



Universidade de Brasília – UnB  
Faculdade de Economia, Administração,  
Contabilidade e Gestão de Políticas Públicas - FACE  
Departamento de Economia

# **DESIGUALDADE MULTIDIMENSIONAL NO BRASIL: QUESTÕES METODOLÓGICAS E EMPÍRICAS.**

Tese apresentada ao Programa de Pós-  
Graduação em Economia para a obtenção  
do grau de Doutor em Economia.

**Henrique Rogê Batista**

Professora Orientadora: Maria de Lourdes Rollemberg Mollo

Brasília

Abril de 2018



## **DESIGUALDADE MULTIDIMENSIONAL NO BRASIL: QUESTÕES METODOLÓGICAS E EMPÍRICAS**

Tese apresentada ao Programa de Pós-Graduação em Economia para a  
obtenção do grau de Doutor

---

**Professora Maria de Lourdes Rollemberg Mollo**  
**Orientadora – Departamento de Economia - UnB**

---

**Professor Henrique Dantas Neder**  
**PPGDSE-UFMA.**

---

**Professor Marcelo Medeiros**  
**IPEA – Departamento de Sociologia – UnB**

---

**Professora Maria Eduarda Tanure**  
**UnB**

---

**Professor Ricardo Araújo - Suplente**  
**UnB**

# Agradecimentos

A obtenção do título de doutor é, literalmente, um sonho realizado. Apesar dos inúmeros obstáculos, eu nunca estive sozinho e, portanto, trata-se de uma realização da qual eu tenho muito a agradecer.

Agradeço primeiramente a Deus e a Nossa Senhora Aparecida.

Agradeço os meus pais, Francisco Batista e Carmen Lúcia Batista, bem como minha segunda mãe, Acrizertina Bonifácio dos Santos. Deles vieram todo o incentivo, motivação e a educação inicial. Qualquer esforço em tentar redigir o quão grato sou aos três seria meramente insuficiente.

Agradeço os meus familiares e amigos que me proporcionaram tantos momentos bons e de aprendizado.

Eu agradeço aos professores da Universidade Federal de Uberlândia e da Universidade de Brasília envolvidos na minha formação. Aqui, eu de cito o Prof. Marcelo Medeiros, pela sugestão do tema desta tese e pelos primeiros referenciais, e os Profs. Ricardo Araújo e Maria Eduarda por aceitarem o convite da composição da banca. Agradeço em especial a minha orientadora, Prof. Maria de Lourdes Rollemberg Mollo, não só pela atenção, dedicação e envolvimento na elaboração desta tese, experiência única, mas, também, por toda inspiração enquanto profissional. Similarmente, eu agradeço em especial o Prof. Henrique Dantas Neder que vem me orientando desde o mestrado, outro exemplo a ser espelhado, que não mediu esforços nos inúmeros auxílios e ensinamento ao longo destes seis anos.

Espero que com a minha formação, e o muito que ainda irei aprender, um dia possa gerar desdobramentos positivos e fazer a diferença na vida das pessoas, independente do alcance.

*“A economia só será viável se for humana, para o homem e pelo homem.”*

**Papa João Paulo II**

# Resumo

Abordar a desigualdade do ponto de vista multidimensional vem ganhando espaço na literatura econômica nos últimos anos, com os estudos que associam a qualidade de vida dos indivíduos a uma cesta de bens e serviços e não apenas à renda ou ao consumo. A tese busca contribuir, do ponto de vista metodológico e empírico, a análise multidimensional da desigualdade. Esta tese encontra-se estruturada em três capítulos, além da introdução, que sublinha a importância da análise multidimensional da desigualdade, e estabelece os atributos e dimensões escolhidos para medi-la. O Capítulo 1 trata da metodologia normativa da desigualdade multidimensional, onde a seleção das variáveis, a definição dos parâmetros e as técnicas de agregação são analisadas. A tese parte da construção de uma matriz de distribuição das dimensões selecionadas na Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios - PNAD, do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística - IBGE, se restringindo aos anos de 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015. A seleção das dimensões está de acordo com a disponibilidade de dados e contempla as esferas econômica, do trabalho, da educação, do saneamento básico e do interesse comum. Os primeiros resultados são apresentados no Capítulo 2, onde a desigualdade é analisada do ponto de vista desagregado. Ou seja, analisa-se a evolução, ao longo dos anos da amostra, de cada uma das dimensões ou atributos selecionados para analisar a desigualdade na qualidade de vida dos indivíduos. No Capítulo 3, a desigualdade é analisada do ponto de vista agregado, ou seja, pela criação de um índice que engloba as dimensões e atributos selecionados, permitindo tirar conclusões sobre a dinâmica da desigualdade do bem-estar ou da qualidade de vida no tempo.

**Palavras Chave:** Desigualdade multidimensional; Índices normativos de desigualdade; Índices de desigualdade.

# Abstract

Addressing inequality from the multidimensional point of view has been gaining ground in the economic literature in recent years, with studies that associate individuals' quality of life with a basket of goods and services, not just income or consumption. The thesis seeks to contribute, from the methodological and empirical point of view, the multidimensional analysis of inequality. This thesis is structured in three chapters, in addition to the introduction, which underlines the importance of multidimensional analysis of inequality, and establishes the attributes and dimensions chosen to measure it. Chapter 1 deals with the normative methodology of multidimensional inequality, where the selection of variables, parameter definition and aggregation techniques are analyzed. The thesis starts from the construction of a distribution matrix of the selected dimensions in the National Survey by Household Sample - PNAD, from the Brazilian Institute of Geography and Statistics - IBGE, restricting itself to the years of 2001, 2005, 2009, 2013 and 2015. The selection of dimensions is in accordance with the availability of data and it covers the economic, labor, education, basic sanitation and common interest spheres. The first results are presented in Chapter 2, where inequality is analyzed from a disaggregated point of view. In other words, the evolution of the sample is analyzed in each of the dimensions or attributes selected to evaluate the inequality on the quality of life of individuals. In Chapter 3, inequality is analyzed from the aggregate point of view, by the creation of an index that encompasses the selected dimensions and attributes, allowing conclusions to be drawn from the dynamics of well-being inequality or quality of life over time.

**Keywords:** Multidimensional inequality; Normative indexes of inequality; Indices of inequality.

# Lista de Quadros e Tabelas

Quadro 1.1. - Atributos selecionados.....	29
Tabela 1.1 – Probabilidades $q_x$ .....	36
Tabela 2.1 – Desigualdade nas dimensões econômicas (Índice AKS) .....	40
Tabela 2.2 – Desigualdade nas dimensões de trabalho e seguridade social.....	42
Tabela 2.3 – Desigualdade nas dimensões de educação.....	43
Tabela 2.4 – Desigualdade na dimensão de educação (Índice AKS) .....	44
Tabela 2.5 – Desigualdade nas Condições Sanitárias.....	45
Tabela 2.6 – Desigualdade na dimensão de interesse comum.....	46
Tabela 2.7 – Correlação: Interesse comum e variáveis econômicas.....	73
Tabela 2.8 – Desigualdade Multidimensional dimensão por dimensão: variáveis dicotômicas (UFs).....	48
Tabela 3.1 – Função de transformação.....	56
Tabela 3.2: Contagem da distribuição da privação.....	57
Tabela 3.3 – Índice de desigualdade multidimensional para variáveis dicotômicas.....	59
Tabela 3.4 – Bem-estar ( $\bar{S}$ ) médio entre as $N$ unidades de observação (Maasoumi, 1986, 1999) .....	60
Tabela 3.5 – Índice de Massoumi (1986, 1999) .....	61
Tabela 3.6 – Índice de Desigualdade Global.....	65

# Lista de Gráficos

Gráfico 2.1 – Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para <i>ecn1</i> (Brasil).....	53
Gráfico 2.2 – Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para <i>ecn2</i> (Brasil).....	53
Gráfico 2.3 – Desigualdade dimensão por dimensão: Trabalho e seguridade (Brasil).....	53
Gráfico 2.4 – Desigualdade dimensão por dimensão: Educação (Brasil).....	54
Gráfico 2.5 – Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para <i>educ6</i> (Brasil) .....	54
Gráfico 2.6 – Desigualdade dimensão por dimensão: Condições sanitárias (Brasil) .....	54
Gráfico 2.7 – Desigualdade dimensão por dimensão: Interesse comum (Brasil) .....	55
Gráfico 2.8 - Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para <i>econ1</i> (UFs) .....	74
Gráfico 2.9: Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para <i>econ2</i> (UFs). .....	77
Gráfico 2.10 – Desigualdade dimensão por dimensão: Trabalho e seguridade (UFs) .....	80
Gráfico 2.11 – Desigualdade dimensão por dimensão: Educação (UFs) .....	82
Gráfico 2.12: Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para <i>educ6</i> (UFs). .....	86
Gráfico 2.13 – Desigualdade Multidimensional: Condições sanitárias (UFs) .....	89
Gráfico 2.14 – Desigualdade dimensão por dimensão: Interesse comum (UFs) .....	92
Gráfico 3.1 – Distribuição da contagem de privação.....	58
Gráfico 3.2 – Índice de Massoumi (1986, 1999): $\beta = -5$ .....	62
Gráfico 3.3 – Índice de Massoumi (1986, 1999): $\beta = -2$ .....	62
Gráfico 3.4 – Índice de Massoumi (1986, 1999): $\beta = -1$ .....	62
Gráfico 3.5 – Índice de Massoumi (1986, 1999): $\beta = 0$ .....	63
Gráfico 3.6 – Índice de Massoumi (1986, 1999): $\beta = 1$ .....	63
Gráfico 3.7 – Índice de Massoumi (1986, 1999): $\beta = 2$ .....	63
Gráfico 3.8 – Índice de Desigualdade Global.....	65

## Lista de abreviaturas e siglas

AN	Anonimato
AKS	Índice de Desigualdade Unidimensional de Atkinson-Kolm-Sen
AS	Separabilidade de Aditivos
CIM	Correlação Crescente de Majoração
CN	Continuidade
CS	Consistência no subgrupo
D	Decomposição
IBGE	Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística
IDH	Índice de Desenvolvimento Humano
IDHM	Índice de Desenvolvimento Humano para Municípios
MN	Monotonicidade
NM	Normalização
PNAD	Pesquisa Nacional de Amostras de Domicílios
ORD	Ordenação
RI	Invariância na replicação populacional
SI	Invariância escalar
TI	Invariância de tradução
UF	Unidade da Federação
UM	Majoração Uniforme
UPM	Majoração Pigou-Dalton Uniforme

# Sumário

<b>Introdução.....</b>	<b>11</b>
<b>Capítulo 1 - A construção de um indicador de desigualdade multidimensional: aspectos metodológicos.....</b>	<b>18</b>
1.1.Introdução.....	18
1.2.Definições.....	19
1.3.Propriedades desejáveis e critérios de majoração.....	20
1.3.1. Propriedades desejáveis.....	20
1.3.2. Critérios de majoração.....	22
1.4. Mensuração da Desigualdade Multidimensional.....	24
1.4.1. Desigualdade multidimensional por atributo.....	24
1.4.2. Desigualdade multidimensional agregada.....	25
1.5. Parâmetros e variáveis.....	27
1.5.1. Variáveis e pesos.....	28
1.5.1. Parâmetros $\beta$ e $\varepsilon$ .....	31
1.6. Índices de Massoumi (1986, 1999) .....	32
1.7. Índice para variáveis dicotômicas.....	35
<b>Capítulo 2 - Desigualdade Multidimensional Desagregada.....</b>	<b>38</b>
2.1. Descrição das variáveis .....	38
2.2. Análise dos resultados.....	39
2.3. Conclusões.....	46
<b>Capítulo 3 - Desigualdade Multidimensional Agregada.....</b>	<b>56</b>
3.1. Variáveis e parâmetros.....	56
3.2. Desigualdade Multidimensional para indivíduos adultos.....	57
3.2.1. Índice de desigualdade multidimensional para variáveis dicotômicas.....	57
3.2.2. Índice de Massoumi (1986, 1999) .....	59
3.2.3. Índice de Desigualdade Global.....	64
3.3. Conclusões.....	65

<b>Considerações Finais.....</b>	<b>67</b>
<b>Referências Bibliográficas.....</b>	<b>70</b>
<b>Anexos.....</b>	<b>73</b>

## Introdução

O ganho de importância da desigualdade como tema de análise é recente. Como menciona Atkinson (2015), os economistas deixam de lado a distribuição ao construir e aperfeiçoar a teoria econômica. Ele chama atenção para a opinião, neste sentido, de diferentes economistas interessados no assunto, como é o caso dele mesmo e de outros que, ao se dedicarem ao tema e buscarem inspiração na literatura econômica, pouco encontraram e, mais que isso, foram pouco valorizados como pesquisadores. De fato, a teoria econômica ortodoxa, ou o chamado *mainstream* em economia, cuja base é a teoria do valor-utilidade, nas suas várias versões, tem dificuldades teóricas para analisar esse tema como relevante<sup>1</sup>. É isso que leva também Sen (1973, p. 16) a dizer que o utilitarismo, ao tratar da soma das utilidades dos indivíduos mostra-se “sumamente despreocupado com a distribuição interpessoal dessa soma. Isso deveria tornar essa abordagem particularmente inadequada para medir ou julgar a desigualdade”.

Muito porém, tem sido escrito sobre a questão da desigualdade econômica nos dias atuais. Isso se deve, particularmente, ao seu crescimento mundial nos anos mais recentes, e de forma ampla, uma vez que, salvo pequenas exceções, ela cresce no mundo todo. Em particular, foi importante, nesse sentido, o trabalho de Pikety (2013), quantificando tal desigualdade, quaisquer que sejam as críticas que tenham sido feitas a ele e independentemente delas.

O contexto socioeconômico brasileiro, por sua vez, abriga uma situação impar, não apenas em termos de desigualdade pessoal de renda que se destaca nas comparações internacionais, mas também pela coexistência de um elevado produto econômico e uma massa da população em situação de privação em várias outras esferas da vida, como a saúde e a educação. Nesse contexto, estudos sobre a desigualdade são relevantes, e esboçar o perfil distributivo permite lançar luzes sobre as características do usufruto de bens, serviços e condições de vida em diferentes dimensões, abrindo margem para a elaboração de políticas públicas mais adequadas.

A maior parte dos estudos sobre a desigualdade restringem sua análise à renda ou ao consumo. O caráter mercantil das economias capitalistas faz de todos compradores e vendedores para garantirem suas existências, razão pela qual o nível de renda é fundamental para medir a desigualdade. Rowntree (1901), Orshansky (1965) e os trabalhos posteriores, preocupados em medir a pobreza, encontraram na insuficiência da renda a privação do indivíduo racional, dado que, dispondo de renda, o indivíduo eliminaria automaticamente todas as suas privações na sequência correta das suas prioridades (MONTEIRO, 1995; COMIM e BAGOLIN, 2002, SALAHUDDIN e ZAMA, 2012).

---

<sup>1</sup> Estamos nos referindo aqui às escolas neoclássica, novo-clássica e novo-keynesiana, que compartilham a noção de valor-utilidade e que consideram o mercado como o melhor regulador econômico a curto ou a longo prazos.

Soma-se a este argumento, a compreensão de que a renda é um importante determinante para o nível de consumo e por ser capaz de garantir as necessidades mais básicas do indivíduo, compõe uma boa *proxy* na mensuração da carência (COBO, ATHIAS e MATTOS, 2013; LAVINAS, 2009). Entretanto, cabe ressaltar que a satisfação do indivíduo ultrapassa o âmbito monetário e, sobretudo, que a renda não se configura uma boa *proxy* para o acesso a determinados bens e serviços (STIGLITZ e SEN, 2009; DECANCO, 2011, SIAL, NOREEN e AWAN, 2014). O número de trabalhos acadêmicos sobre este assunto tem se ampliado e, conseqüentemente, convergido para o reconhecimento da necessidade de se considerar uma gama maior de variáveis para qualificar o padrão de vida dos indivíduos.

A síntese das críticas à consideração da privação do indivíduo apenas do ponto de vista unidimensional pode ser estruturada em cinco argumentos: i) a renda, ou qualquer outra variável, mesmo sendo uma boa *proxy* para as escolhas humanas, não corresponde a uma variável suficiente em si para este exercício; ii) no caso da renda, esta variável deve ser tratada como um meio, o seu dispêndio não estando necessariamente vinculado ao ‘bem-estar’ da sociedade; iii) o nível de vida pode ser superior ao permitido pela variável de corte quando a unidade de observação for capaz de compartilhar o consumo com outras unidades; iv) diante de racionamentos, por exemplo, a posse da renda não é suficiente para suprir suas necessidades básicas; v) este método reduz a análise da privação do indivíduo a critérios que simplificam a classificação da privação, dado que outros elementos devem auxiliar nesta definição (ATKINSON, 2008; ANAND, 2008; SALAHUDDIN e ZAMAN, 2012; DUCLOS e ARAAR, 2006)<sup>2</sup>.

Sabemos que existem numerosos itens que tornam a renda disponível maior ou menor, assim como outros que permitem reduzir ou aumentar a sua desigualdade ao longo do tempo, seja do ponto de vista individual ou coletivo, reduzindo ou aumentando as possibilidades de mudanças sociais. No agregado, essas são razões por si sós suficientes para contemplar a desigualdade do ponto de vista multidimensional.

A elevação da posse de ativos (físicos, humanos e sociais) assume um papel de destaque ao permitir que as famílias usufruam deles, da capacidade de aumentar a geração de renda e de condições mais favoráveis diante de choques adversos da renda (NERI, 2000). Assim, as necessidades básicas deixam de depender exclusivamente da renda, cuja insatisfação também é consequência da carência destes ativos. Portanto, a renda é relevante até o ponto em que não prive o indivíduo de gerar o nível

---

<sup>2</sup> Optar pela renda para a determinação da privação deixa de captar as oscilações efetivas e complexas do ‘bem-estar’. Mesmo quando o indivíduo é racional e sofre de privação, a renda não é despendida de forma eficiente pela ordem da prioridade. Estudos empíricos mostraram que nestas situações, gastos com vícios e outros itens não essenciais compõem a cesta familiar (SALAHUDDIN e ZAMAN, 2012).

adequado de capacidades. Admitindo  $n+1$  dimensões, a unidade de observação pode ser privada em um, mas não em outros aspectos, embora particularmente haja situações graves em que se sofre privações em várias dimensões, o que normalmente é referido na literatura como ‘carências múltiplas’ (ATKINSON, 2008).

Daí porque mais recentemente, o debate acadêmico tem convergido para o reconhecimento da necessidade de uma gama de variáveis para qualificar o padrão de vida dos indivíduos, ou para analisar a desigualdade entre eles. A noção de desigualdade unidimensional está sustentada no argumento de que o padrão de vida é reflexo da posse de bens e serviços, cuja renda *per capita* figura como uma medida primária (EASTERLIN, 2000). Porém a constatação da necessidade de incorporar outros elementos levou ao crescimento dos estudos em torno da desigualdade multidimensional, cujos trabalhos inaugurais são os capítulos seminais de Kolm (1977) e Atkinson e Bourguignon (1982) (WEYMARK, 2004).

O estudo multidimensional permite captar a heterogeneidade da desigualdade, tendo ciência de que o indivíduo preocupa-se com outros fatores como, por exemplo, a saúde e a educação (DECANCQ, 2011, SIAL, NOREEN e AWAN, 2014). Nesse caso, a renda, ou despesa, desempenharia um papel de certa forma grosseiro ou rudimentar quanto à qualidade de vida desfrutada pelo indivíduo (AABERGE e BRANDOLINI, 2014).

Em um relatório recente da Comissão sobre Medição de Desempenho Econômico e Progresso Social, presidido pelos prêmios Nobel Stiglitz e Sen (2009), os autores abordaram a necessidade do levantamento dos determinantes do bem-estar numa perspectiva multidimensional. Sobre a pesquisa acadêmica e uma série de iniciativas concretas desenvolvidas em todo o mundo, a Comissão identificou as seguintes dimensões-chave que devem ser levadas em consideração. Pelo menos, em princípio, essas dimensões devem ser consideradas simultaneamente: i) padrão de vida material (renda, consumo e riqueza); ii) saúde; iii) educação; iv) atividades pessoais, incluindo trabalho; v) voz política e governança; vi) conexões e relacionamentos sociais; vii) ambiente (condições presentes e futuras); viii) insegurança, de natureza econômica e física. Todas essas dimensões dão forma ao padrão de vida das pessoas e, no entanto, muitas delas são perdidas por medidas de renda convencionais.

Em uma pesquisa de grande escala entre os pobres globais realizada pelo Banco Mundial, documenta-se que os próprios pobres também concebem a privação como uma noção multifacetada, com dimensões materiais e psicológicas (NARAYAN, 2000). Além disso, a literatura emergente sobre os determinantes da felicidade e a satisfação da vida mostram que a satisfação geral das pessoas

é considerada por meio de diversos aspectos da vida, como a saúde, o emprego, os recursos materiais e o estado civil (KAHNEMAN e KRUEGER, 2006).

Nesse contexto, cumpre, inicialmente, fazer a seleção das dimensões ou atributos relevantes na construção do indicador utilizado para a mensuração. Apesar de ainda insipientes e não consensuais, as dimensões e os indicadores são comumente debatidos levando em conta, em primeiro lugar, a importância a eles atribuída na definição de desigualdade econômica e, em segundo lugar, levando em conta a sua disponibilidade. Os critérios utilizados para a seleção dos atributos ou variáveis a contemplar levam em conta, em terceiro lugar, a satisfação de algumas das propriedades básicas quanto à possibilidade de mensuração (SCHOKKAERT, 2007; EASTERLIN, 2000; AABERGE e BRANDOLINI, 2014, LUGO, 2005; DECANQ, DECOSTER e SCHOKKAERT, 2006).

A revisão de literatura feita acima mostra, portanto, que a escolha das dimensões ou atributos para compor o índice multidimensional de desigualdade dependem: da sua importância para expressar a incapacidade do indivíduo se realizar nas esferas da vida privada e social; da disponibilidade de dados<sup>3</sup> e da possibilidade de mensuração. Tendo isso em mente e levando em conta a disponibilidade de dados no Brasil, em particular na Pesquisa Nacional de Amostras de Domicílios (PNAD), do Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) e contemplando os municípios como unidade de observação para instruir as políticas públicas, sugerimos seis dimensões a serem analisadas.

A dimensão econômica, relativa aos rendimentos monetários *stricto sensu* - ligados à obtenção de renda - medida primária - que inclui: a renda monetária I, constituída do rendimento mensal do indivíduo no trabalho principal e a renda monetária II, constituída do rendimento mensal do indivíduo de outras fontes que não o trabalho principal.

As condições em termos de trabalho e seguridade social também são contempladas, avaliadas indiretamente por meio da proporção de pessoas situadas no mercado de trabalho em melhores (maiores de 15 anos que trabalham e têm carteira assinada no período de referência) ou piores condições de proteção social (os nem-nem, jovens e adultos de 14 a 40 anos que nem trabalham nem estudam).

O quarto indicador relaciona-se com as condições de melhoria econômica, em particular no que se refere à educação, tanto de adultos, como jovens e crianças.

---

<sup>3</sup> As dimensões ou atributos aqui sugeridos levaram em conta a PNAD. Embora o Censo e outras fontes possam ser mais completos e contar com outros dados, permitindo outros atributos, a PNAD apresenta séries mais recentes, razão pela qual foi a contemplada na nossa sugestão.

As condições sanitárias são captadas pelas variáveis que permitem distinguir se a população tem acesso a água encanada, rede de esgoto ou fossa séptica, e destino adequado ao lixo.

Por fim, estamos propondo um indicador tão importante quanto a participação social ou a voz política. Trata-se do interesse comum ou da vontade geral, da qual fala Rousseau (1754, p. 37). Para ele, a vontade geral é diferente da vontade de todos. Esta última é a do voto, e não é mais do que a soma de interesses particulares. A vontade geral é mais importante, porque significa o interesse comum “segundo o qual a sociedade deve ser governada”, e que pode “dirigir as forças do Estado segundo o fim de sua instituição, que é o bem comum”. Esse é o interesse comum aqui explorado. É tão importante quanto a participação social, porque quanto maior for a participação do indivíduo na sociedade, maiores serão, de fato, as suas possibilidades de interferência na solução de seus problemas. Mas, quanto maior for a participação da sociedade como um todo nas mesmas atividades sociais, dispondo e compartilhando dos mesmos bens, serviços, atributos, e condições de vida, maior tenderá a ser o interesse comum e a solução coletiva de problemas. Assim, é de se esperar que quanto maior seja o interesse comum, menor tenda a ser a desigualdade, não apenas no momento da análise mas em termos prospectivos, ou em prazo mais longo. O interesse comum será medido pela proporção da população que estuda em escola pública. O ideal seria contemplar neste indicador não apenas educação pública, mas saúde, transporte e lazer públicos, mas não existem dados disponíveis.

Cabe ainda chamar atenção para a ‘participação social’ enquanto uma dimensão que vem sendo destacada em diferentes estudos. Como menciona Suppa (2017), esta é uma preocupação de diferentes autores na análise da pobreza (MACK & LANSLEY, 1985; GORDON E PANTAZIS, 1997; TOWNSEND, 1979, SEN, 1983). Esses autores consideram a pobreza impedindo ou privando os indivíduos de alcançarem ou acessarem a participação social. A participação social é então vista como requisito para a capacitação do indivíduo, melhorando as condições de obtenção de suporte ou ajuda social.

A estrutura de pesos atribuída a cada dimensão expressa a relevância delas para a satisfação da unidade de observação; além disso os pesos são cruciais para captar a percepção das unidades de observação em pior situação, bem como para estabelecer paralelos entre elas (DECANCQ, 2013 apud AABERG e BRANDOLINI, 2014). A seleção ideal dos pesos poderia ser obtida via relevância dos atributos segundo avaliações dos legisladores ou unidades de observação. Isto se configura, porém, uma tarefa árdua, inclusive diante a necessidade de transportar as avaliações para os dados e a necessidade de algum consenso. Por estas e outras dificuldades metodológicas, comumente atribui-se em geral pesos iguais para os atributos (MAYER e JENCKS, 1989 apud AABERG e BRANDOLINI, 2014; AABERG e BRANDOLINI, 2014).

Ainda é insipiente o número de trabalhos empíricos sobre o tema e, do ponto de vista metodológico, o seu tratamento é dotado de limitações. Com base em tais considerações, esta tese busca avançar na aplicação empírica das metodologias já estruturadas para os dados, específicos e limitados, da economia brasileira. Esta abordagem, ainda pouco explorada no Brasil, se restringe às dimensões que compõem o Índice de Desenvolvimento Humano (IDH), quais sejam: a renda, educação e saúde. Aqui, como vimos, será fornecida uma gama mais ampla de dimensões ou atributos que inferem sobre a qualidade de vida, quantificando-se sua desigualdade.

O objetivo principal desta tese consiste em captar o comportamento no tempo da desigualdade multidimensional. A literatura apresenta um duplo modo de tratar a abordagem multidimensional da desigualdade: forma agregada e forma desagregada. Na primeira é gerado um índice que capta a evolução global da desigualdade, enquanto na segunda, os atributos que compõem a desigualdade são analisados separadamente.

Para o cálculo da desigualdade multidimensional serão utilizados os dados da PNAD, que permitem a análise dinâmica de uma série de características das ‘pessoas’ e dos ‘domicílios’. A análise será realizada para os anos de 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015, para o Brasil e, para a abordagem desagregada, também para as unidades da federação. Dadas as dimensões já mencionadas, a desigualdade será, então, estruturada com base na realização ou não de cada variável que ilustra o atributo, com exceção da renda e dos anos de escolaridade, variáveis contínuas, cuja desigualdade será mensurada pelo valor observado. Como objetivo secundário, serão analisados os aspectos metodológicos necessários para a estruturação de índices de desigualdade.

Assim, a tese encontra-se estruturada em três capítulos além desta introdução. No primeiro, é estruturada a metodologia tanto para a análise agregada, quanto desagregada da desigualdade multidimensional. A literatura se divide na construção de índices para variáveis contínuas e dicotômicas, daí a divisão do capítulo em duas partes, segundo o tipo de variável. Na primeira, a metodologia desagregada para variáveis contínuas é apresentada, para então serem abordadas as propriedades desejáveis para um índice de desigualdade multidimensional. A primeira parte se encerra com a metodologia para construção do índice global em duas etapas apresentando o Índice de Massoumi (1986, 1999). Na segunda parte, com base na metodologia de estimação da pobreza, índices globais para variáveis dicotômicas, nas versões agregada e desagregada, serão propostos.

O segundo capítulo, a partir das dimensões selecionadas, apresenta os resultados para a desigualdade atributo-por-atributo, que refletem a distribuição do usufruto das várias dimensões entre as unidades de observação de forma desagregada. O índice selecionado para as variáveis contínuas será o índice de desigualdade normativo de Atkinson (1970), Sen (1973) e Kolm (1976a, 1976b) que

forma a base do método AKS. Os resultados serão interpretados à luz do parâmetro de aversão à desigualdade. Para as variáveis dicotômicas, a proporção de pessoas que não usufrui da dimensão considerada coincide com a desigualdade daquela dimensão. Exclusivo, neste ensaio, serão apresentados dados das unidades da federação brasileiras, afim de sublinhar a heterogeneidade entre elas.

Por fim, o terceiro capítulo cria três índices de desigualdade multidimensional, dois deles restritos à população brasileira adulta, dadas as limitações metodológicas e da disponibilidade de dados, sendo o primeiro para variáveis contínuas e o segundo para dicotômicas. O terceiro índice aplica uma média geométrica para agregar as desigualdades atributo-por-atributo e fornece resultados para todos os indivíduos brasileiros<sup>4</sup>. Nos três casos, serão usadas as metodologias apresentadas no primeiro capítulo. O índice estruturado permite captar a evolução da desigualdade no tempo. Isso é feito de forma a considerar se o aumento na desigualdade em um ou mais atributos é compensado pela redução de outro(s).

Da forma como está estruturada, a tese permite levantar os determinantes, a abrangência e os limites conceituais dos índices agregados e de dimensão-por-dimensão da desigualdade. Ressalta-se que a abordagem multidimensional, ainda pouco trabalhada na literatura brasileira, permite obter resultados mais sofisticados e detalhados sobre o comportamento das condições de vida das unidades de observação. É assim que ela pretende fornecer contribuições para o debate sobre o tema, e seu avanço no Brasil.

---

<sup>4</sup> O procedimento é semelhante ao da agregação Índice de Desenvolvimento Humano para Municípios (IDHM).

## CAPÍTULO 1

### A construção de um indicador de desigualdade multidimensional: aspectos metodológicos

#### 1.1.Introdução

A mencionada constatação da insuficiência da renda ou do consumo como únicas variáveis para analisar a desigualdade do bem-estar levou à recente elevação de estudos em torno da desigualdade multidimensional, cujos trabalhos inaugurais são os artigos seminais de Kolm (1977) e Atkinson e Bourguignon (1982) (WEYMARK, 2004). O estudo multidimensional permite captar a heterogeneidade da desigualdade, ciente de que o indivíduo preocupa-se com outros fatores não-monetários, *non-tradable* e semicorrelacionados, como a saúde e educação (DECANCQ, 2011, SIAL, NOREEN e AWAN, 2014). Contemplar outros atributos e sua desigual distribuição na amostra, permite levantar informações acerca das realizações em esferas da vida econômica e social da unidade de observação.

O índice de desigualdade, composto por um conjunto de atributos, é estruturado de forma a permitir a ordenação das distribuições; na abordagem normativa da mensuração, isto significa tornar capaz a classificação das distribuições alternativas de indicar a sua desejabilidade social (WEYMARK, 2004). Apesar de ser recente um maior, mas ainda modesto, número de estudos sobre o tema da desigualdade multidimensional, este tipo de análise já está presente em Fisher, em 1956, no seu esforço para captar a desigualdade do rendimento real por meio de um vetor composto por quantidades de *commodities* (AABERG e BRANDOLINI, 2014; DECANCQ, 2011).

Os métodos mais usuais da abordagem multidimensional são derivados de fórmulas e cálculos da abordagem unidimensional, o que permite observar características e propriedades desejáveis comuns entre eles (PHAN, 2016). Considerar uma gama de atributos para analisar a desigualdade pode se dar de forma desagregada ou agregada: na primeira, os atributos que compõem a desigualdade são analisados separadamente, ou seja, é uma análise dimensão-por-dimensão; na segunda, é gerado um índice que pode ser interpretado como a redução da desigualdade multidimensional para uma dimensão. Assim, analisar dimensão-por-dimensão permite discernir sobre a flutuação dos determinantes do bem-estar ao longo do tempo, sem elucidar as conclusões a respeito da desigualdade global. Daí porque, em seguida, cria-se um índice multidimensional que permite analisar a desigualdade global, sem captar o comportamento dos atributos individualmente.

Tendo isso em vista, o objetivo deste capítulo reside na necessidade da estruturação metodológica da abordagem desagregada e agregada da desigualdade multidimensional, algo ainda pouco abordado na literatura no Brasil, em especial para o caso agregado. Para a estruturação do

índice, será usada a metodologia em duas etapas, onde primeiro se estima uma função que contempla a realização multidimensional da unidade de observação e, na segunda etapa, se mensura a desigualdade entre as unidades de observação. Trata-se da abordagem normativa-metodológica de índices de desigualdade multidimensional.

Este capítulo estrutura-se em sete seções. Na seção 2, as definições e notações para o desenvolvimento das expressões da desigualdade é apresentado. Feito isto, na seção 3, apresenta-se o conjunto axiomático das propriedades desejáveis para a construção de índices de desigualdade, tanto do ponto de vista distribucional quanto não-distribucional. Na seção 4, dividida em duas partes, é apresentada uma proposta para análise desagregada da desigualdade multidimensional, num primeiro momento e, no segundo momento, o mesmo é feito para a análise agregada. Na seção 5 são discutidos os parâmetros e as variáveis que compõem os índices abordados na seção anterior para, na seção 6 apresentar o Índice Multidimensional de Massoumi (1986,1999). Por fim, na seção 7 será discutida a construção de um índice de desigualdade multidimensional para variáveis dicotômicas.

## 1.2. Definições

Seja  $k = [1, 2, \dots, K]$  o conjunto de atributos;  $i = [1, 2, \dots, N]$  o conjunto de unidades de observação (indivíduos, famílias, unidades da federação, etc), com  $n > 1$ ; e  $M(N)$  o conjunto das matrizes  $N \times K$  com elementos não negativos. A distribuição multidimensional é dada pela matriz  $X \in M(N)$ , em que  $x_{nk} \in \mathbb{R}_+ \forall n, k$ . Temos então que:

$$X = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1K} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ x_{N1} & x_{N2} & \cdots & x_{NK} \end{bmatrix}; k = [1, 2, \dots, K]; i = [1, 2, \dots, N] \quad (1)$$

onde,  $x_{kn}$  é a realização do  $n^a$  unidade de observação na  $k^a$  dimensão, o que permite denotar  $x_{n*} = (x_{n1}, \dots, x_{nK}) \forall n$ , como sendo o vetor linha de realizações para a  $n^a$  unidade de observação e;  $x_{*k} = (x_{1k}, \dots, x_{Nk}) \forall k$ , que representa o vetor coluna de realizações para o atributo  $k^a$ .

