Universidade de Brasília
Faculdade de Tecnologia
Departamento de Engenharia Civil

Síntese Plástica e Análise Modal de Pórticos Metálicos Submetidos a Cargas Não-proporcionais

Engº Gustavo Veloso Martins

Dissertação de Mestrado em Estruturas

Publicação E.DM-004A/99

Brasília – DF
Junho de 1999

Universidade de Brasília

Faculdade de Tecnologia

Departamento de Engenharia Civil

Síntese Plástica e Análise Modal de Pórticos Metálicos Submetidos a Cargas Não-proporcionais

Eng$^{\underline{o}}$ Gustavo Veloso Martins

Dissertação de Mestrado submetida ao Departamento de Engenharia Civil da Universidade de Brasília como parte dos requisitos necessários para a obtenção do Grau de Mestre em Ciências (M.Sc.)

Aprovada por:

____

Prof$^{\underline{o}}$ Eldon Londe Mello

(Orientador – PhD – UnB)

____

Prof$^{\underline{o}}$ Luciano Mendes Bezerra

(Co-Orientador – PhD – UnB)

____

Prof$^{\underline{o}}$ Guilherme Sales S. A. Melo

(Examinador Interno – PhD – UnB)

____

Prof$^{\underline{o}}$ Bernardo Horowitz

(Examinador Externo – PhD – UFPE)

Brasília, junho de 1999.

Ficha Catalográfica

MARTINS, Gustavo Veloso

Síntese Plástica e Análise Modal de Pórticos Metálicos Submetidos a Cargas Não-proporcionais [Distrito Federal] 1999.

xv, 121 p., 297 mm (ENC/FT/UnB, M.Sc., Estruturas, 1999)

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília.
Faculdade de Tecnologia. Departamento de Engenharia Civil

1. Estruturas	2. Estruturas Metálicas
3. Análise	4. Síntese
5. Otimização	6. Segurança
I. ENC/FT/UnB	II. Título (série)

Referência Bibliográfica

MARTINS, G. V. 1999. Síntese Plástica e Análise Modal de Pórticos Metálicos Submetidos a Cargas Não-proporcionais. Publicação nº E.DM-004A/99, Departamento de Engenharia Civil, Universidade de Brasília, DF, 121 p.

Cessão de Direitos

Nome do Autor: Gustavo Veloso Martins
Título da Dissertação de Mestrado: Síntese Plástica e Análise Modal de Pórticos Metálicos Submetidos a Cargas Não-proporcionais.
Grau: Mestre em Ciências **Ano:** 1999

Gustavo Veloso Martins
SHIS QI 28 Conj. 02 Casa 01
CEP – 71670-220
Brasília – DF

Brasília, DF, 07 de junho de 1999

"A imaginação é mais importante que o conhecimento"
Albert Einstein

AGRADECIMENTOS

Aos professores Eldon Londe Mello e Luciano Mendes Bezerra, pela orientação inegavelmente eficiente e segura, pelas valiosas sugestões e estímulos dados.

Aos professores do Mestrado em Estruturas da Universidade de Brasília, pelo interesse e esforços em prol da pesquisa e do crescimento acadêmico da instituição.

À Universidade de Brasília, pelo apoio sempre concedido.

Ao CNPq, pelo auxílio financeiro.

Aos amigos e funcionários do Mestrado, pela convivência e amizade, das quais jamais esquecerei.

Ao pessoal da rádio CBN-Madrugada, Alves de Melo, Márcio de Souza e toda equipe, pela leitura de E-Mails e pela companhia de todas as madrugadas.

Ao amigos Pedro Cláudio dos Santos Vieira, Jonathan Nunes, Mário Faustino, Jocinez Nogueira Lima, Nélvio Dal Cortivo.

À Andrea, pelo apoio e compreensão constantes durante todo o período do Mestrado.

Aos meus pais, que me trouxeram ao mundo e sempre me apoiaram.

Acima de tudo, a Deus. Sem a Sua presença esta pesquisa seria inviável, pois é Dele proveniente todo o conhecimento.

Aos invejosos... meus pêsames

RESUMO

Este trabalho utiliza técnicas de Mínimo Peso e Mínima Norma Euclidiana para o projeto de pórticos metálicos sob carregamento variável não-proporcional no estado limite último. O processo de cálculo é baseado nas envoltórias dos esforços encontrados.,

Após a síntese das estruturas após o uso das duas técnicas descritas acima, a estrutura é submetida a análise elástica linear e de segunda ordem. O motivo destas análises é verificar o comportamento desses pórticos metálicos em termos de deslocamento, quando cargas de serviço são aplicadas. É sabido que em problemas práticos de engenharia, a análise elástica é muito mais utilizada por ser de simples implementação e solução. Deste modo, os resultados da análise elástica linear e da análise de segunda ordem são comparados, de tal forma a verificar se as diferenças são consideráveis em situações práticas. Uma análise incremental é também executada, utilizando um modelo elasto-plástico, obtendo-se assim a sequência de rótulas plásticas e as curvas carga-deslocamento. A sequência de rótulas plásticas é usada para computar as mudanças no comportamento modal da estrutura. Os modos de vibração e as frequências naturais são encontrados através do programa ANSYS.

Considerando as estruturas aporticadas calculadas pelas duas técnicas (Mínimo Peso e Mínima Norma), comparações são feitas, tomando como base a Norma Brasileira NBR-8800/86, e também comparando o peso final das estruturas, pelas duas técnicas.

ABSTRACT

This work presents steel frame designs for various non-proportional load groups at limit state, using both Minimum Weight Design and Euclidean Minimum Norm techniques. The design process is based on the applied end-action envelopes.

After the design process using the techniques described above, we proceed to a linear and also to a second-order elastic analyses. The scope of these analyses is to verify the behaviour of the steel frames in terms of the displacements, when service loads are applied. It is known that in practical engineering the elastic analysis is much more used because it is simple to perform. Therefore, the results from the linear and second-order elastic analyses are compared to see if the differences between the two approaches are considerable in practical situations. An incremental analysis is also undertaken using elastic-plastic model so that the plastic hinge sequence as well as the load-displacement curves can be obtained. The hinge sequence is afterwards used to compute the changes in the natural frequency of the structure. The frequencies are obtained from subsequent modal analyses using ANSYS program.

Considering the steel frames designed using the two techniques (Minimum Weight and Euclidean Norm), comparisions are made taking into account the allowable displacements specifications prescribed by the Brazilian Norm NBR-8800/86 and also considering the final weight achieved by the two techniques.

ÍNDICE

ÍNDICE DE TABELAS

ÍNDICE DE FIGURAS

LISTA DE SÍMBOLOS

Letras Minúsculas em Negrito – Vetores

$\boldsymbol{f}$	: vetor de cargas de serviço em uma estrutura, referentes a um sistema global
$\boldsymbol{m}$	: vetor de esforços seccionais referentes a um sistema coordenado local
$\boldsymbol{m_d}$	: vetor das variáveis de projeto
$\boldsymbol{m_f}$	: vetor de esforços de mínima norma
$\boldsymbol{p}$	: vetor de esforços hiperestáticos, na descrição de malha
$\boldsymbol{u}$	: vetor deslocamento na equação diferencial de um sistema dinâmico homogêneo

Letras Maiúsculas em Negrito – Matrizes

$\boldsymbol{A^{-}_{r}}$	: inversa generalizada reflexiva
$\boldsymbol{A^{-}_{r,m}}$	: inversa generalizada reflexiva de mínima norma
$\boldsymbol{B}$	: matriz de transformação de esforços hiperestáticos em esforços virtuais auto-equilibrados – método da flexibilidade
$\boldsymbol{B_0}$	: matriz de equilíbrio do método da flexibilidade
$\boldsymbol{B^T}$	: transposta da matriz $\boldsymbol{B}$
$\boldsymbol{B_0^T}$	: transposta da matriz $\boldsymbol{B_0}$
$\boldsymbol{C}$	: matriz de Amortecimento da estrutura
$\boldsymbol{E_1}$	: matriz idempotente da teoria das inversas generalizadas de matrizes
$\boldsymbol{E_2}$	: matriz idempotente da teoria das inversas generalizadas de matrizes
$\boldsymbol{F}$	: matriz de flexibilidade
$\boldsymbol{F^e}$	: matriz de flexibilidade do elemento
$\boldsymbol{H}$	: inversa generalizada da matriz de equilíbrio $\boldsymbol{L}$
$\boldsymbol{I}$	: matriz identidade
$\boldsymbol{J_s}$	: matriz de incidência das variáveis de projeto
$\boldsymbol{K}$	: matriz de rigidez de membro – método da rigidez
$\boldsymbol{L}$	: matriz de equilíbrio da descrição nodal
$\boldsymbol{L^T}$	: transposta da matriz $\boldsymbol{L}$
$\boldsymbol{M}$	: matriz de massa da estrutura
$\boldsymbol{N}$	: matriz peso da norma de um vetor
$\boldsymbol{P}$	: matriz de transformação que auxilia na tridiagonalização – método de Householder
$\boldsymbol{P}$	: matriz de projeção vertical – interpretação geométrica da Mínima Norma Euclidiana
$\boldsymbol{S}$	: matriz de Rigidez da Estrutura
$\boldsymbol{T}$	: matriz de projeção horizontal – Interpretação geométrica da Mínima Norma Euclidiana

Valores Escalares

ΔD	: dissipação de energia no modelo rígido-plástico
E	: módulo de *Young* ou módulo de elasticidade
g	: peso unitário de uma estrutura (por unidade de comprimento linear)
G	: função peso de uma estrutura
I_x	: momento de inércia em relação ao eixo x
I_y	: momento de inércia em relação ao eixo y
k	: coeficiente de relação linear entre peso e momento de plastificação
l_i	: comprimento da barra i
M_i	: momento de plastificação da barra de comprimento i
M_n	: momento resistente nominal de um perfil compacto
m_p	: momento de plastificação no modelo rígido-plástico
M_p	: momento de plastificação de um perfil compacto
M_r	: momento resistente nominal para um perfil com esbeltez λ_r
R	: força de excitação de piso
n	: número de esforços seccionais da estrutura
w_g	: ação permanente distribuída ao longo de um piso
w_q	: ação variável distribuída ao longo de um piso

Letras Gregas – Vetores

δ	: vetor de deslocamentos nodais
θ	: vetor de deformações estáticas
θ_0	: deformações oriundas da aplicação de cargas no elementos
ϕ	: vetor de esforços arbitrários na teoria das inversas generalizadas

Letras Gregas – Matrizes

Λ	: matriz triangular superior cujos elementos da diagonal são iguais às frequências naturais – método de subespaço
Φ	: matriz que abriga um autovetor por coluna

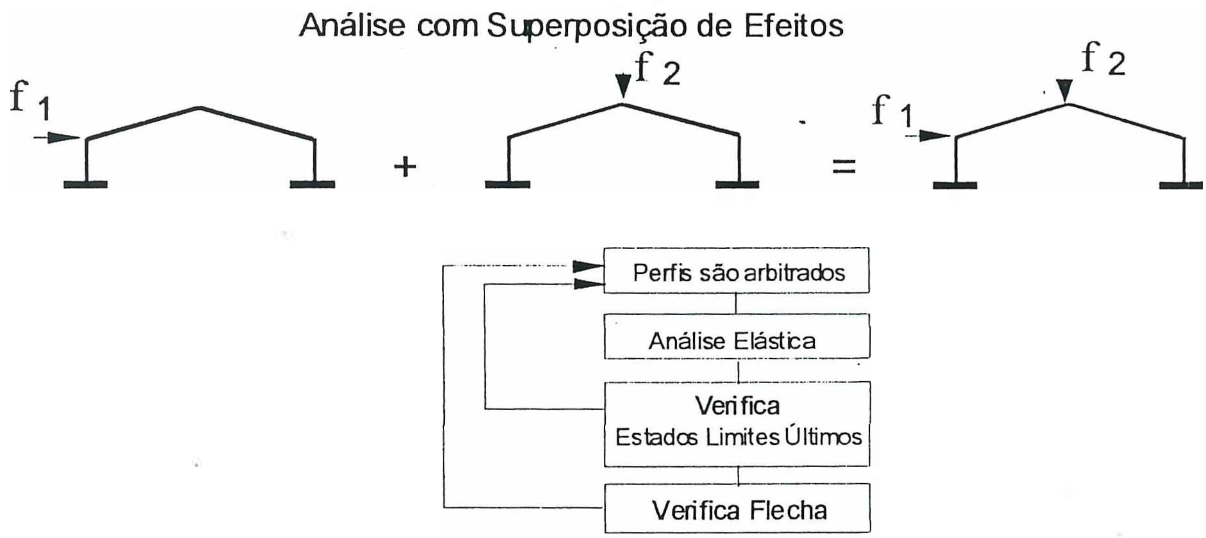
Letras Gregas – Valores Escalares

α	: grau de hiperestaticidade da estrutura
β	: número de graus de liberdade da estrutura
ϕ	: potencial plástico no modelo rígido-plástico
ϕ_1	: coeficiente de Livesley que perturba a rigidez axial na matriz de rigidez de membro
ϕ_2	: coeficiente de Livesley que perturba a rigidez à flexão na matriz de rigidez de elemento bi-engastado
ϕ_3	: coeficiente de Livesley que perturba a rigidez cruzada à flexão
ϕ_5	: coeficiente de Livesley que perturba a rigidez à flexão na matriz de rigidez de elemento engastado-rotulado
λ	: fator de carga usado em projeto
λ_b	: esbeltez da mesa de um perfil metálico

λ_r	: esbeltez limite entre a fase elástica e a fase de flambagem inelástica de um perfil metálico
λ_p	: esbeltez limite entre a fase de flambagem inelástica e a fase de plastificação total da seção
λ_c	: fator de carga de colapso plástico
$\Delta\theta$	: rotações plásticas no modelo rígido-plástico
ω	: frequência natural de vibração

1- INTRODUÇÃO

O projeto de estruturas metálicas aporticadas é usualmente baseado na análise elástica executada sobre perfis previamente arbitrados. O perfil é arbitrado com base na experiência do projetista, e em casos mais simples, pode ser feito um pré-dimensionamento por critérios de deslocamento ou resistência. A marcha de cálculo atualmente utilizada é descrita no esquema da Figura 1.1.



$$f_1 \in [\, f_{1min} \,;\, f_{1max} \,] \,;\, f_2 \in [\, f_{2min} \,;\, f_{2max} \,]$$

Figura 1.1- Análise com superposição

Através desta análise, o projetista se depara com alguns inconvenientes:

- Por ser um processo indeterminado, a escolha prévia de perfis pode levar a estruturas anti-econômicas;
- Para cargas que atuam de forma não-proporcional, a superposição de efeitos fica anti-econômica;
- O pré-dimensionamento é geralmente feito para a flecha, e somente para estruturas simples.

As técnicas utilizadas neste trabalho, ao contrário do processo acima, submetem primeiramente as estruturas com carregamento e geometria conhecidos a programação linear com o intuito de se minimizar a função peso. A otimização feita pelo programa comercial

LINDO (*Linear Design Optimization – Versão 5.3*) resulta na envoltória de momentos de plastificação e no peso do pórtico, o que permite encontrar os valores para as seções nas barras, por simples consulta às tabelas dos fabricantes. Desta forma, o projetista não precisa conhecer as seções dos perfis para fazer uma síntese. A estrutura encontrada nesta fase já satisfaz às condições de resistência e equilíbrio, pois tais condições são parte integrante das restrições que devem ser atendidas na programação linear. O outro critério aqui utilizado para síntese de estruturas é o Método da Mínima Norma Euclidiana, o qual utiliza o algoritmo da análise linear, apenas modificando a matriz de rigidez do membro pela matriz identidade. Os esforços encontrados por este método também satisfazem às condições de resistência e equilíbrio e são denominados esforços de Mínima Norma. Adotando um procedimento similar, há consulta à tabela de perfis, escolhendo as seções de acordo com os valores encontrados pelo método.

Para cada técnica descrita nesta pesquisa (Mínimo Peso e Mínima Norma Euclidiana) serão feitas análises comparativas quanto aos estados limites de serviço, frequências e modos de vibração e o desempenho elasto-plástico através do método incremental, o qual fornece o fator de carga de colapso e a sequência de rótulas plásticas, assim como o deslocamento atingido para cada estágio de plastificação.

1.1 - MOTIVAÇÃO

Diversos fatores motivam o desenvolvimento desta pesquisa. Abaixo estão relacionados alguns deles:

- *Estudo dos pesos e comportamento das estruturas calculadas com cargas variáveis (variando não-proporcionalmente)*

É importante para o projetista realizar um estudo de como se comportam as estruturas se a elas for aplicado um conjunto de cargas variáveis, as quais poderão variar de um valor mínimo a um valor máximo. Pode ocorrer (como se verá adiante) que o uso de carregamento variável resulte em uma hipótese de combinação de cargas pior do que aquela relacionada à colocação de todas as cargas em seu valor máximo.

- Necessidade de acervo técnico:

A programação linear é uma ferramenta utilizada na análise plástica limite para se chegar a uma estrutura de mínimo peso. Quando se trata de carregamento variável, a quantidade de cálculos e de memória computacional aumenta consideravelmente, e por este motivo, o engenheiro depende em muito do auxílio do computador. A carência de um grande acervo relacionado ao projeto de mínimo peso para grandes estruturas vem em consequência do advento do computador como fato recente. As técnicas que usam Mínima Norma Euclidiana, por sua vez, são recentes, e por conta disto não há também muito acervo para o projetista. Em vista destes fatos, é necessário aprofundar os estudos nessa área, principalmente analisando como estas estruturas se comportam.

- Estudo de técnicas computacionais:

No escritório de projeto, o engenheiro possui um prazo curto para entrega de projetos, na grande maioria dos casos. Desta forma, o computador é uma ferramenta básica ao projetista. Uma típica sequência de atividades na frente do computador é: 1) Entrada de dados; 2) Processamento; 3) Análise de resultados. Muitas vezes, perde-se bastante tempo nas duas primeiras etapas, e como o prazo de entrega é curto, a etapa de análise de resultados, que é fundamental, não é executada com o devido cuidado. É razoável que os aplicativos desenvolvidos reduzam, portanto, o tempo necessário para as duas primeiras etapas.

1.2 – DEFINIÇÃO DO PROBLEMA

Para melhor definir o conteúdo da pesquisa, abaixo é discriminada passo a passo e sucintamente a sequência de operações a serem executadas. Na sequência abaixo, os itens a), b) e f) são executados para carregamentos fixos (todas as cargas em seu valor máximo) e variáveis. (cargas variando não-proporcionalmente).

a) *Síntese de pórticos planos usando envoltória de mínimo peso:*

Os dados de entrada são a geometria, o carregamento variável e as variáveis de projeto. O programa comercial LINDO é executado, gravando um arquivo de solução para cada caso de carregamento. A partir daí, o arquivo de solução pode ser lido e a envoltória de esforços de mínimo peso é fornecida. A solução da síntese é a função objetivo minimizada, com os momentos de plastificação relativos às variáveis de projeto. As propriedades como a inércia, área e módulo elástico não são informadas como dados de entrada, pois as incógnitas são os próprios perfis.

b) *Análise elástica da estrutura pré-dimensionada no passo anterior:*

A estrutura acima não pode ser considerada dimensionada porque não se tem certeza que a mesma atende aos critérios de deslocamentos máximos estabelecidos por norma. Logo, é executada a análise elástica, e com ela se verifica a necessidade ou não de se usar perfis de maior inércia. Como a estrutura é hiperestática e muitas vezes é complexa, não se sabe ao certo que seções terão sua inércia aumentada, visando melhores resultados, sendo então necessária a análise elasto-plástica.

c) *Análise elasto-plástica incremental:*

Após escolhidos os perfis metálicos e conhecidas suas propriedades geométricas, é preciso realizar uma análise incremental. No passo anterior, conhece-se o grau de liberdade correspondente ao deslocamento crítico que ocorrerá na estrutura bem como o vetor de cargas de serviço correspondente a este deslocamento. É então realizada a análise incremental para este vetor de cargas e o deslocamento crítico. O método incremental identifica os pontos

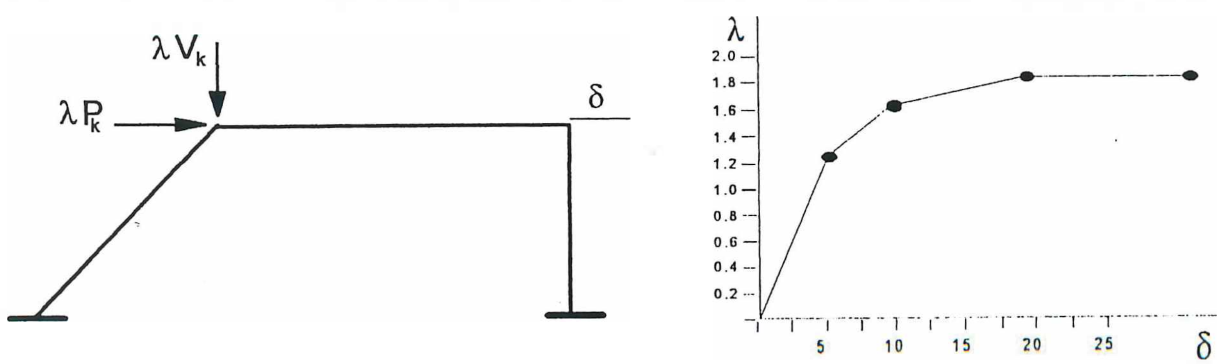


Figura 1.2- Solução típica de uma análise incremental

fracos da estrutura, sobre os quais incidem as primeiras rótulas plásticas, e é justamente aí onde se devem aumentar os perfis. O gráfico da Figura-1 esclarece como se apresenta uma solução do método incremental.

d) *Análise dinâmica modal:*

Para a estrutura que satisfaz ao estado limite de deformação, é realizada uma análise modal através do pacote comercial ANSYS. Convém lembrar que a estrutura aqui mencionada partiu de um ponto de referência que é a estrutura pré-dimensionada pelo projeto de mínimo peso, pois as restrições envolvidas na programação linear já compreendem as condições de resistência e equilíbrio.

e) *Repetição do mesmo processo, para Mínima Norma Euclidiana:*

Tudo o que se fez usando a envoltória de Mínimo Peso é repetido usando-se a envoltória de Mínima Norma Euclidiana.

f) *Comparação do peso e do desempenho para os dois casos de síntese:*

A estrutura cujo pré-dimensionamento é o projeto de Mínimo Peso é comparada com aquela cujo pré-dimensionamento é o projeto por Mínima Norma Euclidiana.

1.3 – OBJETIVOS

O objetivo desta pesquisa é analisar o comportamento elástico, elasto-plástico e dinâmico de estruturas sob efeito de cargas variáveis (variação não-proporcional), projetadas no Estado Limite Último de acordo com a teoria da Análise Plástica Limite. As estruturas serão projetadas para cargas de projeto especificadas previamente através de duas técnicas: a) critério de Mínimo Peso via programação linear; b) critério de Mínima Norma Euclidiana. Para o critério de Mínimo Peso é feita uma interface com o programa comercial LINDO, e, para o de Mínima Norma Euclidiana, é feita uma simples adaptação do programa de análise via Método da Rigidez.

A técnica descrita acima será denominada de Síntese Plástica Limite. Ver, por exemplo, Munro[34]. Assim, será referenciada a Síntese Plástica Limite via programação linear e via Mínima Norma Euclidiana.

Abaixo é resumido o conjunto de objetivos principais desta pesquisa:

- Chegar a estruturas de Mínimo Peso e de Mínima Norma Euclidiana que satisfaçam às condições de resistência e equilíbrio sob carregamentos variáveis;
- Analisar o comportamento destas estruturas quanto aos deslocamentos;
- Analisar características como fator de carga de colapso e histórico de rótulas plásticas;
- Analisar os modos e frequências naturais de vibração a partir da história de formação de rótulas plásticas;
- Comparar os pesos das estruturas dimensionadas;

É esquematizada na Figura 1.3 a sequência de eventos a serem executados.

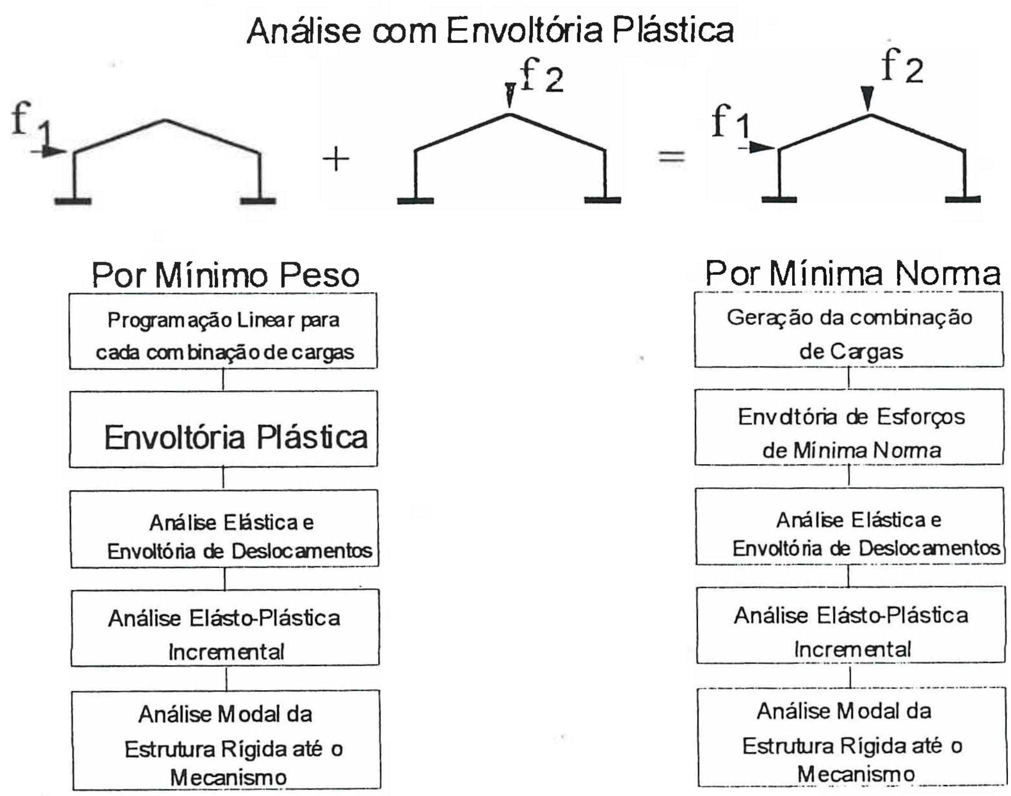


Figura 1.3- Análise com Envoltória Plástica

1.4 – REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

É apresentada abaixo uma sequência de referências que tratam de assuntos relacionados ao tema deste trabalho e tratados aqui.

Na área de Análise e Síntese Plástica Limite, Munro [34] apresenta um artigo que faz um tratamento matemático minucioso, demostrando as condições de equilíbrio e resistência a partir das relações fundamentais constitutivas do modelo rígido-plástico . Ao final do mesmo artigo, há a montagem do problema utilizado na programação linear que minimizará a função peso considerando cargas fixas e variáveis. Em todo o desenvolvimento do artigo é utilizada a descrição de malha.

Na área de análise de estruturas Harrison[22] traz detalhadamente os métodos de análise matricial, enfocando o aspecto computacional. A formulação utilizada na apresentação do método da rigidez é a chamada formulação analítica, o que torna esta referência bastante útil em processos elasto-plásticos e na Mínima Norma Euclidiana, os quais precisam modificar a matriz de rigidez de membro.

Horne[25] apresenta didaticamente a teoria de plasticidade, abordando desde conceitos fundamentais, métodos manuais de análise plástica, além de projeto de mínimo peso e análise de acomodação plástica. A referência traz ainda um capítulo sobre estabilidade e processos manuais para o cálculo da carga de flambagem em pórticos metálicos.

Paula[37], apresenta a síntese e análise de pórticos metálicos planos submetidos a carregamentos variáveis repetidos (*shakedown*). Enfoca também a variação dos resultados pela inclusão de esforços de segunda ordem e interação normal-fletor. Os métodos abrangidos para a síntese são a Mínima Norma Euclidiana e o Projeto de Mínimo Peso.

Vieira[43] descreve o método elasto-plástico de estruturas espaciais aporticadas, considerando conexões semi-rígidas e ação estática de carregamentos fixos. São considerados, para o fator de majoração das ações de colapso plástico, superfícies de escoamento que envolvem de dois a seis esforços seccionais.

Battistelle e Mancini [6] apresentam um estudo sobre os deslocamentos laterais de pórticos planos considerando as deformações axiais dos pilares e o efeito de segunda ordem, e concluem que os deslocamentos no topo do pórtico do edifício analisado aumentam consideravelmente em comparação com os deslocamentos da análise sem as duas considerações apresentadas.

Chandra et al.[14] apresentam um processo incremental para a análise de estruturas metálicas considerando a não-linearidade geométrica de segunda ordem, baseado no método dos deslocamentos, utilizando uma matriz de rigidez tangente. Utilizando o método anterior, Chandra et al.[15] realizam uma análise elasto-plástica não-linear (física e geométrica), aplicando uma equação de interação normal-momento, originariamente aplicada a seções retangulares, a perfis I.

Marques e Creus [31] apresentam uma formulação incremental-iterativa para a análise elástica e elasto-plástica de pórticos espaciais com deslocamentos finitos, adotando um critério de plastificação generalizado.

Chen et al. [16] apresentam uma formulação para a análise elasto-plástica que leva em conta efeitos de espalhamento da rótula plástica e semi-rigidez das conexões, incluindo o equacionamento das curvas momento-rotação para as conexões.

Rios e Antunes [41] apresentam o cálculo da envoltória de esforços em estruturas tridimensionais de edifícios altos.

Rensburg e Krueger [40] apresentam formulação para a análise de pórticos metálicos considerando a não-linearidade física, geométrica e das conexões, estabelecendo um redutor do momento de plastificação em função do esforço normal.

Liew e Shanmugam [29] também apresentam uma formulação para a análise elasto-plástica de segunda ordem, considerando conexões semi-rígidas e uma equação da degradação da rigidez dos elementos através da interação normal-momento.

Na área de síntese de estruturas podem-se destacar alguns artigos como o de Hall et al.[21] , que apresentam uma formulação contemplando o projeto de mínimo peso considerando os efeitos não-lineares de segunda ordem, atendendo aos níveis especificados por norma, e realizam a análise de sensibilidade dos resultados do processo iterativo; concluem que, para os exemplos apresentados, o atendimento às especificações de resistência aumenta de tal maneira a rigidez da estrutura que os efeitos de segunda ordem não são significativos.

Kanagasundaram e Karihaloo [27] apresentam uma formulação para o projeto de mínimo peso de pórticos planos sujeito a restrições de tensões (normais e de cisalhamento), de estabilidade elástica e de deslocamentos máximos.

2- BASE TEÓRICA

2.1 - ANÁLISE ELÁSTICA LINEAR

A análise elástica é ferramenta básica para o desenvolvimento dos programas e para a maioria dos métodos utilizados nesta desta pesquisa. A primeira consequência da análise elástica é a determinação dos deslocamentos e esforços da estrutura, guiando-se por dois métodos principais: o Método da Flexibilidade e o Método da Rigidez. Ao se aplicar um determinado carregamento sobre uma estrutura qualquer, a solução para esforços e deslocamentos, para ser considerada válida, precisa ser compatível do ponto de vista das relações constitutivas do material, equilíbrio e cinemática.

2.1.1 - O MÉTODO DA FLEXIBILIDADE

O Método da Flexibilidade pode ser equacionado considerando-se as três relações a seguir:

Material na forma flexibilidade → $\theta = F\,m + \theta_0$ (2-1)

Relação de equilíbrio na descrição de malha → $m = B_0 f + B\,p$ (2-2)

Relação de compatibilidade na descrição de malha → $B^T \theta = 0 \quad ; \quad B_0^T \theta = \delta$ (2-3)

A Figura 2.1 ilustra as rotações seccionais elásticas, provocadas por cargas nos elementos e em suas extremidades.

Figura 2.1- Rotações seccionais elásticas

Como observado na figura acima e na equação **(2-1)**, o vetor de rotações seccionais θ é igual à parcela de rotação devida à flexibilidade, $F\,m$, adicionada ao vetor das rotações oriundas da ação de cargas sobre os elementos, θ_0. A matriz de flexibilidade para cada elemento de pórtico é conhecida e pode ser deduzida do método da carga unitária. Em caso de vários elementos, a matriz F, acima, é a matriz de flexibilidade da estrutura, que contém submatrizes F^e, por elemento, em sua diagonal principal. Na expressão **(2-1)**, a incógnita é o vetor de esforços seccionais $\boldsymbol{m}$, que pode ser deduzido da relação de equilíbrio da expressão **(2-2)**.

Na expressão **(2-2)**, B_0 é a matriz de equilíbrio que transforma as ações nodais f, em esforços secionais $\boldsymbol{m}$. Observe que nesta relação de equilíbrio, os hiperestáticos $\boldsymbol{p}$ que surgem devido à liberação de vínculos, indicam que a matriz de equilíbrio B_0 é concebida sobre uma estrutura estaticamente determinada, enquanto que a matriz B transforma os hiperestáticos em esforços seccionais auto-equilibrados. Na expressão **(2-3)**, a matriz B_0^T faz a compatibilidade cinemática, relacionando as rotações seccionais θ com os deslocamentos nodais δ.

Pela teoria de espaços vetoriais duais, as matrizes B e B_0 podem ser encaradas como matrizes de transformação linear que transformam vetores de uma dimensão para outra. No caso do método da flexibilidade, os vetores $\boldsymbol{p}$ e f, de dimensão dim = β são transformados para um vetor $\boldsymbol{m}$ com dimensão dim = $\boldsymbol{n}$. Na engenharia, o espaço vetorial dual dessas grandezas da estática é aquele das grandezas da cinemática.

A partir da equação **(2-2)**, executando-se operações e substituições convenientes, é possível encontrar todos os vetores p, m, θ, δ, todos em função das matrizes conhecidas B, B_0, F e dos vetores conhecidos f e θ_0. Maiores detalhes sobre o método aqui descrito podem ser encontrados em Mello & Sahlit [33].

2.1.2 - O MÉTODO DA RIGIDEZ

Similarmente ao Método da Flexibilidade, o Método da Rigidez pode ser equacionado considerando as três relações abaixo:

Material na forma rigidez →	$m = K\,(\theta - \theta_0)$	(2-4)
Relação de equilíbrio na descrição nodal →	$f = L\,m$	(2-5)
Relação de compatibilidade na descrição nodal →	$\theta = L^T\,\delta$	(2-6)

Na relação (2-4), K é a matriz de rigidez dos elementos desconexos. A expressão (2-5) é uma relação da estática, onde L é a matriz de equilíbrio da descrição nodal. A expressão (2-6), é uma relação da cinemática, dual da estática, onde L^T é a matriz cinemática.

Substituindo a relação (2-4) e (2-6) em (2-5), chega-se a uma relação entre os deslocamentos nodais δ e as ações externas f. As relações em (2-7) exemplificam:

$$f = LK(\theta - \theta_0) = LK\,(L^T\delta - \theta_0) = (LKL^T)\delta - LK\theta_0 = S\delta - LK\theta_0 \qquad (2\text{-}7)$$

Onde S é a matriz de rigidez da estrutura. Os demais vetores e matrizes já foram definidos no item anterior. Maiores detalhes sobre o método aqui descrito podem ser encontrados em Mello & Sahlit [33].

2.2 - ANÁLISE PLÁSTICA LIMITE

O objetivo da análise plástica limite é encontrar a resistência plástica máxima de uma estrutura. O principal resultado da análise é o fator de carga de colapso plástico. Existem duas maneiras de utilizar análise de modo a se obter o fator de colapso plástico: a não-incremental (instantânea) e a incremental. A diferença básica entre as duas é que a primeira utiliza o modelo rígido-plástico (Figura 2.2), e a segunda, a relação constitutiva como de natureza elasto-plástica, considerando o histórico do carregamento, sequência e localização de rótulas plásticas.

Através do modelo rígido-plástico, a rótula plástica se forma instantaneamente, assim que a seção atinge sua capacidade resistente. Neste instante, há a passagem de uma fase estática para uma fase cinemática (Munro)[34]. A fase estática não interessará aqui, uma vez que a estrutura é analisada a partir de sua configuração de mecanismo.

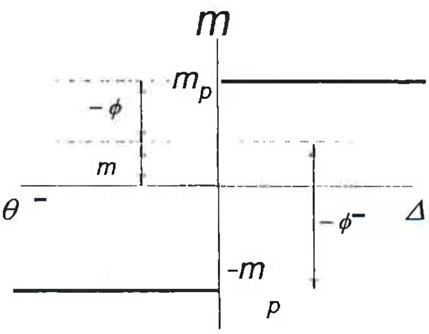


Figura 2.2- Modelo Rígido-Plástico (Munro)[34]

No modelo rígido-plástico , interessarão somente as rotações plásticas $\Delta\theta$, relativas à fase cinemática, já que é feita análise limite. O potencial plástico Φ, que aparece na figura acima, é tal que à medida que seu módulo vai decrescendo, a plastificação na seção vai se tornando mais próxima. Deste modo, quando o potencial plástico vai a zero, ocorre a plastificação da seção (Munro)[34].

$$\Phi^+ = I\, m - m_p^+ \qquad (2\text{-}8)$$

$$\Phi^- = -I\, m - m_p^- \qquad (2\text{-}9)$$

Nas equações **(2-8)** e **(2-9)** pode ser visto que é possível expressar as condições de resistência através do potencial plástico, pois o mesmo é uma folga entre o momento atuante e o momento resistente numa mesma seção. Para que as condições de resistência sejam sempre satisfeitas, o potencial plástico deve ser sempre menor ou igual a zero. Assim que o potencial plástico se anula, o fluxo plástico $\Delta\theta$ já pode ser computado, pois este é uma medida da capacidade de rotulação plástica de uma seção.

$$\Delta\theta = \Delta\theta^+ - \Delta\theta^- \qquad (2\text{-}10)$$

Numa situação real, à medida em que as rótulas plásticas vão surgindo, a dissipação de energia vai aumentando. No colapso plástico, pode ser computada esta dissipação, ΔD, como sendo:

$$\Delta D = \Sigma\, m_p^+\, \Delta\theta^+ + \Sigma\, m_p^-\, \Delta\theta^- >= 0 \qquad (2\text{-}11)$$

Não há sentido em dissipação de energia negativa, logo esta estará sempre sendo acrescida, a cada rótula. Ao final do mecanismo, existe um valor para esta dissipação de energia, que é dado por ΔD. A equação **(2-11)** nos mostra também que o produto entre a rotação plástica e o momento de plastificação é sempre positivo.

Na análise plástica limite, ainda é preciso acrescentar o conceito de mecanismo cinematicamente admissível (Munro)[34]. O balanço de energia no mecanismo incipiente nos leva a conhecê-lo:

$$\lambda f^T \Delta\delta \leq m_p^T \Delta\theta \qquad \textbf{(2-12)}$$

O lado direito da equação acima é a dissipação de energia e deve sempre ser maior que zero. Isto força o lado esquerdo a manter-se sempre positivo. Portanto, a equação (2-13) traduz o que é um mecanismo cinematicamente admissível.

$$\lambda f^T \Delta\delta \geq 0 \qquad \textbf{(2-13)}$$

As técnicas manuais para encontrar o fator de carga, em sua maioria, envolvem a escolha de mecanismos linearmente independentes, com posterior aplicação da equação do balanço de energia - equação **(2-13)** - sobre cada um destes mecanismos. São necessárias tantas equações quantos forem os mecanismos capazes de serem formados, com cada uma gerando um fator de carga λ. Analisando todos os mecanismos, o de colapso plástico será aquele com o menor fator λ encontrado.

