

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**UM MODELO PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À
FADIGA MULTIAXIAL PARA CARREGAMENTOS DE
FLEXÃO E TORÇÃO COMBINADOS, FORA DE FASE E COM
AMPLITUDE CONSTANTE. COM BASE NO CRITÉRIO DO
INVARIANTE DO TENSOR**

LUCIVAL MALCHER

ORIENTADOR: PROF. JOSÉ CARLOS BALTHAZAR

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM CIÊNCIAS MECÂNICAS

PUBLICAÇÃO: ENM.DM-105A/06

BRASÍLIA / DF: DEZEMBRO / 2006

1 INTRODUÇÃO.

1.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO.

Segundo o relatório do Departamento de Comércio Norte Americano (10), publicado na década de 80, cerca de 4% do PIB bruto dos Estados Unidos, equivalente a aproximadamente 119 bilhões de dólares, são despendidos em custos gerados por falhas ou rupturas de componentes em todos os tipos de máquinas e estruturas mecânicas. Inúmeros pesquisadores vêem o problema da fadiga como a principal causa dessas falhas. Embora, desde meados do século XIX a fadiga tenha sido objeto de atenção de engenheiros e pesquisadores. Várias questões, especialmente no que se refere à fadiga sob carregamentos complexos, continuam em aberto, desafiando os engenheiros no desenvolvimento de novas metodologias para projetos e construção de estruturas seguras e confiáveis.

Componentes de máquinas, veículos e estruturas em geral estão freqüentemente sujeitos a carregamentos cíclicos, que podem causar falhas por fadiga. Pesquisadores como Reed, Smith e Christ (10) têm mostrado em seus estudos que cerca de 90% das rupturas e falhas de peças em serviço são ocasionadas por este fenômeno e principalmente quando associados à fadiga multiaxial.

Avaliar as falhas por fadiga sob carregamento multiaxial é de extrema importância para muitas aplicações industriais. A fadiga é um problema que afeta qualquer componente sob cargas variáveis, tais como suspensão de automóveis na estrada, asas de aviões em vôo, pontes sob tráfego intenso, navios sob o ataque de ondas, turbinas sob condição de temperatura cíclica, entre outros.

August Wohler foi um dos pesquisadores pioneiros do fenômeno, no século XIX. Durante o período que vai de 1850 até 1875 e realizou muitos experimentos no sentido de explicar os motivos de falhas estruturais em componentes submetidos a carregamentos inferiores aos limites de resistência do material, porém aplicados ciclicamente. Nesse período foram estabelecidas as relações básicas entre as variáveis que influenciam na resistência à fadiga dos metais, especialmente a relação entre o nível de tensão e o número de ciclos de tensão aplicados.

Bauschinger em 1850 desenvolveu um extensômetro com sensibilidade capaz de medir pequenas deformações e, por muitos anos, estudou a relação entre pequenas deformações inelásticas e o limite de resistência à fadiga. Ele acreditava na existência de um limite natural de resistência, medido por meio de testes cíclicos, abaixo do qual a falha por fadiga não ocorreria. Materiais virgens possuem um limite elástico primitivo que não é igual ao limite natural elástico. Hoje em dia, se reconhece este fenômeno com a diferença entre o limite de resistência para carregamentos montônicos e cíclicos dos materiais.

Em 1903, Ewing e Humphrey motivados pelos trabalhos desenvolvidos por Wöhler e Bauschinger, publicaram seu trabalho clássico intitulado como “The Fracture of Metals Under Repeated Alternations and Stress”. Os critérios de fadiga para carregamentos uniaxiais se desenvolveram e foram objetos de estudos durante décadas. Só posteriormente os critérios voltados a carregamentos multiaxiais tornaram objeto de investigação.

Muitos critérios para estabelecer o limite de fadiga multiaxial foram propostos. Para carregamentos multiaxiais sob amplitude constante, Crossland em 1956, Sines em 1959, Kakuno-Kawada em 1979 propuseram critérios baseados nos invariantes do tensor. Findley em 1959, Brown e Miller em 1973, Mataka em 1977 e McDiarmid apresentaram critérios baseados na abordagem do plano crítico. Dang Van em 1973 e Papadopoulos em 1987 trabalharam no sentido de estabelecer critérios voltados a tensão mesoscópica. Grubisic e Simburger em 1976 e Liu e Zenner em 1993 propuseram modelos baseados na tensão média dentro de um volume elementar.

Todos estes critérios apresentam bons resultados quando aplicados a carregamentos multiaxiais com amplitude constante e em fase. Sabe-se entretanto, que muitos componentes mecânicos estão sujeitos a carregamentos fora de fase. Estas defasagens tendem a reduzir a resistência à fadiga do material, o que levou muitos pesquisadores a procurar estabelecer uma relação entre o ângulo de fase e a redução na resistência à fadiga. Dang Van e Papadopoulos em 1987, Deperrois em 1991, Duprat et al em 1997, Bin Li et al em 2000 e Mamiya e Araújo em 2002 são exemplos desses pesquisadores.

1.2 OBJETIVOS.

Neste trabalho, buscou-se desenvolver um modelo simplificado para determinação da resistência à fadiga multiaxial, em condições de carregamentos combinados de torção e flexão fora de fase e com amplitude constante.

Foi feita uma breve revisão bibliográfica sobre o fenômeno da fadiga, enfocando as propostas para determinação da vida de componentes, a partir das abordagens tensão-vida e deformação-vida, são apresentados também os mecanismos de iniciação e propagação de uma trinca de fadiga, bem como os efeitos da tensão média na resistência à fadiga, a partir das propostas de Goodman, Gerber e Soderberg.

Ao final, são apresentados os principais modelos para determinação da resistência à fadiga multiaxial, com base no critério do invariante do tensor tensão e tensão desviatória. São mostradas as propostas de Crossland (2), Sines (3) e Kakuno-Kawada (8) e também as diferentes abordagens para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente como as propostas por Deperrois (15), Dang Van e Papadopoulos (21), Duprat et al (29), Bin Li et al (38), Mamiya e Araújo (44). Uma comparação dos resultados obtidos através da nova proposição e os demais modelos é feita ao final.

1.3 DELIMITAÇÃO DO TRABALHO.

A proposição desta dissertação está no desenvolvimento de um modelo para previsão da resistência à fadiga multiaxial sob carregamento de torção e flexão alternadas, fora de fase e com amplitude constante. A nova proposta desenvolvida, parte da abordagem apresentada por Duprat et al (29) e está associada ao critério dos invariantes do tensor tensão e tensor desviatório.

Durante o desenvolvimento deste trabalho, buscou-se estudar o comportamento de componentes estruturais sob carregamentos multiaxiais enfocando as abordagens existentes para se determinar a resistência à fadiga de componentes mecânicos, bem como o efeito da tensão média sobre a resistência à fadiga e o limite de fadiga do material. A partir da abordagem do problema proposto por Duprat et al (29) em 1997 foi desenvolvida a nova proposta para previsão da resistência à fadiga em condições de carregamento multiaxial

fora de fase e com amplitude constante. A nova proposta foi aplicada a diversas configurações de carregamentos e comparada aos outros modelos da literatura.

Outras abordagens, como a da Tensão ou Deformação Equivalente, do Plano Crítico e da Energia e Trabalho Plástico, não foram objetos deste trabalho, bem como a modelagem para condição de carregamento multiaxial com amplitude variável.

2 UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE FADIGA.

2.1 A IMPORTÂNCIA DE SE ESTUDAR O FENÔMENO DA FADIGA.

A fadiga é um fenômeno que ocorre quando um componente mecânico, submetido a carregamentos dinâmicos, sofre degradação e falha sob a ação de tensões menores que a sua resistência estática.

As falhas por fadiga são comumente chamadas de fraturas progressivas. Segundo Dowling (19), em uma estrutura sob tensão, alguns cristais podem atingir ou ultrapassar seu limite elástico. Isto ocorre devido à orientação que permita o escorregamento de planos cristalográficos. Esta situação e condição se agravam quando se passa a aplicar esforços cíclicos. Por outro lado, considerando as mesmas condições de tensão, certas falhas podem ocorrer devido a não uniformidade da distribuição de tensão de um cristal para o outro.

Todas estas anomalias, aliadas a pontos de origem de tensão e esforços alternados possibilitam a formação e propagação de pequenas trincas, que com o passar do tempo, podem crescer e atingir toda a seção da estrutura, provocando a fratura.

Pode-se dividir em três as etapas de ruptura de um componente mecânico sujeito a fadiga, são elas: nucleação e propagação, que ocupam boa parte da vida do componente, e por fim, a fratura, que ocorre de forma repentina, no instante em que o comprimento da trinca atinge um tamanho tal, que a secção transversal remanescente da estrutura não é capaz de suportar as cargas aplicadas.

O estudo aprofundado da fadiga e em particular, sob carregamentos multiaxiais se faz necessário e indispensável, visto que os principais setores da indústria mundial, como o aeronáutico, automobilístico, naval, entre outros, fazem uso de modelos e conceitos para projetar peças e equipamentos sujeitos a carregamentos dinâmicos. Desta forma, a criação e determinação de modelos confiáveis são indispensáveis para o crescimento e desenvolvimento tecnológico.

Inúmeros componentes mecânicos estão submetidos a carregamentos multiaxiais, como por exemplo: árvores e eixos de transmissão, vigas, parafusos, entre outros. A grande dificuldade para se avaliar o fenômeno da fadiga em um estado multiaxial de tensão, como o estado biaxial, está em modelar com precisão o comportamento do material quando submetido a esse tipo de carregamento.

2.2 INICIAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE TRINCA DE FADIGA.

As maiorias das falhas estruturais súbitas que ocorrem na prática, são causadas por fadiga. A iniciação e a propagação da trinca não provocam mudanças evidentes no comportamento da estrutura. Em geral não existem avisos prévios de uma falha iminente e o dano é geralmente restrito à região crítica da peça. O processo é lento, gradual, contínuo e irreversível, podendo causar à ruptura da peça, como ilustrado na Fig. 2.1.

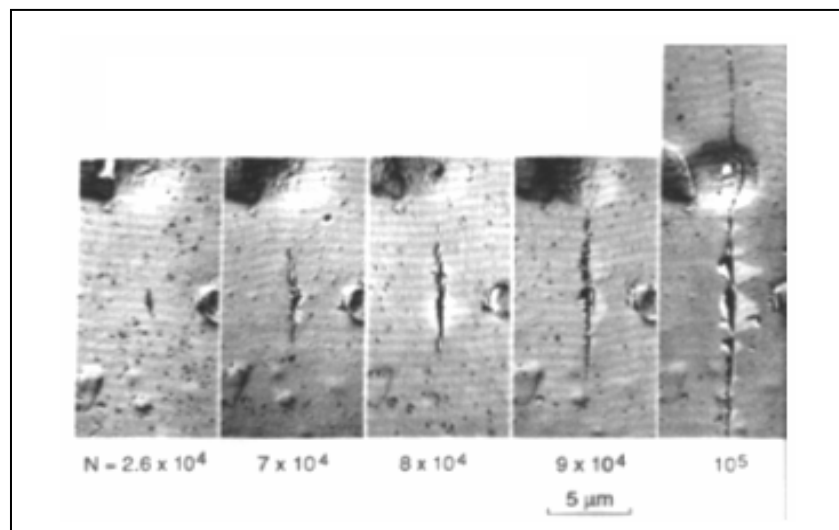


Figura 2.1 - Crescimento paulatino de uma trinca de fadiga, Dowling (19).

O gerenciamento da integridade de uma estrutura ou qualquer equipamento mecânico requer inspeções periódicas e a ação de se detectar uma falha é trabalhosa. Deve-se localizar o ponto onde o trinca está ocorrendo.

Uma trinca de fadiga é provocada pela ação de carregamentos cíclicos, e depende das gamas de tensões $\Delta\sigma$. Para Dowling (19), a iniciação típica das trincas em peças de materiais metálicos dúcteis é causada por $\Delta\sigma$, que gera a movimentação cíclica de

discordâncias, que se agrupam em células e formam bandas de deslizamento persistentes, as quais levam à geração de intrusões e extrusões na superfície, como pode ser visto na Fig. 2.2.

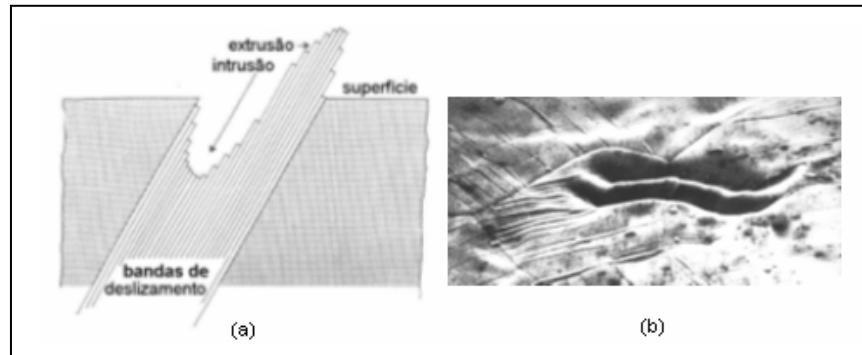


Figura 2.2 - Bandas de deslizamento e a geração de intrusões e extrusões na superfície do material (a). Formação de Intrusões e Extrusões ($\sim 0.1\text{mm}$) na superfície de uma peça de Ni Puro (b), Dowling (19).

