

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA

DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

METODOLOGIA PARA ATUALIZAÇÃO DE MODELOS
NUMÉRICOS DE PONTES COM BASE EM DADOS
EXPERIMENTAIS

RENATA NEPOMUCENO MERCE

ORIENTADOR: JOSÉ LUIS VITAL DE BRITO
CO-ORIENTADORA: GRACIELA N. DOZ DE CARVALHO

TESE DE DOUTORADO EM ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL

PUBLICAÇÃO: PECC.TD – 004A/07

BRASÍLIA/DF: JULHO – 2007

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL

METODOLOGIA PARA ATUALIZAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS
DE PONTES COM BASE EM DADOS EXPERIMENTAIS

RENATA NEPOMUCENO MERCE

TESE SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E
AMBIENTAL DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA
UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE DOS REQUISITOS
NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE DOUTOR EM
ESTRUTURAS E CONSTRUÇÃO CIVIL.

APROVADA POR:

Prof.^o José Luis Vital de Brito, DSc (ENC-UnB)
(Orientador)

Prof.^o Luciano Mendes Bezerra, PhD (ENC-UnB)
(Examinador Interno)

Prof.^o Carlos Magluta, DSc (COPPE-UFRJ)
(Examinador Externo)

Prof.^o Roberto Leal Pimentel, PhD (UFPB)
(Examinador Externo)

Prof.^o Miguel Enrique Genovese Soares, DSc (ENC-UnB)
(Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 16 DE JULHO DE 2007.

FICHA CATALOGRÁFICA

MERCE, RENATA NEPOMUCENO	
Metodologia para atualização de modelos numéricos de pontes com base em dados experimentais [Distrito Federal] 2007.	
xxxiii, 236p., 297 mm (ENC/FT/UnB, Doutor, Estruturas e Construção Civil, 2007). Tese de Doutorado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.	
Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.	
1. Pontes	2. Modelos Numéricos
3. Atualização de Modelos numéricos	4. Identificação de Sistemas
I. ENC/FT/UnB	II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MERCE, R. N. (2007). Metodologia para Atualização de Modelos Numéricos de Pontes com base em Dados Experimentais. Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, Publicação PECC.TD – 004A/07, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 236p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Renata Nepomuceno Merce.

TÍTULO: Metodologia para Atualização de Modelos Numéricos de Pontes baseado em Dados Experimentais.

GRAU: Doutor

ANO: 2007

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta tese de doutorado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa tese de doutorado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Renata Nepomuceno Merce
Rua Vicinal Brasília Q B. Chácara 9,
Privê Residencial Itanhanga,
74.692-045 Goiânia – GO – Brasil.

AGRADECIMENTOS

A Deus, acima de todas as coisas, por conduzir sempre a minha vida;

À minha mãe Neide, pelo amor, paciência e tudo que se possa imaginar;

Ao meu pai Nadir, pela experiência e cautela no auxílio de minhas tomadas de decisões;

Ao meu irmão Edmo, por ser simplesmente o maior amigo em tudo;

Ao meu noivo Boris, pela alegria que tem proporcionado a minha vida;

À minha família, paterna e materna, nas pessoas de tia Lili e “mãe Quinquinha”;

À minha querida vovó Bárbara, pela sua alegria e incentivo;

Aos meus orientadores Brito e Graciela por sempre me socorrerem na hora do desespero e pelo apoio;

Aos professores M. Friswell e J. Macdonald, pelo apoio e confiança no meu período de Inglaterra;

In memoriam ao professor Smith, na modelagem da ponte de Clifton e pelo apoio;

Às amigas Ilka, Letícia, Marianna, Paula, Luciana, Jussanã e Érika, com quem morei em Brasília;

À amiga Lucélia, que sempre esteve presente em todos os momentos;

À amiga Andrea, pela companhia nos tempos de Brasília, assim como pelos programas computacionais concedidos;

À Nair, amiga de longo tempo, em Inhumas, Goiânia, Brasília e Inglaterra;

À Suzana pela amizade e por ter cedido a sua sala na UnB para que eu usasse;

Aos amigos brasileiros em Bristol, Alessandra e Marcel;

Aos colegas de sala na Inglaterra, Jonathan Coote e Brano Titurus;

Ao CNpQ e a Capes pelo suporte financeiro no Brasil e no exterior respectivamente;

DEDICATÓRIA

A Deus.
Aos meus pais e irmão.
Ao meu noivo Boris.

RESUMO

METODOLOGIA PARA ATUALIZACAO DE MODELOS NUMÉRICOS DE PONTES BASEADO EM DADOS EXPERIMENTAIS

Autora: Renata Nepomuceno Merce

Orientador: José Luis Vital de Brito

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, julho de 2007

As pontes são estruturas que devido a suas grandes dimensões, longa vida útil e complexidade estrutural, necessitam de uma avaliação regular para garantir o seu uso, segurança e confiabilidade. O modelo modal da ponte baseado em dados experimentais é uma ferramenta utilizada para avaliar estas estruturas, na qual um procedimento de identificação de sistemas é aplicado para identificar os modos de vibração e as frequências naturais. Estes modelos identificados apresentam uma boa precisão na representação do comportamento real da ponte.

O modelo numérico é outra ferramenta útil para representar o comportamento das pontes. O modelo de elementos finitos pode ajudar no projeto de modificação da estrutura, na análise de carregamentos extremos, etc. Entretanto, o nível de exatidão dos modelos numéricos não é suficiente para garantir a precisão requerida na representação das pontes. As imprecisões dos modelos numéricos são geralmente devidas às simplificações realizadas no processo de modelagem, às incertezas nas propriedades geométricas e dos materiais, imprecisões nas condições de contorno, etc.

Para melhorar o modelo numérico de uma ponte, este deve ser atualizado com o intuito de aproximar o comportamento do modelo aos dados modais experimentais, estabelecendo um modelo mais preciso. O princípio deste processo é, baseado nos parâmetros modais obtidos experimentalmente, alterar as matrizes do sistema (matrizes de massa, rigidez e amortecimento) que descrevem completamente o modelo em elementos finitos.

Esta tese tem como objetivo desenvolver uma metodologia capaz de identificar por intermédio de modelos numéricos o comportamento real das pontes. Nesta metodologia, o modelo numérico da ponte em análise é criado e os parâmetros modais experimentais são identificados a partir de dados obtidos de um ensaio dinâmico. Com base nesses parâmetros, o modelo inicial de EF passa por um processo de atualização composto por uma etapa manual e uma automática. Na etapa manual o modelo inicial de EF é revisado e ajustado manualmente para proporcionar uma melhor relação entre as frequências naturais experimentais e numéricas da ponte. Na etapa automática, o modelo de EF manualmente atualizado é novamente alterado por meio de um processo de otimização.

A metodologia proposta é então aplicada na ponte de Clifton, uma ponte pênsil de cabos de ferro projetada por Brunel, que liga Clifton em Bristol a Leigh Woods, em Somerset Norte, Reino Unido.

Palavras chave: Dinâmica das estruturas; Identificação de sistemas; atualização de modelos; Modelagem numérica; Pontes.

ABSTRACT

METHODOLOGY FOR THE UPDATING OF NUMERICAL MODELS OF BRIDGES USING EXPERIMENTAL DATA

Author: Renata Nepomuceno Merce

Supervisor: José Luis Vital de Brito

Programa de Pós-graduação em Estruturas e Construção Civil

Brasília, July of 2007

Bridges are structures that due their immense dimension, long spans, long service life and structural complexity, need a regular inspection and condition assessment to guarantee their serviceability, safety and reliability. The modal model of the bridge based on dynamic measurement has been a tool to evaluate these structures. A system identification procedure is applied to identify the mode shape and natural frequencies. The accuracy of these identified models is very good, and they are able to represent the actual behavior of the bridge.

Numerical model to simulate the physical system of the bridges has been other useful and important tool used to determine the behavior of these structures. The finite element model performs the static and dynamic analysis, help in the design of modification in structures, carry on extreme load analysis, etc. However, the level of accuracy of the numerical model of the bridge, due to simplifications made in modeling, uncertainties in material and geometry proprieties, inaccurate boundary condition, is not enough for the required necessity.

To improve the FE predictions, the model must be realistically updated to produce the experimental observed dynamic measurements and, in this way, establish an accurate finite element model for the bridge. This process can be called model update.

In term of principle of FE model updating, the system of matrices (mass, stiffness, damping matrices) that completely describe the FE analysis are modified or updated with respect to the reference data which are generally the experimental modal parameters.

This thesis focuses on the development of a methodology to the dynamic behavior of bridges. Initially, the structural modal parameters are identified from dynamic measurement. Based on these identified parameters, the initial FE model is updated. The update is compost for a manual and automatic phase. In the manual phase the initial model is revised and manually tuned to match the actual natural frequencies of the bridge more closely. In the automatic phase, the manual tuned FE model is changed again by a optimization method.

The proposed methodology was tested on the Clifton suspension bridge, an iron chain suspension bridge designed by Brunel, spanning the Avon Gorge and linking Clifton in Bristol to Leigh Woods in North Somerset, UK.

Keyword: Structural dynamics; System identification; Model updating; Numerical model; Bridges.

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - OBJETIVOS.....	5
1.2 - CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA	6
2 - METODOLOGIA PARA ATUALIZAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS DE PONTES COM BASE EM DADOS EXPERIMENTAIS.....	8
2.1 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA.....	9
2.1.1 - Modelagem em elementos finitos de pontes	9
2.1.2 - Modelagem modal experimental.....	12
2.1.2.1 - Planejamento do processo de medição.....	12
2.1.2.2 - Identificação de sistemas de pontes	15
2.1.3 - Atualização de modelos de pontes	21
2.1.3.1 - Atualização manual	21
2.1.3.2 - Atualização automática	23
2.2 - DETALHAMENTO DA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DAS PONTES	27
2.2.1 - Primeira Etapa: Modelagem numérica (MN).....	29
2.2.2 - Segunda etapa: Modelagem modal experimental (MME)	29
2.2.3 - Terceira etapa: Atualização do modelo numérico (AMN).....	30
2.3 - UTILIDADE DESTA METODOLOGIA	31
3 - TIPOS DE PONTES E SUAS MODELAGENS NUMÉRICAS.....	33
3.1 - PONTES.....	33
3.2 - MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS	35
3.2.1 - Processo de modelagem em elementos finitos.....	36
3.2.1.1 - Uma abordagem para análise modal de pontes	37

3.3 - DETALHES DE MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS PARA OS VÁRIOS TIPOS DE PONTES	38
3.4 - MODELAGEM DE PONTES EM ELEMENTOS FINITOS PARA ATUALIZAÇÃO	42
4 - ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL DE PONTES	44
4.1 - PLANEJAMENTO DO PROCESSO DE MEDIÇÃO	45
4.1.1 - Seleção dos modos que se pretende identificar	46
4.1.2 - Seleção dos pontos de medição	48
4.1.3 - O método de Lim Gawronski modificado (LGM)	48
4.1.3.1 - Método LG	48
4.1.3.2 - Modificações no método LG: equalização dos modos antes da classificação dos sensores	52
4.1.3.3 - Modificações no método LG para o caso de presença de simetria na estrutura	53
4.1.4 - O método EfI-DPR.....	54
4.2 - ENSAIOS DINÂMICOS PARA PONTES	56
4.3 - IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS	59
4.3.1 - Métodos de identificação de sistemas aplicáveis às pontes	61
4.3.1.1 - Método de Detecção de Pico - PP	62
4.3.1.2 - Método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (<i>Iterative Windowed Curve-fitting Method – IWCM</i>)	66
4.3.1.3 - Método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência (<i>reference-based data-driven stochastic subspace</i>)	74
4.3.1.4 - Método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência (<i>reference-based covariance-driven stochastic realization</i>).....	80
4.3.2 - Análise Modal	84
5 - ATUALIZAÇÃO DE MODELOS DE PONTES	86
5.1 - CORRELAÇÃO DOS DADOS NUMÉRICOS COM RESULTADO DE TESTES	88

5.1.1 - Índice de confiança modal – MAC	89
5.1.2 - Porcentagem de variação da frequência (FER)	90
5.2 - ATUALIZAÇÃO MANUAL DE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS DE PONTES	90
5.3 - ATUALIZAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS DE PONTES	91
5.3.1 - Processo de otimização na atualização automática	92
5.3.2 - Função objetivo e suas restrições	93
5.3.3 - Seleção dos parâmetros de atualização	94
5.3.3.1 - Análise de sensibilidade	96
5.3.4 - Definição do espaço confiável de projeto	97
5.3.5 - Variável de estado e suas restrições	99
5.3.6 - Método de otimização	99
6 - DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS UTILIZADOS	103
6.1 - PROGRAMAS UTILIZADOS NO PROCESSO DE MODELAGEM NUMÉRICA.....	104
6.2 - PROGRAMAS UTILIZADOS NO PROCESSO DE MODELAGEM MODAL EXPERIMENTAL	105
6.2.1 - Programas utilizados no processo de posicionamento ótimo dos sensores.....	105
6.2.1.1 - Dados de entrada para os programas de localização ótima de sensores.....	105
6.2.1.2 - Programa LGM.m – implementação do método de LG modificado.....	106
6.2.1.3 - Programa EfIDPR.m – implementação do método de EfI-DPR.....	107
6.2.2 - Programas utilizados no processo de identificação dos modelos modais	108
6.2.2.1 - Dados de entrada para os programas de identificação de sistemas	109
6.2.2.2 - Programa PPP.m – implementação do método de detecção de pico.....	110
6.2.2.3 - Programa SSIdatP.m – implementação do método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência.	112
6.2.2.4 - Programa SSICovP.m – implementação do método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência.	114
6.2.2.5 - Programa modalDt.m – análise modal.	115

6.3 - PROGRAMAS UTILIZADOS NO PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO	116
6.4 - RESUMO	120
7 - CASO ESTUDADO: PONTE PÊNSIL DE CLIFTON (CLIFTON SUSPENSION BRIDGE – CSB)	121
7.1 - PONTE PÊNSIL DE CLIFTON.....	121
7.1.1 - Histórico da construção da ponte pênsil de Clifton.....	121
7.1.2 - Descrição da ponte pênsil de Clifton.....	123
7.2 - MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS.....	127
7.2.1 - Modelagem em elementos finitos dos cabos e tirantes	129
7.2.2 - Modelagem em elementos finitos da estrutura sustentada.....	133
7.2.3 - Modelagem em elementos finitos das conexões e apoios.....	136
7.2.4 - Considerações importantes na modelagem em elementos finitos.....	138
7.2.4.1 - Considerações adotadas na modelagem em elementos finitos dos cabos e tirantes	138
7.2.4.2 - Considerações adotadas na modelagem em elementos finitos da estrutura sustentada	139
7.2.4.3 - Considerações adotadas na modelagem em elementos finitos das conexões e apoios.....	139
7.3 - ANÁLISE DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS	140
7.3.1 - Análise estática devida ao carregamento próprio.....	140
7.3.2 - Análise modal.....	141
7.4 - ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL	144
7.4.1 - Planejamento do processo de medição da CSB	144
7.4.1.1 - Seleção dos modos que se pretende identificar.....	145
7.4.1.2 - Seleção dos pontos de medição.....	145
7.4.1.3 - Método Lim- Gawronsky modificado (LGM)	146
7.4.1.4 - Método de independência efetiva – resíduo do ponto principal (Efi-DPR) 151	
7.4.2 - Ensaio sob vibração ambiente	154
7.4.3 - Dados coletados	156

7.4.4 - Uso de métodos de identificação de sistemas para determinação do modelo modal das pontes	156
7.4.4.1 - Método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (Iterative Windowed Curve-fitting Method – IWCM)	157
7.4.4.2 - Método de detecção de pico – PP.....	163
7.4.4.3 - Método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência (<i>reference-based data-driven stochastic subspace</i>)	164
7.4.4.4 - Método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência (<i>reference-based covariance-driven stochastic realization</i>)	164
7.4.4.5 - Comparação entre os resultados obtidos a partir da análise modal utilizando os quatro métodos diferentes	165
7.5 - COMPARAÇÃO ENTRE O MODELO EM ELEMENTOS FINITOS E O MODELO EXPERIMENTAL	174
7.6 - ATUALIZAÇÃO MANUAL.....	176
7.7 - ATUALIZAÇÃO AUTOMÁTICA.....	181
7.7.1 - Pré-processamento para atualização automática	182
7.7.1.1 - Variáveis de estado.....	182
7.7.1.2 - Parâmetros candidatos à atualização	182
7.7.1.3 - Espaço confiável de projeto – Análise aleatória	183
7.7.1.4 - Parâmetros de atualização – Análise de sensibilidade	184
7.7.1.5 - Função objetivo	187
7.7.2 - Atualização automática	188
7.7.3 - Histórico do processo de atualização automática da ponte pênsil de Clifton	191
8 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	199
8.1 - CONCLUSÕES	199
8.1.1 - Conclusões sobre a análise realizada sobre a ponte pênsil de Clifton	199
8.1.2 - Conclusões sobre a metodologia de atualização de modelos numéricos	203
8.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS.....	204
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	206

APÊNDICE A - MODELO NO ESPAÇO DE ESTADO	213
A.1 - MODELO NO ESPAÇO DE ESTADO TEMPO CONTINUO.....	213
A.2 - MODELO DE ESPAÇO DE ESTADO DE TEMPO DISCRETO.....	215
A.3 - MODELO ESTOCÁSTICO DE ESPAÇO DE ESTADO	217
APÊNDICE B - CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE	220
B.1 - CONTROLABILIDADE NO DOMÍNIO DO TEMPO DISCRETO.....	221
B.2 - OBSERVABILIDADE NO DOMÍNIO DO TEMPO DISCRETO.....	226
APÊNDICE C - METODOLOGIA PARA ATUALIZAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS DE PONTES.....	229

LISTA DE TABELAS

Tabela 6. 1 – Dados gerais sobre os programas.	120
Tabela 7. 1 – Características geométricas dos elementos que constituem os cabos do vão central da CSB.	130
Tabela 7. 2 – Características geométricas dos elementos que constituem os cabos dos vãos externos da CSB.	131
Tabela 7. 3 – Características geométricas do elementos que constituem os tirantes da CSB.	132
Tabela 7. 4 – Características geométricas dos elementos que constituem as transversinas da CSB.	134
Tabela 7. 5 – Características geométricas dos elementos que constituem as longarinas e os parapeitos da CSB.	135
Tabela 7. 6 – Características geométricas dos elementos utilizados para modelar o tabuleiro da CSB.	136
Tabela 7. 7 – Dados gerais relacionados ao modelo numérico da CSB.	138
Tabela 7. 8 – Reações de apoio da CSB.	140
Tabela 7. 9 – Frequências naturais dos modos verticais da análise numérica da ponte pênsil de Clifton.	141
Tabela 7. 10 – Frequências naturais dos modos laterais da análise numérica da ponte pênsil de Clifton.	142
Tabela 7. 11 – Frequências naturais dos modos torsionais da análise numérica da ponte pênsil de Clifton.	142
Tabela 7. 12 – Frequências naturais dos modos longitudinais da análise numérica da ponte pênsil de Bristol.	143

Tabela 7. 13 – Frequências naturais dos modos verticais obtidos pela análise modal experimental da ponte pênsil de Clifton utilizando o método IWCM.....	157
Tabela 7. 14 – Frequências naturais dos modos laterais obtidos pela análise modal experimental da ponte pênsil de Clifton utilizando o método IWCM.....	158
Tabela 7. 15 – Frequências naturais dos modos torsionais obtidos pela análise modal experimental da ponte pênsil de Clifton utilizando o método IWCM.....	158
Tabela 7. 16 – Frequências naturais de vibração dos modos verticais identificadas pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref.....	166
Tabela 7. 17 – Frequências naturais de vibração dos modos torsionais identificadas pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref.....	170
Tabela 7. 18 – Frequências naturais de vibração dos modos laterais identificadas pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref.....	173
Tabela 7. 19 – Índices MAC e FER entre os modos verticais experimentais e numéricos.	175
Tabela 7. 20 – Índices MAC e FER entre os modos torsionais experimentais e numéricos.	175
Tabela 7. 21 – Índices MAC e FER entre os modos laterais experimentais e numéricos.	175
Tabela 7. 22 – Resultados estatísticos para a primeira atualização manual (mudanças nas conexões do tabuleiro).	177
Tabela 7. 23 – Resultados estatísticos para a segunda atualização manual (mudanças nas conexões do tabuleiro).	177
Tabela 7. 24 – Resultados estatísticos para a terceira atualização manual – modelo 3AM/a (mudanças nos cabos da ponte).....	177
Tabela 7. 25 – Resultados estatísticos para a terceira atualização manual – modelo 3AM/b (mudanças nos cabos da ponte).....	177

Tabela 7. 26 – Índices MAC e FER entre os modos verticais experimentais e numéricos manualmente atualizados.....	178
Tabela 7. 27 – Índices MAC e FER entre os modos torsionais experimentais e numéricos manualmente atualizados.....	178
Tabela 7. 28 – Índices MAC e FER entre os modos laterais experimentais e numéricos manualmente atualizados.....	179
Tabela 7. 29 – Frequências naturais dos modos verticais obtidos da análise numérica do modelo S, manualmente atualizado, da ponte pênsil de Clifton.....	180
Tabela 7. 30 – Frequências naturais dos modos laterais obtidos da análise numérica do modelo S, manualmente atualizado, da ponte pênsil de Clifton.....	180
Tabela 7. 31 – Frequências naturais dos modos torsionais obtidos da análise numérica do modelo S, manualmente atualizado, da ponte pênsil de Clifton.....	181
Tabela 7. 32 – Parâmetros candidatos a atualização.	183
Tabela 7. 33 – Espaço confiável de projeto para os parâmetros candidatos a atualização.	184
Tabela 7. 34 – Parâmetros de atualização.....	187
Tabela 7. 35 – Índices MAC e FER entre os modos verticais experimentais e numéricos atualizados.	188
Tabela 7. 36 – Índices MAC e FER entre os modos torsionais experimentais e numéricos atualizados.	189
Tabela 7. 37 – Índices MAC e FER entre os modos laterais experimentais e numéricos atualizados.	189
Tabela 7. 38 – Frequências naturais experimentais e numéricas e índices FER para os modos verticais do modelo numérico inicial e do modelo atualizado.....	189
Tabela 7. 39 - Frequências naturais experimentais e numéricas e índices FER para os modos torsionais do modelo numérico inicial e do modelo atualizado.....	190

Tabela 7. 40 - Frequências naturais experimentais e numéricas e índices FER para os modos laterais do modelo numérico inicial e do modelo atualizado.....	190
Tabela 7. 41- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática.....	191
Tabela 7. 42- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática 01.....	194
Tabela 7. 43- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática 02.....	196
Tabela 7. 44- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática 03.....	196
Tabela 7. 45- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática 04.....	197
Tabela 7. 46- Porcentagem de variação das frequências entre os modos verticais experimentais e os numéricos obtidos pelas quatro atualizações automáticas.....	197
Tabela 7. 47- Porcentagem de variação das frequências entre os modos torsionais experimentais e os numéricos obtidos pelas quatro atualizações automáticas.....	197
Tabela 7. 48- Porcentagem de variação das frequências entre os modos laterais experimentais e os numéricos obtidos pelas das quatro atualizações automáticas.....	198

LISTA DE FIGURAS

Figura 1. 1 - Ponte JK – Brasília, DF (2002).....	1
Figura 1. 2 - Ponte Hercílio Luz - Foto: Pedro Rocha.....	2
Figura 1. 3 - Ponte Rio-Niterói – (GALEB, 2002).....	2
Figura 1. 4 - Trecho do viaduto que desabou no Rio de Janeiro (Cunha <i>et al.</i> , 1998).....	3
Figura 1. 5 - Região colapsada da ponte no Rio Grande do Sul (Cunha <i>et al.</i> , 1998).....	3
Figura 1. 6 - Rachadura na ponte dos Remédios, em São Paulo (Cunha <i>et al.</i> , 1998).....	4
Figura 1. 7 – Desabamento de um trecho da ponte Capivari (Folhaonline, 2005).....	4
Figura 2. 1 - Procedimento básico para a obtenção de um modelo atualizado em elementos finitos.....	9
Figura 2. 2– Fluxograma da metodologia proposta.....	28
Figura 3. 1 – Tipos de Pontes: a) ponte tipo viga b) ponte tipo arco c) ponte suspensa e d) ponte estaiada.	34
Figura 3. 2– Modelo em elementos finitos da ponte Z24 (Garibaldi <i>et al.</i> , 2003).	39
Figura 3. 3 – Estratégia de modelagem para seções transversais compostas: a) seção transversal; b) elementos finitos (Wang <i>et al.</i> 2005).....	39
Figura 3. 4 – Modelo em elementos finitos da ponte estaiada Second Severn Crossing (SSC) (Wendy e Macdonald, 2007).	40
Figura 3. 5 – Modelo em elementos finitos da ponte Lagoncinha (Costa <i>et al.</i> , 2002).....	40
Figura 3. 6 – Modelo de elementos finitos da ponte Beichuan (Jaishi e Ren, 2005).	41
Figura 3. 7 – Modelo em elementos finitos da ponte Roebling (a) modelo completo (b) vão central e treliças (c) parte do modelo em elementos finitos (torres e cabos) (Ren <i>et al.</i> , 2004).....	42

Figura 3. 8 – Modelagem de condições de contorno utilizando elementos mola (Brownjohn <i>et al.</i> , 2001).....	43
Figura 3. 9 – Modelagem de um elemento com dano (elemento fraco) (Brownjohn <i>et al.</i> , 2001).....	43
Figura 4. 1 – Fluxograma do processo de modelagem modal experimental.	45
Figura 4. 2 – Detalhes do método de seleção dos modos de interesse.	47
Figura 4. 3 – Relação entre a entrada e a resposta em ensaios.....	57
Figura 4. 4 – Variantes do Processo de Identificação de Sistemas.....	60
Figura 4. 5 – Característica gerais dos métodos propostos para utilização na metodologia.	62
Figura 4. 6 – Representação esquemática do método IWCM, para cálculo dos parâmetros modais a partir PSDs.	73
Figura 5. 1 – Fluxograma do processo de atualização de modelos numéricos.....	87
Figura 5. 2 – erros no modelo numérico versus tipo de atualização.	88
Figura 5. 3 – Esquema de uma: (a) pobre seleção dos parâmetros de atualização; (b) boa seleção dos parâmetros de atualização.	95
Figura 5. 4 – Esquema de uma longarina de uma ponte.....	96
Figura 5. 5 – Exemplos de definição de espaços confiáveis.	99
Figura 6. 1 – Fluxograma do programa MPIPES.mac.	106
Figura 6. 2 – Fluxograma do programa LGM.m.	107
Figura 6. 3 – Fluxograma do programa EfIDPR.m.	108
Figura 6. 4 – Denominação dos acelerômetros presentes na estrutura.	109
Figura 6. 5 – Modelo de construção das matrizes com os registros do experimento.	110

Figura 6. 6 – Fluxograma do programa PPP.m.	111
Figura 6. 7 – Fluxograma do programa SSIatP.m.	113
Figura 6. 8 – Fluxograma do programa SSICovP.m.	114
Figura 6. 9 – Fluxograma do programa modalDt.m.	115
Figura 6. 10 – Arquivos de programas necessários para a realização da atualização automática.	116
Figura 6. 11 – Exemplos de comandos em ANSYS para cada tipo de análise de otimização.	119
Figura 7. 1 – Ponte Pênsil de Clifton – Bristol.	121
Figura 7. 2 – Ponte pênsil de Clifton – Bristol.	122
Figura 7. 3 – Ponte Suspensa de Clifton (Barlon, 1867).	123
Figura 7. 4 – a) Composição dos cabos; b) Ligação entre cabos.	124
Figura 7. 5 – Fotos mostrando os detalhes do cabo.	124
Figura 7. 6 – Foto dos pinos de ligação de barras.	124
Figura 7. 7 – Foto de um tirante da CSB.	125
Figura 7. 8 – Seção transversal da CSB.	125
Figura 7. 9 – Conexões e apoios existentes na ponte pênsil de Clifton.	126
Figura 7. 10 – Ancoragem da CSB.	126
Figura 7. 11 – Seção transversal na extremidade da CSB.	127
Figura 7. 12 – Modelo inicial em elementos finitos da CSB.	127
Figura 7. 13 – Geometria do elemento BEAM44.	129
Figura 7. 14 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem dos cabos do vão central da CSB.	130

Figura 7. 15 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem dos cabos dos vãos externos da CSB.	131
Figura 7. 16 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem dos tirantes da CSB. ...	132
Figura 7. 17 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem das transversinas da CSB.	133
Figura 7. 18 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem das longarinas e parapeitos da CSB.	135
Figura 7. 19 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem do tabuleiro da CSB. ..	136
Figura 7. 20 – Modelagem das ancoragens da CSB.	136
Figura 7. 21 – Condição de contorno na extremidade do tabuleiro da CSB.	137
Figura 7. 22 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem da junção entre as correntes do vão central e dos laterais da CSB.	137
Figura 7. 23 – Berço de pontes Suspensas.	139
Figura 7. 24 – Deformada da CSB após análise estática.	140
Figura 7. 25- Primeiro modo de vibração predominantemente lateral.	143
Figura 7. 26 -Primeiro modo de vibração predominantemente vertical.	143
Figura 7. 27 - Primeiro modo de vibração predominantemente torsional.	144
Figura 7. 28– Locais possíveis para o posicionamento dos sensores – Tabuleiro da ponte pênsil de Clifton.	145
Figura 7. 29 – Classificação dos sensores segundo o método LGM – Modos verticais – Tabuleiro da ponte pênsil de Clifton.	146
Figura 7. 30 – Localização dos sensores segundo o método LGM – Modos verticais – Tabuleiro da ponte pênsil de Clifton.	146
Figura 7. 31 - Eixos de simetria determinados para a ponte pênsil de Clifton.	147

Figura 7. 32 – Classificação dos sensores segundo o método LGM considerando eixo de simetria– Modos verticais – Tabuleiro da ponte pênsil de Bristol.	147
Figura 7. 33 – Localização dos sensores segundo o método LGM considerando eixo de simetria – Modos verticais – Tabuleiro da ponte pênsil de Clifton.....	148
Figura 7. 34 – Localização dos sensores segundo o método LGM e a utilizada no ensaio.	148
Figura 7. 35 – Modos de vibração verticais em elementos finitos – pontos dos sensores obtidos pelo método LGM (1° ao 6° modos verticais obtidos).....	149
Figura 7. 36 – Modos de vibração verticais em EF– pontos dos sensores obtidos pelo método LGM (7° ao 12° modos verticais obtidos).....	150
Figura 7. 37 – Localização dos sensores segundo o método Efi-DPR e a utilizada no ensaio.....	151
Figura 7. 38 – Modos de vibração verticais em elementos finitos – pontos dos sensores obtidos pelo método Efi-DPR (1° ao 6° modos verticais obtidos).....	152
Figura 7. 39 – Modos de vibração verticais em elementos finitos – pontos dos sensores obtidos pelo método Efi-DPR (7° ao 12° modos verticais obtidos).	153
Figura 7. 40 – Determinante da matriz Fisher versus número de sensores.	154
Figura 7. 41 – Servo acelerometro utilizado no ensaio da ponte de Clifton.....	155
Figura 7. 42 - Equipamentos utilizados para aquisição dos sinais provenientes dos acelerômetros.....	155
Figura 7. 43 – Clifton Suspension Bridge, seções transversais onde foram locados os acelerômetros (Macdonald, 2007).	156
Figura 7. 44– Modos verticais de vibração – IWCM (V1 – V6).....	159
Figura 7. 45 – Modos verticais de vibração – IWCM (V7 – V12).....	160
Figura 7. 46 – Modos torsionais de vibração – IWCM (T1 – T6).....	161

Figura 7. 47 – Modos torsionais de vibração – IWCM (T7 – T11).....	162
Figura 7. 48 – Modos laterais de vibração – IWCM (L1 – L4).....	163
Figura 7. 49 – Densidade espectral para os modos verticais.	166
Figura 7. 50 – Comparação entre os modos verticais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (V1 – V6).	167
Figura 7. 51 – Comparação entre os modos verticais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (V7 – V12).	168
Figura 7. 52 – Densidade espectral para os modos torsionais.	169
Figura 7. 53 – Comparação entre os modos torsionais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (T1 – T6)	171
Figura 7. 54 – Comparação entre os modos torsionais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (T7 – T11).	172
Figura 7. 55 – Densidade espectral para os modos laterais.	173
Figura 7. 56 – Comparação entre os modos laterais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (L1 – L4).	174
Figura 7. 57 – Porcentagem de variação de frequência média entre todos os a) modos verticais, b) modos torsionais e c) modos laterais.	179
Figura 7. 58 - Gráfico obtido com a análise aleatória – Massa específica dos cabos sobre o vão central x função objetivo.	184
Figura 7. 59 – Análise de sensibilidade para os parâmetros candidatos a atualização do tabuleiro.	185
Figura 7. 60 – Análise de sensibilidade para os parâmetros candidatos a atualização dos cabos e tirantes (massa específica e módulo de elasticidade).	186
Figura 7. 61 – Análise de sensibilidade para os parâmetros candidatos a atualização dos cabos e tirantes (momento de inércia em relação a direção Y e Z.	186

Figura 7. 62 – Análise de sensibilidade para os parâmetros candidatos à atualização das vigas.....	187
Figura 7. 63 – Função objetivo x iterações.....	190
Figura 7. 64 – Função objetivo x iterações para 5 diferentes projetos de atualização automática.....	191
Figura 7. 65 – Análise de sensibilidade para todos os parâmetros candidatos a atualização automática em relação a função objetivo (atualização automática 01).	193
Figura 7. 66 – Análise de sensibilidade para as massas específicas e módulo de elasticidade de toda a estrutura da ponte e as variáveis de estado (atualização automática 02).	195

LISTA DE SÍMBOLOS, NOMENCLATURA E ABREVIACÕES

LETRAS ROMANAS MAIÚSCULAS

A	<i>Matriz de estado discreta</i>
A_c	<i>Matriz de estado contínua, com dimensão (2n x 2n)</i>
A_{qs}	<i>Amplitude do modo q no sensor s</i>
\hat{A}	<i>Estimativa da matriz de estado A</i>
A(f_k)	<i>Transformada discreta de Fourier da resposta discreta no tempo</i>
A^T(f_k)	<i>Transposta conjugada da transformada discreta de Fourier da resposta discreta no tempo</i>
B	<i>Matriz de entrada discreta</i>
B_c	<i>Matriz de entrada contínua, com dimensão (2n x m)</i>
B₂	<i>Matriz que descreve a posição em que a excitação é aplicada com dimensão (n x m)</i>
C	<i>Matriz de saída discreta</i>
C_a	<i>Matrizes de influência para aceleração, com dimensão (l x 2n)</i>
C_c	<i>Matriz de saída para o vetor de estado contínuo no tempo x, com dimensão (l x 2n)</i>
C_d	<i>Matrizes de influência para deslocamento, com dimensão (l x 2n)</i>
C_v	<i>Matrizes de influência para velocidade, com dimensão (l x 2n)</i>
C_i^{ref}	<i>Matriz de controlabilidade, com dimensão (n x r_i)</i>
C₂	<i>Matriz de amortecimento global do sistema</i>
\hat{C}	<i>Estimativa da matriz de saída discreta C</i>
D	<i>Matriz de transmissão discreta</i>
D_c	<i>Matriz de transmissão contínua</i>
DPR_s	<i>Coefficiente do ponto principal referente ao sensor s (Driving-Point Residue)</i>
D_f	<i>Variáveis de estado do projeto de otimização</i>
E_s	<i>Redução fracional do determinante da matriz Q^f se o sensor s é eliminado do conjunto de sensores candidatos - identificação efetiva (EfI).</i>

G	<i>Matriz de covariância das saídas (Next-state output covariance matrix), (n x l)</i>
G^{ref}	<i>Matriz de covariância das saídas de referência (Next-state output covariance matrix)</i>
\hat{G}^{ref}	<i>Estimativa da matriz G^{ref}</i>
H	<i>Matriz Hankel</i>
H(f)	<i>Função de resposta em frequência do sistema</i>
I	<i>Matriz de identidade</i>
K	<i>Matriz de rigidez global do sistema</i>
K_k	<i>Matriz de ganho do filtro Kalman</i>
K^{new}	<i>Matriz de rigidez global do sistema – Modelo numérico atualizado</i>
L₁	<i>Matriz que seleciona as saídas de referência, com dimensão (r x l)</i>
M	<i>Matriz de massa global do sistema</i>
M^{new}	<i>Matriz de massa global do sistema – Modelo numérico atualizado</i>
N	<i>Número de colunas da matriz Hankel</i>
N_f	<i>Número de conjuntos de modelos confiáveis determinado no projeto de otimização</i>
N_r	<i>Número máximo de iterações determinadas no projeto de otimização</i>
N₁	<i>Número de iterações permitidas</i>
O_i	<i>Matriz de observabilidade, com dimensão (li x n)</i>
P_a	<i>Função de penalidade aplicada à variável de projeto (Otimização)</i>
P_{es}	<i>Ponto de eixo de simetria da ponte</i>
P_g, P_h e P_w	<i>Funções de penalidades aplicadas às variáveis de estado (Otimização)</i>
P_i^{ref}	<i>Matriz de projeção</i>
P_{k+1}	<i>Matriz de covariância do estado</i>
P_p	<i>Matriz bloco de observabilidade</i>
PSD_{qs}	<i>Magnitude do pico para o modo q de vibração no ponto s</i>
PSD_{ref_q}	<i>Magnitude do pico para o modo q no ponto correspondente ao sensor de referência</i>
PSD_{ref_q}	<i>Magnitude do pico para o modo q no ponto correspondente ao sensor de referência.</i>
Q^f	<i>Matriz de informação Fisher</i>

\mathbf{Q}_k	<i>Matriz de controlabilidade, com dimensão $(2n \times m)$</i>
\mathbf{Q}	<i>Matriz ortonormal, com dimensão $(N \times N)$ da decomposição QR</i>
$Q(a, q_p)$	<i>Função objetivo irrestrita adimensional (Otimização)</i>
\mathbf{R}	<i>Matriz triangular inferior, com dimensão $((r + l)l \times N)$ da decomposição QR</i>
\mathbf{R}_i	<i>Matriz de covariância das saídas para um retardo de tempo arbitrário i</i>
$\mathbf{R}_i^{\text{ref}}$	<i>Matriz de covariância das saídas de referência para um retardo de tempo arbitrário i</i>
$\hat{\mathbf{R}}_i$	<i>Estimativa da matriz de covariância \mathbf{R}_i</i>
$\hat{\mathbf{R}}_i^{\text{ref}}$	<i>Estimativa da matriz de covariância das saídas de referência $\mathbf{R}_i^{\text{ref}}$</i>
$R_{xx}(\tau)$	<i>Funções de covariância do processo aleatório $x_k(t)$</i>
$R_{xy}(\tau)$	<i>Funções de covariância cruzada entre os processos aleatórios $x_k(t)$ e $y_k(t)$</i>
$R_{yy}(\tau)$	<i>Funções de covariância do processo aleatório $y_k(t)$</i>
$\bar{\mathbf{R}}$ e $\bar{\mathbf{S}}$	<i>Vetores singulares associados</i>
\mathbf{S}	<i>Matriz diagonal contendo os valores singulares em ordem decrescente, com dimensão $(l_i \times r_i)$</i>
$S_{\text{wind}}(f)$	<i>Um espectro estimado para o carregamento do vento</i>
$S_{xx}(f)$	<i>Funções densidade espectral de potência do processo aleatório $x_k(t)$</i>
$S_{xy}(f)$	<i>Função densidade espectral de potência cruzada entre os processos aleatórios $x_k(t)$ e $y_k(t)$</i>
$S_{yy}(f)$	<i>Funções densidade espectral de potência do processo aleatório $y_k(t)$</i>
S_y	<i>Função densidade espectral de potência estimada</i>
S_c	<i>Coefficiente de sensibilidade</i>
S_{max}	<i>O máximo comprimento de passo para a linha de alcance (Método de otimização)</i>
S_w	<i>Função de parâmetros do vento</i>
$\mathbf{T}_{l i}^{\text{ref}}$	<i>Matriz Toeplitz formada pelas matrizes de covariância das saídas de referência, com dimensão $(l_i \times r_i)$</i>
\mathbf{U} e \mathbf{V}	<i>Vetores singulares associados</i>
\mathbf{V}_i	<i>Matriz de resíduos</i>

\mathbf{W}_i	<i>Matriz de resíduos</i>
\mathbf{W}	<i>Matriz de peso</i>
$W_h(f)$	<i>Função janela Hanning, definida no domínio da frequência</i>
$\hat{\mathbf{X}}_i$	<i>Seqüência de estado do filtro Kalman</i>
\mathbf{Y}_f e $\mathbf{Y}_p^{\text{ref}}$	<i>Partes da matriz Hankel de dados</i>
$\mathbf{Y}_{ i}$	<i>Matriz Hankel com apenas uma linha bloco, com dimensão $(l \times N)$</i>

LETRAS ROMANAS MINÚSCULAS

\mathbf{a}_j	<i>Vetor com os parâmetros de atualização para a iteração j</i>
b	<i>O melhor conjunto de resultados encontrado no processo de atualização (Método de otimização)</i>
c	<i>Índice dos parâmetros de atualização</i>
$d^{(j)}$	<i>Vetor direção (Método de otimização)</i>
e	<i>Índice dos excitadores.</i>
f	<i>índice das saídas futuras</i>
f_n	<i>Frequência natural sem amortecimento</i>
$\mathbf{f}(t)$	<i>Força de excitação</i>
f_o	<i>Funcao objetivo</i>
f_{o0}	<i>Função objetivo de referência que é selecionada do grupo corrente de conjuntos de projeto</i>
g	<i>índice dos modos de vibração obtidos experimentalmente</i>
$g_i(\mathbf{a})$, $w_i(\mathbf{a})$ e $h_i(\mathbf{a})$	<i>Variáveis de estado</i>
h	<i>índice dos modos de vibração obtidos numericamente</i>
i	<i>Rertado de tempo arbitrário (time lag)</i>
j	<i>Índice de iteração do processo de atualização</i>
k	<i>Rigidez elástica equivalente do modelo</i>
k	<i>Número de passo de tempo (Δt)</i>
l	<i>Número de pontos de medição (número de sensores)</i>
l_c	<i>Número de pontos candidatos a localização de sensores</i>
m	<i>Massa equivalente do modelo</i>
m	<i>Número de entrada no tempo contínuo</i>
$m1 + m2 + m3$	<i>Número de variáveis de estado</i>
n	<i>Número de graus de liberdade do sistema</i>

n_c	<i>Número de sensores candidatos</i>
n_d	<i>Número de frequências obtidas experimentalmente</i>
n_f	<i>Número total de conjunto de modelos confiáveis</i>
ngl	<i>Número de graus de liberdade que deseja-se obter em cada nó (varia de 1 a 3)</i>
n_i	<i>Número de modos de vibração que se deseja identificar</i>
n_j	<i>Número de iterações</i>
n_r	<i>Número de iterações aleatórias realizadas para cada análise</i>
p	<i>Índice das saídas passadas</i>
p	<i>Número de pontos candidatos a localização de excitadores</i>
q	<i>Índice dos modos de vibração, i índice dos modos de vibração experimentais</i>
q_p	<i>Parâmetro de resposta de superfície que controla a satisfação das restrições</i>
$\ddot{\mathbf{q}}(t)$	<i>Vetor de acelerações, contínuo no tempo</i>
$\dot{\mathbf{q}}(t)$	<i>Vetor de velocidades, contínuo no tempo</i>
$\mathbf{q}(t)$	<i>Vetor de deslocamentos, contínuo no tempo</i>
r	<i>Índice dos modos de vibração que se deseja identificar</i>
r	<i>Número de pontos de medição de referência</i>
s_j	<i>Escalar que define o passo do ajuste (Método de otimização)</i>
s	<i>índice dos Pontos de medição</i>
s_j^*	<i>Comprimento de passo mais largo possível para a linha de alcance da iteração corrente internamente calculada (Método de otimização)</i>
$\mathbf{u}(t)$	<i>Vetor que descreve as entradas no tempo, com dimensão (m)</i>
v_c	<i>Número de parâmetro candidatos a atualização</i>
w	<i>Número de modos de vibração obtidos experimentalmente</i>
w	<i>Função filtro usada para evitar leakage.</i>
$w_h(t)$	<i>Função janela Hanning, definida no domínio do tempo</i>
$x_k(t), y_k(t)$	<i>Processos aleatórios estacionários</i>
$\mathbf{x}(t)$	<i>Vetor de estado de controle contínuo no tempo, com dimensão ($2n$)</i>
\mathbf{x}_k	<i>Vetor de estado de controle discreto no tempo</i>
$\hat{\mathbf{x}}_k$	<i>Estimativa do vetor de estado de controle discreto no tempo, \mathbf{x}_k</i>
$\mathbf{y}(t)$	<i>Vetor de saídas contínua no tempo, com dimensão (l)</i>

\mathbf{y}_k	<i>Medidas de saídas discreta no tempo</i>
$\mathbf{y}_k^{\text{ref}}$	<i>Medidas de saída de referência discreta no tempo, com dimensão $(r \times 1)$</i>
$\tilde{\mathbf{y}}_k^{\text{ref}}$	<i>Medidas das saídas que não são de referencia, com dimensao $(l - r \times 1)$</i>
z	<i>Número de valores singulares não nulo</i>

LETRAS GREGAS MAIÚSCULAS

Γ_{LG}	<i>Matriz de contribuição, método LG</i>
ΔD	<i>Tamanho do passo de diferença (em porcentagem)</i>
Δt	<i>Intervalo da amostra</i>
Λ	<i>Matriz diagonal contendo autovalores complexos discretos no tempo, $(n \times n)$</i>
Λ_{C}	<i>Matriz diagonal contendo autovalores complexos contínuos no tempo, $(n \times n)$</i>
Λ_{exp}	<i>Matriz diagonal contendo os autovalores experimentais</i>
Λ_{EF}	<i>Matriz diagonal contendo os autovalores numéricos</i>
Σ	<i>Valores singulares da matriz Hankel (HSV)</i>
Σ_z	<i>Vetor contendo diagonal de valores singulares não nulos, com dimensão (z)</i>
Σ_{se}	<i>Valores singulares da matriz Hankel para o sensor s e o excitador e</i>
Σ'	<i>Valores singulares nao nulos da matriz Hankel</i>
Φ_q	<i>Matrizes cujas colunas representam as partes observadas dos autovetores do sistema Ψ</i>
Φ_{n_i}	<i>Matriz composta com os n_i modos de vibração selecionados para identificação nos n_c pontos onde os sensores candidatos estão localizados</i>
$\Phi_{n_i s}$	<i>Vetor dos modos desejados associados ao sensor candidato s</i>
Ψ	<i>Matriz cujas colunas representam os autovetores do sistema discreto no tempo, $(n \times n)$</i>
Ψ_{C}	<i>Matriz cujas colunas representam os autovetores do sistema contínuo, $(n \times n)$</i>
Ψ_{exp}	<i>Matriz cujas colunas representam os autovetores experimentais</i>
Ψ_{EF}	<i>Matriz cujas colunas representam os autovetores numéricos</i>

LETRAS GREGAS MINÚSCULAS

α	<i>Vetor arbitrário</i>
α_g	<i>Fator de peso para o autovalor do modo g</i>
α_i, β_i e γ_i	<i>Tolerâncias para as variáveis de estado definidas no projeto de otimização</i>
β_g	<i>o fator de peso para o autovetor g</i>
γ^2	<i>Soma dos quadrados dos valores singulares de Hankel (HSVs)</i>
θ	<i>Ângulo da direção do vento</i>
λ_{Cq}	<i>Autovalor complexo do sistema contínuo no tempo para o modo q</i>
λ_q	<i>Autovalor complexo do sistema discreto no tempo para o modo q</i>
λ_h	<i>Freqüências natural do modo de vibração numérico h</i>
λ_g^*	<i>Freqüência natural do modos de vibração numéricos correlacionado com o modo experimental q_e</i>
λ_g	<i>Freqüência natural do modo de vibração experimental g</i>
ξ_q	<i>Coefficiente de amortecimento do modo q</i>
ξ_r	<i>Coefficiente de amortecimento do modo r</i>
u_k	<i>Ruído de medição devido a imprecisão dos sensores, com dimensão (l x l)</i>
ϕ_q	<i>Vetor dos modos de vibração</i>
ϕ_h	<i>Vetor do modo h de vibração numérica</i>
ϕ_g	<i>Vetor do modo g de vibração experimental</i>
ϕ_g^*	<i>Vetor do modo de vibração numérico correlacionado ao modo g experimental</i>
ϕ_r	<i>Vetor do modo r de vibração selecionados para identificação</i>
$\bar{\phi}_r$	<i>Vetor do modo de vibração r Modos de vibração selecionado para serem excitados</i>
ϕ_{sr}	<i>Amplitude do modo de vibração r na posição do sensor s</i>
$\chi^2(f, U, \theta)$	<i>Admitância aerodinâmica</i>
ω_q	<i>Freqüência natural circular em rad/s do modo q</i>

ω_r	<i>Frequência natural circular em rad/s do modo r de vibração que deseja-se identificar</i>
ϖ_k	<i>Ruído de medição devido a perturbações e imprecisões do modelo, com dimensão (l x l)</i>

ABREVIACÕES E SIGLAS

<i>AMN</i>	<i>Atualização do Modelo Numérico</i>
<i>APDL</i>	<i>Linguagem paramétrica de projeto em ANSYS</i>
<i>CM</i>	<i>Método convencional de ajuste de curva</i>
<i>CSB.mac</i>	<i>Arquivo de comandos para geração da ponte de Clifton em ANSYS</i>
<i>EF</i>	<i>Elementos Finitos</i>
<i>EFA</i>	<i>Modelo numérico atualizado</i>
<i>EFMA</i>	<i>Modelo numérico previamente atualizado manualmente</i>
<i>EFOT</i>	<i>Modelo de correlação ótima</i>
<i>EfI-DPR</i>	<i>Método de independência efetiva – resíduo do ponto principal (Effective Independence Driving-Point Residue)</i>
<i>EfIDPR.m</i>	<i>Programa em MATLAB da implementação do método EfI-DPR</i>
<i>FER</i>	<i>Porcentagem de variação da frequência natural em relação aos modos experimentais q_e</i>
<i>HSV</i>	<i>Valores singulares da matriz Hankel (Hankel Singular Value)</i>
<i>IWCM</i>	<i>Método iterativo de ajustamento de curva a partir de janelas (Iterative Windowed Curve-fitting Method)</i>
<i>LGM</i>	<i>Método Lim- Gawronsky modificado</i>
<i>LGM.m</i>	<i>programa em MATLAB da implementação do método LGM</i>
<i>MAC</i>	<i>Índice - Modal Assurance Criteria</i>
<i>MIMO</i>	<i>Multiplo Input Multiplo Output</i>
<i>MME</i>	<i>Modelagem Modal Experimental</i>
<i>MN</i>	<i>Modelagem Numérica</i>
<i>MNI</i>	<i>Modelo Numérico Inicial</i>
<i>Modelo S</i>	<i>Modelo numérico manualmente atualizado</i>
<i>MPIPCS.mac</i>	<i>Arquivo de comandos contendo os dados de entrada necessários para os programas de localização ótima de sensores</i>
<i>OSP</i>	<i>Otimização de localização de sensores (Optimal Sensor placement)</i>
<i>PPP</i>	<i>Método de detecção de Pico</i>
<i>PPP.m</i>	<i>programa em MATLAB da implementação do método PP</i>
<i>PSD</i>	<i>Funções de densidades espectral de potência</i>
<i>SDOF</i>	<i>Sistema com um único grau de liberdade</i>

<i>SHMS</i>	<i>Structural Health Monitoring System</i>
<i>SISO</i>	<i>Single Input Single Output</i>
<i>SSC</i>	<i>Ponte Second Severn Crossing, Reino Unido</i>
<i>SSI-COV/ref</i>	<i>Método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência</i>
<i>SSIcovP.m</i>	<i>Programa em MATLAB da implementação do método SSI-COV/ref</i>
<i>SSI-DAT/ref</i>	<i>Método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência</i>
<i>SSIdatP.m</i>	<i>Programa em MATLAB da implementação do método SSI-DAT/ref</i>
<i>SVD</i>	<i>Decomposição em valores singulares (Singular Value Decomposition)</i>
<i>WCM</i>	<i>Método de ajuste de curva a partir de janela</i>
<i>Z24</i>	<i>Ponte localizada na Suíça</i>
$(\bullet)^*$	<i>Pseudo-inversa de uma matriz</i>
$\bar{\bullet}$	<i>Limite superior para uma variável do projeto de otimização (ou atualização)</i>
$\underline{\bullet}$	<i>Limite inferior para uma variável do projeto de otimização (ou atualização)</i>

1 - INTRODUÇÃO

De todos os empreendimentos realizados pelo homem no mundo, as pontes estimulam a imaginação mais que qualquer outra forma de construção. Como uma ligação entre dois lados, as pontes vêm abrindo o caminho para unir ilhas a continentes; criando pistas para carros, trens e pessoas, ligando centros urbanos e cidades separadas por água, gargantas profundas, linhas de estrada de ferro, ou rodovias (Bennett, 1999).

As belezas destas estruturas podem ser vistas no Brasil por toda extensão de seu território. A ponte JK, em Brasília (Figura 1. 1), inaugurada em dezembro de 2002 e composta de três tabuleiros com vão de 240 m cada um (Ministério dos transportes, 2004), caracteriza-se como uma escultura utilitária que atende à demanda da população e, ao mesmo tempo, proporciona um encantamento visual.



Figura 1. 1 - Ponte JK – Brasília, DF (2002).

A ponte pênsil Hercílio Luz construída em 1926 liga a Ilha de Santa Catarina ao continente e é um dos cartões postais de Florianópolis. Esta ponte tem extensão total de 821,055 m, sendo formada pelos viadutos de acesso do continente, com 222,504 m, e da ilha, com 259,080 m, e pelo vão central pênsil com extensão de 339,471 m, composta por 2 torres de sustentação com 74,210 m de altura cada. A altura do vão pênsil em relação ao nível de maré média é de 30,86 m (IHGSC, 2007), Figura 1. 2.



Figura 1. 2 - Ponte Hercílio Luz - Foto: Pedro Rocha.

A ponte Rio Niterói (Figura 1. 3), inaugurada em 4 de março de 1974 está situada na Rodovia BR-101 que parte do nordeste do país e corre ao longo da costa em direção ao sul. A ponte cruza a Baía de Guanabara ligando as cidades de Niterói e Rio de Janeiro com um comprimento total de 13,29 Km. Após sua conclusão foi possível percorrer 4.577 Km de BR-101 sem interrupções, desde Touros no RN até Rio Grande no RS. Não é a ponte mais longa do mundo, porém encontra-se entre as 13 maiores (Wikipédia, 2007).



Figura 1. 3 - Ponte Rio-Niterói – (GALEB, 2002).

Essas estruturas, assim como quaisquer outras, sofrem deterioração com o tempo, e suas características estruturais são alteradas. O processo de deterioração que acontece durante a vida útil de uma estrutura pode ser proveniente da ação de fatores como fenômenos naturais (entre estes a ação do vento, terremotos etc.), condições de utilização indevidas,

acidentes, fadiga, corrosão, entre outros. A combinação desses fatores com as condições de carregamento, dependendo da intensidade com que ocorram, pode produzir danos de diferentes tipos nas estruturas e até conduzir ao seu colapso. No caso de pontes, alguns relatos sobre acidentes estruturais ocorridos no Brasil foram relatados.

Cunha *et al.* (1998) relataram um acidente estrutural no qual um vão de um viaduto no Rio de Janeiro desabou sobre uma linha férrea causando grande prejuízo econômico, Figura 1. 4. Os autores apresentaram também outros dois casos de pontes que entraram em processo de colapso devido a danos provocados pela deterioração da estrutura, Figura 1. 5 e Figura 1. 6.

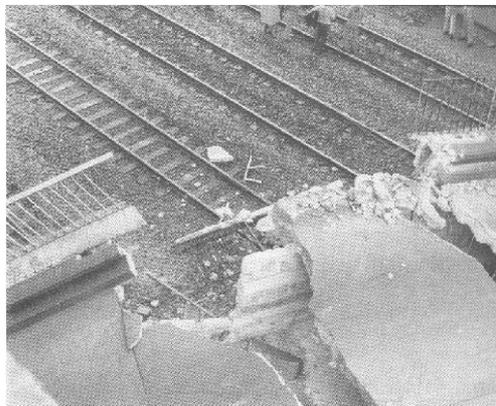


Figura 1. 4 - Trecho do viaduto que desabou no Rio de Janeiro (Cunha *et al.*, 1998).



Figura 1. 5 - Região colapsada da ponte no Rio Grande do Sul (Cunha *et al.*, 1998).

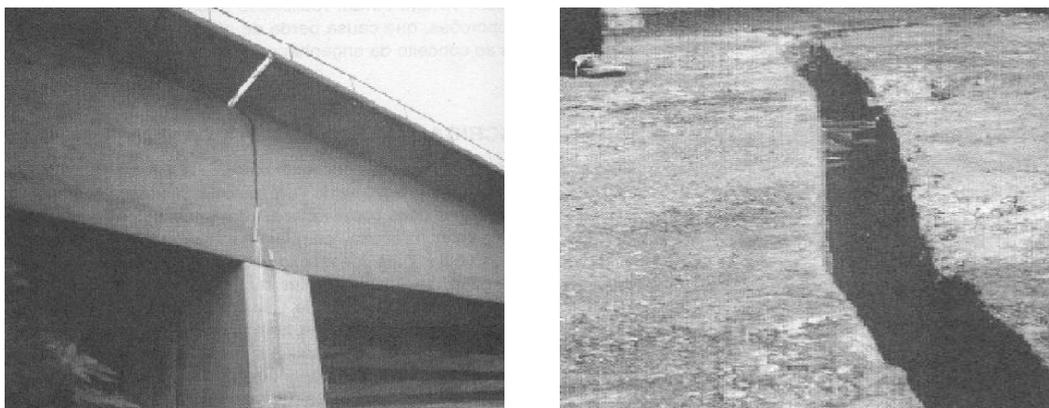


Figura 1. 6 - Rachadura na ponte dos Remédios, em São Paulo (Cunha *et al.*, 1998).

A Figura 1. 7 mostra a ponte Capivari, na BR-116, em Campina Grande do Sul, Paraná, que desabou no dia 25 de janeiro de 2005, devido a problemas de recalque no aterro de acesso.



Figura 1. 7 – Desabamento de um trecho da ponte Capivari (Folhaonline, 2005).

Segundo informações do Departamento Nacional de Infra-estrutura de Transportes (DNIT) que administra 96% dos 56 mil km de rodovias federais do país, a maioria das pontes do Brasil apresentam algum tipo de deterioração. Contudo, apesar dos vários relatos de deterioração e até o colapso desse tipo de estrutura, segundo a norma brasileira NBR 9452 (1986), *Vistoria de Pontes e Viadutos de Concreto*, apenas inspeções visuais são exigidas para a avaliação das condições das pontes.

A inspeção visual é o método mais comum para avaliação estrutural das pontes, apesar de ser um método pouco preciso. Além disso, em alguns casos essas inspeções podem ser demoradas, ineficientes e até mesmo caras, especialmente quando são necessários desmanches ou manipulações para permitir o acesso às áreas a serem inspecionadas. Testes

não destrutivo como ultrassônicos ou acústicos, de campo magnético, inspeção de raios-X, e etc., constituem uma alternativa de avaliação. No entanto esses procedimentos são técnicas locais que permitem determinar apenas as propriedades dos materiais constituintes da estrutura.

Avaliações estruturais usando testes dinâmicos, por outro lado, fornecem um conhecimento do comportamento dinâmico da estrutura a partir da obtenção dos dados modais, ou seja, com estes testes é possível determinar as frequências naturais, os modos de vibração, as razões de amortecimento, etc. da estrutura em análise. Uma vez que os parâmetros modais dependem das características de rigidez da estrutura, qualquer alteração nestas características, produzidas pelo dano, resultará uma alteração dos dados modais.

No entanto, a avaliação estrutural com a utilização de modelos numéricos baseados em dados experimentais é a técnica que apresenta melhores resultados, visto que possibilita o conhecimento não apenas do comportamento dinâmico da estrutura, mas também do estático, além de apresentar um nível de detalhamento estrutural muito maior.

Técnicas de avaliação baseadas em ensaios dinâmicos fornecem apenas os dados modais da estrutura. Contudo, para o conhecimento do comportamento da estrutura como um todo é importante que o modelo modal experimental seja combinado com um modelo numérico da estrutura. Um modelo em elementos finitos (EF) é comumente usado para este propósito, visto que os modelos em elementos finitos são capazes de representar estática e dinamicamente uma estrutura.

Técnicas de avaliação baseadas em ensaios dinâmicos, combinadas com os modelos numéricos da estrutura têm recentemente despertado a atenção no campo da análise de estruturas, uma vez que são ferramentas poderosas e podem reduzir significativamente o custo e aumentar a precisão da avaliação das condições de serviço das estruturas.

1.1 - OBJETIVOS

Apoiado na necessidade de realização de análises em pontes para garantir sua condição de uso, segurança e confiabilidade, e no fato de que as inspeções realizadas no Brasil não suprem tal necessidade, por serem basicamente visuais, o objetivo deste trabalho é apresentar uma metodologia capaz de identificar, por meio de modelos numéricos, o comportamento de pontes de uma forma global.

Para que este objetivo seja alcançado, algumas análises preliminares são realizadas com os seguintes objetivos específicos:

- Investigar técnicas de localização ótima de sensores em pontes, quando da realização de um sistema de monitoramento.
- Investigar técnicas de identificação de sistemas para serem aplicadas em pontes quando da identificação de suas características dinâmicas baseada em dados de vibração ambiente.
- Investigar a precisão dos modelos numéricos de pontes quando da representação de estruturas reais. Esta investigação é realizada por meio de análises de correlação entre modelos numéricos e experimentais.
- Investigar métodos para atualização de modelos numéricos que levem em consideração os dados modais experimentais.

Tendo em mão as conclusões das análises preliminares realizadas, a metodologia para a avaliação das pontes baseadas em um modelo numérico e experimental pode ser desenvolvida.

1.2 - CONTRIBUIÇÕES DA PESQUISA

Visto que as avaliações das pontes no Brasil não apresentam uma metodologia padronizada que garanta a qualidade dos resultados e considerando que a condição de uso e segurança destas estruturas é essencial para a preservação da infra-estrutura nacional, a principal contribuição desta tese é o desenvolvimento de uma metodologia capaz de identificar, por meio de modelos numéricos, o comportamento das pontes o mais próximo possível do comportamento real destas estruturas. Mediante a aplicação desta metodologia, o comportamento da ponte pode ser previsto em condições normais de uso ou em condições de carregamentos extremos, como os devido a sismos ou ventos fortes. A simulação de possíveis alterações na estrutura das pontes e a verificação de qual será o comportamento das mesmas, quando submetidas a estas alterações, também pode ser determinada.

Outra contribuição que pode ser ressaltada é a aplicação da metodologia a outras estruturas, como as torres de transmissão e de telecomunicações, por exemplo. Visto que esta metodologia trabalha com modelos matemáticos, qualquer estrutura que possa ser

representada por intermédio deles poderá ser analisada. Contudo, algumas alterações podem ser necessárias para que este procedimento seja aplicado a outros tipos de estruturas.

Mais especificamente, as contribuições originais da tese são citadas abaixo:

- Implementação de métodos de identificação do local ótimo de posicionamento de sensores para a realização de uma análise de vibração de estruturas;
- Confirmação da capacidade de identificação dos modelos modais de três métodos de identificação de sistemas implementados por Brasiliano (2005);
- Implementação de algoritmos para atualização de elementos finitos utilizando o programa ANSYS como base;
- Maior conhecimento do comportamento dinâmico das pontes;
- Montagem de uma estrutura para avaliação de pontes que pode servir como base para futuras pesquisas em pontes ou em qualquer outra estrutura, como plataformas de petróleo por exemplo.

2 - METODOLOGIA PARA ATUALIZAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS DE PONTES COM BASE EM DADOS EXPERIMENTAIS

Com o aparecimento de novas tecnologias para a edificação de estruturas, a complexidade e dimensão das pontes têm aumentado significativamente. Novos materiais mais resistentes e com pesos próprios menores têm surgido e possibilitado a criação de pontes mais esbeltas. Avanços computacionais e programas de cálculos cada dia mais rápidos, têm trazido agilidade e liberdade aos projetistas e conseqüentemente gerado projetos de pontes cada vez mais ousados e complexos. Sem contar as facilidades de execução que têm surgido devido ao avanço dos maquinários. Tantas mudanças no modo de projetar e executar as pontes têm gerado uma necessidade de evolução também no modo de avaliação destas estruturas. Os métodos de inspeções visuais têm sido substituídos ou complementados por outros onde a previsão do comportamento da ponte de uma forma global seja possível.

Muitas pesquisas têm sido realizadas nos últimos anos sobre o comportamento das pontes. Como exemplo podemos citar os trabalhos dos seguintes autores: Huang (2001), que realizou o monitoramento de uma ponte de 3 vãos submetida a excitações ambientes e obteve o seu modelo modal; Coletti (2002), que desenvolveu um modelo numérico da ponte de Roma e o comparou com um modelo modal baseado em experimentos e o de Jaishi e Ren (2005), que realizaram a atualização do modelo numérico da ponte Beichuan River localizada na província de Ningxia, China, usando modelos modais experimentais.

Visto que a maioria das técnicas de avaliações de pontes tem utilizado algum tipo de modelo, como constatado por meio de revisões bibliográficas, a proposta deste trabalho foi a de desenvolver uma metodologia com vistas à avaliação das pontes por meio da utilização de modelos numéricos atualizados. O processo de atualização de modelos corresponde à alteração de um modelo numérico em função do modelo modal experimental da estrutura, com o intuito de minimizar erros e/ou desvantagens de cada um destes (modelo modal experimental e numérico). Os passos básicos para a obtenção do modelo atualizado podem ser vistos na Figura 2. 1.

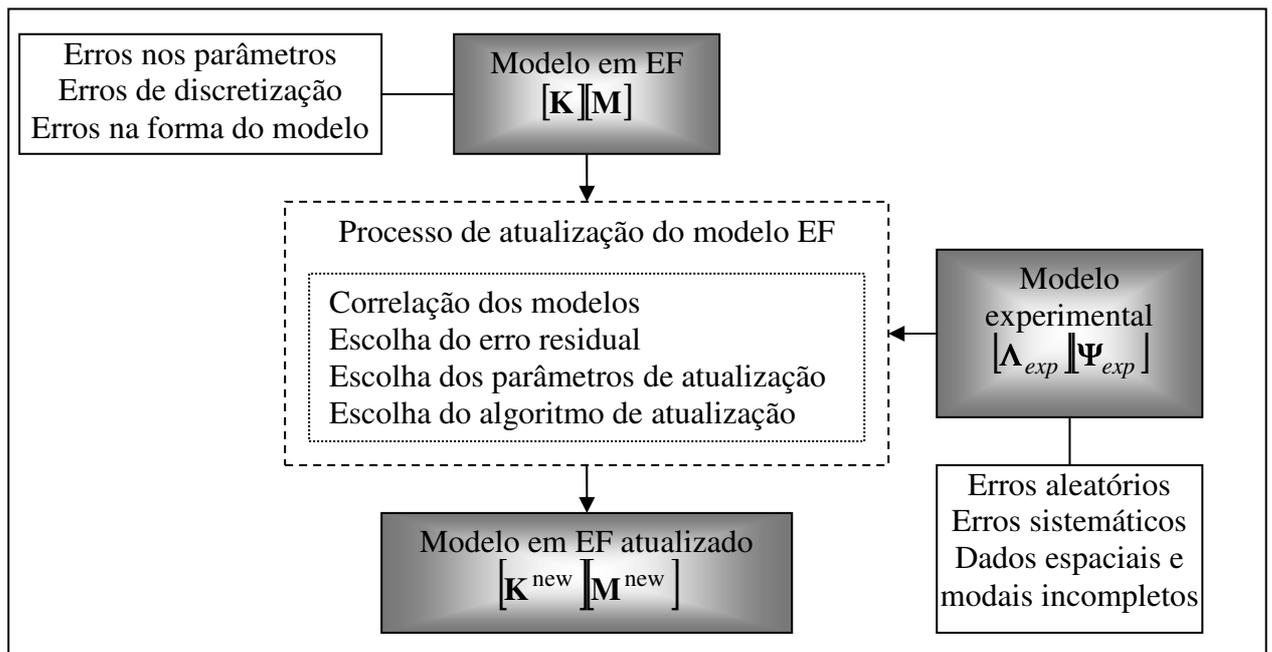


Figura 2. 1 - Procedimento básico para a obtenção de um modelo atualizado em elementos finitos.

O sucesso do processo de atualização depende da concepção do modelo numérico da estrutura, do teste modal e da integração entre os modelos numéricos e experimentais. No entanto, para o desenvolvimento da metodologia de avaliação de pontes uma revisão bibliográfica relacionada ao processo de modelagem numérica, modelagem modal experimental e atualização de modelos numéricos foi realizada. O intuito desta revisão foi a busca por métodos de modelagens e atualizações mais adequados para utilização no processo de validação de modelos numéricos de grandes estruturas como as pontes.

2.1 - REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

2.1.1 - Modelagem em elementos finitos de pontes

Os modelos numéricos são as representações numéricas do comportamento estático e dinâmico das estruturas. Esses modelos são muito utilizados na engenharia civil, principalmente para avaliação das estruturas, seja esta avaliação na etapa de projeto, antes da execução, com o intuito de verificar as condições de segurança do projeto para execução, ou durante e após a execução, com o intuito de verificar como a estrutura se comporta frente às ações as quais está submetida. Estes modelos são obtidos na maioria das vezes com a aproximação de elementos finitos, onde sistemas com infinitos graus de liberdade são transformados em sistemas com um número finito de graus de liberdade.

Atualmente, programas comerciais em elementos finitos permitem o desenvolvimento de modelos tridimensionais detalhados de grandes estruturas com um elevado número de elementos, com diferentes tipos de restrições, opções de amortecimento, e etc. Outra vantagem dos programas computacionais é o pós-processamento que é muito útil para explicar efeitos que variam com o tempo ou para investigar a máxima tensão/deformação em diferentes localizações. Um dos primeiros códigos em elementos finitos desenvolvido foi o NASTRAN, criado na década de 60, que apresenta a capacidade de realizar análises de centenas de milhares de graus de liberdade. Desde o desenvolvimento do NASTRAN muitos pacotes comerciais de programas têm sido introduzidos para a análise de estruturas discretizadas em elementos finitos. Entre eles podem ser citados o ANSYS, ALGOR, SAP e COSMOS/M. Estes programas podem obter a solução para grandes problemas de análise estática, dinâmica, transferência de calor, escoamento de fluido, eletromagnetismo e respostas sísmicas.

Neste trabalho, alguns artigos relacionados ao processo de modelagem em elementos finitos de pontes utilizando programas comerciais foram estudados. Os principais dados observados foram: o tipo de elemento utilizado para a modelagem de cada parte da ponte, o grau de discretização adotado, principalmente para o tabuleiro, o tipo de elemento utilizado para a interação solo-estrutura e o tipo de ligação entre os diferentes elementos. Para os artigos que abordavam o processo de modelagem numérica juntamente com o de atualização, os principais dados observados foram as particularidades adotadas no modelo para que estes pudessem ser utilizados no processo de atualização. Detalhes sobre a forma de realização da coleta de dados foram também destacados para ajudar na criação da seqüência do processo de modelagem, seqüência essa constituinte da metodologia desenvolvida.

Penner (2001) realizou a avaliação do desempenho estrutural de 4 pontes de concreto localizadas em rodovias brasileiras dos estados de São Paulo e Rio de Janeiro. Para isso, foram realizados ensaios nas pontes em questão no período de 1998 a 2000. A avaliação foi feita com base nos resultados da monitoração do tráfego normal, dos ensaios dinâmicos realizados com um veículo de prova instrumentado e dos modelos numéricos calibrados com os parâmetros modais experimentais. Para os modelos numéricos, duas diferentes modelagens foram efetuadas para o tabuleiro, uma utilizando elementos de casca e outra utilizando elementos de barra; para a modelagem da interação solo-estrutura foram utilizados elementos de mola localizados abaixo das transversinas de extremidade, e molas

horizontais, transversais e longitudinais, de rigidez variável ao longo da altura do tubulões. As propriedades do concreto foram obtidas a partir de ensaios de compressão com testemunhos retirados das vigas da estrutura. A autora pôde concluir que os procedimentos apresentados na avaliação do desempenho de sistemas estruturais de pontes de concreto são válidos para aplicação nas estruturas de pontes.

Costa *et al.* (2002) realizaram a modelagem e a análise numérica da ponte Lagoncinha (Portugal) sob a ação do tráfego rodoviário, utilizando para isso o método de elementos finitos. A coleta de dados para a modelagem foi realizada por meio de inspeções visuais, levantamento topográfico, ensaios laboratoriais e ensaios *in loco*. Com as inspeções visuais as anomalias presentes na estrutura foram detectadas. O levantamento topográfico para a definição das características geométricas da ponte foi realizado por meio da técnica de fotogrametria. Os ensaios laboratoriais foram realizados para a caracterização mecânica dos materiais da estrutura, a partir da extração do material. Já os ensaios *in loco* (ensaios dinâmicos) foram utilizados para a verificação das propriedades modais da estrutura. Depois de realizada a análise do modelo, os resultados obtidos sob a forma de deslocamento, deformações e tensões máximas possibilitaram a avaliação do comportamento da estrutura e a identificação das zonas de maiores deformações.

Chung e Sotelino (2006) investigaram técnicas para minimizar erros de modelagem em elementos finitos de pontes mistas utilizando o programa ABAQUS. A compatibilidade entre os elementos e os erros geométricos foi analisada. Inicialmente a modelagem do tabuleiro e da viga foi analisada separadamente. Em seguida técnicas adotadas para modelar o comportamento da estrutura composta foram apresentadas. Para verificar a melhor forma de modelagem do tabuleiro das pontes, dois modelos de uma placa foram construídos, um utilizando elementos de casca e outro elementos sólidos. Para a verificação da melhor forma de modelagem das longarinas e transversinas, uma viga I simplesmente apoiada foi modelada utilizando quatro diferentes técnicas: modelada utilizando apenas elementos de casca (alma e corpo), apenas elementos de viga (alma e corpo), elementos de viga para o corpo e casca para a alma e finalmente, elementos de viga para a alma e casca para o corpo. Os resultados foram comparados com as respectivas soluções teóricas exatas. A ligação entre o tabuleiro de concreto e as longarinas/transversinas foi modelada como elemento rígido. Posteriormente os autores realizaram um estudo sobre uma ponte, onde 4 modelos de elementos finitos foram examinados. A precisão de cada modelo foi verificada utilizando os resultados adquiridos

de experimentos de testes de laboratório em escala real e testes de campo de outras pesquisas. Os autores puderam concluir que o modelo que utilizava elemento viga para representar as longarinas e transversinas, apesar de ser o mais simples, foi capaz de prever precisamente o comportamento da ponte.

Outros artigos relacionados à modelagem numérica foram analisados, mas devido ao fato deles estarem também relacionados ao processo de modelagem modal experimental ou de atualização de modelos numéricos, suas revisões serão apresentadas nas seções correspondentes a cada tópico.

2.1.2 - Modelagem modal experimental

O modelo modal é uma forma de modelagem onde as características dinâmicas da estrutura são determinadas. Esses modelos são obtidos por meio de uma análise modal baseada em dados experimentais ou em dados obtidos de um modelo numérico. O modelo modal baseado em dados experimentais tem sido uma ferramenta muito utilizada para avaliação das pontes, sendo aplicada na detecção de danos estruturais, na calibração de modelos numéricos e em sistemas de monitoramento remoto (Alampalli,1998).

O processo de análise modal experimental iniciou-se na década de 40 com trabalhos direcionados para o setor da engenharia aeroespacial. Naquela época os sensores para medir as acelerações dinâmicas eram primitivos e de natureza analógica. Com o avanço da computação e da transformada rápida de Fourier na década de 60, a era moderna da análise modal experimental iniciou-se. Hoje, análises modais experimentais representam um campo de pesquisa presente em várias áreas da engenharia.

A revisão relacionada à modelagem modal experimental para pontes foi realizada em duas etapas. Inicialmente técnicas relacionadas ao ensaio experimental para a aquisição dos dados modais foram estudadas, detendo a atenção principalmente na localização dos sensores de medição; em seguida técnicas de identificação de sistemas foram pesquisadas com o intuito de encontrar as mais adaptáveis para a utilização em pontes quando da identificação dos dados modais experimentais.

2.1.2.1 - Planejamento do processo de medição

O planejamento do processo de medição é uma etapa muito importante visto que os dados modais obtidos estão diretamente ligados ao esquema de medição adotado para o ensaio.

Baseada nesta constatação, a busca por ensaios com mínimo custo e alta qualidade de dados foi realizada para serem posteriormente sugeridos na metodologia. Duas variáveis foram encontradas como fundamentais para a realização de um bom ensaio: a localização dos sensores e a qualidade dos equipamentos de medição. Uma revisão bibliográfica relacionada à localização dos sensores foi então realizada.

Um grande número de pesquisas foi desenvolvido na última década sobre qual a localização ótima de sensores (*Optimal Sensor Placement – OSP*) utilizando diferentes técnicas e critérios, como por exemplo, técnicas que usam a energia cinética modal para classificar a ordem de importância dos locais candidatos ao posicionamento de sensores ou a abordagem onde a razão massa- rigidez é associada a cada ponto candidato à localização de sensor. Outro método usa a minimização dos termos fora da diagonal principal da matriz obtida pelo índice de confiança modal (*Modal Assurance Criteria – MAC*) como um parâmetro da utilidade de uma configuração de sensores. Há ainda técnicas que utilizam algoritmo genético (Kammer e Tinker, 2004). Assim, nos últimos anos têm sido desenvolvidas numerosas técnicas com vista à resolução do problema de localização de sensores.