No entanto, quando se tem uma estrutura complexa, um cálculo manual fica extremamente difícil, sendo então necessário o emprego de técnicas de programação linear. Para isto, a análise plástica limite envolve a maximização ou minimização de uma função objetivo, que pode ser o fator de colapso plástico. Analisando a equação (2-12), observa-se que ela admite desigualdade e igualdade. A igualdade delimita um hiperplano que divide o espaço vetorial de cargas em dois semi-espaços. O conjunto de hiperplanos define uma superfície convexa na qual qualquer combinação de cargas que recaia em seu interior satisfaz às condições de resistência e equilíbrio. Sobre o hiperplano, o colapso plástico é incipiente, e a inequação **(2-12)** é satisfeita em todo o interior desta superfície (é um limite inferior para cargas de colapso). A Figura 2.3 ilustra melhor a interpretação geométrica para a programação linear, que objetiva encontrar a carga de colapso plástico (Munro)[34].

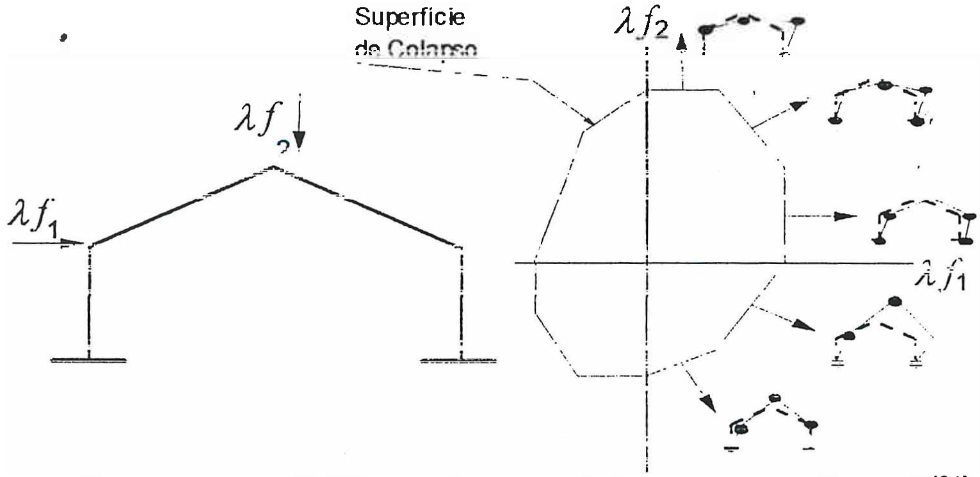


Figura 2.3- Espaço vetorial de cargas para o pórtico em questão (Munro)[34]

Observando a inequação **(2-13)**, deduz-se que os vetores normais aos hiperplanos são na verdade os deslocamentos nodais $\Delta\delta$, ocorrentes no colapso plástico incipiente, uma vez que o produto interno entre os dois vetores desta inequação é nulo sobre o hiperplano.

Para o pórtico da Figura 2.3, λf é um vetor coluna de apenas dois elementos. Sobre o hiperplano, o vetor λf leva a estrutura a uma situação de colapso plástico, portanto, o fator de carga de colapso plástico, λ_C, é um escalar que multiplica o vetor de cargas f. A interpretação geométrica da Figura 2.3 juntamente com os teoremas enunciados abaixo permitem perceber que os hiperplanos podem ser encontrados, se forem arbitradas soluções estaticamente admissíveis, ou mecanismos cinematicamente admissíveis, utilizando-se, respectivamente, como ferramenta, os teoremas estático e cinemático, enunciados abaixo (Munro)[34].

O **teorema estático** pode ser enunciado como a seguir (Horne)[25]:

"Concebendo o vetor f como sendo o vetor de cargas de serviço de uma estrutura, se existe uma distribuição de cargas λ f, tal que satisfaça as condições de resistência e equilíbrio, então o fator de carga λ é menor ou igual ao fator de carga de colapso plástico, λ_C."

O **teorema cinemático** pode ser enunciado como a seguir (Horne)[25]:

"Concebendo o vetor f como sendo o vetor de cargas de serviço de uma estrutura, se existe uma distribuição de cargas λ f tal que a mesma produza um mecanismo na estrutura, então o fator de carga λ é superior, ou no mínimo igual ao fator de carga de colapso plástico, λ_C."

O **teorema da unicidade**, por sua vez, indica que existe um fator de cargas único, tal que o mesmo é capaz de produzir ao mesmo tempo, uma distribuição em equilíbrio, estaticamente admissível, e ainda formando um número de rótulas plásticas suficiente para gerar um mecanismo. Tal fator de cargas só é possível sobre o hiperplano. O teorema pode ser enunciado como a seguir:

"Concebendo o vetor f como sendo o vetor de cargas de serviço de uma estrutura, se existe uma distribuição de cargas λ f tal que a mesma produza uma solução estaticamente admissível, e ainda produzindo um número suficiente de rótulas plásticas para que o mecanismo seja gerado, então este fator de carga λ na verdade é o fator de cargas de colapso plástico λ_C."

Os teoremas estático e cinemático são usados na programação linear para impor as condições pelas quais a função objetivo deverá ser otimizada. Cada um dos teoremas poderá ser tratado pela descrição de malha ou pela descrição nodal. As formulações que são submetidas à programação linear estão ilustradas sob forma de *tableaus* nas figuras 2.4 a 2.7, a seguir.

O *tableau* é a colocação do problema sob forma de um quadro com linhas e colunas, e é útil na resolução manual. Um *tableau* típico, possui uma linha para a função objetivo a otimizar e uma linha para cada restrição do problema. As *n* primeiras colunas do *tableau* referem-se às *n* variáveis básicas que compõem a função objetivo. As demais colunas serão tantas quantas forem as restrições do problema. Por fim, a última coluna contém os valores da função objetivo e das variáveis básicas. Pela técnica manual, o *tableau* vai sendo transformado por pivoteamentos sucessivos, até que a última coluna apresente um valor para a função objetivo que não possa mais ser otimizada. A Figura 2.4 mostra o *tableau* quando se usa o teorema estático, e descrição de malha.

$$\text{Max}\left[\,1 \;\vdots\; 0\,\right]\begin{bmatrix}\lambda\\ \cdots\\ p\end{bmatrix}$$

Tal Que

$$\left[\begin{array}{c|c} B_0 & B \\ \hline -B_0 & -B \end{array}\right]\begin{bmatrix}\lambda\\ \cdots\\ p\end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} m_p^+ \\ \cdots \\ m_p^- \end{bmatrix}$$

λ, p Livres

Figura 2.4: Teorema estático, na descrição de malha (Primal)

No *tableau* acima, é maximizado o fator de carga, sujeito às condições enunciadas abaixo da linha "TAL QUE". Neste caso, o espaço vetorial é o espaço do fator de cargas λ. O método utilizado percorrerá a região estaticamente admissível mostrada na Figura 2.3, inclusive sobre o hiperplano, e então encontrará o máximo fator de carga dentro deste domínio, que em nosso caso será o fator de colapso λ_C.

A dualização do *tableau* apresentado acima resulta em um *tableau* dual para a descrição da cinemática. Percebe-se então que, seja na descrição de malha, seja na descrição nodal, é sempre possível trabalhar com o teorema estático ou com o teorema cinemático. A Figura 2.5 mostra o *tableau* dual do anterior.

$$\text{Min}\left[\, m_p^{+T} \;\vdots\; m_p^{-T}\,\right]\begin{bmatrix}\theta^+\\ \cdots\\ \theta^-\end{bmatrix}$$

Tal Que

$$\left[\begin{array}{c|c} B_0^T & -B_0^T \\ \hline B^T & -B^T \end{array}\right]\begin{bmatrix}\theta^+\\ \cdots\\ \theta^-\end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 1 \\ \cdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Figura 2.5 - Teorema cinemático, na descrição de malha (Dual)

Os dois *tableaus* apresentados nas figuras abaixo são alternativos, pela descrição nodal. Esta, de mais fácil programação, devido ao fato da matriz de equilíbrio L poder sempre ser gerada automaticamente, também possui um sistema primal-dual. Considerando como primal o *tableau* pelo teorema estático, abaixo são apresentados dois problemas de programação linear pela descrição nodal. Para maiores detalhes, ver Munro[34] ou Horne [25].

$$\text{Max}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda \\ m^{+} \\ m^{-} \end{bmatrix}$$

Tal Que

$$\begin{bmatrix} -f & L & -L \\ 0 & I & -I \\ 0 & -I & I \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \lambda \\ m^{+} \\ m^{-} \end{bmatrix} \leq \begin{bmatrix} 0 \\ m_p^{+} \\ m_p^{-} \end{bmatrix}$$

λ, m Livres

Fig 2.6 – Teorema estático, descrição nodal (Primal)

$$\text{Min}\begin{bmatrix} m_p^{+T} & m_p^{-T} & 0^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta^{+} \\ \theta^{-} \\ \delta \end{bmatrix}$$

Tal Que

$$\begin{bmatrix} 0^T & 0^T & f^T \\ I & -I & -L^T \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \theta^{+} \\ \theta^{-} \\ \delta \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix}$$

δ Livre

Fig 2.7 – Teorema cinemático, descrição nodal (Dual)

2.2.1 - ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA INCREMENTAL

A análise plástica limite, utiliza o modelo rígido-plástico e só fornece a carga de colapso plástico juntamente com o(s) mecanismo(s) de colapso associado(s). A análise elasto-pástica incremental utiliza o modelo elasto-plástico, permitindo a obtenção da carga de colapso plástico, a ordem de formação das rótulas plásticas e as deformações elasto-plásticas. Em cada incremento de carga, são impostas as condições de equilíbrio, de compatibilidade elástica e de resistência. Neste trabalho, foram adotadas as seguintes simplificações:

a) As condições de equilíbrio e compatibilidade são aquelas do modelo linear-elástico;

b) As condições de resistência são verificadas apenas para os momentos de plastificação nas seções ($m \leq m_p$).

c) Quando $m = m_p$, numa determinada seção, introduz-se uma rótula física para o incremento seguinte, de modo a não violar as condições de resistência.

d) O espalhamento da rótula plástica não é considerado.

Este tipo de análise é de relativamente fácil implementação computacional, e sua grande vantagem é o fornecimento do histórico de carregamento, e do fator de carga em cada incremento. Deste modo, à formação da primeira rótula plástica, o fator de carga neste primeiro incremento poderá informar se houve formação de rótula em situação de serviço da estrutura.

Para fins de implementação computacional, vale ressaltar os seguintes aspectos:

- É necessário discretizar a estrutura de modo que a mesma possua nós sob cada carga concentrada, e em pontos de possiveis máximos momentos. Assim, a existência de cargas distribuídas gera uma dificuldade adicional na determinação da localização da rótula plástica.

- Em um caso real, pode acontecer que uma rótula previamente gerada venha a se "desativar", devido a redistribuições que reduzem localmente o momento em alguns pontos. Nos algoritmos usados, a rotulação plástica é considerada irreversível. Porém, o fator de colapso real é maior que o calculado pelo programa o que está a favor da segurança (Harrison)[22].

É usual comparar o fator de carga final encontrado pelo método incremental, com aquele resultante da programação linear. Este na maioria dos casos se mostra ligeiramente maior, devido a problemas de truncamento e propagação de erros no método elasto-plástico.

2.2.2 - PRESCRIÇÕES DE NORMA

Para que a análise plástica possa ser feita, é necessário que as seções possuam resistência suficiente para permitir a plastificação total da seção sem ocorrer a flambagem. Assim, é importante levar em consideração os tópicos abaixo:

- *Limitações da esbeltez da mesa*

Perfis do tipo 'I' ou 'H', são os mais comumente utilizados para estruturas aporticadas de edifícios. Segundo a norma NBR 8800/86, poderá haver análise plástica de uma estrutura, caso seus perfis constituintes sejam considerados perfis compactos, ou perfis da "classe 1", que são aqueles de esbeltez pequena, permitindo a plastificação total da seção e a redistribuição dos esforços.

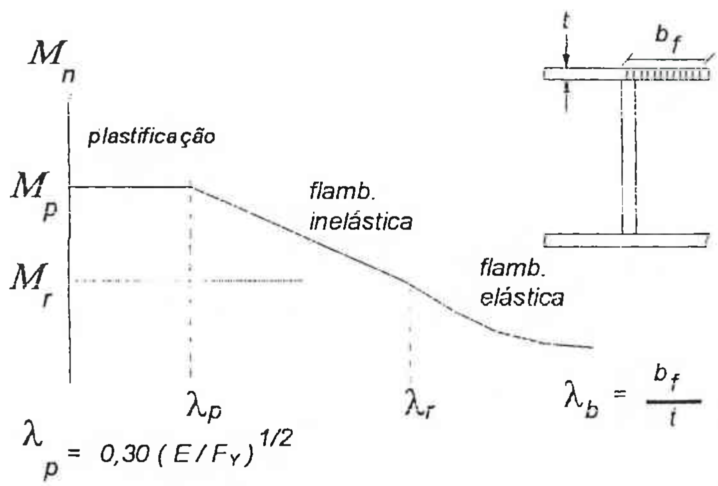


Figura 2.8- Curva de resistência da mesa de um perfil metálico

Na Figura 2.8, M_n é o momento resistente nominal para que a mesa do perfil não entre em processo de flambagem localizada. Para tal, é preciso que se limite a esbeltez da mesa tal que $\lambda_b \leq \lambda_p$. O momento atuante poderá então alcançar o valor de M_p naquela seção sem problemas e com capacidade de rotação. Vale salientar que à medida que a esbeltez da mesa do perfil aumenta, o momento resistente vai caindo, até chegar a um ponto em que a flambagem da mesa ocorre com níveis de tensão ainda da fase elástica.

- *Tipo de aço utilizado*

Muito embora a teoria simplificada não leve em conta que pode haver na verdade uma absorção de tensão no perfil superior à tensão de escoamento, para ser possível a análise plástica, a norma recomenda um aço cuja tensão de ruptura (correspondente à ordenada máxima, no encruamento - *strain hardening*) seja pelo menos 25% maior que a tensão de escoamento.

- *Travamento lateral*

Em perfis cuja inércia $I_x >> I_y$ (caso dos perfis I), ocorre uma tendência de flambagem lateral por torção. Este tipo de flambagem caracteriza-se por um deslocamento vertical do centro de massa da seção, seguido de um deslocamento horizontal e por fim uma rotação.

Neste caso, haverá também um momento resistente na seção para que não ocorra a flambagem lateral por torção. A maneira de se aumentar este momento resistente de forma a evitar que o mesmo domine a ruptura é o travamento lateral adequado, principalmente naquelas seções localizadas em regiões de provável formação de rótulas.

- *Enrijecedores de alma*

É preciso munir as seções de enrijecedores de alma em locais de atuação de cargas concentradas e também em locais de atuação de rótulas plásticas. Tais enrijecedores evitam o fenômeno conhecido como corrugação da alma. A corrugação é também um estado limite último. Estas prescrições de norma atuam de modo a desviar o modo de ruptura para um modo puramente plástico, sem fenômenos de instabilidade. Para maiores detalhes, ver ABNT [1].

2.3 - PROJETO DE MÍNIMO PESO

Uma das grandes preocupações do projeto na Engenharia Civil é a busca de soluções econômicas. A minimização do peso total da estrutura mostra-se como uma primeira tentativa de se reduzir o custo da obra.

Embora a estrutura projetada pela técnica do Mínimo Peso provavelmente não obedeça aos estados limites de utilização, tal processo constitui-se em um excelente pré-dimensionamento e ponto de referência. A estrutura final, enrijecida a partir de uma configuração de mínimo peso, espera-se ser razoavelmente mais econômica.

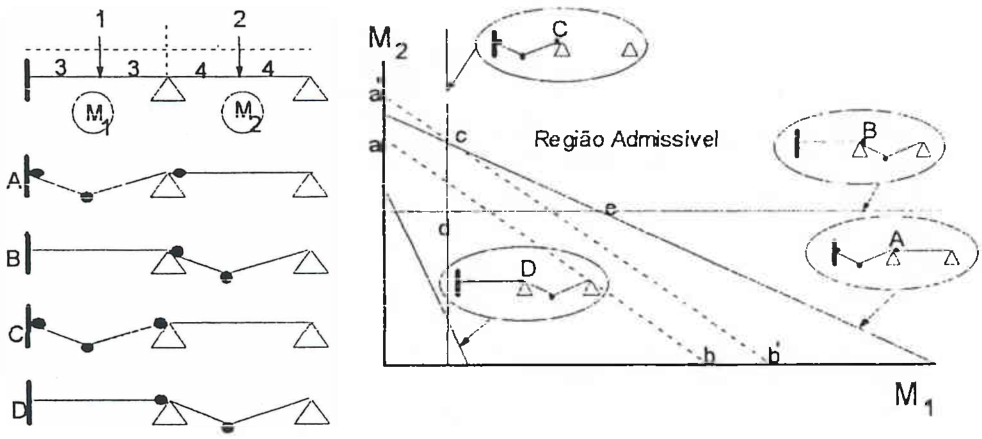
2.3.1 - MÍNIMO PESO PARA CARREGAMENTOS FIXOS

Para solucionar um problema de Mínimo Peso, deve-se encontrar uma relação entre o peso unitário de uma estrutura, g, e seus momentos de plastificação. Segundo Horne[25], o peso unitário de uma peça é diretamente proporcional a uma potência de seu momento de plastificação. Felizmente, o expoente desta potência não afeta em muito o peso absoluto, e então é proposta a relação a seguir:

$$g = k\,M \quad ; \quad G = k\,\Sigma M_i l_i \tag{2-14}$$

Onde G é o peso absoluto, que se relaciona linearmente com o produto dos momentos de plastificação pelos comprimentos das peças nas quais agem estes momentos. O projetista escolherá quais seções deverão conter as mesmas propriedades, e ao final, o índice do somatório na equação **(2-14)** terá o valor do número das variáveis de projeto previamente fixadas (Horne)[25].

A função peso G é aquela que deverá ser minimizada na programação linear, sujeita às condições de equilíbrio e resistência. As condições de equilíbrio serão fixadas pelas equações **(2-2)** ou **(2-5)** caso se use descrição de malha ou descrição nodal respectivamente. As condições de resistência serão fixadas impondo que o momento atuante na seção, devido à aplicação do vetor de cargas de projeto, seja menor ou igual ao momento de plastificação procurado. Na interpretação geométrica apresentada na Figura 2.9, o espaço vetorial não é de cargas, como na análise plástica limite, mas de momentos de plastificação. Na síntese de Mínimo Peso, também é gerada uma região admissível, limitada por hiperplanos, sobre os quais se encontrará a solução.



$\lambda_A = (3M1 + M2) / 3$, $\lambda_B = (3\,M2) / 8$ — M1 > M2

$\lambda_C = (4\,M1) / 3$, $\lambda_D = (M1 + 2\,M2) / 8$ — M1 < M2

Figura 2.9- Exemplo manual de projeto de mínimo peso (Horne)[25]

A Figura 2.9 é uma interpretação geométrica para o projeto de mínimo peso para uma viga de dois vãos, com duas variáveis de projeto, sendo M_1 e M_2. As equações das quatro retas traçadas acima são deduzidas da aplicação do teorema dos trabalhos virtuais sobre o mecanismo correspondente. O resultado da equação do trabalho é uma relação entre os dois momentos de projeto, podendo se caracterizar então a inclinação e cada reta. A reta correspondente a cada mecanismo é portanto um hiperplano que divide o espaço vetorial dos momentos de plastificação em dois semi-espaços vetoriais. A região admissível é a intersecção entre os semi-espaços admissíveis. Qualquer par ordenado (M_1 , M_2) que recaia na região admissível suportará a configuração de cargas externas indicada. A solução mais econômica possível certamente deverá estar situada sobre um dos hiperplanos, que delimitam um contorno para os momentos de plastificação. Resta conhecer qual ou quais pontos, e de quais hiperplanos, correspondem à solução de mínimo peso. A resposta para esta questão decorre do **teorema da necessidade e suficiência para mínimo peso.** Este teorema pode ser enunciado como a seguir (Horne)[25]:

*" Se, numa estrutura com **n** momentos de projeto, o somatório das rotações plásticas associadas com seus respectivos **n** momentos de plastificação guardar uma relação linear com o somatório dos comprimentos relativos a esses mesmos momentos, então a estrutura será de mínimo peso para as dadas cargas, caso as condições de equilíbrio e resistência sejam atendidas"*

Em outras palavras, ao se aplicar a equação do trabalho em uma configuração de colapso de uma estrutura de mínimo peso, o lado direito da equação, que diz respeito ao trabalho interno, aparecerá como uma soma de produtos entre os momentos de plastificação e as rotações plásticas em função de uma única incógnita, θ, que deverá ser proporcional à equação **(2-14)**. Considerando o exemplo da Figura 2.9, a relação entre M_1 e M_2, que satisfaz ao teorema da necessidade e suficiência deverá ser de $^6/_8$, paralela à reta *ab*. A solução, contudo, recairá sobre a reta $a^{\prime}b^{\prime}$, que tangencia a região admissível e é paralela à reta *ab*, mantendo pois, mesma relação. Observe que, se a reta *ab* fosse paralela à reta *ce*, não teríamos uma única solução, mas qualquer relação entre M_1 e M_2 que recaísse sobre o hiperplano *ce*. O mecanismo de colapso plástico para a estrutura de mínimo peso submetida às cargas dadas seria neste caso o mecanismo A. Outra observação importante a ser feita é que no exemplo dado, o mecanismo para o mínimo peso é uma combinação linear entre os mecanismos A e C, cuja intersecção de hiperplanos é o ponto *c*, o qual contém a solução.

A interpretação geométrica da Figura 2.9 facilita o entendimento dos teoremas do limite inferior e limite superior para o mínimo peso. Abaixo é enunciado o **teorema do limite inferior para mínimo peso** (Horne)[25]:

"Qualquer estrutura que, sob determinadas cargas, tenha formado um número suficiente de rótulas plásticas e guarde relação entre momentos de projeto proporcional aos respectivos comprimentos associados, terá uma solução para momentos de plastificação menor ou igual àquela correspondente à de mínimo peso"

O limite inferior para o mínimo peso corresponde, geometricamente, à região não-convexa margeada superiormente pelos hiperplanos correspondentes aos mecanismos linearmente independentes. A seguir, enuncia-se o **teorema do limite superior para mínimo peso** (Horne)[25]:

"Qualquer estrutura que, sob cargas dadas, seu diagrama de esforços satisfaz às condições de equilíbrio e resistência, fornece uma solução para momentos de plastificação maior ou igual àquela de mínimo peso".

A região admissível, na Figura 2.9, é o conjunto de pontos que satisfazem ao teorema acima.

Quando as estruturas tornam-se complexas, ou com mais variáveis de projeto, o procedimento adequado é a programação linear. Similarmente ao uso da programação linear para o cálculo do fator de carga de colapso, na análise plástica limite, a função objetivo poderá ser otimizada ou através da descrição de malha ou através da descrição nodal. Cada uma das duas descrições conterá um primal e um dual, o que resultará em quatro problemas de programação linear. Na Figura 2.10 é apresentado um deles.

$$\text{Min}\ \left[\, l^T \;\vdots\; 0 \,\right] \begin{bmatrix} m_d \\ \cdots \\ m \end{bmatrix}$$

$$\text{Tal Que} \quad \begin{bmatrix} \mathcal{J}_s & -I \\ \mathcal{J}_s & I \\ 0 & L \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_d \\ \cdots \\ m \end{bmatrix} \geq \begin{bmatrix} 0 \\ \lambda_p f \end{bmatrix}$$

m Livre

Figura 2.10- Teorema estático, descrição nodal para Mínimo Peso

Na Figura 2.10, $\lambda_p f$ é o vetor de cargas de projeto, e a matriz J_s é a matriz de incidência que, ao multiplicar o vetor das variáveis de projeto m_d, possibilita que os momentos de plastificação possam ser comparados com os momentos atuantes em cada seção. Desta forma, as duas primeiras linhas que particionam a matriz principal do *tableau* determinam as condições de resistência, enquanto que a última conduz à relação de equilíbrio. Assim, a função peso, que aparece aqui como função objetivo da programação linear, será minimizada sujeita às condições de equilíbrio e resistência. O vetor de esforços $\boldsymbol{m}$, considerando elementos de pórtico plano, contém dois momentos de extremidade e um esforço axial. Os esforços axiais entrarão nas condições de resistência e equilíbrio do *tableau*, contudo a função objetivo não compreenderá os normais de plastificação correspondentes, uma vez que estes serão multiplicados por zero, enquanto que os momentos de plastificação serão multiplicados pelos comprimentos das barras nas quais os mesmos atuam.

Considerando a interpretação geométrica para o caso simples da Figura 2.9, a programação linear utilizando a descrição nodal e o teorema estático, minimizará a função peso tendo em vista o teorema do limite superior para mínimo peso, ou seja, analisando a função sempre do lado superior dos hiperplanos (região admissível).

2.3.2 - MÍNIMO PESO PARA CARREGAMENTOS VARIÁVEIS

As cargas variáveis podem ser encaradas como um conjunto de várias cargas atuantes sobre a estrutura, e cada uma variando de um valor mínimo a um valor máximo. A síntese de mínimo peso para carregamentos variáveis deve ser tal que a estrutura assim pré-dimensionada deve satisfazer às condições de equilíbrio e resistência para cada um dos diversos carregamentos fixos, separadamente.

Esta restrição adicional faz com que o limite superior para mínimo peso em carregamento fixo, que é a região admissível indicada na Figura 2.9, contenha a região admissível para carregamento variável.. Este novo limite superior será então faceado inferiormente pelas intersecções dos hiperplanos de cada caso de carregamento, como sugere a Figura 2.11.

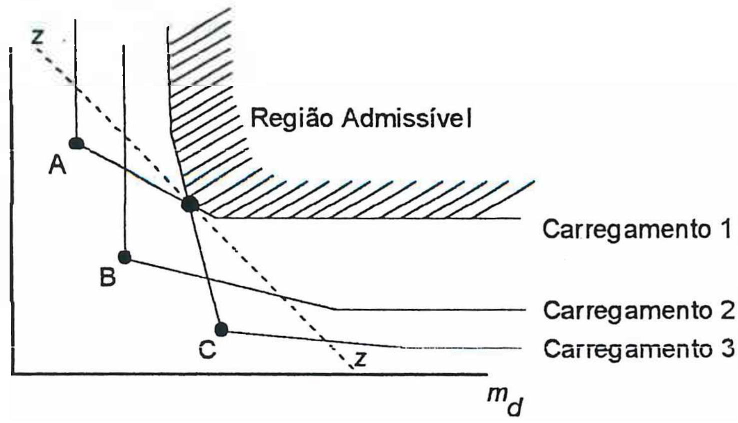


Figura 2.11- Interpretação geométrica, com três carregamentos

Observe que, na Figura 2.11, se a síntese de mínimo peso fosse feita baseando-se na existência apenas do carregamento 1, a função objetivo z seria tangente à respectiva região admissível, no ponto A. Todavia, considerando todos os carregamentos, o ponto A não satisfaz.

A síntese de mínimo peso para carregamento variável só é viável manualmente para casos muitos simples, com poucas combinações de cargas, e pequenas estruturas. Torna-se necessária sua automatização. Uma técnica, é minimizar a função peso para cada caso de carregamento isolado, e ao final, o resultado será a envoltória dos momentos de plastificação encontrados, garantindo que a estrutura assim pré-dimensionada satisfaça individualmente a cada caso de carregamento. Deste modo, se n cargas atuarem sobre a estrutura, é preciso proceder à minimização da função peso para cada combinação de cargas (2^n vezes), e em cada uma, o *tableau* da Figura 2.9 seria utilizado, mudando-se apenas o vetor de cargas $\lambda p\, f$. É desejável que este vetor de cargas possa ser variado automaticamente a cada uma das 2^n repetições do processo, já que sua variação manual é bastante penosa.

Mas Munro [34] descreve uma maneira de se proceder à programação linear com o uso de apenas um *tableau*, o qual já resulta na envoltória dos momentos de plastificação. O grande problema é o extenso tamanho do *tableau* unificado, que, em sua matriz de restrições, o diagrama de esforços resultantes de cada vetor de carga f_i, deverá respeitar as condições de resistência e equilíbrio. A Figura 2.12 nos mostra como se apresentará este *tableau*.

$$\text{Min}\,[\,l^T \mid 0 \quad 0 \;\ldots\ldots\ldots\; 0\,]\begin{bmatrix} m_d \\ m_1 \\ m_2 \\ \vdots \\ m_{2^n} \end{bmatrix}$$

Tal Que

$$\begin{bmatrix}
J_s & -I & 0 & & 0 \\
J_s & I & 0 & & 0 \\
\cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot & \cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot\;\cdot & \cdot \\
0 & L & I & & 0 \\
0 & & L & & 0 \\
 & & & & \\
0 & & & & -I \\
0 & & & & I \\
0 & 0 & 0 & & L
\end{bmatrix}
\begin{bmatrix} m_1 \\ m_2 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ m_{2^n} \end{bmatrix}
\begin{matrix} \geq \\ \geq \\ \\ = \\ \\ \\ \\ \\ = \end{matrix}
\begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \cdot \\ \lambda_p f_1 \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \cdot \\ \lambda_p f_{2^n} \end{bmatrix}$$

Livres $m_1, m_2, \ldots\ldots, m_{2^n}$

Figura 2.12- Mínimo Peso, cargas variáveis (Munro) [34]

No *tableau* acima, o m_i e $\lambda_p f_i$ são, respectivamente, o vetor de esforços secionais e o vetor de cargas de projeto para a *i*-ésima combinação de cargas.

2.4 - PROJETO DE MÍNIMA NORMA EUCLIDIANA

Mello [32], usou o conceito da Mínima Norma Euclidiana para o projeto de estruturas no estado limite último, como alternativa à técnica do Mínimo Peso. A seguir, são apresentados conceitos básicos e fundamentos matemáticos que dão sustentação ao uso da mínima norma euclidiana no projeto estrutural.

2.4.1 - INTERPRETAÇÃO GEOMÉTRICA

Por motivo didático, é lançada primeiramente a interpretação geométrica da Mínima Norma Euclidiana, aplicada à mecânica estrutural.

Considere a equação **(2-2)**. A descrição de malha da estrutura conduz a esta equação como relação de equilíbrio. As duas parcelas da mesma podem ser visualizadas como sendo uma soma vetorial.

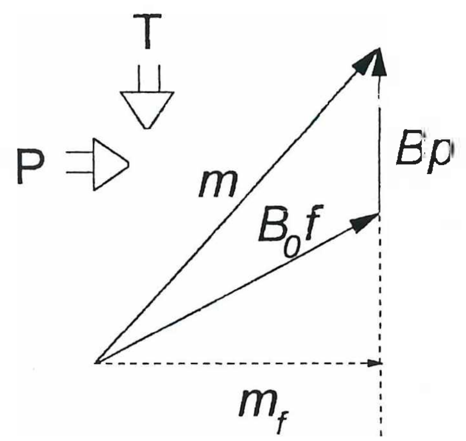


Figura 2.13- Interpretação Geométrica da mínima norma euclidiana

Na figura acima, as matrizes $\boldsymbol{P}$ e $\boldsymbol{T}$ são matrizes de projeção num espaço vetorial normado. A matriz $\boldsymbol{P}$ projeta $\boldsymbol{m}$ em vetores auto-equilibrados. A matriz $\boldsymbol{T}$ projeta o vetor $\boldsymbol{m}$ no vetor $\boldsymbol{m_f}$, de mínima norma, que, estando em equilíbrio com as ações nodais de menor módulo possível, constitui-se nos menores esforços resistentes para a estrutura.

2.4.2 - INVERSAS GENERALIZADAS DE MATRIZES

A teoria das inversas generalizadas envolve conceitos importantes para o estabelecimento e entendimento da teoria da mínima norma. Tais conceitos são resumidamente apresentados a seguir:

Considere os dois casos abaixo de um sistema linear do tipo $Ax = b$:

- **Caso 1**

$$x, b \in R^n \quad \text{e} \quad r(A) = n \tag{2-15}$$

Nestas condições (posto completo de A, vetores $\boldsymbol{x}$ e $\boldsymbol{b}$ com n dimensões) existe uma única inversa da matriz A, tal que:

$$(A^{-1} A = A A^{-1} = I) \; ; \; (A A^{-1} A = A) \; ; \; (A^{-1} A A^{-1} = A^{-1}) \tag{2-16}$$

Deste modo, a única solução do sistema linear é igual a $\boldsymbol{x} = A^{-1} \boldsymbol{b}$

- **Caso 2**

$$x \in R^n \; ; \; b \in R^\beta \quad \text{e} \quad r(A_{\beta n}) \leq \beta \quad com \quad \beta < n \tag{2-17}$$

Neste caso, a matriz dos coeficientes é retangular, com β linhas e $\boldsymbol{n}$ colunas.

A solução do sistema do **Caso 2** requer o uso da teoria das inversas generalizadas de matrizes, pois o vetor solução b requer a inversa de uma matriz retangular A.

Dada uma matriz A nas condições do **Caso 2**, representa-se uma de suas inversas generalizadas pelo símbolo A^-. A seguir, serão apresentadas as definições propostas por Rao[39]:

Definição Fraca – Uma inversa generalizada de A é qualquer matriz retangular A^- que satisfaça à seguinte condição:

$$A A^- A = A \quad \{A_{(\beta \times n)} \text{ e } A^-_{(n \times \beta)}\} \tag{2-18}$$

Definição Forte – Uma inversa generalizada de A satisfaz, além da condição acima, as seguintes condições:

$$A^{-} A = E_1 \ ; \ A A^{-} = E_2 \qquad (2\text{-}19)$$

Onde as matrizes E_1 e E_2 são matrizes idempotentes, ou seja, se elevadas ao quadrado, resultam nelas mesmas. Além disto, o posto destas matrizes equivale ao da matriz A. Observe como as condições **(2-18)** e **(2-19)** são semelhantes às condições descritas em **(2-16)**.

Definição Mais Forte – Se uma inversa generalizada de A satisfaz, além das condições anteriores, à propriedade

$$A^{-}A A^{-} = A^{-} \qquad (2\text{-}20)$$

então esta inversa é dita reflexiva e será designada por A^{-}_{r} . O posto desta inversa reflexiva é igual ao de A.

Definição Mais Forte Ainda – A solução geral para um sistema do tipo $\boldsymbol{Ax = b}$ é dada por:

$$x = A^{-} b + (I - E_1)\ \phi \qquad (2\text{-}21)$$

Onde ϕ é um vetor arbitrário, cujo significado depende do problema físico a resolver. Rao[39] mostra que há várias inversas generalizadas que satisfazem às condições **(2.18)** a **(2.20)**. Definindo-se a norma do vetor x como sendo:

$$||x|| = (x^T N x)^{1/2} \qquad (2\text{-}22)$$

onde N é uma matriz positiva-definida, Rao[39] mostra que:

$$A^{-}_{rm} = N^{1} A^{T} (AN^{1}A^{T})^{-} \qquad (2\text{-}23)$$

é uma inversa generalizada reflexiva de mínima norma do vetor $\boldsymbol{x}$, independentemente do vetor $\boldsymbol{b}$. Esta última definição caracteriza a inversa generalizada utilizada na Mínima Norma.

Se o posto da matriz A é igual a β, com posto completo, então a inversa generalizada de mínima norma será única:

$$A^{-}_{rm} = N^{-1} A^{T} (AN^{-1}A^{T})^{-1} \qquad (2\text{-}24)$$

No caso particular de $N = I$, (matriz identidade) a norma do vetor x é a norma euclidiana e a inversa generalizada será

$$A^{-}_{rm} = A^{T} (A A^{T})^{-1} \qquad (2\text{-}25)$$

2.4.3 - ANALOGIA À ANÁLISE ESTRUTURAL

Todo o tratamento teórico relacionada às inversas generalizadas possui aplicação na análise estrutural, segundo constatação de Mello [32].

Pré-multiplicando a equação **(2-2)** por B^{T}, resultará em:

$$B^{T}m = B^{T} B_{0} f + B^{T} B\, p \qquad (2\text{-}26)$$

Isolando o vetor p, na equação acima,

$$p = (B^{T} B)^{-1} B^{T} [\, m - B_{0} f \,] \qquad (2\text{-}27)$$

Chamando $P = B\,(B^{T}B)^{-1} B^{T}$ e pré-multiplicando a equação **(2-27)** por B,

$$P\,m = B\,p + P\,B_{0} f \qquad (2\text{-}28)$$

A equação **(2-28)** é um importante resultado, já que a matriz P é idempotente e simétrica, sendo então uma matriz de projeção intrínseca à descrição nodal acima. Se P é de projeção, logo a matriz $T = (I - P)$ também será de projeção, já que é idempotente e simétrica. O fato é que as matrizes de projeção P e T são ortogonais e são justamente as matrizes identificadas na interpretação geométrica da Figura 2.13. Analisando esta figura e a equação **(2-28),** a matriz de projeção P transformou o vetor de esforços m no vetor correspondente ao lado direito da dita equação. Similarmente, a matriz de projeção T transformará o mesmo vetor de esforços m, através da transformação linear ortogonal àquela da equação **(2-28)**. A diferença é que a matriz T é capaz aqui de projetar tanto o vetor de esforços m como o vetor $B_0 f$ sobre uma mesma norma, o que os torna passível de comparação. Sendo assim,

$$m_f = Tm = T B_0 f \tag{2-29}$$

O vetor m_f na equação **(2-29)** é na verdade o vetor dos esforços de mínima norma euclidiana, que pode ser visto como o vetor dos mínimos esforços resistentes da estrutura, pois está equilibrado com o vetor de ações nodais de mínimo módulo possível (este também fora projetado).

Considerando a descrição nodal, a solução para os esforços m, mediante aplicação da equação **(2-5)**, requer a inversa da matriz de equilíbrio L. No caso de se trabalhar com uma com uma estrutura isostática, a matriz L é quadrada e sua inversa é direta. Porém, em estruturas hiperestáticas, a inversa da matriz de equilíbrio deve ser tratada pela teoria das inversas generalizadas de matrizes. Identificando-se m com x, L com A, f com b, tem–se, de **(2.23)**:

$$H = KL^T (LKL^T)^{-1} \tag{2-30}$$

e de **(2.21)**, tem-se:

$$m = H\lambda - (I - HL)K\theta_0 \tag{2-31}$$

A equação **(2-31)** fornece a solução para os esforços elásticos, considerando a descrição nodal.

Através da descrição nodal, a expressão para os esforços m é dado pela equação **(2-31)**. Comparando a equação **(2-32)** com a equação **(2-23)**, observa-se que a matriz H é uma inversa reflexiva de mínima norma de L. Por esta descrição, a matriz de projeção T será dada pela equação **(2-32)**.

$$T = HL = KL^T (LKL^T)^{-1} L \tag{2-32}$$

2.5 - ANÁLISE MODAL

Foi executada a análise modal nesta pesquisa, de forma a analisar como as estruturas calculadas com base em Mínimo Peso e Mínima Norma se comportam em termos de frequências naturais e seus respectivos modos de vibração. A análise dinâmica é proveniente da solução da equação de movimento, a qual significa um equilíbrio de forças de inércia, de amortecimento, e forças elásticas, com um vetor de forças externas aplicadas, como sugere a equação **(2-33)**.

$$M\ddot{u}(t) + C\dot{u}(t) + Ku(t) = f(t) \qquad \textbf{(2-33)}$$

Quando se trabalha com edifícios de andares múltiplos, por exemplo, a equação acima pode ser expressa matricialmente, onde M é a matriz de massa da estrutura, C é a matriz de amortecimento, enquanto que K diz respeito à matriz de rigidez da estrutura. Ambas as matrizes são quadradas e de ordem β. A equação de movimento para análise de vibrações livres deriva justamente da equação **(2-33)**, porém com o vetor de forças f igual a zero. Segundo Paz [38], o amortecimento existente numa estrutura é relativamente pequeno, quase não afetando as frequências e os modos normais. Sendo assim, sobrará apenas a equação abaixo:

$$M\ddot{u}(t) + Ku(t) = 0 \qquad \textbf{(2-34)}$$

A função $u(t)$ acima é assumida como sendo harmônica, do tipo $u(t) = \Phi \sin(wt + \theta)$. Esta é então substituída na equação **(2-34)**, recaindo no chamado problema característico ou problema de autovalor, expresso pela equação abaixo:

$$(K - \omega^2 M)\,\Phi = 0 \qquad \textbf{(2-35)}$$

Todas as soluções não-triviais da equação acima provêm da singularidade do termo entre parêntesis. Quanto maior a discretização, maior será então o número de frequências deduzidas pela equação **(2-35)**.