A desigualdade multidimensional atributo-por-atributo é captada por  $x_{*k} = (x_{1k}, \dots, x_{Nk}) \forall d$ , que permite gerar informações sobre a realização da unidade de observação para determinado atributo. Parte-se da abordagem normativa da desigualdade iniciada por Atkinson (1970), que adota uma função para especificar o pacote de realização da unidade de observação. Ou seja, tomando ciência da realização do indivíduo condicionada a um grupo de variáveis, é possível estruturar, a partir da matriz de distribuição  $X$ , Equação 1, um ‘pacote de variáveis’ que traduz a satisfação ou realização do indivíduo, tal que:  $S_{\xi}(X): X \mapsto \mathbb{R}$ . Trata-se de uma função com média

ponderada de ordem  $\xi$  das realizações nos  $k$  atributos selecionados (MAASOUMI, 1986; ARISTEI e BRACALENTE, 2011).

Na sequência, torna-se possível gerar uma função que capta a desigualdade destas realizações. Para isto, admite-se a validade do Princípio Pigou-Dalton <sup>5</sup> (DECANCQ, DECOSTER, e SCHOKKAERT, 2006).

Por outro lado, um índice multidimensional de desigualdade é uma função que permite agregar diferentes variáveis e levantar conclusões acerca da distribuição. Trata-se de uma função contínua de valor real que resume as informações sobre uma dada distribuição. O índice  $I^n(X)$  satisfaz um conjunto de propriedades básicas<sup>6</sup>.

### **1.3. Propriedades desejáveis e critérios de majoração**

Assim como no caso unidimensional, as medidas de desigualdade multidimensional também devem satisfazer, implícita ou explicitamente, uma série de propriedades, para servir como base satisfatória para construção de índices, que podem ser agrupadas em dois conjuntos axiomáticos.

O primeiro reúne as propriedades que não captam a sensibilidade distribucional da medida de desigualdade. Tratam-se de generalizações diretas de suas contrapartes unidimensionais, e permitem calcular a desigualdade geral a partir de dados de subgrupos que facilitam os estudos das fontes da desigualdade (LUGO, 2005 e ARISTEI e BRACALENTE, 2011).

O segundo foca nas propriedades distributivas que elucidam as ordens parciais que permitem classificar as matrizes de distribuição em termos de seu grau de desigualdade, ou seja, os critérios de majoração (ARISTEI e BRACALENTE, 2011; WEYMARK, 2004).

#### **1.3.1. Propriedades desejáveis<sup>7</sup>**

Se  $I(X)$  é o índice de desigualdade dada a matriz de distribuição  $X$ , seguem-se as propriedades:

---

<sup>5</sup> O Princípio Pigou-Dalton satisfaz a situação em que a transferência da realização em  $S_\xi(x_i)$  da unidade de observação mais realizada em termos dos atributos para o menos favorecido resultaria no acréscimo global da realização da amostra e, paralelamente, a redução da desigualdade (LUGO, 2005; WEYMARK, 2004; ARISTEI e BRACALENTE, 2011).

<sup>6</sup> A literatura econômica aborda a ausência de consenso sobre a aceitabilidade dos axiomas apresentados, inclusive por razões éticas, tanto na abordagem unidimensional, quanto na multidimensional; Entretanto, estas propriedades serão particularmente úteis quando se trabalha com conjuntos de dados limitados. Ver Lugo (2005).

<sup>7</sup> As propriedades listadas são resultados da revisão bibliográfica em: Seth (2009), Weymark (2004), Phan (2016) e Lugo (2005).

*Normalização (NM)*: se cada unidade de observação usufrui do mesmo vetor de realização, então:  $I(X) = 0$ , isto quer dizer que, se  $x_{n^*} = x \forall n, I(x^*, x^*, x^*) = 0$ .

*Anonimato (AN)*: a identidade da unidade de observação não é relevante para o valor da desigualdade:  $I(PX) = I(X)$ , quando  $P$  é uma matriz permutação  $N \times N$ .

*Invariância escalar (SI)*: se todos os atributos  $k$ , da matriz de distribuição  $X$ , forem alterados para todas as unidades de observação  $i$ , em quantidades proporcionalmente iguais, a desigualdade não se altera:  $I(\delta X) = I(X)$ ;  $\delta > 0^8$ .

*Invariância de tradução (TI)*: se todos os elementos da matriz de distribuição  $X$  forem adicionados por um montante igual, a desigualdade não altera:  $I(X + \lambda) = I(X)$ ;  $\lambda > 0^9$ .

*Invariância na replicação populacional (RI)*: a repetição da mesma população várias vezes não altera a desigualdade global:  $I^{n^r}(X, X, \dots, X) = I^n(X), \forall r \in \mathbb{N}$ .

*Decomposição (D)*: A desigualdade global pode ser expressa como uma função geral das médias do subgrupo, tamanho da população e valores de desigualdade: sejam  $N_1$  e  $N_2$ , tal que  $N_1 + N_2 = N$ ,  $I(X) = f(I(X_{N_1}), I(X_{N_2}), \bar{X}_{N_1}, \bar{X}_{N_2}, N_1, N_2)$ , onde  $\bar{X}_{N_1}$  e  $\bar{X}_{N_2}$  são os vetores médios de  $X_{N_1}$  e  $X_{N_2}$ , respectivamente.

*Consistência no subgrupo (CS)*: Se a desigualdade em um subgrupo sofre acréscimo, enquanto permanece inalterada nos demais, a desigualdade global sofrerá um acréscimo.

*Continuidade (CN)*:  $I(H)$  não pode se alterar abruptamente diante uma alteração marginal em qualquer dos elementos de  $H$ .

*Ordenação (ORD)*: a relação binária entre duas matrizes de distribuição, no sentido de estabelecer relações de preferência, é reflexiva, completa e transitiva no domínio da função de avaliação social<sup>10</sup>.

*Monotonicidade (MN)*: todos os atributos são desejáveis, mesmo diante de preferências divergentes das unidades de observação. Então, respeitando o princípio de Pareto, o aumento na quantidade de um determinado atributo a uma unidade de observação, sem a contrapartida da mitigação para a outra

---

<sup>8</sup> O fato de  $I^n(X)$  não se alterar prova que o índice que mensura a desigualdade é homogêneo de grau zero em relação à coluna da matriz de distribuição  $X$ , ou seja,  $I^n(X) = I^n(XD)$ , quando  $D = \text{diag}(\lambda, \lambda, \dots, \lambda), \lambda > 0, i = 1, 2, \dots, k$  (LUGO, 2005). Trata-se de uma medida de desigualdade relativa, isto é, o relevante são as posições relativas para a unidade de observação na distribuição multivariada e, portanto, não é afetada por mudanças nas unidades de medida.

<sup>9</sup> A representação de  $TI$  ainda pode se dar como:  $I(X + a1) = I(X)$ , onde  $1$  é uma matriz de distribuição quando todas as entradas são iguais a um. Ou seja,  $I(\cdot)$  é invariante diante de alteração comum na origem onde a quantidade dos atributos são mensurados; trata-se de uma propriedade impar para análises de desigualdade absoluta (LUGO, 2005).

<sup>10</sup> Entende-se a avaliação social como relação binária de preferência,  $\geq$ , para um conjunto de distribuição de matrizes de distribuição. Portanto, a função definida como:  $W: \mathcal{D} \mapsto \mathbb{R}$ ; onde  $\mathcal{D}$  é o domínio para uma dada matriz de distribuição, tal como representada pela Equação 1, permite estabelecer preferências, tendo em vista o cunho normativo e representa uma função de avaliação social (WEYMARK, 2004).

unidade, gerará uma situação socialmente preferível. Pela relação de preferência na avaliação social:  $\forall X, Y \in \mathcal{D}$ , se  $X \neq Y$  e  $x_{ik} \geq y_{ik}, \forall i \in N, k \in K$  temos que  $X \geq Y$ .

*Separabilidade de Aditivos (AS)*: os componentes que constituem o bem-estar são tratados sem referência ao bem-estar de outra unidade de observação. Trata-se de uma versão mais restrita da propriedade da Decomposição. Isto quer dizer que “*The total inequality can be expressed as the sum of a ‘within group’ inequality term and a ‘between-group’ term, where the within-group contribution is itself a weighted sum of the sub-group inequality values*” (SHORROCKS (1980) apud LUGO (2005, p.5)). Demonstração:  $I(X) = I(X_1, \dots, X_G) = \sum_g^G w_g I(X_g) + B$ , onde  $X_1, \dots, X_G$  representa a partição da distribuição de  $X$  em  $G$  grupos e,  $B$  representa o componente *between-groups*. AS pode ser expressa por grupo da população (ASP), ou entre atributos (ASA).

Neste contexto, os índices de desigualdade absolutos devem satisfazer o axioma de invariância de tradução, além dos outros essenciais, ao passo que os índices de desigualdade relativos devem satisfazer o axioma de invariância de escala e os demais essenciais (SETH, 2009; WEYMARK, 2004).

### 1.3.2. Critérios de Majoração

Os critérios de majoração, ou dominância, são abordados em conjunto com as propriedades desejadas, afim de permitir que  $I^n(X)$  estabeleça ordens parciais que, partindo do grau de desigualdade observado ou da propriedade distributiva adotada, permita a classificação da distribuição dos atributos entre as unidades de observação. Esses critérios são generalizações multi-atributos do princípio de transferência Pigou-Dalton (WEYMARK, 2004).

Desde o artigo seminal de Kolm, em 1977, sobre os critérios de majoração, várias outras propostas foram apresentadas afim de generalizar o princípio de transferência de Pigou-Dalton para o caso multidimensional (ARISTEI e BRACALENTE, 2011). Entretanto, esta relação é menos direta quando se analisa mais de um atributo, dentre outros motivos porque a transferência de alguns deles pode esbarrar em questões éticas, como é o caso do atributo saúde.

Os dois mais populares critérios de majoração são: a Majoração Uniforme (UM), proposto primeiramente por Kolm em 1977, e Majoração Pigou-Dalton Uniforme (UPM) (DECANCQ, DECOSTER e SCHOKKAERT, 2006)<sup>11</sup>. Ambos, UM e UPD, mesuram a dispersão dos atributos,

---

<sup>11</sup> Cabe ressaltar duas objeções sobre UM e UPD: (a) a mudança na distribuição de um atributo não afeta a contribuição ao bem-estar gerado por outro atributo. Entretanto, é razoável pressupor que a correlação entre os atributos seja relevante; (b) nem todos os atributos são substituíveis entre as unidades de observação (AABERGE e BRANDOLINI, 2014).

com o segundo menos restritivo do que o primeiro, porém, nestes dois casos o índice de desigualdade multidimensional não explica a dependência entre as dimensões, o que foi formalizado, posteriormente, por Tsui (1999) pelo critério de Correlação Crescente de Majoração (CIM) (ARISTEI e BRACALENTE, 2011).

Tendo isto em vista, sejam as matrizes de distribuição:  $X$ ,  $XT$ ,  $XB$  e  $Y$ , onde  $T$  é um produto finito de matrizes de Pigou-Dalton, que não satisfaz a situação para uma matriz de permutação:  $T = \lambda E + (1 - \lambda)\mathcal{Q}$ ,  $0 < \lambda < 1$ , onde  $\lambda$  é a fração da transferência entre as unidades de observação;  $E$  uma matriz identidade;  $\mathcal{Q}$  uma matriz de permutação que transforma outras matrizes intercalando duas linhas e;  $B$  é uma matriz bistocástica ( $n \times n$ )<sup>12</sup>. Então, os critérios de majoração podem ser representados como:

*Majoração Pigou-Dalton Uniforme (UPM):* Se  $(X, XT) \in UPD \Rightarrow I^n(X) > I^n(XT)$ .

*Majoração Uniforme (UM)*<sup>13</sup>:  $(X, XB) \in UM \Rightarrow I^n(X) > I^n(XB)$ .

*Correlação Crescente de Majoração (CIM):*  $(X, Y) \in CIM \Leftrightarrow Y$  puder ser derivado de  $X$ , esta derivação se dá pela permutação de linhas das matrizes de distribuição tendo em vista a correlação finita entre os atributos.

Em UPM o produto da matriz de distribuição pelo produto finito de matrizes de Pigou-Dalton conduziria a uma situação socialmente desejável. Suponha, por simplificação, duas unidades de observação: 1 e 2; dois atributos e suas respectivas matrizes de distribuição:  $x_1$  e  $x_2$ . Então, a transferência do indivíduo que goza de uma parcela maior dos atributos em detrimento do outro é:  $\lambda|x_{2j} - x_{1j}|$ ;  $0 < \lambda < 1$ ; dada a transferência, os vetores para o atributo considerado passam a ser:  $x'_1 = (1 - \lambda)x_1 + \lambda x_2$  e  $x'_2 = \lambda x_1 + (1 - \lambda)x_2$ .

Conclusão semelhante, do ponto de vista da mitigação da desigualdade multidimensional, é obtida intuitivamente, em UM, através do produto da matriz de distribuição por uma matriz bistocástica. UPM e UM são particularmente relevantes no exercício de incorporar a aversão à desigualdade em uma avaliação social (WEYMARK, 2004)<sup>14</sup>.

---

<sup>12</sup>  $B$  é uma matriz bistocástica ( $n \times n$ ) se:  $b_{ij} \in \mathbb{R}_+$  é um elemento de  $B$  e; a soma das linhas e colunas totalizam um. Desta forma, o produto de um vetor  $x$  por uma matriz bistocástica gera um vetor  $y$ , cuja soma dos elementos do conjunto é idêntica a  $x$ . Um exemplo de matriz bistocástica é a matriz permutação simples que permuta os elementos de um vetor. Um matriz bistocástica de ordem  $n$  é uma combinação convexa de um conjunto de matrizes de permutação de ordem  $n$  (SEN, 1997).

<sup>13</sup> “In a welfarist context, UM is equivalent to Lorenz dominance when the utility function belongs to the family of functions that are continuous and strictly concave (Kolm (1977), Tsui (1999)).” LUGO (2005).

<sup>14</sup> Weymark (2004) demonstra esta informação considerando duas matrizes de distribuição  $X$  e  $Y$ , e supondo o vetor de utilitários,  $(U(y_1), \dots, U(y_2))$  estritamente Lorenz dominante em relação ao vetor utilidade,  $(U(x_1), \dots, U(x_2))$ , se  $Y$  é preferível à  $X$  pelo princípio de UM. Desta forma, uma função de avaliação social, tal como será apresentado na Equação

O critério descrito em CIM, formalizado por Tsui (1999), avança em considerar um índice de desigualdade multidimensional que explica a dependência entre as dimensões e desenvolve um critério de dominância (ATKINSON e BOURGUIGNON, 1982 apud ARISTEI e BRACALENTE, 2011). Em CIM, a derivação de  $Y$  a partir de  $X$  permite aumentar a transferência de atributos entre os indivíduos, cuja consequência:  $I^n(X) \leq I^n(Y)$  representa uma alocação menos igual. Neste contexto, partindo de duas matrizes de distribuição com distribuições marginais dos atributos semelhante, mas com graus diferentes de correlação entre elas, a de menor correlação é socialmente preferida.

## 1.4. Mensuração da Desigualdade Multidimensional

### 1.4.1. Desigualdade Multidimensional atributo por atributo

A desigualdade multidimensional atributo-por-atributo é captada por  $x_{*k} = (x_{1k}, \dots, x_{Nk}) \forall k$ , que permite gerar informações sobre a realização da unidade de observação para determinado atributo. Partindo da abordagem normativa da desigualdade iniciada por Atkinson (1970), que adota uma função para especificar o pacote de realização da unidade de observação, é possível gerar uma função que capta a desigualdade destas realizações. Para isto, admite-se a validade do princípio Pigou-Dalton (DECANCQ, DECOSTER, e SCHOKKAERT, 2006).

Tomando uma função que permite captar a realização da amostra para um dado atributo válida para todo  $x_i \in X$  como<sup>15</sup>:

$$S(x_i) = \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N x_i^{1-\varepsilon} \right]^{1-\varepsilon} \quad (2)$$

Onde,  $\varepsilon \in \mathbb{R}_+$  e quantifica a aversão social à desigualdade. Feita esta definição, torna-se possível estabelecer um a função aditiva separável do bem-estar definido por  $W(X)$  expressa como:

$$W(X) = \frac{1}{1-\varepsilon} \sum_{i=1}^N [S(x_i)]^{1-\varepsilon} \quad (3)$$

Então, o Índice de Desigualdade Unidimensional de Atkinson-Kolm-Sen (AKS)<sup>16</sup>,  $I^U(X)$ , é a solução de:

$$W[(1 - I^U(X))\mu(S)] = W(X) \quad (4)$$

---

4, satisfaz UM se a utilidade for crescente e estritamente côncava. Portanto, se  $Y$  é preferível à  $X$  pelo UM ou UPM, conclui-se que  $Y$  é menos dispersa que  $X$ . Além disto, o valor médio de cada atributo é o mesmo para ambas matrizes de distribuição  $X$  e  $Y$ .

<sup>15</sup> A função selecionada está de acordo com a apresentação empírica de Decancq, Decoster, e Schokkaert (2006).

<sup>16</sup> Esta abordagem é inspirada nas teorias da desigualdade de Atkinson, em 1970, Sen, em 1973, e Kolm, em 1976, conhecidos como método AKS (PHAN, 2016).

Onde  $\mu(S)$  é a realização média entre as unidades de observação. Portanto,  $I^U(X)$  é o escalar, cujo valor seria igual a zero se a realização em todos os atributos fosse igual entre as unidades de observação. Logo, é possível mensurar a perda no bem-estar decorrente da desigualdade via acréscimos em  $I^U(X)$ :

$$I^U(X) = 1 - \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{[S(x_i)]}{\mu(S)} \right)^{1-\varepsilon} \right] \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (5)$$

Em termos de média generalizada, a Equação 5 deve ser reescrita como:

$$I^U(X) = 1 - \frac{\mu_{1-\varepsilon}(\mu(x_i))}{\mu(\mu(x_i))} \quad (6)$$

Adaptando a Equação 5 para captar a dimensão de interesse:

$$I^U(x_{*k}) = 1 - \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{x_{ik}}{\mu(x_k)} \right)^{1-\varepsilon} \right] \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} ; k = 1, \dots, K \quad (7)$$

#### 1.4.2. Desigualdade Multidimensional agregada

O indicador composto de bem-estar associado à aplicação de um índice de desigualdade univariado (Equação 5) não é suficiente para em capturar completamente a natureza multidimensional do bem-estar. Tendo isto em vista, uma segunda abordagem proposta pela literatura propõe derivar os índices multidimensionais de desigualdade de tal forma que satisfaçam algumas propriedades desejáveis e são diretamente aplicados aos vetores de atributos (ARISTEI e BRACALENTE, 2011). Partindo dos critérios de majoração, UM e CIM, torna-se factível a mensuração multidimensional da desigualdade (DECANCQ, DECOSTER e SCHOKKAERT, 2006).

O Índice multidimensional a ser estruturado é um função da matriz de distribuição  $X$  que agregar diferentes variáveis<sup>17</sup>:  $I^n(X) = \mathfrak{M}(N) \mapsto \mathbb{R}$ .

O bem-estar ou privação da unidade de observação,  $S_\beta$ , pode ser definido como a média ponderada de ordem  $\beta$  das realizações nos  $k$  atributos selecionados que mapeiam os ‘pacotes’ de bem-estar das unidades de observação para o conjunto de números reais, tal que  $S_\beta(X): X \mapsto \mathbb{R}$  (ARISTEI e BRACALENTE, 2011, MAASOUMI, 1986):

$$S_\beta(x_i) = \begin{cases} \left[ \sum_{k=1}^K w_k x_{ik}^\beta \right]^{1/\beta} & \beta \neq 0 \\ \prod_{k=1}^K x_{ik}^{w_k} & \beta = 0 \end{cases} ; i = 1, \dots, N \quad (8)$$

---

<sup>17</sup> Os índices multidimensionais devem satisfazer uma série propriedades derivadas das suas contrapartes unidimensionais e propriedades distributivas que são generalizações multi-atributos do princípio de transferência Pigou-Dalton. Ver tais propriedades em: Seth (2009), Weymark (2004) e Lugo (2005).

Onde  $x_k \in \mathbb{R}_+$  e representa a realização no atributo  $k$ ,  $w_k \in \mathbb{R}_+$  corresponde o peso do atributo  $k$  e,  $\beta$  é o parâmetro que determina o grau de substituição entre cada par de atributos. Cabe ressaltar que os valores originais da matriz de distribuição  $X$ , Equação 1, necessitam ser transformados dando origem à matriz de distribuição  $Z$ , tal que  $S_\beta(x_i)$  passa a ser  $S_\beta(z_i)$ , ou seja,  $S_\beta(z_i = f(x_i))$ . Mesmo que tal transformação altere a medida de desigualdade, ela é necessária para capturar os retornos decrescentes na conversão em bem-estar, mitigar os efeitos dos valores extremos e *outliers* em distribuições com elevada dispersão e, como geralmente estão em unidades de medida diferentes, demandam que se reescale os atributos para que possam ser agregados (DECANCQ, DECOSTER e SCHOKKAERT, 2006; ARISTEI e BRACALENTE, 2011; AABERG e BRANDOLINI, 2014).

Definindo  $f_j(j = 1, \dots, k)$  como a função transformação específica que gera a matriz  $Z$  a partir de  $X$  temos:

$$z_{ij} = f_j(x_{ij}); i = 1, \dots, N; j = 1, \dots, K \quad (9)$$

A função de transformação deste trabalho combina a linear com a logarítmica. Em um vasto levantamento bibliográfico, Decancq e Lugo (2010) ranquearam as principais funções de transformação abordadas na literatura multidimensional, que inclui desigualdade e pobreza. Estes autores observaram que as funções propostas neste trabalho cumprem a boa especificação metodológica, além de se situar entre os métodos mais utilizados para este fim<sup>18</sup>. Quando o foco é restrito ao caso da desigualdade, a maior parte dos trabalhos restringem-se às variáveis renda, saúde e educação, o que corresponde a variação da proposta do Índice de Desenvolvimento Humano ajustado à desigualdade divulgado pela PNUD (IDH-PNUD).

A linear consiste na operação que deduz o valor mínimo do valor do indicador dividido pela diferença do valor máximo pelo mínimo, Equação 10. O logarítmico será aplicado na transformação linear para os casos que demandam a captura dos retornos decrescentes do atributo para o pacote de realização da unidade de observação, como é o caso da renda.

$$f_j(x_j) = \frac{g_j(x_j) - x_j^{min}}{x_j^{max} - x_j^{min}}; j = 1, \dots, K \quad (10)$$

A função de bem-estar, Equação 11, permite ordenar e avaliar a posição de quaisquer duas unidades de observação e a distância entre elas (DECANCQ e LUGO, 2010), onde  $\beta$  determina o grau de substituição entre cada par de atributos.

---

<sup>18</sup> Apesar de passível de críticas, assim como as demais funções de transformação, a linear combinada com a logarítmica satisfazem as necessidades metodológicas que demandam tais transformações (DECANCQ e LUGO, 2010; DECANCQ, DECOSTER e SCHOKKAERT, 2006; LUGO, 2005).

$$S_{\beta}(Z_i) = \begin{cases} \left[ \sum_{k=1}^K w_k [f(x_{ij})]^{\beta} \right]^{1/\beta} & \beta \neq 0 \\ \prod_{k=1}^K f(x_{ij})^{w_k} & \beta = 0 \end{cases} ; i = 1, \dots, N \quad (11)$$

Tomando as funções de utilidade como conhecidas e homogêneas entre as unidades de observação, o índice multidimensional em dois estágios pode ser estimado dentro da abordagem normativa tomando uma função de bem-estar social aditiva separável, Equação 12 (WEYMARK, 2004; DECANCO, 2009). A partir da Equação 12 é possível estruturar a função multidimensional do bem-estar social, Equação 13.

$$W(Z) = \frac{1}{1-\varepsilon} \sum_{i=1}^N [S_{\beta}(Z_i)]^{1-\varepsilon} \quad (12)$$

$$W[(1 - I^M(Z))Z_{\mu}] = W(Z) \quad (13)$$

A medida multidimensional da desigualdade é dada por  $I^M(Z)$ , que corresponde à generalização multidimensional da definição unidimensional de AKS; onde  $Z_{\mu}$  é uma matriz de distribuição média onde cada observação é substituída por sua coluna média. Se todos os atributos fossem distribuídos de forma igualitária  $I^M(Z)$ , assumiria valor igual a zero.

Então, definindo  $\mu$  como um vetor da coluna média de  $Z$ , e  $S_{\beta}(\mu)$  como o indicador composto de cada unidade de observação com desempenho médio em cada atributo, o índice multidimensional passa a ser dado como:

$$I_{\beta}^M(Z) = 1 - \left[ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \left[ \left( \frac{[S_{\beta}(Z_i)]}{S_{\beta}(\mu)} \right)^{1-\varepsilon} \right] \right]^{\frac{1}{1-\varepsilon}} \quad (14)$$

Onde  $\varepsilon$  é o parâmetro que fornece o grau de aversão à desigualdade no contexto de um conjunto de atributos que determinam a qualidade de vida do indivíduo.

A diferença entre  $I_{\beta}^M(Z)$  e  $I_{\beta}^U(X)$  é o denominador “Whereas the proposed index  $IM(Z)$  uses the composite indicator of a country with average performance on every indicator as reference point, the indicator obtained by the two step approach  $IU(Z)$  uses the average value of the composite indicator.” (DECANCO, DECOSTER e SCHOKKAERT, p.11, 2006). Além disso, o índice da Equação 6 não satisfaz, necessariamente, UM e CIM, ao passo que o índice da Equação 8 nem sempre satisfaz o princípio Pigou-Dalton (DARDANONI, 1995 apud DECANCO, DECOSTER e SCHOKKAERT, 2006).

### 1.5. Parâmetros e variáveis

A abordagem multidimensional requer esforço: (a) na seleção das dimensões para captar o bem-estar do indivíduo; (b) na estrutura de pesos atribuídos para cada atributo,  $(w_1, w_2, \dots, w_K): \sum_{i=1}^K w_i = 1$ , que expressa a relevância de cada atributo para o bem-estar da unidade de observação; (c) na determinação do grau de substituição entre cada par de atributos:  $\beta$ ; e (d) na seleção do grau de aversão à desigualdade no contexto do bem-estar:  $\varepsilon$ .<sup>19</sup> Os valores atribuídos a estes parâmetros dependerá, normalmente, do conjunto de propriedades desejáveis do índice de desigualdade e da função de agregação adotados, onde  $\beta$  é o mesmo para todos os pares de atributos.

### 1.5.1. Variáveis e Pesos

Os atributos permitem levantar a incapacidade das realizações em esferas da vida social da unidade de observação. É relativamente amplo o número de variáveis neste contexto. A seleção das dimensões relevantes para a análise multivariada levou em conta, dentre uma série de fatores, a existência de dados, o rigor teórico, técnicas estatísticas de mensurabilidade empírica.<sup>20</sup>

Para este fim, a base de dados selecionada é a Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios (PNAD), o maior levantamento anual de dados demográficos e socioeconômicos de famílias, domicílios e pessoas no Brasil. Nesta pesquisa, o Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) calibra as estimativas das pesquisas domiciliares por amostragem levando em conta os dados da população projetada, elaborada e divulgada por ele. As informações desta pesquisa se enquadram em caráter permanente ou de periodicidade variável. A amostra é por conglomerado e com múltiplos estágios, sendo que cada UF é subdividida previamente em: municípios não auto-representativos, municípios auto-representativos e as regiões metropolitanas<sup>21</sup>. Em cada município são selecionados com probabilidade proporcional ao seu tamanho – de acordo com o último censo demográfico –, as amostras sistemáticas de cada setor.

No caso do presente trabalho, elegemos seis dimensões, conforme resumido no Quadro 1.1 adiante. A econômica, relativa aos rendimentos monetários *stricto sensu* - ligados à obtenção de

---

<sup>19</sup> Tais etapas para estruturação da função que represente o índice de desigualdade multidimensional satisfazem tanto a abordagem do bem-estar tanto qualquer outra linha não-welfarista. No primeiro caso, a função representa a forma como a sociedade atribui valores aos níveis individuais de realização dos atributos, ou seja, por intermédio da utilidade. No segundo caso, o índice resume, por meio de uma função de avaliação social, as informações inerentes à realização dos atributos das unidades de observação (LUGO, 2005).

<sup>20</sup> Ver Aaberg e Brandolini (2014, p. 15).

<sup>21</sup> Os municípios não auto-representativos de cada UF são selecionados com probabilidade proporcional ao seu tamanho populacional, sendo dois municípios de cada estrato. Os municípios que não compõem as regiões metropolitanas, e são de porte médio, apresentam probabilidade de 100% de compor a amostra, onde a unidade primária de amostragem é o setor censitário. Nas regiões metropolitanas de cada UF todos os municípios entram na amostra e a unidade primária de amostragem é o setor censitário.

renda - medida primária - que incluem, conforme a Tabela 1, duas dimensões: a renda monetária I, constituída do rendimento mensal do indivíduo no trabalho principal e a renda monetária II, constituída do rendimento mensal do indivíduo de outras fontes que não o trabalho principal.

As condições em termos de seguridade social também são contempladas, avaliada indiretamente por meio da proporção de pessoas situadas no mercado de trabalho em melhores (maiores de 15 anos que trabalham e têm carteira assinada no período de referência) ou piores condições de proteção social (e os nem-nem, jovens e adultos de 14 a 40 anos que nem trabalham nem estudam).

**Quadro 1.1 : Atributos selecionados**

Dimensão	Indicador	Variável
Econômica 1	Rendimento mensal do trabalho principal.	<i>econ1</i>
Econômica 2	Rendimento mensal de todos os trabalhos de todas as fontes, com exceção do trabalho principal.	<i>econ2</i>
Trabalho e Seguridade Social	Posição na ocupação do trabalho principal.	<i>trab1</i>
	Nem-Nem: não trabalha e nem estuda.	<i>trab2</i>
Educação	Educação de adultos, ensino fundamental.	<i>educ1</i>
	Educação de adultos, ensino médio.	<i>educ2</i>
	Educação de adultos, ensino superior.	<i>educ3</i>
	Educação de infantil, creche e escola.	<i>educ4</i>
	Educação para maiores de 10 anos, ler e escrever.	<i>educ5</i>
	Educação de adultos, anos de escolaridade	<i>educ6</i>
	Educação de crianças e jovens, frequenta escola.	<i>educ7</i>
Condições Sanitárias	Água utilizada no domicílio	<i>csan1</i>
	Forma de escoadouro do banheiro ou sanitário	<i>csan2</i>
	Destino do lixo domiciliar	<i>csan3</i>
Interesse comum	Uso de serviços públicos de ensino.	<i>intc</i>

Fonte: Elaboração do autor.

As condições sanitárias são captadas pelas variáveis que permitem distinguir se a população tem acesso a água encanada, rede de esgoto ou fossa séptica, e destino adequado ao lixo.

A quinta dimensão relaciona-se com as condições de melhoria econômica, em particular no que se refere à educação, dividida entre educação de adultos, jovens e crianças.

Por fim, a proporção da população que estuda em escola pública<sup>22</sup> visa captar, conforme já mencionado, o interesse comum. Nesta tese a ideia é a de que quanto maior for a participação da sociedade como um todo nas mesmas atividades sociais, no consumo dos mesmos bens e serviços, maior tenderá a ser o interesse comum e a solução coletiva de problemas, conforme discutido anteriormente.

A estrutura de pesos atribuída para cada dimensão expressa a relevância de cada atributo para a satisfação da unidade de observação; além disso os pesos são cruciais para captar a percepção das unidades de observação em pior situação, bem como para estabelecer paralelos entre elas (DECANCQ, 2013 apud AABERG e BRANDOLINI, 2014). A seleção ideal dos pesos poderia ser obtida via relevância dos atributos segundo avaliações dos legisladores ou unidades de observação. Isto se configura enquanto uma tarefa árdua, inclusive diante a necessidade de transportar as avaliações para os dados e a necessidade de um consenso. Por estas e outras dificuldades metodológicas, comumente atribui-se pesos iguais entre os atributos (MAYER e JENCKS, 1989 apud AABERG e BRANDOLINI, 2014; AABERG e BRANDOLINI, 2014)<sup>23</sup>.

Por simplificação, consideremos a soma dos pesos igual à unidade:

$$(w_1, w_2, \dots, w_K): \sum_{i=1}^K w_i = 1 \quad (15)$$

No contexto microeconômico, Decancq e Lugo (2010) apresentaram a relação direta dos valores atribuídos aos pesos com a taxa marginal de substituição, Equação 16, entre dois atributos por parte do indivíduo. Para todo  $S_\beta(x_i)$ , com o vetor de realização  $x \in \mathbb{R}_+$ , temos a taxa marginal de substituição tal como definido na Equação 17.

$$MRS_{k_1, k_2} = \frac{\partial I(x)}{\partial x_{k_1}} / \frac{\partial I(x)}{\partial x_{k_2}} \quad (16)$$

$$MRS_{k_1, k_2} = \frac{w_{k_1} I'_{j_1}(x_{j_1}) \left[ \frac{I_{j_2}(x_{j_2})}{I_{j_1}(x_{j_1})} \right]^{1-\beta}}{w_{k_2} I'_{j_2}(x_{j_2})} \quad (17)$$

---

<sup>22</sup> O ideal seria contemplar neste indicador não apenas educação pública, mas saúde, transporte e lazer públicos, mas não existem dados disponíveis dado a proposta deste trabalho para os anos analisados e origem dos dados.

<sup>23</sup> Há duas vias para a atribuição dos pesos, a primeira, via direta, consiste na entrevista da opinião do público geral; a segunda, via indireta, se daria por meio de estimativas de equações de felicidades. Neste contexto, florescem duas abordagens para atribuição dos pesos: a abordagem baseada em frequência, que atribui maior peso aos atributos de menor frequência de privação; e técnicas estatísticas multivariadas (AABERG e BRANDOLINI, 2014).

Por esta relação, fica explícito que o *trade-off* envolvido na seleção dos atributos tornam-se elementos importantes para estabelecer as teorias da determinação dos pesos<sup>24</sup>. Entretanto, não há um quadro teórico amplamente aceito para estabelecer o *trade-off* entre os atributos, o que se observa na literatura econômica é o emprego do critério normativo para determinação dos pesos. Dentro da abordagem normativa o método mais utilizado é o da ponderação igual, ou arbitrária, que é atraente por sua simplicidade e pelo reconhecimento de que todos os atributos considerados são demasiadamente relevantes (DECANCQ e LUGO, 2010):

$$w_i = \frac{1}{K}; i = 1, \dots, K \quad (18)$$

Este método abre margem para a distribuição desigual dos pesos diante a interpretação normativa de que determinado atributo apresenta importância relativa superior<sup>25</sup>. A seleção das dimensões e suas respectivas descrições e pesos são especificadas no Anexo.