Friswell e Mottershead (1995) relataram dois processos para seleção da localização de sensores. O primeiro método está baseado na técnica de redução clássica Guyan e o segundo, desenvolvido por Kammer (1991,1992) utiliza a matriz de informação de Fisher. Quatro técnicas para avaliação da qualidade do conjunto de localização de sensores foram também apresentadas: Uma utilizando o índice de confiança modal MAC, outra utilizando o valor de decomposição singular, uma terceira que mede a energia correspondente a cada modo de vibração e por último uma técnica que utiliza a matriz de informação Fisher.

Penny *et al.* (1994) propuseram um método de posicionamento ótimo de sensores baseado na técnica de redução Guyan, onde o modelo seria reduzido considerando um número menor de graus de liberdade e que precisamente manteria as características do modelo original nas menores frequências.

Heo *et al.* (1997) apresentaram uma técnica de localização ótima de sensores baseada na maximização da energia cinética modal. Uma ponte assimétrica de grande vão foi utilizada para a aplicação da técnica. O algoritmo proposto neste artigo foi comparado com o método de independência efetiva (*Effective Independent Method – EfI*) que, no lugar de

maximizar a energia cinética modal, maximiza a matriz de informação de Fisher que está relacionada aos modos de vibração numéricos. Os autores mostraram que o método proposto apresentou vantagens sobre o método EfI.

Brincker *et al.* (2001) realizaram um estudo sobre a ponte Z24, na Suíça que, dentre outros objetivos, como o de demonstrar a eficiência da técnica melhorada de decomposição no domínio da frequência (*enhance frequency domain decomposition – FDD*) para identificação modal de grandes estruturas, tinha o intuito de mostrar que o monitoramento de pontes pode ser realizado com um número limitado de sensores. Três conjuntos diferentes de dados experimentais foram analisados: um conjunto de dados em 3D, com medições de 408 graus de liberdade; um conjunto de dados em 2D, com 104 graus de liberdade; e um conjunto de dados em 1D, com um total de 8 graus de liberdade. Os resultados encontrados por meio do processo de identificação foram comparados e os modelos modais obtidos utilizando dados em 2D e 1D apresentaram valores muito próximos aos encontrados utilizando um modelo em 3D. Baseado nestes resultados, os autores concluíram que o monitoramento de estruturas pode ser realizado com uma quantidade de sensores relativamente pequena.

Cherng (2003) apresentou um método de localização ótima de sensores, denominado *Backward Deletion Algorithm* e propôs a modificação de dois métodos existentes. Os métodos modificados foram: o proposto por Bayeard *et al.* (1988) e o proposto por Gawronsky e Lim (1996). As alterações realizadas tinham como objetivo acelerar o processo de alcance dos pontos de medição e melhorar o desempenho do método. A eficiência destes métodos foi mostrada por um exemplo numérico e todos apresentaram um forte potencial para implementação prática.

Kammer e Tinker (2004) apresentaram uma nova técnica de otimização da localização de sensores baseada na técnica de independência efetiva (EfI). Neste procedimento, no lugar da seleção de pontos de medições uniaxiais, a seleção foi feita considerando que os pontos de medições fossem triaxiais, ou seja, cada ponto selecionado seria utilizado para medir as acelerações em três direções. A técnica foi aplicada na identificação de 27 modos de interesse de um veículo espacial X-33. Os resultados obtidos foram comparados com a abordagem padrão da técnica EfI (pontos de medições uniaxiais). O critério de avaliação de Fisher e o critério de correlação TAM (*Test-Analysis-Model*) foram utilizados na verificação do método. Os autores constataram que em cada avaliação realizada, a

configuração dos sensores utilizando a técnica triaxial previa mais modos e com maior precisão.

Meo e Zupano (2005) realizaram o processo de otimização da localização de sensores sobre a ponte suspensa Nottingham no Reino Unido. Seis diferentes métodos foram aplicados: Três baseados na maximização da matriz de informação de Fisher (métodos EFI, EfI-DPR e KEM), um nas propriedades dos coeficientes das matrizes de covariância (método VM), sendo este proposto pelos autores, e dois em uma abordagem energética (métodos EVP e NOPD). Os dados modais obtidos a partir de um modelo em elementos finitos da ponte foram utilizados no processo de otimização. Após a realização da otimização, os sensores foram colocados na ponte segundo a indicação de cada um dos métodos e os dados modais foram obtidos. Dois critérios de avaliação foram utilizados para comparar a capacidade de diferentes técnicas de otimização de localização de sensores: O primeiro critério avaliava a capacidade das técnicas de capturar a resposta dinâmica de estruturas, medindo o quadrado médio do erro (*Mean Square Error – MSE*) entre os modos de vibração do modelo de elementos finitos e dos modelos experimentais obtidos a partir de uma interpolação de SPLINE cúbica (*Cubic Spline interpolated – CS*) dos deslocamentos medidos. O segundo critério avaliava a força do sinal utilizando para isso a matriz de informação de Fisher (*Fisher Information Matrix – FIM*). Os autores puderam concluir que o método EfI-DPR (*Effective Independence Driving-Point Residue*) identificou as características dinâmicas muito bem e que o método VM apresentou resultados próximos ao EfI-DPR tendo a vantagem de ser o único capaz de indicar o número ótimo de sensores.

2.1.2.2 - Identificação de sistemas de pontes

A identificação de sistemas pode ser definida como o processo de desenvolver ou melhorar uma representação matemática de um sistema físico utilizando dados modais experimentais. Na metodologia proposta esta técnica de identificação de sistemas está sendo utilizada para determinação do modelo modal experimental das pontes. Uma revisão direcionada à avaliação de métodos de identificação de sistemas que pudessem ser aplicados a pontes foi realizada, onde apenas técnicas que eram capazes de identificar os dados modais a partir das respostas da estrutura foram abordadas, uma vez que há uma grande dificuldade para obtenção dos registros da excitação de pontes, como constatado por Peeters e De Roeck (1999).

Um método de identificação de sistemas baseado na aplicação do filtro Kalman que permitia identificar as características dinâmicas do sistema foi apresentado por Jones *et al.* (1995). A formulação do problema foi então realizada no domínio do tempo, que permitiu a identificação das variáveis de estado que representam as frequências de vibração e o amortecimento do sistema, e também no domínio da frequência tomando um ponto de frequência como passo de tempo no filtro Kalman. Neste caso são identificados, além da frequência e do amortecimento, os parâmetros que definem a função densidade espectral de potência da entrada. O método foi ilustrado a partir de simulações numéricas, onde a excitação aleatória foi gerada utilizando a simulação de Monte Carlo, e com experimentos controlados em laboratório. Este método foi elaborado para a análise dos registros de aceleração das pontes Sunshine Skyway e Houston Ship Channel. A partir dos resultados obtidos os autores concluíram que o método apresentava um significativo potencial para identificação dos sistemas e das características da excitação de entrada em pontes submetidas à ação do vento e de terremotos.

Saito e Yokota (1996) estimaram as frequências naturais de vibração e as razões de amortecimento de edifícios altos submetidos à excitação sísmica utilizando um método que consistia em aplicar modelos **ARMAX** (*Autoregressive Moving Average with Exogenous Variable*) a tais registros. As características dinâmicas dos edifícios, frequências e razão de amortecimento, foram calculadas a partir dos parâmetros dos modelos identificados, especialmente dos pólos da função de transferência obtida do modelo **ARMAX**. Foram analisados um par de edifícios gêmeos localizados em Tóquio que estiveram submetidos a terremotos ocorridos de 1992 a 1993. Os resultados obtidos da aplicação do modelo **ARMAX** foram comparados a resultados obtidos da análise da transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform – FFT*) mostrando boa correspondência entre os métodos.

He e De Roeck (1997) propuseram um processo para identificação das características dinâmicas de um sistema estrutural, utilizando um modelo autoregressivo multivariado de alta ordem (M-AR(P)). O modelo é baseado no princípio da transformação do impulso invariante. A validação do procedimento foi realizada a partir de dados obtidos de uma torre submetida à ação do vento. Os bons resultados apresentados na identificação das frequências naturais, razões de amortecimento e modos de vibração, bem como do espectro de potência e da função de coerência comprovaram a eficiência do algoritmo.

Farrar e James III (1997) apresentaram um método que permite identificar as frequências de vibração e o amortecimento a partir de funções de correlação cruzada entre duas respostas medidas de uma estrutura submetida a excitações ambientes. Os autores mostraram que isto é possível uma vez que a função de correlação cruzada entre estes tipos de respostas tem forma similar à função de resposta impulso do sistema. Tal afirmação é baseada na hipótese de que excitações ambientes produzem entradas do tipo ruído branco. Portanto, algoritmos desenvolvidos para analisar a resposta impulso, como o *polyreference method*, *complex exponential method* ou o *Eigensystem Realization Algorithm*, podem ser aplicados às funções de correlação cruzada para obter as frequências e o amortecimento da estrutura. O método proposto apresenta uma vantagem sobre os procedimentos padrões, que identificam as frequências a partir dos picos do espectro de potência e o amortecimento a partir da largura deste espectro, que é a possibilidade de identificar modos muito próximos (*closely spaced modes*) e seus respectivos amortecimentos. O método foi aplicado aos dados experimentais obtidos a partir de ensaios de vibração de uma ponte sob a ação do tráfego de veículos (excitação ambiente). Os resultados obtidos indicaram a boa eficiência do método proposto em identificar as propriedades dinâmicas da estrutura.

Peeters e De Roeck (1999) propuseram um método de análise modal baseado apenas nas respostas da estrutura para extração dos modos de vibração e frequências naturais. O método foi formulado no domínio do tempo onde a introdução do uso de sensores de referência foi a principal inovação. Uma nova abordagem de identificação estocástica baseada nas covariâncias das respostas é apresentada, onde a idéia dos sensores de referência é incorporada. A técnica é validada a partir dos dados de vibração de uma torre metálica de transmissão excitada pela ação do vento. A principal vantagem apresentada nesta abordagem foi a redução da dimensão da matriz e conseqüentemente a redução do tempo computacional.

Hermans e Aweraer (1999) avaliaram a capacidade e os limites de aplicação de três métodos que identificam os parâmetros modais a partir dos dados de resposta do sistema. A aplicabilidade do método NExt (*Natural Excitation Technique*) e de dois métodos que utilizam algoritmos de identificação de subespaços estocásticos, o BR (*Balanced Realization*) e o CVA (*Canonical Variate Analysis*), foram avaliadas a partir do estudo de três casos, valendo ressaltar que um dos casos era uma ponte de concreto submetida a excitações ambientes produzidas pelo tráfego e pela ação do vento. Os resultados

indicaram que todos os métodos analisados identificaram satisfatoriamente as propriedades dinâmicas das estruturas analisadas.

Brincker *et al.* (2000) apresentaram uma nova técnica para a identificação modal a partir das respostas de sistemas submetidos a excitações ambientes. A técnica apresentada, denominada decomposição no domínio da frequência (*Frequency Domain Decomposition – FDD*), foi baseada no método clássico de detecção de pico. A técnica foi aplicada a um exemplo que apresentava frequências de vibração próximas e na presença de ruído, visto que estas eram as limitações do método de detecção de pico. Os resultados indicaram que a técnica é precisa na estimativa dos modos de vibração com frequências próximas e não apresenta sensibilidade aos ruídos.

Palazzo (2001) apresentou um procedimento para a identificação de danos por meio da avaliação das propriedades dinâmicas da estrutura. O autor utilizou o método de detecção de pico no processo de identificação destas propriedades. Este método foi aplicado a uma viga de laboratório e a uma ponte localizada na cidade de San Miguel de Tucumán, Argentina. O autor concluiu, a partir dos resultados obtidos, que o procedimento adotado para a identificação forneceu valores confiáveis.

Huang (2001) apresentou um processo para identificação das características dinâmicas de um sistema estrutural utilizando um modelo autoregressivo multivariado (ARV). Neste processo, as matrizes de coeficiente do modelo ARV foram obtidas a partir de uma versão modificada de mínimos quadrados. As características dinâmicas foram identificadas a partir dessas matrizes aplicando a técnica ITD (*Ibrahim Time Domain*). A modificação feita no método dos mínimos quadrados foi baseada na relação equivalente entre a função de autocorrelação e as respostas de vibração livre do sistema estrutural considerado. O método foi aplicado a uma simulação numérica de um *shear building*, com seis pavimentos, submetidos a excitações dos tipos ruído branco e ruído branco com filtro passa-baixa. O procedimento foi aplicado também a uma ponte de 360 m de comprimento submetida a excitação ambiente produzida pelo tráfego. Para a simulação numérica foram também avaliados os efeitos do tipo de sinal de resposta (velocidade e aceleração), do ruído, do número de graus de liberdade medidos e os efeitos de entrada sem ser ruído branco. Os resultados foram comparados àqueles obtidos da técnica de mínimos-quadrados tradicional, indicando a superioridade do método proposto sobre o último.

Lee *et al.* (2002) apresentaram um método para estimação de danos de uma ponte utilizando dados de vibrações causadas pelo carregamento do tráfego. A técnica RD (*Random Decrement*) foi utilizada para estimar respostas de vibração livre amortecida a partir de dados de vibrações ambientes não medidas, produzidas por carregamento de tráfego. As frequências e modos de vibração foram então determinados a partir de funções de densidade espectral de potência cruzada dos sinais de respostas estimados. A identificação do dano foi realizada com base nos parâmetros modais identificados, utilizando a técnica de redes neurais. O método proposto para estimação de dano foi avaliado a partir de um estudo experimental num modelo de ponte submetido a carregamento de um veículo. As localizações dos danos identificados concordaram razoavelmente com os danos gerados na estrutura.

Xu *et al.* (2002) realizaram o monitoramento da ponte pênsil Humen, localizada na China. Três técnicas de identificação de sistemas foram aplicadas à resposta da ponte submetida a excitação produzida pelo vento: a WD (*Wigner Distribution*), a FFT (*Fast Fourier Transform*) no domínio da frequência e a ARMAV (*Auto Regressive Moving Average Vector*). Os parâmetros estimados foram as frequências naturais de vibração e as razões de amortecimento. Os autores concluíram que a técnica WD foi a mais eficiente para análise de sinais transientes, ressaltando que a maioria das técnicas existentes são inadequadas para a detecção das características destes sinais. Os autores também comentaram que os métodos de identificação de espaços estocásticos (SSI) são os mais avançados para análise de dados oriundos de vibrações ambientes.

Amani e Rieira. (2002), verificaram a viabilidade do método SSI-COV (Peeters, 2000) para identificação das características dinâmicas de uma estrutura submetida a vibrações ambientes a partir dos registros da resposta. Um exemplo numérico de um pórtico plano submetido a excitação sísmica e da estrutura de uma aeronave foram analisados. Os resultados mostraram que o método SSI-COV se apresenta como uma valiosa ferramenta para a identificação de sistemas estruturais.

Peeters e Ventura (2003) apresentaram um estudo comparativo de várias técnicas para a avaliação das propriedades dinâmicas de pontes a partir de dados experimentais. A ponte Z24 na Suíça foi selecionada com este objetivo. Assim, 3 diferentes tipos de dados experimentais foram utilizados, os obtidos por meio de vibrações ambiente, com impacto e com shaker. Métodos no domínio do tempo e da frequência foram aplicados. Os métodos

no domínio da frequência foram o método de detecção de pico, CMIF (*Complex Mode Indication Function*) e o RFP (*Rational Fraction Polynomial*). Os métodos no domínio do tempo foram o ITD (*Ibrahim Time-domain Method*), o 2LS (*Two-stage Least Squares Method*) e os métodos de identificação de subespaços estocásticos. Os resultados das comparações apresentadas indicaram que a qualidade da identificação depende significativamente do método utilizado e do tipo de excitação. Os resultados obtidos pelos métodos RFP e pelos métodos de identificação de subespaços estocásticos forneceram estimativas mais completas e consistentes dos parâmetros modais.

Cremona *et al.* (2003) também apresentaram um estudo sobre a identificação das características dinâmicas de pontes submetidas a excitação ambiente. A ponte d'Iroise, localizada na França foi escolhida como objeto de estudo. Os autores avaliaram os seguintes métodos no domínio do tempo: O método do decremento aleatório (*Random Decrement – RD*), o método de subespaço BR (*Balanced Realization*), ARMA (*Autoregressive Moving Average*) e métodos recursivos. Os autores enfatizam o uso de métodos de identificação globais, que utilizam apenas a resposta do sistema na avaliação do comportamento de grandes estruturas como é o caso das pontes.

Cunha e Caetano (2004) aplicaram um método de identificação de subespaço estocástico para a identificação das características dinâmicas da ponte Vasco da Gama, em Portugal, e compararam os resultados com os obtidos previamente por uma análise utilizando o método de detecção de pico. Dois tipos de ensaios foram realizados: um utilizando vibração ambiente e o outro por meio de vibrações livres. Os autores puderam constatar que os dados modais obtidos por ambos os métodos foram compatíveis e também puderam verificar uma excelente correlação entre as frequências naturais e os modos de vibração identificados pelo método de identificação estocástica tendo por base os dados experimentais decorrentes dos ensaios de vibração ambiente (AVT) e de vibração livre (FVT).

Galvín e Domínguez (2007) realizaram uma análise experimental e numérica sobre a ponte estaiada Barqueta, Sevilha (Espanha). Dois tipos de excitações ambientes foram considerados no ensaio dinâmico para gerar os registros da resposta. Um deles foi feito na hora de maior tráfego, quando uma das linhas da ponte encontrava-se congestionada, e o outro sem tráfego, considerando como principal fonte de excitação o vento. Os ensaios foram realizados em dois períodos: julho de 2005 e outubro de 2006. Para a identificação

dos parâmetros modais quatro métodos foram aplicados aos dados do ensaio: O método de detecção de pico, o método ANPSD (*Averaged Normalized Power Spectral Densities*), o método EFDD (*Enhance Frequency Domain Decomposition*) e o método de Identificação de Subespaço Estocástico (SSI). Os modelos modais experimentais obtidos foram comparados com os determinados de um modelo numérico. Todos os conjuntos de resultados apresentaram boa concordância. Os dados obtidos do teste de 2005 foram também correlacionados com os de outubro de 2006 para uma avaliação do dano da estrutura utilizando o método DIM (*Damage Index Method*). Os resultados apresentaram boa correlação, o que significa que a ponte não sofreu qualquer dano durante este período.

2.1.3 - Atualização de modelos de pontes

O modelo numérico em elementos finitos atualizado é obtido a partir de um modelo numérico e de um modelo modal experimental da estrutura quando, na tentativa de superar os erros existentes em ambos os modelos, uma combinação destes é realizada, de tal forma que as propriedades modais obtidas numericamente se aproximem ao máximo das obtidas experimentalmente.

Com os modelos numéricos atualizados as pontes podem ser representadas com maior veracidade e o objetivo deste trabalho, de estabelecer uma metodologia para *identificar o comportamento de pontes por meio de modelos numéricos*, pode ser atingido. A revisão relacionada à atualização de modelos numéricos é realizada em duas etapas: Inicialmente, são apresentados os artigos que relatam a utilização de uma atualização manual; em seguida, são abordados os artigos que tratam de atualizações automáticas iterativas.

2.1.3.1 - Atualização manual

Essa atualização corresponde a alterações manuais de parâmetros do modelo numérico de uma estrutura com o intuito de assimilar as suas características modais às obtidas por intermédio de um ensaio experimental da estrutura. Este tipo de atualização praticamente não apresenta nenhuma regra de execução, sendo dependente da experiência do analista. Uma revisão relacionada a este tópico foi apresentada com o objetivo de verificar quais são os parâmetros mais alterados no modelo de uma ponte em análise quando da realização deste processo.

Ren *et al.* (2004, a e b) avaliaram a ponte pênsil Roeblin em Cincinnati, Estados Unidos, utilizando um processo de avaliação dinâmica, com o intuito de obter informações sobre a estrutura. O processo realizado apresentou as seguintes etapas: modelagem em elementos finitos, análise modal, testes realizados na estrutura sob excitações ambientais, atualização do modelo de elementos finitos e avaliação da capacidade da ponte quando submetida a carregamentos extremos. A ponte foi modelada utilizando o programa ANSYS e a técnica de detecção de pico foi aplicada no processo de identificação das propriedades modais a partir da resposta experimental medida. O processo de atualização foi realizado por intermédio de um estudo paramétrico, onde o impacto de parâmetros estruturais e geométricos sobre as propriedades modais foi analisado. As conclusões tiradas deste estudo mostraram que os parâmetros que mais afetavam as propriedades modais verticais eram o módulo de elasticidade dos cabos, a massa da ponte e a rigidez das treliças, enquanto que os parâmetros que afetavam as propriedades modais laterais eram os mesmos citados anteriormente acrescidos da rigidez do tabuleiro. Outra constatação tirada desse estudo paramétrico foi que as variações dos parâmetros de rigidez causaram uma reordenação na seqüência dos modos de vibração do modelo numérico. A atualização foi então realizada com o ajuste destes parâmetros de projeto para que as frequências e modos de vibração numéricos combinassem com as frequências e modos de vibração obtidos do experimento. Apenas os modos de vibração verticais e laterais do modelo foram calibrados e o novo modelo numérico apresentou uma boa correlação com o experimental. Tendo em mãos o modelo numérico atualizado, foi aplicado um carregamento extremo para avaliar a margem de segurança estática da estrutura. Uma redução de até 40% da área dos cabos foi também realizada para simular uma deterioração da estrutura. A margem de segurança encontrada através da análise acima citada foi boa, sendo esta uma conclusão de muita significância para assegurar a continuidade de tráfego sobre a ponte.

Wendy e Macdonald (2007) desenvolveram um modelo em elementos finitos de uma seção em balanço da ponte estaiada Second Severn Crossing, Reino Unido, e compararam as frequências naturais obtidas com esse deste modelo com as obtidas de testes de vibração ambiente. Com o objetivo de melhorar a correlação entre estes, o modelo numérico foi então atualizado utilizando uma técnica de sintonização manual. No processo de atualização foram realizados: variações no tipo de matriz de massa (matriz consistente ou concentrada), aumento da discretização do tabuleiro, adição de novos elementos na modelagem das torres, assim como uma análise estática com não-linearidade geométrica

antes da análise modal. Os resultados obtidos foram então comparados com os resultados encontrados quando da atualização de uma ponte similar, a ponte Kap Shui Mun. Para esta, o método paramétrico de atualização baseado na sensibilidade foi utilizado. Os autores constataram que os resultados obtidos para a ponte Kap Shui Mun foram mais próximos do experimental, contudo não foram capazes de comprovar que os parâmetros atualizados correspondiam aos valores reais. Para o modelo atualizado da ponte Second Severn Crossing, apesar de apresentarem resultados não tão próximos dos valores experimentais quanto aos obtidos pelo modelo da ponte Kap Shui Mun, os autores ressaltaram que utilizando o método de sintonização manual todas as modificações realizadas no modelo apresentavam uma justificativa para execução. Baseado nestas observações, os autores concluíram que a sintonização manual, utilizada na ponte Second Severn Crossing, constitui uma etapa fundamental para o processo de atualização de modelos numéricos.

2.1.3.2 - Atualização automática

Os métodos de atualização automática de modelos em elementos finitos surgiram na década de 90 como um tópico de grande importância para as estruturas aeroespaciais e mecânicas. Contudo, estas tecnologias de atualização apresentavam dificuldades de serem aplicadas como uma ferramenta para as estruturas da engenharia civil, a realização de testes e análises experimentais apresentavam uma grande complexidade de execução devido à natureza, tamanho, localização e uso das estruturas civis. Somente recentemente, em função da evolução dos equipamentos eletrônicos, as comunidades de engenheiros civis têm começado a adotar esta tecnologia. Alguns estudos que tratam da atualização de modelos numéricos de pontes podem ser citados.

Brownjohn *et al.* (2001) apresentaram um método de atualização baseado na análise de sensibilidade e descreveram suas aplicações para a avaliação das condições estruturais, em particular com relação às pontes. O método apresentado foi aplicado a um portal de aço de onde concluiu-se que: O modelo em elementos finitos para atualização de modelos deve ser diferente do modelo convencional; em geral a estrutura deve ser modelada com o maior número de detalhes possíveis para representar as características estruturais e geométricas; a zona de dano deve ser quantificada de alguma maneira; os parâmetros a serem selecionados para a atualização devem ser fisicamente ou geometricamente incertos e devem ser sensíveis às respostas selecionadas; e o desenvolvimento de uma prévia

atualização manual para obtenção de valores iniciais dos parâmetros selecionados é necessária.

Law *et al.* (2001) propuseram um método de modelagem para grandes estruturas e um método de atualização de modelos numéricos. O método de modelagem baseia-se no conceito de modelagem dano-deteccção orientada (DDOM), na qual super-elementos são utilizados para representar segmentos de grandes estruturas. O método de atualização de modelos é baseado no conceito de sub-elementos genéricos. O estudo numérico do tabuleiro de uma ponte foi apresentado como ilustração, o método de atualização proposto foi aplicado ao modelo numérico do tabuleiro modelado com a utilização de super-elementos. Os modos de vibração e as frequências encontradas no modelo atualizado correlacionaram muito bem com as medidas simuladas com ou sem ruídos apresentando um erro máximo de 12%.

Garibaldi *et al.* (2003) atualizaram o modelo numérico da ponte Z24, na Suíça, a partir dos parâmetros modais obtidos de ensaios de vibrações. No processo de identificação a técnica de análise de variante canonical (*Canonical Variante Analysis – CVA*) foi utilizada. A estrutura foi submetida a três tipos de excitações: excitação ambiente, com excitadores e de impacto (*Drop weight*). A técnica CVA, apesar de ser uma técnica de identificação que utiliza apenas registros de saída, foi utilizada no processo de identificação para todos os dados adquiridos. No processo de atualização, o método de análise da sensibilidade foi aplicado em um modelo tridimensional em elementos finitos da ponte. A estrutura foi dividida em duas sub-estruturas (tabuleiro e pilares) e em seis grupos de elementos. Somente os dois primeiros modos de vibração experimental da estrutura sem dano foram atualizados. Um sistema linear foi resolvido para a realização do processo de atualização e a convergência foi alcançada por meio de uma técnica de decomposição de valor singular (SVD). O novo modelo atualizado tornou-se assim a base para uma futura identificação de danos.

Com o objetivo de identificar danos na ponte Z24, na Suíça, Teughels e De Roeck (2004) desenvolveram uma técnica iterativa de atualização de modelos numéricos baseada na sensibilidade. O uso de funções de dano e de aproximações de regiões confiáveis foi incorporado ao método da sensibilidade com o intuito de melhorar sua precisão. A atualização do modelo numérico foi realizada em duas etapas. Na primeira, o modelo foi sintonizado em relação à estrutura sem dano, enquanto que na segunda etapa, foi

atualizado para reprodução dos dados modais experimentais da estrutura com dano. Os dados modais foram identificados por ensaios realizados sob excitação ambiente antes e após a aplicação do dano. Técnicas de identificação de subespaço estocástico foram utilizadas no processo de identificação dos parâmetros modais, onde apenas os cinco primeiros modos de vibração foram utilizados nos processos de atualização. O índice de confiança modal MAC foi utilizado para correlacionar os modos de vibração numéricos e experimentais. Os resultados do estudo mostraram que para ambos os casos, ponte sem e com dano, os dados modais numéricos atualizados apresentaram uma correlação satisfatória com os dados experimentais. A rigidez da interação solo-estrutura e a correlação entre os modos laterais também apresentaram uma melhora significativa.

Choi *et al.* (2004) atualizaram o modelo numérico da ponte Lavic Road na Califórnia. Um método baseado na sensibilidade dos parâmetros que identificava as propriedades de massa e rigidez da estrutura foi utilizado. O método consistia basicamente nos seguintes passos: 1) realizava-se a identificação das frequências modais experimentais; 2) construía-se um modelo em elementos finitos da ponte; 3) calculava-se a matriz de sensibilidade do modelo em elementos finitos; 4) calculavam-se as porcentagens de variação dos autovalores entre o modelo numérico e experimental; 5) estimavam-se as porcentagens de variação da massa e da rigidez; 6) atualizava-se o modelo utilizando a estimação das porcentagens de variação da massa e da rigidez, as frequências experimentais e o modelo numérico; e 7) repetia-se os passos 4-6 até que as variações fracionais das frequências entre os dois sistemas ou a matriz das variações fracionais na rigidez fossem próximas de zero. Os testes modais foram realizados sobre a estrutura em quatro períodos distintos, visto que o objetivo do estudo era avaliar a taxa de mudança das propriedades estruturais de uma ponte ao longo do tempo. Os resultados encontrados apresentavam, para as 5 primeiras frequências, uma diferença máxima de 2% entre os modelos experimentais e numéricos.

Kim e Park (2004) consideraram dois importantes problemas no processo de atualização de modelos: a determinação da função objetivo e a seleção dos parâmetros de atualização. A função objetivo convencional, geralmente considerada como uma função penalidade envolvendo a soma ponderada das diferenças entre resultados analíticos e experimentais, foi substituída por uma função multi-objetivo. Esta substituição foi realizada com o intuito de superar as seguintes desvantagens: dificuldade em encontrar uma ponderação adequada e a obtenção de apenas um conjunto de solução aceitável. Para a seleção dos parâmetros de atualização os elementos foram agrupados em conjuntos que apresentavam semelhança de

sensibilidade em relação à função objetivo e estes conjuntos eram definidos como os parâmetros de atualização. Uma placa com uma fissura foi utilizada como exemplo de aplicação da técnica. A função multi-objetivo e os conjuntos de parâmetros de atualização foram então incorporados no processo de atualização de modelos de elementos finitos, que foi posteriormente aplicado com sucesso a um problema real, um disco rígido.

Jaishi e Ren (2005) apresentaram uma técnica de atualização de modelos em elementos finitos baseada na análise de sensibilidade utilizando resultados de testes de vibrações ambiente. O processo de atualização foi tratado como um problema de otimização onde dois métodos que utilizam o conceito de função de penalidade foram utilizados: o método de otimização de primeira ordem (*first order optimization method*) e método de aproximação de subproblema (*sub-problem approximation method*). A simulação de uma viga simplesmente apoiada e uma ponte em arco, de aço e concreto foram utilizados como objeto de estudo. A viga simplesmente apoiada foi simulada com o intuito de avaliar a influência do uso de diferentes funções objetivo no processo de atualização. A simulação do modelo modal experimental foi obtida pela análise modal do modelo numérico inicial ligeiramente alterado (alguns danos foram acrescentados à estrutura). Quatro diferentes funções objetivo foram avaliadas. A primeira considerava apenas as frequências residuais, a segunda considerava a influência dos modos de vibração, utilizando para isso uma função relacionada ao MAC, a terceira relacionada a resíduos de flexibilidade e a última a uma combinação das três funções objetivo anteriores. O momento de inércia e o módulo de elasticidade dos elementos foram escolhidos como parâmetros de atualização. Os autores concluíram a partir desta análise que a função objetivo combinada apresentou melhores resultados. Para o caso da ponte Beichuan, localizada na China, o modelo modal experimental foi determinado pela aplicação do método de identificação de subespaço estocástico. A correlação entre os modos experimentais e numéricos foi realizada pelo índice de confiança modal. A análise de sensibilidade foi realizada para a determinação dos parâmetros de atualização. Os módulos de elasticidade do arco, do tabuleiro e das transversinas, o momento de inércia das transversinas, a espessura do tabuleiro, a massa específica do tabuleiro e arcos, a área da seção transversal do arco e dos tirantes e a rigidez dos elementos tipo mola considerados nos apoios da ponte foram escolhidos como parâmetros de atualização. A função objetivo combinada foi utilizada. Devido ao sucesso apresentado pela atualização da ponte os autores concluíram que essa metodologia poderia ser utilizada para uso diário por engenheiros.

Brasiliano (2005) realizou um estudo sobre métodos de identificação de sistemas e de atualização de modelos numéricos com o intuito de utilizá-los para avaliação de estruturas civis. A verificação da precisão dos métodos foi determinada por meio de simulações numéricas e de experimentos em laboratório. Uma viga metálica e um pórtico plano de três pavimentos foram as estruturas utilizadas nos experimentos. Métodos baseados apenas na resposta da estrutura foram utilizados no processo de identificação de sistemas: o método de pico e dois de identificação de subespaços estocásticos (SSI/cov e SSI/dat). Para a atualização, dois métodos baseados em funções de penalidade foram implementados. Todos os métodos foram considerados satisfatórios.

2.2 - DETALHAMENTO DA METODOLOGIA PARA AVALIAÇÃO DO COMPORTAMENTO DAS PONTES

Com base na revisão bibliográfica apresentada, nos trabalhos de Friswell e Mottershead (1995) e Ewins (2000) e nas análises realizadas, a metodologia desenvolvida neste trabalho foi determinada. Essa metodologia está relacionada à modelagem modal experimental, à modelagem numérica e a uma combinação destes dois modelos denominada modelo numérico em elementos finitos atualizado, e tem como principal intuito gerar um procedimento que represente o comportamento real de pontes existentes. O fluxograma da metodologia pode ser visto na Figura 2. 2.

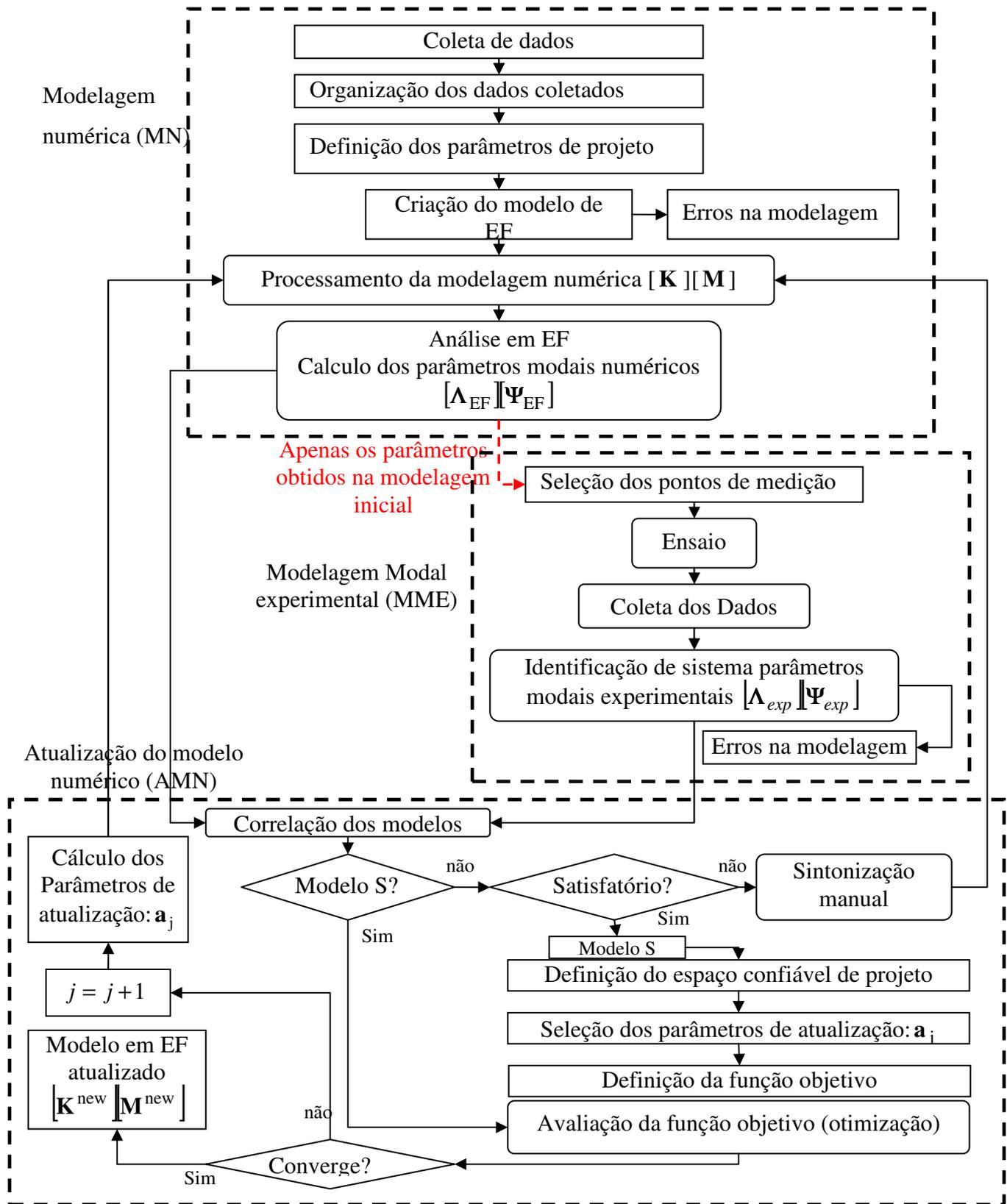


Figura 2. 2– Fluxograma da metodologia proposta.

2.2.1 - Primeira Etapa: Modelagem numérica (MN)

A primeira etapa a ser realizada é a modelagem numérica em elementos finitos das pontes. O modelo gerado nesta etapa servirá como base para a atualização do modelo (terceira etapa da metodologia), assim como servirá de ponto de partida para a modelagem modal experimental na determinação do posicionamento ótimo dos acelerômetros para a realização do experimento (segunda etapa da metodologia). Vale ressaltar que a modelagem numérica, para a aplicação desta metodologia, é realizada no programa ANSYS de Elementos Finitos por intermédio de arquivos de comandos em linguagem APDL (*ANSYS Parametric Design Language*) visto que o modelo necessita ser construído em termos de parâmetros.

A seqüência dos passos para esta modelagem encontra-se relacionada no apêndice C, detalhes sobre modelagem numérica de pontes podem ser vistas no capítulo 3 e detalhes sobre o arquivo de geração do modelo encontra-se no capítulo 6. Caso o projetista tenha experiência em modelagem numérica em ANSYS e não queira seguir rigorosamente os passos descritos, é estritamente necessário que os dados dos materiais e das seções transversais sejam definidos como variáveis, para que possam ser futuramente determinados (terceira etapa da metodologia) como parâmetros candidatos a atualização.

2.2.2 - Segunda etapa: Modelagem modal experimental (MME)

A etapa de modelagem modal experimental tem como objetivo a determinação do modelo modal das pontes baseado em dados obtidos de experimentos in loco. Nesta etapa realiza-se o planejamento do ensaio dinâmico, o ensaio em si e a identificação do modelo modal da ponte com base nos dados do ensaio.

Durante o planejamento do ensaio, o posicionamento dos sensores e o passo de tempo para a realização do ensaio são determinados. Os programas LGM.m e/ou EfIDPR.m, implementados respectivamente de acordo com os métodos de Lim Gawronski modificado (LGM) (Cherng, 2003) e o método de independência efetiva – resíduo do ponto principal (EfI-DPR) (Meo e Zumpano, 2005) são utilizados no processo de determinação do posicionamento dos sensores. Estes métodos encontram-se descritos no capítulo 4. Para que o planejamento seja realizado, é necessário o conhecimento prévio do modelo modal numérico da ponte em análise.

A identificação do modelo modal é baseada nos dados experimentais coletados por meio do experimento dinâmico. Alguns métodos de identificação de sistemas são apresentados neste trabalho para que possam ser utilizados no processo de identificação do modelo modal das pontes, o método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (*Iterative Windowed Curve-fitting Method – IWCM*), o método de detecção de Pico, o método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência e o método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência, detalhes sobre estes métodos podem ser vistos no capítulo 4. O modelo modal experimental gerado nesta etapa servirá como referência para a atualização do modelo numérico (MN).

Todos os passos para a realização da modelagem modal estão descritos no apêndice C. Caso o analista que estiver utilizando esta metodologia apresente experiência em modelagem modal baseada em dados experimentais e não deseje seguir rigorosamente os passos descritos, é importante apenas que possua o modelo modal baseado em dados experimentais da ponte em análise e, principalmente, que estes dados sejam confiáveis.

2.2.3 - Terceira etapa: Atualização do modelo numérico (AMN)

A etapa mais importante da metodologia desenvolvida e que apresenta mais inovações é a etapa de atualização do modelo numérico. O modelo gerado nesta fase é o modelo numérico que representa a estrutura real. Todo o processo de atualização foi desenvolvido no programa ANSYS de elementos finitos. O modelo numérico (primeira etapa) e o modelo modal experimental (segunda etapa) são as bases para a realização de tal procedimento.

Inicialmente um processo de correlação entre os dados modais de ambos os modelos é realizado. Baseada nesta correlação e nos dados incertos da modelagem numérica, algumas partes do modelo em elementos finitos são alteradas, este processo é denominado atualização manual. Novas correlações entre modelos modais e experimentais são realizadas até que um modelo satisfatório seja determinado, isto é, o modelo que apresentar a melhor correlação com o modelo experimental. Partindo deste modelo um processo de atualização automática é realizado. Nesta fase as propriedades incertas dos materiais e das características geométricas assumidas no modelo são atualizadas. Todos os passos para a realização desta etapa estão descritos no apêndice C.

2.3 - UTILIDADE DESTA METODOLOGIA

Esta metodologia permite aumentar a possibilidade do modelo numérico de prever a resposta das pontes sob várias condições de serviço. Assim, o uso desta metodologia em pontes, onde o comportamento estrutural não é bem conhecido, é de fundamental importância, como no caso de pontes antigas que ainda encontram-se em uso, pontes modernas que apresentam complexidade estrutural, pontes localizadas em regiões onde as condições naturais são extremas, por exemplo, terremotos, ventos fortes, etc. são prováveis de ocorrer, e pontes que apresentem algum tipo de dano.

Muitas das pontes construídas no século 19 ainda encontram-se em uso e a preservação destas estruturas é de fundamental importância, pois na maioria dos casos elas são consideradas tesouros nacionais. Obviamente, estas estruturas foram projetadas para um carregamento bastante diferente do tráfego veicular que elas suportam atualmente. Assim, para que estas estruturas continuem sendo utilizadas, é necessária uma avaliação das respectivas capacidades de carga para que as ações impostas sejam gerenciadas de modo a garantir a sua segurança.

Para pontes modernas, devido ao fato do comportamento estrutural não ser conhecido com tantos detalhes como no caso das estruturas convencionais, o monitoramento destas seguidos de constante avaliação do seu comportamento dinâmico e investigações da instabilidade dinâmica são importantes para que nenhum incidente venha a ocorrer com essas estruturas.

Compreender a resposta dinâmica de pontes e sua suscetibilidade para as ações de ventos e terremotos tem se tornado um dos desafios na engenharia. A obtenção da resposta destas estruturas quando submetidas a situações de ventos extremos ou terremotos pode ser obtida, com uma satisfatória precisão, utilizando modelos atualizados baseados em dados modais experimentais (frequências naturais, modos de vibração e razões de amortecimento).

No caso da identificação de danos em pontes, uma vez que os parâmetros modais (frequências naturais e modos de vibração) da estrutura são alterados pelo dano estrutural, a atualização de modelos em elementos finitos fornece uma técnica eficiente de identificação global de danos. Em modelos em elementos finitos o dano pode ser representado pela redução das propriedades de rigidez dos elementos e podem ser

identificados pela sintonização do modelo em elementos finitos com os parâmetros modais medidos. Neste sentido, Teughels e De Roeck (2004) utilizam o processo de atualização para a identificação dos danos na ponte Z24, na Suíça.

Apesar da metodologia proposta ter sido direcionada para ser utilizada em pontes, ela apresenta uma abrangência maior. Seu uso pode ser estendido para diferentes tipos de estruturas, sejam estruturas mecânicas, civis ou aeroespaciais, como por exemplo, carros, edifícios ou aviões.

3 - TIPOS DE PONTES E SUAS MODELAGENS NUMÉRICAS

As pontes são estruturas construídas para sobrepor rios, vales e outros obstáculos, permitindo uma passagem segura de veículos, trens e pedestres. A estrutura das pontes é dividida basicamente em duas partes, a parte superior, denominada superestrutura, que consiste do tabuleiro, das vigas ou treliças, cabos, tirantes, etc. e a parte inferior, denominada subestrutura, que são as colunas, piers, torres, pilares, ancoragens, etc.

Para a representação numérica destas estruturas é indispensável um bom conhecimento das características das pontes e do método de representação numérica que será utilizado. Este capítulo tem o intuito de fornecer uma base de conhecimento para a criação de modelos numéricos de pontes. Neste sentido, será apresentada uma abordagem sobre as características dos principais tipos de pontes existentes, seguida por uma explanação de detalhes importante de modelagem em elementos finitos de pontes, tanto para a criação de modelos convencionais quanto para criação de modelos que serão atualizados.

3.1 - PONTES

Como já dito anteriormente, o conhecimento das características e do comportamento das pontes é de fundamental importância para a criação de um modelo numérico preciso em elementos finitos.

Essas estruturas são classificadas quanto ao sistema estrutural em: pontes comuns (estilo viga), pontes em arco, suspensas e estaiadas. Uma representação simples da distribuição de forças em cada um dos tipos estruturais pode ser visto na Figura 3. 1.

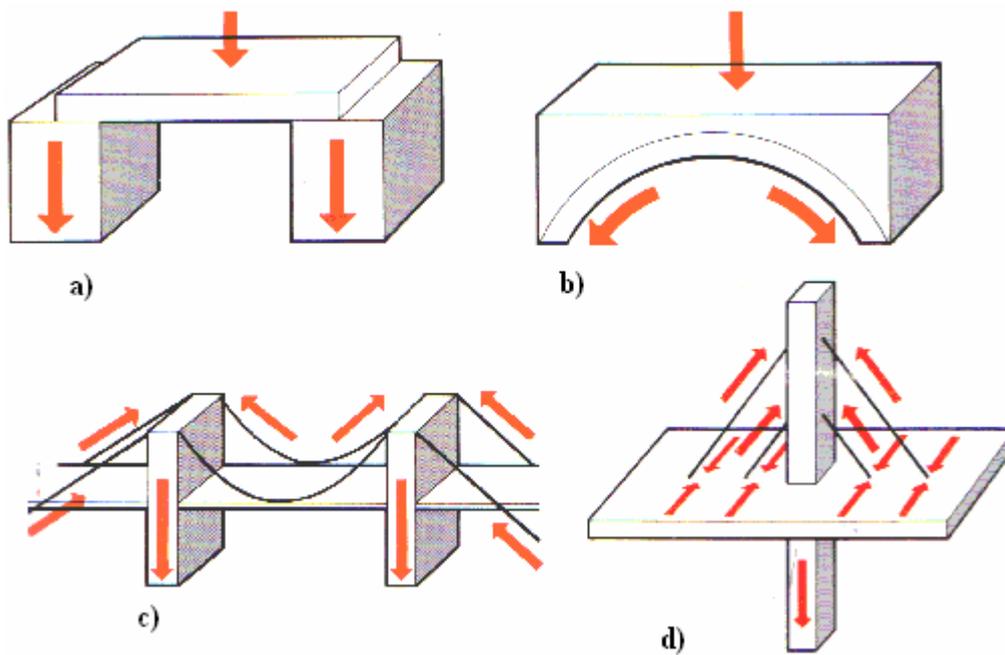


Figura 3. 1 – Tipos de Pontes: a) ponte tipo viga b) ponte tipo arco c) ponte suspensa e d) ponte estaiada.

As pontes comuns em viga são feitas geralmente de concreto, madeira, aço ou uma combinação destes materiais (pontes mistas). A principal variante destas pontes corresponde ao tipo de seção transversal do tabuleiro. As pontes caixão são aquelas em que o tabuleiro apresenta-se como uma viga em forma de caixa, estas estruturas resistem a flexão, cisalhamento e torção. Nas pontes planas (plate) o tabuleiro é composto de uma viga tipo H ou I. As pontes viga T se caracterizam por um número de vigas T colocadas paralelamente para suportar o carregamento sobre a ponte. Estas pontes são as mais comuns de serem encontradas.

As pontes em arco são estruturas que resistem principalmente a cargas de compressão. No passado eram o tipo de pontes mais utilizado, sendo as pedras os materiais mais utilizados para a construção das magníficas pontes em arco da época medieval. Geralmente as forças atuantes na estrutura são direcionadas para fora por dois caminhos curvos em direção ao solo. No Brasil tem-se duas importantes pontes em arco, a ponte Juscelino Kubitschek (1200 m), localizada em Brasília, e a ponte da Amizade (552 m) que liga a cidade de Foz do Iguaçu, Brasil e a Ciudad del Este, Paraguai.

As pontes suspensas são estruturas onde o tabuleiro de rodagem é sustentado por cabos, que são colocados sobre duas torres e presos em sólidas regiões de blocos de concreto,

denominadas ancoragens, em ambos os extremos da ponte. As cargas que atuam sobre a ponte, sejam estas móveis ou não, são transferidas para os cabos que ficam tracionados e transferem estas cargas para as torres na forma de compressão. As pontes pênses parecem ser a melhor solução para pontes de grandes vãos, como exemplo pode-se citar: a ponte Humber construída em 1981 no Reino Unido, com um vão central de 1410 m; a ponte Great Belt East, construída em 1998 na Dinamarca, com um vão de 1624 m; a ponte Akashi-Kaikyo construída em 1998 no Japão, com um vão de 1991 m e a ponte Messina Strait Crossing, ainda em construção, na Itália, com um vão de 3300 m.

As pontes estaiadas suportam as vigas e o tabuleiro por meio de cabos diagonais que são tensionados a partir das torres e ancorados nas longarinas. Estas estruturas são indicadas, assim como as suspensas, para superar grandes vãos. A ponte Tatara com um vão livre de 890 m, construída em 1999 no Japão é um exemplo deste tipo de ponte.

Pode-se constatar que pontes com grandes vãos, como é o caso das pontes pênses e estaiadas, são mais susceptíveis a grandes amplitudes de vibração, particularmente devido às influências aerodinâmicas e ao comportamento não linear geométrico (vergadura dos cabos).

3.2 - MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS

Um modelo em elementos finitos pode ser considerado um modelo numérico discreto de um sistema estrutural contínuo. Este modelo é baseado nas propriedades dos materiais (módulo de elasticidade, coeficiente de Poisson, massa específica etc.) e na dimensão física do sistema sob análise. O modelo em elementos finitos de um sistema dinâmico é um sistema discreto com termos de massa, rigidez e amortecimento.

Os modelos em elementos finitos têm sido muito utilizados como ferramenta para o conhecimento do comportamento das estruturas, uma vez que são considerados os que melhor conseguem representar os detalhes das estruturas. Partindo desta capacidade, eles têm sido muito utilizados para auxiliar no projeto de novas estruturas, sendo este o uso convencional. Outras utilizações para estes modelos tem sido a inversa, isto é, o modelo numérico é criado para avaliar uma estrutura existente. Entre estas avaliações das estruturas podem ser citadas: a determinação da capacidade de carga, o projeto de modificações estruturais e a avaliação do comportamento frente a carregamentos

excessivos. No processo de atualização de modelos numéricos a modelagem convencional e a inversa iteração até que a resposta entre o modelo experimental e o numérico convirja.

Contudo, apesar das vantagens desta modelagem, ela apresenta algumas limitações relacionadas à imprecisão dos resultados quanto à avaliação de estruturas existentes. O elevado número de variáveis das quais depende o comportamento da estrutura, a complexidade geométrica e estrutural somada às incertezas inerentes ao tipo de estrutura, ou sejam, as relacionadas com a caracterização do comportamento dos materiais, o desconhecimento dos processos construtivos adotados e a localização de danos existentes, fazem com que o modelo não represente fielmente a estrutura.

3.2.1 - Processo de modelagem em elementos finitos

As análises das pontes utilizando modelos de elementos finitos são geralmente realizadas utilizando programas computacionais, cuja formulação segue basicamente três etapas: o pré-processamento, a solução e o pós-processamento.

O pré-processamento descreve como o modelo é formado e geralmente contém a definição da geometria do problema, o tipo de elemento que será utilizado, as propriedades dos materiais, as características geométricas dos elementos, as condições de contorno e os carregamentos. Esta etapa do processo é crítica, visto que uma solução perfeita de um problema de elementos finitos é completamente sem valor se a definição do problema for realizada de forma incorreta. Neste trabalho, esta etapa do processo será também chamada de modelagem.

Durante a fase de solução do problema, o programa de elementos finitos avalia as equações algébricas na forma de matriz e calcula os valores desconhecidos do campo de variáveis. Centenas de equações podem ser geradas. O processo envolve basicamente os seguintes passos: (1) a estrutura é separada em um número finito de regiões ou partes (elementos). Os elementos são conectados um aos outros em pontos (nós). E assim a malha de elementos finitos é criada. Os atributos do sistema estrutural (material, propriedades físicas, carregamento, restrições, etc.) são adicionados à malha de elementos finitos para representar a estrutura de forma mais precisa; (2) a função de deslocamento é então escolhida; (3) a matriz de rigidez é derivada utilizando princípios de variação da mecânica como o princípio de mínima energia potencial; (4) a matriz global da estrutura é calculada; (5) as equações algébricas assim obtidas são resolvidas para a determinação dos

deslocamentos desconhecidos; (6) as tensões e deformações nodais são calculadas a partir dos deslocamentos nodais.

A análise e avaliação dos resultados é referida como pós-processamento. Os programas de pós-processamento contêm sofisticadas rotinas usadas para ordenar, imprimir e plotar resultados selecionados de uma solução em elementos finitos. Nesta etapa os resultados são manipulados e estudados pelos analistas.

3.2.1.1 - Uma abordagem para análise modal de pontes

O primeiro passo de uma análise dinâmica é a análise modal, que determina as frequências naturais e os correspondentes modos de vibração do sistema sob avaliação. Em outras palavras, quando uma análise modal é realizada, a forma deformada que o sistema vibrante apresentará em cada uma de suas frequências de oscilação é determinada.

O comportamento dinâmico de um sistema mecânico discreto linear composto de n massas conectadas por meio de molas e amortecedores é descrito pela seguinte equação diferencial matricial:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}_2\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) = \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t) \quad (3.1)$$

onde $\mathbf{M}, \mathbf{C}_2, \mathbf{K} \in \mathbf{R}^{n \times n}$, são as matrizes de massa, amortecimento e rigidez global, respectivamente, $\mathbf{q}(t) \in \mathbf{R}^n$ é o vetor de deslocamentos em tempo contínuo. Um ponto sobre a função de tempo denota a derivada em função do tempo: $\dot{\mathbf{q}}(t)$ é o vetor velocidade e $\ddot{\mathbf{q}}(t)$ é o vetor aceleração. O vetor $\mathbf{f}(t) \in \mathbf{R}^n$ representa a força de excitação, que pode ser decomposta na matriz $\mathbf{B}_2 \in \mathbf{R}^{n \times m}$ e no vetor $\mathbf{u}(t) \in \mathbf{R}^m$ que descreve as m entradas no tempo contínuo.

Assumindo que o sistema encontra-se em vibração livre e ignorando o amortecimento tem se:

$$\left[\mathbf{K} - \omega_q^2 \mathbf{M} \right] \phi_q = 0 \quad (3.2)$$

Para que o sistema admita soluções diferentes da trivial, o determinante da matriz da equação (3.2) deve ser nulo. As raízes desta equação, ω_q^2 , são denominadas autovalores,

onde q varia de 1 ao número de graus de liberdade do modelo (n). A raiz quadrada de ω_q^2 corresponde à frequência circular (em radianos/s). A frequência natural em Hz é calculada da seguinte forma:

$$\lambda_q = \frac{\omega_q}{2\pi} \quad (3.3)$$

Os vetores correspondentes ϕ_q são os chamados autovetores, estes representam os modos de vibração, que são as formas assumidas pela estrutura quando vibrando em cada uma das frequências naturais.

3.3 - DETALHES DE MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS PARA OS VÁRIOS TIPOS DE PONTES

Há diferentes estratégias de modelagem relacionadas à seleção do tipo de elementos, do número de graus de liberdade, do método de análise apropriado, etc. Estas estratégias dependem da habilidade e experiência do analista e da pretendida aplicação do modelo, isto é, análises estáticas e dinâmicas requerem diferentes modelos em elementos finitos para o mesmo nível de precisão. Alguns detalhes de modelagem de pontes serão citados a seguir com o intuito de auxiliar o analista quando da realização desta.

A princípio é ideal que seja criada uma modelagem simples da ponte em questão e com base nos resultados obtidos desta análise o grau de detalhamento do modelo seja aumentado até que seja criado um modelo satisfatório. Em muitos casos é criado mais de um modelo para a representação de uma mesma estrutura, com algumas diferenças principalmente relacionadas ao tipo de elemento utilizado.

Quanto à determinação das propriedades dos materiais, o que se recomenda é a realização de ensaios com testemunho para a determinação destas. Este tipo de ensaio pode ser visto principalmente em estruturas de concreto onde a resistência à compressão não é precisamente conhecida.

Para a interação solo-estrutura, o uso de um elemento tipo mola com uma rigidez determinada em função das propriedades do solo tem sido empregado por muitos pesquisadores como Garibaldi *et al.* (2003) para a ponte Z24 (Figura 3. 2) na Suíça, ou Penner (2001) para algumas pontes no estado de São Paulo e Rio de Janeiro no Brasil.

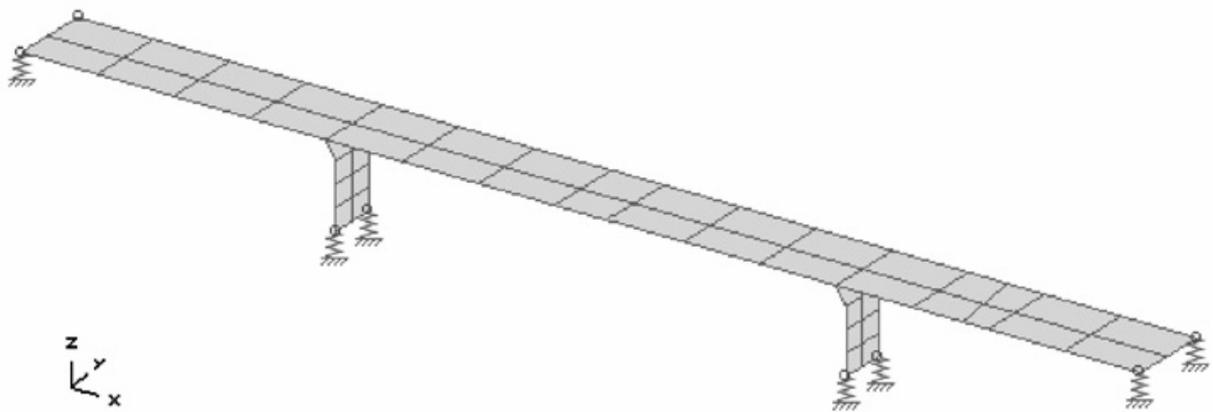


Figura 3.2– Modelo em elementos finitos da ponte Z24 (Garibaldi *et al.*, 2003).

Outra particularidade importante de ser detalhada está relacionada à representação numérica de estruturas mistas. Este detalhe de modelagem tem sido muito estudado, como nos trabalhos de Wang (2005) e Chung e Sotelino (2006). As interações entre vigas de aço e tabuleiros de concreto têm sido modeladas com elementos de ligação (*Elemento Link*), conforme pode ser visto na Figura 3. 3. Este elemento controla, a partir do seu grau de rigidez, o grau de ligação entre a viga e o tabuleiro.

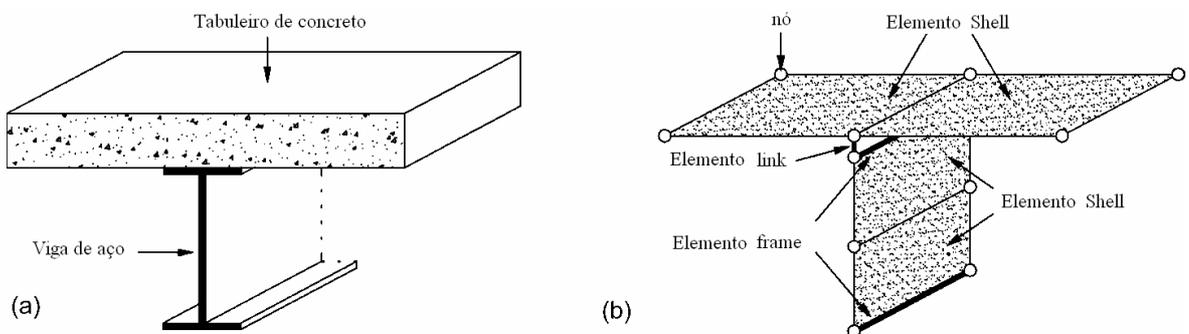


Figura 3.3 – Estratégia de modelagem para seções transversais compostas: a) seção transversal; b) elementos finitos (Wang *et al.* 2005).

A ponte Second Severn Crossing (SSC) construída entre 1992 e 1996 no Reino Unido é um exemplo de ponte estaiada, na qual elementos tipo casca foram utilizados na modelagem do tabuleiro e elementos tipo viga (*Beam*) na modelagem das transversinas e longarinas, conforme pode ser visto na Figura 3. 4. Uma particularidade importante das pontes estaiadas, assim como das pênséis, está na necessidade de ser realizada uma análise estática (geralmente não linear) do modelo antes que qualquer outra análise seja realizada. Tal necessidade é comprovada devido à configuração de equilíbrio deformado ser o ponto

de partida para qualquer análise neste tipo de pontes. Outra consideração importante que não pode ser esquecida é a verificação de não linearidade geométrica nos cabos e/ou tirantes da estrutura.

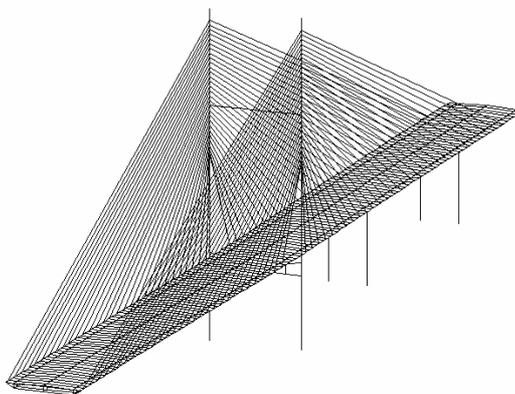


Figura 3. 4 – Modelo em elementos finitos da ponte estaiada Second Severn Crossing (SSC) (Wendy e Macdonald, 2007).

Um exemplo de modelagem em elementos finitos de pontes em arco é o da ponte Lagoncinha em Portugal (Costa *et al.*, 2002), Figura 3. 5. Para a construção do modelo numérico desta estrutura foi utilizada uma técnica de fotogrametria, onde a partir de fotografias a disposição dos blocos na estrutura foi determinada, os resultados foram seguidamente corrigidos utilizando AutoCAD e estes foram modelados como elementos finitos volumétricos, devidamente individualizados entre si de modo a ser possível considerar o comportamento das juntas existentes. Tal técnica foi empregada para garantir que a geometria e as disposições dos blocos de pedras visíveis dos arcos fossem respeitadas o máximo possível. CASTEM 2000 foi o programa de elementos finitos utilizado para as análises.

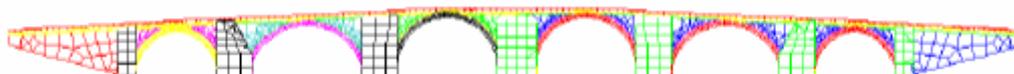


Figura 3. 5 – Modelo em elementos finitos da ponte Lagoncinha (Costa *et al.*, 2002).

Outra ponte em arco com uma arquitetura mais moderna pode ser vista na Figura 3. 6. A ponte Beichuan, na China, foi modelada com elementos tipo viga para os arcos e vigas,

elementos de tipo treliça foram utilizados para os tirantes e elementos de casca para o tabuleiro.

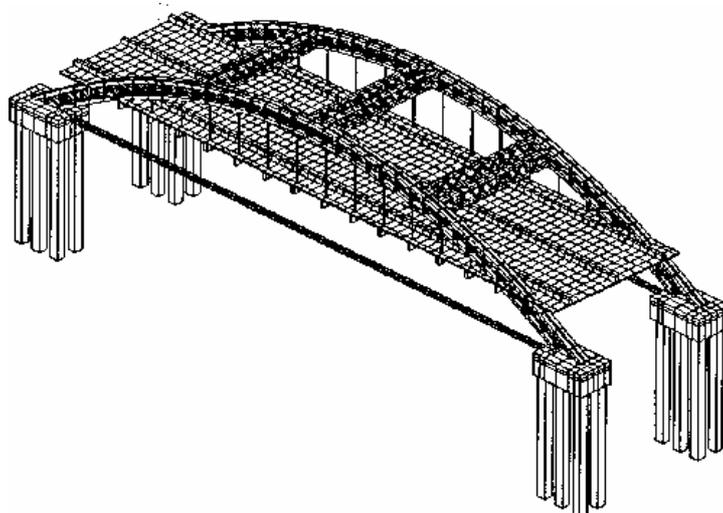


Figura 3. 6 – Modelo de elementos finitos da ponte Beichuan (Jaishi e Ren, 2005).

Como um exemplo de modelagem em elementos finitos de pontes pênses tem-se a ponte Roebling, (Ren *et al.*, 2004). Todos os membros de cabo desta ponte (cabos primários, cabos secundários, tirantes e cabos de estabilização) são projetados para sustentar a força de tração somente e são modelados usando um único elemento 3D de treliça entre as junções, Figura 3.7 c, onde a simulação de cabos frouxos da compressão, a rigidez à tração e a modelagem de grandes deslocamentos podem ser calculadas. As barras superiores e inferiores da treliça são modeladas como elementos 3D de viga elásticos. Os membros verticais da treliça são modelados também como os elementos 3D de viga elásticos.

As colunas da torre são modeladas como elementos 3D de viga, enquanto as paredes das torres acima e abaixo do tabuleiro são modeladas com elementos de casca quadrilateral de três-nós, como mostrado em Figura 3.7 C, visto que a flexão destas paredes é de importância secundária. O tabuleiro é simplificado como longarinas e transversinas sendo modeladas usando um único elemento 3D elástico de viga entre junções, visto que estes componentes podem estar sujeitos à tração, compressão, flexão e à torsão. A discretização tridimensional do modelo em elementos finitos da ponte pênsil de Roebling consiste em 1.756 nós e em 3.482 elementos, tendo como resultado 7.515 graus de liberdade ativos.

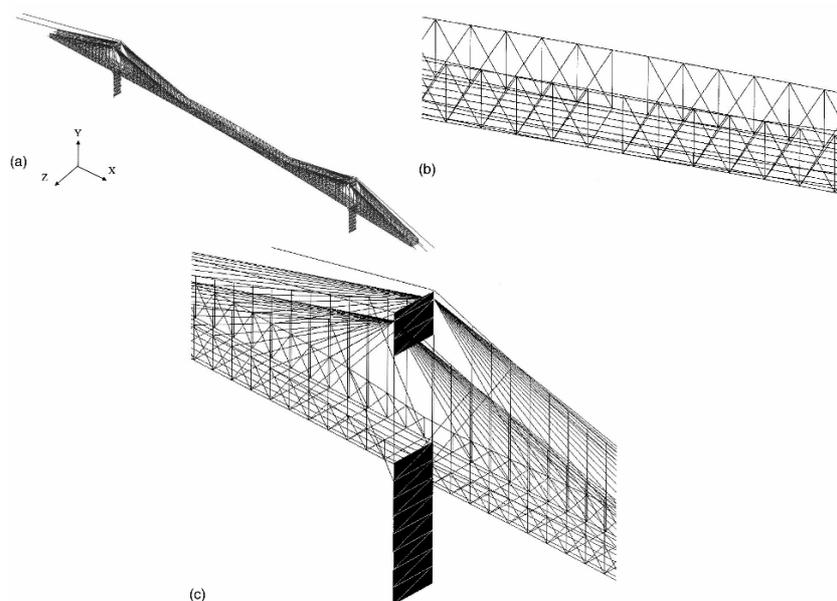


Figura 3. 7 – Modelo em elementos finitos da ponte Roebling (a) modelo completo (b) vão central e treliças (c) parte do modelo em elementos finitos (torres e cabos) (Ren *et al.*, 2004).

3.4 - MODELAGEM DE PONTES EM ELEMENTOS FINITOS PARA ATUALIZAÇÃO

A preparação de um modelo em elementos finitos que será utilizado para a atualização dos parâmetros requer algumas considerações específicas de fatores adicionais que não são levados em conta na modelagem convencional. A primeira consideração importante está relacionada à representação dos parâmetros incertos e/ou imprecisos do modelo como variáveis, de forma que estas possam ser avaliadas quantitativamente, visto que se as incertezas não são quantificadas, então a avaliação da condição da estrutura não pode ser realizada.

Outras duas particularidades estão relacionadas às condições de contorno e às áreas de danos conhecidas nas pontes. Um problema comum na modelagem em elementos finitos está na determinação das condições de contorno. Um bom caminho para simular estas condições é utilizar suportes de elementos tipo mola (*spring elements*) como mostrado na Figura 3. 8, onde os valores de rigidez, depois de atualizados, aproximam-se das condições de contorno real (Brownjohn *et al.*,2001).

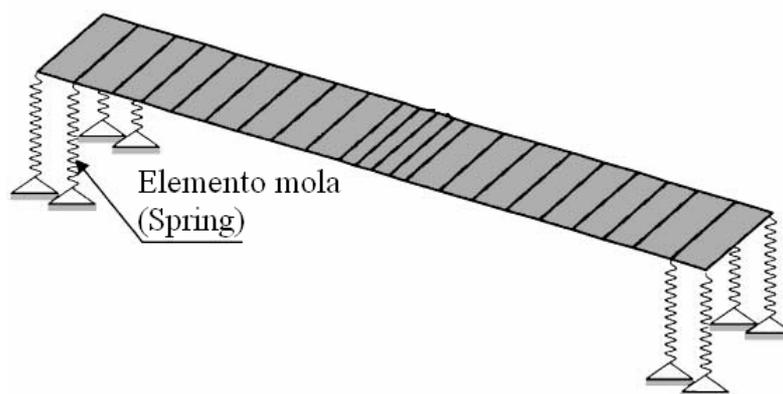


Figura 3. 8 – Modelagem de condições de contorno utilizando elementos mola (Brownjohn *et al.*, 2001).

Quando zonas de danos e/ou deteriorações existentes em uma área restrita da estrutura são conhecidas, estas devem ser incorporadas ao modelo. Devido à redução geométrica e/ou física, elementos fracos (*weak elements*) podem ser utilizados para representar quantitativamente a zona de dano geométrico ou físico do modelo em elementos finitos. Assim, quando o processo de atualização é realizado, estes elementos são atualizados possibilitando que as características do dano sejam determinadas. Um exemplo de elemento fraco pode ser visto na Figura 3. 9.

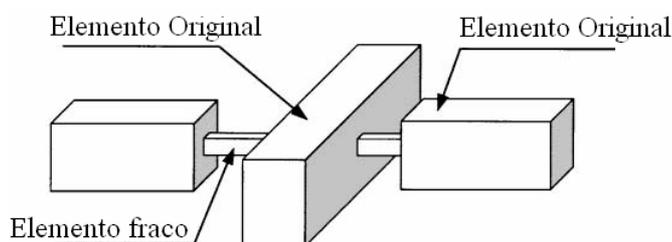


Figura 3. 9 – Modelagem de um elemento com dano (elemento fraco) (Brownjohn *et al.*, 2001)

A fim de obter um modelo confiável em elementos finitos e garantir o significado físico dos parâmetros atualizados, o detalhamento deste modelo deve ser capaz de representar as características da estrutura. A simplificação excessiva de modelos numéricos deve ser evitada no processo de modelagem numérica para a atualização por ser esta a razão principal para explicar as discrepâncias entre os resultados calculados e as respostas reais da estrutura.

4 - ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL DE PONTES

A análise modal experimental é um processo que consiste em determinar os parâmetros modais (frequências, razão de amortecimento, modos de vibração, etc.) de um sistema, a partir de uma abordagem experimental. Os modelos gerados a partir desta análise são geralmente utilizados para auxiliar na solução de problemas dinâmicos de estruturas.

Estes modelos têm sido muito utilizados como ferramenta no processo de identificação de danos, com base no fato de que os danos provocam diminuição na rigidez da estrutura e assim produzem alterações em suas propriedades dinâmicas, como frequências e modos de vibração (Doebeling *et al.*, 1998; Zou *et al.*, 2000). Outros usos como no processo de interrupção do tráfego em pontes quando estas encontram-se submetidas a cargas de vento excessivas, em sistema de monitoramento da saúde da estrutura (*Structural Health Monitoring System – SHMS*) ou no processo de atualização de modelos numéricos também têm sido muito difundidos. Como se pode constatar, o modelo modal experimental sozinho não fornece a resposta para todos os problemas, mas é com certeza uma das mais importantes ferramentas no processo de avaliação de uma estrutura.

Os modelos modais experimentais são os que representam melhor o comportamento dinâmico das pontes visto que são obtidos diretamente a partir da estrutura. Contudo sempre é possível a ocorrência de erros que afetem o resultado da modelagem, sejam estes provenientes de deficiência nos equipamentos de medição, curvas na base dos acelerômetros, causadas pelas imperfeições da superfície, ruídos nos sinais, erros introduzidos pela massa e rigidez dos equipamentos utilizados para excitar ou medir a vibração, erros relacionados ao limitado número de coordenadas medidas, limitada faixa de frequência, dificuldade na obtenção dos registros referentes aos graus de liberdade de rotação e até mesmo erros humanos. A eliminação destes erros é difícil e o que se busca é a sua minimização por meio do uso de bons equipamentos de medição e de métodos de identificação de sistema que relevem estes erros ao máximo.

Neste trabalho, a análise modal experimental está sendo conduzida para uso no processo de atualização, onde o modelo obtido nesta etapa será correlacionado com o modelo modal em elementos finitos. O processo de determinação dos parâmetros modais a partir de dados experimentais envolve basicamente 3 fases que são: o planejamento do processo de

medição; a aquisição dos dados modais e a estimativa dos parâmetros modais (vide Figura 4. 1). Detalhes sobre cada uma destas fases serão dados no decorrer deste capítulo.

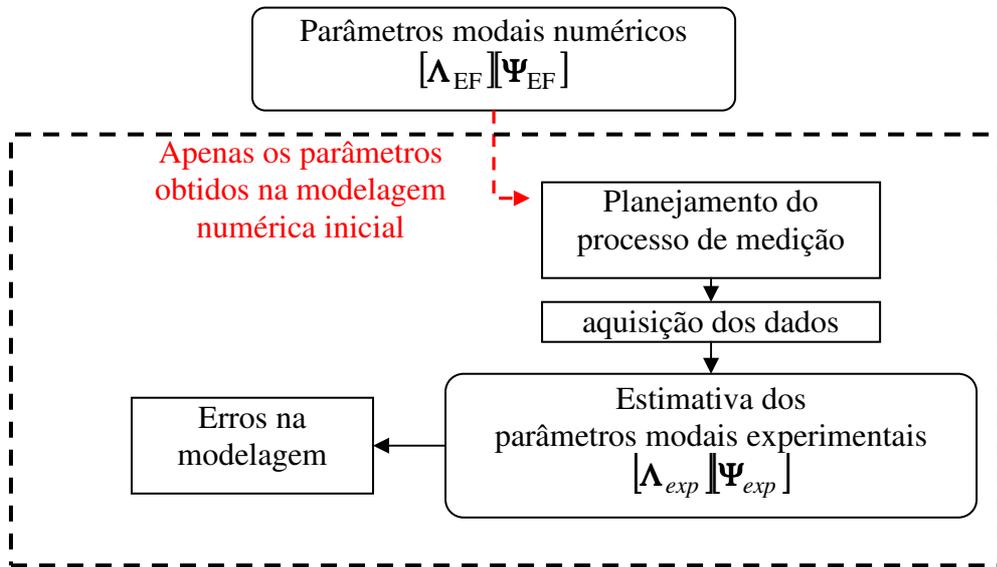


Figura 4. 1 – Fluxograma do processo de modelagem modal experimental.

4.1 - PLANEJAMENTO DO PROCESSO DE MEDIÇÃO

Os dados modais adquiridos pelo experimento estão diretamente ligados ao esquema de medição adotado para o ensaio. No entanto, é necessário que o planejamento do processo de medição seja efetuado de acordo com o uso que se fará do modelo. Deste modo, para a identificação do dano, o modelo modal deve apresentar uma representação dos modos de vibração com mais detalhes (com mais pontos de medição) na região onde o dano provavelmente se encontra; já no caso de interrupção do tráfego devido a ações do vento, o modelo modal deve ser capaz de determinar a forma dos modos de vibração que apresentam frequências naturais próximas às frequências da excitação.

Para a utilização do modelo modal experimental na metodologia proposta é importante fazer o registro do sinal em um número razoável de graus de liberdade e com uma boa distribuição espacial, para que os modos experimentais de vibração sejam determinados de maneira satisfatória e assim possam ser comparados com os modos do modelo numérico.

A seleção dos modos que pretendem ser identificados e a determinação dos pontos de localização dos sensores são duas importantes tarefas no processo de obtenção dos registros. Vale ressaltar que o ponto de localização dos sensores é definido como o número de graus de liberdade a serem medidos. Neste trabalho, esses pontos são correspondentes

aos graus de liberdade do modelo numérico para que a correlação entre os modos seja possível. Os modos numéricos que pretendem ser identificados são determinados inicialmente. As localizações dos sensores são então escolhidas de acordo com os modos de interesse, de forma que a informação desejada possa ser claramente extraída.

Esta fase de planejamento é importante para que a hipótese de observabilidade seja satisfeita, visto que o principal objetivo desta fase é a determinação de um esquema de medição que seja capaz de obter respostas que contenham informações úteis para a obtenção dos parâmetros modais da estrutura (modos de vibração, frequências, etc.).

4.1.1 - Seleção dos modos que se pretende identificar

A primeira decisão que deve ser tomada em todo o processo de análise modal é a determinação de quais modos se deseja identificar. Para o caso de atualização de modelos estes serão os modos sensíveis aos parâmetros incertos do modelo numérico. Esta consideração é feita visto que os modos identificados devem ser capazes de auxiliar no processo de atualização.

A seleção dos modos é realizada por meio de uma pré-classificação quanto à sensibilidade destes em relação aos parâmetros incertos do modelo conforme pode ser visto na Figura 4.2.