Para materiais frágeis, as chamadas bandas de deslizamento podem não se formar. Assim, as trincas de fadiga iniciarão a partir de discontinuidades do material, como vazios ou inclusões. Pode-se pensar neste micro-mecanismo como um problema de plasticidade cíclica localizada.

Após a nucleação de um trinca de fadiga, em condições de carregamento uniaxial, ela tende a se propagar no plano a 45° da direção do carregamento, ou seja, no plano de máxima amplitude da tensão cisalhante. Esta primeira fase de crescimento da trinca é chamada de Estágio I e normalmente é curto. Após o crescimento da ordem de alguns grãos, a trinca passa a se propagar na direção normal à orientação da máxima tensão principal, esta fase é chamada de Estágio II. A Fig. 2.3 ilustra a nucleação, o estágio I e estágio II de crescimento de uma trinca de fadiga.

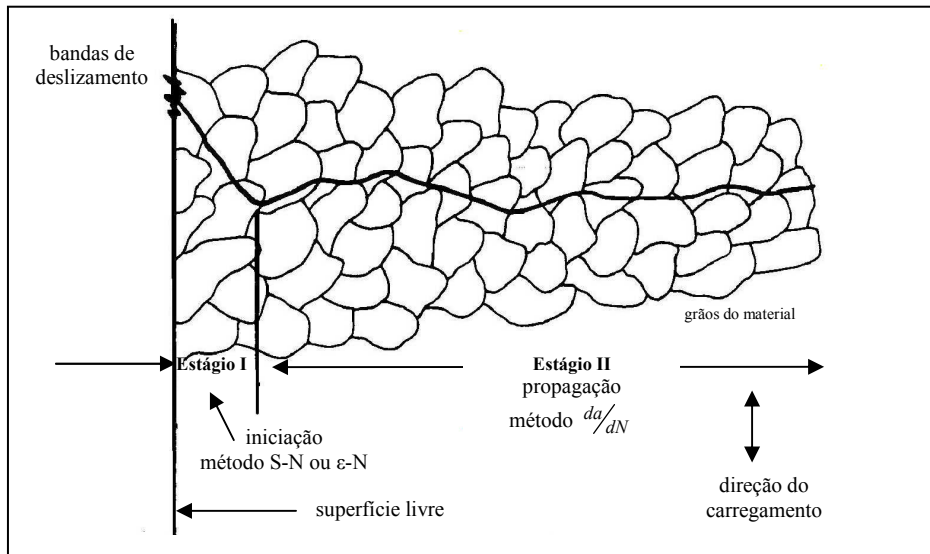


Figura 2.3 - Visão esquemática dos estágios de uma trinca de fadiga. Dowling (19)

As ondulações superficiais concêntricas chamadas de marcas de praia e radiais chamadas de marcas de rio são as características macroscópicas mais comuns das trincas de fadiga. A forma destas marcas, que são visíveis a olho nu, pode estar relacionada ao carregamento indutor da falha. A principal característica microscópica das trincas de fadiga é a presença de estrias, só visíveis num microscópio eletrônico. Segundo Dowling (19), as estrias são causadas pelo crescimento da trinca a cada ciclo do carregamento, através de um mecanismo de carregamento, escorregamento, embotamento e agudização sucessiva da ponta da trinca. O espaçamento entre as estrias quantifica o crescimento da trinca em cada ciclo de carga.

Na prática, o processo de fadiga quase sempre ocorre a partir da raiz de um entalhe concentrador de tensão. A iniciação da trinca é controlada pela gama $\Delta\sigma$ das tensões (de Mises) atuantes naquele ponto quando as solicitações cíclicas são baixas e a vida é longa. Este processo é muito influenciado pelas propriedades mecânicas do material, acabamento superficial, gradiente das tensões atuantes, estado de tensões residuais presente junto à superfície da raiz do entalhe.

A resistência à fadiga de um componente mecânico tende a aumentar com a resistência à ruptura σ_u , a melhoria do acabamento superficial, o aumento do gradiente de tensões e a presença de tensões residuais compressivas. Quando as cargas são altas, há

escoamento cíclico e a vida é curta, assim o principal parâmetro controlador da resistência à fadiga é a ductilidade do material, e os detalhes superficiais têm menos importância. Neste caso vale a pena considerar a gama $\Delta\varepsilon$ das deformações como a iniciadora das trincas.

A vida de um componente é composta pelo número de ciclos necessários a iniciação da trinca e o número de ciclos necessário à propagação até a ruptura, como ilustrado na Fig. 2.3. A previsão do número de ciclos necessários à iniciação da trinca pode ser modelada através das abordagens S-N e ε -N. Já o número de ciclos necessários à propagação da trinca, até a ruptura da estrutura, pode ser modelado através dos princípios da mecânica da fratura.

2.3 A ABORDAGEM S-N PARA PREVISÃO DE VIDA À FADIGA.

2.3.1 CARREGAMENTO CÍCLICO COM AMPLITUDE CONSTANTE.

Em algumas aplicações práticas e em muitos testes de fadiga em materiais, envolvem ciclos entre níveis máximos e mínimos de tensões que são constantes e chamados de amplitude de tensão constante.

A gama de tensão ou $\Delta\sigma$, é determinada através da diferença entre o valor máximo e o valor mínimo de tensão. Da mesma forma, calculando o valor médio entre o máximo (σ_{\max}) e o mínimo (σ_{\min}) nível de tensão, tem-se a tensão média para o carregamento ou σ_m . A tensão média pode ser igual a zero como em um carregamento alternado, Fig. 2.6, mas frequentemente, em casos práticos ela é diferente de zero, como em um carregamento flutuante ou repetido, Fig.s 2.4 e 2.5. A amplitude de tensão ou σ_a é definida como a metade da faixa de tensão $\Delta\sigma$, é esta parcela da tensão que flutua ao longo do tempo sobre a tensão média. As expressões matemáticas usadas para se definir estes conceitos são:

$$\Delta\sigma = \sigma_{\max} - \sigma_{\min} \quad (2.1)$$

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max} + \sigma_{\min}}{2} \quad (2.2)$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{\max} - \sigma_{\min}}{2} \quad (2.3)$$

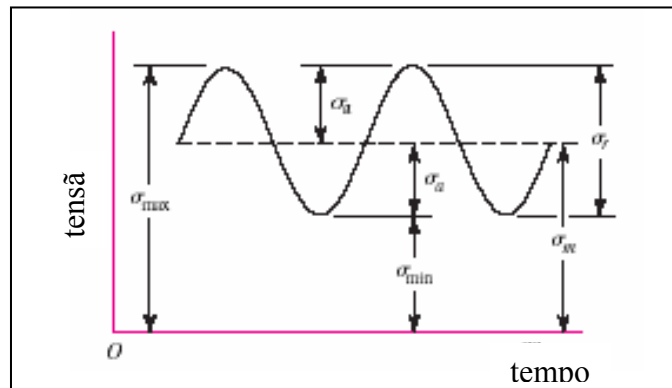


Figura 2.4 - Carregamento flutuante - σ_{\max} e σ_{\min} são positivas ou σ_{\max} e σ_{\min} são negativas.

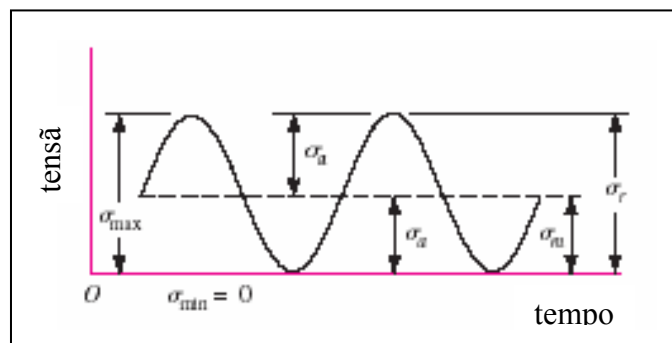


Figura 2.5 - Carregamento repetido - σ_{\max} ou σ_{\min} igual a zero.

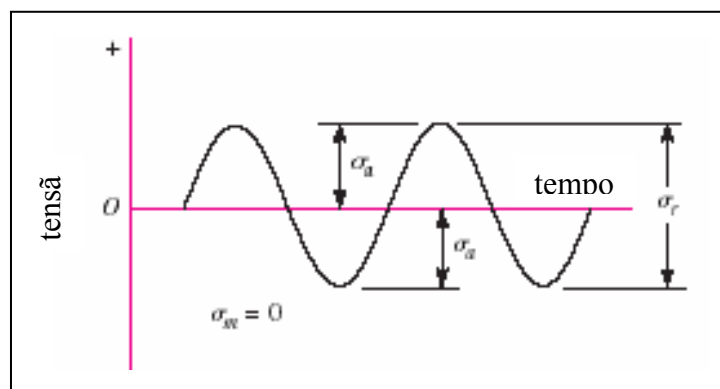


Figura 2.6 - Carregamento alternado - σ_{\max} e σ_{\min} de sinais contrários.

O termo tensão alternada é comumente usado por alguns autores para denominar a amplitude de tensão σ_a . As seguintes expressões também são usadas para se definir o máximo e mínimo nível de tensão.

$$\sigma_{\max} = \sigma_m + \sigma_a \quad (2.4)$$

$$\sigma_{\min} = \sigma_m - \sigma_a \quad (2.5)$$

Razões entre tensões máximas e mínimas e alternadas e médias podem ser definidas como:

$$R = \frac{\sigma_{\min}}{\sigma_{\max}} \quad (2.6)$$

$$A = \frac{\sigma_a}{\sigma_m} \quad (2.7)$$

Onde R é chamada de razão de tensão e A é chamada de razão de amplitude. Os valores de R e A também são utilizados para se definir a característica do carregamento aplicado. Substituindo a Eq. 2.6 nas Eq.s 2.2 e 2.3, as tensões alternadas e médias podem ser redefinidas como:

$$\sigma_m = \frac{\sigma_{\max}}{2} (1 + R) \quad (2.8)$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_{\max}}{2} (1 - R) \quad (2.9)$$

Os termos R e A podem ser escritos como função um do outro.

$$R = \frac{1 - A}{1 + A} \quad (2.10)$$

$$A = \frac{1-R}{1+R} \quad (2.11)$$

Carregamentos cíclicos com tensão média igual a zero podem ser caracterizados por somente um parâmetros, como por exemplo: σ_a ou σ_{\max} . Caso a tensão média seja diferente de zero, para se caracterizar o carregamento tem que se fornecer dois parâmetros independentes, como: σ_a e σ_m , σ_{\min} e R, $\Delta\sigma$ e R, σ_{\max} e σ_{\min} , e σ_a e A.

Para um carregamento alternado tem-se a condição de tensão média igual a zero e $R = -1$, como ilustrado na Fig. 2.6. Já para um carregamento repetido, tem-se a tensão mínima igual a zero e $R = 0$, como ilustrado na Fig. 2.5.

2.3.2 A CURVA S-N DE WÖHLER.

Uma maneira rápida e prática de se apresentar resultados de ensaios para fadiga, pode ser observado através da curva tensão versus o número de ciclos, também chamada de curva S-N ou curva de Wöhler, onde S representa a amplitude de tensão aplicada e N indica o número de ciclo para iniciação de uma trinca de fadiga.

Para se montar uma curva S-N, há a necessidade de se fazer inúmeros ensaios mecânicos em corpos de prova ou componentes de máquinas. Estes ensaios procuram determinar a vida do componente para cada amplitude de tensão aplicada, como ilustrado na Fig. 2.7.

De acordo com a Fig. 2.7, nota-se que quanto menor é a amplitude de tensão aplicada S, maior é o número de ciclos suportados pelo material. O valor de tensão aplicada que resulta em uma determinada vida N do componente, é chamada de resistência à fadiga.

Um fenômeno observado em tais diagramas está no chamado limite de fadiga, que é o valor de tensão correspondente, na qual a curva S-N se torna horizontal. Amplitude de tensão aplicada a baixo do limite de fadiga dá ao componente a chamada vida infinita.

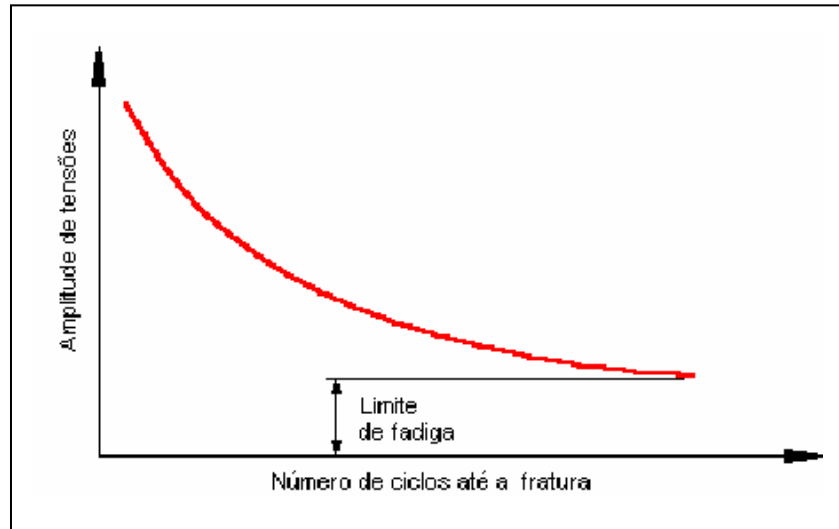


Figura 2.7 - Curva S-N característica de um aço.