### 1.5.2. Parâmetros $\beta$ e $\varepsilon$

Os parâmetros a serem trabalhados são: a determinação do grau de substituição entre cada par de atributos:  $\beta$ ; e o grau de aversão à desigualdade no contexto de um conjunto de atributos que determinam a qualidade de vida do indivíduo:  $\varepsilon$ <sup>26</sup>.

Com  $\varepsilon \in \mathbb{R}_+$ , tal que se  $\varepsilon = 0$ , a sociedade não tem aversão à desigualdade, ou seja, a sociedade seria indiferente à transferência de atributos entre as unidades de observação. Se  $\varepsilon > 0$  implica na aceitação do princípio de transferência de Pigou-Dalton. E se  $\varepsilon \rightarrow \infty$ , então com a aversão à desigualdade ao máximo, a análise tende a se concentrar em mudanças nos grupos de unidades de observação que gozam de menos atributos.

---

<sup>24</sup> Ver levantamento bibliográfico das metodologias de determinação dos pesos em Decancq e Lugo (2010).

<sup>25</sup> Apesar de popular e conveniente, este método é passíveis de muitas críticas, pois dificilmente os agentes atribuiriam relevância igual entre os atributos na interpretação do *trade-off*, Equação 18. Ademais, não considera as especificidades do indivíduo. Entretanto, para isto seria necessário contar com base de informação que capta as preferências dos agentes (Fleurbaey 2009).

<sup>26</sup> Tais parâmetros influem significativamente sobre os resultados. Aristei e Bracalente (2011) observaram que o aumento da aversão à desigualdade e a diminuição da substituíbilidade entre os atributos ampliam progressivamente as diferenças regionais de bem-estar e desigualdade na Itália

Se definirmos  $\sigma$  como a elasticidade substituição constante entre os atributos que compõe o bem-estar (DECANCQ, DECOSTER e SCHOKKAERT, 2006), obtem-se a expressão do grau de substituição entre os atributos:

$$\beta = 1 - \frac{1}{\sigma} \quad (19)$$

O valor assumido pelo parâmetro  $\beta$  vai determinar, portanto, o grau de substituição entre os atributos. Se  $\beta = 1$  o bem-estar é a média aritmética ponderada das realizações em todas os atributos que são perfeitamente substituíveis; então, uma má performance no usufruto em um atributo pode ser compensado, em termos de bem-estar, pela melhor performance em outro. Se  $\beta \mapsto -\infty$ , os atributos tornam-se complementos perfeitos, e o nível do bem-estar passa a depender do maior, ou menor, realização igual entre as dimensões. Se  $\beta = 0$  a função de agregação social assume a as propriedades de uma função do tipo Cobb-Douglas.

A seleção dos valores dos parâmetros é problemática; a ausência de consenso, a limitação de dados e a complexidade metodológica fazem com que uma parte considerável da literatura os selecione com base no seu ‘senso comum’ (DECANCQ e LUGO, 2012; PHAN, 2016). Entretanto, diante a necessidade de que seja satisfeita a propriedade de Majoração Uniforme (UM) a seleção normativa dos valores dos parâmetros passa a ser limitada, tal que:  $\beta > 0$  e  $\varepsilon < 1$  (DECANCQ e LUGO, 2012; DECANCQ, DECOSTER, e SCHOKKAERT, 2006). A multiplicidade de combinações dos parâmetros é relevante por enriquecer a análise multidimensional, ao trazer um conjunto de conclusões relacionadas (ARISTEI e BRACALENTE, 2011).

Isso significa afirmar que o índice está estruturado de forma a captar a existência de aversão à desigualdade por parte da sociedade e a preferência por mais igualdade entre as dimensões, ou seja, é preferível a baixa correlação entre as dimensões<sup>27</sup>.

## 1.6. Índice de Massoumi (1986, 1999)

A partir de uma série de resultados visando estabelecer um paralelo entre distribuições multidimensionais de bem-estar por meio de medidas, o Índice de Massoumi é estruturado em duas etapas; primeiro agrega-se os atributos para cada unidade de observação, obtendo-se assim a sua respectiva função de bem-estar,  $S_i$ ; e na segunda etapa aplica-se um índice de desigualdade

---

<sup>27</sup> Se se considerar duas matrizes de distribuição, A e B, e as dimensões X, Y e Z. Então, *ceteris paribus*, se em A, a primeira unidade de observação usufrui de quantidades maiores das dimensões X, Y e Z, relativo às demais unidades de observação; a segunda unidade de observação é a segunda que mais usufrui das três dimensões selecionadas e, assim por diante, configura-se enquanto um situação menos desejável do que a descrita pela matriz de distribuição B, que guarda a mesma quantidade das três dimensões, porém, com as fileiras menos correlacionadas. Esta constatação foi obtida por Atkinson e Bourguignon (1982).

unidimensional, que permite quantificar a desigualdade no bem-estar. Estas medidas são derivadas das abordagens de Theil e Atkinson e inauguram o uso de técnicas de agregação simultânea (PHAN, 2016)<sup>28</sup>.

A metodologia é estruturada com base na teoria da informação, na qual Massoumi destaca os benefícios em detrimento da abordagem axiomática. Além disso, o vetor que agrega os atributos para a unidade de observação,  $S_i$ , representa bem a informação da distribuição de cada atributo, o que é uma propriedade desejável (LUGO, 2005; PHAN, 2016). A generalização multivariada pode-se dar pela proximidade da soma ponderada dos termos de ‘divergência’ emparelhados que resulta em uma medida de distância<sup>29</sup> (LUGO, 2005). Temos então:

$$D_\beta(S, X; w) = \sum_{k=1}^K d_k \left\{ \sum_{i=1}^n S_i \left[ \left( \frac{S_i}{x_{ik}} \right)^{-\beta} - 1 \right] / \beta(\beta - 1) \right\} \quad (20)$$

onde  $D_\beta(S, X; w)$  é a função que estima a dispersão no bem-estar, tendo em vista a matriz de distribuição  $X$ , e os respectivos pesos  $w$ , dos atributos. A distribuição  $S = (S_1, S_2, \dots, S_N)$  que minimiza  $D_\beta$  gera as funções de agregação ótimas, tais como definidas na Equação 21:

$$S_i \propto \begin{cases} \left[ \sum_{k=1}^K w_k x_{ik}^\beta \right]^{1/\beta} \beta \neq 0 & ; i = 1, \dots, N \\ \prod_{k=1}^K x_{ik}^{w_k} & \beta = 0 \end{cases} \quad (21)$$

Note-se que  $S_i$  é uma média ponderada semelhante às das funções de elasticidade de substituição constante que, no Índice de Maasoumi, representa o indicador de bem-estar da unidade de observação. Na segunda etapa para construção do índice, Massoumi propõe mensurar a dispersão da distribuição de  $S$  com relação à distribuição num cenário de igualdade de bem-estar, ou seja, o bem-estar médio entre as  $N$  unidades de observação:  $\bar{S} = \sum_{i=1}^N S_i / n$ . Portanto, o Índice de desigualdade multidimensional de Massoumi pode ser representado como nas Equações 22, 23 e 24. Tratam-se de uma classe de índices de desigualdade de entropia generalizada (WEYMARK, 2004):

$$\varepsilon \neq 0 \text{ e } 1; I_M \propto \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon(1-\varepsilon)} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \left[ 1 - \left( \frac{(\sum_{k=1}^K w_k x_{ik}^\beta)^{1/\beta}}{\bar{S}} \right)^\varepsilon \right], \beta \neq 0 \\ \frac{1}{\varepsilon(1-\varepsilon)} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \left[ 1 - \left( \frac{\prod_{k=1}^K x_{ik}^{w_k}}{\bar{S}} \right)^\varepsilon \right], \beta = 0 \end{cases} \quad (22)$$

<sup>28</sup> Em seu trabalho seminal de 1986, Maasoumi usa o método de entropia generalizada, sugerido por Theil em 1967, para calcular a desigualdade relativa e dispô-la entre os grupos de distribuição “entre” e “dentro” (PHAN, 2016).

<sup>29</sup> As notações e fórmulas do tópico 1.6 estão de acordo com Lugo (2005), salvo algumas adaptações quando necessárias, afim de homogeneizar as notações deste trabalho.

$$\varepsilon = 0; I_M^0 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \log \left[ \frac{\bar{S}}{S_i} \right] \propto \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \log \left[ \frac{\bar{S}}{\left( \sum_{k=1}^K w_k x_{ik}^\beta \right)^{\frac{1}{\beta}}} \right], & \beta \neq 0 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \log \left[ \frac{\bar{S}}{\prod_k x_{ik}^{w_k}} \right], & \beta = 0 \end{cases} \quad (23)$$

$$\varepsilon = 1; I_M^1 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \frac{S_i}{\bar{S}} \log \left[ \frac{S_i}{\bar{S}} \right] \propto \begin{cases} \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\left( \sum_{k=1}^K w_k x_{ik}^\beta \right)^{\frac{1}{\beta}}}{\bar{S}} \log \left[ \frac{\left( \sum_{k=1}^K w_k x_{ik}^\beta \right)^{\frac{1}{\beta}}}{\bar{S}} \right] \right\}, & \beta \neq 0 \\ \frac{1}{n} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{\prod_k x_{ik}^{w_k}}{\bar{S}} \log \left[ \frac{\prod_k x_{ik}^{w_k}}{\bar{S}} \right] \right\}, & \beta = 0 \end{cases} \quad (24)$$

A desigualdade mensurada por  $I_M$  eleva-se com a correlação quando  $\varepsilon < \beta$  (SETH, 2009). Além disso, este índice satisfaz as seguintes propriedades, condicionados aos valores dos parâmetros: CN, AN, NM, RI, DP e AS, independente da seleção do parâmetro de aversão à desigualdade; SI somente não é satisfeito quando  $\varepsilon = 1$ ; DA é válida quando  $\varepsilon = \beta$  e a função de bem-estar social é individualista e específica<sup>30</sup>; SSI é satisfeita quando  $\beta = 0$ , ou seja, uma função de agregação do tipo Cobb-Douglas; SSI ainda pode ser satisfeita quando se trabalha com matrizes de distribuição, cujo bem-estar individual depende da distribuição dos atributos (LUGO, 2005, SETH, 2009).

Por  $S_i$  ser normalizado pelo agregado médio,  $I_M$  não corresponde diretamente à uma função de elasticidade de substituição constante, ou seja, considera uma função dos atributos em vez das utilidades agregadas. O desdobramento direto desta especificidade torna ‘problemático’ discutir sobre as satisfações dos critérios de majoração UPD e UM; ainda devido à normalização, não é claro se CIM<sup>31</sup> é satisfeita (LUGO, 2005; LUGO, 2007 apud PHAN, 2016). Outra observação acerca deste índice, é o papel não claro do parâmetro de aversão à desigualdade (SETH, 2009).

Entretanto, se supuser uma matriz de distribuição  $Y$  como resultado da multiplicação de uma matriz de distribuição  $X$  por uma matriz bistocástica de não-permutação, é de se esperar que em  $Y$  os atributos estejam mais dispersos. Por este motivo, o Índice de Massoumi não necessariamente precisa satisfazer a contrapartida de desigualdade da UM (DARDANONI, 1995 apud WEYMARK, 2004).

Apesar de tais observações, a abordagem em duas etapas permite a agregação dos atributos para se chegar a uma função de avaliação social de forma direta e clara. Além disto, a variância entre os indivíduos é tratada como desigualdade e por se sustentar na teoria da informação e considerar a

<sup>30</sup> Ver as referências em Lugo (2005) sobre as especificidades de uma função de bem-estar individualista e específica.

<sup>31</sup> Pela derivada parcial do índice em relação a dois atributos diferentes, Lugo (2005, p.12) observou que tendo em vista o comportamento de  $\bar{S}$  durante as transferências, capta-se que para qualquer transferência crescente de correlação, se se preservar a média entre cada atributo, a média do bem-estar, definida por  $\bar{S}$ , ainda seria alterada.

divergência do bem-estar entre as unidades de observação, Massoumi não ignora completamente a abordagem axiomática (LUGO, 2005; PHAN, 2016).

### 1.7. Índice Multidimensional para variáveis dicotômicas.

A privação da unidade de observação pode ser mensurada pelo número de dimensões nas quais o indivíduo apresenta valores abaixo do limite estabelecido como corte. Desta forma, é possível associar, via contagem, as privações em um índice geral (AABERG e BRANDOLINI, 2014; ATKINSON, 2003; ALKIRE e FOSTER, 2011). É a partir desta abordagem da contagem que Aaberge e Brandolini (2014) estruturam um arcabouço metodológico que servirá para se estabelecer um índice de desigualdade multidimensional dicotômico que será abordado nesta seção.

Seja  $Y_i$  igual a 1 se um indivíduo sofre de privação na dimensão  $k$  e 0 caso contrário. A contagem pode-se dar como:

$$Y = \sum_{k=1}^r Y_i, k = 1, 2, \dots, r \quad (25)$$

Sendo  $r$  o total de dimensões. Admitindo pesos iguais entre as dimensões, enquanto  $Y$  é uma variável aleatória discreta, Aaberge e Brandolini (2014) estabelecem a função de distribuição cumulativa da privação  $F(k)$  e a sua média  $\mu$  como:

$$F(k) = \sum_{j=0}^k q_j, k = 0, 1, \dots, r \quad (26)$$

$$\mu = \sum_{k=1}^r k q_k \quad (27)$$

Aqui  $q_x$  refere-se à probabilidade da ocorrência de privação para um determinado indivíduo:

$$q_x = \Pr(Y = k) \quad (28)$$

Tomando  $Y_i = 1$  se o indivíduo sofre privação na dimensão  $i$ , e  $Y_i = 0$  caso contrário, para o caso simplificado de dois bens  $i = 1, 2$ ; a pontuação da privação do indivíduo pode assumir valores  $Z = [0, 1, 2]$ , tal que  $Z \in \mathbb{N}$ . Logo, para uma dada amostra, os valores de  $Z$  assumem probabilidades  $Q$  associadas ao seu valor de  $Z$ , onde  $Q = \{q_0, q_1, q_2\}$ , ou seja, para  $Z = 0$  teremos probabilidade  $Q = q_0$  e assim, sucessivamente.

Ainda tomando dois bens e um indivíduo, teremos que  $p_{ij} = \Pr((X_1 = i) \cap (X_2 = j))$ ;  $p_{i+} = \Pr(X_1 = i)$  e  $p_{+j} = \Pr(X_2 = j)$ . Então  $q_0 = p_{00}$  é o caso da probabilidade do indivíduo não sofrer privação nas duas dimensões. Por interpretação análoga, em  $q_1 = p_{10} + p_{01}$ , o indivíduo sofre privação somente em uma dimensão e,  $q_2 = p_{11}$  é a probabilidade do indivíduo ser privado de ambas as dimensões, tal como apresentado na Tabela 1.1.

**Tabela 1.1 – Probabilidades  $q_x$**

	$X_2 = 0$	$X_2 = 1$			$X = X_i + X_i$
$X_1 = 0$	$p_{00}$	$p_{01}$	$p_{0+}$	$X = 0$	$q_0 = p_{00}$
$X_1 = 1$	$p_{10}$	$p_{11}$	$p_{1+}$	$X = 1$	$q_1 = p_{10} + p_{01}$
	$p_{+0}$	$p_{+1}$	1	$X = 2$	$q_2 = p_{11}$
					1

Fonte: Aaberge e Brandolini (2014).

Para variáveis dicotômicas, ou seja, quando assume valor zero ou um, a desigualdade atributo por atributo é dada pela função da proporção de pessoas acima da cada um dos limiares específicos do atributo (AABERG e BRANDOLINI, 2014).

Na abordagem multidimensional dicotômica,  $p_k$  é definido como a proporção de indivíduos que não são privados na dimensão  $k$ , e  $G(k) = \sum_{j=0}^k p_k$  como proporção cumulativa destes indivíduos com  $k$  ou menos atributos com valores considerados como de não privação. Então, a partir destas definições é possível estabelecer um índice de desigualdade dicotômico, tal como apresentado por Aaberg e Brandolini (2014), a partir de uma função de avaliação social tal como:

$$W_{\Psi}(G) = r - \sum_{k=0}^{r-1} \Psi\left(\sum_{j=0}^k p_j\right) \quad (29)$$

Que nos permite determinar a seguinte medida de desigualdade:

$$I_{\Psi}(G) = 1 - W_{\Psi}(G) = 1 - \frac{r - \sum_{k=0}^{r-1} \Psi\left(\sum_{j=0}^k p_j\right)}{v} \quad (30)$$

Onde  $v$  é o número médio de realização dos indivíduos que não sofrem privação, e  $\Psi$ , com  $\Psi(0) = 0$  e  $\Psi(1) = 1$  é uma função côncava, não negativa e não decrescente que captura as preferências de um avaliador social.

Se a soma do número médio de privações com o número médio de realizações nos fornece o número de realizações:  $v + \mu = r$ ; Aaberg e Brandolini (2014) admitem  $\Psi(t) = 1 - \Gamma(1 - t)$  para demonstrar que esta condição de soma também é satisfeita pela soma da medida de privação  $D$  e da função de avaliação social  $W$ :

$$W_{\Psi}(G) = W_{1-\Gamma}(1 - f(r - k - 1)) = r - \sum_{k=0}^{r-1} \left(1 - \Gamma(1 - \sum_{j=0}^{r-k-1} p_j)\right) = \sum_{k=0}^{r-1} (\Gamma \sum_{j=0}^k q_j) = r - D_{\Gamma}(F) \quad (31)$$

Por este motivo, a desigualdade na distribuição de contagem de realizações, em vez de privações, pode ser dada pela seguinte expressão alternativa:

$$I_{\Psi}(G) = 1 - \frac{r - D_{\Gamma}(F)}{r - \mu} = \frac{D_{\Gamma}(F) - \mu}{r - \mu} = \frac{\Delta_{\Gamma}(F)}{r - \mu} \quad (32)$$

onde  $\Gamma$  é uma função convexa e não decrescente. Desta forma, a desigualdade na distribuição de realizações pode ser entendida como a disseminação relativa das privações dividido pela diferença entre o número médio de privações e de realizações (AABERG e BRANDOLINI, 2014).

Aqui temos que  $\Gamma$  é uma função convexa e não decrescente e  $F$  a distribuição da contagem de privação. Pode-se representar a medida sumária da privação como:

$$D_{\Gamma}(F) = r - \sum_{k=0}^{r-1} \Gamma \left( \sum_{j=0}^k q_j \right) = \mu + \Delta_{\Gamma}(F) \quad (33)$$

Da forma como definido  $D_{\Gamma}(F)$ , a Equação 33 corresponde à função de avaliação social correspondente à relação de preferência social moldada pela especificação da função  $\Gamma$ . Tomando  $\Gamma(t) = t^{\tau}$ , tal como apresentado em Aaberg e Brandolini (2014), é possível estabelecer uma família geral de medidas de privação associadas às medidas de desigualdade de Lorenz, tal que o parâmetro  $\tau$  capta a preocupação com a desigualdade de privação. Logo,  $D_{\Gamma}(F)$  pode ser decomposto no número médio de privações,  $\mu$ , e um termo que captura a dispersão de privações em toda a população,  $\Delta_{\Gamma}$ , cuja função pode ser representada como:

$$\Delta_{\Gamma}(F) = \sum_{k=0}^{r-1} \left[ \sum_{j=0}^k q_j - \Gamma \left( \sum_{j=0}^k q_j \right) \right] \quad (34)$$

Por definição,  $\Delta_{\Gamma}$  é sempre não negativa estruturada com  $\Gamma$  convexo. Então  $\mu \leq D_{\Gamma}(F) \leq r$  quando  $\Gamma$  é convexo. Quanto mais convexo  $\Gamma$ , mais peso o índice dá às múltiplas privações. Aaberg e Brandolini (2014) ainda destacam que da forma como é estruturado o índice, ele é tal que uma situação onde todos sofrem de privações é definitivamente pior do que uma onde apenas metade da população sofre de privações<sup>32</sup>.

---

<sup>32</sup> Esta conclusão é assumida tendo em vista os valores assumidos por  $D_{\Gamma}(F)$  e  $\Delta_{\Gamma}(F)$  em diferentes simulações. Ver Aaberg e Brandolini (2014).

## Capítulo 2

### Desigualdade Multidimensional Desagregada

Este capítulo tratará da desigualdade multidimensional atributo por atributo, ou dimensão por dimensão. Num primeiro momento, analisará o Brasil como um todo e, em seguida, as unidades da federação, de forma a tirar conclusões comparativas.

#### 2.1. Descrição das variáveis

A análise desagregada da desigualdade multivariada compreende o estudo separado de cada uma das dimensões selecionadas no capítulo 1, quais sejam as dimensões: a) econômica (de rendimento principal, e complementar); b) de trabalho e seguridade social (trabalho formal e que nem estudam nem trabalham); c) de educação (ensino fundamental completo, ensino médio completo, ensino superior completo, anos de escolaridade e maiores de 10 anos que sabem ler e escrever; d) de condições sanitárias (água encanada, coleta de esgoto ou fossa séptica, e coleta de lixo); e e) de interesse comum (parcela da população usando escola pública) .

Com exceção das dimensões econômicas e da dimensão que capta os anos de escolaridade, que são variáveis contínuas, as demais dimensões estão expressas na forma de variáveis dicotômicas. Quando dicotômicas, o valor atribuído ao indivíduo ou domicílio assume valor igual a um quando não sofre privação na dimensão considerada, e zero quando sofre privação. As condições consideradas para cada dimensão dizem respeito ao período de referência da pesquisa, salvo nos casos da dimensão de educação, que considera o nível de instrução do indivíduo com base no último ano de estudo, no caso deste mesmo indivíduo não estar estudando na semana de referência.

Tendo isto em vista, os indicadores econômicos, *ecn1* e *ecn2*, captam o valor monetário do rendimento mensal do indivíduo no trabalho principal e o rendimento mensal do indivíduo de todas as outras fontes que não do trabalho principal, respectivamente. A primeira dimensão da seguridade social, *trab1*, assume valor igual a um quando o indivíduo trabalha, tem mais 15 anos, tem ou carteira de trabalho assinada, ou é militar, ou funcionário público ou contribui com o sistema de previdência público ou privado; e assume valor igual a zero caso tenha mais de 15 anos, trabalha, mas não satisfaz as demais considerações. A segunda variável de seguridade social, *trab2*, assume valor igual a um quando o indivíduo tem 14 ou mais anos de idade e trabalha e/ou estuda, e assume valor igual a zero no caso de ter 14 anos de idade ou mais e não trabalhar e nem estudar. A dimensão *educ1* assume valor igual a um quando o indivíduo tem 18 anos de idade ou mais e concluiu o ensino fundamental, e zero caso não tenha concluído. A *educ2* assume valor igual a um quando o indivíduo tem 18 anos de idade ou mais e concluiu o ensino médio, e zero caso não tenha concluído. A *educ3* assume valor

igual a um quando o indivíduo tem 30 anos de idade ou mais e concluiu o ensino superior, e zero caso não tenha concluído. A *educ4* tem valor igual a um quando o indivíduo tem menos de seis anos de idade e frequenta escola ou creche, e valor igual a zero quando não frequenta. A *educ5* tem valor um quando o indivíduo tem 10 anos ou mais de idade e sabe ler e escrever; o valor é zero quando não sabe. A *educ6* informa os anos de escolaridade para indivíduos com mais de 18 anos de idade. A *educ7* assume valor igual a um se o indivíduo tem entre 6 e 18 anos de idade e está estudando; e zero quando não está estudando. A condição sanitária *csan1* assume valor igual a um quando o domicílio tem água canalizada em pelo menos um cômodo ou a água utilizada no domicílio é canalizada de rede geral de distribuição para a propriedade; o valor é igual a zero caso a água utilizada no domicílio é de outra origem. A dimensão de condição sanitária *cond2*, tem valor igual a um, no caso da forma de escoadouro do banheiro ou sanitário do domicílio se der pela rede coletora de esgoto ou pluvial, ou via fossa séptica ligada a rede coletora de esgoto ou pluvial; o valor é zero, caso o destino do escoadouro seja diferente dos citados. A condição sanitária *cond3* tem valor igual a um, quando o destino do lixo domiciliar é coletado diretamente ou indiretamente, e assume valor igual a zero, em caso contrário. Por fim, a variável *intc*, interesse comum, compreende a parcela da população que usufrui do serviço de ensino público e assume valor igual a um, para o caso do indivíduo estar estudando na rede pública de ensino; e zero quando for estudante da rede privada.

A medida geral da desigualdade para variáveis dicotômicas pode ser dada por uma função da proporção de pessoas que não sofrem da privação, ou seja, uma função da proporção de indivíduos com valor igual a um para a dimensão considerada (AABERGE e BRANDOLINI, 2014). A função proporção considerada, Equação 35, gera valores entre zero e um. Quanto mais próximo de um, mais concentrado e, portanto, desigual a distribuição do atributo considerado. Para as variáveis contínuas, será analisado o Índice AKS para diferentes níveis de aversão à desigualdade, Equação 7.

$$I^U(x_{*k}) = 1 - \left[ \frac{1}{n} \right] \sum_{i=1}^N (x_{ik}) ; k = 1, \dots, K \quad (35)$$

Os resultados são apresentados para o Brasil e suas unidades da federação (UF) referem-se aos anos de 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

## 2.2. Análise dos resultados

A desigualdade no rendimento do trabalho principal, *econ1*, reduziu-se no Brasil no período analisado. Além do baixo valor do índice de desigualdade quando se admite um baixo  $\epsilon$ , ou uma baixa aversão à desigualdade, o acréscimo da desigualdade também ocorre quando a aversão à desigualdade

crece. Para  $\varepsilon = 0,3$  e  $\varepsilon = 0,5$ , conforme a Tabela 2.1 e o Gráfico 2.1<sup>33</sup>, a desigualdade de renda no trabalho principal cai continuamente. Para níveis superiores de  $\varepsilon$ , o comportamento da desigualdade é diferente, para  $\varepsilon = 1,5$  a desigualdade cai até 2005, e oscila até 2015; para  $\varepsilon = 2,0$ , a desigualdade decresce até 2009, aumenta entre 2009 e 2013 e volta a cair entre 2013 e 2015. Quando se compara o primeiro e o último ano da amostra a desigualdade cai para todos os  $\varepsilon$ .

Nas unidades da federação (Tabela 2.6 e Gráficos 2.8 a 2.14 no Anexo), a desigualdade na renda do trabalho principal é mais elevada em unidades da Região Nordeste. Piauí, Ceará, Maranhão, Tocantins e Alagoas apresentam os maiores valores absolutos de desigualdade para baixos valores do parâmetro de aversão à desigualdade:  $\varepsilon = 0,3$  e  $\varepsilon = 0,5$ . Por outro lado, quando analisamos  $\varepsilon = 1,5$  e  $\varepsilon = 2,0$  a desigualdade é maior em São Paulo, Rio de Janeiro, Distrito Federal e Mato Grosso do Sul. Independente do parâmetro  $\varepsilon$ , a desigualdade de renda nesta dimensão é menor em Roraima, Amapá e Santa Catarina.

Ainda sobre as UFs, entre 2001 e 2015, apesar do comportamento díspar, e por vezes flutuante, pode-se traçar uma tendência mais geral da amostra de redução da desigualdade na renda do trabalho principal nos dois para  $\varepsilon = 0,3$  e  $\varepsilon = 0,5$ . Por outro lado, algumas exceções devem ser destacadas, o Amapá foi a única UF que ampliou a desigualdade nesta dimensão para todos os parâmetros de aversão à desigualdade considerados e; para os valores mais elevados deste parâmetro,  $\varepsilon = 1,5$  e  $\varepsilon = 2,0$ , a desigualdade aumentou em Roraima, Maranhão, Piauí, Paraíba e Sergipe.

Para os rendimentos complementares, que não os do trabalho principal (Tabela 2.1 e Gráfico 2.2), a desigualdade no Brasil aumenta até 2009 para todos  $\varepsilon$ , com exceção de  $\varepsilon = 2,0$ , e decresce até o final da amostra. Para  $\varepsilon = 2,0$  o valor oscila no período analisado. Diferente da dimensão anterior, para os rendimentos complementares a desigualdade não se reduz para todos os  $\varepsilon$ . Para os parâmetros intermediários,  $\varepsilon = 0,5$  e  $\varepsilon = 1,5$ , a desigualdade se eleva entre 2001 e 2015. Cabe ressaltar que a renda é igualmente concentrada em *ecn2* relativamente a *ecn1*.

Nas UFs, a desigualdade nos rendimentos complementares é mais expressiva no Distrito Federal e Tocantins, para qualquer  $\varepsilon$  considerado; e é menor em Roraima e Santa Catarina, também para todos os  $\varepsilon$ . Quanto à flutuação da desigualdade nestes rendimentos complementares cabe sublinhar algumas especificidades: i) Roraima, Maranhão, Paraíba, Pernambuco, Rio de Janeiro e Distrito Federal que apresentaram aumento da desigualdade em todos os parâmetros considerados; ii) Santa Catarina foi a única UF que reduziu a desigualdade para todos os  $\varepsilon$  considerados; iii) a maior

---

<sup>33</sup> De forma a permitir mais fácil visualização das tendências, foram incluídos além das tabelas gráficos para o Brasil, neste capítulo, e para as UFs no Anexo ao final da tese.

parte das outras UFs, a desigualdade se reduziu para os parâmetros de aversão a desigualdade mais baixos e ampliou para os mais elevados.

**Tabela 2.1 – Desigualdade nas dimensões econômicas (Índice AKS)**

	$\varepsilon$	2001	2005	2009	2013	2015
<i>econ1</i>	0,3	0,2297	0,2147	0,2020	0,2012	0,1724
	0,5	0,3684	0,3474	0,3211	0,3125	0,2749
	1,5	0,3431	0,3220	0,3235	0,3143	0,3251
	2,0	0,5788	0,5710	0,5663	0,6077	0,5297
<i>econ2</i>	0,3	0,1748	0,1931	0,2003	0,1871	0,1695
	0,5	0,2645	0,2965	0,3051	0,2887	0,2648
	1,5	0,5203	0,6247	0,6460	0,6289	0,5962
	2,0	0,5470	0,5996	0,56544	0,6447	0,5013

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

No que diz respeito à dimensão de trabalho e seguridade social, no Brasil (Tabela 2.2 e Gráfico 2.3), a desigualdade em *trab1*, trabalho formal, apresentou uma redução entre 2001 e 2015, apesar da oscilação positiva entre 2009 e 2013. Cabe ressaltar que nos dois primeiros períodos analisados, mais da metade da população trabalhadora com mais de quinze anos estava em situação de vulnerabilidade por não contribuir para a previdência, pública ou privada, e tão pouco usufruir dos direitos trabalhistas. Mesmo com esta redução, ainda é elevado o número de pessoas nesta situação de vulnerabilidade.

Quanto a evolução nas UFs, a desigualdade nesta dimensão mostrou-se diferente entre elas, tanto nos valores relativos, quanto no comportamento no tempo. Nos extremos, Maranhão e Piauí detinham apenas 17,27% e 19,14%, respectivamente, de indivíduos na situação de não-privação em 2001, enquanto no Distrito Federal este valor representou 60,95%. Com exceção do Acre e Amapá, todas as demais UFs registraram decréscimo na desigualdade em trabalho formal, *trab1*, entre o ano inicial e o final da amostra. No Amapá, o aumento do número de indivíduos na situação de privação elevou-se 17,10% entre 2001 e 2015. Ainda quanto a esse atributo, a Região Norte ainda chama atenção por apresentar as menores reduções na desigualdade entre 2001 e 2015, inferior a 2,2%, no Amazonas e Pará. Por outro lado, as três maiores reduções da desigualdade foram na Região Sul, com decréscimo superior à 37% em cada UF.

O grupo de indivíduos que não trabalham e nem estudam, *trab2*, também apresentou uma redução considerável no Brasil no período analisado, apesar do acréscimo entre 2013 e 2015. Em suma, a desigualdade nesta dimensão reduziu-se 12% entre 2001 e 2015. Esta dimensão apresenta menos dispersão entre as UFs e, com exceção do Acre, todas apresentaram redução na desigualdade.

Desconsiderando-se a redução modesta da desigualdade no Amazonas de 6,26%, para as demais UFs, a redução superou 15%.

**Tabela 2.2 – Desigualdade nas dimensões de trabalho e seguridade social**

	2001	2005	2009	2013	2015
<i>trab1</i>	0,5524	0,5423	0,4123	0,4239	0,4183
<i>trab2</i>	0,1686	0,1411	0,1289	0,1250	0,1300

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

Quanto à educação (Tabelas 2.3 e 2.4 e Gráfico 2.4 e 2.5), a desigualdade no Brasil reduziu-se em todas as dimensões analisadas, e para todos os níveis de aversão à desigualdade, salvo no que se refere ao número de anos de estudos ou *educ6*, e apenas para o grau de aversão à desigualdade igual à 0,5, conforme a Tabela 2.3. Apesar destas reduções, os resultados indicam uma concentração elevada para os níveis mais altos de ensino.

Entre a população adulta brasileira, em 2001, somente 37,74% tinham concluído o ensino fundamental. Neste nível de educação, a redução da desigualdade foi considerável: 46,85%, entre 2001 e 2015. Entretanto, a variação negativa da desigualdade é menos expressiva para os níveis mais elevados de ensino; para o ensino médio e superior a redução foi de 27,86% e 6,65%, respectivamente. Neste contexto, até 2015, mais da metade da população adulta não concluiu o ensino médio e menos de 15% dos indivíduos com mais de 30 anos concluíram o ensino superior.

Nas UFs, a dimensão *educ1*, de ensino fundamental completo, refletindo o desempenho positivo observado nacionalmente, apresentou uma redução da desigualdade relativamente expressiva sem exceções. Entretanto, relativamente, a Região Nordeste concentra as UFs com maior desigualdade, com média entre as UFs, em 2015, superior a 41,29%, ao passo que nas demais regiões este valor foi inferior a 34%. Conclusões semelhantes são observadas para a dimensão *educ2*, de ensino médio completo, cuja redução de desigualdade, no período analisado, foi observada para todos os casos, com a Região Nordeste apresentando as maiores desigualdades em todos os anos analisados, com destaque negativo para Piauí e Alagoas. Em 2001, menos de 20% da população adulta de Alagoas tinha concluído o ensino médio. Em 2015, mesmo com uma redução de superior a 20%, menos de 36% dos indivíduos adultos haviam concluído o ensino médio. Para *educ3*, de ensino superior completo, a única UF a mitigar a desigualdade mais expressivamente, entre 2001 e 2015, foi o Distrito Federal. A redução da desigualdade em *educ3* foi observado em todas as UFs, porém de forma mais modesta. Assim como para as dimensões de educação anteriores, é no Nordeste que se concentram as maiores desigualdades, juntamente com o Pará, onde o valor da desigualdade foi superior à 0,9 para os períodos analisados.