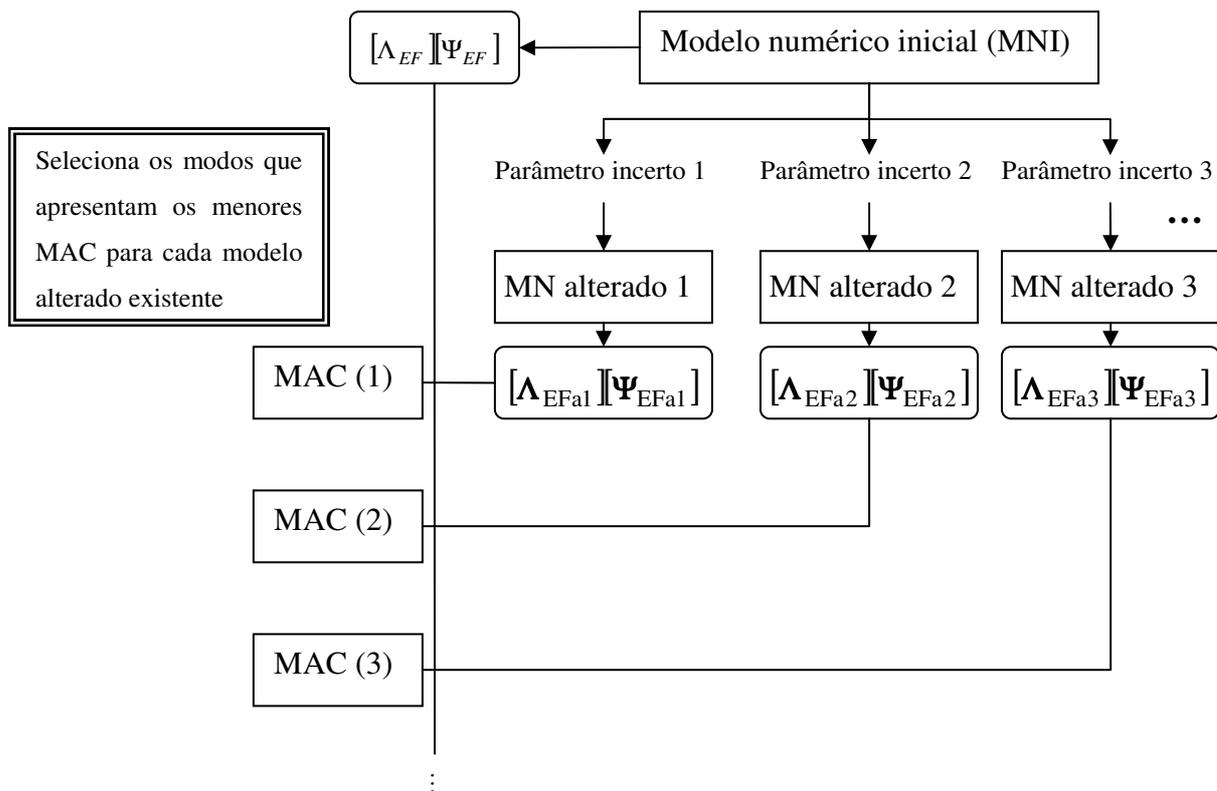


Figura 4. 2 – Detalhes do método de seleção dos modos de interesse.

Esta rotina define novos modelos numéricos com os parâmetros incertos alterados e calcula o índice de confiabilidade modal MAC entre os modos dos modelos alterados e do modelo inicial, a definição do índice MAC pode ser vista no item 5.1.1.. Os modos que apresentarem MACs mais distantes de um (1) serão os candidatos a serem identificados, visto que são os mais sensíveis às alterações dos parâmetros em questão.

Quando da execução deste método é importante verificar, antes que o índice MAC seja calculado, se os modos de vibração dos modelos alterados estão sendo correlacionados com os seus reais correspondentes no modelo numérico inicial, visto que quando algumas alterações são realizadas no modelo numérico o comportamento dinâmico da estrutura pode variar significativamente e os modos podem não mais estarem correlacionados.

A seleção dos modos pode também ser feita intuitivamente, ou seja, apenas pela observação dos parâmetros incertos do modelo e pela obtenção de quais modos pode essa incerteza afetar. Este modo de determinação é aconselhável apenas para analistas que apresentem uma comprovada experiência em modelagem dinâmica de pontes.

4.1.2 - Seleção dos pontos de medição

Após a escolha dos modos que se pretende identificar, as localizações dos sensores são então determinadas. Uma boa localização de sensores é realizada quando o número de sensores é minimizado, a força do sinal é maximizada e as formas dos modos de interesse são identificadas. A minimização do número de sensores é uma exigência devido a fatores econômicos e a maximização da força do sinal é para que mesmo com a existência de ruídos ou fatores adversos, a possibilidade de captação dos modos seja possível.

Dois métodos de otimização de localização de sensores (OSP) foram implementados para uso nesta metodologia. O método Lim- Gawronsky modificado (LGM) e o método de independência efetiva – resíduo do ponto principal (*Effective Independence Driving-Point Residue – Efi-DPR*). Detalhes sobre a teoria destes podem ser vistos nos itens abaixo. Estes métodos foram aplicados sobre o modelo modal numérico da ponte pênsil de Clifton.

4.1.3 - O método de Lim Gawronski modificado (LGM)

O método Lim Gawronski modificado (LGM), implementado nesta tese, foi escolhido para uso nas pontes devido à sua fácil implementação. Neste método, a influência de modos individuais (ou conjunto de modos) para determinadas posições da estrutura podem ser facilmente visualizados. A desvantagem deste método está relacionada à sua incapacidade em estimar a intensidade do sinal adquirido e desta forma, seleciona simultaneamente posições que correspondem aos modos de baixa frequência e aos de alta frequência. Isto ocorre devido às operações realizadas não poderem diferenciar qual é a contribuição modal individual.

Este método será apresentado em duas etapas, inicialmente o método original, proposto por Gawronski e Lim (1996), (método LG) e em seguida o método modificado definido como LGM.

4.1.3.1 - Método LG

O método Lim Gawronski (LG), também denominado método do traço (*trace method*) ou método de média aritmética (*arithmetic mean method*) utiliza a soma dos quadrados dos valores singulares de uma matrizes Hankel sobre todas as localizações candidatas a posicionamento de sensores como índice de classificação. Valendo ressaltar que a matriz

Hankel corresponde uma matriz quadrada com valores iguais nas diagonais da direita para a esquerda.

Assim, seja um sistema composto por $2n_i$ modos complexos, sendo n_i o número de modos de vibração que se deseja identificar. Suponha-se que o sistema seja excitado no grau de liberdade e , e que a resposta seja medida no grau de liberdade s . A decomposição singular da matriz Hankel pode ser representada por:

$$\mathbf{H}_{se} = \mathbf{U} \Sigma_{se} \mathbf{V}^T \quad (4.1)$$

Onde \mathbf{U} e \mathbf{V} são as matrizes singulares associadas e Σ_{se} são os valores singulares da matriz Hankel (HSV) entre o sensor s e o excitador e .

Uma matriz Hankel em Bloco, composta de l_c sensores e p excitadores, sendo l_c o número de pontos candidatos à localização de sensores e p o número de pontos candidatos à localização de excitadores, pode ser construída como:

$$\mathbf{H}_{kl_c \times kp} = \begin{bmatrix} \mathbf{H}_{11} & \mathbf{H}_{12} & \cdots & \mathbf{H}_{1p} \\ \mathbf{H}_{21} & \mathbf{H}_{22} & \cdots & \mathbf{H}_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{H}_{l_c 1} & \mathbf{H}_{l_c 2} & \cdots & \mathbf{H}_{l_c p} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

onde k é o número de passo de tempo. A matriz representada acima é uma organização em bloco que se obtém fazendo o agrupamento das matrizes Hankel individuais para os vários excitadores e sensores. A decomposição em valor singular desta matriz Hankel em bloco pode se realizada da seguinte forma:

$$\mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T = \begin{bmatrix} \mathbf{U} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{U} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \mathbf{U} & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{U} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_{11} & \Sigma_{12} & \cdots & \Sigma_{1p} \\ \Sigma_{21} & \Sigma_{22} & \cdots & \Sigma_{2p} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \Sigma_{l_c 1} & \Sigma_{l_c 2} & \cdots & \Sigma_{l_c p} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}^T & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \mathbf{V}^T & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \mathbf{V}^T & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \mathbf{V}^T \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

Onde \mathbf{U} e \mathbf{V} são matrizes ortonormais e $\Sigma \in \mathbf{R}^{2n_i l_c \times 2n_i p}$ são os valores singulares da matriz Hankel em bloco. Após uma manipulação de linhas e colunas, a matriz diagonal Σ de valores singulares pode ser obtida por (Cherng, 2003):

$$\text{diag } \Sigma = \text{diag}(\alpha_1({}_1 A), \bar{\alpha}_1({}_1 A), \alpha_2({}_2 A), \bar{\alpha}_2({}_2 A), \dots, \alpha_{n_i}({}_{n_i} A), \bar{\alpha}_{n_i}({}_{n_i} A)) \quad (4.4)$$

onde:

$$\alpha_r = \frac{(1 + \xi_r)}{4\xi_r \omega_r \Delta t} \quad (4.5)$$

$$\bar{\alpha}_r = \frac{(1 - \xi_r)}{4\xi_r \omega_r \Delta t} \quad (4.6)$$

e

$${}_r\mathbf{A} = \begin{bmatrix} {}_r\mathbf{A}_{11} & {}_r\mathbf{A}_{12} & \dots & {}_r\mathbf{A}_{1p} \\ {}_r\mathbf{A}_{21} & {}_r\mathbf{A}_{22} & \dots & {}_r\mathbf{A}_{2p} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ {}_r\mathbf{A}_{m_{st}1} & {}_r\mathbf{A}_{m_{st}2} & \dots & {}_r\mathbf{A}_{m_{st}p} \end{bmatrix} = \boldsymbol{\phi}_r \bar{\boldsymbol{\phi}}_r^T, \text{ ordem}({}_r\mathbf{A}) = 1 \quad (4.7)$$

onde ξ_r é a razão de amortecimento viscoso para o modo r , Δt é o passo de tempo da amostra, ω_r é a frequência natural rad/s para o modo r e $\boldsymbol{\phi}_r$ vetor obtido dos modos de vibração sobre os pontos onde os sensores estão localizados e $\bar{\boldsymbol{\phi}}_r$ vetor obtido dos modos de vibração sobre os pontos onde os excitadores estão localizados (r é o índice dos modos de vibração que se pretende identificar).

Utilizando o traço de uma matriz, não é difícil mostrar que os únicos valores não nulos, ε_r , de ${}_r\mathbf{A}$ são:

$$\varepsilon_r = \sqrt{\text{traço}({}_r\mathbf{A}^T {}_r\mathbf{A})} \sqrt{(\boldsymbol{\phi}_r^T \boldsymbol{\phi}_r)(\bar{\boldsymbol{\phi}}_r^T \bar{\boldsymbol{\phi}}_r)} = \|\boldsymbol{\phi}_r\| \|\bar{\boldsymbol{\phi}}_r\| = \sqrt{\left(\sum_{i=1}^{l_c} \phi_{ir}^2\right)} \sqrt{\left(\sum_{i=1}^p \bar{\phi}_{ir}^2\right)} \quad (4.8)$$

e assim os valores singulares não nulos da matriz Hankel são:

$$\Sigma' = \{\sigma_1, \bar{\sigma}_1, \dots, \sigma_{n_i}, \bar{\sigma}_{n_i}\} \quad (4.9)$$

onde

$$\sigma_r = \alpha_r \varepsilon_r \quad \bar{\sigma}_r = \bar{\alpha}_r \varepsilon_r \quad r = 1, 2, \dots, n_i \quad (4.10)$$

Sendo n_i o número de modos a serem identificados.

O método LG usa a soma dos quadrados dos valores singulares da matriz Hankel (HSVs) sobre todas as localizações como índice de classificação, onde este método diretamente

acumula a contribuição de um sensor localizado sobre os modos escolhidos como desejáveis de serem identificados como índice de classificação. A fração de contribuição de cada sensor é avaliada com respeito à contribuição total de todo o conjunto de sensores sobre os modos desejáveis de identificação. Assim, a contribuição total dos sensores, que corresponde a soma dos quadrados dos valores singulares de Hankel, é definida como γ^2 :

$$\begin{aligned}
\gamma^2 &= \text{traço}(\mathbf{H}^T \mathbf{H}) = \sum_{r=1}^{n_i} (\sigma_r^2 + \bar{\sigma}_r^2) = \sum_{r=1}^{n_i} (\alpha_r^2 + \bar{\alpha}_r^2) \epsilon_r \\
&= \sum_{r=1}^{n_i} \left\{ (\alpha_r^2 + \bar{\alpha}_r^2) \left(\sum_{s=1}^{l_c} \phi_{rs}^2 \right) \left(\sum_{e=1}^p \phi_{re}^2 \right) \right\} \\
&= \sum_{s=1}^{l_c} \left\{ \sum_{r=1}^{n_i} \left\{ (\alpha_r^2 + \bar{\alpha}_r^2) \phi_{rs}^2 \left(\sum_{e=1}^p \phi_{re}^2 \right) \right\} \right\} \\
&= \sum_{s=1}^{l_c} \left\{ \sum_{r=1}^{n_i} \tilde{\gamma}_{rs}^2 \right\} \\
&= \sum_{s=1}^{l_c} \gamma_s^2
\end{aligned} \tag{4.11}$$

onde

$$\gamma_s^2 = \sum_{r=1}^{n_i} \tilde{\gamma}_{sr}^2 \tag{4.12}$$

Aqui $\tilde{\gamma}_{sr}^2$ representa a contribuição do sensor s para o modo r e γ_s^2 representa a contribuição do sensor s para os modos que se deseja identificar. Para explicar isso de uma forma mais fácil, a equação (4.12) pode ser agrupada para formar uma matriz de contribuição l_c por n_i como mostrado na equação abaixo.

$$\Gamma_{LG} = \begin{bmatrix} \tilde{\gamma}_{11}^2 & \tilde{\gamma}_{12}^2 & \dots & \tilde{\gamma}_{1n_i}^2 \\ \tilde{\gamma}_{21}^2 & \tilde{\gamma}_{22}^2 & \dots & \tilde{\gamma}_{2n_i}^2 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \tilde{\gamma}_{l_c 1}^2 & \tilde{\gamma}_{l_c 2}^2 & \dots & \tilde{\gamma}_{l_c n_i}^2 \end{bmatrix} \tag{4.13}$$

Cada vetor coluna representa a distribuição de energia de um modo sobre as l_c localizações dos sensores, e cada vetor linha representa a contribuição de uma localização de sensor sobre os modos de vibração n_i que se deseja identificar. O índice de localização do sensor pode ser definido como uma contribuição fracional:

$$\varphi_s = \frac{\gamma_s^2}{\gamma^2}, \quad 0 \leq \varphi_s \leq 1 \quad (4.14)$$

$$\sum_{s=1}^{l_c} \varphi_s = 1 \quad (4.15)$$

A melhor combinação de l_c sensores é encontrada ordenando φ_s em ordem crescente, sendo os maiores valores os que apresentam maior contribuição. A vantagem deste método é que a pesquisa pode ser realizada diretamente por um algoritmo de ordenação, assim nenhum teste iterativo ou combinado é requerido para comparação dos locais de sensores classificados. A solução acima não é ótima, mas fornece um procedimento de classificação de sensores.

Duas alterações foram realizadas no método LG com o intuito de melhorar a qualidade do posicionamento dos sensores. Uma modificação antes da classificação dos sensores conforme proposto por Cherng(2003) e uma relacionada à simetria das estruturas.

4.1.3.2 - Modificações no método LG: equalização dos modos antes da classificação dos sensores

A primeira modificação realizada neste método foi a normalização dos modos antes que a classificação dos sensores fosse realizada. Embora o método tenha normalizado a contribuição dos sensores como visto na equação (4.12), é provável que possa existir falha no balanço energético do sistema entre os modos antes que a classificação seja realizada. Para resolver isto, Cherng (2003) propôs a normalização de cada modo, assim eles são tratados igualmente antes de sua classificação. A contribuição da normalização dos s sensores para os r modos é definida pela fração do quadrado dos valores singulares correspondentes ou dos vetores do modo de vibração, isto é:

$$\rho_{sr} = \frac{\sigma_{sr}^2}{\sigma_r^2} = \frac{\phi_{sr}^2}{\sum_{s=1}^{l_c} \phi_{ir}^2} = \frac{\phi_{sr}^2}{\|\phi_r\|^2} = \frac{\bar{\sigma}_{sr}^2}{\bar{\sigma}_r^2} = \bar{\rho}_{sr}, \quad 0 \leq \rho_{sr}, \quad \bar{\rho}_{sr} \leq 1 \quad (4.16)$$

$$\sum_{s=1}^{l_c} \rho_{sr} = 1 \quad (4.17)$$

Fazendo isto, cada modo tem contribuição igual a 1 e a contribuição total do conjunto de sensores é igual a n_i . Ficando a matriz da equação (4.13):

$$\Gamma_{LG} = \begin{bmatrix} \rho_{11} & \rho_{12} & \dots & \rho_{1n_i} \\ \rho_{21} & \rho_{22} & \dots & \rho_{2n_i} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \rho_{l_c 1} & \rho_{l_c 2} & \dots & \rho_{l_c n_i} \end{bmatrix} = [\mathbf{p}_1 \quad \mathbf{p}_2 \quad \dots \quad \mathbf{p}_{n_i}] \quad (4.18)$$

A contribuição total dos s sensores sobre os modos de vibração a serem identificados é:

$$\rho_s = \sum_{r=1}^{n_i} \rho_{sr} \quad 0 \leq \rho_{sr} \leq n_i \quad (4.19)$$

$$\sum_{s=1}^{l_c} \rho_s = n_i \quad (4.20)$$

A classificação dos s sensores é assim baseada nos valores numéricos de ρ_s . A localização dos sensores com menores ρ_s pode ser eliminada diretamente do conjunto de candidatos. Cabe enfatizar que caso o modo de vibração seja ou não normalizado pela massa, isto é irrelevante para a seleção dos sensores utilizando este método.

4.1.3.3 - Modificações no método LG para o caso de presença de simetria na estrutura

Para o caso da estrutura que apresenta algum eixo de simetria, algumas modificações foram realizadas no método pela autora com o intuito de fazê-lo mais apto a ser utilizado nas pontes. As alterações foram manipulações matemáticas relacionada à imposição de um eixo de simetria.

Em relação ao eixo de simetria este é representado por um ponto candidato a ser medido, denominado ponto de eixo de simetria, P_{es} , onde os pontos candidatos a sensores em ambos os lados deste com distâncias simétricas são candidatos a serem considerados como apenas um ponto. Caso o ponto de simetria da estrutura não seja um ponto de sensor recomenda-se que os dois pontos centrais simétricos sejam detalhados para que a mesma forma de consideração de simetria seja realizada. Caso a estrutura apresente mais de um eixo de simetria o segundo deve ser fornecido da mesma forma. Os pontos identificados como simétricos não são diretamente eliminados do cálculo, primeiro eles são comparados

para verificar se apresentam contribuição similar, caso apresente aí sim são eliminados, caso não, permanecem como sensores candidatos.

A seqüência destas operações matemáticas é basicamente:

1. Define-se o ponto de simetria P_{es} conforme apresentado acima;
2. Identifica-se os pontos simétricos;
3. ordena-se o vetor ρ_s em ordem crescente;
4. Compara-se, considerando a nova ordenação dos ρ_s , o ρ_s com ρ_{s+1} para s variando de 1 a 1_c . Caso a posição do sensor destes parâmetros sejam pontos simétricos elimina-se um deles, caso não, este permanece como sensor candidato.

O Fluxograma da implementação do método LGM encontra-se detalhada no item 6.2.1.2.

4.1.4 - O método Efi-DPR

Efi-DPR, implementado nesta tese, é um método de localização de sensores desenvolvido por Imamovic (1998) que combina características do método de identificação efetiva (Efi) desenvolvido por Kammer e Brillhart (1996) a uma abordagem energética, utilizando o coeficiente do ponto principal (*Driving Point Residue – DPR*) como um fator de peso para a distribuição de identificação efetiva (EID) (Worden e Burrows, 2001).

O método Efi foi uma técnica de localização de sensor desenvolvida para selecionar locais de medição que fazem os modos de vibração de interesse tão espacialmente independente quanto possível. O processo de identificação da localização ótima de sensores utilizando este método inicia-se determinando um grande conjunto de localizações de sensores candidatos do qual uma configuração final com poucos sensores será obtida. A localização do sensor pode ser moldada na forma de um problema de estimativa com uma matriz de informação de Fisher, Q^f , correspondente dada por:

$$Q^f = \Phi_{n_i}^T W \Phi_{n_i} \quad (4. 21)$$

Na qual W é uma matriz de peso, que pode ser uma matriz de massa, e Φ_{n_i} é a matriz composta com os n_i modos de vibração selecionados para identificação nos n_c pontos

onde os sensores candidatos estão localizados. Os sensores devem ser colocados de maneira apropriada de modo que a matriz Q^f seja maximizada. A maximização do determinante da matriz de informação de Fisher é um critério comumente utilizado para estimação de parâmetros ótimos, sendo também apropriado para a otimização da localização de sensores. A maximização do determinante da matriz de informação irá maximizar a combinação da independência espacial dos modos desejados e a força do sinal nos dados dos sensores. A técnica EfI utiliza o determinante da matriz de informação de Fisher como sua medida.

Tem sido mostrado que a matriz de informação de Fisher pode ser decomposta na contribuição de cada localização de sensor candidato na forma:

$$Q^f = \sum_{s=1}^{l_c} \Phi_{n_{i}s}^T \Phi_{n_{i}s} = \sum_{s=1}^{l_c} Q_s^f \quad (4.22)$$

Onde $\Phi_{n_{i}s}$ é a linha da matriz dos modos desejados associados com o sensor candidato s , l_c é o número de sensores candidatos e a matriz peso foi considerada como uma matriz identidade. Assim, para assegurar a maximização do determinante de Q^f , em cada iteração, a posição do sensor que apresenta o menor determinante é eliminado, do número inicial de candidatos a sensores até que o número de sensores desejados seja alcançado. O determinante da nova matriz Q^{fs} pode ser expressa em termo da matriz original da seguinte maneira:

$$\det(Q^{fs}) = \det(Q^f) \det(I - E_s) \quad (4.23)$$

Onde E_s é o valor de EfI correspondente ao s sensor dado por:

$$E_s = \Phi_{n_{i}s} Q^{f-1} \Phi_{n_{i}s}^T \quad (4.24)$$

Observando a equação do novo determinante (equação 4.23), E_s representa a redução fracional do determinante da matriz Q^f se o sensor s é eliminado do conjunto de sensores candidatos. Os sensores candidatos podem ser classificados baseado em seus valores de EfI. O sensor com menor valor é eliminado e o EfI é calculado para um novo conjunto de sensores. De uma maneira iterativa, o conjunto de candidatos pode ser reduzido para o

número desejado de sensores. Note que o valor E_s varia de 0 a 1. Se o valor de EfI para um determinado sensor é zero esse sensor pode ser eliminado sem nenhum impacto sobre o determinante de Q^f . Se o valor de EfI é um (1) esse sensor é vital para a independência dos modos desejados e não pode ser eliminado do conjunto de candidatos. É importante notar que um sensor é eliminado em cada iteração para evitar que sensores importantes sejam eliminados.

A incorporação do coeficiente DPR e então realizada com o intuito de suprir uma limitação do método EfI, visto que pontos de localização de sensores de baixa energia podem ser selecionados com uma perda de informação.

$$DPR_s = \sum_{r=1}^{n_i} \frac{\phi_{rs}^2}{\omega_r} \quad (4.25)$$

Resultando na seguinte mudança da expressão de E_s :

$$E_s = \Phi_{n_i s} Q^{f-1} \Phi_{n_i s}^T DPR_s \quad (4.26)$$

Onde ω_r é a frequência do modo de vibração r que pretende ser identificado. Em essência o DPR é um fator de peso do vetor E_s . Esta metodologia concentra os sensores na região de alta energia, resultando em sensores quase uniformemente espaçados e simetricamente dispostos.

O Fluxograma da implementação deste método encontra-se detalhada no item 6.2.1.2.

4.2 - ENSAIOS DINÂMICOS PARA PONTES

Os ensaios para determinação do comportamento de estruturas de grande porte, até a década de 80, eram geralmente realizados por meio de modelos reduzidos projetados de acordo com a teoria da semelhança física. A disposição de equipamentos de ensaio e de aquisição de dados de fácil transporte, com técnicas de análise de sinais implementadas, que permitissem a realização de trabalhos de campo sem causar transtorno para a operação das vias ou dificuldade no tratamento dos dados coletados eram praticamente inexistentes (Penner, 2001). Com os avanços tecnológicos, os ensaios dinâmicos de grandes estruturas tornaram-se possíveis e este ramo de pesquisa iniciou o seu desenvolvimento.

A determinação das propriedades da estrutura por meio de ensaios segue a relação mostrada na Figura 4.3, onde, conhecendo dois dos parâmetros o terceiro pode ser determinado. Para o caso de ensaios dinâmicos, conhecendo a fonte de excitação e a resposta da estrutura as propriedades dinâmicas desta podem ser determinadas.

$$\boxed{\text{Resposta}} = \boxed{\text{Propriedades da estrutura}} \times \boxed{\text{Entrada}}$$

Figura 4.3 – Relação entre a entrada e a resposta em ensaios.

As técnicas de medidas utilizadas em teste modais são:

- Aquelas nas quais somente um parâmetro é medido, geralmente a resposta do sistema, e a entrada é simulada como um registro (geralmente um processo estocástico de banda larga, também designado por ruído branco, o que corresponde a considerar constante a densidade espectral de potência da excitação). Esta técnica se baseia em ensaios de vibrações ambiente, na qual a fonte de vibração não é controlada e tem origem, por exemplo, na atuação do tráfego, do vento, do movimento humano, de sismos e de forças geradas por sistemas eletro-mecânicos em funcionamento nas proximidades da estrutura. Essa técnica de ensaio pode ser considerada como a mais simples quando comparada com outras que envolvem processos de excitação da estrutura mais complexos e onerosos, em vista das dimensões das estruturas civis.
- Aquelas nas quais parâmetros de entrada e saída são medidos. Esta técnica se baseia em experimentos com excitações forçadas, que para aplicação em estruturas de grande porte apresentam uma grande complexidade de execução (Peeters e De Roeck, 1999). Geralmente quando ensaios deste tipo são realizados, o trânsito sobre a ponte necessita ser interrompido, a aquisição de equipamentos caros e pesados é necessária para geração da força de excitação, além do que, a presença de fontes de excitações secundárias, como tráfego sobre ou abaixo da ponte, ventos, tremores, etc., geram um efeito negativo na qualidade dos dados.

Para a análise das pontes os métodos mais utilizados tem sido os que medem os dados apenas das saídas, visto que os equipamentos exigidos para este tipo de ensaios são portáteis, fáceis de montar e além do mais, não interrompe o trânsito sobre a ponte. Vários testes de vibração ambiente têm sido aplicados por muitos pesquisadores em pontes, como

por exemplo: sobre a ponte Tsing Ma, na China, monitorada por Xu *et al.*(1997); a ponte I-40, em Albuquerque, Novo México, monitorada por Farrar e James III (1997); a ponte Vasco da Gama, em Portugal, monitorada por Cunha e Caetano (2004); a ponte Kap Shui Mun, em Hong Kong, monitorada por Zhang *et al.* (2001); a ponte Commodore Barry, que conecta a cidade de Bridgeport, New Jersey e Chester, Pensilvânia, monitorada por Catbas *et al.* (2000).

Uma rede de sensores e um sistema de aquisição de dados são os itens necessários para a realização das medições. Os sensores são os instrumentos utilizados nos testes para capturar da estrutura os parâmetros de interesse, sendo responsáveis pela conversão do movimento ou da sua variação em sinais elétricos. Uma larga variedade de acelerômetros tem sido desenvolvida para serem utilizados em ensaios dinâmicos, como os piezeelétricos, servo acelerômetros, o de capacidade variável (VC), etc. Quando da escolha destes equipamentos, é importante que a sensibilidade e a faixa de frequência dos mesmos sejam observadas, visto que alta sensibilidade resulta em uma alta razão sinal-ruído. Um ensaio realizado com um equipamento de alta sensibilidade sofrerá menos influências eletrostáticas e eletromagnéticas. Outra característica importante está relacionada à resposta em frequência. O equipamento escolhido deve abranger a variação de frequência desejada da estrutura.

Os componentes do sistema de aquisição de dados proporcionam o devido tratamento dos sinais elétricos provenientes da rede de sensores instaladas. A partir da captura dos sinais proveniente dos sensores, o sistema de aquisição de dados atua convertendo apropriadamente os sinais elétricos (analógicos) em sinais digitais. Esses sinais são posteriormente armazenados e analisados em um computador. Um sistema de aquisição de dados básicos é composto por condicionadores de sinais, conversores analógico-digitais e programas de aquisição de dados (Assis, 2007).

Os condicionadores de sinais têm como função adequar o sinal analógico para a conversão digital, sendo compostos basicamente por amplificadores e filtros. Os amplificadores são instrumentos que amplificam o sinal digital com a função de ajustá-lo a faixa de entrada do conversor. Os filtros são responsáveis pela eliminação do erro anti-aliasing.

Os conversores A/D desempenham a função de traduzir os sinais elétricos em uma representação numérica adequada ao tratamento digital do sinal adquirido. As variáveis dos

condicionadores de sinais são basicamente: a taxa de amostragem, a resolução e a faixa de entrada do conversor de sinais. A taxa de amostragem corresponde à frequência em que a amostragem de um conversor é realizada. Quanto maior a taxa de amostragem maior o espaço exigido em disco para armazenamento. Uma taxa mínima que proporciona uma boa relação entre a qualidade do sinal de saída e o espaço requerido pelo armazenamento é definida pelo teorema de Nyquist, que define que a taxa de amostragem deve ser pelo menos duas vezes o valor da frequência máxima do sinal que se deseja capturar. A resolução de um conversor A/D associa-se ao número de divisões que o sinal será repartido, e é medido em bits. Quanto maior a resolução, maior a capacidade do sistema de adquirir as variações dos valores dos sinais de entrada. Os conversores A/D de 16 bits são os mais comuns hoje em dia, com uma divisão da amostra em 65.536 partes (2^{16}). A faixa de entrada de um conversor A/D corresponde ao intervalo de valores de sinais de entrada com a qual este trabalha.

Os programas de aquisição de dados têm por finalidade controlar o sistema de aquisição, fornecendo uma interface por meio da qual o utilizador tenha total controle sobre o processo de aquisição. O armazenamento dos dados sob a forma de arquivos, para que possam ser tratados e analisados, também é viabilizado. Os programas mais modernos fornecem também a visualização e pré-tratamento dos dados adquiridos, em tempo real.

4.3 - IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

O processo de identificação de sistema consiste no desenvolvimento de uma representação matemática de um sistema físico por meio de dados experimentais. Este processo pode ser aplicado em diferentes áreas da engenharia, variando para isso o sistema a ser identificado. No caso deste trabalho o sistema a ser identificado corresponde às propriedades dinâmicas das pontes e os dados experimentais utilizados são as acelerações obtidas por meio dos ensaios dinâmicos.

Antes que o processo de identificação do modelo modal da estrutura seja realizado é importante que as hipóteses necessárias para tal sejam definidas. A primeira delas considera que a estrutura é um sistema linear que pode ser representada por um conjunto de equações diferenciais lineares de segunda ordem. A segunda hipótese é que a estrutura possa ser considerada como invariante no tempo. Essa hipótese implica que os coeficientes nas equações diferenciais de segunda ordem sejam constantes. A terceira hipótese é que a

estrutura seja observável (Observabilidade, apêndice B). Isto pode parecer trivial, mas significa que as características do sistema, que estão afetando as propriedades dinâmicas da estrutura, podem ser medidas e que existem suficientes sensores para descrever as características da resposta do sistema.

No caso de sistemas lineares a estrutura obedece ao teorema de reciprocidade de Maxwell. Este teorema em termos de medição de resposta de frequência implica que: ao se determinar a função de resposta em frequência entre um ponto P e um ponto Q, assumindo que a excitação seja aplicada no ponto P e medindo a resposta em Q, a mesma função de resposta em frequência será obtida se excitarmos a estrutura em Q e medir a resposta em P.

O processo de identificação de sistemas varia de acordo com o tipo de excitação realizado no ensaio, o tipo de método adotado e o tipo de dados de entrada no método, conforme pode ser visto na Figura 4. 4.

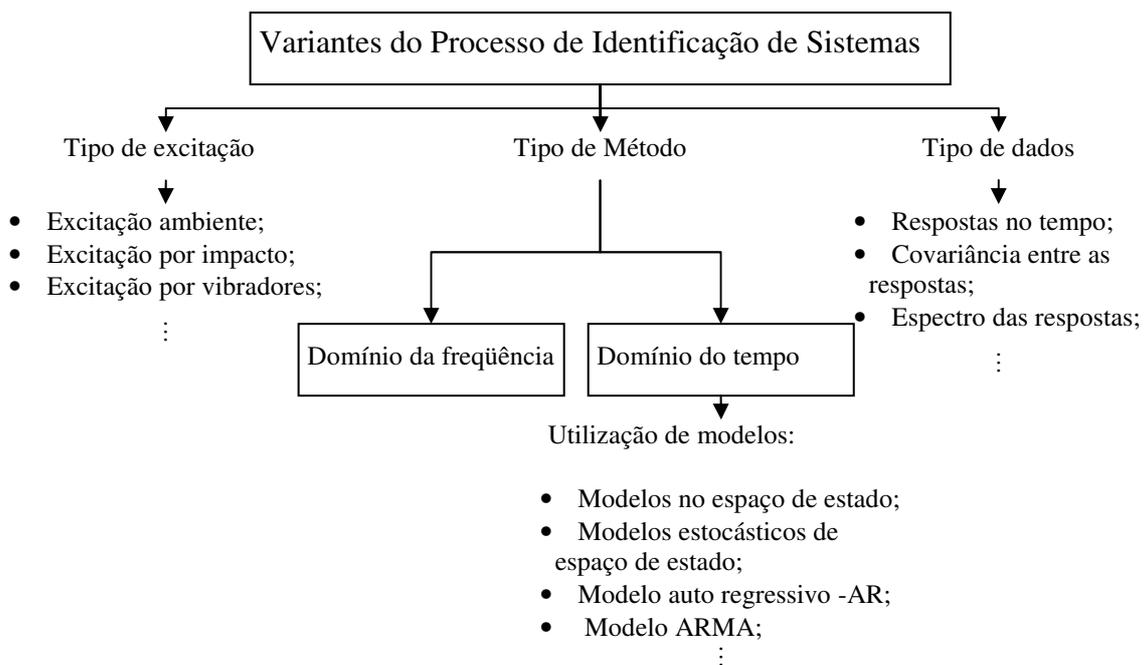


Figura 4. 4 – Variantes do Processo de Identificação de Sistemas.

O tipo de excitação interfere no processo de identificação visto que diferentes métodos existem para diferentes tipos de excitações. No caso das vibrações forçadas, onde a excitação e a resposta podem ser medidos, os métodos aplicados utilizam ambas informações. Já para o caso das vibrações ambientes, onde a excitação não é conhecida, existem diferentes métodos, como os métodos estocásticos de identificação de sistemas,

que utilizam apenas a resposta do sistema e modelam a excitação implicitamente como uma entrada do tipo ruído branco com media zero.

O tipo de método a ser adotado no processo é outra variante. A identificação de sistemas pode ser realizada a partir de métodos no domínio da frequência ou métodos no domínio do tempo. As identificações no domínio da frequência foram as primeiras técnicas a serem criadas. Elas têm sido desenvolvidas principalmente por intermédio da transformada rápida de Fourier. As principais vantagens desta aproximação são a sua alta eficiência e seu explícito significado físico. Contudo, dados processados por essas técnicas são baseados em dados amostrais por meio de uma janela de observação, sendo os dados fora dessa janela considerados nulos. Deste modo, problemas na aquisição dos sinais, como erros de *leakage*, não podem ser resolvidos por esta técnica.

Os métodos no domínio do tempo surgiram com o intuito de resolver os problemas encontrados do domínio da frequência. O conceito básico destes algoritmos é a escolha de um modelo correto que possam se ajustar aos dados, os quais são considerados produzidos por uma entrada do tipo de ruído branco. Modelos em algoritmos de séries temporais como modelo AR (auto regressivo), modelos MA (média móvel), ARMA, etc. têm sido utilizados. Acredita-se que com o uso destes métodos uma melhor estimativa dos parâmetros seja possível.

O tipo de dados corresponde a forma como estes são organizados para uso no processo de identificação. Eles podem ser as próprias respostas adquiridas, a covariância entre as respostas, o espectro das respostas, dentre outros tipos.

4.3.1 - Métodos de identificação de sistemas aplicáveis às pontes

Quatro métodos de identificação de modelos modais baseados apenas nas respostas da estrutura são propostos para utilização na etapa de análise modal experimental. Dois métodos no domínio da frequência, o método de detecção de pico (PP) e o método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (*Iterative Windowed Curve-fitting Method –IWCM*) (Macdonald, 2000), que identificam diretamente o modelo modal, e dois métodos no domínio do tempo, o método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referências, o SSI-COV/ref e o método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência, o SSI-DAT/ref (Peeters e De Roeck, 1999 e Peeters, 2000),

que identificam um modelo de espaço de estado e por meio de uma subsequente análise modal identifica o modelo modal, Figura 4. 5.

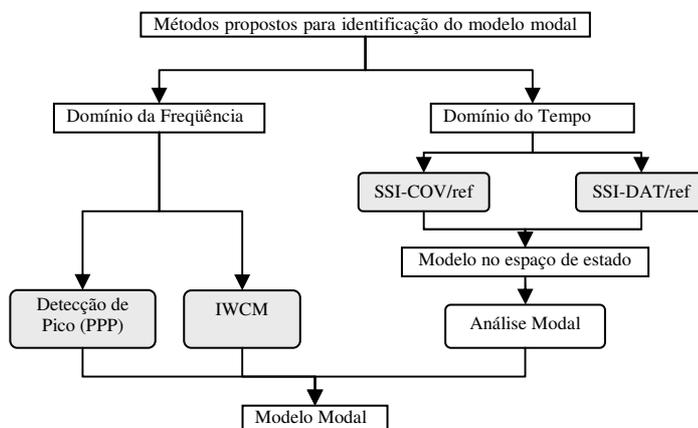


Figura 4. 5 – Característica gerais dos métodos propostos para utilização na metodologia.

O método de detecção de pico é um método de fácil implementação e por isso foi escolhido neste trabalho para ser utilizado no processo de identificação do modelo modal experimental. O método IWCM foi escolhido devido à sua capacidade de identificação, atestada em artigos e também por ter sido o método utilizado inicialmente nos registros da ponte de Clifton. Já os métodos no domínio do tempo foram escolhidos devido a algumas declarações como a de Xu *et al.* (2002) que confirmava a eficiência dos métodos de identificação de subespaço estocásticos (SSI) para medidas de vibração ambiente, ou a de Brincker *et al.* (2000) que confirmavam que estes métodos estavam entre os mais robustos para identificação de sistemas utilizando apenas dados de saída e também devido a utilização destes métodos na linha de pesquisa do departamento de engenharia civil da Universidade de Brasília (Brasiliano, 2005).

Os quatro métodos propostos foram analisados utilizando os dados da ponte pênsil de Clifton e os resultados encontrados podem ser vistos no item 7.4.4.

4.3.1.1 - Método de Detecção de Pico - PP

O método de detecção de pico é um método muito utilizado na engenharia civil. As principais vantagens deste método são a velocidade de aquisição do modelo modal da estrutura, a simplicidade de implementação e a praticidade para a utilização. As

desvantagens que existem são devidos às seleções subjetivas das frequências e a carência de precisão na estimativa de amortecimento.

Este método considera que a excitação da estrutura pode ser idealizada por intermédio de um ruído branco, e assume que o amortecimento da estrutura é pequeno e que as suas frequências naturais são bem separadas. Uma violação destas hipóteses pode levar a resultados não confiáveis.

O ruído branco utilizado como fonte de excitação é um processo estocástico com intensidade espectral constante em todas as frequências. Esta consideração permite identificar os picos dos espectros de potência das respostas correspondendo aos picos das funções de resposta em frequência, podendo a partir destes, serem estimadas as frequências naturais da estrutura.

A observação da hipótese das frequências de vibração bem separadas é importante pois sendo este um método de um grau de liberdade, admite-se que para frequências próximas das frequências naturais da estrutura, a sua resposta dinâmica é essencialmente condicionada pela contribuição do modo ressonante, o que é equivalente a simular a estrutura, nessa gama de frequência por meio de um oscilador de um grau de liberdade com a mesma frequência ω_q e a mesma razão de amortecimento ξ_q do modo q ressonante.

Os picos dos espectros de potência das acelerações medidas da estrutura ocorrem nas frequências $\sqrt{1-\xi_q^2} \cdot \omega_q$. Assim, para coeficientes de amortecimento baixos, como requerido nas hipóteses do método, os picos do espectro de potência apresentam uma boa estimativa das frequências naturais da estrutura.

O princípio deste método é estimar as frequências da estrutura utilizando o espectro da resposta ou função densidade espectral de potência. Para isso, a resposta no domínio do tempo é transformada para o domínio da frequência, obtendo-se a função de densidade espectral de potência, f.d.e.p., ou espectro da resposta. As frequências são estimadas como sendo os picos de tal espectro.

A função densidade espectral de potência pode ser definida a partir das funções de covariância. Considere dois processos aleatórios estacionários $x_k(t)$ e $y_k(t)$, as funções de covariância são definidas como:

$$R_{xx}(\tau) = E[x_k(t)x_k(t + \tau)]$$

$$R_{yy}(\tau) = E[y_k(t)y_k(t + \tau)] \quad (4.27)$$

$$R_{xy}(\tau) = E[x_k(t)y_k(t + \tau)]$$

onde $E[\bullet]$ representa o valor esperado.

Aplicando-se a transformada de Fourier a ambos os lados da Equação (4.36) obtém-se as funções densidade autoespectral de $x_k(t)$ e $y_k(t)$ e a função densidade espectral cruzada entre $x_k(t)$ e $y_k(t)$:

$$S_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xx}(\tau) e^{-i2\pi\omega\tau} d\tau$$

$$S_{yy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{yy}(\tau) e^{-i2\pi\omega\tau} d\tau \quad (4.28)$$

$$S_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} R_{xy}(\tau) e^{-i2\pi\omega\tau} d\tau$$

Como as respostas y_k obtidas nos ensaios dinâmicos são discretas no tempo e de duração T segundos ($0 \leq t \leq T$), as f.d.e.p. definidas acima de forma contínua não podem ser aplicadas, então, a transformada discreta de Fourier para um tempo finito deve ser aplicada. A função densidade espectral de potência é estimada como o produto entre a transformada discreta de Fourier da resposta discreta no tempo $\mathbf{A}(f_k)$ por sua transposta conjugada $\mathbf{A}^T(f_k)$, Peeters (2000):

$$S_y(f_k) = \frac{1}{\sum_{q=0}^{N-1} |w_q|^2} \mathbf{A}(f_k) \mathbf{A}^T(f_k), \quad k = 0, 1, 2 \dots N - 1. \quad (4.29)$$

onde $\sum_{q=0}^{N-1} |w_q|^2$ representa a norma ao quadrado da função filtro w usada para evitar *leakage*.

No caso de $\mathbf{A}(f_k)$ e $\mathbf{A}^T(f_k)$ corresponderem à mesma resposta, obtém-se uma estimativa do auto espectro, caso contrário, ou seja, se $\mathbf{A}(f_k)$ e $\mathbf{A}^T(f_k)$ corresponderem a respostas distintas se obtém uma estimativa do espectro cruzado.

Em ensaios de vibração, as respostas da estrutura analisada são obtidas por meio de sensores dispostos em diferentes pontos da mesma. No entanto, quase sempre, não se dispõe de um número de sensores suficiente para cobrir toda a estrutura sendo, portanto, o ensaio realizado em várias etapas. Em cada etapa do ensaio são mantidos alguns sensores de referência (fixos em determinados pontos) no processamento dos registros adquiridos. Isto se justifica pelo fato de que, em cada etapa do ensaio, a excitação é diferente (não estacionária) e, logo os espectros correspondentes possuem magnitudes diferentes.

Considerando o método de detecção do pico, as formas modais serão obtidas a partir da definição de três componentes: direção, magnitude e sentido da amplitude modal. A direção das formas modais identificadas será aquela na qual foram dispostos os sensores.

A magnitude da amplitude modal para cada modo é associada à magnitude do pico correspondente da função auto-espectro. Como a excitação é não-estacionária em cada etapa do ensaio, será considerada a relação entre a magnitude do pico relativa ao sensor deslocável e aquela relativa ao sensor fixo. Portanto, para cada modo q a amplitude modal de cada ponto s medido será definida da seguinte forma:

$$A_{qs} = \sqrt{\frac{\mathbf{PSD}_{qs}}{\mathbf{PSD}_{ref_q}}} \quad (4.30)$$

onde \mathbf{PSD}_{qs} representa a magnitude do pico para o modo q no ponto s e \mathbf{PSD}_{ref_q} é a magnitude do pico para o modo q no ponto correspondente ao sensor de referência.

Para determinar o sentido de cada valor da amplitude modal é calculado o espectro cruzado entre cada resposta e a resposta de referência. O sentido positivo ou negativo será definido pela fase desse espectro cruzado de acordo com o seguinte intervalo: se $-70^\circ < \varphi < 70^\circ$ a amplitude será positiva, $-250^\circ < \varphi < -110^\circ$ ou $110^\circ < \varphi < 250^\circ$ a amplitude será negativa (Palazzo, 2001).

4.3.1.2 - Método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (*Iterative Windowed Curve-fitting Method – IWCM*)

O método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (IWCM), desenvolvido por Macnodald (2000), é um método no domínio da frequência baseado no método convencional de ajuste de curvas. Este método foi desenvolvido com o intuito de superar os principais erros presentes no processo de identificação quando da utilização de métodos de identificação no domínio da frequência considerando dados de vibração ambiente.

A chave deste método está na sua capacidade de eliminar erros sistemáticos, ou de *bias*, por meio da modificação dos picos modais da densidade espectral de potência do modelo (teórica) antes que este seja ajustado à densidade espectral medida. Isto é feito por meio da utilização da mesma função janela utilizada sobre os dados medidos, no domínio do tempo, para os picos espectrais teóricos, também chamado picos espectrais do modelo, no domínio da frequência. Deste modo, a densidade espectral de potência medida e teórica passam a estar sujeitas ao mesmo erro.

Outra característica significativa deste método é a capacidade de representar a excitação, não conhecida, por meio de um espectro do carregamento atual, como o vento ou tráfego, que muitas vezes gera uma situação mais realista que a representação pelo espectro de ruído branco, normalmente assumida.

Outra vantagem, está relacionada à capacidade de obter uma curva ajustada considerando múltiplos graus de liberdade usando um processo iterativo que ajusta picos consecutivamente para as funções de densidade espectral de potência (PSDs) medidas, depois de subtraída a contribuição estimada de modos ajustados previamente, esta característica é adotada visto que a utilização de métodos com um único grau de liberdade, SDOF, negligenciam a contribuição dos outros modos, enquanto múltiplos graus de liberdade, MDOF, requerem uma estimativa inicial do número de modos.

Para a apresentação deste método, inicialmente será introduzido o método convencional de ajuste de curva (CM), em seguida as modificações capazes de superar os erros sistemáticos (*bias*) são apresentadas, por intermédio da descrição do método de ajuste de curva a partir de janela (WCM). O novo espectro de entrada proposto para substituir o ruído branco é apresentado, e finalmente é descrita a parte iterativa do método, que proporciona a

incorporação da influência de outros modos na identificação dos parâmetros modais (IWCM). Após esta etapa, a estimação dos modos de vibração é então apresentada.

Detalhes do método de ajuste de curva convencional - CM

A densidade espectral de potência do registro da saída de um sistema com única entrada e única saída (SISO, na literatura inglesa) sujeito a excitações aleatórias é dada por (Bendat e Piersol, 1986 – *Apud* Macdonald, 2000):

$$S_{yy}(f) = |H(f)|^2 S_{xx}(f) \quad (4.31)$$

onde f é a frequência, $S_{xx}(f)$ é a densidade espectral da entrada e $H(f)$ é a função de resposta em frequência do sistema.

Para um dado modo da estrutura, equivalente a um oscilador de um grau de liberdade com amortecimento viscoso, a função de resposta em frequência correlacionando a força da entrada com a saída em aceleração é dada por (Maia *et al*, 1997– *Apud* Macdonald, 2000):

$$H(f) = \frac{\left(\frac{1}{f_n}\right)^2}{M \left\{ 1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2 + 2\zeta \left(\frac{f}{f_n}\right) i \right\}} \quad (4.32)$$

onde f_n é a frequência natural sem amortecimento, ζ a razão de amortecimento, M a massa generalizada e $i = \sqrt{-1}$.

Assim, combinando as equações (4.31) e (4.32), a densidade espectral de potência *do modelo*, considerando que este é baseado em parâmetros modais estimados, é dada por:

$$S_{yy}(f) = \frac{S_{xx}(f)}{M^2} \frac{\left(\frac{1}{f_n}\right)^4}{\left[\left\{ 1 - \left(\frac{f}{f_n}\right)^2 \right\}^2 + \left(2\zeta \frac{f}{f_n} \right)^2 \right]} \quad (4.33)$$

Então, admitindo que próximo à frequência natural o efeito de outros modos seja negligenciado e que $S_{xx}(f)$ é constante (isto é, entrada tipo ruído branco), a expressão acima pode ser ajustada para a função densidade espectral de potência das acelerações *medidas* (espectro estimado de dados de resposta medidos) sobre uma faixa limitada de frequência. Estimam-se assim os parâmetros modais desconhecidos: frequência natural,

razão de amortecimento e amplitude. Este ajuste entre o espectro *medido* e *o do modelo* é normalmente obtido por meio do método do mínimo quadrado.

Método de ajuste de curvas em janelas (WCM)

Erros sistemáticos ou erros de *bias* é um problema importante em métodos convencionais no domínio da frequência, causando atenuação de valores nas proximidades do pico da densidade espectral de potência. A existência de erros sistematicos no pico dos espectros *medidos* é inevitável para dados aleatórios de comprimento finito, contudo estes erros apresentam uma característica não aleatória. O método de ajuste de curva com janelas (WCM), foi desenvolvido para compensação deste erro quando da extração dos parâmetros modais para modos individuais de espectros *medidos*.

A base teórica do método considera inicialmente que o valor esperado do espectro *medido*, estimado a partir de dados usando uma série de blocos (*windowed block*), é igual a (Therrien, 1992– *Apud* Macdonald, 2000):

$$E[\hat{S}_{yy}(f)] = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} S_{yy}(f) W^2(\phi - f) d\phi}{\int_{-\infty}^{\infty} W^2(f) df} \quad (4.34)$$

onde $W(f)$ é a transformada de Fourier da função janela no domínio do tempo, e $S_{yy}(f)$ é o espectro *verdadeiro*, ou seja, o espectro dos dados da resposta teórico e de comprimento infinito.

Quanto à função janela, é importante que a mesma função aplicada sobre os dados medidos seja utilizada na determinação teórica. Para o caso onde não tenha sido utilizada nenhuma janela no cálculo do espectro medido, uma janela retangular é efetivamente aplicada. Contudo, a janela mais comumente usada (Macdonald, 2000), é a janela Hanning, definida no domínio do tempo com:

$$w_h(t) = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \cos\left(\frac{2\pi t}{T}\right) \right\} \quad -\frac{T}{2} < t < \frac{T}{2} \quad (4.35)$$

dando uma função no domínio da frequência de:

$$W_h(f) = \frac{\text{sen}(\pi f T)}{2\pi f (1 - f^2 T^2)} \quad (4.36)$$

Aplicando a convolução no domínio da frequência da equação (4.34) para o espectro *do modelo*, o espectro do *modelo em janela* pode ser encontrado. Para o método WCM, a minimização do mínimo quadrado do erro é realizada entre este espectro e o espectro *medido*. O espectro *medido* é assim baseado sobre o sinal da resposta medida com a janela aplicada no domínio do tempo antes da estimação do espectro, e o espectro do modelo modificado com a função janela foi alterado utilizando a mesma função no domínio da frequência. Ambos os espectros são então sujeitos ao mesmo erro *bias*, sendo assim eliminado o efeito do erro.

A implementação do método WCM é então realizada da seguinte maneira: O espectro do *modelo em janela*, baseado em parâmetros modais estimados, é encontrado calculando os valores discretos do espectro *do modelo* (equação (4.31)) em subdivisões no intervalo de frequência do espectro *medido*, seguido por uma convolução numérica com o quadrado da função janela no domínio da frequência (equação (4.34)). Para o espectro *medido* os valores discretos no mesmo intervalo de frequência são então selecionados. Devido à complexidade do cálculo do espectro do modelo em janela, uma avaliação explícita dos parâmetros modais para o melhor ajustamento não foi possível. Então, um processo iterativo foi implementado para encontrar uma solução de mínimos quadrados.

Espectro de entrada do carregamento

Sabe-se que para medidas de vibração ambiente, o carregamento não é medido, então suas características precisam ser representadas de alguma forma para a identificação de sistema. O espectro assumido pela maioria dos métodos é o ruído branco.

Se o amortecimento de um modo particular é baixo, a largura de banda do pico ressonante no espectro é estreita. Assim, a consideração de apenas uma restrita variação de frequência próxima ao pico poderia parecer uma suposição razoável, como assumido no método de ajuste de curva convencional. Contudo, métodos de identificação de sistemas com grau de liberdade único também assumem que a densidade espectral de potência próxima a cada pico representa a resposta de apenas um modo, fato que pode gerar erros significantes, particularmente para modos de baixa amplitude pouco espaçados, para os quais outros modos proporcionam uma considerável contribuição para a densidade espectral de potência. Assim, para uma maior precisão dos resultados, a resposta de cada modo deve ser considerada sobre uma larga variação de frequência cobrindo outros picos espectrais, como

para os métodos de múltiplos graus de liberdade. Deste modo, a forma do espectro da entrada torna-se um fator importante.

Um espectro estimado para o carregamento do vento, equação (4.37), pode ser um exemplo de espectro que pode ser utilizado no método.

$$S_{wind}(f) = R_r S_w f^{-8/3} \chi^2(f, U, \theta) \quad (4.37)$$

Onde R_r é uma função do modo de vibração, S_w é uma função de parâmetros do vento e $\chi^2(f, U, \theta)$ é a adimitância aerodinâmica, onde θ é a direção do vento.

Método iterativo de ajuste de curvas a partir de janelas (IWCM)

Quando é realizada simplesmente a soma dos resultados dos sistemas de um grau de liberdade, ajustados por meio das curvas de cada pico (isto é, para cada frequência) o espectro total ajustado superestima o valor do espectro medido, mesmo considerando o espectro do carregamento do vento como entrada. Isto ocorre devido à contribuição dos outros modos sobre cada pico na função de densidade espectral *medida* (Macdonald, 2000).

A parte iterativa deste método leva em conta o efeito de outros modos no espectro, extraíndo assim os parâmetros dos modos individuais mais precisamente.

Considerando que a hipótese de superposição das respostas modais seja mantida, a densidade espectral total da resposta é dada por:

$$S_{yy}(f) = \sum_i S_{yy}(f) = \sum |H_i(f)|^2 S_{x_i x_i}(f) \quad (4.38)$$

onde ${}_i S_{yy}(f)$ é a contribuição da densidade espectral da resposta do modo i , $S_{x_i x_i}(f)$ é a densidade espectral do carregamento generalizado do modo i e $|H_i(f)|$ é a função de resposta em frequência do modo i .

Se próximo a um pico a contribuição de outros modos não é significativa, a equação acima é reduzida a um sistema de um grau de liberdade que é normalmente considerado para o método de ajuste de curva. Contudo resultados mais precisos podem ser obtidos considerando a equação completa. A contribuição de um modo singular, r , para a função da densidade espectral de potência da resposta é então dada por:

$$|H_r(f)|^2 S_{x_r x_r}(f) = S_{yy}(f) - \sum_{i \neq r} |H_i(f)|^2 S_{x_i x_i}(f) \quad (4.39)$$

Baseado nesta equação a técnica assume a seguinte forma: a) Usando o método WCM estima-se os parâmetros modais de cada modo; b) Para um dado modo, calcula-se a contribuição dos outros modos, subtraindo esse valor da densidade espectral de potência *medida*; c) Uma curva é ajustada para o restante dos modos, usando WCM, para obter estimativas melhoradas do modo em questão.

O processo é realizado iterativamente até que os parâmetros para todos os modos converjam.

Um resumo do método IWCM pode ser visto na Figura 4.6, onde a estimação dos modos de vibração estão também relacionadas.

Estimação dos modos de vibração

Os modos de vibração são definidos pela amplitude relativa das vibrações em diferentes localizações da estrutura em cada modo. Em testes de vibração ambiente, para a obtenção de um modo de vibração razoavelmente detalhado com um número limitado de sensores, um ou mais sensores são adotados como pontos de referência e os outros se movem para medir a resposta relativa em uma série de pontos diferentes.

Estimativas dos modos de vibração por métodos convencionais são baseados somente no espectro estimado nas frequências naturais, ou nos valores discretos mais próximos do espectro. Sendo então sujeitos a erros de *bias* e da contribuição de outros modos. Este novo método foi desenvolvido considerando a amplitude modal relativa calculada pelo IWCM.

Por este método, para encontrar a amplitude relativa em duas localizações medidas, primeiramente o IWCM é aplicado as duas densidades espectrais de potência *medidas*. Contudo, para que a amplitude modal em duas localizações seja completa, eles precisam ser baseados nas mesmas frequências naturais e razão de amortecimento. Para um determinado modo, estes parâmetros são teoricamente os mesmos onde quer que eles sejam medidos na estrutura, mas na prática esta estimativa difere. A partir de médias dos valores das duas localizações medidas, a melhor estimação para os parâmetros modais pode ser obtida, por meio da ponderação de acordo com os valores de pico das densidades espectrais de potência, dando assim, menor peso para as estimativas menos precisas de

localizações de pequena amplitude. As frequências naturais e amortecimentos para todos os modos são então fixados nesta melhor estimativa, e o IWCM é repetido para obter estimativa compatível de amplitudes modal, e então obter a amplitude relativa em duas localizações.

Este método não prevê o sinal das amplitudes relativas, uma vez que as amplitudes modais estão relacionadas com a raiz quadrada da densidade espectral de potência. Contudo o sinal pode ser obtido da densidade espectral cruzada nas frequências discretas mais próximas das frequências naturais, pegando as fases medidas mais próximas de 0 ou 180, assumindo que os modos são normais.

Os modos de vibração são construídos simplesmente das amplitudes relativas entre cada localização medida comparada com a localização de referência. Condições diferentes de carregamento, ou variações nas frequências naturais ou nas razões de amortecimento entre os testes individuais, são considerados no método, visto que somente a resposta relativa dos dois pontos é importante.

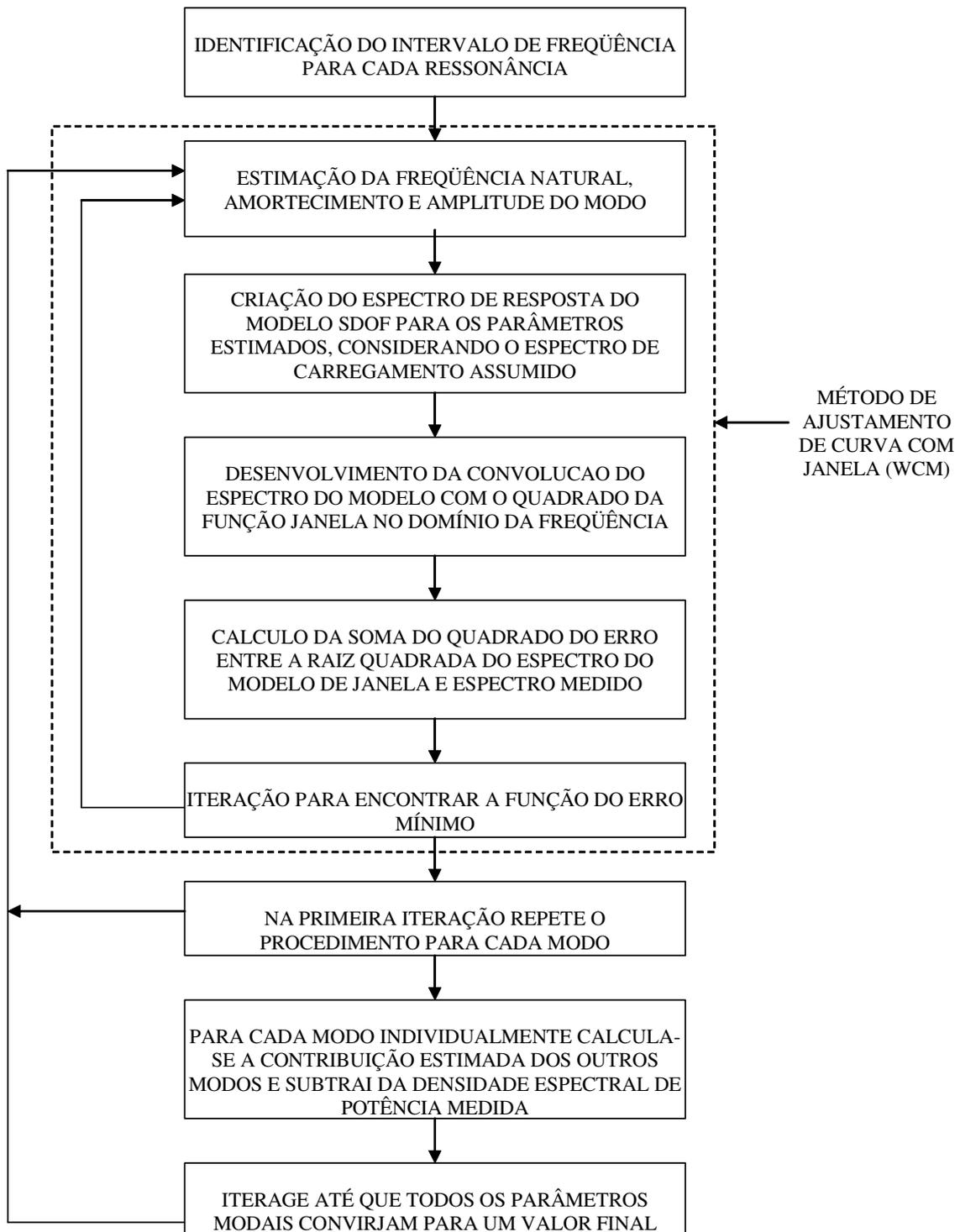


Figura 4. 6 – Representação esquemática do método IWCM, para cálculo dos parâmetros modais a partir PSDs.

4.3.1.3 - Método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência (*reference-based data-driven stochastic subspace*)

Este método, também conhecido como SSI-DAT/ref, identifica um modelo estocástico no espaço de estado (apêndice A) fazendo uso direto dos dados de saída do sistema, tomando apenas as saídas de referências passadas ao invés de todas as saídas, o que permite diminuir a dimensão do problema e o tempo computacional. A principal vantagem deste método é que ele não requer qualquer pré-processamento dos dados, como outros métodos que necessitam do cálculo da covariância ou do espectro.

Para a escolha das saídas de referências, é importante observar a localização dos sensores e escolher os que estão melhores posicionados como sendo os sensores de referência, com o intuito de evitar perdas na qualidade da identificação e na geração dos resultados. Sensores localizados em pontos nodais de um dos modos de vibração e em pontos próximos a extremidade geralmente não identificam todos os modos da estrutura.

Antes da utilização das saídas no processo de identificação, estas são organizadas em uma forma matricial. Esta matriz, denominada matriz Hankel, é composta por $2i$ linhas blocos e N colunas, para sua construção, inicialmente assume-se que l saídas são divididas em um subconjunto de r sensores de referência bem escolhidos e um subconjunto de $l-r$ sensores restantes, e que eles são arranjados de tal modo que os de referências sejam os primeiros, deste modo, tem-se:

$$\mathbf{y}_k \equiv \begin{Bmatrix} \mathbf{y}_k^{\text{ref}} \\ \mathbf{y}_k^{\sim\text{ref}} \end{Bmatrix}, \quad \mathbf{y}_k^{\text{ref}} = \mathbf{L}_1 \mathbf{y}_k, \quad \mathbf{L}_1 \equiv [\mathbf{I}_r \quad \mathbf{0}] \quad (4.40)$$

onde $\mathbf{y}_k^{\text{ref}} \in \mathbf{R}^{r \times 1}$ são as saídas de referência e $\mathbf{y}_k^{\sim\text{ref}} \in \mathbf{R}^{(l-r) \times 1}$ são as outras saídas e $\mathbf{L}_1 \in \mathbf{R}^{r \times l}$ é a matriz que seleciona as referências.

Por razões estatísticas, considera-se que $N \rightarrow \infty$. O primeiro bloco i tem r linhas, as saídas de referências são posicionadas primeiro, o último bloco i tem l linhas. A matriz Hankel pode ser dividida em uma parte de referências passadas e uma parte futura, conforme mostrado na Equação (4.41).

$$\mathbf{H}^{\text{ref}} \equiv \frac{1}{\sqrt{N}} \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0^{\text{ref}} & \mathbf{y}_1^{\text{ref}} & \cdots & \mathbf{y}_{N-1}^{\text{ref}} \\ \mathbf{y}_1^{\text{ref}} & \mathbf{y}_2^{\text{ref}} & \cdots & \mathbf{y}_N^{\text{ref}} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{y}_{i-1}^{\text{ref}} & \mathbf{y}_i^{\text{ref}} & \cdots & \mathbf{y}_{i+N-2}^{\text{ref}} \\ \mathbf{y}_i & \mathbf{y}_{i+1} & \cdots & \mathbf{y}_{i+N-1} \\ \mathbf{y}_{i+1} & \mathbf{y}_{i+2} & \cdots & \mathbf{y}_{i+N} \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ \mathbf{y}_{2i-1} & \mathbf{y}_{2i} & \cdots & \mathbf{y}_{2i+N-2} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{0|i-1}^{\text{ref}} \\ \mathbf{Y}_{i|2i-1} \end{bmatrix} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_p^{\text{ref}} \\ \mathbf{Y}_f \end{bmatrix} \begin{matrix} \updownarrow r \text{ i "passado"} \\ \updownarrow l \text{ i "futuro"} \end{matrix} \in \mathbf{R}^{(r+l) i \times N} \quad (4.41)$$

Os subscritos p e f referem-se a passado e futuro, respectivamente; os subscritos de $\mathbf{Y}_{i|2i-1} \in \mathbf{R}^{lixN}$ são os subscritos do primeiro e último elemento na primeira coluna da matriz bloco Hankel. Note que os dados de saída são multiplicados por um fator $1/\sqrt{N}$. Outra divisão pode ser obtida acrescentando uma linha bloco às referências passadas e omitindo a primeira linha bloco das saídas futuras.

$$\mathbf{H}^{\text{ref}} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_{0|i}^{\text{ref}} \\ \mathbf{Y}_{i|i}^{\sim\text{ref}} \\ \mathbf{Y}_{i+1|2i-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_p^{\text{ref}+} \\ \mathbf{Y}_{i|i}^{\sim\text{ref}} \\ \mathbf{Y}_f^- \end{bmatrix} \begin{matrix} \updownarrow r(i+1) \\ \updownarrow l-r \\ \updownarrow l(i-1) \end{matrix} \quad (4.42)$$

Após a determinação e organização dos dados a serem utilizados pelo método SSI-DAT/ref numa matriz Hankel, uma ferramenta importante para a compreensão deste é o filtro Kalman que tem por objetivo produzir uma previsão ótima para o vetor de estado \mathbf{x}_{k+1} por meio do uso das observações das saídas no tempo k e das matrizes do sistema disponíveis juntamente com as covariâncias conhecidas do ruído. Estas previsões ótimas são representadas por $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$.

Quando o estado inicial estimado ($\mathbf{x}_0 = 0$), a covariância inicial do estado estimada ($\mathbf{P}_0 \equiv E[\hat{\mathbf{x}}_0 \hat{\mathbf{x}}_0^T] = \mathbf{0}$) e as medidas da saída ($\mathbf{y}_0 \cdots \mathbf{y}_k$) são dados, o estado estimado do filtro Kalman (*non-steady-state Kalman filter state estimates*) $\hat{\mathbf{x}}_{k+1}$ é definido pelas seguintes fórmulas recursivas:

$$\begin{aligned} \hat{\mathbf{x}}_{k+1} &= \mathbf{A} \hat{\mathbf{x}}_k + \mathbf{K}_k (\mathbf{y}_k - \mathbf{C} \hat{\mathbf{x}}_k) \\ \mathbf{K}_k &= (\mathbf{G} - \mathbf{A} \mathbf{P}_k \mathbf{C}^T) (\mathbf{\Lambda}_0 - \mathbf{C} \mathbf{P}_k \mathbf{C}^T)^{-1} \end{aligned} \quad (4.43)$$

$$\mathbf{P}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{P}_k\mathbf{A}^T + (\mathbf{G} - \mathbf{A}\mathbf{P}_k\mathbf{C}^T)(\boldsymbol{\Lambda}_0 - \mathbf{C}\mathbf{P}_k\mathbf{C}^T)^{-1}(\mathbf{G} - \mathbf{A}\mathbf{P}_k\mathbf{C}^T)^T$$

onde $\hat{\mathbf{x}}_{k+l}$ representa o estado Kalman estimado, \mathbf{K}_k a matriz de ganho (*gain matrix*) do filtro Kalman e \mathbf{P}_{k+1} a matriz de covariância do estado. Por outro lado, \mathbf{A} e \mathbf{C} são as matrizes de estado discreta e \mathbf{G} a matriz de covariância das saídas, conforme definido no apêndice A.

A seqüência de estado do filtro Kalman é definida como:

$$\hat{\mathbf{X}}_i \equiv (\hat{\mathbf{x}}_i \quad \hat{\mathbf{x}}_{i+1} \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{x}}_{i+j-1}) \in \mathbf{R}^{n \times N} \quad (4.44)$$

O algoritmo SSI-DATA inicia projetando o bloco de linhas correspondentes às saídas futuras no espaço das saídas de referência passadas. A idéia desta projeção é reter toda a informação no passado que é útil para prever o futuro. A notação e definição desta projeção é:

$$\mathbf{P}_i^{\text{ref}} \equiv \mathbf{Y}_f / \mathbf{Y}_p^{\text{ref}} \equiv \mathbf{Y}_f \mathbf{Y}_p^{\text{ref}T} (\mathbf{Y}_p^{\text{ref}} \mathbf{Y}_p^{\text{ref}T})^{-1} \mathbf{Y}_p^{\text{ref}} \quad (4.45)$$

onde as matrizes $\mathbf{Y}_f \in \mathbf{R}^{lixN}$ e $\mathbf{Y}_p^{\text{ref}} \in \mathbf{R}^{lixN}$ são partes da matriz Hankel de dados (4.41).

Note que a Equação (4.45) é apenas a definição de $\mathbf{P}_i^{\text{ref}}$ e não indica como calcular esta projeção. O cálculo é feito aplicando a robusta decomposição QR da matriz Hankel constituída de saídas de referências passadas e futuras.

$$\mathbf{H}^{\text{ref}} \equiv \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_p^{\text{ref}} \\ \mathbf{Y}_f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{Y}_p^{\text{ref}+} \\ \mathbf{Y}_{|i}^{\sim\text{ref}} \\ \mathbf{Y}_f^- \end{bmatrix} = \mathbf{R}\mathbf{Q}^T \quad (4.46)$$

onde $\mathbf{Q} \in \mathbf{R}^{N \times N}$ é uma matriz ortonormal, $\mathbf{Q}^T\mathbf{Q} = \mathbf{Q}\mathbf{Q}^T = \mathbf{I}_N$ e $\mathbf{R} \in \mathbf{R}^{(r+l)ixN}$ é uma matriz triangular inferior. Como $(r+l)i < N$, pode-se omitir os zeros em \mathbf{R} e as linhas correspondentes em \mathbf{Q}^T :

$$\mathbf{H}^{\text{ref}} = \begin{matrix} ri \Downarrow \\ r \Downarrow \\ l-r \Downarrow \\ l(i-1) \Downarrow \end{matrix} \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{11} & \mathbf{0} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} & \mathbf{0} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{31} & \mathbf{R}_{32} & \mathbf{R}_{33} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{41} & \mathbf{R}_{42} & \mathbf{R}_{43} & \mathbf{R}_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \\ \mathbf{Q}_3^T \\ \mathbf{Q}_4^T \end{bmatrix} \begin{matrix} \Downarrow ri \\ \Downarrow r \\ \Downarrow l-r \\ \Downarrow l(i-1) \end{matrix} \quad (4.47)$$

$$\begin{matrix} \longleftrightarrow_{ri} & \longleftrightarrow_r & \longleftrightarrow_{l-r} & \longleftrightarrow_{l(i-1)} & \longleftrightarrow_{N \rightarrow \infty} \end{matrix}$$

Introduzindo a decomposição QR da matriz de saída Hankel, Equação (4.47) na Equação (4.45) tem-se a expressão simplificada para a projeção:

$$\mathbf{P}_i^{\text{ref}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{21} \\ \mathbf{R}_{31} \\ \mathbf{R}_{41} \end{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \in \mathbf{R}^{li \times N} \quad (4.48)$$

O principal teorema da identificação de subespaços estocásticos diz que a projeção $\mathbf{P}_i^{\text{ref}}$ pode ser decomposta como um produto da matriz de observabilidade \mathbf{O}_i (apêndice B) e pela seqüência de estado do filtro Kalman $\hat{\mathbf{X}}_i$ (4.44).

$$\mathbf{P}_i^{\text{ref}} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-1} \end{bmatrix} (\hat{\mathbf{x}}_i \quad \hat{\mathbf{x}}_{i+1} \quad \cdots \quad \hat{\mathbf{x}}_{i+N-1}) \Downarrow n \equiv \mathbf{O}_i \hat{\mathbf{X}}_i \quad (4.49)$$

$$\longleftrightarrow_n$$

O filtro Kalman é aplicado para uma redução no modelo de espaço de estado, onde para o caso onde apenas as saídas de referência são utilizadas, as seguintes substituições na Equação (4.43) devem ser feitas:

$$\mathbf{y}_k \rightarrow \mathbf{y}_k^{\text{ref}} = \mathbf{L}\mathbf{y}_k$$

$$\mathbf{G} \rightarrow \mathbf{GL}^T$$

$$\mathbf{C} \rightarrow \mathbf{LC}$$

$$\mathbf{R}_0 \rightarrow \mathbf{LR}_0\mathbf{L}^T$$

A escolha dos sensores de referência parece não ser importante, pois para qualquer escolha a decomposição (4.49) é válida. De fato, teoricamente o estado interno de um sistema não depende da escolha ou do número de respostas observadas. No entanto, em problemas de identificação onde os estados são estimados com base em observações, estes fatores são relevantes, pois saídas de referência diferentes produzirão diferentes estimativas do estado do filtro Kalman (Peeters, 2000).

Uma vez que a matriz de projeção é o produto de uma matriz com n colunas por uma matriz com n linhas, a ordem (*rank*) da matriz de projeção é n , se $li \geq n$. A ferramenta numérica SVD é aplicada à matriz de projeção para estimar a ordem desta. Depois de omitir os valores singulares e vetores singulares a aplicação da SVD na matriz de projeção produz:

$$\mathbf{P}_i^{\text{ref}} = \mathbf{U}_i \mathbf{S}_i \mathbf{V}_i^T \quad (4.50)$$

Onde $\mathbf{U}_i \in \mathbf{R}^{li \times n}$, $\mathbf{V}_i \in \mathbf{R}^{n \times n}$ e $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{n \times n}$. A matriz de observabilidade e a seqüência de estado do filtro Kalman são obtidas dividindo o SVD em duas partes:

$$\mathbf{O}_i = \mathbf{U}_i \mathbf{S}_i^{1/2} \quad (4.51)$$

$$\hat{\mathbf{X}}_i = \mathbf{O}_i^* \mathbf{P}_i^{\text{ref}}$$

Note-se que, na Equação (4.48), os valores singulares nulos e os correspondentes vetores singulares estão omitidos.

A ordem do sistema n , a matriz de observabilidade \mathbf{O}_i e a seqüência de estado $\hat{\mathbf{X}}_i$ foram obtidas. No entanto, deseja-se obter as matrizes do sistema: \mathbf{A} , \mathbf{G} , \mathbf{C} , \mathbf{R}_0 . A partir da matriz Hankel, uma outra projeção pode ser definida:

$$\mathbf{P}_{i-1}^{\text{ref}} = \mathbf{Y}_f^- / \mathbf{Y}_p^{\text{ref}+} = \mathbf{O}_{i-1} \hat{\mathbf{X}}_{i-1} \quad (4.52)$$

A matriz de observabilidade \mathbf{O}_{i-1} é obtida desprezando-se as l últimas linhas de \mathbf{O}_i

$$\mathbf{O}_{i-1} = \mathbf{O}_i (1 : l(i-1), :) \quad (4.53)$$

A seqüência de estado $\hat{\mathbf{X}}_{i-1}$ pode ser calculada como:

$$\hat{\mathbf{X}}_{i-1} = \mathbf{O}_{i-1}^* \mathbf{P}_{i-1}^{\text{ref}} \quad (4.54)$$

Da mesma forma que $\mathbf{P}_i^{\text{ref}}$, a matriz de projeção $\mathbf{P}_{i-1}^{\text{ref}}$ pode ser expressa em função dos fatores RQ:

$$\mathbf{P}_{i-1}^{\text{ref}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{41} & \mathbf{R}_{42} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

onde $\mathbf{P}_{i-1}^{\text{ref}} \in \mathbf{R}^{l(i-1) \times N}$.

Até este momento, pode-se constatar que a seqüência de espaço de estado $\hat{\mathbf{X}}_i$ e $\hat{\mathbf{X}}_{i-1}$ são calculadas usando somente os dados de saída, Equações (4.51) e (4.54).

