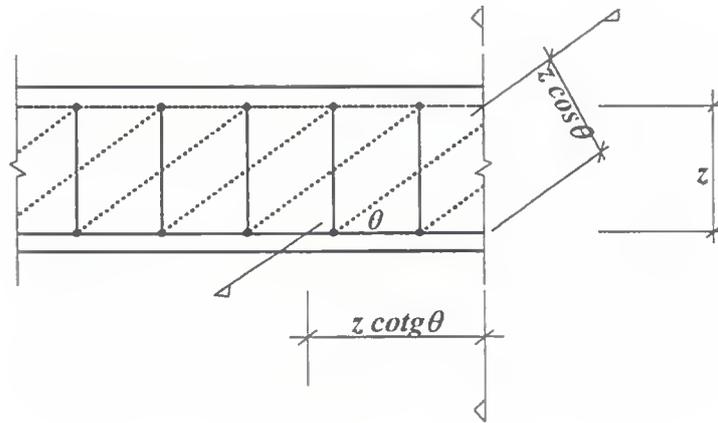


Figura 2.7 - Modelo básico de treliça

Para o Model Code,  $f_{cw}$  é dada pela Equação 2.9:

$$f_{cw} = 0,6 \cdot f_c \cdot \left( 1 - \frac{f_c}{250} \right) \quad (\text{MPa}) \quad (2.9)$$

Segundo Regan, os resultados obtidos através da expressão do MC 90 (Equação 2.9) são bem satisfatórios em relação aos de testes, enquanto que para o antigo modelo de treliça a 45° (Treliza Clássica de Mörsh) os valores, geralmente, são extremamente conservadores.

Um importante trabalho quanto ao comportamento de elementos fissurados de concreto armado foi elaborado por Collins e assistentes em Toronto. Eles consideram o comportamento global carga/deformação de elementos nos quais a armadura atua sob tração uniaxial e o concreto trabalha sob um estado bi-axial tração/compressão. As tensões e deformações principais no concreto são consideradas como tendo a mesma direção, que pode ser qualquer.

A Equação 2.10 expressa a resistência ao cisalhamento de uma viga segundo a Norma Canadense, que tem como base o trabalho de Collins, sendo  $f_{cw}$  função de  $\theta$  e da deformação de tração do concreto da alma:

$$\frac{V}{b_w \cdot z} = \frac{f_{cw}}{\operatorname{tg}\theta + \operatorname{cotg}\theta} \quad (2.10)$$

Uma análise, apresentada por Regan, mostra que consideráveis diferenças são possíveis comparando-se o cálculo segundo a Norma Canadense com o CEB-FIP MC 90.

## 2.2.2 - Prescrições normativas quanto ao cálculo da armadura de cisalhamento na flexão

### 2.2.2.1 - Prescrições da NB-1/1978

O valor de cálculo da tensão nominal de cisalhamento na alma das peças, segundo a NB-1/78 (ABNT, 1978), item 4.1.4.1, é dado pela Expressão 2.11:

$$\tau_{wd} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} \quad (2.11)$$

onde:

$b_w$  - largura das vigas de seção retangular

$d$  - distância entre a resultante das tensões de tração na armadura longitudinal e a fibra mais comprimida de uma seção transversal de peça fletida

Essa tensão de cálculo  $\tau_{wd}$  não deve ultrapassar o valor último da tensão de cisalhamento ( $\tau_{ww}$ ), estando assim verificada a condição de não esmagamento da biela comprimida de concreto, ressalvado, apenas, o caso de flexo-compressão.

A NB-1/78, item 5.3.1.2-b, prescreve que para peças lineares com  $b_w \leq 5h$ , sendo  $h$  a altura total da seção transversal e com a armadura transversal constituída por estribos verticais, o valor limite da tensão de cálculo para cisalhamento será:

$$\tau_{ww} = 0,25 f_{cd} \leq 4,5 \text{ MPa} \quad (2.12)$$

onde:

$f_{cd}$  - resistência de cálculo do concreto à compressão

O cálculo da armadura transversal das peças lineares e das lajes para resistir ao esforço cortante, tem por base a teoria clássica de Morsch, com a inclinação das bielas  $\theta = 45^\circ$ , mas permite utilizar uma tensão de cálculo reduzida,  $\tau_d$  (em MPa):

$$\tau_d = 1,15\tau_{nd} - \tau_c \geq 0 \quad (2.13)$$

sendo para peças sob flexão simples:

$$\tau_c = \psi_1 \sqrt{f_{ck}} \quad (2.14)$$

com  $f_{ck}$  em MPa e onde:

$$\begin{aligned} \psi_1 &= 0,07 && \text{para } \rho_l \leq 0,001 \\ \psi_1 &= 0,14 && \text{para } \rho_l \geq 0,015 \end{aligned} \quad (2.15)$$

interpolando-se linearmente para valores intermediários de  $\rho_l$ , que é a menor taxa da armadura longitudinal de tração no trecho de comprimento  $2h$  a partir da face do apoio.

Visando evitar o fendilhamento do concreto e a deformabilidade da treliça formada em seu interior, não permite a NB-1/78 que a tensão na armadura empregada no combate às trações oriundas do esforço cortante ultrapasse o valor da resistência de cálculo  $f_{yd} = f_{yk} / \gamma_s$ , no caso de estribos, e 70% desse valor no caso de barras dobradas, não se tomando valores superiores a 435 MPa, que é, exatamente, o valor de  $f_{yd}$  para o aço CA-50, com coeficiente de minoração do aço ( $\gamma_s$ ) igual a 1,15.

Nas peças lineares, o esforço cortante poderá ser resistido só por estribos ou por estribos e barras dobradas, não podendo caber a estas últimas mais que 60% do esforço total.

Para o cálculo da armadura transversal, se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas da peça, comprimindo-a, a força cortante oriunda de carga distribuída poderá ser considerada, no trecho entre o apoio e a seção situada à distância  $h/2$  da face do apoio, constante e igual à desta seção. No caso da força cortante devida a uma carga concentrada aplicada a uma distância  $a \leq 2h$  do centro do apoio, poderá ser reduzida, nesse trecho de comprimento  $a$ , multiplicando-se por  $a / 2h$ .

Para a verificação da tensão no concreto, ou seja, para a comparação de  $\tau_{wd}$  com  $\tau_{cr}$ , não será feita a redução do valor da força cortante.

Quanto à seção transversal total mínima de estribos, compreendendo todos os ramos que cortam o plano neutro, a NB-1/78 prescreve que seja igual a 0,25% de  $b_w \cdot s \cdot \sin \alpha$ , para aços CA-25 e CA-32 ou 0,14% para os aços CA-40, CA-50 e CA-60, não se tomando para  $b_w$  valores maiores que  $d$ . O valor de  $\alpha$  corresponde ao ângulo entre o estribo e o eixo da peça, e  $s$  ao espaçamento da armadura transversal.

O diâmetro das barras dos estribos não deve ultrapassar 1/12 da largura da alma, nem ser inferior a 5 mm, exceto no caso de telas soldadas.

O espaçamento da armadura transversal, medido paralelamente ao eixo da peça, de acordo com a NB-1/78, deverá ser no máximo igual a  $0,5d$ , não podendo ser maior que 30 cm. Se houver armadura longitudinal de compressão exigida pelo cálculo, o espaçamento dos estribos, medido ao longo daquela armadura, não pode, também, ser maior que 21 vezes o diâmetro das barras longitudinais, no caso de aço CA-25 ou CA-32 e 12 vezes esse diâmetro, no caso de aço CA-40, CA-50 ou CA-60.

### **2.2.2.2 - Prescrições do ACI 318M-83**

Segundo o código ACI 318M-83 (1984), o dimensionamento ao cisalhamento de peças de concreto armado deve basear-se na expressão:

$$V_u \leq \phi \cdot V_n \quad (2.16)$$

onde  $\phi$  é o fator de minoração da resistência, sendo, para cisalhamento, igual a 0,85,  $V_u$  é a força cortante na seção considerada e  $V_n$  a resistência nominal ao cisalhamento, dada por:

$$V_n = V_c + V_s \quad (2.17)$$

onde  $V_c$  e  $V_s$  são as resistências nominais ao cisalhamento provenientes “do concreto” e da armadura transversal, respectivamente.

De acordo com o ACI 318M-83, a resistência  $V_c$ , para peças submetidas apenas à flexão e cisalhamento, é obtida através da seguinte expressão:

$$V_c = \frac{\sqrt{f_c}}{6} b_w \cdot d \quad (2.18)$$

onde:

$f_c$  - resistência à compressão do concreto, MPa

$b_w$  - largura da viga

$d$  - distância da fibra comprimida extrema ao centróide da armadura longitudinal tracionada

Para um cálculo mais preciso, a resistência ao cisalhamento  $V_c$ , para peças submetidas apenas ao cisalhamento e à flexão, é dada por:

$$V_c = \frac{\sqrt{f_c} + 120\rho_w \frac{V_u \cdot d}{M_u}}{7} b_w \cdot d \leq 0,3\sqrt{f_c} \cdot b_w \cdot d \quad (2.19)$$

O valor de  $V_u \cdot d / M_u$  não poderá ser maior que 1,0, onde  $M_u$  é o momento atuante, na seção considerada, simultaneamente com  $V_u$  e  $\rho_w$  igual a  $A_s / b_w \cdot d$ , sendo  $A_s$  a área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada.

O ACI 318M-83 considera os seguintes tipos de armadura de cisalhamento:

- estribos perpendiculares ao eixo da peça;
- estribos com inclinação de 45° ou mais com a armadura longitudinal de tração;
- barras dobradas inclinadas a 30° ou mais em relação à armadura longitudinal de tração;
- combinações de estribos e barras dobradas;
- espirais;
- tela soldada perpendicular ao eixo da peça.

Quando a armadura de cisalhamento empregada é perpendicular ao eixo da peça, a resistência  $V_s$  é dada por:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot d}{s} \quad (2.20)$$

onde:

- $s$  - espaçamento da armadura de cisalhamento na direção paralela à armadura longitudinal de tração
- $A_v$  - área da armadura de cisalhamento pertencente ao intervalo  $s$
- $f_y$  - resistência de escoamento do aço à tração

Para estribos inclinados, o valor de  $V_s$  é expresso por:

$$V_s = \frac{A_v \cdot f_y \cdot (\text{sen } \alpha + \text{cos } \alpha) \cdot d}{s} \quad (2.21)$$

sendo  $\alpha$  o ângulo entre os estribos inclinados e o eixo longitudinal da peça.

O valor de  $V_s$  para armadura de cisalhamento composta de uma ou por um grupo de barras dobradas paralelas, localizadas a uma mesma distância do apoio, será:

$$V_s = A_v \cdot f_y \cdot \text{sen } \alpha \leq \frac{\sqrt{f_c}}{4} b_w \cdot d \quad (2.22)$$

Quando a armadura de combate ao esforço cortante consistir de uma série ou grupos de barras dobradas paralelas, com distâncias diferentes ao apoio, a resistência ao cisalhamento  $V_s$  será calculada pela Equação 2.21.

Na utilização de mais de um tipo de armadura de cisalhamento, obter-se-á a resistência  $V_s$  da peça somando-se os valores da resistência ao cisalhamento de cada tipo de armadura.

Em todos os casos citados anteriormente, a resistência ao cisalhamento  $V_s$  não deverá ser

maior que  $2 \frac{\sqrt{f_c}}{3} b_w \cdot d$ .

O ACI 318M-83 prescreve que a resistência de escoamento de cálculo do aço à tração da armadura de cisalhamento não deve exceder a 400 MPa.

Em peças de concreto armado não protendido, o espaçamento entre a armadura transversal limita-se a uma distância não maior que  $d/2$  e em peças protendidas ao espaçamento de  $(3/4)h$ , não considerando, para os dois casos, valores maiores que 600mm.

Quando  $V_s$  ultrapassar o valor  $\frac{\sqrt{f_c}}{3} b_w d$ , os espaçamentos máximos deverão ser reduzidos pela metade.

A área mínima da armadura de cisalhamento é expressa por:

$$A_v = \frac{b_w \cdot s}{3f_y} \quad (2.23)$$

onde  $b_w$  e  $s$  são dados em milímetros.

### 2.2.2.3 - Prescrições da BS 8110 : 1985

A tensão de cisalhamento nominal de cálculo de uma viga ( $v$ ), de acordo com a norma inglesa (BS, 1985), é calculada pela expressão:

$$v = \frac{V}{b \cdot d} \quad (2.24)$$

onde:

$V$  - esforço cortante de cálculo

$b$  - largura da viga

$d$  - altura efetiva

limitando-se  $v$  ao valor máximo de  $0,8\sqrt{f_{cu}}$  ou  $5 \text{ N/mm}^2$ , sendo  $f_{cu}$  a resistência característica do concreto à compressão, obtida do ensaio de cubos.

A tensão de cisalhamento nominal resistente de cálculo do “concreto” ( $v_c$ ), para resistências  $f_{cu}$  menores ou iguais a  $25 \text{ N/mm}^2$ , é dada por

$$v_c = \frac{0,79}{\gamma_m} \cdot \sqrt[3]{\frac{100 A_s}{b \cdot d}} \cdot \sqrt[3]{\frac{400}{d}} \quad (2.25)$$

onde:

$$\frac{100 A_s}{b \cdot d} \leq 3$$

$$\frac{400}{d} \geq 1$$

$\gamma_m$  - fator de segurança da resistência dos materiais

$A_s$  - área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada

$b$  - largura da viga

$d$  - altura efetiva da viga, em mm

Para valores de  $f_{cu}$  maiores que  $25 \text{ N/mm}^2$ , a tensão  $v_c$  deverá ser calculada pela Expressão 2.26.

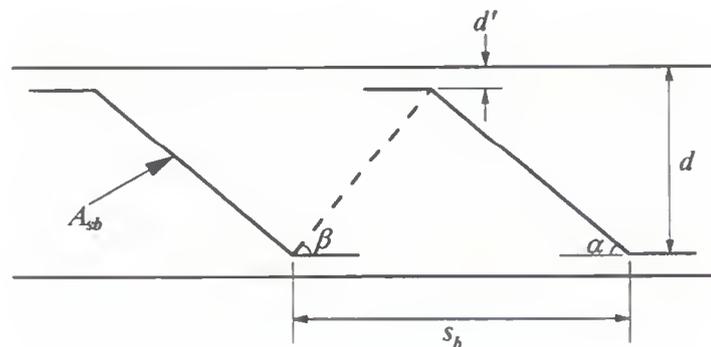
$$v_c = \frac{0,79}{\gamma_m} \cdot \sqrt[3]{\frac{100 A_s}{b \cdot d}} \cdot \sqrt[4]{\frac{400}{d}} \cdot \sqrt[3]{\frac{f_{cu}}{25}} \quad (2.26)$$

O valor da resistência característica do concreto à compressão ( $f_{cu}$ ) não poderá ser considerado maior que  $40 \text{ N/mm}^2$ .

O tipo e área da armadura de cisalhamento, prescritas pelo BS 8110 (1985), são dadas na Tabela 2.1.

O espaçamento das barras dobradas ( $s_b$ ), visto na Figura 2.8, deverá ser de no máximo  $1,5d$  e os valores dos ângulos  $\alpha$  e  $\beta$  iguais ou maiores a  $45^\circ$ .

Pelo menos 50% da resistência ao cisalhamento provida pelo aço deverá ser devida aos estribos.



**Figura 2.8** - Sistema de barras dobradas (BS, 1985)

**Tabela 2.1** - Tipo e área da armadura de cisalhamento em vigas (BS, 1985)

Valor de $v$ (N/mm <sup>2</sup> )	Tipo da armadura de cisalhamento	Area da armadura de cisalhamento
menor que $0,5v_c$ em toda a extensão da viga	ver observação 1	
$0,5v_c < v < (v_c + 0,4)$	armadura mínima, composta por estribos, em toda a extensão da viga	$A_{sv} \geq \frac{0,4b \cdot s_v}{0,87 f_{yk}}$ (ver observação 2)
$(v_c + 0,4) < v < 0,8 \sqrt{f_{ca}}$ ou 5 N/mm <sup>2</sup>	estribos ou estribos combinados com barras dobradas. Não mais que 50% da resistência ao cisalhamento, provida pelo aço, deve ser na forma de barras dobradas	armadura composta apenas por estribos: $A_{sv} \geq \frac{b \cdot s_v (v - v_c)}{0,87 f_{yk}}$ armadura composta por estribos e barras dobradas: $A_{sb} \geq \frac{1,15 V_b s_b}{f_{yk} (\cos \alpha + \operatorname{sen} \alpha \cotg \beta) (d - d')}$

$A_{sb}$  - área da seção transversal das barras dobradas  
 $A_{sv}$  - área total da seção transversal de estribos  
 $f_{yk}$  - resistência característica de escoamento dos estribos à tração, não podendo ser maior que 460 N/mm<sup>2</sup>  
 $s_b$  - espaçamento das barras dobradas  
 $s_v$  - espaçamento dos estribos ao longo da peça  
 $V_b$  - resistência de cálculo ao cisalhamento devida às barras dobradas  
 $\alpha$  - ângulo entre a barra dobrada e o eixo da viga  
 $\beta$  - ângulo entre a diagonal comprimida e o eixo da viga

Obs<sub>1</sub>: a armadura mínima, composta por estribos, deve ser proporcionada em todas as vigas de importância estrutural, podendo omiti-la em peças de menor importância estrutural, onde a tensão de cálculo nominal de cisalhamento é menor que a metade de  $v_c$ .

Obs<sub>2</sub>: estribos mínimos proporcionam uma resistência de cálculo ao cisalhamento de 0,4 N/mm<sup>2</sup>.

Obs<sub>3</sub>: a tensão em qualquer barra da armadura de cisalhamento não poderá exceder a  $0,87f_y$ , sendo  $f_y$  o valor da resistência de escoamento do aço à tração.

O BS 8110 (1985) prescreve que o espaçamento dos estribos na direção do vão não deve exceder a  $0,75d$ . O espaçamento horizontal, com ângulo reto em relação ao vão, deve res-

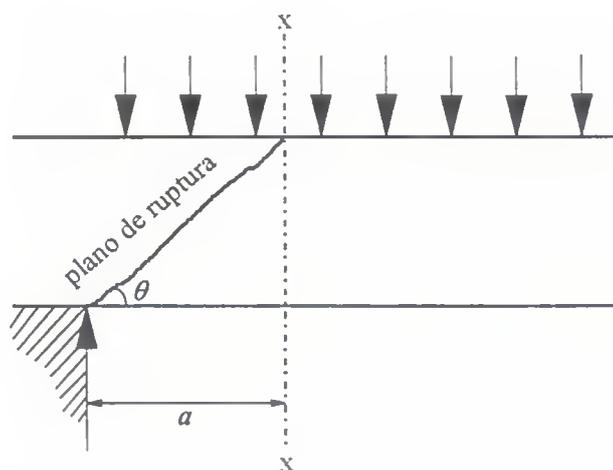
peitar o limite de que nenhuma barra longitudinal de tração esteja mais que 150 mm de uma perna vertical do estribo, não podendo ser maior que  $d$ .

A ruptura por cisalhamento de vigas sem armadura de combate ao esforço cortante ocorrerá, normalmente, em um plano inclinado com um ângulo de aproximadamente  $30^\circ$  com o eixo da viga. Em seções próximas aos apoios, a inclinação do plano de ruptura é maior e a força necessária para provocar a ruptura é aumentada. Este aumento da resistência ao cisalhamento destas seções é considerado, pelo BS 8110, através de um acréscimo na tensão de cisalhamento de cálculo do concreto ( $v_c$ ) correspondente a  $v_c \cdot 2d/a$ , desde que  $v$ , na face do poio, seja menor que  $0,8\sqrt{f_{cm}}$  ou  $5 \text{ N/mm}^2$ , com um coeficiente de majoração da resistência dos materiais ( $\gamma_m$ ) igual a 1,25.

Nas seções próximas aos apoios, de acordo com a Figura 2.9, a área total da armadura de combate ao esforço cortante, se necessária, é dada por:

$$\sum A_{sv} = \frac{a \cdot b \cdot \left( v - \frac{2d \cdot v_c}{a} \right)}{0,87 f_{yk}} \geq \frac{0,4b \cdot a}{0,87 f_{yk}} \quad (2.27)$$

dispondo-se esta armadura dentro da metade de três quartos de  $a$ .



**Figura 2.9** - Ruptura de cisalhamento próxima aos apoios (BS, 1985)

Para vigas com carregamento uniforme ou com carga principal localizada mais que  $2d$  da face do apoio, a tensão de cisalhamento deve ser calculada na seção que dista  $d$  da face do apoio. O valor de  $v_c$  é calculado de acordo com as expressões 2.25 e 2.26 e a armadura de cisalhamento segundo a Tabela 2.1.

A ancoragem dos estribos deverá ser garantida por meio de ganchos ou barras transversais soldadas.

#### 2.2.2.4 - Prescrições do CEB FIP MC 90

O código MC 90 (CEB, 1991) considera o modelo da treliça generalizada como base para o dimensionamento ao cisalhamento de peças de concreto armado submetidas à flexão simples, estabelecendo para a inclinação das diagonais comprimidas da treliça, ao nível da linha neutra, um ângulo  $\theta$  entre  $18,4^\circ$  ( $\text{arccotg } 3$ ) e  $45^\circ$  ( $\text{arccotg } 1$ ).

Através do modelo adotado, derivam-se as forças solicitantes, que deverão ser menores às forças resistentes ( $F_S \leq F_R$ ):

##### a) Banzo tracionado

A força atuante no banzo tracionado ( $F_{St}$ ) é dada pela seguinte expressão:

$$F_{St} = \frac{|M_{Sd}|}{z} + N_{Sd} \frac{(z - z_s)}{z} + \frac{V_{Sd}}{2} (\cotg \theta - \cotg \alpha) \quad (2.28)$$

onde:

$M_{Sd}$  - momento fletor de cálculo

$N_{Sd}$  - carga axial considerada positiva na tração e negativa na compressão

$V_{Sd}$  - esforço cortante de cálculo

$z$  - distância entre as forças resultantes de compressão e de tração

$z_s$  - distância da linha de ação de  $N_{Sd}$  ao centróide da armadura tracionada

- $\theta$  - ângulo de inclinação das bielas de compressão de concreto com o eixo da viga
- $\alpha$  - ângulo de inclinação da armadura transversal com a horizontal

Para carregamento direto, tem-se:

$$F_{St} = \frac{|M_{Sd,max}|}{z} + N_{Sd} \frac{(z - z_s)}{z} \quad (2.29)$$

A força resistente do banzo tracionado ( $F_{Rt}$ ) será dada pela seguinte expressão:

$$F_{Rt} = A_s \cdot f_{yd} \quad (2.30)$$

onde:

- $A_s$  - área da seção transversal da armadura longitudinal tracionada
- $f_{yd}$  - resistência de cálculo do aço à tração

#### b) Banzo comprimido

A força  $F_{Sc}$ , atuante no banzo comprimido da treliça, é dada por:

$$F_{Sc} = \frac{|M_{Sd}|}{z} - N_{Sd} \frac{z_s}{z} - \frac{V_{Sd}}{2} (\cotg \theta - \cotg \alpha) \quad (2.31)$$

exceto na seção de momento máximo, que para carregamento direto, tem-se:

$$F_{Sc} = \frac{|M_{Sd,max}|}{z} - N_{Sd} \frac{z_s}{z} \quad (2.32)$$

A força resistente do banzo comprimido ( $F_{Rc}$ ) é dada por:

$$F_{Rc} = f_{cd1} \cdot A_c + f_{yed} \cdot A_{sc} \quad (2.33)$$

onde:

$A_c$  - área da seção transversal do banzo comprimido

$A_{sc}$  - área da armadura longitudinal comprimida

$f_{ycd}$  - resistência de cálculo do aço à compressão, dada pela resistência característica do aço à compressão ( $f_{yck}$ ) dividida pelo coeficiente de minoração da resistência do aço ( $\gamma_s$ ), ou seja,  $f_{ycd} = f_{yck} / \gamma_s$ . A resistência  $f_{ycd}$  é considerada somente se a deformação da armadura comprimida for suficientemente alta.

$f_{cd1}$  - tensão média considerada para cálculo da resistência de projeto de uma região não fissurada sob compressão uniaxial, sendo

$$f_{cd1} = 0,85 \cdot \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot f_{cd} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (2.34)$$

Para zonas fissuradas, onde a resistência à compressão é reduzida pelo efeito de tração transversal da armadura e pela necessidade de transmissão das forças pelas fissuras, a tensão média é dada por:

$$f_{cd2} = 0,60 \cdot \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot f_{cd} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (2.35)$$

Estes valores são válidos desde que a deformação máxima do concreto à compressão seja:

$$\varepsilon_{cu}^* = 0,004 - 0,002 \frac{f_{ck}}{100} \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (2.36)$$

### c) Diagonal comprimida

A força atuante na biela de concreto comprimida, segundo a Figura 2.10, é expressa por:

$$F_{scw} = \frac{V_{sd}}{\text{sen } \theta} \left( \frac{\text{cotg } \theta}{\text{cotg } \theta + \text{cotg } \alpha} \right) \quad (2.37)$$

A força resistente à compressão da biela de concreto é dada por:

$$F_{Rcw} = f_{cdz} \cdot b_w \cdot z \cdot \cos \theta \quad (2.38)$$

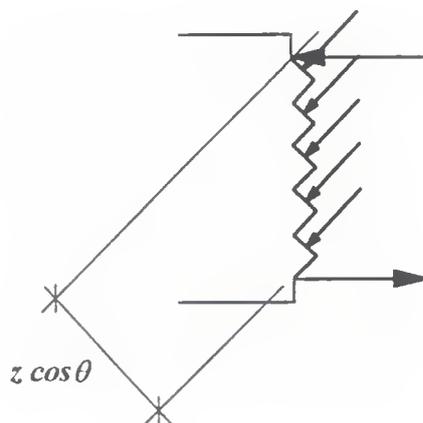


Figura 2.10 - Compressão da biela de concreto (CEB, 1991)

d) Tração na armadura transversal

De acordo com a Figura 2.11, tem-se a expressão da força de tração atuante na armadura transversal:

$$F_{Sw} = \frac{V_{sd}}{\text{sen} \alpha} \quad (2.39)$$

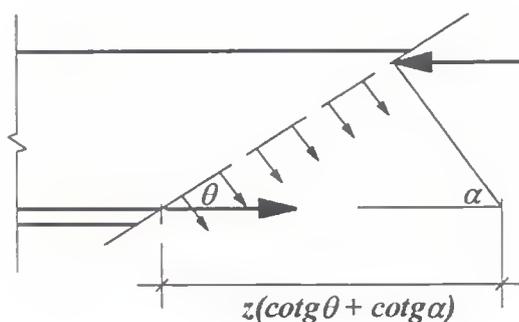


Figura 2.11 - Tração na armadura transversal (CEB, 1991)

A força de tração resistente de cálculo da armadura transversal é dada por:

$$F_{Rtw} = \left( \frac{A_{tw} \cdot f_{yd}}{s} \right) \cdot z \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \quad (2.40)$$

Segundo o CEB-FIP MC 90, a taxa mecânica mínima de armadura transversal é de 0,2, isto é,

$$\omega_{tw} = \frac{A_{tw} \cdot f_{yk}}{b_w \cdot s \cdot f_{ctm} \cdot \text{sen} \alpha} \geq 0,2 \quad (2.41)$$

onde:

$A_{tw}$  - área da seção transversal das barras da armadura de cisalhamento

$f_{yk}$  - resistência característica do aço à tração

$b_w$  - largura das vigas de seção retangular

$s$  - espaçamento entre os estribos

$f_{ctm}$  - resistência média de tração do concreto, sendo igual a

$$f_{ctm} = \alpha_{fct,m} \cdot \sqrt[3]{\left( \frac{f_{ck}}{f_{cko}} \right)^2} \quad (2.42)$$

onde  $\alpha_{fct,m} = 1,40 \text{ MPa}$  e  $f_{cko} = 10 \text{ MPa}$ .

As prescrições do MC 90, quanto às disposições construtivas da armadura de cisalhamento, são:

- a armadura poderá ser constituída por estribos verticais ou pela combinação de estribos verticais com barras dobradas;
- a inclinação mínima dos estribos, em relação ao eixo da peça, deve ser 45° e das barras dobradas 30°;
- as barras da armadura transversal não devem exceder a 12 mm em diâmetro;
- o espaçamento máximo  $s_{max}$  da armadura transversal, função das forças de compressão atuantes e resistentes na biela de concreto, é definido de acordo com as seguintes condições:

$$F_{Scw} \leq \frac{1}{5} F_{Rcw} \quad ; \quad s_{max} = 0,7d < 300mm$$

$$F_{Scw} \leq \frac{2}{3} F_{Rcw} \quad ; \quad s_{max} = 0,6d < 300mm$$

$$F_{Scw} > \frac{2}{3} F_{Rcw} \quad ; \quad s_{max} = 0,3d < 200mm$$

O espaçamento transversal dos ramos dos estribos não deve exceder a  $\frac{2}{3}d$  ou a 800mm, prevalecendo o menor.

A ancoragem dos estribos deve ser garantida por meio de ganchos, barras dobradas ou barras transversais soldadas.

### 2.2.2.5 - Prescrições do Eurocode 2

O método de cálculo correspondente ao esforço cortante, segundo o Eurocode 2 (1991), baseia-se em três valores resistentes:

- a)  $V_{Rd1}$  - valor de cálculo do esforço cortante resistente do elemento sem armadura de cisalhamento;
- b)  $V_{Rd2}$  - valor máximo do esforço cortante suportado sem ocorrência de esmagamento das bielas de compressão do concreto;
- c)  $V_{Rd3}$  - valor de cálculo do esforço cortante suportado por um elemento com armadura de cisalhamento.

Na ausência de uma análise mais rigorosa, o valor de cálculo do esforço cortante atuante nunca deve ser superior a  $V_{Rd2}$ , em qualquer seção ou elemento. Nos casos em que o elemento esteja sujeito a esforços normais de compressão,  $V_{Rd2}$  deve ser reduzido de acordo com a Expressão 2.43.

$$V_{Rd2,red} = 1,67V_{Rd2} \left( 1 - \frac{\sigma_{cp,eff}}{f_{cd}} \right) \leq V_{Rd2} \quad (2.43)$$

$$\sigma_{cp,eff} = \frac{N_{Sd} - f_{yk} \frac{A_{s2}}{\gamma_s}}{A_c} \quad (2.44)$$

onde:

$V_{Rd2,red}$  - valor reduzido de  $V_{Rd2}$

$\sigma_{cp,eff}$  - tensão média efetiva no concreto devida ao esforço normal

$f_{cd}$  - valor de cálculo da tensão de ruptura do concreto à compressão

$N_{Sd}$  - valor de cálculo do esforço normal

$f_{yk}$  - valor característico da tensão de escoamento à tração da armadura de compressão

( $f_{yk}/\gamma_s$  não deve exceder 400 N/mm<sup>2</sup>)

$A_{s2}$  - área da armadura na zona de compressão

$A_c$  - área total da seção de concreto

As seções em que o valor de cálculo do esforço cortante atuante ( $V_{Sd}$ ) é inferior a  $V_{Rd1}$ , não necessitam de armadura de cisalhamento, mas deverá ser utilizada uma armadura mínima. Este mínimo pode ser omitido em elementos que tenham capacidade suficiente de distribuição transversal de cargas e que não estejam sujeitos a forças de tração significativas ou em elementos de pequena importância, que não contribuam significativamente para a resistência e estabilidade global da estrutura.

Para as seções em que  $V_{Sd}$  for superior a  $V_{Rd1}$ , deverá utilizar-se uma armadura de combate ao esforço cortante, desde que se verifique a condição  $V_{Sd} \leq V_{Rd3}$ .

A armadura de cisalhamento deve formar um ângulo de 90° a 45° com o plano médio do elemento estrutural, podendo ser constituída por uma combinação de:

- cintas ou estribos envolvendo a armadura longitudinal de tração e a zona de compressão;
- barras inclinadas;

- armadura sob a forma de gaiolas, “escadas” etc., constituídas por barras de alta aderência que não envolvem a armadura longitudinal, mas convenientemente amarradas nas zonas comprimidas e tracionadas.

Em vigas, só se deve utilizar barras inclinadas como armadura de cisalhamento, quando combinadas com estribos. Pelo menos 50% das armaduras de combate ao esforço cortante devem ser constituídas por estribos verticais.

#### Elementos que não necessitam de armadura de cisalhamento ( $V_{Sd} \leq V_{Rd1}$ )

O valor de cálculo do esforço cortante resistente  $V_{Rd1}$  é dado por:

$$V_{Rd1} = \left[ \tau_{Rd} \cdot K \cdot (1,2 + 40\rho_l) + 0,15\sigma_{cp} \right] \cdot b_w \cdot d \quad (2.45)$$

em que:

$\tau_{Rd}$  - valor de referência para cálculo do esforço cortante resistente igual a  $0,25 \cdot f_{ctk0.05} / \gamma_c$ , onde  $\gamma_c$  representa o coeficiente de segurança relativo às propriedades do concreto, devendo ser tomado igual a 1,5, e  $f_{ctk0.05}$  o valor característico da tensão de ruptura do concreto à tração simples.

$K = 1$  para elementos em que mais de 50% da armadura inferior é interrompida no vão. Caso contrário,  $K = 1,6 - d \leq 1$ , sendo  $d$  expresso em metros.

$$\rho_l = \frac{A_{sl}}{b_w \cdot d} \geq 0,02$$

$A_{sl}$  - área da armadura longitudinal de tração

$b_w$  - largura mínima da seção ao longo da altura útil

$$\sigma_{cp} = N_{Sd} / A_c$$

$N_{Sd}$  - esforço normal na seção devido às cargas aplicadas ou ao pré-esforço (compressão positiva)

O valor de cálculo do esforço cortante resistente máximo ( $V_{Rd2}$ ) é dado por:

$$V_{Rd2} = \frac{v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d}{2} \quad (2.46)$$

sendo o fator de eficácia  $v$  dado por:

$$v = 0,7 - \frac{f_{ck}}{200} \leq 0,5 \quad (f_{ck} \text{ em MPa}) \quad (2.47)$$

### Elementos que necessitam de armadura de esforço cortante ( $V_{Sd} > V_{Rd1}$ )

O Eurocode 2 (1991) indica, para os casos em que  $V_{Sd} > V_{Rd1}$ , dois métodos de cálculo:

#### *a) Método padrão*

Para elementos de altura constante, a resistência ao esforço cortante de uma seção com armadura de cisalhamento, segundo o método padrão, é dada pela expressão:

$$V_{Rd3} = V_{cd} + V_s \quad (2.48)$$

onde:

$V_{cd}$  - capacidade resistente ao esforço cortante da zona de compressão do concreto, igual a  $V_{Rd1}$ , calculada de acordo com a Equação 2.45.

$V_s$  - contribuição da armadura de cisalhamento

A contribuição da armadura de cisalhamento é dada, no caso de estribos verticais, pela Expressão 2.49.

$$V_s = \frac{A_{sv}}{s} \cdot 0,9d \cdot f_{yvd} \quad (2.49)$$

em que  $A_{sv}$  é a área da seção da armadura de cisalhamento,  $s$  o seu espaçamento e  $f_{yvd}$  o valor de cálculo da tensão de escoamento da armadura de combate ao esforço cortante.

No caso de barras inclinadas, a contribuição da armadura de cisalhamento é dada por:

$$V_s = \frac{A_{sw}}{s} \cdot 0,9d \cdot f_{jwd} \cdot (1 + \cotg\alpha) \cdot \text{sen}\alpha \quad (2.50)$$

onde  $s$  é o espaçamento das barras inclinadas.

Para a verificação relativa ao esmagamento das bielas comprimidas,  $V_{Rd2}$  é dada pela seguinte expressão:

$$V_{Rd2} = \frac{1}{2} v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot 0,9d \cdot (1 + \cotg\alpha) \quad (2.51)$$

Para os estribos verticais, eventualmente combinados com barras inclinadas,  $\cotg\alpha$  é considerado igual a zero.

#### *b) Método das bielas de inclinação variável*

O método das bielas de inclinação variável permite uma maior liberdade de disposição das armaduras do que o método padrão. Conduz, freqüentemente, a uma economia substancial nas armaduras de esforço cortante, mas exige o aumento da armadura longitudinal de tração. Este método deve ser utilizado quando um elemento está sujeito a combinações de esforço cortante e de torção.

Segundo o método das bielas de inclinação variável, o ângulo  $\theta$  das bielas de concreto com o eixo do elemento é limitado a  $0,4 < \cotg\theta < 2,5$  para vigas com armadura longitudinal contínua e a  $0,5 < \cotg\theta < 2,0$  para vigas com armadura longitudinal descontínua. Poderão ser utilizados outros valores limites de  $\theta$ , desde que justificados.

Para elementos com armadura de cisalhamento constituída por estribos verticais, os valores de cálculo do esforço cortante resistente são definidos por:

$$V_{Rd2} = \frac{b_w \cdot z \cdot v \cdot f_{cd}}{\cotg \theta + \tg \theta} \quad (2.52)$$

$$V_{Rd3} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot \cotg \theta \quad (2.53)$$

com

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} v \cdot f_{cd} \quad (2.54)$$

onde o braço de alavanca  $z$  pode, normalmente, ser considerado igual a  $0,9d$ .

Os valores de cálculo do esforço cortante resistente, para elementos com armadura de cisalhamento constituída por barras dobradas, são definidos por:

$$V_{Rd2} = \frac{b_w \cdot z \cdot v \cdot f_{cd} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha)}{1 + \cotg^2 \theta} \quad (2.55)$$

$$V_{Rd3} = \frac{A_{sw}}{s} \cdot z \cdot f_{ywd} \cdot (\cotg \theta + \cotg \alpha) \cdot \sen \alpha \quad (2.56)$$

com

$$\frac{A_{sw} \cdot f_{ywd}}{b_w \cdot s} \leq \frac{1}{2} \frac{v \cdot f_{cd} \cdot \sen \alpha}{1 - \cos \alpha} \quad (2.57)$$

Para elementos de altura variável, tendo em consideração a variação do braço do binário das forças interiores, o valor de cálculo do esforço cortante  $V_{Sd}$  é dado pela Expressão 2.58.

$$V_{Sd} = V_d - V_{ccd} - V_{td} \quad (2.58)$$

onde:

$V_d$  - valor de cálculo do esforço cortante atuante na seção

$V_{ccd}$  - componente da força na zona de compressão, na direção da de  $V_d$  e positiva quando no mesmo sentido de  $V_d$

$V_{td}$  - componente da força na zona de tração, na direção da de  $V_d$  e positiva quando no mesmo sentido de  $V_d$

A tensão nas bielas de concreto deve ser limitada a  $\nu \cdot f_{cd}$ , sendo  $\nu$  o fator de eficácia, dado pela Expressão 2.47.

Permite-se uma majoração da resistência ao esforço cortante aos elementos sem armadura de cisalhamento e com armadura específica de esforço cortante calculada pelo método padrão, mas apenas para cargas concentradas situadas a uma distância  $x \leq 2,5d$  da face do apoio. Neste caso, poderá multiplicar-se o valor  $\tau_{Rd}$ , da Expressão 2.45, por um coeficiente  $\beta$  ao calcular  $V_{Rd1}$ , em que  $\beta = 2,5d / x$ , com  $1,0 \leq \beta \leq 5,0$ .

Quando se considera esta majoração,  $V_{Rd1}$  e a armadura de cisalhamento devem ser calculados para todas as seções críticas ao longo do comprimento  $2,5d$ , a partir da face do apoio, com  $\beta = 1,0$  do lado do vão correspondente às cargas concentradas em causa. A armadura de esforço cortante máxima, obtida desta forma, deve ser utilizada ao longo de todo este comprimento.

Nos casos em que a carga predominante numa viga seja uma carga concentrada junto a um apoio, o método anterior pode conduzir à utilização de uma armadura mínima em toda a viga. Estes casos exigem cuidado especial, podendo o projetista basear a resistência no valor não majorado de  $V_{Rd1}$ .

A percentagem de armadura de combate ao esforço cortante ( $\rho_w$ ) é dada pela seguinte expressão:

$$\rho_w = \frac{A_{sw}}{s \cdot b_w \cdot \text{sen} \alpha} \quad (2.59)$$

onde:

$A_{sw}$  - área de armadura de cisalhamento contida no comprimento  $s$

$s$  - espaçamento da armadura de cisalhamento

$b_w$  - largura da alma do elemento

$\alpha$  - ângulo formado pela armadura de cisalhamento e a armadura principal

Os valores mínimos de  $\rho_w$  estão indicados na Tabela 2.2.

**Tabela 2.2** - Valores mínimos de  $\rho_w$  (EC 2, 1991)

Classes de concreto	Classes de aço		
	S220	S400	S500
C12/15 e C20/25	0,0016	0,0009	0,0007
C25/30 a c35/45	0,0024	0,0013	0,0011
C40/50 a C50/60	0,0030	0,0016	0,0013

O diâmetro das armaduras de combate ao esforço cortante, no caso de serem constituídas por barras lisas, não deverá ser superior a 12mm.

O espaçamento longitudinal máximo  $s_{max}$  entre ramos sucessivos de estribos ou de outras armaduras de cisalhamento equivalentes é definido pelas seguintes condições:

$$\text{- se } V_{Sd} \leq 1/5 V_{Rd2} \quad s_{max} = 0,8d \geq 300mm \quad (2.60)$$

$$\text{- se } 1/5 V_{Rd2} < V_{Sd} \leq 2/3 V_{Rd2} \quad s_{max} = 0,6d \geq 300mm \quad (2.61)$$

$$\text{- se } V_{Sd} > 2/3 V_{Rd2} \quad s_{max} = 0,3d \geq 200mm \quad (2.62)$$

O espaçamento longitudinal máximo de barras inclinadas é definido por:

$$s_{max} = 0,6 \cdot d \cdot (1 + \cot \alpha) \quad (2.63)$$

O espaçamento transversal dos ramos de um estribo não deve ser superior a:

$$\text{- se } V_{Sd} \leq 1/5 V_{Rd2} \quad s_{max} = d \text{ ou } 800mm$$

$$\text{- se } V_{Sd} > 1/5 V_{Rd2} \quad \text{aplica-se a Expressão 2.61 ou 2.62}$$

A ancoragem da armadura transversal será normalmente efetuada por meio de ganchos ou de armaduras transversais soldadas, devendo-se colocar uma barra no interior do gancho.

#### 2.2.2.6 - Prescrições do texto base para a revisão da NB-1/1978

O texto base da revisão da NB-1/78 (ABNT, 1992) estabelece que o modelo de cálculo para o dimensionamento de vigas submetidas à flexão seja o da treliça com bielas inclinadas a 45°, generalizada através de considerações de esquemas alternativos, como por exemplo o arqueamento do banzo comprimido, o engrenamento dos agregados ao longo das faces de uma fissura, a flexão dos elementos componentes da treliça e de outros efeitos, como a inclinação dos cabos de protensão e a variação de altura da peça. Embora o modelo adotado preveja bielas inclinadas a 45°, admite-se a adoção de modelos cujas bielas tenham outra inclinação  $\theta$ , desde que  $\arctg 2 \geq \theta \geq \arctg 0,5$  ( $63^\circ \geq \theta \geq 27^\circ$ ) e que a contribuição dos esquemas seja adequada à hipótese considerada, tendo fundamentação experimental.