Outra dimensão que apresenta desigualdade relativamente expressiva é a *educ4*. O número de crianças em creches e escolas aumentou consideravelmente no país, mas quase 39% das crianças ainda não usufruíam nesta dimensão em 2015. A mitigação da desigualdade foi observada em todas as UFs. É nesta dimensão que se observa o maior desvio padrão entre as dimensões de educação: 0,0586 em 2001 e 0,0801 em 2015. São Paulo e Santa Catarina foram as UFs que apresentaram as reduções percentuais mais expressivas da desigualdade e, também, são as UFs com menor desigualdade: inferiores à 0,3.

A desigualdade é relativamente baixa para *educ5*, capacidade de leitura e escrita, e *educ7*, maiores de 6 anos e menores que 18 que se encontram na escola. Uma parcela considerável dos indivíduos, 92,62%, sabe ler e escrever, e mais de 90% dos que têm entre 6 e 18 anos de idade estão estudando. Das dimensões dicotômicas da educação, a única que não apresentou decréscimo contínuo na desigualdade foi esta última, *educ7*, uma vez que entre 2009 e 2013 a desigualdade se ampliou.

As menores reduções da desigualdade em *educ5*, leitura e escrita, foram observadas na Região Norte, mas no ano final da amostra, é na Região Nordeste, onde se observa a desigualdade média entre as UFs mais elevada: 0,1539. O atributo *educ7*, maiores de 6 e menores de 18 anos na escola, foi o que apresentou o menor desvio padrão entre as dimensões de educação, e para ele também foi constatada a redução da desigualdade em todas as UFs no intervalo de tempo analisado. Dois pontos devem ser sublinhados para esta dimensão: o Distrito Federal apresenta menor desigualdade em todo período analisado, com valor inferior à 0,1 para todos os anos; e a redução modesta da desigualdade no Ceará e Santa Catarina: inferior a 5% em ambas UFs.

**Tabela 2.3 – Desigualdade nas dimensões de educação**

	2001	2005	2009	2013	2015
<i>educ1</i>	0,6226	0,5563	0,4259	0,3407	0,3309
<i>educ2</i>	0,7039	0,6377	0,5848	0,5250	0,5078
<i>educ3</i>	0,9171	0,9096	0,8844	0,8647	0,8561
<i>educ4</i>	0,6505	0,5981	0,4646	0,4105	0,3883
<i>educ5</i>	0,1138	0,1028	0,0894	0,0787	0,0738
<i>educ7</i>	0,1113	0,1046	0,0875	0,0906	0,0897

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

Para *educ6*, que capta os anos de escolaridade para indivíduos adultos, os valores apresentados corroboram o acréscimo no Índice AKS quando se considera parâmetros mais elevados para aversão à desigualdade. Em geral, para todos os valores considerados para o parâmetro de aversão à desigualdade, *educ6* apresentou decréscimos.

A desigualdade em *educ6* também apresenta decréscimo nas UFs, salvo no Acre, para  $\varepsilon = 1,5$  e  $\varepsilon = 2,0$ ; e no Maranhão, Santa Catarina e Mato Grosso para  $\varepsilon = 2,0$ . O que pode-se afirmar é que, em geral, a redução da desigualdade se reduz com o aumento do valor do parâmetro de aversão à desigualdade considerado. Além disto, as maiores desigualdades são observadas nas Regiões Nordeste e Norte do país, em detrimento da Região Sul.

**Tabela 2.4 – Desigualdade na dimensão de educação (Índice AKS)**

	$\varepsilon$	2001	2005	2009	2013	2015
<i>educ6</i>	0,3	0,0672	0,0612	0,0559	0,0526	0,0499
	0,5	0,1163	0,1067	0,0981	0,0929	0,0882
	1,5	0,3952	0,3795	0,3649	0,3596	0,3458
	2,0	0,5222	0,5122	0,5034	0,5033	0,4903

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

Assim como a maioria das outras dimensões analisadas, a desigualdade nas condições sanitárias (Tabela 2.5 e Gráfico 2.6) também decresceu no período analisado. O acesso à água encanada atinge a maioria dos domicílios brasileiros. Por outro lado, mesmo com a redução de desigualdade em 18,25%, ainda há uma elevada desigualdade na distribuição do acesso ao escoadouro do esgoto dos domicílios de forma adequada no Brasil. Em situação intermediária, o destino dado ao lixo não é adequado para mais de 10% dos domicílios da amostra.

A variação da desigualdade nesta dimensão *csan1* entre 2001 e 2015 nas UFs foi bem dispersa no período analisado. Somente Roraima apresentou elevação na desigualdade entre 2001 e 2015. Ademais, pode-se constatar desde redução de 92,3% em Rondônia até 10,24 em São Paulo. Cabe ressaltar que a desigualdade é relativamente baixa em comparação com a das outras dimensões. Em 2015, o valor inferior à 0,01 pode ser observado na Região Sul, Espírito Santo, Mato Grosso e Distrito Federal, o que dá um caráter quase universal ao acesso a este serviço.

A desigualdade em *csan2*, de rede de esgoto ou fossa séptica, é a que apresenta maior desvio padrão em todos os anos analisados, quando comparada às demais dimensões. Pará, Amapá e Sergipe tiveram a desigualdade ampliada no período considerado, o que contrasta com São Paulo e Espírito Santo que apresentaram redução da desigualdade próxima a 50%. A desigualdade é elevada, em todos os anos analisados, para boa parte das UFs. Chama a atenção, no final do período da amostra, Rondônia, Pará e Piauí, com somente 15% dos domicílios usufruindo de escoadouro do esgoto de forma adequada. No Amapá este valor é inferior à 5%. No outro extremo, São Paulo, Rio de Janeiro e Distrito Federal apresentam desigualdade inferior à 0,120.

Para *csan3*, de destino do lixo, a desigualdade aumentou em cinco das sete UFs da Região Norte, enquanto que para o Acre e Tocantins, assim como para o restante do país, a desigualdade reduziu-se entre 2001 e 2015. Porém, é na Região Nordeste que se concentram as maiores desigualdades para esta dimensão; enquanto São Paulo teve a menor desigualdade e foi, também, o que mais reduziu a desigualdade desta dimensão em termos percentuais.

**Tabela 2.5 – Desigualdade nas Condições Sanitárias**

	2001	2005	2009	2013	2015
<i>csan1</i>	0,0946	0,1013	0,0699	0,0511	0,0436
<i>csan2</i>	0,4072	0,4025	0,3870	0,3492	0,3329
<i>csan3</i>	0,1681	0,1448	0,1158	0,1065	0,1018

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

Conforme já mencionado, nos trabalhos sobre pobreza e desigualdade costuma-se incluir um indicador de participação social ou voz e organização da sociedade, sob a alegação de que quanto maior ela for, maior é a possibilidade das pessoas saírem da pobreza e se colocarem melhor com relação aos demais (MACK & LANSLEY, 1985; GORDON E PANTAZIS, 1997; TOWNSEND, 1979, SEN, 1983; STIGLITZ E SEN, 2009). Neste trabalho, ao invés de participação, propõe-se avaliar o interesse comum, entendido como interesse coletivo que amplia as possibilidades de luta, pela sociedade como um todo, por melhorias coletivas. A ideia é a de que quanto maior for a quantidade de bens e serviços coletivos e situações comuns enfrentadas pelas pessoas, maior é a parcela da população que estará interessada e lutará por ampliação da qualidade e da disponibilidade de tais bens e serviços e por melhorias nas condições comuns que compartilham na sociedade. Por um lado, conhecerão de mais perto os problemas e, por outro, as privações do conjunto da sociedade. Além disso, como entre os consumidores dos bens e serviços coletivos estarão parcelas da população mais aquinhoadas que, em regra, nas nossas sociedades, são formadoras de opinião, é de se esperar que usem tal poder em prol de melhorias nesses bens e serviços coletivos e nas situações comuns em que vivem. Assim, espera-se que uma maior igualdade no interesse comum leve a melhorias distributivas mais relevantes no presente e no futuro.

Para avaliar o interesse comum, *intc*, foi utilizado o percentual da população que estuda em escolas públicas. O ideal seria usar também a participação da população que se utiliza de saúde pública, transporte público e lazer público. Contudo, não há no Brasil dados disponíveis sobre tais serviços, razão pela qual o trabalho precisou se ater apenas ao uso de escolas públicas.

A Tabela 2.6 e o Gráfico 2.7, apresentam então a desigualdade no interesse comum da sociedade em termos do uso de ensino público. Apesar de uma parcela significativa da população

usufruir deste serviço público, seu decréscimo foi contínuo ao longo do período analisado o que, de acordo com a hipótese adotada neste trabalho, representa acréscimo na desigualdade. Em 2001, 80,94 dos estudantes brasileiros estavam matriculados em escolas públicas, em 2015 este valor foi de 75,34%, o que representa um decréscimo de 6,92%.

Esta análise é complementada com a Tabela 2.7, no Anexo, que apresenta a correlação entre as variáveis *intc*, *ecn1* e *ecn2*. Apesar de ainda elevado o percentual de alunos em escolas públicas, *intc* apresenta correlação negativa com variáveis *ecn1* e *ecn2*, ou seja, a utilização do ensino público decresce com a elevação da renda.

Quanto às unidades da federação, com exceção do Acre e Pará, todas as demais UFs registraram acréscimo na desigualdade em *intc* em termos percentuais. Tal acréscimo foi mais expressivo em Roraima, 156,12% e Pará, 275,28%. Em todo período analisado, foi na Região Nordeste que a desigualdade se mostrou menor, em detrimento do Centro-Oeste, onde ela foi maior.

**Tabela 2.6 – Desigualdade na dimensão de interesse comum**

	2001	2005	2009	2013	2015
<i>intc</i>	0,1905	0,2014	0,2246	0,2375	0,2466

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

### 2.3. Conclusões

O que se percebe na análise da desigualdade multidimensional desagregada feita neste capítulo é que em geral, para o Brasil, a desigualdade caiu entre 2001, início da nossa amostra e 2015, final da mesma, para quase todos os indicadores. As exceções são, em primeiro lugar, *econ2*, ou seja, rendimento complementar, que aumenta se considerado o índice de aversão à desigualdade  $\epsilon=2,0$ . A outra exceção a destacar é o *intc*, ou interesse comum, medido aqui como a participação da população que utiliza a escola pública, o que pode comprometer a redução da desigualdade não apenas no presente mas também em termos de futuro.

No que se refere às Unidades da Federação, há também um predomínio da redução da desigualdade em todos os atributos com exceção do *intc*. Mas há exceções também em outras dimensões, em particular os casos das condições de trabalho e seguridade social, *trab 1* (AC e MA), *trab 2* (AC), condições sanitárias *csan2* (PA, AM e SE) e *csan3* (cinco entre sete UF no Nordeste). Estes foram casos em que a desigualdade aumentou entre o primeiro ano da amostra, 2001, e o último, 2015.

Em suma, também deve ser sublinhada a heterogeneidade entre as UFs brasileiras onde coexistem valores de desigualdade bastante discrepantes. No final da amostra, em 2015, a Região

Nordeste apresentou valores de desigualdade, nos indicadores de educação, consideravelmente superiores ao restante do país. A discrepância também é elevada nos indicadores que refletem as condições sanitárias. São as Regiões Norte e Nordeste que apresentam as mais elevadas desigualdades em comparação com o restante do país. Por fim, citamos a Região Sul que concentra as UFs com menor desigualdade nas condições de trabalho formal.

A desigualdade cai no Brasil para todos os indicadores, quando se compara o início e o final da amostra, com exceção no caso do interesse comum. O aumento da desigualdade nesse atributo é preocupante porque infere na desigualdade no presente e futuro.

**Tabela 2.8 – Desigualdade Multidimensional dimensão por dimensão: variáveis dicotômicas (UFs).**

	Rondônia (RO)					Acre (AC)					Amazonas (AM)				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
<i>inter</i>	0,1637	0,1463	0,1658	0,1414	0,1676	0,1273	0,0981	0,1268	0,0957	0,1138	0,1067	0,0809	0,1262	0,1821	0,1755
<i>trab1</i>	0,5526	0,6273	0,4573	0,4599	0,4432	0,5913	0,6683	0,4980	0,5949	0,6076	0,5889	0,6653	0,4693	0,5531	0,5876
<i>trab2</i>	0,1780	0,1767	0,1398	0,1427	0,1386	0,1210	0,1278	0,1240	0,1232	0,1287	0,1775	0,1593	0,1399	0,1341	0,1476
<i>educ1</i>	0,6566	0,6217	0,4813	0,4063	0,3813	0,5442	0,5314	0,3928	0,3343	0,3008	0,5330	0,5272	0,4244	0,2699	0,2941
<i>educ2</i>	0,7569	0,7109	0,6287	0,6200	0,5731	0,6871	0,6500	0,5673	0,5323	0,5326	0,6632	0,6279	0,5681	0,4817	0,4841
<i>educ3</i>	0,9463	0,9445	0,9072	0,9004	0,8842	0,9137	0,9346	0,8574	0,8619	0,8674	0,9522	0,9455	0,9180	0,8810	0,8768
<i>educ4</i>	0,7429	0,7482	0,6318	0,5987	0,4917	0,7331	0,7625	0,6597	0,5924	0,5660	0,7343	0,6997	0,6045	0,5927	0,5810
<i>educ5</i>	0,0889	0,0862	0,0883	0,0773	0,0730	0,1462	0,1924	0,1450	0,1303	0,1248	0,0714	0,0604	0,0648	0,0665	0,0614
<i>educ7</i>	0,1418	0,1391	0,0965	0,0934	0,1111	0,1311	0,1356	0,1074	0,1075	0,1011	0,1145	0,0974	0,0924	0,0961	0,0906
<i>csan1</i>	0,1721	0,1346	0,0830	0,0534	0,0133	0,2234	0,4675	0,3084	0,2500	0,1938	0,1815	0,1800	0,1540	0,1218	0,1168
<i>csan2</i>	0,9478	0,9479	0,9381	0,8622	0,8640	0,5715	0,6851	0,6220	0,5891	0,5270	0,8775	0,9523	0,7959	0,6147	0,6216
<i>csan3</i>	0,1448	0,3020	0,2453	0,2423	0,2122	0,2249	0,2902	0,2386	0,2029	0,2067	0,1028	0,2519	0,1628	0,1538	0,1522
	Roraima (RR)					Pará (PA)					Amapá (AP)				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
<i>inter</i>	0,0690	0,1103	0,1661	0,1484	0,1767	0,1563	0,1482	0,1530	0,1401	0,1436	0,0482	0,1612	0,1731	0,1861	0,1808
<i>trab1</i>	0,7232	0,7346	0,4974	0,5473	0,4902	0,6875	0,7288	0,5863	0,6670	0,6730	0,4338	0,6343	0,4716	0,5296	0,5081
<i>trab2</i>	0,1507	0,1716	0,1023	0,1224	0,0911	0,1671	0,1532	0,1356	0,1319	0,1273	0,2206	0,1319	0,1470	0,1552	0,1274
<i>educ1</i>	0,5407	0,5117	0,3674	0,2764	0,2524	0,6260	0,6193	0,5052	0,4198	0,4047	0,4938	0,4351	0,4135	0,2564	0,2686
<i>educ2</i>	0,7153	0,6185	0,5366	0,4490	0,4327	0,7554	0,7470	0,6795	0,6215	0,6101	0,6208	0,5695	0,5747	0,4458	0,4719
<i>educ3</i>	0,9622	0,9399	0,9032	0,8814	0,8421	0,9466	0,9524	0,9374	0,9247	0,9198	0,9460	0,9414	0,9167	0,8611	0,8717
<i>educ4</i>	0,6460	0,6393	0,5121	0,5162	0,4650	0,6464	0,6859	0,5425	0,5117	0,5079	0,7134	0,6862	0,6385	0,5415	0,6155
<i>educ5</i>	0,1023	0,1091	0,0671	0,0891	0,0717	0,1033	0,1278	0,1189	0,0921	0,0916	0,0661	0,0650	0,0287	0,0553	0,0523
<i>educ7</i>	0,0887	0,1152	0,0606	0,0817	0,0665	0,1291	0,1372	0,0995	0,0801	0,0823	0,0669	0,0878	0,0682	0,1032	0,0951
<i>csan1</i>	0,0133	0,2116	0,0970	0,0770	0,0651	0,2358	0,4028	0,2827	0,1562	0,1330	0,1760	0,1055	0,0591	0,0804	0,1174
<i>csan2</i>	0,8651	0,8756	0,8669	0,7104	0,5761	0,8300	0,8932	0,8862	0,8598	0,8381	0,9435	0,9809	0,9872	0,9669	0,9523
<i>csan3</i>	0,0614	0,2350	0,2270	0,1793	0,1723	0,1930	0,2995	0,2224	0,2495	0,2617	0,0561	0,1292	0,0802	0,1178	0,1084

	Tocantins (TO)					Maranhão (MA)					Piauí (PI)				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
<i>inter</i>	0,1352	0,1293	0,1866	0,1451	0,1809	0,1051	0,1266	0,1282	0,1215	0,1318	0,1343	0,1397	0,1488	0,1714	0,1603
<i>trab1</i>	0,7699	0,7199	0,6184	0,6113	0,5727	0,8273	0,8138	0,6402	0,7259	0,7260	0,8086	0,8199	0,6817	0,6862	0,6862
<i>trab2</i>	0,1483	0,1346	0,0961	0,1062	0,1169	0,1798	0,1473	0,1261	0,1272	0,1230	0,1446	0,1133	0,0901	0,0972	0,1045
<i>educ1</i>	0,6720	0,5721	0,4532	0,3767	0,3415	0,7056	0,6414	0,4915	0,4161	0,4039	0,7151	0,6505	0,5479	0,4614	0,4540
<i>educ2</i>	0,7770	0,6928	0,5854	0,5536	0,5251	0,8007	0,7458	0,6519	0,6220	0,5980	0,7996	0,7452	0,6864	0,6468	0,6421
<i>educ3</i>	0,9625	0,9265	0,8836	0,8686	0,8509	0,9775	0,9673	0,9461	0,9174	0,9230	0,9641	0,9537	0,9204	0,9108	0,9011
<i>educ4</i>	0,7760	0,6972	0,5295	0,5322	0,4440	0,6466	0,6262	0,4771	0,4299	0,4312	0,6183	0,5855	0,4016	0,4053	0,4160
<i>educ5</i>	0,1711	0,1456	0,1202	0,1102	0,1037	0,2135	0,2120	0,1735	0,1790	0,1695	0,2757	0,2521	0,2108	0,1793	0,1639
<i>educ7</i>	0,1239	0,0936	0,0658	0,0813	0,0712	0,1254	0,1224	0,0665	0,0752	0,0846	0,1045	0,1020	0,0760	0,0757	0,0842
<i>csan1</i>	0,2032	0,2211	0,1327	0,0698	0,0555	0,3749	0,4521	0,3081	0,2734	0,2161	0,3719	0,3704	0,2716	0,1667	0,1123
<i>csan2</i>	0,9393	0,9114	0,8240	0,8090	0,6555	0,7883	0,8434	0,8414	0,8366	0,7744	0,9392	0,9223	0,9202	0,9602	0,9053
<i>csan3</i>	0,3420	0,3041	0,2419	0,1973	0,1822	0,5214	0,4042	0,3391	0,4258	0,4054	0,5049	0,4887	0,4318	0,3284	0,3086
	Ceará (CE)					Rio Grande do Norte (RN)					Paraíba (PB)				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
<i>inter</i>	0,1612	0,1750	0,2026	0,2216	0,2209	0,1856	0,1766	0,2057	0,2356	0,2805	0,1553	0,1524	0,1907	0,2719	0,2950
<i>trab1</i>	0,7534	0,7370	0,6006	0,6346	0,5976	0,6345	0,6379	0,5136	0,5354	0,5032	0,6896	0,7095	0,5759	0,5993	0,6073
<i>trab2</i>	0,1475	0,1250	0,1168	0,1292	0,1383	0,1677	0,1480	0,1309	0,1273	0,1346	0,1673	0,1208	0,1379	0,1251	0,1169
<i>educ1</i>	0,6987	0,6221	0,4682	0,3802	0,3723	0,6495	0,6107	0,5221	0,3778	0,3989	0,7097	0,6385	0,5157	0,4387	0,4006
<i>educ2</i>	0,7812	0,7001	0,6417	0,5812	0,5658	0,7431	0,6984	0,6678	0,5641	0,5644	0,7853	0,7220	0,6747	0,6055	0,5654
<i>educ3</i>	0,9518	0,9417	0,9248	0,9135	0,9189	0,9334	0,9342	0,9217	0,8945	0,8916	0,9266	0,9234	0,9064	0,8910	0,8726
<i>educ4</i>	0,5529	0,5144	0,4101	0,3601	0,3393	0,5912	0,5244	0,4112	0,3708	0,3538	0,6400	0,5665	0,4708	0,4242	0,4000
<i>educ5</i>	0,2226	0,2044	0,1670	0,1522	0,1589	0,2235	0,1966	0,1685	0,1576	0,1448	0,2461	0,2294	0,1963	0,1655	0,1569
<i>educ7</i>	0,1037	0,0995	0,0846	0,0984	0,0989	0,1136	0,1080	0,1097	0,1032	0,0952	0,1113	0,1140	0,0922	0,1076	0,0939
<i>csan1</i>	0,2820	0,2535	0,1401	0,1322	0,1145	0,1552	0,1362	0,1013	0,0645	0,0676	0,2404	0,2039	0,1591	0,1065	0,0868
<i>csan2</i>	0,7304	0,7105	0,6342	0,5707	0,6231	0,8528	0,7927	0,7841	0,7535	0,7140	0,6182	0,5751	0,5750	0,4393	0,4329
<i>csan3</i>	0,3375	0,2779	0,2255	0,2324	0,2306	0,1872	0,1655	0,1374	0,1245	0,1138	0,2841	0,2261	0,1949	0,1675	0,1582

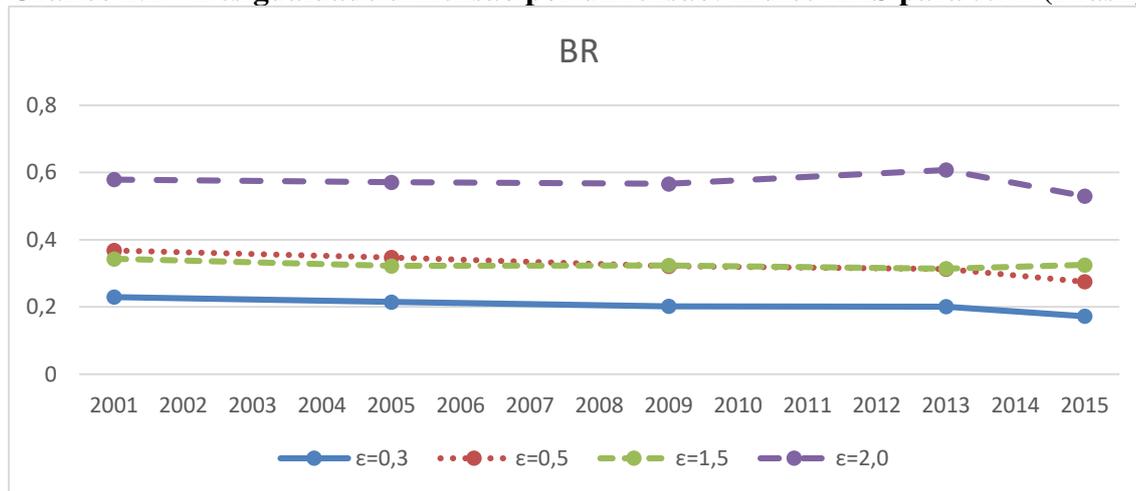
	Pernambuco (PE)					Alagoas (AL)					Sergipe (SE)				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
<i>inter</i>	0,2110	0,2148	0,2446	0,2832	0,2691	0,1400	0,1254	0,1646	0,2086	0,2315	0,2084	0,2376	0,3110	0,2596	0,2721
<i>trab1</i>	0,6785	0,6766	0,5019	0,5223	0,5451	0,7084	0,6937	0,5429	0,5160	0,4726	0,6326	0,6378	0,4901	0,5835	0,5862
<i>trab2</i>	0,1884	0,1555	0,1443	0,1353	0,1494	0,1944	0,1656	0,1423	0,1476	0,1400	0,1754	0,1494	0,1261	0,1090	0,1098
<i>educ1</i>	0,6737	0,6112	0,4904	0,3963	0,3942	0,7343	0,6811	0,5990	0,4667	0,4689	0,6606	0,5952	0,4868	0,4166	0,4299
<i>educ2</i>	0,7516	0,6943	0,6288	0,5659	0,5636	0,8081	0,7735	0,7186	0,6600	0,6407	0,7563	0,6985	0,6344	0,6057	0,6014
<i>educ3</i>	0,9258	0,9280	0,9130	0,9014	0,8899	0,9429	0,9465	0,9223	0,9106	0,8969	0,9449	0,9382	0,9011	0,8997	0,9155
<i>educ4</i>	0,6409	0,5893	0,4675	0,4240	0,4020	0,6656	0,6368	0,5210	0,4621	0,4709	0,6050	0,5621	0,5055	0,3885	0,4004
<i>educ5</i>	0,2063	0,1905	0,1639	0,1415	0,1410	0,2790	0,2643	0,2197	0,1941	0,1842	0,1947	0,1831	0,1494	0,1557	0,1422
<i>educ7</i>	0,1404	0,1246	0,1001	0,0982	0,0987	0,1365	0,1164	0,1174	0,1098	0,0956	0,1122	0,1175	0,0811	0,0693	0,0892
<i>csan1</i>	0,2175	0,2289	0,1581	0,1155	0,1105	0,2639	0,2654	0,2146	0,1197	0,1204	0,1234	0,1282	0,0971	0,0948	0,0908
<i>csan2</i>	0,6246	0,5644	0,5680	0,4512	0,4526	0,7990	0,8696	0,8376	0,7647	0,6286	0,4865	0,4828	0,4526	0,4896	0,5083
<i>csan3</i>	0,2764	0,2170	0,1911	0,1454	0,1504	0,3215	0,2819	0,2489	0,2138	0,1635	0,2209	0,1821	0,1411	0,1519	0,1503
	Bahia (BA)					Minas Gerais (MG)					Espírito Santo (ES)				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
<i>inter</i>	0,1284	0,1515	0,1788	0,2289	0,2426	0,1725	0,1846	0,2097	0,2114	0,2246	0,1949	0,2099	0,1847	0,2097	0,2149
<i>trab1</i>	0,7281	0,7249	0,5969	0,6045	0,5988	0,5435	0,5133	0,4188	0,4043	0,4117	0,5673	0,5456	0,4214	0,3825	0,3832
<i>trab2</i>	0,1679	0,1374	0,1222	0,1159	0,1159	0,1746	0,1308	0,1194	0,1134	0,1272	0,1751	0,1463	0,1354	0,1442	0,1409
<i>educ1</i>	0,6836	0,6036	0,4977	0,4036	0,3937	0,6573	0,6027	0,4738	0,3988	0,3934	0,6392	0,5439	0,4272	0,3482	0,3279
<i>educ2</i>	0,7713	0,7097	0,6320	0,5801	0,5634	0,7320	0,6715	0,6304	0,5692	0,5524	0,7101	0,6219	0,5902	0,5227	0,5007
<i>educ3</i>	0,9601	0,9551	0,9339	0,9127	0,9161	0,9288	0,9245	0,8972	0,8756	0,8747	0,9258	0,9098	0,8952	0,8765	0,8499
<i>educ4</i>	0,6586	0,5963	0,4726	0,4042	0,4237	0,6720	0,6172	0,4866	0,4264	0,3849	0,6608	0,5729	0,4304	0,3810	0,3640
<i>educ5</i>	0,2066	0,1697	0,1523	0,1366	0,1241	0,1057	0,0920	0,0784	0,0698	0,0628	0,1036	0,0798	0,0778	0,0605	0,0548
<i>educ7</i>	0,1110	0,1045	0,0789	0,0888	0,0892	0,1188	0,1101	0,0887	0,0921	0,0904	0,1403	0,1527	0,0984	0,0866	0,0879
<i>csan1</i>	0,2437	0,2479	0,1451	0,0978	0,0856	0,0464	0,0490	0,0290	0,0139	0,0117	0,0195	0,0126	0,0039	0,0052	0,0079
<i>csan2</i>	0,5335	0,5076	0,4958	0,4394	0,3986	0,2448	0,2328	0,2006	0,2018	0,2034	0,4191	0,3431	0,3197	0,1792	0,2127
<i>csan3</i>	0,3335	0,2859	0,2418	0,1968	0,1887	0,1843	0,1518	0,1138	0,1066	0,1010	0,2105	0,1435	0,1262	0,0802	0,0854

	Rio de Janeiro (RJ)					São Paulo (SP)					Paraná (PR)				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
<i>inter</i>	0,3158	0,3296	0,3491	0,3485	0,3284	0,2202	0,2331	0,2562	0,2638	0,2781	0,1709	0,2058	0,2194	0,2255	0,2460
<i>trab1</i>	0,4212	0,4184	0,2967	0,3316	0,3310	0,3968	0,3864	0,2670	0,2779	0,2765	0,5391	0,4862	0,3720	0,3225	0,3113
<i>trab2</i>	0,1650	0,1514	0,1397	0,1426	0,1388	0,1752	0,1452	0,1363	0,1348	0,1443	0,1692	0,1381	0,1271	0,1134	0,1260
<i>educ1</i>	0,5791	0,5171	0,3537	0,2723	0,2465	0,5557	0,4816	0,3431	0,2606	0,2548	0,6136	0,5386	0,4128	0,3157	0,3178
<i>educ2</i>	0,6434	0,5845	0,5245	0,4634	0,4493	0,6357	0,5551	0,5025	0,4408	0,4212	0,6943	0,6186	0,5840	0,5083	0,4909
<i>educ3</i>	0,8893	0,8812	0,8522	0,8303	0,8277	0,8857	0,8758	0,8513	0,8268	0,8109	0,9167	0,9012	0,8660	0,8501	0,8349
<i>educ4</i>	0,6019	0,5290	0,4156	0,3567	0,3629	0,6220	0,5464	0,3802	0,3394	0,2866	0,6930	0,5977	0,4791	0,3941	0,3636
<i>educ5</i>	0,0524	0,0457	0,0367	0,0350	0,0286	0,0541	0,0496	0,0440	0,0342	0,0331	0,0773	0,0645	0,0615	0,0492	0,0479
<i>educ7</i>	0,0937	0,0731	0,0658	0,0707	0,0720	0,0889	0,0904	0,0808	0,0905	0,0904	0,1304	0,1112	0,1066	0,1003	0,0968
<i>csan1</i>	0,0197	0,0155	0,0078	0,0199	0,0167	0,0075	0,0072	0,0100	0,0085	0,0067	0,0304	0,0216	0,0128	0,0082	0,0052
<i>csan2</i>	0,1901	0,1662	0,1514	0,1219	0,1015	0,1220	0,1029	0,0873	0,0601	0,0630	0,4917	0,4425	0,3826	0,3389	0,2869
<i>csan3</i>	0,0449	0,0260	0,0135	0,0223	0,0150	0,0295	0,0164	0,0114	0,0096	0,0091	0,1571	0,1256	0,0930	0,0623	0,0615
	Santa Catarina (SC)					Rio Grande do Sul (RS)					Mato Grosso do Sul (MS)				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
<i>inter</i>	0,2128	0,2107	0,2699	0,2666	0,2736	0,2174	0,2194	0,2349	0,2351	0,2612	0,1830	0,1834	0,1921	0,2230	0,2400
<i>trab1</i>	0,4452	0,4066	0,3194	0,2744	0,2406	0,5150	0,4846	0,3914	0,3610	0,3203	0,5523	0,5137	0,3971	0,3892	0,3972
<i>trab2</i>	0,1414	0,1253	0,1158	0,1028	0,1074	0,1493	0,1248	0,1189	0,0988	0,1034	0,1738	0,1392	0,1128	0,1124	0,1103
<i>educ1</i>	0,6369	0,5521	0,3993	0,3242	0,3095	0,6554	0,5931	0,4703	0,4010	0,3792	0,6372	0,5878	0,4705	0,3755	0,3651
<i>educ2</i>	0,7097	0,6200	0,5737	0,5159	0,4984	0,7270	0,6586	0,6338	0,5863	0,5581	0,7065	0,6711	0,6275	0,5526	0,5278
<i>educ3</i>	0,9315	0,9157	0,8769	0,8574	0,8420	0,9231	0,9106	0,8944	0,8799	0,8620	0,9141	0,9037	0,8866	0,8521	0,8378
<i>educ4</i>	0,5861	0,5402	0,3787	0,3230	0,2959	0,7352	0,6913	0,5449	0,4456	0,4114	0,7316	0,6226	0,4745	0,4532	0,4141
<i>educ5</i>	0,0535	0,0467	0,0449	0,0327	0,0331	0,0577	0,0483	0,0431	0,0411	0,0328	0,0906	0,0820	0,0785	0,0662	0,0551
<i>educ7</i>	0,0943	0,0888	0,1079	0,1116	0,0923	0,1262	0,1125	0,0918	0,0949	0,0920	0,1293	0,1062	0,1008	0,1180	0,1056
<i>csan1</i>	0,0129	0,0059	0,0094	0,0104	0,0082	0,0240	0,0187	0,0150	0,0097	0,0053	0,0374	0,0236	0,0217	0,0166	0,0098
<i>csan2</i>	0,5529	0,4746	0,4302	0,5022	0,4262	0,4703	0,4300	0,4545	0,3743	0,3543	0,9054	0,8822	0,8068	0,6296	0,5837
<i>csan3</i>	0,1537	0,1089	0,0773	0,0505	0,0509	0,1550	0,1251	0,0832	0,0772	0,0624	0,1474	0,1243	0,0992	0,0942	0,0962