O modelo S-N caracteriza a chamada fadiga policíclica, onde o comportamento à fadiga, para uma grande parte dos materiais metálicos, é geralmente controlado pelas tensões elásticas. Para alguns materiais, como o alumínio, há a existência de tensões elásticas e plásticas. Através dos dados experimentais de um ensaio de fadiga uniaxial, gera-se um gráfico S-N em escala log-linear que pode ser aproximada pela Eq. 2.12. Pode-se apresentar também em escala logarítmica (log-Log) onde a equação é linearizada e representada pela Eq. 2.13.

$$S_a = \sigma_a = C + D \cdot \log(N_f) \quad (2.12)$$

Onde C e D são parâmetros constantes. A Eq. 2.12 pode ser reescrita como sendo:

$$\sigma_a = A \cdot N_f^B \quad (2.13)$$

Os parâmetros A e B podem ser escritos como: $A = 2^b \cdot \sigma_f$ e $B = b$.

Assim, a Eq. 2.13 pode ser escrita na sua forma mais conhecida, como mostrado a baixo, que também é chamada de equação de Basquin.

$$\sigma_a = \sigma_f \cdot (2N_f)^b \quad (2.14)$$

Onde σ_f é o coeficiente de resistência à fadiga e b é o expoente de resistência à fadiga ou expoente de Basquin. Os parâmetros σ_f e b são obtidos através de ensaios uniaxiais em corpos de prova entalhados.

Para vidas curtas e para alguns materiais metálicos, as altas tensões envolvidas podem estar acompanhadas de deformações plásticas. Desta forma, o modelo S-N não descreve com precisão o comportamento à fadiga do material, assim uma modelagem baseada na deformação pode ser mais adequada.

2.3.3 A RESISTÊNCIA À FADIGA E O LIMITE DE RESISTÊNCIA À FADIGA.

A resistência à fadiga de um componente mecânico depende das propriedades do material e dos detalhes do ponto crítico da peça. O ideal é testar a peça sob cargas reais de trabalho, mas como isto raramente é possível, em geral é necessário se estimar a sua resistência à fadiga.

Caso a resistência do material seja conhecida, avalia-se o efeito dos diversos parâmetros que afetam a vida à fadiga (do ponto crítico) da peça, senão também se estima a resistência do material.

A resistência à fadiga σ_{rf} não é uma constante do material, mas sim uma função não-linear de N que é o número de ciclos de vida à fadiga. A vida à fadiga decresce muito com o aumento da sollicitação, seguindo freqüentemente uma função parabólica do tipo $N.S^b = c$.

Aços e alguns outros materiais podem apresentar um limite de fadiga bem definido σ_f , tal que sollicitações $\frac{\Delta\sigma}{2} < \sigma_f$ tendem a não causar dano à peça, podendo-se projetar então, componentes para a chamada vida infinita, que para os aços está entorno de 10^6 e 10^7 ciclos. Alguns materiais, como alumínio e alguns polímeros, podem não apresentar este limite bem definido.

Diversos fatores influenciam significativamente na vida à fadiga de peças reais e os fatores que alteram as tensões macroscópicas devem ser tratados nas sollicitações, mas

quando a escala dimensional do efeito do fator é pequena, é melhor considerá-lo como modificador da resistência à fadiga do material. Esta é, em geral, medida através de corpos de prova padronizados de flexão rotativa, cilíndricos, $D = 8 \text{ mm}$, polidos, sem entalhes ou tensões residuais, testados na temperatura e na atmosfera ambientes.

2.3.4 O EFEITO DA TENSÃO MÉDIA NA RESISTÊNCIA À FADIGA.

Em geral, as curvas S-N para os metais, são obtidas em ensaios mecânicos com tensão média nula. Porém, inúmeros componentes mecânicos estão sujeitos a carregamentos com tensão média diferente de zero, $\sigma_m \neq 0$. Para carregamentos com tensão média diferente de zero, as curvas de resistência à fadiga sofrem alterações significativas. À medida que a tensão média aumenta, verifica-se que há uma redução tanto no limite de fadiga, quanto na resistência à fadiga do material para uma vida infinita.

Durante décadas, procurou-se estabelecer o efeito da tensão média nas propriedades à fadiga do material. Várias teorias procuraram traduzir matematicamente os resultados experimentais em que se analisava o efeito de σ_m no limite de fadiga. As teorias mais conhecidas foram propostas por Goodman, Gerber e Soderberg e podem ser observadas através da Fig. 2.8.

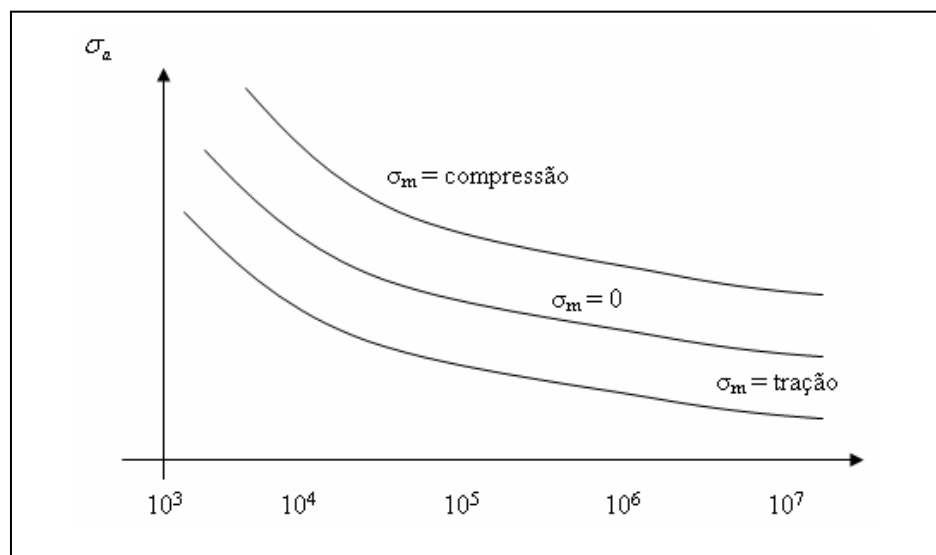


Figura 2.8 - Efeito da tensão média na resistência e limite de fadiga.

As Eq.s 2.15, 2.16, 2.17 e 2.18 representam matematicamente os critérios de Goodman, Gerber, Soderberg e Elíptico respectivamente.

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{rf}} + \frac{\sigma_m}{S_{rt}} = 1 \quad (2.15)$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{rf}} + \left(\frac{\sigma_m}{S_{rt}} \right)^2 = 1 \quad (2.16)$$

$$\frac{\sigma_a}{\sigma_{rf}} + \frac{\sigma_m}{S_e} = 1 \quad (2.17)$$

$$\left(\frac{\sigma_a}{\sigma_{rf}} \right)^2 + \left(\frac{\sigma_m}{S_e} \right)^2 = 1 \quad (2.18)$$

Onde S_e é o limite de escoamento do material, S_{rt} é o limite de resistência a tração e σ_{rf} é a resistência à fadiga do material.

Para materiais dúcteis os resultados experimentais, em geral, aproximam-se da curva de Gerber, mas devido à dispersão dos resultados que ocorrem em fadiga e o fato de dá mais margem de segurança, o critério de Soderberg é o mais usado.

De acordo com a Fig. 2.9, observa-se que o critério de Gerber é o menos conservador, seguido de Goodman e Soderberg.

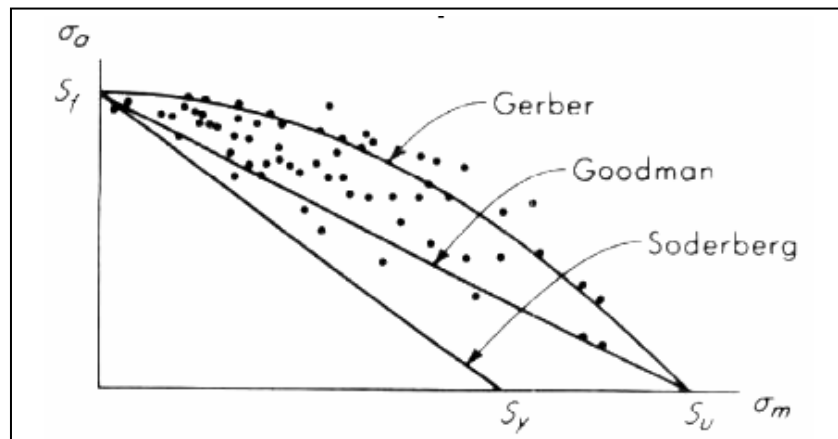


Figura 2.9 - Diagrama esquemático mostrando os limites dos critérios de Goodman, Gerber e Soderberg.

2.4 O MÉTODO ϵ -N PARA PREVISÃO DE VIDA À FADIGA.

A abordagem deformação-vida é baseada na observação, de que para muitos materiais e componentes mecânicos, a resposta do mesmo em regiões críticas, como em entalhes, se dá através do controle da deformação. Quando o nível de carregamento aplicado é baixo, há uma relação linear entre tensão e deformação. Conseqüentemente, nestes casos, ensaios mecânicos realizados através do controle da tensão ou da deformação são equivalentes.

Porém, para carregamentos elevados ou para a chamada fadiga de baixo ciclo, a relação tensão-deformação e o comportamento do material é melhor descrito, através do controle da deformação. Na abordagem deformação-vida, as deformações plásticas são mensuradas e quantificadas.

2.4.1 ENDURECIMENTO E AMOLECIMENTO CÍCLICO

A resposta dos metais quando sujeito a carregamentos cíclicos pode ser drasticamente diferenciada do seu comportamento para ensaios monotônico. Dependendo das condições iniciais e de teste, o metal pode se comportar:

- i) Endurecer ciclicamente;
- ii) Amolecer ciclicamente;
- iii) Ciclicamente estável;
- iv) Comportamento misto. Amolecer e endurecer dependendo da faixa de tensão.

Para se analisar o comportamento do material quando carregado ciclicamente há a necessidade de se efetuar ensaios sob controle da deformação ou deslocamento.

Através da Fig. 2.10, pode-se verificar o efeito do endurecimento cíclico e amolecimento cíclico no laço de histerese. Observa-se que quando o material endurece ciclicamente, para se manter o mesmo nível de deformação, a tensão aplicada aumenta, alongando o laço de histerese. Para os materiais que se comportam amolecendo ciclicamente, para se manter o mesmo nível de deformação, a tensão é reduzida, achatando o laço de histerese.

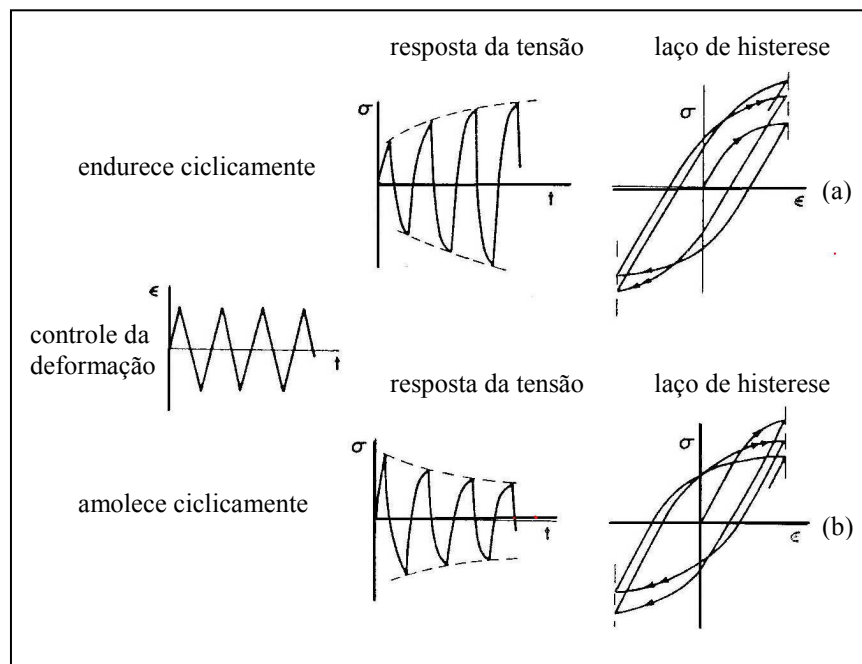


Figura 2.10 – (a) material endurece ciclicamente e há aumento no nível de tensão. (b) material amolece ciclicamente e há diminuição no nível de tensão, Dowling (19).

Manson em 1964 verificou que a relação entre o limite de resistência e o limite de escoamento do material, pode ser usada como parâmetro para se prever o comportamento cíclico do mesmo, assim:

$\frac{S_{rt}}{S_e} > 1.4$, o material endurece ciclicamente.

$\frac{S_{rt}}{S_e} < 1.2$, o material amolece ciclicamente.

Para condição de $1.2 \leq \frac{S_{rt}}{S_e} \leq 1.4$ não se espera mudanças no comportamento cíclico do material.

Geralmente, este comportamento transiente ocorre somente durante os primeiros ciclos de vida à fadiga do material, aproximadamente 20 a 40 % de N. Após este período o material se apresenta ciclicamente estável.

2.4.2 DETERMINAÇÃO DA RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICA.

A curva tensão-deformação para carregamentos monotônicos tem sido usada ao longo do tempo para se determinar parâmetros de projetos, como o limite de tensão e a tensão de trabalho, quando as estruturas e componentes estão sujeitos a carregamentos estáticos. Para a curva tensão-deformação cíclica, semelhantemente ao caso monotônico, é usada para assegurar a durabilidade de estruturas e componentes quando estão sujeitos a carregamento cíclico.