A verificação da compressão nas bielas de concreto, em caso usual de peças de concreto armado, far-se-á limitando-se a força cortante de cálculo ao valor do esforço cortante resistente de cálculo, ou seja,  $V_{Sd} \leq V_{Rd2}$ , sendo:

$$V_{Rd2} = v \cdot f_{cd} \cdot b_w \cdot d \quad (2.64)$$

onde

$$v = 0,375 - \frac{f_{ck}}{267} \leq 0,30 \quad (2.65)$$

para  $f_{ck} \leq 50 \text{ MPa}$ .

No caso usual de peças de concreto armado, a formulação é semelhante à da NB-1/78, sendo a força cortante de cálculo ( $V_{Sd}$ ) limitada pelo somatório da força cortante suportada pela armadura transversal ( $V_s$ ) com a força cortante resistente decorrente dos esquemas alternativos ao da treliça de Morsch ( $V_{cd}$ ):

$$V_{sd} \leq V_{cd} + V_s \quad (2.66)$$

sendo:

$$V_{cd} = \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot d \quad (2.67)$$

com  $\psi_1 = 0,13$ , na flexão simples e

$$V_s = 0,9d \cdot f_{ywd} \cdot \frac{A_{sw}}{s} \cdot (1 + \cotg\alpha) \cdot \text{sen } \alpha \quad (2.68)$$

onde:

$A_{sw}$  - área da armadura transversal

$b_w$  - largura da peça

$d$  - altura útil da peça

$f_{ck}$  - resistência à compressão do concreto (MPa)

$f_{ywd}$  - resistência de cálculo da armadura transversal não maior que 435 MPa. No caso de barras dobradas adota-se 70% desse valor

$s$  - espaçamento entre eixos da armadura transversal

$\alpha$  - ângulo de inclinação entre o eixo da armadura transversal e o eixo longitudinal da peça

Para o cálculo da armadura transversal, se a carga e a reação de apoio forem aplicadas em faces opostas da peça, comprimindo-a, valem as mesmas prescrições da NB-1/78, substituindo-se a altura total  $h$  pela altura útil  $d$ .

A utilização de uma armadura transversal mínima é sempre exigida, mesmo que teoricamente não seja necessária, podendo ser composta de estribos ou estribos e barras dobradas, respeitando-se a porcentagem mínima  $A_{smin}$  fornecida na Tabela 2.3. Ao serem utilizadas barras dobradas, a estas não caberá resistir mais do que 60% do esforço total.

**Tabela 2.3** - Porcentagem mínima de armadura transversal ( $A_{smin}$ )  
(ABNT, 1992)

Classe do Concreto	Classe do aço	
	CA-25 a 32	CA-40 a 60
até C20	0,20%	0,11%
C25 a C35	0,29%	0,16%
C40 a C50	0,37%	0,21%

A dispensa total da armadura de cisalhamento só é permitida em lajes que tenham capacidade transversal de distribuição de carga ou em peças secundárias, de responsabilidade local e não significativa quanto à resistência e estabilidade da estrutura.

A ancoragem dos estribos deverá, necessariamente, ser garantida por meio de ganchos ou barras transversais soldadas.

## CAPÍTULO 3

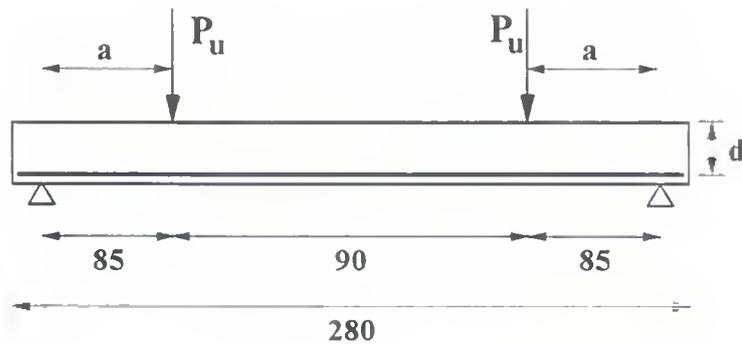
### RESISTÊNCIA AO ESFORÇO CORTANTE EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA LONGITUDINAL DE PELE

Segundo disposições de várias normas, as armaduras longitudinais laterais podem ser consideradas no cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento na torção, sendo obrigatória sua colocação em vigas altas ( $d \geq 60 \text{ cm}$ , segundo a NB-1/78) para controle de abertura das fissuras na alma. Nenhuma delas considera a possibilidade de contribuição na capacidade resistente ao cisalhamento na flexão de uma armadura longitudinal de pele, eventualmente existente. Entretanto, resultados de programas experimentais de pesquisa desenvolvidos nos Laboratórios de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Brasília e por Desai (1992) evidenciam uma contribuição dessa armadura na resistência ao cisalhamento por flexão.

#### 3.1 - PROGRAMAS EXPERIMENTAIS DE PESQUISA DESENVOLVIDOS NA UnB

##### 3.1.1 - Descrição

Cavalcante Neto et alli (1981) realizaram ensaios à ruptura de cinco vigas de concreto armado (V1A a V5A), de seção retangular ( $15 \times 30 \text{ cm}^2$ ), com comprimento total igual a 280 cm, vão livre de 260 cm, com valor de 3,2 para a razão entre a distância da carga ao apoio ( $a$ ) e a altura útil da viga ( $d$ ). As vigas eram simplesmente apoiadas e submetidas a duas cargas concentradas simétricas, segundo o esquema da Figura 3.1. No sentido de privilegiar rupturas por cortante, a armadura principal de tração das vigas foi majorada. Todas as vigas romperam por cortante, a menos de uma (V4A), onde o limite de capacidade do dispositivo de carregamento foi atingido sem que a ruptura fosse alcançada.



**Figura 3.1** - Esquema de ensaio das vigas do programa experimental de Cavalcante Neto et alli

Das cinco ensaiadas, três não possuíam armadura transversal de combate ao esforço cortante (V1A, V2A e V3A), visando estudar uma eventual contribuição exclusiva da armadura de pele, com duas diferentes disposições (V2A e V3A). Na viga V2A as barras da armadura de pele foram ancoradas em laço horizontal e em V3A através de chapas externas soldadas. A Tabela 3.1 apresenta detalhes das armaduras e as cargas de ruptura ( $P_u$ ) teórica e experimental das vigas sem armadura transversal.

**Tabela 3.1** - Vigas sem armadura transversal

Viga	$a/d$	$f_c$ (MPa)	Detalhamento de armaduras	Modo de Rup.	$P_u$ teórica (tf)		$P_u$ exp. (tf)	$P_{u,exp.} / P_{u,teór.}$ / <i>cisalh.</i>
					Fl.	Cis.		
V1A	3,2	26,1		(t)	12,3	5,5	6,0	1,09
V2A	3,2	21,2		(t)	10,4	5,1	6,0	1,18
V3A	3,2	19,6		(t)	9,9	5,0	6,4	1,28

Modo de Ruptura:  
(t): cisalhamento/tração

Para o cálculo da resistência teórica ao esforço cortante das vigas sem armadura transversal, sem considerar a presença da armadura de pele, utilizou-se a equação proposta por Zsutty, apresentada no item seguinte 3.1.2.2, que, segundo programa experimental anterior, desenvolvido por Climaco (1975), fornece boa previsão dos valores.

Sedycias Filho (1982), seguindo o mesmo esquema de ensaio e as características das vigas de Cavalcante Neto et alii (1981), realizou o ensaio de duas vigas: uma apresentando apenas armadura convencional de cisalhamento (V6A) e a outra possuindo, além dos estribos verticais, uma armadura longitudinal de pele (V7A), sendo que nesta última foi atingido o limite de capacidade do dispositivo de carga sem que houvesse ruptura.

Mais tarde, Bernadina & Silva (1994) fizeram ensaios à ruptura de mais quatro vigas de concreto armado (V8A a V11A). As vigas testadas possuíam a mesma seção retangular das ensaiadas anteriormente, ou seja,  $15 \times 30 \text{ cm}^2$ , mas o comprimento total e o vão livre variaram, sendo 300 e 240 cm, respectivamente. A relação  $a/d$  também foi alterada, sendo adotado o valor 2,4.

França Júnior & Kunze (1995) também pesquisaram a contribuição da chamada armadura de pele no combate ao esforço cortante em vigas de concreto armado com diferentes relações  $a/d$ . O programa experimental desenvolvido envolveu o ensaio à ruptura de sete vigas de seção retangular  $15 \times 30 \text{ cm}^2$  (V12A a V18A), com comprimento total de 300 cm e vão entre os centros dos apoios igual a 260 cm, com relações  $a/d$  assumindo os valores 3,2, 3,6 e 4.

A Tabela 3.2 apresenta as características geométricas e físicas das vigas dos programas experimentais, com as resistências de escoamento dos aços nominais (V1A a V7A) e obtidas de ensaios (V8A a V18A).

A Tabela 3.3 fornece um resumo das características e resultados dos testes das vigas com armadura convencional de cisalhamento. Considerou-se nos cálculos a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) como a média obtida dos ensaios dos corpos de prova correspondentes a cada viga, a menos das vigas V8A a V11A, onde se tomou a média dos corpos

de prova das quatro vigas, em razão de ter ocorrido problema de identificação. Em todos os programas, as armaduras de flexão foram majoradas para induzir rupturas por cisalhamento.

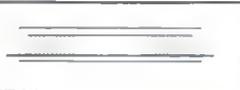
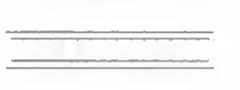
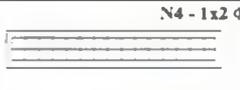
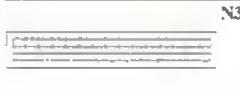
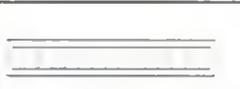
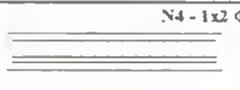
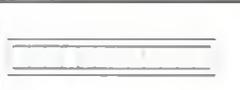
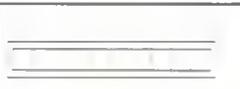
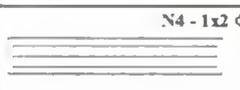
**Tabela 3.2 - Características geométricas e físicas das vigas-teste**

Viga	$l$ (cm)	$d$ (cm)	$a$ (cm)	$f_y$ (MPa)	$f_{yw}$ (MPa)	$A_s$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{se}$ (cm <sup>2</sup> /m)
V1A	260	26,8	85,0	500	-----	11,61	-----
V2A	260	26,8	85,0	500	-----	11,61	-----
V3A	260	26,9	85,0	500	-----	11,61	-----
V4A	260	26,8	85,0	500	500	11,61	6,23
V5A	260	26,9	85,0	500	600	11,61	1,66
V6A	260	27,0	85,0	500	600	9,42	1,66
V7A	260	27,0	85,0	500	600	4,91	1,66
V8A	240	27,3	65,0	577	580	4,91	3,12
V9A	240	26,9	65,0	640	580	6,28	3,12
V10A	240	27,3	65,0	577	580	4,91	3,12
V11A	240	27,3	65,0	577	580	4,91	3,12
V12A	260	27,0	86,4	610	720	4,91	2,00
V13A	260	27,0	86,4	610	720	4,91	2,00
V14A	260	27,0	86,4	610	720	4,91	2,00
V15A	260	27,0	97,2	610	720	4,91	1,60
V16A	260	27,0	97,2	610	720	4,91	1,60
V17A	260	27,0	108,0	610	720	4,91	1,33
V18A	260	27,0	108,0	610	720	4,91	1,33

$l$  - vão de centro a centro dos apoios

O cálculo da carga última teórica ao esforço cortante das vigas com armadura transversal e a capacidade resistente à flexão das vigas-teste, segundo o item seguinte 3.1.2.1, basearam-se na Norma Brasileira NB-1 (ABNT, 1978). As disposições da NB-1 quanto ao espaçamento mínimo de estribos (o menor valor entre 30 cm e  $d/2$ ) não foram observadas para as vigas V5A a V18A, visando examinar condições de armadura de cisalhamento insuficiente. A armadura transversal da viga V4A foi dimensionada convencionalmente, como controle, para a carga prevista de ruptura por flexão.

Tabela 3.3 - Vigas com armadura de cisalhamento

Viga	a/d	$f_c$ (MPa)	Detalhamento de armaduras	Modo de Rup.	$P_u$ teórica (tf)		$P_u$ exp. (tf)	$P_{u.exp.}$ / $P_{u.teor.}$ cisalh.
					Fl.	Cis.		
V4A	3,2	21,2		(n)	10,4	9,5	até 10,0	>1,05
V5A	3,2	19,3		(c)	9,7	4,5	8,9	1,98
V6A	3,2	25,8		(c)	11,6	4,9	6,5	1,33
V7A	3,2	25,8		(n)	11,6	4,9	até 10,0	>2,04
V8A	2,4	25,6		(t)	10,3	6,6	5,2	0,79
V9A	2,4	25,6		(c)	13,4	6,8	11,7	1,72
V10A	2,4	25,6		(b)	10,3	6,6	11,3	1,71
V11A	2,4	25,6		(c)	10,3	6,6	10,5	1,59
V12A	3,2	26,3		(t)	8,0	5,7	5,4	0,95
V13A	3,2	24,5		(c) e (b)	7,9	5,6	7,1	1,27
V14A	3,2	26,8		(b)	8,1	5,7	8,3	1,46
V15A	3,6	25,0		(c)	7,1	5,0	5,9	1,18
V16A	3,6	23,0		(f)	7,0	4,9	6,3	1,26
V17A	4,0	23,5		(t)	6,3	4,4	5,0	1,14
V18A	4,0	26,0		(f)	6,4	4,5	5,9	1,31

Modos de Ruptura:

- (b): esmagamento de biela
- (c): cisalhamento/compressão
- (f): flexão
- (n): não atingiu a ruptura
- (t): cisalhamento/tração

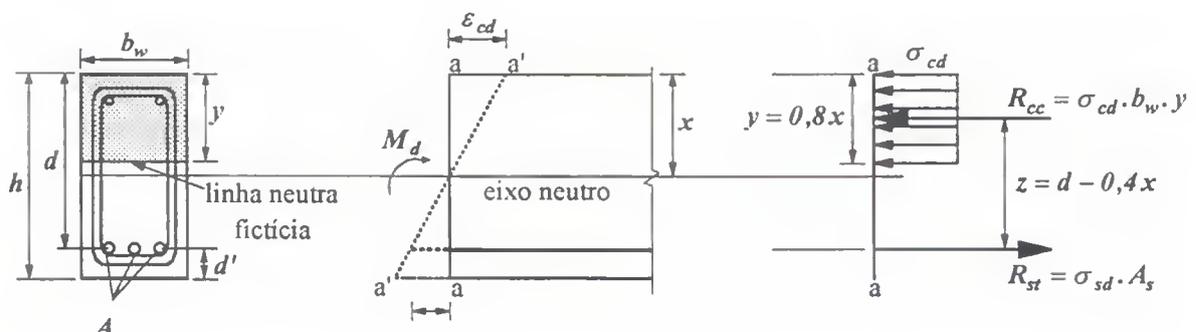
### 3.1.2 - Capacidade resistente à flexão e ao cisalhamento

#### 3.1.2.1 - Formulação da NB-1/78 para cálculo da capacidade resistente à flexão e ao cisalhamento de vigas de concreto armado

##### A) Capacidade resistente à flexão de seções com armadura simples

O cálculo da capacidade resistente à flexão das seções é feito a partir da compatibilidade de deformações, baseada na Hipótese das Seções Planas - o empenamento causado pelas tensões tangenciais devido ao cisalhamento sendo desprezado - e de equações de equilíbrio - **Momento de cálculo  $\leq$  Momento resistente.**

##### Compatibilização de deformações



**Figura 3.2** - Seção retangular com armadura simples no estado limite último

Na Figura 3.2, tem-se:

$h$  - altura total da seção

$d$  - altura útil da seção (do centro de gravidade da armadura de tração à fibra mais comprimida);

$x$  - distância da linha neutra à fibra mais comprimida;

$y$  - altura do diagrama retangular simplificado de compressão no concreto, igual a  $0,8x$ ;

$R_{cc}$  - resultante das tensões de compressão no concreto;

$R_{st}$  - resultante das tensões de tração na armadura;

$z$  - braço de alavanca das resultantes de tração e compressão;

$\varepsilon_{cd}$  - encurtamento máximo do concreto na ruptura da peça por flexão;

$\sigma_{cd}$  - tensão de compressão máxima no concreto na ruptura da peça por flexão;

$\varepsilon_{sd}$  - alongamento no nível do centróide da seção da armadura longitudinal de tração

$\sigma_{sd}$  - tensão de tração no nível do centróide da seção da armadura longitudinal de tração

Da Figura 3.2, por semelhança de triângulos, tem-se:

$$\varepsilon_{sd} = \frac{1 - k_x}{k_x} \cdot \varepsilon_{cd} \quad (3.1)$$

Definindo-se o coeficiente adimensional  $k_x$ , “altura relativa da linha neutra”, como:

$$k_x = \frac{x}{d} = \frac{|\varepsilon_{cd}|}{|\varepsilon_{cd}| + \varepsilon_{sd}} \quad (3.2)$$

Através da Equação 3.2, obtém-se os valores de  $k_x$  nos domínios de flexão simples (Figura 3.3):

- limite 1-2:  $k_x = 0$

↑

*Dominio 2*

↓

- limite 2-3:  $k_x = 0,259$

↑

*Dominio 3*

↓

- limite 3-4 (seções normalmente armadas):

$$k_{x\lim} = \frac{3,5^{0,00}}{3,5^{0,00} + \varepsilon_{yd}}$$

Os aços estruturais para o concreto armado, atualmente fabricados no Brasil, podem ser classificados em aços de dureza natural (laminados à quente) e aços encruados a frio (Sánchez & Barbosa, 1995).

Os aços laminados à quente deveriam caracterizar-se pela existência no diagrama tensão-deformação específica de um acentuado patamar de escoamento. Segundo a norma NBR 7480/85 (ABNT, 1985) são os aços da classe A.

Através do encruamento à frio, realizado após a laminação à quente, aumenta-se a resistência à tração e a dureza do aço, em contrapartida diminui-se a ductilidade e o alongamento. Segundo a NBR 7480/85 (ABNT, 1985), os aços trefilados são os da classe B, não possuindo patamar de escoamento definido no diagrama tensão-deformação específica. Adota-se uma tensão de escoamento convencional, traçando-se a partir da deformação específica residual de 0,2%, uma reta paralela ao trecho linear do diagrama.

Recentemente, a NBR 7480/96 (ABNT, fev. 1996), que substitui a NBR 7480/85 (ABNT, 1985), omite a classificação tradicional em classes A e B, mas em seu item 5.1.2 dispõe “A resistência de escoamento de barras e fios de aço pode ser caracterizada por um patamar no diagrama tensão-deformação ou calculada pelo valor da tensão sob carga correspondente à deformação permanente de 0,2%”. Este texto distingue, então, a existência de duas classes distintas de aço: uma com patamar de escoamento “real”, outra com um escoamento “convencional”, em função de  $\varepsilon_y = 0,2\%$ ; ou seja, pressupõe os tipos de aço que convencionalmente denominam-se classes A e B. Dessa forma, não estando explícitos na NBR 7480/96 procedimentos de cálculo em forma similar ao disposto no item 4.1.1.1-e da NB-1/78, apresentaremos as formulações para aços classes A e B segundo esta última norma, ainda em vigas.

Para aços com patamar de escoamento (classe A), tem-se:

$$\varepsilon_{yd}^A = \frac{f_{yd}}{E_s} \quad (3.3)$$

com

$$f_{yd} = \frac{f_{yk}}{\gamma_s} \quad (3.4)$$

sendo  $\gamma_s$  o coeficiente de minoração do aço, em geral igual a 1,15.

Para aços sem patamar de escoamento (classe B), tem-se

$$\varepsilon_{yd}^B = \varepsilon_{yd}^A + 2\text{‰} \quad (3.5)$$

↑

*Domínio 4*

↓

- limite 4-4a:  $k_x = 1$

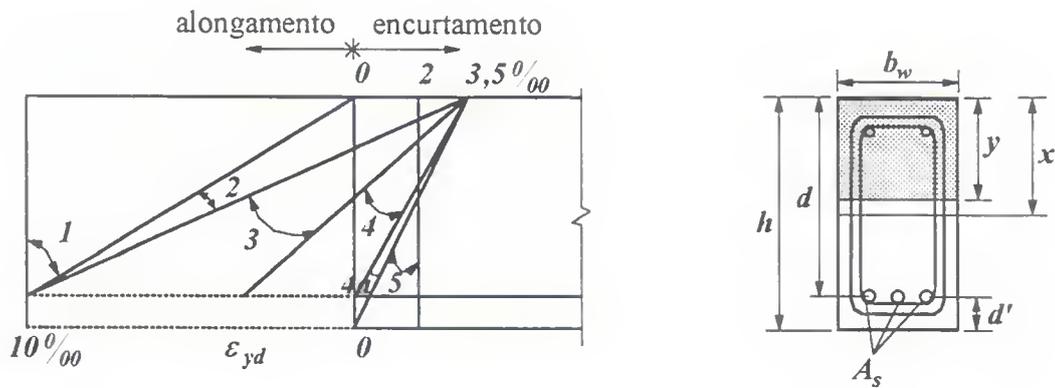


Figura 3.3 - Domínios de deformação das seções no estado limite último

Os domínios de deformação 2, 3 e 4 caracterizam a ruptura por flexão simples e possuem as seguintes características:

Domínio 2:  $0 < |\varepsilon_{cd}| < 3,5\text{‰}$  e  $\varepsilon_{sd} = 10\text{‰}$

Domínio 3:  $|\varepsilon_{cd}| = 3,5\text{‰}$  e  $\varepsilon_{yd} < \varepsilon_{sd} < 10\text{‰}$  (seções subarmadas)

Domínio 4:  $\varepsilon_{cd} = 3,5\text{‰}$  e  $0 < \varepsilon_{sd} < \varepsilon_{yd}$  (seções superarmadas)

### Equilíbrio de forças

Da distribuição de tensões na seção, mostrada na Figura 3.2, tem-se:

$$R_{cc} = R_{st}$$

$$\sigma_{cd} \cdot b_w \cdot y = A_s \cdot \sigma_{sd} \quad (3.6)$$

A tensão máxima de ruptura do concreto na compressão ( $\sigma_{cd}$ ), para seção retangular com largura constante, é dada por:

$$\sigma_{cd} = 0,85 f_{cd} \quad (3.7)$$

com

$$f_{cd} = \frac{f_{ck}}{\gamma_c}$$

onde  $\gamma_c$  é o coeficiente de minoração do concreto, normalmente igual a 1,4.

A profundidade da zona de concreto comprimida é dada por:

$$y = 0,8x \quad (3.8)$$

Aplicando as equações 3.7 e 3.8 na Equação 3.6, tem-se:

$$x = \frac{A_s \cdot \sigma_{sd}}{0,68 f_{cd} \cdot b_w} \quad (3.9)$$

A tensão de cálculo na armadura de flexão no estado limite último  $\sigma_{sd}$ , para aços com patamar de escoamento (classe A), será dada por:

$$\begin{aligned} \text{a) } \sigma_{sd}^A &= E_s \cdot \varepsilon_{sd} & \text{para } 0 \leq \varepsilon_{sd} \leq \varepsilon_{yd}^A \\ \text{b) } \sigma_{sd}^A &= f_{yd} & \text{para } \varepsilon_{yd}^A \leq \varepsilon_{sd} \leq 10\text{‰} \end{aligned} \quad (3.10)$$

$\varepsilon_{yd}^A$  é dada pela Equação 3.3 e  $f_{yd}$  pela Equação 3.4.

Num problema de verificação, sendo conhecidas as dimensões da seção de concreto, armaduras e resistências, para obter a capacidade resistente à flexão, admite-se, inicialmente,  $\sigma_{sd} = f_{yd}$ , calculando-se  $x$  pela Equação 3.9.

Obtendo-se, então, o valor de  $k_x$ , verifica-se o domínio de dimensionamento da viga. Se o valor estiver nos domínios 2 ou 3, a seção terá ruptura com escoamento do aço e permanecerá o valor de  $k_x$  calculado.

No caso do  $k_x$  pertencer ao domínio 4, o seu valor deverá ser corrigido por uma das formas seguintes:

1ª) aços com patamar de escoamento (classe A)

$\sigma_{sd}^A$  é calculada aplicando-se a Equação 3.1 na Equação 3.10-a, sendo a deformação do concreto  $\varepsilon_{cd}$  igual a  $3,5 \text{‰}$ :

$$\sigma_{sd}^A = 7350 \left( \frac{1 - k_x}{k_x} \right) \quad (3.11)$$

Substituindo a Equação 3.11 na Equação 3.9, obtém-se o valor de  $k_x$ :

$$(0,68b_w \cdot f_{cd}) \cdot k_x^2 + \left( 7350 \frac{A_s}{d} \right) \cdot k_x - 7350 \frac{A_s}{d} = 0 \quad (3.12)$$

2ª) aços sem patamar de escoamento (classe B)

A Figura 3.4 apresenta um diagrama simplificado de cálculo de um aço sem patamar de escoamento baseado no aço com patamar de escoamento de mesma resistência. Para o aço sem patamar de escoamento, o trecho parabólico entre o limite de proporcionalidade  $\sigma_{sd} = 0,7f_{yd}$  e o escoamento, pode ser aproximado por duas retas, segundo o item 4.1.1.1-e da NB-1/78, a partir da definição da ordenada  $0,85f_{yd}$  no diagrama do aço sem patamar de escoamento para uma abscissa  $\varepsilon_s = \varepsilon_{yd}^A$ .

Da Figura 3.4, as tensões nos aços **A** e **B** de mesma resistência  $\sigma_{sd}^A$  e  $\sigma_{sd}^B$ , correspondentes a uma mesma deformação genérica  $\varepsilon_{sd}$ , nos quatro trechos em que se divide o diagrama  $\sigma \times \varepsilon$  são assim relacionadas:

$$\begin{aligned}
 \text{a: } \sigma_{sd}^B &= \sigma_{sd}^A = E_s \cdot \varepsilon_{sd} && \text{para } 0 \leq \varepsilon_{sd} \leq 0,7 \varepsilon_{yd}^A \\
 \text{b: } \sigma_{sd}^B &= \left( 1,35 - 0,5 \frac{\varepsilon_{sd}}{\varepsilon_{yd}^A} \right) \cdot E_s \cdot \varepsilon_{sd} && \text{para } 0,7 \varepsilon_{yd}^A \leq \varepsilon_{sd} \leq \varepsilon_{yd}^A \\
 \text{c: } \sigma_{sd}^B &= \left[ 0,85 + 75 \left( \varepsilon_{sd} - \varepsilon_{yd}^A \right) \right] \cdot f_{yd} && \text{para } \varepsilon_{yd}^A \leq \varepsilon_{sd} \leq \varepsilon_{yd}^B \\
 \text{d: } \sigma_{sd}^B &= \sigma_{sd}^A = f_{yd} && \text{para } \varepsilon_{yd}^B \leq \varepsilon_{sd} \leq 10\%
 \end{aligned}
 \tag{3.13}$$

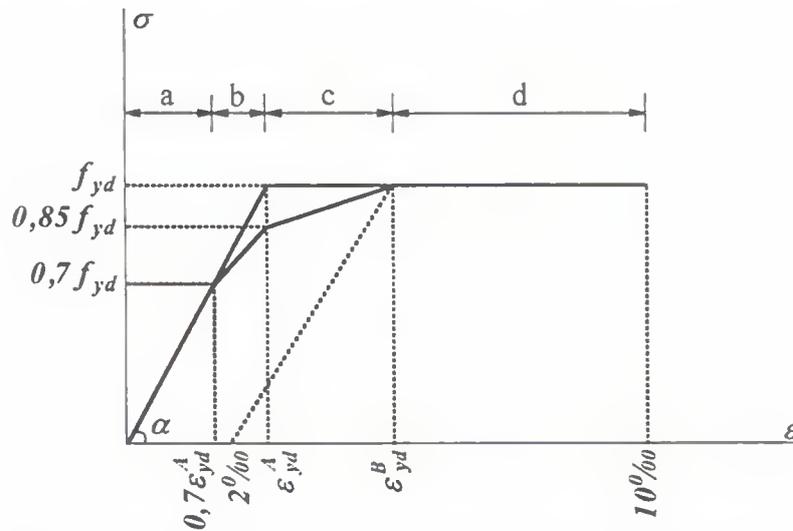


Figura 3.4 - Diagrama Tensão x Deformação para aços classe A e B

O valor de  $k_x$ , correspondente aos trechos da peça superarmada, será calculado na forma seguinte:

**Trecho c:**  $\varepsilon_{yd}^A \leq \varepsilon_{sd} \leq \varepsilon_{yd}^B$

Substituindo as equações 3.1, sendo  $\varepsilon_{cd} = 3,5\%$ , e 3.3 na Equação 3.13-c, tem-se:

$$\sigma_{sd}^B = \left[ 0,85 + 75 \left( \frac{1 - k_x}{k_x} 0,0035 - \frac{f_{yd}}{2,1 \cdot 10^6} \right) \right] \cdot f_{yd}
 \tag{3.14}$$

Aplicando-se a Equação 3.14 na Equação 3.9 e dividindo-se os dois membros por  $d$ , tem-se:

$$\left( \frac{1428000 f_{cd} \cdot b_w \cdot d}{A_s \cdot f_{yd}} \right) \cdot k_x^2 + (75 f_{yd} - 1233750) \cdot k_x - 551250 = 0 \quad (3.15)$$

Obtido  $k_x$  da Equação 3.15, através da Equação 3.1, sendo  $\varepsilon_{cd} = 3,5\%$ , obtém-se  $\varepsilon_{sd}$ . Se o valor de  $\varepsilon_{sd}$  estiver dentro do limite  $\varepsilon_{yd}^A \leq \varepsilon_{sd} \leq \varepsilon_{yd}^B$ , o valor de  $k_x$  é correto, obtendo-se o valor de  $\sigma_{sd}^B$  pela Equação 3.13-c. Caso contrário, considera-se o trecho seguinte.

**Trecho b:**  $0,7 \varepsilon_{yd}^A \leq \varepsilon_{sd} \leq \varepsilon_{yd}^A$

Substituindo as equações 3.1 e 3.3 em 3.13-b, tem-se:

$$\sigma_{sd}^B = \frac{4,725 \cdot 10^{-3} f_{yd} \cdot k_x - 4,725 \cdot 10^{-3} f_{yd} \cdot k_x^2 - 6,125 \cdot 10^{-6}}{f_{yd} \cdot k_x^2} + \frac{12,25 \cdot 10^{-6} k_x - 6,125 \cdot 10^{-6} k_x^2}{f_{yd} \cdot k_x^2} \quad (3.16)$$

Substituindo a Equação 3.16 na Equação 3.9 e dividindo-se os dois membros por  $d$ , tem-se:

$$\left( \frac{0,68 f_{cd} \cdot b_w \cdot f_{yd}}{A_s} \right) \cdot k_x^3 + (4,725 \cdot 10^{-3} f_{yd} + 6,125 \cdot 10^{-6}) \cdot k_x^2 + (-4,725 \cdot 10^{-3} f_{yd} - 12,25 \cdot 10^{-6}) \cdot k_x + 6,125 \cdot 10^{-6} = 0 \quad (3.17)$$

Aplica-se o valor de  $k_x$ , calculado pela Equação 3.17, na Equação 3.1. Se  $\varepsilon_{sd}$  estiver compreendido no limite  $0,7 \varepsilon_{yd}^A \leq \varepsilon_{sd} \leq \varepsilon_{yd}^A$ , obtém-se  $\sigma_{sd}^B$  através da Equação 3.13-b. Caso contrário, considera-se o aço no trecho a.

**Trecho a:**  $0 \leq \varepsilon_{sd} \leq 0,7 \varepsilon_{yd}^A$

Considerando  $0 \leq \varepsilon_{sd} \leq 0,7 \varepsilon_{yd}^A$ , a tensão do aço sem patamar de escoamento ( $\sigma_{sd}^B$ ) é igual à tensão do aço com patamar de escoamento, que é dada pela Equação 3.13-a:

$$\sigma_{sd}^B = \sigma_{sd}^A = E_s \cdot \varepsilon_{sd}$$

Assim, obtém-se  $k_x$  através da Equação 3.12 e  $\sigma_{sd}^B$  é calculada pela Equação 3.11.

Tendo sido determinado o coeficiente  $k_x$ , o valor do momento último ( $M_u$ ) é então definido a partir da equação de equilíbrio do binário resistente à tração:

$$M_u = \sigma_{sd} \cdot A_s \cdot k_z \cdot d \quad (3.18)$$

com  $k_z$  dado por:

$$k_z = \frac{z}{d} = 1 - 0,4k_x \quad (3.19)$$

### *B) Capacidade resistente à flexão de seções com armadura dupla*

Quando no cálculo de uma viga com armadura simples obtém-se  $k_x > k_{xlim}$  é conveniente evitar o dimensionamento como peça superarmada, pois a armação trabalha com valor de cálculo de tensão inferior a  $f_{yd}$ , o que leva a um desperdício das potencialidades do aço, conduzindo a um dimensionamento antieconômico da peça.

Caso a altura da viga não possa ser aumentada, pode-se usar a alternativa de reforçar a zona comprimida de concreto com uma armadura de compressão. Neste caso, diz que a peça é dimensionada com “armadura dupla”.

Para fins de cálculo, o momento  $M_d$  será equilibrado em duas parcelas:

- $M_{d1}$ : pelo binário entre o concreto à compressão e armadura tracionada  $A_{s1}$ ;
- $M_{d2}$ : pelo binário entre a armadura de compressão  $A'_s$  e a armadura tracionada  $A_{s2}$ .

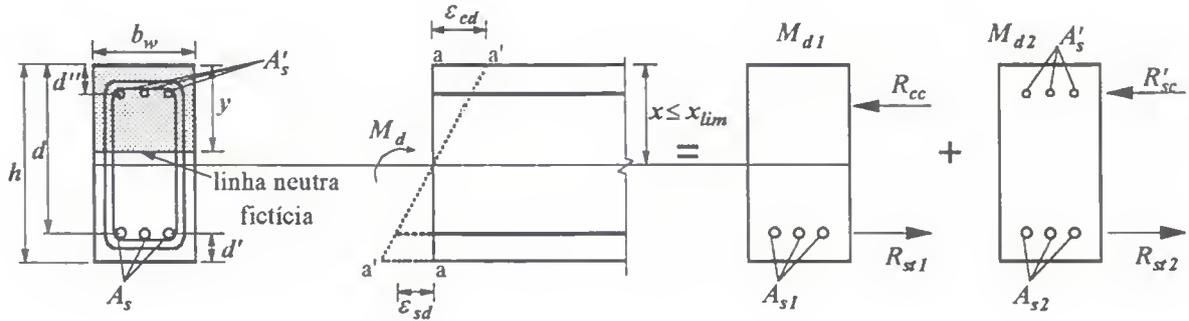


Figura 3.5 - Seção retangular com armadura dupla no estado limite último

Desta forma

$$M_d = M_{d1} + M_{d2} \quad (3.20)$$

Do binário entre o concreto à compressão e a armadura tracionada  $A_{s1}$ , mostrado na Figura 3.5, tem-se:

$$R_{cc} = R_{sd1}$$

$$\sigma_{cd} \cdot b_w \cdot y = \sigma_{sd1} \cdot A_{s1} \quad (3.21)$$

Aplicando-se as equações 3.7 e 3.8 na Expressão 3.21, tem-se:

$$A_{s1} = \frac{0,68 f_{cd} \cdot b_w \cdot x}{\sigma_{sd1}} \quad (3.22)$$

Pelo binário entre as resultantes das tensões de tração na armadura tracionada  $A_{s2}$  e a armadura comprimida  $A'_s$ , obtém-se a Expressão 3.23:

$$A_{s2} = \frac{\sigma'_{sd} \cdot A'_s}{\sigma_{sd2}} \quad (3.23)$$

A área total da seção transversal da armadura longitudinal tracionada ( $A_s$ ) é obtida pelo somatório das armaduras longitudinais tracionada e comprimida, ou seja,  $A_{s1}$  e  $A_{s2}$ , respectivamente:

$$A_s = A_{s1} + A_{s2} \quad (3.24)$$

Substituindo as equações 3.22 e 3.23 na Equação 3.24, tem-se:

$$x = \left( A_s - \frac{\sigma'_{sd} \cdot A'_s}{\sigma_{sd2}} \right) \cdot \frac{\sigma_{sd1}}{0,68 f_{cd} \cdot b_w} \quad (3.25)$$

em que  $\sigma_{sd1} = \sigma_{sd2} = f_{yd}$ .

Num problema de verificação, conhecendo-se as dimensões da seção de concreto, armaduras e resistências, para obter a capacidade resistente à flexão, admite-se, inicialmente,  $\sigma'_{sd} = f_{yd}$ , calculando-se  $x$  pela Expressão 3.25.

Obtendo-se  $x$ , calcula-se a deformação no aço da armadura comprimida  $\varepsilon'_{sd}$ , que, através da Figura 3.5, por semelhança de triângulos, tem-se:

$$\varepsilon'_{sd} = \frac{x - d''}{x} \cdot \varepsilon_{cd} \quad (3.26)$$

em que  $\varepsilon_{cd} = 3,5\%$ .

Se  $\varepsilon'_{sd}$  for maior ou igual à deformação específica de cálculo de escoamento do aço ( $\varepsilon_{yd}$ ), o valor inicialmente considerado para a tensão de tração na armadura comprimida permanecerá, ou seja,  $\sigma'_{sd} = f_{yd}$ .

No caso de  $\varepsilon'_{sd}$  ser menor que  $\varepsilon_{yd}$ , o valor de  $\sigma'_{sd}$  deverá ser corrigido, levando-se em consideração a classe do aço (A ou B).

Determinando-se a tensão na armadura comprimida  $\sigma'_{sd}$ , o valor de  $x$  deve ser recalculado e o momento resistente é então determinado pela Expressão 3.27.

$$M_d = R_{cc} \cdot z + R'_s \cdot (d - d'')$$

$$M_d = 0,68 f_{cd} \cdot b_w \cdot x \cdot (d - 0,4x) + \sigma'_{sd} \cdot A'_s \cdot (d - d'') \quad (3.27)$$

### C) Capacidade resistente ao cisalhamento de vigas com armadura transversal

Conforme visto no item 2.2.2.1, a NB-1/78 estabelece, para cálculo da armadura transversal constituída apenas por estribos verticais, a expressão:

$$A_{sv} = (1,15 \tau_{wd} - \tau_c) \cdot \frac{h_w}{f_{yd}} \quad (3.28)$$

sendo, para flexão simples, o valor da tensão de correção ( $\tau_c$ ) dado pela Expressão 2.14. Nas peças curvas e nas peças de altura variável, onde o valor absoluto de  $V_d$  é reduzido, deve-se tomar  $\tau_c = 0$ .

Substituindo as equações 2.11 e 2.14 na Equação 3.28, obtém-se:

$$A_{sv} = \left( 1,15 \frac{V_d}{b_w \cdot d} - \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} \right) \cdot \frac{h_w}{f_{yd}}$$

donde:

$$V_d = \left( A_{sv} \cdot f_{yd} + \psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \right) \cdot \frac{d}{1,15} \quad (3.29)$$

Segundo a NB-1/78, item 5.3.1.2-b, o valor de cálculo da tensão convencional de cisalhamento ( $\tau_{vd}$ ) não poderá ultrapassar o valor da tensão de cisalhamento última  $\tau_{vu}$ , dado pela Expressão 2.12, que é função do tipo de peça, do aço da armadura e da resistência característica do concreto. Esta limitação é uma forma de controle da compressão das bielas de concreto.

O limite superior da tensão de cisalhamento convencional, no caso de vigas de seção retangular ( $b_w \leq 5h$ ) com armadura transversal composta apenas de estribos verticais, é dado por:

$$\tau_{vd,max} = 0,25 f_{cd} \leq 4,5 \text{ MPa} \quad (3.30)$$

Substituindo a Equação 2.11 na 3.30, obtém-se o limite superior de  $V_d$  para vigas de seção retangular com armadura transversal composta apenas de estribos verticais:

$$V_{d,max} = 0,25 f_{cd} \cdot b_w \cdot d \leq 4,5 b_w \cdot d \quad (3.31)$$

### 3.1.2.2 - Capacidade resistente das vigas-teste

Através de um estudo comparativo do cálculo da resistência à flexão e ao cisalhamento das vigas dos programas experimentais, segundo as disposições normativas apresentadas no capítulo 2, constatou-se a semelhança entre os valores de carga última das normas, apresentando-se apenas os obtidos segundo a NB-1/78.

O cálculo da resistência à flexão e ao cisalhamento das vigas dos programas experimentais baseou-se nas considerações e equações do subitem 3.1.2.1.

Para fins de cálculo das vigas-teste, os coeficientes de minoração das resistências dos materiais -  $\gamma_c$  (concreto) e  $\gamma_s$  (aço) - e de majoração dos esforços solicitantes ( $\gamma_f$ ), foram considerados iguais a 1 (um), não se observando o disposto na NB-1/78, itens 5.4.1 e 5.4.2, respectivamente, pois as peças foram executadas sob condições favoráveis (execução em

laboratório), não apresentando distorções de obras - desvios desfavoráveis da resistência dos materiais e inexatidões geométricas de construção.

Para o cálculo das vigas V1A a V7A, tendo em vista a não realização de ensaios à tração que representassem adequadamente todo o aço das armaduras, foi adotada a resistência de escoamento característica nominal do aço ( $f_{yk}$ ). Nas vigas V8A a V18A, onde se fez os ensaios à tração das barras de aço, considerou-se o valor experimental da resistência de escoamento do aço à tração.