	Mato Grosso (MT)					Goiás (GO)					Distrito Federal (DF)				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
<i>inter</i>	0,1416	0,1528	0,1799	0,2036	0,1861	0,1843	0,2191	0,2573	0,2731	0,2912	0,3088	0,3582	0,4069	0,4160	0,3990
<i>trab1</i>	0,6403	0,5837	0,4534	0,4115	0,4151	0,6037	0,5506	0,4338	0,4239	0,4190	0,3905	0,3594	0,2542	0,2769	0,2751
<i>trab2</i>	0,1902	0,1649	0,1346	0,1362	0,1235	0,1570	0,1428	0,1242	0,1178	0,1235	0,1443	0,1299	0,1344	0,1156	0,1152
<i>educ1</i>	0,6615	0,5716	0,4464	0,3249	0,3063	0,6522	0,5636	0,4463	0,3406	0,3259	0,4402	0,3581	0,2787	0,1988	0,1758
<i>educ2</i>	0,7456	0,6834	0,6155	0,5258	0,5186	0,7497	0,6530	0,6064	0,5299	0,5088	0,5566	0,4612	0,4123	0,3405	0,3169
<i>educ3</i>	0,9277	0,9262	0,8795	0,8551	0,8707	0,9420	0,9315	0,9016	0,8790	0,8659	0,8284	0,8066	0,7447	0,7103	0,6825
<i>educ4</i>	0,7329	0,6748	0,5315	0,4931	0,4847	0,7446	0,7039	0,5692	0,5173	0,4901	0,6599	0,5984	0,4602	0,3779	0,4072
<i>educ5</i>	0,1011	0,0868	0,0925	0,0715	0,0652	0,1048	0,0917	0,0778	0,0649	0,0559	0,0506	0,0433	0,0317	0,0295	0,0280
<i>educ7</i>	0,1275	0,1041	0,0915	0,0849	0,1047	0,1100	0,1015	0,0994	0,0950	0,0894	0,0901	0,0780	0,0701	0,0651	0,0599
<i>csan1</i>	0,1534	0,1020	0,0713	0,0386	0,0263	0,0462	0,0338	0,0203	0,0147	0,0129	0,0167	0,0143	0,0071	0,0083	0,0059
<i>csan2</i>	0,8262	0,8229	0,8430	0,7096	0,6787	0,6484	0,6696	0,6138	0,5470	0,4685	0,1433	0,1585	0,1095	0,1087	0,1111
<i>csan3</i>	0,2987	0,2706	0,1951	0,1691	0,1577	0,1426	0,1086	0,0915	0,0717	0,0639	0,0232	0,0177	0,0117	0,0222	0,0161

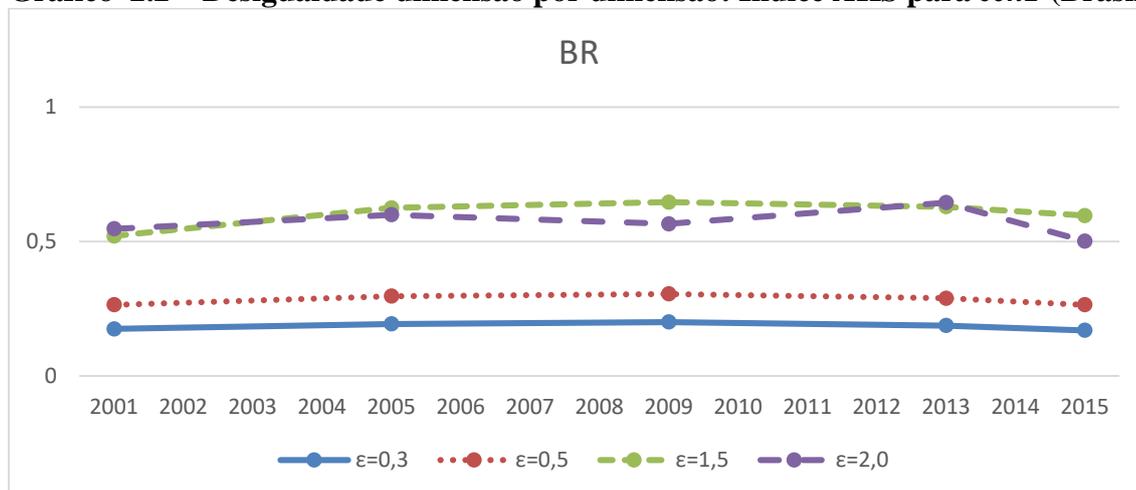
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.1 – Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para *ecn1* (Brasil)**



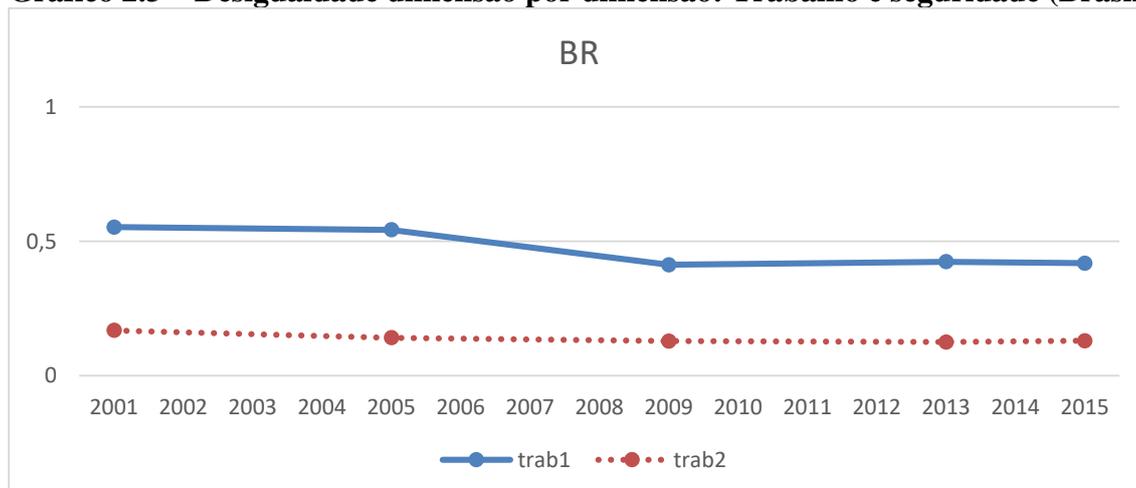
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.2 – Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para *ecn2* (Brasil)**



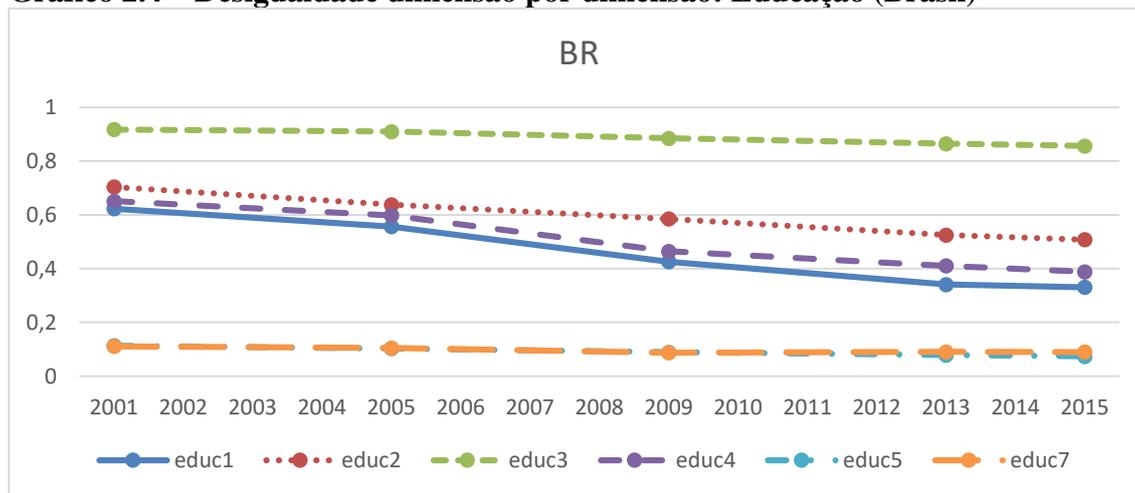
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.3 – Desigualdade dimensão por dimensão: Trabalho e seguridade (Brasil)**



Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.4 – Desigualdade dimensão por dimensão: Educação (Brasil)**



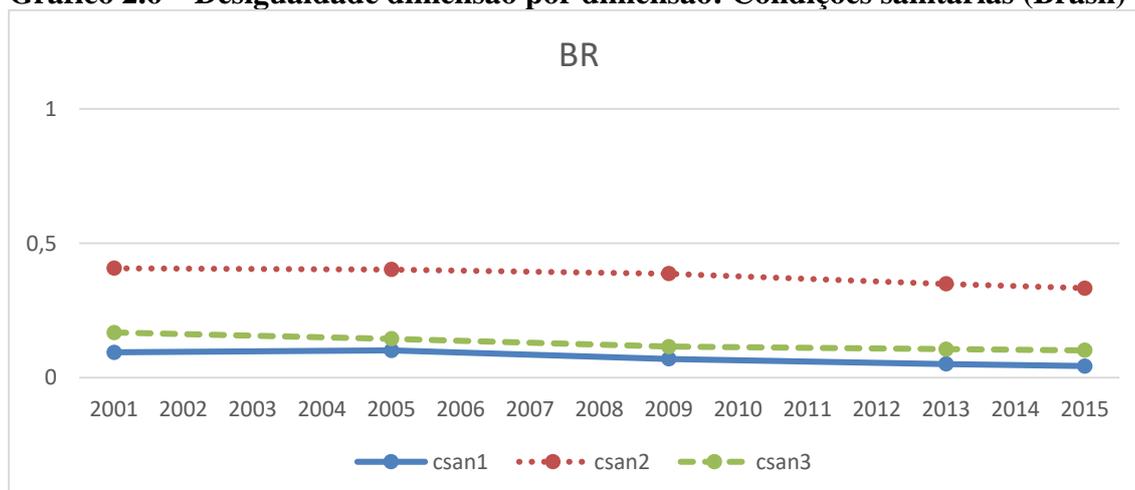
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.5 – Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para educ6 (Brasil)**



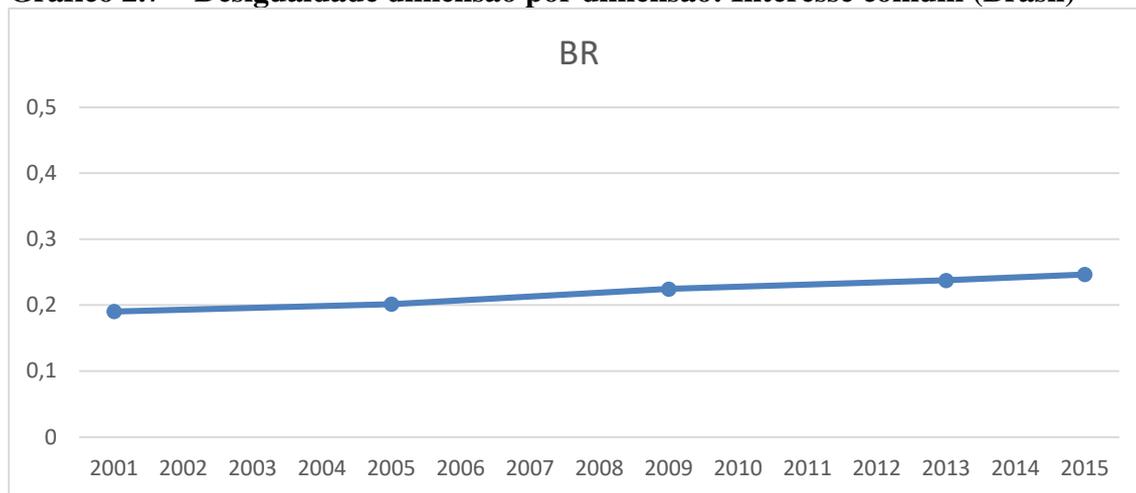
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.6 – Desigualdade dimensão por dimensão: Condições sanitárias (Brasil)**



Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.7 – Desigualdade dimensão por dimensão: Interesse comum (Brasil)**



Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

## Capítulo 3

### Desigualdade Multidimensional Agregada

Este capítulo tratará da desigualdade agregada no Brasil. Tendo em vista as limitações de ordem metodológica e de disponibilidade de dados, serão apresentados três índices de desigualdade, sendo que os dois primeiros restringem-se aos indivíduos com mais de dezoito anos de idade. O primeiro índice a ser apresentado é para variáveis dicotômicas e abrange sete dimensões. O segundo gera o Índice de Massoumi (1986, 1999) para variáveis contínuas e contempla três dimensões. O terceiro índice agrupa as desigualdades dos quinze indicadores das sete dimensões tratadas nesta tese, por meio da média geométrica.

#### 3.1. Variáveis e parâmetros

O Índice de desigualdade multidimensional dicotômico,  $I_{\Psi}(G)$ , contempla as dimensões: *trab1*, *trab2*, *educ1*, *educ2*, *csan1*, *csan2*, *csan3* e *intc*. Para a construção do índice, foram adotados pesos iguais entre as dimensões.

O Índice de Massoumi,  $I_M$ , contempla as dimensões *econ1*, *econ2* e *educ6*. Para este caso, tendo em vista que o processo de agregação das dimensões leva em conta diferentes unidades de medida, usamos, para fins de padronização, o procedimento adotado por Decancq (2011), Lugo (2005) e Decancq, Decoster e Schokkaert (2006), Tabela 3.1. A variável renda demanda uma transformação extra, que consiste na aplicação do logaritmo. A concavidade desta transformação permite exprimir os rendimentos decrescentes da conversão da renda em bem-estar (Anand e Sen, 2000 *apud* Decancq, Decoster e Schokkaert (2006)).

**Tabela 3.1 – Função de transformação**

Indicador	$I_k$	$x_k^{min}$	$x_k^{max}$
<i>econ1</i>	$(\log(x_k) - x_k^{min}) / (x_k^{max} - x_k^{min})$	$\log(x_k^{min})$	$\log(x_k^{max})$
<i>econ2</i>	$(\log(x_k) - x_k^{min}) / (x_k^{max} - x_k^{min})$	$\log(x_k^{min})$	$\log(x_k^{max})$
<i>educ6</i>	$(x_k - x_k^{min}) / (x_k^{max} - x_k^{min})$	$x_k^{min}$	$x_k^{max}$

Notas: Elaboração dos autores. i)  $x_k^{min}$  é a menor observação da amostra para o ano considerado e,  $x_k^{max}$  é o maior valor observado. Para o cálculo da renda foram excluídos os casos em que a renda é igual a zero. Todas as variáveis monetárias estão em valores reais de 2015.

O Índice de Desigualdade Geral,  $I_G$ , por sua vez, leva em conta todas as dimensões e indicadores citados anteriormente.

### 3.2. Desigualdade Multidimensional para indivíduos adultos

#### 3.2.1. Índice de desigualdade multidimensional para variáveis dicotômicas

Como se trata de um índice que mede a desigualdade no caso de variáveis dicotômicas, é preciso calcular e analisar a proporção de indivíduos que sofre privação já que é essa proporção que indicará a desigualdade nas várias dimensões e indicadores.

Na Tabela 3.2, os  $q_j$  indicam privações, onde  $j$ , que varia entre 0 e 8, mostra o número de atributos aos quais elas se referem. A tabela contém então a probabilidade de indivíduos adultos sofrerem privações ao longo dos anos da amostra. Em 2001, a probabilidade do indivíduo adulto sofrer três privações ( $q_3$ ) prevaleceu sobre as demais e a maior parte da amostra sofria entre duas e quatro privações. Neste mesmo ano, a probabilidade de seleção de um indivíduo sofrendo apenas uma privação foi de 1,5%.

Ao longo dos anos, de 2001 a 2015, observa-se que, caem as probabilidades de  $q_4$  a  $q_8$ , enquanto sobem as associadas a  $q_1$ ,  $q_2$  e  $q_3$ , ou seja, enquanto caem as probabilidades de indivíduos adultos sofrerem mais de três privações, aumentam as probabilidades de sofrerem até três delas, indicando ou permitindo inferir a queda das mesmas ou da desigualdade no país.

Cabe ressaltar que a probabilidade de selecionar um indivíduo que sofra privação em todas as dimensões assumiu valor próximo a zero; também é pouco expressiva, relativamente, a probabilidade de selecionar indivíduos com sete privações.

**Tabela 3.2: Contagem da distribuição da privação**

$q_j$	2001	2005	2009	2013	2015
$q_0$	0,0150	0,0232	0,0477	0,0664	0,0720
$q_1$	0,1006	0,1291	0,1969	0,2339	0,2432
$q_2$	0,2576	0,2825	0,3215	0,3304	0,3312
$q_3$	0,3230	0,3107	0,2699	0,2427	0,2353
$q_4$	0,2128	0,1839	0,1260	0,1001	0,0942
$q_5$	0,0752	0,0594	0,0330	0,0233	0,0214
$q_6$	0,0143	0,0104	0,0047	0,0030	0,0026
$q_7$	0,0014	0,0009	0,0003	0,0002	0,0002
$q_8$	0,0001	0,000032	0,000009	0,000004	0,000003

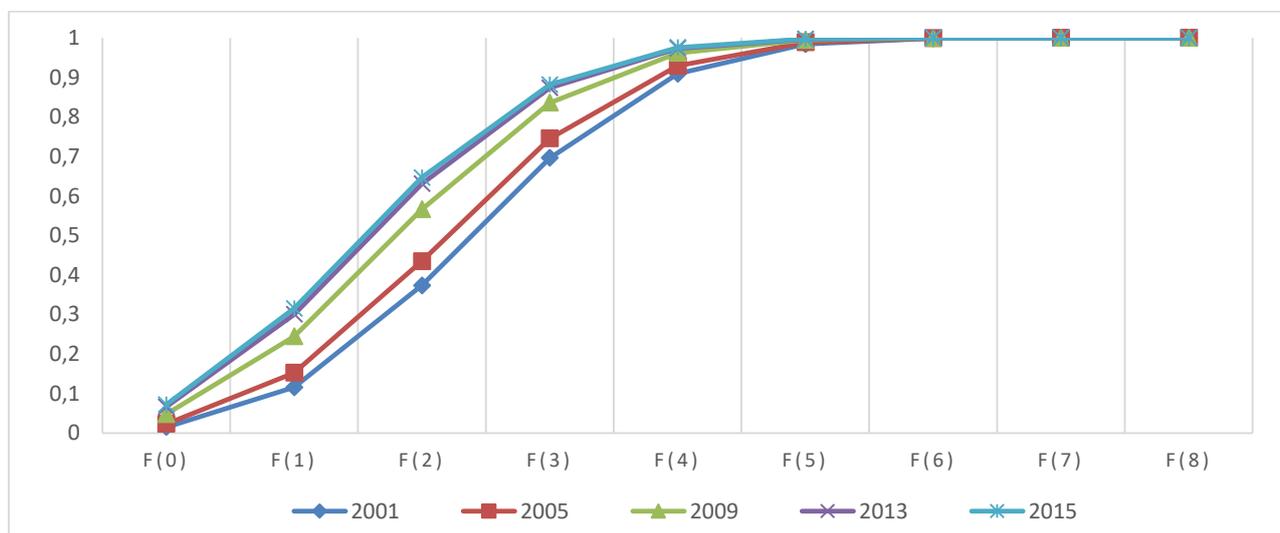
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

O Gráfico 3.1, que complementa a análise da Tabela 4.1, apresenta a proporção acumulada de pessoas que sofrem de privação no eixo vertical e o número de privações no eixo horizontal para os cinco anos analisados. Pelo critério de dominância de primeiro grau, ou seja, a dominância exercida pelo caso que apresenta menos privação, temos que 2015 domina 2013, 2013 domina 2009, 2009 domina 2005 e 2005 domina 2001, pois:  $F(k)_{2015} > F(k)_{2013} > F(k)_{2009} > F(k)_{2005} > F(k)_{2001}$ . Portanto, a desigualdade agregada tende a apresentar resultados decrescentes na medida que se caminha para os anos finais da amostra, uma vez que os últimos anos analisados apresentam uma parcela menor da população sofrendo mais privações acumuladas. Além disto a distância entre as linhas que representam cada ano mostra que a mitigação foi mais expressiva entre 2005 e 2009, ao passo que houve modesta redução entre 2013 e 2015. Foi possível realizar a análise usando o critério de dominância de primeiro grau, porque não houve cruzamento na distribuição da contagem<sup>34</sup>.

Como abordado no capítulo 1, tomando  $\Gamma(t) = t^\tau$ , convexo, temos que  $\tau > 0$  e permite captar a preocupação com a desigualdade de privação. Então, quanto maior  $\tau$ , maior tende a ser a desigualdade gerada pelo índice  $I_\Psi(G)$ .

Quanto à convexidade de  $\Gamma$ , quanto mais convexo for, maior peso se dá a múltiplas privações na análise. Ou seja, é pior um indivíduo com múltiplas privações do que vários indivíduos com poucas privações. Nesse caso, mais próximo  $D_\Gamma(F)$  será de  $r = 8$ .

**Gráfico 3.1 – Distribuição da contagem de privação**



Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

<sup>34</sup> A contagem da distribuição da privação  $F_1$  é dita dominante de primeiro grau em relação à contagem da distribuição  $F_2$  se:  $F_1(k) \geq F_2(k), \forall k = 0, 1, \dots, r$ ; com a desigualdade estrita para um dado  $k$ . Logo, se  $F_1$  domina em primeiro grau  $F_2$ , então  $F_1$  exibe menos privação que  $F_2$  (AABERG e BRANDOLINI, 2014). Em caso de cruzamento, seria necessário abordar o critério de dominância de segundo grau, ver Aaberge e Brandolini (2014).

Como se observa na Tabela 3.3, à medida que nos deslocamos para níveis mais elevados de preocupação com a desigualdade, maior tende a ser o índice multidimensional para todos os anos analisados. Além disto, para valores de  $\tau$  iguais a 9 e 10,  $I_{\Psi}(G)$  admite valores próximo da média simples das dimensões consideradas.

A redução da desigualdade se deu de forma contínua, ao longo do período da amostra, para todos os parâmetros que captam a preocupação com a desigualdade de privação. Esta mitigação da desigualdade é bem próxima entre os  $\tau$ , para qualquer intervalo de tempo que seja levado em consideração. A redução na desigualdade foi mais expressiva entre 2005 e 2009, o declínio médio foi de 7,34% entre os parâmetros  $\tau$ , o período de menor decréscimo foi entre 2013 e 2014, cuja redução média foi de 1,08%. Apesar da redução média de 14,75% entre 2001 e 2015, a ausência de dados internacionais que capte as mesmas dimensões não permite tirar conclusões relativas.

**Tabela 3.3 – Índice de desigualdade multidimensional para variáveis dicotômicas.**

	$\tau$	2001	2005	2009	2013	2015
$I_{\Psi}(G)$	1,1	0,0192	0,0185	0,0168	0,0159	0,0157
	2,0	0,1300	0,1261	0,1159	0,1104	0,1090
	3,0	0,1965	0,1909	0,1764	0,1684	0,1665
	4,0	0,2399	0,2333	0,2162	0,2068	0,2045
	5,0	0,2717	0,2644	0,2454	0,2350	0,2325
	9,0	0,3486	0,3396	0,3164	0,3037	0,3006
	10,0	0,3614	0,3521	0,3283	0,3152	0,3121
	15,0	0,4087	0,3982	0,3720	0,3577	0,3542
	20,0	0,4404	0,4291	0,4011	0,3860	0,3824
	Média		0,3635	0,340925	0,29365	0,269863

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

### 3.2.2. Índice de Massoumi (1986, 1999)

Diferentemente da abordagem da desigualdade unidimensional que utiliza o Índice de Gini, que varia entre zero e um, para estabelecer paralelos de comparação entre as unidades de observação e, para fazer afirmações sobre o quão concentrada é a economia analisada, o referencial bibliográfico adotado neste trabalho interpreta os índices agregados da desigualdade segundo a evolução do seu valor no tempo. Neste caso, o índice criado dependerá dos parâmetros de aversão à desigualdade e de substitutibilidade entre as dimensões.

Sobre a interpretação dos resultados, ela seguirá o referencial bibliográfico empírico abordado no Capítulo 1, assim como os exemplos de Lugo (2005), Decancq, Decoster e Schokkaert (2006) e Aristei e Bracalente (2011).

Para gerar os resultados, foram considerados seis valores de  $\beta$ , que capta a substitutibilidade entre as dimensões, tais que:  $\beta = [-5; -2; -1; 0; 0,5; 1]$ ; e outros seis de  $\varepsilon$ , que mensura a aversão à desigualdade:  $\varepsilon = [0; 0,3; 1; 1,5; 2; 2,5]$ . Além disto, foram atribuídos pesos iguais entre as dimensões, tal que:  $w_1 = w_2 = w_3 = w_k = \frac{1}{3}$ .

Tendo em vista os parâmetros selecionados, a Tabela 3.4 apresenta o bem-estar médio no Brasil. Em suma, dada a seleção das dimensões,  $\bar{S}$  informa a qualidade de vida média dos indivíduos e, portanto, é possível fazer inferências sobre se ela melhorou ou piorou no decorrer do tempo.

**Tabela 3.4 – Bem-estar ( $\bar{S}$ ) médio entre as  $N$  unidades de observação (Maasoumi, 1986, 1999)**

	$\beta=-5$	$\beta=-2$	$\beta=-1$	$\beta=0$	$\beta=0,5$	$\beta=1$
2001	0,4023	0,4222	0,4330	0,3944	0,4205	0,4365
2005	0,4552	0,4759	0,4873	0,4517	0,4783	0,4944
2009	0,4964	0,5165	0,5275	0,4983	0,5226	0,5374
2013	0,5176	0,5362	0,5462	0,5185	0,5407	0,5544
2015	0,4922	0,5110	0,5209	0,5012	0,5196	0,5317

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

Independente do valor considerado para o parâmetro de substitutibilidade entre as dimensões,  $\beta$ , a dinâmica no tempo do bem-estar médio foi semelhante. O bem-estar médio elevou-se consideravelmente nas primeiras unidades de tempo observadas, de 2001 para 2005 e de 2005 para 2009 com elevações médias entre os  $\beta$  de 13,33% e 9,02%, respectivamente. A partir de então, o ritmo de elevação decresce para +3,71%, em média, de 2009 para 2013 para, então, apresentar redução de 2013 para 2015: média de 4,26%.

Tendo isto em vista, a Tabela 3.5 apresenta os valores da desigualdade multidimensional segundo o Índice de Massoumi (1986, 1999)<sup>35</sup> e os Gráficos 3.2 ao 3.7 transforma estes resultados para a escala de 100 para a melhor visualização da evolução da desigualdade no tempo.

<sup>35</sup> Semelhante ao que ocorreu com Lugo (2005) para a análise de resultados do Índice de Tsui e Bourguignon, para algumas combinações dos parâmetros  $\varepsilon$  e  $\beta$ , o Índice de Massoumi (1986, 1999) deste trabalho apresentou valores negativos. Pela interpretação de Lugo (2005), isto não invalida os resultados e eles são suficientes para tirar conclusões sobre o acréscimo ou decréscimo da desigualdade entre dois anos.

**Tabela 3.5 – Índice de Massoumi (1986, 1999)**

	$\beta = -5$					$\beta = -2$				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
$\varepsilon = 0$	0,0746	0,0792	0,0738	0,0605	0,0530	0,0586	0,0587	0,0536	0,0442	0,0402
$\varepsilon = 0,3$	0,0692	0,0727	0,0673	0,0551	0,0484	0,0549	0,0548	0,0498	0,0410	0,0374
$\varepsilon = 1$	0,0605	0,0624	0,0569	0,0464	0,0410	0,0495	0,0485	0,0434	0,0357	0,0327
$\varepsilon = 1,5$	0,0567	0,0577	0,0521	0,0424	0,0375	0,0471	0,0455	0,0403	0,0331	0,0305
$\varepsilon = 2,0$	0,0542	0,0545	0,0487	0,0395	0,0350	0,0455	0,0434	0,0381	0,0312	0,0288
$\varepsilon = 2,5$	0,0527	0,0524	0,0463	0,0373	0,0331	0,0455	0,0421	0,0366	0,0298	0,0276
	$\beta = -1$					$\beta = 0$				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
$\varepsilon = 0$	0,0483	0,0457	0,0408	0,0340	0,0321	-0,0861	-0,0720	-0,0554	-0,0506	-0,0376
$\varepsilon = 0,3$	0,0459	0,0435	0,0386	0,0322	0,0305	0,4294	0,3647	0,2935	0,2627	0,2232
$\varepsilon = 1$	0,0427	0,0399	0,0350	0,0291	0,0277	0,1805	0,1494	0,1177	0,1034	0,0891
$\varepsilon = 1,5$	0,0413	0,0381	0,0331	0,0275	0,0263	0,1225	0,1026	0,0823	0,0724	0,0639
$\varepsilon = 2,0$	0,0404	0,0368	0,0318	0,0263	0,0252	0,1054	0,0874	0,0697	0,0608	0,0542
$\varepsilon = 2,5$	0,0400	0,0360	0,0308	0,0255	0,0244	0,0965	0,0791	0,0625	0,0542	0,0486
	$\beta = 0,5$					$\beta = 1$				
	2001	2005	2009	2013	2015	2001	2005	2009	2013	2015
$\varepsilon = 0$	0,0705	0,0560	0,0450	0,0401	0,0397	0,0456	0,0347	0,0275	0,0245	0,0262
$\varepsilon = 0,3$	0,0671	0,0534	0,0430	0,0382	0,0377	0,0448	0,0340	0,0270	0,0240	0,0246
$\varepsilon = 1$	0,0614	0,0489	0,0393	0,0347	0,0342	0,0434	0,0329	0,0261	0,0231	0,0246
$\varepsilon = 1,5$	0,0589	0,0467	0,0374	0,0329	0,0324	0,0429	0,0325	0,0256	0,0226	0,0240
$\varepsilon = 2,0$	0,0573	0,0452	0,0360	0,0315	0,0311	0,0429	0,0322	0,0254	0,0223	0,0237
$\varepsilon = 2,5$	0,0565	0,0442	0,0350	0,0305	0,0301	0,0432	0,0322	0,0252	0,0221	0,0234

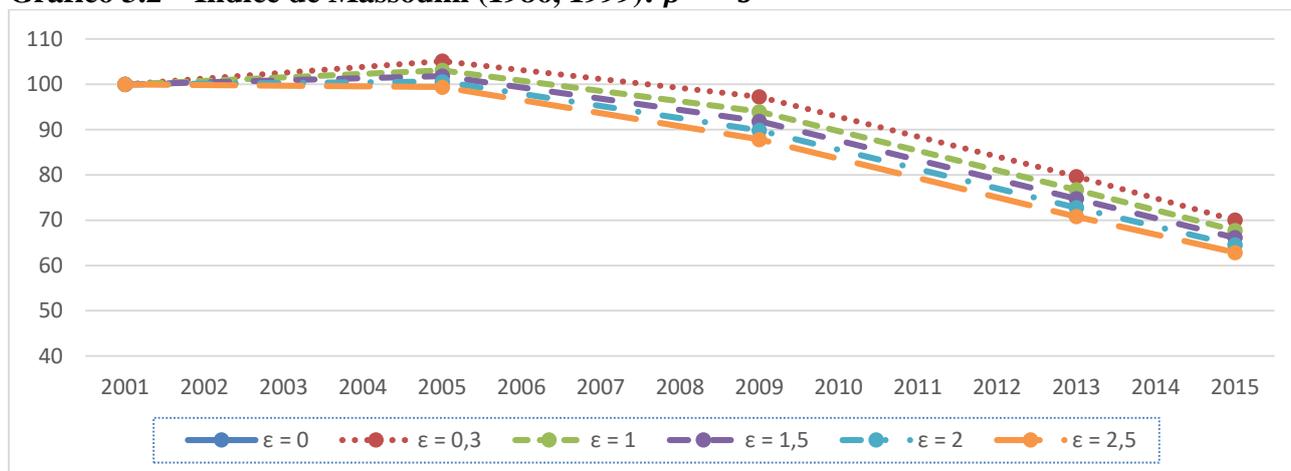
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

Pela Tabela 3.5 nota-se que diferentes combinações normativas dos parâmetros resultam numa imagem diferente da desigualdade no bem-estar. Se  $\beta = 1$ , os atributos são perfeitamente substituíveis e o bem-estar é a média aritmética ponderada das realizações em todas as dimensões; então, uma má performance no usufruto em um atributo pode ser compensada, em termos de bem-estar, pela melhor performance em outro. Se  $\beta \mapsto -\infty$ , os atributos tornam-se complementos perfeitos, e o nível do bem-estar passa a depender da maior, ou menor, realização entre as dimensões. Para  $\beta = 0$  a função de agregação social assume as propriedades de uma função do tipo Cobb-Douglas, onde o aumento do parâmetro de aversão à desigualdade resulta em valores menores para o índice de desigualdade.

Na Tabela 3.4, para  $\beta \leq 0,5$ , independente do parâmetro de aversão à desigualdade, a redução da desigualdade foi mais expressiva à medida que se amplia o valor do parâmetro de

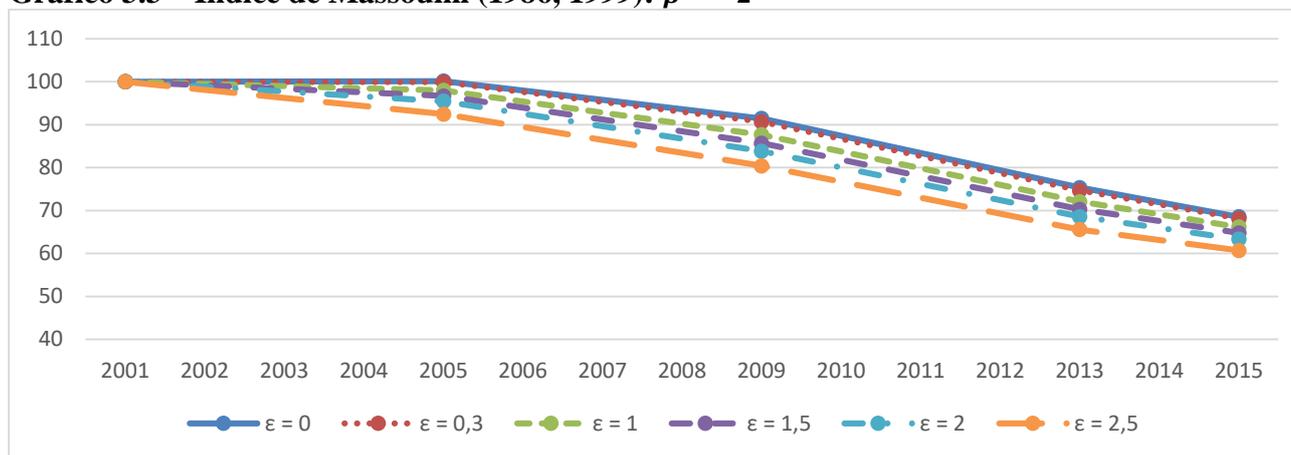
substitutibilidade. Ou seja, quanto menor a substitutibilidade entre as dimensões, mais modesta foi a redução da desigualdade.