Nesta pesquisa, a análise modal é executada pelo pacote ANSYS. Este, utiliza-se de métodos para extração dos valores característicos, tais como o HBI (*Householder and Bisection – Inverse Iteration*), HQRI ou ainda o método de subespaço (ANSYS)[4].

O HQRI (*Householder - QR Inverse Iteration*) é outro método de extração de valores próprios, que consiste em transformar uma matriz simétrica em uma tridiagonal, e então aplicara fatoração QR sobre a matriz tridiagonalizada a fim de encontrar os valores próprios.

$$\begin{bmatrix} x & & & \\ x & x & sim & \\ x & x & x & \\ x & x & x & x \end{bmatrix} \Rightarrow \begin{bmatrix} x & x & & \\ x & x & x & \\ & x & x & x \\ & & x & x \end{bmatrix}$$

A tridiagonalização é alcançada após executar a seguinte operação por β -1 vezes, onde β é a ordem da matriz que será operada, A (Bathe)[5]:

$$A_{m+1} = P\, A_m\, P \qquad \textbf{(2-36)}$$

Observe que a matriz de transformação $\boldsymbol{P}$, a cada passo, é calculada da seguinte maneira:

$$P = I - \frac{w.\,w^T}{h} \qquad \textbf{(2-37)}$$

O denominador h é um escalar que é calculado como a seguir:

$$h = G^2 + G.\,a_{m+1,m} \qquad \textbf{(2-38)}$$

$$G = \left(\sum_{i=m+1}^{\beta} a_{i,m}^2 \right)^{1/2} sign\left(a_{m+1,m}\right) \qquad \textbf{(2-39)}$$

Por sua vez, o vetor coluna w, para cada passo, é calculado como segue:

$$w = \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ a_{m+1,m} + G \\ a_{m+2,m} \\ a_{m+3,m} \\ \vdots \\ a_{\beta,m} \end{bmatrix} \qquad \textbf{(2.40)}$$

A iteração QR (Bathe)[5]:

A iteração QR transforma uma matriz A em um produto de duas matrizes A = Q.R, onde Q é uma matriz ortogonal enquanto que R é uma triangular superior. A partir daí, se calcula a matriz resultado da multiplicação $A_1 = Q^{-1}AQ = RQ$. De uma forma geral, a iteração é feita da seguinte maneira:

$$A_{K+1} = R_K . Q_K \qquad \textbf{(2-41)}$$

Quando a matriz da iteração $K+1$ se equiparar com a da iteração K, a menos de um erro de parada, a iteração poderá ser interrompida. Convém observar que a iteração QR preserva a propriedade tridiagonal da matriz. Ao final do processo, os valores característicos da matriz tridiagonal equivalem aos valores característicos das submatrizes principais, ou seja, quaisquer submatrizes quadradas que estejam ao longo da diagonal principal.

O método da iteração de subespaço (Bathe)[5]:

Informando através do arquivo de entrada a linha MODOPT,SUBSPC o método da iteração de subespaço é desencadeado, com o intuito de determinar os valores próprios do sistema. Partindo da equação **(2-35)**, a seguinte equação pode ser escrita:

$$K\,\Phi = M\,\Phi\,\Lambda \qquad \textbf{(2-42)}$$

Acima, a matriz Λ é triangular superior, cujos elementos diagonais são iguais às frequências naturais. A matriz Φ é tal que cada coluna é um autovetor que satisfaz à equação **(2-42)**. O método consiste em fixar uma matriz de partida X, a partir da qual serão feitas transformações como se mostra a seguir, de tal maneira que este vetor X, após um suficiente número de iterações, converge para a matriz Φ, a qual contém os autovetores (Bathe)[5]. Seguindo os passos, tem-se:

- ***Passo 1:***

É calculada a matriz X'_{K+1} ,tal que seja satisfeita a relação $K\,X'_{K+1} = M\,X_K$;

- *Passo 2:*

Calcula-se a projeção dos operadores $\boldsymbol{K}$ e $\boldsymbol{M}$ em relação à base da transformação linear da etapa $K+1$. Assim, $\boldsymbol{K}_{K+1} = X'^{T}_{K+1} \,.\, \boldsymbol{K} \,.\, X'_{K+1}$ e $\boldsymbol{M}_{K+1} = X'^{T}_{K+1} \,.\, \boldsymbol{M} \,.\, X'_{K+1}$

- *Passo 3:*

Procede-se à resolução do sistema de autovalores e autovetores para os operadores projetados, onde Q_{K+1} é a matriz de autovetores que sofreu um processo de normalização.

$$K_{K+1} \,.\, Q_{K+1} = M_{K+1} \,.\, Q_{K+1} \,.\, \Lambda_{K+1} \qquad \textbf{(2.43)}$$

- *Passo 4:*

Calcula-se uma aproximação X_{K+1} para os autovetores.

$$X_{K+1} = X'_{K+1} \,.\, Q_{K+1} \qquad \textbf{(2.44)}$$

- *Passo 5:*

Finalmente, lançando-se X_{K+1} ***Passo 1*** e repetindo o processo, haverá as seguintes convergências:

$$X_{K+1} \Rightarrow \Phi \quad ; \quad \Lambda_{K+1} \Rightarrow \Lambda \qquad \textbf{(2.45)}$$

Obs: No processo descrito acima, os vetores-coluna das matrizes X_{K+1} e X_K se tornariam a cada iteração mais paralelos entre si, o que faz necessário o uso do processo de ortogonalização do ***Passo 2***. Outra observação importante reside no fato de que as matrizes projetadas $\boldsymbol{M}_{K+1}$ e $\boldsymbol{K}_{K+1}$ tendem a se transformar em diagonais, o que é uma vantagem no uso do método de Jacobi para a resolução do sistema do ***Passo 3***. Sabe-se que a condição de convergência do método de Jacobi é tal que o módulo do elemento da diagonal principal da matriz de coeficientes deve superar a soma dos módulos dos demais elementos da mesma linha. E isto ocorre na matriz diagonal.

2.5.1 – ANÁLISE MODAL PELO ANSYS

A análise modal executada para as aplicações deste trabalho (encontradas no capítulo 4) utiliza o método da iteração de subespaço, descrito sumariamente no item anterior. A tabela abaixo mostra um resumo de vantagens e desvantagens dos dois principais métodos utilizados pelo ANSYS [4].

Tabela 2.1- Vantagens e Desvantagens dos métodos usados pelo ANSYS.

Método	Vantagens	Desvantagens
Householder (HBI)	1) É um método mais rápido.	1) O usuário terá que escolher os graus de liberdade de maneira manual; 2) O usuário deverá conhecer previamente como se comportará a estrutura para uma correta colocação dos graus de liberdade; 3) A escolha dos graus de liberdade de forma inconveniente poderá resultar em uma solução dinâmica da estrutura diferente da real; 4) O método utiliza uma matriz de massa condensada.
Subespaço	1) A solução é mais precisa, já que utiliza a matriz de massa consistente; 2) Não é necessária a escolha manual dos graus de liberdade; 3) Possibilita a análise de estruturas irregulares, com distribuição desigual de massa; 4) É mais adequado quando o arquivo de entrada é gerado automaticamente.	1) É um método mais lento; 2) Necessita de um critério de parada (convergência) a cada iteração.

Os principais fatores que nortearam a escolha do método da iteração de subespaço foram a maior precisão que o método confere e a maior adequação a um processo de geração automática de arquivo, tal como é feito pelas aplicações desenvolvidas nesta pesquisa. Desta forma, o método mais adequado é o método da iteração de subespaço.

O método de Householder (HBI), ressalte-se, também pode utilizar a escolha automática dos graus de liberdade. O algoritmo que executa essa ação conhece previamente o número de graus de liberdade ativos da estrutura e o número de graus de liberdade "mestres", ou seja, aqueles que realmente serão submetidos ao processo de tridiagonalização de Householder. Os graus de liberdade cujos elementos diagonais das matrizes de rigidez e massa produzirem maior razão serão eliminados pelo algoritmo até que sobrem apenas o número de graus de liberdade "mestres" definido pelo usuário. O inconveniente dessa escolha automática é a maneira pela qual os graus de liberdade vão sendo encontrados pelo algoritmo, que usa um método de onda frontal. Assim, a disposição final dos graus de liberdade dependerá em muito de "quem a onda frontal encontrou primeiro". Isto depende da discretização e das conectividades impostas pelo usuário, pois elas definirão a posição das linhas respectivas aos graus de liberdade nas matrizes. Maiores detalhes poderão ser encontrados no Apêndice A, e no Manual do ANSYS [4].

2.5.2 – PRINCIPAIS CARACTERÍSTICAS DINÂMICAS ESTRUTURAIS

A colocação das tabelas de frequências típicas abaixo é de fundamental importância para a comparação com as frequências naturais calculadas nas aplicações. Desta forma, o bom desempenho dinâmico das estruturas aqui analisadas dependerá em muito da utilização a elas associada.

- *Vibrações Induzidas pelo Homem*

O movimento rítmico do corpo humano que dura pelo menos 20 segundos (CEB) [13] pode se comportar como forças dinâmicas de caráter periódico, o que poderá incitar a estrutura especialmente se a mesma apresenta baixos modos de vibração. As atividades do corpo humano sobre as estruturas são devidas ao caminhar lento, moderado e corrida, movimentos rítmicos musicais, entre outros. Se várias pessoas estão envolvidas, especialmente em ritmos musicais, haverá um certo sincronismo do movimento, o que fará com que as forças dinâmicas aumentem linearmente com o número de participantes. A tabela a seguir traz um resumo de como o movimento do corpo humano se apresenta.

Tabela 2.2- Tipos de Movimentos Humanos e Frequências (CEB)[13]

Atividade	Categoria	Frequência	Tipo de Estrutura
Caminhada	Lenta Normal Rápida	1.7 Hz 2.0 Hz 2.3 Hz	Passarelas de pedestres, prédios de escritórios, escadas, etc.
Corrida	Lenta Normal Rápida	2.1 Hz 2.5 Hz > 3.0 Hz	Passarelas para pedestres, passagens para corredores em eventos esportivos, etc.
Pulo	Associado a Treinos Associado a *jazz*	1.5 – 3.4 Hz 1.8 – 3.5 Hz	Ginásios, Estádios esportivos, etc.
Dança	Ritmos modernos	1.5 – 3.0 Hz	Salões de dança, salas de espetáculos, etc.
Aplauso	Aplauso de auditório	1.5 – 3.0 Hz	Auditórios, salas de espetáculos, etc.
Balanço Lateral	Concertos, eventos	1.5 – 3.0 Hz	Estádios esportivos, salas de espetáculos, etc.

• *Vibrações Induzidas por Máquinas*

Os efeitos dinâmicos diretos ocasionados por máquinas vibratórias incidem mais intensivamente sobre os elementos estruturais sobre os quais o maquinário está fixado (CEB)[13]. Os principais tipos de máquinas são as rotativas (motores, geradores), as oscilantes (pistões, compressores) e as impactantes (dobradeiras, máquinas de punção). É usual a confecção de bases rígidas para essas máquinas, que atuam como isoladores de vibração ou ainda bases que contenham algum dispositivo amortecedor ou absorvedor das forças provenientes do movimento vibratório. A Tabela 2.3 nos mostra as frequências de vibração.

Tabela 2.3 – Tipos de Máquinas e Frequências (CEB)[13]

Tipo de Máquina	**Faixa de Frequência de Excitação (Hz)**
Pistões, Compressores	Até 10 Hz
Máquinas de Tecelagem	Até 5 Hz
Motores a Díesel Grandes	De 5 a 15 Hz
Motores Díesel Pequenos	De 15 a 20 Hz
Furadeiras, Brocas	De 3 a 8 Hz
Ventiladores	De 13 a 18 Hz
Motores Elétricos	De 8 a 18 Hz

• *Vibrações Induzidas pelo Vento*

Embora os efeitos do vento em estruturas sejam de características dinâmicas, nem sempre tais efeitos serão pronunciadamente nocivos (CEB)[13]. Estruturas de edifícios que sofrem ação do vento causam desconfortos às pessoas que nelas trabalham ou habitam. Dificilmente os movimentos gerados pelas forças de vento comprometerão a estrutura quanto aos seus estados limites últimos (CEB)[13]. Como mostra a Figura 2.14, a percepção das pessoas quanto ao desconforto ocorrerá em termos de valores limites para a aceleração, como função da frequência fundamental de vibração.

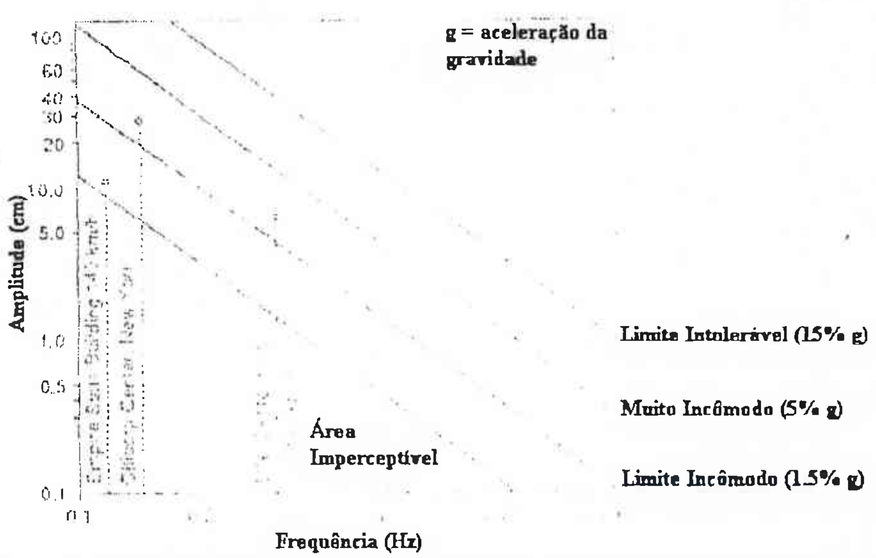


Figura 2.14 – Percepção humana na vibração de estruturas devida ao vento (CEB)[13]

A figura acima apresenta três exemplos de edifícios de grande altura, entre eles o Empire State Building e o Citycorp Center, ambos em Nova Iorque.

2.6 - ANÁLISE DE SEGUNDA ORDEM

Um questionamento que o engenheiro faz acerca da simplificação linear adotada ao longo de toda a história da Engenharia Estrutural foi também colocado por Oden [36] o qual destaca que vivemos num mundo de fenômenos naturais não-lineares, e que sempre foi solucionado pelo caminho linear. A matemática clássica utilizada na solução de problemas de análise estrutural seria inaplicável, principalmente pela carência de instrumentos de cálculo. Hoje, com o advento do computador, é possível valer-se de métodos numéricos, os quais seriam proibitivos quando executados pelo próprio punho.

Embora se saiba que há características do material que contribuem para um comportamento não linear – tal como tensões residuais devidas ao processo de soldagem dos perfis – o comportamento de um pórtico seria não-linear ainda que a seção transversal se comportasse de modo ideal. A razão para tal reside no fato de que há pequenas diferenças na incrementação da geometria da estrutura, tendo como ponto de partida sua forma geométrica inicial. Considerando apenas deslocamentos pequenos, é possível determinar a geometria final da estrutura, partindo de sua configuração inicial (Harrison)[22]

Os programas apresentados e utilizados nesta pesquisa (capítulo 3) possibilitam a consideração da não-linearidade em duas situações:

- *Para o método elasto-plástico incremental:* a matriz de rigidez de membro é modificada através da colocação de funções que consideram a influência do esforço normal nas rigidezes flexionais. Inicialmente é aplicado à estrutura um pequeno incremento de carga, e a partir daí o processo incremental modifica a matriz de rigidez a cada passo, até o mecanismo de colapso ser atingido.
- *Para a análise elástica:* a estrutura é calculada considerando sua configuração deformada. A cada incremento de carga, a geometria deformada é usada no incremento seguinte como dado de entrada. A convergência acontece quando todos os nós do passo i possuem deslocamento menor ou igual a 1% do deslocamento relativo ao passo $(i - 1)$. Deste modo as matrizes de rigidez de membro e de equilíbrio são atualizadas a cada passo.

2.6.1 – A MATRIZ DE RIGIDEZ DE MEMBRO MODIFICADA

Uma das maneiras de encontrar a matriz de rigidez do membro é através da resolução da equação diferencial que relaciona a curvatura, cuja solução é o deslocamento y , normal ao eixo da peça. Uma vez encontrada a solução da equação diferencial, basta encontrar a primeira derivada de y – (dy/dx) – a qual equivale à rotação. Aplicando no contorno, será encontrada uma relação entre as rotações e os momentos associados às mesmas, o que é na verdade a relação explicitada pela equação **(2-4)**. Se for considerada a peça como na Figura 2.15-A, não haverá a parcela de momento $P.y$, uma vez que não há um braço de alavanca y, o que simplificará a resolução, nos conduzindo à relação entre esforços internos e rotações, para o caso linear. Tal fato pode conduzir a erros apreciáveis se existirem cargas axiais elevadas, ainda que as deformações sejam pequenas.

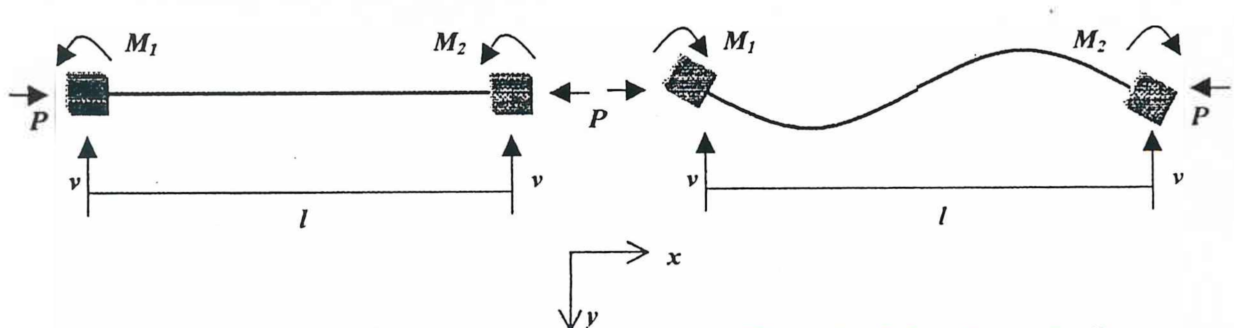


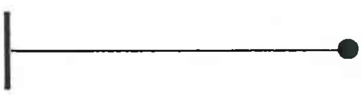
Figura 2.15-A – Caso linear

Figura 2.15-B – Caso não-linear

A diferença para o caso não linear consiste em adicionar à curvatura em um ponto qualquer *x*, o valor da parcela devida ao axial, *Py/EI*. Com isso, procede-se da mesma maneira, resolvendo a equação diferencial e encontrando a relação entre as rotações e seus respectivos momentos internos. Sendo assim, percebe-se que o carregamento axial pode alterar a rigidez à flexão de um membro, e vice-versa. As matrizes de rigidez com as devidas alterações são apresentadas a seguir:

$$K_i = \begin{bmatrix} \phi_1 \dfrac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_2 \dfrac{EI}{L} & \phi_3 \dfrac{EI}{L} \\ 0 & \phi_3 \dfrac{EI}{L} & \phi_2 \dfrac{EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$K_i = \begin{bmatrix} \phi_1 \dfrac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & \phi_5 \dfrac{EI}{L} & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$



$$K_i = \begin{bmatrix} \phi_1 \dfrac{EA}{L} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \phi_5 \dfrac{EI}{L} \end{bmatrix}$$

Figura 2.16- Modificação na Matriz de Rigidez de membro

onde o módulo de elasticidade (E), momento de inércia (I), comprimento do membro (L) e área (A) são características do elemento i. Os valores para os coeficientes ϕ_1, ϕ_2, ϕ_3 segundo Harrison [22] e ϕ_5, segundo Kong [28] estão apresentados abaixo, e são distintos conforme se o elemento é tracionado ou comprimido.

Para elementos tracionados (n > 0):

$$\phi_1 = \frac{1}{1 - \frac{EA}{4n^3 l^2}(\phi' M)}$$

$$\phi_2 = \frac{\omega(\omega + \coth\omega - \coth^2\omega)}{-\omega\coth\omega + 1}$$

$$\phi_3 = \frac{-\omega(\omega - \coth\omega + \coth^2\omega)}{-\omega\coth\omega + 1}$$

onde:

$$\mu^2 = -\frac{n}{EI}$$

$$\mu l = \pi\sqrt{-n/n_{cr}}$$

$$n_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\omega = \frac{\mu l}{2}$$

Para elementos comprimidos (n < 0):

$$\phi_1 = \frac{1}{1 - \frac{EA}{4n^3 l^2}(\phi' M)}$$

$$\phi_2 = \frac{\omega(\omega - \coth\omega + \coth^2\omega)}{\omega\coth\omega - 1}$$

$$\phi_3 = \frac{\omega(\omega + \coth\omega - \coth^2\omega)}{\omega\coth\omega - 1}$$

onde:

$$\mu^2 = \frac{n}{EI}$$

$$\mu l = \pi\sqrt{n/n_{cr}}$$

$$n_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{l^2}$$

$$\omega = \frac{\mu l}{2}$$

Ainda,

$$\phi' M = \mu l(m_1^2 + m_2^2)(\coth\mu l + \mu l \operatorname{cosech}^2 \mu l)$$
$$-2(m_1 + m_2)^2 + 2\mu l \operatorname{cosech}(\mu l) m_1 m_2 (1 + \coth\mu l)$$

$$\phi_5 = \phi_2\left(1 - \left(\frac{\phi_2}{\phi_3}\right)^2\right)$$

É interessante observar que a análise linear é uma particularidade da análise não-linear à medida que, para axial nulo, os coeficientes ϕ_2 e ϕ_3 serão, respectivamente, 4 e –2, enquanto que, para momento nulo, o coeficiente ϕ_1 é unitário, o que, em conjunto, leva aos conhecidos coeficientes da matriz de rigidez para o caso linear.

No entanto os esforços axiais devem ser conhecidos para que se saiba os valores dos coeficientes. É necessário realizar previamente uma análise linear com um pequeno incremento de carga para em seguida proceder-se à análise não-linear.

3- PROGRAMAS DESENVOLVIDOS

3.1 - INTRODUÇÃO

O projeto de estruturas aporticadas, devido ao número de matrizes envolvidas e ao grande número de cálculos efetuados, necessita de ferramenta computacional. Nesta pesquisa foram desenvolvidos programas que nos dão condições para realizar as análises necessárias constantes dos objetivos desta pesquisa.

Para a confecção dos programas foi utilizada a linguagem Visual-Basic 4.0. De modo a permitir que o usuário não saia do programa antes de recomeçar uma nova análise, os programas utilizam um mesmo formulário, de modo que o programa inteiro seja constituído de uma espécie de pacote com diversos sub-programas. Procurou-se compartilhar as rotinas, na tentativa de reduzir ao máximo o código. O programa de análise linear, por exemplo, pode ser acessado por vários métodos diferentes.

Um outro artifício utilizado foi o OLE (*object linked and embedded*). O OLE é uma ferramenta do Windows que permite o interfaceamento com outros programas existentes no computador. Tal recurso possibilita, por exemplo, que, de dentro do programa, seja possível executar o programa comercial LINDO, que foi utilizado para resolver os problemas de programação linear. Desta forma, antes do usuário acessar o LINDO através do OLE, o programa gera um arquivo de dados com o padrão reconhecido pelo aplicativo.

A entrada de dados segue um mesmo padrão para todos os programas, sendo que o pórtico é desenhado em uma área reservada para desenho. A partir do desenho da estrutura na tela, escolhe-se o método e então os dados são fornecidos em forma de tabela, dependendo do método escolhido. Ao final do cálculo, o usuário poderá gravar a estrutura em um arquivo de extensão .STF, para posterior abertura, e desta forma não precisará editar o arquivo. Também, após o cálculo da estrutura, o usuário poderá gerar arquivos de resultados com extensão .REP.

Abaixo é dada uma lista dos programas preparados:

- Análise elástica - cargas fixas e variáveis (Método da rigidez, descrição nodal);
- Análise elasto-plástica incremental;
- Análise plástica limite (com interface LINDO);
- Análise de acomodação plástica - *shakedown* (com interface LINDO);
- Síntese via mínimo peso - cargas fixas e variáveis (com interface LINDO);
- Síntese via mínima norma euclidiana - cargas fixas e variáveis;
- Gerador de arquivo ANSYS, análise estática e modal;
- Dimensionamento.

O esquema gráfico de como os programas estão ligados entre si é apresentado na Figura 3.1:

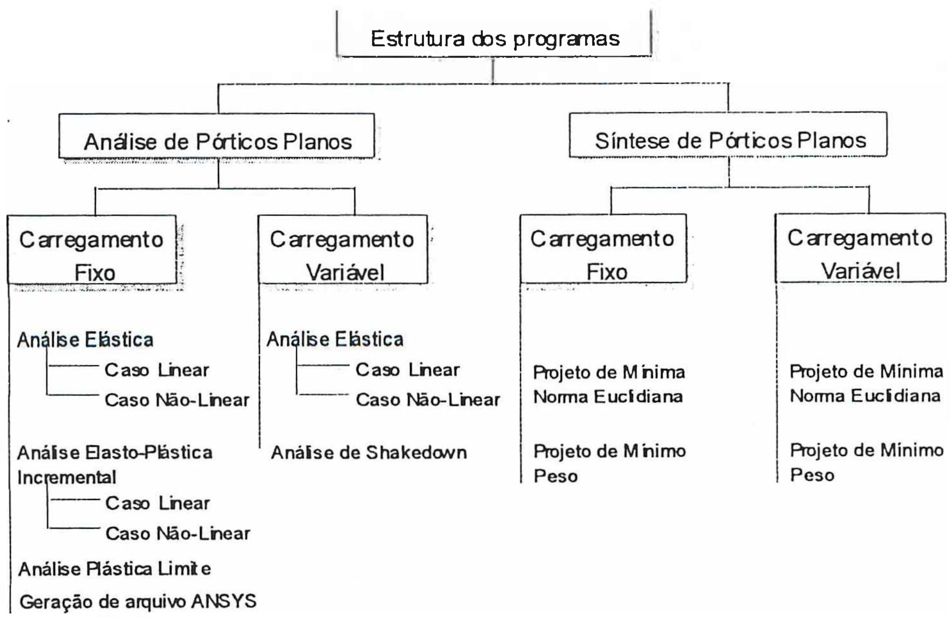


Figura 3.1- Esquema dos programas

Nas figuras 3.2 a 3.7 a seguir, estão apresentadas algumas telas gráficas relativas a diversos ambientes do programa desenvolvido.

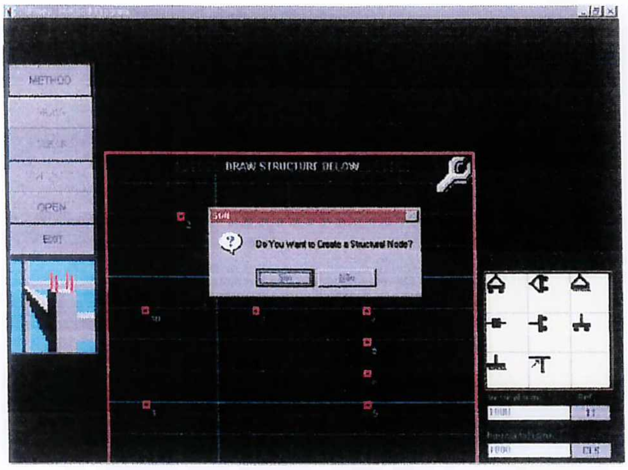


Figura 3.2- Ambiente Entrada de Dados

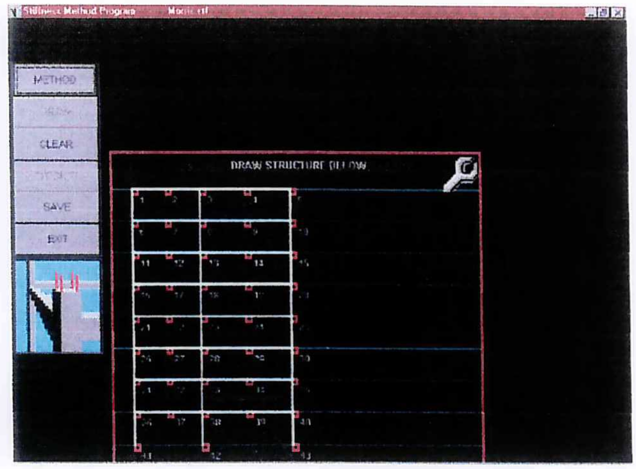


Figura 3.3- Ambiente Entrada de Dados

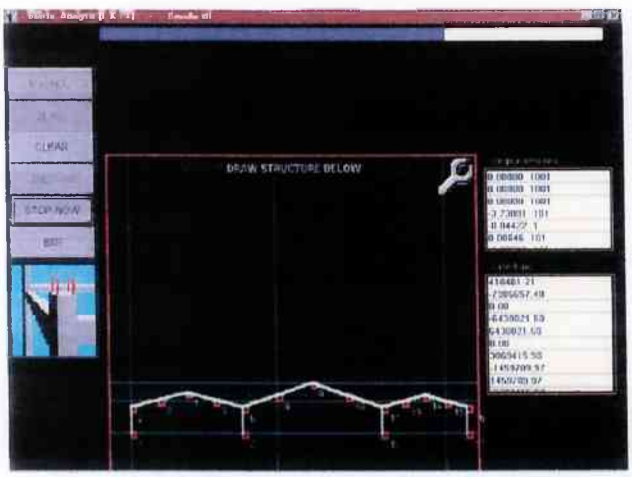


Figura 3.4- Ambiente Análise Elástica

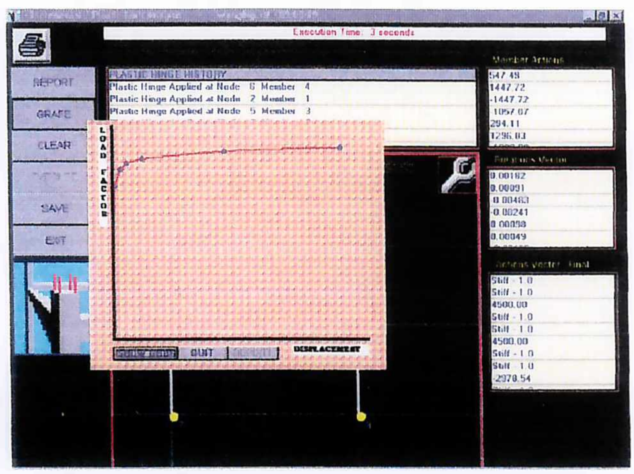


Figura 3.5- Ambiente Análise Incremental

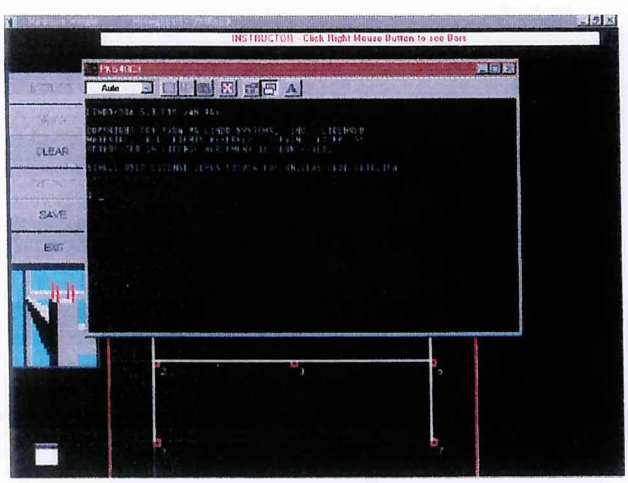


Figura 3.6- Interface Lindo

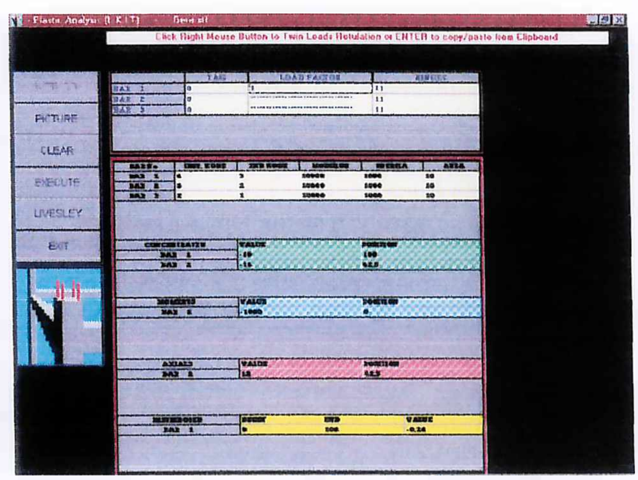


Figura 3.7- Ambiente Entrada de Dados

A seguir está sucintamente apresentado o fluxograma de cada um dos sub-programas

3.2 - ANÁLISE ELÁSTICA LINEAR

O programa de análise elástica linear utiliza, a critério do usuário, ou o método da rigidez direto, ou o método da rigidez analítico. Permite a consideração de rótulas nos elementos, cargas tanto nos nós como nos elementos, e permite que se entrem cargas fixas ou cargas variáveis.

Em caso de carregamento variável, o programa gera automaticamente as combinações de cargas, podendo ainda serem escolhidos grupos de cargas, as quais poderão variar proporcionalmente (como por exemplo, cargas de vento). O resultado para este caso de cargas variáveis, é uma envoltória de esforços e deslocamentos. O programa gera um arquivo de resultados contendo essas envoltórias. O usuário pode ainda gravar a obra, e ao final,

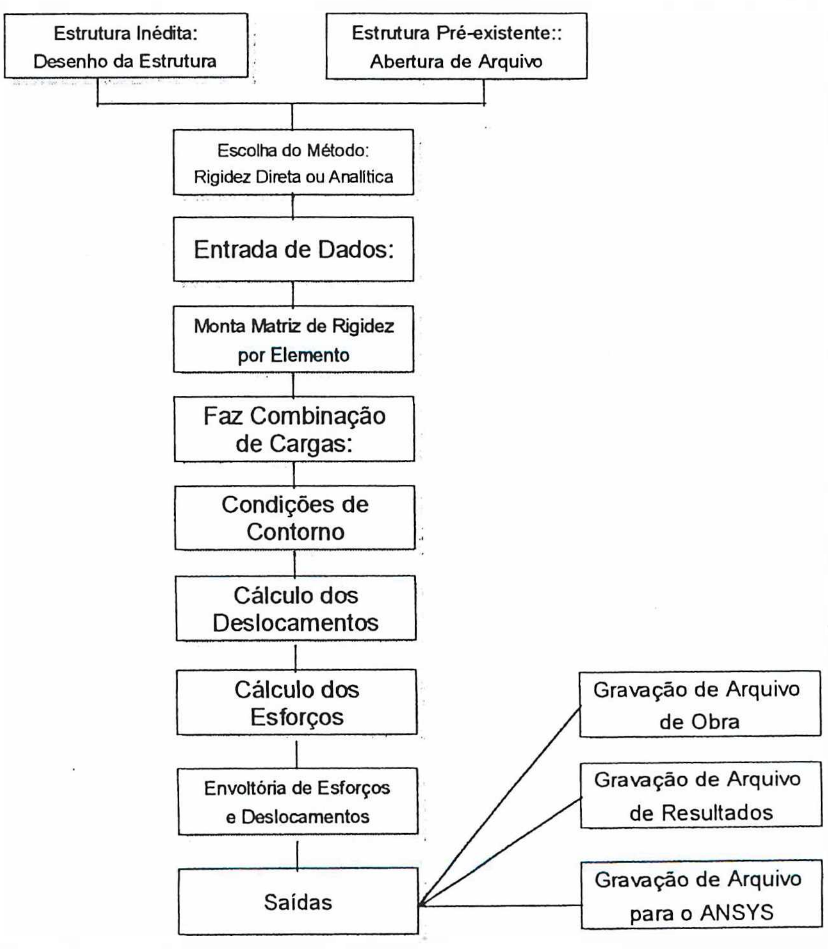


Figura 3.8- Fluxograma Análise Elástica Linear

aparecerá um botão com o título "ANSYS". Clicando sobre este botão, é gravado um arquivo de entrada nos padrões do ANSYS, sendo ainda possível escolher análise estática ou modal. O fluxograma encontra-se na Figura 3.8.

3.3 - ANÁLISE ELASTO-PLÁSTICA INCREMENTAL

O algoritmo do método incremental utilizado neste trabalho é baseia-se nos trabalhos de Wang[44] e Harrison[22]. O programa nos dá a evolução o comportamento da estrutura com a formação das rótulas plásticas. A partir de um referencial de carga de serviço, o programa vai, a cada passo vai incrementando carga e formando as devidas rótulas plásticas. Ao final, temos o mecanismo com a ordem de formação das rótulas plásticas, os deslocamentos acumulados da estrutura, bem como o fator de carga de colapso plástico.

O incremento termina quando ocorre a singularidade da matriz de rigidez. A singularidade é detectada automaticamente pelo programa, pela comparação do pivô com um número muito pequeno. Mesmo assim, na síntese de Mínima Norma Euclidiana, ainda que a estrutura esteja perfeitamente em equilíbrio, o pivô costuma ser muito pequeno, sendo necessário evitar a singularidade neste caso. Ao final do processo, os resultados são mostrados na tela, podendo ser traçado o gráfico fator de carga *x* deslocamento. O fluxograma pode ser visto na Figura 3.9.