Também não foi utilizado o coeficiente 0,85 sobre a tensão máxima de ruptura do concreto na compressão,  $\sigma_{cd}$  (Equação 3.7), considerado para levar em conta o efeito de cargas de longa duração, a variação da resistência com a idade e dimensões dos corpos de prova (Fusco, 1995). Para ensaios em laboratório, sendo o período de aplicação de cargas curto e desconsiderando a influência das dimensões dos corpos de prova, adotou-se:

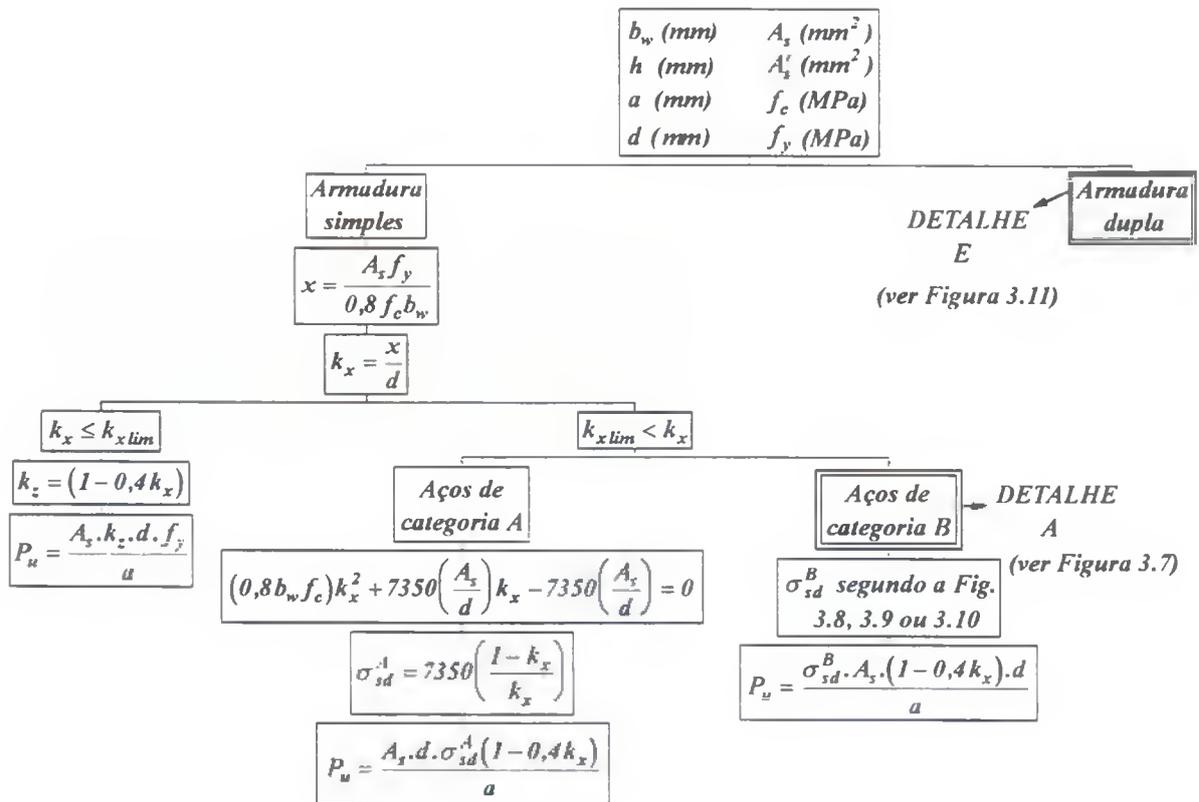
$$\sigma_{cd} = f_c \quad (3.32)$$

#### Capacidade resistente à flexão

Para uma viga retangular biapoiada carregada com duas cargas concentradas simétricas, tem-se que a carga última ( $P_u$ ) é igual à razão do momento último ( $M_u$ ), dado pela Equação 3.18, pela distância da carga última ao apoio ( $a$ ):

$$P_u = \frac{M_u}{a}$$
$$P_u = \frac{\sigma_{cd} \cdot A_s \cdot k_z \cdot d}{a} \quad (3.33)$$

As figuras 3.6 a 3.11 apresentam os fluxogramas com os passos de cálculo da carga última de flexão das vigas-teste, nos vários domínios de deformação da flexão simples, sem considerar os coeficientes de ponderação sobre solicitações e resistências dos materiais.



**Figura 3.6** - Fluxograma geral de verificação da capacidade resistente à flexão simples das vigas-teste

Os detalhes “A” e “E”, do fluxograma geral da Figura 3.6, estão representados pelas figuras 3.7 e 3.11, respectivamente.

As figuras 3.8, 3.9 e 3.10 representam, respectivamente, os detalhes “B”, “C” e “D” da Figura 3.7.

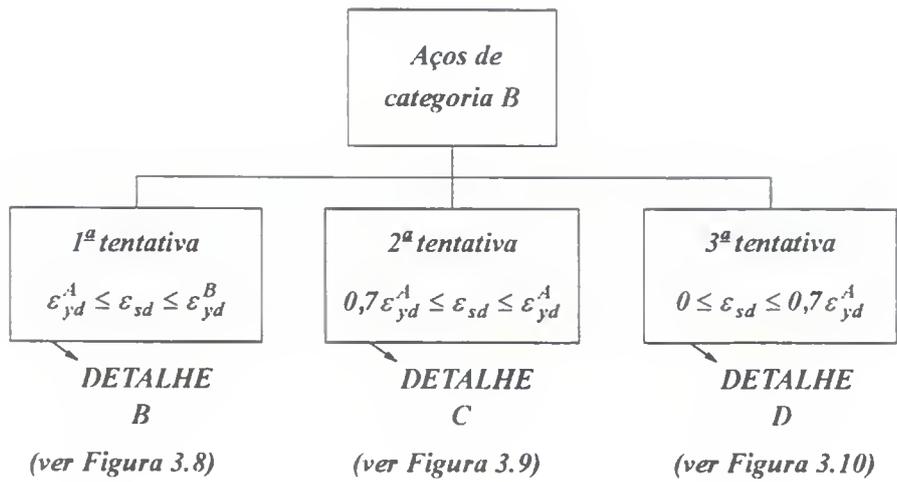


Figura 3.7 - Detalhe "A" da Figura 3.6

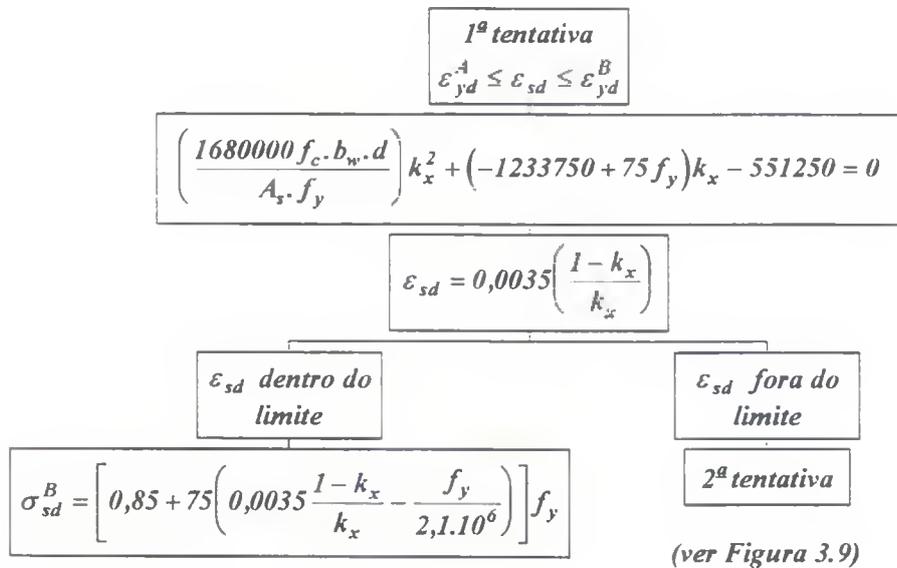


Figura 3.8 - Detalhe "B" da Figura 3.7

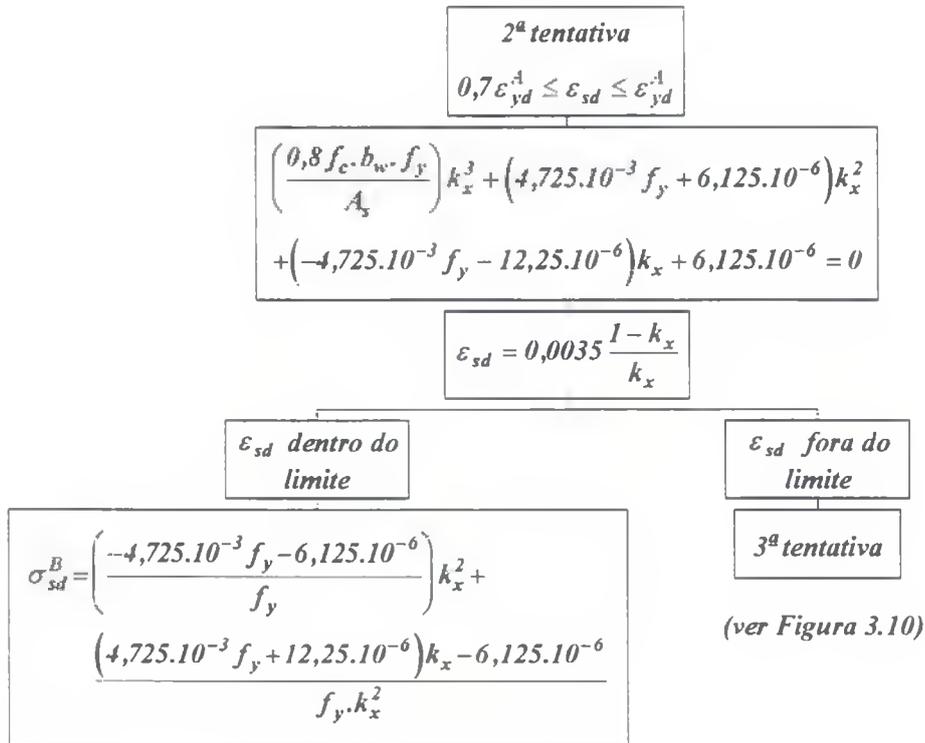


Figura 3.9 - Detalhe "C" da Figura 3.7

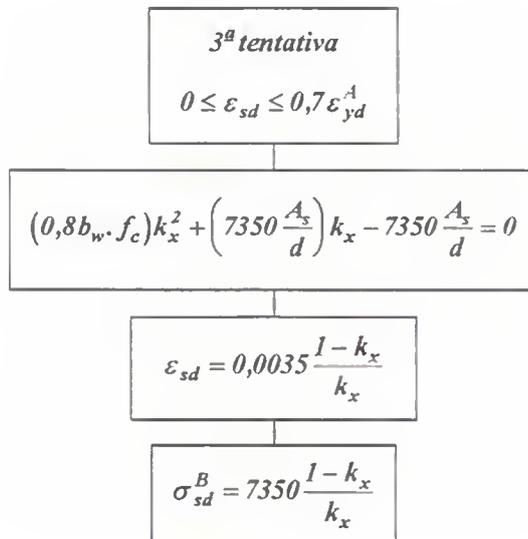


Figura 3.10 - Detalhe "D" da Figura 3.7

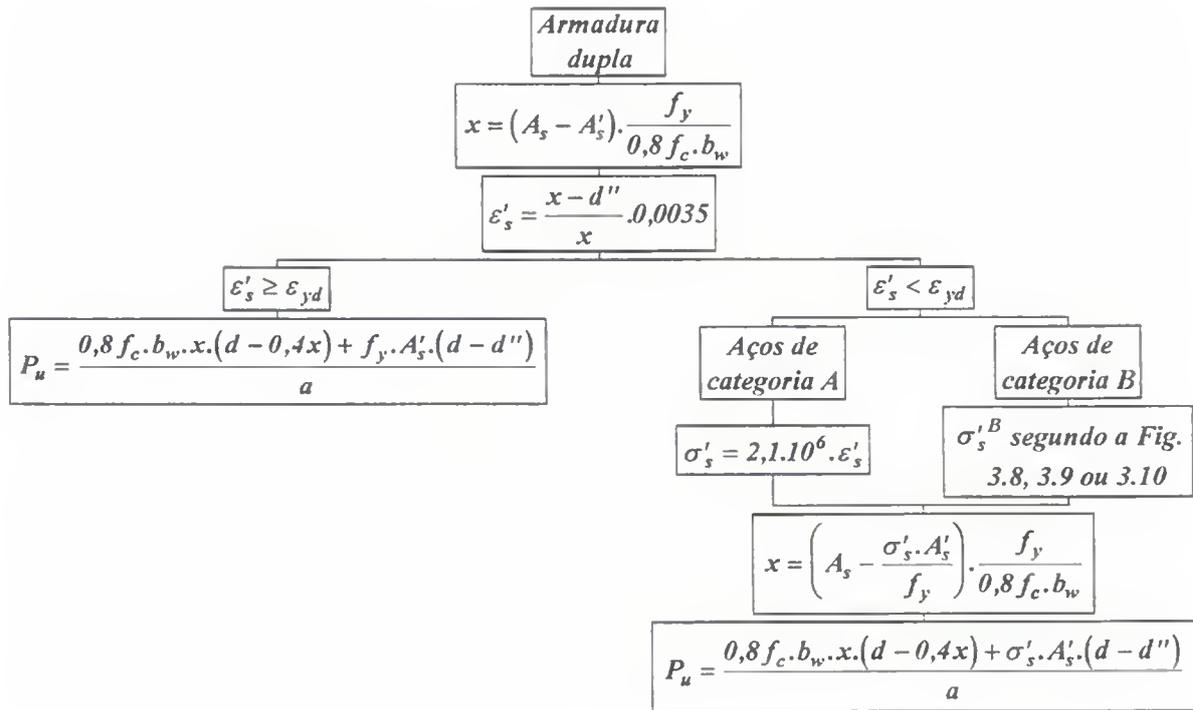


Figura 3.11 - Detalhe “E” da Figura 3.6

### Capacidade resistente ao cisalhamento

A NB-1/78 (ABNT, 1978) não considera o caso de vigas sem armadura transversal, mas se for usada a Equação 3.29 e tomando-se  $A_{se} = 0$ , ter-se-ia:

$$V_d = \frac{\psi_1 \cdot \sqrt{f_{ck}} \cdot b_w \cdot d}{1,15} \quad (3.34)$$

O esforço cortante último, obtido através da Equação 3.34, prevê valores bastante inferiores aos de ensaios para valores da relação  $a/d$  inferiores a 3,0 (Climaco, 1975).

Segundo Climaco (1975), a equação proposta por Zsutty é mais realista para o cálculo da resistência ao esforço cortante em vigas sem armadura transversal sob carregamento direto,

apresentando valores da tensão de cisalhamento última muito próximos dos valores de ensaios.

A equação proposta por Zsutty para avaliação da resistência ao cortante de vigas curtas com carregamento direto é dada por:

$$\tau_{\text{med}} = \frac{V_d}{b_w \cdot d} = 25,5 \sqrt[3]{f_{cd} \cdot \rho} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{d}{a}\right)^4} \quad (\text{kgf/cm}^2) \quad (3.35)$$

Assim:

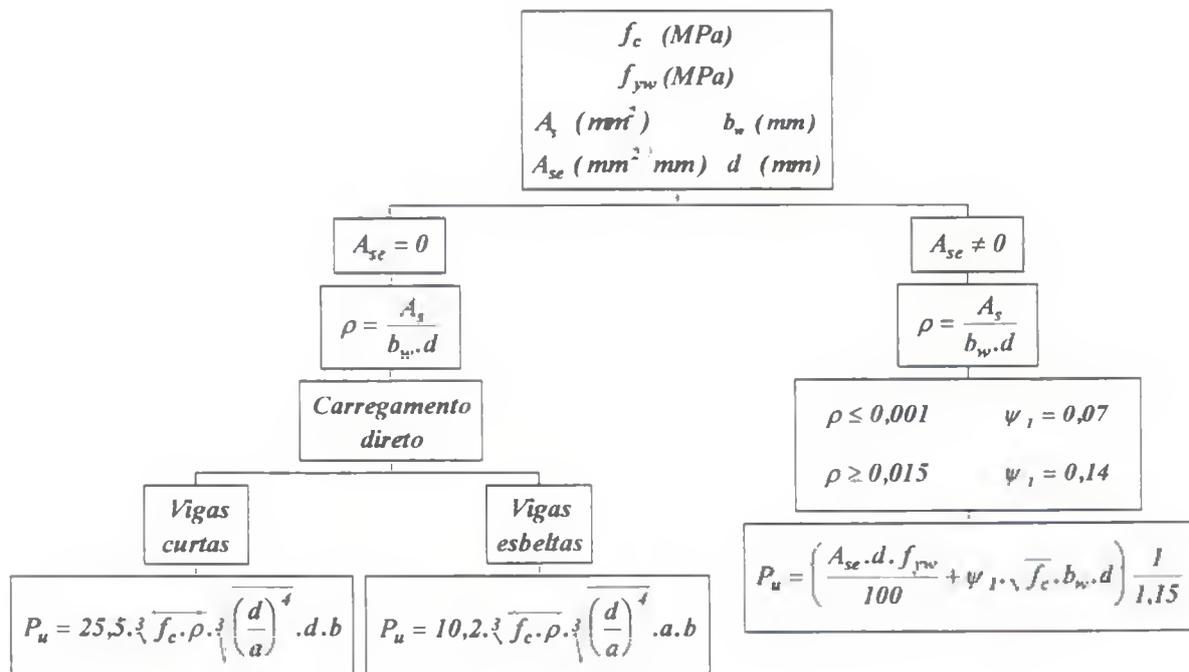
$$V_d = 25,5 \sqrt[3]{f_{cd} \cdot \rho} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{d}{a}\right)^4} \cdot b_w \cdot d \quad (3.36)$$

Para obtenção da resistência ao cortante de vigas esbeltas com carregamento direto, deve-se dividir a Equação 3.35 pelo fator  $2,5d/a$ , onde  $a$  é a distância da carga ao apoio, resultando em:

$$V_d = 10,2 \sqrt[3]{f_{cd} \cdot \rho} \cdot \sqrt[3]{\left(\frac{d}{a}\right)^4} \cdot a \cdot b_w \quad (3.37)$$

Para uma viga retangular biapoiada, carregada com duas cargas concentradas simétricas, a carga última ( $P_u$ ) será o próprio valor do esforço cortante último.

A Figura 3.12 apresenta o fluxograma dos passos para cálculo da carga última ao esforço cortante das vigas dos programas experimentais, baseando-se nas fórmulas de Zsutty, para vigas sem armadura transversal e nas disposições da NB-1/78, para vigas com estribos verticais.



**Figura 3.12** - Fluxograma de verificação da capacidade resistente ao esforço cortante das vigas-teste, segundo Zsutty ( $A_{se} = 0$ ) e NB-1/78 ( $A_{se} \neq 0$ )

### 3.1.3 - Resultados dos programas experimentais de pesquisa

Dos resultados dos ensaios das vigas sem armadura transversal (Tabela 3.1), constata-se que não houve contribuição significativa da armadura de pele na resistência ao esforço cortante. Comparando-se os valores da carga última experimental da viga V1A, sem estribos e armadura de pele, com a viga V3A, de dimensões e armadura longitudinal iguais a V1A, mas com barras longitudinais laterais, o acréscimo de carga última em V3A foi de apenas 7%. A viga V2A, com armadura de pele apenas no vão de corte, apresentou resistência última igual à de V1A. Cumpre ressaltar, entretanto, que, conforme mostra a Tabela 3.1, as vigas V2A e V3A, com armadura de pele, apresentaram relações da carga última experimental para a teórica (calculada pela fórmula de Zsutty) ligeiramente superiores à da viga V1A.

Nos testes das vigas com armadura transversal (Tabela 3.3), a presença da armadura de pele demonstrou, na maioria dos casos, grande influência sobre a carga de ruptura experimental. A carga teórica última por cisalhamento prevista para a viga V5A, considerando-se apenas a presença de estribos, era de 4,5 tf. A viga rompeu com 8,9 tf, ou seja, a carga experimental última por cisalhamento foi 98% maior que a teórica, evidenciando a contribuição da armadura longitudinal de pele na resistência ao cisalhamento por flexão. Nota-se, também, esta contribuição nos resultados dos ensaios das vigas V7A, V9A, V10A e V11A.

Comparando-se o valor de carga última experimental da viga V8A, com armadura de cisalhamento apenas com estribos, com aqueles das vigas V10A e V11A, com armaduras principal de tração e transversal iguais às da V8A, mas com armadura de pele, observa-se para as vigas V10A e V11A valores em mais de 100% superiores ao da viga V8A.

Analisando-se as vigas V10A e V11A, de mesmas características, ou seja, mesmas dimensões e relação  $a/d$ , armadura longitudinal de tração e transversal idênticas, nota-se que o aumento na área da armadura de pele não resultou em aumento correspondente na capacidade resistente ao cisalhamento da viga. Ao contrário, a viga V10A rompeu com uma carga um pouco superior à da viga V11A. Tal fato indica que a posição relativa das barras longitudinais de pele pode influenciar a resistência última ao cisalhamento, como pode também ser visto da comparação dos resultados das vigas V13A e V14A, onde houve uma diferença de 17% entre as cargas últimas de V13A, com armadura de pele colocada na metade da altura da viga, e de V14A, que tinha armadura de pele disposta a 1/3 da sua altura. Obviamente, o número limitado de amostras testadas não permite conclusões mais definitivas.

Através das descrições dos modos de ruptura das vigas-teste, percebe-se que a contribuição da armadura de pele ocorre tanto com relação à carga quanto aos modos de ruptura.

Nota-se para as vigas V15A e V16A, assim como para V17A e V18A, com fator  $a/d$  elevado, a mudança nos modos de ruptura, inicialmente verificado para o primeiro elemento de cada par, como de cisalhamento e rompendo por flexão no segundo elemento, demonstrando uma contribuição da armadura de pele, apesar do aumento relativamente baixo da carga última (a V16A sofreu um acréscimo de apenas 7% em relação a carga última experimental da viga V15A e a V18A rompeu com uma carga 18% maior que a da V17A). No caso das

vigas V12A, V13A e V14A, a resistência aumentou e, apesar de terem as três rompido por cisalhamento, houve diferença também no modo de ruptura, com V12A rompendo por cisalhamento-tração, característica de armadura transversal insuficiente, V13A e V14A por cisalhamento-compressão e esmagamento da diagonal comprimida. Tal fato também pode ser observado entre o modo de ruptura das vigas V10A e V11A em relação ao da viga V8A.

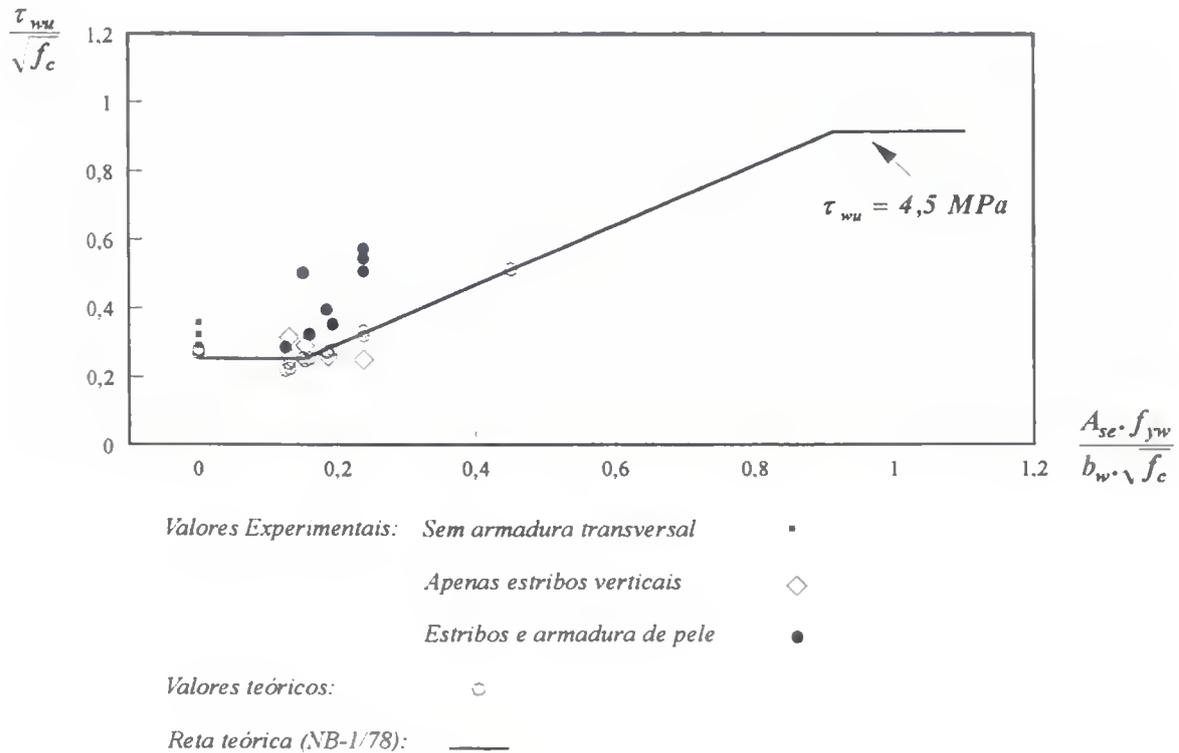
O gráfico da Figura 3.13, construído a partir dos dados obtidos das vigas ensaiadas, apresenta os valores da tensão última ao cisalhamento em função da área de armadura transversal, referenciados às resistências à compressão do concreto e de tração do aço empregados. O gráfico mostra os valores da tensão de cisalhamento última,  $\tau_{wu} = V_u / (b_w \cdot d)$ , obtidos dos ensaios das vigas e os valores teóricos correspondentes, calculados conforme o item 3.1.2. A reta teórica de comparação inclinada é derivada da Expressão 3.28, isolando-se a tensão de cisalhamento de cálculo ( $\tau_{wd}$ ) e igualando-a à tensão de cisalhamento última ( $\tau_{wu}$ ). Entrando com  $\tau_c$  da Expressão 2.14 e dividindo-se pela raiz quadrada de  $f_c$ , tem-se a equação dessa reta dada por:

$$\frac{\tau_{wu}}{\sqrt{f_c}} = 0,87 \left( \frac{A_{se} \cdot f_{yv}}{b_w \cdot \sqrt{f_c}} + \psi_l \right) \quad (3.38)$$

O patamar superior da reta teórica limita a tensão de cisalhamento última em 4,5 MPa, da NB-1/78 e o inferior é determinado por um valor da tensão correspondente à área mínima de estribos verticais, exigida pela NB-1/78, e dada, para aços CA-40, CA-50 e CA-60, pela Expressão 3.39.

$$A_{semin} = 0,14 \cdot b_w \quad (cm^2/m) \quad (3.39)$$

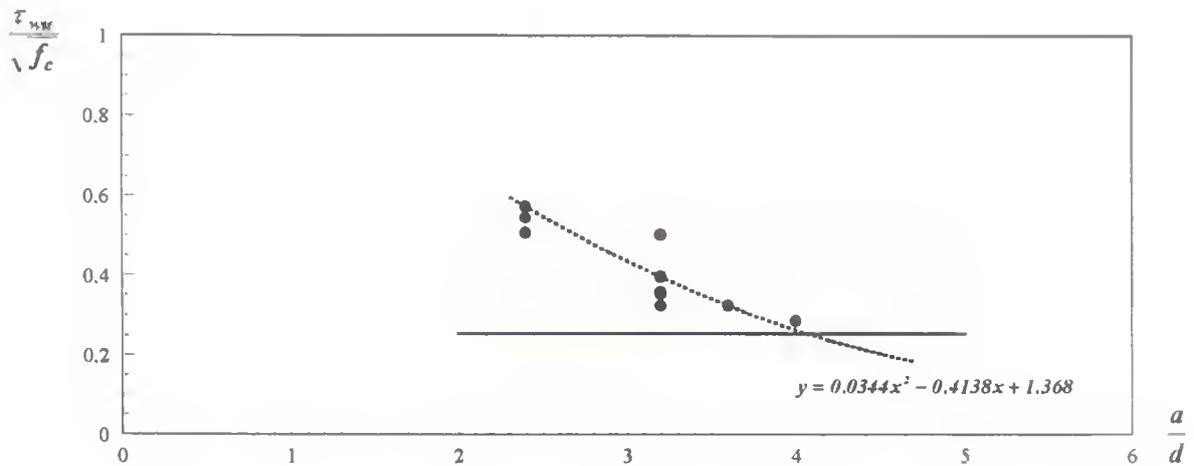
Para a obtenção da reta teórica, foram adotados para  $\rho_l$ ,  $f_c$  e  $f_{yv}$  os valores médios referentes às taxas de armadura longitudinal, resistência à compressão do concreto e resistência de escoamento do aço à tração da armadura de cisalhamento de todas as vigas ensaiadas, resultando em 1,47%, 24,3 MPa e 537 MPa, respectivamente.



**Figura 3.13 - Resistência ao cisalhamento das vigas x Área de estribos verticais**

A análise da Figura 3.13 evidencia um aumento expressivo na capacidade resistente ao cisalhamento das vigas com armadura de pele com relação àquelas somente com armadura transversal convencional, para uma mesma área de estribos. A contribuição significativa da armadura de pele pode resultar em economia no dimensionamento ao cisalhamento de vigas de concreto armado bem como em maior rapidez e facilidade na execução. Além disso, nas vigas altas ( $d > 60\text{cm}$ ) o aumento na capacidade resistente é de interesse no cálculo, pois a NB-1/78 exige a colocação da armadura de pele sem, no entanto, considerar sua possível contribuição na resistência ao cisalhamento na flexão.

Na Figura 3.14 apresentam-se o valor da tensão, obtido por meio da Expressão 3.38, correspondente à área mínima de estribos verticais, exigida pela NB-1/78, em uma reta horizontal e a curva de tendência dos valores experimentais das vigas com armadura de pele com a variação da relação  $a/d$ . Esta curva de tendência foi aproximada por um polinômio quadrático, cuja equação é mostrada no gráfico.



Valores experimentais com armadura de pele: ●

Tensão corresponde à armadura mínima da NB-1'78: —

Polinômio dos valores experimentais com armadura de pele: - - -

**Figura 3.14** - Resistência ao cisalhamento das vigas-teste x Relação  $a/d$

Da Figura 3.14 percebe-se, claramente, que a contribuição da armadura de pele na resistência ao cisalhamento é mais evidente para relações menores de  $a/d$ .

A curva de tendência das vigas com armadura de pele intercepta a reta horizontal na relação  $a/d$  igual a 4,0. Não são conhecidos dados experimentais para a determinação da tendência da curva para valores de  $a/d$  menores que 2,4.

Segundo Jorabi & Regan (1986), existem várias possibilidades de explicação da influência da relação  $a/d$  na resistência ao cisalhamento. O método da analogia da treliça, que fornece aproximação razoável para vigas com armadura transversal, admite que toda a resistência ao esforço cortante dá-se pela ação de treliça, mas ignora outras contribuições, como a ação de arco das tensões principais de compressão e a ação de pórtico fornecida pelas ligações rígidas (nós) entre banzos comprimido e tracionado e diagonais da treliça, que, com a redução de  $a/d$ , aumentam significativamente a capacidade de resistência ao cisalhamento das vigas. Uma outra possibilidade, com a diminuição do vão, é o maior confinamento das bielas de concreto entre a carga e o apoio.

Os resultados dos ensaios indicam ainda a necessidade de aprofundamento do estudo e, visando obter uma formulação para o cálculo dessa contribuição da armadura de pele, deve ser examinada, principalmente, a influência dos seguintes fatores:

- variação da taxa de estribos - estendendo a pesquisa a vigas com taxas maiores que as das ensaiadas, relativamente baixas;
- variação da posição relativa das barras longitudinais da armadura de pele, ao longo da altura da viga, bem como sua quantidade.

### **3.2 - PROGRAMAS EXPERIMENTAIS DE PESQUISA DESENVOLVIDOS POR KUCHLER (1984) E DESAI (1992)**

Kuchler, em 1984, realizou ensaios à ruptura de sete vigas de concreto armado com armadura transversal e barras longitudinais laterais, de seção retangular ( $15 \times 45 \text{ cm}^2$ ), simplesmente apoiadas, com comprimento total igual a 300 cm, vão livre igual a 260 cm e relação  $a/d$  igual a 2,9, a menos de uma, que apresentava comprimento total igual a 400 cm, vão livre igual a 340 cm e com  $a/d$  igual a 3,8.

A Tabela 3.4 fornece um resumo das características e os valores da carga última experimental de ruptura das vigas ensaiadas por Kuchler (1984).

Todas as vigas romperam por cisalhamento, a menos de uma (VK2), que ocorreu por flexão.

Dos resultados dos ensaios de Kuchler (1984), comparando o valor da carga última experimental da viga sem a presença de barras longitudinais laterais (VK1), com os das vigas correspondentes, mas com armadura de pele (VK2 a VK4), percebe-se que as barras laterais não influenciaram na capacidade resistente ao cisalhamento, pelo contrário, romperam com carga 3% (VK2) e 16% (VK3) inferiores ao da viga sem as barras laterais (VK1), a menos de uma (VK4), que rompeu com carga 3% superior.

**Tabela 3.4 - Características das vigas ensaiadas à ruptura por Kuchler (1984)**

Viga	$a/d$	$f_{cu}$ (MPa)	Arm. long. de tração	Arm. de compressão	Estribos verticais	Barras laterais	$P_{u. exp.}$ (tf)
VK1	2,9	41,6	4 $\phi$ 20 (T)	2 $\phi$ 16 (T)	$\phi$ 6@20 (R)	-----	15,5
VK2	2,9	41,5	4 $\phi$ 20 (T)	2 $\phi$ 16 (T)	$\phi$ 6@20 (R)	2x1 $\phi$ 16 (T)	15,0
VK3	2,9	41,5	4 $\phi$ 20 (T)	2 $\phi$ 16 (T)	$\phi$ 6@20 (R)	2x1 $\phi$ 16 (T)	13,4
VK4	2,9	43,8	4 $\phi$ 20 (T)	2 $\phi$ 16 (T)	$\phi$ 6@20 (R)	2x1 $\phi$ 25 (T)	16,0
VK5	2,9	47,8	4 $\phi$ 16 (T)	2 $\phi$ 16 (T)	$\phi$ 6@20 (T)	2x2 $\phi$ 16 (T)	15,1
VK6	2,9	37,5	4 $\phi$ 16 (T)	2 $\phi$ 16 (T)	$\phi$ 6@20 (R)	2x2 $\phi$ 16 (T)	14,1
VK7	3,8	40,5	4 $\phi$ 20 (K)	2 $\phi$ 16 (K)	$\phi$ 6@20 (R)	2x1 $\phi$ 25 (T)	16,5

K -  $f_y = 600 \text{ MPa}$

R -  $f_y = 250 \text{ MPa}$

T -  $f_y = 460 \text{ MPa}$

Desai, em 1992, realizou ensaios à ruptura de três séries de vigas de concreto armado, num total de quarenta e seis, simplesmente apoiadas, submetidas a uma carga concentrada no meio do vão, de seção retangular (20 x 30 cm<sup>2</sup>), sendo trinta e seis com relação  $a/d$  igual a 2,6 e vão livre igual a 140 cm, e dez delas, com  $a/d$  igual a 4,0 e vão livre igual a 210 cm.

A primeira e segunda série compreenderam o ensaio de vigas sem armadura transversal, mas com armadura longitudinal lateral, utilizando relação  $a/d$  igual a 4,0 e vão livre igual a 210 cm para a segunda série. A terceira correspondeu aos ensaios de vigas com armaduras transversal e de pele. As armaduras utilizadas em cada série estão apresentadas nas tabelas 3.5 e 3.6.

Todas as vigas do programa experimental romperam por cisalhamento, a menos de uma, da série 3 ( $\phi$  6 mm @ 10 cm), que ocorreu por flexão.

Dos resultados da primeira série, obteve-se, para as vigas com barras laterais, valores de carga última experimental de 6% a 83% maiores em relação às vigas sem estribos e armadura de pele.

O emprego da armadura de pele em conjunto com os estribos mostrou ser mais efetivo no aumento da resistência ao cisalhamento, fato que se verificou também nos ensaios da UnB.

As vigas com barras longitudinais laterais obtiveram valores de carga última 5% a 20% superiores aos das vigas com apenas estribos. Entretanto, em relação às vigas da primeira série, com armadura de pele e sem estribos, o aumento foi de 22% a 107%.

**Tabela 3.5** - Armaduras utilizadas nas séries 1 e 2 das vigas ensaiadas por Desai (1992)

Série	Armadura de tração	Barras laterais	Quantidade de vigas
1	2 $\phi$ 20 mm	-----	2
		2 $\phi$ 8mm	2
	3 $\phi$ 20 mm	-----	2
		2 $\phi$ 10 mm	2
		1 $\phi$ 16 mm	2
		1 $\phi$ 20 mm	2
		1 $\phi$ 25 mm	2
	3 $\phi$ 25 mm	-----	2
		2 $\phi$ 10 mm	2
		2 $\phi$ 12 mm	2
1 $\phi$ 16 mm		2	
2	3 $\phi$ 20 mm	-----	2
		1 $\phi$ 12 mm	2
		1 $\phi$ 16 mm	2
		1 $\phi$ 20 mm	2
		1 $\phi$ 25 mm	2

**Tabela 3.6** - Armaduras utilizadas na série 3 das vigas ensaiadas por Desai (1992)

Armadura de tração	Estribos verticais	Barras laterais	Quantidade de vigas
3 $\phi$ 20 mm	$\phi$ 6 mm @ 10 cm	-----	2
		-----	2
	$\phi$ 6 mm @ 15 cm	-----	2
		2 $\phi$ 10 mm	2
		1 $\phi$ 16 mm	2
		1 $\phi$ 20 mm	2
		1 $\phi$ 25 mm	2

Dos testes das vigas com relação  $a/d$  igual a 4,0, percebeu-se que as barras laterais não contribuíram de forma significativa no aumento da capacidade resistente ao cisalhamento, com valores de carga última experimental apenas 10% a 15% superiores aos das vigas sem as barras. As vigas, com  $a/d$  igual a 4,0, romperam com cargas 7% a 34% inferiores às das vigas com  $a/d$  igual a 2,6. Segundo Desai (1992), tal fato deu-se pelo aumento da relação  $a/d$  reduzir a capacidade resistente ao cisalhamento.

Dos resultados dos ensaios, Desai observou que a área da seção transversal das barras laterais não deve ser maior que  $0,33A_s$ , sendo  $A_s$  a área da seção transversal das barras longitudinais de tração, pois a eficiência da armadura de pele é restringida pelas deformações desenvolvidas na região da armadura de tração. A partir daí, pode-se explicar a não contribuição das barras laterais, nas vigas ensaiadas por Kuchler (1984), na resistência ao cisalhamento, pois possuíam áreas significativamente superiores ao limite proposto por Desai.

Partindo da formulação proposta pela BS8110 (1985), onde a capacidade resistente ao cisalhamento de uma viga é dada pelo somatório da contribuição do concreto (Equação 2.25 ou 2.26) e da armadura transversal (Tabela 2.1), e baseando-se no resultado mais desfavorável de seu programa experimental, Desai (1992) propôs um método de cálculo da resistência ao esforço cortante de vigas com armadura de pele, adicionando-se à formulação da BS8110 um termo correspondente à contribuição das barras laterais na resistência ao cisalhamento, que ele denominou de  $V_B$ .

$$V_B = \frac{0,046 A_b}{\gamma_s} \text{ kgf} \quad (3.40)$$

onde:

$A_b$  - área da seção transversal das barras longitudinais laterais ( $\text{mm}^2$ )

$\gamma_s = 1,15$ , fator de minoração da resistência do aço

Aplicando o método proposto por Desai (1992), nas vigas dos programas experimentais da UnB, constatou-se que a proposição não se adapta às mesmas, pois sua aplicação resultou em uma contribuição média da armadura de pele de apenas 5%, sendo que, na prática, a

contribuição obtida foi muito mais elevada. A explicação para tal fato é que a formulação foi baseada em resultados de ensaios de vigas com barras longitudinais laterais com diâmetros próximos ou superiores aos da armadura longitudinal de tração, com a área da armadura de pele,  $A_b$ , variando em 3,14 a 9,82 cm<sup>2</sup>, enquanto que nos ensaios da UnB, utilizou-se diâmetros iguais aos da armadura transversal, composta por estribos verticais, significativamente menores, com variação de  $A_b$  em 0,39 a 1,25 cm<sup>2</sup>. Em apenas uma viga (V5A), com valor de  $A_b$  igual a 2,49 cm<sup>2</sup>, a formulação de Desai foi aplicável.

### **3.3 - ANÁLISE DE VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA LONGITUDINAL DE PELE PELO MODELO BIELA-TIRANTE VIA MÍNIMA NORMA EUCLIDIANA**

#### **3.3.1 - Preliminares**

O modelo de treliça, para análise de estruturas de concreto armado, foi proposto, na virada do século, por Ritter e Mörsch. Mais tarde, vários pesquisadores sugeriram modificações no modelo clássico, como Rüsck, Kupfer, Leonhardt e outros, no sentido de aperfeiçoar e adequá-lo aos resultados experimentais (Oliveira, 1995).

A partir da década passada, Schlaich et alli (1987), Schäfer (1988) e outros pesquisadores, como Marti, Almási e Ladeira (Oliveira, 1995) vêm tentando generalizar o modelo de treliça, resultando no chamado “modelo de bielas e tirantes”, onde as bielas, elementos comprimidos, representam campos de tensão de compressão no concreto e os tirantes, elementos tracionados, representam campos de tensão de tração, absorvidos pelas armaduras, visando sua aplicação a todos os tipos de estrutura.

Oliveira (1995) estudou a utilização do modelo biela-tirante, pelo critério da Mínima Norma Euclidiana (MNE), na modelagem de vigas esbeltas, vigas parede, consolos e nós de pórtico, baseado em trabalho anterior elaborado por Mello.

Dentre as várias modelagens estudadas, uma objetivou a verificação da influência de barras longitudinais, colocadas nas faces laterais das vigas, na resistência às tensões provenientes do esforço cortante na flexão, buscando comparar com resultados de Programa Experimental, desenvolvido no Laboratório de Estruturas do Departamento de Engenharia Civil da UnB (Bernadina & Silva, 1994).

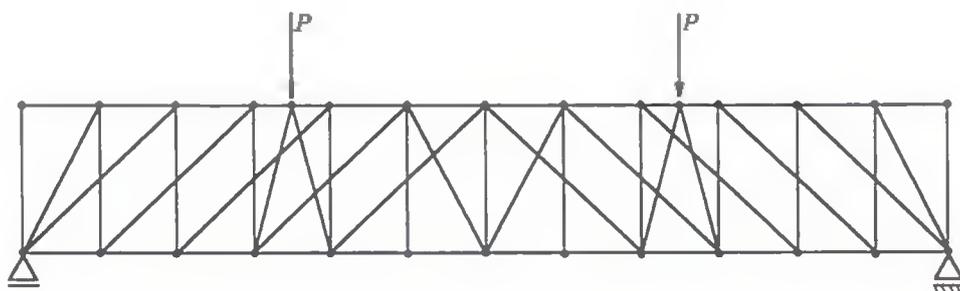
A análise via MNE fornece uma configuração de equilíbrio para uma estrutura, satisfazendo o teorema estático da Análise Plástica Limite. Oliveira adaptou um programa para análise elástica de treliças para obter a solução, pela MNE, de projeto de estruturas no estado limite último. Como o critério de mínimo peso, via programação linear, a Mínima Norma Euclidiana não necessita dos parâmetros elásticos.