**Gráfico 3.2 – Índice de Massoumi (1986, 1999):  $\beta = -5$**



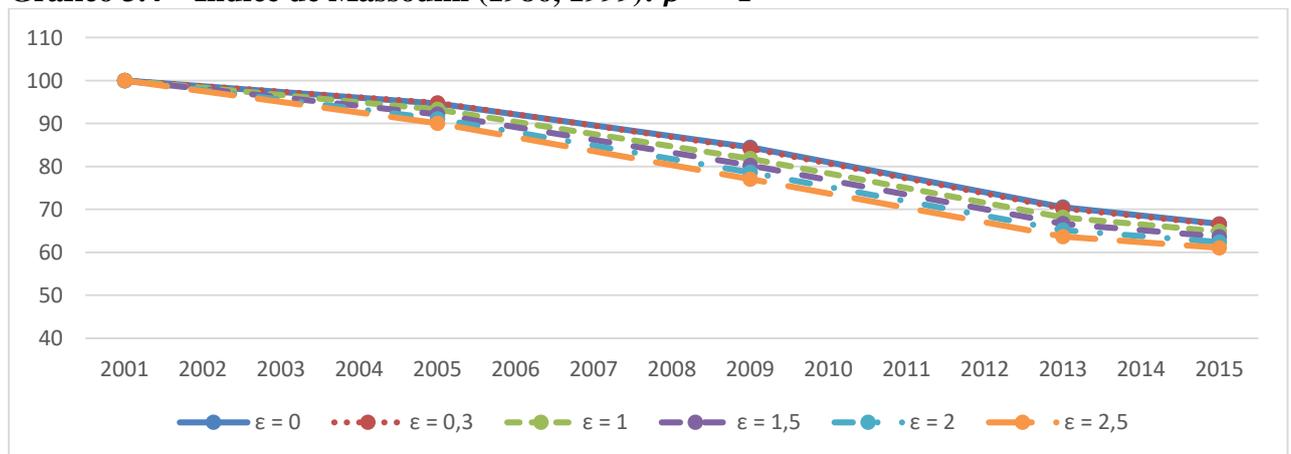
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 3.3 – Índice de Massoumi (1986, 1999):  $\beta = -2$**



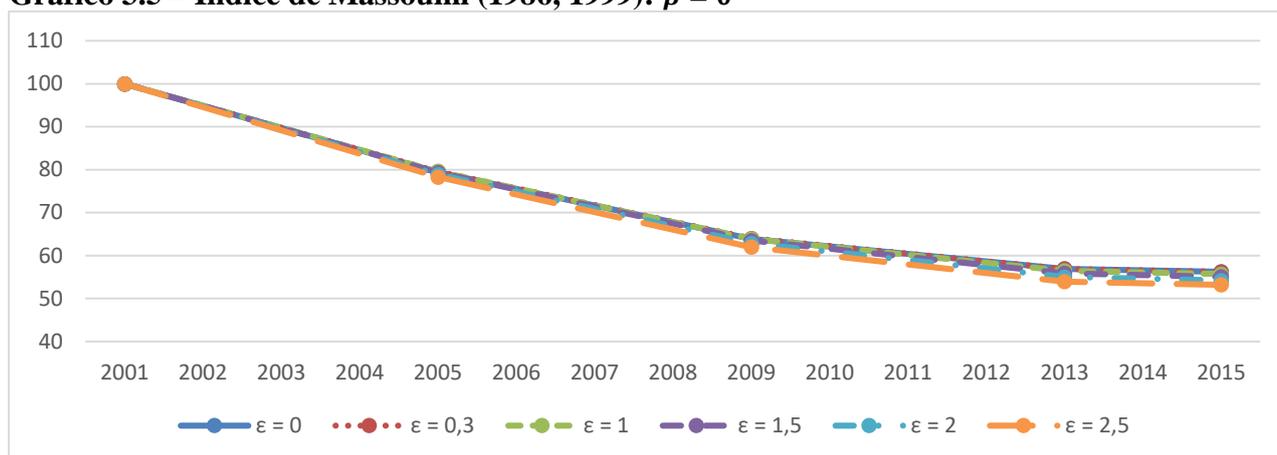
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 3.4 – Índice de Massoumi (1986, 1999):  $\beta = -1$**



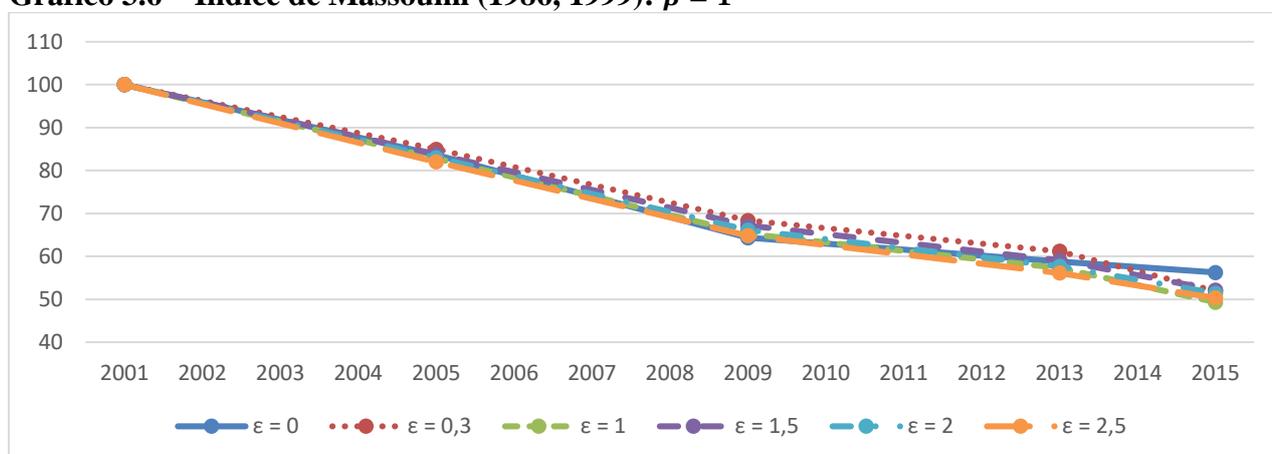
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 3.5 – Índice de Massoumi (1986, 1999):  $\beta = 0$**



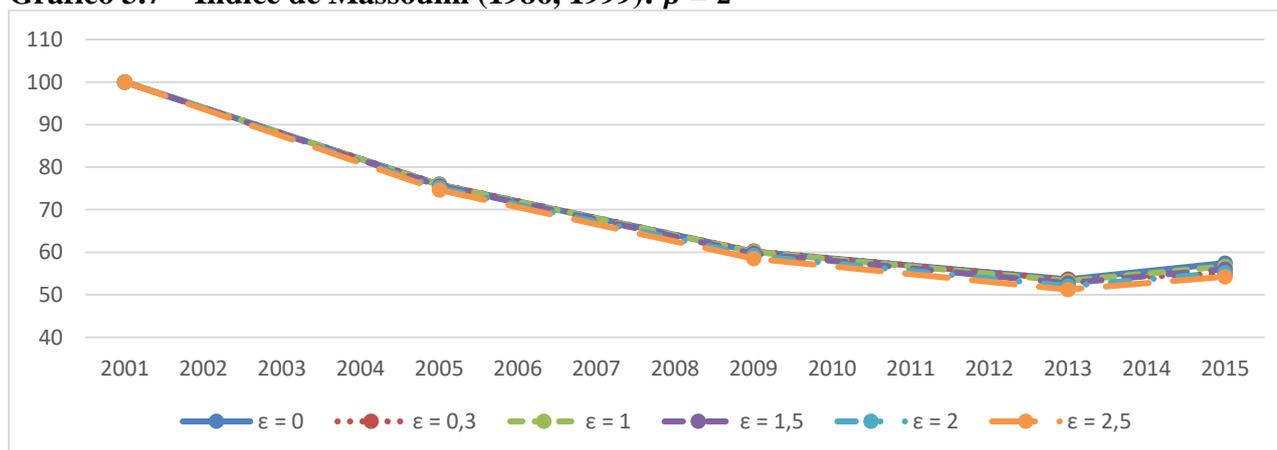
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 3.6 – Índice de Massoumi (1986, 1999):  $\beta = 1$**



Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 3.7 – Índice de Massoumi (1986, 1999):  $\beta = 2$**



Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

Pelos Gráficos 3.2 a 3.7, as reduções na desigualdade multidimensional são mais expressivas quando tomados elevados parâmetros de aversão à desigualdade. No Gráfico 3.2, quando se considera baixa substitutibilidade entre as dimensões, com exceção de  $\epsilon = 2,5$ , a desigualdade aumenta entre

2001 e 2005 para todos os parâmetros de aversão à desigualdade. A partir de 2005, a redução da desigualdade passa a ser mais expressiva, dada a inclinação do gráfico entre dois dos anos analisados.

No Gráfico 3.3, somente na ausência de aversão à desigualdade, para um grau de substitutibilidade relativamente baixo, a desigualdade aumenta entre 2001 e 2005. Mas a redução foi modesta, entre estes mesmo anos, para os demais  $\epsilon$ . O ritmo de decréscimo aumenta até 2013, para todo  $\epsilon$ , e, apesar da desigualdade ainda estar reduzindo, isto se deu de modo menos expressivo entre 2013 e 2015.

O Gráfico 3.4 também apresenta uma suavização na mitigação da desigualdade entre 2013 e 2015, quando comparado ao ritmo de decréscimo observado desde 2001. Esta tendência fica mais clara no Gráfico 3.5, quando função de agregação social assume as propriedades de uma função do tipo Cobb-Douglas. Neste caso, a tendência de suavização parte de 2009 e a variação negativa é quase nula entre 2013 para 2015, salvo para  $\epsilon = 1$ , onde se observa uma, também modesta, elevação da desigualdade.

Para níveis de substitutibilidade mais elevados, como no Gráfico 3.6 o ritmo de decréscimo da desigualdade também se reduz a partir de 2009 e entre 2013 e 2015, são os parâmetros de aversão à desigualdade que vão ditar a magnitude da redução da desigualdade.

Por fim, o Gráfico 3.7, para atributos perfeitamente substituíveis entre si, apresenta a peculiaridade de que a redução no ritmo de queda da desigualdade de 2001 a 2013 se transforma em um acréscimo para todos os  $\epsilon$  entre 2013 e 2015.

### 3.2.3. Índice de Desigualdade Global

Atribuindo pesos iguais entre as dimensões, o Índice Global é calculado por meio da média geométrica entre as desigualdades desagregadas do Capítulo 2. Neste caso, cada dimensão é agregada em seu respectivo indicador segundo a média geométrica:

$$x = \sqrt[k]{\prod_{i=1}^K x_i}; k = [1, 2, \dots, K] \quad (41)$$

Desta forma, para o indicador de Trabalho e Seguridade Social teremos:  $trab = \sqrt[2]{trab1 * trab2}$ ; e assim, sucessivamente. Então, a dimensão  $trab$  é a média geométrica das suas duas dimensões,  $educ$  é a média geométrica da Educação e  $csan$  é a média geométrica das Condições Sanitárias. Portanto, o Índice Global pode-se dar como:

$$I_G = \sqrt[7]{econ1 * econ2 * trab * educ * csan * intec} \quad (42)$$

Isso nos fornece 4 índices das variáveis contínuas, cada qual correspondendo a uma aversão à desigualdade, conforme a Tabela 3.6.

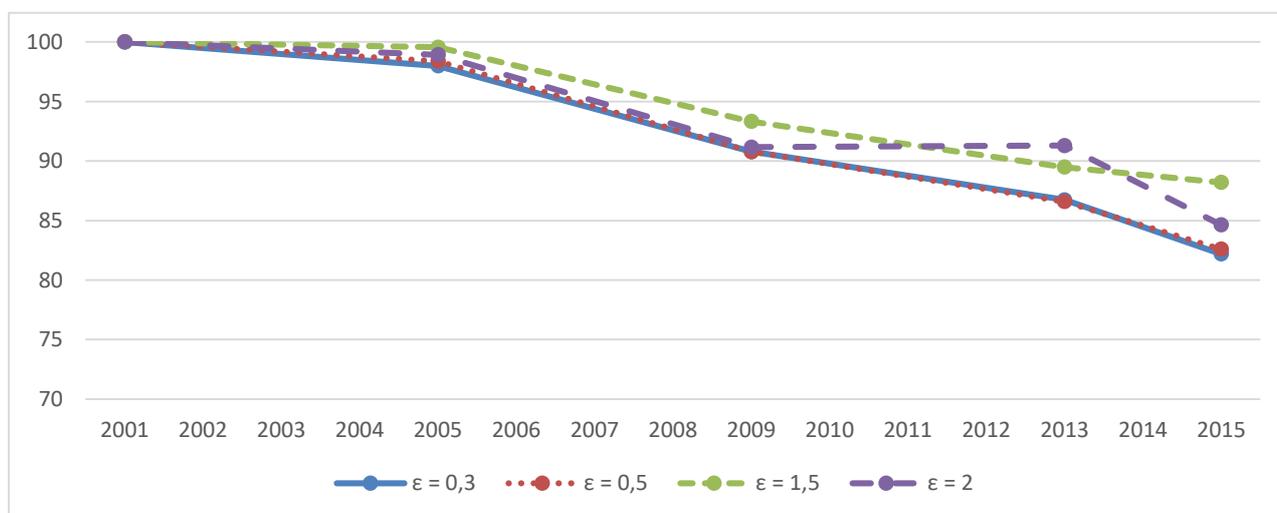
**Tabela 3.6 – Índice de Desigualdade Global**

	2001	2005	2009	2013	2015
$\varepsilon = 0,3$	0,2253	0,2208	0,2046	0,1954	0,1852
$\varepsilon = 0,5$	0,2646	0,2604	0,2403	0,2292	0,2186
$\varepsilon = 1,5$	0,3014	0,3000	0,2813	0,2697	0,2658
$\varepsilon = 2$	0,3338	0,3302	0,3043	0,3047	0,2825

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

Por utilizar uma média geométrica, o Índice Global fornece uma medida central, ou o valor típico do conjunto, das desigualdades desagregadas. Os resultados indicam que quanto maior a aversão à desigualdade, maior a desigualdade na economia brasileira. O Gráfico 3.8, que transforma os resultados da Tabela 3.6 em escala de 100 para o ano de 2001, apresenta a dinâmica no tempo para este índice.

**Gráfico 3.8 – Índice de Desigualdade Global**



Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

A redução da desigualdade é comum para todos os parâmetros de aversão à desigualdade e superior a 10% entre 2001 e 2015. Em média, esta redução foi mais acentuada entre 2005 e 2009. O único episódio de acréscimo na desigualdade se deu para  $\varepsilon = 2$  entre 2009 e 2013.

### 3.3. Conclusões

Este capítulo tratou da desigualdade de forma agregada, por meio do cálculo de três índices. As limitações metodológicas e a estrutura dos dados disponíveis para a economia brasileira impossibilitaram que fosse estruturado apenas um índice, tal como feito no Capítulo 2, que captasse

todas as dimensões selecionadas, para todos os indivíduos, de modo a satisfazer algumas das propriedades desejáveis para um índice global de desigualdade.

Num contexto amplo, os índices calculados neste capítulo apontaram para a redução da desigualdade no período analisado, sendo que esta redução foi mais expressiva entre 2005 e 2009. No primeiro índice apresentado, que considera somente as variáveis dicotômicas para indivíduos adultos, os resultados mostraram que maiores preocupações com a desigualdade resultaram em valores maiores do índice, indicando uma maior concentração. Neste índice, a redução tende a aproximar-se de zero no último período analisado: 2013 a 2015.

Quanto à análise das dimensões cujo valor numérico é uma variável contínua, selecionamos o Índice de Massoumi para este fim. Este índice, gerado em duas etapas, primeiro determina o bem-estar entre as unidades de observação, cuja média deste bem-estar aumentou de forma contínua no período analisado para, na segunda etapa, fornecer a desigualdade deste bem-estar. Em suma, a desigualdade reduziu-se, de 2001 a 2015, para todas as combinações normativas dos parâmetros de aversão à desigualdade e de substitutibilidade entre os parâmetros considerados. Salvo algumas poucas exceções, os resultados mostraram que o ritmo de declínio da desigualdade aumenta até 2013, quando se estabiliza, ou aumenta, a depender dos valores considerados para os parâmetros.

Por fim, a redução da desigualdade foi também calculada por meio do Índice Global, que agrega as desigualdades por dimensão, segundo a média geométrica. Também com relação a este índice a desigualdade cai entre 2001 e 2015, mostrando redução mais acentuada entre 2005 e 2009.

## Considerações Finais

A partir da constatação de que a qualidade de vida e o nível de satisfação do indivíduo não podem ser resumidos na variável renda, ou consumo, compreender outros aspectos da vida destes indivíduos ganhou importância e tornou-se necessário. Isto quer dizer que os estudos socioeconômicos passaram a demandar uma abordagem mais sofisticada para este fim.

Neste contexto, apreendemos a desigualdade multidimensional como tema desta tese, com a finalidade em captar o bem-estar do indivíduo de forma mais ampla. Para isto coube, inicialmente, selecionar os aspectos que de fato são relevantes para avaliar a qualidade de vida, as chamadas dimensões ou atributos, que de forma agregada fossem capazes de gerar informações sobre o bem-estar da amostra. A literatura foi capaz de gerar uma gama relativamente ampla destes atributos, os quais perpassam diversas esferas da vida social, econômica, política e cultural. Abordar aspectos tão amplos esbarra na disponibilidade de dados, o que não é diferente para o caso brasileiro. Apesar das pesquisas amostrais do PNAD do IBGE fornecerem uma rica gama de informações socioeconômicas brasileiras, que foram utilizadas neste trabalho, ainda há uma lacuna considerável em termos de dimensões desejáveis e não disponíveis nesta pesquisa.

Após selecionadas as ditas dimensões e os seus indicadores entre os disponíveis, cabia recorrer à literatura sobre desigualdade multidimensional para quantificá-la. A metodologia por trás desta quantificação avançou consideravelmente desde os trabalhos pioneiros de Kolm (1977) e Atkinson e Bourguignon (1982). Embora ainda sejam numerosas as considerações postas pela literatura sobre a necessidade de avanço metodológico, dada a necessidade de que algumas propriedades distributivas e não distributivas sejam satisfeitas.

A contribuição acadêmica da *Oxford Poverty & Human Development Initiative* é considerável nos estudos sobre desigualdade e pobreza multidimensionais. A disponibilidade online de vídeo-aulas, artigos e exercícios aplicados foram fundamentais para que neste trabalho fosse desenvolvida a metodologia normativa da desigualdade multidimensional. A geração de resultados é, neste caso, condicionada à seleção normativa de parâmetros que influenciam diretamente os resultados.

Os trabalhos empíricos que compõem o referencial, salvo poucas exceções, restringem as suas análises às dimensões que compõe o IDH e à desigualdade entre países e não no interior de um país. Além disto, é escasso o número de trabalhos empíricos para o Brasil, cuja abordagem multidimensional desenvolveu-se mais nos estudos sobre a pobreza. É principalmente quanto a essas limitações que esta tese buscou contribuir, ampliando o número de dimensões analisadas e restringindo a análise para o caso brasileiro.

Norteador por este objetivo, no Capítulo 1, resenha a literatura sobre desigualdade multidimensional com o objetivo de destacar sua forma de quantificação, tanto desagregada, dimensão por dimensão, quanto agregada. Os índices propostos foram os de duas etapas, onde num primeiro momento cria-se um indicador de bem-estar segundo as dimensões consideradas para, num segundo momento, aplicar a metodologia para mensuração da desigualdade deste bem-estar.

O ideal seria que os resultados empíricos deste trabalho considerassem todas as dimensões em um único índice. Todavia, a metodologia normativa comumente utilizada pelo referencial teórico adotado é válida somente para variáveis contínuas, diferente da maioria das dimensões deste trabalho que utiliza variáveis dicotômicas. Os atuais métodos estatísticos para transformar variáveis dicotômicas em contínuas, enquanto um esforço para a aplicação de um único índice, foi uma alternativa não consumada, diante da possibilidade de que tal transformação pudesse desfigurar o real perfil distributivo da economia brasileira. Por isto, numa segunda parte do Capítulo 1, foi abordado um índice complementar para variáveis dicotômicas, que também guarda seus traços normativos com a seleção do parâmetro da preocupação com a desigualdade.

Descrita a metodologia, o Capítulo 2 tratou de apresentar os resultados desagregados, ou seja, a desigualdade dimensão-por-dimensão. Nele ficou constatado que a desigualdade decresceu em todas as dimensões entre 2001 e 2015, com exceção do interesse comum e dorendimento complementar quando se considera uma elevada aversão à desigualdade. Dois pontos devem ser ressaltados. O primeiro é a elevada heterogeneidade na desigualdade entre as Unidades da Federação, algo que já é constatado pela literatura unidimensional da desigualdade de renda e se aplica ao caso multidimensional, ou seja a coexistência de significativas contradições no perfil distributivo no Brasil. As Regiões Norte e Nordeste apresentaram um contexto de concentração relativamente maior que as demais regiões do país, principalmente, nas dimensões de educação e saneamento básico. Aqui, a exceção se dá no interesse comum, com baixa desigualdade na Região Norte. O segundo ponto a ser sublinhado é como se deu a flutuação da desigualdade no tempo. Salvo a desigualdade de renda do trabalho principal e complementar que pouco flutuou no período considerado, nas dimensões com variáveis dicotômicas, a desigualdade decresceu mais significativamente entre 2005 e 2013, quando tal ritmo se desacelera.

No Capítulo 3, devido às limitações já levantadas em termos metodológicos e de disponibilidade de dados, a desigualdade agregada é apresentada em três índices, afim de contemplar as informações disponíveis. Além do Índices de Massoumi e para variáveis dicotômicas, também foi apresentada a média geométrica enquanto uma medida central, ou o valor típico do conjunto, das desigualdades desagregadas. Feitas tais observações, no período analisado, o número de privações acumuladas que um determinado indivíduo teria probabilidade de sofrer reduziu-se ao longo de toda

a amostra. Por outro lado, a qualidade de vida, mensurada pelo bem-estar, aumentou até 2013, mas decresceu até 2015. Em termos de desigualdade, ela se reduziu para o índice dicotômico, independentemente do parâmetro considerado. Para o Índice de Massoumi, dois elementos importantes devem ser destacados quanto à sua variação no tempo: i) em geral, com exceção do parâmetro de baixa substitutibilidade entre as dimensões consideradas,  $\beta = -5$ , o ritmo da redução tende a aumentar até 2009, quando passa a suavizar; ii) de 2005 para 2009 foi o período de redução absoluta mais considerável da desigualdade. Na situação de perfeita substitutibilidade entre as dimensões, a desigualdade aumenta de 2013 a 2015. Por fim, a desigualdade global confirma esta tendência quando consideramos o Índice de Massoumi para  $\beta = 0$ : redução contínua da desigualdade até 2013, com desaceleração a partir de 2009, para se tornar crescente entre 2013 e 2015.

Nesta tese, além do debate em torno da metodologia, a abordagem empírica contempla não só a dinâmica da desigualdade global no Brasil, como lança luzes sobre a particularidade de cada uma das dimensões que a compõem. Ou seja, usa diferentes abordagens para disponibilizar mais informações sobre o perfil distributivo brasileiro.

## Referências Bibliográficas

- AABERG, R. e BRANDOLINI, A. (2014). *Multidimensional poverty and inequality*. Temi di Discussione, Working Papers, n°976. Banca D'Italia.
- ARISTEI, D. e BRACALENTE, B (2011). *Measuring multidimensional inequality and well-being: Methods and empirical applications to Italian Regions*. Statistica, anno LXXI, n. 2.
- ATKINSON, A. B. (1970). *On the measurement of inequality*. Journal of Economic Theory 2:244-263, 1970.
- ATKINSON, A. B. (2008). *Poverty*. The New Palgrave Dictionary of Economics. Second edition. Steven N. Durlauf e Lawrence E. Blume (eds.). Palgrave Macmillan, 2008.
- ATKINSON, A. B. (2015). *Desigualdade*, São Paulo: Leya.
- ATKINSON, A. B., BOURGUIGNON, F. (1982). *The comparison of multidimensioned distributions of economic status*. Review of Economic Studies 49, 183–201, 1982.
- BOURGUIGNON, F. (1999), *Comment to 'Multidimensioned Approaches to Welfare Analysis' by Maasoumi, E*. In: Handbook of income inequality measurement., ed. J. Silber, Boston, Dordrecht and London: Kluwer Academic, pp. 477-484.
- COBO, B.; ATHIAS, L.; MATTOS, G. G. (2013). *Multidimensional Poverty in Brazil through Fundamental Social Rights Compliance: An Analytic Proposal*. Anais do IARIW-IBGE, Conference on Income, Wealth and Well-Being in Latin America. Rio de Janeiro. Disponível em: [www.iariw.org/papers/2013/CoboPaper.pdf](http://www.iariw.org/papers/2013/CoboPaper.pdf) . Acessado em: 20/04/2015.
- COMIM, F.; BAGOLIN, I. (2002). *Aspectos Qualitativos da Pobreza no Rio Grande do Sul*. Ensaios FEE, Número especial, v23, p.467-490. Porto Alegre, Brasil.
- DECANCQ, K. (2009). *Essays on the measurement of multidimensional inequality*. Proefschrift voorgedragen tot het behalen van de grad van Doctor in de Economische Wetenschappen. Katholieke Universiteit Leuven.
- DECANCQ, K. (2011). *Global inequality: a multidimensional perspective*. Discussions Paper Series (DPS) 11.09. Center for Economic Studies, Katholieke Universiteit.
- DECANCQ, K.; DECOSTER, A e SCHOKKAERT, E. (2006) *The evolution of World Inequality in Well-being*. Department of Economics, Katholieke Universiteit Leuven, Naamsestraat 69, B-3000 Leuven (Belgium).
- DECANCQ, K., LUGO, A. M. (2010), *Weights in Multidimensional Indices of well-being: An overview*, Center for Economic Studies – Discussion Paper Ces 10.06, Katholiek Universiteit Leuven.
- DECANCQ, K., LUGO, A. M. (2012). *Inequality of Well-being: a Multidimensional Approach*. Economica 79,721-746.
- DUCLOS, J. Y.; ARAAR, A (2006). *Economic Studies in Inequality Social Exclusion and Well-Being*. In: Poverty and Equity: Measurement, Policy and Estimation With Dad. Published by Springer. International Development Research Centre, v. 2. New York, 2006. Disponível em: <[http://personal.psc.isr.umich.edu/~davidl/GhanaCourse/Day8/Duclos%20and%20Araar\\_Poverty%20and%20Equity%20and%20Estimation%20with%20DAD.pdf](http://personal.psc.isr.umich.edu/~davidl/GhanaCourse/Day8/Duclos%20and%20Araar_Poverty%20and%20Equity%20and%20Estimation%20with%20DAD.pdf)>. Acesso em: 12/05/2015.
- EASTERLIN, R. (2000). *The worldwide standard of living since 1800*. Journal of Economic Perspectives 14(1):7-26.
- FLEURBAEY, M. (2009): *Beyond GDP: the quest for a measure of social welfare*. Journal of Economic Literature, 47(4), 1029.1075.

- INSTITUTO BRASILEIRO DE GEOGRAFIA E ESTATÍSTICA. *Pesquisa Nacional por Amostra de Domicílios*. Disponível em: <[https://ww2.ibge.gov.br/home/estatistica/pesquisas/pesquisa\\_resultados.php?id\\_pesquisa=40](https://ww2.ibge.gov.br/home/estatistica/pesquisas/pesquisa_resultados.php?id_pesquisa=40)>. Acessado em 02/02/2016.
- GORDON, D. AND PANTAZIS, C., EDS., (1997). *Breadline Britain in the 1990s*. Bristol, England: Summerleaze House Books.
- KAHNEMAN, D., AND A. B. KRUEGER (2006): *Developments in the measurements of subjective well-being*. Journal of Economic Perspectives, 20(1), 3.24.
- KOLM, S. C. (1977). *Multidimensional Egalitarianisms*. The Quarterly Journal of Economics 91(1): 1-13.
- KOLM, S. C. (1976). *Unequal inequalities*. Journal of Economic Theory 13(1).
- LAVINAS, L. (2009). *Pobreza: métricas e evolução recente no Brasil e no Nordeste*. Seminário Internacional Desenvolvimento Regional do Nordeste. Recife, 2009. Disponível em: <<http://fonseas.org.br/novosite/wp-content/uploads/2012/07/Pobreza-metricas-e-evolucao-recente-no-Brasil-e-no-Nordeste-Lena-Lavinas.pdf>>. Acessado em: 12/06/2015.
- LETTIERI, M. e PAES, N. L. (2006). *Medidas de Pobreza e Desigualdade: Uma Análise Teórica dos Principais Índices*. ENSAIOS SOBRE POBREZA 02. Laboratório de Estudos da Pobreza, CAEN – UFC.
- LUGO, M. A (2005). *Comparing Multidimensional Indices of Inequality: Methods and Application*. Society for the Study of Economic Inequality. Working Paper Series. ECINEQ WP 2005 – 14.
- MAASOUMI, E. (1986), *The Measurement and Decomposition of Multi-dimensional Inequality*. Econometrica, 54 (4): 991-997.
- MAASOUMI, E. (1999), *Multidimensioned Approaches to Welfare Analysis*. In: Handbook of income inequality measurement, ed. - J. Silber, Boston: Kluwer Academic, pp. 437-477.
- MACK, J. AND LANSLEY, S. (1985). *Poor Britain*, London: G. Allen & Unwin.
- MONTEIRO, C. A. (1995). *A dimensão da pobreza, da fome e da desnutrição no Brasil*. Estudos Avançados, São Paulo, v. 9, n. 24.
- NARAYAN, D. (2000): *Voices of the Poor: Can Anyone Hear Us?*. World Bank Publication, DC.
- PHAN, V. P. (2016). *An investigation of the measurement of inequality and the causal effects of the pro-poor national targeted programs on inequality in Vietnam*. Doctor of Philosophy thesis, School of Accountng, Economics and Finance, University of Wollongong, 2016. Disponível em: <http://ro.uow.edu.au/theses/4890>. Acessado em: 15/01/2017.
- PIKETTY, T. (2013). *Le Capital au Siècle XXI*, Paris: Seuil.
- ROUSSEAU, J. J. (1754/2000). *Do Contrato Social*. Discurso sobre a Economia Política, Curitiba: Hemus Editora Ltda.
- SALAHUDDIN, T.; ZAMAN, A. (2012). *Multidimensional Poverty Measurement in Pakistan: Time Series Trends and Breakdown*. The Pakistan Development Review, 51:4 Part II, pp. 493–504. Pakistan, 2012. Disponível em: <<http://www.pide.org.pk/pdf/PDR/2012/Volume4/493-504.pdf>>. Acessado em: 03/07/2015.
- SCHOKKAERT, E. (2007). *Capabilities and satisfaction with life*. Journal of Human Development, 8(5), 415.430.
- SEN, A. (1973). *On Economic Inequality*, Oxford: Clarendon Press.
- SEN, A.K. (1983). *Poor, relatively speaking*. Oxford Economic Papers, 35 (2), 153–169.
- SEN, A. (1997). *On Economic Inequality*. Oxford University Press.

SETH, S. *Multidimensional Inequality*. Vanderbilt University e OPHI. Disponível em: < [http://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/Multidimensional-Inequality\\_SS.pdf](http://www.ophi.org.uk/wp-content/uploads/Multidimensional-Inequality_SS.pdf) >. Acessado em: 07/01/2017.

SIAL, M. H.; NOREEN, A. e AWAN, R. U. (2014) *Measuring Multidimensional Poverty and Inequality in Pakistan*. Conference Paper. Disponível em: <file:///D:/Downloads/Measuring%20Multidimensional%20Poverty%20and%20Inequality%20in%20Pakistan.pdf>. Acessado em: 05/05/2017.

STIGLITZ, J. E., A. SEN, and J.-P. Fitoussi (2009): *Report by the Commission on the measurement of economic performance and social progress*. Commission on the Measurement of Economic Performance and Social Progress, mimeo.

TSUI, K. Y. (1995). *Multidimensional Generalizations of the Relative and Absolute Inequality Indices: The Atkinson-Kolm-Sen Approach*. *Journal of Economic Theory*, 67 (1): 251-265.

TSUI, K. Y. (1999). *Multidimensional Inequality and Multidimensional Generalized Entropy Measures: An Axiomatic Derivation*. *Social Choice and Welfare*, 16 (1): 145-157.

TOWNSEND, P. (1979). *Poverty in the United Kingdom: A Survey of Household Resources and Standards of Living*. University of California Press.

WEYMARK, J. A. (2004). *The Normative approach to the measurement of multidimensional inequality*. Working Paper n° 03-W14R, Vanderbilt University.