As matrizes do sistema podem ser determinadas a partir do seguinte sistema de equações lineares:

$$\begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{i-1} \\ \mathbf{Y}_{i|i} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_i + \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i \\ \mathbf{V}_i \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

onde $\mathbf{Y}_{i|i} \in \mathbf{R}^{l \times N}$ é uma matriz Hankel com apenas uma linha bloco (4.41), $\mathbf{W}_i \in \mathbf{R}^{n \times N}$ e $\mathbf{V}_i \in \mathbf{R}^{l \times N}$ são os resíduos. A matriz $\mathbf{Y}_{i|i}$ pode ser escrita em termos de fator RQ como:

$$\mathbf{Y}_{i|i} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_{21} & \mathbf{R}_{22} & \mathbf{0} \\ \mathbf{R}_{31} & \mathbf{R}_{32} & \mathbf{R}_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{Q}_1^T \\ \mathbf{Q}_2^T \\ \mathbf{Q}_3^T \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

Obtidas as seqüências de estado $\hat{\mathbf{X}}_i$ e $\hat{\mathbf{X}}_{i-1}$, as saídas, e admitindo que os resíduos não são correlacionados com $\hat{\mathbf{X}}_i$, o conjunto de equações pode ser resolvido para \mathbf{A} e \mathbf{C} por mínimos quadrados.

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{C} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_{i-1} \\ \mathbf{Y}_{i|i} \end{bmatrix} \hat{\mathbf{X}}_i^* \quad (4.58)$$

As matrizes de covariância dos ruídos \mathbf{Q} , \mathbf{R} e \mathbf{S} são obtidas como as covariâncias dos resíduos \mathbf{W}_i e \mathbf{V}_i :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i \\ \mathbf{V}_i \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{W}_i^T & \mathbf{V}_i^T \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

A partir das propriedades dos sistemas estocásticos, as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{C} , \mathbf{Q} , \mathbf{R} e \mathbf{S} podem ser transformadas nas matrizes \mathbf{A} , \mathbf{G} , \mathbf{C} , e $\mathbf{\Lambda}_0$. Primeiro a Equação de Lyapunov é resolvida para $\mathbf{\Sigma}$:

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q} \quad (4.60)$$

As matrizes \mathbf{G} e \mathbf{R}_0 podem ser calculadas como:

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{C}\mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T + \mathbf{R} \quad (4.61)$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T + \mathbf{S}$$

Tendo em mãos as matrizes \mathbf{A} e \mathbf{C} que constituem o modelo de espaço de estado, os parâmetros modais podem ser obtidos a partir da análise modal, como pode ser visto no item 4.3.2.

4.3.1.4 - Método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência (reference-based covariance-driven stochastic realization)

O método SSI-COV/ref identifica um modelo estocástico de espaço de estado a partir dos dados de resposta do sistema. Utilizando para isso as covariâncias entre as saídas e um conjunto limitado de saídas de referências. Este método é uma versão modificada do algoritmo clássico baseado nas covariâncias da resposta. As matrizes de covariância das saídas são definidas como:

$$\mathbf{R}_i \equiv E[\mathbf{y}_{k+i}\mathbf{y}_k^T] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{y}_{k+i}\mathbf{y}_k^T \quad (4.62)$$

A segunda igualdade em (4.62) é devido à consideração de ergodicidade (significa que o valor esperado de uma amostra no tempo de um processo estacionário estocástico pode ser substituído pela média) sobre um registro muito longo do processo estocástico.

As matrizes de covariância entre todas as saídas e as saídas de referência são definidas como as r primeiras colunas das matrizes definidas em (4.62).

$$\mathbf{R}_i^{\text{ref}} \equiv E[\mathbf{y}_{k+i}\mathbf{y}_k^{\text{ref}T}] = \mathbf{R}_i\mathbf{L}_1^T \in \mathbf{R}^{l \times r} \quad (4.63)$$

Similarmente, a matriz \mathbf{G}^{ref} (next-state output covariance matrix) é definida como:

$$\mathbf{G}^{\text{ref}} \equiv E[\mathbf{x}_{k+i}\mathbf{y}_k^{\text{ref}T}] = \mathbf{G}\mathbf{L}_1^T \in \mathbf{R}^{n \times r} \quad (4.64)$$

Para $i=1, 2, 3 \dots$, tem-se as seguintes propriedades importantes:

$$\mathbf{R}_i^{\text{ref}} = \mathbf{R}_i\mathbf{L}_1^T = \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{G}^{\text{ref}} \quad (4.65)$$

$$\mathbf{R}_i^{\text{ref}T} = \mathbf{L}_1\mathbf{R}_i = \mathbf{G}^{\text{ref}T}\mathbf{A}^{i-1T}\mathbf{C}^T$$

As matrizes de covariância $\mathbf{R}_i^{\text{ref}}$ são então agrupadas em uma matriz Toeplitz (matriz cuja diagonal consiste dos mesmos elementos) $\mathbf{T}_{l|i}^{\text{ref}} \in \mathbf{R}^{lixri}$ para organização dos dados a serem utilizados no processo de identificação de sistemas.

O cálculo desta matriz pode ser feito a partir da matriz Hankel (4.41). Considerando ergodicidade e que $N \rightarrow \infty$ tem-se:

$$\mathbf{T}_{l|i}^{\text{ref}} = \mathbf{Y}_f\mathbf{Y}_p^{\text{ref}T} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i^{\text{ref}} & \mathbf{R}_{i-1}^{\text{ref}} & \dots & \mathbf{R}_1^{\text{ref}} \\ \mathbf{R}_{i+1}^{\text{ref}} & \mathbf{R}_i^{\text{ref}} & \dots & \mathbf{R}_2^{\text{ref}} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \mathbf{R}_{2i-1}^{\text{ref}} & \mathbf{R}_{2i-2}^{\text{ref}} & \dots & \mathbf{R}_i^{\text{ref}} \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

Na realidade, é disponível um número N finito de dados e, portanto pode-se obter uma estimativa das covariâncias $\hat{\mathbf{R}}_i$ da seguinte forma:

$$\hat{\mathbf{R}}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{y}_{k+i}\mathbf{y}_k^{\text{ref}T} \quad (4.67)$$

De acordo com as propriedades descritas em (4.65) a matriz Toeplitz pode ser decomposta como:

$$\mathbf{T}_{|i}^{\text{ref}} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_i^{\text{ref}} & \mathbf{R}_{i-1}^{\text{ref}} & \cdots & \mathbf{R}_1^{\text{ref}} \\ \mathbf{R}_{i+1}^{\text{ref}} & \mathbf{R}_i^{\text{ref}} & \cdots & \mathbf{R}_2^{\text{ref}} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \mathbf{R}_{2i-1}^{\text{ref}} & \mathbf{R}_{2i-2}^{\text{ref}} & \cdots & \mathbf{R}_i^{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{CA} \\ \mathbf{CA}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{CA}^{i-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{A}^{i-1}\mathbf{G}^{\text{ref}} & \mathbf{A}^{i-2}\mathbf{G}^{\text{ref}} & \cdots & \mathbf{A}\mathbf{G}^{\text{ref}} & \mathbf{G}^{\text{ref}} \end{bmatrix} \Downarrow n = \mathbf{O}_i \mathbf{C}_i^{\text{ref}} \quad (4.68)$$

A partir da equação (4.68) pode-se observar as definições das matrizes de observabilidade, $\mathbf{O}_i \in \mathbf{R}^{lixn}$, e de controlabilidade, $\mathbf{C}_i^{\text{ref}} \in \mathbf{R}^{n \times ri}$. Se o sistema é observável e controlável e para $ri \geq n$, a ordem (*rank*) da matriz Toeplitz é igual a n . Aplicando-se a decomposição em valores singulares (SVD) à matriz Toeplitz, obtém-se uma estimativa da ordem (*rank*) e, portanto da ordem do sistema:

$$\mathbf{T}_{|i}^{\text{ref}} = \mathbf{USV}^T = [\mathbf{U}_1 \quad \mathbf{U}_2] \begin{bmatrix} \mathbf{S}_1 & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{V}_1^T \\ \mathbf{V}_2^T \end{bmatrix} = \mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1 \mathbf{V}_1^T \quad (4.69)$$

onde $\mathbf{U} \in \mathbf{R}^{lixri}$ e $\mathbf{V} \in \mathbf{R}^{rixri}$ são matrizes ortonormais $\mathbf{U}^T \mathbf{U} = \mathbf{U} \mathbf{U}^T = \mathbf{I}_{li}$ e $\mathbf{V}^T \mathbf{V} = \mathbf{V} \mathbf{V}^T = \mathbf{I}_{ri}$ e $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{lixri}$ é uma matriz diagonal contendo os valores singulares em ordem decrescente. A ordem de uma matriz é estimada como sendo igual ao número de valores singulares diferentes de zero. Na última igualdade da Equação (4.69), os valores singulares nulos e os vetores singulares correspondentes estão omitidos. Daí, tem-se $\mathbf{U}_1 \in \mathbf{R}^{lixn}$, $\mathbf{V}_1 \in \mathbf{R}^{rixn}$ e $\mathbf{S} \in \mathbf{R}^{n \times n}$.

Com as equações (4.68) e (4.69), pode-se obter as matrizes \mathbf{O}_i e $\mathbf{C}_i^{\text{ref}}$ dividindo a decomposição em valores singulares em duas partes:

$$\mathbf{O}_i = \mathbf{U}_1 \mathbf{S}_1^{1/2} \quad (4.70)$$

$$\mathbf{C}_i^{\text{ref}} = \mathbf{S}_1^{1/2} \mathbf{V}_1^T$$

Conhecidas as matrizes \mathbf{O}_i e $\mathbf{C}_i^{\text{ref}}$, o problema de identificação pode ser resolvido. Da equação de observabilidade e controlabilidade (apêndice B) sabe-se que \mathbf{C} corresponde as \mathbf{I}

primeiras linhas de \mathbf{O}_i e \mathbf{G}^{ref} corresponde as r últimas colunas de $\mathbf{C}_i^{\text{ref}}$. Em notação do MATLAB tem-se:

$$\mathbf{C} = \mathbf{O}_i(1:l,:)$$
(4. 71)

$$\mathbf{G}^{\text{ref}} = \mathbf{C}_i^{\text{ref}}(:, r(i-1)+1 : ri)$$

A matriz de estado \mathbf{A} pode, por exemplo, ser obtida a partir da propriedade de decomposição de uma matriz Toeplitz deslocada $\mathbf{T}_{2|i+1}^{\text{ref}}$ que tem estrutura similar a $\mathbf{T}_{i|i}^{\text{ref}}$, mas é composta das covariâncias $\mathbf{R}_k^{\text{ref}}$ do retardo (*time lag*) 2 ao $i+1$:

$$\mathbf{T}_{2|i+1}^{\text{ref}} = \mathbf{O}_i \mathbf{A} \mathbf{C}_i^{\text{ref}}$$
(4. 72)

Introduzindo a Equação (4.70) na Equação (4.72) e resolvendo para \mathbf{A} , obtém-se:

$$\mathbf{A} = \mathbf{O}_i^* \mathbf{T}_{2|i+1}^{\text{ref}} \mathbf{C}_i^{\text{ref}*} = \mathbf{S}_1^{-1/2} \mathbf{U}_1^T \mathbf{T}_{2|i+1}^{\text{ref}} \mathbf{V}_1 \mathbf{S}_1^{-1/2}$$
(4. 73)

onde $(\bullet)^*$ representa a pseudo-inversa de uma matriz.

Obtidas as matrizes \mathbf{A} , \mathbf{G}^{ref} e \mathbf{C} e a ordem do sistema n , o problema de identificação está teoricamente resolvido. Para o cálculo dos parâmetros modais, que será discutido no próximo item, apenas as duas matrizes \mathbf{A} e \mathbf{C} são suficientes.

É importante comentar que o número de medições obtidas na prática não é infinito, como considerado na Equação (4.41), e as covariâncias das saídas são estimadas pela Equação (4.67), $\hat{\mathbf{R}}_i^{\text{ref}}$. Dessa forma, as matrizes do sistema identificadas devem ser consideradas uma estimativa das matrizes reais do sistema: $\hat{\mathbf{A}}, \hat{\mathbf{G}}^{\text{ref}}, \hat{\mathbf{C}}, \hat{\mathbf{R}}_0^{\text{ref}}$.

Da mesma maneira que no método anterior, tendo em mão as matrizes do modelo de espaço de estado \mathbf{A} e \mathbf{C} é possível a determinação do modelo modal, por meio da análise mostrada no item 4.3.2.

4.3.2 - Análise Modal

A representação de estruturas pode ser realizada por meio de diferentes modelos. Esta seção tem como objetivo converter modelos de espaço de estado de uma estrutura em modelos modais. Os modelos modais em vez de descreverem os sistemas a partir de parâmetros matemáticos abstratos, como no caso dos modelos de espaço de estado, descrevem o comportamento do sistema em termos de modos de vibração, por isso são mais procurados na engenharia civil. Um modo é caracterizado por uma frequência, um amortecimento e uma forma modal.

Nos itens 4.3.1.3 e 4.3.1.4 modelos no espaço de estado estocásticos foram identificados utilizando dados de saída. Como resultado da identificação, a matriz de estado discreta \mathbf{A} foi obtida. O comportamento dinâmico do sistema é caracterizado por seus autovalores:

$$\mathbf{A} = \mathbf{\Psi} \mathbf{\Lambda} \mathbf{\Psi}^{-1} \quad (4.74)$$

onde $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_q) \in C^{n \times n}$, $q = 1, 2, \dots, n$ é uma matriz diagonal contendo os autovalores complexos discretos e $\mathbf{\Psi} \in C^{n \times n}$ contém os autovetores como colunas. A equação de estado contínua (A.6) é equivalente à equação diferencial de movimento (A.1) e conseqüentemente, elas têm os mesmos autovalores e autovetores. Estes por sua vez, podem ser obtidos por uma decomposição em autovalor da matriz de estado contínua \mathbf{A}_C :

$$\mathbf{A}_C = \mathbf{\Psi}_C \mathbf{\Lambda}_C \mathbf{\Psi}_C^{-1} \quad (4.75)$$

onde $\mathbf{\Lambda}_C = \text{diag}(\lambda_{Cq}) \in C^{n \times n}$, é uma matriz diagonal contendo os autovalores complexos contínuos no tempo e $\mathbf{\Psi}_C \in C^{n \times n}$ contém os autovetores como colunas. Da relação (A.19 e A.20),

$$\mathbf{A} = e^{\mathbf{A}_C \Delta t} \quad (4.76)$$

tem-se que:

$$\mathbf{\Psi}_C = \mathbf{\Psi}, \lambda_{Cq} = \frac{\ln(\lambda_q)}{\Delta t} \quad (4.77)$$

Os autovalores de \mathbf{A}_C ocorrem em pares complexos conjugados e podem ser escritos como:

$$\lambda_{Cq}, \lambda_{Cq}^* = -\xi_q \omega_q \pm j\omega_q \sqrt{1 - \xi_q^2} \quad (4.78)$$

onde ξ_q é a razão de amortecimento do modo q e ω_q é a frequência (rad/s) do modo referente ao modo q . As formas modais nos locais dos sensores, definidas como colunas de Φ_q de $\Phi \in \mathbb{C}^{l \times n}$, são as partes observadas dos autovetores do sistema Ψ e são obtidas usando a equação de observação (A.9):

$$\Phi = C\Psi \quad (4.79)$$

Dessa forma, os parâmetros modais ω_q , ξ_q e Φ_q são obtidos a partir das matrizes do sistema identificadas, A e C .

5 - ATUALIZAÇÃO DE MODELOS DE PONTES

Para obter uma previsão confiável do comportamento dinâmico de pontes é importante que a representação da estrutura seja realizada com precisão. A representação por intermédio de modelos numéricos corresponde a uma das soluções que apresentam o maior nível de detalhe estrutural, contudo não apresenta um nível adequado de confiabilidade, visto que os resultados obtidos da análise destes modelos geralmente diferem dos obtidos de ensaios experimentais. Neste sentido, a atualização de modelos permite superar este problema. Assim, o modelo em elementos finitos atualizado se constitui numa ferramenta muito útil para a representação numérica de estruturas. A representação de pontes por meio de modelos de elementos finitos atualizados proporciona uma melhor correlação entre os resultados numéricos e experimentais, levando desta forma a uma representação mais precisa da estrutura.

Um modelo numérico atualizado pode ser utilizado com confiança em todas as análises relacionadas a uma ponte existente. Como por exemplo, para estimar a velocidade crítica do vento para o fenômeno clássico do drapejamento (*flutter, na literatura inglesa*) (Macdonald, 2007) como também para ser utilizado na verificação do efeito de modificações e para o monitoramento da saúde das estruturas (Brownjohn *et al.*, 2001).

O processo de obtenção de modelos de elementos finitos atualizados empregado nesta tese segue basicamente o fluxograma mostrado na Figura 5. 1. Este pode ser dividido em duas etapas: a atualização manual e a automática. O princípio básico de ambas etapas é o mesmo, isto é, a alteração do modelo numérico com o objetivo de encontrar um novo modelo modal mais próximo do experimental. A diferença está apenas no processo de alteração do modelo, pois em uma etapa este é realizado manualmente e na outra é realizado por intermédio de um método de otimização, usando os comandos do ANSYS.

A atualização manual (*Manual Tuning*) corresponde ao primeiro refinamento do modelo numérico. Este estágio envolve principalmente a realização de mudanças na forma do modelo (características representadas, configuração das discretizações, tipos de elementos), assim como o melhoramento nas estimativas dos parâmetros que descrevem a geometria e o material, como a massa, o módulo de elasticidade, o momento de inércia, a área, etc. (Wendy e Macdonald, 2007). O processo de atualização manual pode ser realizado quantas vezes o analista julgar necessário. A escolha dentre os novos modelos

determinados é realizada pela análise dos resultados e pela correlação entre estes modelos e o experimental. O modelo com melhor correlação é escolhido como o modelo atualizado manualmente (modelo S, Figura 5. 1).

A atualização automática é um processo iterativo baseado no modelo previamente atualizado manualmente (modelo S, Figura 5. 1) onde parâmetros quantitativos são alterados utilizando uma rotina computacional. Isto pode ser dividido em duas partes: pré-processamento, onde os parâmetros para atualização são definidos e a própria atualização automática, onde a rotina computacional é aplicada e os parâmetros são iterativamente refinados.

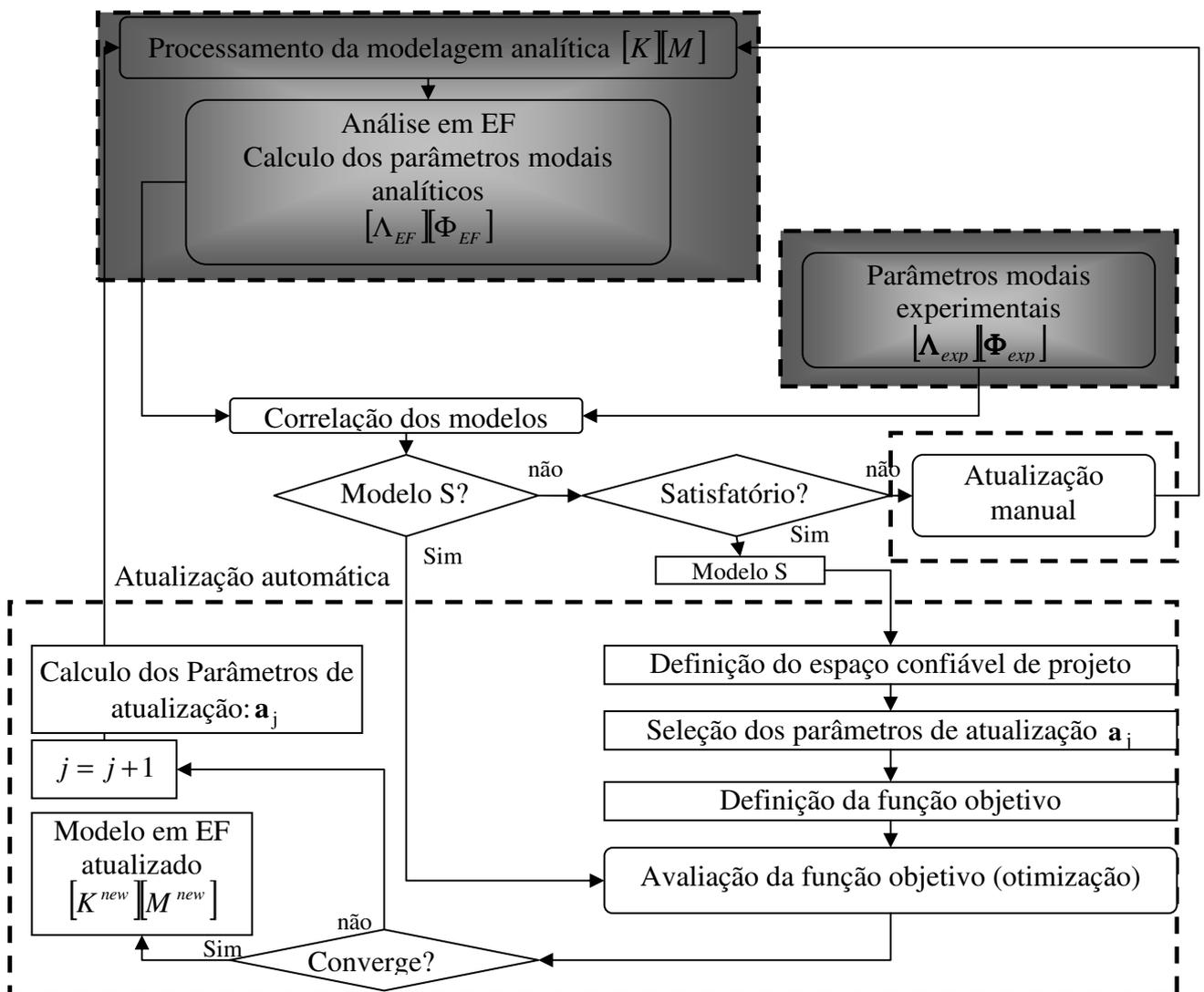


Figura 5. 1 – Fluxograma do processo de atualização de modelos numéricos.

A correlação entre os modelos modais numéricos e experimentais é um processo comum tanto na atualização manual quanto na atualização automática. Na atualização manual a

decisão pelo modelo S é determinada baseada nos resultados da correlação. Já na atualização automática a decisão é automática, e depende da tolerância de convergência da função objetivo definida na etapa de pré-processamento.

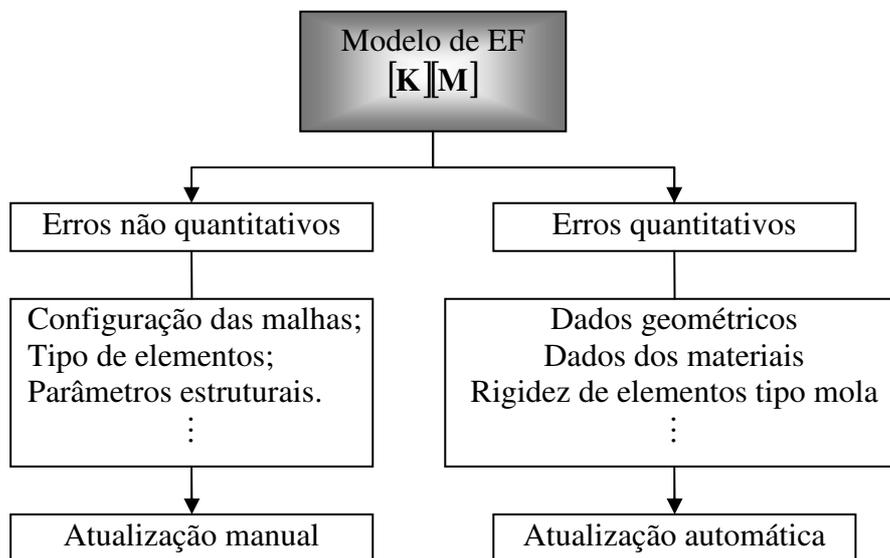


Figura 5. 2 – erros no modelo numérico versus tipo de atualização.

Estes dois processos de atualização foram escolhidos para serem utilizados na metodologia proposta devido serem métodos complementares. Conforme pode ser visto na Figura 5.2, os processos de atualização estão relacionados a diferentes tipos de erro. A atualização manual lida com erros não quantitativos, como tipo de elementos, discretização da malha, enquanto a atualização automática altera os parâmetros quantitativos, como dados geométricos ou dados dos materiais.

5.1 - CORRELAÇÃO DOS DADOS NUMÉRICOS COM RESULTADO DE TESTES

Os modelos numéricos de pontes geralmente apresentam um grande número de graus de liberdade enquanto o número de sensores nos modelos experimentais é bastante limitado. A redução do modelo sobre os graus de liberdade numéricos ou a expansão modal sobre os graus de liberdades medidos são técnicas geralmente empregadas para resolver este problema. Contudo, quando o número de graus de liberdades medidos é muito menor que os graus de liberdade numéricos, ambos os tipos de técnicas apresentam muitos erros que prejudicarão a precisão do modelo para uma futura atualização ou avaliação de dano (Law *et al.*, 2001).

Alguns métodos específicos para produzir medidas globais de correlação entre modos de vibração numéricos e experimentais são apresentados na literatura. Neste trabalho o índice modal MAC (*Modal Assurance Criterion*) para a comparação entre os modos de vibração e a porcentagem de variação de frequência, FER, para a comparação entre as frequências, foram utilizados, e serão abordados nas seções seguintes.

5.1.1 - Índice de confiança modal – MAC

O índice de confiança modal (*Modal Assurance Criterion – MAC*) é uma técnica largamente aplicada na engenharia, devido à sua facilidade de utilização e ao fato de não precisar da estimação das matrizes do sistema (Jaishi e Ren, 2005). Esta técnica utiliza apenas as amplitudes dos modos de vibração experimentais e numéricos nos pontos onde foram colocados os sensores quando da realização do experimento. O índice MAC é definido como:

$$\text{MAC}_{gh} = \frac{|\phi_g^T \phi_h|^2}{(\phi_h^T \phi_h)(\phi_g^T \phi_g)} \quad (5.1)$$

onde ϕ_h é o vetor do modo de vibração h obtido numericamente e ϕ_g é o vetor do modo de vibração g obtido experimentalmente.

Uma expansão ou redução dos modos não é previamente necessária. O valor do índice MAC varia de 0 a 1. O valor 1 indica correlação completa entre os dois modos comparados, e o valor 0 indica que um modo é completamente independente do outro. Geralmente, valores próximos a 0,9 indicam que os modos ainda apresentam uma boa correlação.

Se os sensores são posicionados na estrutura sobre os nós do modelo de elementos finitos então a aplicação do MAC é muito simples. Os nós que apresentam sensores devem ser selecionados no modelo de elementos finitos, ou seja, as localizações utilizadas no ensaio (posição dos sensores) necessitam ser escolhidas a partir do modelo em elementos finitos. Geralmente todos os modos numéricos são correlacionados com todos os modos medidos e os resultados colocados em uma matriz. Se dois modos (g e h) são linearmente dependentes então o MAC apresentara um valor próximo de 1, caso não sejam linearmente dependentes este valor aproximará de 0. O numerador da equação 5.1 é o quadrado do

produto escalar dos vetores ϕ_h e ϕ_g . Mesmo que os modos numéricos e experimentais sejam idênticos o produto escalar de ϕ_h e ϕ_g quando $g \neq h$, não será necessariamente zero. Isto é porque ϕ_h e ϕ_g são ortogonais com respeito à matriz de massa e à matriz de rigidez, isto é $\phi_h^T \mathbf{M} \phi_g = \phi_h^T \mathbf{K} \phi_g = 0$.

5.1.2 - Porcentagem de variação da frequência (FER)

Além da correlação para os modos de vibração, é importante que a correlação para as frequências naturais seja realizada. Para isto a porcentagem de variação da frequência (FER) é calculada. O índice FER para o modo experimental g é definido como:

$$FER_{gh} = \frac{\lambda_h - \lambda_g}{\lambda_g} \quad (5.2)$$

onde λ_h representa a frequência natural numérica do modo h e λ_g representa a frequência experimental do modo g.

Após o cálculo de MAC_{gh} e FER_{gh} uma análise é efetuada para selecionar dentre os modos h os que estão correlacionados com os modos experimentais g, visto que $h > g$. Esta análise é efetuada selecionando para o modo g os modos hs que apresentaram maiores valores de MAC_{gh} . Tendo este conjunto de modos numéricos, selecionar o que apresenta menor FER_{gh} . Assim o modo numérico de vibração, ϕ_g^* , e as frequências naturais, λ_g^* , correlacionados aos modos experimentais são obtidos. Ação

5.2 - ATUALIZAÇÃO MANUAL DE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS DE PONTES

Na atualização manual as imprecisões no modelo que não podem ser avaliadas quantitativamente são alteradas e as características dinâmicas do novo modelo de elementos finitos são comparadas com os dados dinâmicos experimentais. A finalidade deste processo é gerar um modelo numérico com uma representação mais próxima da estrutura real por meio da minimização de erros não quantitativos, sendo geralmente realizada sobre a configuração das malhas, do tipo de elementos e dos parâmetros estruturais. O melhor modelo encontrado em todo este processo constitui o modelo inicial

para futuros refinamentos, ou seja, para atualização automática. A atualização manual é um processo extremamente dependente da experiência do analista e que não pode ser facilmente quantificada.

5.3 - ATUALIZAÇÃO AUTOMÁTICA DE MODELOS EM ELEMENTOS FINITOS DE PONTES

Os métodos de atualização automática são basicamente divididos em dois grandes grupos, os métodos diretos onde os ajustes das matrizes de massa e de rigidez são feitos diretamente e os iterativos, onde mudanças paramétricas são realizadas no modelo.

Utilizando os métodos diretos, as frequências naturais e os modos de vibração experimentais são identificados, não são requeridas iterações e com isso, a possibilidade de divergência é eliminada e não são realizados cálculos excessivos. Contudo, alguns autores não aconselham o uso destes métodos para a atualização visto que os parâmetros atualizados apresentam pouco ou nenhum significado físico (Kim e Park, 2004).

Com os métodos iterativos, o melhoramento da correlação entre os dados medidos e o modelo numérico é realizado de forma que o significado físico dos parâmetros seja conservado. Para aqueles que utilizam os dados modais a correlação é determinada por uma função de penalidade envolvendo modos de vibração e autovalores. Para os métodos que utilizam dados no domínio da frequência a correlação é determinada por uma função de penalidade envolvendo diretamente os dados da resposta de frequência. Uma abordagem comum destes métodos é a consideração de uma função objetivo que quantifica a diferença entre resultados numéricos e experimentais. Normalmente procura-se que o ajuste dos parâmetros selecionados minimize a função objetivo, e assim, esse é um problema típico de otimização.

Na metodologia proposta o processo de atualização automática foi formulado em ANSYS, utilizando um processo de otimização. Para a compreensão desta etapa inicialmente é explicado o procedimento de otimização e em seguida a determinação das variáveis, da função objetivo e do método de otimização é apresentada.

5.3.1 - Processo de otimização na atualização automática

O procedimento de otimização quando aplicado à atualização de modelos numéricos tem como objetivo determinar um novo modelo onde as diferenças entre os dados modais experimentais e os numéricos sejam minimizadas.

A rotina de otimização é composta pelas variáveis de projeto, as variáveis de estado, a função objetivo e suas respectivas restrições. As variáveis de projeto, que para o processo de atualização são os parâmetros de atualização (Variáveis Independentes), são definidas como:

$$\mathbf{a} = [a_1 a_2 a_3 \dots a_{v_c}] \quad (5.3)$$

onde v_c corresponde ao número de parâmetros candidatos a atualização (variáveis de projeto). Estas variáveis estão sujeitas a restrições superiores e inferiores, que são:

$$\underline{a}_c \leq a_c \leq \overline{a}_c \quad c = 1, 2, 3, \dots, v_c \quad (5.4)$$

A função destas restrições é definir o espaço de projeto confiável.

O principal objetivo do processo de otimização é minimizar a função objetivo, $f_o = f(\mathbf{a})$, que está sujeita a:

$$\begin{aligned} g_i(\mathbf{a}) &\leq \overline{g}_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_1) \\ \underline{w}_i &\leq w_i(\mathbf{a}) \leq \overline{w}_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_2) \\ \underline{h}_i &\leq h_i(\mathbf{a}) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_3) \end{aligned} \quad (5.5)$$

onde $g_i(\mathbf{a})$, $w_i(\mathbf{a})$ e $h_i(\mathbf{a})$ são as variáveis de estado do projeto de otimização, as barras superiores e inferiores representam restrições superiores e inferiores, respectivamente, e $(m_1 + m_2 + m_3)$ é o número de variáveis de estado com diferentes valores de limites superiores e inferiores.

O sucesso da aplicação de métodos de atualização, além de estar relacionado à precisão do modelo numérico e à qualidade do teste modal, como dito em capítulos anteriores, depende também de uma boa definição do problema de otimização, ou seja, da definição das

variáveis e da função objetivo assim como das suas restrições, e da capacidade do algoritmo de otimização. Detalhes sobre a definição do problema de otimização e do algoritmo de otimização são dados nos próximos itens.

5.3.2 - Função objetivo e suas restrições

A função objetivo corresponde à variável dependente que se pretende minimizar. Esta função deve ser dependente da variável de projeto, ou seja, para o caso de atualização, dependente dos parâmetros de atualização. Neste trabalho ela foi formulada em termos da discrepância entre os modos de vibração e as frequências do modelo numérico e experimental. A soma das equações (5.6) e (5.7) corresponde à função objetivo utilizada (Jaishi, 2005):

$$f_{o1}(a) = \sum_{g=1}^w \alpha_g \left(\frac{\lambda_g^* - \lambda_g}{\lambda_g} \right)^2, \quad 0 \leq \alpha_g \leq 1 \quad (5.6)$$

$$f_{o2}(a) = \sum_{g=1}^w \beta_g M_g, \quad 0 \leq \beta_g \leq 1 \quad (5.7)$$

Onde α_g é o fator de peso para o autovalor do modo g , β_g é o fator de peso para o modo g , λ_g^* é o autovalor do modo numérico correlacionado ao modo experimental g , λ_g é o autovalor do modo experimental g , e M_g é uma função relacionada ao modo g de vibração que, como proposto por Moller e Fridge (1998) (*apud* Jaishi, 2005), pode ser dada da seguinte forma:

$$M_g = f(\text{MAC}_{c_g}) = \left(\frac{1 - \sqrt{\text{MAC}_{c_g}}}{\text{MAC}_{c_g}} \right)^2 \quad (5.8)$$

onde MAC_{c_g} é o índice modal entre o modo numérico correlacionado ao modo experimental g , ϕ_g^* , e o modo experimental g , ϕ_g , conforme pode ser visto na equação abaixo:

$$\text{MAC}_{c_g} = \frac{|\phi_g^{*T} \phi_g^*|^2}{(\phi_g^{*T} \phi_g^*)(\phi_g^T \phi_g)} \quad (5.9)$$

Os fatores de peso α_g e β_g são escolhidos em função da precisão das frequências e modos experimentais de vibração obtidos. A determinação destes é realizada pelo processo de otimização do modelo. Em um teste típico de vibração, as frequências naturais são previstas com maior precisão que os modos de vibração; no entanto, uma ponderação apropriada pode levar a uma otimização (atualização) satisfatória. Resultados diferentes serão sempre obtidos quando ponderações diferentes forem consideradas, logo, não existe uma solução única e ideal. É muito difícil identificar o fator de ponderação que produz a resposta satisfatória. Assim torna-se necessário resolver o problema repetidas vezes variando o valor considerado para a ponderação dos dados modais até que uma solução satisfatória seja obtida (Kim e Park, 2004).

Quando os resultados obtidos da atualização apresentam frequências que correspondem completamente com as experimentais, mas os modos de vibração apresentam uma discrepância considerável, isto pode significar que foi concedido muito peso às frequências residuais; se por outro lado, obtem-se um resultado para as frequências não muito regular, isso significa que foi concedido muito peso aos modos de vibração. Geralmente este processo exige muito tempo para que uma ponderação satisfatória seja obtida.

A faixa de tolerância da função objetivo corresponde à determinação do grau de aceitação de um valor diferente de zero. Uma faixa de tolerância muito pequena para a função objetivo pode causar um maior número de iterações.

5.3.3 - Seleção dos parâmetros de atualização

Os parâmetros de atualização são variáveis incertas no modelo de elementos finitos selecionadas com o objetivo de corrigir os erros de modelagem. Propriedades físicas e geométricas dos elementos do modelo de elementos finitos podem ser escolhidas como parâmetros de atualização. No entanto, a escolha destes é uma etapa crucial para que um processo de atualização bem sucedido seja realizado. Uma demonstração da importância desta etapa pode ser vista na explanação a seguir (Kim e Park, 2004).

Considere que o espaço S1 contenha todos os modelos possíveis em elementos finitos da estrutura; e que o espaço S2 contenha todos os modelos que apresentam boa correlação com os resultados experimentais, inclusive o modelo de correlação ótima (EFOT); Considere que S3 contenha o conjunto de modelos que pode ser derivado do modelo numérico previamente atualizado manualmente (EFMA) por meio da variação dos

parâmetros de atualização. Neste espaço encontra-se o modelo EFMA e o modelo atualizado (EFA).

Caso seja efetuada uma má seleção dos parâmetros de atualização, o espaço S3, que contém um conjunto de modelos que podem ser derivados do modelo EFMA pela da variação dos parâmetros de atualização, não apresentará espaço em comum com o espaço S2, logo nenhum modelo bem correlacionado com o modelo experimental será obtido (Figura 5. 3(a)). Por outro lado, uma boa seleção de parâmetros ocasionará a existência de um espaço em comum entre S2 e S3 (Figura 5. 3(b)). Desta forma, o EFA terá a possibilidade de convergir para um modelo com boa correlação com o experimental e até mesmo convergir para o EFOT. Esta conversão, a partir de então, dependerá apenas da escolha apropriada da função objetivo e o do algoritmo de otimização.

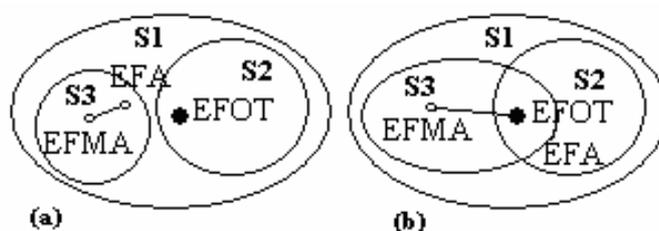


Figura 5. 3 – Esquema de uma: (a) pobre seleção dos parâmetros de atualização; (b) boa seleção dos parâmetros de atualização.

A seleção dos parâmetros é realizada por intermédio de análises que levam em consideração o ponto de vista matemático e físico. Matematicamente, a análise está relacionada à quantidade de parâmetros. O número de parâmetros de atualização deve permanecer o menor possível para evitar um problema numérico mal condicionado; aconselha-se que este seja próximo ao número de modos identificados no modelo modal experimental (Jaishi e Ren, 2005). Para estruturas pequenas, como uma viga ou um protótipo de uma estrutura, esta limitação não é muito grave, visto que o número de graus de liberdade destas é relativamente pequeno. Contudo, para o caso das pontes onde o modelo numérico contém muitos elementos, esta limitação pode ser um fator agravante. Uma alternativa utilizada para a minimização do número de parâmetros de atualização, mas com permanência da atualização das propriedades de um número considerável de elementos finitos, está na seleção de parâmetros de atualização que possam representar um grupo de elementos finitos.

Considere a viga discretizada na Figura 5. 4 como parte de um modelo em elementos finitos de uma ponte. Considere que o parâmetro a ser atualizado nesta estrutura é o módulo de elasticidade E. Contudo, existem N diferentes E apenas para esta viga da ponte. A representação do parâmetro de atualização agrupado, como citado anteriormente, significa a determinação de um parâmetro X_V , que correlaciona o módulo de elasticidade destes elementos (Equação 5.10) e a utilização deste como parâmetro de atualização.

$$X_V = E_1 = E_2 = E_3 = E_4 = E_5 = E_6 \dots = E_N \quad (5. 10)$$

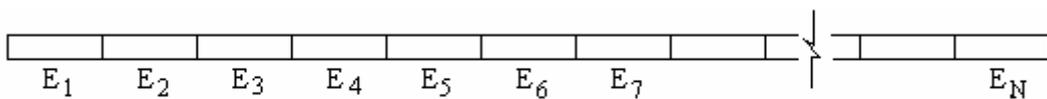


Figura 5. 4 – Esquema de uma longarina de uma ponte.

Fisicamente, os parâmetros incertos no modelo devem ser sensíveis à resposta, de outra maneira o processo de atualização seria mal condicionado, uma vez que existiriam informações insuficientes para estimar os parâmetros de maneira precisa.

5.3.3.1 - Análise de sensibilidade

O estudo da sensibilidade indica o impacto da variação dos parâmetros sobre as propriedades das pontes. Normalmente, a sensibilidade de cada elemento finito, associada com o parâmetro de projeto selecionado, é calculada e comparada. Baseado nesta comparação, o analista pode então selecionar os parâmetros mais sensíveis como os que serão submetidos a atualização.

Na análise de sensibilidade calcula-se o coeficiente de sensibilidade S_c que é definido como a derivada das variáveis de estado ou a função objetivo com respeito as variáveis de projeto (ou ao parâmetro de atualização):

$$\delta z = S \delta a \quad (5. 11)$$

$$S_c = \frac{\delta z}{\delta a} = \frac{z_m - z}{a_m - a} \quad (5. 12)$$

onde, $\delta \mathbf{a} = \mathbf{a}_m - \mathbf{a}$ representa a alteração nos parâmetros de atualização; $\delta \mathbf{z} = \mathbf{z}_m - \mathbf{z}$ representa a alteração nas variáveis de estado ou função objetivo.

A matriz de sensibilidade pode ser calculada para todas as propriedades relatadas (material, condições de contorno, geometria estrutural, etc.) usando derivação direta ou técnicas de perturbação. Cálculos analíticos de sensibilidade podem não ser fáceis quando os estudos são realizados usando um programa comercial com o código fechado, onde as matrizes do sistema não podem ser facilmente extraídas. Neste caso uma aproximação por diferenças finitas é uma das alternativas para o cálculo da sensibilidade. Nesta abordagem, a matriz de sensibilidade é aproximada usando a diferença um passo a frente da função com respeito a cada parâmetro considerado:

$$\frac{\partial f_r}{\partial a_i} = \frac{f_r(\mathbf{a} + \Delta a_i) - f_r(\mathbf{a})}{\Delta a_i} \quad (5.13)$$

$$\Delta a_i = \frac{\Delta D}{100} (\bar{a}_i - \underline{a}_i) \quad (5.14)$$

Onde a é o parâmetro candidato à atualização, ΔD é o tamanho do passo de diferença (em porcentagem) considerado neste trabalho como 0,2 e \bar{a}_i e \underline{a}_i são os limites superior e inferior dos parâmetros que serão definidos no item (variável de projeto). No caso deste trabalho a análise de sensibilidade foi realizada utilizando uma ferramenta do programa ANSYS.

5.3.4 - Definição do espaço confiável de projeto

Com o objetivo de garantir o significado físico dos valores dos parâmetros de atualização, as limitações superiores e inferiores para estes parâmetros devem ser estabelecidas (Brownjohn *et al.* 2001). A ferramenta escolhida para a definição destes limites é a análise aleatória utilizando ferramentas do ANSYS. Esta análise mostra como a função objetivo varia para um conjunto de valores diferentes de parâmetros de atualização. Baseado na tendência desta variação os limites para os parâmetros são então definidos.

Esta ferramenta de projeto irá determinar valores aleatórios, a^* , à variável de projeto (ou seja ao parâmetro candidato à atualização) a cada iteração.

$$\mathbf{a} = \mathbf{a}^* \quad (5.15)$$

As iterações aleatórias continuam até que o número de iterações aleatórias realizadas para cada análise, n_r , seja igual ao número máximo de iterações determinadas no projeto de otimização, N_r ; ou até que o número total de conjunto de modelos confiáveis, n_f , seja igual ao número de conjuntos de modelos confiáveis determinado no projeto de otimização, N_f . Como demonstrado nas equações (5.16) e (5.17).

$$\begin{aligned} n_r &= N_r \\ n_f &= N_f \quad \text{se } N_f \geq 1 \end{aligned} \tag{5.16}$$

Vale ressaltar que modelos confiáveis são configurações adotadas para o modelo numérico que satisfazem todas as restrições do problema de otimização, ou seja, considerando que cada variável de estado do projeto de otimização apresente suas restrições, os modelos que gerem uma ou mais violações destes limites são definidos como modelos não confiáveis.

O modelo é considerado confiável somente se:

$$\begin{aligned} g_i(a^*) &\leq \bar{g}_i + \alpha_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_1) \\ \underline{w}_i - \beta_i &\leq w_i(a^*) \leq \bar{w}_i + \beta_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_2) \\ \underline{h}_i - \gamma_i &\leq h_i(a^*) \quad (i = 1, 2, 3, \dots, m_3) \end{aligned} \tag{5.17}$$

onde α_i , β_i e γ_i são as tolerâncias para as variáveis de estado definidas no projeto de otimização.

Deste modo, baseado nos resultados obtidos nessa análise, plota-se o gráfico de cada iteração que tenha gerado um modelo confiável entre o valor da função objetivo encontrada e o valor adotado aleatoriamente para o parâmetro de atualização. Os limites são então definidos de acordo com a intuição do analista. Aconselha-se que estes limites dos parâmetros sejam determinados de maneira que um destes seja um valores próximos ao que gera a FO_{in} , que é o valor inicial da função objetivo obtido antes da análise aleatória, e que o outro seja o valor do parâmetro apresentado na análise que minimize ao máximo a função objetivo. Alguns exemplos básicos desta definição dos limites podem ser vistos na Figura 5. 5.

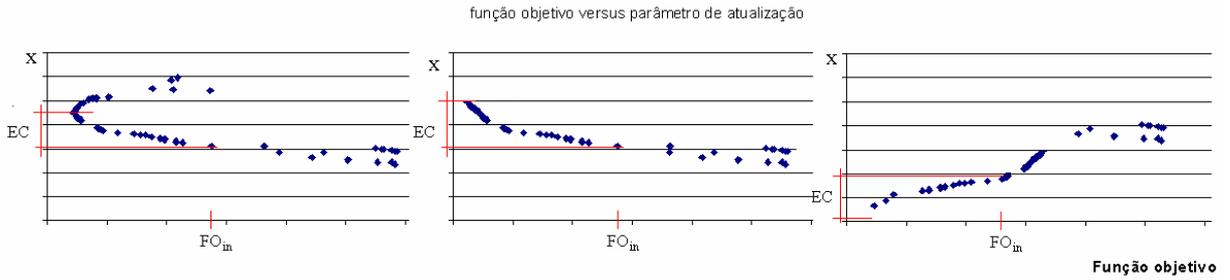


Figura 5.5 – Exemplos de definição de espaços confiáveis.

5.3.5 - Variável de estado e suas restrições

Segundo apresentado no item 5.3.1, as variáveis de estado devem ser dependentes das variáveis de projeto (ou parâmetros de atualização) e ao mesmo tempo serem capazes de gerar limites à função objetivo. Baseado nesta necessidade, as variáveis de estado definidas para utilização no processo de atualização foram as porcentagens de variação entre as frequências experimentais e numéricas (D_f):

$$D_f(g) = \frac{|\lambda_g^* - \lambda_g|}{\lambda_g} \quad g = (1, 2, 3, \dots, n_d) \quad (5.18)$$

onde n_d é o número de frequências obtidas experimentalmente, λ_g^* e λ_g são respectivamente as frequências obtidas numérica e experimentalmente.

5.3.6 - Método de otimização

O método de otimização utilizado no processo de atualização das pontes é um método irrestrito de primeira ordem. Este método transforma um problema restrito em um problema irrestrito a partir de funções de penalidade. Este método é altamente preciso e funciona muito bem para problemas que possuam variáveis que mudam muito sobre uma faixa do espaço de projeto. Contudo, a alta precisão do método nem sempre garante a melhor solução.

A função objetivo irrestrita é formulada da seguinte forma:

$$Q(a, q_p) = \frac{f_o}{f_{o0}} + \sum_{i=1}^n P_a(a_i) + q_p \left(\sum_{i=1}^{m_1} P_g(g_i) + \sum_{i=1}^{m_2} P_h(h_i) + \sum_{i=1}^{m_3} P_w(w_i) \right) \quad (5.19)$$

Onde Q é função objetivo irrestrita adimensional, (P_a) é a função de penalidade aplicada à variável de projeto e (P_g, P_h, P_w) são funções de penalidades aplicadas às variáveis de estado, f_{o0} é o valor da função objetivo de referência que é selecionada do grupo corrente de conjuntos de projeto, e q_p é um parâmetro de resposta de superfície que controla o cumprimento das restrições.

A equação (5.19) pode também ser escrita como a soma de duas funções, para facilitar o cálculo computacional, definindo:

$$Q_f(a) = \frac{f_o}{f_{o0}} \quad (5.20)$$

e

$$Q_p(a, q_p) = \sum_{i=1}^n P_a(a_i) + q_p \left(\sum_{i=1}^{m_1} P_g(g_i) + \sum_{i=1}^{m_2} P_h(h_i) + \sum_{i=1}^{m_3} P_w(w_i) \right) \quad (5.21)$$

Então, a função objetivo irrestrita (equação 5.19) assume a forma:

$$Q(a, q_p) = Q_f(a) + Q_p(a, q_p) \quad (5.22)$$

As funções Q_f representam a função objetivo e Q_p as funções de penalidade.

Para a procura da direção, um vetor direção, $d^{(j)}$, é criado para cada iteração (j), e pela equação (5.23) o vetor de parâmetros para a iteração ($j+1$) é obtido:

$$a^{(j+1)} = a^{(j)} + s_j d^{(j)} \quad (5.23)$$

Onde $a^{(j)}$ corresponde ao vetor de parâmetros, s_j , é um escalar que define o passo do ajuste, que indica que distância deve-se avançar em uma determinada direção e $d^{(j)}$ é a direção do ajuste correspondente. A solução para s_j usa uma combinação de um algoritmo conhecido como *golden-section* e uma técnica local de ajuste quadrático (*local quadratic fitting technique*). Os limites para o passo de ajuste são definidos por:

$$0 \leq s_j \leq \frac{S_{\max}}{100} s_j^* \quad (5.24)$$

Onde s_j^* é o comprimento de passo o maior possível para a linha de alcance da iteração corrente internamente calculada e S_{\max} é, em porcentagem, o máximo comprimento de passo para a linha de alcance.

Para a iteração inicial ($j = 0$), a direção de procura é assumida ser um valor negativo do gradiente da função objeto irrestrita:

$$d^{(0)} = -\nabla Q(a^{(0)}, q_p) = d_f^{(0)} + d_p^{(0)} \quad (5.25)$$

Na qual $q_p = 1$, e

$$d_f^{(0)} = -\nabla Q_f(a^{(0)}) \quad \text{e} \quad d_p^{(0)} = -\nabla Q_p(a^{(0)}) \quad (5.26)$$

Na qual é utilizado o método da direção do maior decréscimo (*steepest descent method*). Para as iterações subseqüentes ($j > 0$), direções conjugadas são formadas de acordo com a fórmula recursiva proposta por Polak-Ribiere, *apud* ANSYS, 1999:

$$d^{(j)} = -\nabla Q(a^{(j)}, q_{p_k}) + r_{j-1} d^{(j-1)} \quad (5.27)$$

$$r_{j-1} = \frac{[\nabla Q(a^{(j)}, q_p) - \nabla Q(a^{(j-1)}, q_p)]^T \nabla Q(a^{(j)}, q_p)}{|\nabla Q(a^{(j-1)}, q_p)|^2} \quad (5.28)$$

Note-se que quando todas as variáveis de projeto são satisfeitas $P_a(a_i) = 0$, isto significa que q_p pode ser fatorado de Q_p , e este pode ser escrito como:

$$Q_p(a^{(j)}, q_p) = q_p Q_p(a^{(j)}) \quad \text{se} \quad \underline{a}_i \leq a_i \leq \bar{a}_i \quad (i = 1, 2, 3, \dots, n) \quad (5.29)$$

e a equação da direção de ajuste pode ser dada pela soma de duas partes:

$$d^{(j)} = d_f^{(j)} + d_p^{(j)} \quad (5.30)$$

Onde cada direção tem um relacionamento recursivo separado,

$$d_f^{(j)} = -\nabla Q_f(a^{(j)}) + r_{j-1} d_f^{(j-1)} \quad (5.31)$$

$$d_p^{(j)} = -q_p \nabla Q_p(a^{(j)}) + r_{j-1} d_p^{(j-1)} \quad (5.32)$$

Este processo continua até que seja detectada alguma solução impraticável, ou a convergência está próxima de ser alcançada. Caso um destes fenômenos aconteça, o algoritmo reinicia-se, $r_{j-1} = 0$, e o método da direção do maior decréscimo é aplicado novamente.

As iterações deste método continuam até que a convergência seja alcançada ou até o seu término. Estes dois eventos são checados no fim da cada iteração.

A convergência é assumida por meio de dois fatores: 1) comparações são feitas entre o conjunto de projeto da iteração corrente (j) e o conjunto prévio (j-1), conforme equação (5.33) e 2) comparações são feitas entre o conjunto de projeto da iteração corrente (j) e o melhor conjunto encontrado até o momento (b), conforme equação (5.34):

$$|f^{(j)} - f^{(j-1)}| \leq \tau \quad (5.33)$$

e

$$|f^{(j)} - f^{(b)}| \leq \tau \quad (5.34)$$

onde τ é a tolerância da função objetivo.

O término do processo ocorre quando o número de iterações, n_j , iguala ao número de iterações permitidas, N_1 . Conforme equação (5.35).

$$n_j = N_1 \quad (5.35)$$

É requerido que a iteração final use o método da direção do maior decréscimo, para que iterações adicionais não sejam realizadas.

6 - DESCRIÇÃO DOS PROGRAMAS UTILIZADOS

O objetivo deste capítulo é possibilitar que os métodos utilizados nesta tese possam ser reproduzidos com facilidade por outras pessoas. Basicamente todos os métodos citados encontram-se abaixo detalhados, isto é: a linguagem em que foram escritos; a origem, (ou seja, se foram implementados durante esta pesquisa, alterados, ou apenas utilizados); os fluxogramas do programa; os dados necessários para entrada com o respectivo formato de arquivo de entrada; e os resultados obtidos após a sua utilização.

Os programas utilizados na metodologia proposta foram ANSYS 10.0 e MATLAB 7 R.14. O programa ANSYS é um pacote de modelagem em elementos finitos para a solução de uma grande variedade de problemas mecânicos. Estes problemas incluem análise estrutural estática/dinâmica (linear e não linear), transferência de calor e problemas de fluido, assim como problemas acústicos e eletromagnéticos. Sua linguagem de programação é denominada APDL (linguagem paramétrica de projeto em ANSYS) e apresenta funções típicas de algumas grandes linguagens de computador. Por exemplo, definições de parâmetros similares para definição de variáveis ou constantes, chamadas de macro para simular as chamadas de funções, sub-rotinas, etc. Além disto, possui uma poderosa capacidade de cálculos matemáticos. A capacidade de cálculos matemáticos inclui cálculos aritméticos, comparações, funções trigonométricas, funções exponenciais, etc. Utilizando a linguagem APDL os dados podem ser lidos e então calculados e o processo do programa ANSYS pode ser controlado.

O MATLAB é uma linguagem de programação apropriada ao desenvolvimento de aplicativos de natureza técnica. Como o próprio nome sugere, o MATLAB é bem adequado àqueles que desejam implementar e testar soluções com facilidade e precisão (como num laboratório), sem perder tempo com detalhes específicos de linguagem de programação. Para isso, possui facilidades de computação, visualização e programação, dentro de um ambiente amigável e de fácil aprendizado.

A forma de estruturação deste capítulo segue basicamente a mesma forma de toda a tese, apresentando os programas utilizados no processo de modelagem numérica, de modelagem modal experimental e de atualização do modelo numérico.

6.1 - PROGRAMAS UTILIZADOS NO PROCESSO DE MODELAGEM NUMÉRICA

Para a modelagem numérica o programa de elementos finitos ANSYS e um arquivo de comando (MACROS) escritos em linguagem APDL é utilizado.

Esse arquivo de comando é composto das variáveis a serem usadas no processo de atualização, dos dados geométricos da ponte, das propriedades dos seus materiais, dos tipos de análise a serem realizadas no modelo (estática e modal) e da análise propriamente dita. A extensão *.mac* é utilizada no arquivo de comando, sendo este referido nesta tese como *CSB.mac*. Detalhes da construção deste podem ser vistos abaixo.

Inicialmente os parâmetros são definidos como variáveis, como por exemplo, a massa específica e o módulo de elasticidade dos materiais constituintes da ponte, o momento de inércia, e os dados das seções das estruturas das pontes. O comando **set*, nome da variável, valor da variável (**set, D2, 1500*) é utilizado neste processo.

Após isto, a etapa de pré-processamento, comando *'/PREP7'*, é definida utilizando os comandos *ET*, para a definição do tipo de elemento, *UIMP*, para a definição das propriedades físicas dos materiais, *R*, para a definição dos dados geométricos dos elementos, *N* para criação dos nós da estrutura. Quando da definição dos elementos, inicialmente os comandos *TYPE*, *MAT*, *REAL* e *TSHAP* são utilizados para estabelecer o tipo, o material utilizado, os dados geométricos e a forma dos elementos que serão criados. Depois destes, o comando *E* é utilizado para a definição dos elementos que apresentam as características acima estabelecidas.

O comando *D* é utilizado para a definição das restrições (ou condições de contorno) e o *CP* é utilizado para o caso de movimentos acoplados. A aceleração é definida com o comando *'ACEL,0,9.81,0,'* e a etapa de pré-processamento é encerrada com o *'FINISH'*.

Na etapa de solução, utilizando o comando *'/SOLU'*, define-se o tipo de análise a ser realizada sobre o modelo previamente criado. Com o comando *ANTYPE* o tipo de análise é definido (alguns outros comandos específicos para a definição do tipo de análise existem nesta etapa e não serão apresentados aqui, devendo ser verificados nos tutoriais do programa ANSYS). Os comandos *'/STATUS,SOLU'* e *'SOLVE'* são os comandos de execução da análise. A etapa de solução é encerrada com o comando *'FINISH'*.

6.2 - PROGRAMAS UTILIZADOS NO PROCESSO DE MODELAGEM MODAL EXPERIMENTAL

6.2.1 - Programas utilizados no processo de posicionamento ótimo dos sensores

Foram implementados três rotinas nesta etapa. Uma delas, utilizando a linguagem APDL, constitui na verdade um arquivo de comandos para ser executado no ANSYS, e que possibilita a obtenção dos dados necessários para a determinação da posição ótima dos sensores. A segunda e terceira rotina fazem parte dos programas de otimização e foram criadas no ambiente Matlab.

6.2.1.1 - Dados de entrada para os programas de localização ótima de sensores

Os dados de entrada necessários para os programas de localização ótima de sensores são gerados utilizando um arquivo de comandos escritos em linguagem APDL denominado MPIPCS.mac. Este arquivo de comandos tem como função capturar as amplitudes dos modos de vibração selecionados, naqueles graus de liberdades candidatos à locação de sensores. O fluxograma básico deste programa pode ser visto na Figura 6. 1.

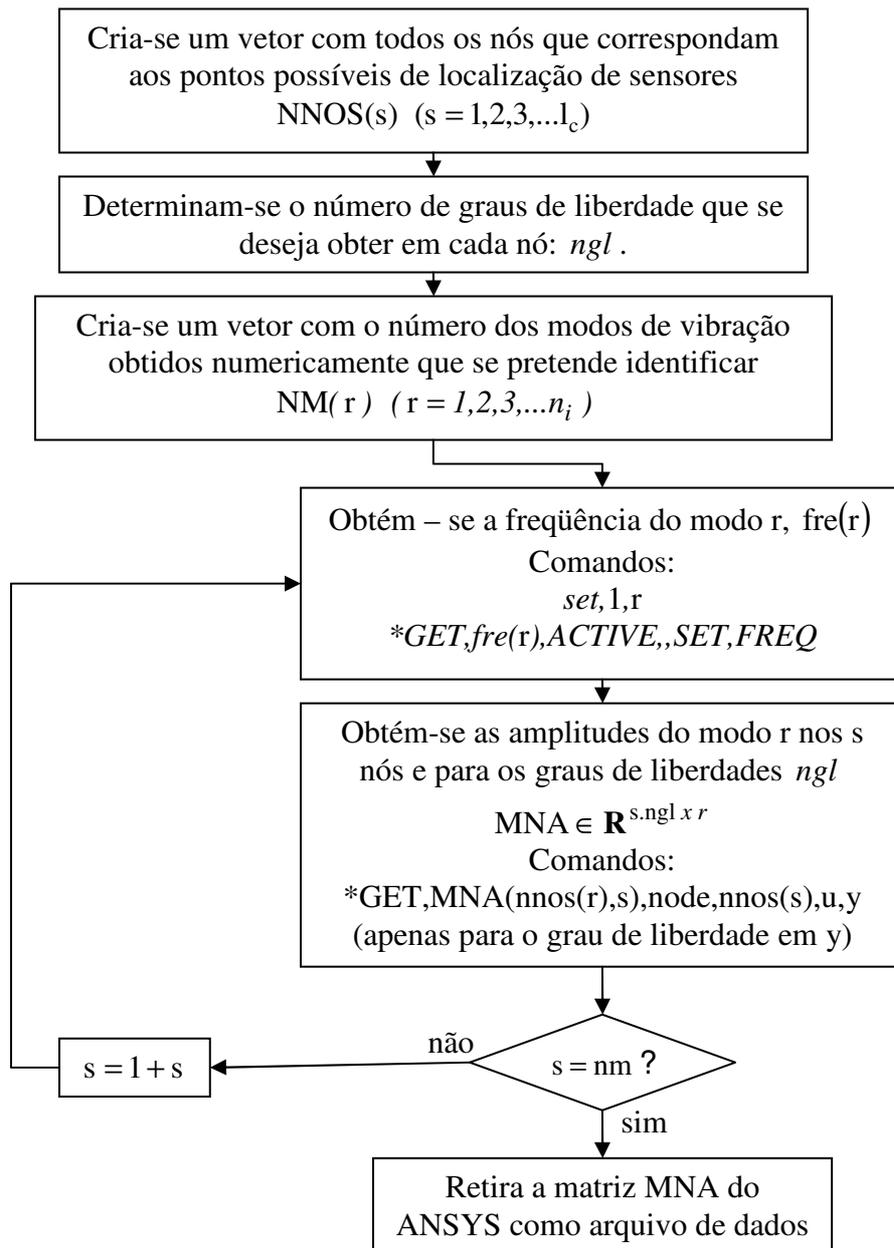


Figura 6. 1 – Fluxograma do programa MIPCS.mac.

6.2.1.2 - Programa LGM.m – implementação do método de LG modificado

O programa LGM.m foi implementado em MATLAB e utiliza como dados de entrada os modos de vibração oriundos de uma análise numérica. A obtenção destes dados pode ser feita segundo esquema apresentado no item anterior.

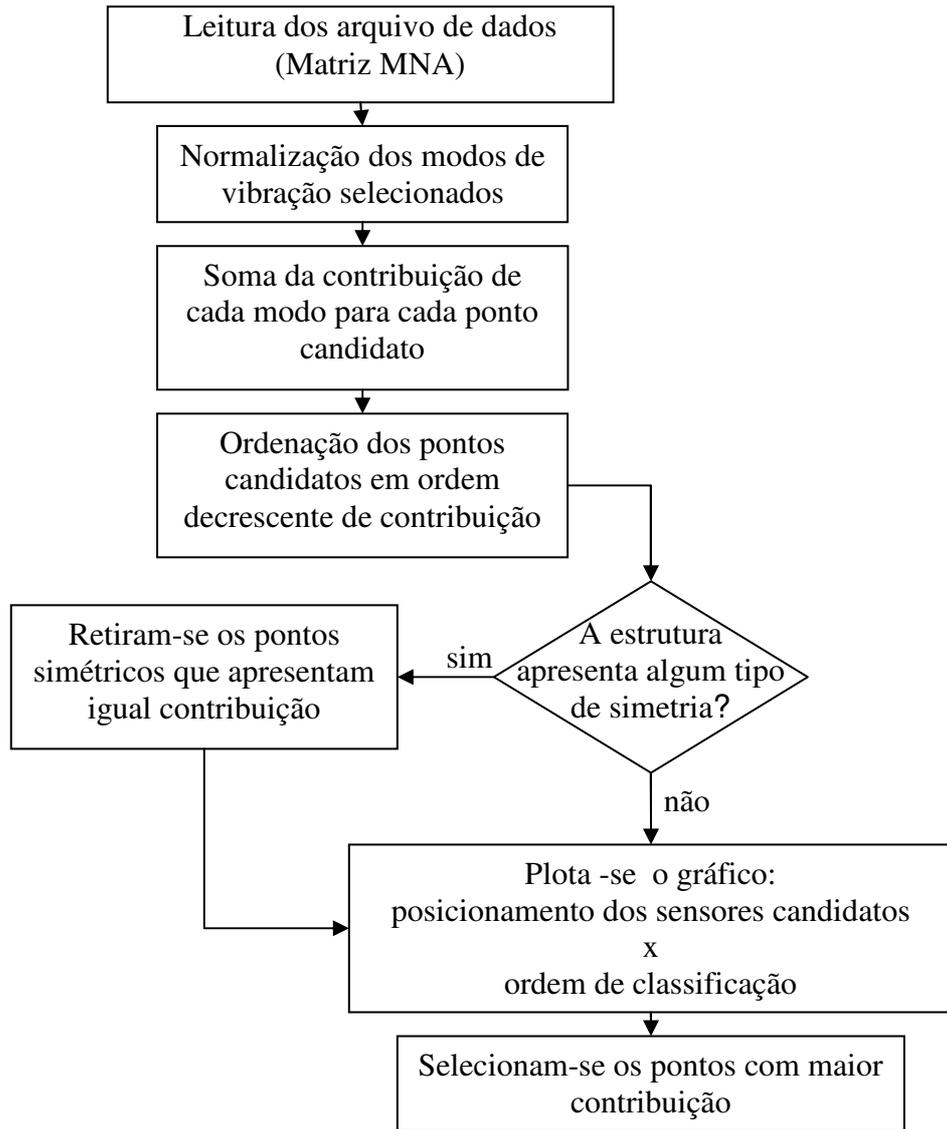


Figura 6. 2 – Fluxograma do programa LGM.m.

6.2.1.3 - Programa EfIDPR.m – implementação do método de EfI-DPR

O programa EfIDPR.m, que utiliza como base o método de identificação efetiva – resíduo do ponto principal, foi implementado em MATLAB e utiliza como dados de entrada os modos de vibração oriundos de uma análise numérica.

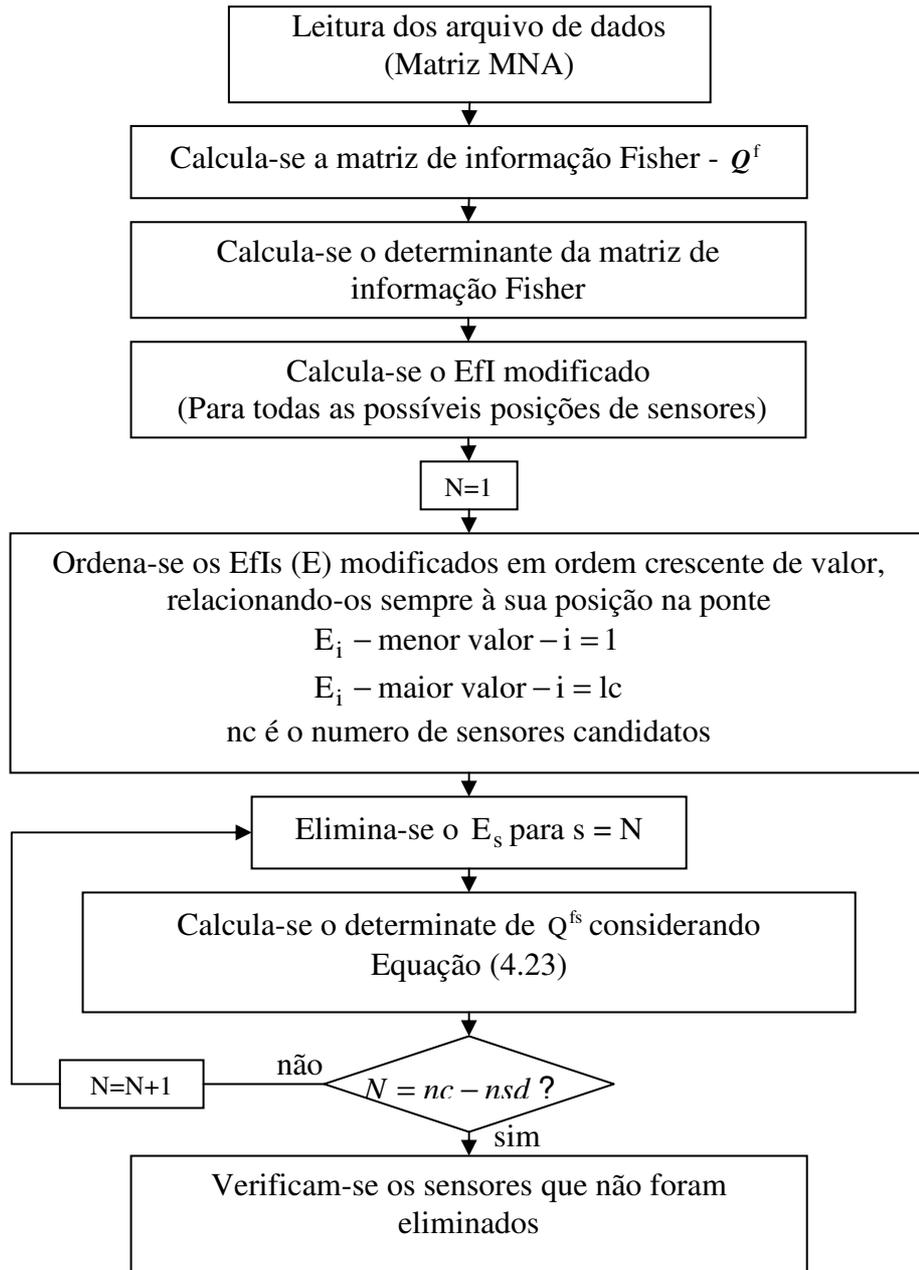


Figura 6.3 – Fluxograma do programa EfIDPR.m.

6.2.2 - Programas utilizados no processo de identificação dos modelos modais

Nesta seção são apresentados os programas escritos na linguagem MATLAB utilizados na identificação dos modelos modais, ou sejam: o PPP.m, que corresponde à implementação do método de detecção de pico; o SSIcovP.m que corresponde à implementação do método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência; e o SSIdatP.m que corresponde à implementação do método de identificação estocástica

baseado nas respostas de referência. Estes programas foram implementados por Brasiliano (2005) e são apresentados aqui com algumas alterações.

6.2.2.1 - Dados de entrada para os programas de identificação de sistemas

Antes da montagem do arquivo de entrada propriamente dito para os programas de identificação de sistema, faz-se necessário uma padronização prévia de algumas informações.

Após a escolha das posições dos acelerômetros e a determinação da melhor posição para os acelerômetros de referência, aconselha-se que estes sejam numerados como apresentado na Figura 6. 4.

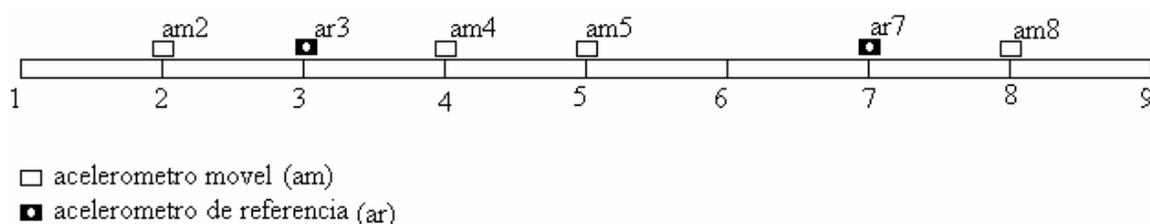


Figura 6. 4 – Denominação dos acelerômetros presentes na estrutura.

Inicialmente divide-se a estrutura em partes iguais de tal maneira que todos os acelerômetros estejam posicionados sobre um ponto da divisão; depois se enumera todos os pontos de divisão da estrutura iniciando pelo número 1 no contorno esquerdo da estrutura utilizando a denominação *am* para os acelerômetros móveis e *ar* para os acelerômetros de referência; e finalmente acrescenta-se a essa nomenclatura o número correspondente a posição do acelerômetro.

Aconselha-se que os registros obtidos pelo experimento sejam organizados em matrizes: Uma primeira matriz com os registros dos acelerômetros de referências e uma segunda matriz com os registros dos acelerômetros móveis, tendo na primeira linha de cada coluna o número da posição do acelerômetro na estrutura. Para o caso do exemplo da Figura 6. 4 a forma das matrizes são mostradas na Figura 6. 5.

Matriz 01
(acelerômetros de referência)

3	7
-0.00986	-0.00016
-0.00356	0.008476
-0.00358	0.009706
0.003448	-0.01383
⋮	⋮

Matriz 02
(acelerômetros móveis)

2	4	5	8
-0.02544	0.004591	0.009706	-8.03E-05
-0.0198	-0.00016	-0.01383	-0.00187
-0.01227	0.008476	-0.02936	0.003286
-8.03E-05	0.009706	-0.02544	0.004591
⋮	⋮	⋮	⋮

* Os valores que encontram-se nas matrizes são fictícios, não apresentam nenhum significado.

Figura 6. 5 – Modelo de construção das matrizes com os registros do experimento.

Aconselha-se a criação de um arquivo tipo *Mat* para armazenamento dos dados do experimento. *Mat* é um arquivo de texto que contém variáveis e que é montado usando o *workspace* do programa MATLAB.

Este arquivo deve conter basicamente: a matriz 01 referente aos acelerômetros de referência (*acref*), a matriz 02 referente aos acelerômetros restantes (*acm*), ambas como mostradas na Figura 6.5 e a variável *h* contendo o passo de tempo do ensaio. Aconselha-se que o nome do arquivo seja da seguinte forma: *reg +nome da estrutura.mat*.

6.2.2.2 - Programa PPP.m – implementação do método de detecção de pico

O programa PPP.m calcula os modos de vibração e as frequências naturais das pontes utilizando o método de detecção de pico. Como já foi dito, essa rotina foi desenvolvida com base nas implementações realizadas por Brasiliano (2005). O fluxograma deste programa pode ser visto na Figura 6. 6.

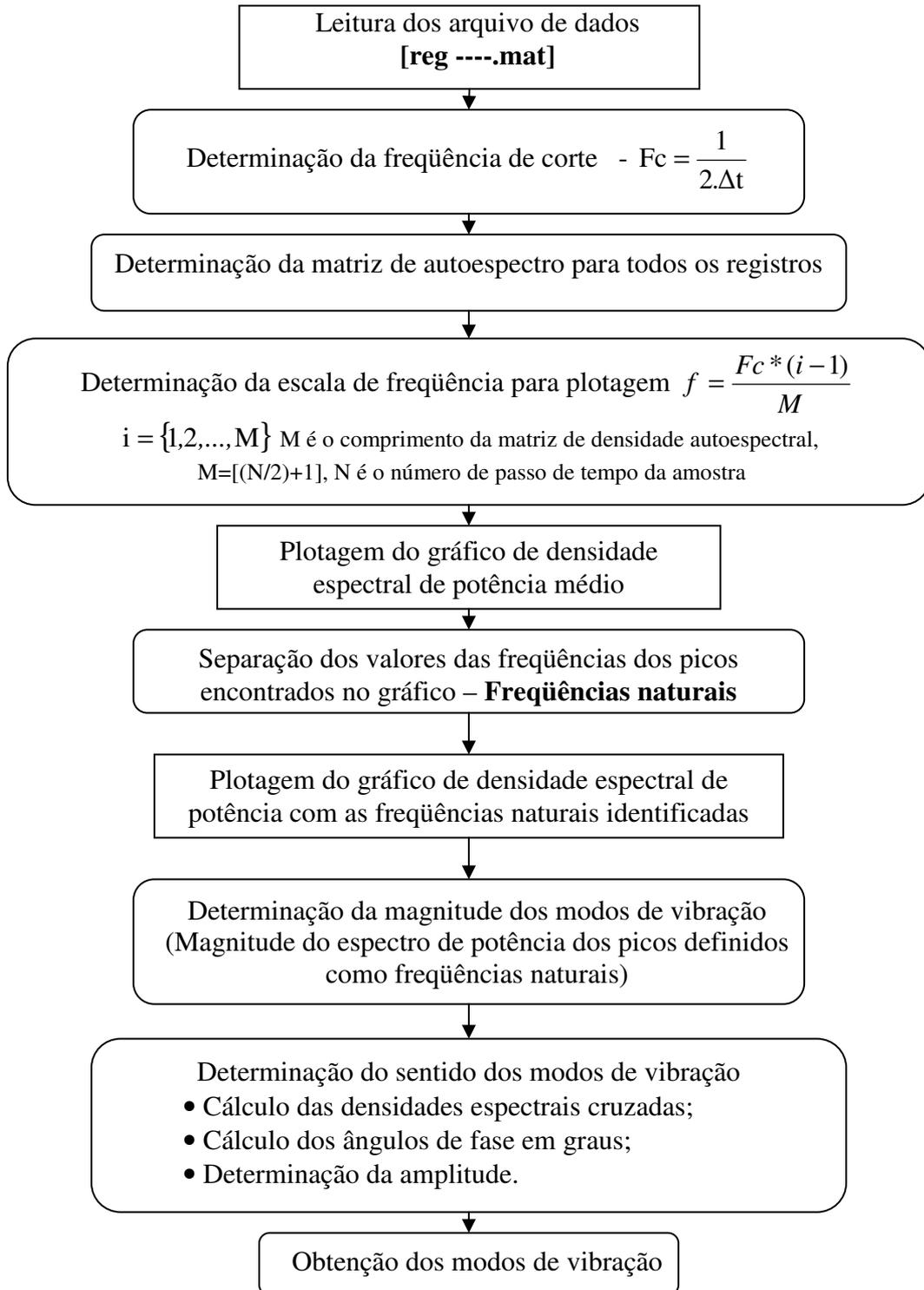


Figura 6. 6 – Fluxograma do programa PPP.m.

6.2.2.3 - Programa SSIdatP.m – implementação do método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência.

SSIdatP.m é o programa que calcula modelos de espaço de estado das pontes utilizando o método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência. Os modelos modais das pontes são então obtidos, utilizando o programa modalDt.m (Brasiliano, 2005), por intermédio do modelo de espaço de estado. Este programa foi desenvolvido com base nas implementações realizadas por Brasiliano (2005), o fluxograma deste pode ser visto na Figura 6. 7.