A resposta de materiais sujeitos a carregamentos cíclicos inelásticos está na forma de um laço de histerese. Através da Fig. 2.11, pode-se observar o comportamento de um material sujeito a carregamento cíclico, onde são mostrados os laços de histerese, a deformação plástica, a deformação elástica e a gama de tensão aplicada. A figura ilustra o relaxamento do material ao longo do histórico de carregamento, onde se tem uma redução dos níveis de tensão para se manter os mesmos níveis de deformação.

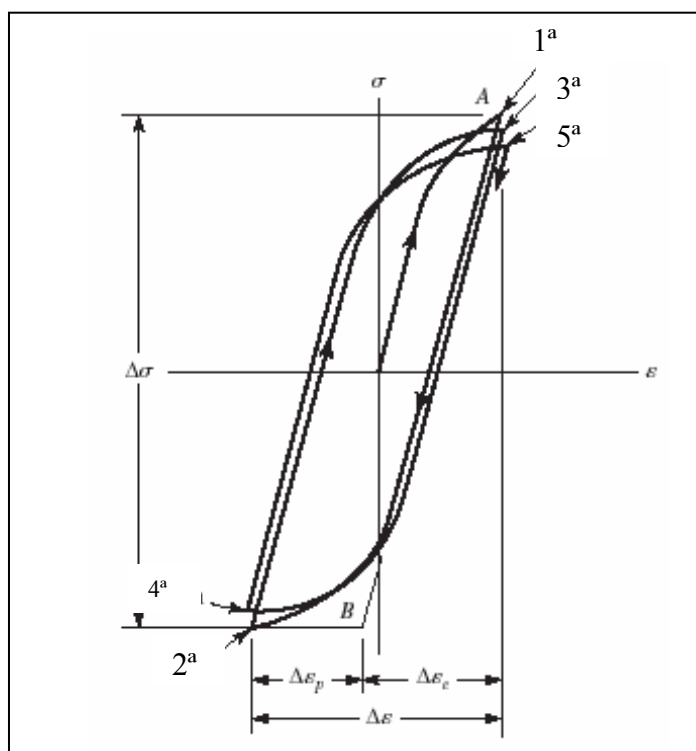


Figura 2.11 - Curva Tensão-deformação para carregamentos cíclicos. Laço de histerese.

A largura total do laço é equivalente a faixa de deformação $\Delta\varepsilon$ e a altura total do laço é equivalente a faixa de tensão $\Delta\sigma$. Assim, da Fig. 2.11, pode-se escrever a faixa de tensão e deformação em termos de amplitude de tensão e deformação.

$$\varepsilon_a = \frac{\Delta\varepsilon}{2} \quad (2.19)$$

$$\sigma_a = \frac{\Delta\sigma}{2} \quad (2.20)$$

A deformação total é a soma da parcela elástica e plástica de $\Delta\varepsilon$, de acordo com a Eq. 2.21.

$$\Delta\varepsilon = \Delta\varepsilon_e + \Delta\varepsilon_p \quad (2.21)$$

Em termos da amplitude de deformação, tem-se:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \varepsilon_e}{2} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \quad (2.22)$$

Utilizando a Lei de Hooke $\Delta \varepsilon_e = \Delta \sigma / E$, que fornece uma relação tensão-deformação dentro do regime elástico, e substituindo a mesma pela parcela elástica da deformação contida na Eq. 2.22, tem-se:

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\Delta \sigma}{2E} + \frac{\Delta \varepsilon_p}{2} \quad (2.23)$$

A área formada pelo laço de histerese é equivalente à energia por unidade de volume dissipada durante um ciclo de carregamento e representa uma medida do trabalho da deformação plástica realizada pelo material.

Pode-se desenvolver uma relação entre tensão-deformação plástica, semelhantemente ao caso monotônico. Assim, um gráfico $\log \sigma$ versus $\log \varepsilon_p$ para um carregamento cíclico completamente estabilizado, ou seja, quando se tem a gama de tensão e deformação aplicadas constantes ao longo do tempo, pode ser aproximado por uma linha reta, como ilustrado na Fig. 2.12.

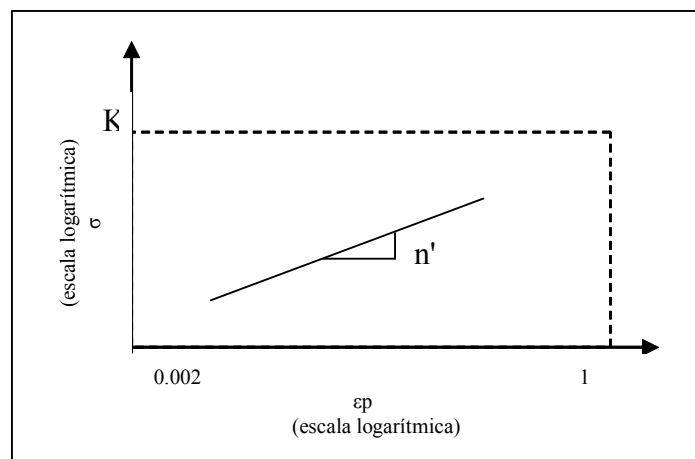


Figura 2.12 - Gráfico $\log \sigma$ versus $\log \varepsilon_p$ para um carregamento cíclico completamente estabilizado.

Desta forma, a relação entre tensão-deformação plástica pode ser escrita como:

$$\log(\sigma_a) = \log(K') + n' \cdot \log(\varepsilon_{ap}) \quad (2.24)$$

Substituindo a Eq. 2.24 na Eq. 2.23, tem-se uma relação amplitude de deformação total versus amplitude de tensão, de acordo com a Eq. 2.25:

$$\varepsilon_a = \frac{\sigma_a}{E} + \left(\frac{\sigma_a}{K'} \right)^{\frac{1}{n'}} \quad (2.25)$$

Onde K' é o coeficiente de resistência cíclica e n' é o expoente de endurecimento cíclico e podem ser determinados através das Eq.s 2.26 e 2.27.

$$K' = \frac{\sigma_f'}{(\varepsilon_f')^{n'}} \quad (2.26)$$

$$n' = \frac{b}{c} \quad (2.27)$$

2.4.3 RELAÇÃO DEFORMAÇÃO TOTAL VERSUS VIDA.

Coffin e Manson na década de 50 realizaram trabalhos independentes no sentido de encontrar uma relação entre deformação plástica e a vida do componente. Através de um gráfico em escala logarítmica, esta relação pode ser linearizada e descrita por uma função potencial.

$$\frac{\Delta \varepsilon_p}{2} = \varepsilon_{ap} = \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (2.28)$$

Substituindo a relação de Coffin e Manson, juntamente com a relação de Basquin (Eq. 2.14) na Eq. 2.23, pode-se mostrar a relação entre a amplitude de deformação total e a vida à fadiga.

$$\varepsilon_t = \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (2.29)$$

A Eq. 2.29 pode ser interpretada graficamente, através da Fig. 2.13. Deve-se estabelecer que a relação entre deformação elástica versus vida e deformação plástica versus vida, ambas em escala logarítmica, podem ser ajustadas por uma linha reta.

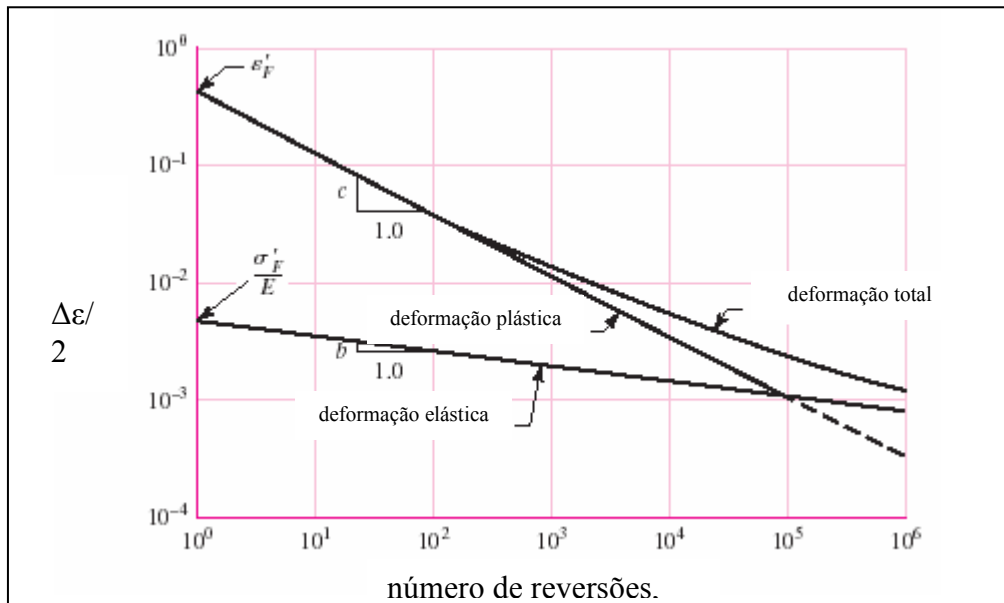


Figura 2.13 - Curva Deformação-vida. Verificam-se as componentes elástica e plástica da deformação, Shigley (49).

A amplitude de deformação total, ε_{at} ou $\frac{\Delta\varepsilon}{2}$ pode ser adquirida somando os valores elásticos e plásticos da deformação. Quanto menor for a vida do componente, maior é a parcela plástica na deformação total e a forma do laço de histerese tende a ser mais largo. Para casos, onde a parcela da deformação plástica é pequena, tem-se um laço de histerese mais estreito.

2.4.4 EFEITO DA TENSÃO MÉDIA NA CURVA ϵ -N.

Em geral, as propriedades de fadiga dos materiais são obtidas através de ensaios alternados com amplitude constante. O efeito da deformação média é desprezível na maioria das vezes. Por outro lado, a tensão média pode ter um efeito significativo na vida à fadiga.

O efeito da tensão média sobre as curvas ϵ -N é predominantemente mensurado para fadiga policíclica. Nestes casos, a amplitude de deformação plástica é pequena quando comparada à parcela de deformação plástica. De acordo com a Fig. 2.14, tensões médias de compressão podem aumentar a vida à fadiga, já para tensões médias de tração o efeito pode ser de redução na vida à fadiga.

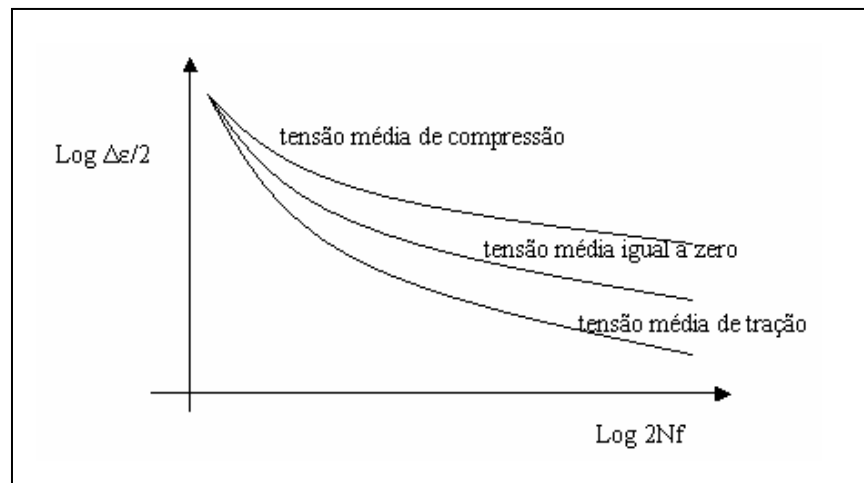


Figura 2.14 - Efeito da tensão média na curva ϵ -N.

No caso de fadiga oligocíclica, onde a parcela de deformação plástica é predominante, há uma redução gradual da tensão média resultante à medida que se aumenta o número de ciclos, podendo até chegar em condições de $\sigma_m = 0$. Quando a parcela de deformação plástica não é suficientemente grande a tensão média pode diminuir e estabilizar em valores diferentes de zero.

Este comportamento transiente de redução da tensão média não é um processo de amolecimento cíclico, como mostrado na Fig. 2.10(b), pois pode ocorrer em materiais

ciclicamente estáveis $1.2 \leq \frac{S_{rt}}{S_e} \leq 1.4$. Para este comportamento se dá o nome de relaxamento da tensão média, como ilustrado na Fig. 2.15.

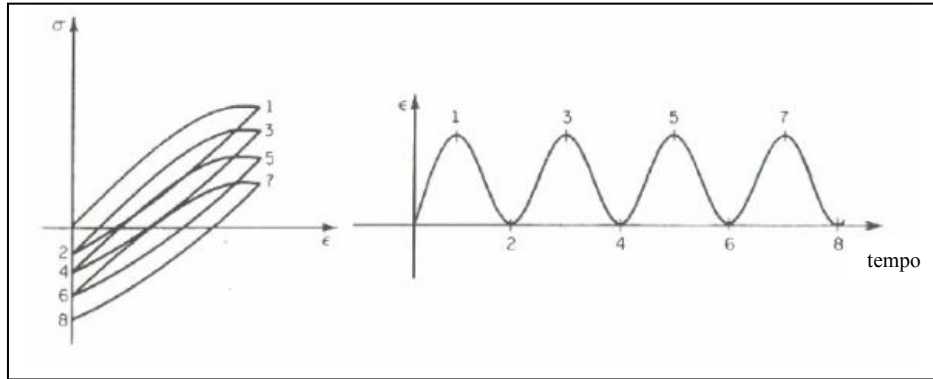


Figura 2.15 - Relaxamento da tensão média.