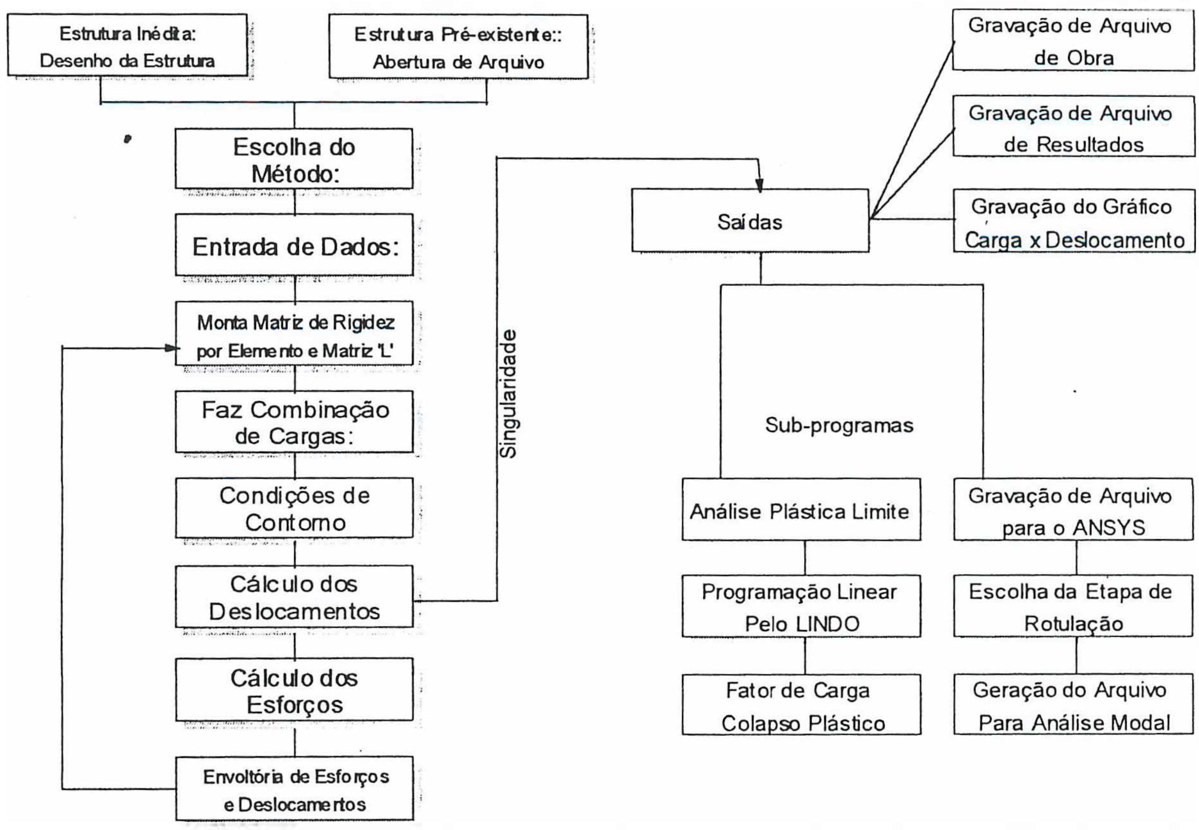


Figura 3.9- Fluxograma Análise Elasto-Plástica Incremental

3.4 - PROJETO DE MÍNIMO PESO

O projeto de mínimo peso pode ser feito tanto para carregamento fixo como para carregamento variável, a depender da entrada de dados. Deste modo, na execução as combinações de carga são geradas automaticamente, e, para cada combinação, é gravado o *tableau* em um arquivo de comandos que será lido e executado em pelo programa comercial LINDO. À medida que o arquivo de comandos vai sendo executado, um arquivo de resultados vai sendo criado paralelamente, que ao final é lido, gerando-se assim as envoltórias de mínimo peso. Por outro lado, caso o usuário entre com cargas simples, o LINDO é executado apenas no modo interativo. A figura 3.10 a seguir esquematiza o projeto de mínimo peso:

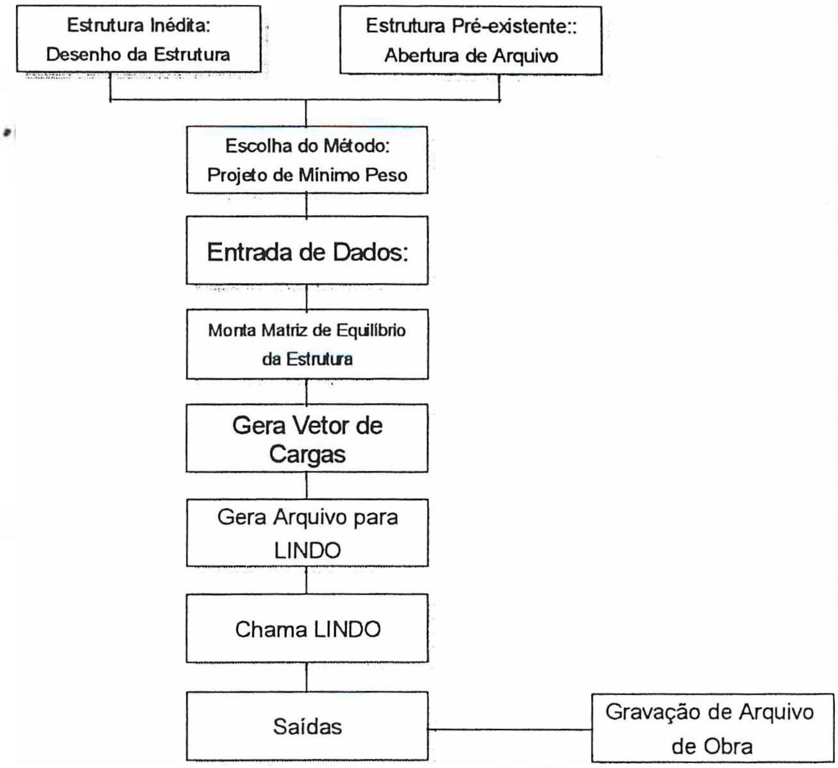


Figura 3.10- Fluxograma Projeto de Mínimo Peso

3.5 - PROJETO DE MÍNIMA NORMA EUCLIDIANA

O projeto de Mínima Norma Euclidiana pode ser usado como uma alternativa ao projeto de Mínimo Peso, sem o inconveniente de depender de um aplicativo externo. A rotina de análise elástica é utilizada, simplesmente substituindo a matriz de rigidez dos elementos desconexos pela matriz identidade. Pelo mesmo processo de entrada de dados, o usuário poderá escolher se deseja proceder o cálculo para carga fixa ou variável. No caso desta última, é gerada combinação automática de cargas e o resultado será a envoltória de esforços de mínima norma.. O esquema do programa é apresentado na Figura 3.11.

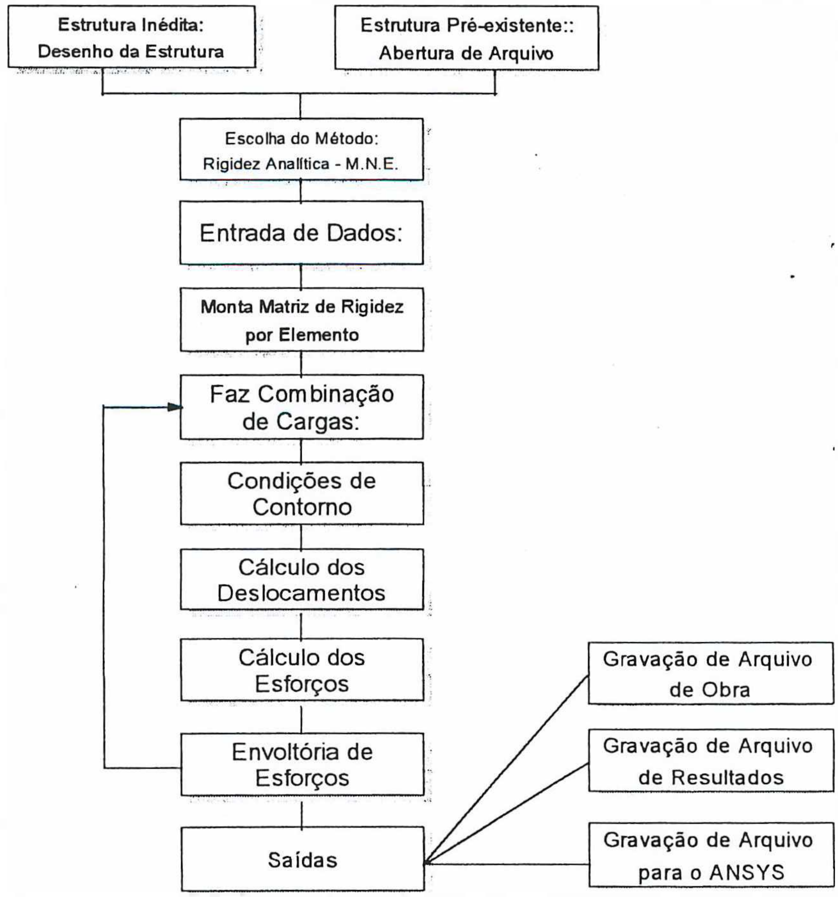


Figura 3.11- Fluxograma Mínima Norma Euclidiana

3.6 – DIMENSIONAMENTO

As estruturas que são pré-dimensionadas com base no mínimo peso ou na mínima norma euclidiana geralmente possuem flechas superiores às permitidas por norma, quando submetidas a carregamento de serviço. O sistema desenvolvido possui a capacidade de dimensionar a estrutura de modo que a mesma satisfaça às considerações de deslocamento limite. Para tanto, o ponto de partida é a estrutura sintetizada por um dos dois métodos comparados no presente trabalho. Com base nos resultados da análise elástica para cargas variáveis realizada previamente na estrutura sintetizada, o usuário deverá informar os deslocamentos limites que julgar conveniente, bem como o deslocamento relativo máximo entre pisos que deseja alcançar. Há que se lembrar que essa primeira análise elástica nos fornece a envoltória de deslocamentos, uma vez que é feita para as combinações diversas de cargas; assim, para cada deslocamento máximo calculado, o programa já conhecerá qual foi a combinação de cargas responsável por tal. Com base nesses dados, é iniciado um processo de dimensionamento baseado em análises elasto-plásticas incrementais sucessivas. A análise incremental fornece a posição da primeira rótula plástica. O perfil correspondente à primeira rótula plástica (juntamente com todos aqueles de mesma variável de projeto) é aumentado de acordo com a próxima linha da tabela de perfis (USIMEC), a qual poderá estar orientada em ordem crescente de inércia ou de peso. Com esta nova estrutura realiza-se novamente uma análise elástica, testando aqueles deslocamentos que foram previamente impostos. Caso algum deslocamento ainda não esteja atendendo às prescrições de norma nova análise incremental é feita, até que a estrutura satisfaça integralmente às informações previamente ditadas pelo usuário.

É importante ressaltar que a estratégia de dimensionamento utilizada neste trabalho não é um processo ótimo, mas permite ao usuário identificar os pontos fracos da estrutura através do método incremental. Um processo realmente ótimo seria a inclusão das restrições de deslocamento, o que implicaria num caso de programação não-linear. No entanto, como esta inclusão não é objetivo desta pesquisa, preferiu-se utilizar o método de dimensionamento incremental descrito acima.

3.7 – CONSIDERAÇÕES DE NÃO-LINEARIDADE

A consideração não-linear ocorre em dois momentos: na análise elástica e na análise elasto-plástica. No primeiro, há modificação na matriz de rigidez do membro pela colocação das funções de Livesley simultaneamente com a atualização das coordenadas dos nós até que haja convergência. No segundo caso, há possibilidade de executar a análise incremental considerando as funções de estabilidade na matriz de rigidez do membro.

A não-linearidade é considerada apenas na análise, mas não entra no processo de dimensionamento descrito em **3.6**, embora o dimensionamento utilize uma estratégia elasto-plástica.

4- APLICAÇÕES

4.1 – INTRODUÇÃO

Neste capítulo são apresentados os resultados através do emprego do sistema desenvolvido especificamente para esta finalidade. Buscou-se selecionar pórticos de tamanhos variados, de modo a representar as diversas situações que um engenheiro poderá encontrar em um projeto real.

Para cada estrutura apresentada a seguir é resolvida sua síntese e posterior análise, considerando para a primeira a atuação dos carregamentos variáveis não-proporcionais e carregamento fixo, para comparação. A análise de deslocamento é realizada considerando também o carregamento variável, onde se obtém uma envoltória de deslocamento. Desta forma, é possível realizar uma análise elasto-plástica incremental considerando o carregamento responsável por determinado deslocamento máximo. É também realizada uma análise modal.

Um ponto importante a destacar é a estrutura sobre a qual se fazem as análises. Para se efetuar esta etapa, é preciso que tenhamos perfis compactos – classe 1 – (ver item **2.2.2**), uma inércia e uma área, bem como um valor para o modulo elástico. Nos pórticos à frente, especialmente no primeiro, buscou-se resolver este problema por dois caminhos distintos: a) utilizando perfis reais, segundo tabela da USIMEC; b) utilizando um perfil que possua exatamente o mesmo momento de plastificação obtido pela síntese, para melhor comparar os métodos

O índice de segurança da estrutura é obtido através do fator de carga de colapso plástico. O desempenho da estrutura é obtida em três ocasiões: a) análise elástica com envoltória de esforços e deslocamentos; b) gráfico *carga x deslocamento* considerando a pior hipótese de carregamento; c) frequências naturais de vibração utilizando o sistema ANSYS.

A síntese consiste na obtenção de valores ótimos para o peso da estrutura, e é realizada considerando a aplicação de cargas variáveis não-proporcionais e para cargas fixas. Sendo assim, é obtida uma solução de Mínimo Peso e, paralelamente, uma solução de Mínima

Norma Euclidiana. Baseando-se nas variáveis de projeto escolhidas, são atribuídos perfis iguais para variáveis de projetos iguais. Sendo assim, é atribuída uma estrutura de acordo com sua respectiva solução, seja ela de mínimo peso, seja ela de mínima norma euclidiana. Ressalte-se que a solução de mínimo peso obtida é na verdade a envoltória plástica proveniente da solução da programação linear; por sua vez, a solução de Mínima Norma Euclidiana é a envoltória de esforços de mínima norma.

O peso total da estrutura é obtido pela soma dos produtos dos momentos de plastificação pelos comprimentos dos respectivos elementos, conforme a equação **(2-14)**. A partir daí, os *pesos diretos* são aqueles obtidos de acordo com o método usado, e os *pesos construtivos* referem-se aos pesos após escolha dos perfis metálicos. O peso é expresso em (kN m.m).

Todos os exemplos estão apresentados em [kN] [m]. O aço utilizado possui os valores de módulo elástico (E) e tensão de escoamento (F_y), respectivamente em:

$$E = 2{,}1.10^8 \ kN/m^2$$
$$F_y = 2{,}5.10^5 \ kN/cm^2$$

Pórtico de Mínima Norma Modificada – Neste foram atribuídas variáveis de projeto indicadas pela solução de Mínima Norma. Este procedimento faz com que o pórtico deixe de ser de Mínima Norma uma vez que para este não faz sentido utilizarmos variáveis de projeto. Porém, em termos práticos, se uma estrutura projetada por Mínima Norma for executada, certamente deverão ser atribuídas variáveis de projeto posteriormente, tal como é feito para o pórtico de Mínima Norma Modificada.

Uma outra análise importante a ser desenvolvida para as estruturas pré-dimensionadas é a análise modal. Através dela é possível conhecer o comportamento da estrutura em termos de frequência de vibração e respectivo modo.

A análise modal foi efetuada com a ajuda do sistema ANSYS – versão 5.3. A contribuição do aplicativo desenvolvido nesta pesquisa recai sobre os arquivos de entrada gerados para serem lidos posteriormente pelo ANSYS. Nos resultados de frequência mostrados nas aplicações a seguir, a estrutura é analisada desde sua forma inicial até seu mecanismo. Logo, para cada estágio de rotulação plástica a estrutura é submetida à sua análise modal.

Um detalhe importante a ser apontado é o elemento utilizado para discretizar a seção na qual surge a rótula plástica. O elemento COMBIN7 (ver Apêndice A), usado em nossa análise, como os próprios manuais do sistema ANSYS sugerem, é útil na aplicação de rótulas internas.

4.1.1 – Legenda Utilizada

Nos exemplos apresentados à frente, devido à diversidade de modelos construtivos adotados, foi seguida uma legenda, a qual está relacionada com a maneira pela qual foram escolhidos os perfis.

MP – Mínimo Peso – os perfis das estruturas que contêm este rótulo possuem seu momento de plastificação exatamente igual àquele encontrado na síntese. As propriedades geométricas são consequência deste fato.

MPC – Mínimo Peso Construtivo – é utilizada a tabela de perfis USIMEC. São escolhidos perfis que satisfaçam ao momento de plastificação adquirido na etapa de síntese.

MPP – Mínimo Peso (tabela de perfis por ordem crescente de peso) – aqui, a tabela de perfis é orientada por ordem ascendente de módulo plástico. É utilizada a estratégia de dimensionamento descrita no item **3.6**.

MPI – Mínimo Peso (tabela de perfis por ordem crescente de inércia) – aqui, a tabela de perfis é orientada por ordem ascendente de inércia. É utilizado a estratégia de dimensionamento descrita no item **3.6**.

MN – Mínima Norma – os perfis das estruturas que contêm este rótulo possuem seu momento de plastificação exatamente igual àquele encontrado na síntese. As propriedades geométricas são consequência deste fato.

MNC – Mínima Norma Construtivo – é utilizada a tabela de perfis USIMEC. São escolhidos perfis que satisfaçam ao momento de plastificação adquirido na etapa de síntese.

MNM – Mínima Norma Modificado – são atribuídas variáveis de projeto posteriormente à solução de Mínima Norma. A partir daí, são escolhidos os perfis da tabela da USIMEC. Ressalte-se que o pórtico **MNC**, embora tenha seus perfis escolhidos da tabela USIMEC, não possui variáveis de projeto atribuídas.

MNP – Mínima Norma (tabela de perfis por ordem crescente de peso) – aqui, a tabela de perfis é orientada por ordem ascendente de módulo plástico. É utilizada a estratégia de dimensionamento descrita no item **3.6**. As variáveis de projeto são idênticas às do **MNM**.

MNI – Mínima Norma (tabela de perfis por ordem crescente de inércia) – aqui, a tabela de perfis é orientada por ordem ascendente de inércia. É utilizada a estratégia de dimensionamento descrita no item **3.6**. As variáveis de projeto são idênticas às do **MNM**.

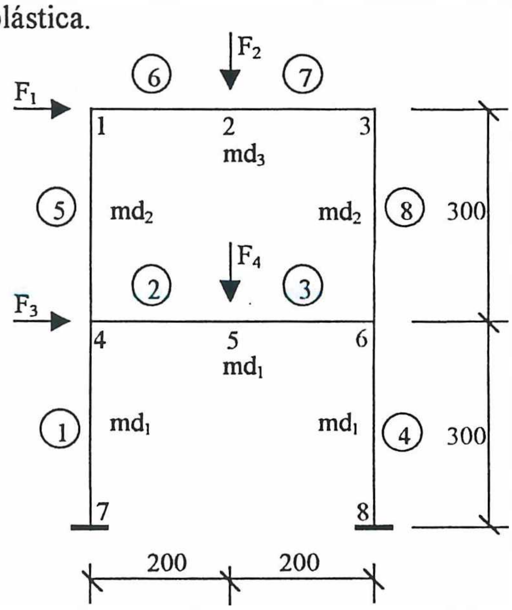
Obs:

a) É importante observar que a estrutura obtida após o dimensionamento não é mais de mínimo peso ou de mínima norma, mas sim uma estrutura *proveniente* destes métodos.

b) Não foi feita em nenhuma aplicação a análise de instabilidade.

4.2 – APLICAÇÃO 1 – Pórtico de Cohn (Apresentado por Hung & Morelle)[26]

O pórtico de Cohn foi utilizado por ser um exemplo clássico[26], constante de várias dissertações de Mestrado (ver por exemplo Paula[37] e Vieira[43]) nas quais foi feita análise plástica.



Carregamento Último:

$0 \leq F_1 \leq 50$ kN

$0 \leq F_2 \leq 150$ kN

$0 \leq F_3 \leq 100$ kN

$0 \leq F_4 \leq 300$ kN

Obs: F_1 e F_3 Acopladas

$\gamma = 1.4$

Figura 4.1- Pórtico de Cohn (valores em cm)

4.2.1 – Pórtico de Cohn – Síntese Plástica Limite

Os resultados abaixo trazem as sínteses realizadas para o pórtico de Cohn, segundo a discretização adotada na Figura 4.1. O caso **MNM** (Mínima Norma Modificada) possui variáveis de projeto atribuídas posteriormente e indicadas pela solução de mínima norma encontrada para o pórtico, como mostrado na figura abaixo:

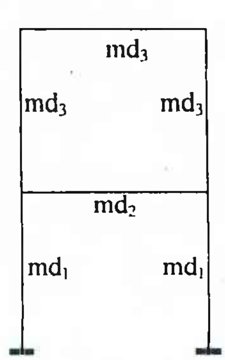


Figura 4.2- Mínima Norma Modificado – Variáveis de projeto

A Tabela 4.1 dá as características dos perfis lidos da tabela USIMEC–Perfis Soldados.

Tabela 4.1- Especificações dos Perfis

Esforço de Projeto	Mínima Norma	Mínimo Peso
md_1	VS 350x200x9,5x6,3	VS 350x200x9,5x6,3
md_2	VS 400x200x9,5x6,3	VS 200x140x8,0x6,3
md_3	VS 250x160x9,5x6,3	VS 300x180x9,5x6,3

Na Tabela 4.1, embora os perfis correspondentes a **md_1** e **md_2** não sejam compactos, é possível realizar sobre eles a análise plástica desde que os mesmos sejam enrijecidos convenientemente na região de formação de rótulas plásticas (ver item **2.2.2**).

Por fim, o gráfico de barras a seguir dá uma idéia de como os pesos diretos e os pesos construtivos se apresentam.

Considerando carregamento não-proporcional:

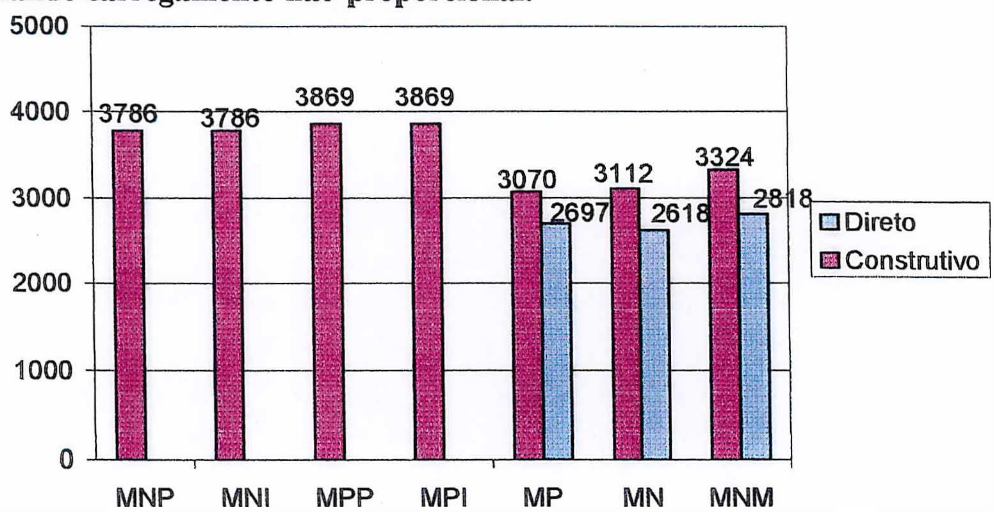


Figura 4.3- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Analisando o gráfico anterior, observa-se que o pórtico de Mínima Norma resultou em peso inferior ao pórtico de Mínimo Peso, devido às variáveis de projeto atribuídas a este. Mesmo se o pórtico de Mínimo Peso tivesse uma variável de projeto para cada barra, poderia ocorrer que seu peso superasse o peso da Mínima Norma, pois esta baseia-se em programação quadrática, enquanto que o Mínimo Peso baseia-se em programação linear. Considerando variáveis de projeto (MNM), obtivemos uma solução de mínima norma aproximadamente 13,7% superior à do mínimo peso, tanto para peso direto, como para construtivo.

Considerando carregamento fixo:

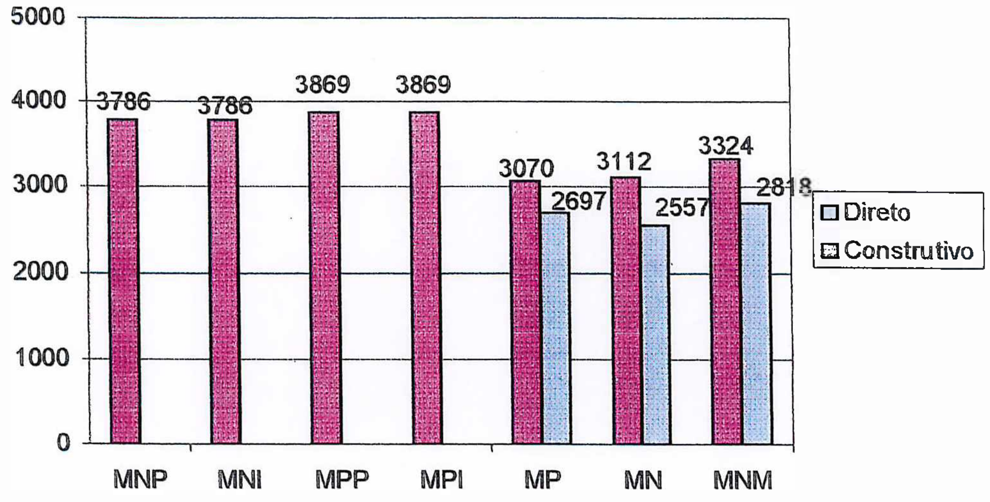


Figura 4.4- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Com exceção do pórtico de Mínima Norma, as demais sínteses para carregamento fixo resultaram em valores idênticos àqueles obtidos para cargas variáveis. O mesmo não ocorrerá nos exemplos apresentados adiante, como se verá.

4.2.2 – Pórtico de Cohn – Análise de Deslocamentos

Os pórticos pré-dimensionados no tópico anterior, são analisados a seguir. A primeira análise que se segue é a análise de deslocamentos. Para tal, aplicam-se os cargas de serviço que variam não proporcionalmente. Os deslocamentos apresentados correspondem à sua envoltória. A análise incremental que se segue é feita com o carregamento responsável pelo maior deslocamento.

A Tabela 4.2 fornece um resumo das soluções para deslocamento do Pórtico de Cohn.

Tabela 4.2- Análise de Deslocamento

	Valor (cm)			
	1*	2**	3***	**Carregamento Responsável**
Mínimo Peso	3.855	3.856	3.861	F_1,F_2,F_3,F_4 – Valor Máximo
Mínima Norma	2.967	2.968	2.970	F_1,F_3,F_4 – Máximo; F_2 - Mínimo
Mínimo Peso Construtivo	2.129	2.130	2.130	F_1,F_2,F_3,F_4 – Valor Máximo
Mínima Norma Construtivo	1.895	1.896	1.897	F_1,F_3,F_4 – Máximo; F_2 - Mínimo
Mínima Norma Modificado	1.659	1.660	1.660	F_1,F_2,F_3,F_4 – Valor Máximo

* - Análise Elástica Linear

** - Análise com Não Linearidade Física (ver item 3.7))

*** - Análise com Não Linearidade Física e Geométrica (ver item 3.7))

Pela Tabela 4.2, observa-se que as ações devidas ao vento (ações F_1 e F_3) foram as principais responsáveis pelo maior deslocamento horizontal do pórtico. Segundo o que sugere a Norma NBR-8800/86 em seu Anexo D, quanto aos valores recomendados para deslocamentos, um pórtico metálico não industrial não pode ter deslocamento horizontal superior a (H/400), onde H é a altura do pórtico. No caso do pórtico de Cohn esse valor equivale a 1.5cm. Pelos valores da tabela acima o pórtico de Mínima Norma Modificado foi o que melhor se comportou. De modo geral, as estruturas calculadas com base em Mínima Norma obtiveram melhores resultados. Observe que o desempenho da estrutura real, obtida da tabela de perfis, foi bem superior quando comparado com a estrutura obtida diretamente do método, no que se refere aos deslocamentos indicados. A redução do valor limite de deslocamento horizontal foi em média de 22%.

Devido à limitação imposta pela norma, como citado acima, foi efetuado no pórtico de Cohn a estratégia de dimensionamento descrita no item **3.6**, lembrando que por esse processo também é testado o deslocamento horizontal entre pisos. À estrutura de Mínima Norma foram posteriormente atribuídas variáveis de projeto, seguindo o padrão sugerido pela própria solução de mínima norma. A Tabela 4.3 resume os resultados.

Tabela 4.3- Análise de Deslocamento – Estruturas Finais

	Valor (cm)		
	1*	2**	3***
MPP	1.293	1.293	1.293
MNP	1.373	1.374	1.374
MPI	1.293	1.293	1.293
MNI	1.373	1.374	1.374

* - Análise Elástica Linear

** - Análise com Não Linearidade Física (ver item **3.7**))

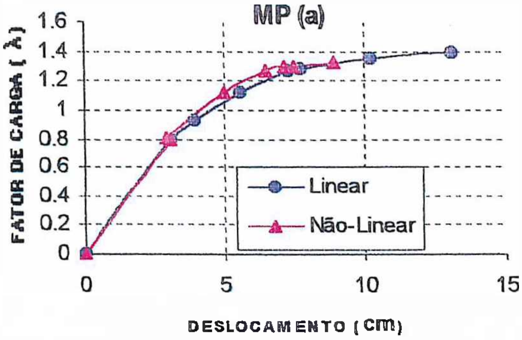
***- Análise com Não Linearidade Física e Geométrica(ver item **3.7**))

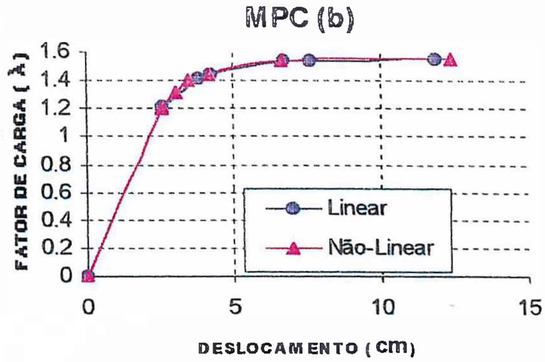
Na tabela acima, o carregamento analisado foi aquele no qual todas as cargas estão em seu valor de serviço máximo (ver Figura 4.1). O deslocamento analisado foi o horizontal superior.

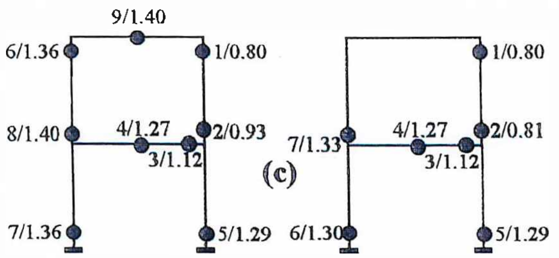
4.2.3 – Pórtico de Cohn – Análise Elasto-plástica

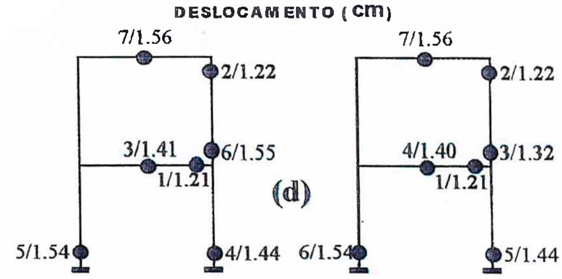
Este tópico trata da análise incremental segundo modelo elasto-plástico. A abcissa dos gráficos apresentados a seguir é o deslocamento em cm.

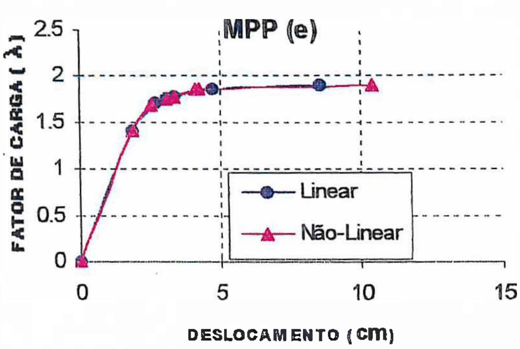
Obs: A análise elasto-plástica dos pórticos da esquerda é linear, ao passo que os pórticos da direita foram analisados com funções de Livesley.

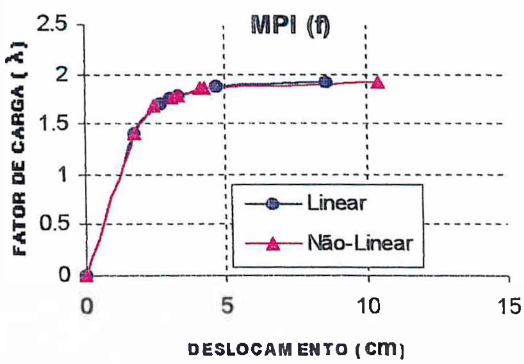


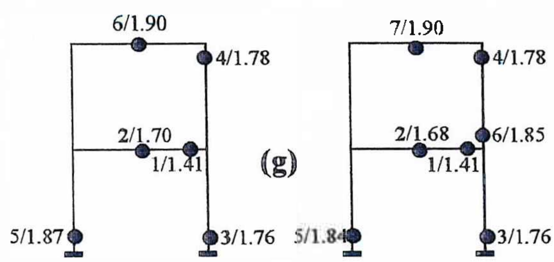


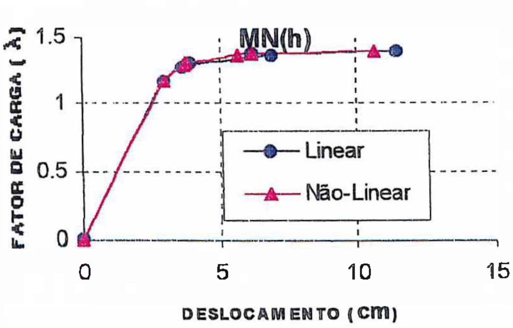


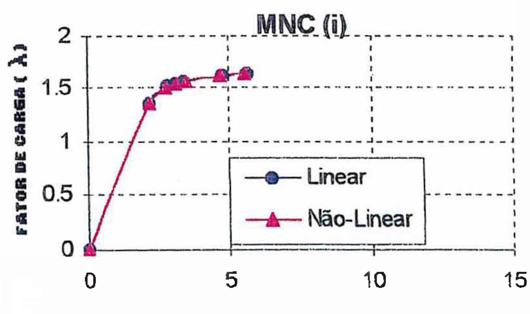


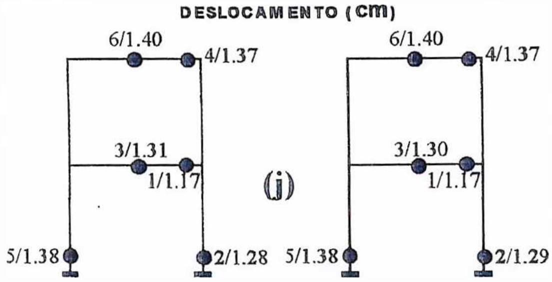


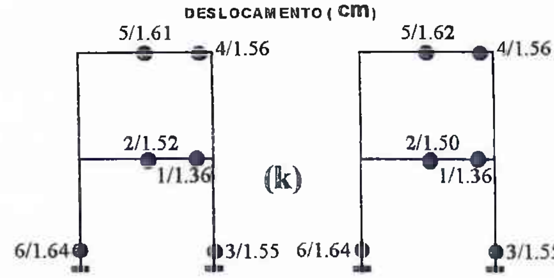












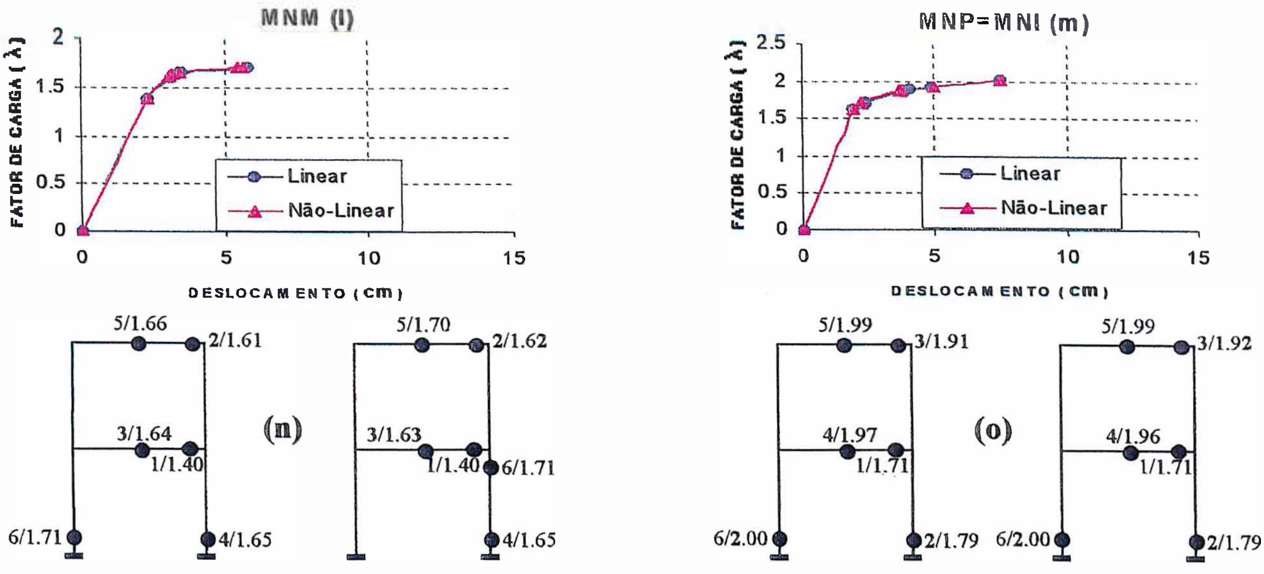


Figura 4.5 – *Fator de Carga* (λ) x *Deslocamento* (*cm*) para o Pórtico de Cohn. (Para cada rótula - figuras 4.5 **c**, **d**, **g**, **j**, **k**, **n**, **o** - consta a indicação ***n***/λ, onde ***n*** é o número de ordem da rótula plástica e λ é o fator de carga correspondente).

Como se observa nos gráficos acima, todos os pórticos, à exceção de **MP**, não apresentam rótulas plásticas em condições de serviço. A inclusão da não-linearidade quase nada alterou nos resultados elasto-plásticos.

4.2.4 – Pórtico de Cohn – Análise Dinâmica

O modo de vibração associado à primeira frequência foi um modo lateral, para todos as casos . Vale ressaltar que os valores reais de frequência poderão ser maiores, devido ao fato de o elemento de rótula do ANSYS (ver apêndice A) ser idealizado como rótula perfeita.

Observa-se que as frequências obtidas das estruturas pré-dimensionadas a partir do modelo de Mínima Norma resultaram em valores superiores aos do Mínimo Peso (compare, por exemplo, valores das tabelas 4.4 e 4.7). As estruturas que obedecem aos estados limites de deslocamentos (**MPI, MPP, MNI, MNP**) possuem o valor de primeira frequência em dobro, quando comparadas com as estruturas iniciais.

Para se ter uma idéia de como as frequências a seguir podem ser analisadas, tome como exemplo a tabela 4.6. Na coluna associada ao terceiro modo de vibração, a frequência cai de 74.1 para 65.5 Hz, com o surgimento da segunda rótula, ou seja, a uma taxa bem maior do que já vinha diminuindo. Isto se deve ao surgimento da segunda rótula na viga superior, cujo movimento está diretamente associado ao terceiro modo de vibração.

As tabelas de frequências (em Hertz) são apresentadas a seguir.