Dado um vetor de cargas nodais  $\lambda_c$  de colapso plástico, determina-se uma configuração de equilíbrio para uma treliça hiperestática idealizada na peça de concreto. O critério de MNE é utilizado para o cálculo dos esforços axiais nas barras da treliça. As barras comprimidas são resistidas pelo concreto (bielas) e as barras tracionadas, pelas armaduras (tirantes). As tensões nas bielas são verificadas pelo critério de Schlaich et alli e as tensões limite nas barras tracionadas são admitidas como sendo as de escoamento.

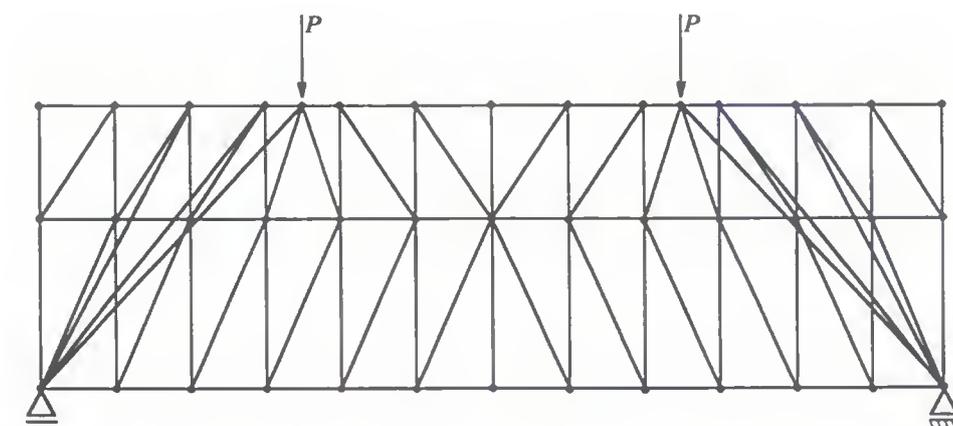
### **3.3.2 - Estudo da contribuição da armadura de pele ao esforço cortante**

A Figura 3.15 apresenta a discretização, proposta por Oliveira, para vigas com armadura transversal composta apenas por estribos verticais.

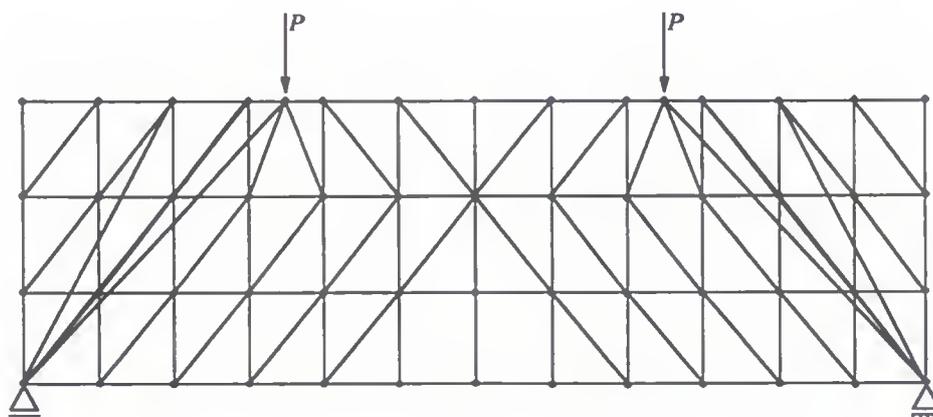
As discretizações utilizadas para as vigas com armadura de pele estão apresentadas na Figura 3.16. A Figura 3.16-a mostra a discretização para as vigas com apenas uma barra longitudinal de pele em cada face lateral e a Figura 3.16-b para aquelas que apresentam duas armaduras de pele (desenhos não estão em escala).



**Figura 3.15** - Discretização de vigas com armadura de cisalhamento composta por estribos verticais (Oliveira, 1995)



a)



b)

**Figura 3.16** - Discretização de vigas com armadura de pele (Oliveira, 1995)

Através de um programa computacional, Oliveira analisou algumas vigas dos programas experimentais: V8A, V10A e V11A.

Os esforços foram determinados pela MNE para as forças de ruptura obtidas experimentalmente e são feitas verificações dos nós e bielas. Em todas as discretizações foi considerado braço de alavanca ( $z$ ) igual a 0,20 m. Para todos os modelos, sempre que possível, as bielas foram dispostas com uma inclinação, em relação à horizontal, igual ao  $\arccotg 2$ , valor médio proposto pelo CEB/90. As bielas que não possuem esta inclinação, estão assim dispostas, devido à necessidade do modelo não se tornar hipostático ou para uma melhor representação das vigas ensaiadas.

- Viga V8A

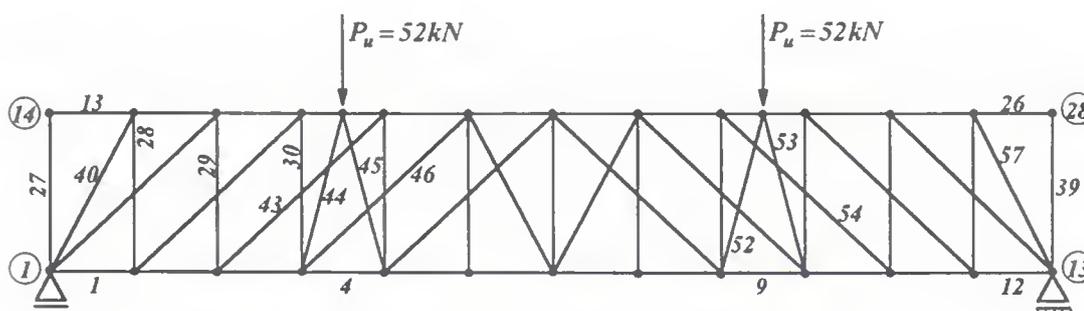


Figura 3.17 - Discretização da viga V8A (Oliveira, 1995)

Na Tabela 3.7, os esforços na viga V8A estão apresentados, em forma de porcentagem, relativos ao esforço máximo  $F_{m\acute{a}x} = 184,45 \text{ kN}$  nas barras 4 e 9. Os estribos mais solicitados são as barras 28, 30, 36 e 38, cujo esforço, em cada perna, é igual a  $F_{est} = 13,58 \text{ kN}$ , abaixo da força necessária para escoar uma barra de 6,3 mm, que é de  $F_{esc} = 17,99 \text{ kN}$  (da Tabela 3.2:  $f_{yw} = 580 \text{ MPa}$ ). A força máxima na armadura de tração ocorreu nas barras 4 e 9,  $F_{m\acute{a}x} = 184,45 \text{ kN}$ . Dividindo esta força por quatro barras, encontra-se uma força de  $F_t = 46,11 \text{ kN}$  por barra, bem abaixo da força de escoamento de 71 kN, para a bitola de 12,5 mm (da Tabela 3.2:  $f_y = 577 \text{ MPa}$ ).

Tabela 3.7 - Esforços nas barras da viga V8A (%) - Oliveira, 1995

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		41,65	71,10	98,03	100,00	92,59	92,59	92,59	92,59	100,00
1	98,03	71,10	41,65	0,00	-14,72	-41,65	-71,10	-65,66	-92,59	-89,66
2	-89,66	-92,59	-65,66	-71,10	-41,65	-14,72	0,00	0,00	14,72	13,47
3	14,72	13,47	0,00	1,96	0,00	13,47	14,72	13,47	14,72	0,00
4	-20,82	-30,11	-32,92	-30,11	-16,19	-15,61	2,19	-2,19	-1,38	-1,38
5	-2,19	2,19	-15,61	-16,19	-30,11	-32,92	-30,11	-20,82		

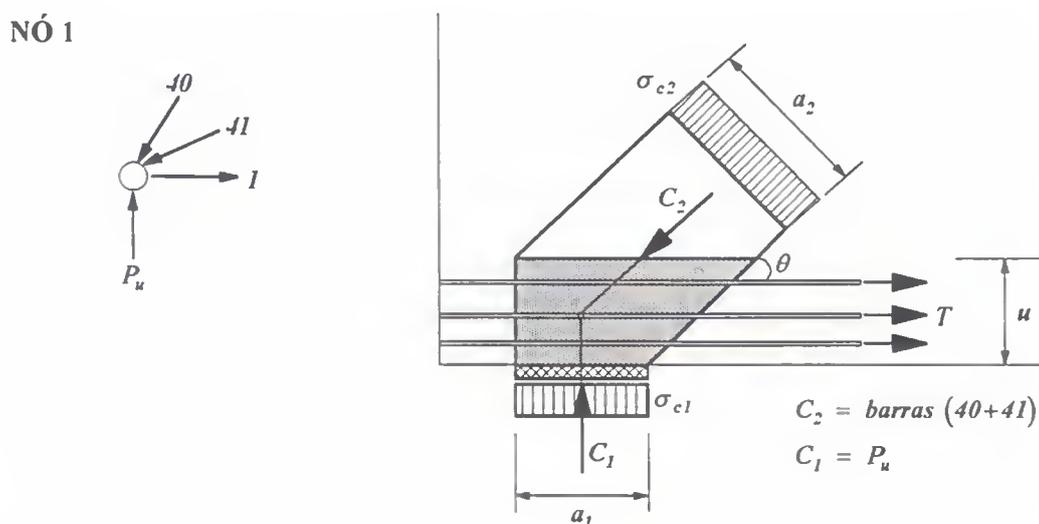


Figura 3.18 - Nó 1 da discretização V8A. (Para  $u = 0,045\text{ m}$ ;  $a_1 = 0,10\text{ m}$ ;  $a_2 = 0,085\text{ m}$  tem-se a tensão no nó:  $\sigma_{c1} = 3,47\text{ MPa} < 0,8f_c$ , para  $f_c = 25,6\text{ MPa}$ , e tensão na biela:  $\sigma_{c2} = 7,37\text{ MPa} < 0,6f_c$ , com biela tipo garrafa) - Oliveira, 1995

Segundo Oliveira, a verificação da tensão de compressão na biela foi realizada no nó de apoio e para esta verificação utilizou-se uma biela com inclinação igual ao  $\text{arccotg } 2$ , com esforço igual à resultante dos esforços de todas as diagonais que chegam no nó. Esta verificação da biela e do nó segue as orientações de Schlaich para um nó tipo 6 (Figura 3.18). Como visto, o escoamento dos estribos, verificado nos ensaios, onde a ruptura ocorreu por cisalhamento-tração, não se reproduziu no modelo. Outras tentativas de discretização

foram utilizadas no sentido de melhor representar o comportamento ocorrido no ensaio, mas a empregada na viga V8A foi a que apresentou melhores resultados.

#### - Viga V10A

A viga V10A foi discretizada conforme mostrado na Figura 3.19. Os esforços, mostrados em porcentagem na Tabela 3.8, foram máximos ( $F_{m\acute{a}x} = 404,27 \text{ kN}$ ) nas barras horizontais 6 e 7, cuja força é maior que a força necessária para o escoamento ( $F_{esc} = 293,12 \text{ kN}$ ) das quatro barras.

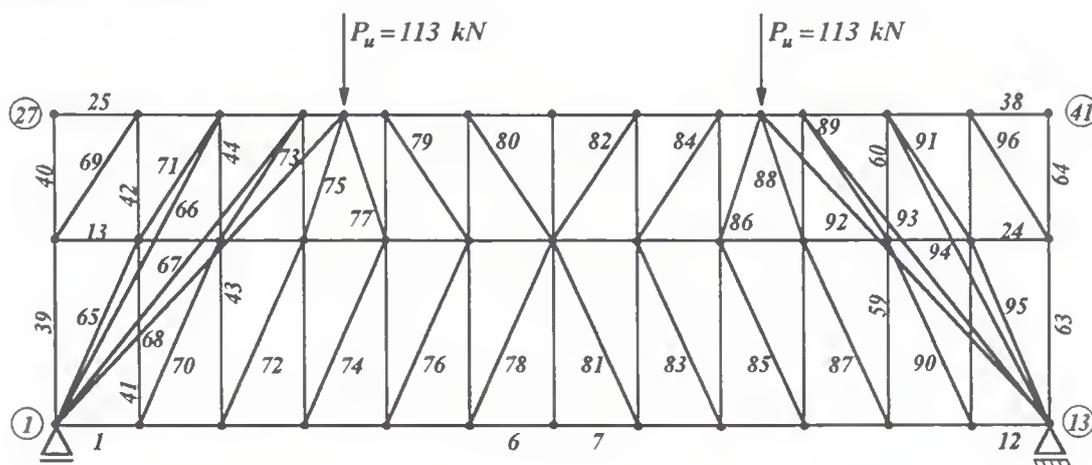


Figura 3.19 - Discretização da viga V10A (Oliveira, 1995)

As barras verticais mais solicitadas são as 43 e 59, que representam a parte inferior dos estribos. Neste caso, a força em cada perna é igual a  $F_{est} = 21,51 \text{ kN}$ , força maior que a que provoca o escoamento ( $F_{esc} = 17,99 \text{ kN}$ ). Esta ocorrência também foi verificada no ensaio.

Outro resultado obtido do modelo e confirmado, posteriormente, em ensaios deste trabalho, foi a diferença dos esforços no mesmo estribo, acima e abaixo da armadura de pele, como, por exemplo, as barras 43 e 44 ou 59 e 60, onde a força na parte superior da perna do estribo foi de  $F_{est} = 16,96 \text{ kN}$ , força menor que a de escoamento dos estribos, diferente, portanto, do esforço na parte inferior,  $F_{est} = 21,51 \text{ kN}$ .

**Tabela 3.8** - Esforços nas barras da viga V10A (%) - Oliveira, 1995

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		59,89	71,90	89,64	95,42	96,66	100,00	100,00	96,66	95,42
1	89,64	71,91	59,89	11,54	9,72	10,10	0,84	-11,45	-14,55	-14,55
2	-11,45	0,84	10,10	-9,72	11,54	0,00	-11,54	-29,82	-46,52	-83,97
3	-82,12	-77,11	-77,11	-82,12	-83,97	-46,52	-29,82	-11,54	0,00	-4,62
4	0,00	7,21	4,62	10,64	8,39	3,47	6,39	0,74	0,74	2,00
5	2,00	0,00	0,00	2,00	2,00	0,74	0,74	3,47	6,39	10,64
6	8,39	7,21	4,62	-4,62	0,00	-10,86	-12,06	-4,54	-37,13	-12,43
7	-14,01	-8,07	-20,68	-13,35	-6,75	-16,00	-1,45	-7,37	-3,89	-2,00
8	-5,39	-3,89	-5,39	-1,44	-2,00	-6,74	-7,37	-20,68	-15,99	-13,35
9	-14,01	-8,07	-37,13	-4,54	-12,06	-10,86	-12,43			

Os trechos da armadura de pele mais solicitados foram as barras 13 e 24, com força  $F_t = 23,33 \text{ kN}$ , que é superior à força de escoamento. Nos ensaios do presente trabalho também foi verificado que a armadura de pele escoou.

A verificação das bielas e dos nós segue o mesmo procedimento realizado para a viga V8A. Neste caso, a biela não suportaria a solicitação calculada, mesmo sendo do tipo leque, fato confirmado no ensaio, onde a ruptura deu-se por esmagamento de biela.

#### - Viga V11A

A discretização utilizada na viga V11A está apresentada na Figura 3.20.

Esforços máximos ( $F_{m\acute{a}x} = 289,71 \text{ kN}$ ) ocorreram nas barras horizontais de tração 4 e 9 (Tabela 3.9). A força na armadura principal de tração ( $F_{tm\acute{a}x} = 72,43 \text{ kN}$ ), por barra, é um pouco superior à força de escoamento ( $F_{esc} = 71 \text{ kN}$ ). Já a força na camada inferior da armadura de pele (barras 18 e 19), com valor de 84,50 kN, foi bem superior à de escoamento. Possivelmente, o que ocorreu foi uma transferência de tensões à armadura de pele, no momento em que chegou ao seu limite de escoamento a armação principal de tração.

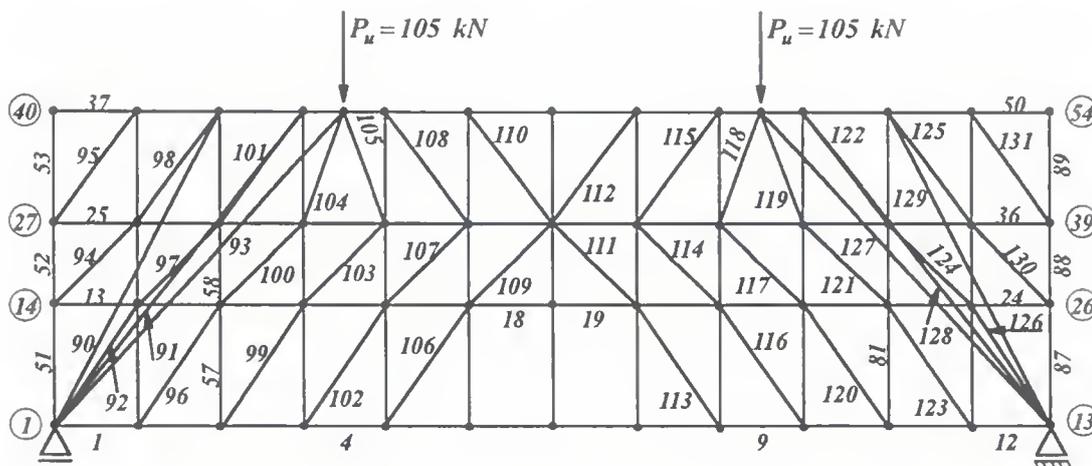


Figura 3.20 - Discretização da viga V11A (Oliveira, 1995)

Tabela 3.9 - Esforços nas barras da viga V11A (%) - Oliveira, 1995

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9
0		73,09	82,62	95,55	100,00	95,31	95,31	95,31	95,31	100,00
1	95,55	82,62	73,08	19,49	32,62	48,96	43,73	45,26	58,33	58,33
2	45,26	43,73	48,95	32,62	19,49	4,80	-11,30	-18,29	-16,89	-51,62
3	-66,63	-66,63	-51,62	-16,89	-18,29	-11,30	4,80	0,00	-4,80	-23,87
4	-40,39	-87,65	-78,63	-50,70	-50,70	-78,63	-87,65	-40,39	-23,87	-4,80
5	0,00	-10,47	-0,72	0,00	3,34	9,96	0,72	4,52	14,12	8,35
6	1,56	0,88	4,31	-1,64	-0,21	1,35	0,00	5,83	4,19	0,00
7	0,00	0,00	0,00	5,83	4,19	-1,64	-0,21	1,35	1,56	0,88
8	4,31	4,52	14,12	8,35	3,34	9,96	0,72	-10,47	0,72	0,00
9	-17,53	-10,55	-0,39	-49,21	-21,79	-4,85	-10,10	-15,09	-3,44	-13,69
10	-28,92	-6,58	-4,72	-8,60	-31,80	-27,58	4,97	-6,70	-9,12	-9,37
11	-28,24	-9,37	-28,24	4,97	-6,69	-9,12	-4,72	-8,61	-27,58	-31,80
12	-13,70	-28,92	-6,58	-10,10	-15,09	-3,44	-0,39	-49,21	-10,55	-17,53
13	-21,79	-4,85								

A armadura de pele superior foi submetida à tração somente nos trechos das barras 25 e 36, com um pequeno esforço de 6,95 kN. O restante das barras foi solicitado à compressão, indicando que as barras estão na zona comprimida.

As barras verticais mais solicitadas são as 58 e 82, que representam a parte central dos estribos. Neste caso, a força em cada perna é igual a  $F_{est} = 20,46 \text{ kN}$ , maior que a força de escoamento. Este comportamento também verificou-se no ensaio, pois os estribos escoaram.

Com a verificação das bielas e dos nós, da mesma maneira das anteriores, a tensão na biela estaria ultrapassada ao se utilizar a idealização da garrafa. Com a tipo leque, o limite não seria alcançado. No ensaio não ocorreu esmagamento da biela. A ruptura deu-se por compressão do bordo superior, entre a força e o apoio, devido à redução da zona comprimida pelo prolongamento das fissuras de cisalhamento em direção à borda superior da viga.

Portanto, pode-se concluir da análise do trabalho de Oliveira, que a armadura de pele altera significativamente a distribuição interna de tensões, sendo fato marcante a grande diferença de tensões em trechos de um mesmo estribo, indicando a formação de um modelo resistente interno mais complexo que a treliça de Morsch. Além disso, o escoamento da armadura de pele na viga V10A demonstra sua participação efetiva na capacidade resistente ao cisalhamento na flexão, comprovada experimentalmente no aumento de mais do dobro da carga última de V8A, com mesma disposição de estribos e sem armadura de pele.

## CAPÍTULO 4

### PROGRAMA EXPERIMENTAL

#### 4.1 - PRELIMINARES

Objetivando examinar a influência de taxas mais altas de estribos sobre a contribuição da armadura de pele na resistência ao esforço cortante em vigas de concreto armado, foram ensaiadas à ruptura onze vigas de seção retangular ( $15 \times 30 \text{ cm}^2$ ), com comprimento total igual a 300 cm, vão livre de 240 cm, altura útil ( $d$ ) igual a 27 cm, com relação  $a/d$  assumindo valores 1,9 (V1 e V2) e 2,4 (demais vigas), com taxas de armadura transversal maiores que a dos programas experimentais anteriores.

O programa experimental compreendeu o ensaio à ruptura de duas séries de pares de vigas. A primeira constituiu-se em três pares de vigas com armadura simples (V1 e V2, V3 e V4, V5 e V6), com três diferentes taxas de armadura transversal, sendo cada par constituído de uma viga com armadura transversal composta apenas por estribos verticais, e outra viga idêntica na armadura de flexão e estribos, porém com a adição de armadura de pele na metade da altura da seção transversal da mesma. Essa armadura de pele, também conhecida como “costela”, foi composta de duas barras longitudinais de mesmo diâmetro dos estribos, dispostas uma em cada face da viga.

A segunda série correspondeu a dois pares adicionais de vigas (V7 e V8; V9 e V10), com taxas de armadura transversal iguais aos dos pares V1 e V2, V3 e V4, respectivamente, mas utilizando-se nestes a alternativa de reforço da zona comprimida de concreto com uma armadura de compressão, ou seja, calculando-se as vigas com “armadura dupla”; e de uma viga adicional, V11, detalhada como a viga V1, visando a comparação e verificação dos equipamentos de ensaio.

A Figura 4.1 apresenta as dimensões das vigas ensaiadas.

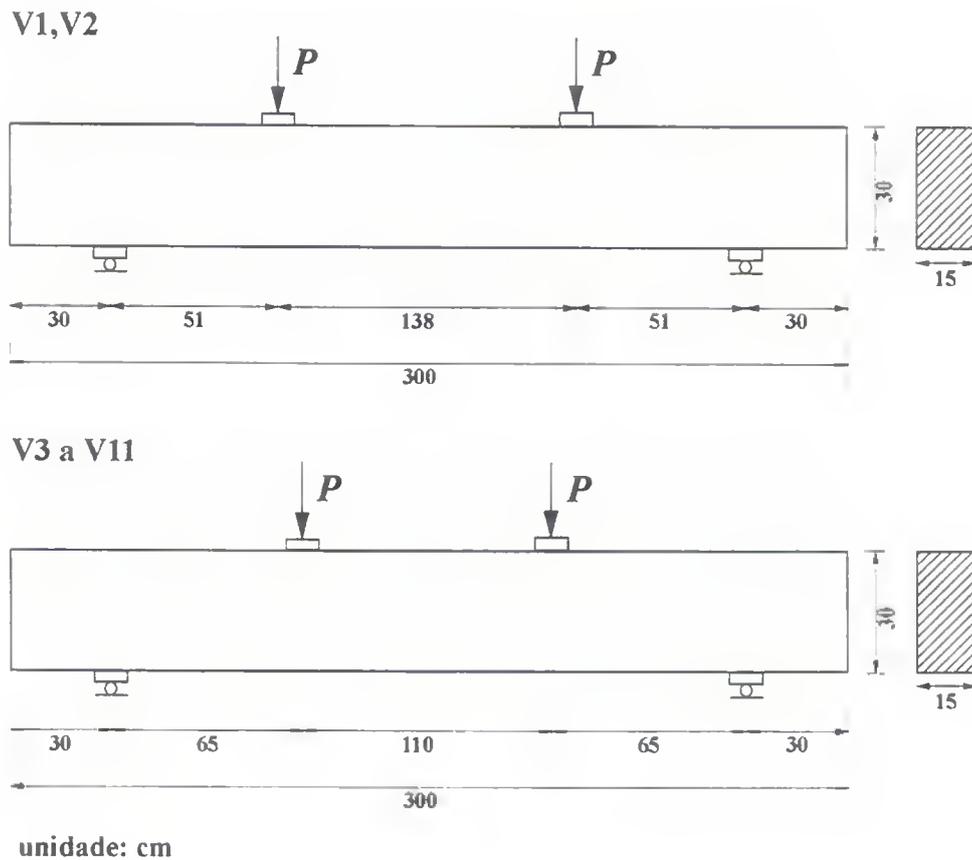


Figura 4.1 - Dimensões das vigas ensaiadas

## 4.2 - DIMENSIONAMENTO E DETALHAMENTO

### 4.2.1 - Dimensionamento

Seguindo o mesmo esquema de teste e as dimensões das vigas de Bernadina & Silva (1994), ver Tabela 3.2, escolheram-se três áreas de armadura transversal, maiores que a dos programas experimentais anteriores, para o estudo da influência da variação da taxa de estribos sobre a contribuição da armadura de pele na resistência ao esforço cortante em vigas de concreto armado:  $4,2 \text{ cm}^2/\text{m}$  ( $\phi$  6,3 mm a cada 15 cm),  $5 \text{ cm}^2/\text{m}$  ( $\phi$  8,0 mm a cada 20 cm) e  $6,23 \text{ cm}^2/\text{m}$  ( $\phi$  6,3 mm a cada 10 cm).

Com os valores da altura útil da viga ( $d$ ), largura ( $b_w$ ), comprimento do vão de cisalhamento ( $a$ ), resistência característica do concreto ( $f_{ck} = 20 \text{ MPa}$ ), tipo e resistência característica à tração do aço ( $f_{yk} = 500 \text{ Mpa}$ , aço CA-50A) e a área de armadura transversal ( $A_{se}$ ), calculou-se a capacidade resistente ao esforço cortante das vigas, através do fluxograma da Figura 3.12. Pela necessidade de se saber, previamente, a taxa de armação longitudinal de tração ( $\rho$ ), adotou-se, inicialmente, o valor das vigas de Bernadina & Silva (1994), ou seja, 0,012.

Com o valor da carga última de ruptura por cisalhamento, calculou-se o momento:

$$M_u = P_u \cdot a \quad (4.1)$$

Da distribuição de tensões na seção retangular da Figura 3.2, tem-se o binário resistente referente ao concreto à compressão:

$$M = R_{cc} \cdot z \quad (4.2)$$

Sendo as vigas confeccionadas em laboratório, ou seja, sob condições favoráveis, os coeficientes de minoração das resistências dos materiais e de majoração dos esforços solicitantes foram considerados iguais a um, não se utilizando também, o coeficiente 0,85 sobre a tensão máxima de ruptura do concreto na compressão, sendo adotado  $\sigma_{cd} = f_{ck}$ . Logo,

$$M_u = 0,8k_x \cdot (1 - 0,4k_x) \cdot b_w \cdot d^2 \cdot f_{ck} \quad (4.3)$$

Definindo-se o “coeficiente do momento” como  $k_m$ , tem-se:

$$k_m = 0,8k_x \cdot (1 - 0,4k_x) = 0,8k_x \cdot k_z \quad (4.4)$$

$$k_m = \frac{M_u}{b_w \cdot d^2 \cdot f_{ck}} \quad (4.5)$$

Da Equação 4.4, pode-se escrever:

$$k_x = 1,25 - 1,7678\sqrt{0,50 - k_m} \quad (4.6)$$

Tendo-se o valor do momento (Equação 4.1), obteve-se, através das expressões 4.5 e 4.6, o valor de  $k_x$ , com o qual chegou-se na armadura longitudinal de tração necessária:

$$A_s = \frac{M_u}{k_z \cdot d \cdot \sigma_{sd}} \quad (4.7)$$

Por medida de segurança, para que não ocorresse ruptura por flexão, as armaduras longitudinais de tração de todas as vigas, obtidas pela Equação 4.7, foram majoradas em 30 %, induzindo-se, assim, ruptura por cisalhamento.

Para cada taxa de armadura transversal foi confeccionado um par de vigas, constituído de uma viga com armadura transversal composta apenas por estribos verticais e outra viga idêntica na armadura de flexão e estribos, porém com a adição de duas barras longitudinais de mesmo diâmetro dos estribos, dispostas uma em cada face da viga, na metade da altura da seção transversal da mesma.

Para as vigas com “armadura dupla”, considerou-se o mesmo detalhamento dos pares com áreas de armadura transversal iguais a 4,2 e 5 cm<sup>2</sup>/m, mas com a zona comprimida de concreto reforçada por uma armadura de compressão composta de 3 barras de 10 mm de diâmetro. Para o cálculo da capacidade resistente à flexão e ao cisalhamento das mesmas, utilizou-se os fluxogramas das figuras 3.11 e 3.12, respectivamente.

A Tabela 4.1 apresenta os valores obtidos no dimensionamento da armadura de flexão para as respectivas armaduras transversais.

**Tabela 4.1** - Dados obtidos no dimensionamento da armadura de flexão das respectivas armaduras transversais

$A_{se}$ (cm <sup>2</sup> /m)	$P_{u.cis}$ (tf)	$M_u$ (tf.cm)	$k_m$	$k_x$	$k_z$	$A_{s.calc.}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s.maj.}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s.real}$ (cm <sup>2</sup> )	$A_{s.real} / A_{s.calc.}$
4,2	7,0	452,2	0,2068	0,293	0,883	3,80	4,94	6,03	1,59
5,0	7,9	513,3	0,2347	0,339	0,864	4,40	5,72	6,03	1,37
6,23	9,3	607,1	0,2778	0,417	0,833	5,40	7,00	8,04	1,49

#### 4.2.2 - Detalhamento

As figuras 4.2 a 4.5 apresentam o detalhamento das onze vigas ensaiadas à ruptura.

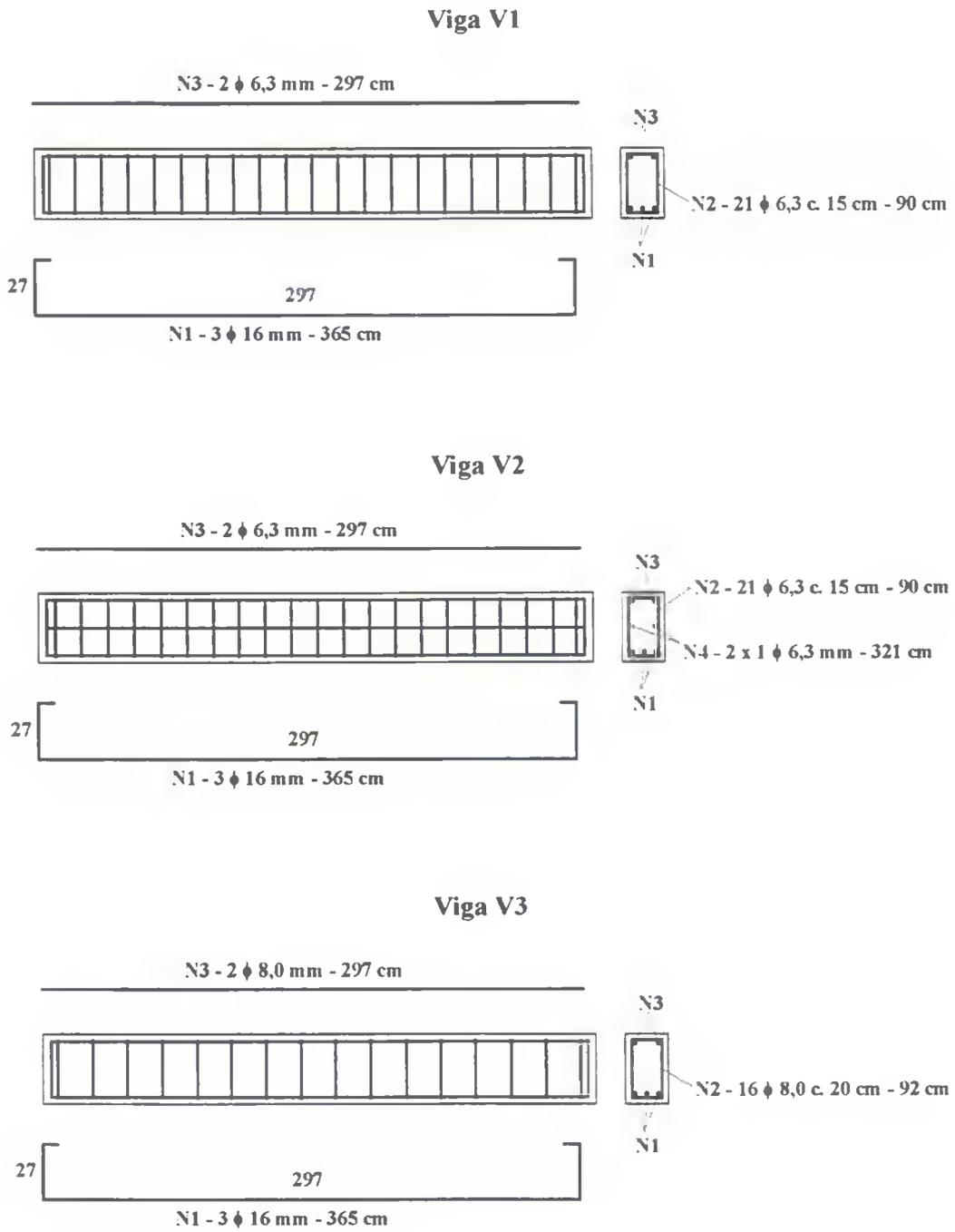
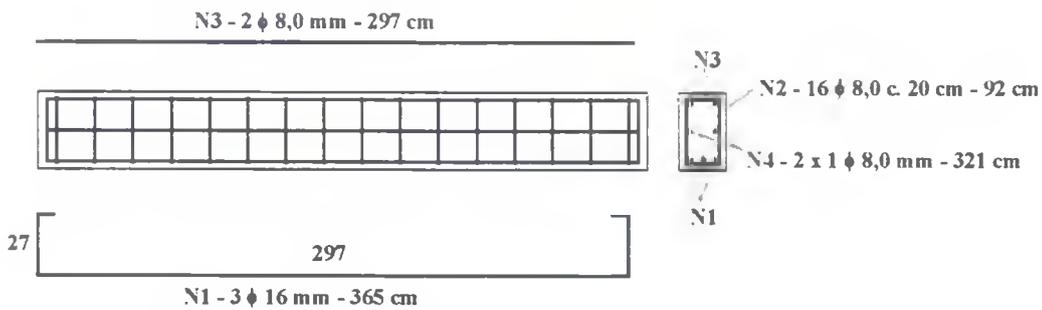
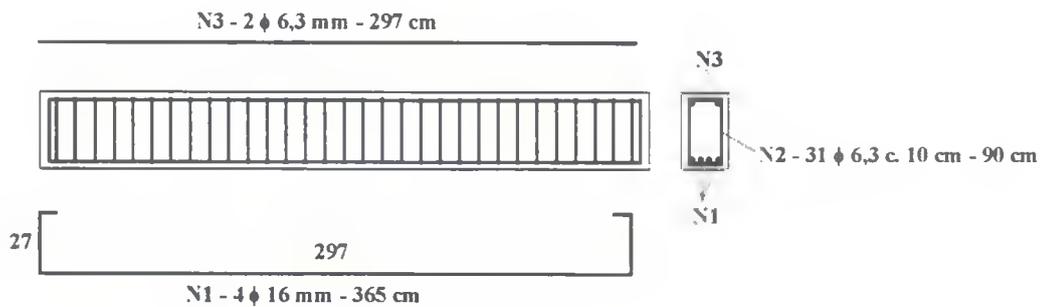


Figura 4.2 - Detalhamento das vigas V1, V2 e V3

### Viga V4



### Viga V5



### Viga V6

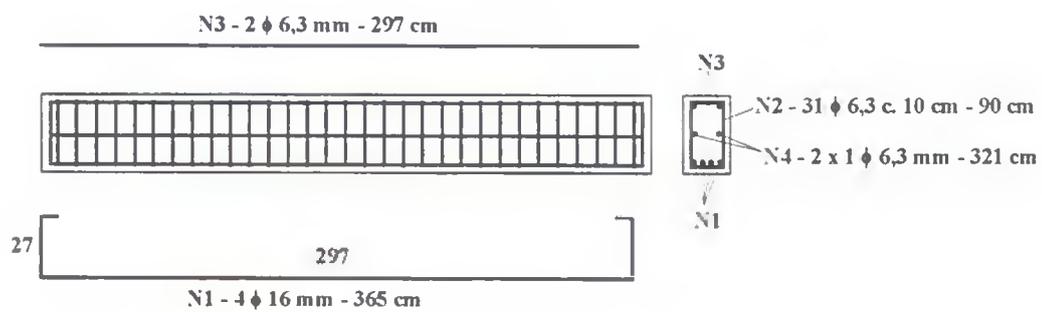
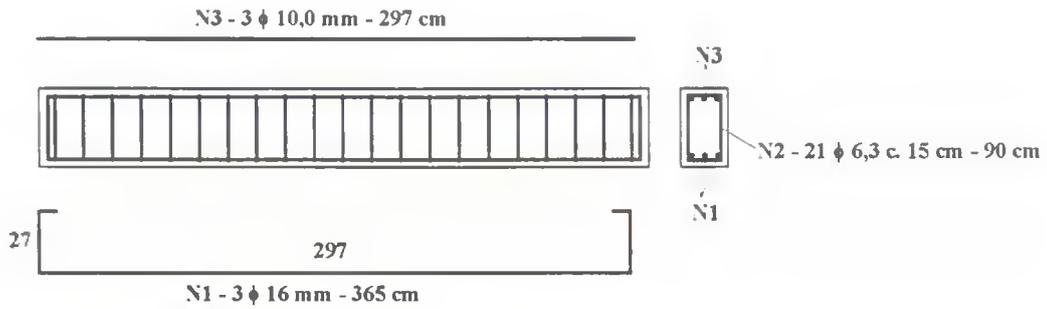
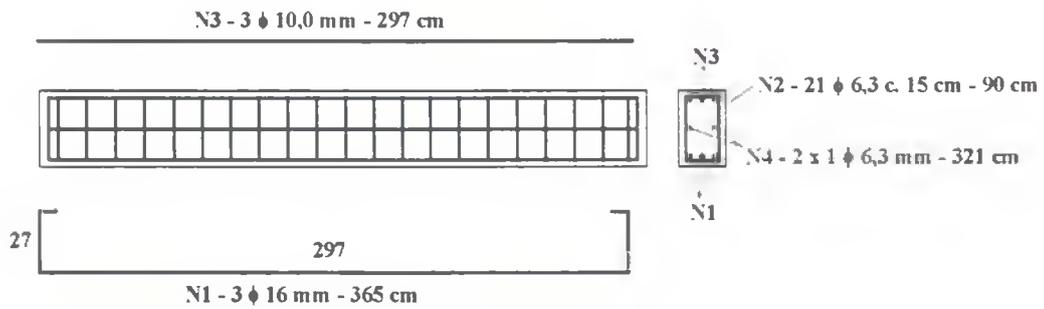


Figura 4.3 - Detalhamento das vigas V4, V5 e V6

### Viga V7



### Viga V8



### Viga V9

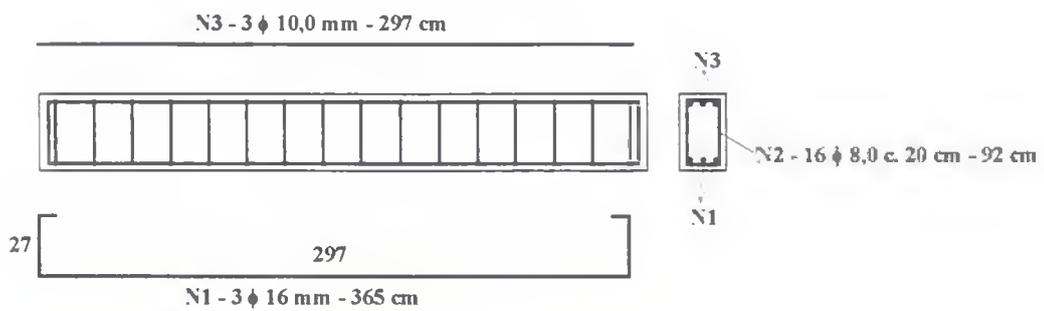
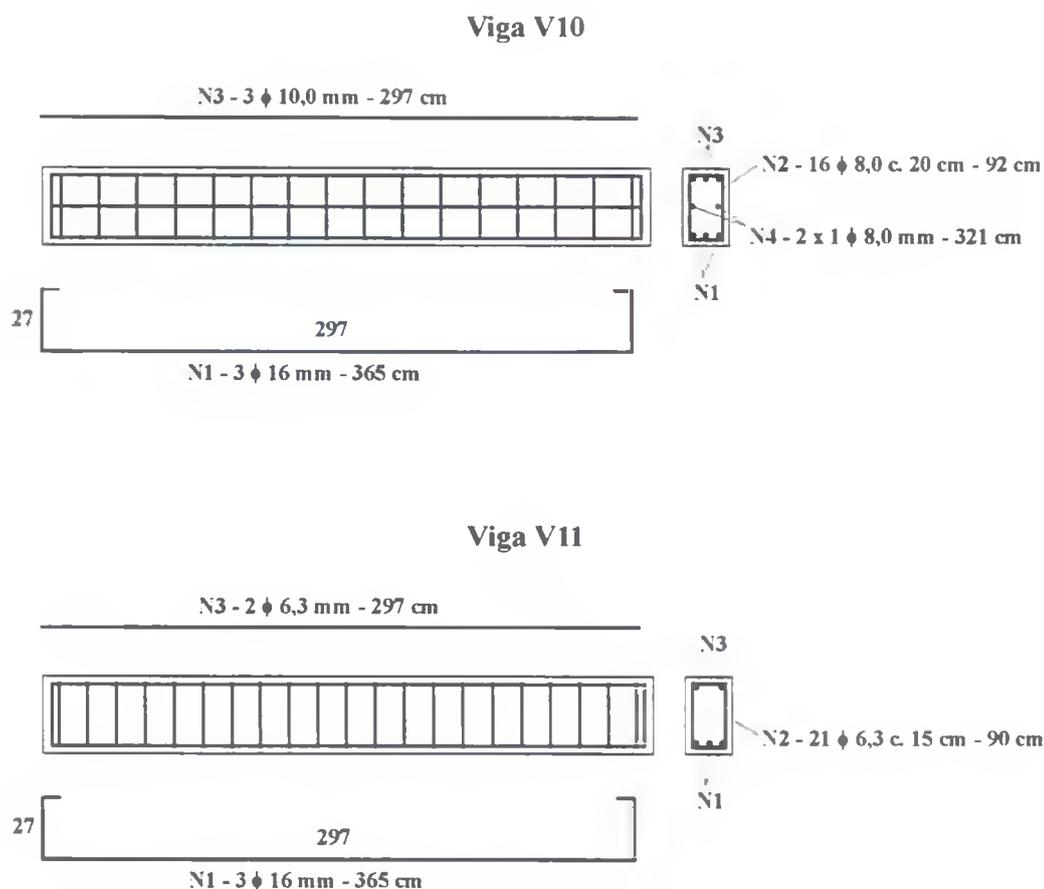


Figura 4.4 - Detalhamento das vigas V7, V8 e V9



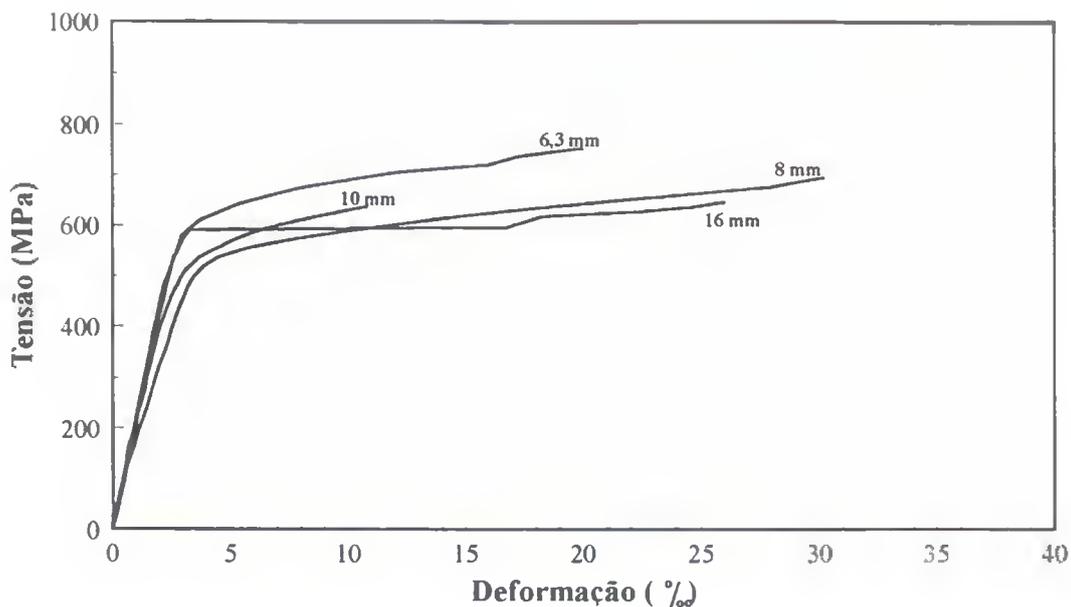
**Figura 4.5 - Detalhamento das vigas V10 e V11**

### 4.3 - MATERIAIS

#### 4.3.1 - Aço

As amostras do aço empregado na confecção das vigas foram ensaiadas à tração, segundo a NBR6152 (1980), na prensa AMSLER-60tf e as deformações das barras medidas com extensômetros mecânicos (Mitutoyo - 0,01 a 5 mm).