Para se quantificar o efeito da tensão média, Morrow em 1968 propôs modificar o termo elástico da equação deformação-vida. Assim, a Eq. 2.29 pode ser reescrita como:

$$\varepsilon_{at} = \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f' - \sigma_m}{E} (2N_f)^b + \varepsilon_f' (2N_f)^c \quad (2.30)$$

Smith, Watson e Topper propuseram em 1970 um outro modelo para quantificar o efeito da tensão média. Reescrevendo a Eq. 2.14, o modelo SWT pode ser descrito como:

$$\sigma_{\max} = \frac{\Delta\sigma}{2} = \frac{\sigma_f'}{E} (2N_f)^b \quad (2.31)$$

Ao se multiplicar ambos os lados da Eq. 2.29 por σ_{\max} , tem-se:

$$\sigma_{\max} \varepsilon_{at} = \sigma_{\max} \frac{\Delta\varepsilon}{2} = \frac{\sigma_f'^2}{E} (2N_f)^{2b} + \sigma_f' \varepsilon_f' (2N_f)^{b+c} \quad (2.32)$$

Como a Eq. 2.32 é da forma $\sqrt{\sigma_{\max} \varepsilon_{at}} = f(N_f)$, ela se torna indefinida quando $\sigma_{\max} < 0$. A interpretação física desta abordagem assume que não há dano quando a tensão média for negativa.

3 FADIGA MULTIAXIAL COM AMPLITUDE CONSTANTE.

3.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO.

Muitos componentes de estruturas mecânicas estão freqüentemente sujeitos a carregamentos variáveis, que podem causar falhas por fadiga. Componentes aeronáuticos são os exemplos mais comuns e estão usualmente operando sob carregamentos combinados, que podem estar fora de fase e sendo aplicados em diferentes freqüências, gerando complexos carregamentos biaxiais ou triaxiais.

Estudos sobre fadiga multiaxial com carregamento proporcional em fase e fora de fase são desenvolvidos e diferentes abordagens são propostas na tentativa de se descrever da melhor forma, o comportamento do material ou estrutura sujeita a carregamentos multiaxiais. O Método da Tensão Equivalente, o Método do Plano Crítico, o Método da Energia e do Trabalho Plástico e O Método do Invariante do Tensor são algumas das abordagens mais conhecidas na literatura.

O Método da Tensão Equivalente consiste na transformação das tensões multiaxiais com amplitude constante em uma amplitude de tensão uniaxial equivalente, na qual se considera que irá produzir a mesma vida à fadiga que as tensões multiaxiais combinadas. Dentro deste método foram propostos alguns critérios para se prever a resistência à fadiga, como o critério da máxima tensão cisalhante octaédrica e o critério de Sines. Uma segunda abordagem é conhecida como o Método do Plano Crítico e é baseado na determinação de planos críticos, nos quais as tensões ou deformações cisalhantes e normais governam o processo de nucleação e crescimento das trincas de fadiga. Alguns modelos foram desenvolvidos dentro desta abordagem, como o de Brown e Miller (5), o modelo de Fatemi e Socie (13), o modelo de Socie (1) e o modelo de McDiarmid (14). Uma terceira abordagem é o Método da Energia e do Trabalho Plástico que consiste em computar o trabalho plástico realizado em cada ciclo de carregamento e relacioná-lo a vida à fadiga. O modelo de Garud (7) é o mais conhecido entre os critérios propostos com base neste método.

O Método do Invariante do Tensor utiliza como parâmetros determinadores da resistência à fadiga multiaxial, os seguintes parâmetros: a tensão hidrostática e a amplitude da tensão cisalhante equivalente. Este método é uma combinação do método do plano crítico, pois procura determinar dentro de um plano desviatório os valores máximos de seus parâmetros, e o método da tensão equivalente, pois faz uso de uma tensão cisalhante equivalente às tensões multiaxiais aplicadas. Inúmeros modelos com base neste método são mostrados na literatura, como Crossland (2), Sines (3), Kakuno-Kawada (8).

Para Papadopoulos (16), estes modelos dão boas estimativas para os casos de carregamento em fase. Contudo, eles não são precisos quando utilizados para carregamentos fora de fase. Papadopoulos (21) mostrou também que diferentes ângulos de fase, entre as tensões aplicadas em um componente, causam uma redução na resistência à fadiga. Assim, verificou-se que nos últimos 15 anos, estudos mais aprofundados foram desenvolvidos para se estabelecer os efeitos do carregamento fora de fase nas propriedades à fadiga em materiais e componentes mecânicos. Desta forma, pesquisadores como Dang Van et al (4), Deperrois (15), Duprat et al (29), Bin Li et al (38), Mamiya e Araújo (44) vêm procurando estabelecer a influência do ângulo de fase na vida à fadiga multiaxial. Estes modelos se diferenciam pela abordagem dada na determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente.

Neste capítulo, fez-se uma revisão sobre fadiga multiaxial, mostrando as principais abordagens para se determinar a resistência à fadiga multiaxial. É destacada a abordagem baseada dos invariantes do tensor, bem como os conceitos sobre carregamentos proporcionais e não-proporcionais, os conceitos necessários para determinação do tensor de Cauchy, tensor desviatório e os principais critérios para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente.

3.2 PRINCIPAIS DEFINIÇÕES DA MECÂNICA DOS SÓLIDOS.

3.2.1 CARREGAMENTO PROPORCIONAL E NÃO PROPORCIONAL.

Quando a razão e direção das tensões principais, resultantes de um carregamento cíclico, permanecem constantes ao longo de um ciclo, este carregamento é caracterizado

como proporcional. Já, quando estes parâmetros variam, ele é caracterizado como um carregamento não-proporcional.

Um estado multiaxial de tensão é resultado de carregamentos aplicados em um componente mecânico, que causam tensões em diferentes direções, como por exemplo: um carregamento de torção e flexão combinadas que resultam em tensões normais e cisalhantes, carregamentos de flexão em duas direções resultando em tensões normais nas direções ortogonais x e y ou ainda, um carregamento de tração e torção resultando em tensões normais e cisalhantes. Um carregamento senoidal, multiaxial com frequência ω e ângulo de fase α_{ij} , pode ser descrito através da Eq. 3.1.

$$\sigma_{ij} = \sigma_{ij,m} + \sigma_{ij,a} \cdot \text{sen}(\omega t - \alpha_{ij}) \quad (3.1)$$

onde:

σ_{ij} é a componente ij do tensor tensão;

$\sigma_{ij,m}$ é o valor médio de σ_{ij} ;

$\sigma_{ij,a}$ é o valor alternado de σ_{ij} ;

α_{ij} é o ângulo de fase entre as tensões σ_{ij} ;

ω é a frequência do carregamento.

É comum se encontrar na literatura a proposição de que carregamentos em fase são carregamentos proporcionais e carregamentos fora de fase são carregamentos não proporcionais. Assim, vale ressaltar que todo carregamento fora de fase é um carregamento não proporcional, porém nem todo carregamento em fase é um carregamento proporcional. Existem casos, como por exemplo, em carregamentos de tração alternada combinados com carregamentos estáticos de torção, onde o mesmo não é definido como fora de fase, mas é tido como um carregamento não proporcional.

Em um carregamento proporcional, o diagrama de fase, obtido através do gráfico da amplitude de tensão normal e amplitude de tensão cisalhante, é caracterizado por uma trajetória retilínea, onde à medida que se aumenta ou diminui uma das tensões, a outra é alterada na mesma proporção, como ilustrado na Fig. 3.1.

Para um carregamento não proporcional, o mesmo diagrama é caracterizado por uma elipse, no caso de um carregamento cíclico senoidal e com amplitude constante, ou por um sólido irregular, no caso de carregamentos com amplitude variável. Através da Fig. 3.2, pode-se observar que na medida em que a tensão em uma direção cresce, na outra direção ela pode estar crescendo ou diminuindo em proporções diferentes.

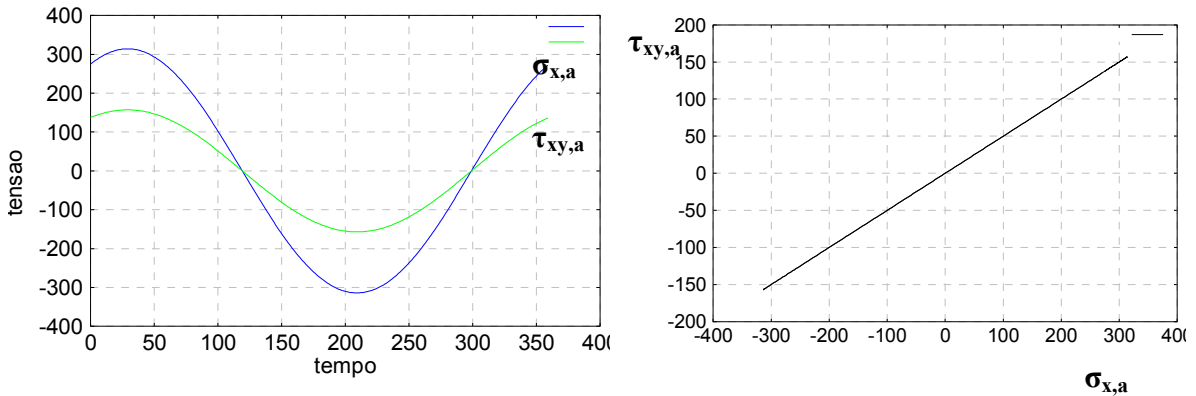


Figura 3.1 - Amplitude de tensão normal versus amplitude de tensão cisalhante para um carregamento em fase e proporcional.

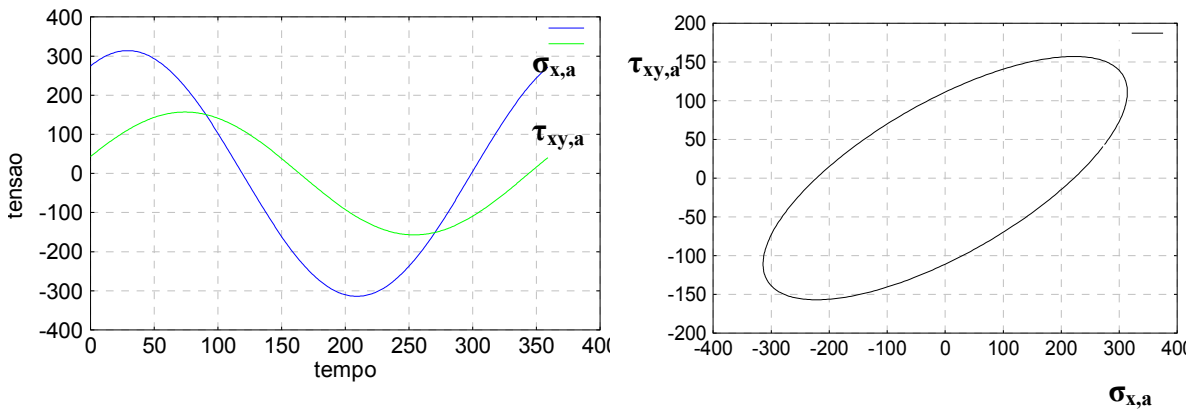


Figura 3.2 - Amplitude de tensão normal versus amplitude de tensão cisalhante para um carregamento fora de fase, ângulo de 45°.

3.2.2 DEFINIÇÃO DO TENSOR TENSÃO E TENSOR DESVIATÓRIO.

Dado um corpo submetido a esforços externos, como ilustrado na Fig. 3.3, diz-se que o mesmo está em equilíbrio, caso o somatório dos esforços aplicados em todas as direções, seja igual a zero.

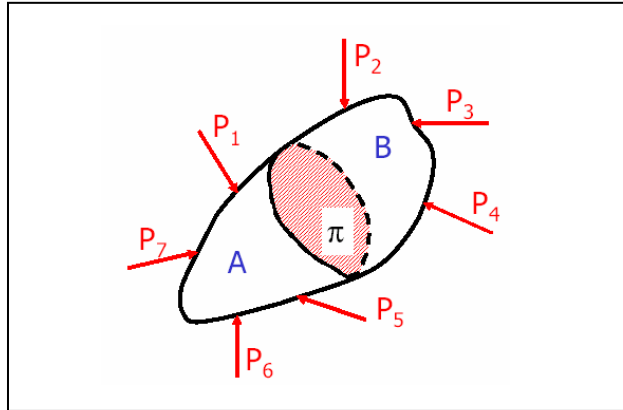


Figura 3.3 - Esforços atuantes em um corpo em equilíbrio.

Existem esforços internos e externos aplicados no corpo em equilíbrio. Considerando o elemento “A” do corpo, os esforços internos podem ser definidos através do plano π , como observado na Fig. 3.4.

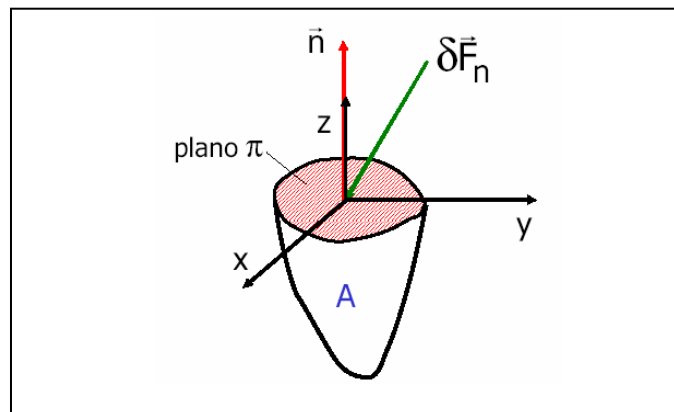


Figura 3.4 - Esforços internos aplicados sob o plano π .