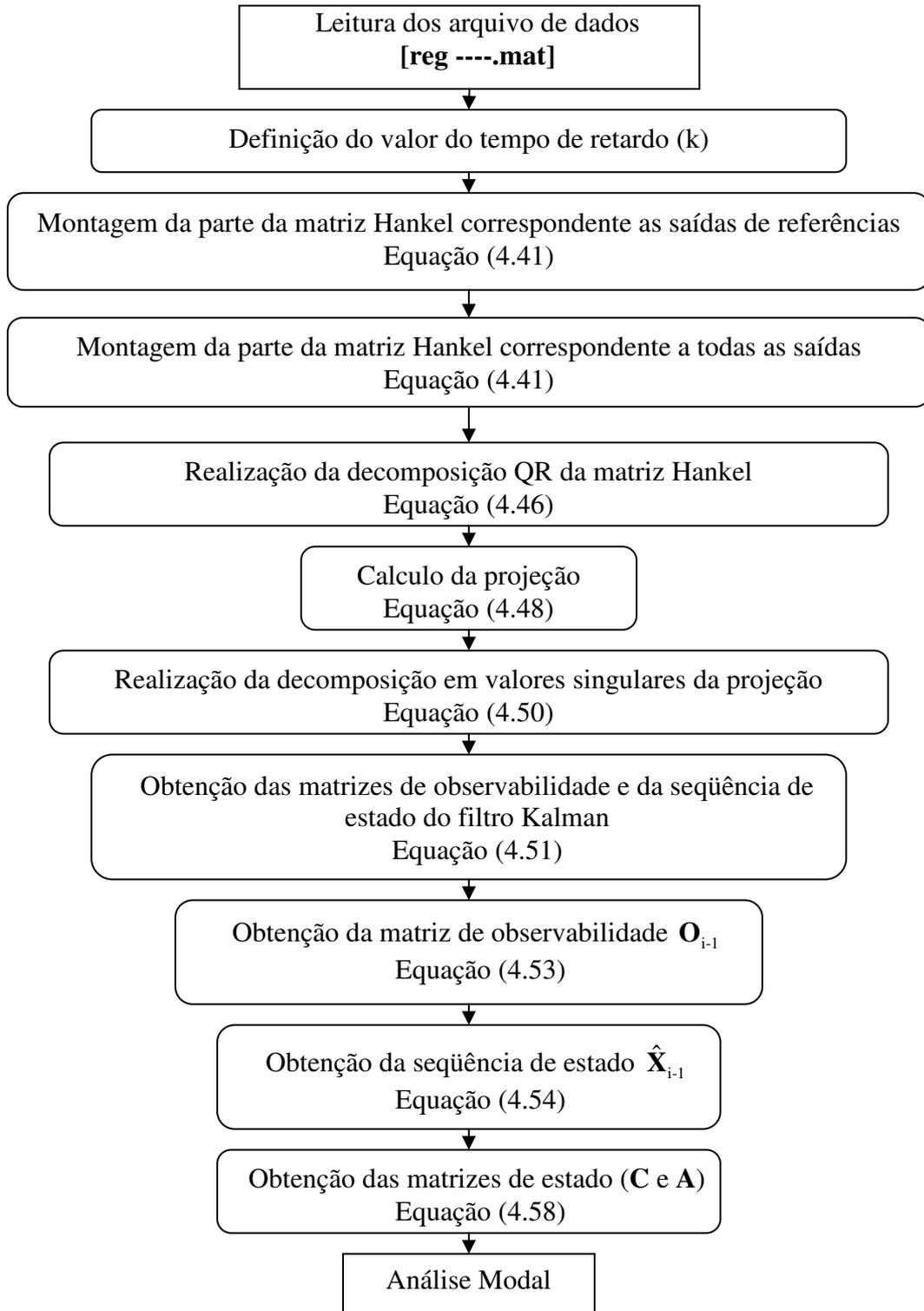


Figura 6. 7 – Fluxograma do programa SSIdatP.m.

6.2.2.4 - Programa SSICovP.m – implementação do método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência.

SSICovP.m é o programa que calcula modelos de espaço de estado das pontes utilizando o método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência. A partir destes modelos os modelos modais são então obtidos, utilizando o programa modalDt.m (Brasiliano, 2005), por meio do modelo de espaço de estado. Este programa foi desenvolvido com base nas implementações realizadas por Brasiliano (2005), o fluxograma deste pode ser visto na Figura 6. 8.

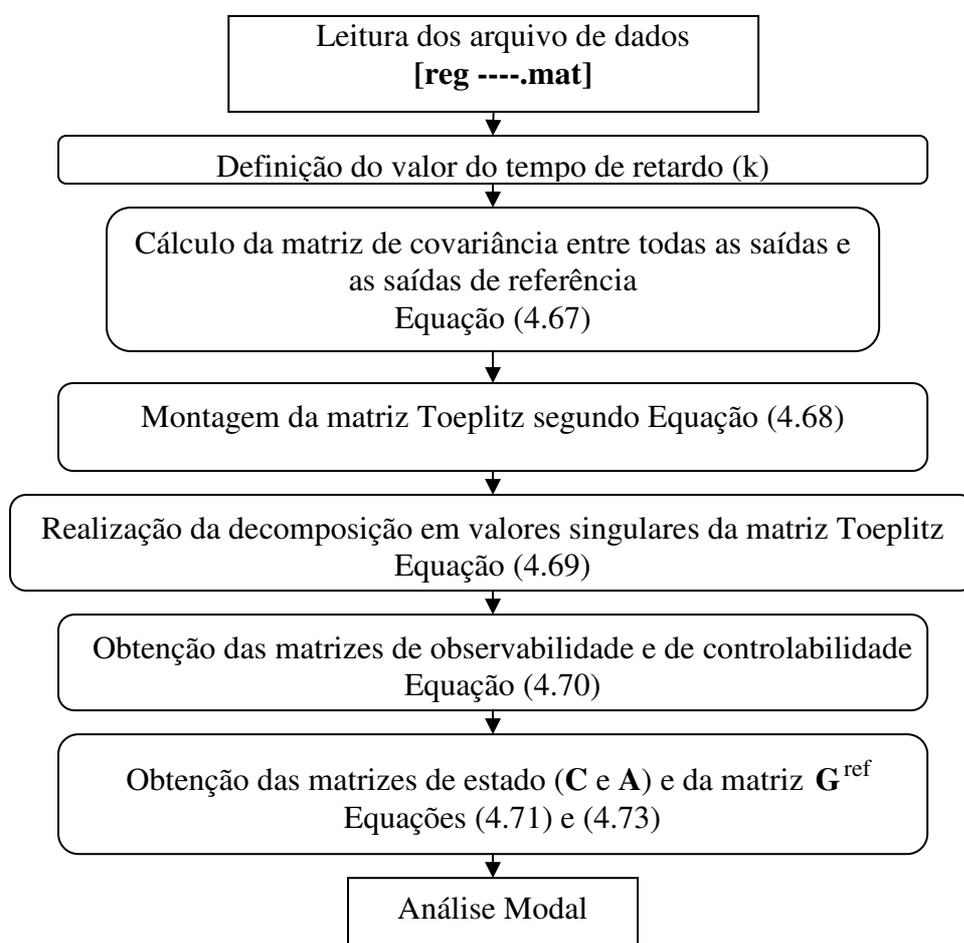


Figura 6. 8 – Fluxograma do programa SSICovP.m.

6.2.2.5 - Programa modaldt.m – análise modal.

Este programa é utilizado para calcular o modelo modal a partir de um modelo de espaço de estado, o fluxograma apresenta-se na Figura 6. 9.

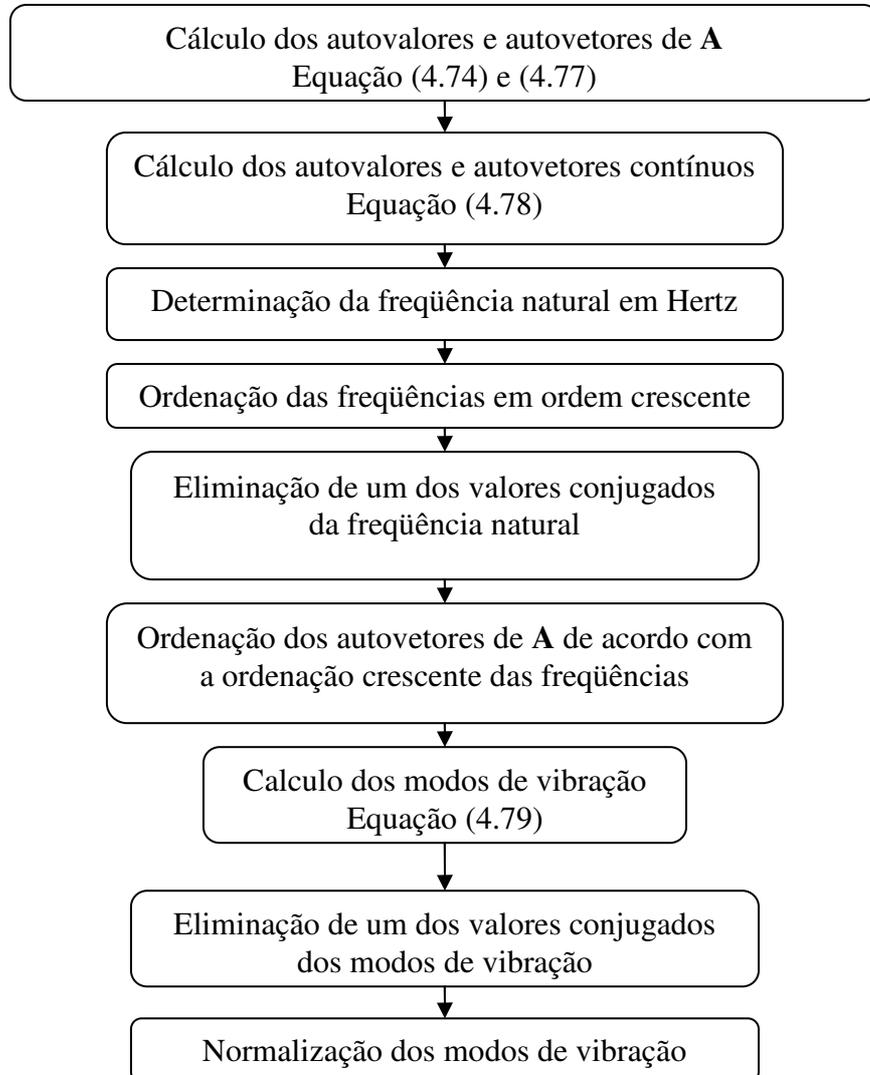


Figura 6. 9 – Fluxograma do programa modaldt.m.

6.3 - PROGRAMAS UTILIZADOS NO PROCESSO DE ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO

Na etapa de atualização automática quatro análises são realizadas, sendo 3 em ANSYS, relacionadas ao processo de atualização, e uma em Matlab, onde uma análise estatística é realizada sobre os resultados das correlações entre o modelo numérico e experimental.

As análises em ANSYS são basicamente a aleatória, para a definição do espaço confiável de projeto; a de sensibilidade ou gradiente, para a definição dos parâmetros de atualização e a de otimização, que realiza o processo de atualização dos parâmetros. Para a execução de tais análises são necessários alguns arquivos de comando; uma representação destes e sua ordem de utilização podem ser vistos na Figura 6. 10.

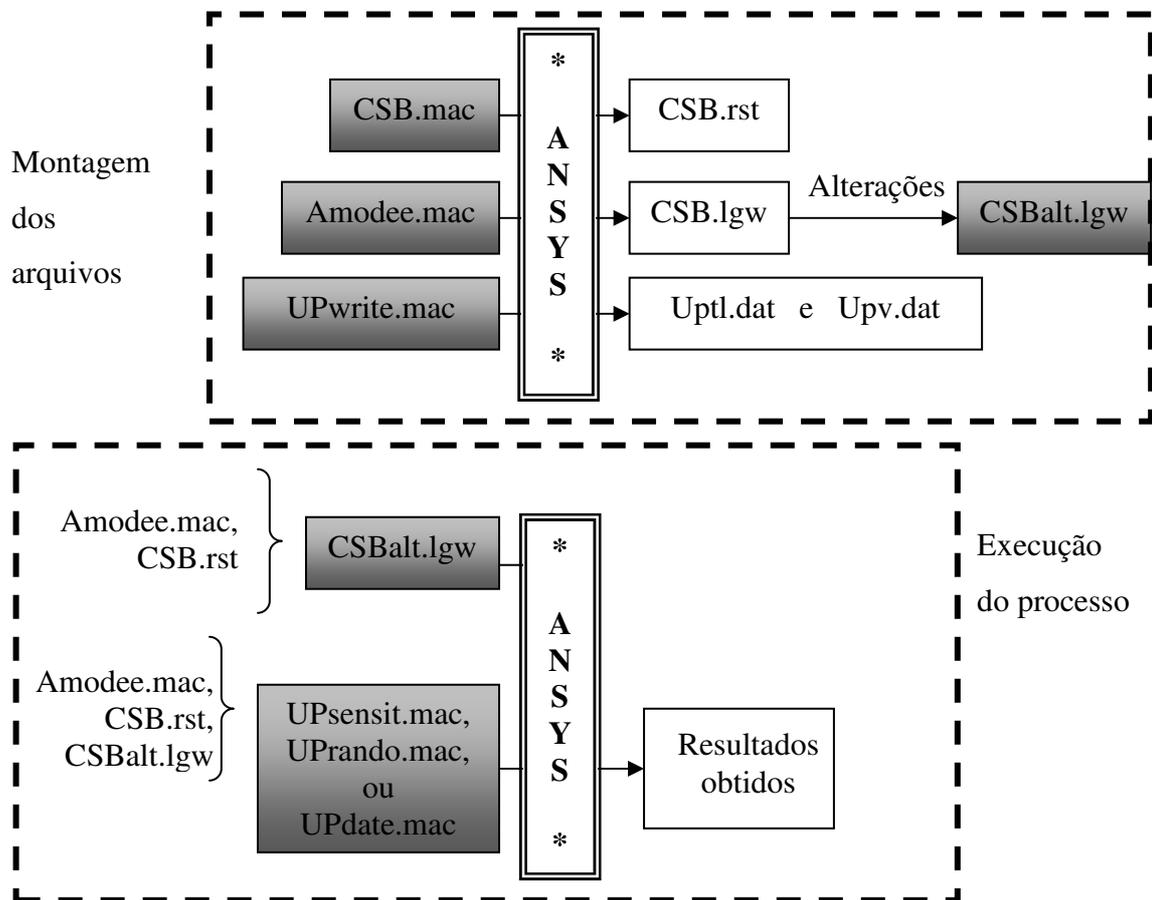


Figura 6. 10 – Arquivos de programas necessários para a realização da atualização automática.

CSB.mac é o primeiro arquivo de programa necessário no processo de atualização, que contém os comandos necessários para a geração do modelo numérico da ponte, como

apresentado no item 6.1. Após a execução deste em ANSYS, um arquivo de resultados em formado binário com extensão rst é criado.

Amodee.mac é um dos arquivos de programa desenvolvidos mais importantes, suas funções são basicamente:

- Incorporar os dados experimentais modais (modos de vibração e frequências naturais) no ANSYS;
- Selecionar os modos predominantes do tabuleiro da ponte, dentre os modos gerados pelo ANSYS, após a análise modal do modelo em elementos finitos;
- Calcular o MAC, o índice de confiança modal que checa a correlação entre os modos de vibração experimentais e numéricos;
- Escolher dentre os modos numéricos os que correspondem aos modos experimentais. Os modos calculados numericamente que apresentam menor diferença entre as frequências e o maior MACs em relação aos modos experimentais são os escolhidos como modos numéricos correspondentes.
- Definir alguns parâmetros necessários para a futura atualização automática. Estes parâmetros são basicamente a função objetivo e as variáveis de restrição do processo de atualização.
- Criar um arquivo de texto, com extensão lgw, contendo os comandos de base de dados (CSB.lgw).

CSBalt.lgw é o arquivo de dados que será utilizado posteriormente para geração em ANSYS dos dados do projeto da ponte. Para a criação deste, baseado nos arquivos CSB.lgw e CSB.mac as seguintes ações devem ser efetuadas:

Relacionado ao arquivo CSB.lgw:

- Os comandos listados no quadro abaixo devem permanecer, onde os dados que devem ser lidos do arquivo de resultados CSB.rst são definidos.

```

/BATCH
/input,menust,tmp,,,,,,,,,,,,,1
/FILNAM,CSB
FINISH

/POST1
SET,,,1,,,,1,,
FINISH

```

Relacionado ao arquivo CSB.mac é importante que:

- Os comandos que definem os parâmetros como variáveis sejam listados (comando set);
- Na etapa de pré-processamento, todos os comandos que levam alguma das variáveis definidas sejam colocados; caso exista movimento acoplado, todos os comandos CP precisam ser listados;
- Todos os comandos da etapa de solução sejam colocados;

Ao final de tal arquivo é importante que o comando mostrado no quadro abaixo seja utilizado para que o arquivo de comando amodee.mac seja executado.

```

/Post1
/INPUT,'amodee','mac','c:\Doutorado\TEMPORARY\,, 1

```

UPsensit.mac, UPrando.mac e UPdate.mac são os arquivos de comandos que executam respectivamente a análise de sensibilidade, a análise aleatória e a atualização. Os comandos necessários para a criação destes arquivos são basicamente semelhantes, alterando apenas o comando que executa a análise.

Inicialmente os comandos mostrados no quadro abaixo são executados com o intuito de iniciar o processo de otimização e de definir o arquivo que apresenta os dados da ponte em análise:

```
/OPT  
OPANL,CSBalt,lgw
```

Então, utilizando o comando OPVAR, as variáveis de projeto (DV), as variáveis de estado (SV) e a função objetivo (OBJ), com suas respectivas restrições são definidas.

O tipo de análise é indicado utilizando o comando OPTYPE, exemplos da utilização deste comando para cada tipo de análise podem ser visto na Figura 6. 11.

Análise aleatória	{ OPTYPE,RAND OPRAND,200,200
Análise de sensibilidade	{ OPTYPE,GRAD
Análise de otimização	{ OPTYPE,FIRST OPFRST,200,20,0.2,

Figura 6. 11 – Exemplos de comandos em ANSYS para cada tipo de análise de otimização.

Depois de definidas os variáveis, a função objetivo e o tipo de análise os comandos de execução (OPEXE) e de conclusão da análise (FINISH) são acrescentados ao arquivo de comandos.

Upwrite.mac é um arquivo para a obtenção de dados, onde todos os modos de vibração experimentais são relacionados aos modos numéricos, e os respectivos MACs e diferenças de frequência para cada modo são gravados em dois arquivos de dados (uptl.dat e upv.dat). Estes arquivos são posteriormente utilizados como arquivos de entrada para o programa Statistic.m. Statistic.m é um programa desenvolvido em MATLAB, que calcula dados estatísticos sobre os resultados das correlações entre os modelos numéricos e experimentais. Com os resultados obtidos neste programa, diferentes modelos podem ser comparados mais facilmente utilizando a média da diferença de frequências ou do MAC para todos os modos.

6.4 - RESUMO

Na Tabela 6. 1 encontram-se listados resumidamente todos os programas e arquivos de comandos utilizados na metodologia proposta. Cada um destes encontra-se relacionado com o tipo de arquivo de entrada utilizado e a linguagem utilizada para a implementação.

Tabela 6. 1 – Dados gerais sobre os programas.

Método			Dados de Entrada				Linguagem Utilizada	
			Projetos	Dados experimentais	Modelo experimental	Modelo modal numérico	Modelo modal	APDL (ANSYS)
Modelo Numérico			XXXX				XXXX	
Modelo modal experimental	Planejamento do processo de aquisição	LG Efi				XXXX		XXXX
	Identificação de sistemas	PP SSI-Cov SSI- Dat	XXXX					XXXX
Atualização	Manual			XXXX	XXXX		XXXX	
	Automática	Primeira ordem					XXXX	

7 - CASO ESTUDADO: PONTE PÊNซิล DE CLIFTON (CLIFTON SUSPENSION BRIDGE – CSB)

Neste capítulo a metodologia para identificação do comportamento real das pontes por intermédio de modelos numéricos é aplicada sobre a ponte pênsil de Clifton (*Clifton Suspension Bridge – CSB*). As etapas de modelagem numérica, do planejamento do ensaio dinâmico, da realização do ensaio, da modelagem modal experimental e da atualização do modelo numérico da ponte pênsil de Clifton são apresentadas. Esse estudo é realizado com o objetivo de avaliar cada etapa da metodologia proposta, assim como verificar todos os métodos de planejamento de ensaio e de identificação de sistemas propostos.

7.1 - PONTE PÊNซิล DE CLIFTON

7.1.1 - Histórico da construção da ponte pênsil de Clifton

A ponte de Clifton (CSB) é uma ponte suspensa sobre o rio Avon Gorge que liga o bairro de Clifton, em Bristol, ao bairro de Leigh Woods, em North Somerset, Reino Unido. Essa ponte foi projetada por Isambard Kingdom Brunel e construída entre 1836 e 1864, e ainda encontra-se em uso, com um fluxo anual de 3 milhões de veículos, sendo considerada um ponto de referência da cidade de Bristol (Figura 7. 1).



Figura 7. 1 – Ponte Pênsil de Clifton – Bristol.

A idéia de construir uma ponte sobre o rio Avon Gorge originou-se em 1754 como um desejo do bristoniano William Vick, que realizou um investimento de £1.000,00 indicando

que quando este valor atingisse £10.000,00 deveria ser usado com o propósito de construir uma ponte de pedra entre Clifton Down e Leigh Woods.

Na década de 1820 o legado de Vick estava próximo de £8.000,00, mas estimava-se que uma ponte de pedra iria custar dez vezes mais. Por meio de um decreto do parlamento foi permitido que uma ponte suspensa de aço fosse construída no lugar da ponte de pedra, iniciando-se a cobrança de taxas para arrecadar o custo da obra. Em 1829 foi realizada uma competição para escolher um projeto para a ponte. O julgador, Thomas Telford, que também era projetista, rejeitou todos os outros projetos insistindo em seu próprio projeto. Uma segunda competição foi realizada com novos julgadores e o projeto de Brunel de uma ponte suspensa com torres com influência egípcia foi o vencedor.



Figura 7. 2 – Ponte pênsil de Clifton – Bristol.

Em 1843 os recursos acabaram com as torres já construídas faltando o acabamento com estilo egípcio e com os cabos comprados. Em 1851 os cabos de ferro foram então vendidos e usados para construir a ponte Royal Albert também projetada por Brunel.

Em 1859 morre Brunel sem ver a conclusão de sua ponte. Seus colegas de engenharia, considerando que a conclusão da ponte poderia ser um memorial apropriado, iniciaram uma campanha para arrecadar novos fundos para finalização da obra. Em 1860 a ponte suspensa Hungerford sobre o rio Thames em Londres foi demolida para abrir caminho para uma nova ponte e suas correntes foram compradas para serem utilizadas em Clifton. Uma

revisão no projeto foi então feita por William Henry Barlow e Sr. John Hawkshaw onde algumas alterações foram propostas. O tabuleiro, projetado por Brunel, foi substituído por um mais largo, alto e robusto. No caso dos cabos as duas correntes inicialmente propostas foram substituídas por cabos de três correntes. No caso das torres nenhuma obra subsequente foi realizada e permaneceram em pedra rústica sem acabamento egípcio. Os trabalhos na ponte reiniciaram em 1862 e foram completados em 1864. A ponte encontra-se em funcionamento até os dias de hoje.

7.1.2 - Descrição da ponte pênsil de Clifton

A CSB é uma ponte pênsil sustentada por cabos de ferro. Ela apresenta um vão de 214 m e uma largura, incluindo as faixas de pedestres, de 9,448 m, com um desnível de 0,6096 m entre as duas torres. A altura das torres é de 26 m (Yeung e Smith, 2005). Uma representação esquemática desta estrutura pode ser vista na Figura 7. 3.



Figura 7. 3 – Ponte Suspensa de Clifton (Barlon, 1867).

O sistema de suspensão da ponte consiste de dois cabos estendidos através do vão da estrutura. Estes cabos encontram-se localizados entre a pista de rolamento e as faixas de pedestres, um de cada lado. Os cabos são compostos de um conjunto de três correntes, cada uma formada por barras de ferro. Um número de 10 a 11 barras de ferros, com dimensões de 175 mm x 25 mm x 7300 mm, colocadas lado a lado, ligadas pelas extremidades, em sua maior dimensão, a outros conjuntos de 10 a 11 barras constituem cada corrente (Figura 7. 4). A ligação entre as barras é realizada por meio de pinos presentes nos extremos de cada uma. Detalhes sobre a constituição dos cabos podem ser vistos na Figura 7. 5. Detalhes dos pinos podem ser vistos na Figura 7. 6.

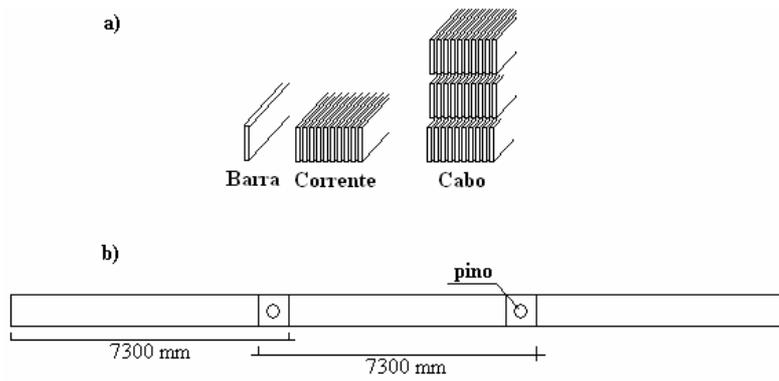


Figura 7.4 – a) Composição dos cabos; b) Ligação entre cabos.



Figura 7.5 – Fotos mostrando os detalhes do cabo.

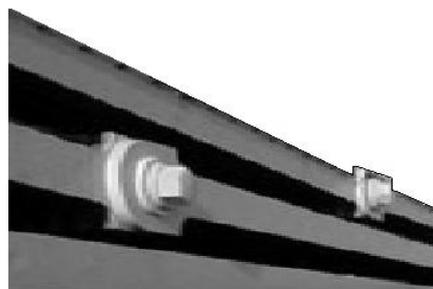


Figura 7.6 – Foto dos pinos de ligação de barras.

Os tirantes são as estruturas utilizadas para a ligação entre os cabos e a estrutura suspensa. No caso da CSB eles estão conectados às longarinas da ponte. Com um intervalo de 2,44 m os tirantes são ligados aos cabos e às longarinas, sendo isto realizado de forma alternada em relação às três correntes constituintes do cabo. Vide Figura 7. 7.



Figura 7. 7 – Foto de um tirante da CSB

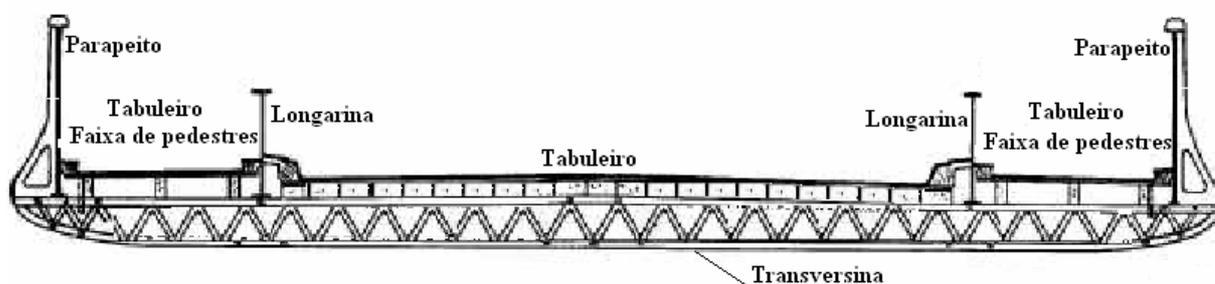


Figura 7. 8 – Seção transversal da CSB.

A estrutura suspensa pelos cabos compreende as longarinas, transversinas e parapeitos, feitos de ferro e o tabuleiro, de madeira, conforme pode ser visto na Figura 7. 8. Para as estruturas de ferro da ponte adotou-se o módulo de elasticidade de $0,192 \times 10^{12}$ N/m² (192GPa) e a massa específica de 7800 Kg/m³. Para o tabuleiro, que é de madeira, adotou-se o módulo de elasticidade de $0,1 \times 10^{11}$ N/m² (10 GPa) e a massa específica de 1500 Kg/m. Estes valores correspondem aos valores de referência geralmente adotados em projeto para o ferro e a madeira.

Representados na Figura 7. 9, as conexões e apoios presentes na CSB são pontos importantes de serem descritos para a compreensão desta estrutura.

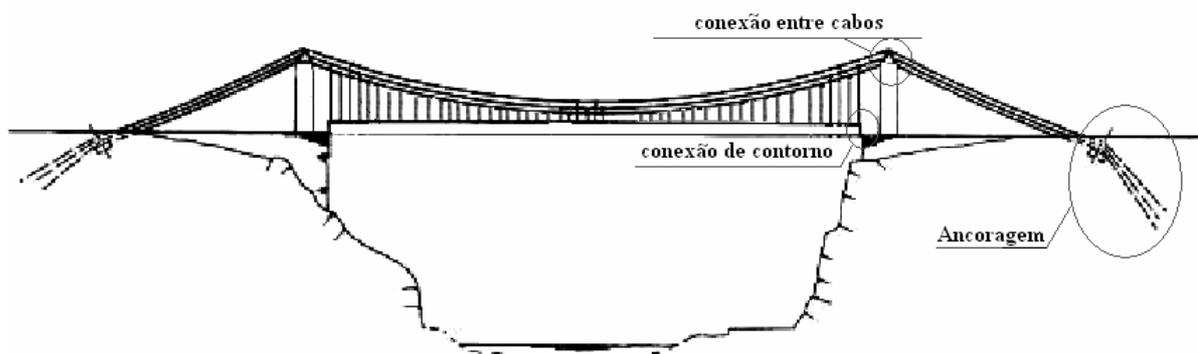


Figura 7. 9 – Conexões e apoios existentes na ponte pênsil de Clifton.

As ancoragens da ponte são realizadas em ambas as extremidades dos cabos. A uma distância de 59,74 m do centro das torres encontram-se os locais (*land-saddle*) a partir dos quais as correntes iniciam uma divergência para uma ancoragem individual a 18,29 m desta posição. Detalhes podem ser vistos na Figura 7. 10.

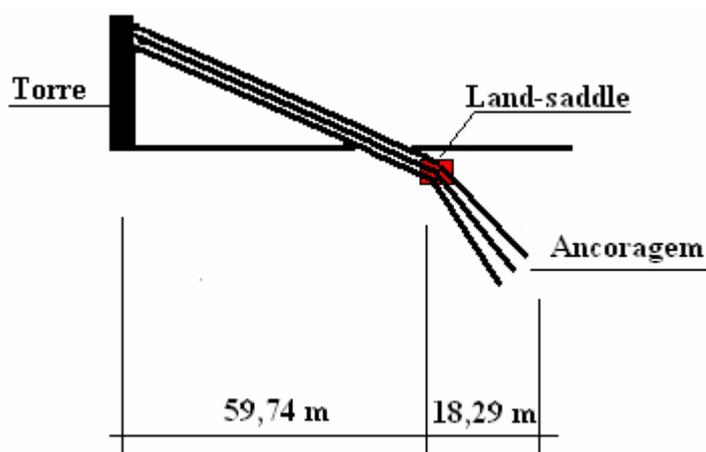


Figura 7. 10 – Ancoragem da CSB.

Quanto às conexões da extremidade do tabuleiro, estas são realizadas por intermédio de aletas presentes nas duas extremidades da ponte, conforme pode ser observado na Figura 7. 11. As aletas, com comprimentos de 2.44 m, conferem à estrutura liberdade de movimento no sentido vertical e no sentido longitudinal da ponte, impedindo apenas o movimento na direção transversal da estrutura. Esta liberdade é necessária para garantir que os movimentos de expansão e contração devido à dilatação térmica sejam possíveis.

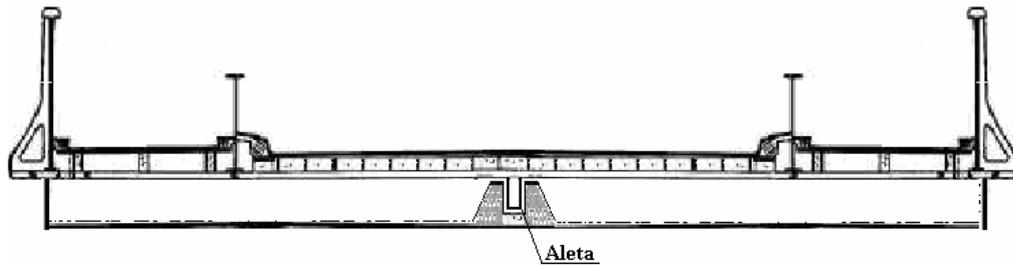


Figura 7.11 – Seção transversal na extremidade da CSB.

As correntes que chegam sobre as torres, vindas do vão central e dos vãos laterais, são ligadas sobre rolamentos feitos de aço. Estes rolamentos são posicionados com uma inclinação de 1/20 ascendente em direção ao vão central.

7.2 - MODELAGEM EM ELEMENTOS FINITOS

O modelo de elementos finitos da ponte pênsil de Clifton foi desenvolvido em linguagem APDL apoiado em um modelo em ANSYS criado pelo professor J.W. Smith, da Universidade de Bristol, que se baseou no projeto e em dados de observações. Este modelo consiste basicamente de 722 nós e 1525 elementos, definidos por meio de 4 tipos diferentes de elementos finitos, 3 tipos de materiais, 18 conjuntos de características geométricas e 16 conjuntos de nós acoplados. Na Figura 7.12 encontra-se representado o modelo numérico da CSB.



Figura 7.12 – Modelo inicial em elementos finitos da CSB.

A escolha dos elementos finitos a serem utilizados no processo de modelagem é realizada levando em conta a similaridade entre as características do elemento e a parte da estrutura que pretende-se representar. Cada elemento encontra-se associado às características geométricas e às propriedades do material constituinte. Para o modelo em elementos finitos da ponte pênsil de Clifton os seguintes elementos foram utilizados: Para os cabos e os tirantes foi utilizado o elemento BEAM4. Esse elemento é tridimensional e de dois nós, com 6 graus de liberdade por nó: translação nas direções x , y e z e rotação nas direções x , y e z . Para a definição das características geométricas que definem o elemento é necessário conhecer a área, a espessura na direção do eixo Z e Y e os momentos de inércia em relação aos eixos Z e Y .

Para a modelagem das longarinas, transversinas e parapeito foi utilizado o elemento BEAM44. O elemento BEAM44 é um elemento tridimensional de dois nós, com 6 graus de liberdade por nó: translação nas direções x , y e z e rotação nas direções x , y e z . Este elemento foi escolhido pelo fato de permitir que a seção transversal varie linearmente entre as extremidades do elemento e também por permitir que o seu eixo seja localizado em função de um deslocamento (*offset*) em relação ao centróide do mesmo. Para a definição das características geométricas que definem o elemento é necessário que as áreas na seção transversal de cada extremidade do elemento (AREA1 e AREA2), espessura na direção do eixo Z e Y (TKZB1, TKYB1, TKZT1, TKYT1, TKZB2, TKYB2, TKZT2 e TKYT2), momento de inércia em relação ao eixo Z e Y (IZ1, IY1, IZ1 e IY1), momento torsional (IX1 e IX2) e o deslocamento (*offset*) em relação ao centróide (DX1, DY1, DZ1, DX2, DY2 e DZ2) para cada extremidade do elemento sejam estabelecidos. Na Figura 7.13 encontra-se detalhado o elemento BEAM44, onde são apresentadas as características geométricas necessárias.

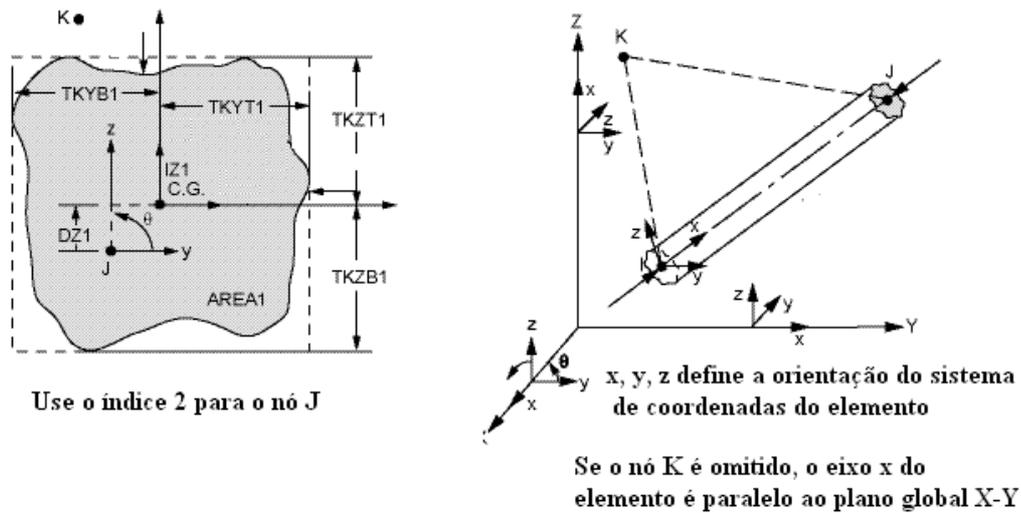


Figura 7.13 – Geometria do elemento BEAM44.

Para modelar o tabuleiro da ponte de Clifton foi escolhido o elemento SHELL41. O elemento SHELL41 é um elemento de casca de quatro nós com 6 graus de liberdade em cada nó: translação nas direções x, y e z e rotação nas direções x, y e z.

7.2.1 - Modelagem em elementos finitos dos cabos e tirantes

Os cabos entre as torres, aos quais os tirantes são fixados, foram modelados como três correntes com junção simples entre elementos, detalhes sobre o posicionamento e as características geométricas dos elementos no modelo podem ser vistos na Figura 7.14 e na Tabela 7.1.

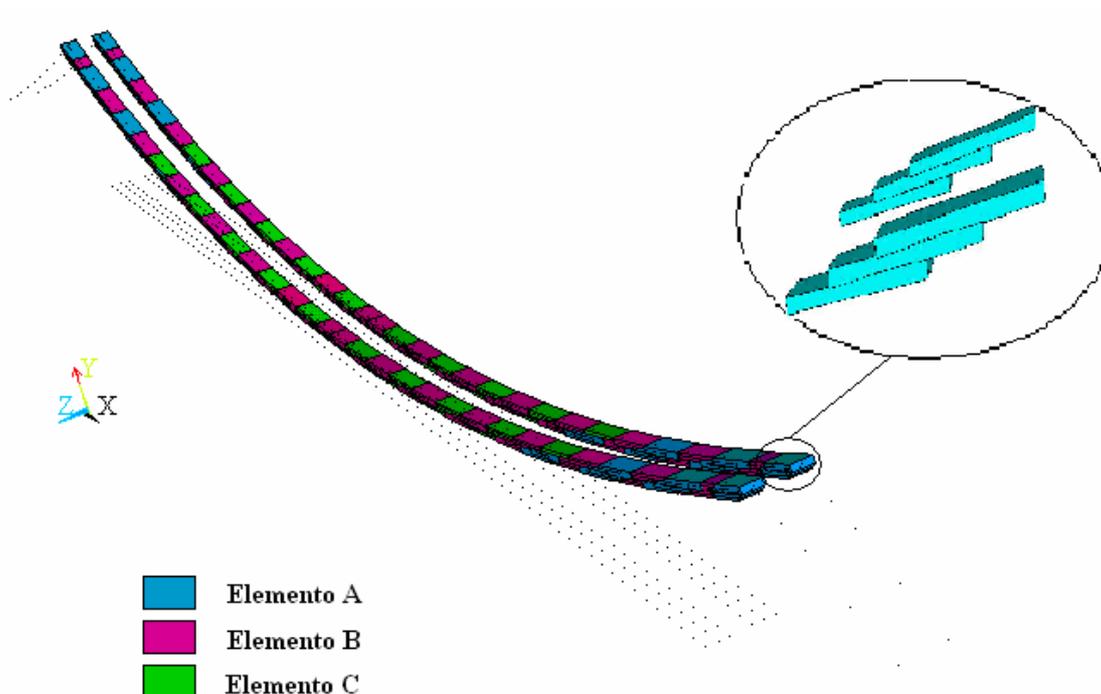


Figura 7. 14 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem dos cabos do vão central da CSB.

Tabela 7. 1 – Características geométricas dos elementos que constituem os cabos do vão central da CSB.

Características Geométricas - Correntes dos cabos do vão central CSB				
	Elemento A	Elemento B	Elemento C	Un.
Área	5,420E-02	4,970E-02	4,52E-02	m ²
Espessura na direção do eixo Z	5,842E-01	5,334E-01	4,83E-01	m
Espessura na direção do eixo Y	1,78E-01	1,78E-01	1,78E-01	m
Momento de Inércia IZZ	1,428E-04	1,309E-04	1,19E-04	m ⁴
Momento de Inércia IYY	1,670E-03	1,285E-03	9,64E-04	m ⁴

Os cabos laterais, entre as torres e as ancoragens, foram modelados como se constituíssem apenas uma corrente, com junção simples entre os elementos; detalhes sobre o posicionamento e as características geométricas dos elementos no modelo podem ser vistos na Figura 7. 15 e na Tabela 7. 2. A escolha de apenas uma corrente para representação dos cabos laterais foi utilizada para simplificação da modelagem numérica.

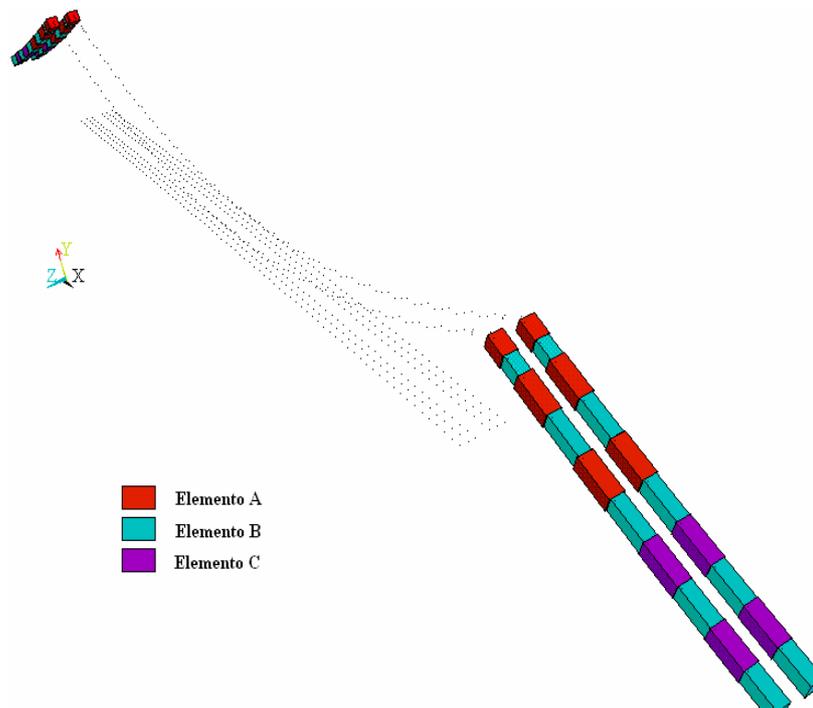


Figura 7.15 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem dos cabos dos vãos externos da CSB.

Tabela 7.2 – Características geométricas dos elementos que constituem os cabos dos vãos externos da CSB.

Características Geométricas - Correntes dos cabos dos vãos externos CSB				
	Elemento A	Elemento B	Elemento C	Un.
Área	1,355E-01	1,490E-01	1,626E-01	m ²
Espessura na direção do eixo Z	4,826E-01	5,334E-01	5,842E-01	m
Espessura na direção do eixo Y	5,334E-01	5,334E-01	5,334E-01	m
Momento de Inércia IZZ	3,570E-04	3,926E-04	4,284E-04	m ⁴
Momento de Inércia IYY	2,892E-03	3,854E-03	5,008E-03	m ⁴

Os cabos foram representados por um total de 226 elementos definidos por meio de um tipo de elemento, BEAM4, um tipo de material, com módulo de elasticidade de 0.192×10^{12} N/m² (192GPa) e massa específica de 7800 Kg/m³ e 6 conjuntos de características geométricas (três para as correntes entre as torres e três para as correntes laterais).

Quanto aos tirantes, detalhes sobre o posicionamento e as características geométricas dos elementos no modelo podem ser vistos na Figura 7. 16 e na Tabela 7. 1.

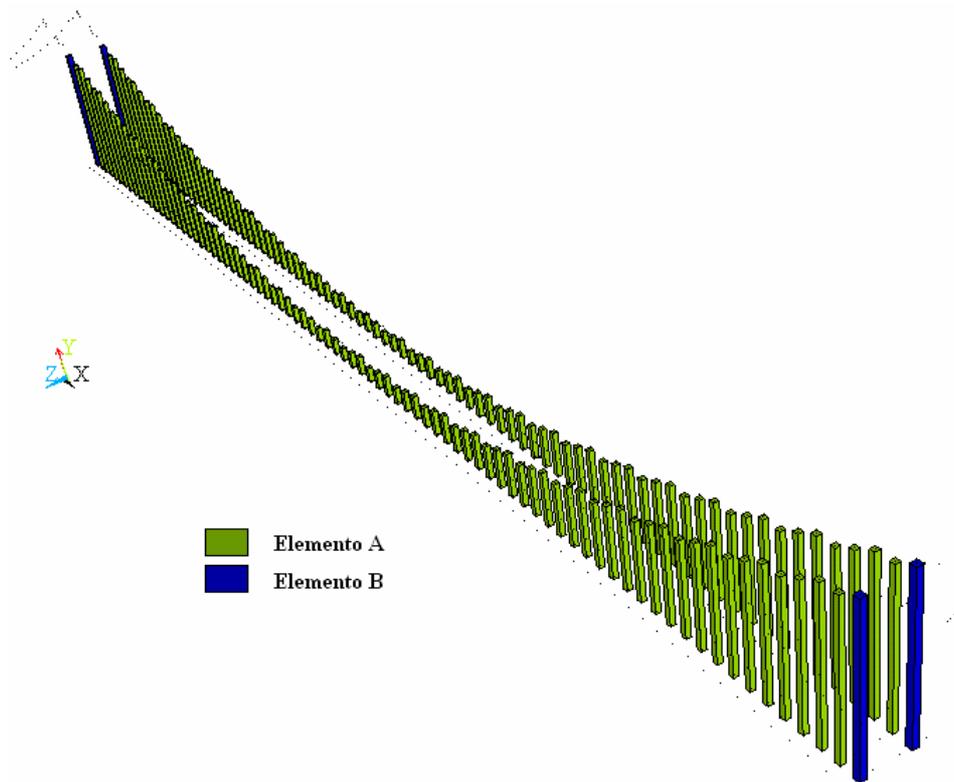


Figura 7.16 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem dos tirantes da CSB.

Tabela 7.3 – Características geométricas do elementos que constituem os tirantes da CSB.

Características Geométricas -Tirantes CSB			
	Elemento A	Elemento B	Un.
Área	1,338E-03	2,027E-03	m ²
Espessura na direção do eixo Z	4,127E-02	5,080E-02	m
Espessura na direção do eixo Y	4,127E-02	5,080E-02	m
Momento de Inércia IZZ	2,848E-07	6,536E-07	m ⁴
Momento de Inércia IYY	2,848E-07	6,536E-07	m ⁴
Momento de Inércia Torsional	5,670E-05	1,307E-06	m ⁴

Os tirantes foram representados por um total de 162 elementos finitos definidos por meio de um tipo de elemento, BEAM4, um tipo de material, com módulo de elasticidade de 0.192×10^{12} N/m² (192GPa) e massa específica de 7800 Kg/m³ e 2 conjuntos de características geométricas.

7.2.2 - Modelagem em elementos finitos da estrutura sustentada

As estruturas sustentadas na ponte de Clifton são basicamente as transversinas, as longarinas, os parapeitos e o tabuleiro. Para as três primeiras estruturas, um total de 729 elementos foram utilizados, 405 para as transversinas, 162 para as longarinas e 162 para os parapeitos, definidos por meio de um tipo de elemento, BEAM44, um tipo de material, com módulo de elasticidade de 0.192×10^{12} N/m² (192GPa) e massa específica de 7800 Kg/m³ (o mesmo valor utilizado para os tirantes e cabos) e 8 conjuntos de características geométricas (6 definidos para as transversinas, um para as longarinas e um para os parapeitos).

Um total de 81 transversinas, em intervalos de 2.4 m foram modeladas cada uma com 5 elementos, sendo que as duas extremidades apresentavam propriedades geométricas diferentes das demais. Detalhes sobre o posicionamento e as características geométricas dos elementos no modelo podem ser vistos na Figura 7. 17 e na Tabela 7.4.

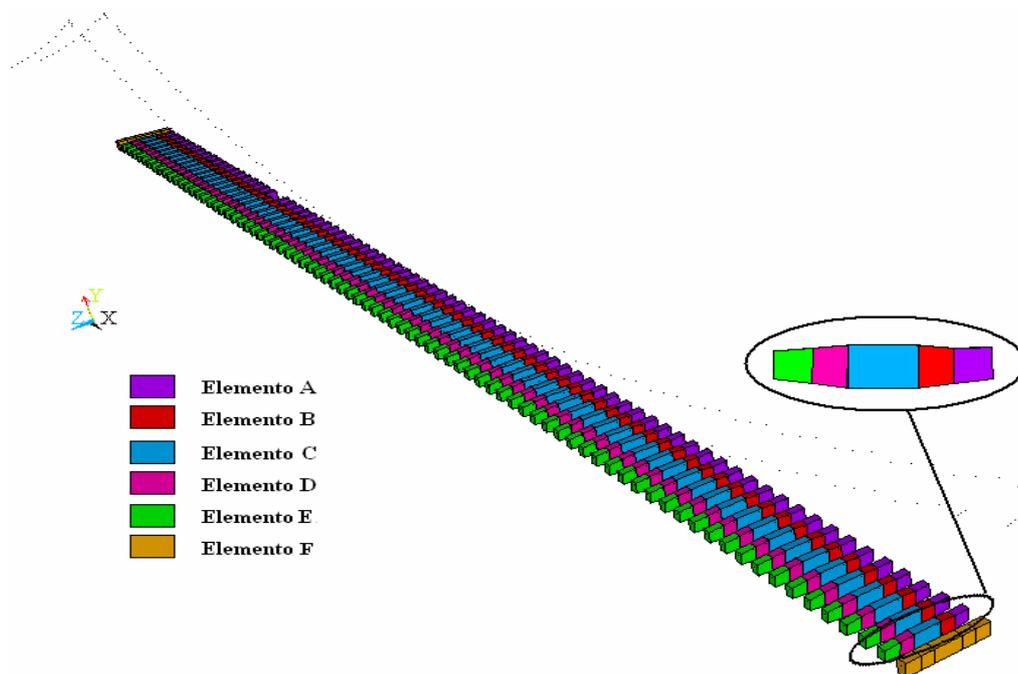


Figura 7. 17 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem das transversinas da CSB.

Tabela 7.4 – Características geométricas dos elementos que constituem as transversinas da CSB.

Características Geométricas - transversinas CSB						
		Elemento A		Elemento B		
		Seção nó I	Seção nó J	Seção nó I	Seção nó J	Un.
Área		1,10E-02	1,14E-02	1,14E-02	1,19E-02	m ²
Momento de Inércia	em relação a Z (IZ)	1,61E-04	2,80E-04	2,80E-04	4,39E-04	m ⁴
	em relação a Y (IY)	1,36E-05	1,36E-05	1,36E-05	1,36E-05	m ⁴
Espessura na base do elemento	direção do eixo Z (TKZB)	8,50E-02	8,50E-02	8,50E-02	8,50E-02	m
	direção do eixo Y(TKYB)	1,50E-01	1,90E-01	1,90E-01	2,30E-01	m
Momento de Inércia Torsional (IX)		2,65E-06	2,65E-06	2,65E-06	2,66E-06	m ⁴
Offset	DX	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	m
	DY	-3,02E-01	-3,42E-01	-3,42E-01	-3,82E-01	m
	DZ	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	m
Espessura no topo do elemento	direção do eixo Z (TKZT)	8,50E-02	8,50E-02	8,50E-02	8,50E-02	m
	direção do eixo Y(TKYT)	1,90E-01	1,90E-01	1,90E-01	1,90E-01	m
Massa Adicionada ao elemento		4,22E+05		6,00E+05		kg/m
		Elemento C		Elemento D		
		Seção nó I	Seção nó J	Seção nó I	Seção nó J	Un.
Área		1,19E-02	1,14E-02	1,19E-02	1,14E-02	m ²
Momento de Inércia	em relação a Z (IZ)	4,39E-04	2,80E-04	4,39E-04	2,80E-04	m ⁴
	em relação a Y (IY)	1,36E-05	1,36E-05	1,36E-05	1,36E-05	m ⁴
Espessura na base do elemento	direção do eixo Z (TKZB)	8,50E-02	8,50E-02	8,50E-02	8,50E-02	m
	direção do eixo Y(TKYB)	2,30E-01	1,90E-01	2,30E-01	1,90E-01	m
Momento de Inércia Torsional (IX)		2,66E-06	2,65E-06	2,66E-06	2,65E-06	m ⁴
Offset	DX	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	m
	DY	-3,82E-01	-3,42E-01	-3,82E-01	-3,42E-01	m
	DZ	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	m
Espessura no topo do elemento	direção do eixo Z (TKZT)	8,50E-02	8,50E-02	8,50E-02	8,50E-02	m
	direção do eixo Y(TKYT)	2,30E-01	1,90E-01	2,30E-01	1,90E-01	m
Massa adicionada ao elemento		6,00E+05		6,00E+05		kg/m
		Elemento E		Elemento F		
		Seção nó I	Seção nó J	Seção nó I	Seção nó J	Un.
Área		1,19E-02	1,14E-02	1,43E-02	1,43E-02	m ²
Momento de Inércia	em relação a Z (IZ)	4,39E-04	2,80E-04	4,05E-04	4,05E-04	m ⁴
	em relação a Y (IY)	1,36E-05	1,36E-05	1,36E-05	1,36E-05	m ⁴
Espessura na base do elemento	direção do eixo Z (TKZB)	8,50E-02	8,50E-02	1,02E-01	1,02E-01	m
	direção do eixo Y(TKYB)	2,30E-01	1,90E-01	2,03E-01	2,03E-01	m
Momento de Inércia Torsional (IX)		2,66E-06	2,65E-06	2,66E-06	2,66E-06	m ⁴
Offset	DX	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	m
	DY	-3,82E-01	-3,42E-01	-3,55E-01	-3,55E-01	m
	DZ	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	0,00E+00	m
Espessura no topo do elemento	direção do eixo Z (TKZT)	8,50E-02	8,50E-02	1,02E-01	1,02E-01	m
	direção do eixo Y(TKYT)	2,30E-01	1,90E-01	2,03E-01	2,03E-01	m
Massa adicionada ao elemento		6,00E+05		2,64E+05		kg/m

Com 81 elementos em cada lado da ponte, detalhes sobre o posicionamento e as características geométricas dos elementos das longarinas e parapeitos no modelo podem ser vistos na Figura 7.18 e Tabela 7.5.

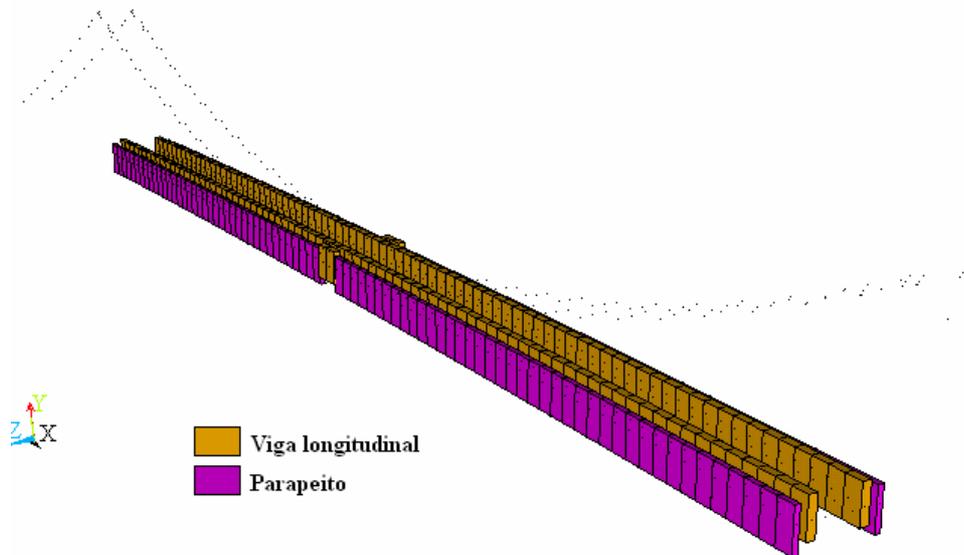


Figura 7. 18 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem das longarinas e parapeitos da CSB.

Tabela 7. 5 – Características geométricas dos elementos que constituem as longarinas e os parapeitos da CSB.

Características Geométricas - longarinas e parapeito CSB						
		Longarinas		Parapeito		
		Seção nó I	Seção nó J	Seção nó I	Seção nó J	Un.
Área		1,77E-02	1,77E-02	9,68E-03	9,68E-03	m ²
Momento de Inércia	em relação a Z (IZ)	2,57E-03	2,57E-03	3,51E-03	3,51E-03	m ⁴
	em relação a Y (IY)	2,27E-05	2,27E-05	4,207E-06	4,207E-06	m ⁴
Espessura na base do elemento	direção do eixo Z (TKZB)	0,10475	0,10475	6,625E-02	6,625E-02	m
	direção do eixo Y(TKYB)	0,457	0,457	7,238E-01	7,238E-01	m
Momento de Inércia Torsional (IX)		3,78E-06	3,78E-06	9,61E-07	9,61E-07	m ⁴
Offset	DX	0	0	0	0	m
	DY	0,304612	0,304612	0,571412	0,571412	m
	DZ	0	0	0	0	m
Espessura no topo do elemento	direção do eixo Z (TKZT)	0,10475	0,10475	6,63E-02	6,63E-02	m
	direção do eixo Y(TKYT)	0,457	0,457	0,2667	0,2667	m

O modelo em elementos finitos do tabuleiro possui 400 elementos, definidos por um tipo de elemento finito, SHELL41, um tipo de material, com módulo de elasticidade de 0.1×10^{11} N/m² (10 GPa) e massa específica de 1500 Kg/m³. Detalhes sobre o posicionamento e as características geométricas dos elementos do tabuleiro no modelo podem ser vistos na Figura 7. 19 e na Tabela 7. 6.

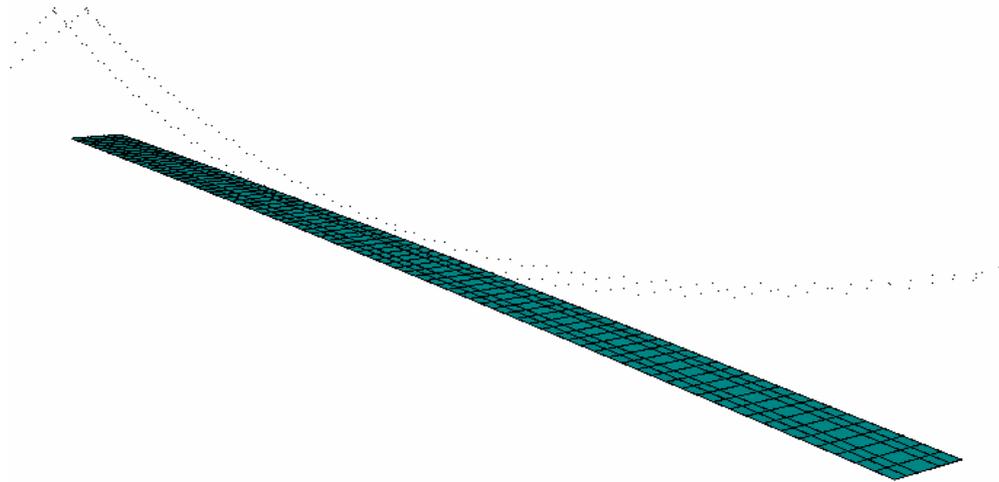


Figura 7. 19 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem do tabuleiro da CSB.

Tabela 7. 6 – Características geométricas dos elementos utilizados para modelar o tabuleiro da CSB.

Características Geométricas - Tabuleiro da CSB	Un.
Espessura no nó I	2,90E-03 m
Espessura no nó J	2,90E-03 m
Espessura no nó K	2,90E-03 m
Espessura no nó L	2,90E-03 m

7.2.3 - Modelagem em elementos finitos das conexões e apoios

As ancoragens realizadas em ambos os extremos da ponte foram modeladas considerando os deslocamentos dos nós, localizados no final de cada corrente lateral, restrito em todas as direções, conforme pode ser visto na Figura 7. 20.

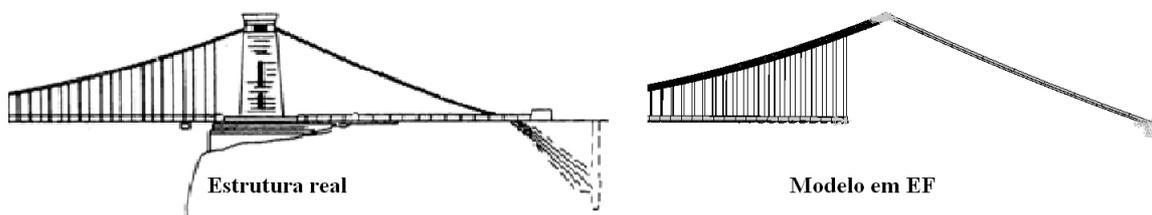


Figura 7. 20 – Modelagem das ancoragens da CSB.

Nas extremidades do tabuleiro da ponte, em dois pontos distantes 1,535 m do eixo longitudinal central, foram consideradas restrições na direção transversal e longitudinal, conforme pode ser visto na Figura 7. 21. A restrição longitudinal foi considerada na

modelagem devido à suposição de que o atrito entre a aleta e o suporte desta impediria este movimento.

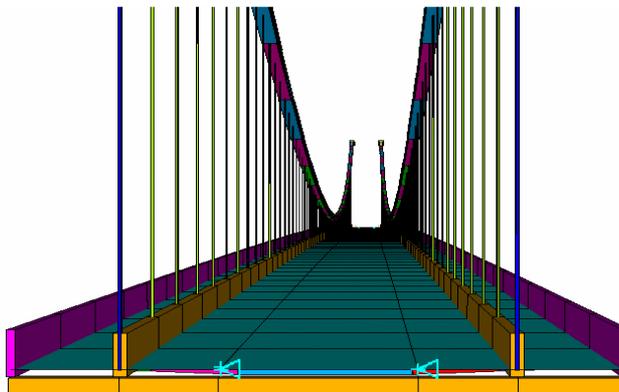


Figura 7. 21 – Condição de contorno na extremidade do tabuleiro da CSB.

No modelo da junção entre os cabos do vão principal, modelados como três correntes, e os cabos dos vãos laterais, modelados como uma corrente, foi utilizado o elemento LINK8 onde os movimentos nas direções longitudinais e as rotações em torno dos três eixos cartesianos foram acoplados. As restrições consideradas nesta ligação foram nas direções verticais e transversais, assim como a restrição de rotação em torno das direções longitudinais e verticais. Detalhes do elemento considerado podem ser vistos na Figura 7. 22.

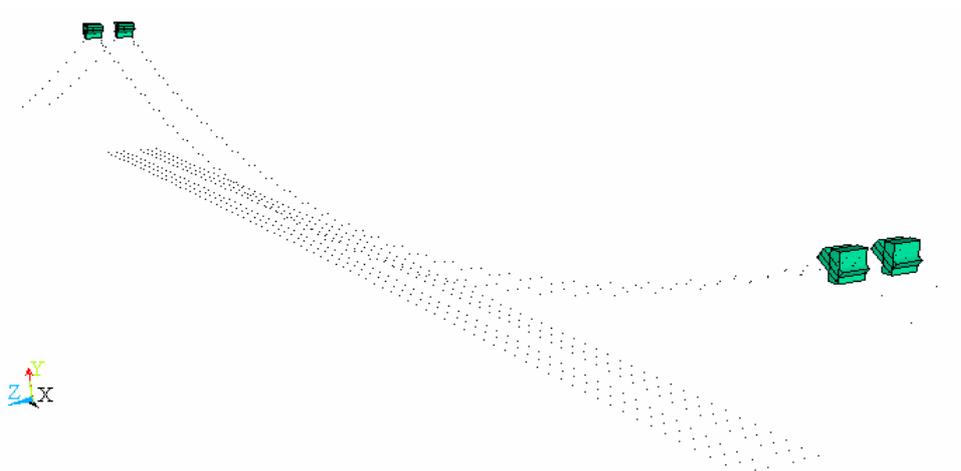


Figura 7. 22 – Detalhes dos elementos utilizados na modelagem da junção entre as correntes do vão central e dos laterais da CSB.

Um resumo dos dados do modelo em elementos finitos da CSB pode ser visto na Tabela 7. 7.

Tabela 7. 7 – Dados gerais relacionados ao modelo numérico da CSB.

Partes da ponte	Tipos de elementos (ANSYS)	Detalhes	Número de elementos	Módulos de Elasticidade (N/m ²)	Massa específica (Kg/m ³)	Material
Correntes	BEAM4		226	1,92E+11	7800	Ferro
Tirantes	BEAM4		162	1,92E+11	7800	Ferro
Tabuleiro - Pista	SHELL41		240	1,00E+10	1500	Madeira
Tabuleiro - Faixa de pedestres	SHELL41	80 elementos em cada lado da ponte	160	1,00E+10	800	Madeira
Parapeito	BEAM44	80 elementos em cada lado da ponte	160	1,92E+11	7800	Ferro
Viga transversal	BEAM44	81 vigas (5 elementos BEAM44 em cada viga)	405	1,92E+11	7800	Ferro
Viga longitudinal	BEAM44	80 elementos em cada lado da ponte	160	1,92E+11	7800	Ferro

7.2.4 - Considerações importantes na modelagem em elementos finitos

Assim como com qualquer outro método numérico, a solução obtida pelas análises utilizando o método dos elementos finitos contém certa quantidade de incertezas. A magnitude do erro é dependente do tipo, tamanho e precisão do modelo usado na análise. No entanto, o conhecimento detalhado do modelo e, principalmente, das considerações admitidas na etapa da modelagem podem auxiliar na compreensão das imprecisões resultantes das análises em elementos finitos.

Com o intuito de auxiliar no processo de avaliação das imprecisões do modelo numérico, as considerações admitidas na etapa da modelagem da ponte de Clifton serão ressaltadas. As principais simplificações estão ligadas às propriedades dos materiais, características geométricas, conexões e condições de apoios adotados. É importante ressaltar que as propriedades dos materiais e as características geométricas adotadas para os elementos da ponte são parâmetros quantitativos e, portanto, são os candidatos futuros à atualização automática.

7.2.4.1 - Considerações adotadas na modelagem em elementos finitos dos cabos e tirantes

- As propriedades dos materiais foram adotadas sem considerar a possibilidade de variação causada por danos devido à ação do tempo;
- As características geométricas foram calculadas proporcionalmente e, portanto, podem apresentar alguma imprecisão;
- A variação da rigidez, nos cabos, na região dos pinos que conectam as barras entre si, não foi considerada;

7.2.4.2 - Considerações adotadas na modelagem em elementos finitos da estrutura sustentada

- As propriedades dos materiais, principalmente do tabuleiro de madeira, foram adotadas sem considerar a possibilidade de variação causada por danos devido à ação do tempo;
- As características geométricas foram calculadas proporcionalmente e, deste modo, podem apresentar alguma imprecisão, principalmente as dos parapeitos que possuem uma característica geométrica bem diferente quando comparada com as longarinas;

7.2.4.3 - Considerações adotadas na modelagem em elementos finitos das conexões e apoios

- Nas conexões sobre as torres foram feitas algumas simplificações. A estrutura denominada *berço*, vide Figura 7. 23 situada sobre as torres permite que o cabo deslize levemente com cargas puxando de um lado ou de outro e transfira as cargas dos cabos para a torre, entretanto esta liberdade de movimento não foi considerada.

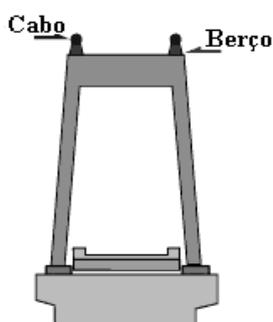


Figura 7. 23 – Berço de pontes Suspensas.

- A modelagem das aletas nas extremidades do tabuleiro não reproduz fielmente a estrutura real, visto que os graus de liberdade da estrutura não são respeitados pelo modelo;

7.3 - ANÁLISE DO MODELO DE ELEMENTOS FINITOS

7.3.1 - Análise estática devida ao carregamento próprio

No projeto de pontes suspensas, o peso próprio geralmente contribui muito para o carregamento e tem uma influência significativa na rigidez da ponte. Na análise em elementos finitos, esta influência pode ser incluída por intermédio de uma análise estática sob peso próprio antes que a análise dinâmica seja realizada. O objetivo desta análise estática é alcançar a configuração deformada de equilíbrio das pontes devido ao peso próprio na qual os membros da estrutura encontram-se pré-tensionados.

O modelo da ponte pode se deformar atingindo sua posição de equilíbrio estático antes que as frequências naturais e os modos de vibração sejam obtidos; deste modo, a análise de vibração livre é conduzida em relação a posição de equilíbrio estático. Na análise estática realizada apenas o peso da ponte foi considerado. Na Figura 7. 24 é apresentada a deformada da CSB de forma exagerada de modo a torná-la visível.

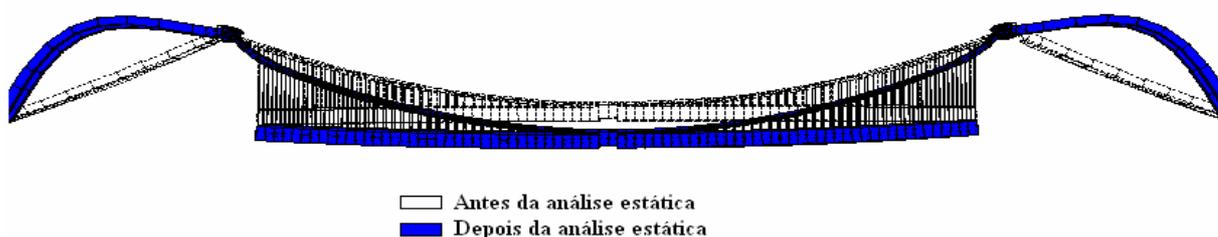


Figura 7. 24 – Deformada da CSB após análise estática.

Na Tabela 7. 8 são apresentadas as reações de apoio encontradas na análise estática.

Tabela 7. 8 – Reações de apoio da CSB.

		Reações (kgf)										
		Lado de Clifton					Lado de Leigh Woods					
		FX	FY	FZ	MX	MY	FX	FY	FZ	MX	MY	
Extremidade da ponte	nó 1	8,37E+05	0	-1,59E+05	0	0	-8,37E+05	0	-1,49E+05	0	0	
	nó 2	8,34E+05	0	1,60E+05	0	0	-8,39E+05	0	1,49E+05	0	0	
Ancoragem	nó 1	-6,86E+06	-2,48E+06	0	0	0	6,86E+06	-2,48E+06	0	0	0	
	nó 2	-6,85E+06	-2,47E+06	0	0	0	6,85E+06	-2,47E+06	0	0	0	
Sobre a torre	Correntes do vão central	1 corrente nó 1	0	-7,55E+07	-124,99	0	0	0	-7,54E+07	72,007	0	0
		nó 2	0	-7,55E+07	-123,86	0	0	0	-7,54E+07	73,648	0	0
	2 corrente	nó 1	0	8,06E+05	-131,2	0	0	0	8,60E+05	77,577	0	0
		nó 2	0	8,04E+05	-134,22	0	0	0	8,60E+05	74,063	0	0
	3 corrente	nó 1	0	7,73E+07	-135,2	0	0	0	7,72E+07	74,11	0	0
		nó 2	0	7,73E+07	-132,84	0	0	0	7,72E+07	76,54	0	0
Corrente do vão lateral	nó 1	0	3,20E+06	0	5167	11751	0	3,20E+06	0	-2847,7	6333,1	
	nó 2	0	3,19E+06	0	4862,5	11345	0	3,19E+06	0	-3155,7	6728,7	

7.3.2 - Análise modal

A análise modal do modelo inicial em elementos finitos é realizada para determinar as frequências naturais e os modos de vibração da ponte pênsil de Clifton. Essa análise foi realizada pelo programa ANSYS, sendo utilizado o método de Lanczos para a obtenção dos autovalores e autovetores do sistema. A análise modal da ponte de Clifton mostrou que suas frequências naturais encontram-se muito próximas. Dentro da faixa de frequências de 0,22 Hz a 2,98 Hz foram encontradas 105 frequências e modos naturais de vibração. Os modos observados foram os modos laterais, verticais, torsionais, longitudinais, os modos de vibração acoplados e os modos onde havia interação entre o tabuleiro e os cabos.

Considerando que os modos experimentais de vibração foram obtidos a partir de registros de acelerômetros colocados no tabuleiro da ponte, somente os modos que apresentavam predominância de deslocamento no tabuleiro foram utilizados na análise. Baseados neste fato, as frequências naturais para os modos dominantes do tabuleiro são apresentados nas Tabela 7. 9 a 7.12. Destas frequências 20 são correspondentes a modos predominantemente verticais, 5 são laterais, 29 são torsionais e 1 é predominantemente longitudinal.

Tabela 7. 9 – Frequências naturais dos modos verticais da análise numérica da ponte pênsil de Clifton.

Modos Verticais		
Número do modo	Frequência natural (Hz)	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte
2	0,268	1
4	0,387	2
18	0,586	2
19	0,592	3
22	0,659	3
26	0,786	4
43	1,028	5
47	1,256	6
52	1,345	7
55	1,356	8
60	1,584	0
61	1,587	7
69	1,939	8
70	1,939	8
71	1,940	8
77	2,119	7
80	2,160	8
86	2,348	9
94	2,761	10
105	2,990	10

Tabela 7. 10 – Freqüências naturais dos modos laterais da análise numérica da ponte pênsil de Clifton.

Modos Laterais		
Número do modo	Freqüência natural (Hz)	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte (Excluindo os das extremidades)
1	0,228	0
13	0,518	1
27	0,789	1
41	1,025	1
42	1,026	1

Tabela 7. 11 – Freqüências naturais dos modos torsionais da análise numérica da ponte pênsil de Clifton.

Modos torsionais		
Número do modo	Freqüência natural (Hz)	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte
3	0,334	1
6	0,454	2
7	0,468	2
9	0,497	2
17	0,584	2
20	0,610	2
21	0,654	3
23	0,705	3
29	0,852	4
30	0,889	4
32	0,946	4
44	1,210	5
45	1,238	4
48	1,270	6
50	1,328	6
51	1,341	6
54	1,355	5
56	1,384	6
57	1,541	6
66	1,669	6
67	1,790	7
72	1,980	7
78	2,132	7
79	2,149	8
85	2,292	8
93	2,488	8
95	2,815	9
102	2,952	9
104	2,982	8

Tabela 7. 12 – Freqüências naturais dos modos longitudinais da análise numérica da ponte pênsil de Bristol.

Modos longitudinais		
Número do modo	Freqüência natural (Hz)	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte
68	1,862	8

Os resultados numéricos mostraram que a menor freqüência da ponte, 0,228 Hz, corresponde ao primeiro modo de vibração lateral com pequeno movimento torsional, como pode ser visto na Figura 7. 25.

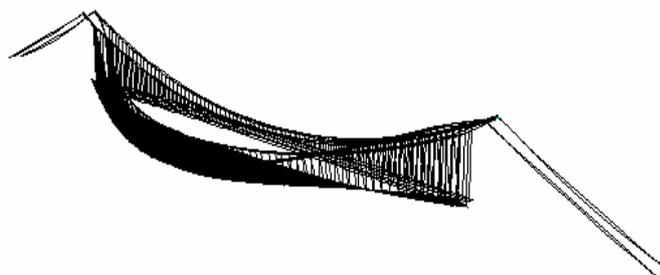


Figura 7. 25- Primeiro modo de vibração predominantemente lateral.

O primeiro modo da ponte predominantemente vertical com freqüência natural de 0,268 Hz pode ser visto na Figura 7. 26. Observando os modos verticais pode-se perceber que o movimento dos cabos está sempre em fase com o movimento do tabuleiro.

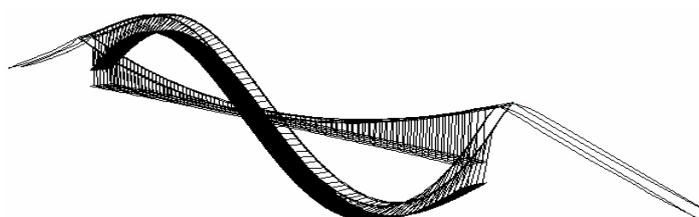


Figura 7. 26 -Primeiro modo de vibração predominantemente vertical.

O primeiro modo predominantemente torsional na freqüência de 0,334 Hz pode ser visto na Figura 7. 27.

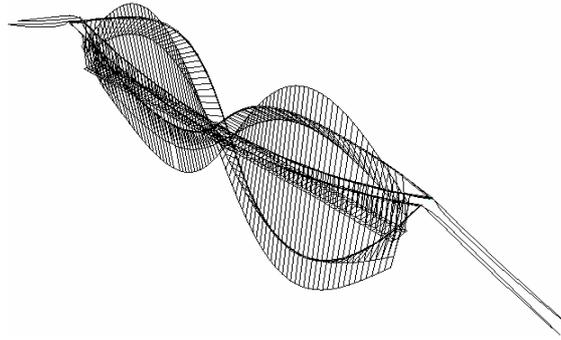


Figura 7. 27 - Primeiro modo de vibração predominantemente torsional.