Tabela 4.4- Frequências em Hz - **MN**

	1ª Fq	2ª Fq	3ª Fq	4ª Fq	5ª Fq
Rígida	11.3	30.0	48.4	75.5	105.5
1 Rótula	8.6	29.6	48.3	65.5	105.3
2 Rótulas	7.75	25.8	48.0	65.5	89.3
3 Rótulas	5.6	24.6	32.2	48.2	89.3
4 Rótulas	4.8	20.6	32.1	41.4	77.3
5 Rótulas	1.8	18.3	28.3	41.3	77.3
Mecanismo	0.0	11.6	22.3	28.8	77.3

Tabela 4.5- Frequências em Hz - **MNC**

	1ª Fq	2ª Fq	3ª Fq	4ª Fq	5ª Fq
Rígida	16.9	44.4	69.8	107.6	152.1
1 Rótula	13.1	43.4	69.7	94.1	151.3
2 Rótulas	10.8	39.6	49.4	69.9	148.9
3 Rótulas	8.6	35.7	47.9	69.4	129.8
4 Rótulas	7.4	30.1	47.6	59.8	113.8
5 Rótulas	6.28	18.7	35.5	47.6	113.8
Mecanismo	0.00	17.1	32.7	42.5	113.8

Tabela 4.6- Frequências em Hz - **MNM**

	1ª Fq	2ª Fq	3ª Fq	4ª Fq	5ª Fq
Rígida	17.8	46.8	74.3	111.1	165.1
1 Rótula	13.7	46.3	74.1	98.0	153.7
2 Rótulas	12.2	39.3	65.5	97.9	128.7
3 Rótulas	9.4	38.0	51.1	65.7	128.4
4 Rótulas	7.5	34.0	50.6	65.5	113.9
5 Rótulas	6.2	22.5	42.7	50.9	113.8
Mecanismo	0.00	20.2	37.8	47.9	113.8

Tabela 4.7- Frequências em Hz - **MP**

	1ª Fq	2ª Fq	3ª Fq	4ª Fq	5ª Fq
Rígida	9.8	27.9	46.8	74.0	109.7
1 Rótula	8.1	26.0	44.8	71.2	84.4
2 Rótulas	7.2	25.6	44.8	53.3	74.0
3 Rótulas	6.7	21.6	44.8	53.2	63.0
4 Rótulas	5.8	18.5	33.6	44.8	53.3
5 Rótulas	4.9	15.9	33.2	44.8	53.2
6 Rótulas	3.1	12.9	33.2	42.1	53.1
Mecanismo	0.00	7.9	28.9	42.1	53.0

Tabela 4.8- Frequências em Hz - **MPI**

	1ª Fq	2ª Fq	3ª Fq	4ª Fq	5ª Fq
Rígida	19.2	54.6	84.8	118.5	181.6
1 Rótula	15.1	54.1	84.7	101.9	176.5
2 Rótulas	12.3	51.6	56.9	84.8	175.6
3 Rótulas	10.0	47.2	55.2	84.5	149.0
4 Rótulas	8.5	39.7	55.1	75.7	131.0
5 Rótulas	3.2	34.1	50.7	75.3	131.0
Mecanismo	0.00	23.1	43.4	53.0	131.0

Tabela 4.9- Frequências em Hz - **MPP**

	1ª Fq	2ª Fq	3ª Fq	4ª Fq	5ª Fq
Rígida	19.2	54.6	84.8	118.5	181.6
1 Rótula	15.1	54.1	84.7	101.9	176.5
2 Rótulas	12.3	51.6	56.9	84.8	175.6
3 Rótulas	10.0	47.2	55.2	84.5	149.0
4 Rótulas	8.5	39.7	55.1	75.7	131.0
5 Rótulas	3.2	34.1	50.7	75.3	131.0
Mecanismo	0.00	23.1	43.4	53.0	131.0

Tabela 4.10- Frequências em Hz - **MPC**

	1ª Fq	2ª Fq	3ª Fq	4ª Fq	5ª Fq
Rígida	15.5	42.6	70.6	104.7	156.1
1 Rótula	12.6	40.6	70.6	90.3	145.5
2 Rótulas	11.1	32.5	48.8	66.8	110.9
3 Rótulas	9.2	32.5	48.8	66.8	110.8
4 Rótulas	7.4	28.8	48.2	66.7	101.9
5 Rótulas	2.3	24.5	42.8	66.6	101.8
6 Rótulas	2.0	20.7	42.8	66.6	78.2
Mecanismo	0.00	11.1	30.2	43.2	78.2

Tabela 4.11- Frequências em Hz - **MNI**

	1ª Fq	2ª Fq	3ª Fq	4ª Fq	5ª Fq
Rígida	19.0	49.8	85.7	111.0	179.3
1 Rótula	14.5	49.8	85.6	98.2	169.1
2 Rótulas	12.9	44.4	85.1	98.2	139.0
3 Rótulas	11.7	37.5	75.6	98.2	123.2
4 Rótulas	7.7	37.3	49.7	75.8	123.2
5 Rótulas	6.2	25.3	46.7	51.3	123.2
Mecanismo	0.00	22.7	40.1	50.9	123.1

Tabela 4.12- Frequências em Hz - **MNP**

	1ª Fq	2ª Fq	3ª Fq	4ª Fq	5ª Fq
Rígida	19.0	49.8	85.7	111.0	179.3
1 Rótula	14.5	49.8	85.6	98.2	169.1
2 Rótulas	12.9	44.4	85.1	98.2	139.0
3 Rótulas	11.7	37.5	75.6	98.2	123.2
4 Rótulas	7.7	37.3	49.7	75.8	123.2
5 Rótulas	6.2	25.3	46.7	51.3	123.2
Mecanismo	0.00	22.7	40.1	50.9	123.1

Por ilustração, apresentam-se a seguir os primeiros quatro modos de vibração do pórtico de Cohn, para estrutura rígida, considerando o caso **MNC**:

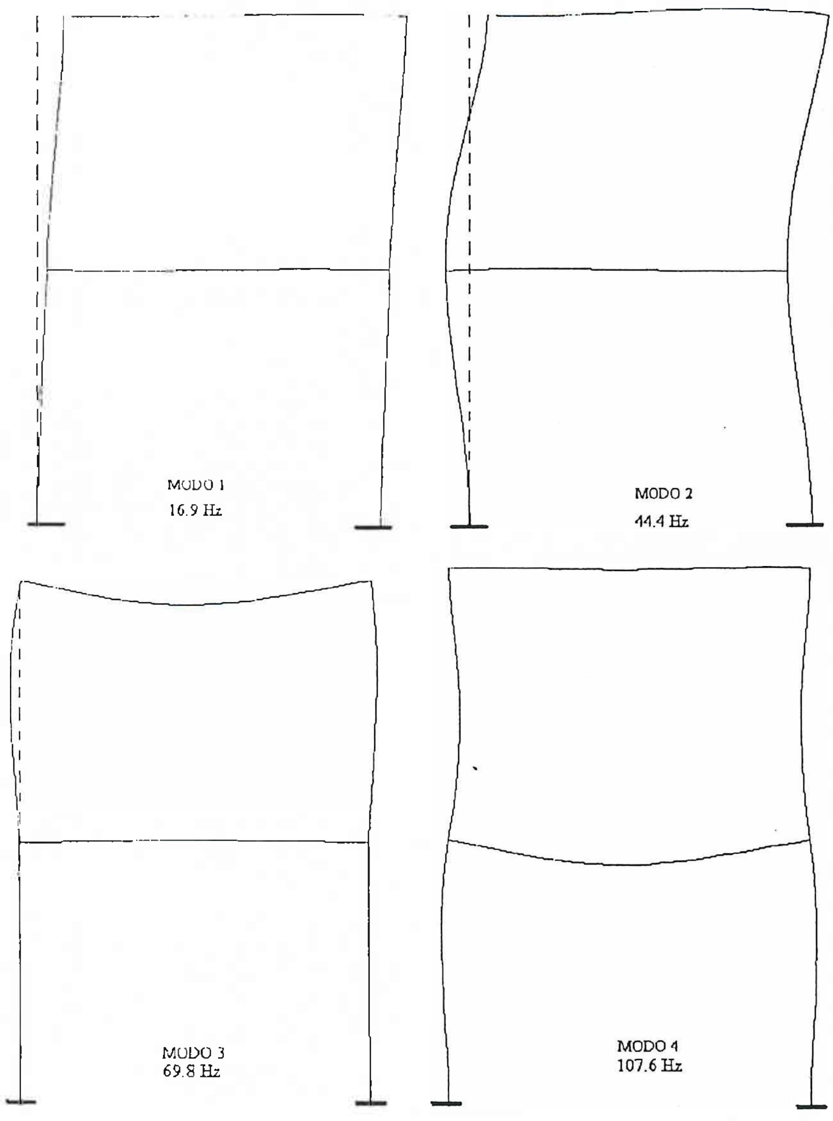


Figura 4.6 – Modos de Vibração – Pórtico de Cohn

Como se pode observar , a síntese para cargas fixas resultou em valores idênticos aos da síntese para carregamento não-proporcional. A única exceção refere-se ao pórtico de Mínima Norma, cujo peso direto, para cargas fixas, foi ligeiramente menor.

O pórtico de Cohn apresentou frequências naturais elevadas, adequadas à utilização humana, conforme Tabela 2.2 (item **2.5.2**).

Nem todos os perfis utilizados nas disposições construtivas do Pórtico de Cohn são perfis compactos. Porém, como se vê pelos resultados elasto-plásticos, os pórticos que obedecem aos estados limites de utilização podem ser submetidos a fatores de carga superiores aos de projeto (1.4) sem a formação de rótulas plásticas. Mesmo no caso de formação precoce de rótulas, as seções não compactas podem se tornar compactas através da colocação conveniente de enrijecedores.

Os efeitos de segunda ordem quase nada alteraram no desempenho elasto-plástico e no cálculo dos deslocamentos.

4.3 – APLICAÇÃO 2 – Pórtico de Davies (Apresentado por Mello [32])

O pórtico Davies é outro exemplo bastante explorado na bibliografia associada (ver por exemplo Mello[32]). Além disso, é uma expansão do Pórtico de Cohn, com mais uma baia, sem aumentar o número de pavimentos, o que torna sua análise pertinente nesta pesquisa.

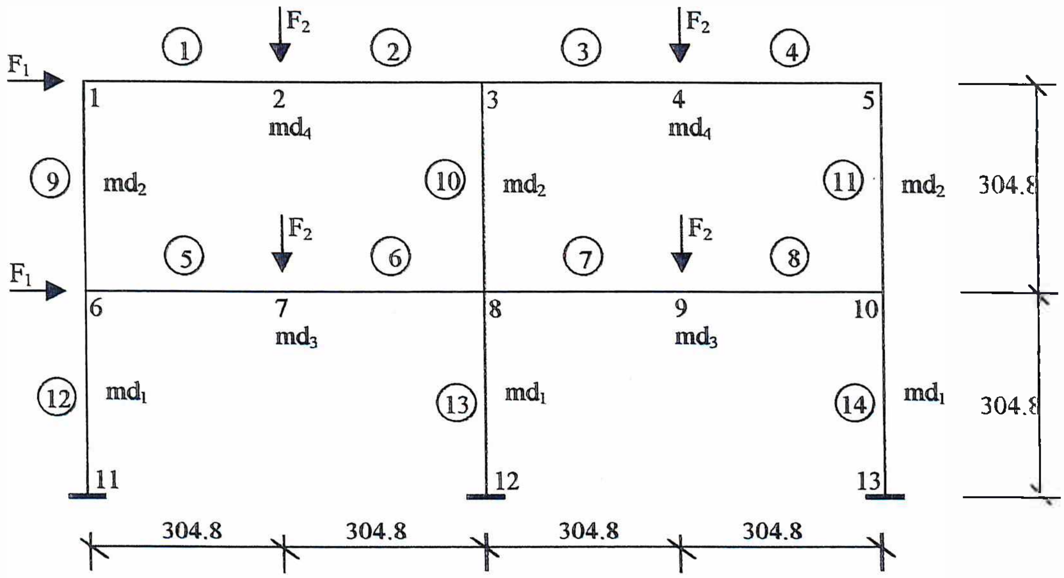


Figura 4.7- Pórtico de Davies (valores em cm)

Carregamento Último: $-199.2\ KN \leq F_1 \leq 199.2$ kN Obs: Forças F_1 estão acopladas

$0 \leq F_2 \leq 99.6$ kN $\gamma = 1.4$

4.3.1 – Pórtico de Davies – Síntese Plástica Limite

Considerando carregamento não proporcional:

Os pesos diretos e construtivos estão apresentados no gráfico de barras a seguir

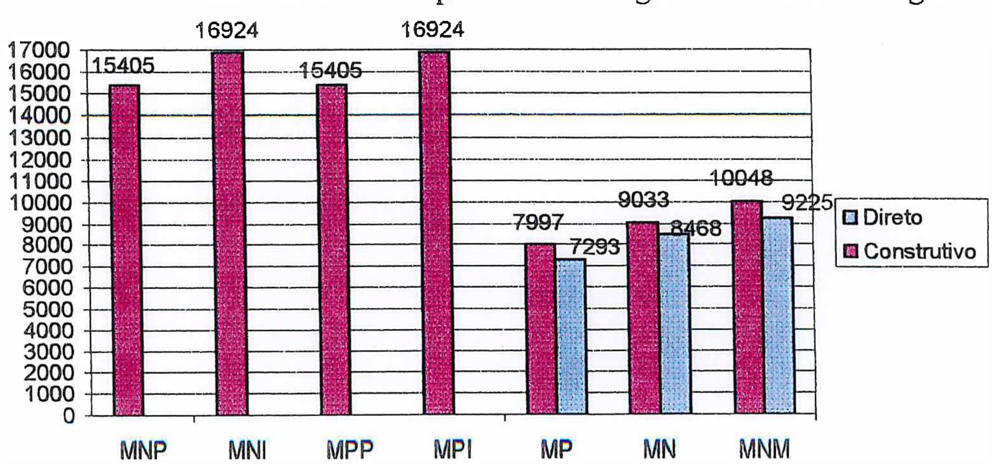


Figura 4.8- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Observe na Figura 4.8 que o peso de Mínima Norma direto ficou aproximadamente 20% acima do resultado de mínimo peso, este oferecendo o menor peso direto. Aplicando-se ao pórtico de Mínima Norma as variáveis de projeto sugeridas na síntese, obtém-se um peso 11% superior ao pórtico de Mínima Norma. Os casos **MNP**, **MNI**, **MPP**, **MPI** tiveram seus pesos aumentados em aproximadamente 50% após passar pela estratégia de dimensionamento descrita em **3.6**.

Considerando carregamento fixo – Cargas no valor máximo

Os pesos diretos e construtivos para cargas fixas estão apresentados no gráfico de barras a seguir

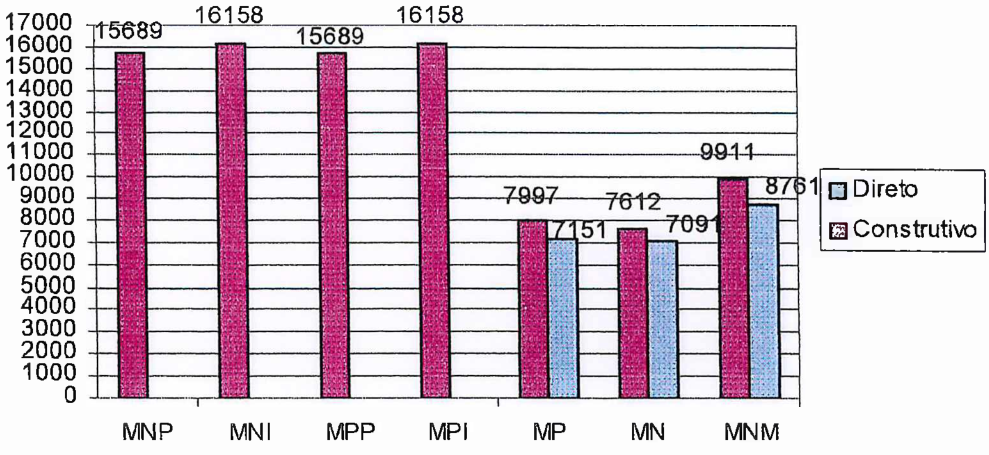


Figura 4.9- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Observa-se na Figura 4.9 que a síntese para cargas fixas forneceu um menor peso direto para os pórticos, em quaisquer casos (5% menor para **MNM**, 2% menor para **MP** e 24% menor para **MN**). Embora o pórtico de Mínimo Peso tenha apresentado peso direto 2% menor comparado com a respectiva síntese para cargas não-proporcionais, após a captura dos perfis USIMEC, o peso construtivo se igualou, como indicam as figuras 4.8 e 4.9.

A Figura 4.10 fornece a solução de Mínima Norma. No caso do Pórtico de Davies, esta solução indicou as variáveis de projeto aplicadas ao caso **MNM** iguais às usadas no Mínimo Peso (ver Figura 4.7).

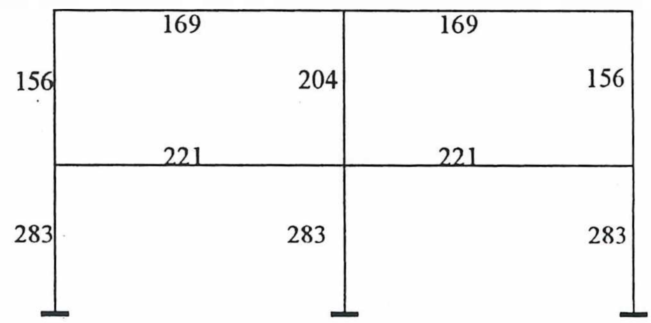


Figura 4.10- Solução de Mínima Norma (valores em kN.m)

Pela Figura 4.10, os pilares do térreo requerem uma mesma variável de projeto. Observa-se também que os momentos de plastificação das vigas da cobertura se encontram em um valor inferior ao das vigas de baixo. O mesmo ocorre nos pilares do primeiro pavimento, os quais, embora com valores razoavelmente diferentes, possuem seus valores inferiores aos do térreo, sugerindo que tenham, também, uma variável de projeto autônoma. Como observado, a estrutura **MPC** (Mínimo Peso Construtivo), devido a essas circunstâncias, acabou coincidindo, construtivamente, com **MNM** (Mínima Norma Modificada).

4.3.2 – Pórtico de Davies – Análise de Deslocamentos

Devido à existência de considerável esforço de vento, o deslocamento crítico para todos os casos apresentados abaixo foi novamente o deslocamento horizontal da viga superior do pórtico. Os valores dos deslocamentos (em cm) estão descritos na Tabela 4.13.

Tabela 4.13- Análise de Deslocamentos – Pórtico de Davies.

	Deslocamento Horizontal Nó 1 (cm)			
	1*	**2****	**3*****	**Admissível**
MN	3.86	3.86	3.87	1.52
MP	4.76	4.77	4.78	1.52
MNM	2.43	2.43	2.43	1.52
MPC	3.25	3.26	3.26	1.52
MNC	2.73	2.73	2.73	1.52
MNI	1.36	1.36	1.36	1.52
MNP	1.32	1.32	1.32	1.52
MPI	1.36	1.36	1.36	1.52
MPP	1.32	1.32	1.32	1.52

* - Análise Elástica Linear

** - Análise com Não Linearidade Física (ver item **3.7**))

*** - Análise com Não Linearidade Física e Geométrica (ver item **3.7**))

A exemplo do que ocorreu no pórtico de Cohn, aqui o caso **MNM**, resultou em um menor deslocamento entre aquelas estruturas que não sofreram a estratégia de dimensionamento visando obediência às condições de flecha máxima. A análise não-linear apresentou resultados praticamente iguais aos lineares. O carregamento responsável pelos deslocamentos acima foi, em todos os casos, aquele cujas cargas apresentadas estão em seu valor máximo.

4.3.3 – Pórtico de Davies – Elasto-plástica

A análise elasto-plástica incremental fornece o seguinte gráfico *fator de carga* x *deslocamento*, para o nó 1, direção horizontal e cargas de serviço no valor máximo.

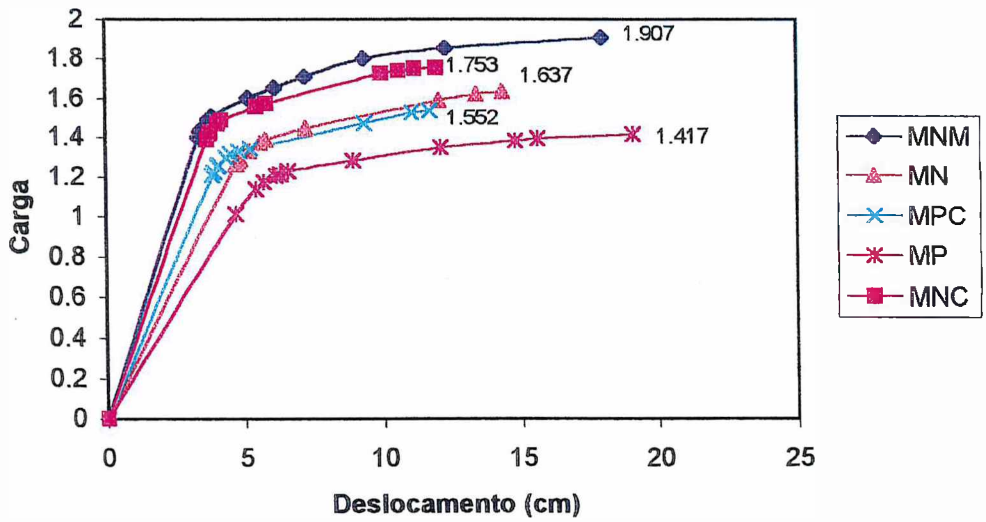


Figura 4.11- Gráfico *carga* x *deslocamento* Pórtico de Davies

As estruturas **MNM** e **MP** deslocaram-se mais até o colapso, se comparadas com as demais. Observe que os casos construtivos do Mínimo Peso e da Mínima Norma têm fator de carga aproximadamente 10% superior à sua respectiva forma direta, ou seja, a estrutura que foi encontrada diretamente do método.

4.3.4 – Pórtico de Davies – Análise Dinâmica

A tabela a seguir nos dá a análise dinâmica para o pórtico de Davies, contemplando os diversos casos adotados. É apresentada a primeira frequência de vibração, lembrando que seu modo associado, em todos os casos, foi um modo lateral.

Tabela 4.14- Frequência fundamental (Hz) para cada estágio de rotulação

Nº de Rótulas →	**0**	**1**	**2**	**3**	**4**	**5**	**6**	**7**	**8**	**9**	**10**	**11**	**12**	**13**
MN	10.2	9.5	9.0	7.8	7.1	6.2	3.9	3.6	3.3	2.4	2.2	0.00	-	-
MP	10.4	9.9	8.9	8.3	7.8	6.8	5.9	5.6	3.5	3.3	2.8	2.8	1.9	0.00
MNM	15.0	13.5	12.6	10.9	9.4	6.1	5.3	5.3	4.9	3.8	3.1	2.2	0.00	-
MNC	15.0	13.9	12.0	10.9	10.4	9.0	5.7	5.2	4.8	3.6	3.5	1.5	0.00	-
MPC	14.6	14.0	12.7	12.0	10.5	8.9	5.5	5.0	4.7	4.6	3.5	2.8	0.00	-
MNI	17.6	16.9	15.2	14.1	12.1	8.5	6.8	5.9	4.9	4.3	3.4	0.00	-	-
MNP	19.0	17.0	15.9	15.2	13.1	9.2	7.3	6.3	5.3	4.7	2.8	0.00	-	-
MPI	17.6	16.9	15.2	14.1	12.1	8.5	6.8	5.9	4.9	4.3	3.4	0.00	-	-
MPP	19.0	17.0	15.9	15.2	13.1	9.2	7.3	6.3	5.3	4.7	2.8	0.00	-	-

Como se vê, as frequências fundamentais para o pórtico de Davies resultaram em valores bem próximos àqueles do pórtico de Cohn. O pórtico de Mínima Norma manteve sua frequência próxima à de Mínimo Peso. Os pórticos construtivos resultaram em frequências 50% superiores às dos respectivos pórticos diretos. O gráfico abaixo facilita a visualização de como a frequência diminui em razão do aparecimento de rótulas.

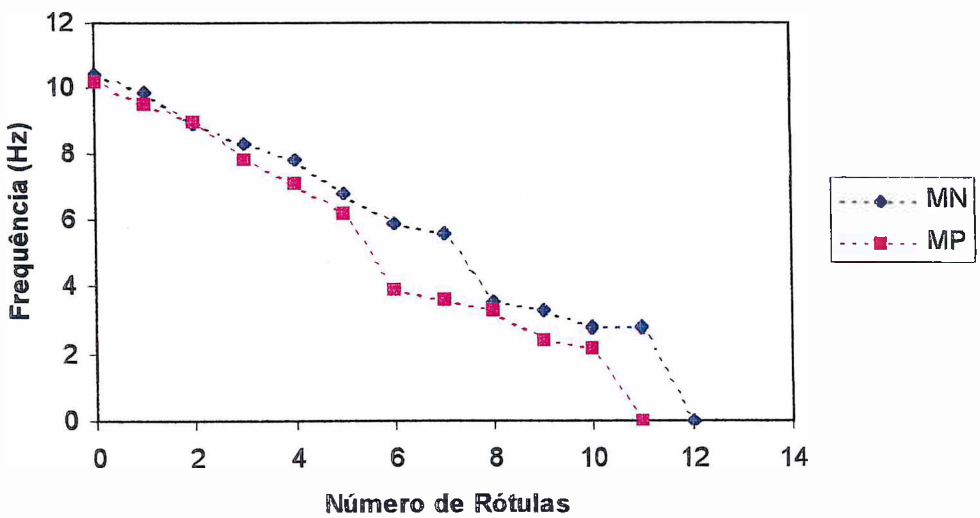


Figura 4.12- Evolução da frequência (Hz)

Comparando as frequências da Tabela 4.14 com as frequências de excitação da Tabela 2.2 (item **2.5.2**), conclui-se que este pórtico, projetado por Mínimo Peso ou por Mínima

Norma comporta-se dinamicamente para utilização residencial ou comercial simples, pois a primeira frequência fundamental é suficientemente distante das frequências características. No gráfico da Figura 4.12, quanto mais inclinada é a reta que une os pontos marcados maior a queda de frequência, o que mostra que a rótula responsável atinge elemento diretamente influenciado pelo modo de vibração fundamental. Por exemplo, no pórtico de Mínimo Peso a sétima rótula plástica surge justamente ao nó 3 da barra 10, e o primeiro modo é lateral.

Por ilustração são mostrados abaixo os quatro primeiros modos de vibração da estrutura rígida, considerando o caso **MNC**:

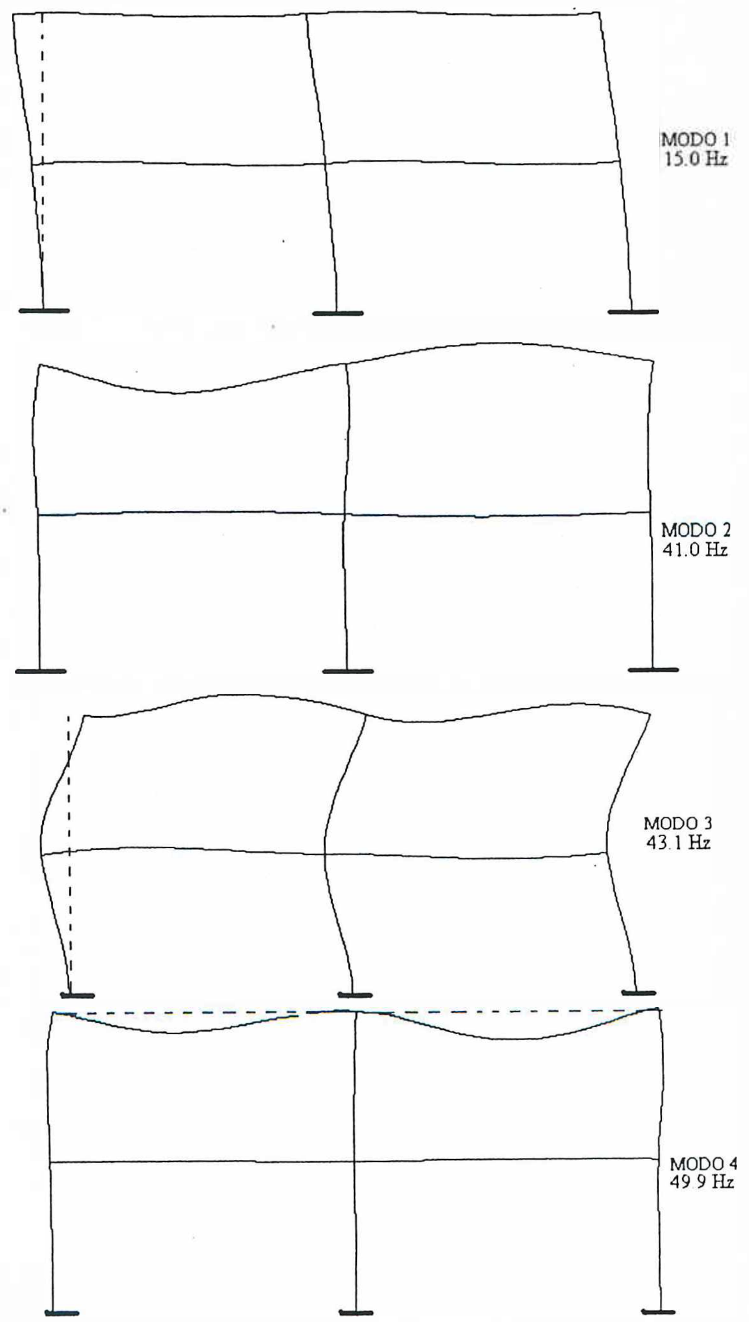


Figura 4.13- Modos de vibração – Pórtico de Davies

Como se observa, o pórtico **MNM** (Mínima Norma Modificada) apresentou um melhor desempenho elasto-plástico, com um maior fator de colapso, com relação aos demais.

A síntese para cargas fixas forneceu pesos diretos menores que para cargas não-proporcionais, como se pode observar nas figuras 4.8 e 4.9. Contudo, os pórticos que obedecem aos estados limites de deslocamento, para carregamento fixo, possuem peso superior aos de carregamento não-proporcional. Este fato se deve à colocação de todas as cargas no seu valor máximo, para a execução do método incremental (ver item **3.6**), o que levará à primeira rótula plástica surgindo em seções cujo aumento de inércia não reduzirá mais rapidamente os deslocamentos críticos. Por outro lado, a colocação do carregamento responsável pelo deslocamento crítico, na execução do método incremental, otimiza mais o processo e leva mais rapidamente o pórtico a atender os deslocamentos de norma.

A análise dinâmica forneceu frequências naturais altas, o que leva a um bom desempenho dinâmico sob utilização humana simples (escritórios, prédios comerciais, etc.)

4.4 – APLICAÇÃO 3 – Pórtico de Beedle - (Beedle)[8]

Decidiu-se analisar o Pórtico de Beedle por ser um exemplo de pórtico industrial, e por já ter sido feita análise plástica para o mesmo na bibliografia pertinente ao tema (ver por exemplo Beedle[8]).

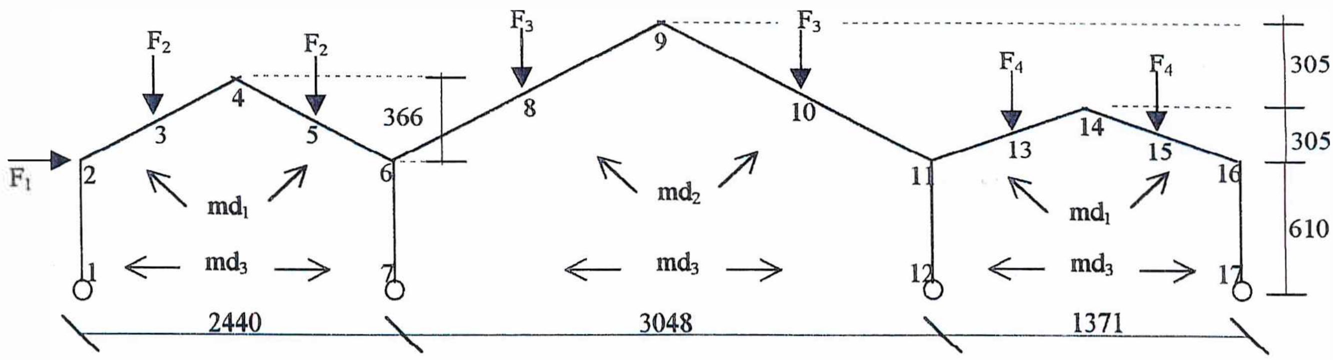


Figura 4.14- Pórtico de Beedle (valores em cm)

Carregamento Último: $-88.9\ kN \leq F_1 \leq 88.9\ kN$ Forças de mesmo índice acopladas

$0 \leq F_2 \leq 177.2\ kN$ $\gamma = 1.4$

$0 \leq F_3 \leq 222.4\ kN$

$0 \leq F_4 \leq 133.4\ kN$

4.4.1 – Pórtico de Beedle – Síntese Plástica Limite

Para Carregamentos não-proporcionais

Os resultados para os pesos diretos e construtivos, a exemplo do que foi feito para a aplicação anterior, estão apresentados no gráfico de barras logo a seguir.

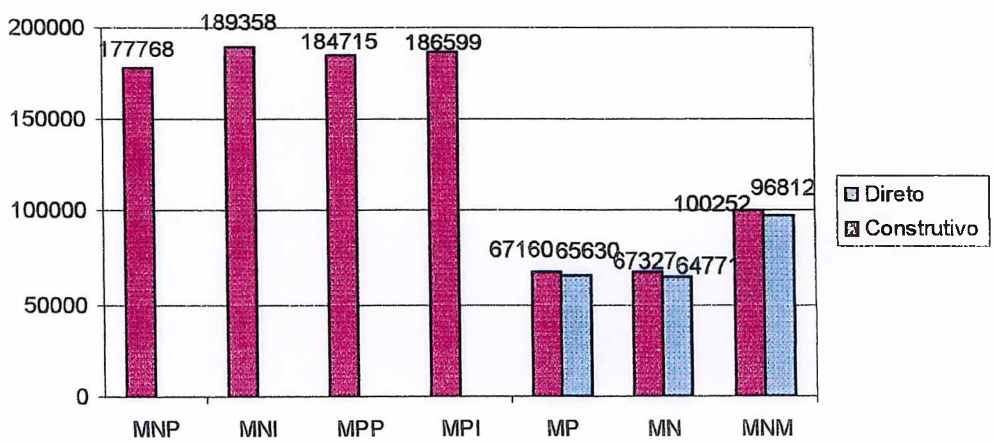


Figura 4.15- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Como observado na Figura 4.15, o pórtico de Mínima Norma resultou em valores aproximadamente 2.5% inferiores ao de Mínimo Peso. O pórtico **MNM** teve o peso 40.9% superior ao pórtico **MN**, devido às variáveis de projeto atribuídas posteriormente, unificando as barras conforme indica a Figura 4.17. O critério de parada para a estratégia de dimensionamento descrita em **3.6** foi o deslocamento horizontal crítico do pórtico, bastante acentuado, como mostra a Tabela 4.15. Isto explica o elevado aumento de peso dos pórticos **MPP, MPI, MNP, MNI**.

Para Carregamentos fixos

A exemplo do que foi feito nos exemplos anteriores, é feita aqui a síntese para carregamentos fixos, a título de comparação.

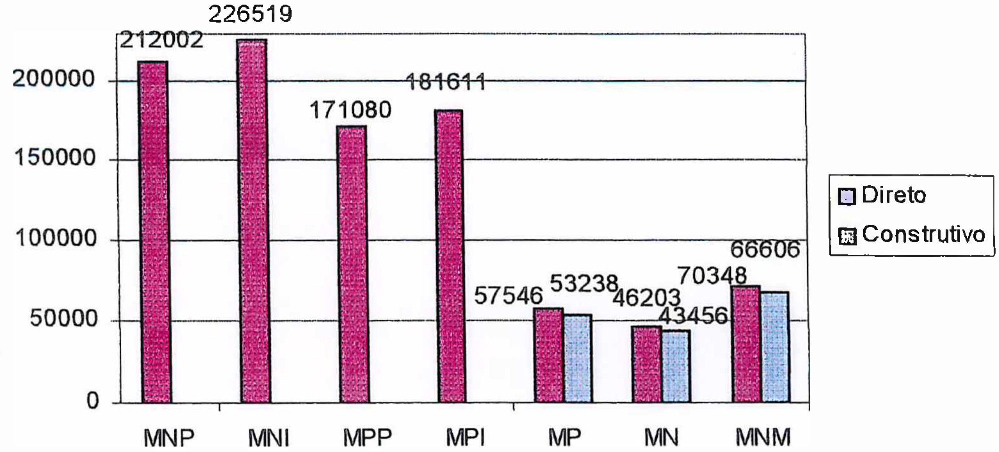


Figura 4.16- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Observa-se que houve substancial redução no peso, na hipótese de síntese apenas com carregamento fixo. Dos casos acima, a mínima norma se apresentou com menor redução no peso (da ordem de 45%).

A figura abaixo esclarece como ficaram dispostas as variáveis de projeto para o caso **MNM**, lembrando que sua disposição é indicada pela solução euclidiana encontrada para o pórtico.

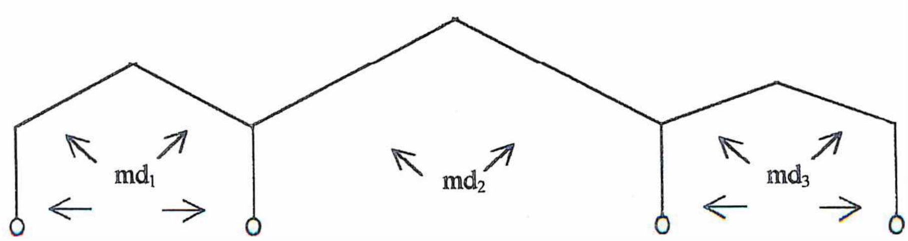


Figura 4.17- Variáveis de projeto para o caso **MNM**.

4.4.2 – Pórtico de Beedle – Análise de Deslocamentos

A tabela abaixo mostra os resultados para deslocamento (em cm), considerando os casos 9V (deslocamento vertical do nó 9) e 16H (deslocamento horizontal do nó 16).

Tabela 4.15- Deslocamentos (cm) – Pórtico de Beedle

	Admissível	MN	MP	MNC	MPC	MNM	MNI	MNP	MPI	MPP
9V	8.47	10.31	13.40	7.40	9.84	6.29	1.47	1.55	1.45	1.37
16H	1.52	7.94	7.57	5.44	5.37	2.97	1.47	1.51	1.51	1.50

A razão de se analisar o deslocamento horizontal do nó 16, ao invés do nó 1, é a existência neste, de uma carga de vento que possui, quando orientada no sentido do pórtico, um efeito estabilizador: enquanto as cargas verticais tentam "abrir" a baia esquerda, a carga de vento "impede" esta abertura. A carga de vento não está aplicada ao nó 16, o que o deixa mais vulnerável ao deslocamento horizontal.

Observe que o caso construtivo da Mínima Norma (**MNC**) obedece ao deslocamento vertical limite para o nó 9, embora seu caso direto ultrapasse ligeiramente o deslocamento admissível. Observando a Tabela 4.15, conclui-se que o deslocamento horizontal foi o critério de parada da estratégia de dimensionamento descrita no item **3.6**, pois o deslocamento vertical dos pórticos **MPP, MPI, MNP, MNI** ficou bem folgado em comparação com o horizontal – convém lembrar que o dimensionamento destes pórticos passa pela captura dos perfis da tabela orientada por ordem crescente de inércia ou peso, conforme o caso.

4.4.3 – Pórtico de Beedle – Análise Elasto-plástica

A análise elasto-plástica incremental apresentada a seguir fornece o gráfico *carga* x *deslocamento* analisado para o deslocamento vertical do nó 9 (9V) e para o deslocamento horizontal do nó 16 (16H).