A Figura 4.6 apresenta os diagramas tensão - deformação dos ensaios à tração das amostras dos aços utilizados na armação das vigas.



**Figura 4.6** - Diagramas Tensão x Deformação dos aços empregados na armação das vigas

Apesar da especificação de todos os aços de categoria CA-50A, nota-se, dos diagramas tensão - deformação dos aços, que a maioria das amostras não apresentou patamar de escoamento definido, adotando-se como tensão de escoamento a convencional, obtida pela interseção da curva com uma reta paralela ao trecho linear do diagrama, a partir da deformação específica residual de 0,2 % (NBR 7480, 1985; Sánchez & Barbosa, 1995).

Os valores das tensões de escoamento do aço ( $f_y$ ) e de ruptura ( $f_r$ ), obtidos dos ensaios à tração das amostras, estão apresentados na Tabela 4.2.

**Tabela 4.2** - Características do aço

Bitola $\phi$ (mm)	Patamar de escoamento	$f_y$ (MPa)	$f_r$ (MPa)	$\epsilon_y$ (‰)
6,3	não	630	900	2
8,0	não	550	700	2
10,0	não	560	800	2
16,0	sim	590	700	3

### 4.3.2 - Concreto

Adotou-se o valor de 20 MPa para a resistência à compressão do concreto aos 28 dias. O traço em peso empregado foi de 1: 2,5: 3,5 , utilizando-se, como agregado graúdo, britas 1 e 2, com relação água cimento igual a 0,65 e consumo de cimento (CPIIF-32) igual a 300 kg/m<sup>3</sup>. Este traço foi previamente verificado em laboratório e, para a moldagem das vigas, o concreto foi fornecido pela empresa “Betomix”, apresentando um slump de 10 cm, que foi obtido segundo a NBR 7223 (1992).

Para cada viga, foram moldados, segundo a NBR 5738 (1994), cinco (V1 a V6) e seis (V7 a V11) corpos de prova cilíndricos de dimensões 15 x 30 centímetros, com idade de ruptura correspondente ao de ensaio da viga.

A Tabela 4.3 apresenta os valores médios das resistências à compressão (NBR 5739,1994) e tração por compressão diametral (NBR 7222, 1983) do concreto das vigas ensaiadas.

**Tabela 4.3** - Resistência à compressão e tração do concreto das vigas ensaiadas

Viga	$f_c$ (MPa)	$f_\alpha$ (MPa)
V1	30,0	2,0
V2	29,4	1,7
V3	28,0	2,5
V4	27,5	2,5
V5	31,0	1,8
V6	29,0	2,2
V7	23,5	2,0
V8	25,0	1,8
V9	23,0	2,2
V10	24,5	2,0
V11	25,0	1,7

#### 4.4 - ESQUEMA DE ENSAIO

A montagem escolhida foi a viga simplesmente apoiada com duas cargas concentradas simétricas, conforme os “Ensaio de Stuttgart”. Esta montagem é a mais usual nas investigações de ruptura por esforço cortante, pois tem a vantagem de combinar duas condições diferentes de teste: flexão pura, na região entre as cargas, e esforço cortante constante, nas duas regiões extremas da viga.

A ruptura é atingida incrementando-se as cargas lentamente, por etapas, de maneira a tornar possível o registro do aparecimento de fissuras e do carregamento de surgimento das mesmas.

Os ensaios foram efetuados sobre a laje de reação do Laboratório de Estruturas da UnB. Utilizou-se, para a aplicação da carga sobre as vigas V1 e V3, o macaco EMIC 50 tf nº 1316 e para as demais, o macaco EMIC 50 tf nº 1315, juntamente com o manômetro Contenco-Pavitest de carga máxima 120 tf.

#### 4.5 - INSTRUMENTAÇÃO

Imediatamente após cada incremento de carga, a localização, extensão e abertura das fissuras foram registradas e efetuadas as seguintes medições:

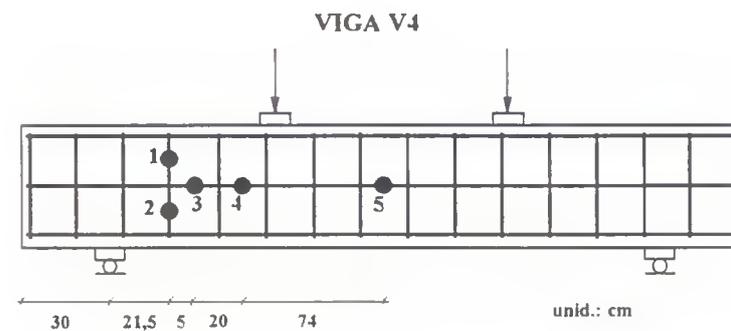
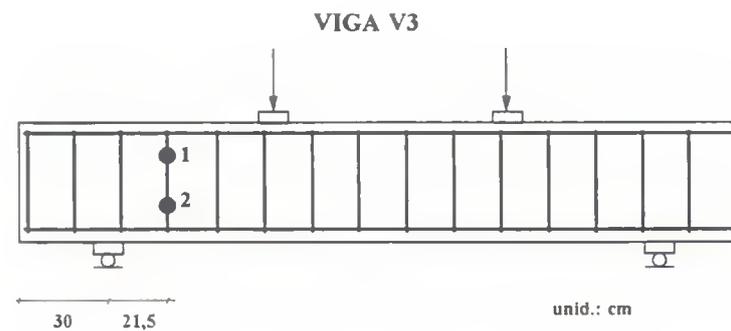
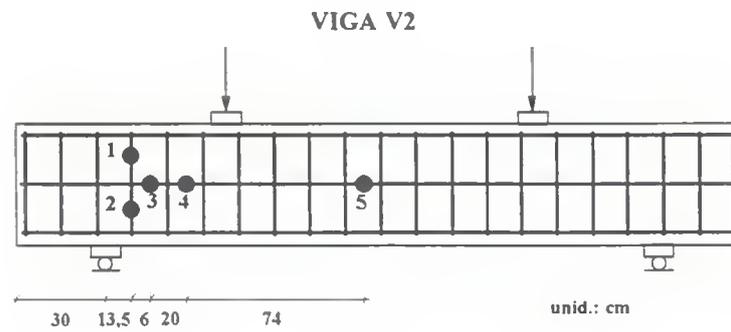
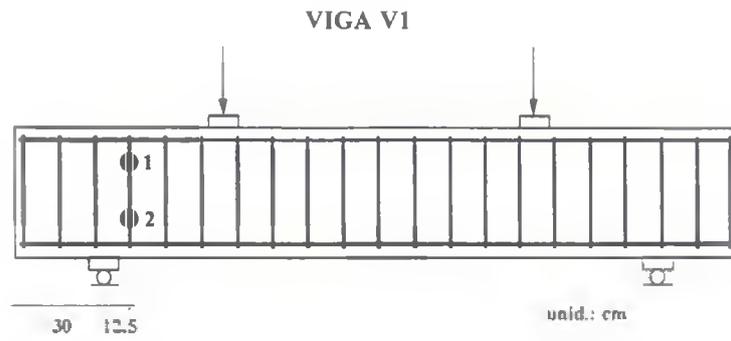
##### *- Flechas*

Medidas no meio do vão através de dois defletômetros Huggenberger de leitura máxima 50 mm e precisão 0,01 mm.

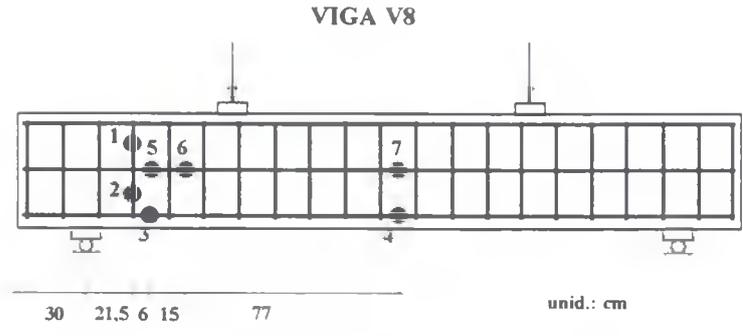
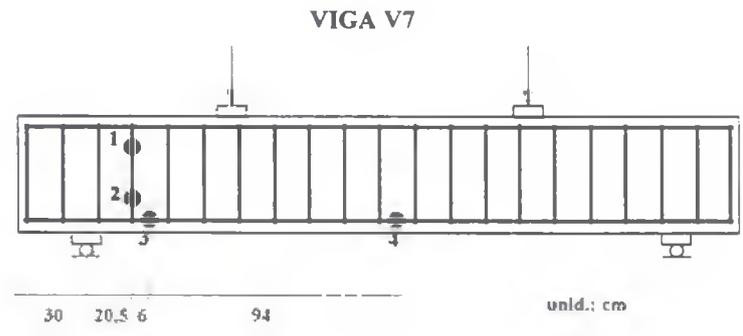
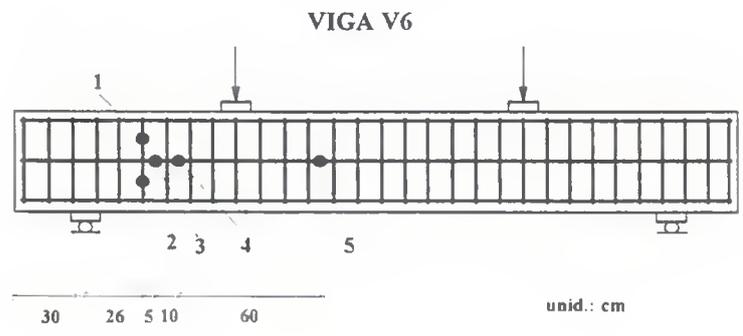
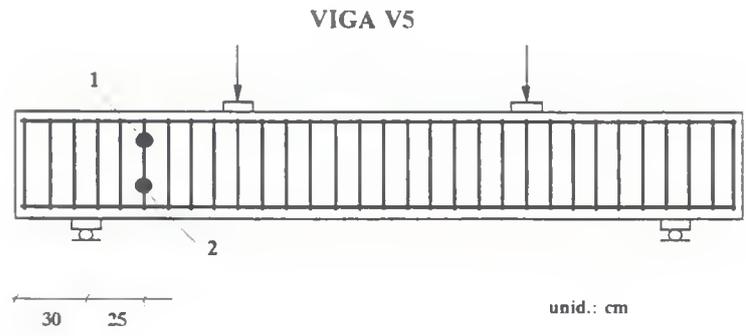
##### *- Deformações nas armaduras*

Medidas através de extensômetros elétricos de resistência, empregando-se a Switching & Balancing Box SS-24R (Kyowa) e o Strainmeter SM-60D (Kyowa).

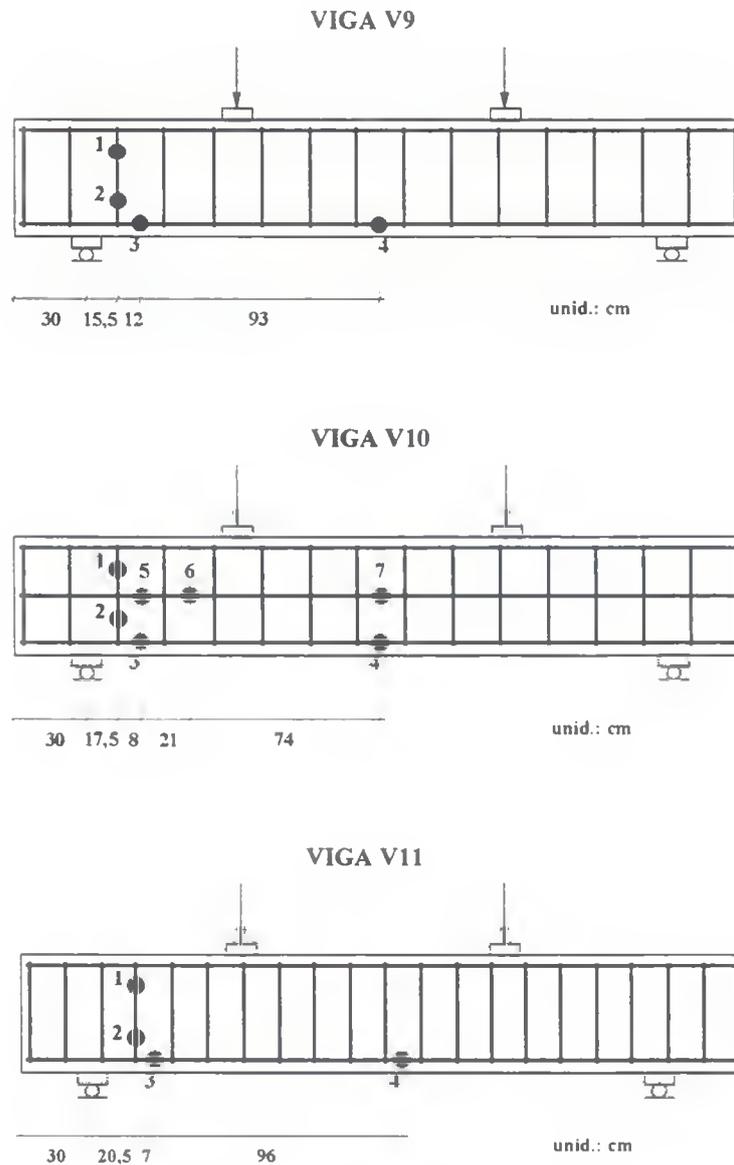
As figuras 4.7 a 4.9 apresentam as localizações dos extensômetros elétricos nas armaduras das vigas ensaiadas.



**Figura 4.7** - Posição dos extensômetros elétricos nas armaduras das vigas V1, V2, V3 e V4



**Figura 4.8** - Posição dos extensômetros elétricos nas armaduras das vigas V5, V6, V7 e V8



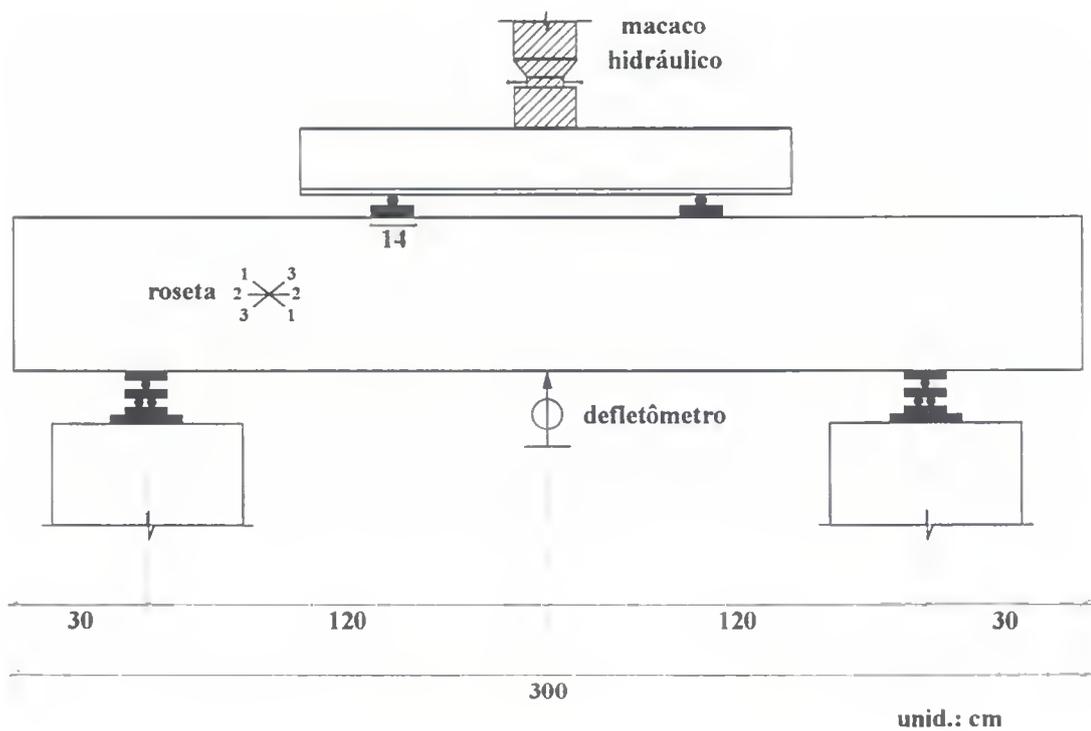
**Figura 4.9** - Posição dos extensômetros elétricos nas armaduras das vigas V9, V10 e V11

*- Deformações na biela de concreto*

Dentro do vão de corte, na metade da distância entre a carga e o apoio, à meia altura da seção, colou-se na superfície lateral da viga, nas duas faces, pastilhas metálicas para compor uma roseta de extensômetros mecânicos de base 10 cm (Tensotast - Huggenberger de leitura máxima 5 mm e precisão 0,001 mm), para medida das deformações na horizontal e

nas duas direções principais, admitidas inicialmente como inclinadas de  $45^{\circ}$  em relação ao eixo da viga. Com os valores dessas deformações, valendo-se das fórmulas da Teoria da Elasticidade, obter-se-ão as tensões principais de tração e compressão no concreto antes e após o aparecimento da primeira fissura de cisalhamento.

A Figura 4.10 mostra detalhes do esquema de montagem e a localização dos instrumentos de medida usados nas vigas.



**Figura 4.10** - Detalhe da montagem dos testes e instrumentação das vigas

## CAPÍTULO 5

### ANÁLISE DOS RESULTADOS

#### 5.1 - PRELIMINARES

Inicialmente, o programa compreendia uma série de três pares de vigas, com três diferentes taxas de armadura transversal, sendo cada par constituído de uma viga com armadura transversal composta apenas por estribos verticais, e outra viga idêntica na armadura de flexão e estribos, porém com a adição de armadura de pele na metade da altura da seção transversal da mesma. Essa armadura de pele, também conhecida como “costela”, foi composta de duas barras longitudinais de mesmo diâmetro dos estribos dispostas uma em cada face da viga.

Ensaando-se primeiramente a viga V3, com armadura de cisalhamento composta apenas por estribos, obteve-se uma ruptura por flexão com esmagamento do concreto da zona comprimida, apesar da diferença superior a 30% estabelecida no cálculo para as cargas teóricas de ruptura à flexão e ao cisalhamento, e de ter havido grande desenvolvimento de fissuras de cisalhamento. Visando tentar evitar a ruptura por flexão das demais vigas já moldadas, decidiu-se pela utilização de uma chapa metálica para o reforço da zona comprimida de concreto.

Dessa forma, a viga V4, par da V3 e a viga V2 foram levadas à ruptura empregando-se uma chapa de aço, de mesma largura da viga e com meia polegada de espessura, fixada com gesso na face superior, no trecho de momento máximo e fixada sob os pontos de aplicação das duas cargas concentradas, exercendo a função de armadura de compressão. Na viga V2 foram utilizados parafusos, através de furos com broca na face superior do concreto, para melhorar a fixação da chapa à viga.

Após esses testes, decidiu-se executar dois pares a mais de vigas (V7 e V8; V9 e V10), utilizando-se nestes a alternativa de reforço da zona comprimida de concreto com uma ar-

madura de compressão, ou seja, calculando-se a viga com “armadura dupla”, no sentido de aumentar a capacidade resistente à flexão e induzir ruptura por cisalhamento.

Uma viga adicional, V11, foi ensaiada com as mesmas características e detalhamento da viga V1, visando a comparação e verificação dos equipamentos de ensaio, devido à carga de ruptura da viga V1, muito alta com relação à carga máxima teórica.

Este capítulo relata o comportamento estrutural das onze vigas ensaiadas, analisando-as em termos de deslocamento vertical, deformação do concreto e do aço, resistência e modo de ruptura.

## **5.2 - MODO DE RUPTURA DAS VIGAS ENSAIADAS**

### **5.2.1 - Preliminares**

Como carga de ruptura das vigas adotou-se o valor correspondente à queda de pressão acusada pelo manômetro, a partir da qual ocorria aumento do curso do êmbolo do macaco sem aumento de carga. Em certos casos, descarregando-se a peça após este ponto e voltando a carregá-la, pode ainda ocorrer uma redistribuição interna de tensões, que leva a outro tipo de ruptura, diferente da primeira. Cabe, entretanto, comentar que, em várias das vigas ensaiadas, a carga de ruptura definida desta forma correspondia a valores de carga bastante acima daquelas onde o comportamento estrutural já seria considerado inaceitável em estruturas reais, no que se refere às fissuras de cisalhamento, com aberturas maiores que 2-3 mm, propagando-se na região de ancoragem da armadura de flexão. Dessa forma, o critério de definição da carga experimental de ruptura por cisalhamento merece ser discutido, pois a partir de uma avaliação mais correta da carga última poder-se-ia melhor analisar a contribuição das armaduras de cisalhamento.

Para as vigas com armadura convencional de cisalhamento, ou seja, armadura composta apenas por estribos, poderia ser estabelecida como carga de ruptura aquela em que se registrasse o escoamento do aço nos estribos, visto ser este o critério de dimensionamento da

armadura transversal adotado pelas normas correntes. Entretanto, esta hipótese seria questionável para as vigas com barras longitudinais de pele, pois, para estas, o escoamento dos estribos não implica necessariamente em ruptura da peça, devido à alteração na capacidade de carga proporcionada pela armadura de pele, prevalecendo um outro modelo resistente. Este critério ainda exigiria a consideração mais precisa de outros efeitos, além da colocação de extensômetros elétricos em todos os estribos, dentro dos vãos de corte, para controle rigoroso de tensões, o que não foi realizado, inviabilizando, portanto, sua aplicação no presente programa.

### **5.2.2 - Descrição dos modos de ruptura**

Dos resultados dos ensaios das vigas com maior taxa de armadura transversal (Tabela 5.1), constata-se que a contribuição da armadura de pele no aumento da carga de ruptura experimental não foi tão significativa quanto nas vigas dos programas experimentais anteriores, com quantidade menores de armadura de cisalhamento. Os acréscimos de carga última nas vigas com a presença das barras longitudinais de pele variaram de 0,3 a 43%, sendo que todas romperam com carga superior às das vigas apenas com estribos, a menos de uma, V6, que rompeu com uma carga 0,3% menor que a do seu par, V5.

Após a carga de ensaio ultrapassar a de ruptura teórica de cisalhamento e se aproximar da carga última teórica de flexão, o modo de ruptura da peça é imprevisível, podendo a viga romper por flexão ou por cisalhamento. Nota-se que todas as vigas ensaiadas ultrapassaram a carga última teórica prevista de ruptura por cisalhamento, com valores variando entre 18 a 118% maiores que o teórico. Tal fato demonstra ser mais conservativo o cálculo da armadura transversal em situações onde o cisalhamento é mais crítico. A comparação entre os momentos últimos de teste das vigas V1 e V11 mostra ser a precaução fundada, pois V1 rompeu por flexão com momento último 28% superior ao da viga V11, que rompeu por cisalhamento.

Dentre as onze vigas ensaiadas, a maioria, mesmo possuindo fissuras de cisalhamento com grandes aberturas, rompeu por flexão, com carga próxima ou superior a carga última teórica de flexão, a menos de duas, V10 e V11, que romperam por esforço cortante.

Tabela 5.1 - Vigas do programa experimental

Viga	$A_{se}$ (cm <sup>2</sup> / m)	$a/d$	$f_c$ (MPa)	Detalhamento de armaduras	Rup.	$P_u$ teórica (tf)		$P_u$ exp. (tf)	$P_{u.exp.}$ / $P_{u.teór.}$ cisalh..
						Fl.	Cis.		
V1	4,2	1,9	30,0		(f)	16,0	9,0	16,75	1,86
V2	4,2	1,9	29,4		(f)	16,0	8,9	18,60	2,09
V3	5,0	2,4	28,0		(f)	12,5	9,1	13,90	1,53
V4	5,0	2,4	27,5		(f)	12,4	9,1	19,85	2,18
V5	6,23	2,4	31,0		(f)	16,0	12,0	14,50	1,21
V6	6,23	2,4	29,0		(f)	15,7	11,9	14,10	1,18
V7	4,2	2,4	23,5		(f)	13,1	8,6	11,65	1,35
V8	4,2	2,4	25,0		(f)	13,2	8,7	12,05	1,39
V9	5,0	2,4	23,0		(f)	13,0	8,9	11,20	1,26
V10	5,0	2,4	24,5		(t)	13,1	8,9	11,65	1,31
V11	4,2	2,4	25,0		(c)	12,2	8,7	10,40	1,20

Modos de Ruptura:

(c): cisalhamento/compressão

(f): flexão

(t): cisalhamento/tração

Comparando-se os valores de momento último experimental das vigas V7 e V8 com os das vigas V1 e V2, e os de carga última experimental das vigas V9 e V10 com os das vigas V3 e V4, respectivamente, percebe-se que a utilização da armadura de compressão, ou seja, armadura dupla, pouco influenciou a carga de ruptura experimental, não atingindo o objetivo de reforço da zona comprimida de concreto, pois as vigas V7 a V9 romperam por fle-

xão, com carga inferior ao da última teórica de flexão. Tal fato pode ter ocorrido devido a precipitação da ruptura pela flambagem das barras da armadura de compressão.

Analisando-se as vigas V3 e V4, sendo a última testada com o emprego da chapa, fica claro, através de seus valores de carga última experimental, que mesmo possuindo o mesmo modo de ruptura, que a chapa contribuiu significativamente no aumento da resistência à flexão. Nota-se também esta contribuição nos resultados dos ensaios das vigas V1 e V2.

Através de um estudo comparativo do cálculo da resistência à flexão e ao cisalhamento das vigas do programa experimental segundo as disposições normativas apresentadas no capítulo 2, constatou-se a semelhança entre os valores de carga última das normas, apresentando-se apenas os obtidos segundo a NB-1/78.

O cálculo da carga última teórica ao esforço cortante e a capacidade resistente à flexão das vigas-teste baseou-se nas considerações e equações do sub-item 3.1.2.2 do capítulo 3. As disposições da NB-1 quanto ao espaçamento máximo de estribos (o menor valor entre 30 cm e  $d/2 = 13 \text{ cm}$ ) não foram observadas para as vigas V1 a V4 e V7 a V11, visando examinar condições de armadura de cisalhamento insuficiente. Vale também citar que o limite  $d/2$  da NB-1/78 é muito rigoroso, sendo as prescrições de outras normas, analisadas no capítulo 2, mais tolerantes. Segundo Regan & Rezai-Jorabi (1987), evidências de testes realizados por Kani, em 1979, mostram a eficiência da utilização de espaçamentos de armadura transversal elevados, com um limite máximo igual a  $2d$ .

Considerou-se nos cálculos a resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ) como a média obtida dos ensaios dos corpos de prova correspondentes a cada viga.

Para o cálculo das vigas-teste, onde se dispunha de resultados de ensaios à tração das barras de aço, considerou-se o valor experimental da resistência de escoamento média à tração das barras ensaiadas.

As figuras 5.1 a 5.14 mostram a montagem dos ensaios e o aspecto da fissuração após a ruptura das vigas-teste.



Figura 5.1 - Esquema geral da ruptura da viga V1

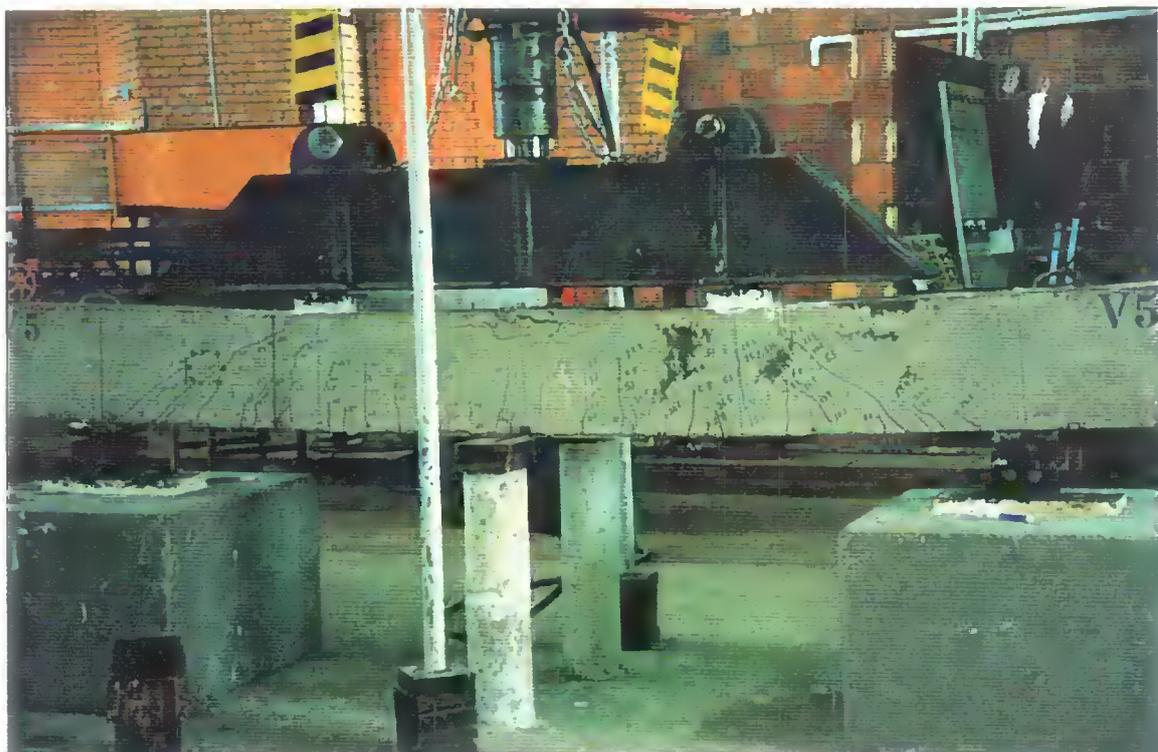


Figura 5.2 - Esquema geral da ruptura da viga V2





**Figura 5.5** - Detalhe da ruptura da viga V4



**Figura 5.6** - Esquema geral da ruptura da viga V5



**Figura 5.7 - Esquema geral da ruptura da viga V6**



**Figura 5.8 - Esquema geral da ruptura da viga V7**

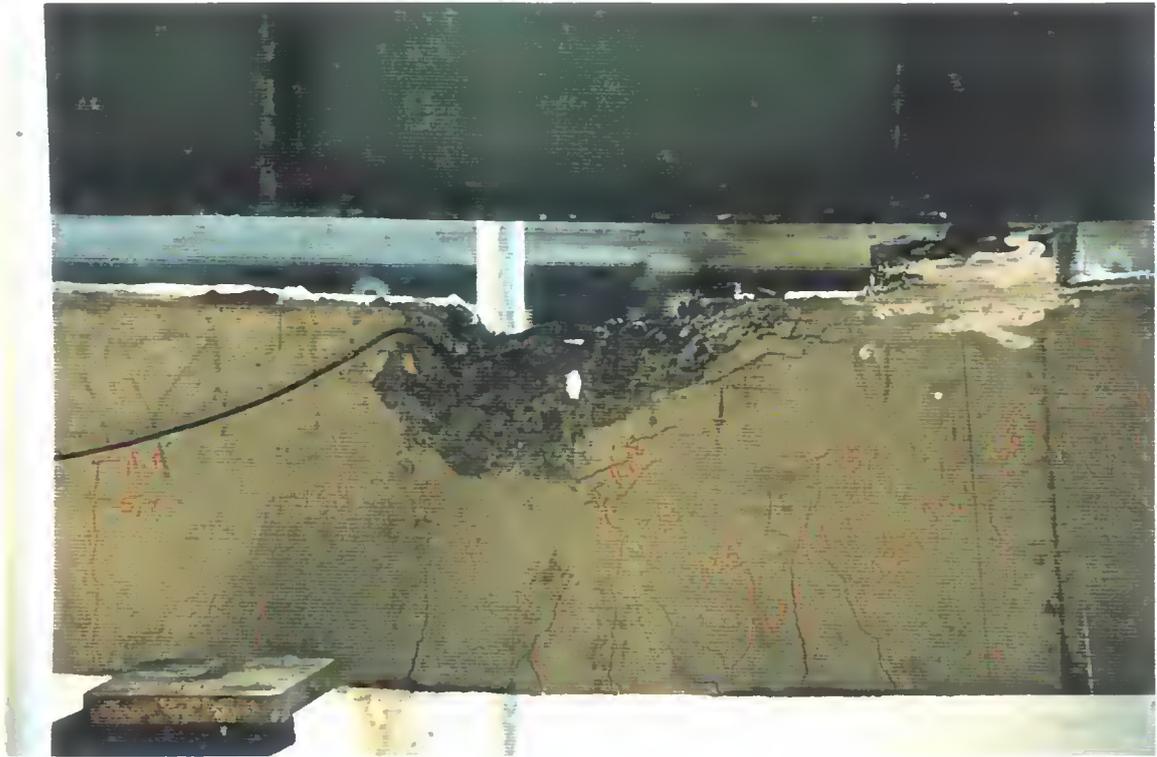


Figura 5.9 - Detalhe da ruptura da viga V7



Figura 5.10 - Esquema geral da ruptura da viga V8





Figura 5.13 - Detalhe da ruptura da viga V10



Figura 5.14 - Esquema geral da ruptura da viga V11

### 5.3 - VERIFICAÇÃO DA CARGA DE FISSURA DE CISALHAMENTO

A carga de fissura de cisalhamento foi definida como aquela em que a primeira fissura inclinada, dentro do vão de corte, atravessa a meia altura da viga.

Desde que a determinação desta carga, por observação do ensaio, dá margem a incertezas, outros meios foram empregados para verificação da exatidão da mesma.

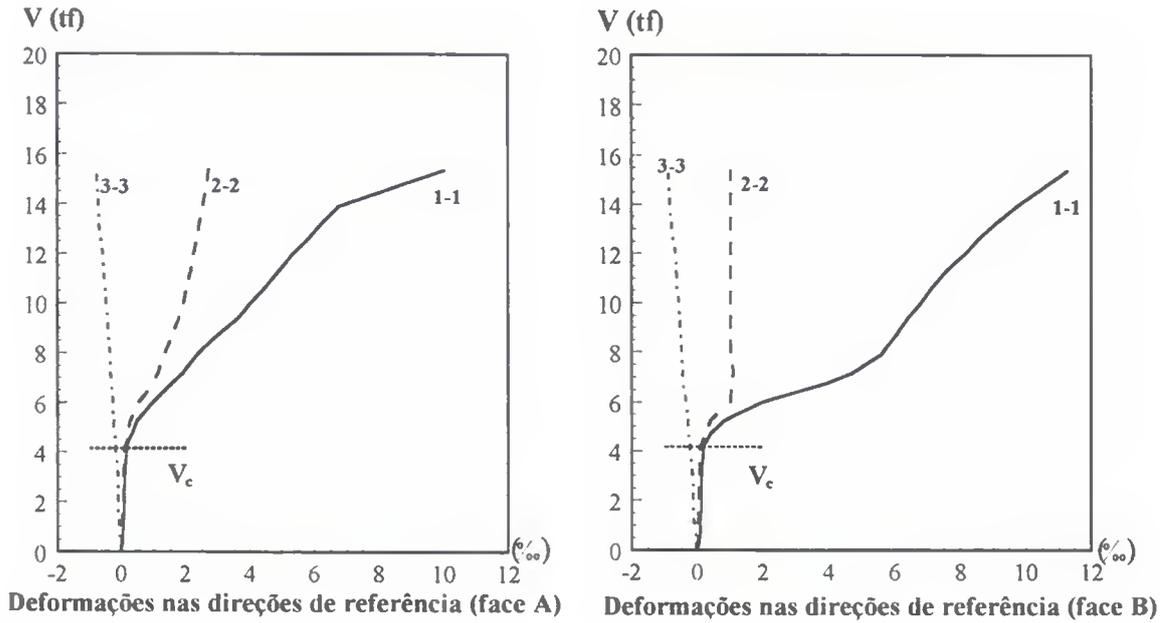
Através de uma roseta de extensômetros mecânicos, colada na superfície lateral da viga, em suas duas faces, dentro do vão de corte, na metade da distância entre a carga e o apoio, à meia altura da seção, computaram-se as deformações sofridas em duas direções inclinadas de 45° em relação à horizontal, teoricamente as direções principais ao nível do eixo neutro. Pelos diagramas Esforço cortante - Deformação do concreto nas direções citadas, apresentados nas figuras 5.15 a 5.20, pode-se verificar a carga que exhibe a transição da seção não fissurada para a seção fissurada por cisalhamento, representada pela ordenada do ponto onde as curvas mudam acentuadamente de inclinação. Nestes gráficos estão marcados os valores obtidos visualmente, durante os testes, do esforço cortante correspondente à fissura de cisalhamento,  $V_c$ , que é igual ao valor da carga aplicada quando a viga tem duas cargas simétricas.

Os indicadores 1-1 e 3-3, mostrados nos gráficos das figuras 5.15 a 5.20, representam os eixos a 45° em relação à horizontal, denominado 2-2.

Devido a problemas na medição das deformações no concreto, os diagramas da face B, da viga V10, não foram considerados na análise.

A Tabela 5.2 apresenta os valores das cargas de fissuração obtidas visualmente e as do ponto onde as curvas dos diagramas esforço cortante - deformação do concreto, nas direções de referência, mudam de inclinação.