7.4 - ANÁLISE MODAL EXPERIMENTAL

Na análise modal experimental o planejamento do ensaio, a sua execução e a identificação dos dados modais da ponte pênsil de Clifton foram realizados. Na etapa de planejamento do ensaio dinâmico os dois métodos propostos para a seleção dos pontos de medição foram aplicados e avaliados: O método Lim- Gawronsky modificado (LGM) e o método de independência efetiva – Resíduo do ponto principal (*Effective Independence – Driving Point Residue, Efl-DPR*).

Na etapa de identificação de sistemas quatro métodos foram aplicados e avaliados. Dois métodos no domínio da frequência, o método de detecção de pico (PPP) e o método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (*Iterative Windowed Curve-fitting Method – IWCM*) e dois métodos no domínio do tempo, o método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referências, SSI-COV/ref e o método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência, SSI-DAT/ref. Vale ressaltar que os resultados modais apresentados pela aplicação do método IWCM foram obtidos por Macdonald (2007).

7.4.1 - Planejamento do processo de medição da CSB

Antes da aplicação dos métodos que selecionam a localização ótima dos sensores, os modos de vibração de interesse em serem identificados são escolhidos no modelo modal numérico e todas as posições possíveis para a localização de sensores são determinadas. Os métodos são então aplicados e os resultados obtidos avaliados.

O planejamento do processo de medição da CSB aqui apresentado tem como intuito apenas a verificação dos métodos de localização ótima de sensores. Os resultados encontrados não foram utilizados em nenhum processo da análise modal experimental da ponte de Clifton.

A avaliação dos resultados obtidos para a localização de sensores sobre a ponte de Clifton foi realizada por meio de uma comparação entre estes e o esquema de localização utilizado no ensaio por Macdonald (2007). Uma avaliação numérica foi também efetuada com o intuito de verificar a capacidade de identificação das formas modais.

7.4.1.1 - Seleção dos modos que se pretende identificar

A seleção dos modos que deveriam ser identificados pela análise de sensibilidade, segundo o item 4.1.1., não foi feita. Considerando que o objetivo de tal etapa era a conferência numérica da precisão dos métodos LGM e EfI-DPR, não existia a necessidade da realização da seleção dos modos.

Os modos foram escolhidos arbitrariamente tendo como objetivo apenas a avaliação dos métodos de posicionamento de sensor. No entanto, sem que uma prévia análise fosse efetuada, alguns dos modos verticais de vibração foram escolhidos como os modos a serem identificados. Estes modos são os modos número 2, 4, 19, 26, 43, 47, 55, 60, 61, 77, 86 e 94 apresentados na Tabela 7.9.

7.4.1.2 - Seleção dos pontos de medição

Os locais escolhidos como candidatos para localizações dos sensores foram os nós do modelo numérico do tabuleiro da ponte, como pode ser visto na Figura 7. 28 , sendo um total de 162 posições.

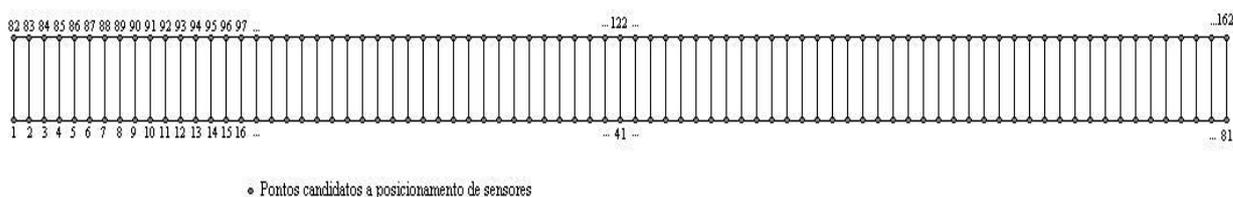


Figura 7. 28– Locais possíveis para o posicionamento dos sensores – Tabuleiro da ponte pênsil de Clifton.

7.4.1.3 - Método Lim- Gawronsky modificado (LGM)

O método modificado de Lim- Gawronsky (LGM) foi aplicado sobre a ponte de Clifton. Em uma primeira análise, a simetria da estrutura não foi considerada para a identificação dos locais de posicionamento de sensores. Os resultados encontrados podem ser vistos na Figura 7. 29, onde a classificação da importância dos sensores está relacionada à sua posição. Dez sensores foram determinados e podem ser vistos tanto na Figura 7. 29, onde encontram-se grifados em preto com sua numeração discretizada, enquanto que na Figura 7. 30 encontram-se detalhados em sua posição sobre o tabuleiro da ponte.

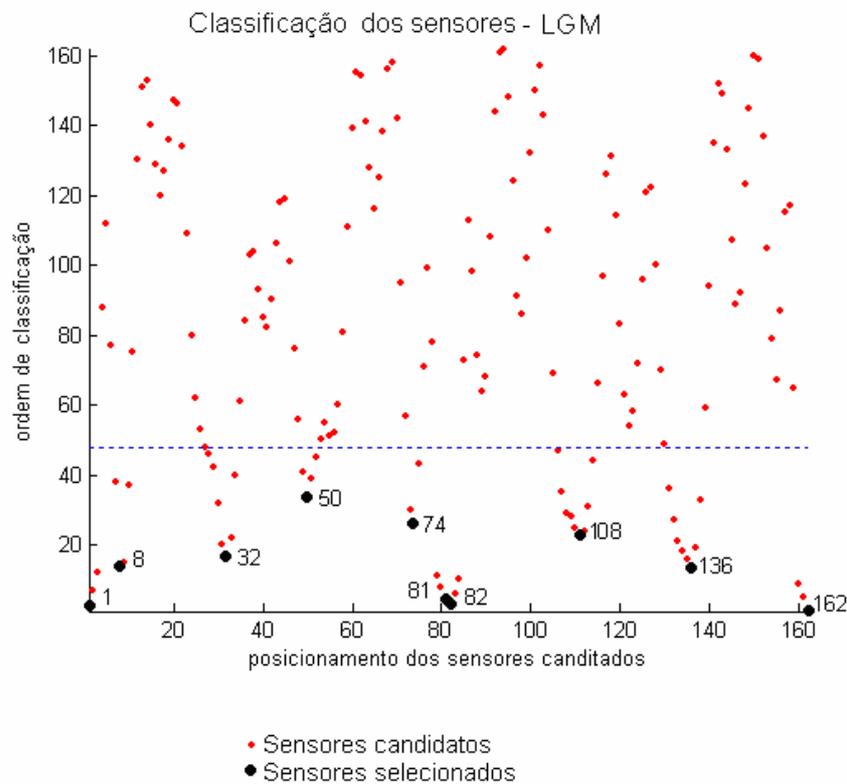


Figura 7. 29 – Classificação dos sensores segundo o método LGM – Modos verticais – Tabuleiro da ponte pênsil de Clifton.



Figura 7. 30 – Localização dos sensores segundo o método LGM – Modos verticais – Tabuleiro da ponte pênsil de Clifton.

Os resultados obtidos desta avaliação permitiram identificar apenas 3 dos 12 modos de vibração sugeridos (Tabela 7. 9). Um número de 10 sensores foram utilizados; porém, devido à simetria dos modos, estes foram equivalentes a apenas 4 sensores, visto que: o sensor 1 apresentava simetria com os sensores 81, 82 e 162; o sensor 8 apresentava simetria com o sensor 74; o sensor 32 apresentava simetria com o sensor 50 e o sensor 108 apresentava simetria com o sensor 136.

Após esta constatação, dois eixos de simetria foram adotados para uma nova determinação da posição dos sensores, conforme pode ser visto na Figura 7. 31.

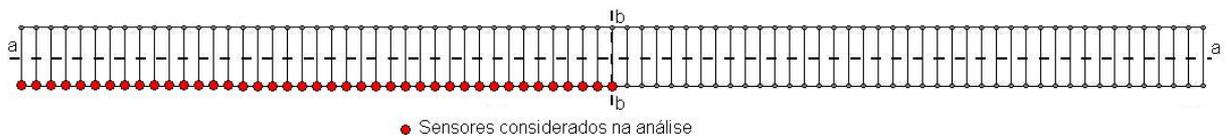


Figura 7. 31 - Eixos de simetria determinados para a ponte pênsil de Clifton.

Seis sensores foram determinados e podem ser vistos tanto na Figura 7. 32, onde encontram-se grifados em preto com sua numeração discretizada, enquanto que na Figura 7. 33 encontram-se detalhados em sua posição sobre o tabuleiro da ponte.

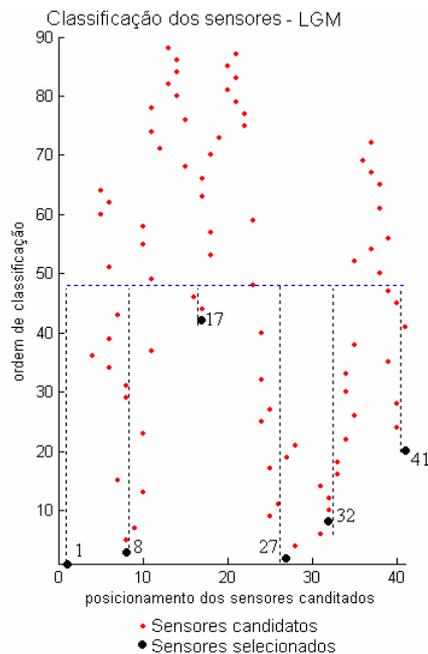


Figura 7. 32 – Classificação dos sensores segundo o método LGM considerando eixo de simetria– Modos verticais – Tabuleiro da ponte pênsil de Bristol.

Devido à divisão da estrutura em partes simétricas, aconselha-se que um acelerômetro por eixo de simetria seja posicionado na parte simétrica àquela que está sendo medida. Este acelerômetro servirá como base para determinação das formas modais nesta parte da estrutura. No caso deste exemplo, o ponto 55, correspondente ao ponto 27 da parte medida, foi escolhido como ponto de apoio. Este ponto foi escolhido por ser um dos pontos mais sensíveis aos modos que se desejava identificar.



Figura 7. 33 – Localização dos sensores segundo o método LGM considerando eixo de simetria – Modos verticais – Tabuleiro da ponte pênsil de Clifton.

Finalmente, sete sensores foram considerados na estrutura do tabuleiro. Uma comparação dos resultados obtidos por este método e os utilizados por Macdonald (2007) no ensaio realizado sobre a ponte de Clifton pode ser visto na Figura 7. 34.

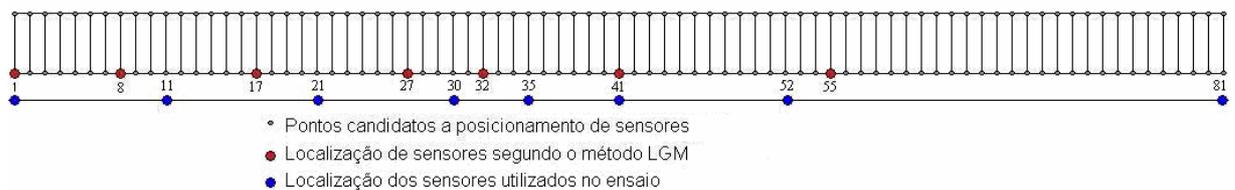


Figura 7. 34 – Localização dos sensores segundo o método LGM e a utilizada no ensaio.

A verificação da eficiência do processo de localização dos sensores foi realizada selecionando as amplitudes dos modos de vibração numéricos nos pontos onde se encontravam os sensores (7 pontos) e nos pontos simétricos a estes (Figura 7. 35 e 7. 36).

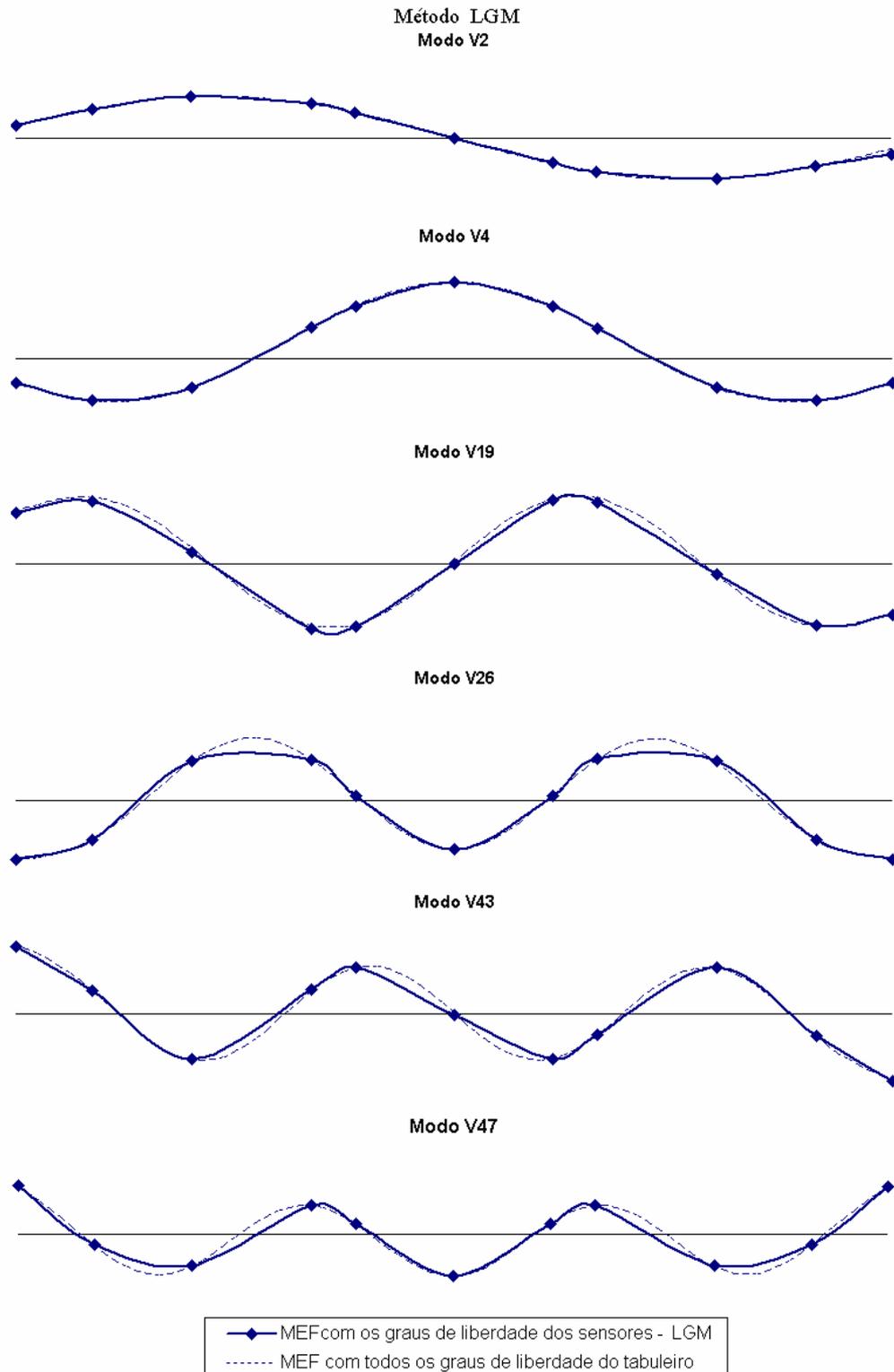


Figura 7.35 – Modos de vibração verticais em elementos finitos – pontos dos sensores obtidos pelo método LGM (1° ao 6° modos verticais obtidos).

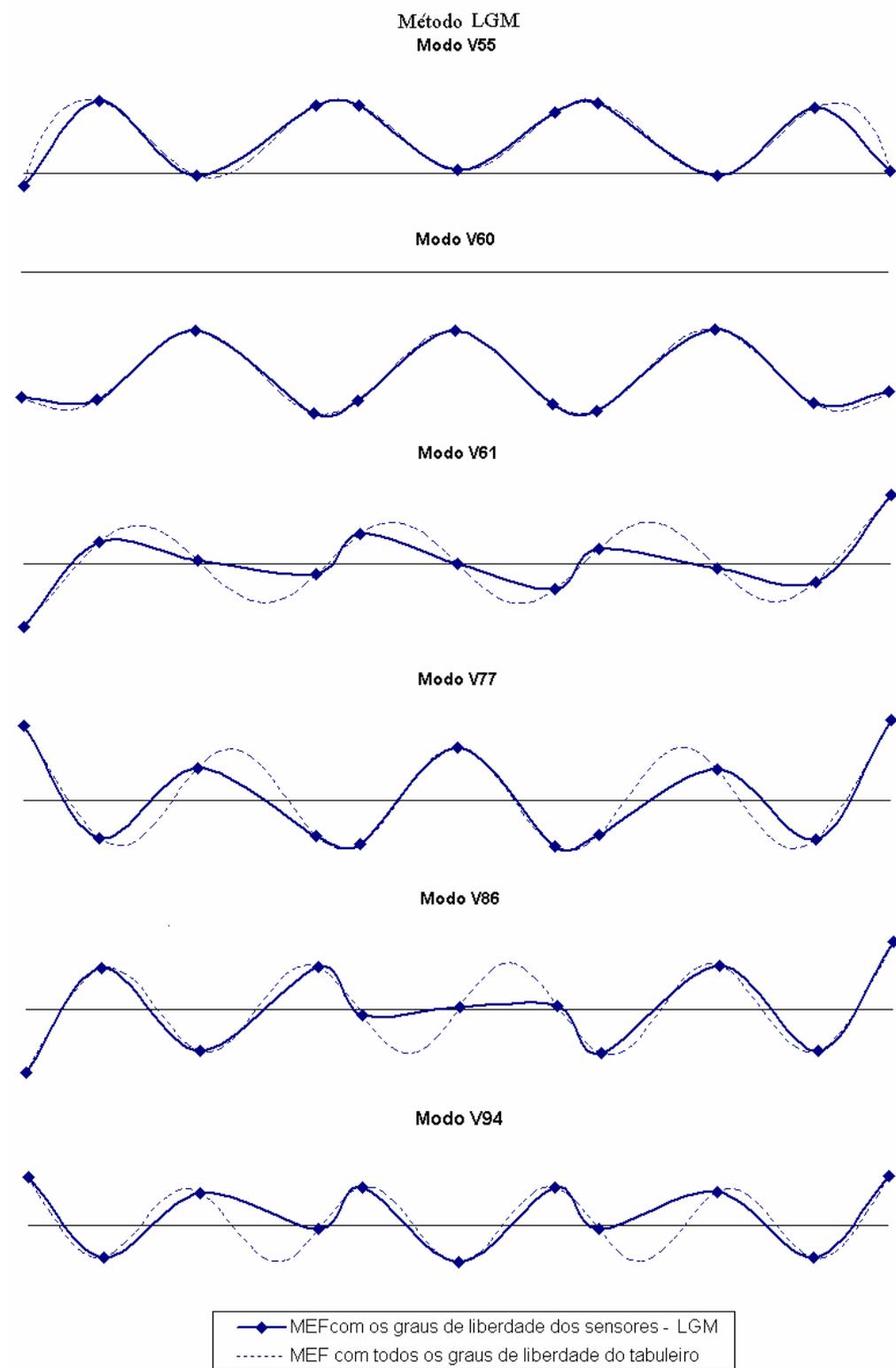


Figura 7. 36 – Modos de vibração verticais em EF– pontos dos sensores obtidos pelo método LGM (7° ao 12° modos verticais obtidos).

7.4.1.4 - Método de independência efetiva – resíduo do ponto principal (EfI-DPR)

O método EfI-DPR foi aplicado sobre a ponte de Clifton, onde 11 posições para a locação de acelerômetros foram determinadas. Uma comparação dos resultados obtidos por este método e os utilizados por Macdonald (2007) no ensaio realizado sobre a ponte de Clifton pode ser visto na Figura 7. 37.

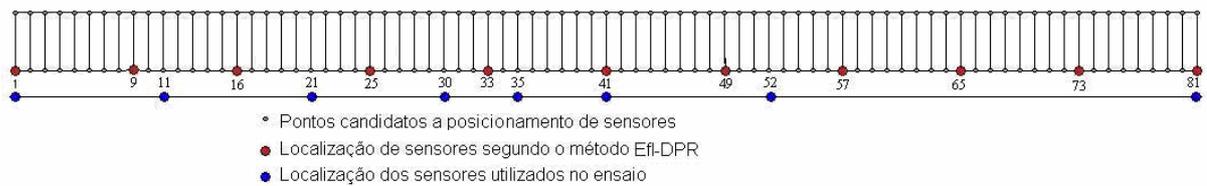


Figura 7. 37 – Localização dos sensores segundo o método EfI-DPR e a utilizada no ensaio.

A verificação da eficiência na localização dos sensores foi realizada selecionando as amplitudes dos modos de vibração numéricos nos pontos onde se encontravam os sensores (Figura 7. 38 e 7.39).

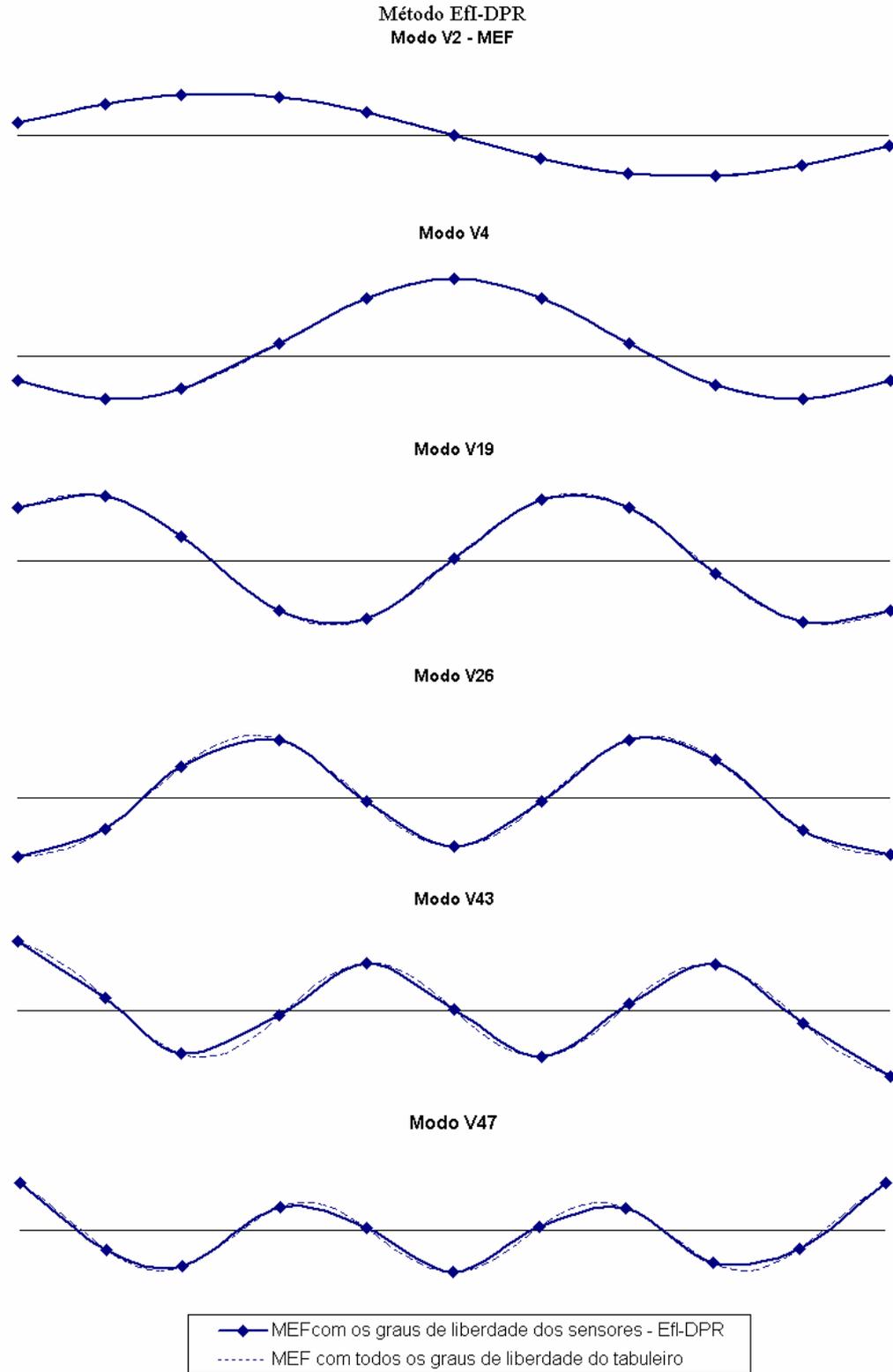


Figura 7. 38 – Modos de vibração verticais em elementos finitos – pontos dos sensores obtidos pelo método Efi-DPR (1° ao 6° modos verticais obtidos).

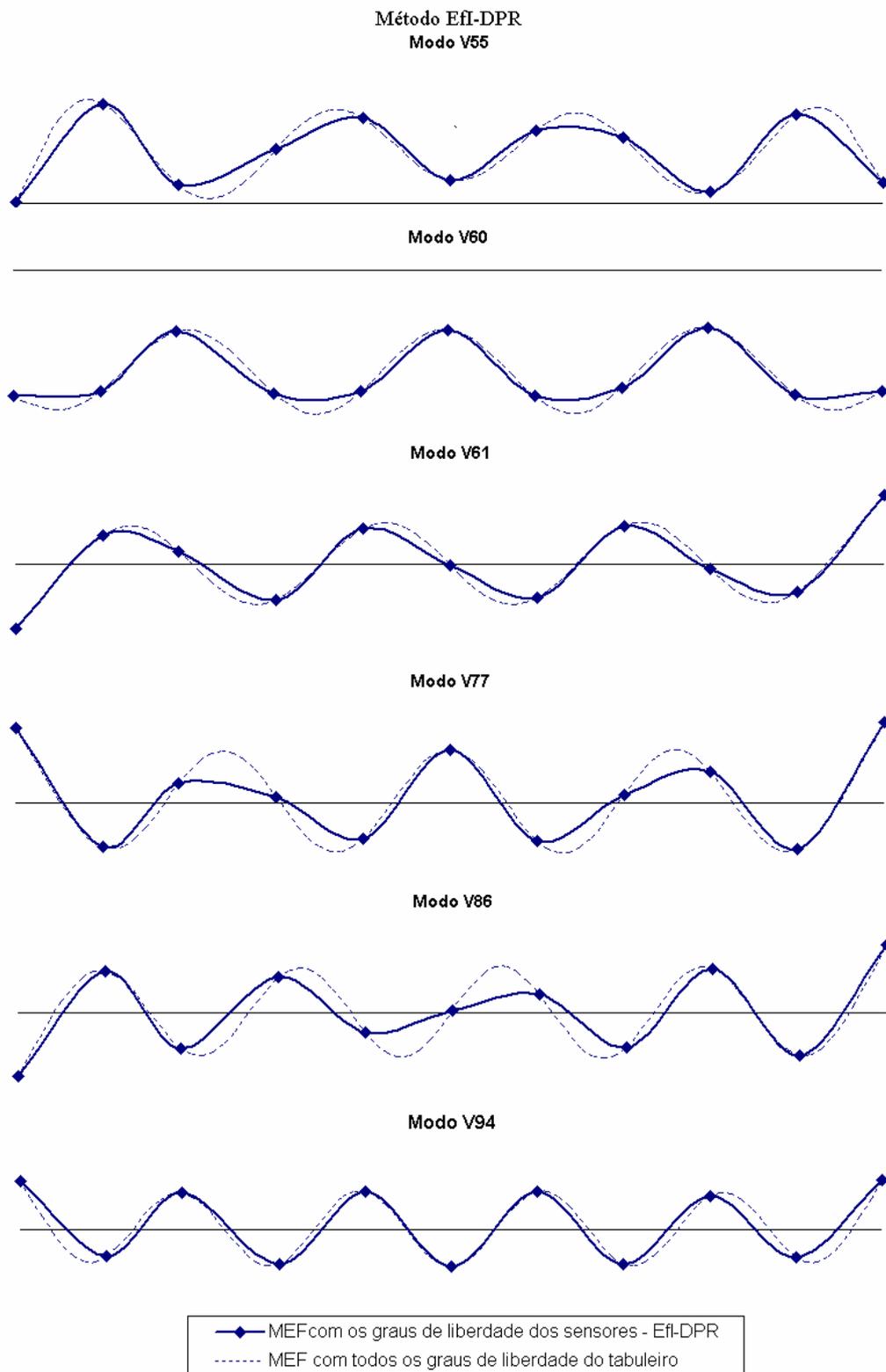


Figura 7. 39 – Modos de vibração verticais em elementos finitos – pontos dos sensores obtidos pelo método Efi-DPR (7° ao 12° modos verticais obtidos).

Com a aplicação deste método, 11 acelerômetros foram utilizados; contudo, caso a existência de simetria fosse levada em conta, como para o método LGM, este número

cairia para 7. A escolha de 11 acelerômetros foi efetuada a partir do gráfico da Figura 7. 40. A queda da energia do sistema entre o número de 11 a 12 sensores, leva a compreensão de que a observabilidade do sistema será prejudicada. Este gráfico mostra a relação entre o número de sensores e o determinante da matriz Fisher.

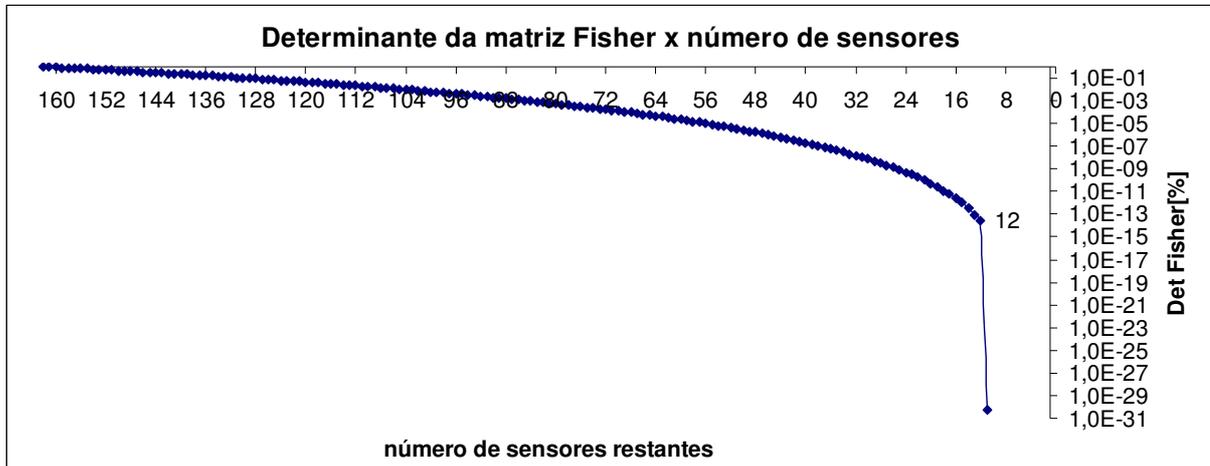


Figura 7. 40 – Determinante da matriz Fisher versus número de sensores.

7.4.2 - Ensaio sob vibração ambiente

Uma breve descrição do teste da ponte de Clifton sob vibração ambiente é apresentada nesta seção, maiores detalhes podem ser encontrados em Macdonald (2007). Os parâmetros modais do tabuleiro da ponte foram identificados por intermédio dos dados obtidos durante um período de ensaio de 6 dias contínuos. Um conjunto de 3 acelerômetros foi utilizado como conjunto de referência em uma seção transversal da ponte e outro conjunto foi posicionado na sua seção central. Para a construção da forma dos modos de vibração, o segundo conjunto foi utilizado sequencialmente em outras seis posições, onde foram obtidos registros de uma hora. Dois dos acelerômetros mediam o movimento vertical em cada lado da ponte, por meio dos quais as componentes dos movimentos puramente verticais e torsionais podiam ser determinadas, enquanto o terceiro media a aceleração lateral da mesma seção transversal.

Seis servos acelerômetros Sundstrand QA-700 foram utilizados, a foto de um destes acelerômetros pode ser vista na Figura 7. 41. Os acelerômetros foram calibrados, junto com seu condicionador de sinal, antes de serem usados sobre a ponte, para padrões nacionais reconhecidos de acordo os com requerimentos do serviço de confiabilidade do Reino Unido. Os sinais de todos os instrumentos foram filtrados por um filtro passa-baixa

com uma frequência de corte de 4 Hz e foram registrados em um computador portátil, Figura 7. 42.



Figura 7. 41 – Servo acelerometro utilizado no ensaio da ponte de Clifton.



Figura 7. 42 - Equipamentos utilizados para aquisição dos sinais provenientes dos acelerômetros.

O conjunto de sensores de referência foi locado na seção Rod11LW. O segundo conjunto de acelerômetros, utilizado para medir a resposta em diferentes seções transversais foi locado, para o registro de longo período, no meio do vão, e para a série de pequenos testes, em diferentes seções transversais para construir o desenho dos modos de vibração por meio das amplitudes medidas relativa à seção transversal de referência. As seções transversais

escolhidas foram: Rod 40LW, 30LW, 20LW, 6LW, 0 (seção central), 11C e 40C (Figura 7. 43). Dois anemômetros foram também locados na ponte.

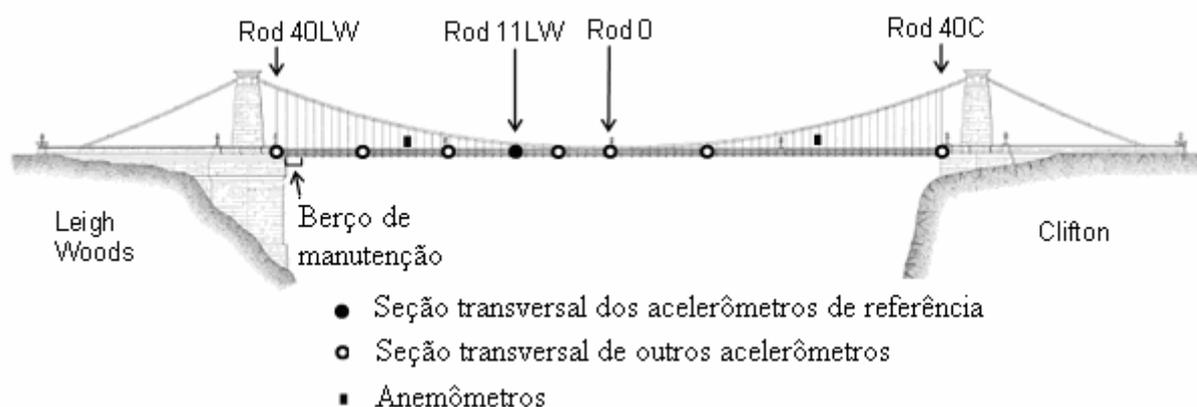


Figura 7. 43 – Clifton Suspension Bridge, seções transversais onde foram localizados os acelerômetros (Macdonald, 2007).

7.4.3 - Dados coletados

Os dados coletados durante os seis dias de monitoramento foram divididos em uma série de 144 registros de uma hora, com um total de 45057 amostras com uma taxa de aquisição de aproximadamente 12,5 amostras por segundo. Para cada hora de registro foram calculadas inicialmente a metade da soma e a metade da diferença das acelerações verticais obtidas em cada lado da ponte, para encontrar respectivamente as componentes verticais e torsionais do movimento.

Vale ressaltar que pode haver variações dos parâmetros dinâmicos dependendo da temperatura, do escoamento do vento, das condições de tráfego, bem como da natureza aleatória da condição de carregamento.

7.4.4 - Uso de métodos de identificação de sistemas para determinação do modelo modal das pontes

Nesta seção apresentam-se os resultados da análise modal. O objetivo da análise modal consiste em caracterizar as propriedades dinâmicas da estrutura, notadamente as frequências naturais e os modos de vibração. Esta análise foi realizada por intermédio da utilização de 4 diferentes métodos: Método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (*Iterative Windowed Curve-fitting Method – IWCM*), o método de detecção de pico, o

método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência (*reference-based data-driven stochastic subspace- SSI-dat/ref*) e o método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência (*reference-based covariance-driven stochastic realization – SSI-cov/ref*).

Os resultados apresentados utilizando o método IWCM foram obtidos por Macdonald (2007), sendo estes apresentados nesta tese com o intuito de fazer uma comparação com os resultados obtidos pelos outros três métodos e também para utilizá-los como os dados modais experimentais no processo de atualização do modelo numérico da ponte pênsil de Clifton.

7.4.4.1 - Método iterativo de ajuste de curva a partir de janelas (Iterative Windowed Curve-fitting Method – IWCM)

A análise modal utilizando o método IWCM foi realizada para determinar as frequências naturais e os modos experimentais de vibração da estrutura submetida à vibração ambiente. Foram identificadas vinte e sete (27) modos de vibração com frequências naturais abaixo de 3 Hz. Os modos observados foram modos verticais, laterais e torsionais. As frequências naturais encontradas são apresentadas nas Tabelas 7.13 a 7.15.

Tabela 7. 13 – Frequências naturais dos modos verticais obtidos pela análise modal experimental da ponte pênsil de Clifton utilizando o método IWCM.

Modos Verticais - IWCM			
Número do modo	Frequência natural (Hz)	Razão de amortecimento [%]	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte
V 1	0,293	3,31	1
V 2	0,424	1,99	2
V 3	0,657	2,12	3
V 4	0,821	1,26	4
V 5	0,900	2,09	4
V 6	1,146	3,36	5
V 7	1,386	2,09	6
V 8	1,653	1,04	0
V 9	1,755	1,49	7
V10	2,094	2,14	8
V11	2,476	1,71	9
V12	2,894	1,81	10

Tabela 7. 14 – Frequências naturais dos modos laterais obtidos pela análise modal experimental da ponte pênsil de Clifton utilizando o método IWCM.

Modos Laterais - IWCM			
Número do modo	Frequência natural (Hz)	Razão de amortecimento [%]	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte (Excluindo os das extremidades)
L 1	0,240	3,68	0
L 2	0,524	0,58	0
L 3	0,746	0,68	0
L 4	0,965	3,51	1

Tabela 7. 15 – Frequências naturais dos modos torsionais obtidos pela análise modal experimental da ponte pênsil de Clifton utilizando o método IWCM.

Modos torsionais - IWCM			
Número do modo	Frequência natural (Hz)	Razão de amortecimento [%]	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte
1 T	0,356	2,6	1
2 T	0,498	3,44	2
3 T	0,759	2,16	3
4 T	0,846	1,8	3
5 T	0,97	1,51	4
6 T	1,069	1,98	4
7 T	1,367	3,05	5
8 T	1,593	1,86	6
9 T	1,808	2,3	6
10 T	2,043	1,59	7
11 T	2,559	2,65	8

Segundo Macdonald (2007) a menor amplitude das respostas, principalmente para as componentes laterais dos modos, a maior complexidade dos modos torsionais e a grande influência das ações externas, como o tráfego, proporcionam a explicação para o fato dos modos verticais serem mais claramente definidos que os modos torsionais ou laterais. Nas Figuras 7.44 e 7.45 os modos de vibração verticais encontrados podem ser vistos.

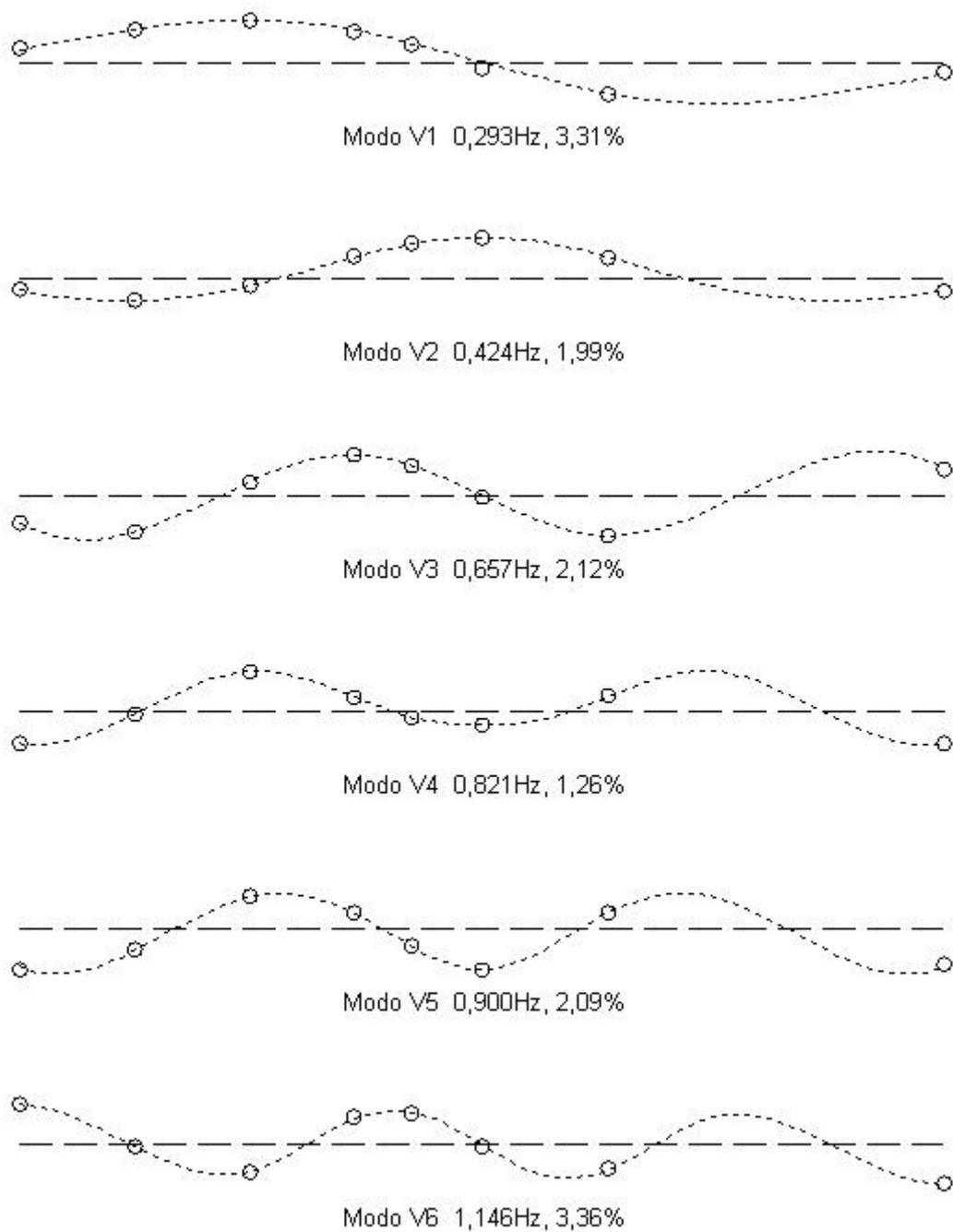


Figura 7. 44– Modos verticais de vibração – IWCM (V1 – V6).

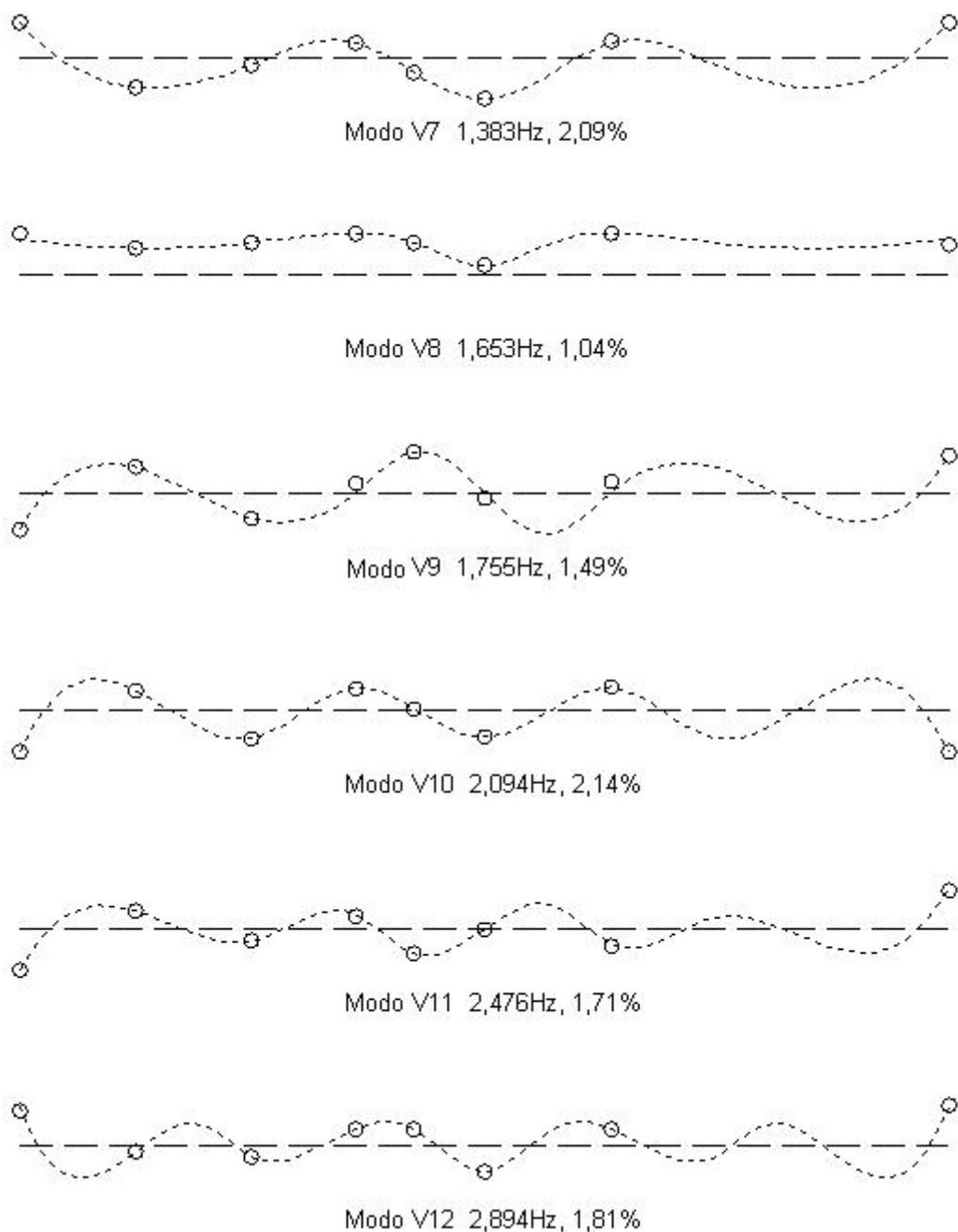


Figura 7. 45 – Modos verticais de vibração – IWCM (V7 – V12).

Pode –se ressaltar que os modos V4 e V5 apresentam formas modais similares (cada qual cruzando o eixo longitudinal da ponte em 4 pontos), com freqüências naturais bem próximas. O modo V8 envolveu o movimento do deck em fase (nenhum nodo), contudo tem formas similares ao modo 7.

Nas Figuras 7.44 e 7.45 os modos de vibração torsionais encontrados com suas respectivas freqüências podem ser vistos. A linha contínua corresponde ao deslocamento do vão

longitudinal de um lado da ponte e a linha tracejada corresponde ao deslocamento do vão do outro lado da ponte.

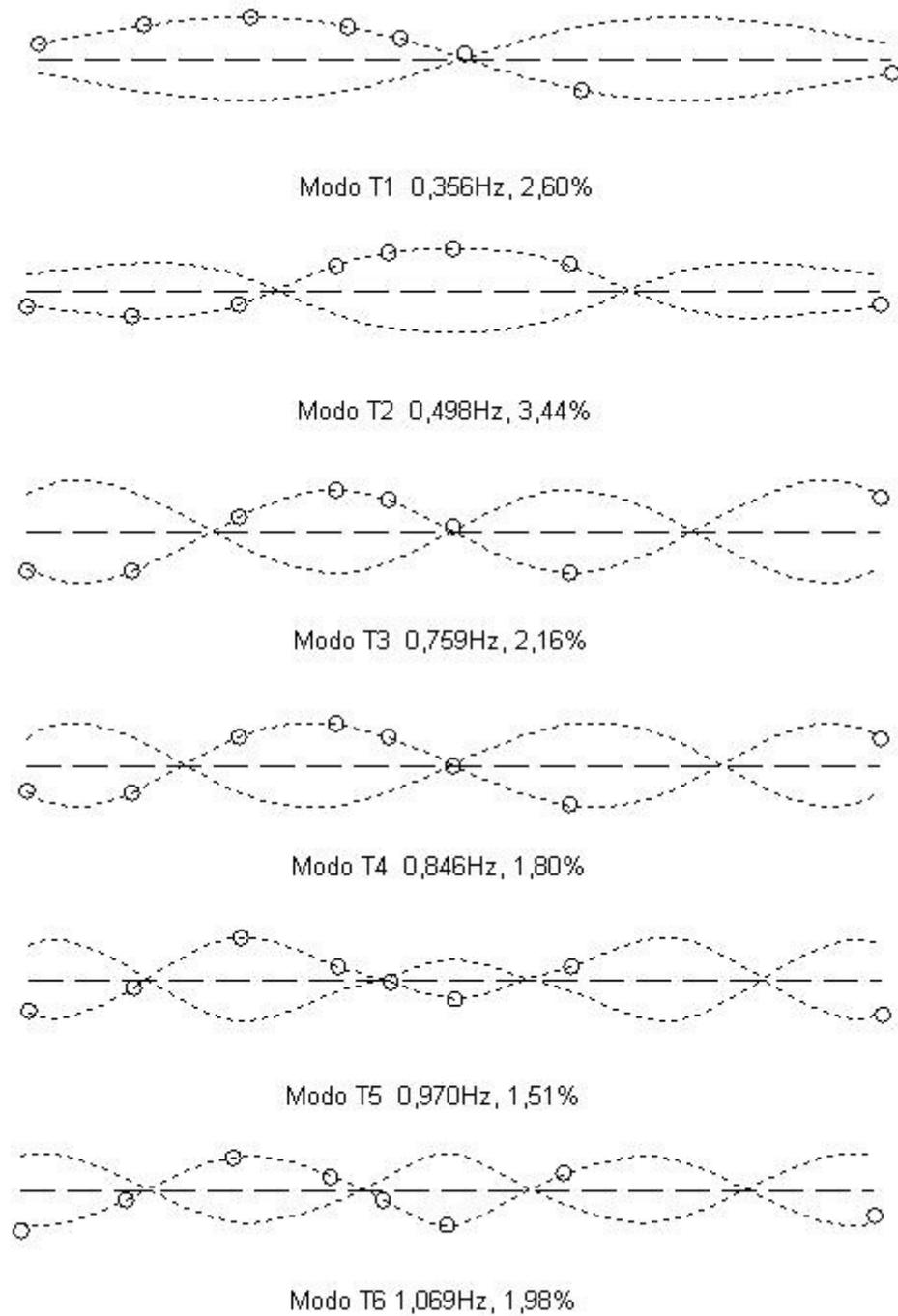


Figura 7. 46 – Modos torsionais de vibração – IWCM (T1 – T6).

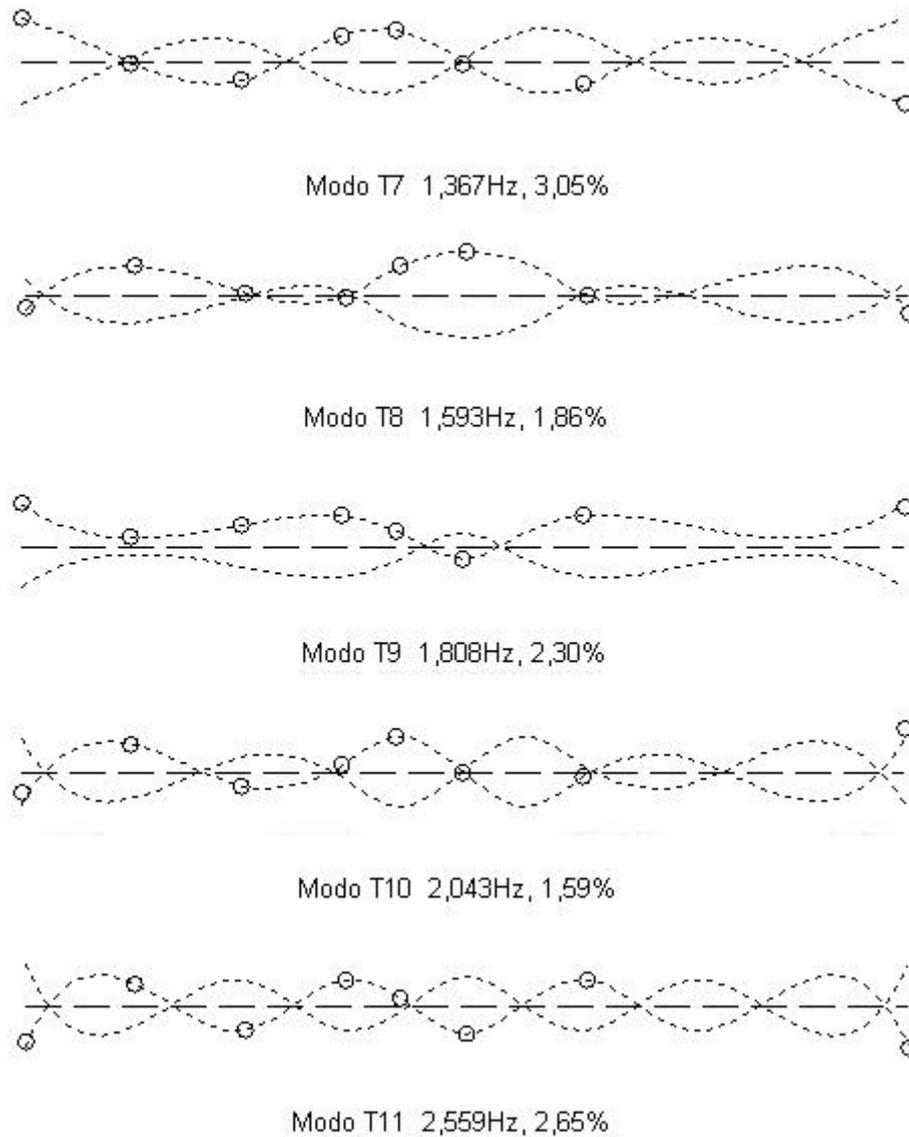


Figura 7. 47 – Modos torsionais de vibração – IWCM (T7 – T11).

Os pares de modos T3 e T4 e T5 e T6 possuem formas similares para a componente torsional, contudo a diferença entre estes encontra-se em relação ao comportamento lateral destes modos ou em relação ao comportamento dos cabos.

Os modos de vibração predominantemente laterais e suas respectivas frequências encontram-se na Figura 7. 48.

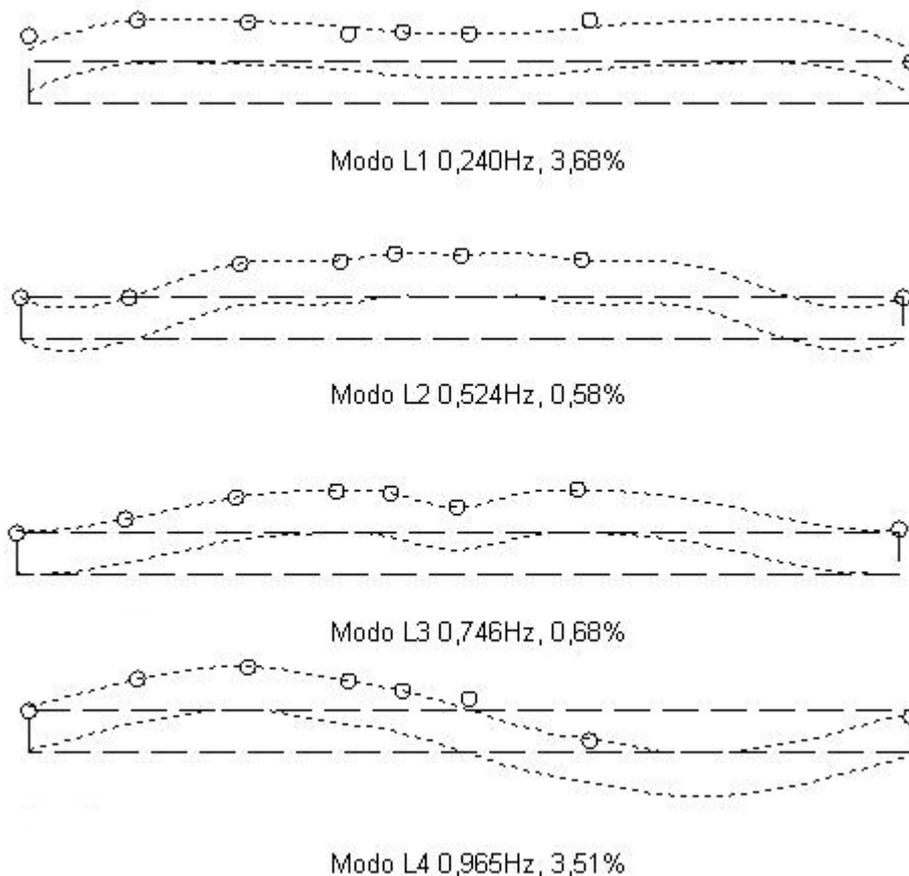


Figura 7. 48 – Modos laterais de vibração – IWCM (L1 – L4).

Frequentemente os modos torsionais e laterais incluem uma componente de outro tipo, correspondendo aos modos acoplados, onde modos predominantemente torsionais apresentam componentes laterais, ou modos predominantemente laterais apresentam componentes torsionais. Os pares de modos T2 e L2, L3 e T3 e L4 e T5 apresentam frequências naturais muito próximas. Os modos L1, L2 e L3 apresentam um modo de vibração lateral bastante similar.

7.4.4.2 - Método de detecção de pico – PP

O método de detecção de pico foi um dos métodos utilizado para a identificação dos parâmetros modais da ponte de Clifton. As acelerações laterais e verticais obtidas dos ensaios de vibração ambiente foram utilizadas. As acelerações foram coletadas nos pontos Rod 40LW, 11LW(referência) e 0 (seção central), conforme indicado na Figura 7. 43. O passo de tempo de 0,08 s foi utilizado.

Nas Figuras 7.49, 7.52 e 7.55, os gráficos de densidade espectral de potência encontrados quando da aplicação do método de detecção de pico encontram-se detalhados. Doze modos verticais e 11 torsionais foram identificados na faixa de frequência de 0,2 a 3 Hz. Para os modos laterais foram identificados 3 modos predominantemente laterais com frequências naturais de 0,241, 0,530 e 0,743Hz. Observando as frequências dos modos laterais e torsionais pôde-se constatar que estes apresentam valores em comuns, o que caracteriza a presença de modos acoplados, como pode se constatar para os modos na frequência de 0,359 e 0,787Hz.

7.4.4.3 - Método de identificação estocástica baseado nas respostas de referência (*reference-based data-driven stochastic subspace*)

O método SSI-dat/ref é um método de identificação estocástica no domínio do tempo que identifica um modelo no espaço de estado e, por meio de uma análise modal, identifica os parâmetros modais. Assim como no método de detecção de pico, as acelerações laterais e verticais dos pontos Rod 40LW, 11LW(referência) e 0 (seção central), foram utilizados como base de dados.

Foram identificados 14 modos verticais e 12 modos predominantemente torsionais na faixa de frequência de 0.2 a 3 Hz. Para os modos laterais foram identificados vários modos com frequências similares às identificadas para os modos torsionais, caracterizando modos acoplados (laterais torsionais).

O tempo de retardo adotado para os modos verticais, torsionais e laterais foram respectivamente 60, 62 e 70. A determinação deste número foi realizada por tentativa e está relacionado ao dobro do número de modos da estrutura na faixa de frequência do ensaio (frequência de corte), para este caso de 0 a 6,25 Hz.

7.4.4.4 - Método de identificação estocástica baseado nas covariâncias das respostas de referência (*reference-based covariance-driven stochastic realization*)

O método SSI-cov/ref é um método de identificação estocástica no domínio do tempo que identifica um modelo no espaço de estado e, por meio de uma análise modal, identifica os parâmetros modais. Os valores numéricos destas frequências podem ser vistos nas Tabelas 7.16 a 7.18.

Foram identificados 16 modos verticais e 16 modos predominantemente torsionais na faixa de frequência de 0.2 a 3 Hz. Para os modos laterais foram identificados vários modos com frequências similares às identificadas para os modos torsionais, caracterizando modos acoplados (laterais torsionais).

Assim como para o método SSI-dat/ref, o tempo de retardo adotado para os modos verticais, torsionais e laterais foram respectivamente 60, 62 e 70.

7.4.4.5 - Comparação entre os resultados obtidos a partir da análise modal utilizando os quatro métodos diferentes

A comparação dos resultados obtidos a partir da identificação modal da ponte de Clifton por meio dos métodos citados anteriormente foi realizada com o intuito de verificar o grau de correlação entre estes. A comparação utilizou como base os resultados obtidos a partir do método IWCM, visto que para a identificação utilizando este método um número maior de dados, coletados de um número maior de seções transversais da ponte, foram utilizados. A correspondência entre os modos de vibração e as frequências naturais encontradas são apresentadas.

Para as frequências naturais dos modos verticais pode-se constatar uma grande similaridade, com uma diferença média inferior a 2%, conforme pode-se observar na Tabela 7. 16. O gráfico de densidade espectral de potência para os registros verticais, a partir do qual pode-se observar as frequências naturais, encontra-se na Figura 7. 49. As amplitudes modais identificadas para as três seções transversais em análise, utilizando o método de detecção de pico e os métodos de espaço estocástico, podem ser vistas nas Figuras 7.50 e 7.51 onde encontram-se comparados com os identificados pelo método IWCM onde foram utilizados 8 seções transversais.

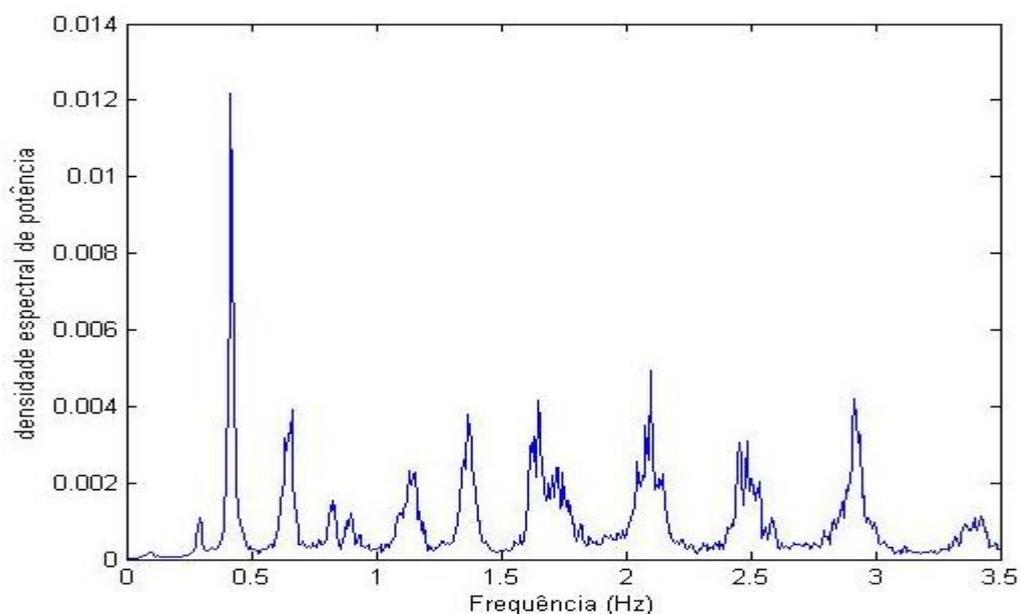


Figura 7. 49 – Densidade espectral para os modos verticais.

Tabela 7. 16 – Frequências naturais de vibração dos modos verticais identificadas pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref.

Frequências naturais identificadas (Hz) - Modos Verticais				
	IWCM	PP	SSIdat	SSIcov
V 1	0,293	0,294	0,287	0,292
V 2	0,424	0,418	0,421	0,420
V 3	0,657	0,662	0,655	0,651
V 4	0,821	0,830	0,813	0,817
V 5	0,900	0,899	0,950	0,905
V 6	1,146	1,130	1,140	1,139
V 7	1,383	1,367	1,377	1,375
*	*	*	*	1,636
V 8	1,653	1,648	1,650	1,639
V 9	1,755	1,723	1,838	1,760
*	*	*	*	2,005
V10	2,094	2,098	2,096	2,088
*	*	*	2,154	*
*	*	*	2,406	2,367
V11	2,476	2,454	2,476	2,477
*	*	*	*	2,672
V12	2,894	2,916	2,792	2,863

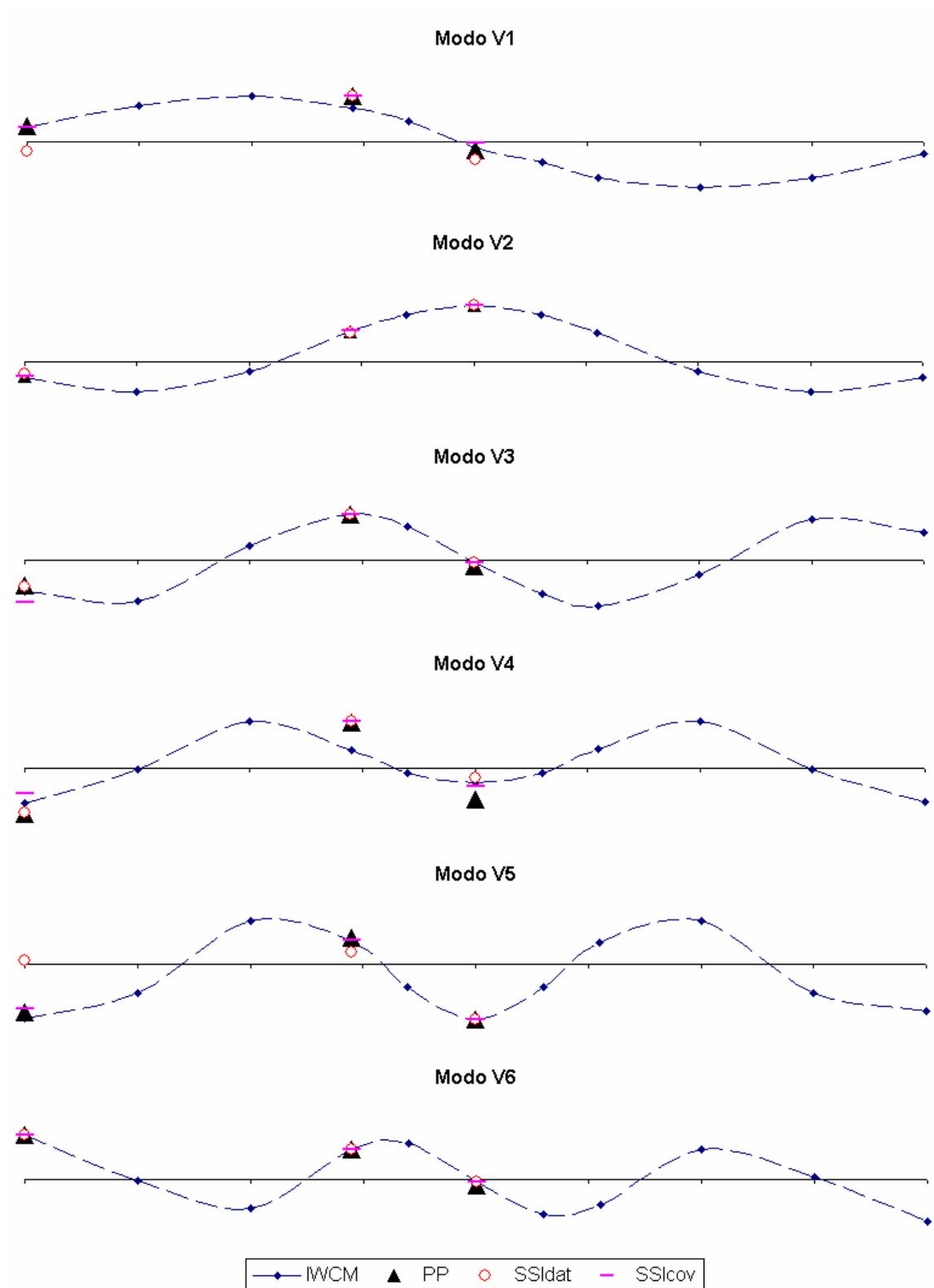


Figura 7. 50 – Comparação entre os modos verticais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (V1 – V6).

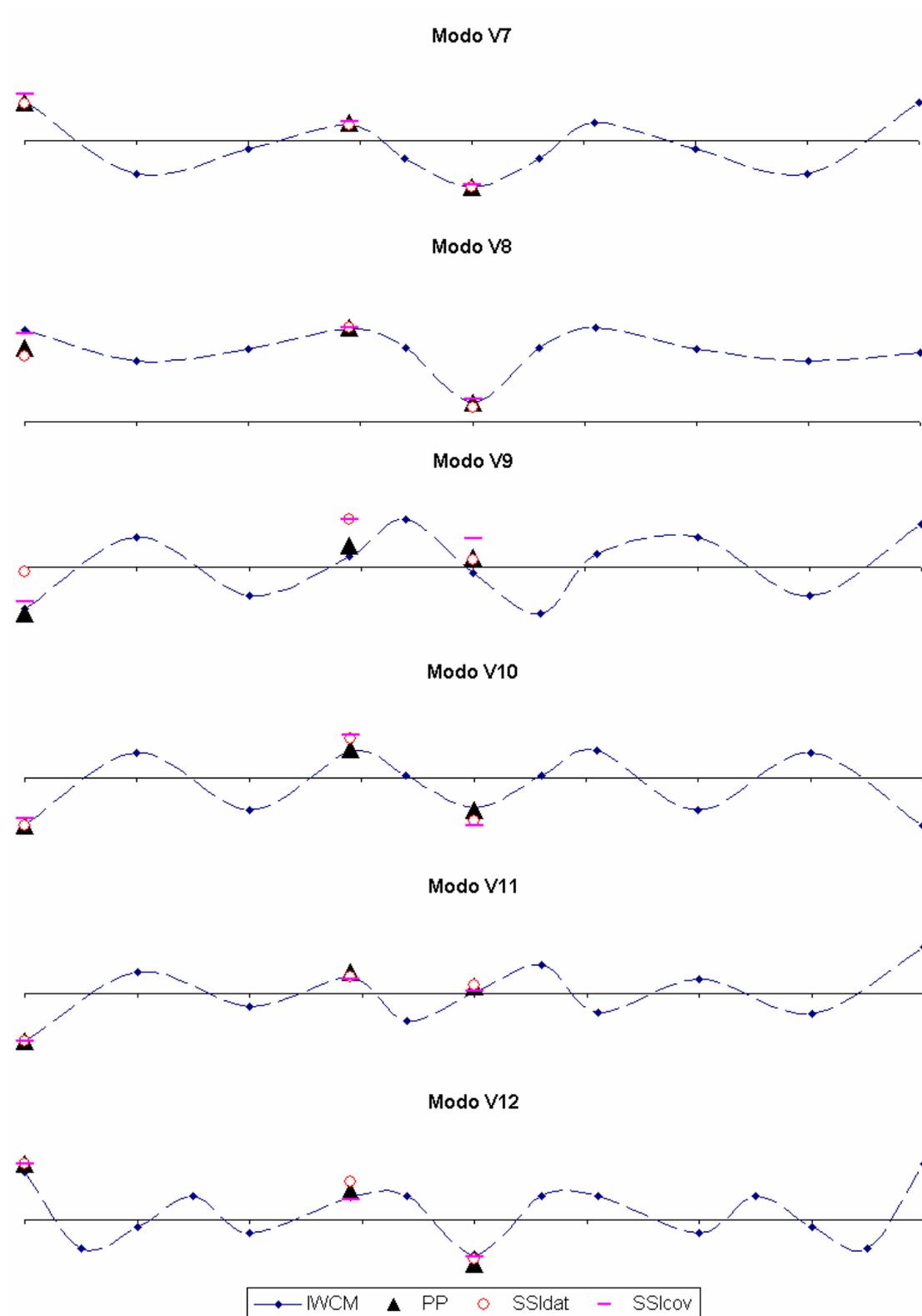


Figura 7.51 – Comparação entre os modos verticais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (V7 – V12).

Para as frequências naturais dos modos torsionais pode-se constatar uma grande similaridade, com uma diferença média inferior a 3,4 %, conforme pode-se observar na

Tabela 7. 17. O gráfico de densidade espectral de potência para os registros torsionais, a partir do qual pode-se observar as frequências naturais torsionais, encontra-se demonstrado na Figura 7. 52 . As amplitudes modais identificadas para as três seções transversais em análise, utilizando o método de detecção de pico e os métodos de espaço estocástico, podem ser vistas nas Figuras 7.53 e 7.54 onde encontram-se comparados com os identificados pelo método IWCM onde foram utilizados 8 seções transversais.

Sendo importante ressaltar que o modo T5 ou o T6 não foi encontrado quando da identificação utilizando os métodos estocásticos. O modo identificado por estes métodos próximo a estas frequências encontra-se comparado com T5 e T6 com o intuito de verificar a qual modo este encontra-se correlacionado.

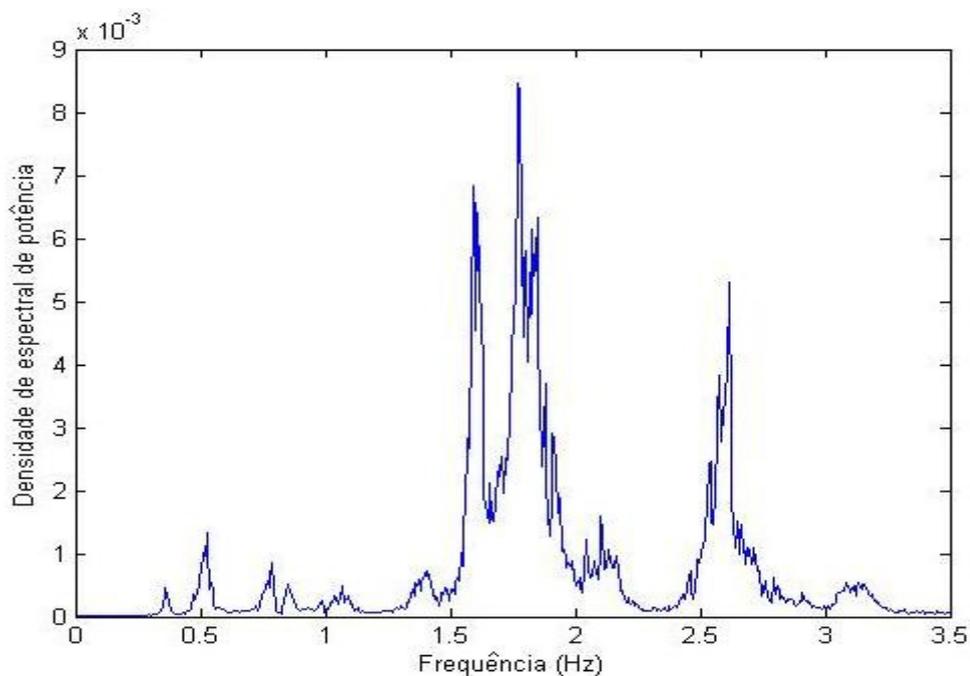


Figura 7. 52 – Densidade espectral para os modos torsionais.

Tabela 7. 17 – Frequências naturais de vibração dos modos torsionais identificadas pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref.