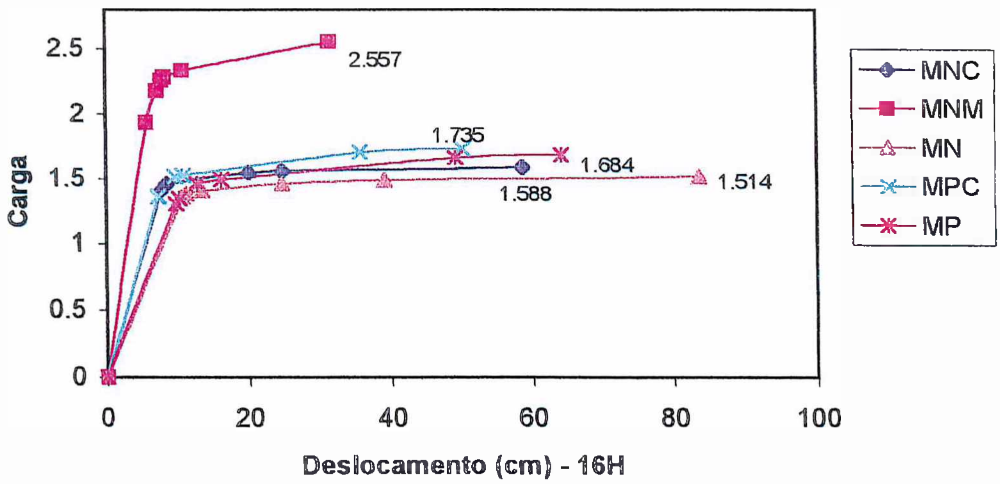


Figura 4.18- Gráfico *carga* x *deslocamento* Pórtico de Beedle (16H)

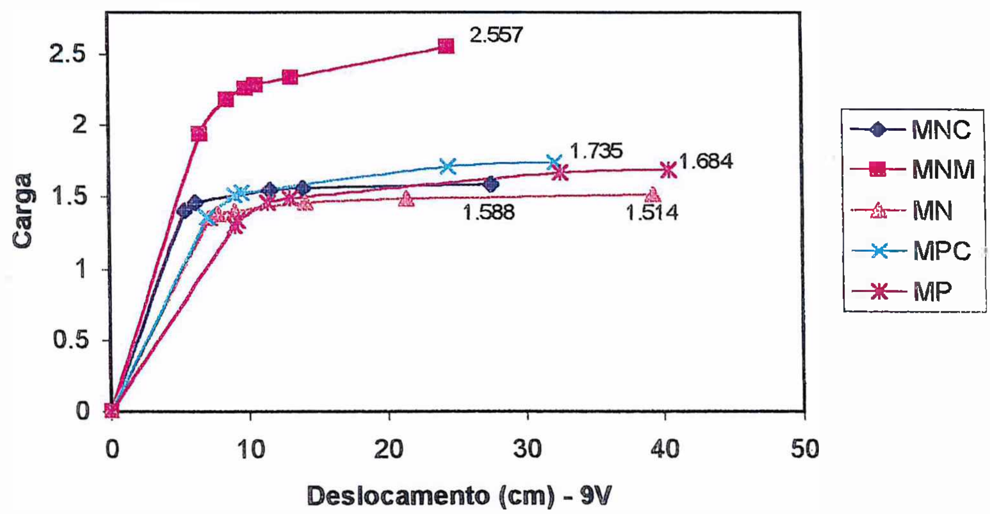


Figura 4.19- Gráfico *carga* x *deslocamento* Pórtico de Beedle (9V)

Acima, observa-se que as estruturas de Mínimo Peso e Mínima Norma deslocaram-se mais até o colapso. A estrutura de Mínima Norma Modificada (MNM) obteve a maior carga de colapso. Isto porque, como mostram as figuras 4.15 e 4.16, seu peso é superior e consequentemente os momentos de plastificação dos perfis também será superior (a equação 2-14 denota este fato).

4.4.4 – Pórtico de Beedle – Análise Dinâmica

A tabela a seguir fornece a análise dinâmica para o pórtico de Beedle, contemplando os diversos casos adotados. É apresentada a primeira frequência de vibração, lembrando que seu modo associado, em todos os casos, foi um modo lateral.

Tabela 4.16- Frequência fundamental (Hz) para cada estágio de rotulação

Nº de Rótulas →	0	1	2	3	4	5	6
MN	2.05	1.81	1.07	0.85	0.50	0.28	0.00
MP	1.88	1.73	1.63	0.97	0.60	0.30	0.00
MNM	3.34	3.24	2.78	1.97	1.39	0.82	0.00
MNC	3.04	2.69	2.41	1.27	0.74	0.41	0.00
MPC	2.79	2.57	2.43	1.46	0.89	0.46	0.00
MNI	4.17	2.61	2.14	1.49	1.33	0.70	0.00
MNP	4.18	2.61	2.16	2.16	1.30	0.69	0.00
MPI	4.29	3.92	2.10	2.10	1.34	0.71	0.00
MPP	4.19	2.48	2.02	2.01	1.32	0.66	0.00

Como se observa, a frequência fundamental praticamente dobrou para as estruturas que observaram estado limite de serviço. O gráfico abaixo é útil para a visualização da queda na frequência como resultado do aparecimento de rótulas plásticas.

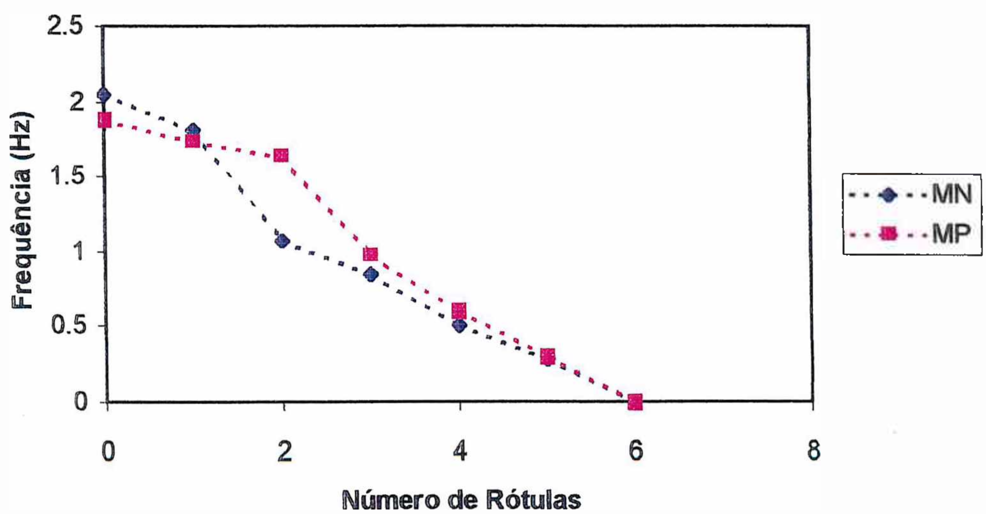


Figura 4.20- Evolução da frequência (Hz)

Os resultados da Tabela 4.16 mostram que estas estruturas possuem frequências bastante próximas às frequências de excitação típicas de movimentos rítmicos humanos, encontradas na Tabela 2.2 (item **2.5.2**), o que poderá incitar os primeiros modos. No entanto, frequências típicas de máquinas são bem mais elevadas (Tabela 2.3), indicando que o uso da maioria dos equipamentos industriais não se mostra inadequado.

Por ilustração são mostrados a seguir os quatro primeiros modos de vibração da estrutura rígida, considerando o caso **MNC**:

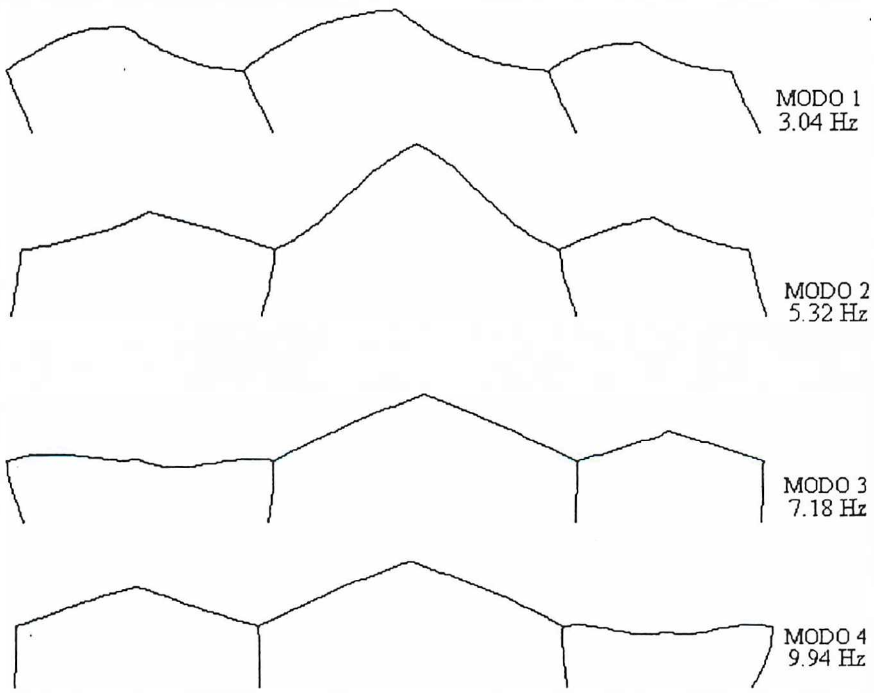


Figura 4.21 – Modos de vibração – Pórtico de Beedle

Como se observa, o peso direto para carregamento fixo foi em todos os casos inferior ao peso para cargas não-proporcionais, o que mostra que há alguma combinação de cargas que nos dá uma solução para momentos de projeto superior à solução com todas as cargas no valor máximo.

O desempenho elasto-plástico para o caso **MNM** foi superior aos demais, indicando um fator de colapso sensivelmente maior. A razão para isto está nas variáveis de projeto da Figura 4.17, que majoram as barras mantendo-as com mesmo momento de plastificação.

As frequências de vibração observadas na Tabela 4.16, embora pequenas, são duplicadas nos pórticos que obedecem aos deslocamentos de norma. A Tabela 2.3 nos indica que, para utilização de algumas máquinas industriais, como motores díesel, os pórticos se comportarão bem na primeira frequência, já que esta é bem inferior às frequências de excitação.

4.5 – APLICAÇÃO 4 – Pórtico de Majid (Majid)[30]

Utilizou-se o pórtico de Majid nesta pesquisa por ser um pórtico clássico, bastante explorado pela bibliografia, com resultados de síntese para Mínima Norma e Mínimo Peso (Paula[37]) ou resultados de análise elasto-plástica (Majid[30]).

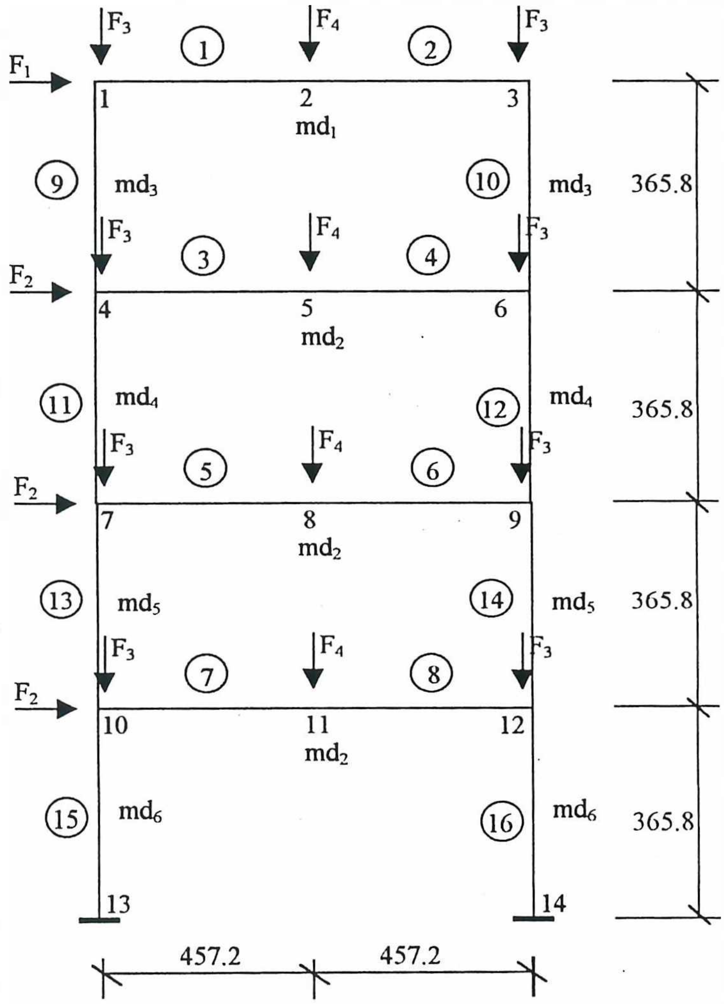


Figura 4.22- Pórtico de Majid (valores em cm)

Carregamento Último:

$-15.91 \text{ kN} \leq F_1 \leq 31.83$ kN

$-31.83 \text{ kN} \leq F_2 \leq 31.83$ kN

$0 \leq F_3 \leq 66.31$ kN

$0 \leq F_4 \leq 132.62$ kN

Obs: Forças F_1 estão acopladas

$\gamma = 1.4$

4.5.1 – Pórtico de Majid – Síntese Plástica Limite

Considerando carregamento não proporcional:

Eis abaixo os resultados para o peso do pórtico:

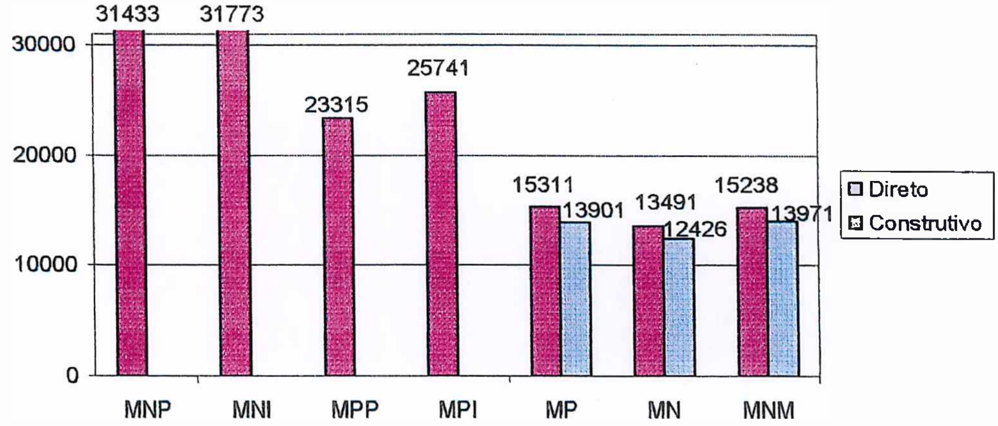


Figura 4.23- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Observe no gráfico acima que o peso de Mínima Norma direto ficou ligeiramente menor que o resultado de Mínimo Peso. Aplicando-se ao pórtico de Mínima Norma as variáveis de projeto sugeridas na síntese (caso **MNM**), obtém-se um aumento de peso da ordem de 15%. Os casos **MPI** e **MPP** forneceram um menor peso em relação aos casos **MNI** e **MNP**, devido à maior diversidade de variáveis de projeto admitida para Mínimo Peso.

Convém lembrar que os pórticos **MPI** e **MPP** obedecem aos estados limites de deslocamento, pois passaram pelo processo elasto-plástico descrito no item **3.6**, aumentando-se os perfis, a partir de um pórtico original **MPC,** pela tabela USIMEC disposta em ordem crescente de inércia e peso, respectivamente. O mesmo pode-se dizer em relação a **MNI** e **MNP**, mas com o pórtico original sendo **MNM**.

Considerando carregamento proporcional – Cargas no valor máximo

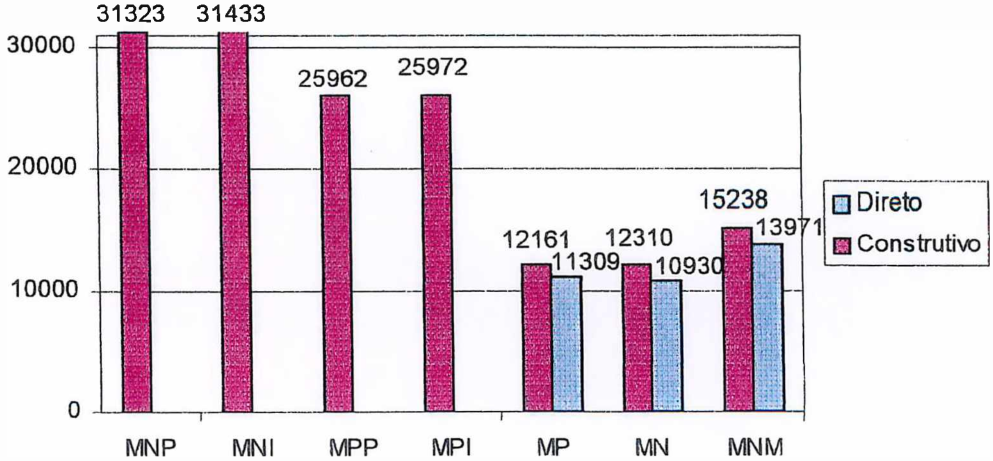


Figura 4.24- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Analisando as figuras 4.23 e 4.24, observa-se que a síntese para cargas fixas resulta em valores inferiores para o peso do pórtico. A exceção se deu no caso **MNM**, o qual forneceu mesmo peso, para cargas fixas e variáveis. Em média o peso encontrado para carregamento não-propocional foi 8% superior.

Sabe-se que a solução de Mínima Norma faz com que o projetista possa escolher as variáveis de projeto posteriormente. Para o caso do pórtico de Majid, as variáveis de projeto foram admitidas segundo a solução a seguir:

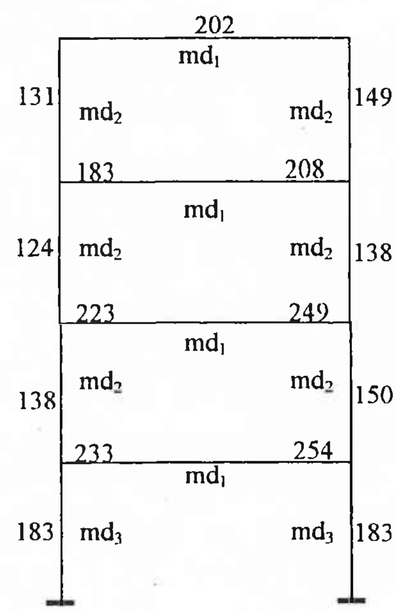


Figura 4.25- Solução de Mínima Norma (valores em kN.m)

Analisando a figura anterior, observa-se que os pilares do térreo, de valor superior aos demais, estão sob uma mesma variável de projeto. Os outros pilares, por sua vez, equiparam-se aproximadamente em valor, o que sugere a adoção de uma mesma variável de projeto para eles. O mesmo pode-se dizer para as vigas, que, como se vê, possuem esforços de Mínima Norma relativamente próximos.

4.5.2 – Pórtico de Majid – Análise de Deslocamentos

Devido à existência de considerável esforço de vento, o deslocamento crítico para todos os casos apresentados na Tabela 4.17 foi o deslocamento horizontal da viga superior do pórtico. Os valores dos deslocamentos (em cm) estão descritos a seguir.

Tabela 4.17- Análise de Deslocamentos – Pórtico de Majid.

	Deslocamento Horizontal Nó 1 (cm)			
	1*	2**	3***	Admissível
MN	9.66	9.66	9.86	3.66
MP	8.59	8.59	8.99	3.66
MNM	5.78	5.78	5.93	3.66
MPC	5.89	5.89	6.05	3.66
MNC	6.60	6.60	6.62	3.66
MNI	2.92	2.92	2.92	3.66
MNP	2.91	2.91	2.91	3.66
MPI	2.94	2.94	2.94	3.66
MPP	2.90	2.90	2.90	3.66

* - Análise Elástica Linear

** - Análise com Não Linearidade Física

*** - Análise com Não Linearidade Física e Geométrica

Observe acima que as os casos **MNI**, **MNP**, **MPI**, **MPP**, possuem deslocamento horizontal bem inferior ao admissível. Isto ocorreu porque o dimensionamento do pórtico não termina na verificação do deslocamento admissível, mas, uma vez satisfeito este último, procede-se à verificação de deslocamento relativo entre pisos. No caso do pórtico de Majid, esta última verificação foi responsável por um acréscimo de rigidez ao pórtico.

Outro fato interessante observado é a existência de uma diferença um pouco maior para a análise não-linear, se comparado com os pórticos anteriores. Deve-se atentar para o fato que, neste caso, foram aplicadas cargas pontuais diretamente na direção dos pilares, situação ausente nos demais pórticos. Esta aplicação de carga nos pilares contribuiu para esta maior diferença no deslocamento na análise não-linear.

4.5.3 – Pórtico de Majid – Análise Elasto-plástica

A análise elasto-plástica incremental fornece o seguinte gráfico *fator de carga* x *deslocamento*, para o nó 1, direção horizontal e cargas de serviço no valor máximo.

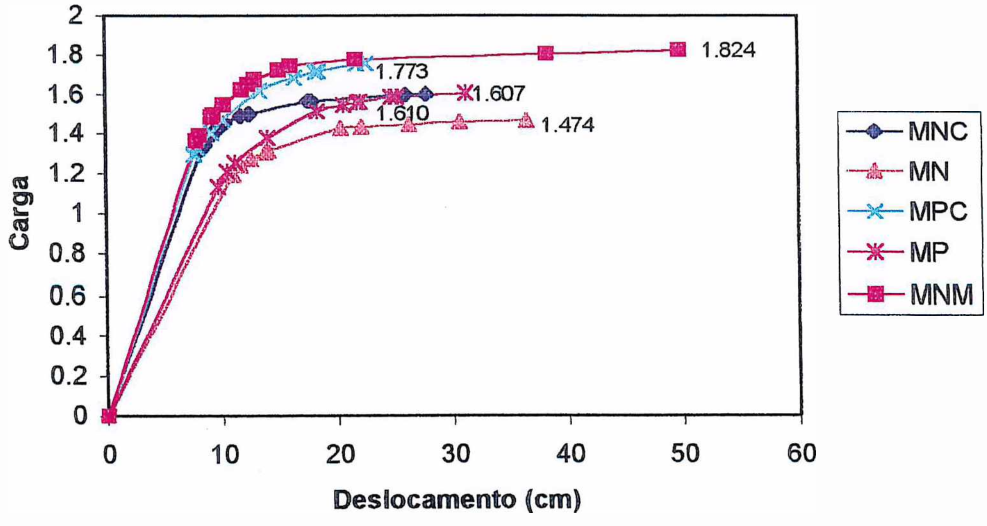


Figura 4.26- Gráfico *carga* x *deslocamento* Pórtico de Majid

Através do gráfico acima, pode-se observar que a estrutura do tipo **MNM** forneceu um maior fator de carga. Sem dúvida, a escolha das variáveis de projeto de acordo com a indicação da Mínima Norma Euclidiana foi responsável pelo comportamento desta estrutura, no que tange aos deslocamentos, fator de colapso, dinâmica e também ao peso encontrado. Além disso, foi a estrutura que mais se deslocou até o colapso incipiente. Em qualquer caso, a primeira rótula plástica surge com fator de carga superior à unidade, e fator de colapso sempre superior ao fator de carga de projeto (1.4).

4.5.4 – Pórtico de Majid – Análise Dinâmica

A Tabela 4.18 mostra os resulatdos dinâmicos de frequência para o pórtico de Majid, contemplando os diversos casos adotados. É apresentada a primeira frequência de vibração, lembrando que seu modo associado, em todos os casos, foi um modo lateral.

Tabela 4.18- Frequência fundamental (Hz) para cada estágio de rotulação

Nº de Rótulas →	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
MN	2.76	2.33	1.93	1.75	1.65	1.57	1.41	1.06	1.04	0.98	0.84	0.52	0.51	0.00
MP	2.88	2.67	2.42	2.34	2.07	1.91	1.49	1.40	1.33	1.26	0.76	0.70	0.00	-
MNM	4.16	3.51	3.23	2.96	2.72	2.69	2.65	2.51	1.74	1.71	0.93	0.61	0.59	0.00
MNC	4.06	3.44	3.17	3.12	2.78	2.58	2.31	2.09	1.47	1.37	0.88	0.75	0.00	-
MPC	4.11	3.74	3.10	3.09	2.97	2.74	2.16	2.00	1.90	1.72	1.65	1.37	0.83	0.00
MNI	4.52	3.87	3.52	3.33	2.38	2.30	1.98	1.48	1.15	0.83	0.00	-	-	-
MNP	4.63	3.97	3.61	3.41	2.45	2.36	2.04	1.53	1.19	0.86	0.00	-	-	-
MPI	5.07	4.33	4.33	3.96	3.84	3.33	3.31	0.00	-	-	-	-	-	-
MPP	5.52	4.72	4.72	4.54	4.20	3.62	3.61	1.63	0.00	-	-	-	-	-

Como se observa, o caso **MNM** apresentou primeira frequência de vibração comparável às frequências dos pórticos que obedecem aos estados limites de deslocamento. De modo geral os pórticos com base em Mínima Norma apresentaram frequência fundamental inicialmente próximas às de Mínimo Peso. Após sofrer o processo de dimensionamento mostrado no item **3.6**, no entanto, os pórticos baseados em Mínimo Peso obtiveram maiores frequências. Além disso, observa-se que as primeiras rótulas plásticas reduzem mais a frequência para o caso **MN** que para **MP**.

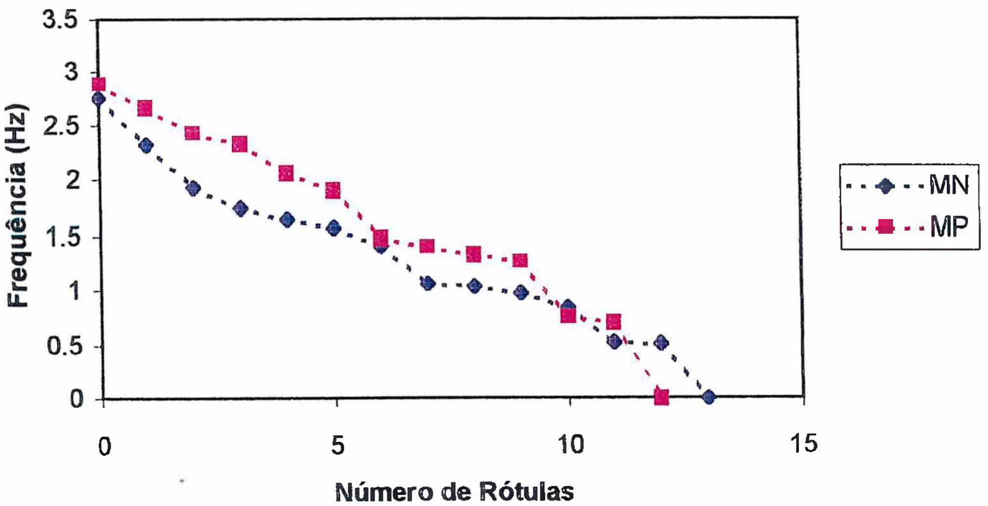


Figura 4.27- Evolução da frequência (Hz)

Na Figura 4.27, quanto mais inclinada é a reta que une os pontos marcados maior a queda de frequência, o que indica que a rótula atinge elemento diretamente influenciado pelo modo de vibração fundamental.

Por ilustração são mostrados abaixo os quatro primeiros modos de vibração da estrutura rígida, considerando o caso **MNC**:

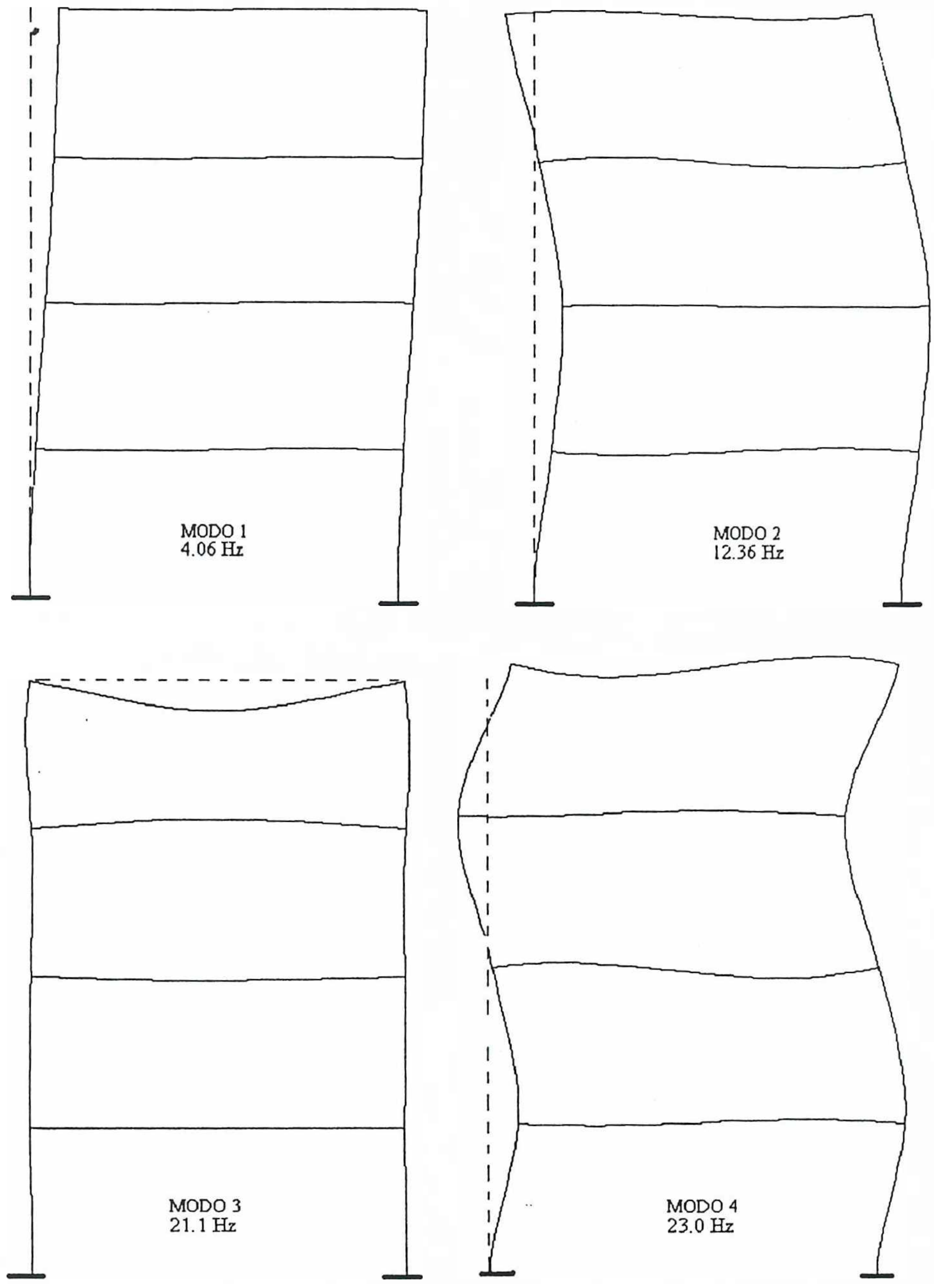


Figura 4.28- Modos de Vibração – Pórtico de Majid

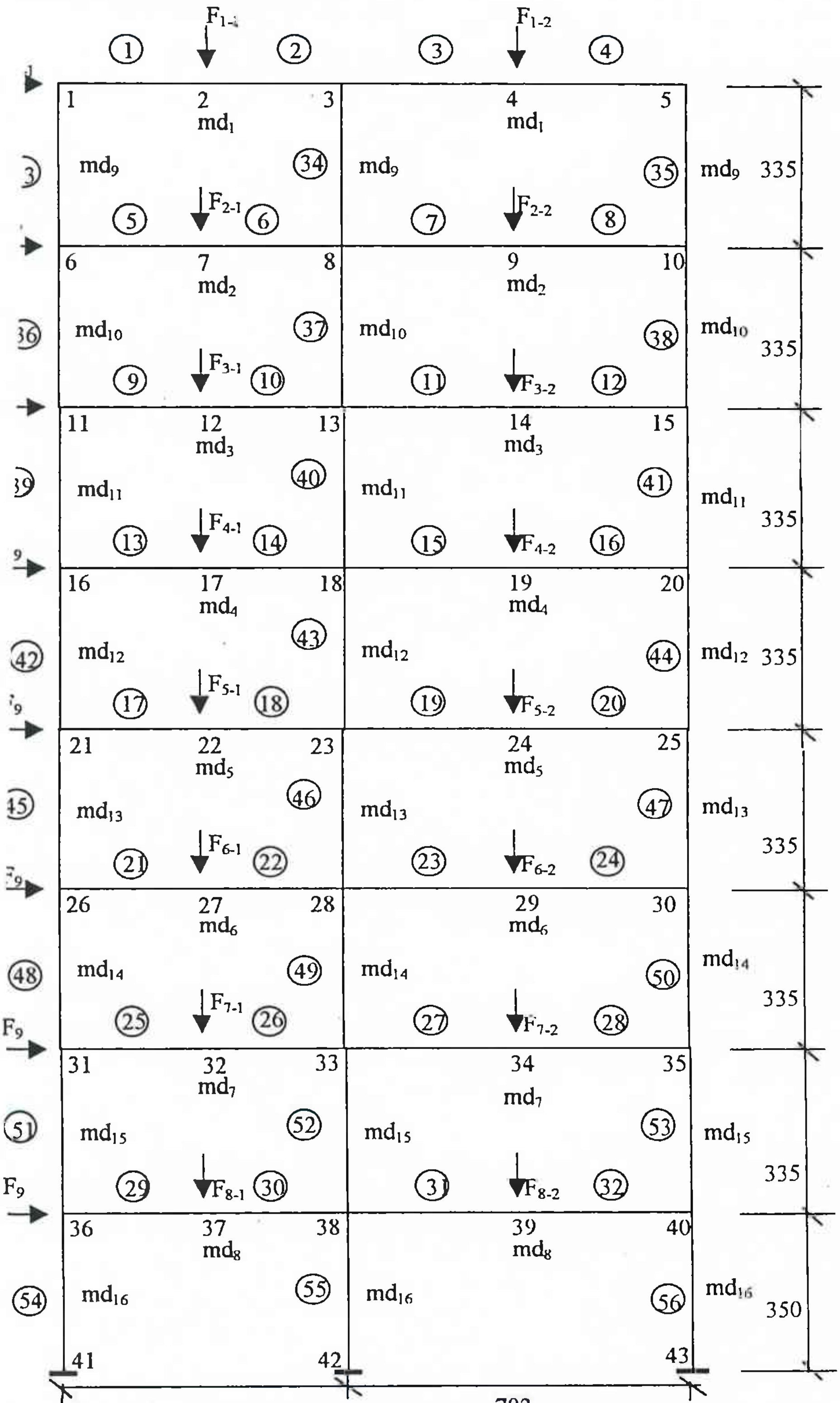
Como se observa, a síntese para carregamento fixo resultou em pesos inferiores à de carregamento não-proporcional, à exceção do caso **MNM**, o qual teve seu peso idêntico para os dois casos de síntese.

A análise de segunda ordem no pórtico de Majid resultou nas maiores diferenças em relação aos demais. Embora ainda bastante pequena, essa diferença aconteceu devido à aplicação das cargas concentradas diretamente sobre os pilares.

As frequências fundamentais tiveram seus valores duplicados nas estruturas que obedecem aos estados limites de deslocamento. Mesmo assim, observando a Tabela 2.2 observa-se que a frequência natural destes pórticos é pelo menos o dobro das frequências de excitação do caminhar humano, no caso de utilização residencial ou comercial da estrutura.

4.6– APLICAÇÃO 5– Pórtico de Morris (Apresentado por Gallagher & Zienkiewicz)[19]

O pórtico de Morris foi utilizado no intuito de analisar um pórtico residencial com um número um pouco maior de pavimentos. Sobre este pórtico já foi feita otimização de peso (ver Gallagher & Ziênkiewicz)[19]



$0.0 \; KN \leq F_{1\text{-}1} \leq 234.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{1\text{-}2} \leq 234.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{2\text{-}1} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{2\text{-}2} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{3\text{-}1} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{3\text{-}2} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{4\text{-}1} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{4\text{-}2} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{5\text{-}1} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{5\text{-}2} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{6\text{-}1} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{6\text{-}2} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{7\text{-}1} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{7\text{-}2} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{8\text{-}1} \leq 304.9 \; kN$

$0.0 \; KN \leq F_{8\text{-}2} \leq 304.9 \; kN$

$-12.4 \; KN \leq F_{9\text{-}1} \leq 12.4 \; kN$

$-14.1 \; KN \leq F_{9} \leq 14.1 \; kN$

Obs: $\gamma = 1.4$

Figura 4.29- Pórtico de Morris (valores em cm)

Obs: As cargas de vento e as cargas com mesmo subscrito estão acopladas entre si.

4.6.1 – Pórtico de Morris – Síntese Plástica Limite

Considerando carregamento não proporcional:

Os resultados para o peso do pórtico estão apresentados a seguir:

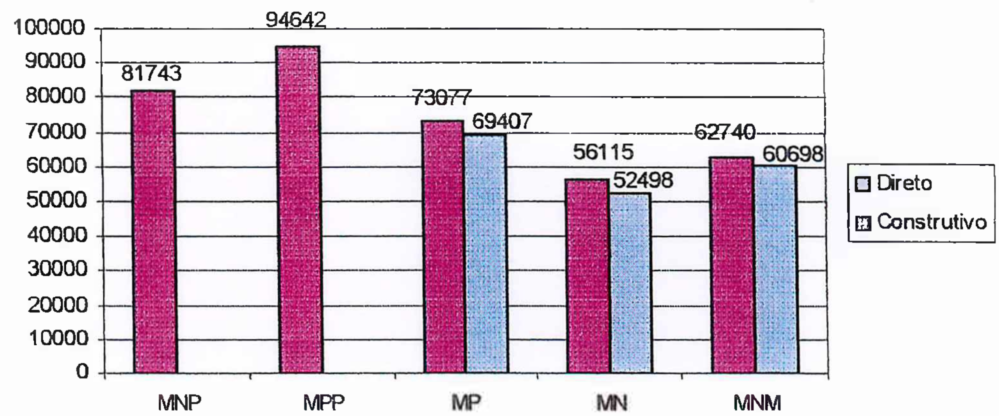


Figura 4.30- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Como é observado acima, o pórtico de Mínima Norma Modificado alcançou um peso menor que o pórtico de Mínimo Peso. A pré-fixação de variáveis de projeto ao pórtico de Mínimo Peso condicionou o resultado, o que resultou em um pórtico mais pesado. Por outro lado, a indicação das variáveis através da solução de mínima norma gerou um pórtico aproximadamente 15% mais leve.

Considerando carregamento proporcional – Cargas no valor máximo

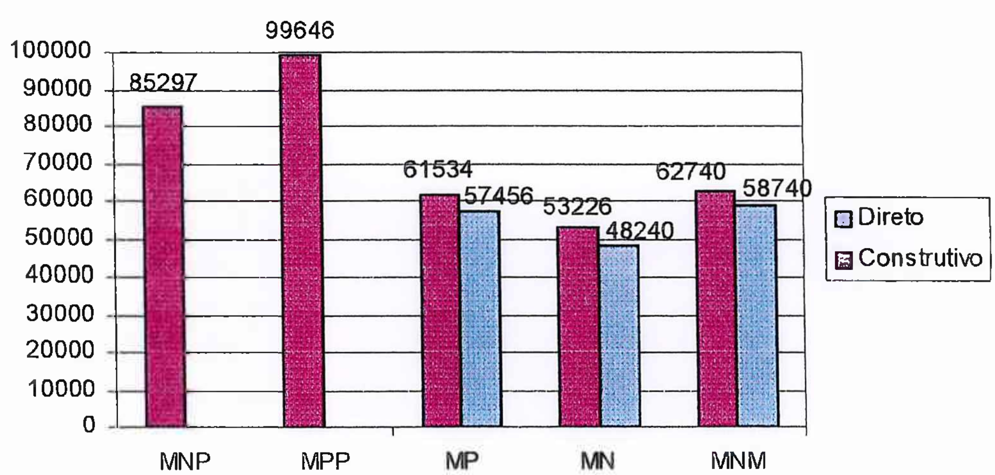


Figura 4.31- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Analisando as figuras 4.30 e 4.31 observa-se que o projeto de Mínimo Peso para cargas fixas foi o que mais se distanciou de seu equivalente não-proporcional (17%) enquanto que, para os casos **MNM** e **MN**, esta diferença caiu em média para 3%.