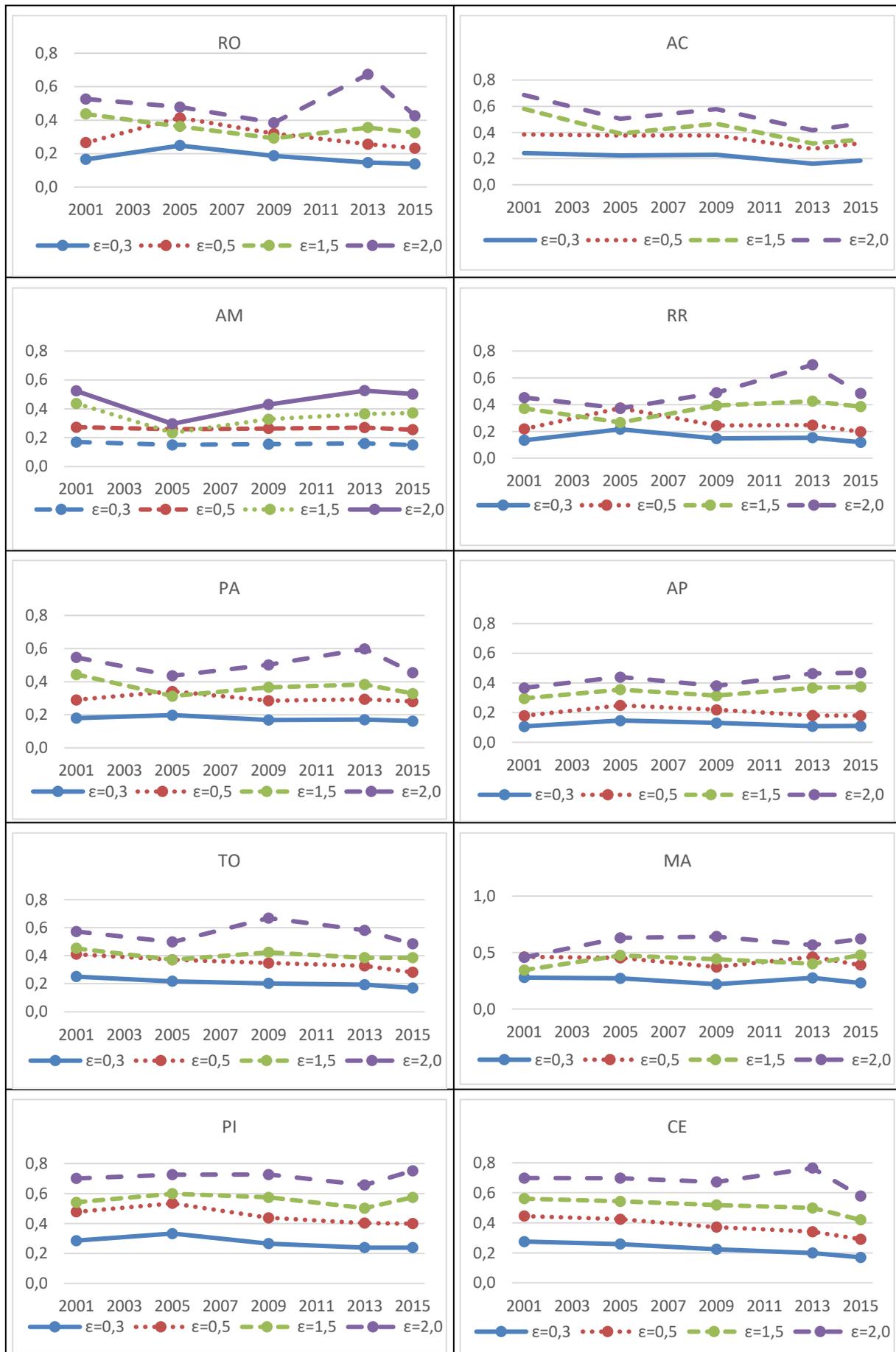
## Anexos

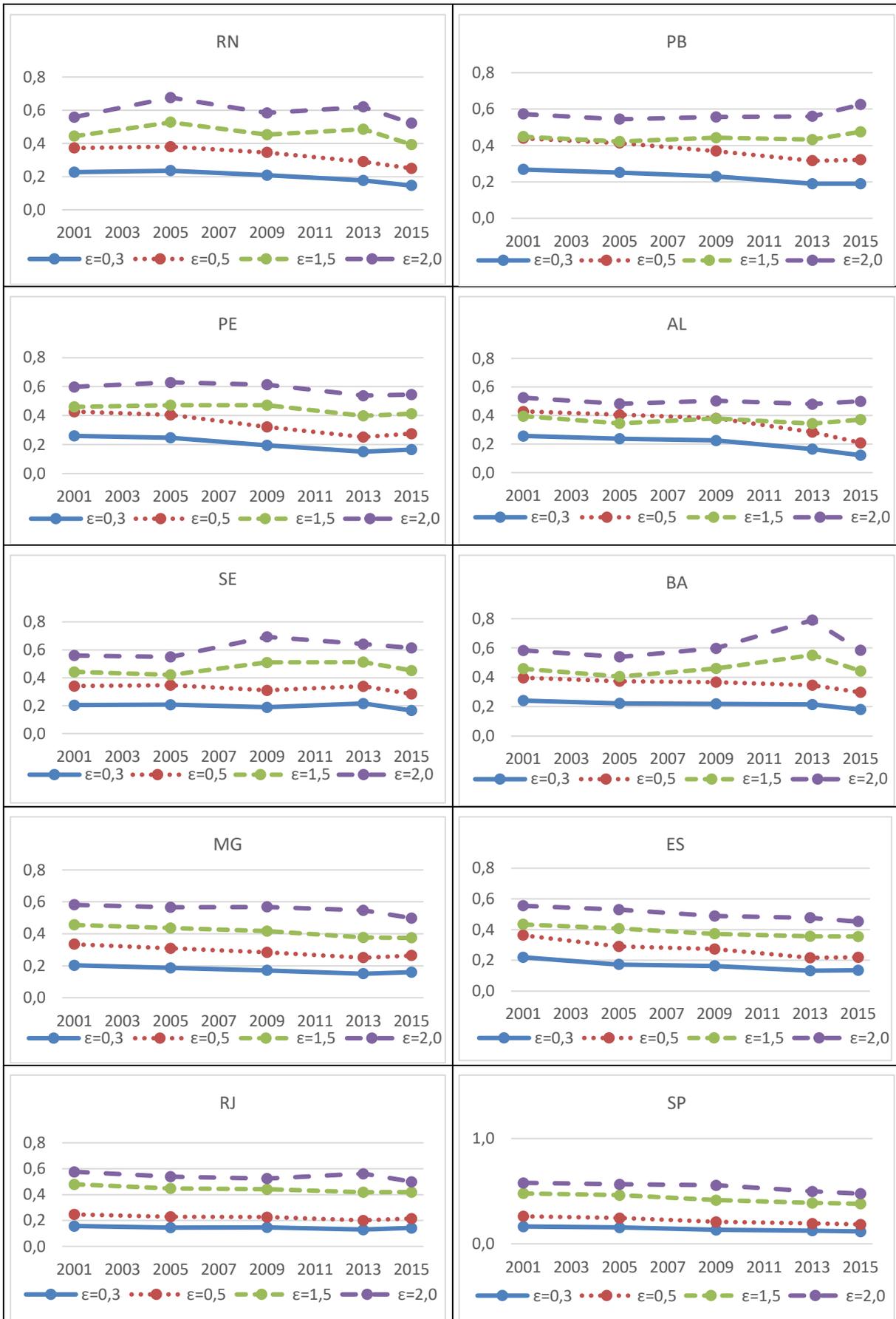
**Tabela 2.7 – Correlação: Interesse comum e variáveis econômicas**

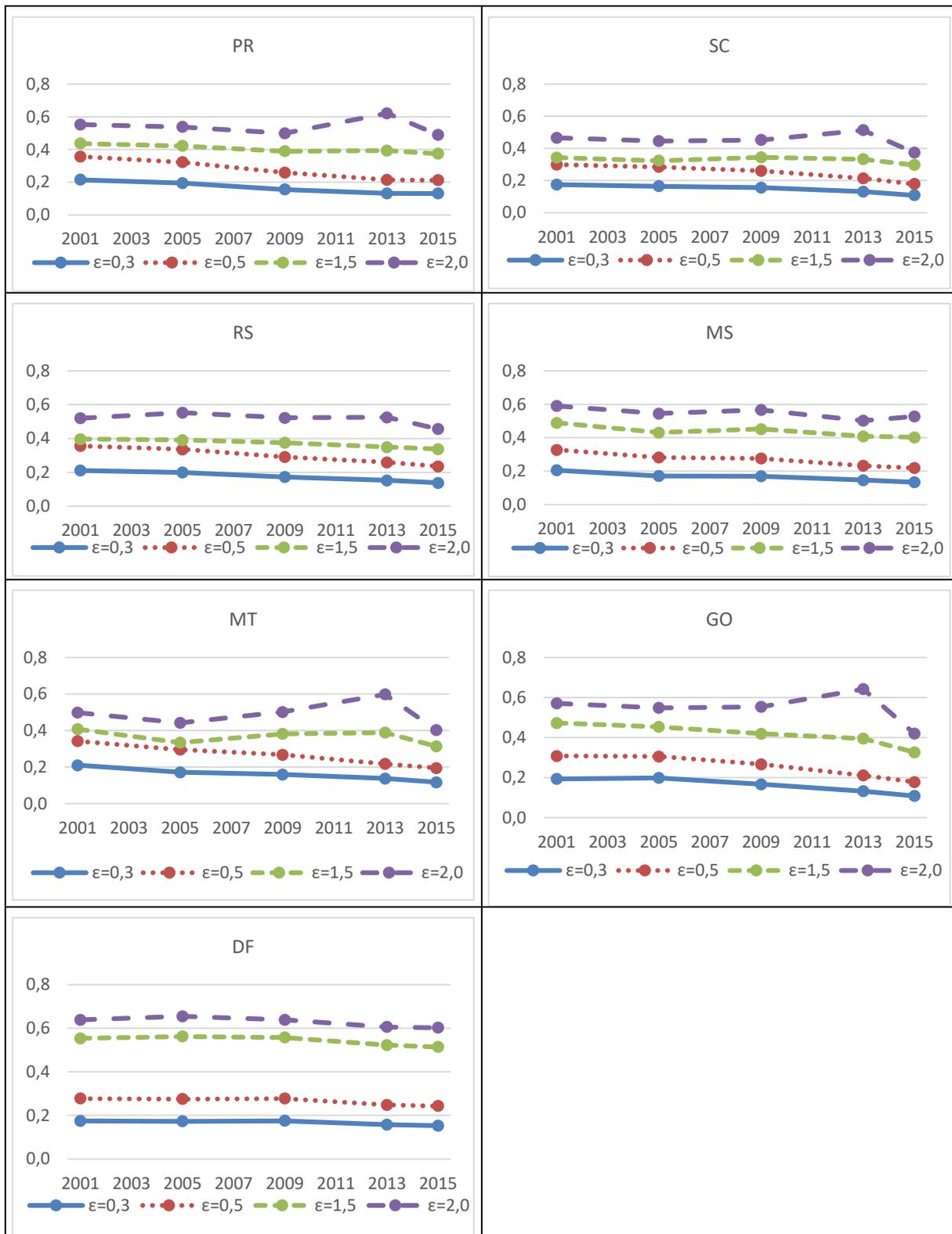
2001			2005			2009			2013			2015			
<i>intc</i>	<i>ecn1</i>	<i>ecn2</i>													
<i>intc</i>	1,0000		1,0000			1,0000			1,0000			1,0000			
<i>ecn1</i>	-0,1828	1,0000	-0,3191	1,0000		-0,3473	1,0000		-0,2927	1,0000		-0,2851	1,0000		
<i>ecn2</i>	-0,0818	0,2498	1,0000	-0,0791	0,2381	1,0000	-0,0543	0,2162	1,0000	-0,0252	0,2318	1,0000	-0,0299	0,2195	1,0000

Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.8 - Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para *econ1* (UFs).**

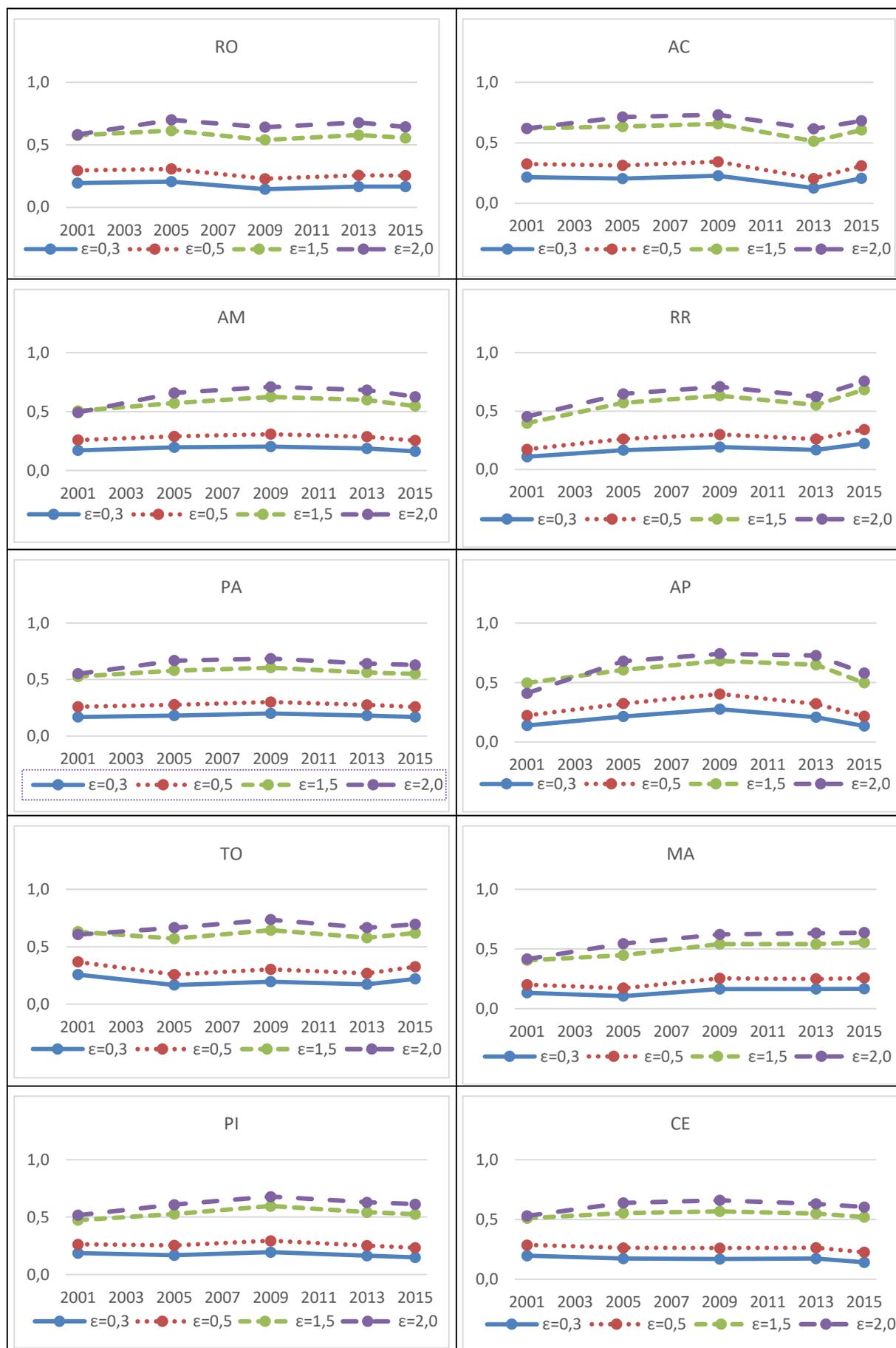


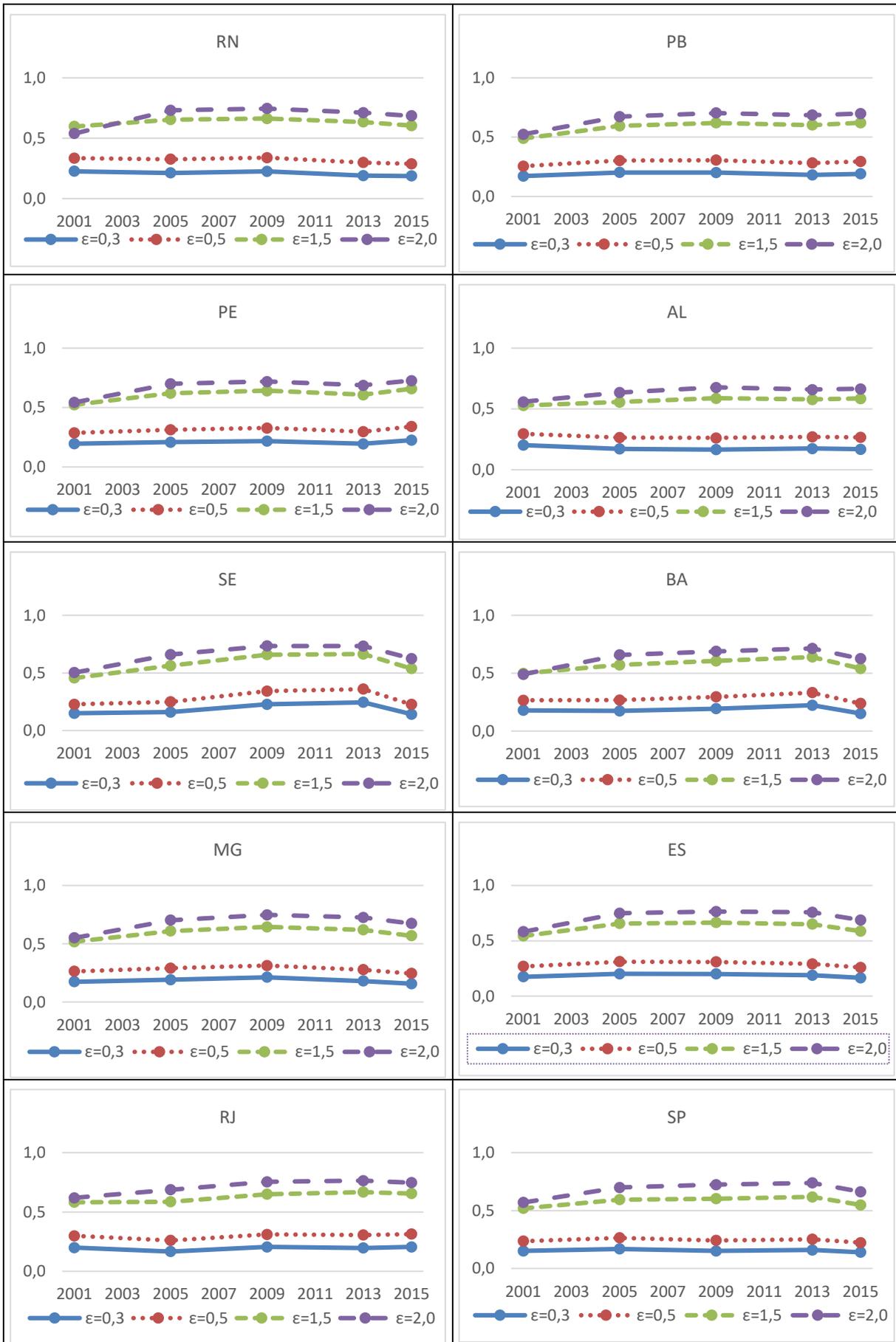


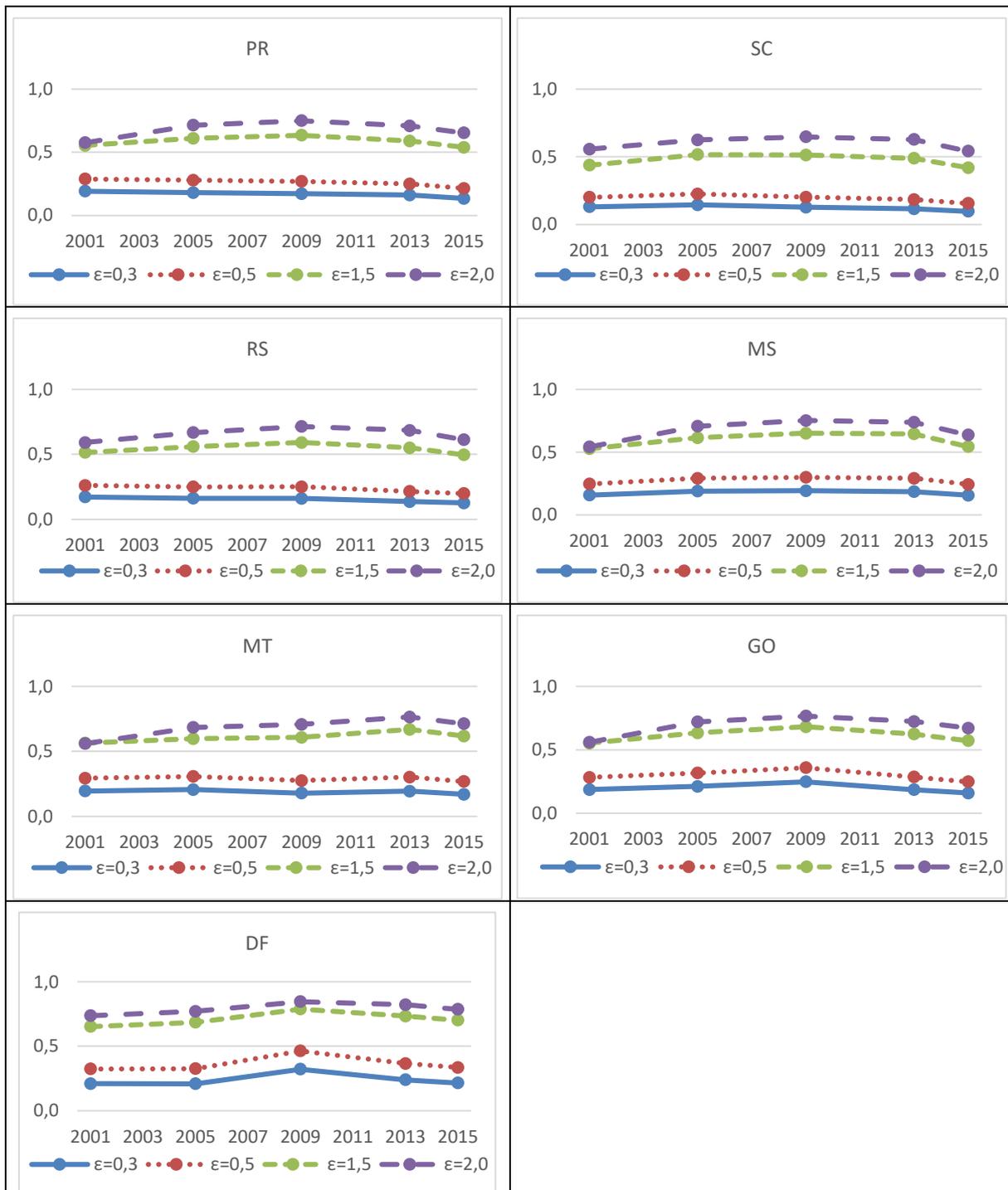


Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.9: Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para *econ2* (UFs).**

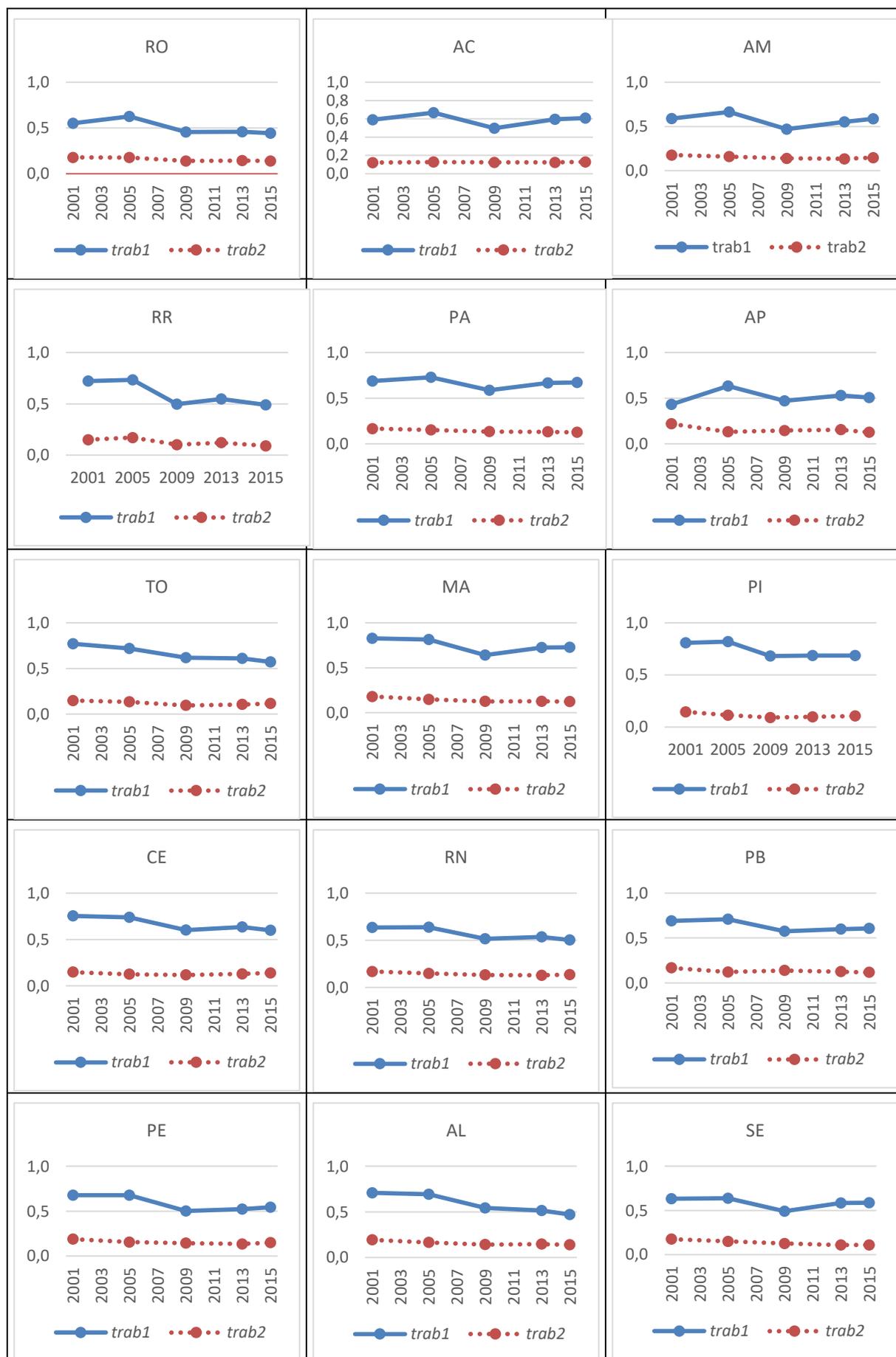


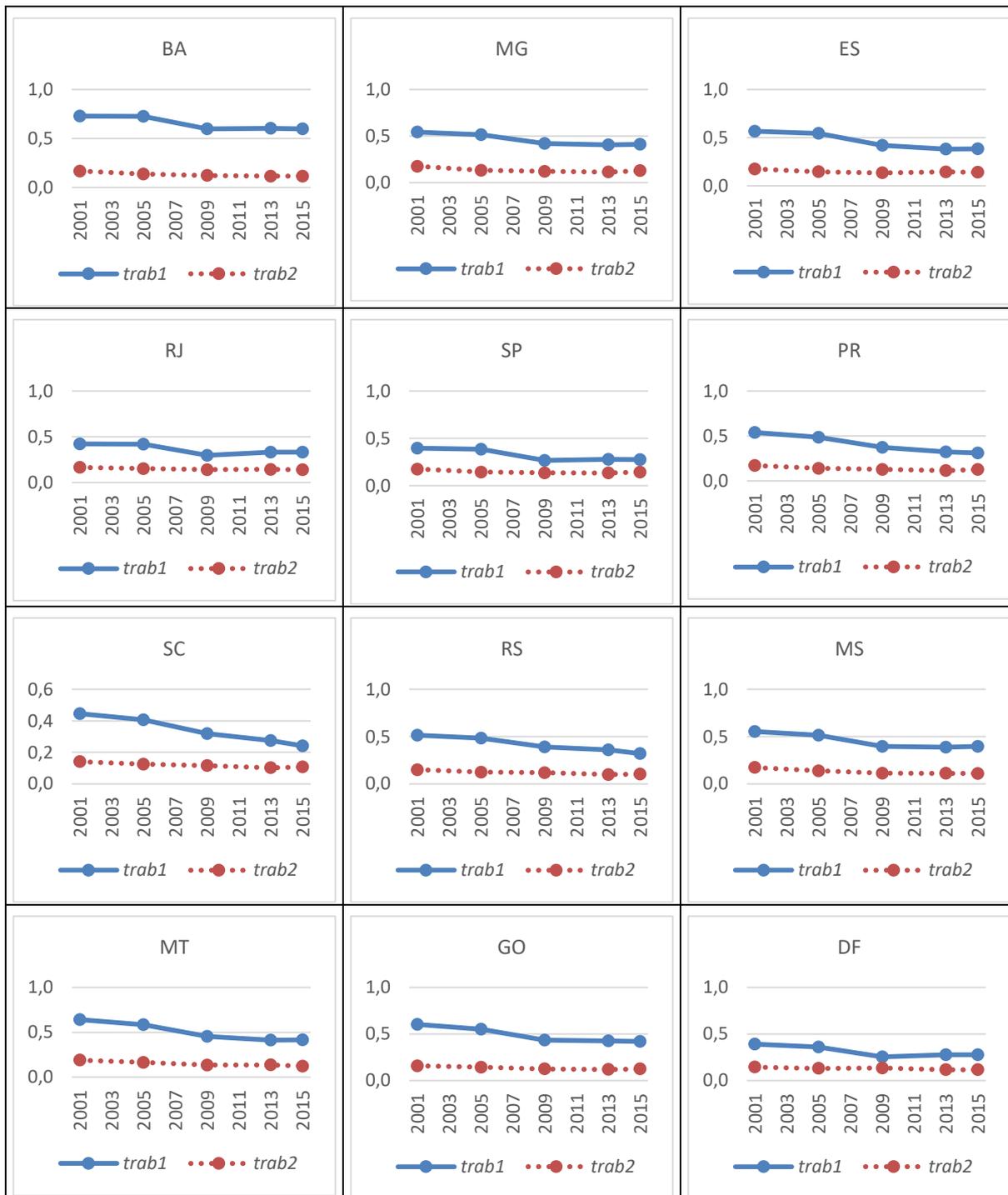




Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

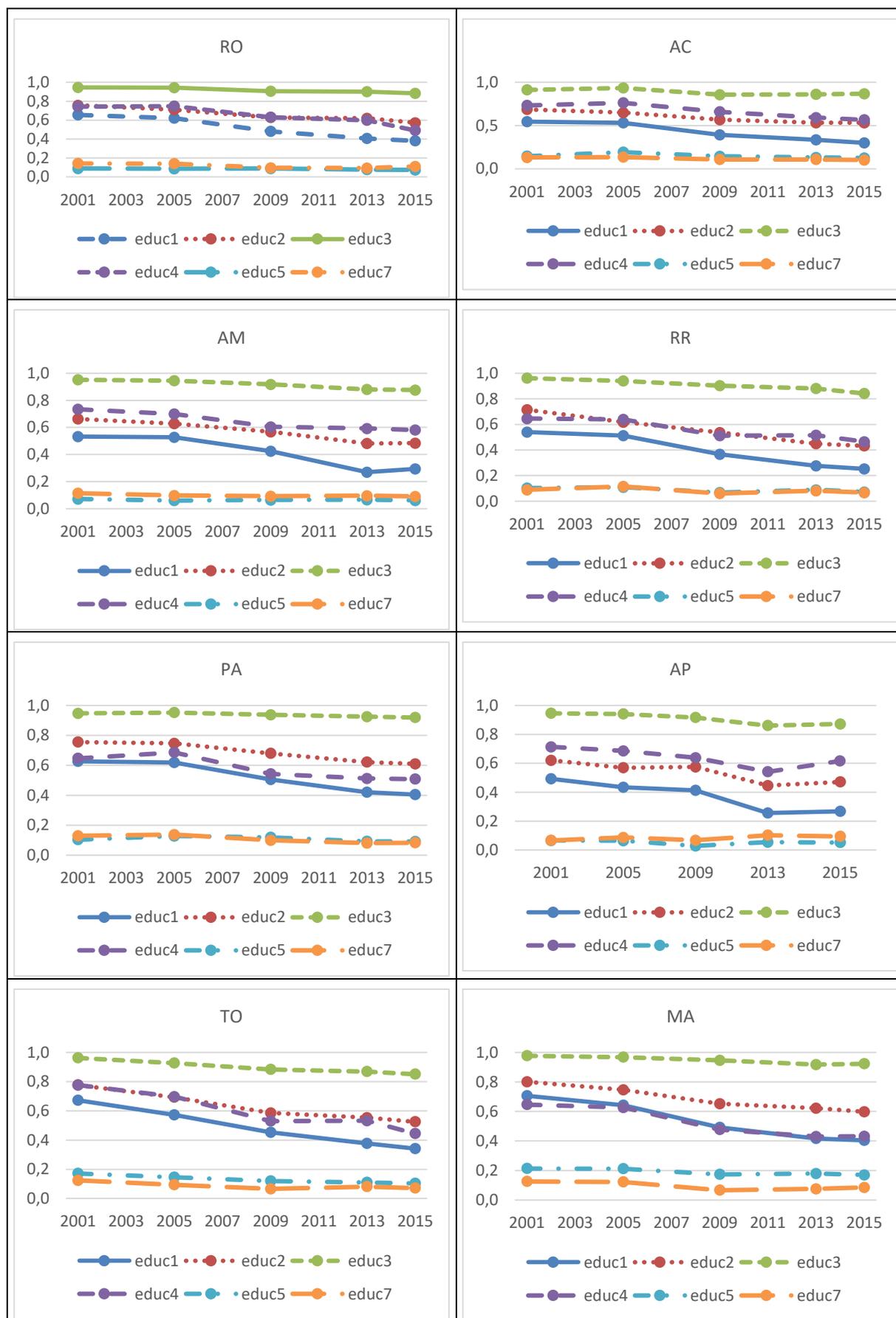
**Gráfico 2.10 – Desigualdade dimensão por dimensão: Trabalho e segurança (UFs)**