Frequências naturais identificadas (Hz) - Modos Torsionais				
	IWCM	PP	SSIdat	SSIcov
T 1	0,356	0,362	0,356	0,365
*	*	*	*	0,483
T 2	0,498	0,524	0,522	0,524
T 3	0,759	0,787	0,766	0,781
T 4	0,846	0,862	0,860	0,848
T 5	0,970	1,068	1,098	1,099
T 6	1,069	1,098	1,098	1,099
T 7	*	*	*	1,104
*	1,367	1,411	1,387	1,388
T 8	1,593	1,592	1,630	1,586
*	*	*	1,773	*
T 9	1,808	1,848	1,862	1,796
*	*	*	*	1,800
*	*	*	*	1,905
*	*	*	1,983	1,995
T10	2,043	2,048	2,138	2,180
*	*	*	*	2,445
T11	2,559	2,579	2,545	2,588

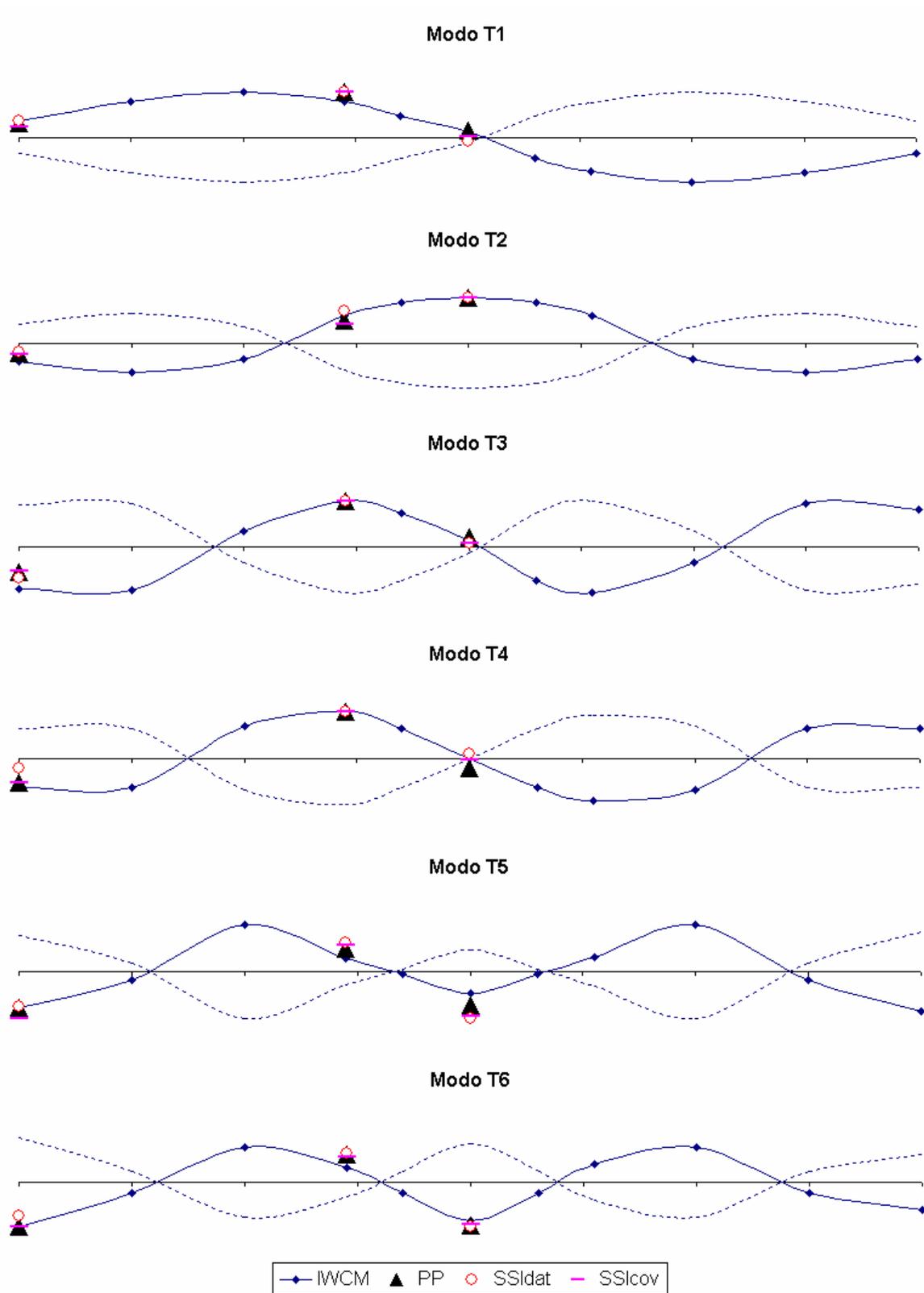


Figura 7. 53 – Comparação entre os modos torsionais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (T1 – T6)

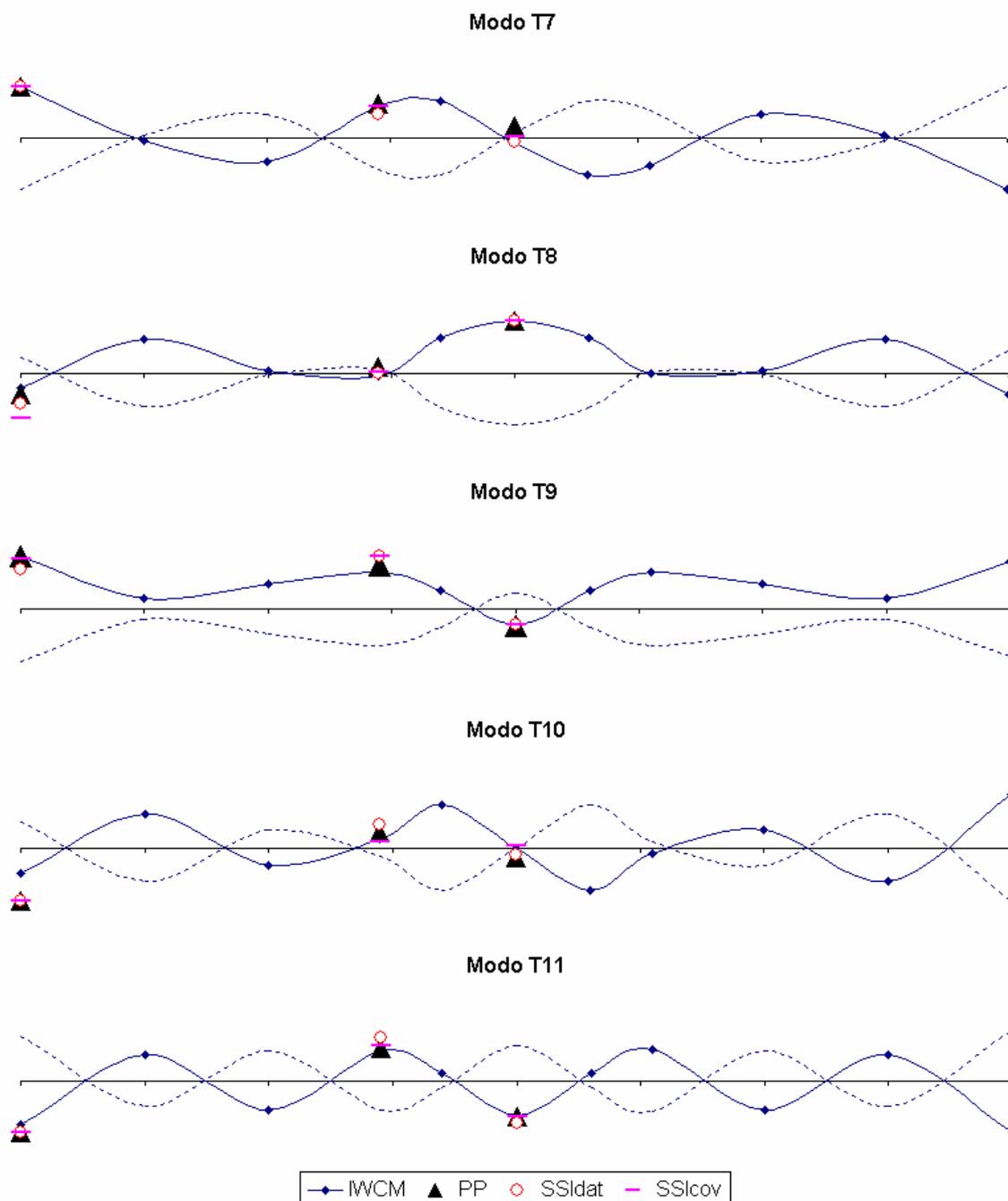


Figura 7. 54 – Comparação entre os modos torsionais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (T7 – T11).

Para as frequências naturais dos modos laterais pode-se constatar uma grande similaridade, com uma diferença média inferior a 2,7 %, conforme pode-se observar na Tabela 7. 18. O gráfico de densidade espectral de potência para os registros laterais, a partir do qual pode-se observar as frequências naturais laterais, encontra-se demonstrado na Figura 7. 55 . As amplitudes modais identificadas para as três seções transversais em análise, utilizando o método de detecção de pico e os métodos de espaço estocástico, podem ser vistas nas

Figuras 7.56 e 7.57 onde encontram-se comparados com os identificados pelo método IWCM onde foram utilizados 8 seções transversais.

Sendo importante ressaltar que mais que quatro modos laterais foram identificados mas estes eram modos acoplados predominantemente torsionais.

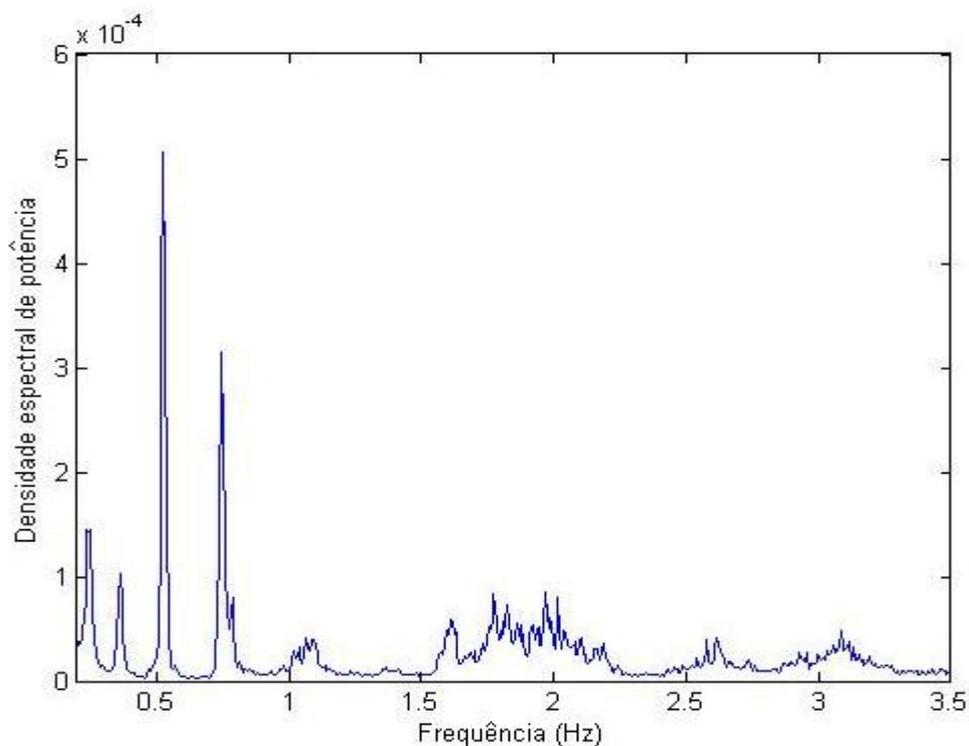


Figura 7. 55 – Densidade espectral para os modos laterais.

Tabela 7. 18 – Frequências naturais de vibração dos modos laterais identificadas pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref.

Frequências naturais identificadas (Hz) - Modos Laterais				
	IWCM	PP	SSIdat	SSIcov
L 1	0,240	0,250	0,248	0,243
L 2	0,524	0,524	0,524	0,526
L 3	0,746	0,743	0,751	0,744
L 4	0,965	0,980	1,031	1,047

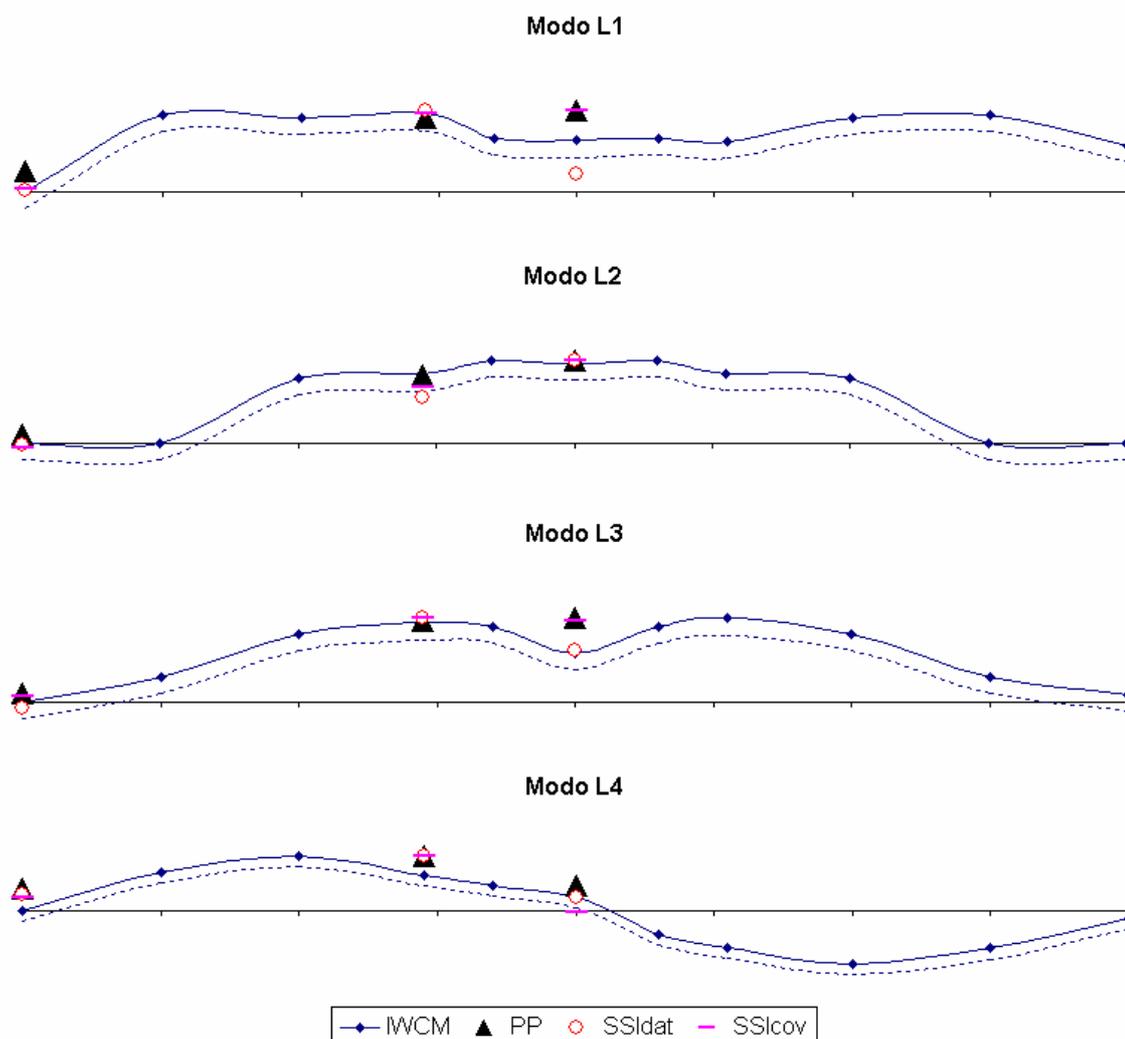


Figura 7. 56 – Comparação entre os modos laterais de vibração identificados pelos métodos: IWCM, PPP, SSI-dat/ref e SSI-cov/ref (L1 – L4).

7.5 - COMPARAÇÃO ENTRE O MODELO EM ELEMENTOS FINITOS E O MODELO EXPERIMENTAL

A comparação entre as frequências e os modos de vibração experimental e numérico da ponte de Clifton, conforme explicado previamente, foi realizada utilizando a porcentagem de variação da frequência, FER, e o índice modal MAC.

Nas Tabelas 7. 19 a 7. 21 os resultados encontrados para o índice MAC e a porcentagem de variação da frequência, FER, entre os modos experimentais e numéricos são apresentados. A Tabela 7. 19 apresenta uma comparação entre os modos verticais experimentais e numéricos, obtidos do modelo em elementos finitos. Pode-se notar que a máxima

porcentagem de variação da frequência existente é de 12,7% para o modo V5. O valor médio desta porcentagem (índice FER) entre todos os modos de vibração é de 7,28%. O índice MAC apresenta um valor médio entre todos os modos de 0,974.

Tabela 7. 19 – Índices MAC e FER entre os modos verticais experimentais e numéricos.

Número do modo experimental	V 1	V 2	V 3	V 4	V 5	V 6	V 7	V 8	V 9	V 10	V 11	V 12
Número do modo numérico	2	4	19	26	26	43	55	60	61	71	86	94
MAC	0,992	0,999	0,997	0,914	0,967	0,993	0,947	0,980	0,914	0,994	0,996	0,993
FER [%]	8,45%	8,75%	9,97%	4,30%	12,70%	10,34%	1,94%	4,17%	9,59%	7,34%	5,17%	4,60%

A Tabela 7. 20 apresenta uma comparação entre os modos torsionais experimentais e numéricos, obtidos do modelo em elementos finitos. Pode-se notar que a máxima porcentagem de variação da frequência existente é de 16,71% para o modo T4. O valor médio desta porcentagem (índice FER) entre todos os modos de vibração é de 7,68%. O índice MAC apresenta um valor médio entre todos os modos de 0,954.

Tabela 7. 20 – Índices MAC e FER entre os modos torsionais experimentais e numéricos.

Número do modo experimental	T 1	T 2	T 3	T 4	T 5	T 6	T 7	T 8	T 9	T 10	T 11
Número do modo numérico	3	7	23	23	30	32	44	57	66	72	93
MAC	0,990	0,980	0,991	0,955	0,963	0,938	0,985	0,844	0,942	0,912	0,995
FER [%]	6,27%	6,12%	7,16%	16,71%	8,36%	11,51%	11,52%	3,24%	7,70%	3,10%	2,77%

A Tabela 7. 21 apresenta uma comparação entre os modos laterais experimentais e numéricos, obtidos do modelo em elementos finitos. Pode-se notar que a máxima porcentagem de variação da frequência existente é de 4,84% para o modo L1. O valor médio desta porcentagem (índice FER) entre todos os modos de vibração é de 3,67%. O índice MAC apresenta um valor médio entre todos os modos de 0,85.

Tabela 7. 21 – Índices MAC e FER entre os modos laterais experimentais e numéricos.

Número do modo experimental	L 1	L 2	L 3	L 4
Número do modo numérico	1	11	24	39
MAC	0,773	0,972	0,938	0,715
FER [%]	4,84%	3,40%	2,01%	4,43%

7.6 - ATUALIZAÇÃO MANUAL

Depois do modelo em elementos finitos ser gerado, regiões da estrutura que não foram bem modeladas são selecionadas para detectar erros genuínos no modelo. Na atualização manual as imprecisões do modelo que não podem ser avaliadas quantitativamente são alteradas, as novas características dinâmicas geradas pelo novo modelo são analisadas e comparadas com as características dinâmicas experimentais. Em geral, a atualização manual é realizada sobre a malha do modelo, sobre o tipo de elemento utilizado ou sobre parâmetros estruturais.

Algumas mudanças no modelo em elementos finitos da ponte pênsil de Clifton foram realizadas para simular o comportamento dinâmico real da ponte, realizando para isso a aproximação deste com o modelo modal experimental. A atualização manual foi dividida basicamente em três etapas: Inicialmente foram feitas mudanças na conexão do tabuleiro com os apoios, nesta etapa a primeira e segunda atualização manual foram realizadas; após isso foram alteradas as propriedades dos cabos (terceira atualização manual) e finalmente foram realizadas mudanças nas propriedades do tabuleiro, correspondendo à quarta atualização. Estas alterações foram determinadas com base nas principais simplificações realizadas no processo de modelagem, como descrito previamente.

As aletas presentes nas duas extremidades do tabuleiro, que foram previamente modeladas como dois pontos distantes 1,535m do eixo central em cada lado da ponte, após a primeira atualização manual passaram a ser representadas por apenas um ponto em cada lado da ponte localizado sobre o eixo central. Uma segunda atualização foi também realizada sobre a mesma condição de contorno (aletas) em relação às restrições de movimento. As restrições que eram determinadas na direção transversal (direção Z) e longitudinal (direção X) foram alteradas para restrição apenas na direção transversal. Os resultados encontrados para o valor médio, o máximo e mínimo da porcentagem de variação da frequência entre todos os modos de vibração podem ser vistos na Tabela 7. 22 para a primeira atualização manual (modelo 1AM) e na Tabela 7. 23 para a segunda atualização manual (modelo 2AM).

Tabela 7. 22 – Resultados estatísticos para a primeira atualização manual (mudanças nas conexões do tabuleiro).

Porcentagem de variação de freqüência (FER %) - Primeira atualização manual					
Modo de vibração	FER médio [%]	FER máximo [%]	modo(máximo)	FER mínimo [%]	Modo (mínimo)
Torsional	7,68	16,71	4	2,77	11
Vertical	7,28	12,70	5	1,94	7
Lateral	3,67	4,84	1	2,01	3

Tabela 7. 23 – Resultados estatísticos para a segunda atualização manual (mudanças nas conexões do tabuleiro).

Porcentagem de variação de freqüência (FER %) - Segunda atualização manual					
Modo de vibração	FER médio [%]	FER máximo [%]	modo(máximo)	FER mínimo [%]	Modo (mínimo)
Torsional	4,15	14,16	4	0,46	7
Vertical	6,19	14,21	1	1,48	7
Lateral	3,47	6,45	2	0,70	4

A terceira atualização manual foi então realizada sobre as propriedades dos cabos na tentativa de incorporar a presença de uma região sólida criada quando da conexão das barras de um cabo com outro. Os resultados encontrados para o valor médio, o máximo e o mínimo da porcentagem de variação da freqüência entre todos os modos de vibração para a terceira atualização podem ser vistos na Tabela 7. 24 para a alteração realizada sobre o modelo numérico inicial (modelo 3AM/a) e na Tabela 7. 25 para a alteração realizada sobre o modelo 2AM (modelo 3AM/b).

Tabela 7. 24 – Resultados estatísticos para a terceira atualização manual – modelo 3AM/a (mudanças nos cabos da ponte).

Porcentagem de variação de freqüência (FER %) - Terceira atualização manual sobre o modelo EF inicial					
Modo de vibração	FER médio [%]	FER máximo [%]	modo(máximo)	FER mínimo [%]	Modo (mínimo)
Torsional	5,76	16,36	4	0,80	2
Vertical	7,06	12,42	5	1,87	8
Lateral	4,79	10,25	2	0,55	3

Tabela 7. 25 – Resultados estatísticos para a terceira atualização manual – modelo 3AM/b (mudanças nos cabos da ponte).

Porcentagem de variação de freqüência (FER %) - Terceira atualização manual sobre o modelo 2AM					
Modo de vibração	FER médio [%]	FER máximo [%]	modo(máximo)	FER mínimo [%]	Modo (mínimo)
Torsional	4,80	14,83	4	0,74	2
Vertical	6,74	14,35	1	2,39	4
Lateral	2,76	4,78	1	1,11	3

No caso do tabuleiro da ponte, as propriedades dos materiais para a região central e para as passarelas de pedestres, que apresentavam valores iguais, foram alteradas para dois tipos diferentes de materiais. Essas mudanças foram aplicadas sobre a massa específica, considerando 800 Kg/m³ para a parte da passarela e 1500 Kg/m³ para a parte central. Esta foi a quarta atualização manual realizada, sendo efetuada sobre o modelo previamente atualizado 2AM, que até então era o modelo que apresentava a melhor correlação como o modelo experimental. O modelo encontrado nesta atualização foi o modelo S, modelo base para a futura atualização automática. Nas Tabelas 7. 26 a 7. 28 os resultados encontrados para o índice MAC e a porcentagem de variação da frequência entre os modos experimentais e numéricos manualmente atualizado (modelo S) são apresentados.

A Tabela 7. 26 apresenta uma comparação entre os modos verticais experimentais e numéricos, obtidos do modelo em elementos finitos. Pode-se notar que a máxima porcentagem de variação da frequência existente é de 10% para o modo V5. O valor médio desta diferença (índice FER) entre os modos de vibração é de 4,71%. O índice MAC apresenta um valor médio entre todos os modos de 0,976.

Tabela 7. 26 – Índices MAC e FER entre os modos verticais experimentais e numéricos manualmente atualizados.

Número do modo experimental	V 1	V 2	V 3	V 4	V 5	V 6	V 7	V 8	V 9	V 10	V 11	V 12
Número do modo numérico	2	4	19	27	27	43	55	62	69	73	89	96
MAC	0,992	0,998	0,992	0,919	0,960	0,992	0,962	0,979	0,940	0,993	0,995	0,992
FER [%]	5,00%	5,02%	7,23%	1,34%	10,00%	8,04%	1,48%	3,96%	3,37%	5,12%	3,28%	2,65%

A Tabela 7. 27 apresenta uma comparação entre os modos torsionais experimentais e numéricos, obtidos do modelo em elementos finitos. Pode-se notar que a máxima porcentagem de variação da frequência existente é de 14,14% para o modo T4. O valor médio desta diferença (índice FER) entre todos os modos de vibração é de 4,03%. O índice MAC apresenta um valor médio entre todos os modos de 0,954.

Tabela 7. 27 – Índices MAC e FER entre os modos torsionais experimentais e numéricos manualmente atualizados.

Número do modo experimental	T 1	T 2	T 3	T 4	T 5	T 6	T 7	T 8	T 9	T 10	T 11
Número do modo numérico	3	10	23	23	36	36	54	59	68	78	95
MAC	0,991	0,983	0,988	0,954	0,926	0,934	0,973	0,912	0,963	0,905	0,970
FER [%]	2,78%	1,08%	4,30%	14,14%	0,17%	9,41%	0,53%	1,40%	7,16%	0,55%	2,83%

A Tabela 7. 28 apresenta uma comparação entre os modos laterais experimentais e numéricos, obtidos do modelo em elementos finitos. Pode-se notar que a máxima porcentagem de variação da frequência existente é de 4,88% para o modo L1. O valor médio desta diferença (índice FER) entre todos os modos de vibração é de 2,52%. O índice MAC apresenta um valor médio entre todos os modos de 0,8745.

Tabela 7. 28 – Índices MAC e FER entre os modos laterais experimentais e numéricos manualmente atualizados.

Número do modo experimental	L 1	L 2	L 3	L 4
Número do modo numérico	1	12	24	37
MAC	0,774	0,915	0,942	0,867
FER [%]	4,88%	1,83%	2,69%	0,67%

Na Figura 7. 57 são apresentados os valores médios de porcentagem de variação da frequência para os 4 modelos atualizados manualmente e para o modelo inicial.

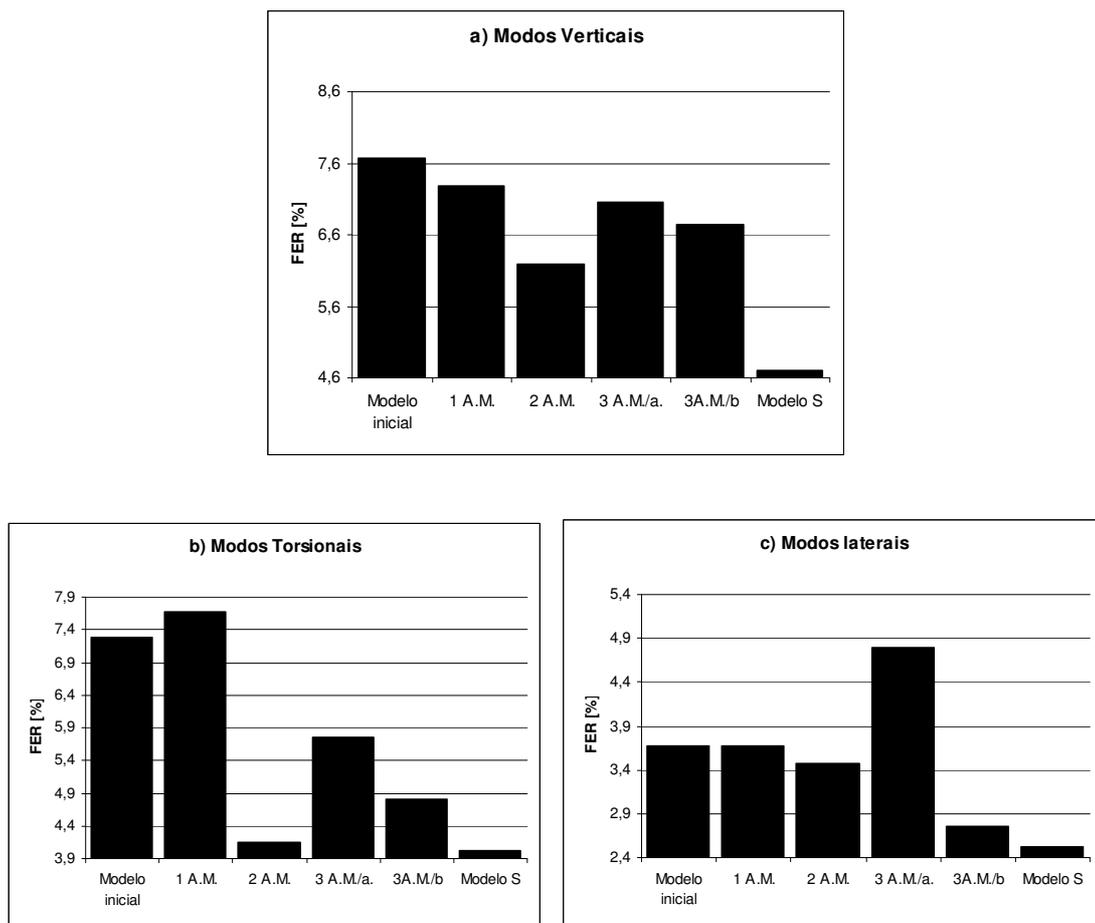


Figura 7. 57 –Porcentagem de variação de frequência média entre todos os a) modos verticais, b) modos torsionais e c) modos laterais.

As frequências naturais para os modos dominantes do tabuleiro do modelo manualmente atualizado, modelo S, são apresentadas nas Tabela 7. 29 a 7.31.

Tabela 7. 29 – Frequências naturais dos modos verticais obtidos da análise numérica do modelo S, manualmente atualizado, da ponte pênsil de Clifton.

Modos Verticais		
Número do modo	Frequência natural (Hz)	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte
2	0,278	1
4	0,403	2
18	0,588	2
19	0,610	3
22	0,662	3
27	0,810	4
43	1,054	5
48	1,287	6
53	1,349	6
55	1,363	6
56	1,365	6
62	1,588	0
63	1,619	7
65	1,621	7
69	1,696	7
73	1,987	8
82	2,167	8
89	2,395	9
96	2,817	10
106	2,997	10

Tabela 7. 30 – Frequências naturais dos modos laterais obtidos da análise numérica do modelo S, manualmente atualizado, da ponte pênsil de Clifton.

Modos Laterais		
Número do modo	Frequência natural (Hz)	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte (Excluindo os das extremidades)
1	0,228	0
9	0,501	1
31	0,894	2
42	1,027	1
45	1,248	2

Tabela 7. 31 – Frequências naturais dos modos torsionais obtidos da análise numérica do modelo S, manualmente atualizado, da ponte pênsil de Clifton.

Modos torsionais		
Número do modo	Frequência natural (Hz)	Número de nodos ao longo do tabuleiro da ponte
3	0,346	1
6	0,465	2
7	0,478	2
10	0,503	2
17	0,586	2
20	0,611	2
21	0,657	3
23	0,726	3
26	0,788	3
29	0,848	4
36	0,968	4
44	1,239	5
47	1,281	6
50	1,326	6
52	1,346	6
54	1,360	5
57	1,394	6
58	1,569	6
59	1,571	6
68	1,679	6
70	1,866	7
78	2,032	7
79	2,124	7
80	2,140	7
81	2,154	6
92	2,435	8
95	2,632	8
103	2,949	9
104	2,982	9
105	2,987	8

7.7 - ATUALIZAÇÃO AUTOMÁTICA

O processo de atualização automática da ponte de Clifton foi totalmente desenvolvido no ANSYS, utilizando principalmente suas ferramentas de otimização. Com o intuito de facilitar a compreensão desta etapa, esta foi dividida em duas partes: o pré-processamento, onde os parâmetros para a realização da atualização são definidos, e a atualização automática, onde a rotina computacional é aplicada, os parâmetros são iterativamente refinados e o modelo é atualizado.

7.7.1 - Pré-processamento para atualização automática

No pré-processamento as variáveis de estado, os parâmetros de atualização, a função objetivo e suas respectivas restrições são definidas. A seleção dos parâmetros de atualização, do espaço de projeto confiável, da variável de estado e da função objetivo são passos cruciais na atualização de modelo, visto que estas são as variáveis que definem o problema de otimização.

7.7.1.1 - Variáveis de estado

Um total de 27 variáveis de estado foram definidas, $n_f = 27$, sendo estas as porcentagens de variação entre a frequências experimentais e numéricas dos 12 modos de vibração verticais, dos 11 modos de vibração torsionais e dos 4 modos de vibração laterais, Df_1 .

Como proposto na metodologia:

$$D_f(g) = \frac{|\lambda_g^* - \lambda_g|}{\lambda_g} \quad g = (1, 2, 3, \dots, n_f) \quad (7.1)$$

Onde λ_g^* são as frequências obtidas numericamente a cada iteração (valor variável a cada iteração) e λ_g são as frequências obtidas experimentalmente (valor constante), apresentadas nas tabelas 7.13 a 7.15.

Os limites inferior e superior para as variáveis de estado foram definidos como 0 e 0,2 respectivamente.

7.7.1.2 - Parâmetros candidatos à atualização

Os parâmetros de atualização são as variáveis que são modificadas com o objetivo de melhorar a resposta do comportamento dinâmico do modelo numérico. A escolha dos parâmetros de atualização é uma tarefa difícil que não pode ser automatizada, e requer intuição considerável do analista. Como uma regra geral, somente parâmetros incertos no modelo e que apresentam sensibilidade em relação aos parâmetros modais e à função objetivo devem ser escolhidos, de outra maneira o processo de atualização será mal condicionado uma vez que não se dispõe de informações suficientes para estimar os parâmetros de maneira precisa.

Todos os parâmetros candidatos à atualização estão listados na Tabela 7. 32, onde pode-se observar a presença de 6 parâmetros relacionados ao tabuleiro da ponte, 16 parâmetros relacionados aos cabos, 4 parâmetros relacionados aos tirantes e 12 parâmetros relacionados às vigas.

Tabela 7. 32 – Parâmetros candidatos a atualização.

Partes da Ponte Pênsil de Clifton													
TABULEIRO				CABOS			TIRANTES			VIGAS			
Elementos		Vão central			Vãos laterais			Longarinas		Transversinas		Parapeito	
A	B	A	B	C	A	B	C	Único	Único	Único	Único	Único	Único
PROPRIEDADES													
Módulo de elasticidade													
Massa específica													
espessura													
Momento de inércia em relação a direção Y													
Momento de inércia em relação a direção Z													
Momento torsional de inércia													

7.7.1.3 - Espaço confiável de projeto – Análise aleatória

Uma vez definidos os parâmetros candidatos à atualização, deve-se fazer uma análise aleatória sobre eles com o intuito de definir o espaço confiável de projeto. Nesta pesquisa, a análise aleatória foi realizada para todos os parâmetros candidatos a atualização, com vistas a aprimorar a metodologia de análise. Contudo, essa ação deve ser efetuada apenas para os parâmetros dos quais não se conhece a faixa de variação provável, ou para parâmetros relativos a partes da estrutura com possíveis danos.

Na análise aleatória sobre a ponte de Clifton adotou-se para a função objetivo $\alpha = 0,8$ e $\beta = 0,2$ para todas as 27 frequências em análise. Os espaços confiáveis de projeto para os parâmetros candidatos à atualização encontram-se na Tabela 7. 33, com a definição dos seus limites superiores e inferiores. Na Figura 7. 58 , a título de ilustração, pode-se ver o gráfico com os resultados da análise aleatória de um dos parâmetros candidatos à atualização em relação à função objetivo; os valores no eixo y dos limites da elipse representada correspondem aos limites superiores e inferiores para o parâmetro em análise e desta forma define o seu espaço confiável de projeto.

Massa específica dos cabos sobre o vão central

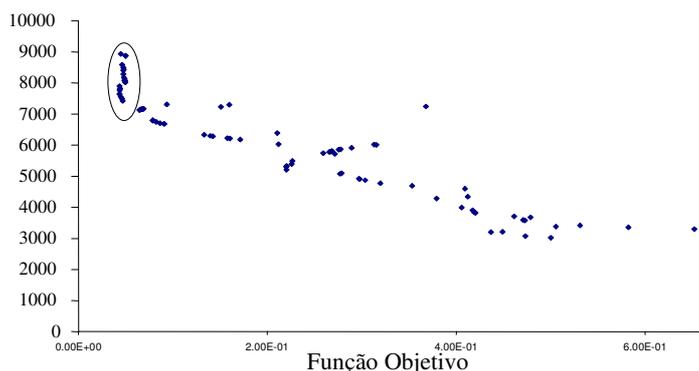


Figura 7. 58 - Gráfico obtido com a análise aleatória – Massa específica dos cabos sobre o vão central x função objetivo.

Tabela 7. 33 – Espaço confiável de projeto para os parâmetros candidatos a atualização.

		Partes da Ponte Pênsil de Clifton													
		TABULEIRO			CABOS			TIRANTES			VIGAS				
Elemento		Vão central		Vãos laterais			Único	Único	Único	Único					
PROPRIEDADES		A	B	A	B	C	A	B	C	Único	Único	Único	Único		
Módulo de elasticidade	limite inferior	1,70E+09	1,70E+09	1,00E+11			1,00E+11			1,90E+10	1,90E+10	1,90E+10	1,90E+10	N/m ²	
	limite superior	1,70E+12	1,70E+12	3,00E+11			3,00E+11			2,20E+11	2,20E+11	2,20E+11	2,20E+11	N/m ²	
Massa específica	limite inferior	700	700	7000			7000			6000	6000	6000	6000	Kg/m	
	limite superior	1800	1800	9000			9000			9000	9000	9000	9000	Kg/m	
espessura	limite inferior	0,001	0,001											m	
	limite superior	0,002	0,002											m	
Momento de inércia em relação a direção Y	limite inferior				6,70E-04	2,80E-04	8,64E-04	1,89E-03	2,85E-03	4,01E-03	1,85E-07	1,27E-05		3,21E-06	m ⁴
	limite superior				2,67E-03	2,28E-03	1,06E-03	3,89E-03	4,85E-03	6,01E-03	3,85E-07	3,27E-05		5,21E-06	m ⁴
Momento de inércia em relação a direção Z	limite inferior				2,43E-04	3,10E-05	1,90E-05	2,57E-04	2,93E-04	3,28E-04	1,85E-07	1,57E-03		2,51E-03	m ⁴
	limite superior				4,30E-05	2,31E-04	2,19E-04	4,57E-04	4,93E-04	5,28E-04	3,85E-07	3,57E-03		4,51E-03	m ⁴
Momento torsional de inércia	limite inferior											2,78E-06		8,61E-07	m ⁴
	limite superior											4,78E-06		1,06E-06	m ⁴

7.7.1.4 - Parâmetros de atualização – Análise de sensibilidade

Após definidos os parâmetros candidatos à atualização e suas restrições, deve ser realizada uma análise de sensibilidade sobre esses parâmetros para a definição do grau de sensibilidade destes em relação à função objetivo e às frequências naturais. Nesta pesquisa, a análise de sensibilidade foi realizada entre os 38 parâmetros candidatos e as 27 frequências naturais e modos de vibração e a função objetivo. Todas estas análises foram realizadas com vistas a aprimorar a metodologia de análise, devido ao estudo sobre a ponte de Clifton estar sendo realizado a título de pesquisa para definição da metodologia de análise.

Para esclarecer quais as contribuições mais importantes de todas as análises de sensibilidade realizadas para a definição dos parâmetros de atualização, as avaliações dos resultados foram realizadas em três etapas, uma para os parâmetros candidatos pertencentes ao tabuleiro, outra para os pertencentes aos cabos e tirantes da estrutura, e finalmente uma avaliação dos resultados das análises ligadas aos parâmetros candidatos pertencentes às vigas da estrutura. Assim, após tais avaliações foram escolhidos os parâmetros de atualização.

No primeiro conjunto, a massa específica, o módulo de elasticidade e a espessura do tabuleiro foram escolhidos como parâmetros candidatos à atualização. Os gráficos que mostram a sensibilidade destes parâmetros em relação à função objetivo podem ser vistos na Figura 7. 59. De acordo com esses resultados, o módulo de elasticidade e massa específica do tabuleiro foram escolhidos para atualização. Quatro parâmetros foram escolhidos entre os seis parâmetros em análise.

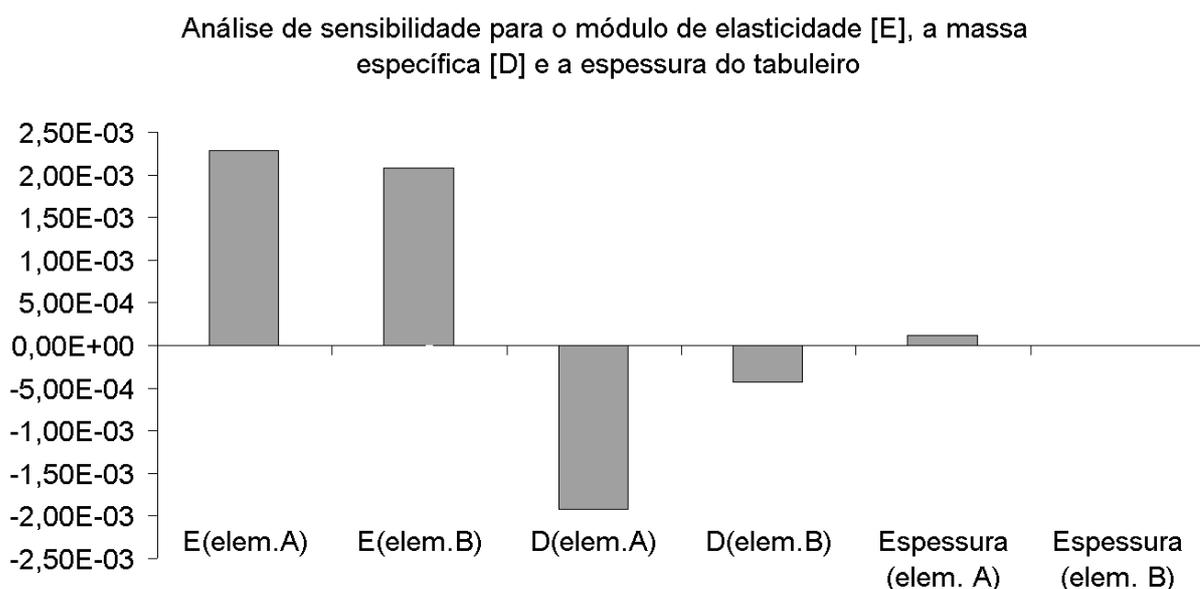


Figura 7. 59 – Análise de sensibilidade para os parâmetros candidatos a atualização do tabuleiro.

No segundo conjunto, a massa específica, o módulo de elasticidade e o momento de inércia em relação à direção Z e Y dos cabos e tirantes foram escolhidos como parâmetros candidatos a atualização. Os gráficos que mostram a sensibilidade destes parâmetros em relação à função objetivo podem ser vistos nas Figuras 7.60 e 7.61. De acordo com esses resultados a massa específica e módulo de elasticidade dos cabos para o vão central e os

vãos laterais, e o momento de inércia em relação à direção Z para os cabos centrais (elementos A, B e C), cabos laterais (elemento C) e tirantes foram então escolhidos para atualização. Nove parâmetros foram escolhidos entre os vinte parâmetros candidatos.

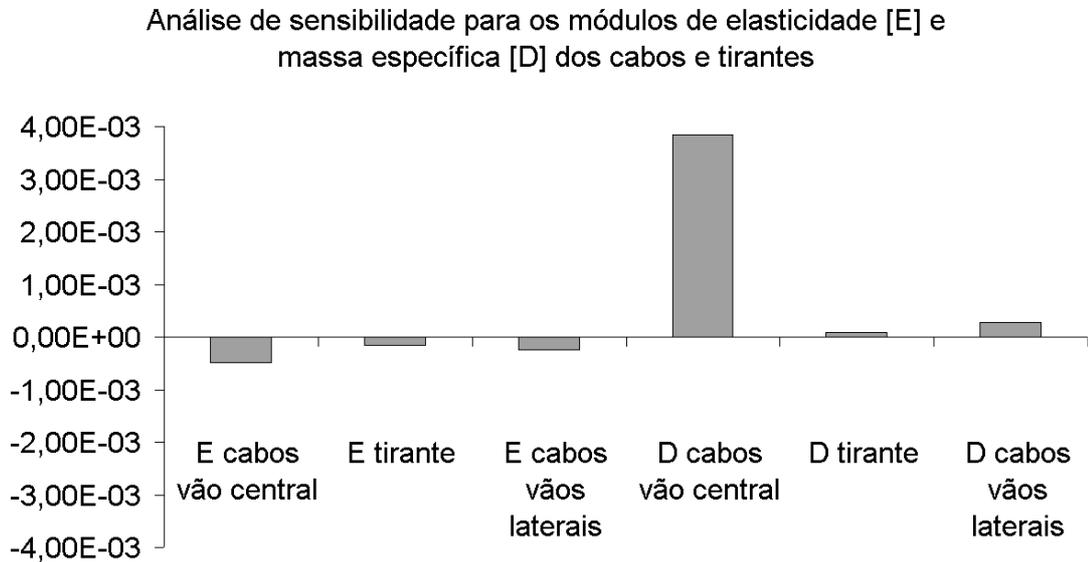


Figura 7. 60 – Análise de sensibilidade para os parâmetros candidatos a atualização dos cabos e tirantes (massa específica e módulo de elasticidade).

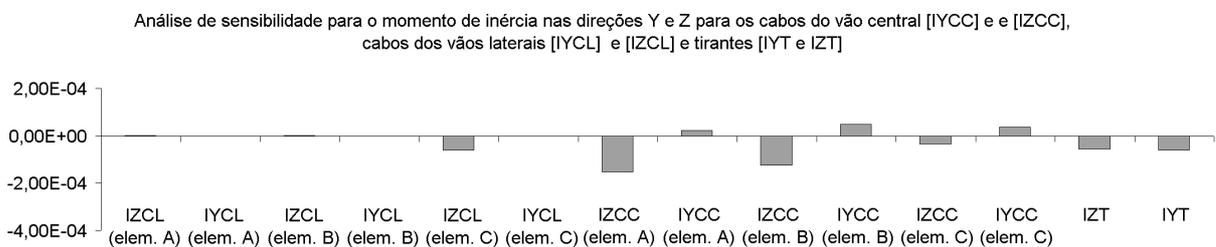


Figura 7. 61 – Análise de sensibilidade para os parâmetros candidatos a atualização dos cabos e tirantes (momento de inércia em relação a direção Y e Z).

No terceiro conjunto, o módulo de elasticidade e o momento de inércia em relação à direção Z e Y e momento de inércia torsional das vigas foram escolhidos como parâmetros candidatos à atualização. Os gráficos que mostram a sensibilidade destes parâmetros em relação à função objetivo podem ser vistos na Figura 7. 62. De acordo com esses resultados a massa específica da seção transversal, o módulo de elasticidade e o momento de inércia em relação à direção Z para os parapeitos e as longarinas foram então escolhidos para atualização. Cinco parâmetros foram escolhidos entre os dezoito parâmetros candidatos.

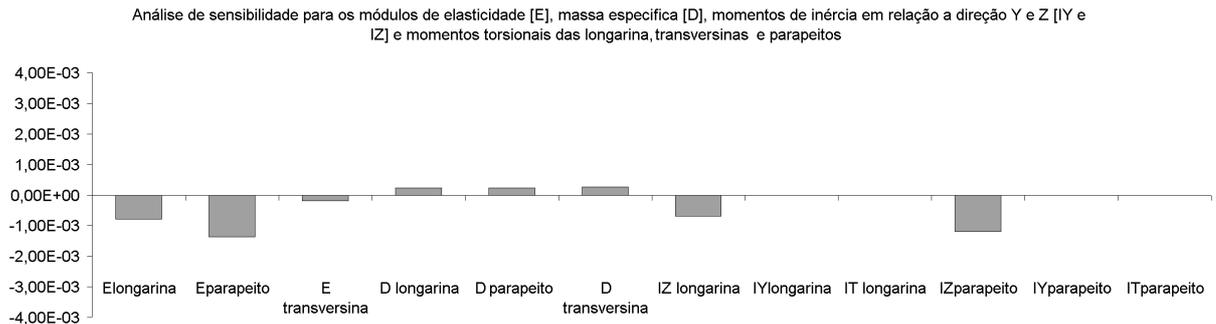


Figura 7. 62 – Análise de sensibilidade para os parâmetros candidatos à atualização das vigas.

Um total de 18 parâmetros foi escolhido para atualização, como pode ser visto na Tabela 7.34.

Tabela 7. 34 – Parâmetros de atualização.

Partes da Ponte Pênsil de Clifton														
TABULEIRO				CABOS			TIRANTES			VIGAS				
		Vão central			Vãos laterais			Longarinas		Transversinas	Parapeito			
		Elementos	A	B	A	B	C	A	B	C	Único	Único	Único	Único
PROPRIEDADES														
Módulo de elasticidade														
Massa específica														
espessura														
Momento de inércia em relação a direção Y														
Momento de inércia em relação a direção Z														
Momento torsional de inércia														

Parâmetros de atualizados (selecionados)

7.7.1.5 - Função objetivo

A função objetivo corresponde à variável dependente que se pretende minimizar. Neste trabalho ela foi formulada em termos da diferença entre os modos de vibração e as frequências do modelo numérico e experimental. A soma das equações (7.2) e (7.3) corresponde à função objetivo utilizada:

$$f_{o1}(a) = \sum_{g=1}^w \alpha_g \left(\frac{\lambda_g^* - \lambda_g}{\lambda_g} \right)^2, \quad 0 \leq \alpha_g \leq 1 \quad (7.2)$$

$$f_{o2}(a) = \sum_{g=1}^w \beta_g M_g, \quad 0 \leq \beta_g \leq 1 \quad (7.3)$$

onde α_g é o fator de peso para o autovalor do modo g, adotado como 0,8 para todas as 27 frequências em análise, β_g é o fator de peso para o modo g, adotado como 0,2 para todas

as 27 frequências em análise, λ_g^* é o autovalor numérico do modo numérico correlacionado ao modo experimental g, λ_g é o autovalor do modo experimental g, e M_g é uma função relacionada ao modo g de vibração.

Para a faixa de tolerância da função objetivo, que corresponde à determinação do grau de aceitação de um valor diferente de zero, foi adotado um valor de 0.1×10^{-4} .

7.7.2 - Atualização automática

Uma vez definidos os parâmetros de atualização na etapa de pré-processamento, a atualização automática é realizada. Muitas atualizações foram executadas; contudo, neste item apenas uma das atualizações será apresentada. Os resultados encontrados para a correlação entre o modelo atualizado e o modelo experimental podem ser vistos nas tabelas e figuras abaixo.

A Tabela 7. 35 apresenta uma comparação entre os modos verticais experimentais e numéricos obtidos do modelo em elementos finitos. Pode-se notar que a máxima porcentagem de variação da frequência existente é de 7,25% para o modo V5. O valor médio desta diferença (índice FER) entre os modos de vibração é de 2,67%. O índice MAC apresenta um valor médio entre todos os modos de 0,968.

Tabela 7. 35 – Índices MAC e FER entre os modos verticais experimentais e numéricos atualizados.

Número do modo experimental	V 1	V 2	V 3	V 4	V 5	V 6	V 7	V 8	V 9	V 10	V 11	V 12
Número do modo numérico	2	4	22	27	27	43	55	62	69	77	94	102
MAC	0,992	0,997	0,961	0,925	0,954	0,987	0,991	0,961	0,927	0,952	0,995	0,978
FER [%]	3,85%	3,14%	2,13%	1,68%	7,25%	4,85%	0,60%	2,56%	0,47%	0,51%	2,43%	2,67%

A Tabela 7. 36 apresenta uma comparação entre os modos torsionais experimentais e numéricos obtidos do modelo em elementos finitos. Pode-se notar que a máxima porcentagem de variação da frequência existente é de 7,44% para o modo T6. O valor médio desta diferença (índice FER) entre todos os modos de vibração é de 3,01%. O índice MAC apresenta um valor médio entre todos os modos de 0,955.

Tabela 7. 36 – Índices MAC e FER entre os modos torsionais experimentais e numéricos atualizados.

Número do modo experimental	T 1	T 2	T 3	T 4	T 5	T 6	T 7	T 8	T 9	T 10	T 11
Número do modo numérico	3	7	23	26	38	38	54	61	68	78	93
MAC	0,991	0,972	0,984	0,931	0,928	0,929	0,990	0,952	0,963	0,912	0,958
FER [%]	1,66%	2,38%	2,28%	5,87%	2,01%	7,44%	0,96%	0,96%	5,37%	2,25%	1,96%

A Tabela 7. 37 apresenta uma comparação entre os modos laterais experimentais e numéricos obtidos do modelo em elementos finitos. Pode-se notar que a máxima porcentagem de variação da frequência existente é de 3,74% para o modo L3. O valor médio desta diferença (índice FER) entre todos os modos de vibração é de 2,67%. O índice MAC apresenta um valor médio entre todos os modos de 0,884.

Tabela 7. 37 – Índices MAC e FER entre os modos laterais experimentais e numéricos atualizados.

Número do modo experimental	L 1	L 2	L 3	L 4
Número do modo	1	10	24	36
MAC	0,773	0,972	0,940	0,851
FER [%]	2,64%	2,63%	3,74%	1,69%

As frequências naturais experimentais e os índices FER e as frequências naturais do modelo numérico inicial e do modelo atualizado podem ser vistos nas Tabelas 7.38, 7.39 e 7.40 para os modos verticais, torsionais e verticais respectivamente.

Tabela 7. 38 – Frequências naturais experimentais e numéricas e índices FER para os modos verticais do modelo numérico inicial e do modelo atualizado.

Modos Verticais					
Número do modo experimental	Frequência Natural (Hz) (experimental)	Frequência Natural (Hz) (Modelo atualizado aut. - MAA)	FER (MAA) (%)	Frequência Natural (Hz) (Modelo numérico inicial - MNI)	FER (MNI) (%)
V 1	0,293	0,282	3,85%	0,268	8,45%
V 2	0,424	0,411	3,14%	0,387	8,75%
V 3	0,657	0,671	-2,13%	0,592	9,97%
V 4	0,821	0,835	-1,67%	0,786	4,30%
V 5	0,900	0,835	7,25%	0,786	12,70%
V 6	1,146	1,090	4,85%	1,028	10,34%
V 7	1,383	1,391	-0,60%	1,356	1,94%
V 8	1,653	1,611	2,57%	1,584	4,17%
V 9	1,755	1,763	-0,47%	1,587	9,59%
V 10	2,094	2,083	0,51%	1,940	7,34%
V 11	2,476	2,536	-2,43%	2,348	5,17%
V 12	2,894	2,971	-2,67%	2,761	4,60%

Tabela 7. 39 - Frequências naturais experimentais e numéricas e índices FER para os modos torsionais do modelo numérico inicial e do modelo atualizado.

Modos torsionais					
Número do modo experimental	Frequência Natural (Hz) (experimental)	Frequência Natural (Hz) (Modelo atualizado aut. - MAA)	FER (MAA) (%)	Frequência Natural (Hz) (Modelo numérico inicial - MNI)	FER (MNI) (%)
T 1	0,356	0,350	1,66%	0,334	6,27%
T 2	0,498	0,486	2,38%	0,468	6,12%
T 3	0,759	0,742	2,28%	0,705	7,16%
T 4	0,846	0,796	5,87%	0,761	10,05%
T 5	0,970	0,989	-2,01%	0,889	8,36%
T 6	1,069	0,989	7,44%	0,946	11,51%
T 7	1,367	1,380	-0,96%	1,210	11,51%
T 8	1,593	1,608	-0,96%	1,541	3,24%
T 9	1,808	1,711	5,37%	1,669	7,69%
T10	2,043	2,089	-2,25%	1,980	3,10%
T11	2,559	2,509	1,96%	2,488	2,77%

Tabela 7. 40 - Frequências naturais experimentais e numéricas e índices FER para os modos laterais do modelo numérico inicial e do modelo atualizado.

Modos Laterais					
Número do modo experimental	Frequência Natural (Hz) (experimental)	Frequência Natural (Hz) (Modelo atualizado aut. - MAA)	FER (MAA) (%)	Frequência Natural (Hz) (Modelo numérico inicial - MNI)	FER (MNI) (%)
L 1	0,240	0,234	2,64%	0,228	4,83%
L 2	0,524	0,510	2,63%	0,506	3,40%
L 3	0,746	0,774	-3,74%	0,705	5,55%
L 4	0,965	0,981	-1,69%	1,008	-4,44%

Na Figura 7. 63 pode-se ver o gráfico que mostra como a função objetivo varia durante o processo de iteração na atualização automática, onde 18 parâmetros foram atualizados. Os valores dos parâmetros atualizados podem ser vistos na Tabela 7.41.

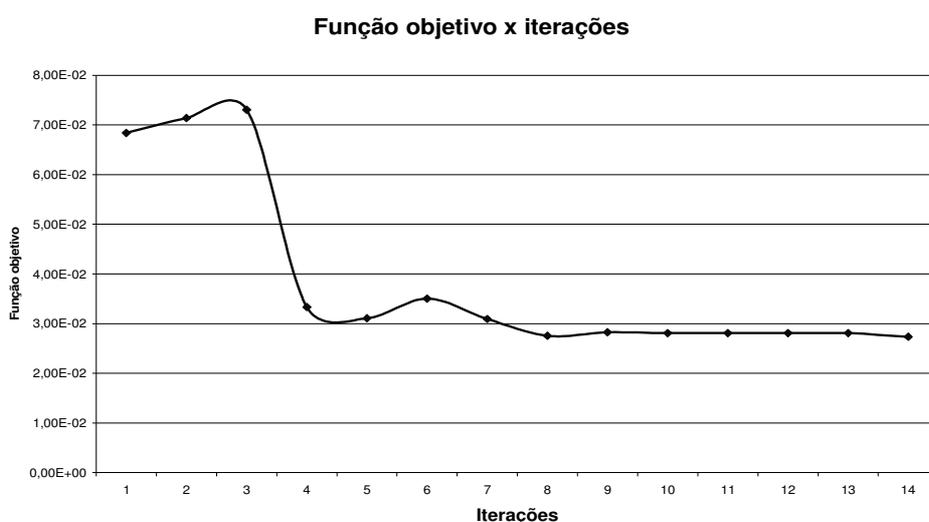


Figura 7. 63 – Função objetivo x iterações.

Tabela 7. 41- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática.

Parâmetros de atualização	unidade	Modelo atualizado manualmente	Modelo atualizado automaticamente
Parâmetros do tabuleiro			
Módulo de elasticidade da passarela (elemento A)	N/m ²	1,00E+10	1,34E+10
Módulo de elasticidade da parte central (elemento B)	N/m ²	1,00E+10	1,22E+10
Massa específica da passarela	Kg/m	1500	1495,1
Massa específica da parte central	Kg/m	800	793,37
Parâmetros dos cabos e tirantes			
Massa específica dos cabos sobre o vão central	Kg/m	7800	7574,9
Massa específica dos cabos sobre o vãos laterais	Kg/m	7800	7528,9
Módulo de elasticidade dos cabos vão central	N/m ²	1,92E+11	1,93E+11
Módulo de elasticidade dos cabos vãos laterais	N/m ²	1,92E+11	1,93E+11
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos nos vãos laterais (elemento C)	m ⁴	4,28E-04	4,29E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos no vão central (elemento A)	m ⁴	1,43E-04	1,53E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos no vão central (elemento B)	m ⁴	1,31E-04	1,36E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos no vão central (elemento C)	m ⁴	1,19E-04	1,19E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos tirantes	m ⁴	2,85E-07	2,87E-07
Parâmetros das vigas			
Módulo de elasticidade das longarinas	N/m ²	1,92E+11	2,40E+11
Módulo de elasticidade dos parapeitos	N/m ²	1,92E+11	1,93E+11
Momento de inércia em relação a direção Z das longarinas	m ⁴	2,57E-03	2,75E-03
Momento de inércia em relação a direção Z dos parapeitos	m ⁴	3,51E-03	3,66E-03
massa específica das transversinas	Kg/m	7800	7707,3

7.7.3 - Histórico do processo de atualização automática da ponte pênsil de Clifton

Com o intuito de avaliar o processo de atualização automática diferentes análises foram realizadas alterando os parâmetros de atualização ou a tolerância adotada para a função objetivo. A Figura 7. 64 apresenta a variação da função objetivo em função do número de iterações de algumas das análises realizadas.

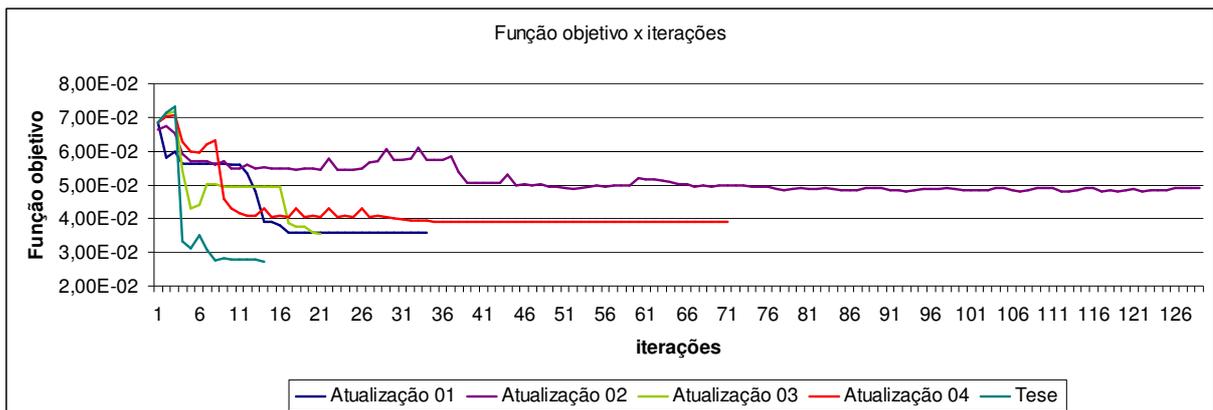


Figura 7. 64 – Função objetivo x iterações para 5 diferentes projetos de atualização automática.

Para a atualização 01 os parâmetros foram escolhidos com base na análise de sensibilidade considerando todos os parâmetros ao mesmo tempo sem separá-los por partes da ponte como feito no estudo anterior. O gráfico com a análise de sensibilidade pode ser visto na

Figura 7. 65. Vinte parâmetros foram escolhidos, sendo estes: os módulos de elasticidade e as massas específicas das vigas (parapeitos, longarinas e transversinas), dos cabos (vão central e vãos laterais), dos tirantes; os momentos de inércia em relação à direção Z das vigas (parapeitos, longarinas e transversinas), dos cabos (todos os elementos do vão central e apenas o elemento c dos vãos laterais) e tirantes e o módulo de elasticidade do elemento A do tabuleiro. Os resultados encontrados para os parâmetros atualizados podem ser vistos na Tabela 7.42.

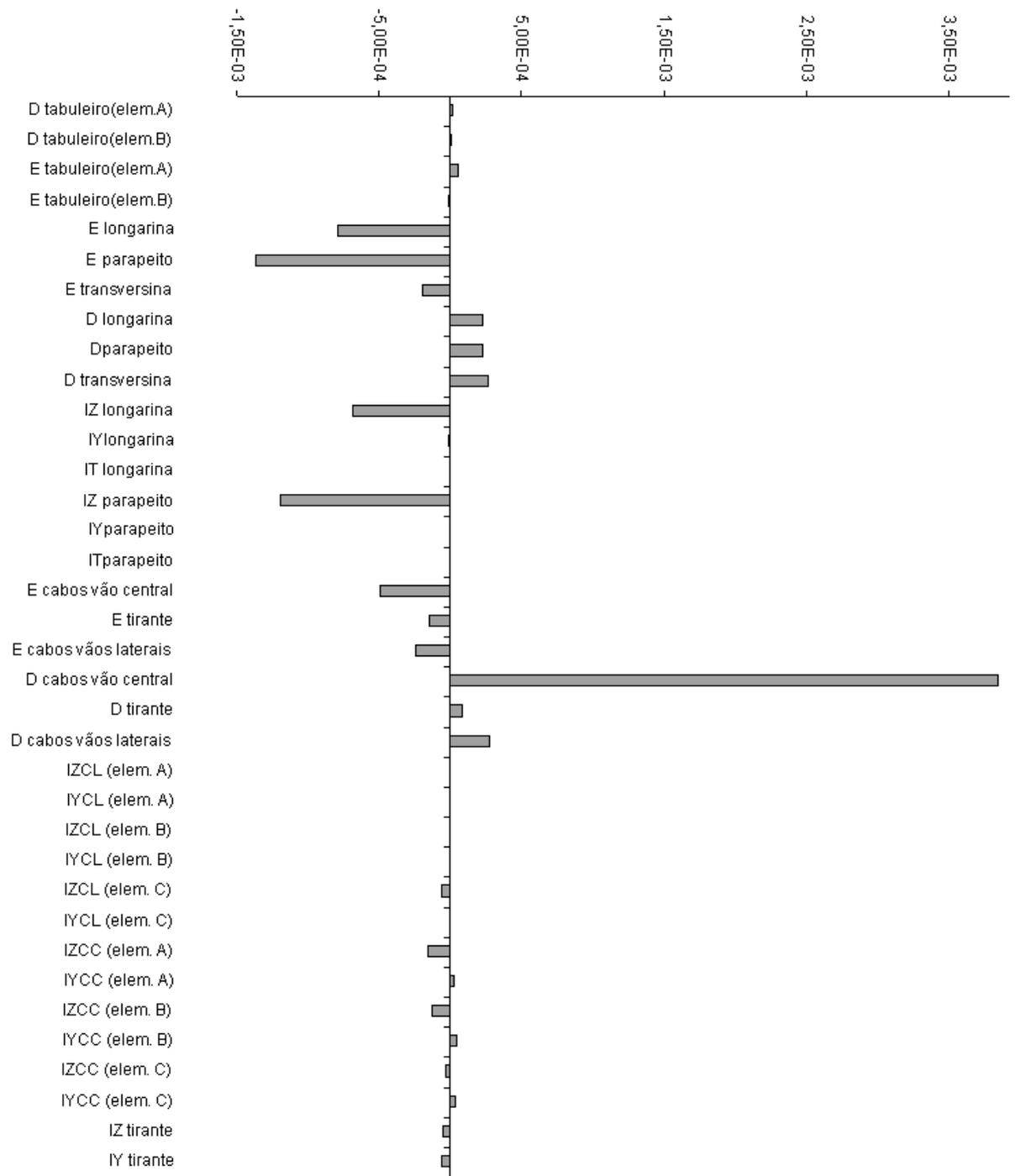


Figura 7. 65 – Análise de sensibilidade para todos os parâmetros candidatos a atualização automática em relação a função objetivo (atualização automática 01).

Tabela 7. 42- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática 01.

Parâmetros de atualização		Modelo atualizado manualmente	Modelo atualizado automaticamente
Parâmetros do tabuleiro	unidade		
Módulo de elasticidade da passarela (elemento A)	N/m ²	1,00E+10	3,19E+09
Parâmetros dos cabos e tirantes			
Massa específica dos cabos sobre o vão central	Kg/m	7800	7803,9
Massa específica dos cabos sobre o vãos laterais	Kg/m	7800	7856
Massa específica dos tirantes	Kg/m	7800	7798,8
Módulo de elasticidade dos cabos vão central	N/m ²	1,92E+11	1,92E+11
Módulo de elasticidade dos cabos vãos laterais	N/m ²	1,92E+11	1,92E+11
Módulo de elasticidade dos tirantes	N/m ²	1,92E+11	1,92E+11
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos nos vãos laterais (elemento C)	m ⁴	4,28E-04	4,28E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos no vão central (elemento A)	m ⁴	1,43E-04	1,43E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos no vão central (elemento B)	m ⁴	1,31E-04	1,31E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos no vão central (elemento C)	m ⁴	1,19E-04	1,19E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos tirantes	m ⁴	2,85E-07	2,85E-07
Parâmetros das vigas			
Módulo de elasticidade das longarinas	N/m ²	1,92E+11	2,78E+11
Módulo de elasticidade dos parapeitos	N/m ²	1,92E+11	2,00E+11
Módulo de elasticidade dos parapeitos	N/m ²	1,92E+11	1,99E+11
Momento de inércia em relação a direção Z das longarinas	m ⁴	2,57E-03	2,57E-03
Momento de inércia em relação a direção Z dos parapeitos	m ⁴	3,51E-03	3,52E-03
Massa específica das longarinas	Kg/m	7800	7801,4
Massa específica das parapeito	Kg/m	7800	7800,2
Massa específica das transversinas	Kg/m	7800	3000,8

Para a atualização 02 (Merce *et al.*, 2007) os parâmetros candidatos à atualização foram apenas as massas específica e os módulos de elasticidade dos componentes estruturais da ponte. A análise de sensibilidade foi realizada entre esses parâmetros e as variáveis de estado. O gráfico que mostra a sensibilidade destes parâmetros em relação ao somatório da sensibilidade das variáveis de estado pode ser visto na Figura 7. 66.

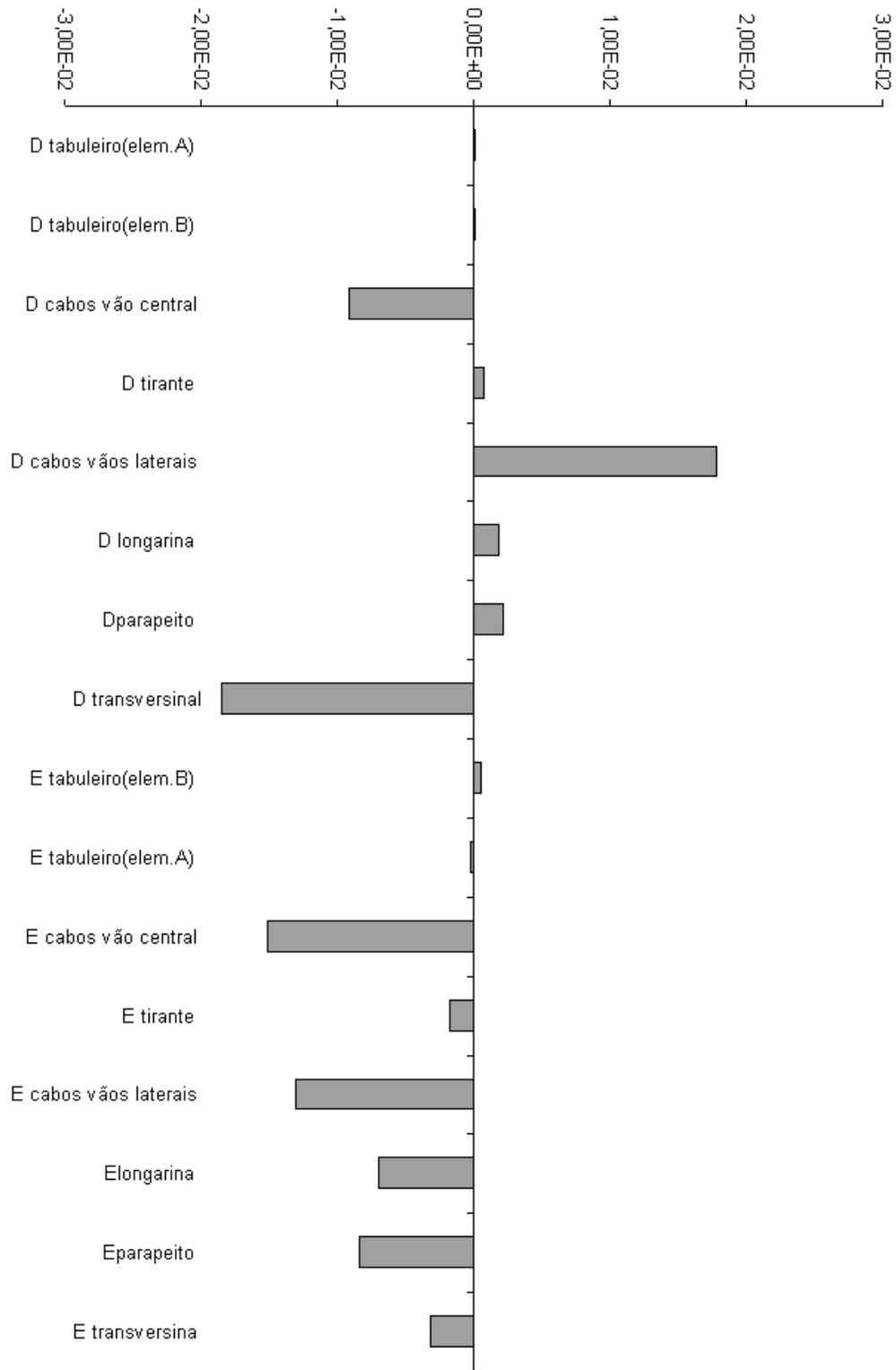


Figura 7. 66 – Análise de sensibilidade para as massas específicas e módulo de elasticidade de toda a estrutura da ponte e as variáveis de estado (atualização automática 02).

Da análise, apenas cinco parâmetros foram escolhidos para atualização, sendo estes: os módulos de elasticidade e as massas específica dos cabos (vão central e vãos laterais) e a massa específica das transversinas. Os resultados encontrados para os parâmetros atualizados podem ser vistos na Tabela 7. 43.

Tabela 7. 43- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática 02.

Parâmetros de atualização		Modelo atualizado manualmente	Modelo atualizado automaticamente
Parâmetros dos cabos e tirantes			
	unidade		
Massa específica dos cabos sobre o vão central	Kg/m	7800	7016,1
Massa específica dos cabos sobre o vãos laterais	Kg/m	7800	7101,9
Módulo de elasticidade dos cabos vão central	N/m ²	1,92E+11	1,90E+11
Módulo de elasticidade dos cabos vãos laterais	N/m ²	1,92E+11	2,10E+11
Parâmetros das vigas			
Massa específica das transversinas	Kg/m	7800	4522,7

Para a atualização 03 os mesmos parâmetros de atualização utilizados na atualização 01 foram utilizados, apenas o limite inferior para a massa específica das transversinas foi alterado (variando de 3000 kg/m para 6000 kg/m).

Tabela 7. 44- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática 03.

Parâmetros de atualização		Modelo atualizado manualmente	Modelo atualizado automaticamente
Parâmetros do tabuleiro			
	unidade		
Módulo de elasticidade da passarela (elemento A)	N/m ²	1,00E+10	2,97E+11
Parâmetros dos cabos e tirantes			
Massa específica dos cabos sobre o vão central	Kg/m	7800	7669,8
Massa específica dos cabos sobre o vãos laterais	Kg/m	7800	7786
Massa específica dos tirantes	Kg/m	7800	7796,2
Módulo de elasticidade dos cabos vão central	N/m ²	1,92E+11	1,93E+11
Módulo de elasticidade dos cabos vãos laterais	N/m ²	1,92E+11	1,86E+11
Módulo de elasticidade dos tirantes	N/m ²	1,92E+11	1,84E+11
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos nos vãos laterais (elemento B)	m ⁴	4,28E-04	4,28E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos no vão central (elemento A)	m ⁴	1,43E-04	1,42E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos no vão central (elemento B)	m ⁴	1,31E-04	1,21E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos cabos no vão central (elemento C)	m ⁴	1,19E-04	1,18E-04
Momento de inércia em relação a direção Z dos tirantes	m ⁴	2,85E-07	2,86E-07
Parâmetros das vigas			
Módulo de elasticidade das longarinas	N/m ²	1,92E+11	3,04E+11
Módulo de elasticidade dos parapeitos	N/m ²	1,92E+11	1,81E+11
Módulo de elasticidade dos parapeitos	N/m ²	1,92E+11	1,89E+11
Momento de inércia em relação a direção Z das longarinas	m ⁴	2,57E-03	2,41E-03
Momento de inércia em relação a direção Z dos parapeitos	m ⁴	3,51E-03	3,40E-03
Massa específica das longarinas	Kg/m	7800	7760,5
Massa específica das parapeito	Kg/m	7800	7690,1
Massa específica das transversinas	Kg/m	7800	7453,9

Para a atualização 04 todas as massas específicas foram consideradas como parâmetros de atualização. A análise de sensibilidade não foi observada para a realização desta atualização. Os resultados encontrados para os parâmetros atualizados podem ser vistos na Tabela 7. 45.

Tabela 7. 45- Parâmetros de atualizados antes e após a atualização automática 04.

Parâmetros de atualização	unidade	Modelo atualizado manualmente	Modelo atualizado automaticamente
Parâmetros do tabuleiro			
Massa específica da passarela	Kg/m	1500	1493,2
Massa específica da parte central	Kg/m	800	700
Parâmetros dos cabos e tirantes			
Massa específica dos cabos sobre o vão central	Kg/m	7800	7000
Massa específica dos cabos sobre o vãos laterais	Kg/m	7800	7215,8
Massa específica dos tirantes	Kg/m	7800	6339,4
Parâmetros das vigas			
Massa específica das longarinas	Kg/m	7800	6000
Massa específica dos parapeitos	Kg/m	7800	6000
Massa específica das transversinas	Kg/m	7800	3000

A Tabela 7. 46 apresenta o valor máximo, o mínimo e o médio da porcentagem de variação de frequência (FER) existente entre os modos verticais experimentais e os numéricos obtidos por meio das quatro atualizações mostradas neste item.

Tabela 7. 46- Porcentagem de variação das frequências entre os modos verticais experimentais e os numéricos obtidos pelas quatro atualizações automáticas.

Porcentagem de variação de frequência (FER %) - Modos Verticais					
Atualização	FER médio [%]	FER máximo [%]	modo(máximo)	FER mínimo [%]	Modo (mínimo)
Atualização 01	2,945%	6,580%	5	0,065%	7
Atualização 02	2,937%	8,477%	5	0,313%	12
Atualização 03	3,055%	7,107%	12	0,085%	10
Atualização 04	2,304%	7,893%	5	0,308%	3

A Tabela 7.47 apresenta a máxima, a mínima e a média da porcentagem de variação da frequência (FER) existente entre os modos torsionais experimentais e os numéricos obtidos através das quatro atualizações mostradas neste item.

Tabela 7. 47- Porcentagem de variação das frequências entre os modos torsionais experimentais e os numéricos obtidos pelas quatro atualizações automáticas.

Porcentagem de variação de frequência (FER %) - Modos Torsionais					
Atualização	FER médio [%]	FER máximo [%]	modo(máximo)	FER mínimo [%]	Modo (mínimo)
Atualização 01	2,908%	7,568%	6	0,229%	11
Atualização 02	2,725%	7,162%	6	1,385%	7
Atualização 03	2,946%	8,385%	6	0,197%	8
Atualização 04	3,129%	11,533%	4	0,210%	11

A Tabela 7. 48 apresenta o valor máximo, o mínimo e o médio da porcentagem de variação da frequência (FER) existente entre os modos laterais experimentais e os numéricos obtidos por meio das quatro atualizações mostradas neste item.

Tabela 7. 48- Porcentagem de variação das frequências entre os modos laterais experimentais e os numéricos obtidos pelas das quatro atualizações automáticas.

Porcentagem de variação de frequência (FER %) - Modos Laterais					
Atualização	FER médio [%]	FER máximo [%]	modo(máximo)	FER mínimo [%]	Modo (mínimo)
Atualização 01	1,919%	3,417%	2	0,663%	1
Atualização 02	2,075%	3,414%	4	0,831%	3
Atualização 03	1,692%	2,848%	3	1,026%	1
Atualização 04	2,880%	5,150%	3	1,231%	1

8 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

8.1 - CONCLUSÕES

Com base na pesquisa realizada neste trabalho são apresentadas abaixo as conclusões. Inicialmente, sobre os resultados obtidos da análise da ponte de Clifton utilizando a metodologia proposta. Logo após, a metodologia para identificação do comportamento de pontes existentes é avaliada e a atenção é focada sobre a sua capacidade de gerar de forma satisfatória a representação do comportamento das pontes.