A solução de Mínima Norma no caso do pórtico de Morris, indica as variáveis de projeto conforme a figura a seguir.

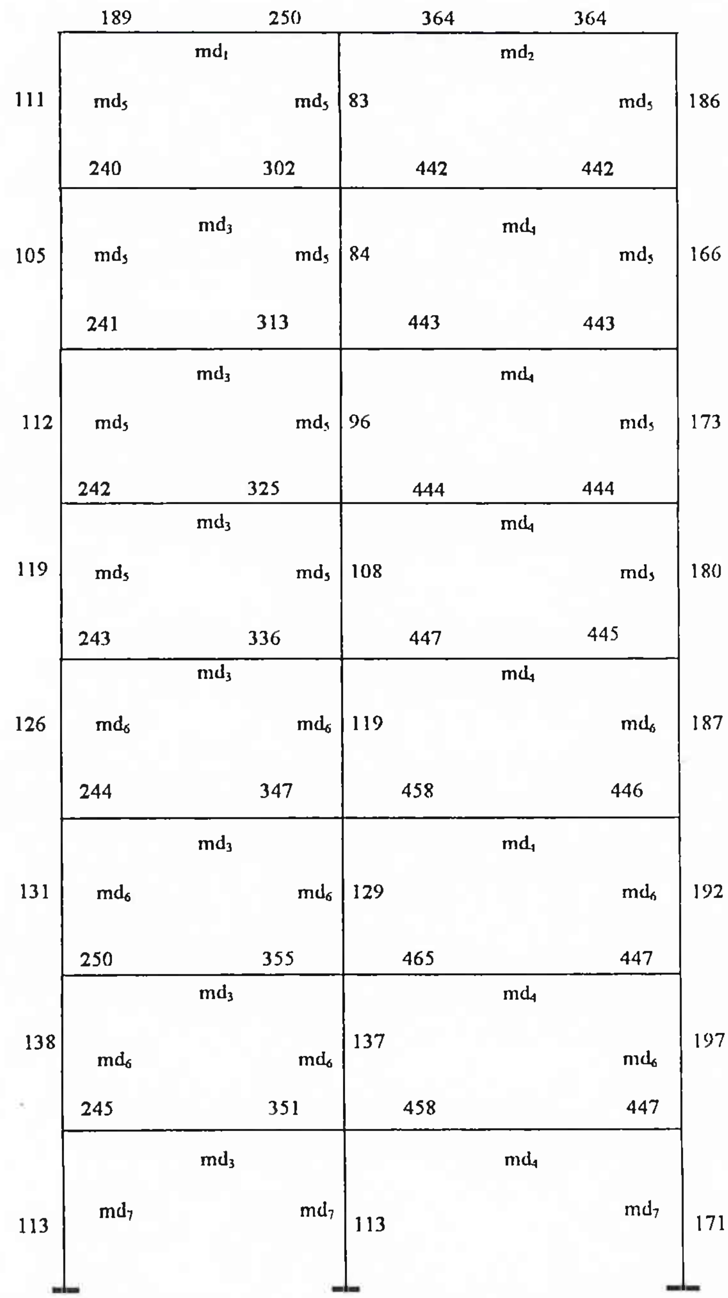


Figura 4.32- Solução de Mínima Norma – **MNM** (valores em kN.m)

Pela figura acima é observa-se que os pilares do térreo requisitam uma mesma variável de projeto. A estrutura **MNM**, ao final, conterá 7 variáveis de projeto.

4.6.2 – Pórtico de Morris – Análise de Deslocamentos

Foram computados, para efeito de análise, o deslocamento horizontal superior do pórtico e o deslocamento vertical do nó 9, que, dentre todos os deslocamentos verticais, foi o pior caso. A Tabela 4.19 resume.

Tabela 4.19- Deslocamentos (cm) – Pórtico de Morris

	Admissível	MN	MP	MNC	MPC	MNM	MNP	MPP
9V	2.2	3.38	2.98	3.36	3.07	2.94	2.17	2.09
1H	6.74	9.85	4.17	6.97	2.86	3.58	2.72	2.25

Observe que o pior caso não foi o deslocamento horizontal superior do pórtico, mas a flecha excessiva da viga que contém o nó 9 (e também das demais vigas). Inclusive, o pórtico de Mínimo Peso em sua forma direta obedece o deslocamento horizontal.

4.6.3 – Pórtico de Morris – Análise Elasto-plástica

A seguir encontram-se os dois gráficos de *fator de carga* x *deslocamento*, (considerando todas as cargas em seu valor máximo) relativos aos deslocamentos horizontal do nó 1 e vertical do nó 9.

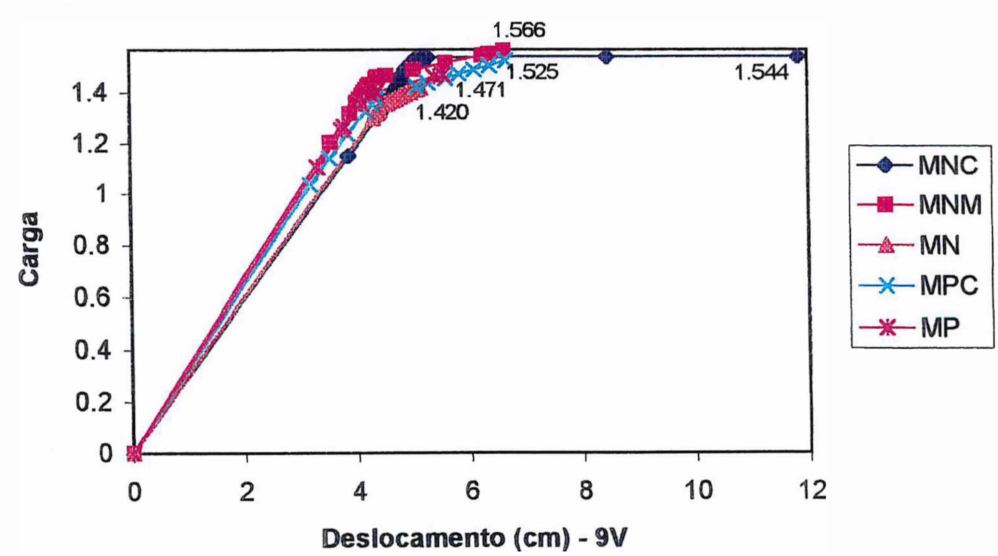


Figura 4.33- Análise Incremental –deslocamento vertical do nó 9

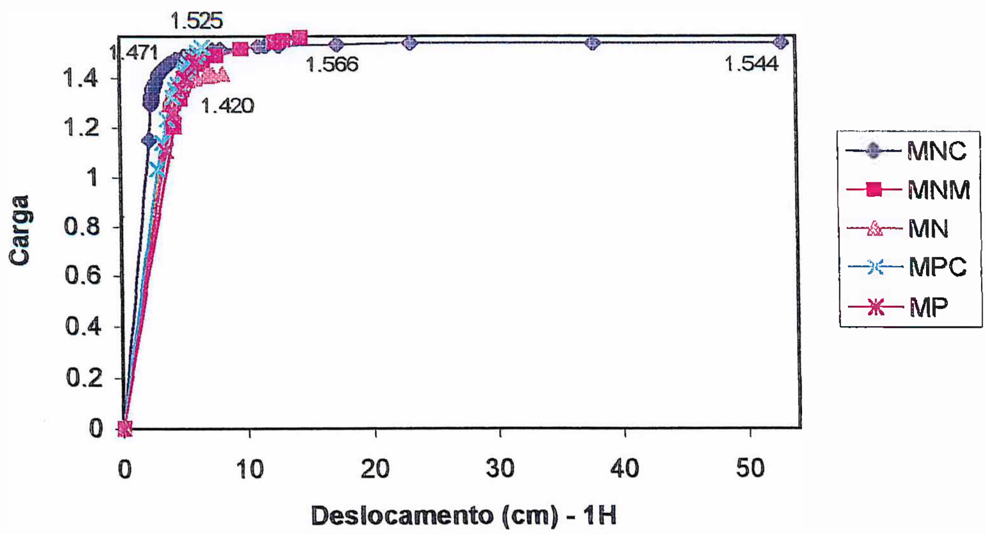


Figura 4.34- Análise Incremental –deslocamento horizontal do nó 1

Analisando os gráficos acima, observa-se que a estrutura **MNC** deslocou-se mais até o colapso incipiente. Consequentemente, a estrutura **MNM** também se deslocou bastante, uma vez que é obtida a partir do resultado daquela.

4.6.4 – Pórtico de Morris – Análise Dinâmica

A análise dinâmica é apresentada através do gráfico a seguir, que mostra a evolução das frequências de vibração com o aparecimento de rótulas plásticas. A estrutura de mínimo peso construtivo (**MPC**) possui maiores frequências de vibração para as primeiras rótulas plásticas.

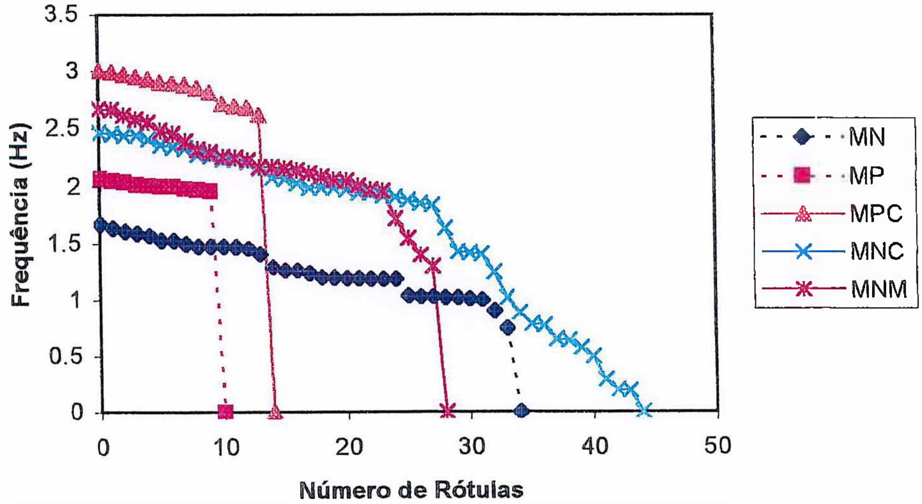


Figura 4.35- Evolução da frequência (Hz)

Tabela 4.20- Nº de Rótulas (x) Frequência Fundamental em Hertz – Pórtico de Morris

	0	5	10	15	20	25	30	35	40	45
MN	1.668	1.533	1.473	1.264	1.194	1.039	1.014	0.00	-	-
MNC	2.451	2.368	2.242	2.079	1.977	1.880	1.420	1.792	0.501	0.00
MNM	2.669•	2.483	2.259	2.156	2.052	1.557	0 (29ª)	-	-	-
MP	2.067	2.008	0.001	0 (11ª)	-	-	-	-	-	-
MPC	3.009	2.899	2.714	0 (14ª)	-	-	-	-	-	-

Obs: os valores entre parêntesis referem-se ao número de rótulas no mecanismo de colapso.

Por ilustração são mostrados abaixo os quatro primeiros modos de vibração da estrutura rígida, considerando o caso **MNC**:

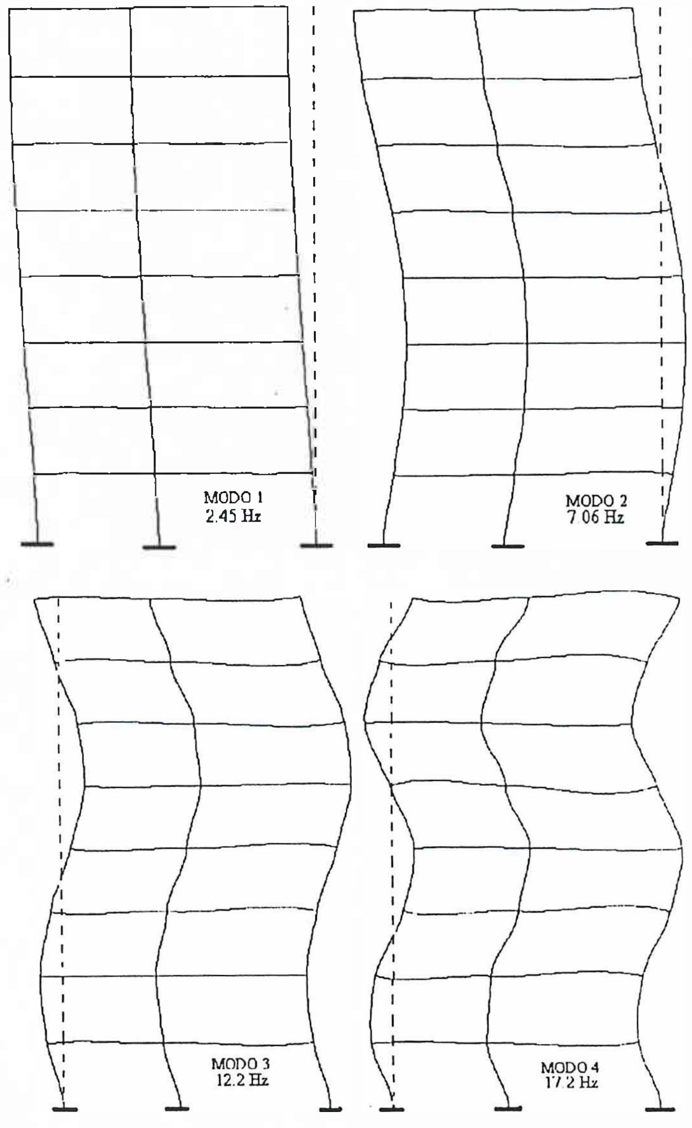


Figura 4.36- Modos de Vibração – Pórtico de Morris

Como se observa, a síntese para carregamentos fixos resultou em valores inferiores para peso, se comparada com a síntese para cargas não-proporcionais. O peso dos pórticos que obedecem aos estados limites de deslocamento resultou em valores não muito superiores ao seu peso direto, o que vem em consequência dos reduzidos deslocamentos nos pórticos diretos. Em vista disto, apenas os casos **MN** e **MNC** não obedeceram ao deslocamento horizontal.

O desempenho elasto-plástico é superior para o caso **MNM**, com uma maior carga de colapso. No entanto, o caso **MNC** desloca-se mais até o colapso incipiente.

As primeiras frequências naturais do pórtico de Morris são baixas, como observado na Tabela 4.20. O pórtico em sua forma direta que teve sua maior frequência foi o **MPC**, com 3 Hz. O pórtico **MNM** tem a segunda menor frequência (2.7 Hz), permitindo porém um número bem maior de rótulas plásticas, como mostra a Figura 4.35. Estas frequências se aproximam das frequências típicas de ritmos humanos (Tabela 2.2). Porém, a aplicação de um simples contraventamento (como será visto no item **4.8**), aumenta bastante os valores de frequência.

4.7 – INFLUÊNCIA DA DISCRETIZAÇÃO NA MÍNIMA NORMA

Sabe-se que a Mínima Norma não leva em conta variáveis de projeto (restrições tecnológicas) em sua solução. Deste modo, um maior refinamento, uma maior discretização, poderá alterar a solução de Mínima Norma, já que a distribuição de esforços também se altera. O pórtico de Cohn foi discretizado conforme indica a tabela a seguir, objetivando-se estudar a variação do peso da estrutura e o fator de carga de colapso plástico como função do número de elementos.

Tabela 4.21- Discretizações do Pórtico de Cohn

Nº Elementos por Peça	Total de Elementos
1	8
2	16
3	24
4	32

Sendo assim, é possível analisar como se comportam os pesos e o fator de colapso para os diversos casos de refinamento indicados na tabela acima.

4.7.1 – Carregamentos Fixos – Cargas no Máximo

O gráfico abaixo nos a evolução do peso em função do refinamento na Mínima Norma, aplicado ao pórtico de Cohn.

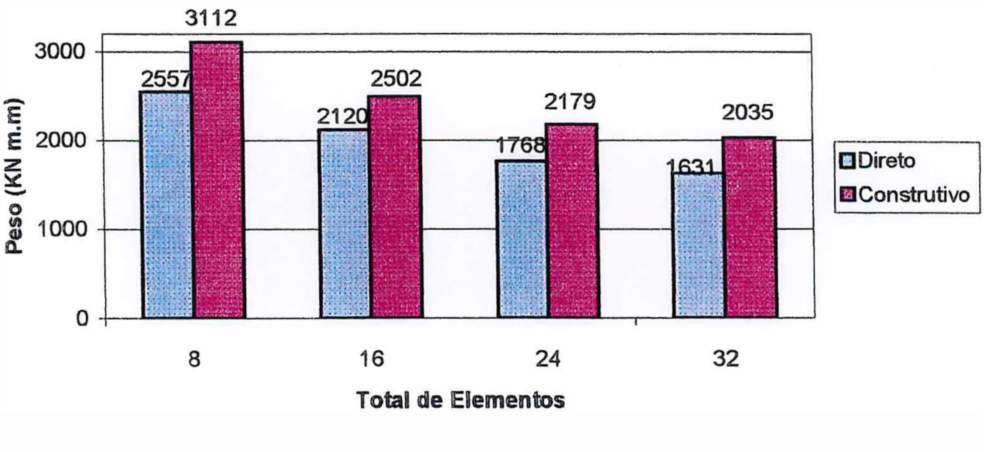


Figura 4.37- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos

Observe pelo gráfico acima que o peso do pórtico cai à medida que o refinamento aumenta. No entanto, percebe-se uma tendência de convergência, à medida que a diferença percentual entre o peso para 8 elementos e o peso para 16 elementos foi de 17%, seguindo-se

16% para os dois seguintes, e 7% para a diferença entre 24 e 32 elementos. Se o refinamento continuasse, a expectativa seria de uma diferença marginal cada vez menor, tendendo a zero.

4.7.2 – Carregamentos Não-Proporcionais

O gráfico da Figura 4.38 apresenta a evolução do peso em função do refinamento na Mínima Norma, aplicado ao pórtico de Cohn, de acordo com as discretizações da Tabela 4.20.

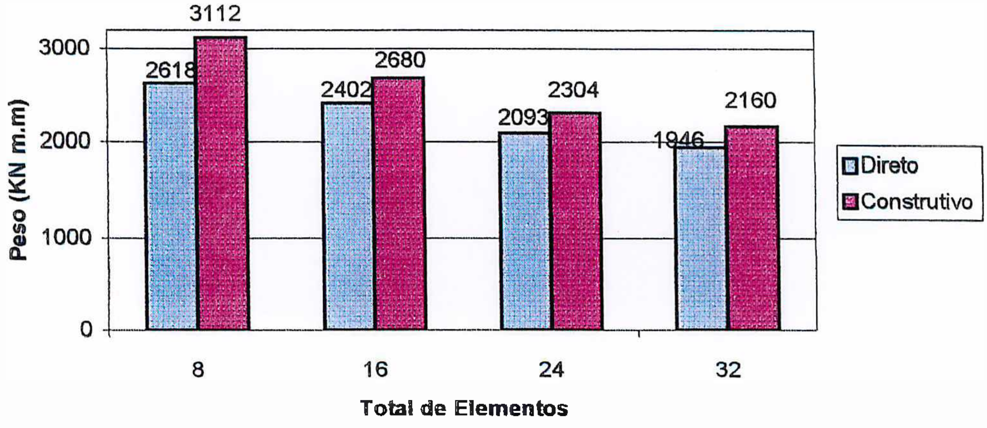


Figura 4.38- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos

Por ser um caso particular da síntese para cargas não-proporcionais, o caso anterior resultou em pesos ligeiramente menores. Para os pórticos sintetizados considerando carregamento não-proporcional foi realizada a análise incremental, descrita a seguir.

4.7.3 – Análise Elasto-plástica

É apresentada na Figura 4.39 a análise elasto-plástica para os casos construtivos da Mínima Norma Euclidiana, considerando todas as discretizações da Tabela 4.20. Para tal, foram consideradas as cargas em seu valor máximo, e tomado o deslocamento horizontal superior do pórtico no eixo das abcissas.

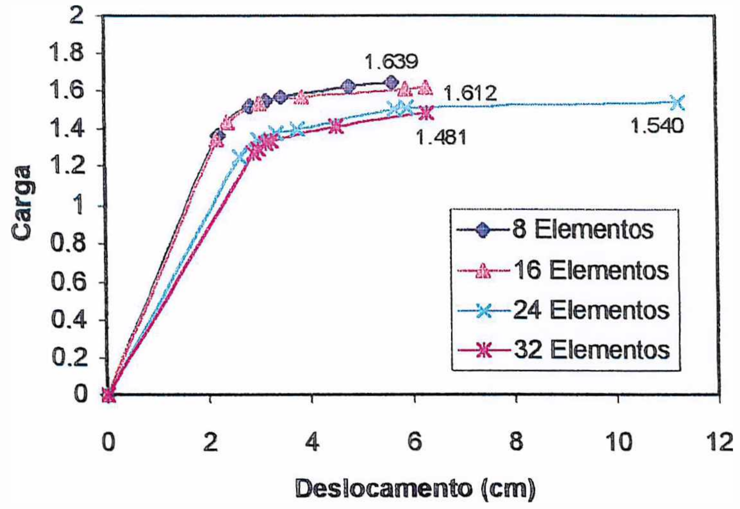


Figura 4.39- Gráfico *carga* x *deslocamento*

Observa-se que quanto maior o refinamento utilizado menor o fator de carga aferido através do processo elasto-plástico incremental. O maior fator de colapso (8 elementos) ficou aproximadamente 9.6% superior ao menor (32 elementos).

Obs: Não há sentido em estudar a influência da discretização para o Mínimo Peso, uma vez que, se as restrições tecnológicas continuam as mesmas, não haverá alteração no peso da estrutura.

4.8 – CONTRIBUIÇÃO DO CONTRAVENTAMENTO

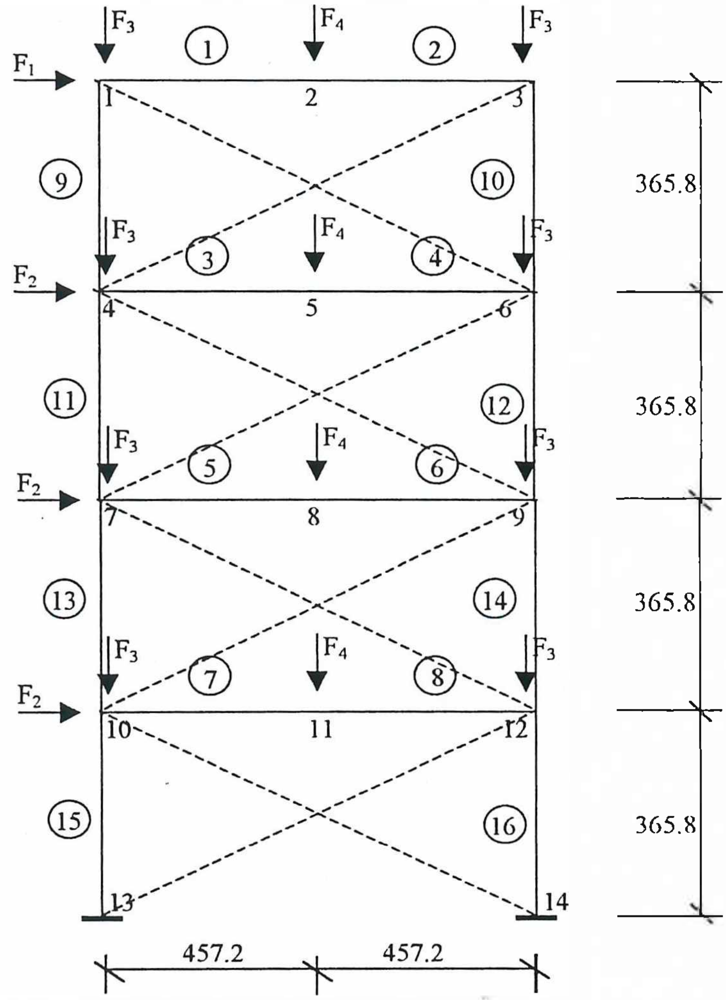


Figura 4.40- Pórtico de Majid contraventado (valores em cm)

O pórtico acima é o pórtico de Majid, apresentado na aplicação **4.5**, ao qual foi aplicado o contraventamento da Figura 4.40. Os resultados foram bastante satisfatórios, principalmente no que se refere aos estados limites de serviço. Utilizando o contraventamento, as estruturas diretamente obtidas dos métodos Mínima Norma e Mínimo Peso atenderam de imediato a todos os deslocamentos admissíveis. Os detalhes são mostrados adiante.

4.8.1 – Síntese Plástica Limite

É apresentado a seguir o resumo para os pesos diretos e construtivos do pórtico contraventado. A solução para carregamento não-proporcional foi equivalente à solução para cargas fixas.

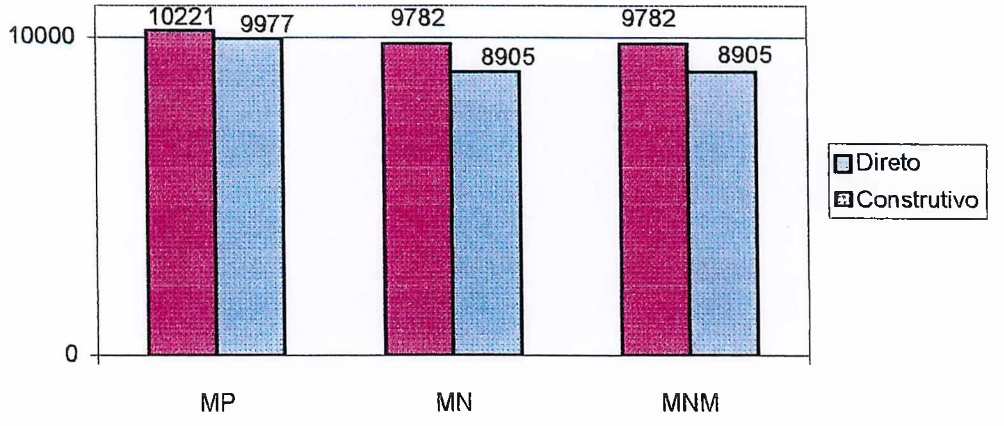


Figura 4.41- Relação entre os Pesos Diretos e Construtivos (Valores em kNm.m)

Analisando a Figura 4.41, observa-se que a solução **MNM** (Mínima Norma Modificada) foi equivalente à **MNC** (Mínima Norma Construtivo). Isto ocorreu porque o resultado da Mínima Norma Euclidiana para o pórtico foi bastante uniforme. Sendo assim, ao escolher as variáveis de projeto posteriormente, o peso do pórtico em nada mudou. Como se observa, o Mínimo Peso ficou aproximadamente 4% superior.

4.8.2 – Deslocamentos na Estrutura Contraventada

No pórtico de Majid, devido à existência de considerável esforço de vento, o deslocamento crítico, que norteou o dimensionamento final das estruturas, foi em todos os casos o deslocamento horizontal do pórtico. Com a presença dos elementos de contraventamento o deslocamento horizontal reduziu sensivelmente.

Tabela 4.22- Deslocamento horizontal superior (cm)

Admissível	**MN**	**MP**	**MNC**	**MPC**	**MNM**
3.66	1.92 (9.66)	1.79 (8.59)	1.90 (6.60)	1.76 (5.89)	1.90 (5.78)

Obs: Os valores entre parêntesis representam o deslocamento do pórtico não-contraventado

Como observado na análise de deslocamento, a existência de contraventamento fez com que as estruturas obedecessem de imediato aos estados limites de deslocamento, não sendo necessário utilizar a estratégia de dimensionamento descrita em **3.6**.

4.8.3 – Análise Elasto-plástica da Estrutura Contraventada

A análise elasto-plástica incremental fornece o seguinte gráfico *fator de carga* x *deslocamento*, para o nó 1, direção horizontal e cargas de serviço no valor máximo.

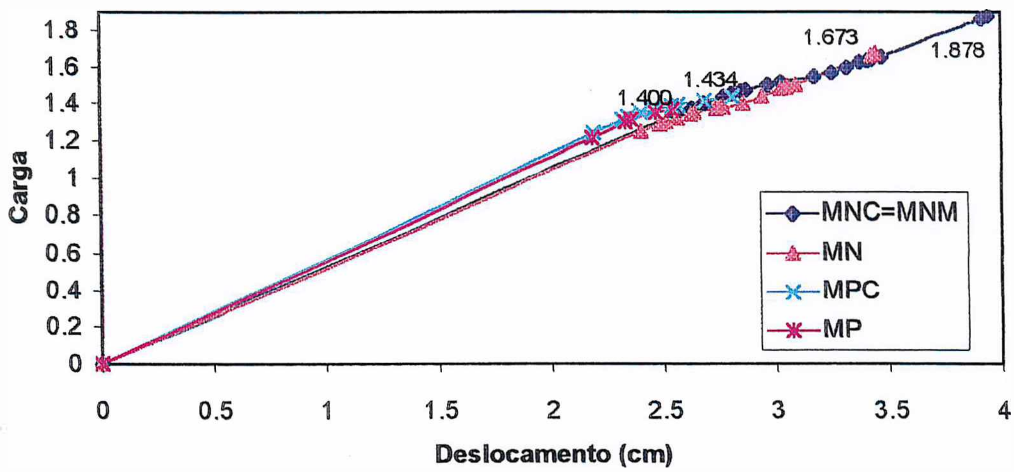


Figura 4.42- Gráfico *carga* x *deslocamento* Pórtico Contraventado

Comparando o resultado do gráfico acima com a análise elasto-plástica para o pórtico sem contraventamento, a primeira constatação é a redução do deslocamento horizontal da estrutura.

4.8.4 – Análise Dinâmica da Estrutura Contraventada

A tabela a seguir apresenta a análise dinâmica para o pórtico de Majid contraventado, contemplando os diversos casos . As frequências de vibração são apresentadas para a versão rígida do pórtico (sem rótulas plásticas).

Tabela 4.23- Frequências Fundamentais (Hz)

Caso	Valor c/ Contrav.	Valor s/ Contav.	2ª Frequência
MN	6.243	2.76	12.575
MP	6.273	2.88	13.601
MNM	7.563	4.16	18.434
MNC	7.563	4.06	18.434
MPC	7.870	4.11	23.325

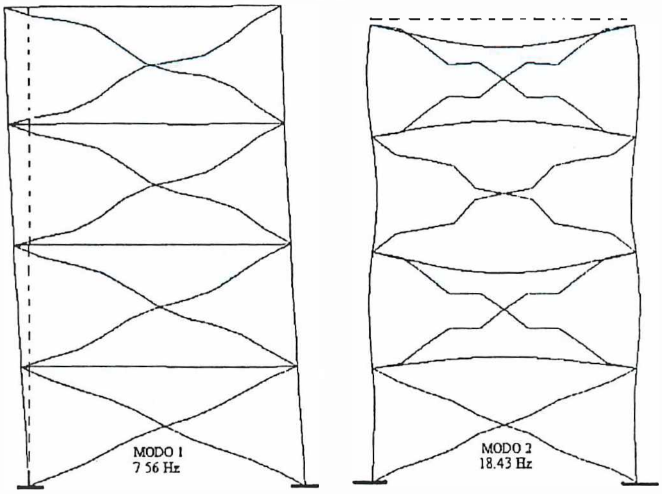


Figura 4.43- Modos de Vibração – Estrutura Contraventada

Como se observa, a presença do contraventamento praticamente dobrou a frequência fundamental de vibração do pórtico, principalmente porque esta está associada a um modo lateral, diretamente atacado pelo contraventamento.

5- CONCLUSÕES E SUGESTÕES

5.1 – CONCLUSÕES FINAIS

Os exemplos retirados da bibliografia mostraram que os programas desenvolvidos estão aptos a apresentar resultados satisfatórios. Durante a elaboração dos programas, foram escolhidos outros exemplos diversos, que, mesmo não apresentados aqui, auxiliaram num conjunto de testes que comprovou a habilitação do sistema. Diante disto, pode-se deliberar e tecer comentários sobre os resultados na síntese e análise dos pórticos:

- *Quanto à Síntese para Carregamentos Fixos e Não-proporcionais* – As sínteses para carregamentos fixos resultaram em pesos diretos inferiores aos da síntese para cargas não-proporcionais.
- *Quanto à Mínima Norma Modificada* **MNM** – A Mínima Norma Modificada forneceu de modo geral um maior fator de colapso, maiores frequências naturais e menores deslocamentos.
- *Quanto ao desempenho elasto-plástico das estruturas* – O fator de colapso das estruturas analisadas foi sempre superior ao fator de carga de projeto. A primeira rótula plástica em todos os casos ocorreu a fatores de carga superiores à unidade, indicando assim que, em serviço, não há formação de rótulas plásticas.
- *Quanto aos Estados Limites de Deslocamento* – O deslocamento crítico dos pórticos foi de modo geral o deslocamento superior horizontal, devido às cargas de vento aplicadas.
- *Quanto aos casos* **MNP, MNI, MPP, MPI** – Os pesos dos pórticos que atendem aos estados limites de deslocamento, como se observa pelos resultados, apresentaram resultados sensivelmente maiores
- *Quanto aos efeitos de segunda ordem* – os efeitos de segunda ordem quase nada alteraram na análise elástica, indicando que os pórticos de Mínimo Peso e de Mínima Norma são inicialmente rígidos o bastante para a solução linear se aproximar da não-linear.
- *Quanto ao efeito da discretização da estrutura* – À medida em que aumentamos a discretização a estrutura, o peso da Mínima Norma reduz, com uma clara tendência de convergência.
- *Quanto ao desempenho dinâmico* – De modo geral, os pórticos se comportam dinamicamente bem, principalmente quando sua utilização se restringe à ocupação

humana não-industrial (ver Tabela 2.2). Como visto, o contraventamento no pórtico aumenta sensivelmente a frequência natural, sem aumentar o peso.

5.2 – SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

As sugestões a seguir referem-se a aspectos não incluídos neste trabalho, que poderão ser considerados em pesquisas posteriores, destacando-se as seguintes:

- Considerar a distribuição espacial da estrutura, utilizando relações de interação de esforços sugeridas por norma;
- Comparar os resultados aqui obtidos com um terceiro critério: envoltória elástica;
- Incluir uma rotina de cálculo de frequências naturais de vibração de modo a não ser mais necessário o uso de um programa externo.
- Incluir o *strain hardening* (endurecimento) no modelo elasto-plástico;
- Incluir na matriz de rigidez local coeficientes que levem em conta o efeito de semi-rigidez nas conexões;
- Considerar os efeitos dos esforços axiais na construção do *tableau* que será submetido à programação linear, através de funções de interação normal-fletor;
- Realizar uma análise dinâmica no tempo, através da aplicação de carregamentos que variem no tempo, perfazendo uma análise do tipo *Time-History*.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

[1] ABNT (1986). *NBR-8800 – Projeto e Execução de Estruturas de Aço de Edifícios,* ABNT, Rio de Janeiro.

[2] ALWOOD, B. O., HEATON H., NELSON, K., (1961). *Steel Frames for Multi-Storey Buildings,* British Constructional Steelwork Association Publication 16.

[3] ANDRADE, C. F., ANDRADE, J. C. (1997). *Resposta Dinâmica de Pisos Estruturais ao Caminhar Normal de Pedestres,* Anais do XVIII CILAMCE, pg. 2011-2017.

[4] ANSYS INC. (1995). *User's Manual – Theory,* Vol. IV, Edited by Peter Kohnke, Ph.D., Houston, PA, USA.

[5] BATHE, K. J. (1982). *Finite Elements Procedures in Engineering Analysis,* Prentice-Hall, Inc., Pg. 557-668.

[6] BATTISTELLE, R. A. G., MANCINI, E. (1990). *Influência das Deformações Axiais nos Pilares e Efeito de 2ª Ordem em Pórticos Planos,* Anais do XI CILAMCE, Pg. 25-26.

[7] BEAUFAIT, F. W., HOADLEY, P., G. (1970). *Computer Methods of Structural Analysis,* Prentice-Hall, Inc., Pg. 78-138.

[8] BEEDLE, L. S. (1966). *Plastic Design of Steel Frames,* John Wiley & Sons Inc., Pg. 334-351.

[9] BELLEI, I. H. (1994). *Edifícios Industriais em Aço, Projeto e Cálculo,* FEM, Projeto de Divulgação Tecnológica, ed. PINI, São Paulo.

[10] BOLDRINI, J. L., COSTA, S. R. (1986). *Álgebra Linear,* ed. HARBRA, UNICAMP, Campinas.

[11] BREBBIA, C.A., FERRANTE, A. J. (1986). *Computational Methods for the Solution of Engineering Problems,* Pentech Press, London, Pg. 188-191.

[12] CAMILO, L. H. (1991). *Problemas de Análise e Síntese no Método das Rótulas Plásticas,* Tese de Mestrado, USP – Escola de Engenharia de São Carlos, São Carlos, São Paulo.

[13] CEB (1991). *Vibration Problems in Structures,* Comite Euro-International du Beton, Bulletin D'Information Nº 209, Lausanne, Switzerland.

[14] CHANDRA, R., KRISHNA, P., TRIKHA, D. N. (1990). *Nonlinear Analysis os Steel Space Structures,* Journal of Structural Engineering, ASCE, 116(4), Pg. 898-909

[15] CHANDRA, R., KRISHNA, P., TRIKHA, D. N. (1990). *Elastic-Plastic Analysis of Steel Space* Structures, Journal of Structural Engineering, ASCE, 116(4), Pg. 939-955

[16] CHEN, W., GOTO, Y., LIEW, R. (1996). *Stability Design of Semi-Rigid Frames*, McGraw-Hill, New York.

[17] CLOUGH, R. W., PENZIEN, J. (1975). *Dynamics of Structures*, McGraw-Hill, USA.

[18] ENSTMINGER, G. (1994) *Segredos dos Mestres do Visual Basic 3.0 for Windows*, ed. Berkeley.

[19] GALLAGHER, R. H., ZIENKIEWICZ, O. C. (1977). *Optimum Structural Design*, John Wiley & Sons Inc. Pg. 267-282.

[20] GERE J. M., WEAVER W., (1965). *Analysis of Framed Structures,* Van Nostrand Reinhold Company.

[21] HALL, S. K., CAMERON, G. E., GRIERSON, D. E. (1989). *Least-Weight Design of Steel Structures Frameworks Accounting for P-Δ Effects*, Journal of Structural Engineering, ASCE, 115(6), Pg. 1436-1475.

[22] HARRISON, H. B. (1973). *Computer Methods in Structural Analysis,* Prentice-Hall Inc., Englewood Cliffs, New Jersey.

[23] HARRISON, H. B. (1980). *Structural Analysis and Design,* Pergamon Press, Oxford.

[24] HOLZNER, S. (1994). *Visual Basic for Windows Versão 3.0*, The Peter Norton Computing Group, ed. CAMPUS.