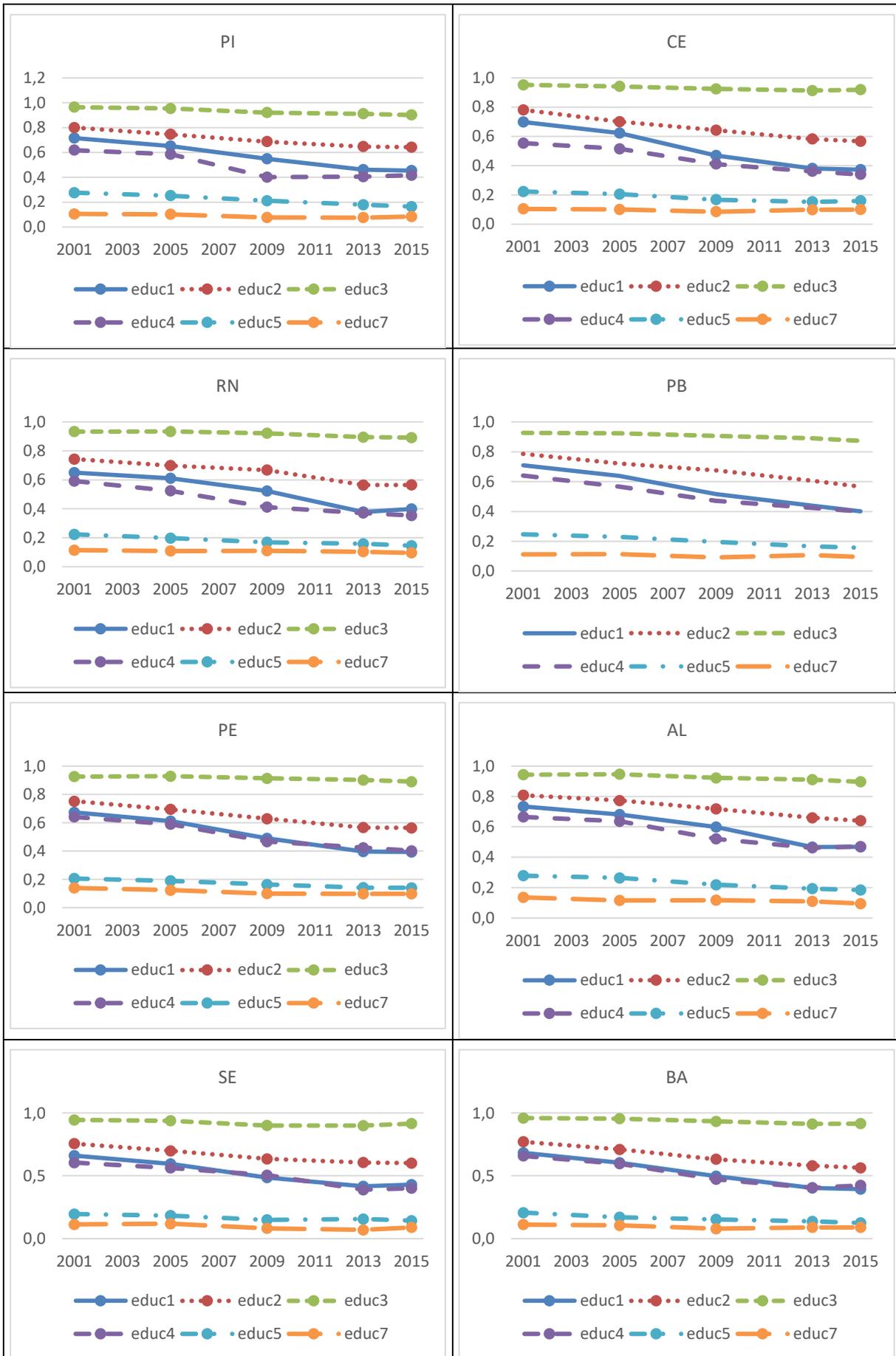


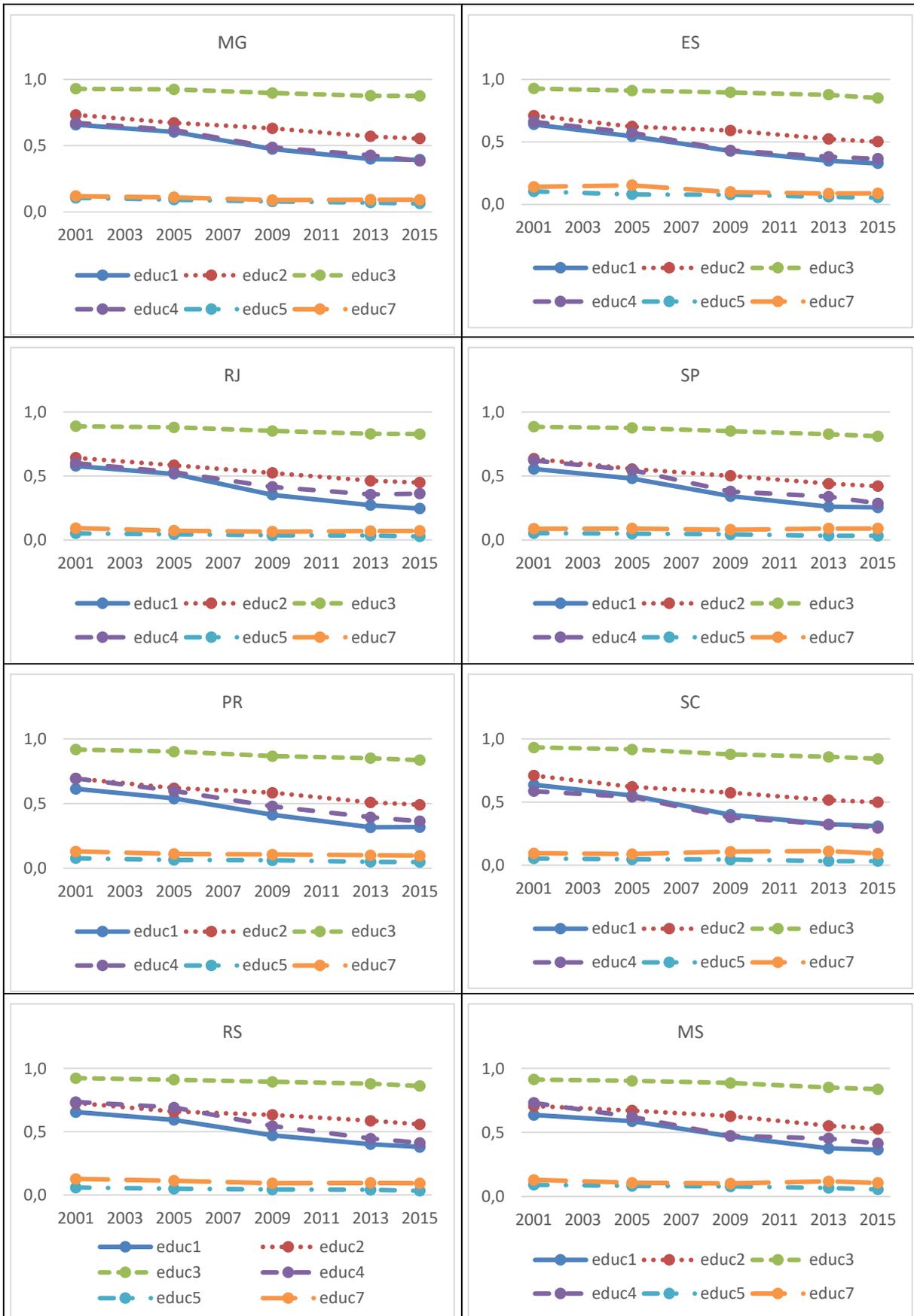


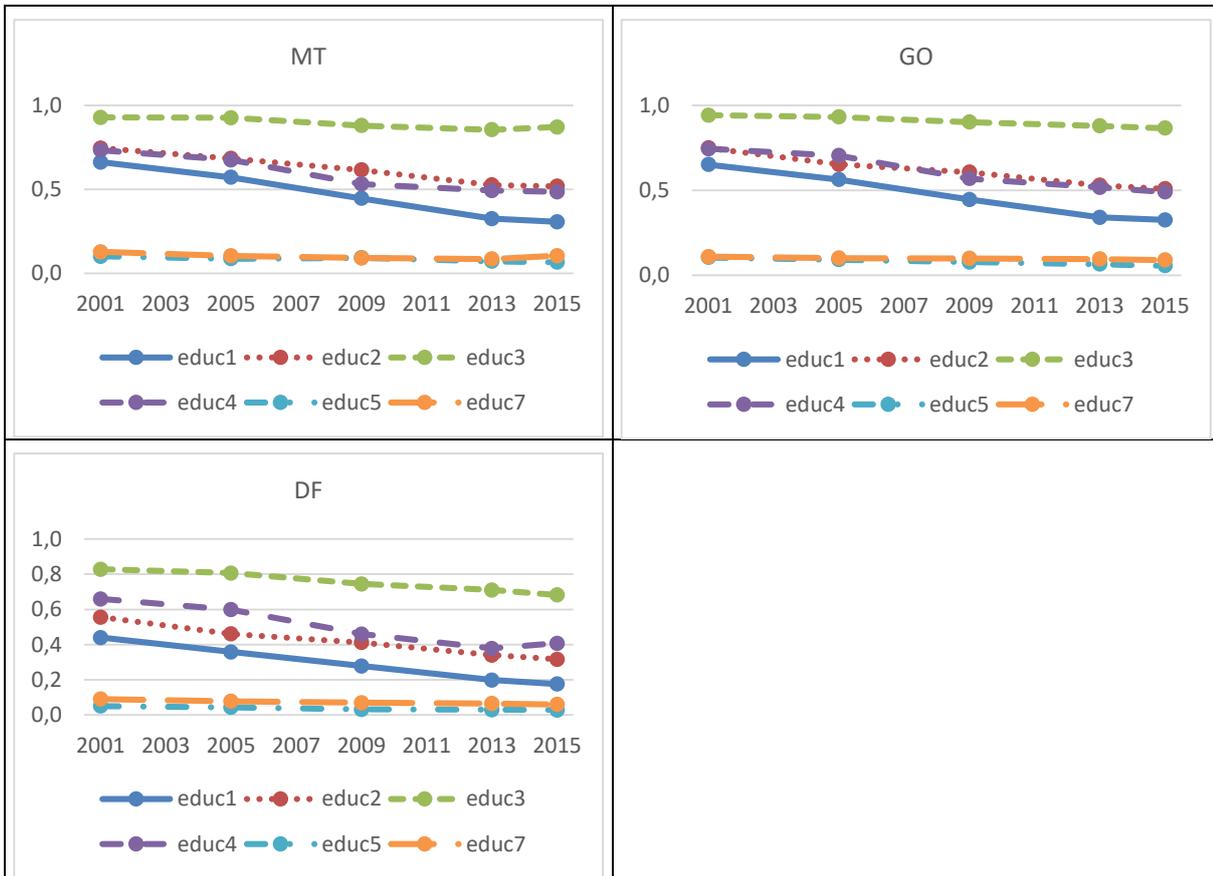
Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.11 – Desigualdade dimensão por dimensão: Educação (UFs)**



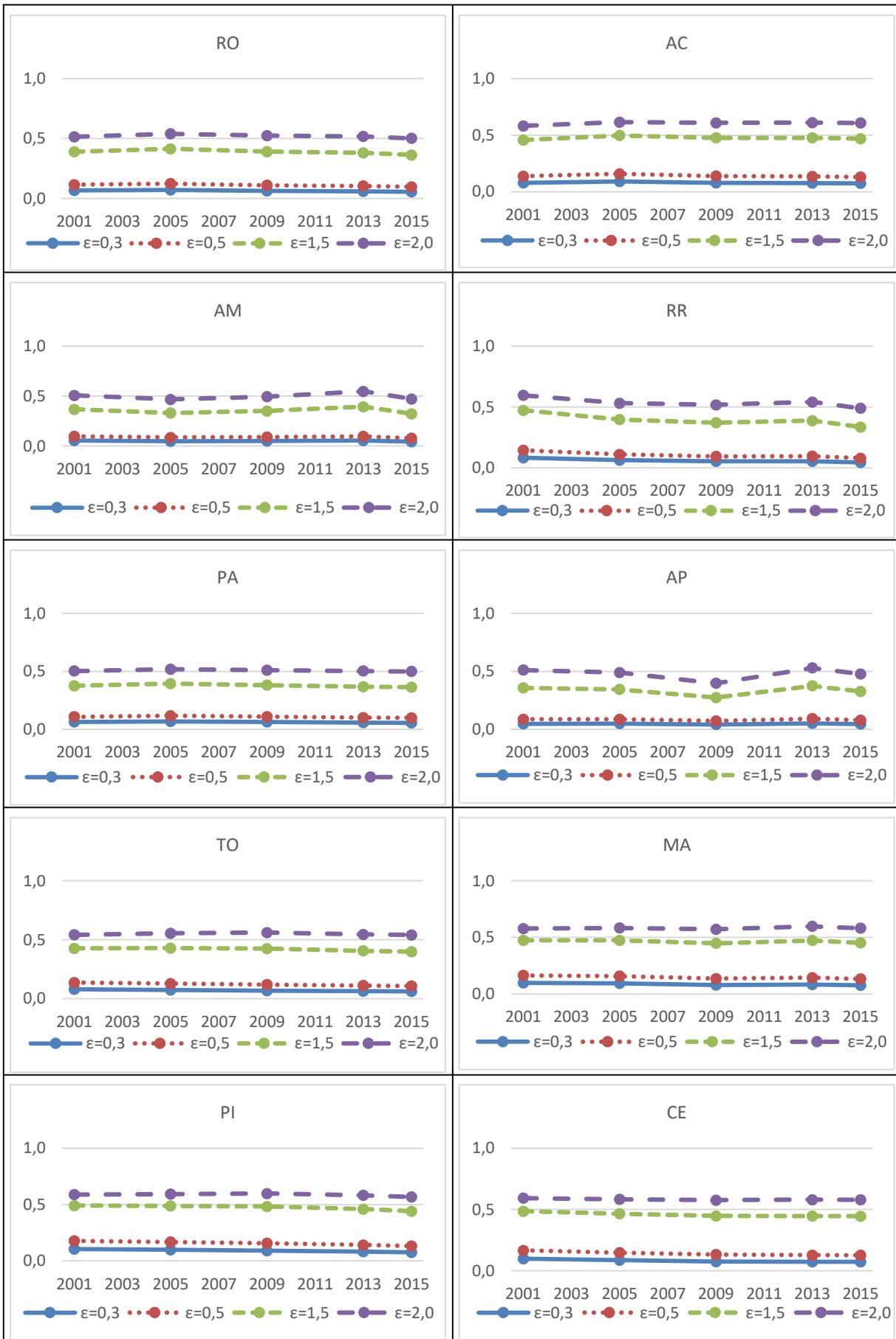


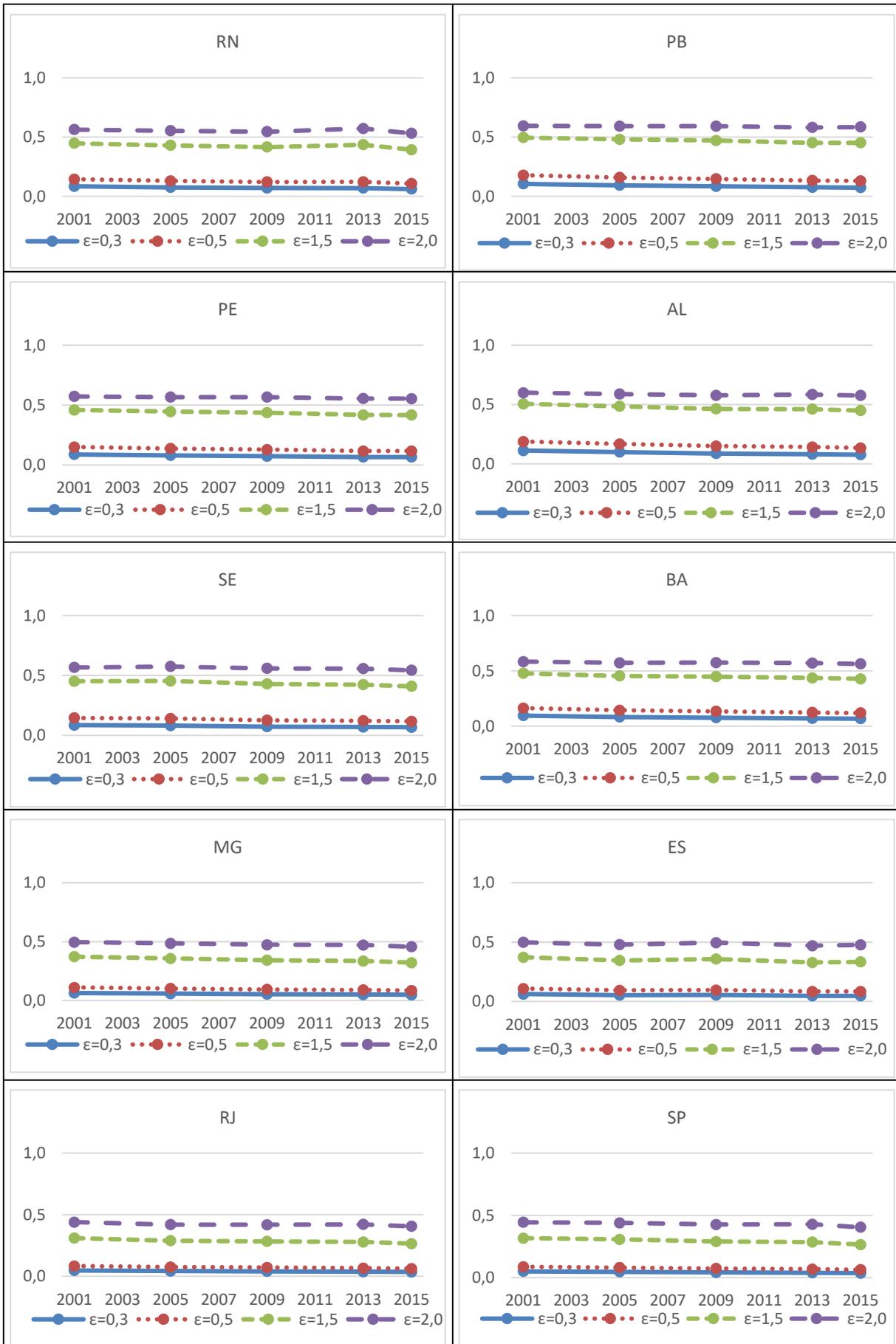


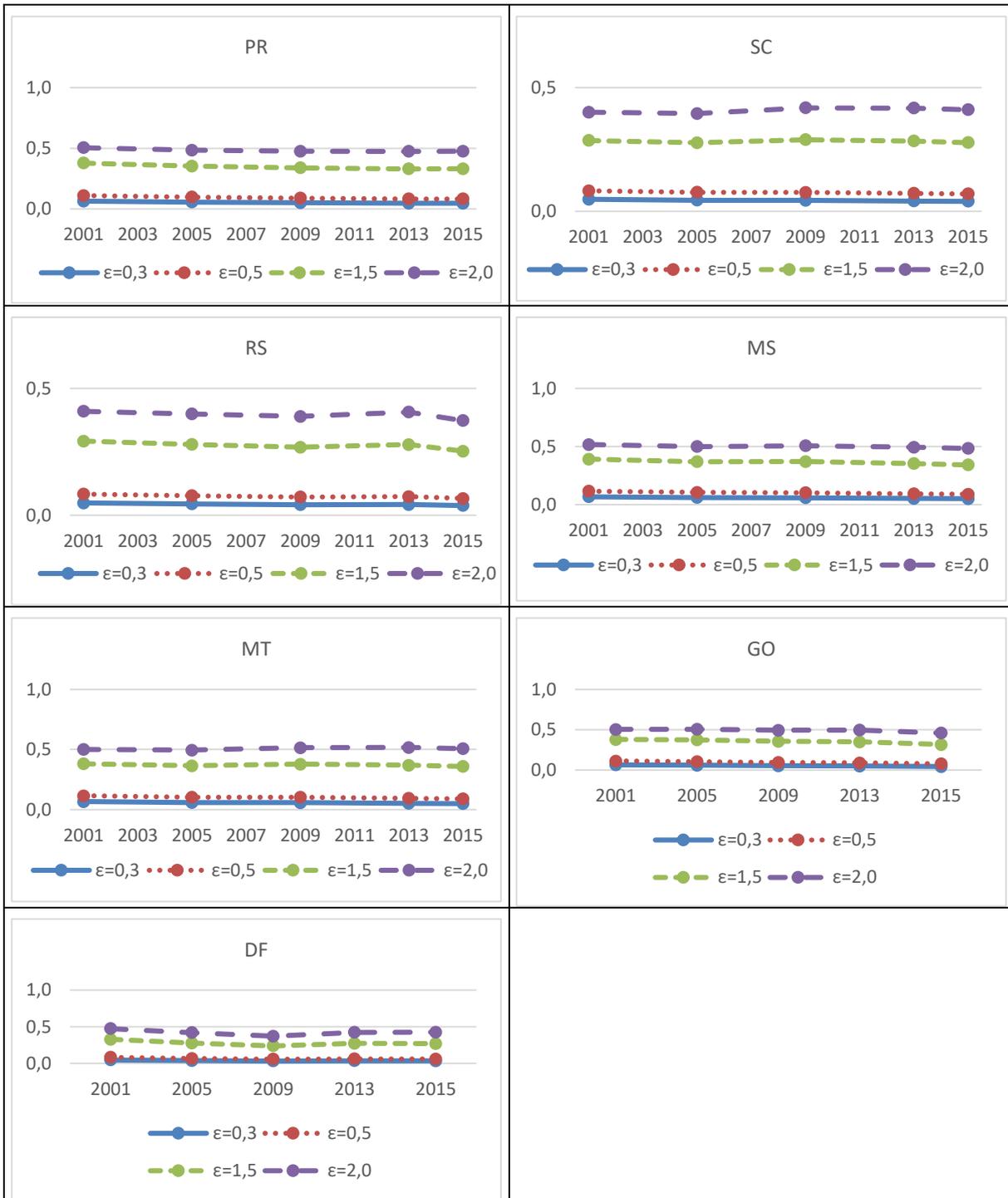


Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.12: Desigualdade dimensão por dimensão: Índice AKS para *educ6* (UFs).**

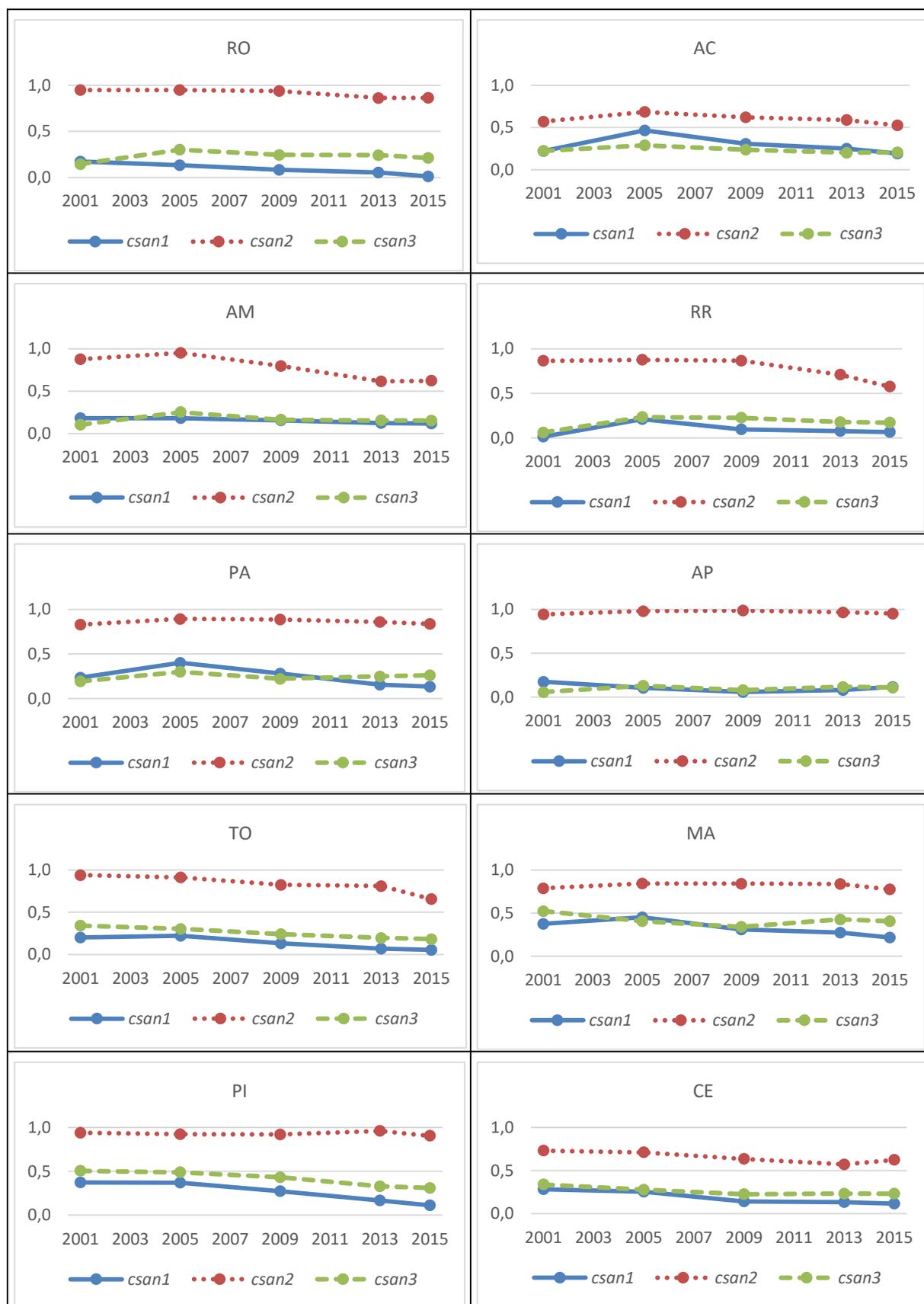


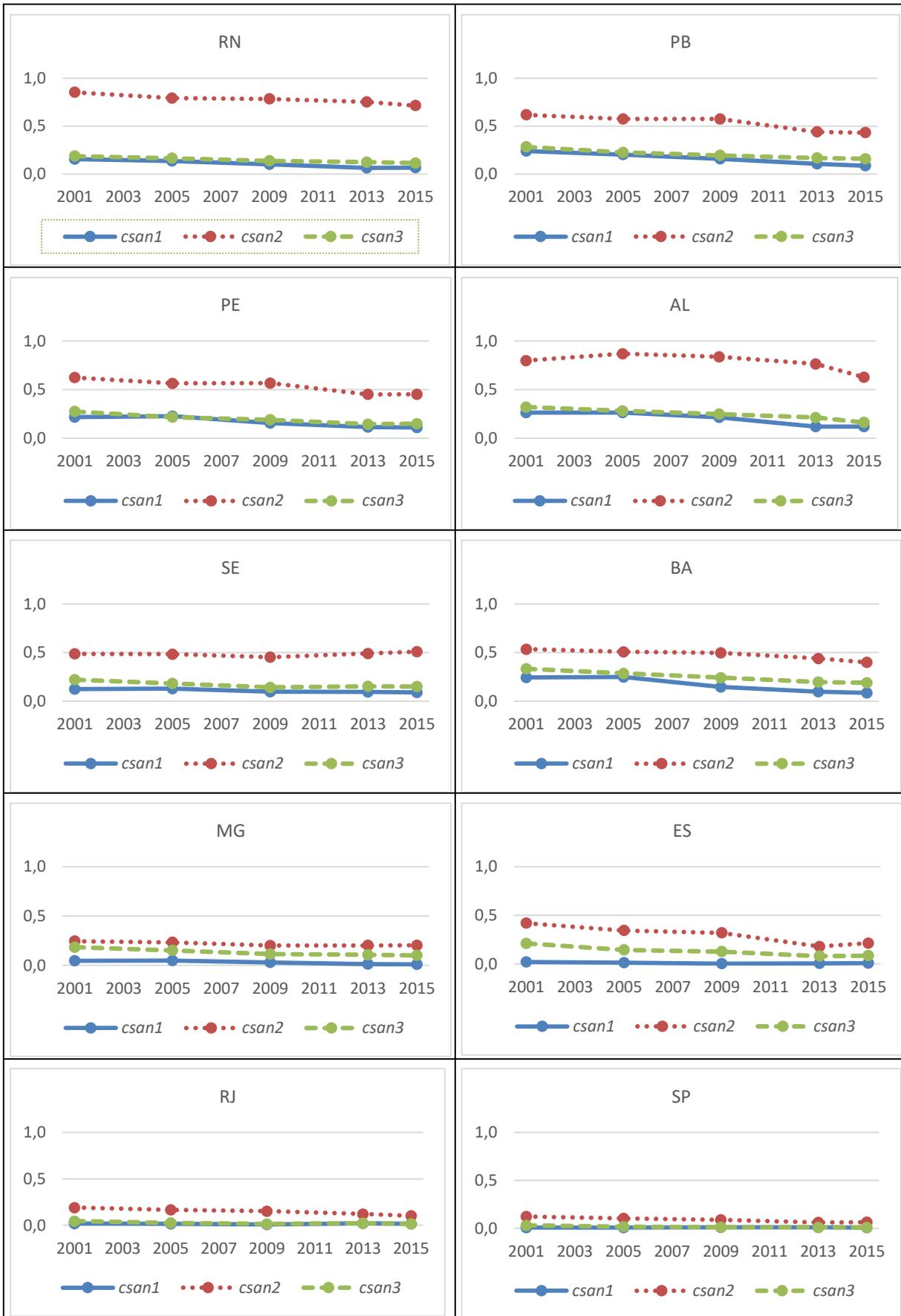


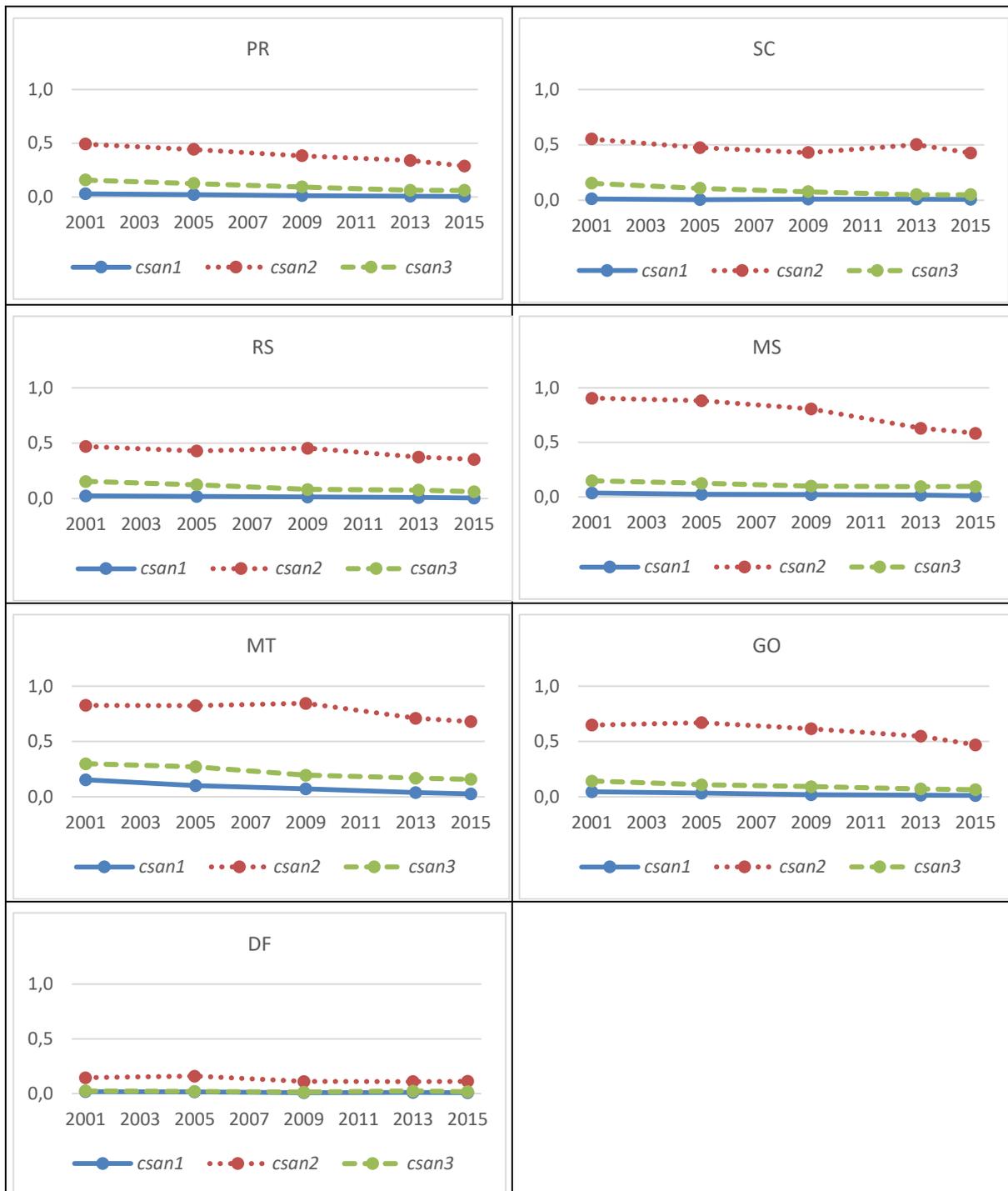


Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.13 – Desigualdade Multidimensional: Condições sanitárias (UFs)**



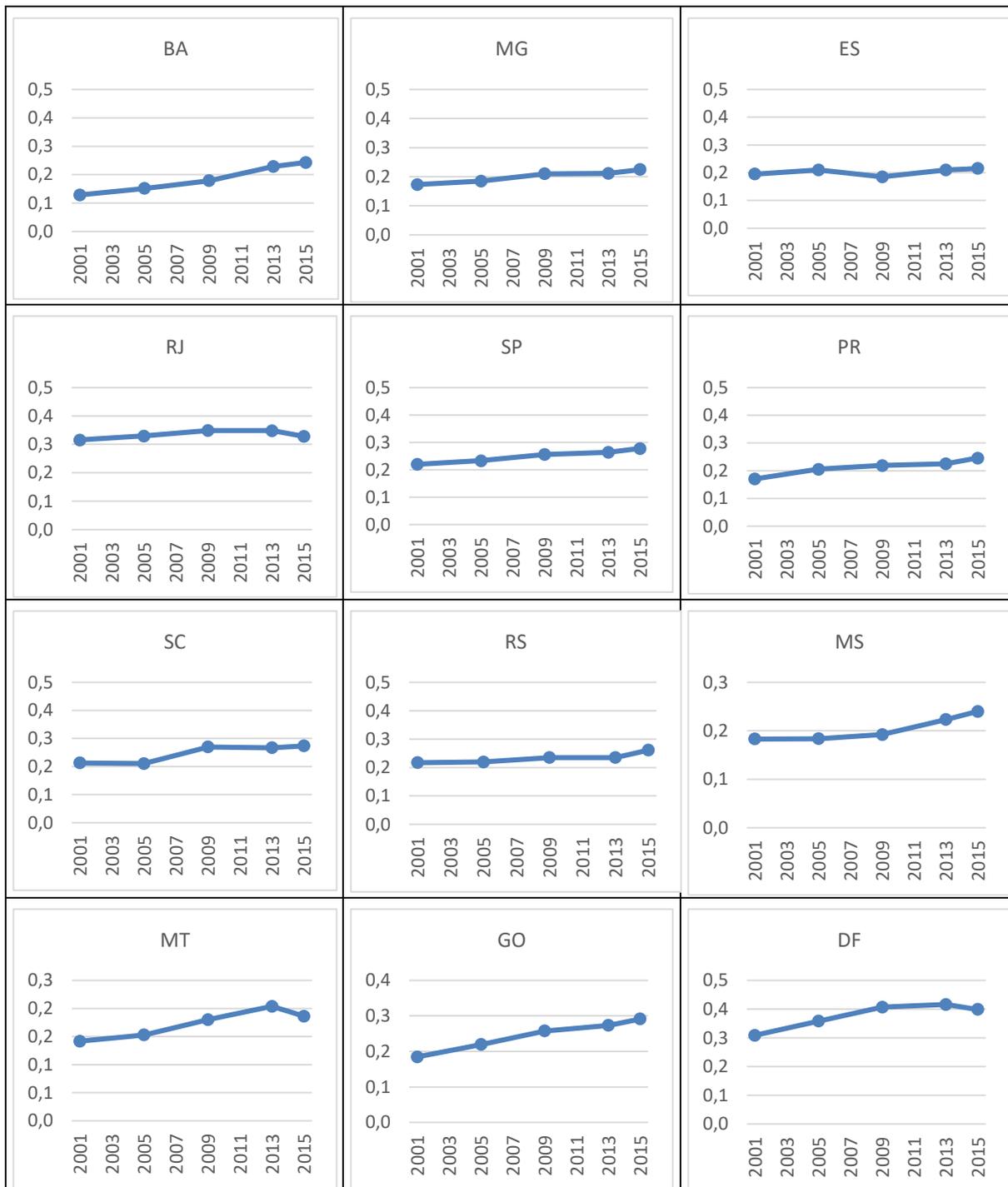




Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.

**Gráfico 2.14 – Desigualdade dimensão por dimensão: Interesse comum (UFs).**





Fonte: Elaboração dos autores, PNADs 2001, 2005, 2009, 2013 e 2015.