Onde δF_n é a resultante dos esforços internos atuantes no plano π e na direção do vetor unitário \vec{n} , no qual podem ser decomposta nas direções X, Y e Z. Assim, as tensões aplicadas ao corpo podem ser definidas em tensões normais (Eq. 3.2) e tensões cisalhantes (Eq. 3.3) e (Eq. 3.4). Para isto, basta se verificar a razão entre a componente do esforço aplicado em uma determinada direção e a área da seção transversal.

$$\sigma_n = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_n}{\delta A} \quad (3.2)$$

$$\tau_{nx} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_{nx}}{\delta A} \quad (3.3)$$

$$\tau_{ny} = \lim_{\delta A \rightarrow 0} \frac{\delta F_{ny}}{\delta A} \quad (3.4)$$

Dado um estado de tensões e analisando o paralelepípedo elementar das tensões aplicadas, têm-se as componentes normais σ_n e cisalhantes τ_{nj} . Onde n representa o plano onde as tensões estão aplicadas e j a direção das mesmas.

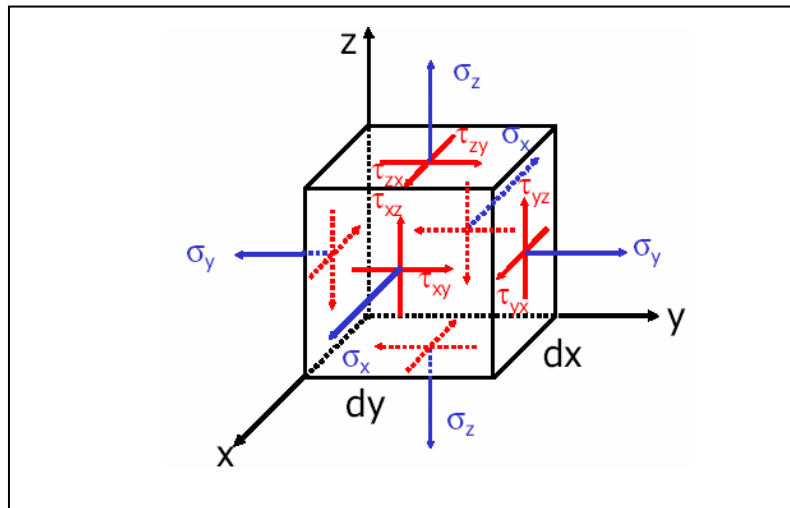


Figura 3.5 - Paralelepípedo elementar das tensões aplicadas.

Assim, o tensor das tensões aplicadas pode ser definido como sendo, $\underline{\underline{\sigma}}$:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} \quad (3.5)$$

O tensor tensão pode ser decomposto em uma parte desviatória $\underline{\underline{S}}$ e outra parte hidrostática $\frac{1}{3}(tr\underline{\underline{\sigma}})\underline{\underline{I}}$. O tensor desviatório é o causador das deformações cisalhantes, já o tensor esférico é responsável pelas deformações normais. Assim, o tensor $\underline{\underline{\sigma}}$ pode ser escrito como:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \underline{\underline{S}} + \frac{1}{3}(tr \underline{\underline{\sigma}})I \quad (3.6)$$

Reescrevendo a Eq. 3.6 em função do tensor desviatório, tem-se:

$$\underline{\underline{S}} = \underline{\underline{\sigma}} - \frac{1}{3}(tr \underline{\underline{\sigma}})I \quad (3.7)$$

O tensor desviatório pode ser determinado como:

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} - \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.8)$$

Ou ainda, como:

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\sigma_{xx} - \frac{1}{3}(\sigma_{yy} + \sigma_{zz}) & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \frac{2}{3}\sigma_{yy} - \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{zz}) & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \frac{2}{3}\sigma_{zz} - \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy}) \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

Caso o tensor tensão $\underline{\underline{\sigma}}$ seja expresso em termos das tensões principais, o tensor desviatório poderá ser determinado como:

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{bmatrix} - \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (3.10)$$

Ou ainda, como:

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} \frac{2}{3}\sigma_1 - \frac{1}{3}(\sigma_2 + \sigma_3) & 0 & 0 \\ 0 & \frac{2}{3}\sigma_2 - \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_3) & 0 \\ 0 & 0 & \frac{2}{3}\sigma_3 - \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2) \end{bmatrix} \quad (3.11)$$

3.2.3 DETERMINAÇÃO DOS INVARIANTES DO TENSOR.

Os invariantes do tensor tensão ou tensor de Cauchy podem ser definidos, como:

$$I_1 = \sigma_x + \sigma_y + \sigma_z \quad (3.12)$$

$$I_2 = (\tau_{xy}^2 + \tau_{xz}^2 + \tau_{yz}^2) + \sigma_x \cdot \sigma_y + \sigma_x \cdot \sigma_z + \sigma_y \cdot \sigma_z \quad (3.13)$$

$$I_3 = \sigma_x \cdot \sigma_y \cdot \sigma_z - \sigma_x \cdot \tau_{yz}^2 - \sigma_y \cdot \tau_{xz}^2 - \sigma_z \cdot \tau_{xy}^2 + 2 \cdot \tau_{xy} \cdot \tau_{xz} \cdot \tau_{yz} \quad (3.14)$$

Onde I_1 , I_2 e I_3 são respectivamente o primeiro, segundo e terceiro invariantes do tensor tensão $\underline{\underline{\sigma}}$. Assim, polinômio formado pelos invariantes das tensões pode ser escrito como:

$$\sigma_n^3 - I_1 \cdot \sigma_n^2 + I_2 \cdot \sigma_n - I_3 = 0 \quad (3.15)$$

Reescrevendo em função as tensões principais, Fig. 3.6, tem-se:

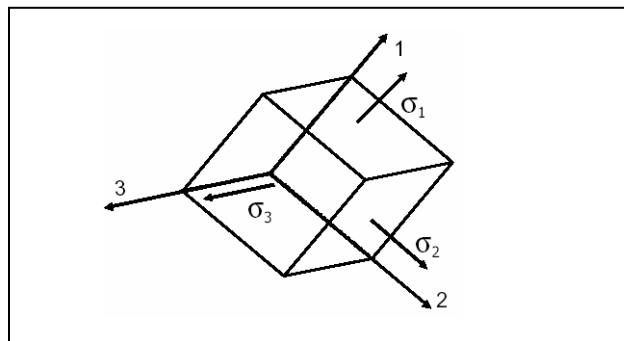


Figura 3.6 - Tensões principais obtidas através da rotação do tensor tensão.

$$I_1 = \sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3 \quad (3.16)$$

$$I_2 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 \quad (3.17)$$

$$I_3 = \sigma_1 \cdot \sigma_2 \cdot \sigma_3 \quad (3.18)$$

O mesmo tratamento matemático pode ser feito para o tensor desviatório, representado pela Eq. 3.11, determinando assim seus invariantes.

$$J_1 = S_1 + S_2 + S_3 \quad (3.19)$$

$$J_2 = S_1 \cdot S_2 + S_1 \cdot S_3 + S_2 \cdot S_3 \quad (3.20)$$

$$J_3 = S_1 \cdot S_2 \cdot S_3 \quad (3.21)$$

Ao se substituir os valores de S_1 , S_2 e S_3 nas Eq.s 3.19, 3.20 e 3.21, têm-se:

$$J_1 = \left[\frac{2}{3} \sigma_1 - \frac{1}{3} (\sigma_2 + \sigma_3) \right] + \left[\frac{2}{3} \sigma_2 - \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_3) \right] + \left[\frac{2}{3} \sigma_3 - \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2) \right] \quad (3.22)$$

$$J_2 = \left[\sigma_1 \cdot \sigma_2 + \sigma_1 \cdot \sigma_3 + \sigma_2 \cdot \sigma_3 \right] + \left[\frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)^2 \right] - \left[\frac{1}{2} (\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3) \right] \quad (3.23)$$

$$J_3 = \left[\frac{2}{3} \sigma_1 - \frac{1}{3} (\sigma_2 + \sigma_3) \right] \cdot \left[\frac{2}{3} \sigma_2 - \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_3) \right] \cdot \left[\frac{2}{3} \sigma_3 - \frac{1}{3} (\sigma_1 + \sigma_2) \right] \quad (3.24)$$

Assim, o polinômio formado pelos invariantes das tensões desviatórias pode ser escrito como:

$$S_n^3 - J_1 \cdot S_n^2 + J_2 \cdot S_n - J_3 = 0 \quad (3.25)$$

3.3 ABORDAGENS PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FADIGA.

3.3.1 O MÉTODO DA TENSÃO OU DEFORMAÇÃO EQUIVALENTE.

Uma primeira abordagem utilizada para determinação da resistência à fadiga multiaxial é conhecida como o método da tensão ou deformação equivalente. Esta abordagem tem como princípio a transformação das amplitudes das tensões multiaxiais em uma amplitude de tensão uniaxial, na qual se considera que vai produzir a mesma vida à fadiga que as tensões multiaxiais combinadas.

Com a determinação desta amplitude de tensão uniaxial equivalente e as curvas padrões S-N, determinadas através de ensaios convencionais de fadiga, é possível então se determinar a vida à fadiga. Os métodos mais utilizados, que fazem esta transformação, são extensões dos critérios estáticos de escoamento, onde para o critério de falha, substitui-se o limite de escoamento pela resistência à fadiga uniaxial e os valores das tensões principais estáticas dão lugar as suas amplitudes.

Resultados experimentais mostraram que esses métodos são muito conservativos, Araújo (24). Um dos mais importantes modelos desenvolvidos, baseados nesta abordagem, foi feito por Sines (9). Ele observou, através de resultados experimentais, que as tensões médias cisalhantes não tinham influência significativa sobre a resistência à fadiga, para diversas combinações de carregamento. Já para as tensões médias normais, elas pareciam afetar de uma forma linear, as tensões alternadas admissíveis. Desta forma, com base nestas observações experimentais, ele propôs um critério onde, a tensão cisalhante octaédrica admissível é uma função linear da soma das tensões normais médias, sobre o plano octaédrico. Este modelo pode ser expresso através da Eq. 3.26.

$$\frac{1}{3} \left\{ (\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + (\sigma_{2a} - \sigma_{3a})^2 + (\sigma_{1a} - \sigma_{3a})^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \leq A - \alpha(\sigma_{xm} + \sigma_{ym} + \sigma_{zm}) \quad (3.26)$$

onde, σ_{1a} , σ_{2a} e σ_{3a} são as amplitudes das tensões principais e σ_{xm} , σ_{ym} e σ_{zm} são as tensões médias ortogonais. A é a resistência à fadiga para carregamentos uniaxiais alternados e α é uma medida da influência da tensão média normal sob a resistência à fadiga do material.

Considerando um estado biaxial de tensões, onde uma das tensões principais é nula, o critério de Sines (9) pode ser então escrito através das duas tensões principais existentes. Portanto, a Eq. 3.26 pode ser reescrita.

$$\frac{1}{3} \left\{ (\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + \sigma_{2a}^2 + \sigma_{1a}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \leq A - \alpha(\sigma_{xm} + \sigma_{ym}) \quad (3.27)$$

A Eq. 3.27 representa a equação de uma elipse, onde o tamanho depende da soma das tensões normais médias σ_{xm} e σ_{ym} . A região no interior desta elipse representa a região de segurança, ou seja, qualquer carregamento cuja combinação das amplitudes das tensões principais esteja no seu interior, o material ou componente mecânico não sofrerá falha por fadiga, antes da vida prevista.

Desta forma, segundo o modelo de Sines (9), a tensão alternada equivalente, pode ser representada pelo lado esquerdo da Eq. 3.27.

$$\sigma_{aeq} = \frac{1}{3} \left\{ (\sigma_{1a} - \sigma_{2a})^2 + \sigma_{2a}^2 + \sigma_{1a}^2 \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (3.28)$$

O limite da tensão alternada equivalente ou tensão admissível, combinada com as tensões normais médias σ_{xm} e σ_{ym} , pode ser representado através do lado direito da Eq. 3.27. Assim, este limite de tensão pode ser representado pela Eq. 3.29.

$$\sigma_a = A - \alpha(\sigma_{xm} + \sigma_{ym}) \quad (3.29)$$

Segundo Araújo (24), a aplicação destas equações é limitada a carregamentos proporcionais, onde a razão e direção das tensões principais permanecem constantes ao longo do ciclo de carregamento, ou seja, as tensões principais sofrem modificações apenas em seu módulo e não em sua direção e sentido. Para se superar estas restrições, Fuchs (6) propôs uma modificação na teoria de Sines (9), onde o lado direito da Eq. 3.26, passasse a ser escrito como, Eq. 3.30:

$$\frac{1}{6} \left[(\Delta S_{11} - \Delta S_{22})^2 + (\Delta S_{22} - \Delta S_{33})^2 + (\Delta S_{33} - \Delta S_{11})^2 + 6(\Delta S_{12}^2 + \Delta S_{23}^2 + \Delta S_{31}^2) \right]^{\frac{1}{2}} = A - \alpha(\sigma_{xm} + \sigma_{ym} + \sigma_{zm}) \quad (3.30)$$

onde, ΔS_{ij} é a diferenças entre as componentes do tensor tensão nos instantes t_1 e t_2 , dada por:

$$\Delta S_{ij} = \sigma_{ij}(t_1) - \sigma_{ij}(t_2) \quad (3.31)$$

Métodos similares foram propostos usando a deformação alternada equivalente como variável independente. Eles são utilizados para fadiga com baixo número de ciclos ou oligocíclica e combinados às curvas ε -N para previsão da vida à fadiga.