[25] HORNE, M. R. (1979). *Plastic Theory of Structures,* Pergamon Press, Oxford

[26] HUNG, N. D., MORELLE, P. (1990). *Optimal Plastic Design and The Development of Practical Software, in Mathematical Programming Methods in Structural Plasticity,* International Centre for Mechanical Sciences, Courses and Lectures nº 299, ed. D. L. SMITH, Udine.

[27] KANAGASUNDARAM, S., KARIHALOO, B. L. (1990). *Optimum Design of Frames Under Multiple Loads,* Computer & Structures, 36(3), Pg. 443-489

[28] KONG, F. K., COATES R. C. (1975). *Structural Analysis,* ed. Thomas Nelson Ltd., Pg. 274-318.

[29] LIEW, J. Y. R., SHANMUGAM, N. E. (1994). *New Trends in Frame Design,* Proceedings of III International Kerensky Conference on Global Trends in Structural Engineering.

[30] MAJID, K. I. (1972). *Non-Linear Structures,* Butterworths & Co. Ltd., London

[31] MARQUES, S. P., CREUS, G. J. (1990). *Análise Não-Linear Física e Geométrica de Pórticos Espaciais,* Anais do XI CILAMCE, Pg. 13-24.

[32] MELLO, E. L. (1980). *Some Applications of Generalized Inverse Theory to Structural Problems,* PhD Thesis, University of London, London.

[33] MELLO, E. L., SAHLIT C. L. (1983). *Análise Elástica e Elastoplástica das Estruturas,* Apostilas do Curso de Extensão em Engenharia Civil, UnB, Brasília.

[34] MUNRO, J., SMITH, D. L. (1976). *Plastic Analysis and Synthesis of Frames Subjected to Multiple Loadings*, Gordon and Breach Science Publishers Ltd. London

[35] NEAL, B. G. (1977). *The Plastic Methods of Structural Analysis*, Chapman and Hall, London

[36] ODEN, J. T. (1969). *Finite Element Applications in Non-Linear Structural Analysis*, Procedures Joint Symposium, Vanderbilt University, *American Society of Civil Engineers,* Nashville, pg. 419-456.

[37] PAULA, V. F. (1995). *Otimização e Segurança de Estruturas Metálicas Submetidas a Carregamentos Estáticos,* Tese de Mestrado, UnB, Departamento de Engenharia Civil, Brasília.

[38] PAZ, M. (1992). *Dinámica Estructural – Teoría y Cálculo*, Reverté S. A., Barcelona.

[39] RAO L. R., MITRA S. K. (1971). *Generalized Inverse of Matrices and Its Applications*, John Wiley & Sons Inc.

[40] RENSBURG, B. W. J., KRUEGER, T. S. (1994). *Analysis of Steel Gable Frame Structures*, Procedures of III International Kerensky Conference on Global Trends in Structural Engineering.

[41] RIOS, B. M., ANTUNES, H. M. (1990). *Análise Tridimensional e Envoltória de Esforços em Edifícios Altos*, Anais do XI CILAMCE, Pg 1-12.

[42] RUGGIERO, M. A. G., LOPES, V. L. R. (1988). *Cálculo Numérico, Aspectos Teóricos e Computacionais,* McGraw-Hill, UNICAMP, Campinas

[43] VIEIRA, F. C. P. (1997). *Análise de Estruturas Metálicas Espaciais Aporticadas com Diferentes Funções de Plastificação,* Tese de Mestrado, UnB, Departamento de Engenharia Civil, Brasília.

[44] WANG, C. K. (1989). *Intermediate Structural Analysis,* 6ª ed., McGraw-Hill Inc., New York.

[45] WEBB, J. REGELSKI, M. (1997). *Usando Visual Basic 4.0,* ed. CAMPUS.

APÊNDICE A

A ANÁLISE PELO ANSYS

A.1 – DIRETÓRIOS E ARQUIVOS

Em cada execução feita pelo ANSYS há um título para o projeto (*jobname*) que dará nome a todos os arquivos de saída, os quais terão extensões diferentes dependendo do seu conteúdo. Desta forma, o ANSYS lê e escreve arquivos no diretório de onde a execução foi invocada. Como exemplo, o arquivo que contém a lista de comandos utilizados fica em *jobname.log* e o arquivo que contém avisos e mensagens de erro fica em *jobname.err*.

A.2 – COMANDOS E EXECUÇÃO

O ANSYS quando usado de forma interativa possui um menu que tem a função de possibilitar ao usuário que escolha os comandos necessários. Alternativamente ao menu, o usuário poderá digitar o comando diretamente por uma janela que recebe os nomes dos comandos na sintaxe correta e os executa. O ANSYS possui três principais módulos em sua execução:

1- Pré-processador: Essencialmente, recebe a geometria, discretização da estrutura e materiais utilizados.
2- Solução: Especifica condições de contorno e cargas aplicadas. Resolve para deslocamentos nodais em estruturas, problemas de fluidos ou térmicos, dinâmicos, etc., a depender do que o usuário escolheu no pré-processador.
3- Pós-Processador: Computa os resultados obtidos na etapa anterior e os coloca na tela de forma gráfica e interativa.

Cabe lembrar que para que o usuário passe de um modo para outro, é preciso digitar o comando FINISH, que finaliza o processador e passa à próxima etapa da análise. Convém salientar também que o programa ANSYS realiza severas demandas de memória, e é necessário que se fechem todas as demais janelas, de forma a se resguardar um máximo de memória para a execução.

A.3 – A INTERFACE GRÁFICA

O ANSYS referencia sua interface gráfica por GUI (*Grafical User Interface*). A interface gráfica consiste das seguintes janelas e menus:

1- Principal: Contém os comandos principais, como Pré-processador, Solução, Pós-processador, etc. Ao invocar quaisquer desses comandos principais, aparecerão outros submenus com comandos subsequentes.
2- Utilidades: O menu de utilidades contém uma série de comandos que são invocados diversas vezes em uma análise interativa (*Arquivo*, *Selecionar*, *Listar*, *Plotar*, *Comandos de Plotagem*, etc.). Por exemplo, o menu *Arquivo* contém uma série de submenus, como *Sair*, *Ler Arquivo de Dados*, *Importar*, *Exportar*, etc.). Os menus *Listar* e *Plotar* permitem que o usuário consulte os arquivos de entrada e de saída.
3- Menus Gráficos: É de fundamental importância na versão 5.2 do ANSYS devido ao fato que através deste menu, uma parte considerável dos dados de entrada podem ser informados interativamente.
4- Input: permite a digitação de comandos via teclado. Para isso, a sintaxe deverá estar correta.
5- Barra de Ferramentas: Pode ser personalizada pelo usuário, à medida que os principais comandos são nela adicionados.
6- Ajuda *on line*: O ANSYS em sua versão 5.2 possui todos os volumes dos seus manuais disponíveis através do menu de ajuda. A ajuda pode ser feita de várias maneiras, incluindo procura por manual, por assunto, por palavra, etc.

A.4 – OS ELEMENTOS FINITOS UTILIZADOS NO ANSYS POR ESTA PESQUISA

Os dois elementos utilizados nesta pesquisa (BEAM3 e COMBIN7) estão listados e resumidos logo a seguir.

A.4.1 – O ELEMENTO BEAM3

O elemento BEAM3 é do tipo uniaxial com capacidades de ser comprimido, tracionado e fletido. Possui duas translações (vertical e horizontal) e uma rotação por nó. A Figura A.1 mostra um esquema do elemento.

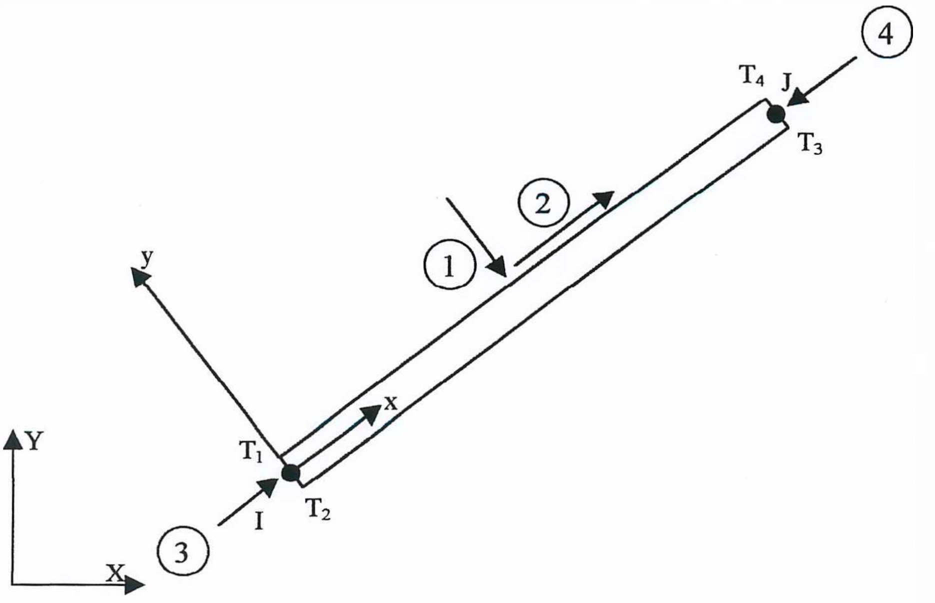


Figura A.1- Elemento BEAM3

Geometria, localização dos nós e sistema de coordenadas são mostrados na figura acima. O elemento é definido pelos dois nós, área da seção transversal, momento de inércia, altura e propriedades do material. O elemento pode levar em consideração a deformação por cisalhamento (caso em que a constante SHEARZ é não-nula. Neste caso, a constante GXY, que é o módulo cisalhante, deverá ser informada. Também poderá ser considerada uma deformação inicial do elemento, através da constante ISTRN, que deve ser fornecida como sendo o resultado de δ/L, onde L é o comprimento entre os nós I e J e δ é a diferença entre este comprimento e aquele referente ao corpo livre de tensões iniciais.

Podem ser fornecidas pressões de contato com as faces do elemento, representadas pelos círculos numerados na figura acima. As temperaturas podem ser fornecidas nos quatro "cantos" indicados pelas letras T_1 , T_2 , T_3 , T_4 . Se as outras temperaturas não forem fornecidas, terão os mesmos valores de T_1 . Um resumo do elemento está descrito a seguir.

Tabela A.1- Elemento BEAM3 - Resumo

Elemento BEAM3 – Resumo	
Nome do Elemento	BEAM3
Nós	I, J
Graus de Liberdade	UX, UY, ROTZ
Constantes	AREA, IZZ, HEIGHT, SHEARZ, ISTRN, ADDMAS
Propriedades do material	EX, ALPX, DENS, GXY, DAMP

Forças de Superfície	face 1 (normal), face 2(tangencial), face 3 (normal), face 4 (normal)
Forças de Corpo	Temperaturas aplicadas em T_1 , T_2 , T_3 , T_4
Características	Grandes deslocamentos, Pré-tensões
KEYOPT(6)	Quando nulo, não permite a impressão dos resultados para forças e momentos; quando unitário, permite a impressão, mas nas coordenadas locais do elemento
KEYOPT(9)	É usado para controlar saídas de dados adicionais em outros locais intermediários aos nós. Quando possui o valor N, permite a impressão de resultados em N locais intermediários.
KEYOPT(10)	Usado quando se deseja fornecer forças de superfície que são gradientes a partir dos nós.

O elemento BEAM3 pode ter qualquer seção transversal. No entanto, as tensões são calculadas como se a fibra mais tracionada ou comprimida fosse distante da linha neutra exatamente a metade de uma altura. O gradiente de temperatura é considerado linear através do elemento, quando usado. Com relação ao sistema coordenado, o elemento deve estar contido em um plano XY, e não poderá ter comprimento nulo. Se não forem considerados grandes deslocamentos, o momento de inércia poderá ser nulo.

A.4.2 – O ELEMENTO COMBIN7

O COMBIN7 é um elemento tridimensional do tipo "pino" útil para considerar rótulas internas. Pode ser usado para conectar duas ou mais partes de uma estrutura em um ponto comum. Entre suas capacidades, podemos listar considerações de flexibilidade e rigidez de junta, amortecimento e atrito entre as suas partes. Possui capacidade para grandes deslocamentos. A Figura A.2 esclarece.

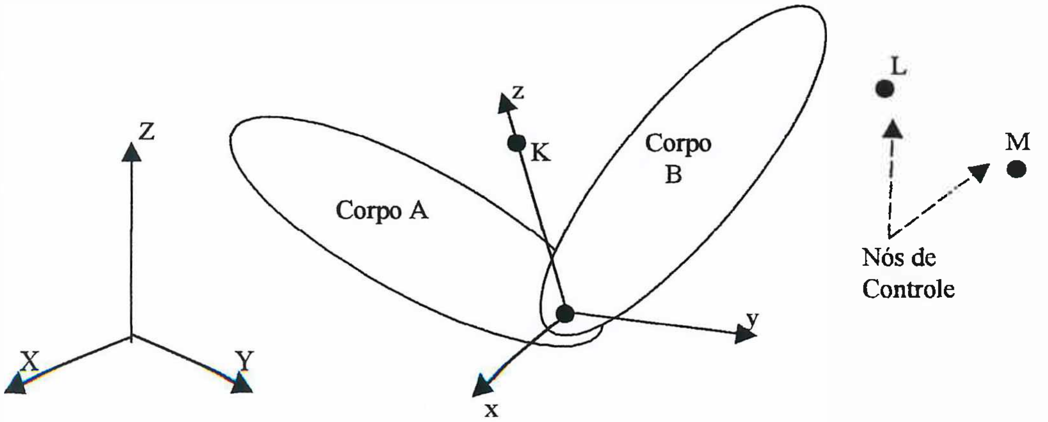


Figura A.2- Elemento COMBIN7

A geometria e sistema de coordenadas do elemento são descritos na Figura A.2. O elemento é constituído por cinco nós, dos quais os nós I e J são ativos, o nó K define o eixo de revolução inicial e os nós L e M são nós de controle. Os nós ativos I e J devem ser coincidentes. Os corpos A e B podem ser, por exemplo, dois elementos BEAM3 conectados por um elemento COMBIN7. No caso do nó K não ser definido, o programa considera como eixo de revolução o eixo z. Para uma melhor compreensão, o esquema de rotação do elemento é descrito na Figura A.3.

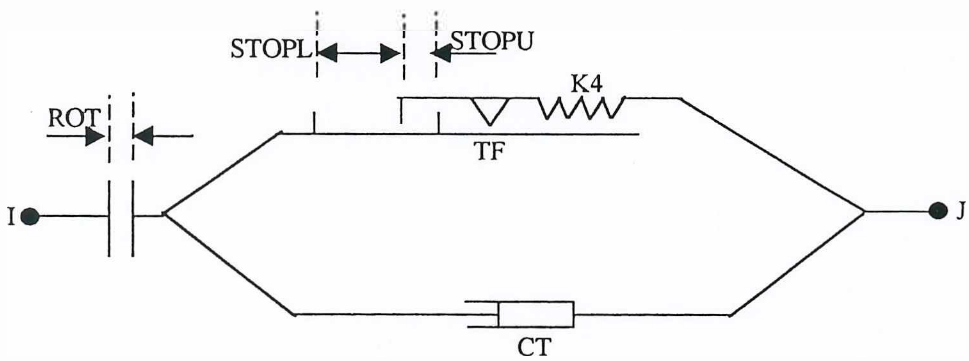


Figura A.3- Elemento COMBIN7- Esquema de Funcionamento

Os nós ativos I e J possuem por seis graus de liberdade, porém cinco destes (UX, UY, UZ, ROTX, ROTY) podem ter seu grau de flexibilidade definido previamente, através da colocação das constantes K1 (rigidez de translação no plano xy), K2 (rigidez de translação na direção z) e K3 (rigidez à rotação em torno dos eixos x e y). Também pode ser considerada a massa da junta, que será distribuída por igual entre os nós I e J. O objetivo dos nós de controle L e M é introduzir características e comportamento especiais do elemento, tais como seu comportamento após atingir o limite de revolução, discutido a seguir.

Na Figura A.2, pode-se observar alguns valores, como TF, que inclui o atrito entre as partes da junta, CT, que permite consideração de uma certa viscosidade na fricção, K4, que significa a rigidez rotacional. Obviamente, se o valor de TF for igual a zero, não haverá fricção à rotação, e esta será livre. A constante ROT permite a consideração de um rotação inicial. As distâncias consideradas na figura STOPU e STOPL são rotações limites que o usuário poderá fixar, sendo STOPU a rotação máxima (nó J à frente de I) e STOPL a rotação mínima reversa (nó J aquém de I). valores nulos para STOPU e STOPL liberam estes limites de rotação. A Tabela A.2 resume o elemento.

Tabela A.2- Elemento COMBIN7 - Resumo

Elemento COMBIN7 – Resumo	
Nome do Elemento	COMBIN7
Nós	I, J, K, L, M (K, L, M opcionais)
Graus de Liberdade	UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ
Constantes	K1, K2, K3, K4, CT, TF, MASS, IMASS, TLOAD, START, STOPL, STOPU, ROT, C1, C2, C3, C4
Propriedades do material	Nenhuma
Forças de Superficie	Nenhuma
Forças de Corpo	Nenhuma
Características	Grandes deslocamentos, atrito interno, limites de revolução
KEYOPT(1)	Habilita o controle (nós L e M) sobre os graus de liberdade, 1ª e 2ª derivada com respeito ao tempo, integral do valor (CVAL) ou então controle pelo tempo, dependendo do valor admitido a KEYOPT(1)
KEYOPT(2)	Define o comportamento do elemento após este ter alcançado o limite de revolução (STOPL ou STOPU)
KEYOPT(3)	Seleciona o grau de liberdade a ser controlado, dependendo do valor dado a KEYOPT(3).
KEYOPT(4)	Especifica o sistema coordenado sob o qual será feito o controle, se em coordenadas locais ou globais.
KEYOPT(7)	Especifica qual constante real deverá ser modificada em uma análise não-linear subsequente.
KEYOPT(9)	Especifica se a modificação no comportamento não-linear será feita através da equação RVMOD (veja abaixo) ou se a modificação será feita por subrotina do próprio usuário.

O elemento pode ter comportamento não-linear de acordo com a fórmula :

$$\mathbf{RVMOD = RVAL + C1|CVAL|^{C2} + C3|CVAL|^{C4}} \qquad \mathbf{(A.1)}$$

Na equação acima, **RVAL** é a constante real que terá seu comportamento modificado (especificada por KEYOPT(7)). **CVAL** é um valor de controle que servirá de parâmetro de modificação de comportamento. O controle pode ser feito com base em diversos parâmetros para **CVAL**, e esta base é determinada por KEYOPT(1). Exemplos para **CVAL** são dados a seguir:

$$\mathbf{CVAL = UX_L - UX_M} \tag{A.2}$$

$$\mathbf{CVAL = d(UZ_L\text{-}UZ_M)/dt} \tag{A.3}$$

$$\mathbf{CVAL = d^2(ROTZ_L\text{-}ROTZ_M)/dt^2} \tag{A.4}$$

$$\mathbf{CVAL} = \int (\mathbf{UY_L} - \mathbf{UY_M})\mathbf{dt} \tag{A.5}$$

$$\mathbf{CVAL = t} \tag{A.6}$$

O elemento COMBIN7 é válido apenas em uma análise estrutural. Os nós ativos, precisam ser coincidentes. O nó K, quando definido, não pode coincidir com nenhum nó ativo I, J, porém os nós de controle L e M podem ser coincidentes com quaisquer outros nós. As características não-lineares do elemento só são válidas em análise estática e transiente dinâmica. Em quaisquer outras análises o elemento mantém suas características originais e não opera com qualquer mudança de comportamento linear para não-linear. O atrito TF e as grandezas STOPL e STOPU devem ser positivos. Maiores detalhes ver ANSYS[4] .

A.5 – A ANÁLISE MODAL PELO ANSYS – EXEMPLO DE ARQUIVO DE DADOS

O primeiro passo na execução de análise modal pelo ANSYS é a construção do modelo. Para tal, apenas elementos com comportamento linear são considerados. Por exemplo, se forem usados elementos cuja rigidez se modifique após algum movimento da estrutura ou aplicação de cargas, na análise modal tal não ocorrerá e o elemento será considerado linear. Após a construção do modelo, passa-se à escolha do tipo de análise modal e das opções de análise.

Tipos de Análise Modal - O ANSYS tem capacidade para resolver através de quatro métodos: Householder, Iteração de Subespaço, Método Assimétrico e Método Amortecido. Estes dois últimos são métodos especiais requeridos para situações bastante particulares, como por exemplo problemas não-conservativos de fluido-estrutura nos quais as matrizes de massa e de rigidez não são simétricas e problemas de contato, nos quais não se pode desprezar o amortecimento. Os outros dois métodos são realmente os mais utilizados.

Para uma melhor compreensão, será dado a seguir um arquivo de entrada do Pórtico de Cohn para análise modal (ver capítulo 4) juntamente com a interpretação deste arquivo de entrada.

**************** ARQUIVO TÍPICO DE ENTRADA – PÓRTICO DE COHN ***************

```
/PREP7
/TITLE, **** Cohn.INP ****
ANTYPE, MODAL
-----------------------------------------------------
! DEFINIÇÃO DOS TIPOS DE ELEMENTOS
! USADOS
ET, 1, BEAM3, , , , , ,1, , ,9
ET, 2, BEAM3, , , , , ,1, , ,9
ET, 3, BEAM3, , , , , ,1, , ,9
ET, 4, BEAM3, , , , , ,1, , ,9
ET, 5, BEAM3, , , , , ,1, , ,9
ET, 6, BEAM3, , , , , ,1, , ,9
ET, 7, BEAM3, , , , , ,1, , ,9
ET, 8, BEAM3, , , , , ,1, , ,9
-----------------------------------------------------
!PROPRIEDADES DOS MATERIAIS
MP,EX, 1, 2.074E10
MP,DENS, 1, 800.2
MP,EX, 2, 2.074E10
MP,DENS, 2, 800.2
MP,EX, 3, 2.074E10
MP,DENS, 3, 800.2
MP,EX, 4, 2.074E10
MP,DENS, 4, 800.2
MP,EX, 5, 2.074E10
MP,DENS, 5, 800.2
MP,EX, 6, 2.074E10
MP,DENS, 6, 800.2
MP,EX, 7, 2.074E10
MP,DENS, 7, 800.2
MP,EX, 8, 2.074E10
MP,DENS, 8, 800.2
-----------------------------------------------------
!DEFINIÇÃO DAS CONSTANTES
! REQUERIDAS POR CADA ELEMENTO
R, 1, 58.8E-4, 12920E-8, 35E-2
R, 2, 73.6E-4, 21540E-8, 40E-2
R, 3, 73.6E-4, 21540E-8, 40E-2
R, 4, 58.8E-4, 12920E-8, 35E-2
R, 5, 46.7E-4, 7343E-8, 30E-2
R, 6, 46.7E-4, 7343E-8, 30E-2
R, 7, 46.7E-4, 7343E-8, 30E-2
R, 8, 46.7E-4, 7343E-8, 30E-2
-----------------------------------------------------
!COORDENADAS NODAIS
N, 7, 100, 100
N, 4, 100, 400
N, 4, 100, 400
N, 5, 300, 400
N, 5, 300, 400
N, 6, 500, 400
N, 6, 500, 400
N, 8, 500, 100
N, 4, 100, 400
N, 1, 100, 700
N, 1, 100, 700
N, 2, 300, 700
N, 2, 300, 700
N, 3, 500, 700
N, 3, 500, 700
N, 6, 500, 400
-----------------------------------------------------
!POSICIONAMENTO DOS NÓS
N, 9, 100, 130
N, 17, 100, 370
FILL, 9, 17, 7
N, 18, 120, 400
N, 26, 280, 400
FILL, 18, 26, 7
N, 27, 320, 400
N, 35, 480, 400
FILL, 27, 35, 7
N, 36, 500, 370
N, 44, 500, 130
FILL, 36, 44, 7
N, 45, 100, 430
N, 53, 100, 670
FILL, 45, 53, 7
N, 54, 120, 700
N, 62, 280, 700
FILL, 54, 62, 7
N, 63, 320, 700
N, 71, 480, 700
FILL, 63, 71, 7
N, 72, 500, 670
N, 80, 500, 430
FILL, 72, 80, 7
NSCALE, 0, ALL, , , 0.01, 0.01, 0.01
-----------------------------------------------------
!CONECTIVIDADES DOS
!ELEMENTOS
TYPE, 1
MAT, 1
REAL, 1
E, 7, 9
E, 9, 10
EGEN, 8, 1, -1
E, 17, 4
TYPE, 2
MAT, 2
REAL, 2
E, 4, 18
E, 18, 19
EGEN, 8, 1, -1
E, 26, 5
TYPE, 3
MAT, 3
REAL, 3
E, 5, 27
E, 27, 28
EGEN, 8, 1, -1
E, 35, 6
TYPE, 4
MAT, 4
REAL, 4
E, 6, 36
E, 36, 37
EGEN, 8, 1, -1
E, 44, 8
TYPE, 5
MAT, 5
REAL, 5
E, 4, 45
E, 45, 46
EGEN, 8, 1, -1
E, 53, 1
TYPE, 6
MAT, 6
REAL, 6
E, 1, 54
E, 54, 55
EGEN, 8, 1, -1
E, 62, 2
TYPE, 7
MAT, 7
REAL, 7
E, 2, 63
E, 63, 64
EGEN, 8, 1, -1
E, 71, 3
TYPE, 8
MAT, 8
REAL, 8
E, 3, 72
E, 72, 73
EGEN, 8, 1, -1
E, 80, 6
FINISH
/SOLU
-----------------------------------------------------
!CONDIÇÕES DE CONTORNO
D, 7, ALL,0
D, 8, ALL,0
MODOPT, SUBSP, 5
SUBOPT, 9
/PBC,U,1
EPLOT
SOLVE
FINISH
```

**************** COMANDOS DO ARQUIVO DE ENTRADA ***************

/PREP7 – Este comando ativa o pré-processador responsável pela leitura dos dados de entrada. O programa, ao ler este comando, reconhece as linhas subsequentes como sendo aquelas que descrevem o modelo.

/TITLE – Este comando define um título para o modelo em análise. É muito útil principalmente quando da geração de vários arquivos de saída subsequentes, pois identifica o arquivo. O título pode ter no máximo 72 caracteres.

ANTYPE – Define o tipo de análise a ser efetuada. Como se observa no arquivo acima, a palavra "MODAL" foi alocada na mesma linha, significando que há uma análise modal a ser feita.

ET – Este comando identifica o tipo de elemento utilizado. Para este arquivo em particular, o número que aparece após ET significa um rótulo que, no caso, identifica o número da barra. Após este rótulo, aparece 'BEAM3', que é o tipo de elemento usado. O elemento BEAM3 é bi-dimensional e possui três graus de liberdade por nó, sendo duas translações e uma rotação. As vírgulas que aparecem depois de BEAM3 referem-se a rótulos que ativam ou desativam certas opções para o elemento. No caso, o sexto rótulo é igual a 1, o que ativa a impressão de forças e momentos nos nós do elemento. O nono rótulo é igual a 9, opção que permite impressão de resultados não somente nos nós do elemento, mas em 9 posições intermediárias.

MP – Identifica as propriedades dos materiais. Para a análise modal, são importantes as propriedades como o módulo de Young (EX) e a densidade (DENS). Repare que após a palavra que identifica a propriedade, seja ela EX ou DENS, aparece um número que é o rótulo que identifica a barra. Após o rótulo vem o valor da propriedade, que, no caso, está em unidades do sistema internacional (SI).

R – Identifica as propriedades geométricas da barra em questão. Novamente, a barra é identificada pelo mesmo rótulo que ocorre após R, seguindo-se, em ordem, área, inércia e altura da seção.

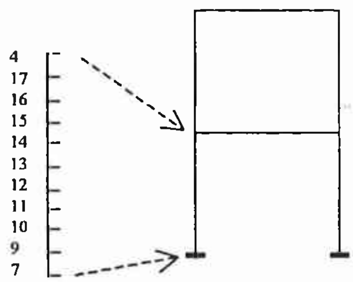
N – Identifica o nó e suas coordenadas (x,y) em relação a um sistema global da estrutura.

FILL – No arquivo exemplo, o comando FILL aparece em vermelho. Analisando o primeiro comando FILL (FILL, 9, 17, 7), observa-se que há uma geração automática, endereçando-se mais 7 nós entre os nós 9 e 17. Observe também que as coordenadas ficam automaticamente determinadas.

NSCALE – Este comando faz-se necessário porque as coordenadas dos nós foram fornecidas em cm, enquanto que as propriedades dos materiais e as constantes foram dadas em m. Sendo assim, NSCALE transforma todas as coordenadas dos nós já dadas, de um fator de escala, seguindo-se o padrão NSCALE, *INC, NO1, NO2, NINC, RX, RY, RZ*. Neste padrão, *INC* é um incremento dado a todos os nós pelo valor fornecido. Em nosso caso, *INC* é igual a zero, o que significa que este comando é ignorado. Observe também que no lugar de *NO1* aparece 'ALL', significando que esta operação deve ser feita para todos os nós. Consequência disto, *NO2* e *NINC* são ignorados. Os códigos *RX, RY, RZ* abrigam os fatores de escala, e o fator 0,01 multiplica todas as coordenadas por este número. Como BEAM3 é elemento bi-dimensional, não é necessário o fator para *RZ*.

CONECTIVIDADES – No arquivo exemplo, observa-se que, após o rótulo '!CONECTIVIDADES' aparece uma série do tipo:

```
TYPE, 1
MAT, 1
REAL, 1
E, 7, 9
E, 9, 10
EGEN, 8, 1, -1
E, 17, 4
```



Na série acima, TYPE identifica o tipo de elemento. Desta forma, todos os elementos abaixo desta linha serão do tipo 1, ou seja, BEAM3. O mesmo raciocínio vale para MAT e REAL, significando que o elemento abaixo conectado possui, respectivamente, material e constantes do tipo 1. O comando 'E', logo abaixo, conecta o elemento já definido dos nós 7 a 9, e em seguida dos nós 9 a 10 (veja a sequência acima). EGEN, 8, 1, -1 significa que a geração automática de elementos deve ser feita num total de 8 vezes, incrementando os nós de 1, sendo que o valor '-1' logo em seguida significa que esta operação deverá iniciar na sequência da linha imediatamente anterior, ou seja, a partir do nó 9. A figura esclarece como ficará a barra codificada por TYPE, 1.

FINISH – Finaliza o modo /PREP7. Na verdade, o comando FINISH finaliza qualquer processador.

/SOLU – Ativa o processador de solução 'solver' do ANSYS.

D – Indica as condições de contorno. No caso do arquivo exemplo exemplo, D, 7, ALL, 0 significa que o nó 7 está restringido em todas as suas direções admissíveis (ALL). Restringindo todas as direções, o número 0 (zero) que vem logo em seguida faz com que todos os outros rótulos sejam desprezados.

MODOPT – Especifica as opções para a análise modal. Seque o seguinte padrão: MODOPT, *Método, Nmodos, FreqB, FreqE, Prmode, Nrmkey.* Os detalhes estão descritos a seguir.

> *Método* – Neste código se identifica o método utilizado para fazer a análise modal. Caso o usuário desejar analisar por *Householder* deverá escrever 'REDUC', lembrando que este método tem solução mais rápida, pois trabalha com um menor número de graus de liberdade denominados "graus mestres". Usando apenas os graus mestres, ter-se-á uma matriz de rigidez exata, porém uma matriz de massa aproximada. A precisão depende de quão aproximada está a matriz de massa. Se o usuário deseja um método de iteração de subespaço, deverá escrever 'SUBSP'. Este método utiliza a matriz de massa em sua forma condensada, o que confere uma maior precisão. Em contrapartida é um método mais lento.
>
> *Nmodos* – Número de modos de vibração a serem expandidos. Para o método SUBSP precisa ser fornecido. No arquivo exemplo, são requisitados 5 modos de vibração. Como *FreqB* não foi logo após fornecido, serão dadas as cinco primeiras frequências.
>
> *FreqB* – Opção que permite uma faixa de frequências que o usuário deseja encontrar. Enquanto *FreqB* é a frequência inicial da faixa, *FreqE* identifica a frequência final.
>
> *Prmode* – Número de modos para o arquivo de impressão (é válido somente para REDUC!).
>
> *Nrmkey* – Identifica o tipo de ortogonalização a ser efetuado para os modos de vibração. Se for necessária uma ortogonalização com base na matriz de massa, seu código deverá ser 'OFF'. Se a base for a matriz identidade, deverá ser declarado 'ON'.

SUBOPT – Identifica opções para o método de iteração de subespaço. No arquivo exemplo, SUBOPT, 9 significa que o subespaço vetorial deverá ter magnitude 9, ou seja, embora apenas 5 frequências sejam requisitadas, o número de vetores-coluna da matriz X (ver ***Passos*** para o método de subespaço - capítulo 2) é igual a nove.

/PBC – Comando que mostra os símbolos que identificam as condições de contorno, muito útil na execução interativa do ANSYS. No arquivo exemplo, /PBC, U, 1 significa que devem ser mostradas as restrições para as translações, e o número 1 significa que os símbolos para estas restrições também deverão aparecer. Este comando apenas desenha na tela o esquema das condições de contorno.

EPLOT – Plota na tela os elementos, cada qual com uma cor diferente. Assim, como cada barra do pórtico de Cohn é identificada por um número, no total serão 8 barras plotadas na tela, cada uma com sua cor de apresentação.

SOLVE – Inicia a solução da análise que está sendo requisitada.

FINISH – Finaliza o modo solução.

APÊNDICE B

VALORES MÁXIMOS RECOMENDADOS PARA DESLOCAMENTOS

Na Tabela B.1 são indicados os deslocamentos limites pela NBR-8800/86 [1]

Tabela B.1 – Valores máximos recomendados para deslocamento

		Ações a Considerar	**Descrição**	**Valor Máximo**
Edifícios Industriais	Deformações Verticais	Sobrecarga	Barras biapoiadas suportando elementos de cobertura inelásticos	$\frac{1}{240}$ do vão
		Sobrecarga	Barras biapoiadas suportando elementos de cobertura elásticos	$\frac{1}{180}$ do vão
		Sobrecarga	Barras biapoiadas suportando pisos	$\frac{1}{360}$ do vão
		Cargas máximas por roda (sem impacto)	Vigas de rolamento biapoiadas para pontes rolantes com capacidade de 200 kN ou mais	$\frac{1}{800}$ do vão
		Cargas máximas por roda (sem impacto)	Vigas de rolamento biapoiadas para pontes rolantes com capacidade inferior a 200 kN	$\frac{1}{600}$ do vão
	Deformações Horizontais	Força transversal da ponte	Vigas de rolamento biapoiadas para pontes rolantes	$\frac{1}{600}$ do vão
		Força transversal da ponte, ou vento	Deslocamento horizontal da coluna, relativo à base	$\frac{1}{400}$ a $\frac{1}{200}$ do vão
Outros Edifícios	Deformações Verticais	Sobrecarga	Barras biapoiadas de piso e coberturas, suportando construções e acabamentos sujeitos à fissuração	$\frac{1}{360}$ do vão
		Sobrecarga	Idem, não sujeitos a fissuração	$\frac{1}{300}$ do vão
	Deformações Horizontais	Vento	Deslocamento horizontal do edifício, relativo à base, devido a todos os efeitos	$\frac{1}{400}$ do vão
		Vento	Deslocamento horizontal relativo entre dois pisos consecutivos, devido à força horizontal total no andar entre os dois pisos considerados, quando fachadas e divisórias (ou suas ligações com a estrutura) não absorverem as deformações da estrutura	$\frac{1}{500}$ do vão
		Vento	Idem, quando absorverem	$\frac{1}{400}$ do vão

É importante ressaltar que os deslocamentos de peças metálicas de estruturas aporticadas serão predominantemente considerados sobretudo em peças longas. Desta forma, peças longas tendem a ser dimensionadas pelo limite imposto ao deslocamento das barras sujeitas a cargas de serviço (sem majoração por coeficientes de segurança). Estes limites são recomendados por normas, das quais a Tabela C.1 é apenas um exemplo.

Geralmente, o deslocamento máximo imposto é função do vão, como mostra a equação a seguir:

$$f_{máx} \leq L/\delta \qquad \textbf{(B.1)}$$

onde, L = vão da peça

δ = coeficiente que varia em função dos materiais estruturais suportados pela viga.

Os valores usuais de δ são, por exemplo, de 360 e 300 para vigas sujeitas ou não à fissuração, respectivamente, ao se deformarem.

APÊNDICE C

CONSIDERAÇÕES SOBRE O APLICATIVO DESENVLOVIDO

O programa desenvolvido pode ser utilizado como uma importante ferramenta para o engenheiro projetista de estruturas metálicas, à medida que:

- Possibilita a imediata solução para o problema de síntese estrutural, para carregamentos estáticos, sejam eles fixos ou variáveis, com a vantagem de não ser necessário o uso recursivo de iterações;
- Fornece a posição, sequência e valor do fator de carga das sucessivas rótulas plásticas no processo elasto-plástico incremental;
- Realiza combinações automáticas dos carregamentos variáveis, sendo também possível rotular grupos de cargas de modo que as mesmas atuem proporcionalmente entre si;
- Fornece esforços e deslocamentos de segunda ordem;
- Possibilita a colocação de rótulas internas;
- Fornece automaticamente a envoltória de esforços e de deslocamentos, possibilitando ao projetista fazer um mapeamento de toda estrutura, considerando todas as combinações possíveis de cargas;
- Fornece o carregamento responsável pelo deslocamento máximo, proveniente da envoltória;
- Possibilita o aumento das seções através de interação gráfica, lembrando que o programa possui em seu código a tabela de perfis USIMEC;
- Possibilita o dimensionamento do perfil considerando ascendência da tabela por ordem de peso ou de inércia (ver item **3.6**);
- Permite ao projetista, por simples entrada gráfica de dados de deslocamentos limites, dimensionar de maneira automática a estrutura que não atende aos estados limites de deslocamento;

Computacionalmente, são listados abaixo algumas facilidades e soluções que levam a uma melhor utilização do programa. Dentre estas, destacam-se:

- O programa foi desenvolvido de maneira modularizada, de tal sorte que futuras modificações ou expansões do programa poderão se facilmente implementadas. Deste modo, as rotinas perfazem uma só função (são especializadas).
- O ambiente é totalmente gráfico, de modo a possibilitar todas as atividades sem necessidade de sair do programa. A entrada de dados é feita também de forma gráfica, onde os dados para as barras são entrados por meio de tabelas (cada barra possui uma linha de tabela), lembrando que em caso de dimensionamento pela tabela USIMEC os dados são preenchidos automaticamente, e podem ser modificados a qualquer tempo.
- Interação com o programa comercial LINDO, o qual perfaz a programação linear, que nos dá o Mínimo Peso. Assim, o projetista não precisará desligar o programa para executar este critério. O que ocorre na verdade é a geração automática do arquivo de entrada para o LINDO, com posterior execução por este e interpretação e leitura dos resultados através do programa desenvolvido;
- Geração automática dos arquivos que serão lidos pelo ANSYS – é gerado um arquivo para cada estágio de rotulação, desde a estrutura em sua forma rígida até o mecanismo. Além dos arquivos para análise modal, podem também ser gerados os arquivos para análise elástica;
- Existência de disquetes de instalação – Setup – pelos quais é possível proceder à instalação automática do sistema. É gerado um diretório denominado "Stiff", para o qual são copiados arquivos de exemplo prontos, os mesmos que foram utilizados para a bateria de testes. Ao todo, 13 arquivos de obra são copiados na instalação. Também, na instalação é criado um diretório denominado "Lindo" para o qual é copiado o programa comercial de mesmo nome.