### Viga V1



### Viga V2

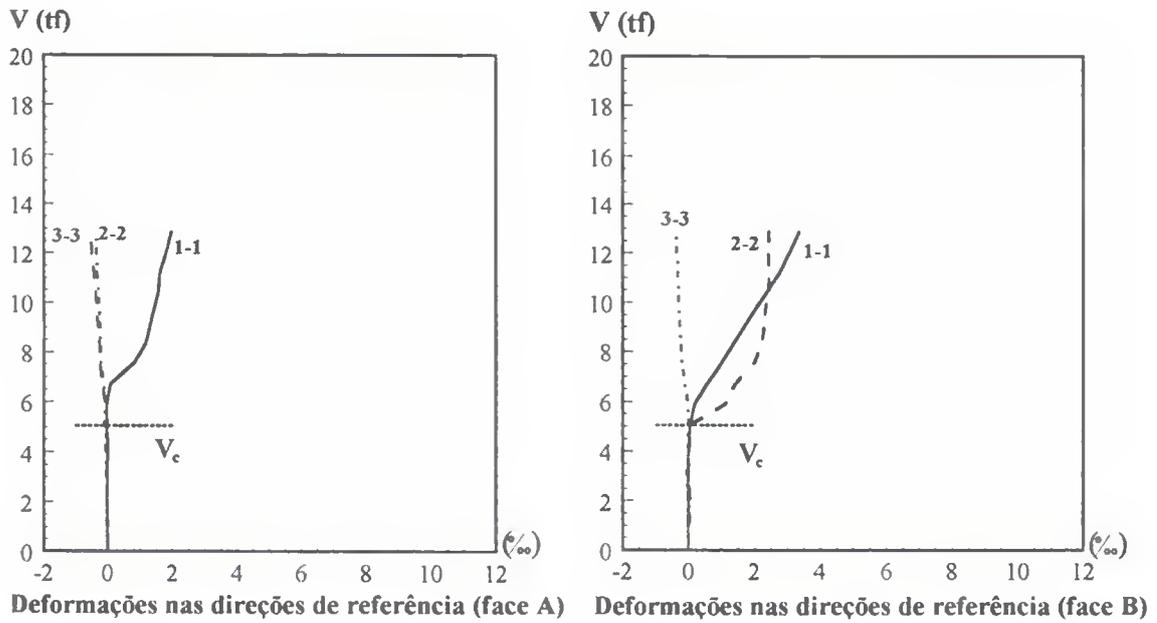
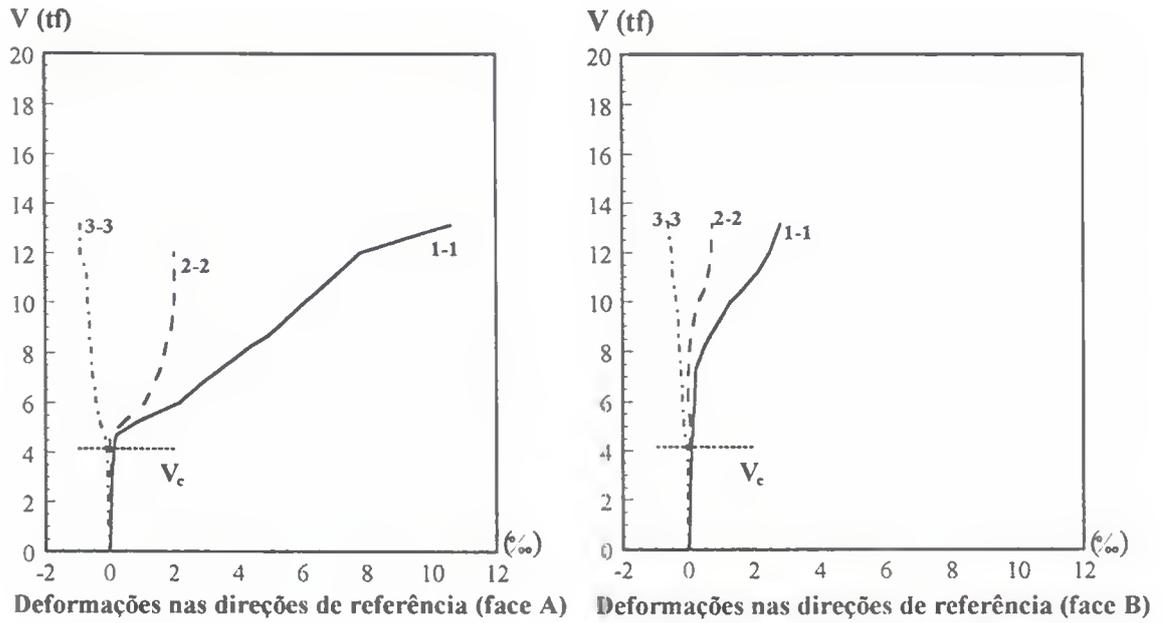


Figura 5.15 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V1 e V2

### Viga V3



### Viga V4

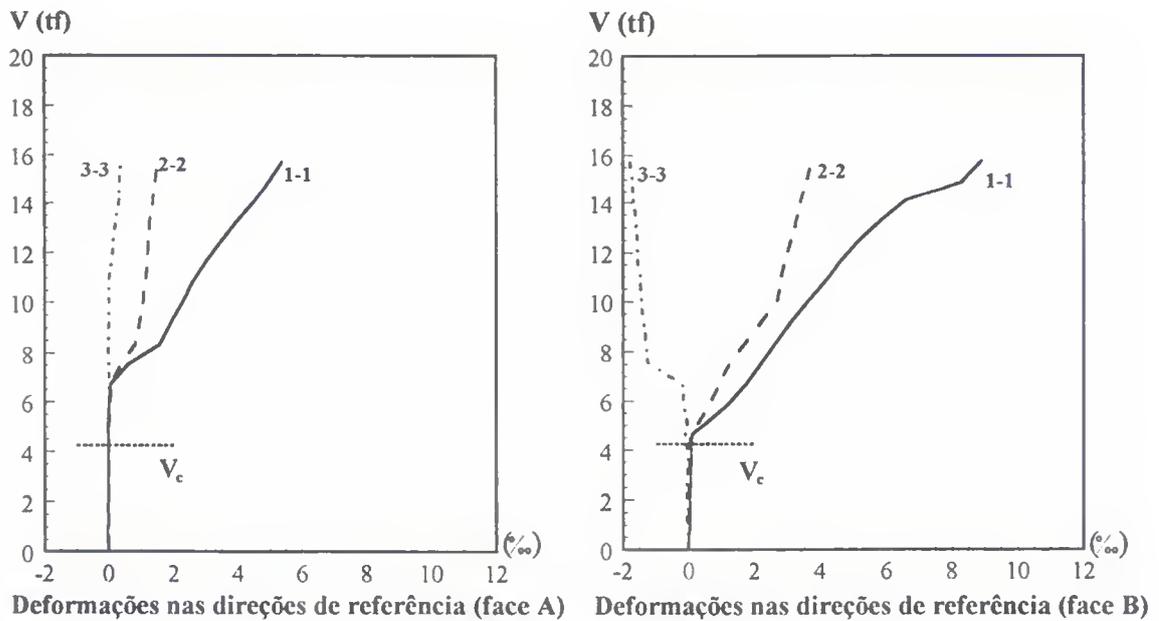
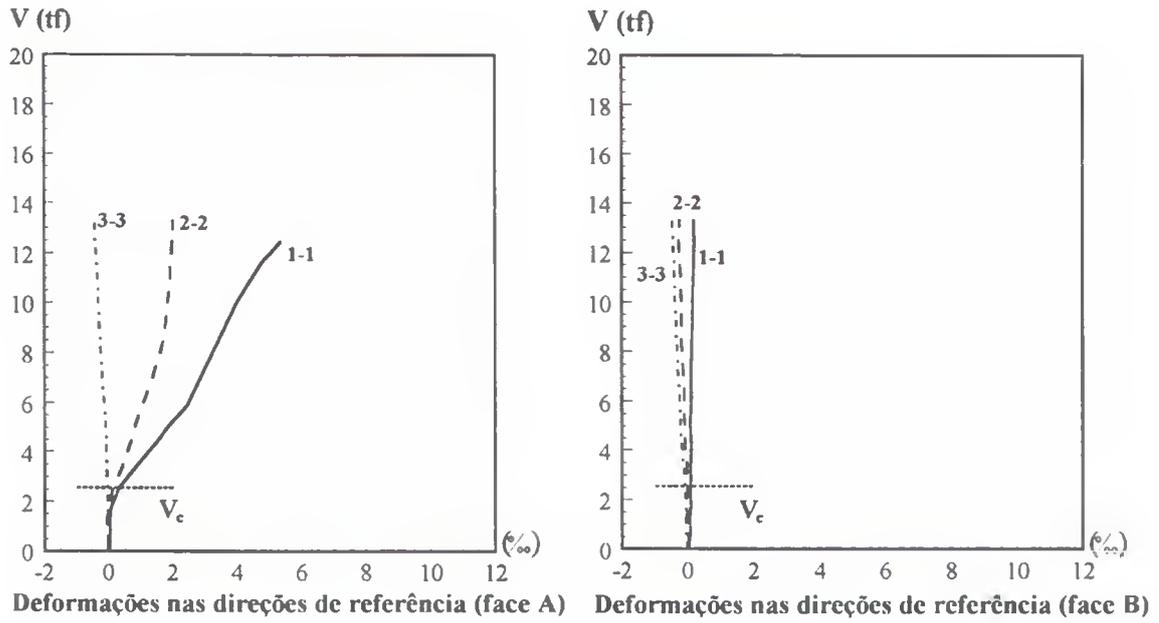


Figura 5.16 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V3 e V4

### Viga V5



### Viga V6

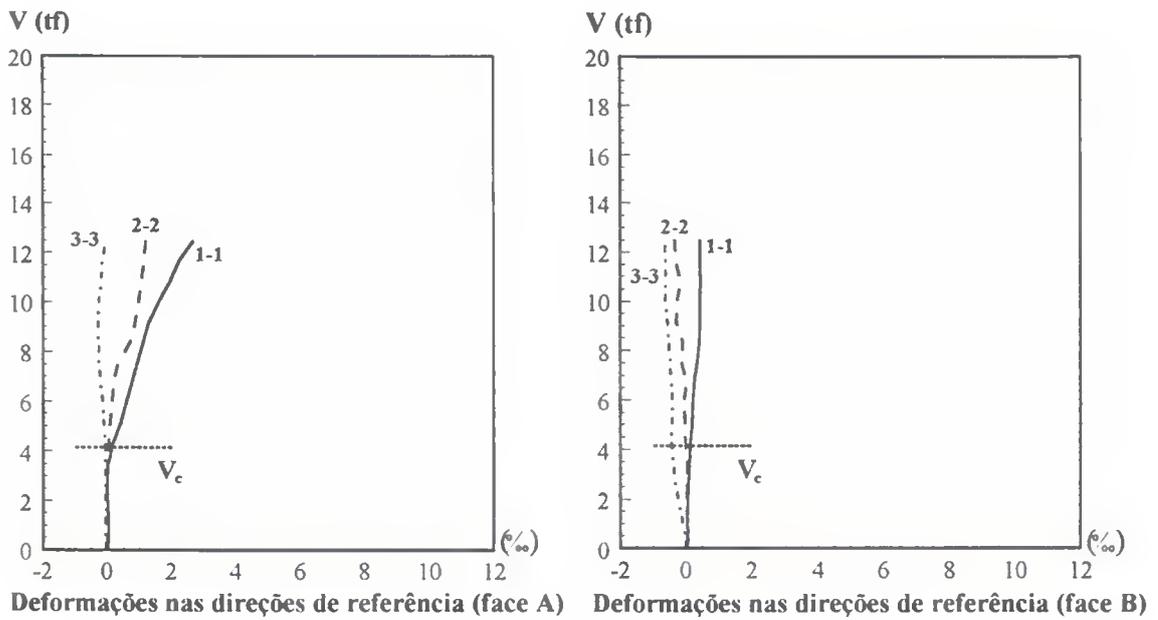
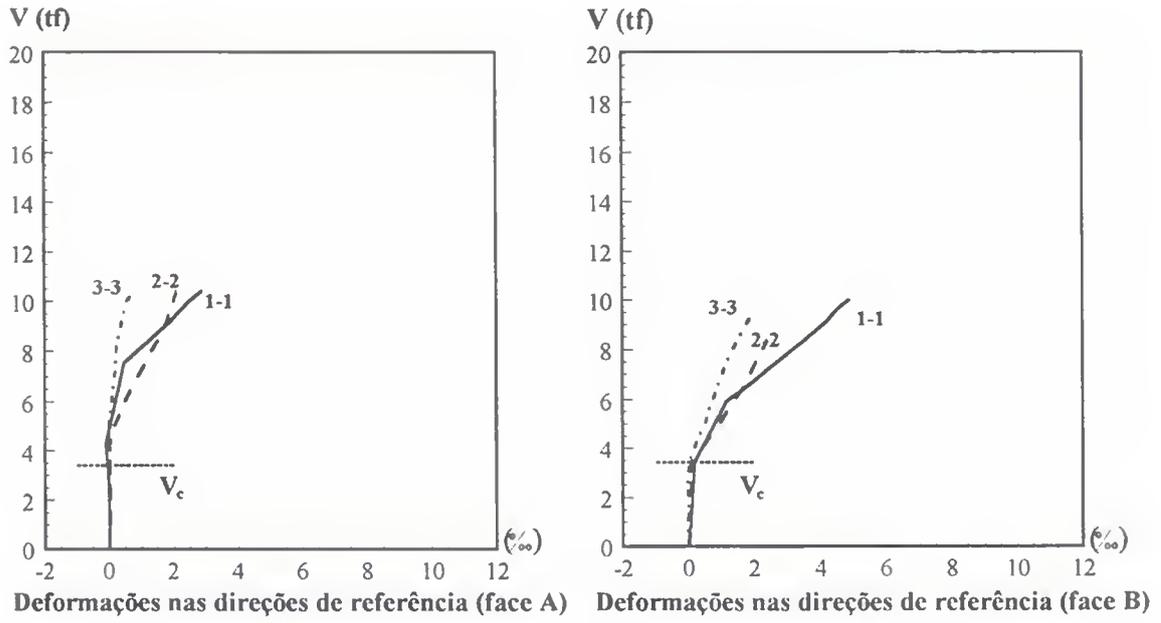


Figura 5.17 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V5 e V6

### Viga V7



### Viga V8

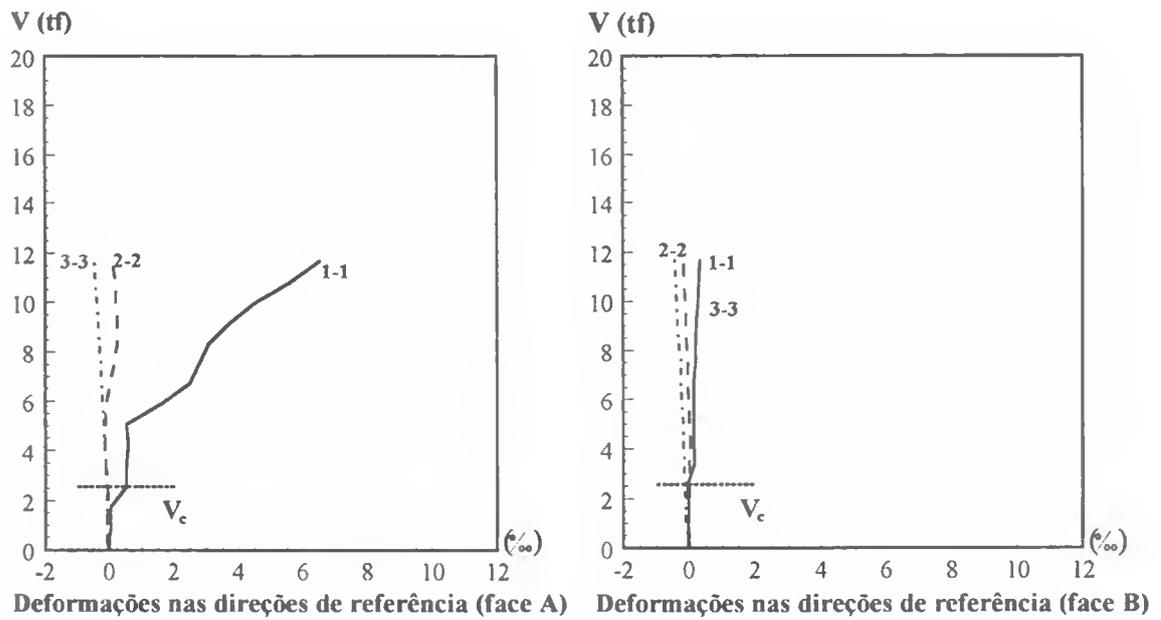
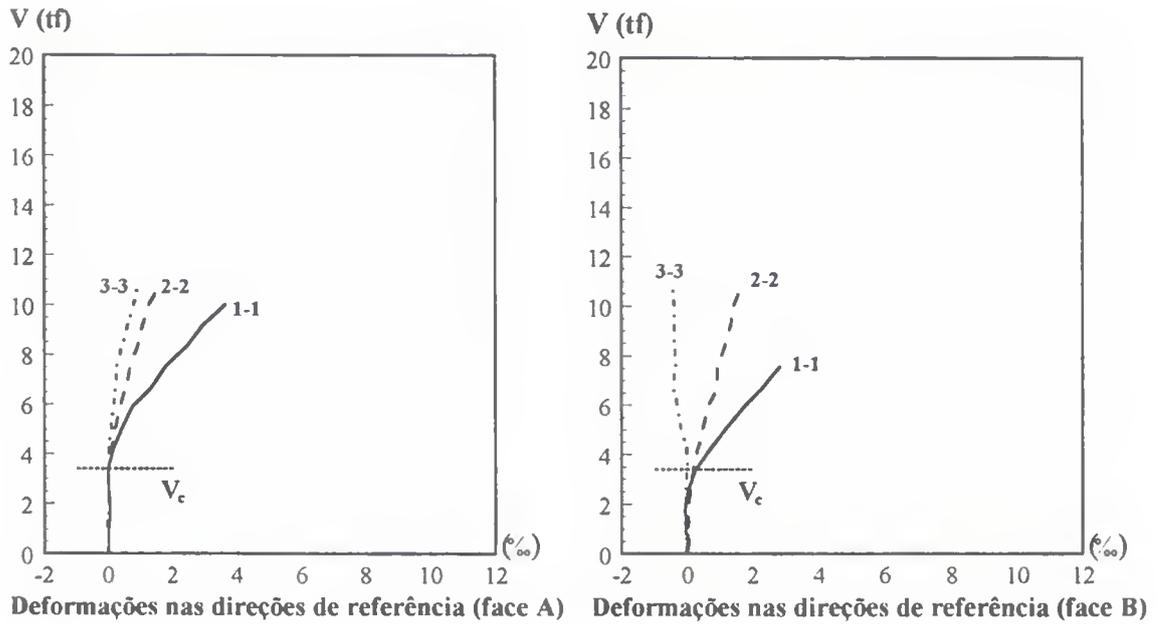


Figura 5.18 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V7 e V8

### Viga V9



### Viga V10

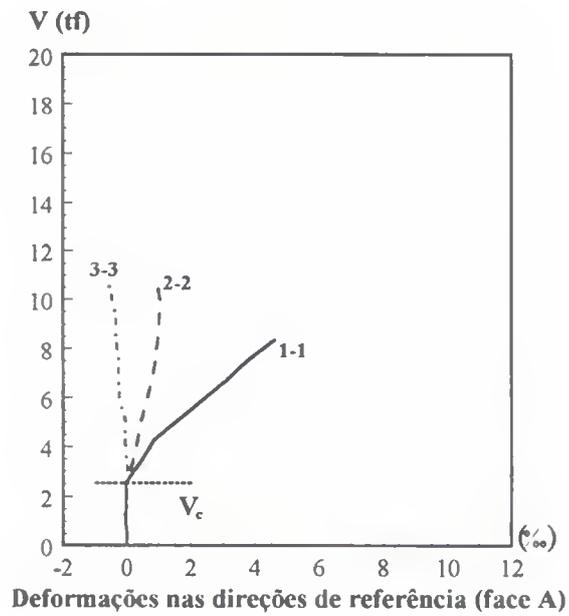


Figura 5.19 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto das vigas V9 e V10

## Viga V11

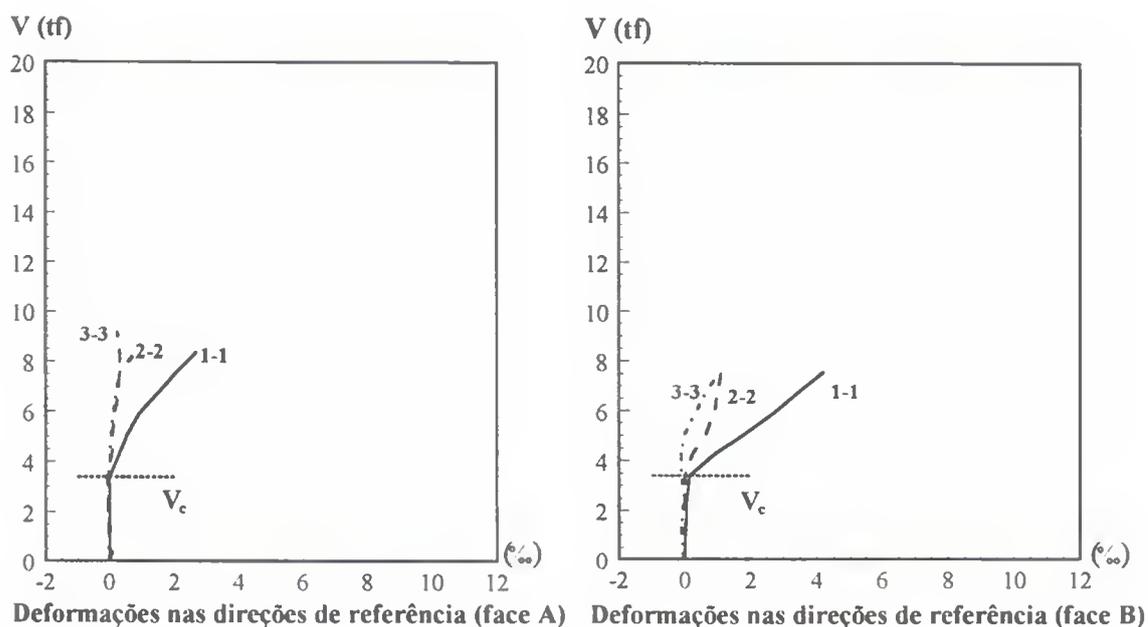


Figura 5.20 - Diagramas Esforço cortante x Deformação do concreto da viga V11

Tabela 5.2 - Cargas de fissuração

Viga	Cargas obtidas visualmente (tf)		Cargas dos diagramas (tf)
	Flexão	Cisalhamento	
V1	3,00	4,15	4,20
V2	1,75	5,05	5,00
V3	-----	4,15	4,70
V4	3,00	4,25	4,70
V5	0,35	2,55	2,50
V6	0,35	4,15	4,50
V7	0,70	3,40	3,40
V8	1,30	2,55	2,50
V9	0,55	3,40	3,50
V10	0,35	2,55	2,50
V11	0,35	3,40	3,50

#### 5.4 - TENSÃO DE COMPRESSÃO NA BIELA DE CONCRETO

Através das deformações medidas na roseta de extensômetros mecânicos (curvas 1-1, 2-2 e 3-3 das figuras 5.15 a 5.20), , computou-se as deformações principais de tração e compressão na biela de concreto, utilizando-se as expressões 5.1 e 5.2, respectivamente. Com estas deformações, aplicando-se as fórmulas da Teoria da Elasticidade, calculou-se a tensão principal de compressão na biela de concreto, antes e depois do aparecimento da primeira fissura de cisalhamento.

$$\varepsilon_t = \frac{1}{2}(\varepsilon_{1-1} + \varepsilon_{3-3}) + \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_{1-1} - \varepsilon_{3-3})^2 + (2\varepsilon_{2-2} - \varepsilon_{1-1} - \varepsilon_{3-3})^2} \quad (5.1)$$

$$\varepsilon_c = \frac{1}{2}(\varepsilon_{1-1} + \varepsilon_{3-3}) - \frac{1}{2}\sqrt{(\varepsilon_{1-1} - \varepsilon_{3-3})^2 + (2\varepsilon_{2-2} - \varepsilon_{1-1} - \varepsilon_{3-3})^2} \quad (5.2)$$

A Expressão 5.3 apresenta o valor da tensão principal de compressão antes da fissura de cisalhamento, a partir das deformações principais:

$$\sigma_c = \frac{E_c}{1-\nu^2}(\varepsilon_c - \nu \cdot \varepsilon_t) \quad (5.3)$$

onde:

- $E_c$  - módulo de deformação longitudinal secante do concreto. Para cargas de curta duração tem-se que  $E_c = 5940\sqrt{f_{cj}}$ , sendo  $f_{cj} = f_{ck} + 3,5 \text{ MPa}$  (NB-1/78, item 8.2.5). No cálculo das vigas-teste, considerou-se  $f_{cj}$  igual à  $f_c$
- $\nu$  - coeficiente de Poisson, relativo às deformações elásticas, suposto igual a 0,2 (NB-1/78, item 8.2.6)

Após o surgimento de fissura de cisalhamento, a tensão de compressão na biela de concreto é dada pela expressão 5.4:

$$\sigma_c = E_c \cdot \varepsilon_c \quad (5.4)$$

Por critério deduzido da treliça de Morsch, segundo o qual, após o aparecimento da fissura de cisalhamento, a tensão principal de compressão, na altura da linha neutra, torna-se o dobro da tensão de cisalhamento da alma,  $V/(b \cdot z)$ , obtém-se os valores teóricos da tensão de compressão na biela, que são:

- *Antes da fissura de cisalhamento*

$$\sigma_c = \frac{V}{b \cdot z} = 1,15 \frac{V}{b \cdot d} \quad (5.5)$$

sendo:

$$z = \frac{d}{1,15}$$

- *Após a fissura de cisalhamento*

$$\sigma_c = 2 \frac{V}{b \cdot z} = 2,30 \frac{V}{b \cdot d} \quad (5.6)$$

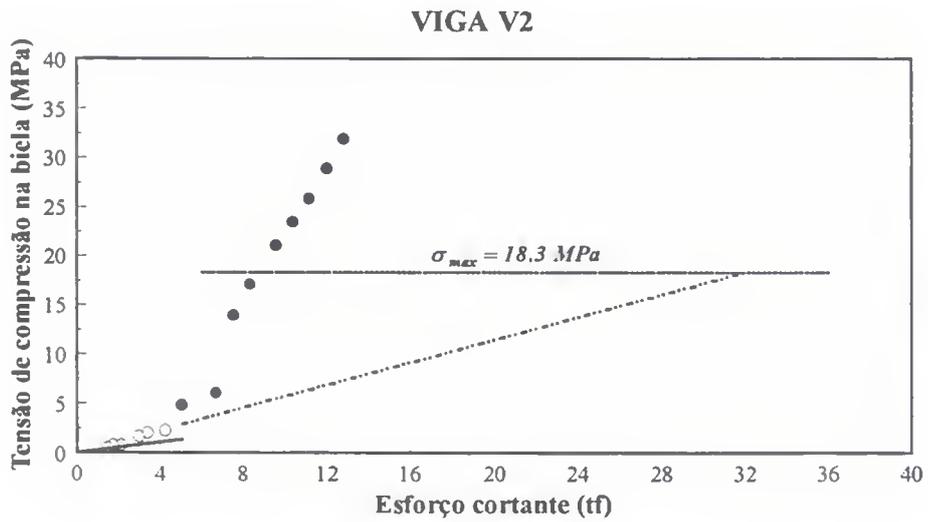
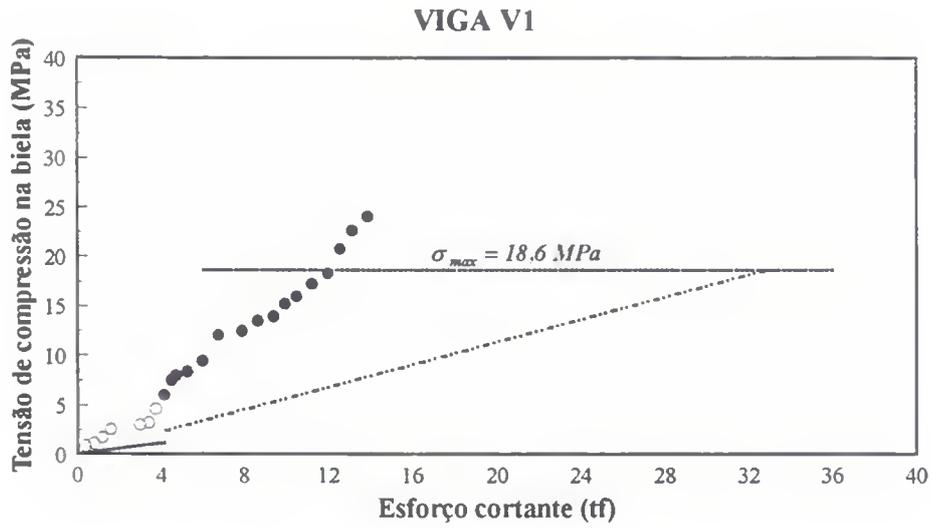
A tensão limite de compressão no concreto da biela, segundo o CEB-FIP MC 90, é dada pela Equação 5.7.

$$f_{cd2} = 0,60 \left( 1 - \frac{f_{ck}}{250} \right) \cdot f_{cd} \quad (5.7)$$

onde:

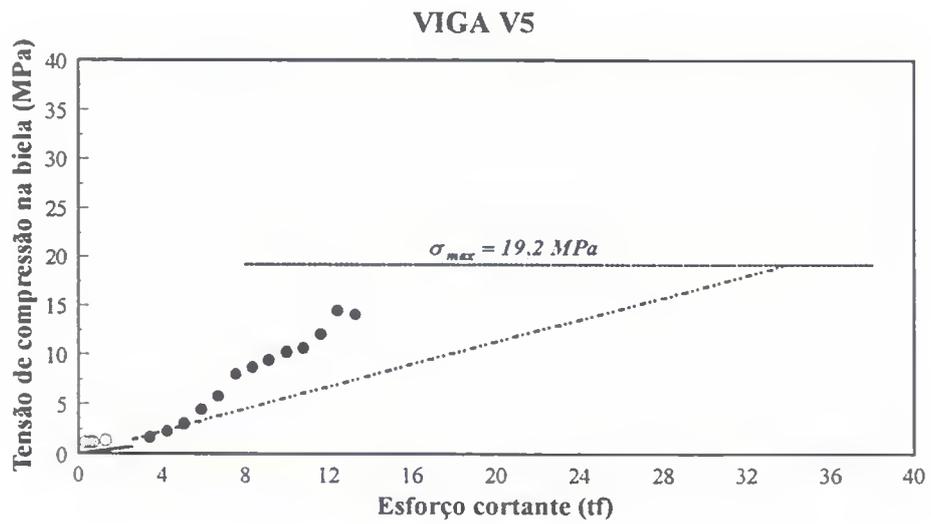
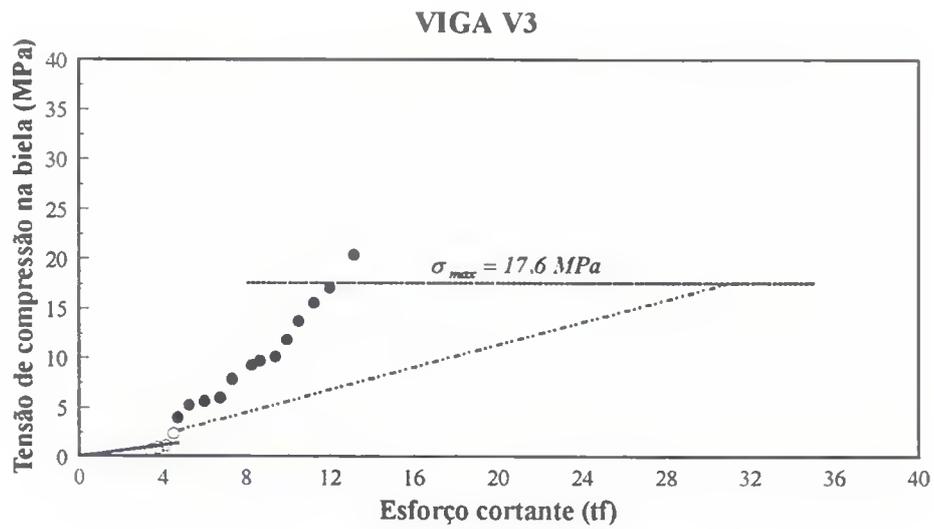
$f_{ck}$  e  $f_c$  - resistência característica e de cálculo do concreto à compressão, em MPa. Para as vigas-teste  $f_{ck}$  e  $f_{cd}$  foram considerados iguais à resistência à compressão do concreto ( $f_c$ ), obtida pela média dos ensaios dos corpos de prova correspondentes a cada viga

As figuras 5.21 a 5.24 apresentam os diagramas tensão de compressão na biela de concreto - esforço cortante para as vigas testadas, a menos de V4, V7, V9 e V11, que, devido à não confiabilidade de seus dados, não foram considerados na análise.



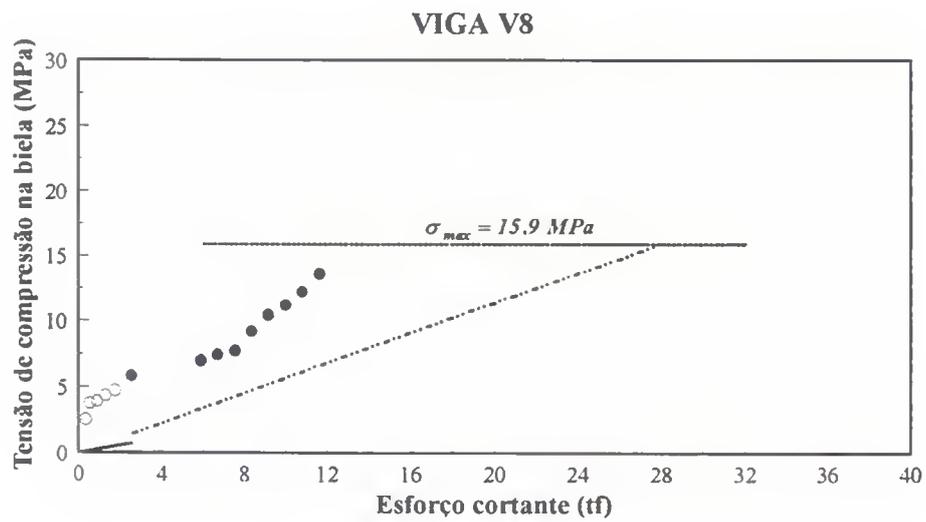
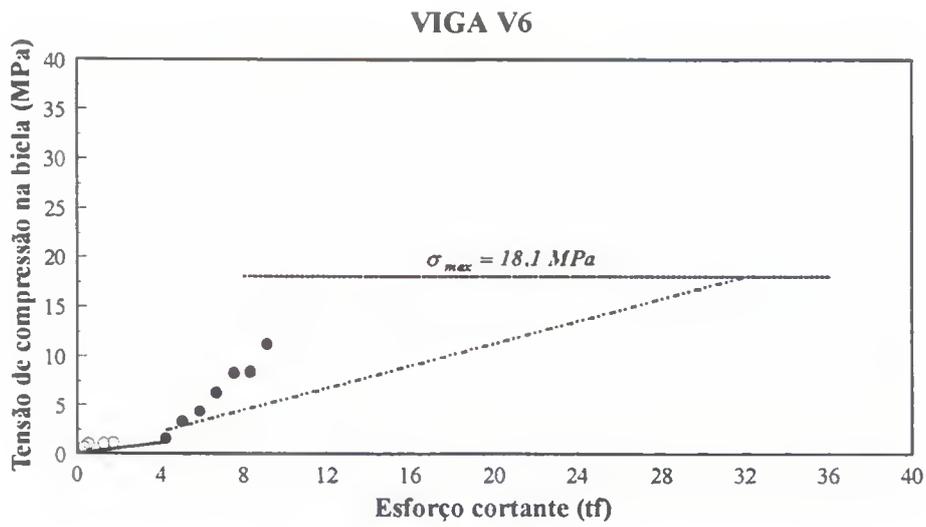
- Valor experimental antes da fissura de cisalhamento*      ○
- Valor experimental após a fissura de cisalhamento*      ●
- Valor teórico antes da fissura de cisalhamento*      —
- Valor teórico após a fissura de cisalhamento*      - - - -

**Figura 5.21** - Diagrama Tensão de compressão na biela de concreto x Esforço cortante das vigas V1 e V2



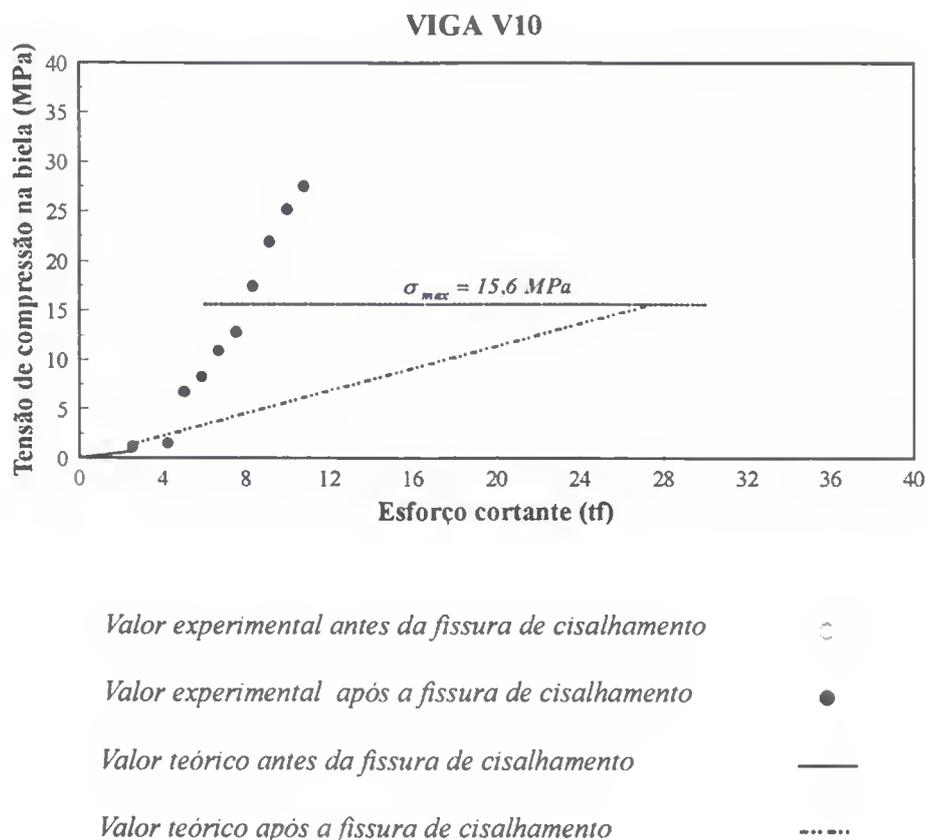
- Valor experimental antes da fissura de cisalhamento*      ○
- Valor experimental após a fissura de cisalhamento*      ●
- Valor teórico antes da fissura de cisalhamento*      —
- Valor teórico após a fissura de cisalhamento*      - - - -

**Figura 5.22** - Diagrama Tensão de compressão na biela de concreto x Esforço cortante das vigas V3 e V5



- Valor experimental antes da fissura de cisalhamento*      ○
- Valor experimental após a fissura de cisalhamento*      ●
- Valor teórico antes da fissura de cisalhamento*      —
- Valor teórico após a fissura de cisalhamento*      - - - -

**Figura 5.23** - Diagrama Tensão de compressão na biela de concreto x Esforço cortante das vigas V6 e V8



**Figura 5.24** - Diagrama Tensão de compressão na biela de concreto x Esforço cortante da viga V10

A tensão apresentada na reta horizontal pontilhada representa o valor limite, recomendado pelo CEB-FIP MC 90, de ruptura por esmagamento da biela de concreto, dividido por 0,85, devido a não consideração do efeito de tempo.

Percebe-se, pelas figuras 5.21 a 5.24, que a maioria das vigas apresentou um desenvolvimento acentuado nas tensões de compressão na biela, estando essas tensões obtidas dos ensaios, acima do limite indicado pelo CEB-FIP MC 90, a menos das vigas V5, V6 e V8, onde o limite não foi alcançado.

Através da verificação da tensão limite, fator importante na confirmação dos modos de ruptura característicos, analisados em 5.2, percebe-se que as vigas V1 a V3 e V10 teriam

rompido por esmagamento da biela de concreto com carga inferior à obtida no ensaio experimental. A Tabela 5.3 apresenta os valores do esforço cortante experimental e o de ruptura por esmagamento da biela.

**Tabela 5.3** - Esforço cortante experimental e de ruptura por esmagamento da biela de concreto

Viga	Esmagamento da biela (tf)	Experimental (tf)
V1	12,575	16,75
V2	9,6	18,60
V3	13,15	13,90
V4	-----	19,85
V5	sem ruptura	14,50
V6	sem ruptura	14,10
V7	-----	11,65
V8	sem ruptura	12,05
V9	-----	11,20
V10	8,35	11,65
V11	-----	10,40

A previsão teórica das tensões de compressão na biela, principalmente após a fissura de cisalhamento, é bastante imprecisa, com as tensões obtidas experimentalmente sendo muito superiores às teóricas. Dessa forma, o limite do CEB-FIP MC 90, na maioria dos casos, parece apropriado para restringir as tensões na biela comprimida.

## 5.5 - FLECHAS

Em todas as vigas testadas, para cada incremento de carga, foram medidos, através de dois defletômetros, os deslocamentos verticais no centro do vão.

As deflexões foram calculadas pelo método clássico da curvatura de vigas, na seção de momento máximo, assumindo-se a hipótese de Bernoulli, ou seja, que as seções transversais permanecem planas até a ruptura, logo:

$$\frac{1}{r} = \frac{\varepsilon_c}{x} = \frac{\varepsilon_s}{d-x} = \frac{M}{EI} \quad (5.7)$$

onde:

$1/r$  - curvatura no meio do vão

$M$  - momento na seção considerada

$EI$  - rigidez à flexão

$d$  - altura efetiva da seção

$x$  - distância da linha neutra ao ponto de maior encurtamento, na seção transversal de uma peça fletida

$\varepsilon_c$  - deformação específica do concreto à compressão

$\varepsilon_s$  - deformação específica do aço

Através da Expressão 5.8, obtém-se a flecha teórica no meio do vão ( $a_t$ ) para uma viga simplesmente apoiada, com duas cargas simétricas.

$$a_t = \left[ \frac{1}{8} - \frac{\left(\frac{a}{L}\right)^2}{6} \right] \frac{ML^2}{EI} \quad (5.8)$$

onde:

$a$  - comprimento do vão de cisalhamento

$L$  - comprimento do vão efetivo

No cálculo das flechas teóricas, consideraram-se três situações características:

- *Estádio I* (peça não fissurada): corresponde à fase inicial do ensaio, para momentos não muito elevados, com as tensões na seção variando linearmente e abaixo das resistências à tração e compressão do concreto.

Os valores da distância da linha neutra ao ponto de maior encurtamento ( $x$ ), do momento fletor imediatamente antes da fissuração ( $M_f$ ) e da rigidez à flexão ( $EI$ )<sub>f</sub> são dados pelas expressões 5.9, 5.10 e 5.11, respectivamente (Climaco, 1990).

$$x = \left[ -1 - 2\alpha_e \cdot \rho + 2\sqrt{0,5 + \alpha_e \cdot \rho \cdot \left(1 + 2\alpha_e \cdot \rho + \frac{d}{h}\right)} \right] \cdot h \quad (5.9)$$

$$M_f = b \cdot f_t \cdot \left[ \frac{4x^3}{3(h-x)} + \frac{(h-x)^2}{2} + \frac{4\alpha_e \cdot \rho \cdot d \cdot (d-x)^2}{h-x} \right] \quad (5.10)$$

$$(EI)_f = \frac{M_f \cdot E_s \cdot (h-x)}{4\alpha_e \cdot f_t} \quad (5.11)$$

onde:

$\alpha_e = E_s/E_c$  - razão entre os módulos de deformação longitudinal do aço ( $E_s = 2,1.10^6$ )

e do concreto ( $E_c = 18900 \cdot \sqrt{f_{cj}}$ ), considerando-se  $f_{cj}$  igual a  $f_c$

$\rho = \frac{A_s}{b_w \cdot d}$  - taxa geométrica da armadura

$d$  - altura útil da seção transversal

$h$  - altura total da seção transversal

$b_w$  - largura da seção transversal

$f_t$  - resistência à tração do concreto

- *Estádio II* (peça fissurada): corresponde à fase de carga em que o concreto esgota sua resistência à tração, sendo, a partir daí, as tensões absorvidas pela armadura, estando o concreto, da região comprimida, ainda na fase elástica.