3.3.2 O MÉTODO DO PLANO CRÍTICO.

Os critérios desenvolvidos com base nesta abordagem, têm como princípio a identificação de planos críticos nos quais as tensões ou deformações cisalhantes e normais governam o processo de nucleação e crescimento das trincas de fadiga. O modelo de Brown e Miller (5) considera que a máxima amplitude da deformação cisalhante, seja a variável controladora do processo de dano e leva também em consideração a influência da amplitude da deformação normal sob o plano de máximo cisalhamento. A Eq. 3.32 representa matematicamente este modelo.

$$\gamma_{a,PMADC} + k \cdot \varepsilon_{a,PMADC} = cte \quad (3.32)$$

onde, k é uma propriedade do material, $\gamma_{a,PMADC}$ é a máxima amplitude da deformação cisalhante e $\varepsilon_{a,PMADC}$ é a máxima amplitude da deformação normal sob o plano de máxima amplitude de deformação cisalhante.

Socie (12) desenvolveu um modelo que além de considerar o efeito da máxima amplitude da deformação cisalhante, considera também o efeito da máxima tensão normal sob o plano de máximo cisalhamento. O modelo de Socie é representado através da Eq. 3.33.

$$\gamma_{a,PMADC} + \left[1 + n \cdot \left(\frac{\sigma_{\max,PMADC}}{S_e} \right) \right] = cte \quad (3.33)$$

onde, S_e é o limite de escoamento do material, n é uma propriedade do material e $\sigma_{\max,PMADC}$ é a máxima tensão normal sob o plano de máxima deformação cisalhante.

Diferente de Brown e Miller (5) e Socie (12), McDiarmid (14) considera que a máxima amplitude da tensão cisalhante, como a principal responsável pelo crescimento da trinca de fadiga. O modelo também considera o efeito da máxima tensão normal sob o plano de máxima amplitude de tensão cisalhante, no processo de crescimento de trinca. Assim, a Eq. 3.34 representa matematicamente o modelo de McDiarmid.

$$\frac{\tau_{a,PMATC}}{t_{-1}} + \frac{\sigma_{\max,PMATC}}{2.S_{rt}} = 1 \quad (3.34)$$

onde, $\tau_{a,PMATC}$ é a máxima amplitude de tensão cisalhante, t_{-1} é o limite de fadiga para torção alternada, $\sigma_{\max,PMATC}$ é a máxima tensão normal sob o plano de máxima amplitude de tensão cisalhante e S_{rt} é o limite de resistência do material.

Dentro da abordagem do plano crítico, as teorias de maior relevância são as da deformação normal de Fatemi e Socie (13), o da deformação cisalhante de Socie (12) e o modelo da tensão cisalhante de McDiarmid (14).

3.3.3 O MÉTODO DA ENERGIA E DO TRABALHO PLÁSTICO.

A abordagem baseada no método da energia e do trabalho plástico considera a energia como o parâmetro de correlação para a falha por fadiga multiaxial. O método consiste em computar o trabalho plástico realizado em cada ciclo, sob o estado multiaxial de tensão. O modelo de Garud (7) é um dos mais utilizados e conhecidos, entre os critérios da energia desenvolvidos.

Conhecendo-se o histórico de carregamento ou de deformação total para cada ciclo de carregamento, pode-se dividir o mesmo em um determinado número de incrementos. Durante cada incremento de tensão ou deformação, o trabalho plástico incremental é definido pela Eq. 3.35.

$$\Delta W_p = \underline{\sigma} \cdot \underline{\Delta \varepsilon}^P \quad (3.35)$$

onde, $\underline{\sigma}$ e $\underline{\Delta \varepsilon}^P$ representam, respectivamente, o tensor tensão e o tensor incremento de deformação plástica.

Caso o histórico de tensão seja conhecido, será necessário determinar $\underline{\Delta \varepsilon}^P$, a partir do incremento de tensão. Caso o histórico de deformação total seja conhecido, será necessário calcular o incremento de tensão e $\underline{\Delta \varepsilon}^P$ durante o incremento de deformação total. Todos estes cálculos são efetuados com base na teoria da plasticidade incremental. Assim, o trabalho plástico por ciclo, pode ser obtido através da Eq. 3.36.

$$W_c = \int_{\text{ciclo}} \Delta W_p = \int_{\text{ciclo}} (\sigma_x \cdot d\varepsilon_{x,p} + \sigma_y \cdot d\varepsilon_{y,p} + \sigma_z \cdot d\varepsilon_{z,p} + \tau_{xy} \cdot d\gamma_{xy,p} + \tau_{yz} \cdot d\gamma_{yz,p} + \tau_{zx} \cdot d\gamma_{zx,p}) \quad (3.36)$$

onde, σ_x , σ_y , σ_z , τ_{xy} , τ_{yz} , e τ_{zx} são as componentes do tensor tensão e $d\varepsilon_{x,p}$, $d\varepsilon_{y,p}$, $d\varepsilon_{z,p}$, $d\gamma_{xy,p}$, $d\gamma_{yz,p}$ e $d\gamma_{zx,p}$ são os incrementos de deformação plástica normal e cisalhante durante um incremento de carga.

O trabalho plástico incremental é calculado e depois somado para todos os incrementos nos quais, o ciclo de tensão ou de deformação total foram divididos. O modelo de Garud (7) propõe que a vida à fadiga para a iniciação de uma trinca é uma função do trabalho plástico por ciclo de carregamento (Eq. 3.37).

$$N_f = F(W_c) \quad (3.37)$$

Um exemplo desta relação é representada pela Eq. 3.38.

$$N_f = H \cdot F(W_c)^h \quad (3.38)$$

onde, H e h são constantes e F é um função monótona decrescente de W_c e pode ser determinada experimentalmente, a partir de testes uniaxiais de deformação imposta.

3.3.4 O MÉTODO DO INVARIANTE DO TENSOR.

O princípio utilizado para os critérios desenvolvidos, com base nos invariantes do tensor, está na determinação da tensão hidrostática que é equivalente a um terço do primeiro invariante do tensor tensão ou tensor de Cauchy e da amplitude da tensão cisalhante equivalente que é determinada através da raiz quadrada do segundo invariante do tensor das tensões desviatórios. Em princípio, com a aplicação desse critério, poder-se-ia prever a iniciação de uma trinca de fadiga, sob um carregamento cíclico, já que a iniciação dessas trincas está associada aos parâmetros utilizados nesses critérios. De acordo com a Eq. 3.39, verifica se como estes parâmetros são combinados, assim a iniciação de trinca ocorreria quando o lado esquerdo da equação fosse maior que o lado direito.

$$\sqrt{J_{2,a}} + k(N)\sigma_H \leq \lambda(N) \quad (3.39)$$

onde, $\sqrt{J_{2,a}}$ é a amplitude da tensão cisalhante equivalente, σ_H é a tensão hidrostática, $k(N)$ e $\lambda(N)$ são parâmetros experimentais.

Esta abordagem é uma combinação do método da tensão equivalente, pois utiliza o princípio da determinação de uma tensão uniaxial equivalente às tensões multiaxiais combinadas, e o método do plano crítico, pois procura determinar a amplitude da tensão cisalhante equivalente, dentro de um plano desviatório. Dentre os critérios propostos, dentro desta abordagem, para se determinar o limite de fadiga multiaxial, os critérios de Crossland (2), Sines (3) e Kakuno-Kawada (8) são os mais populares e utilizados em projetos de engenharia. Segundo Papadopoulos (21) estes critérios dão excelentes resultados quando o carregamento multiaxial aplicado está em fase.

3.3.4.1 Critério de Sines.

O critério de Sines (3) pode ser representado matematicamente, através da Eq. 3.40.

$$\sqrt{J_{2,a}} + k\sigma_{H,m} \leq \lambda \quad (3.40)$$

Onde, $\sqrt{J_{2,a}}$ representa a amplitude da tensão cisalhante equivalente e $\sigma_{H,m}$ é a tensão hidrostática média. Os parâmetros k e λ podem ser obtidos a partir do resultado de dois testes elementares: torção alternada ($\sqrt{J_{2,a}} = t_{-1}$ e $\sigma_{H,m} = 0$) e flexão repetida ($\sqrt{J_{2,a}} = \frac{f_0}{\sqrt{3}}$ e $\sigma_{H,m} = \frac{f_0}{3}$). Onde f_0 representa o limite de fadiga para um carregamento de flexão repetida e t_{-1} representa o limite de fadiga para um carregamento torcional alternado. Assim, tem-se:

$$k = \left(\frac{3t_{-1}}{f_0} \right) - \sqrt{3} \quad (3.41)$$

$$\lambda = t_{-1} \quad (3.42)$$

Em geral, o limite f_0 pode ser obtido a partir do limite de fadiga para um carregamento de flexão alternado f_{-1} , combinado com o critério de Goodman. Assim, f_0 pode ser obtido como função de f_{-1} , através da Eq. 3.43.

$$f_0 = \frac{f_{-1}}{\left(1 + \frac{f_{-1}}{S_{rt}} \right)} \quad (3.43)$$

Onde, S_{rt} é o limite de resistência do material. Desta forma, o critério de Sines pode ser reescrito como:

$$\sqrt{J_{2,a}} + \frac{\sqrt{3}}{S_{rt}} \cdot f_{-1} \cdot \sigma_{H,m} \leq t_{-1} \quad (3.44)$$

A falha ocorre quando o lado esquerdo da equação é maior ou igual ao lado direito.

3.3.4.2 Critério de Crossland.

O critério de Crossland (2) se diferencia do critério de Sines somente pelo fato de utilizar a tensão hidrostática máxima $\sigma_{H,\max}$, no lugar da tensão hidrostática média $\sigma_{H,m}$. Assim, Crossland propôs que a formulação para o critério de fadiga multiaxial está na combinação linear entre a amplitude da tensão cisalhante equivalente e a própria tensão hidrostática máxima.

$$\sqrt{J_{2,a}} + k \cdot \sigma_{H,\max} \leq \lambda \quad (3.45)$$

A tensão hidrostática máxima pode ser escrita em função parcela média $\sigma_{H,m}$ e amplitude da tensão hidrostática $\sigma_{H,a}$, de acordo com a Eq. 3.46.

$$\sigma_{H,\max} = \sigma_{H,m} + \sigma_{H,a} \quad (3.46)$$

Semelhante ao critério de Sines, os parâmetros k e λ podem ser obtidos de acordo com as Eq. 3.41 e Eq. 3.42. A tensão cisalhante equivalente máxima também pode ser obtida através do segundo invariante do tensor das tensões desviatórias e a tensão hidrostática máxima pode ser obtida através do primeiro invariante do tensor tensão.

Para os limites f_0 e t_{-1} , pode-se aplicar novamente o critério de Goodman, do qual o f_0 pode ser obtido pela Eq. 3.43 e assim, o critério de Crossland pode ser reescrito pela Eq. 3.47.

$$\sqrt{J_{2,a}} + \frac{\sqrt{3}}{S_{rt}} \cdot f_{-1} \cdot \sigma_{H,\max} \leq t_{-1} \quad (3.47)$$

A falha ocorre quando o lado esquerdo da equação é maior ou igual ao lado direito.

3.3.4.3 Critério de Kakuno-Kawada.

Kakuno e Kawada (8) propuseram em 1979 que fossem separados os efeitos da amplitude e valor médio da tensão hidrostática. Desta forma, o critério pode ser descrito através da Eq. 3.48.

$$\sqrt{J_{2,a}} + k.\sigma_{H,a} + \lambda.\sigma_{H,m} \leq \mu \quad (3.48)$$

A determinação dos parâmetros k , λ e μ para o critério, é feita através de três limites de fadiga uniaxial f_0 , t_{-1} e f_{-1} (ensaios de flexão repetida, torção alternada e flexão alternada). Assim, utilizam-se as Eq. 3.49, Eq. 3.50 e Eq. 3.51 para determinação dos mesmos.

$$k = \left(\frac{3t_{-1}}{f_{-1}} \right) - \sqrt{3} \quad (3.49)$$

$$\lambda = \left(\frac{3t_{-1}}{f_0} \right) - \sqrt{3} \quad (3.50)$$

$$\mu = t_{-1} \quad (3.51)$$

A falha ocorre quando o lado esquerdo da equação é maior ou igual ao lado direito.

3.4 A TENSÃO HIDROSTÁTICA E A AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE EQUIVALENTE.

3.4.1 DETERMINAÇÃO DA TENSÃO HIDROSTÁTICA.

Fazendo uma análise qualitativa das tensões octaédricas e desviatórias podem ser verificadas através da Fig. 3.7.

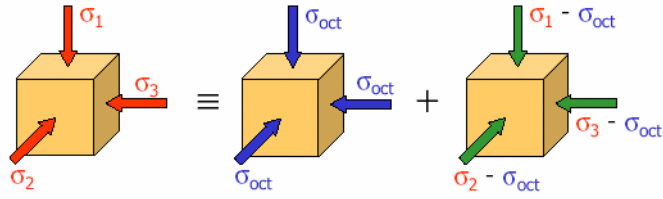


Figura 3.7 - Tensão normal octaedrica e tensão cisalhante octaedrica.