8.1.1 - Conclusões sobre a análise realizada sobre a ponte pênsil de Clifton

Planejamento do processo de medição

Para a implementação de um sistema de ensaios dinâmicos, a determinação do posicionamento dos sensores é muito importante para garantir que o ensaio seja observável (Apêndice B). Na metodologia apresentada foram propostos dois métodos de otimização do posicionamento dos sensores. O método de Lim-Gawronsky modificado (LGM) e o método de identificação efetiva-resíduo do ponto principal (EFI-DPR). Os modos e frequências de vibração de doze modos predominantemente verticais obtidos a partir do modelo numérico da ponte pênsil de Clifton foram utilizados nestas análises. Observando os resultados apresentados nesta análise pode-se concluir que:

- Aplicando o método LGM foi possível determinar um conjunto de posições de sensores que proporcionasse a identificação dos modos de vibração. Para esta análise foram utilizados como dados apenas as amplitudes nos pontos candidatos à localização dos sensores dos modos de vibração desejados obtidos a partir do modelo numérico da ponte. As principais vantagens encontradas na aplicação deste método foram a possibilidade de conhecimento da contribuição de cada ponto candidato à localização de sensores, assim como a possibilidade de consideração de simetria modal. A principal desvantagem encontrada estava relacionada ao fato de não existência de um parâmetro que considerasse a força do sinal no processo de classificação.
- Aplicando o método EfI-DPR foi possível determinar um conjunto de posições de sensores que proporcionasse a identificação dos modos de vibração quase que igualmente espaçados ao longo do tabuleiro da ponte. Para esta análise foram utilizados como dados as

frequências de vibração dos modos desejados obtidos a partir do modelo numérico da ponte e as amplitudes destes nos pontos candidatos à localização dos sensores. As principais vantagens encontradas na aplicação deste método foram a consideração da força do sinal no momento da classificação das posições dos sensores e também a possibilidade de determinação implícita de um número razoável de sensores a ser considerado. A determinação implícita do número de sensores foi obtida pelo gráfico do determinante da matriz Fisher em função do número de sensores eliminados. Uma queda acentuada no valor do determinante pode ser considerada como o ponto do número razoável de sensores.

- Comparando os dois métodos pode-se concluir que, apesar de ambos apresentarem soluções satisfatórias capazes de identificar os modos desejados, o método EfI-DPR apresentou algumas vantagens: a configuração apresentada foi melhor espaçada, as formas modais foram identificadas de uma forma ligeiramente melhor e além disto nenhuma escolha manual dos pontos de posicionamento de sensores foi necessária, visto que as escolhas são feitas automaticamente.

Para utilização na metodologia proposta acredita-se que a aplicação dos dois métodos seja de fundamental importância para a determinação da localização ótima dos sensores, visto que são métodos rápidos e fáceis, que fornecem informações úteis. O método LGM, apesar de não apresentar os melhores resultados, fornece um gráfico onde pode-se observar bem a importância de cada ponto candidato a sensor para a identificação dos modos; já o método EfI-DPR possibilita uma melhor escolha da posição dos sensores e também fornece um gráfico que ajuda a interpretar se o número de sensores a ser utilizado é adequado ou se encontra-se muito inferior ao necessário.

Processo de identificação do modelo modal experimental

O processo de identificação do modelo modal experimental da ponte foi realizado utilizando os dados coletados do ensaio sobre a ponte de Clifton. Apenas a identificação utilizando o método IWCM foi realizada utilizando dados coletados em oito diferentes seções transversais do tabuleiro da ponte, identificação realizada por Macdonald (2007). Para a aplicação dos outros 3 métodos propostos foram utilizados dados de apenas três seções. Este número não garante que a forma modal seja completamente identificada, mas

permite que as frequências naturais da estrutura sejam determinadas. Observando os quatro métodos utilizados para a identificação dos parâmetros modais pode-se concluir que:

- Em relação às frequências, os valores apresentaram grande similaridade, com uma diferença média entre as frequências inferior a 2 % para os modos verticais, inferior a 3,4 % para os modos torsionais e inferior a 2,7 % para os modos laterais. Os resultados obtidos por meio dos métodos IWCM e PPP apresentaram uma boa correlação, acredita-se que por serem dois métodos de identificação no domínio da frequência. Contudo, o método que apresentou melhor correlação com os outros métodos foi o SSICOV/ref, principalmente para os modos predominantemente torsionais.
- Em relação aos modos de vibração pode-se dizer que aproximadamente 70 % dos modos de vibração identificados pelos 4 diferentes métodos apresentaram uma boa correlação. Uma porcentagem boa, visto que foram utilizados apenas dados de três sensores. Para o caso do método de detecção de pico este baixo número de seções medidas não afeta muito os resultados visto que neste método não é utilizada uma correlação dos dados para o cálculo dos modos.
- Segundo os resultados obtidos pode-se concluir que os métodos estocásticos de identificação, SSI-COV/ref e SSI-DAT/ref, podem ser aplicados a estruturas de pontes.

Para a utilização na metodologia acredita-se que a aplicação de dois métodos, o de detecção de pico e um dos outros três, é de fundamental importância para a determinação do modelo modal experimental. A aplicação do método de detecção de pico é indicada pelo fato de ser um método de fácil implementação, que mostra graficamente a distribuição da força contida no sinal e possibilita a fácil identificação das frequências naturais da ponte.

Processo de atualização manual do modelo numérico

A atualização manual, segundo pode-se observar na análise realizada sobre a ponte de Clifton, nada mais é do que a construção de diferentes modelos numéricos para comparação com o modelo modal experimental. Essa realização é muito útil visto que melhora significativamente a correlação entre o modelo experimental e o numérico, como pode-se observar nos resultados obtidos na análise da ponte de Clifton. A principal vantagem desta atualização está no fato de que as alterações no modelo são realizadas em

pontos que não podem ser representados por variáveis, o que faz do processo um complemento à atualização automática uma vez que supre as limitações deste.

Processo de atualização automática do modelo numérico

O processo de atualização automática foi dividido em duas etapas, o pré-processamento e a atualização em si. O pré-processamento corresponde à etapa onde o projeto de otimização é definido e a atualização corresponde à aplicação do método de otimização de primeira ordem a este processo.

O pré-processamento é a etapa mais importante visto que uma má definição das variáveis do projeto (variáveis de estado, função objetivo, parâmetros de atualização e suas respectivas restrições) gerará uma atualização do parâmetro numérico mal condicionada. Pode-se concluir em relação à atualização automática que:

- A consideração de parâmetros de atualização que representam um grupo de elementos, conforme apresentados no processo de atualização da ponte de Clifton, é uma ferramenta de projeto muito útil para aplicação em estruturas de grande porte como as pontes. Esta consideração proporciona uma considerável redução no número de parâmetros de atualização, fato importante visto que existe uma limitação de variáveis de projeto no processo de otimização utilizado.
- A análise de sensibilidade utilizada para a definição dos parâmetros de atualização verifica o grau de sensibilidade dos parâmetros candidatos à atualização em relação à função objetivo e também em relação a todas as variáveis de estado. Os resultados obtidos com tal análise podem proporcionar a verificação de qual é o parâmetro que influencia em uma determinada frequência, fato muito útil quando apenas uma frequência apresenta diferença considerável em relação à frequência experimental em questão. Além de todas as vantagens já aprestadas por esta análise, esta etapa apresenta um rápido processamento em ANSYS. A análise de sensibilidade também é capaz de identificar o sentido da variação do parâmetro de atualização, determinando se esta é diretamente ou inversamente proporcional à variação da variável de estado ou da função objetivo. Segundo observado nas análises de sensibilidades realizadas sobre a ponte de Clifton pode-se observar que a densidade do cabo foi um dos parâmetros que alterava bem as variáveis dependentes da ponte.

- A análise aleatória utilizada para a definição dos limites dos parâmetros candidatos à atualização é uma etapa questionável de incorporação na metodologia proposta visto que o tempo de processamento é grande e apresenta resultados similares aos apresentados pela análise de sensibilidade. A vantagem de utilização desta análise está no fato de que pode-se conhecer até que ponto a alteração de um parâmetro de atualização auxilia na minimização da função objetivo, ou seja, a determinação de um ponto de mínimo a partir do qual a alteração do parâmetro causa aumento na função objetivo.
- As variáveis de estado utilizadas no processo de otimização corresponderam à expectativa visto que foram escolhidas variáveis dependentes das variáveis de projeto (ou parâmetros de atualização) e ao mesmo tempo dependentes dos parâmetros experimentais, proporcionando assim uma ligação entre estes dois conjuntos de valores (os parâmetros a serem atualizados e os parâmetros experimentais).
- A escolha da função objetivo assim como a determinação de sua tolerância são fatores que podem alterar consideravelmente o projeto. A convergência do processo ocorre em função da tolerância adotada. Uma tolerância muito pequena ocasionará a não convergência do projeto de atualização. A tolerância adotada para o projeto da ponte de Clifton permitiu que a porcentagem de variação média de frequência entre o modelo numérico e experimental apresentasse uma variação de 2 a 3%. Em relação aos valores de α e β , presentes na função objetivos, pode-se constatar que estes devem ser determinados para cada análise modal experimental realizada visto que estes parâmetros variam de acordo com a qualidade do modelo modal experimental adquirido.

8.1.2 - Conclusões sobre a metodologia de atualização de modelos numéricos

A metodologia para identificação do comportamento de pontes existentes utilizando modelos numéricos com base em dados experimentais foi avaliada com o intuito de verificar as principais vantagens apresentadas por esta, assim como ressaltar os pontos de incerteza e imprecisão.

A forma utilizada na metodologia para identificação do comportamento das pontes, conforme pode-se observar no fluxograma da Figura 2. 2, foi realizada por meio de dois tipos de modelagem, a modelagem numérica e a modelagem modal experimental. A escolha destes modelos deveu-se basicamente ao fato de serem modelos que se completam, visto que o modelo numérico apresenta um grande nível de detalhamento da estrutura,

enquanto o modelo modal experimental apresenta um grau de precisão considerável. No entanto, pode-se concluir, em relação aos componentes constituintes da metodologia, que as modelagens utilizadas são capazes de representar as estruturas com um nível de detalhes satisfatório e com uma precisão confiável caso as vantagens de cada tipo de modelagem utilizada sejam ressaltadas.

Observando a forma de ligação entre estes modelos, o que se constata é que ao final da aplicação da metodologia proposta todas as formas de inspeções, ou representações da estrutura são incorporadas ao modelo numérico atualizado, ou seja, diferentes tipos de dados, obtidos de diferentes tipos de análises são coletadas da estrutura, seja na forma de inspeção visual, de testes locais, ou até mesmo de testes dinâmicos e são incorporados em apenas um modelo, o modelo numérico atualizado. Pode-se concluir por intermédio desta observação que o modelo obtido, que servirá como base para a avaliação da ponte em análise, apresenta uma precisão em relação ao comportamento real da ponte maior que qualquer outro modelo, visto que este agrupa as vantagens das representações constituintes individuais além de tentar eliminar ao máximo as desvantagens destes.

Em relação à modelagem numérica sugerida para uso nesta metodologia acredita-se que a maior contribuição tenha sido a utilização de elementos tipo mola com rigidez variável para representação das conexões, apoios e/ou interação solo-estrutura, assim como a utilização de elementos diferentes com propriedades variáveis, denominados elementos fracos, para simulação de possíveis danos determinados na estrutura quando da inspeção visual. A consideração destes parâmetros como variáveis permite que no processo de atualização estes sejam determinados com maior precisão para representação do comportamento da estrutura.

Finalmente, pode-se concluir que o modelo gerado com o uso de tal metodologia, isto é, o modelo numérico atualizado, servirá de base para qualquer avaliação futura da estrutura, construindo assim possíveis cenários do comportamento da mesma frente a diferentes ações.

8.2 - SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Apesar das extensivas pesquisas relacionadas a modelos dinâmicos numéricos de pontes, o estudo realizado tem revelado que alguns outros tópicos podem ser necessários e de interesse. Assim, verifica-se que ainda há uma vasta área de trabalhos a serem

desenvolvidos, sendo destacadas nos parágrafos seguintes, algumas das questões mais importantes a serem abordadas em trabalhos futuros.

Aplicação da metodologia proposta em outros tipos de pontes – Apesar desta metodologia ter sido avaliada com dados oriundos da ponte de Clifton e apresentarem resultados satisfatórios, seria importante que outros tipos de pontes fossem analisados para que a metodologia possa ser aprimorada.

Aplicação da metodologia proposta em outras estruturas civis – A aplicação desta metodologia para atualização de outros tipos de estruturas, como por exemplo, torres de telecomunicação, seria um outro campo de aplicação. Essa ação pode ser realizada visto que a exigência básica da metodologia proposta é que a estrutura possa ser representada a partir de modelos numéricos em elementos finitos e que o seu modelo modal possa ser obtido com base em dados experimentais.

Utilização do modelo atualizado como base para avaliação de estrutura – Baseado no fato de que danos nas estruturas provocam alteração nas matrizes do sistema e consequentemente alterações no seu comportamento modal. A utilização do modelo atualizado como uma ferramenta para avaliação do dano em estruturas pode ser estudada. Um monitoramento contínuo da estrutura, seguido de seqüências de atualizações do modelo numérico pode possibilitar a identificação de pontos de dano.

Implementação de um método de otimização específico para utilização no processo de atualização – O método de otimização de primeira ordem utilizado no processo de atualização do modelo numérico de pontes constitui um método interno do program ANSYS. Um estudo de outros métodos de otimização aconselháveis para aplicação no processo de atualização e futura implementação como subrotina em ANSYS pode fornecer melhores resultados no processo de atualização de pontes. Aconselha-se também o uso de redes neurais e algoritmo genético para a atualização automática.

Verificação de outros tipos de dados para incorporação ao modelo numérico atualizado – A atualização do modelo numérico foi realizada com base apenas em dados de ensaios dinâmicos. A incorporação de dados oriundos de outros tipos de ensaios, como de prova de carga, ou até mesmo dados climáticos, como a temperatura no momento do ensaio, para atualização do modelo numérico pode gerar um modelo com características mais próximas da realidade.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

Alampalli, S., 1998. Remote bridge-monitoring systems: New York's experience. *Proc. SPIE, 3400, 433-441, Structural Materials Technology III: An NDT Conference, San Antonio, TX, March.*

Amani, M. G. e Riera, J. D., 2002. Determinación de las propiedades dinámicas de sistemas sometidos a excitaciones ambientales aleatórias. *Jornadas Sul-americanas de Engenharia Estrutural, UnB, Brasil.*

ANSYS, 1999. User manual, Revision 5.6. *Swanson Analysis System.*

Assis, W. S., 2007. Sistemas computacionais de apoio à monitoração de estruturas de engenharia civil. *Tese de Doutorado em Engenharia de Estruturas. Departamento de Engenharia de Estruturas e Fundações, Escola Politécnica da Universidade de São Paulo, SP.*

Barlon, W. H., 1867. Description of the Clifton Suspension Bridge. *Minutes Proc. ICE, 26, 243-257. (Reprinted in Proc. ICE, Bridge Engineering, 2003, 156 (1), 5-10).*

Bayeard, D. S., Hadaegh, F. Y. e Meldrum, D. R., 1988. Optimal experiment design for identification of large space structures. *Automatica (Journal of IFAC) 24, 357 - 364.*

Bennett, D., 1999. The Creation of Bridges. *Quintet Publishing Limited, London.*

Brasiliano, A. S., 2005. Identificação de Sistemas e Atualização de Modelos Numéricos com Vista a Avaliação da Integridade Estrutural. *Tese de Doutorado em Estruturas e Construção Civil, publicação PECC.TD-06A/05. Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, DF.*

Brincker, R., Zhang, L. e Andersen, P., 2000. Modal identification from Ambient responses using Frequency Domain Decomposition. *Proc. of the 18th International Modal Analysis Conference (IMAC), San Antonio, Texas.*

Brincker, R., Andersen, P. e Cantieni, R., 2001. Identification and level I damage detection of The Z24 Highway Bridge. *Experimental Techniques 25 (6), 51-57.*

Brownjohn, J.M.W. e Xia, P-Q., 2000. Dynamic Assessment of Curved Cable-Stayed Bridge by Model Updating, *ASCE, J. Struct. Engrg.*, 126(2):252-60.

Brownjohn, J. M. W., Xia, P., Hao, H. Xia, Y., 2001. Civil structure condition assessment by FE model updating: methodology and case studies. *Finite Elements in Analysis and Design*, 37, 761-775.

Catbas, F. N., Grimmelsman, K. A. e Aktan, A.E., 2000. Structural identification of Commodore Barry Bridge. *Proceedings of SPIE, Nondestructive Evaluation of Highways, Utilities, and Pipelines IV, Mar 7-Mar 9, Newport Beach, CA, 3995*, 84-97.

Chen, C., 1999. Linear System Theory and Design, 3rd ed., *Oxford University Press, New York*.

Cherng, An-Pan, 2003. Optimal Sensor Placement for Modal Parameter Identification using Signal Subspace Correlation Techniques. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 17(2), 361 – 378.

Choi, S., Park, S., Bolton, R., Stubbs, N. e Sikorsky, C., 2004. Periodic monitoring of physical property changes in a concrete box-girder bridge. *Journal of Sound and Vibration* 278 (1-2), 365-381.

Chung, W. e Sotelino, E. D., 2006. Three-dimensional finite element modeling of composite girder bridges. *Engineering Structures*, 28(1), 63-71.

Coletti, D. A., 2002. Analytical and Field Investigation of Roma Suspension Bridge. *Journal of Bridge Engineering*, 7 (3), 156 – 165.

Costa, C., Arêde, A. e Costa, A., 2002. Modelação e análise do comportamento da ponte da Lagoncinha sob a acção do tráfego rodoviário. *Seminário sobre A intervenção no Patrimônio. Práticas de Conservação e Reabilitação*.

Cremona, C., Barbosa, F.S. e Alvandi, A., 2003. Identification Modale sous Excitation Ambiente: Application à la Surveillance des Ponts. *Mécanique & Industries*, 4, 259 – 271.

Cunha, A. J. P., Lima, N. A. e Souza, V. C. M., 1998. Acidentes Estruturais na Construção Civil ,Vol. 2. *Editores Pini, São Paulo*.

- Cunha, A. e Caetano, E., 2004. Reanálise dos ensaios dinâmicos da ponte Vasco da Gama com base no Método de Identificação Estocástica por Sub-espços. *SÍSMICA 2004 - 6º Congresso Nacional de Sismologia e Engenharia Sísmica*.
- Doebbling, S. W., Hemez, F. M., Peterson, L. D. e Farhat, C., 1997. Improved damage location accuracy using strain energy-based mode selection criteria. *Journal of American Institute of Aeronautics and Astronautics (AIAA)*, 35(4), 693-699.
- Ewins, D. J., 2000. Modal testing: Theory, Practice and Application. *Research Studies Press LTD. Baldock, Hertfordshire, England. Second Edition*.
- Farrar, C. R. e James III, G. H., 1997. System Identification from Ambient Vibration Measurements on a Bridge. *Journal of Sound and Vibration*, 205(1), 1-18.
- Folhaonline, 2005. Congestionamento em ponte que desabou atinge 15 km de extensão [modificado em 06 de Janeiro de 2005 - 18h50] [citado em 14 de Junho de 2007 - 14h50]. Disponível em URL: <http://www1.folha.uol.com.br/folha/cotidiano/ult95u104729.shtml>
- Friswell, M. I. e Mottershead, J. E., 1995. Finite Element Model updating in structural dynamics. *Kluwer Academic Publishers, London, vol. 38*.
- GALEB, 2002. Os Cartões Postais do Brasil [modificada 4 de junho de 2002 12h16]. [citado em 14 de Junho de 2007 - 14h00]. Disponível em URL: <http://galeb.etf.bg.ac.yu/~pirate/galeria/brasil-postais/ponte%20rio-niteroi.jpg>
- Galvín, P. e Domínguez, J., 2007. Dynamic analysis of a cable-stayed deck steel arch bridge. *Journal of Constructional Steel Research*, 63(8), 1024-1035.
- Garibaldi, L., Marchesiello, S. e Bonisoli, E., 2003. Identification and up-dating over the Z24 benchmark. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 17(1), 153–161.
- Gawronski, W. e Lim, K. B., 1996. Balanced actuator and sensor placement for flexible structures. *International Journal of Control*, 65, 131-145.
- He, X. e De Roeck, G., 1997. System Identification of Mechanical Structures by a High-Order Multivariate Autoregressive Model. *Computers & Structures*, 64(1-4), 341-351.

- Heo, G., Wang, M. L. e Satpathi, D., 1997. Optimal transducer placement for health monitoring of long span bridge. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* 16, 495-502.
- Hermans, L. e Auweraer, Van der H., 1999. Modal Testing and Analysis of Structures under Operational Conditions: Industrial Applications. *Mechanical System and Signal Processes*, 13(2), 193-216.
- Huang, C. S., 2001. Structural Identification from Ambient Vibration Measurement Using the Multivariate AR Model. *Journal of Sound and Vibration*, 241(3), 337-359.
- IHGSC, 2007. Ponte Hercílio Luz. Instituto histórico e geográfico de Santa Catarina. [citado em 28 de Maio de 2007 -12h00]. Disponível em URL: <http://www.ihgsc.org.br/destaque3.htm>
- Imamovic N., 1998. Model validation of large finite element model using test data. Ph.D. dissertation. *Imperial College London*.
- Jaishi, B. e Ren, W-X., 2005. Structural finite element model updating using ambient vibration test results. *Journal of structural engineering*, 131 (4), 617-628.
- Jaishi, B., 2005. Finite Element Model Updating of Civil Engineering Structures under Operational Conditions. Fuzhou University.
- Jones, N. P., Shi, T., Ellis, J.H. e Scalan, R. H., 1995. System-Identification Procedure for System and Input Parameters in Ambient Vibration Surveys. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 54/55, 91-99.
- Kammer, D. C., 1991. Sensor Placement for On-Orbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures. *Journal of Guidance, Control and Dynamic*, 14 (2), 251-259.
- Kammer, D. C., 1992. Effect of Noise on Sensor Placement for On-Orbit Modal Identification and Correlation of Large Space Structures. *Transactions ASME, Journal of Dynamic Systems, Measurement and Control*, 114(3), 436-443.
- Kammer, D.C., Brillhart, R.D., 1996. Optimal sensor placement for modal identification using system-realization methods. *Journal of Guidance, Control and Dynamics*, 19, 729-31.

Kammer, D. C. e Tinker, M. L., 2004. Optimal placement of triaxial accelerometers for modal vibration tests. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18, 29–41.

Kim, G.-H. e Park, Y.-S., 2004. An improved updating parameter selection method and finite element model update using multiobjective optimisation technique. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 18, 59–78.

Law, S. S., Chan, T.H.T. e Wu, D., 2001. Efficient numerical model for the damage detection of large scale, *Engineering Structures*, 23, 436–451.

Lee, J.W., Kim, J. D., Yun, C. B., Yi, J. H. e Shim, J. M., 2002. Health-Monitoring Method for Bridges under Ordinary Traffic Loadings. *Journal of Sound and Vibration*, 257(2), 247-264.

Macdonald, J.H.G., 2000. Identification of the Dynamic Behaviour of a Cable-Stayed Bridge from Full-Scale Testing During and After Construction. *PhD Thesis, Department of Civil Engineering, University of Bristol*.

Macdonald, J.H.G., 2007. Pedestrian-induced vibrations of the Clifton suspension Bridge. Para ser submetido a revista: *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*.

Merce, R. N., Brito, J. L. V., Doz, D. N., Macdonald, J. H. G. e Friswell, M. I., 2007. Finite Element Model Updating of a Suspension Bridge using Ansys Software. *Inverse Problems, Design and Optimization Symposium. Miami, Florida, U.S.A., April 16-18*.

Meo, M. e Zumpano, G., 2005. On the optimal sensor placement techniques for a bridge structure. *Engineering Structures*, 27 , 1488–1497.

Ministério do transporte, 2004. Ponte Juscelino Kubitschek - Jk [Modificado Em 09 de maio de 2004 18h13] [citado em 19 de Julho de 2007 - 11h00]. Disponível em URL: <http://www.transportes.gov.br/bit/pontes/DF/ponte%20jk/GpJK.HTM>

NBR 9452, 1986. Vistoria de Pontes e Viadutos de Concreto. *Associação Brasileira de Normas Técnicas – ABNT*.

Palazzo, G. L., 2001. Identificación del Daño Estructural a Través del Cambio en las Propiedades Dinámicas. *Tesis de Magíster en Ingeniería Estructural. Instituto de*

Estructuras. Facultad de Ciencias Exactas y Tecnología. Universidad Nacional de Tucumán.

Penner, E., 2001. Avaliação de desempenho de Sistemas Estruturais de Pontes de Concreto. *Tese de Doutorado. Escola Politécnica da Universidade de São Paulo. Brasil.*

Penny, J. E. T., Friswell, M.I. e Garvey, S. D.,1994. Automatic Choice of Measurement Location for Dynamic Testing. *AIAA Journal of Sound and Vibration*, 32(2), 407-414.

Peeters, B. e De Roeck, G., 1999. Reference-Based Stochastic Subspace Identification for Output-Only Modal Analysis. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 13(6), 855-878.

Peeters, B., 2000. System Identification and Damage Detection in Civil Engineering. *PhD thesis, Departement Burgerlijke Bouwkunde, Faculteit Toegepaste Wetenschappen, Katholieke Universiteit Leuven, Belgium.*

Peeters, B. e Ventura, C. E., 2003. Comparative Study of Modal Analysis Techniques for Bridge Dynamic Characteristics, *Mechanical Systems and Signal Processing*, 17(5), 965–988.

Ren, W.X., Blandford, G. E. e Harik, I. E, 2004. Roebling Suspension Bridge. I: Finite-Element Model and Free Vibration Response, *Journal of Bridge Engineering*, 9 (2), 110-118.

Ren, W. X.; Harik, I. E., Blandford, G. E., Lenett, M. e Baseheart, T. M., 2004. Roebling Suspension Bridge. II: Ambient Testing and Live-Load Response. *Journal of Bridge Engineering*, 9 (2), 119 -126.

Saito, T. e Yokota, H., 1996. Evaluation of Dynamic Characteristics of High-Rise Buildings Using System Identification Techniques. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 59, 299-307.

Teughels, A. e De Roeck, G., 2004. Structural damage identification of the highway bridge Z24 by FE model updating, *Journal of Sound and Vibration*, 278, 589–610.

Xu, Y. L., Ko, J. M. e Zhang, W. S., 1997. Vibration Studies of Tsing Ma Suspension Bridge. *Journal of Bridge Engineering*, 2 (4), 149-156.

- Xu, L., Guo, J. J. e Jiang, J. J., 2002. Time-Frequency Analysis of a Suspension Bridge Based on GPS. *Journal of Sound and Vibration*, 254(1), 105-116.
- Zhang, Q. W., Chang, T. Y. P. e Chang, C. C., 2001. Finite-Element Model Updating for the Kap Shui Mun Cable-Stayed Bridge, *ASC., Journal of Bridge Eng.*, 6(4), 285-293.
- Zou, Y., Tong, L. e Steven, G. P., 2000. Vibration-Based Model-Dependent Damage (Delamination) Identification and Health Monitoring for Composite Structures – A Review. *Journal of Sound and Vibration*, 230(2), 357-378.
- Wang, X., Kangas, S. Padur, D. Liu, L. Swanson. A., Helmicki, A. J. e Hunt, V. J., 2005. Overview of a Modal-Based Condition Assessment Procedure. *Journal of Bridge Engineering*, 10 (4), 460 – 467.
- Wendy, E. D. e Macdonald, J. H.G., 2007. Improved Finite Element Modelling of a Cable-Stayed Bridge through Systematic Manual Tuning. *Engineering Structures*, 29 (3), 358-371.
- Wikipédia, 2007. List of bridges by length [Modificada 27 de Maio de 2007 – 19:03] [citado em 28 de Maio de 2007 -12:00].Disponível em [URL:http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_bridges_by_length](http://en.wikipedia.org/wiki/List_of_bridges_by_length)
- Worden, K. e Burrows, A. P., 2001. Optimal sensor placement for fault detection. *Engineering Structures*, 23 , 885–901.
- Yeung, W.T. e Smith, J.W., 2005. Damage detection in bridges using neural networks for pattern recognition of vibration signatures. *Engineering Structures*, 27, 685–698.

APÊNDICE A - MODELO NO ESPAÇO DE ESTADO

A.1 - MODELO NO ESPAÇO DE ESTADO TEMPO CONTINUO

Um sistema dinâmico linear de dimensão finita pode ser definido por um conjunto de n equações diferenciais de segunda ordem (Equação (A.1)).

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}_2\dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{K}\mathbf{q}(t) = \mathbf{f}(t) \quad (\text{A.1})$$

Sendo \mathbf{M} , \mathbf{C}_2 e \mathbf{K} a matriz de massa, amortecimento e rigidez respectivamente, $\ddot{\mathbf{q}}$, $\dot{\mathbf{q}}$ e \mathbf{q} os vetores de aceleração, velocidade e deslocamento respectivamente, e $\mathbf{f}(t)$ a função de força sobre o período de interesse a certas localizações específicas. Esta equação pode, no entanto ser reescrita como um sistema de equação diferencial de primeira ordem. Uma forma comumente usada de reformulação é mostrada.

Primeiro multiplica-se a equação do movimento por \mathbf{M}^{-1} :

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}_2\dot{\mathbf{q}}(t)\mathbf{M}^{-1} + \mathbf{K}\mathbf{q}(t)\mathbf{M}^{-1} = \mathbf{f}(t)\mathbf{M}^{-1} \quad (\text{A.2})$$

cria-se o vetor de estado $\mathbf{x}(t) \in \mathbf{R}^{2n}$:

$$\mathbf{x}(t) = \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{Bmatrix} \quad (\text{A.3})$$

isola-se $\ddot{\mathbf{q}}(t)$ na Equação (A.1):

$$\ddot{\mathbf{q}}(t) = \mathbf{f}(t)\mathbf{M}^{-1} - \mathbf{C}_2\dot{\mathbf{q}}(t)\mathbf{M}^{-1} - \mathbf{K}\mathbf{q}(t)\mathbf{M}^{-1} \quad (\text{A.4})$$

Considera-se $\mathbf{f}(t) = \mathbf{B}_2\mathbf{u}(t)$

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \begin{Bmatrix} \dot{\mathbf{q}}(t) \\ \ddot{\mathbf{q}}(t) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{K}\mathbf{M}^{-1} & -\mathbf{C}_2\mathbf{M}^{-1} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \mathbf{q}(t) \\ \dot{\mathbf{q}}(t) \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_2 \end{bmatrix} \mathbf{u}(t) \quad (\text{A.5})$$

e assim, a Equação (A.1) é reescrita:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c\mathbf{u}(t) \quad (\text{A.6})$$

onde $\mathbf{A}_c \in \mathbf{R}^{2n \times 2n}$ é a matriz de estado :

$$\mathbf{A}_c = \begin{bmatrix} 0 & \mathbf{I} \\ -\mathbf{KM}^{-1} & -\mathbf{CM}^{-1} \end{bmatrix}$$

e $\mathbf{B}_c \in \mathbf{R}^{2n \times m}$ é a matriz de entrada:

$$\mathbf{B}_c = \begin{bmatrix} 0 \\ \mathbf{M}^{-1}\mathbf{B}_2 \end{bmatrix}$$

Onde m corresponde ao número de entradas e n ao número de graus de liberdade do sistema.

Se a resposta do sistema dinâmico é medida por sensores, tais como acelerômetros ou transdutores de velocidade ou deslocamento, dispostos em l pontos da estrutura, a equação de observação pode ser escrita como:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_a \ddot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}_d \mathbf{q}(t) \quad (\text{A.7})$$

onde $\mathbf{C}_a, \mathbf{C}_v$ e $\mathbf{C}_d \in \mathbf{R}^{l \times 2n}$ são matrizes de influência para aceleração, velocidade e deslocamento, respectivamente. Estas matrizes de influência descrevem a relação entre os vetores $\ddot{\mathbf{q}}(t), \dot{\mathbf{q}}(t), \mathbf{q}(t)$ e o vetor medido $\mathbf{y}(t)$. Substituindo na equação anterior tem-se:

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_a \mathbf{M}^{-1} [\mathbf{B}_2 \mathbf{u}(t) - \mathbf{C} \dot{\mathbf{q}}(t) - \mathbf{K} \mathbf{q}(t)] + \mathbf{C}_v \dot{\mathbf{q}}(t) + \mathbf{C}_d \mathbf{q}(t) \quad (\text{A.8})$$

ou

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_c \mathbf{u}(t) \quad (\text{A.9})$$

onde

$$\mathbf{C}_c = [\mathbf{C}_d - \mathbf{C}_a \mathbf{M}^{-1} \mathbf{K} \quad \mathbf{C}_v - \mathbf{C}_a \mathbf{M}^{-1} \mathbf{C}] \quad \mathbf{D}_c = \mathbf{C}_a \mathbf{M}^{-1} \mathbf{B}_2$$

Aqui $\mathbf{C}_c \in \mathbf{R}^{l \times 2n}$ é uma matriz de influência de saída para o vetor estado \mathbf{x} incluindo somente velocidade e deslocamento e $\mathbf{D}_c \in \mathbf{R}^{l \times m}$ é uma matriz de transmissão.

A matriz \mathbf{D}_c desaparece da Equação (A.9) quando não são usados acelerômetros para medição das saídas.

Assim, o modelo de estado contínuo no tempo é dado pelas Equações (A.6) e (A.9), e sua ordem do modelo é a dimensão $2n$ da matriz de estado A_c .

A.2 - MODELO DE ESPAÇO DE ESTADO DE TEMPO DISCRETO

Quando se realiza testes de vibração em estruturas, a resposta destes são obtidas em instantes de tempo discreto. Qualquer sistema dinâmico linear tendo entradas discretizadas pode ser representado por um modelo espaço estado tempo discreto como será deduzido abaixo.

Iniciamos a dedução buscando a solução da Equação (A.6).

Sabendo que:

$$\frac{d}{dt} e^{A_c t} = A_c e^{A_c t} = e^{A_c t} A_c \quad (\text{A.10})$$

multiplicando $e^{-A_c t}$ pela Equação (A.6):

$$e^{-A_c t} \dot{\mathbf{x}}(t) - e^{-A_c t} A_c \mathbf{x}(t) = e^{-A_c t} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (\text{A.11})$$

Verificando o primeiro termo da equação anterior observamos que:

$$e^{-A_c t} \dot{\mathbf{x}}(t) - e^{-A_c t} A_c \mathbf{x}(t) = \frac{d e^{-A_c t} \mathbf{x}(t)}{dt} = e^{-A_c t} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (\text{A.12})$$

integrando esta de t_0 a t tem-se:

$$e^{-A_c t} \mathbf{x}(t) \Big|_{t_0}^t = \int_{t_0}^t e^{-A_c \tau} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (\text{A.13})$$

aplicando os limites:

$$e^{-A_c t} \mathbf{x}(t) - e^{-A_c t} \mathbf{x}(t_0) = \int_{t_0}^t e^{-A_c \tau} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (\text{A.14})$$

multiplicando tudo por $e^{A_c t}$

$$\mathbf{x}(t) = e^{A_c(t-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^t e^{A_c(t-\tau)} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (\text{A.15})$$

esta equação descreve a variação com o tempo da variável de estado $\mathbf{x}(t)$ com respeito a condição inicial $\mathbf{x}(t_0)$ e a entrada $\mathbf{u}(t)$. A evolução de $\mathbf{x}(t)$ em intervalos de tempo igualmente espaçados pode ser obtido por uma representação tempo discreto da equação (A.15). Deixando tempos igualmente espaçados sendo dados por $0, 2\Delta t, \dots, (k+1)\Delta t, \dots$ onde Δt é um intervalo constante. Substituindo $t = (k+1)\Delta t$ e $t_0 = k\Delta t$ na Equação (A.15) obtemos:

$$\mathbf{x}[(k+1)\Delta t] = e^{\mathbf{A}_c((k+1)\Delta t - k\Delta t)} \mathbf{x}(k\Delta t) + \int_{t_0}^{(k+1)\Delta t} e^{\mathbf{A}_c((k+1)\Delta t - \tau)} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (\text{A.16})$$

Assumindo que $\mathbf{u}(\tau)$ é constante entre amostras de tempo, satisfazendo a relação mostrada:

$$\mathbf{u}(\tau) = \{\mathbf{u}(k\Delta t) \text{ para } k\Delta t \leq \tau < (k+1)\Delta t; k = 1, 2, 3, \dots\}$$

tornando a Equação (A.16)

$$\mathbf{x}[(k+1)\Delta t] = e^{\mathbf{A}_c \Delta t} \mathbf{x}(k\Delta t) + \left[\int_0^{\Delta t} e^{\mathbf{A}_c \tau'} d\tau \mathbf{B}_c \right] \mathbf{u}(k\Delta t) \quad (\text{A.17})$$

onde a variável τ na Equação (A.16) tornou-se $\tau' = (k+1)\Delta t - \tau$. Definindo

$$\begin{aligned} \mathbf{A} &= e^{\mathbf{A}_c \Delta t} \\ \mathbf{B} &= \int_0^{\Delta t} e^{\mathbf{A}_c \tau'} d\tau \mathbf{B}_c \\ \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{x}[(k+1)\Delta t] \\ \mathbf{u}_k &= \mathbf{u}(k\Delta t) \\ \mathbf{C} &= \mathbf{C}_c \text{ e } \mathbf{D} = \mathbf{D}_c \end{aligned} \quad (\text{A.18})$$

Podendo a Equação (A.17) ser também escrita numa forma compacta

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k + \mathbf{B} \mathbf{u}_k; \quad k = 0, 1, 2, \dots \quad (\text{A.19})$$

e a Equação (A.9) torna-se:

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C} \mathbf{x}_k + \mathbf{D} \mathbf{u}_k \quad (\text{A.20})$$

Equação (A.19) e (A.20) constituem um modelo espaço de estado tempo discreto, ou, um sistema dinâmico de um modelo no tempo discreto. Sendo os dados experimentais naturalmente discretos, este conjunto de equações forma a base para a identificação de sistemas dinâmicos lineares invariantes no tempo. Se os dados experimentais são

registrados em um computador digital medidas físicas contínuas serão convertidas em alguns formatos de números. As matrizes \mathbf{A} , \mathbf{B} , \mathbf{C} e \mathbf{D} na Equação (A.19) e (A.20) descreve a relação entre entrada e saída para um vetor \mathbf{x}_k espaço de estado em tempo discreto. Dada uma série de entradas \mathbf{u}_k ($k=0,1,2,\dots$) e uma condição inicial $\mathbf{x}(t_0)$ as equações (A.19) e (A.20) produzem uma série de saída \mathbf{y}_k ($k=0,1,2,\dots$).

Se a matriz \mathbf{A} não for singular, a matriz \mathbf{B} pode ser calculada pela seguinte expressão:

$$\mathbf{B} = \mathbf{A}_c^{-1}(\mathbf{A} - \mathbf{I})\mathbf{B}_c \quad (\text{A.21})$$

A Equação (A.21) é fácil de ser demonstrada substituindo o termo $e^{\mathbf{A}_c t}$ pela sua forma em série de Taylor (Chen, 1999).

$$\int_0^{\Delta t} \left(\mathbf{I} + \mathbf{A}_c \tau + \mathbf{A}_c^2 \frac{\tau^2}{2!} + \dots \right) d\tau = \Delta t \mathbf{I} + \frac{\Delta t^2}{2!} \mathbf{A}_c + \frac{\Delta t^3}{3!} \mathbf{A}_c^2 + \dots$$

$$\mathbf{A}_c^{-1} \left(\Delta t \mathbf{A}_c + \frac{\Delta t^2}{2!} \mathbf{A}_c^2 + \frac{\Delta t^3}{3!} \mathbf{A}_c^3 + \dots + \mathbf{I} - \mathbf{I} \right) = \mathbf{A}_c^{-1} \left(e^{\mathbf{A}_c \Delta t} - \mathbf{I} \right)$$

A.3 - MODELO ESTOCÁSTICO DE ESPAÇO DE ESTADO

A incorporação dos termos estocásticos, ou ruído, no modelo de espaço de estado tem como função representar os erros presentes nos dados de medições reais. O que realiza-se é a introdução de termos de ruído na equação (A.19) e (A.20) obtendo-se assim o seguinte modelo determinístico estocástico:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k + \boldsymbol{\omega}_k \quad (\text{A.22})$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_k + v_k$$

onde $\boldsymbol{\omega}_k$ é o ruído de medição devido a perturbações e imprecisões do modelo e v_k é o ruído de medição devido à imprecisão dos sensores. Tais modelos não podem ser medidos, mas são considerados com média zero, branco e com matrizes de covariâncias definidas por:

$$\mathbf{E} \left[\begin{matrix} \left\{ \begin{matrix} \boldsymbol{\omega}_p \\ \nu_p \end{matrix} \right\} \left\{ \begin{matrix} \boldsymbol{\omega}_q^T \\ \nu_q^T \end{matrix} \right\} \end{matrix} \right] = \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} \delta_{pq} \quad (\text{A.23})$$

onde $\mathbf{E}[\bullet]$ significa o valor esperado. δ_{pq} é o delta de Kronecker ($\delta_{pq} = 1$, se $p = q$ e $\delta_{pq} = 0$, se $p \neq q$), p e q são instantes de tempo arbitrários.

Considerando agora um sistema submetido a excitações ambientes onde a entrada \mathbf{u}_k não pode ser medida e as únicas informações disponíveis são as respostas da estrutura a tal excitação. O modelo puramente estocástico representa o sistema:

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_{k+1} &= \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \boldsymbol{\omega}_k \\ \mathbf{y}_k &= \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \nu_k \end{aligned} \quad (\text{A.24})$$

Onde, devido à falta de informação da entrada, a entrada é modelada implicitamente pelos termos de ruído. $\mathbf{E}[\boldsymbol{\omega}_k] = \mathbf{E}[\nu_k] = 0$ e com matriz de covariância dada pela equação (A.23).

Propriedades do sistema estocástico

O processo estocástico é considerado estacionário com média zero, $\mathbf{E}[\mathbf{x}_k] = 0$, onde a matriz de covariância de estado, $\boldsymbol{\Sigma}$, independe do tempo, e os termos $\boldsymbol{\omega}_k$ e ν_k são independentes do espaço de estado real $\mathbf{E}[\mathbf{x}_k \boldsymbol{\omega}_k^T] = 0$, $\mathbf{E}[\mathbf{x}_k \nu_k^T] = 0$.

A matriz de covariância da saída $\mathbf{R}_i \in \mathbb{R}^{l \times l}$ são definidas como:

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{E}[\mathbf{y}_{k+i} \mathbf{y}_k^T] \quad (\text{A.25})$$

onde i é o retardo (*time lag*) arbitrário.

A matriz de covariância $\mathbf{G} \in \mathbb{R}^{n \times l}$ (*next state-output covariance matrix*) é dada por:

$$\mathbf{G} = \mathbf{E}[\mathbf{x}_{k+i} \mathbf{y}_k^T] \quad (\text{A.26})$$

A partir das equações (A.25) e (A.26) as seguintes propriedades podem ser deduzidas.

$$\mathbf{\Sigma} = \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}$$

$$\mathbf{R}_0 = \mathbf{C}\mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T + \mathbf{R} \tag{A.27}$$

$$\mathbf{G} = \mathbf{A}\mathbf{\Sigma}\mathbf{C}^T + \mathbf{S}$$

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{C}\mathbf{A}^{i-1}\mathbf{G} \tag{A.28}$$

$$\mathbf{R}_i = \mathbf{G}^T(\mathbf{A}^{i-1})\mathbf{C}^T$$

As propriedades (A.28) são muito importantes, pois constitui a solução do problema de identificação, ou seja, a seqüência de covariância das saídas pode ser estimada a partir dos dados medidos, logo, sendo possível decompor tais seqüências conforme (A.28), as matrizes de estado \mathbf{A} e \mathbf{C} são encontradas.

APÊNDICE B - CONTROLABILIDADE E OBSERVABILIDADE

Saber se um sistema pode ser controlado e/ou observado é uma questão fundamental que surge surpreendentemente muitas vezes tanto em investigação prática quanto teórica no campo de controle e identificação de sistemas. A investigação destas propriedades é mais facilmente realizada por meio das técnicas no espaço de estado.

Como apresentado no apêndice A, sistemas invariantes no tempo podem ser representados por:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{B}_c \mathbf{u}(t) \quad (\text{B.1})$$

$$\mathbf{y}(t) = \mathbf{C}_c \mathbf{x}(t) + \mathbf{D}_c \mathbf{u}(t) \quad (\text{B.2})$$

ou por representação no tempo discreto:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A} \mathbf{x}_k + \mathbf{B} \mathbf{u}_k \quad (\text{B.3})$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{C} \mathbf{x}_k + \mathbf{D} \mathbf{u}_k \quad (\text{B.4})$$

onde as matrizes constantes $\{\mathbf{A}_c, \mathbf{B}_c, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$ e $\{\mathbf{A}, \mathbf{B}, \mathbf{C}, \mathbf{D}\}$ com dimensões apropriadas representam a operação interna do sistema linear, e são usados para determinar a resposta do sistema para qualquer entrada.

A solução para o tempo t_f da Equação (B.1) foi previamente apresentada no apêndice A como:

$$\mathbf{x}(t_f) = e^{\mathbf{A}_c(t_f - t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int e^{\mathbf{A}_c(t_f - \tau)} \mathbf{B}_c \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad (\text{B.5})$$

para $t \geq t_0$.

A solução para a representação discreta, Equação (B.3), para tempo, $t_f = p\Delta t$ onde Δt é o período de amostragem, é:

$$\mathbf{x}_p = \mathbf{A}^p \mathbf{x}_0 + \sum_{i=1}^p \mathbf{A}^{i-1} \mathbf{B} \mathbf{u}_{p-i} \quad (\text{B.6})$$

ou, numa forma mais compacta:

$$\mathbf{x}_p = \mathbf{A}^p \mathbf{x}_0 + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{p-1} \\ \mathbf{u}_{p-2} \\ \mathbf{u}_{p-3} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.7})$$

onde $\mathbf{x}_0 = \mathbf{x}(t_0)$ é o estado inicial em $t = t_0$.

Devido à derivação da teoria da controlabilidade e observabilidade ser similar para o caso de tempo contínuo ou discreto, será apresentado apenas o caso discreto, pois o caso contínuo torna-se discreto no tempo quando amostrado.

B.1 - CONTROLABILIDADE NO DOMÍNIO DO TEMPO DISCRETO

Um estado inicial de um sistema \mathbf{x}_k é dito controlável se este estado pode ser atingido, a partir de qualquer estado inicial do sistema num intervalo de tempo finito, por alguma ação de controle. Se todos os estados são controláveis, o sistema é chamado completamente controlável ou simplesmente, controlável.

Para determinar a completa controlabilidade de uma amostra no tempo k , é suficiente e necessário determinar se o estado zero, ao invés de todos os estados iniciais, pode ser transferido para todos os estados finais. Justificando esta declaração, reescrevendo a Equação(B.7), tem-se:

$$\hat{\mathbf{x}}_p = \mathbf{x}_p - \mathbf{A}^p \mathbf{x}_0$$

$$\hat{\mathbf{x}}_p = \mathbf{A}^p \mathbf{x}_0 + \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{p-1} \\ \mathbf{u}_{p-2} \\ \mathbf{u}_{p-3} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_0 \end{bmatrix} - \mathbf{A}^p \mathbf{x}_0 \Rightarrow$$

$$\hat{\mathbf{x}}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{p-1} \\ \mathbf{u}_{p-2} \\ \mathbf{u}_{p-3} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_0 \end{bmatrix} \quad (\text{B.8})$$

a qual é equivalente a começar do estado zero e ir até o estado final $\mathbf{x}_p = \mathbf{x}_p - \mathbf{A}^p \mathbf{x}_0$. Portanto, se o sistema pode ir de um estado zero para qualquer estado $\hat{\mathbf{x}}_p$, então este pode ir de qualquer estado \mathbf{x}_0 para qualquer \mathbf{x}_p . Observando a Equação (B.8), verifica-se que a matriz $\begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{B} \end{bmatrix}$ é importante na determinação da controlabilidade do sistema.

Teorema B.1:

O sistema dinâmico constante, linear, discreto no tempo, de dimensão finita, $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k$ de ordem n , é *controlável* se e somente se a matriz de controlabilidade $\mathbf{Q}_p \in \mathbf{R}^{2n \times pm}$ tiver ordem $2n$ (*rank* $2n$), onde:

$$\mathbf{Q}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{AB} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \quad (\text{B.9})$$

Prova do Teorema B.1:

Aplicando-se decomposição em valores singulares (*Singular Value Decomposition – SVD*) a matriz \mathbf{Q}_p tem-se:

$$\mathbf{Q}_p = \bar{\mathbf{R}}^T \begin{bmatrix} \Sigma_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}^T = \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{R}}_z & \bar{\mathbf{R}}_0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Sigma_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_z^T \\ \bar{\mathbf{S}}_0^T \end{bmatrix} \quad (\text{B.10})$$

onde $\bar{\mathbf{R}}^T \bar{\mathbf{R}} = \mathbf{I}_{2n}$, $\bar{\mathbf{S}}^T \bar{\mathbf{S}} = \mathbf{I}_{pm}$ e $\Sigma_z = \text{diag}[\sigma_1, \sigma_2, \dots, \sigma_z]$ com $\sigma_1 \geq \sigma_2 \geq \dots \geq \sigma_z \geq 0$. As matrizes \mathbf{I}_{2n} e \mathbf{I}_{pm} são matrizes identidades de ordem $2n$ e pm , respectivamente. Como $\bar{\mathbf{R}}^T \bar{\mathbf{R}} = \mathbf{I}_{2n}$ e $\bar{\mathbf{S}}^T \bar{\mathbf{S}} = \mathbf{I}_{pm}$ tem-se que $\bar{\mathbf{R}}_z^T \bar{\mathbf{R}}_z = \mathbf{I}_z$ e $\bar{\mathbf{S}}_z^T \bar{\mathbf{S}}_z = \mathbf{I}_z$. Nesta decomposição, é considerado que o número de valores singulares não nulos z é menor do que a ordem do sistema $2n$.

Como $\bar{\mathbf{R}}$ é uma matriz não singular, pode-se pré-multiplicar a Equação (B.8) por $\bar{\mathbf{R}}^T$. Dessa forma, obtém-se:

$$\begin{aligned}
\bar{\mathbf{R}}^T \hat{\mathbf{x}}_p &= \bar{\mathbf{R}}^T \begin{bmatrix} \mathbf{B} & \mathbf{A}\mathbf{B} & \mathbf{A}^2\mathbf{B} & \dots & \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{B} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{p-1} \\ \mathbf{u}_{p-2} \\ \mathbf{u}_{p-3} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_0 \end{bmatrix} = \\
&= \bar{\mathbf{R}}^T \bar{\mathbf{R}} \begin{bmatrix} \Sigma_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}^T \begin{bmatrix} \mathbf{u}_{p-1} \\ \mathbf{u}_{p-2} \\ \mathbf{u}_{p-3} \\ \vdots \\ \mathbf{u}_0 \end{bmatrix} \tag{B.11}
\end{aligned}$$

A Equação (B.11) pode ser reescrita na seguinte forma:

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{R}}_z^T \hat{\mathbf{x}}_p \\ \bar{\mathbf{R}}_0^T \hat{\mathbf{x}}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_z & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_z^T \\ \bar{\mathbf{S}}_0^T \end{bmatrix} \mathbf{u}_p = \begin{bmatrix} \Sigma_z \bar{\mathbf{S}}_z^T \mathbf{u}_p \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \tag{B.12}$$

A partir desta equação, verifica-se que a parte de baixo do vetor no lado esquerdo da equação não pode ser atingida por nenhum vetor de força \mathbf{u}_p , a partir do estado zero. Isto implica que apenas os vetores $\hat{\mathbf{x}}_p$ da componente $\bar{\mathbf{R}}_0^T \hat{\mathbf{x}}_p = 0$ podem ser atingidos a partir do estado zero, i.e., o estado *não é controlável*.

Para tornar o sistema *controlável*, é suficiente e necessário eliminar a porção nula do lado direito da Equação (B.12). Para isto, aumenta-se o número de valores singulares não nulos k até $k = n$, onde n é a ordem do sistema. Se $k = n$,

$$\begin{bmatrix} \bar{\mathbf{R}}^T \hat{\mathbf{x}}_p \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Sigma_n & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{\mathbf{S}}_n^T \\ \bar{\mathbf{S}}_0^T \end{bmatrix} \mathbf{u}_p = \begin{bmatrix} \Sigma_n \bar{\mathbf{S}}_n^T \mathbf{u}_p \end{bmatrix} \tag{B.13}$$

Como Σ e \mathbf{S}_n têm ordem n , o vetor de controle \mathbf{u}_p pode ser escrito como;

$$\begin{aligned}
\mathbf{u}_p &= \left(\bar{\mathbf{S}}_n^T\right)^* \Sigma_n^{-1} \bar{\mathbf{R}}^T \hat{\mathbf{x}}_p + \left[\mathbf{I} - \left(\bar{\mathbf{S}}_n^T\right)^* \bar{\mathbf{S}}_n^T\right] \alpha = \\
&= \bar{\mathbf{S}}_n \Sigma_n^{-1} \bar{\mathbf{R}}^T \hat{\mathbf{x}}_p + \left[\mathbf{I} - \bar{\mathbf{S}}_n \bar{\mathbf{S}}_n^T\right] \alpha \tag{B.14}
\end{aligned}$$

onde $(\bullet)^*$ significa a pseudo-inversa de uma matriz e $\alpha \in \mathbf{R}^{nm}$ é um vetor arbitrário. Note que $(\bar{\mathbf{S}}_n^T)^* = \bar{\mathbf{S}}_n (\bar{\mathbf{S}}_n^T \bar{\mathbf{S}}_n)^{-1} = \bar{\mathbf{S}}_n$ já que $\bar{\mathbf{S}}_n^T \bar{\mathbf{S}}_n = \mathbf{I}_n$.

A Equação (B.14) indica que, para qualquer vetor desejado $\hat{\mathbf{x}}_p$ e um vetor arbitrário α , existe uma entrada \mathbf{u}_p que irá transferir o estado zero para o estado $\hat{\mathbf{x}}_p$. Uma vez que α é um vetor arbitrário, o vetor \mathbf{u}_p não é único, o que significa que existe mais de uma entrada \mathbf{u}_p que pode transferir o estado zero para o estado desejado $\hat{\mathbf{x}}_p$.

Pode-se concluir então que, um sistema dinâmico linear, constante, discreto no tempo, com dimensão finita é *controlável* se e somente se sua matriz de controlabilidade tem ordem (*rank*) igual à ordem do sistema $2n$.

Teorema B.2:

Considere um vetor \mathbf{u}_k e o sistema $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{b}\mathbf{u}_k$ onde \mathbf{b} é um vetor coluna. Considere que a matriz constante \mathbf{A} tem autovalores distintos λ_q . O sistema é *controlável* se e somente se o vetor constante $\mathbf{b}_1 = \Psi^{-1}\mathbf{b}$ não tem elementos nulos, onde Ψ é a matriz modal com autovetores de \mathbf{A} como colunas.

Prova:

Considere a matriz de controlabilidade:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{Q}_p &= [\mathbf{b} \quad \mathbf{A}\mathbf{b} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{p-1}\mathbf{b}] \\
 &= [\mathbf{b} \quad \mathbf{A}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{p-1}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b}] \\
 &= \Psi\Psi^{-1} [\mathbf{b} \quad \mathbf{A}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b} \quad \dots \quad \mathbf{A}^{p-1}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b}] \\
 &= \Psi [\Psi^{-1}\mathbf{b} \quad \Psi^{-1}\mathbf{A}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b} \quad \dots \quad \Psi^{-1}\mathbf{A}^{p-1}\Psi\Psi^{-1}\mathbf{b}]
 \end{aligned} \tag{B.15}$$

Note que:

$$\Psi^{-1}\mathbf{b} = \mathbf{b}_m$$

$$\Psi^{-1}\mathbf{A}\Psi = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n] = \Lambda$$

$$\Psi^{-1}\mathbf{A}^2\Psi = [\Psi^{-1}\mathbf{A}\Psi][\Psi^{-1}\mathbf{A}\Psi] = \text{diag}[\lambda_1^2, \lambda_2^2 \dots \lambda_n^2] = \mathbf{\Lambda}^2 \quad (\text{B.16})$$

⋮

$$\Psi^{-1}\mathbf{A}^p\Psi[\Psi^{-1}\mathbf{A}\Psi]\dots[\Psi^{-1}\mathbf{A}\Psi] = \text{diag}[\lambda_1^p, \lambda_2^p \dots \lambda_n^p] = \mathbf{\Lambda}^p$$

Substituindo (B.16) em (B.15) tem-se:

$$\begin{aligned} \mathbf{Q}_p &= \Psi \begin{bmatrix} \mathbf{b}_m & \mathbf{\Lambda}\mathbf{b}_m & \dots & \mathbf{\Lambda}^{p-1}\mathbf{b}_m \end{bmatrix} \\ &= \Psi \begin{bmatrix} b_1 & \lambda_1 b_1 & \dots & \lambda_1^{p-1} b_1 \\ b_2 & \lambda_2 b_2 & \dots & \lambda_2^{p-1} b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n & \lambda_n b_n & \dots & \lambda_n^{p-1} b_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (\text{B.17})$$

$$\text{onde } \mathbf{b}_m = \begin{bmatrix} b_1 \\ b_2 \\ \vdots \\ b_n \end{bmatrix}.$$

Se algum elemento b_i do vetor \mathbf{b}_m for igual a zero, por exemplo $b_1 = 0$, então a matriz de controlabilidade passa a ser escrita como:

$$\mathbf{Q}_p = \Psi \begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_2 & \lambda_2 b_2 & \dots & \lambda_2^{p-1} b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n & \lambda_n b_n & \dots & \lambda_n^{p-1} b_n \end{bmatrix} \quad (\text{B.18})$$

A matriz $\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 \\ b_2 & \lambda_2 b_2 & \dots & \lambda_2^{p-1} b_2 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_n & \lambda_n b_n & \dots & \lambda_n^{p-1} b_n \end{bmatrix}$ tem ordem menor que $2n$ pois tem apenas $2n-1$ linhas

diferentes de zero, logo, tal sistema *não é controlável*, pois todos os elementos b_i para $i = 1, 2, \dots, n$ deveriam ser diferentes de zero. Em estruturas, $b_1 = 0$ significa que a força \mathbf{u}

foi aplicada num nodo de um modo correspondente ao autovalor λ_1 , o que implica que, neste caso, o modo *não é controlável*.

B.2 - OBSERVABILIDADE NO DOMÍNIO DO TEMPO DISCRETO

Um estado \mathbf{x}_p num dado instante de tempo p de um sistema é observável se o conhecimento da entrada \mathbf{u}_k e da saída \mathbf{y}_k sobre um intervalo finito de tempo $0 < k \leq p$ determina completamente o estado \mathbf{x}_p .

Para determinar a observabilidade completa é necessário e suficiente verificar se o estado inicial \mathbf{x}_0 do sistema com entrada nula, i.e., $\mathbf{u}_k = 0$, pode ser completamente determinado a partir da saída \mathbf{y}_k ($k = 0, 1, 2, \dots, p-1$), porque o conhecimento do estado inicial \mathbf{x}_0 e da entrada \mathbf{u}_k ($k = 0, 1, 2, \dots, p-1$) permite o cálculo do estado \mathbf{x}_{p-1} da Equação (B.7).

Teorema B.3:

O sistema dinâmico constante, linear, com dimensão finita, discreto no tempo $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k$ de ordem $2n$ com a equação de observação $\mathbf{y}_k = \mathbf{C}\mathbf{x}_k + \mathbf{D}\mathbf{u}_k$ de ordem l é observável se e somente se a matriz bloco de observabilidade $\mathbf{P}_p \in \mathbf{R}^{pl \times 2n}$ tiver ordem $2n$ (*rank* $2n$), onde:

$$\mathbf{P}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{C} \\ \mathbf{C}\mathbf{A} \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^2 \\ \vdots \\ \mathbf{C}\mathbf{A}^{p-1} \end{bmatrix} \quad (\text{B.19})$$

Prova:

Para provar o teorema B.3 é suficiente verificar se o estado inicial \mathbf{x}_0 pode ser reconstruído a partir do conhecimento de \mathbf{y}_k para $k = 0, 1, 2, \dots, p-1$, no caso onde $\mathbf{u}_k = 0$. Das equações (B.4) e (B.5) com $\mathbf{u}_k = 0$, tem-se:

$$\begin{aligned}
\mathbf{y}_0 &= \mathbf{C}\mathbf{x}_0 \\
\mathbf{y}_1 &= \mathbf{C}\mathbf{x}_1 = \mathbf{C}\mathbf{A}\mathbf{x}_0 \\
&\vdots \\
\mathbf{y}_{p-1} &= \mathbf{C}\mathbf{x}_{p-1} = \mathbf{C}\mathbf{A}^{p-1}\mathbf{x}_0
\end{aligned} \tag{B.20}$$

Esta equação pode ser reescrita como:

$$\mathbf{Y}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{y}_0 \\ \mathbf{y}_1 \\ \vdots \\ \mathbf{y}_{p-1} \end{bmatrix} = \mathbf{P}_p \mathbf{x}_0 \tag{B.21}$$

onde uma única solução existe se e somente se \mathbf{P}_p tiver ordem $2n$ (*rank* $2n$). A única solução deveria ser $\mathbf{x}_0 = \mathbf{P}_p^* \mathbf{Y}_p$ onde * significa pseudo-inversa.

Teorema B.4:

Considere o sistema discreto $\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k$ e um vetor de observação \mathbf{y}_k , $k = 1, 2, 3, \dots$ da equação de observação $\mathbf{y}_k = \mathbf{c}\mathbf{x}_k + \mathbf{d}\mathbf{u}_k$ onde \mathbf{c} e \mathbf{d} são vetores linhas constantes, indicando que o sistema tem um único sensor de saída. Assuma que a matriz \mathbf{A} tem distintos autovalores λ_i . O sistema é observável se e somente se o vetor constante $\mathbf{c}_1 = \mathbf{c}\Psi$ tem elementos não nulos, onde Ψ é a matriz modal com autovetores de \mathbf{A} como colunas.

Prova:

A prova deste teorema é equivalente a do *Teorema B.2*. Fisicamente, este teorema implica que se existe apenas um sensor e este está localizado num nodo de um modo, então, o modo se torna “não observável”.

Transformando o sistema:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{A}\mathbf{x}_k + \mathbf{B}\mathbf{u}_k \tag{B.22}$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{c}\mathbf{x}_k + \mathbf{d}\mathbf{u}_k$$

em:

$$\mathbf{x}_{1k+1} = \Lambda \mathbf{x}_{1k} + \mathbf{B}_1 \mathbf{u}_k \tag{B.23}$$

$$\mathbf{y}_k = \mathbf{c}_1 \mathbf{x}_k + \mathbf{d} \mathbf{u}_k$$

em coordenadas modais onde:

$$\mathbf{x} = \mathbf{\Psi} \mathbf{x}_1, \mathbf{B}_1 = \mathbf{\Psi}^{-1} \mathbf{B}, \mathbf{c}_1 = \mathbf{c} \mathbf{\Psi}, \mathbf{\Lambda} = \text{diag}[\lambda_1, \lambda_2 \dots \lambda_n].$$

Se algum elemento c_i do vetor \mathbf{c}_1 for igual a zero, então, a coordenada x_{1i} não é

observável no sentido de que a resposta $\mathbf{y}_k = \begin{bmatrix} 0 & c_2 & \dots & c_n \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{11} \\ x_{12} \\ \vdots \\ x_{1n} \end{bmatrix}$ não contém qualquer

contribuição da coordenada modal x_{1i} .

APÊNDICE C - METODOLOGIA PARA ATUALIZAÇÃO DE MODELOS NUMÉRICOS DE PONTES

SEQÜÊNCIA DA MODELAGEM NUMÉRICA – MN

MN: 1 – Coleta de dados para a construção do modelo numérico:

MN: 1.1 – Verificação da existência de:

- Projetos da ponte;
- Relatórios de possíveis avaliações da estrutura durante sua existência;
- Projetos de modificações realizados;

MN: 1.2 – Realização de inspeção visual para:

- Compreensão da situação atual da ponte;
- Verificação das condições de contorno;
- Verificação de possíveis danos;

MN: 1.3 – Realização do monitoramento local da estrutura caso as propriedades dos materiais constituintes das pontes, como massa específica, resistência a tração, compressão, etc., não estejam relacionadas no projeto ou caso os valores encontrados no projeto não sejam confiáveis;

MN: 2 – Organização dos dados coletados:

Após a coleta dos dados é importante organizá-los antes que se inicie a modelagem da ponte, com o intuito de que o menor número de erros seja incorporado à modelagem;

MN: 2.1 – Definem-se o número de materiais diferentes existentes na estrutura e relaciona-se cada um destes com suas propriedades (módulo de elasticidade, massa específica, coeficiente de poisson, etc);

MN: 2.2 – Definem-se o número de diferentes seções transversais utilizadas no projeto e relaciona-se cada uma dessas seções com suas características (espessura, largura, momento de inércia, etc);

MN: 2.3 – De acordo com as condições de contornos observadas no projeto e nas inspeções visuais, relacione-as com os eixos que estas estão restringindo e os pontos onde estão aplicadas as restrições;

MN: 2.4 – Caso movimentos acoplados sejam constatados quando da realização da inspeção visual, relacione os pontos e a direção onde os movimentos estão acoplados.

MN: 3 – Definição dos parâmetros de projeto:

Cria-se um arquivo com o nome da estrutura e a extensão .mac para que o arquivo de comando para criação do modelo seja montado.

MN: 3.1 – Relacionam-se todos os dados definidos nos itens MN: 2.1 e MN: 2.2 a uma variável utilizando para isso o comando [*set, “nome da variável”, “valor assumido para a variável”].

É estritamente necessário que os dados dos materiais e das seções sejam definidos como variáveis, para que possam ser utilizados futuramente (terceira etapa da metodologia) como parâmetros candidatos à atualização. Aconselha-se que todas as variáveis do projeto sejam definidas no início do arquivo de modelagem.

MN: 4 – Criação do modelo de EF:

Neste item alguns pontos básicos que não podem ser esquecidos para a modelagem são citados, isto não significa que todos os detalhes da modelagem estão relacionados, visto que para cada tipo de ponte alguma particularidade de modelagem pode existir; no entanto, faz-se necessário que o projetista realize esta etapa observando os itens relacionados aqui, mas que também detenha atenção nas particularidades de sua estrutura.

MN: 4.1 – inicia-se a modelagem acrescentado o comando de pré-processamento [/PREP7] que corresponde ao comando que define o início da modelagem.

MN: 4.2 – Definem-se os tipos de elementos que serão utilizados no projeto.

Os elementos básicos que podem ser encontrados em ANSYS são: BEAM, SHELL, SOLID e LINK, porém a lista completa dos elementos existentes pode ser encontrada no próprio programa onde as características do comportamento global deste elemento são fornecidas. O comando para a definição dos elementos existente em um modelo é [ET, “número do elemento”, “nome do elemento segundo lista encontrada no programa ANSYS”]. É importante que as características dos elementos a serem utilizados sejam bem conhecidas e que as alterações necessárias no padrão do elemento sejam feitas quando possíveis, utilizando o comando [KEYOPT,x,x,x,...] maiores detalhes sobre a definição dos elementos podem ser vistas no manual do ANSYS(1999).

MN: 4.3 – Utilizando os dados dos materiais coletados (item MN: 2.1) criam-se os materiais constituintes da estrutura. O comando [UIMP, “número do material”, “propriedade do material”,,, “variável definida no item MN: 3.1 para esta propriedade do material”] pode ser utilizado nesta ação. As propriedades dos materiais a serem definidas geralmente são módulo de elasticidade (EX), massa específica (DENS), ALPX,NUXY,GXY, porém isto pode variar dependendo do elemento escolhido;

MN: 4.4 – Utilizando os dados das seções transversais coletados (item MN: 2.2) criam-se as constantes reais da estrutura. O comando [UIMP, “número do material”, “propriedade do material”,,, “variável definida no item MN: 3.1 para esta propriedade do material”] é utilizado nesta determinação. Criam-se as constantes reais da estrutura utilizando para isso o comando [R, “número da constante”, “variáveis das características das seções transversais, definidas no item MN: 3.1”], o comando RMORE pode ser utilizado caso o número de característica das seções sejam maiores que 6, visto que em cada linha deste comandos apenas 6 variáveis podem ser relacionadas;

MN: 4.5 – Cria-se a geometria da estrutura baseado nos dados geométricos coletados (item MN: 1), geralmente utilizam-se nós para a criação desta geometria geral da estrutura, com o comando [N, “número do nó”, “coordenadas x, y e z”];

MN: 4.6 – Criam-se os elementos ou conjunto de elementos, aplicando a cada um, antes de sua criação, as características geométricas, a propriedade dos seus materiais e suas constantes reais como previamente definido nos itens MN: 4.2, 4.3 e 4.4.

Os comandos utilizados para tal definição são:

[TYPE, “número do tipo de elemento para o conjunto de elementos que será definido”]

[MAT, “número do tipo de material do conjunto de elementos que será definido”]

[REAL, “número do da constante real do conjunto de elementos que será definido”]

Especifica a forma geométrica assumida para a definição dos elementos utilizando o comando [TSHAP, “a forma do elemento que geralmente é LINE ”]

Após a definição das características dos elementos estes podem ser relacionados, O comando utilizado para a criação dos elementos é:

[E, “nó 01 do elemento”, “nó 02 do elemento”,...(o número de nós a ser definido neste comando depende do tipo de elemento definido preliminarmente)]

Para a definição de outro conjunto de elementos os comando TYPE, MAT , REAL e necessitam ser aplicados novamente e após esta nova determinação os elementos podem ser criados utilizando o comando E.

MN: 4.7 – Aplique as condições de contorno (item MN: 2.3) e, caso exista, acrescente os movimentos acoplados (item MN: 2.4). Os comandos para tal aplicação são: [D, “nó onde existe restrição de liberdade”, “grau de liberdade restrito, que pode ser UX, UY, UZ, ROTX, ROTY, ROTZ”,0] para as condições de contorno e [CP, “número do acoplamento”, “grau de liberdade do acoplamento”, nós acoplados] para os movimentos acoplados;

MN: 4.8 – Carregamentos aplicados

Possíveis carregamentos que o projetista acredita sejam necessários incorporar, assim como a força de gravidade, devem ser acrescentados no modelo antes que as análises sejam realizadas.

O comando para incorporação da gravidade é: [ACEL,0,9.81,0,]

MN: 4.9 – Após a conclusão da criação do modelo o comando [FINISH] deve ser acrescentado;

MN: 5 – Erros na modelagem:

Uma ação muito importante para o processo de atualização do modelo numérico (terceira etapa do processo) é que, durante o processo de criação do modelo numérico, todas as simplificações realizadas durante a modelagem sejam anotadas para que sejam consideradas futuramente como possíveis pontos de avaliação.

MN: 6 – Análise do modelo

Para que a metodologia seja aplicada faz se necessário a análise modal do modelo numérico da ponte, onde os modos e as frequências de vibração da estrutura sejam obtidos. No entanto, antes de efetuar tal análise verifique se a estrutura encontra-se em sua posição de equilíbrio, e somente após esta verificação realize a análise modal. Para as pontes suspensas ou cabo estaiadas, a realização de uma análise estática antes da análise modal é necessária para que a ponte atinja a posição de equilíbrio. Já para as pontes protendidas é importante a aplicação de tensão no cabo antes da realização da análise modal.

SEQÜÊNCIA DA MODELAGEM MODAL EXPERIMENTAL - MME

MME: 1 – PLANEJAMENTO DO PROCESSO DE MEDIÇÃO DAS PONTES

Nesta etapa de planejamento os modos que se pretende identificar e a posição ótima dos sensores (acelerômetros) são definidos e o passo de tempo para a realização do ensaio é determinado. Para a realização desta etapa, o modelo numérico da ponte em análise é necessário.

MME: 1.1 – Selecionam-se no modelo modal numérico os modos de vibração que se pretende identificar quando da determinação do modelo modal baseado em dados experimentais, segundo apresentado no item 4.1.1.

MME: 1.2 – Selecionam-se no modelo modal numérico todos os graus de liberdade que são candidatos a serem pontos de colocação de sensor nas pontes (PCS).

PROGRAMA “MPIPES.mac”: baseado nos passos MME 1.1 e 1.2, cria-se um programa na linguagem APDL que captura as amplitudes dos modos de vibração selecionados para identificação nos pontos candidatos a locação de sensores (PCS), detalhes sobre os comandos deste programa encontram se no capítulo 6.

MME: 1.3 – Roda-se o programa MPIPES.m no ANSYS. Capturam-se as amplitudes dos modos de vibração selecionados para identificação nos pontos candidatos a localização de sensores são listadas em arquivo tipo texto.

MME 1.4: Determina-se o número de sensores que se pretende utilizar no ensaio.

MME: 1.4 – Roda-se o programa LGM.m e/ou EfIDPR.m em MATLAB. Arquivos gerados em MME: 1.3 e número de sensores, determinado em MME: 1.4, são utilizados como arquivos de entrada para este programa. Estes programas têm o objetivo de determinar o posicionamento ótimo de locação dos sensores. Detalhes sobre estes programas podem ser visto no capítulo 6. Aconselha-se que ambos os métodos sejam utilizados e que uma comparação dos resultados seja efetuada;

MME: 1.5 – Verificam-se os resultados de posicionamento dos sensores sugeridos pelo(s) método(s) aplicado(s) e baseado nestes, determina-se as suas posições. Para a determinação do acelerômetro de referência, aconselha-se que o mais sensível sensor seja escolhido, segundo apresentado quando da aplicação dos métodos.

MME: Determina-se o passo de tempo do ensaio em função da maior frequência que se pretende identificar (teorema de Nyquist).

MME: 2 – REALIZAÇÃO DO ENSAIO DINÂMICO SOBRE A PONTE

MME: 2.1 – Verifica-se a calibragem dos equipamentos de medição:

MME: 2.2 – Realiza-se o ensaio e coleta os dados;

MME: 3 – REALIZAÇÃO DO PROCESSO DE IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS

MME: 3.1 – Monta-se um arquivo que contenha as acelerações dos sensores de referências, as acelerações dos sensores móveis e o passo de tempo adotado.

MME: 3.2 – Roda-se o(s) programa(s) SSI.datP.m, SSI.covP.m e/ou PPP.m. Detalhes sobre estes métodos podem ser vistos no capítulo 6 e uma explanação sobre os métodos implementados nestes métodos podem ser vistos no capítulo 4.

MME: 3.4 – Analisa –se os dados obtidos e determinar o modelo modal experimental.

SEQÜÊNCIA DA ATUALIZAÇÃO DO MODELO NUMÉRICO - AMN

AMN: 1 – Correlação dos modelos numéricos e experimentais utilizando o índice modal MAC

AMN: 1.1 – Acrescenta-se as respostas do modelo modal experimental obtidas na etapa MME, que corresponde aos modos e frequências da ponte, como variáveis em ANSYS, crie um arquivo denominado “freq.mac”, siga a nomenclatura indicada abaixo para as variáveis.

FEXP para as frequências naturais dos modos predominantemente verticais, FEXPT para as frequências naturais dos modos predominantemente torsionais e FEXPL para as frequências naturais dos modos predominantemente laterais, MODO para os modos de vibração verticais, MODOT para os modos de vibração torsionais, MODOL para os modos de vibração laterais.

AMN: 1.2 – Utilizando o programa “amode.mac” calcula-se a correlação das características dinâmicas entre o modelo numérico e o modelo experimental.

AMN: 1.3 – Roda-se o programa upwrite.mac onde FER e MAC para todos os modos de vibração experimentais predominantemente vertical, torsional e horizontal sejam criados em um arquivo que possa ser lido em MATLAB.

AMN: 1.4 – Roda-se o programa statistic.m em MATLAB onde uma análise estatística é realizada e os índices de MAC e FER são calculados.

AMN: 2 – Processos de Atualização

Com o intuito de verificar as simplificações realizadas no modelo numérico e melhorar a correlação entre o modelo numérico e o modelo modal é que surge o processo de atualização do modelo de elementos finitos, onde regiões da estrutura que não foram bem modeladas são selecionadas para detectar erros genuínos do modelo. Este processo de atualização é dividido em duas etapas, a atualização manual e a automática. No processo de atualização manual imprecisões do modelo que não podem ser avaliada quantitativamente são alteradas, no processo de atualização automática as variáveis definidas no item MME: 1.1 são avaliadas e algumas delas, dependendo do resultado da análise de sensibilidade, são alteradas através de um processo automático.

AMN: 2.1 – Atualização manual

Para a realização da sintonização manual do modelo numérico das pontes são necessários os programas *amodee.mac*, *freq.mac* e o programa criado como definido nos itens MN: 3 e 4.

De acordo com as anotações realizadas no item MN: 5, que correspondem aos erros ou simplificações do modelo, realize alterações no modelo numérico (ou seja, alterações no programa criado nos itens MN:3 e 4) após realizadas estas alterações execute o modelo e os programas *amodee.mac* (que automaticamente abre o arquivo *freq.mac*) para que novas correlações entre os modelos sejam feitas. Escolha dentre os modelos alterados o que apresenta melhor correlação (denominado modelo S) e parta para a próxima etapa.

AMN: 2.2 – Atualização automática

O processo de atualização automática é basicamente dividido em 2 etapas: o pré-processamento e a atualização automática. Para que este processo seja realizado é necessário que arquivos em ANSYS com as extensões *.lgw* e *rst* sejam criados.

AMN: 2.2.1 – Definem-se as variáveis de estado

AMN: 2.2.2 – Definem-se os parâmetros candidatos a atualização com base nas variáveis adotadas no item MN: 3.1.

AMN: 2.2.3 – Criam-se os arquivos ****.lgw* , *UPdate.mac*, *UPsensit.mac* e *UPrando.mac* conforme definido no item 6.3.

AMN: 2.2.4 – Define-se o espaço confiável de projeto

A realização da análise aleatória para a definição do espaço confiável do projeto é facultativa. Depend do conhecimento que se tem da ordem de variação dos parâmetros. O arquivo *Uprando.mac* é utilizado para realização da análise aleatória.

AMN: 2.2.5 – Selecionam-se os parâmetros de atualização por meio da análise de sensibilidade. O arquivo *Upsensit.mac* é utilizado para realização desta análise.

AMN: 2.2.6 – Define-se a função objetivo

AMN: 2.2.7 – Aplica-se o método de otimização e obtem-se os parâmetros de atualização.