As expressões 5.12, 5.13 e 5.14, respectivamente, apresentam, para vigas com armadura simples, no estágio II de carregamento, os valores da distância da linha neutra ao ponto de maior encurtamento ( $x$ ), do momento de inércia ( $I$ ) e do momento fletor ( $M_{II}$ ) (Süssekind, 1989).

$$x = \frac{\alpha_e \cdot A_s}{b_w} \left( -1 + \sqrt{1 + \frac{2b_w \cdot d}{\alpha_e \cdot A_s}} \right) \quad (5.12)$$

$$I = \frac{b_w \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x)^2 \quad (5.13)$$

$$M_{II} = \frac{0,67 \cdot f_c \cdot I}{x} \quad (5.14)$$

onde:

$f_c$  - resistência à compressão do concreto

Para as vigas com armadura dupla, os valores da distância da linha neutra ao ponto de maior encurtamento ( $x$ ), do momento de inércia ( $I$ ) e do momento fletor ( $M_{II}$ ) estão expressos pelas equações 5.15, 5.16 e 5.17, respectivamente (Süssekind, 1989).

$$x = -\frac{\alpha_e \cdot (A_s + A'_s)}{b_w} + \sqrt{\left[ \frac{\alpha_e \cdot (A_s + A'_s)}{b_w} \right]^2 + \frac{2\alpha_e}{b_w} (d \cdot A_s + d'' \cdot A'_s)} \quad (5.15)$$

$$I = \frac{b_w \cdot x^3}{3} + \alpha_e \cdot A_s \cdot (d - x)^2 + \alpha_e \cdot A'_s \cdot (x - d'')^2 \quad (5.16)$$

$$M_{II} = \frac{0,67 \cdot f_c \cdot I}{x} \quad (5.17)$$

onde:

$A'_s$  - área da seção transversal da armadura longitudinal comprimida

$d''$  - distância do centroide da armadura longitudinal comprimida ao bordo superior da viga

- *Estádio III* (iminência de ruptura por flexão): havendo aproveitamento integral da capacidade resistente dos materiais, deve ocorrer esmagamento do concreto à compressão e escoamento do aço à tração.

Os valores de  $x$ , da deflexão teórica no meio do vão ( $a_t$ ) e do momento fletor ( $M_{III}$ ), para o estágio III de carregamento, estão expressos, respectivamente, pelas equações 5.18, 5.19 e 5.20.

$$x = d \cdot \left( \frac{3,5 \cdot 10^{-5}}{\varepsilon_y + 3,5 \cdot 10^{-5}} \right) \quad (5.18)$$

$$a_t = L^2 \cdot \left[ \frac{1}{8} - \frac{\left( \frac{a}{L} \right)^2}{6} \right] \frac{\varepsilon_y}{(d-x)} \quad (5.19)$$

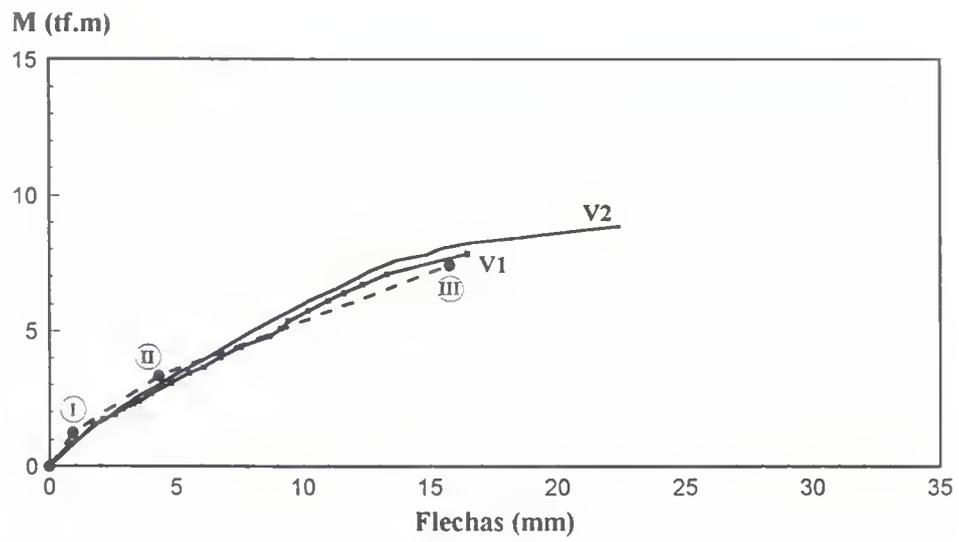
$$M_{III} = A_s \cdot (d - 0,4x) \cdot f_y \quad (5.20)$$

onde:

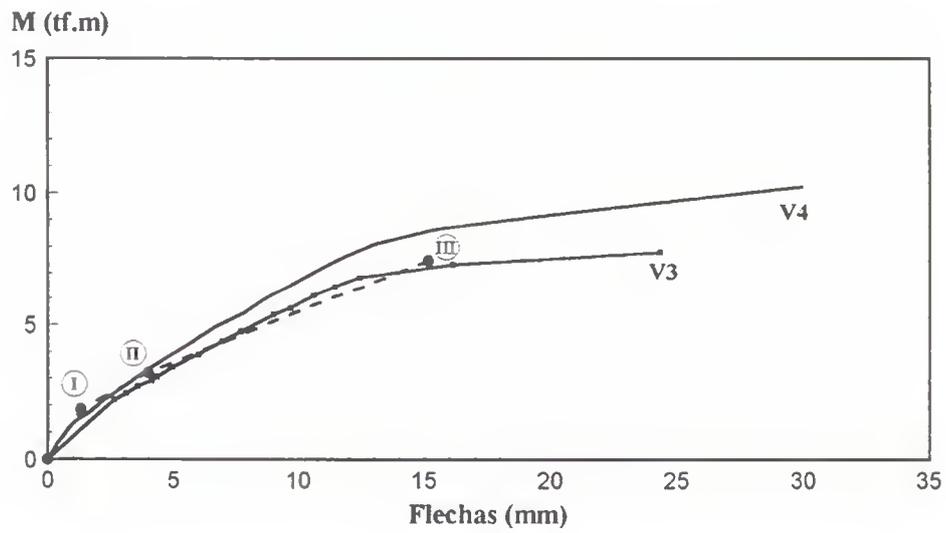
$\varepsilon_y$  - deformação específica de escoamento do aço

$f_y$  - resistência de escoamento do aço à tração

As figuras 5.25 a 5.27 apresentam os diagramas momento fletor - flechas teórica e experimental das vigas testadas. A linha tracejada representa os valores teóricos da deflexão, calculada para cada estágio de carregamento, conforme descrito.

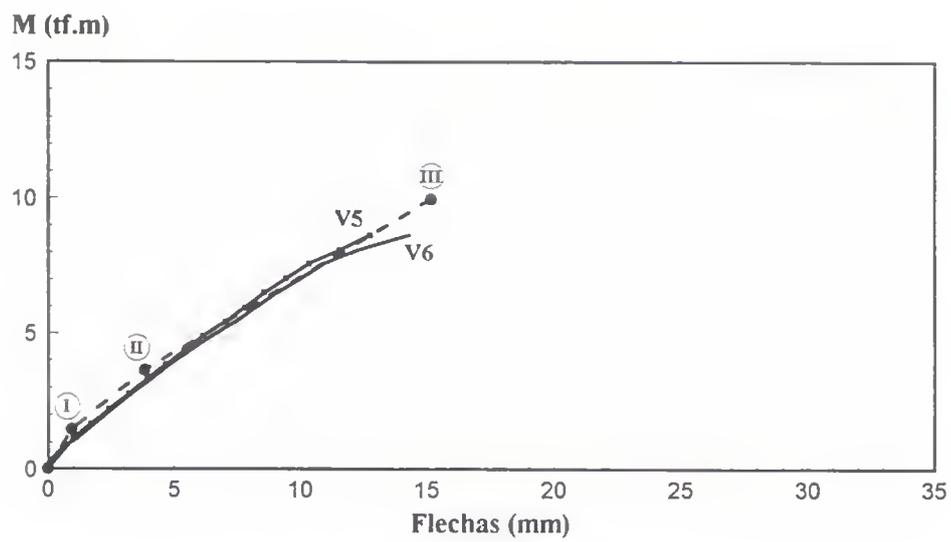


a)

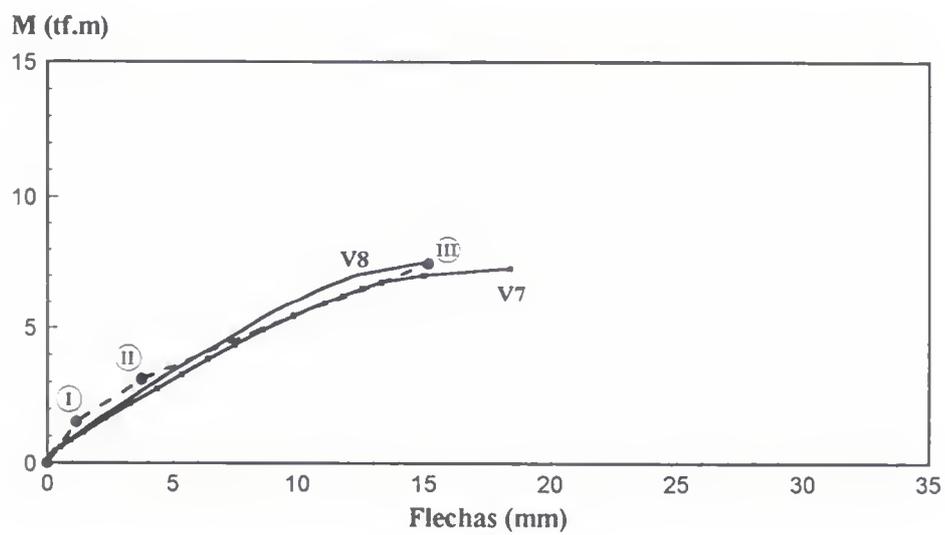


b)

Figura 5.25 - Diagrama Esforço cortante x Flecha dos pares de vigas V1 e V2; V3 e V4

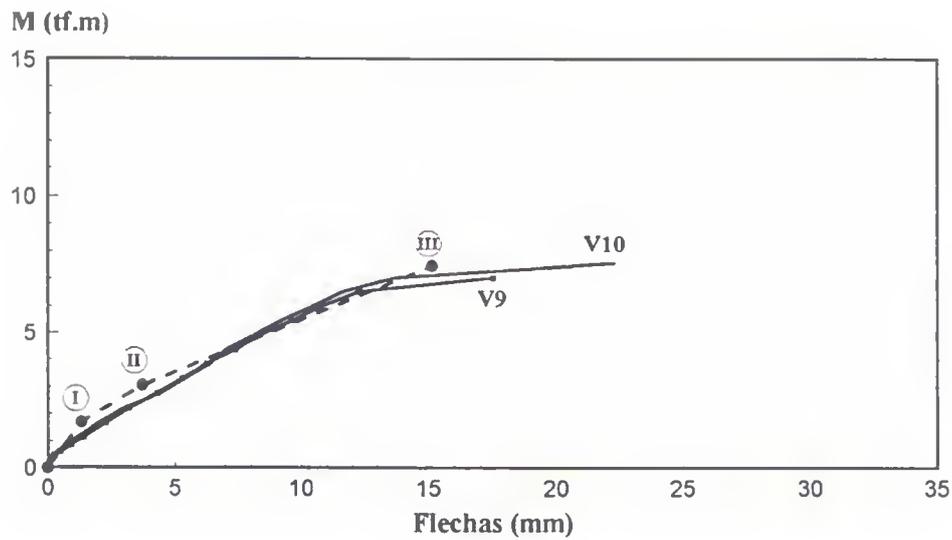


a)

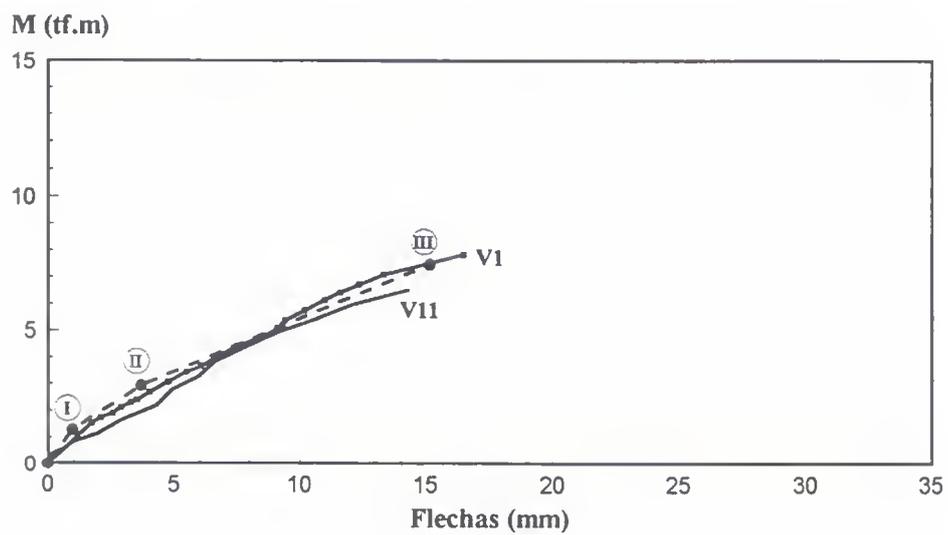


b)

Figura 5.26 - Diagrama Esforço cortante x Flecha dos pares de vigas V5 e V6; V7 e V8



a)



b)

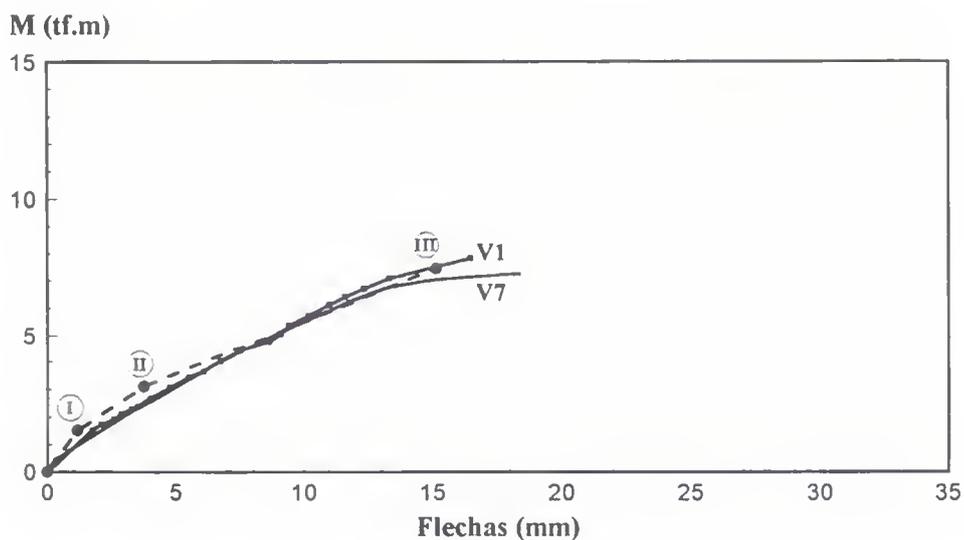
**Figura 5.27** - Diagrama Esforço cortante x Flecha dos pares de vigas V9 e V10; V1 e V11

Analisando-se os gráficos de cada par de vigas, pela semelhança dos diagramas de cada série, percebe-se que a armadura de pele pouco influenciou o comportamento estrutural das vigas em relação às deflexões.

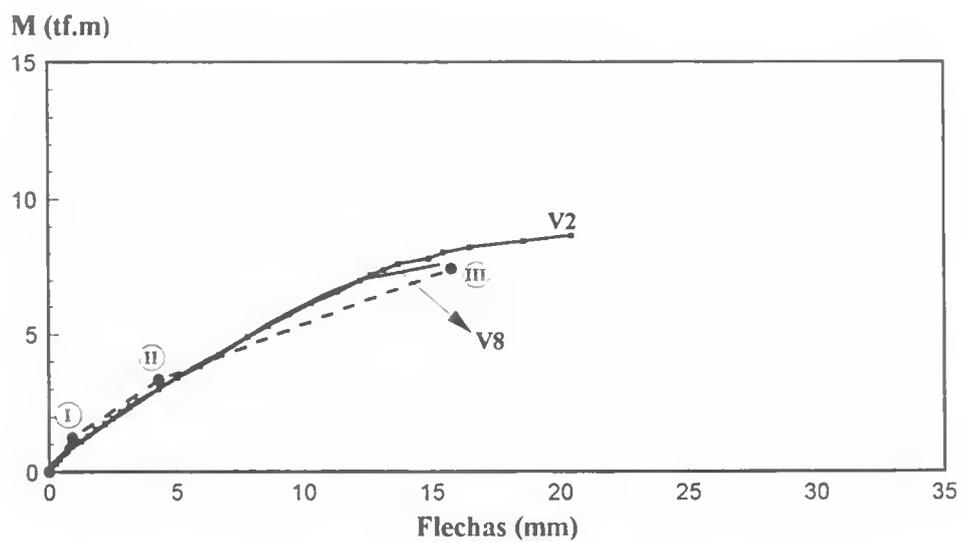
Comparando-se os gráficos das vigas V2 e V4 com os das vigas V1 e V3 (Figura 5.25), respectivamente, nota-se que a utilização da chapa metálica para reforço da zona comprimida de concreto não influenciou os deslocamentos da viga V2 durante a aplicação de cargas, mas pode ter levado à redução da flecha de V4.

As figuras 5.28 a 5.30 apresentam os diagramas das vigas com armadura simples (V1 a V6) e o seu respectivo par, com “armadura dupla” (V7 a V10).

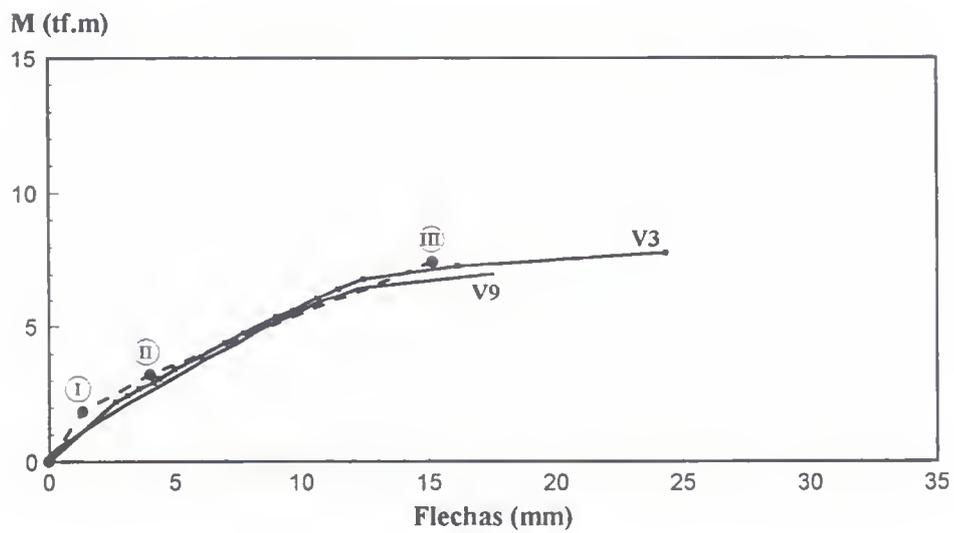
Percebe-se pelos digramas das vigas com armadura dupla e os das vigas com armadura simples que a armadura de compressão pouco influenciou o comportamento estrutural das vigas em relação às deflexões, a menos de V10, que apresentou um aumento razoável de flechas ao seu par V4, com armadura simples.



**Figura 5.28** - Diagrama Esforço cortante x Flecha do par de vigas V1 e V7



a)



b)

Figura 5.29 - Diagrama Esforço cortante x Flecha dos pares de vigas V2 e V8; V3 e V9

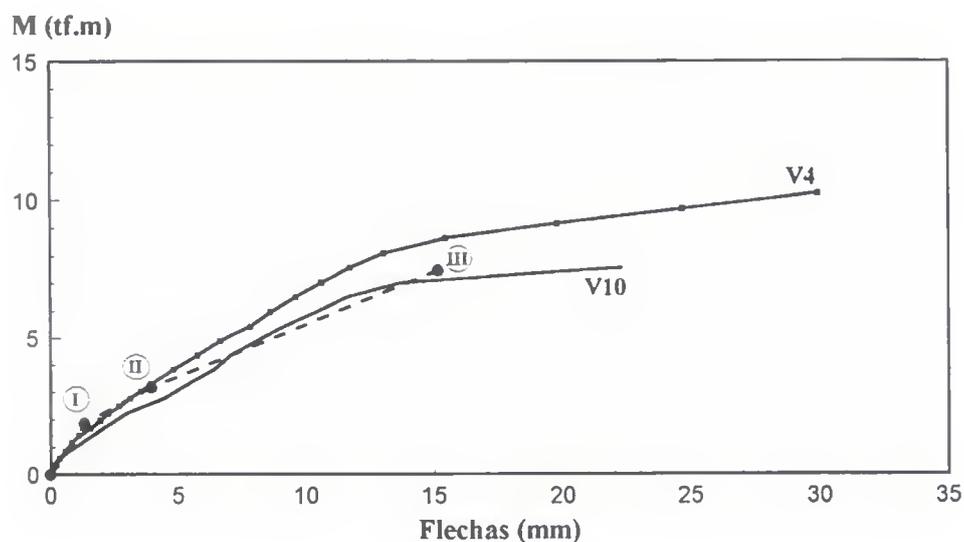


Figura 5.30 - Diagrama Esforço cortante x Flecha do par de vigas V4 e V10

A Tabela 5.4 apresenta uma comparação das flechas calculada e medida, no meio do vão das vigas testadas, sob carga teórica de serviço.

Tabela 5.4 - Deflexões experimentais e teóricas, no meio do vão das vigas, para cargas de serviço

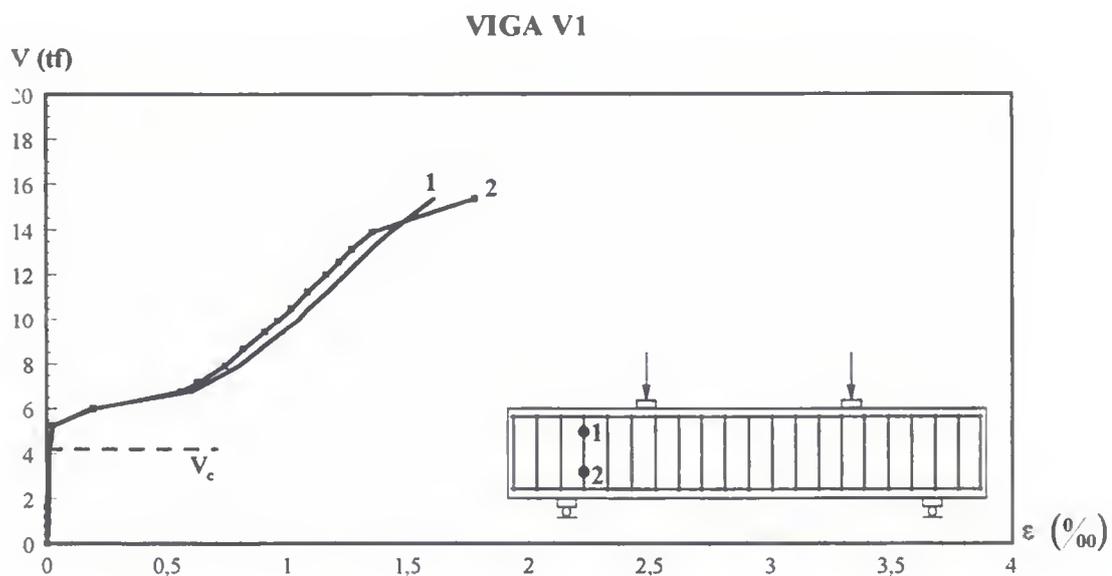
Viga	Carga (tf)	Experimental (cm)	Teórica (cm)	Experimental / Teórica
V1	6,0	0,47750	0,3865	1,24
V2	6,0	0,42900	0,3865	1,11
V3	6,0	0,60000	0,5779	1,04
V4	6,0	0,48075	0,5779	0,83
V5	8,4	0,82400	0,7103	1,16
V6	8,4	0,89250	0,7103	1,26
V7	6,0	0,79900	0,5835	1,37
V8	6,0	0,71800	0,5835	1,23
V9	6,0	0,68600	0,5920	1,16
V10	6,0	0,81675	0,5920	1,38
V11	6,0	0,84000	0,6142	1,37

## 5.6 - DEFORMAÇÕES NAS ARMADURAS

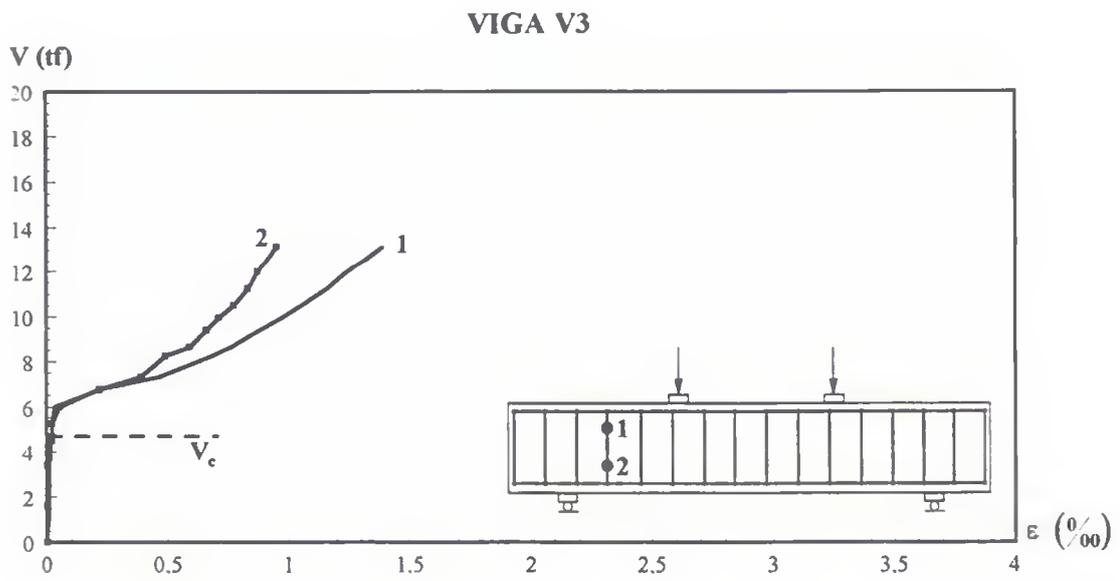
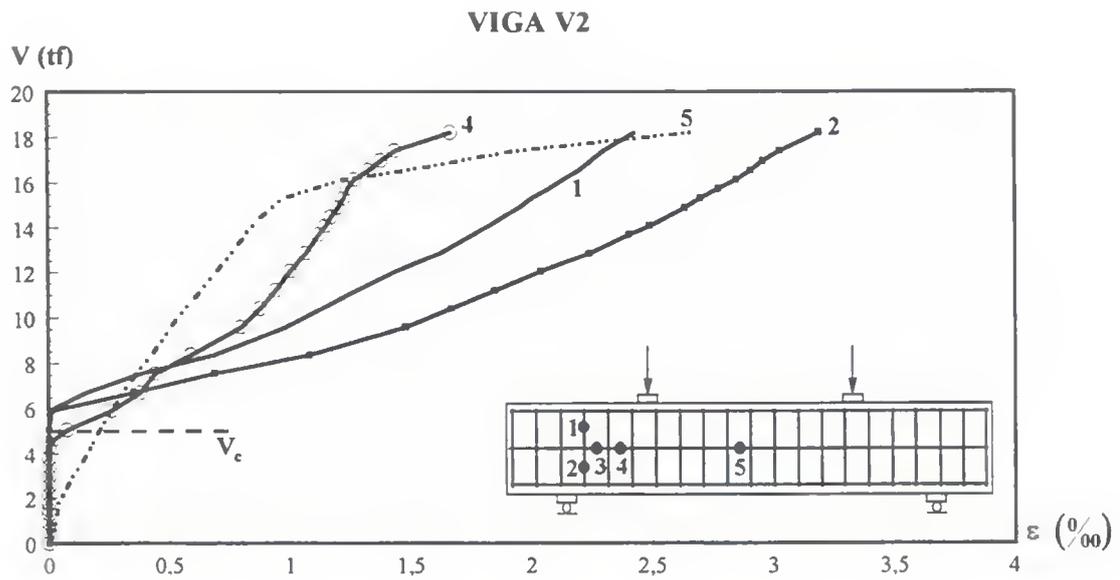
Em todas as vigas testadas, para cada incremento de carga, foram medidas, através de extensômetros elétricos de resistência, as deformações nas armaduras longitudinal e vertical.

As figuras 5.31 a 5.36 apresentam os diagramas esforço cortante - deformação nas armaduras. Nos gráficos, o esforço cortante  $V_c$  representa o valor da carga da primeira fissura de cisalhamento, obtido através dos diagramas esforço cortante - deformação do concreto nas direções de referência.

Devido à perda de alguns extensômetros, as deformações em determinados pontos das armaduras, em algumas vigas, não foram computadas na análise.



**Figura 5.31** - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras da viga V1



**Figura 5.32** - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V2 e V3

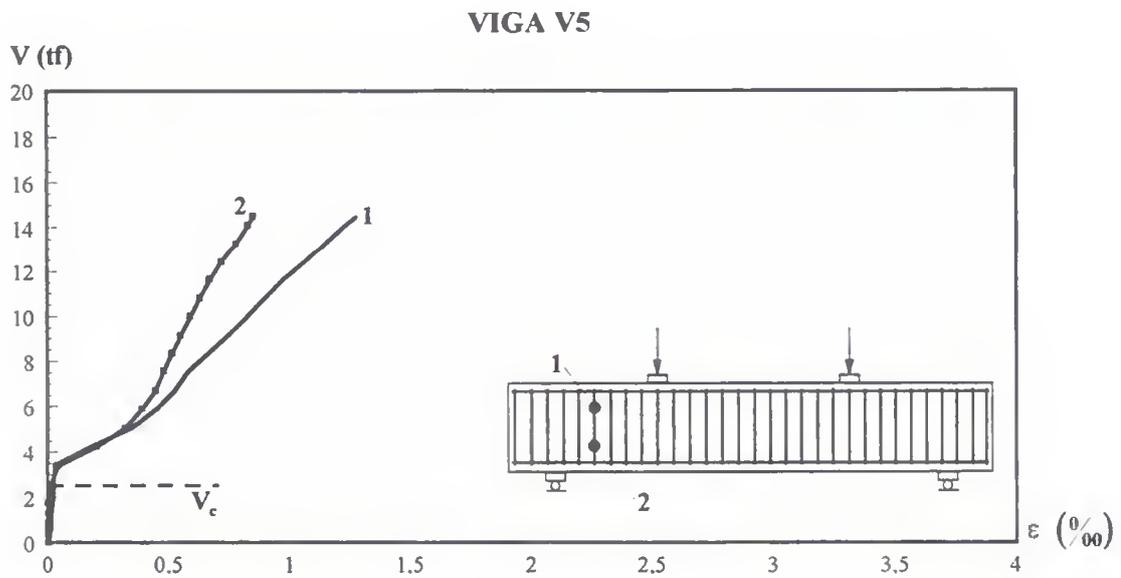
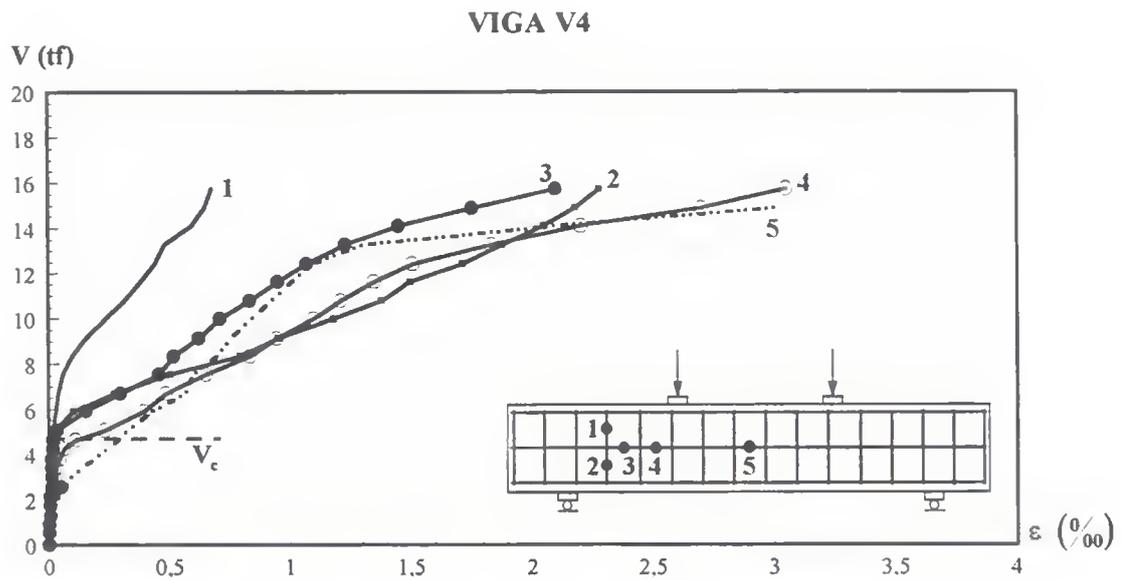


Figura 5.33 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V4 e V5

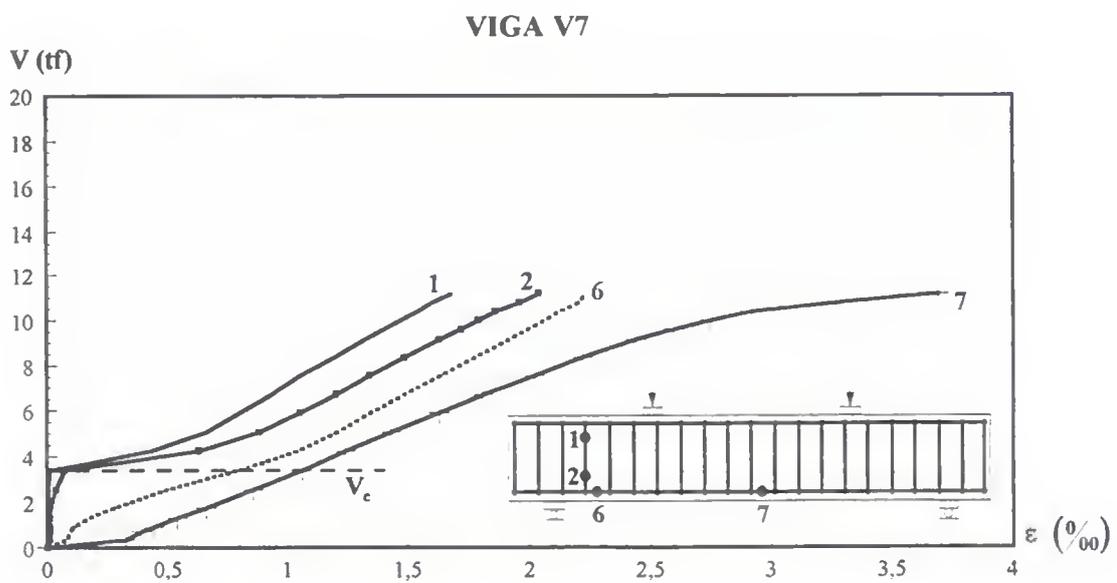
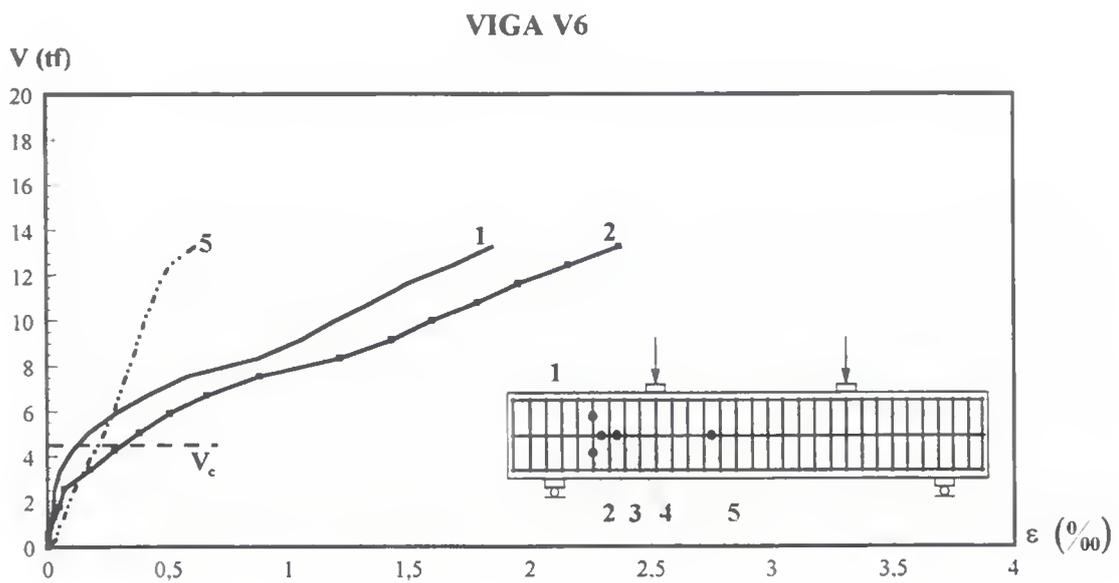


Figura 5.34 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V6 e V7

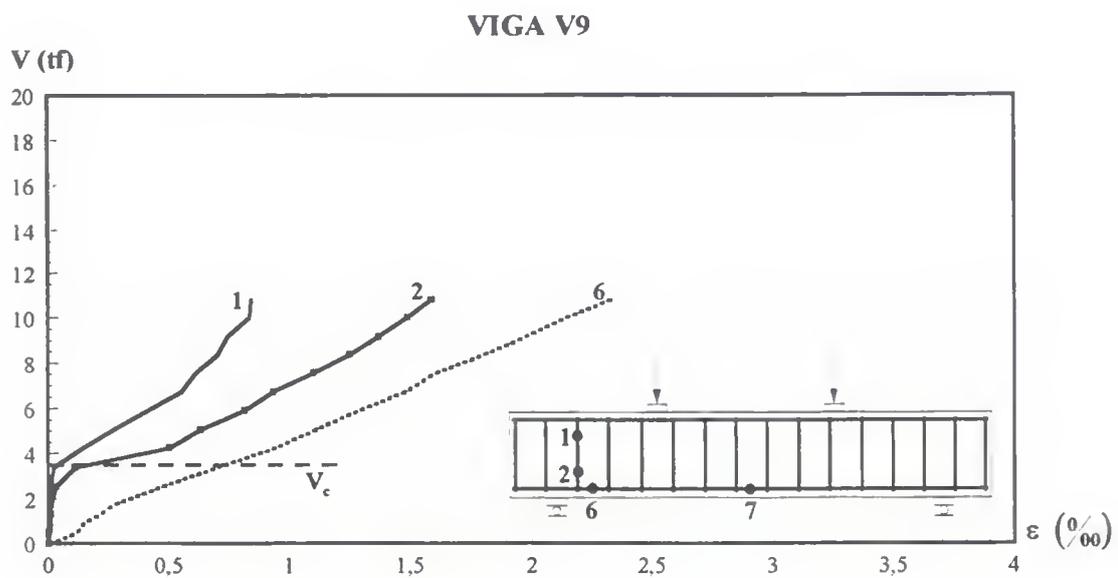
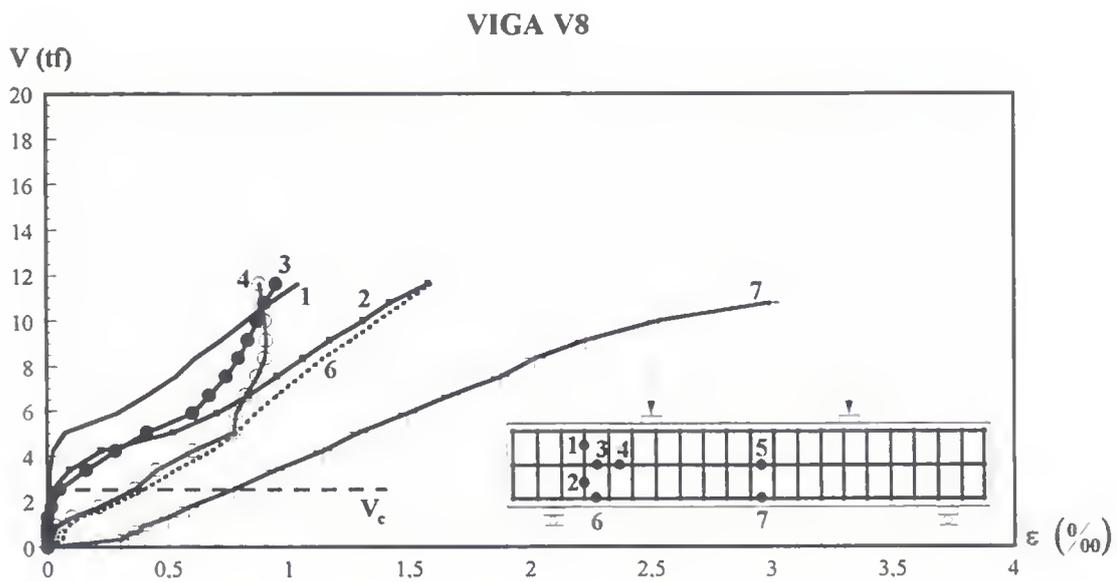
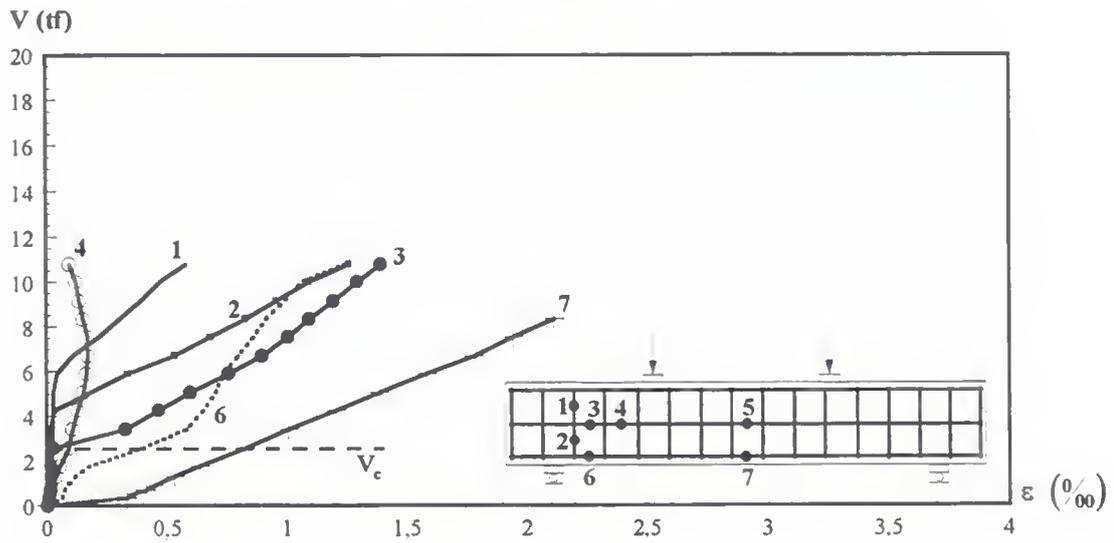


Figura 5.35 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V8 e V9

### VIGA V10



### VIGA V11

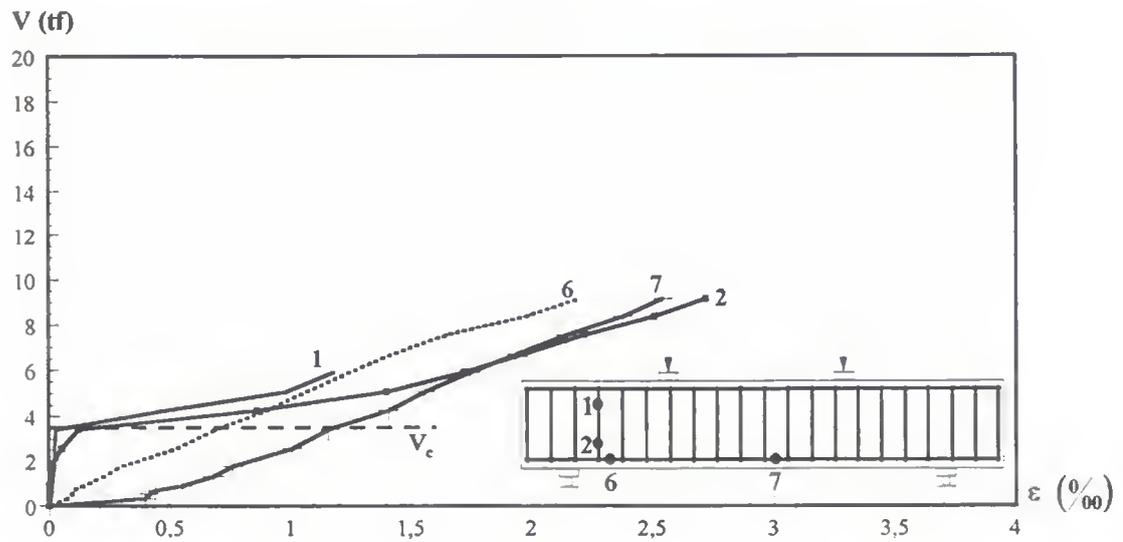


Figura 5.36 - Diagramas Esforço cortante x Deformação nas armaduras das vigas V10 e V11

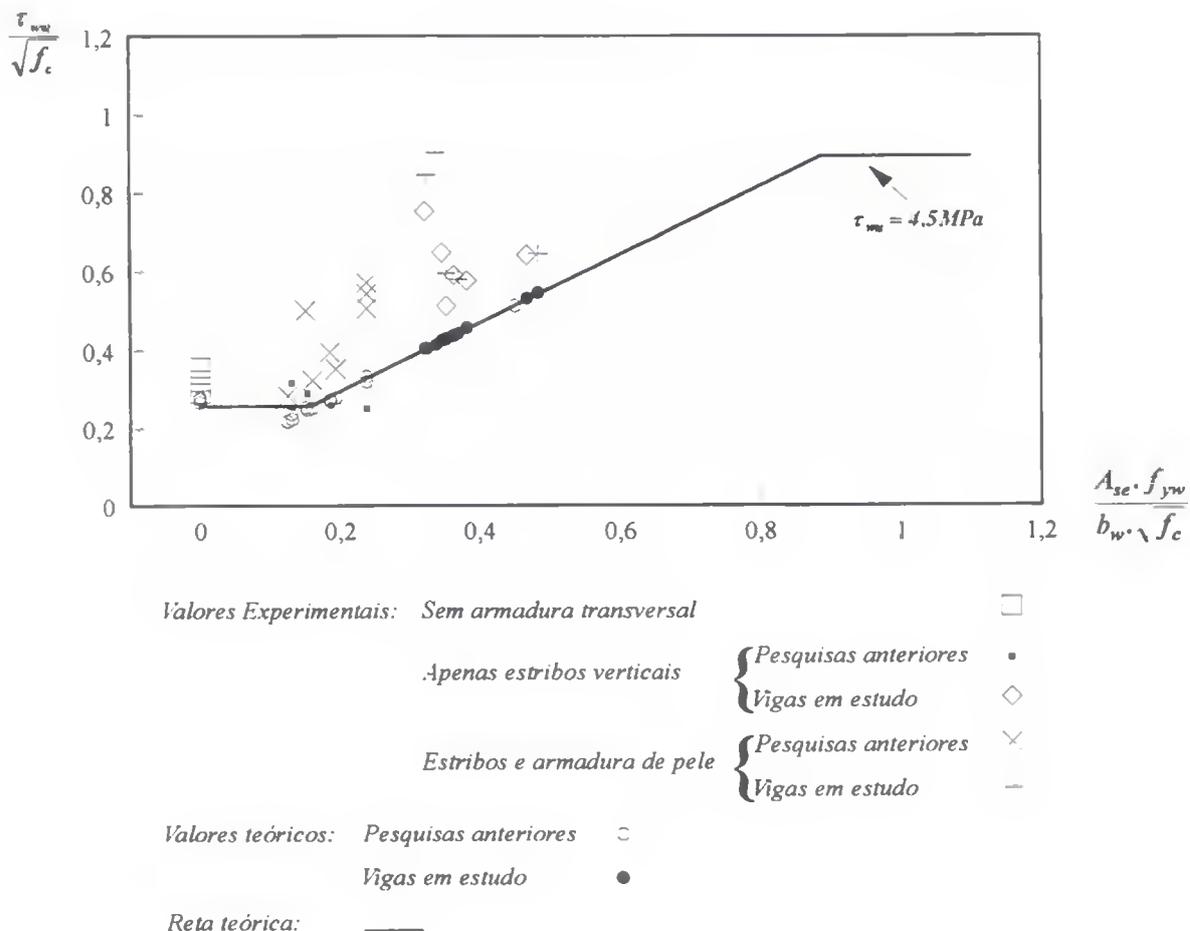
Analisando-se os diagramas esforço cortante - deformação nas armaduras das vigas apenas com estribos (V1, V3, V5, V7, V9 e V11), percebe-se o escoamento nítido da armadura transversal somente em V11, com carga inferior à experimental de ruptura por cisalhamento. Os extensômetros 1 e 2, localizados no terço superior e inferior do estribo, respectivamente, apresentaram, na maioria dos casos, diferença em suas deformações, que pode ser atribuída à posição da fissura de cisalhamento, próxima ou não da região dos extensômetros elétricos.

Para as vigas com barras longitudinais de pele, o escoamento dos estribos não implica, necessariamente, em ruptura da peça, devido a alteração na capacidade de carga proporcionada pela armadura de pele. Tal fato é evidenciado pela deformação considerável registrada pelos extensômetros localizados na armadura de pele, tendo, por exemplo, o extensômetro 3, mais próximo do estribo monitorado, um comportamento semelhante ao do ponto de maior deformação do estribo. Nessas vigas, a diferença nas deformações medidas, em pontos do mesmo estribo, é mais acentuada, indicando ser mais complexo o modelo de treliça resistente a partir da colocação da armadura de pele.

## 7 - INFLUÊNCIA DA TAXA DE ARMADURA TRANSVERSAL

O gráfico da Figura 5.37, construído a partir dos dados obtidos das vigas em estudo e das pesquisas anteriores, apresenta os valores da tensão última ao cisalhamento em função da área de armadura transversal, referenciados às resistências à compressão do concreto e de escoamento do aço à tração empregados. O gráfico mostra os valores da tensão de cisalhamento última obtidos dos ensaios das vigas e os teóricos correspondentes.

A equação da reta teórica inclinada de comparação é dada pela Expressão 3.38, cujo patamar superior limita a tensão de cisalhamento última em 4,5 MPa, da NB-1/78, e o inferior é determinado pelo valor da tensão última correspondente à área mínima de estribos verticais exigida pela NB-1/78.



**Figura 5.37** - Resistência ao cisalhamento das vigas x Área de estribos verticais

Para a obtenção da reta teórica foram adotados para  $\rho_l$ ,  $f_c$  e  $f_{yw}$  os valores médios de todas as vigas, resultando em 1,51% , 25,3 MPa e 561 MPa, respectivamente.

Analisando a Figura 5.37, percebe-se que para as vigas com taxas de armadura transversal próximas da mínima exigida pela NB-1/78, de pesquisas anteriores, os valores teóricos de ruptura por cisalhamento foram próximos dos valores experimentais obtidos com armadura convencional, sendo o modo de ruptura similar ao previsto. Não ocorreu o mesmo para as taxas maiores do presente trabalho ( $A_{se} \geq 0,3\% b_w$ ), onde a ruptura deu-se, na maioria dos casos, com cargas bem maiores que as teóricas e modo de ruptura diferente do previsto. Isso deve-se, provavelmente, às formulações da NB-1/78 quanto ao cisalhamento serem

conservativas para taxas mais altas, devido à possibilidade de ruptura brusca e diferenciada, conforme mostra, por exemplo, a comparação entre V1 e V11, da Tabela 5.1.

Observa-se, para as vigas com baixa taxa de armadura transversal, um aumento expressivo na capacidade resistente ao cisalhamento das vigas com barras longitudinais de pele em relação àquelas apenas com estribos verticais, para uma mesma área de estribos. Tal aumento não foi perceptível nas de maiores taxas, pois as mesmas romperam por flexão. Entretanto, manteve-se a tendência de resultados mais altos para vigas com armadura de pele.

Cumprе ressaltar, que, conforme mostra a Figura 5.37, a presença da armadura de pele, em algumas vigas de programas experimentais anteriores, não foi tão significativa no aumento da resistência ao cisalhamento. Estes resultados foram obtidos em vigas com relação  $a/d$  maior que 3,2.

## **5.8 - PROPOSTA DE CRITÉRIO PARA AVALIAÇÃO DA RESISTÊNCIA AO CISALHAMENTO NA FLEXÃO EM VIGAS DE CONCRETO ARMADO COM ARMADURA DE PELE**

### **5.8.1 - Preliminares**

Com base nos resultados dos programas experimentais, percebe-se que a armadura de pele altera o comportamento estrutural das vigas de concreto armado, tanto em relação à carga quanto aos modos de ruptura e que determinados parâmetros são fundamentais na capacidade resistente ao esforço cortante.

Pode-se observar, a partir dos ensaios à ruptura das vigas com barras longitudinais de pele, grandes diferenças na resistência ao cisalhamento com a variação da relação  $a/d$  e da taxa de armadura transversal, apontando a necessidade de mais trabalhos experimentais a fim de elaborar uma teoria mais racional para a resistência ao esforço cortante de vigas com armadura de pele.

Visando colaborar na elucidação do problema, duas formulações para cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento de vigas de concreto armado com armadura de pele, baseadas nos testes efetuados, são propostas, uma sobre a influência da relação  $a/d$  e a outra considerando a taxa de armadura transversal.

### 5.8.2 - Proposta de cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento na flexão em função da taxa de armadura transversal

Baseado nos resultados dos programas experimentais, originou-se a proposição de um diagrama para cálculo da resistência ao esforço cortante de vigas de concreto armado com armadura de pele, em função da taxa de armadura transversal ( $\rho_w = A_{se} / b_w$ ), representado, na Figura 5.38, sob a forma de linha tracejada.

Como citado anteriormente, a presença da armadura de pele, em vigas com relação  $a/d$  maior que 3,2, não foi significante no aumento da capacidade resistente ao cisalhamento, logo seus resultados não foram considerados na construção do diagrama.

A formulação impõe que a reta inclinada do diagrama proposto tenha a mesma inclinação da obtida pelas formulações da NB-1/78 e esteja ajustada para os resultados experimentais mais desfavoráveis. O limite superior é o mesmo, correspondente ao da NB-1/78,  $\tau_{vw} \leq 4,5 \text{ MPa}$ , e limite inferior de  $\frac{\tau_{vw}}{\sqrt{f_c}}$ , para  $\frac{\rho_w \cdot f_{yw}}{\sqrt{f_c}} \leq 0,16$ , sendo também paralelo à reta horizontal que corresponde à tensão última da área mínima de estribos verticais exigida pela NB-1/78. Dessa forma, tem-se a formulação a seguir:

$$k_1 = k_2 - 0,5307 \quad (5.21)$$

$$k_2 = \frac{4,5}{\sqrt{f_c}} \quad (5.22)$$

onde  $k_2$  corresponde o valor limite superior citado, da NB-1/78, para a tensão de cisalhamento última.

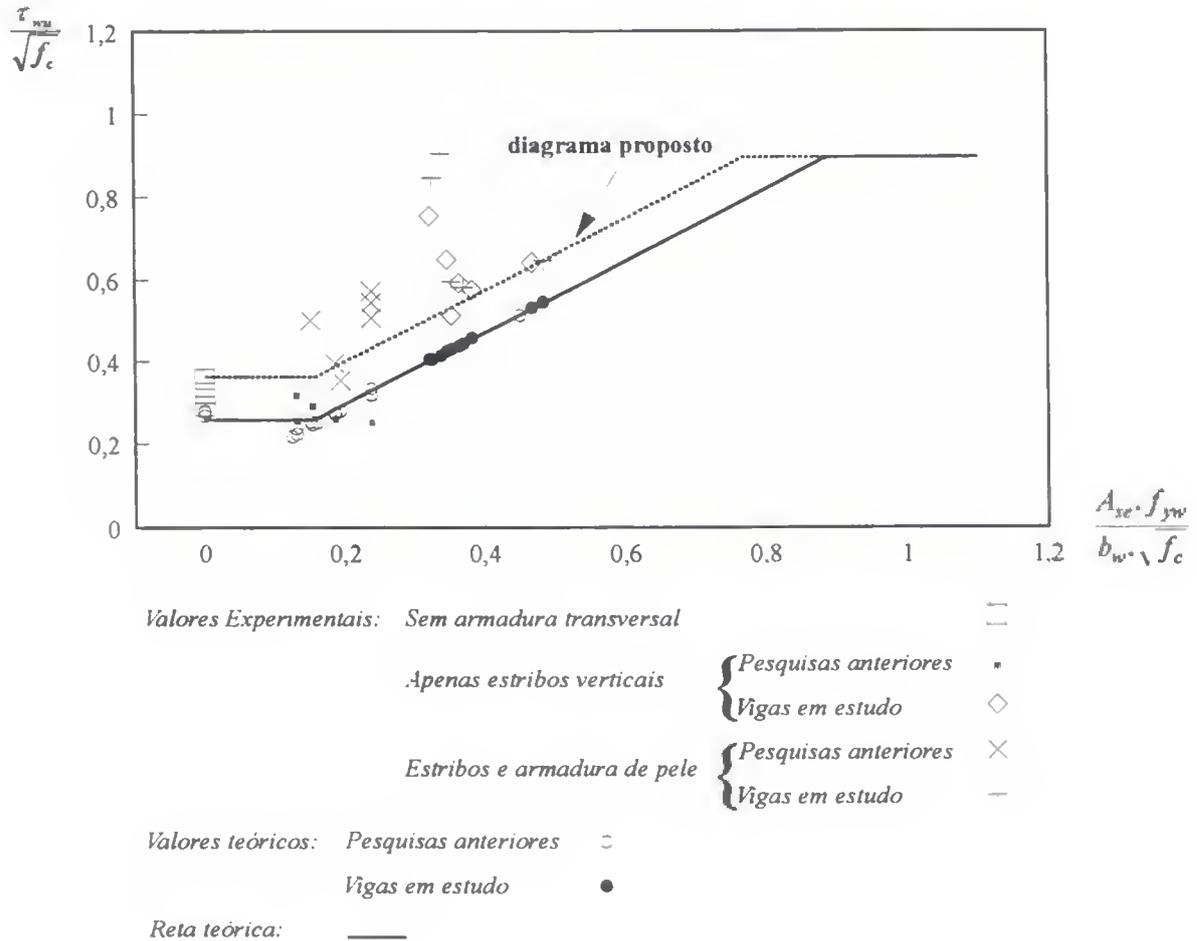


Figura 5.38 - Diagrama proposto para cálculo de  $\frac{\tau_{nm}}{\sqrt{f_c}}$  em função de  $\rho_w$

Sabendo que a reta inclinada da proposta passa pelos pontos A(0,16;  $k_1$ ) e B(0,77;  $k_2$ ), determina-se a Equação empírica 5.23.

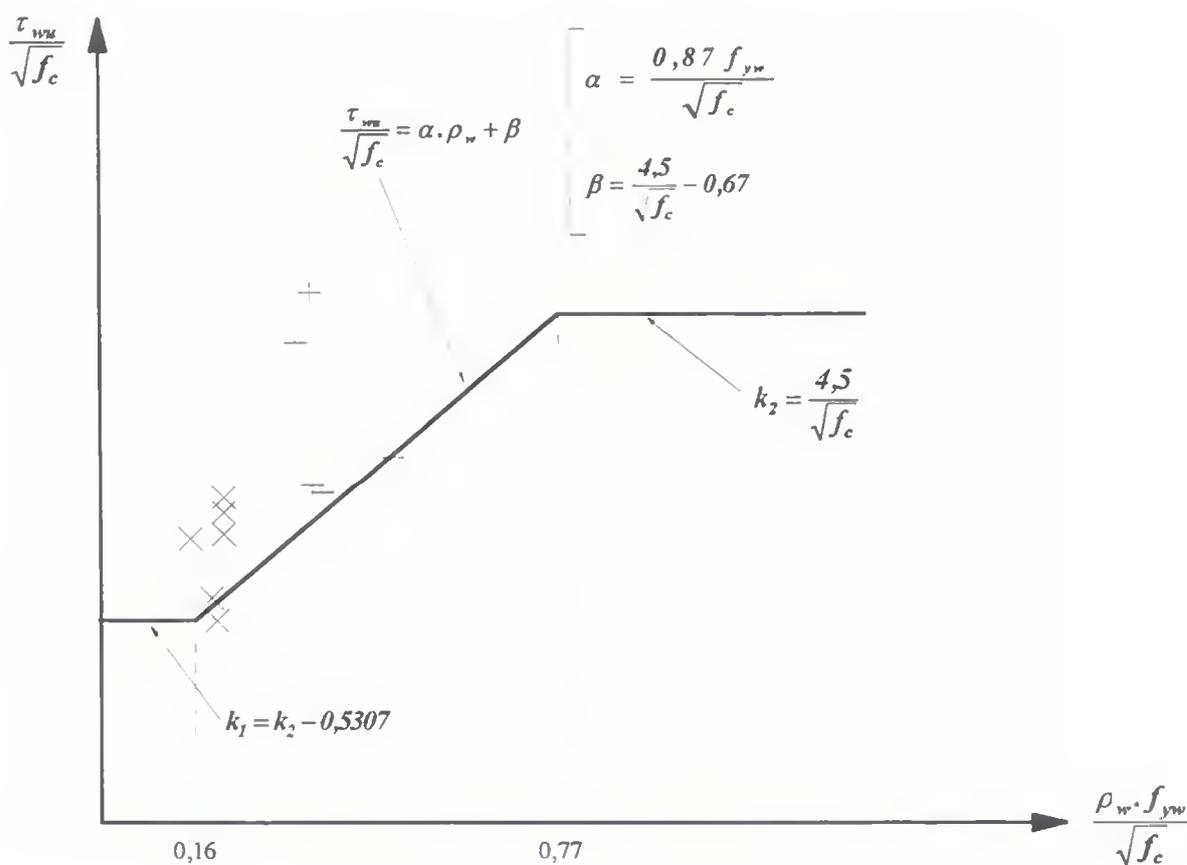
$$\frac{\tau_{nm}}{\sqrt{f_c}} = \alpha \cdot \rho_w + \beta \quad (5.23)$$

onde:

$$\alpha = \frac{0,87 f_{yw}}{\sqrt{f_c}} \quad (5.24)$$

$$\beta = \frac{4,5}{\sqrt{f_c}} - 0,67 \quad (5.25)$$

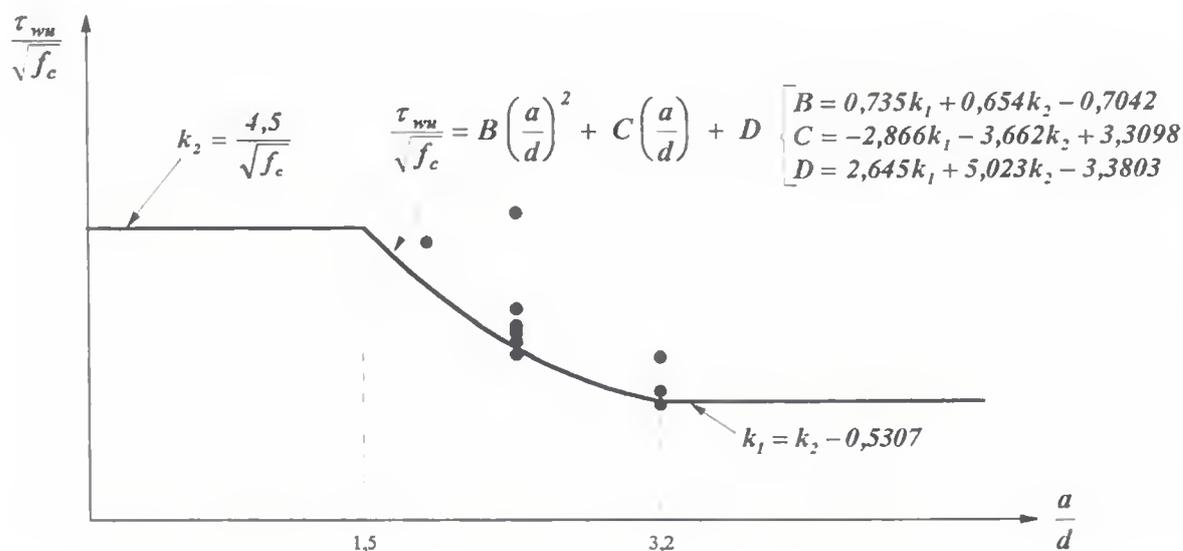
A Figura 5.39 apresenta o diagrama da tensão de cisalhamento última em função da taxa de armadura transversal para vigas de concreto armado com armadura de pele,  $a/d$  até 3,2 e  $0,14\% \leq \rho_w \leq 0,63\%$ .



**Figura 5.39** - Variação da resistência ao esforço cortante com a taxa de armadura transversal em uma viga de concreto armado de seção retangular com armadura de pele ( $a/d \leq 3,2$ )

### 5.8.3 - Proposta de cálculo da capacidade resistente ao cisalhamento na flexão em função da relação $a/d$

Baseado na curva aproximada da Figura 3.14, originou-se a proposição de um diagrama para cálculo da resistência ao esforço cortante de vigas de concreto armado com armadura de pele em função da relação  $a/d$ , apresentado na Figura 5.40.



**Figura 5.40** - Variação da resistência ao esforço cortante com a relação  $a/d$  em uma viga de concreto armado de seção retangular com armadura de pele

O patamar superior do diagrama limita a tensão de cisalhamento última em 4,5 MPa, da NB-1/78, e o inferior corresponde ao valor da tensão para a área mínima de estribos verticais exigida pela NB-1/78, que foi determinado no sub-item 5.8.2.

Impondo que a curva passe pelos pontos  $(1,5; k_2)$  e  $(3,2; k_1)$ , conforme os limites acima definidos, e pelo ponto  $(2,4; 0,507)$ , mais desfavorável dos resultados dos programas experimentais, apresentados na Figura 3.10, determinou-se a Equação empírica 5.26.

$$\frac{\tau_{wm}}{\sqrt{f_c}} = B \left( \frac{a}{d} \right)^2 + C \left( \frac{a}{d} \right) + D \quad (5.26)$$

onde:

$$B = 0,735 k_1 + 0,654 k_2 - 0,7042 \quad (5.27)$$

$$C = -2,866 k_1 - 3,662 k_2 + 3,3098 \quad (5.28)$$

$$D = 2,645 k_1 + 5,023 k_2 - 3,3803 \quad (5.29)$$

#### 5.8.4 - Comentários

Apesar do número razoável de vigas ensaiadas, as formulações apresentadas são ainda incipientes e exigem maior número de ensaios para validação. Além disso, do ponto de vista prático, para uso em situações de cálculo, deverá ser, obviamente, mais simplificada. Nesse sentido, poderia se adotar um critério baseado na Expressão 5.23, tornada mais simples, e, ao fazerem várias normas, reduzir o valor de  $\tau_{wm}$  através de um fator que leve em conta a relação  $a/d$ , com base na Expressão 5.26.

## CAPÍTULO 6

### CONCLUSÕES

A utilização da expressão proposta por Zsutty para cálculo da resistência última teórica ao esforço cortante das vigas sem armadura transversal, baseado no resultado da viga V1A, forneceu boa previsão dos valores de teste, tendo a viga V1A rompido com uma carga apenas 9% superior à prevista por Zsutty, confirmando os bons resultados do uso desta expressão relatados por Clímaco (1975). Entretanto, para as vigas com armadura de pele, a equação proporcionou valores de carga ligeiramente conservadores, com diferença de 18% para a viga V2A e 28 % para V3A (ver Tabela 3.1).

A utilização de armadura de pele apenas no vão de corte (viga V2A) não alterou substancialmente a capacidade resistente ao esforço cortante na flexão em vigas sem armadura transversal. Quando essa armadura foi colocada em toda a sua extensão registrou-se um acréscimo na carga última de 28%. Constata-se, portanto, que a utilização da armadura longitudinal de pele em toda a extensão de vigas sem armadura transversal pode aumentar a resistência ao cisalhamento na flexão, e, no caso presente de viga com  $a/d = 3,2$ , foi equivalente a uma armadura transversal de estribos verticais de  $\phi$  5 mm a cada 11 cm, bem superior à armadura mínima da NB-1/78, de  $2,1 \text{ cm}^2/\text{m}$ .

A presença da armadura de pele, constituída por barras longitudinais laterais de mesma bitola dos estribos, em vigas com baixas taxas de armadura transversal e relações  $a/d$  até 3,2 foi de grande influência sobre a capacidade resistente ao cisalhamento na flexão. Tal contribuição pôde ser vista pela comparação da carga teórica última por cisalhamento prevista para a viga V5A, considerando-se apenas a presença de estribos, com a carga experimental última por cisalhamento, que foi 98% maior que a teórica (ver Tabela 3.3). Um outro exemplo foi dado pelos valores de carga última experimental das vigas V10A e V11A, que foram em mais de 100% superiores ao da viga V8A. A armadura de cisalhamento da viga

V8A era composta apenas por estribos e as vigas V10A e V11A apresentavam armaduras principal de tração e transversal iguais às da V8A, mas com armadura de pele.

O aumento na área da armadura de pele, segundo a análise das vigas V10A e V11A, não resultou em aumento correspondente na capacidade resistente ao esforço cortante. Tal fato pode ser explicado pela influência da posição relativa das barras longitudinais de pele na resistência última ao cisalhamento na flexão, que pode ser visto da comparação dos resultados das vigas V13A e V14A, onde houve uma diferença de 17% entre as cargas últimas de V13A, com armadura de pele colocada na metade da altura da viga e de V14A, que tinha armadura de pele disposta a um terço da sua altura. Obviamente, o número limitado de amostras testadas não permite conclusões mais definitivas.

O aumento na capacidade resistente ao cisalhamento na flexão, em vigas com armadura de pele, foi maior para relações menores de  $a/d$ . Observa-se que a presença da armadura de pele em vigas com relação  $a/d$  maior que 3,2 não aumentou de forma significativa a capacidade resistente ao cisalhamento na flexão, como pode ser visto nas vigas V16A ( $a/d = 3,6$ ) e V18A ( $a/d = 4,0$ ), com aumentos de 7% e 18%, respectivamente, com relação às vigas correspondentes V15A e V17A, apenas com estribos.

Os ensaios também indicam que a contribuição da armadura de pele ocorreu tanto em relação à carga quanto aos modos de ruptura. Nota-se, para as vigas V15A e V16A, assim como para V17A e V18A, com fator  $a/d$  elevado, uma mudança nos modos de ruptura, inicialmente verificado para o primeiro elemento de cada par como de cisalhamento e rompendo por flexão no segundo elemento, demonstrando uma contribuição da armadura de pele, apesar do aumento relativamente baixo da carga última (a V16A sofreu um acréscimo de apenas 7% em relação a carga última experimental da viga V15A e a V18A rompeu com uma carga 18% maior que a da V17A). No caso das vigas V12A, V13A e V14A, a resistência aumentou substancialmente e, apesar de terem as três rompido por cisalhamento, houve diferença também no modo de ruptura, com V12A (só com estribos) rompendo por cisalhamento-tração, V13A e V14A por cisalhamento-compressão e esmagamento da diagonal comprimida. Tal fato também pôde ser observado entre o modo de ruptura das vigas

V10A (esmagamento de biela) e V11A (cisalhamento-compressão) em relação ao da viga só com estribos V8A (cisalhamento-tração).

Dos resultados dos ensaios do presente trabalho, para vigas com maiores taxas de armadura transversal, acima de  $0,3\% \cdot b_w$ , não foi possível perceber uma contribuição mais nítida da armadura de pele na capacidade resistente ao cisalhamento na flexão, pois as mesmas romperam por flexão. Entretanto, manteve-se a tendência de resultados mais altos para as vigas com barras longitudinais laterais.

A previsão teórica das tensões de compressão na biela, utilizando-se as fórmulas da Teoria da Elasticidade, principalmente após a fissura de cisalhamento, foi bastante imprecisa, com as tensões obtidas experimentalmente sendo muito superiores às teóricas. Dessa forma, o limite do CEB-FIP MC 90, dado pela Expressão 5.6, na maioria dos casos, pareceu apropriado para restringir as tensões na biela comprimida. Segundo este limite, grande parte das vigas teriam rompido por esmagamento da biela de concreto com carga inferior à obtida nos ensaios.

A presença da armadura de pele à meia altura da seção não influenciou, de forma significativa, o comportamento estrutural das vigas em relação às deflexões.

Para as vigas com barras longitudinais de pele, o escoamento dos estribos não implicou necessariamente em ruptura da peça, devido a alteração na capacidade de carga proporcionada pela armadura de pele. Tal fato foi evidenciado pela deformação considerável dos extensômetros localizados na armadura de pele, tendo, por exemplo, o extensômetro mais próximo do estribo monitorado, um comportamento semelhante ao do ponto de maior deformação do estribo. Nessas vigas, a diferença nas deformações medidas em pontos do mesmo estribo foi acentuada, indicando ser mais complexo o modelo de treliça resistente a partir da colocação da armadura de pele.

A utilização, nas vigas do programa experimental, de armadura de compressão, ou seja, vigas com armadura dupla, não atingiu o objetivo de reforço da zona comprimida de concreto, pois as vigas com armadura simples apresentaram carga de ruptura experimental mai-

or que as com armadura dupla. Os resultados encontrados são preocupantes, pois, na prática, em peças de altura insuficiente, a armadura dupla é um recurso muito usado. Cabe comentar que, nas estruturas reais, a zona comprimida das vigas tem o efeito favorável do confinamento fornecido pela laje solidária, o que não ocorre no ensaio de vigas de seção retangular.

Dos resultados dos ensaios, percebeu-se que a armadura de compressão pouco influenciou o comportamento estrutural das vigas em relação às deflexões, a menos de V10, que apresentou um aumento razoável de flechas ao seu par V4, com armadura simples.

Nos ensaios, quando a carga aplicada ultrapassa a de ruptura teórica de cisalhamento e se aproxima da carga última teórica de flexão, o modo de ruptura da peça passa a ser imprevisível, podendo a viga romper por flexão ou por cisalhamento. Tal fato pôde ser verificado através da comparação entre o momento último de teste e modo de ruptura das vigas V1 e V11, pois V1 rompeu por flexão com momento último 28% superior ao da viga V11, que rompeu por cisalhamento-compressão.

As formulações da NB-1/78 quanto ao cisalhamento para vigas com baixas taxas de armadura transversal, próximas da mínima, forneceram boa previsão da carga de ruptura por cisalhamento. Tal fato pôde ser constatado pela proximidade dos valores experimentais obtidos com armadura convencional em relação aos teóricos de ruptura por cisalhamento, conforme mostram a Tabela 3.3 e a Figura 3.13. O mesmo não ocorreu para taxas maiores, onde a NB-1/78 mostrou-se conservadora, na maioria dos casos, pois no presente trabalho, com emprego de taxa de armadura transversal superior à utilizada nos testes anteriores, a ruptura deu-se com cargas bem maiores que as teóricas, com diferença de até 86% e modo de ruptura diferente do previsto. Entretanto, levando em conta a citada viga V11, que rompeu bruscamente por cisalhamento, as precauções da norma parecem adequadas.

Quanto às discretizações propostas por Oliveira (1995), utilizadas no estudo do modelo biela-tirante pelo critério da Mínima Norma Euclidiana, para vigas com armadura de pele e armadura transversal composta apenas por estribos, verificou-se que a simulação empregada nas vigas com barras longitudinais laterais representou satisfatoriamente o comportamen-

to ocorrido nos ensaios; no entanto, o modelo empregado na viga com apenas armadura convencional não reproduziu os resultados de testes.

Quanto ao método proposto por Desai (1992), para cálculo da resistência ao cisalhamento de vigas com armadura de pele, que consiste na adição à formulação da BS8110 do termo  $V_B = 0,046 A_b / \gamma_{ms}$ , sendo  $A_b$  a área da seção transversal das barras longitudinais laterais e  $\gamma_{ms}$  o fator de minoração da resistência do aço, verificou-se, na aplicação às vigas dos programas experimentais, que a formulação não atende a vigas com área reduzida de armadura de pele. Ainda segundo Desai, não deve ser a área da armadura de pele maior que 0,33 vezes a área da seção transversal das barras longitudinais de tração.

Com vistas a um melhor entendimento do problema, duas propostas de critério da avaliação da resistência ao cisalhamento na flexão em vigas de concreto armado com armadura de pele foram apresentadas, uma em função da taxa de armadura transversal e a outra considerando a relação  $a/d$ . Entretanto essas formulações devem ser ainda entendidas como incipientes e exigem maior número de ensaios para validação.

A partir dos ensaios à ruptura das vigas com barras longitudinais laterais, observou-se uma grande diferença na resistência ao cisalhamento com a variação da relação  $a/d$  e da taxa de armadura transversal, apontando a necessidade de mais trabalhos experimentais a fim de elaborar uma teoria mais racional para a resistência ao esforço cortante de vigas de concreto armado com armadura de pele. Partindo-se dessa necessidade, são apresentadas a seguir algumas sugestões para pesquisas que poderão dar continuidade a este trabalho.

- a) Estender a pesquisa a uma ampla gama de vigas com taxas de armadura transversal diferentes das contempladas neste trabalho, visando avaliar a proposição apresentada para o cálculo da tensão de cisalhamento última em função da taxa de armadura transversal para vigas de concreto armado com armadura de pele.
- b) Ensaiar à ruptura vigas com relações  $a/d$  menores que as dos programas experimentais apresentados neste trabalho, cujo menor valor foi de 1,9, para obtenção de dados para verificação e aperfeiçoamento do diagrama proposto para cálculo da tensão de cisalha-

mento última de vigas de concreto armado com armadura de pele em função da relação  $a/d$ .

- c) Elaborar uma formulação mista que contemple os aspectos a) e b) citados.
- d) Examinar, com mais detalhe, por meio de novos ensaios, a influência na resistência ao cisalhamento na flexão da posição relativa das barras longitudinais da armadura de pele, ao longo da altura da viga, bem como sua quantidade.
- e) Realizar ensaios utilizando-se as mesmas taxas de armadura transversal empregadas nesta pesquisa em vigas com seção transversal em T, pois neste tipo de viga a área de concreto comprimida propiciada pode ser muito maior do que na viga de seção retangular, podendo-se assim obter rupturas por cisalhamento e com isso poder melhor estudar a contribuição da armadura de pele na resistência ao esforço cortante. Além disso, o emprego de vigas T representa melhor o comportamento real das peças estruturais fletidas, já que os pisos estruturais são normalmente compostos por lajes descarregando em vigas. Dessa forma, poder-se-ia melhor avaliar a utilização da armadura de compressão, ou seja, armadura dupla, como reforço da zona comprimida de concreto, que se mostrou ineficiente nas vigas de seção retangular do presente trabalho, que são, entretanto, de ocorrência pouco comum nas estruturas reais.

## REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT, Rio de Janeiro. *NB-1*; projeto e execução de obras de concreto armado. Rio de Janeiro, 1978. 76p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT, Rio de Janeiro. *NBR 5739*; ensaio de compressão de corpos-de-prova cilíndricos de concreto. Rio de Janeiro, nov. 1980. 3p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT, Rio de Janeiro. *NBR 6152*; materiais metálicos - determinação das propriedades mecânicas à tração. Rio de Janeiro, dez. 1980. 22p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT, Rio de Janeiro. *NBR 7223*; concreto - determinação da consistência pelo abatimento do tronco de cone. Rio de Janeiro, fev. 1982. 6p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT, Rio de Janeiro. *NBR 7222*; argamassas e concretos - determinação da resistência à tração por compressão diametral de corpos de prova cilíndricos. Rio de Janeiro, jan. 1983. 3p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT, Rio de Janeiro. *NBR 5738*; moldagem e cura de corpos de prova de concreto, cilíndricos ou prismáticos. Rio de Janeiro, jan. 1984. 11p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT, Rio de Janeiro. *NBR 7480*; barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado. Rio de Janeiro, jul. 1985. 15p.
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT, Rio de Janeiro. *Texto Base para a Revisão da NB-1/78: Projeto e Execução de Obras de Concreto Armado*. Rio de Janeiro, nov. 1992. [paginação irregular].
- ASSOCIAÇÃO BRASILEIRA DE NORMAS TÉCNICAS-ABNT, Rio de Janeiro. *NBR 7480*; barras e fios de aço destinados a armaduras para concreto armado. Rio de Janeiro, fev. 1996. 7p.
- AMERICAN CONCRETE INSTITUTE, Detroit. *ACI 318M-83*; building code requirements for reinforced concrete. Detroit, jun. 1984. 111p.
- BERNADINA, Renata Frechiani Dalla, SILVA, Rita de Cássia. *Contribuição de armadura de pele à resistência do cisalhamento por flexão em vigas de concreto armado*. Brasília: Departamento de Engenharia Civil da UnB, dez. 1994. 64p. (Monografia de Estágio Supervisionado).

- BRITISH STANDARD INTITUTION, London. *BS 8110*; structural use of concrete. London, 1985. [página irregular].
- CAVALCANTE NETO, Martiniano P., NAZARETH, Pery L. de Mello, XAVIER, Neusa de Paula. *Mecanismo de ruptura ao esforço cortante em vigas de concreto armado sem armadura transversal com armadura longitudinal disposta ao longo da nervura*. Brasília: Departamento de Engenharia Civil da UnB, nov. 1981. 105p. (Monografia de Estágio Supervisionado).
- CLÍMACO, João Carlos Teatini de Souza. *Resistência ao esforço cortante em vigas curtas de concreto leve sem armadura transversal*. Rio de Janeiro: Coordenação dos Programas de Pós-Graduação em Engenharia da UFRJ, out. 1975. 84p. (Dissertação, Mestrado em Engenharia Civil).
- CLÍMACO, João Carlos Teatini de S. *Repair of structural concrete involving the addition of new concrete*. London: Faculty of Engineering, Polytechnic of Central London, set. 1990. 239p. (Tese, Doutorado em Engenharia Civil).
- COMITE EURO-INTERNATIONAL DU BETON-CEB, Lausanne. *CEB-FIP Model Code 1990*; final draft, chapters 4-10, bulletin d'information n° 204. Jul. 1991. [paginação irregular].
- DESAI, Satish B. *Horizontal web steel as shear reinforcement for reinforced concrete members*. London: British Building Regulations Division, Department of the Environment, [1992?]. 27p. (Inédito).
- EUROPEAN COMMITTEE FOR STANDARDIZATION, Bruxelas. *Eurocode 2*; design of concrete structures - part 1: general rules and rules for buildings. Dez. 1991. [página irregular].
- FRANÇA JÚNIOR, Francisco Ferreira, KUNZE, Alex Alberto Cordón. *Contribuição da armadura de pele na resistência ao cisalhamento em vigas de concreto armado com diferentes relações a/d*. Brasília: Departamento de Engenharia Civil da UnB, dez. 1995. 74p. (Monografia de Estágio Supervisionado).
- FUSCO, Péricles Brasiliense. *Técnica de armar as estruturas de concreto*. São Paulo: PINI, 1995. 382p.
- KUCHLER, T. W. *Bending and shear in reinforced concrete beams with distributed longitudinal reinforcement*. London: Structures Research Group, Polytechnic of Central London, jun. 1984. 133p. (Inédito).
- OLIVEIRA, Leonardo Dias de. *Projeto de estruturas de concreto armado pelo modelo biela-tirante via mínima norma euclidiana*. Brasília: Departamento de Engenharia Civil da UnB, dez. 1995. 108p. (Dissertação, Mestrado em Estruturas).
- REGAN, P. E. Research on shear: a benefit to humanity or a waste of time?. *The Structural Engineer*, London, v.71, n.19, p.337-346, out. 1993.

- REGAN, P. E., REZAI-JORABI, H. *Assesment of concrete structures*. London: Structures Research Group, Polytechnic of Central London, março 1987. [paginação irregular]. (Notas de aula).
- REZAI-JORABI, H., REGAN, P. E. Shear resistance of prestressed concrete beams with inclined tendons. *The Structural Engineer*, v.64B, n.3, p.63-75, set. 1986.
- SÁNCHEZ, Emil, BARBOSA, Maria Teresa. Notas sobre os aços brasileiros para o concreto armado. In: XXVII JORNADAS SUDAMERICANAS DE INGENIERIA ESTRUCTURAL, 5, 1995, Tucumán - Argentina. *Memorias XXVII Jornadas Sudamericanas de Ingenieria Estructural*. Tucumán: [s.n.], 1995. p.161-171.
- SCHÄFER, Kurt. Consistent design of structural concrete using strut-and-tie models. In: 5<sup>ª</sup> COLÓQUIO SOBRE COMPORTAMENTO E PROJETO DE ESTRUTURAS, 1988, Rio de Janeiro: Departamento de Engenharia Civil da PUC/RJ. Rio de Janeiro:[s.n.], 1988. 39p.
- SCHLAICH, Jörg, SCHÄFER, Kurt, JENNEWEIN, Mattias. Toward a consistent design of structural concrete. *PCI - Journal*, Illinois, v.32, n.3, p.74-150, maio/jun. 1987.
- SEDYCIAS FILHO, Dinamerico Pessoa. *Mecanismo de ruptura ao esforço cortante em vigas de concreto armado armadas não convencionalmente.*, Brasília: Departamento de Engenharia Civil da UnB, nov. 1982. 42p. (Monografia de Estágio Supervisionado).
- SÜSSEKIND, José Carlos. *Curso de concreto*; concreto armado. 6.ed. São Paulo: Globo,1989. v. 1, 376p.