Através do tensor hidrostático, pode se definir a chamada tensão octaedrica ou tensão hidrostática, que é igual a um terço do traço do tensor tensão $\underline{\underline{\sigma}}$ (Eq. 3.5).

$$\sigma_H = \frac{1}{3}(\text{tr}\underline{\underline{\sigma}}) = \frac{1}{3}(\sigma_{xx} + \sigma_{yy} + \sigma_{zz}) \quad (3.52)$$

Para um carregamento cíclico, a tensão hidrostática é uma função do tempo $\sigma_H(t)$ e a amplitude da tensão hidrostática pode ser determinada pela diferença entre o maior e menor traço do tensor de Cauchy, formado pelas tensões ortogonais definidas através da Eq. 3.1.

$$\sigma_{Ha} = \frac{1}{2} \left(\max \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}(t))}{3} - \min \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}(t))}{3} \right) \quad (3.53)$$

O valor médio da tensão hidrostática pode ser computado como:

$$\sigma_{Hm} = \frac{1}{2} \left(\max \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}(t))}{3} + \min \frac{\text{tr}(\underline{\underline{\sigma}}(t))}{3} \right) \quad (3.54)$$

Para alguns critérios como o de Crossland, há a necessidade de se determinar a tensão hidrostática máxima $\sigma_{H\max}$, que é expressa por:

$$\sigma_{H\max} = \sigma_{Hm} + \sigma_{Ha} \quad (3.55)$$

3.4.2 DETERMINAÇÃO DA AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE EQUIVALENTE.

Como já mencionado, o critério baseado no invariante do tensor utiliza a tensão hidrostática e a amplitude da tensão cisalhante equivalente como parâmetros para determinação da vida à fadiga multiaxial de materiais e componente mecânicos. É necessário calcular os valores de $\sqrt{J_{2,a}}$ e σ_H para se aplicar modelos como o de Crossland (2), Sines (3) e Kakuno-Kawada (8). A diferença entre tais modelos está na utilização do valor médio ou máximo da tensão hidrostática e na abordagem utilizada para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente.

Quando o carregamento aplicado é ciclo, multiaxial e em fase, o valor da amplitude da tensão cisalhante é de fácil obtenção, e assim pode ser determinada através da raiz quadrada do segundo invariante do tensor desviatório, Eq. 3.23. A Eq. 3.56 quantifica a tensão cisalhante equivalente para o caso multiaxial.

$$\sqrt{J_{2,a}} = \sqrt{\frac{1}{6} \left\{ (\sigma_{xx,a} - \sigma_{yy,a})^2 + (\sigma_{yy,a} - \sigma_{zz,a})^2 + (\sigma_{zz,a} - \sigma_{xx,a})^2 + 6(\tau_{xy,a}^2 + \tau_{yz,a}^2 + \tau_{xz,a}^2) \right\}} \quad (3.56)$$

Porém, quando o carregamento aplicado é ciclo, multiaxial e fora de fase, à determinação de $\sqrt{J_{2,a}}$ não é simples e há a necessidade de se executar inúmeros cálculos matemáticos. O vetor que representa a amplitude da tensão cisalhante equivalente varia em tanto em direção como em magnitude. Na Fig. 3.8, pode-se verificar como a amplitude da tensão cisalhante se comporta em um carregamento proporcional e não proporcional.

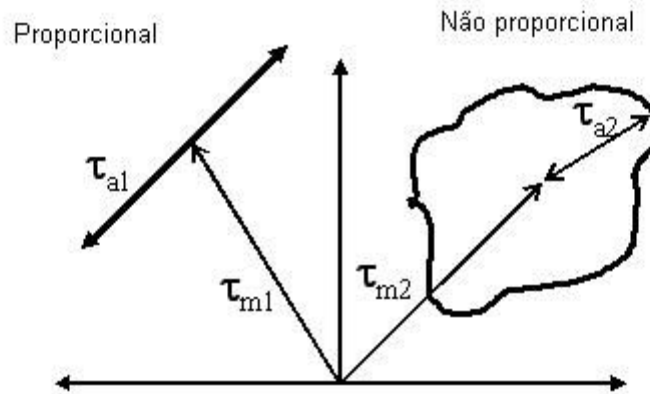


Figura 3.8 – Comportamento da amplitude da tensão cisalhante em um carregamento proporcional e não proporcional.

Pesquisadores como Dang Van et al (4), Deperrois (15), Duprat et al (29), Bin Li et al (38), Mamiya e Araújo (44) propuseram diferentes abordagens para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente, na tentativa de se contemplar a influencia do ângulo de fase nas propriedades à fadiga. Entre as abordagens mais conhecidas, tem-se: Método da maior projeção descrita pela trajetória do tensor desviatório, Método da maior corda, Método da menor hiper-esfera que contem a projeção do tensor desviatório proposto por Dang Van et al (4), Método da menor elipsóide circunscrita proposto por Bin Li et al (38), Método do prisma retangular proposto por Mamiya e Araújo (44) são alguns dos mais conhecidos e utilizados.

Como foi visto, a tensão hidrostática é de fácil determinação (Eq. 3.53 e Eq. 3.54), mas para se valorar $\sqrt{J_{2a}}$ há a necessidade de se efetuar inúmeros cálculos matemáticos, quando o carregamento multiaxial aplicado, apresenta-se fora de fase.

Analisando um volume infinitesimal de um corpo de prova submetido a carregamento cíclico, de acordo com a Fig. 3.9, observam-se as tensões aplicadas e as componentes normal e cisalhante, resultantes da decomposição do vetor tensão S_n .

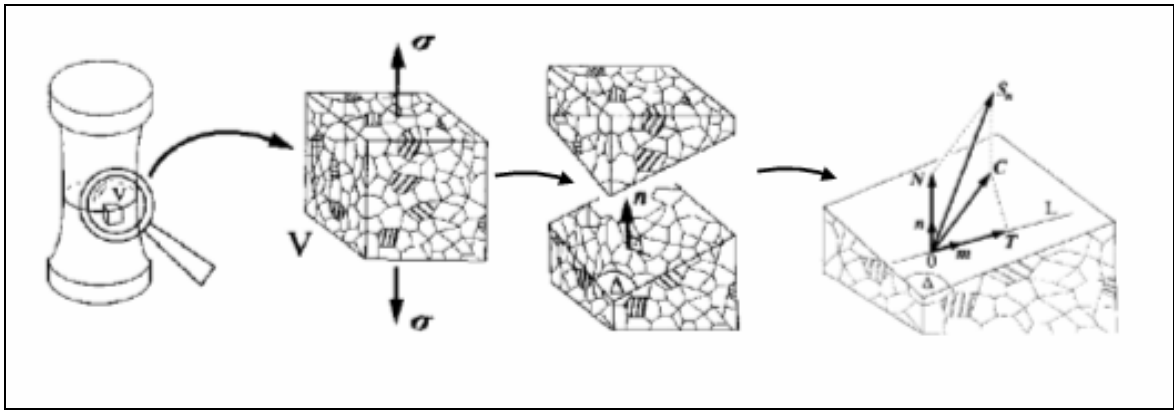


Figura 3.9 - Análise das tensões atuantes em um volume infinitesimal. Decomposição do vetor tensão, Papadopoulos (16).

Considerando a seção plana Δ , como mostrado na Fig. 3.10, que passa através do ponto a ser analisado. O vetor unitário n desse plano, é descrito por seus ângulos esféricos (φ, θ) . O vetor tensão S_n que atua sobre o plano Δ pode ser descrito por duas componentes: vetor da tensão normal N e o vetor da tensão cisalhante C .

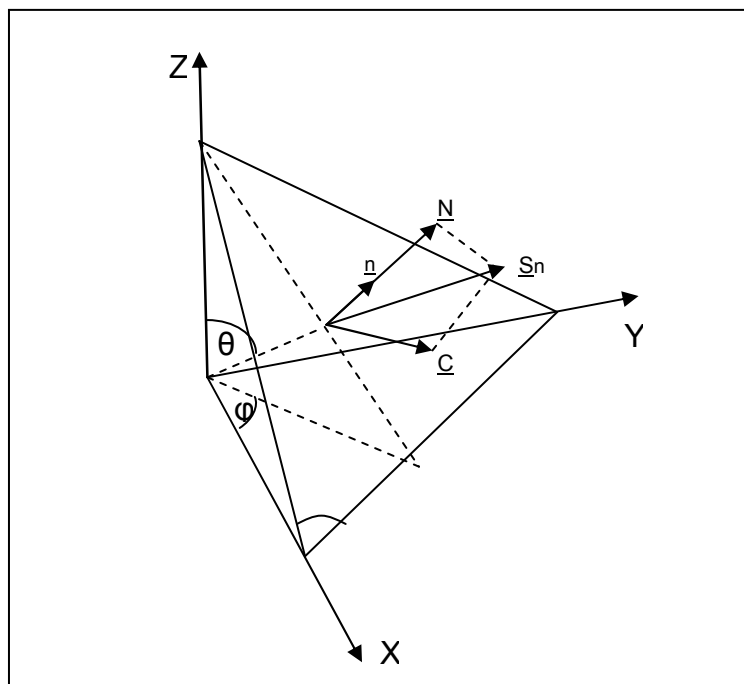


Figura 3.10 - Decomposição do vetor tensão nas componentes normal e cisalhante dentro do plano Δ .

Durante a aplicação de um carregamento cíclico complexo, o vetor tensão S_n , descreve no espaço uma curva fechada denominada de ψ , Fig. 3.11. Pode-se verificar que a direção da tensão normal permanece constante, mostrando que durante um carregamento complexo cíclico, o vetor da tensão normal N varia em magnitude, mas não em sua orientação. Já o vetor da tensão cisalhante C varia em magnitude e direção durante o ciclo de carregamento.

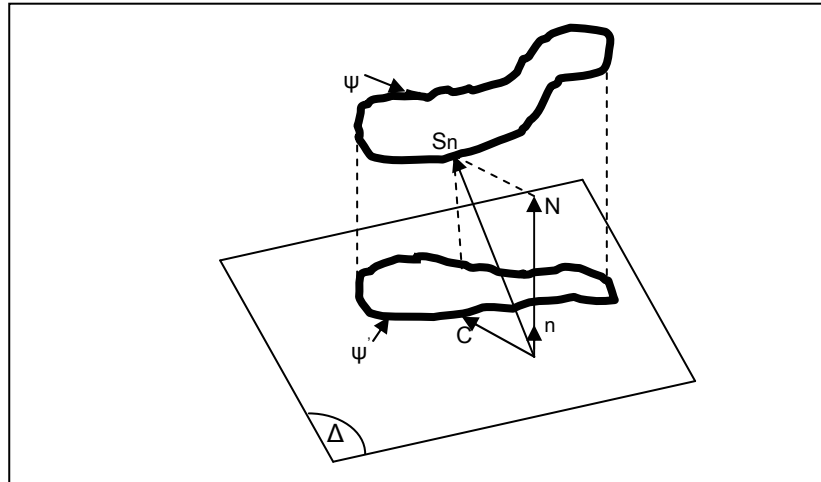


Figura 3.11 - Trajetória ψ descrita pelo vetor tensão S_n .

O vetor da tensão cisalhante C descreve uma curva fechada ψ' , Fig. 3.11, a qual é a projeção sobre o plano Δ da trajetória ψ descrita no espaço pelo vetor tensão S_n . A curva ψ' descrita por C é diferente para diferentes planos que passam pelo ponto analisado. A amplitude da tensão cisalhante C_a depende da orientação do plano em que atua, logo ela é função de φ e θ , ou seja, $C_a = C_a(\varphi, \theta)$. A máxima amplitude da tensão cisalhante $C_{a\max}$ pode ser determinada por meio de uma análise em todos os planos que passam pelo ponto em questão. Isto pode ser feito determinando-se o maior valor de $C_a(\varphi, \theta)$ e a orientação de φ e θ em que $C_{a\max}$ ocorre. Para o critério do plano crítico, há a necessidade de se determinar também o valor médio da tensão cisalhante para cada plano que passa pelo ponto em questão.

Para a abordagem do invariante do tensor, a amplitude da tensão cisalhante equivalente $\sqrt{J_{2a}}$ permanece a mesma para qualquer orientação do plano Δ . Os métodos

usados para se determinar a amplitude e valor médio do vetor da tensão cisalhante C são similares ao usado para se determinar a amplitude e valor médio da tensão cisalhante equivalente $\sqrt{J_{2a}}$.

3.4.2.1 Método da Maior Projeção e Método da Maior Corda.

A primeira abordagem é conhecida como o método da maior projeção da trajetória descrita pelo vetor S_n sobre o plano desviatório e é ilustrado na Fig. 3.12. O método começa a partir da determinação de todas as linhas que se encontram no plano Δ e passam pela origem, e o segmento da projeção da trajetória da curva ψ' sobre essa linha. A amplitude da tensão cisalhante é definida como sendo a metade do comprimento da maior projeção de ψ' , denominada de C_{a1} .

$$\sqrt{J_{2a}} = C_{a1} \quad (3.57)$$

O segundo método é conhecido como o método da maior corda, isto é ilustrado na Fig. 3.12. O método considera todas as cordas formadas por dois pontos da curva descrita pela trajetória do carregamento ψ' . Assim, é determinado o maior comprimento da corda. A amplitude da tensão cisalhante atuando sobre o plano Δ é definida como sendo a metade da maior corda, denominada de C_{a2} .

$$\sqrt{J_{2a}} = C_{a2} \quad (3.58)$$

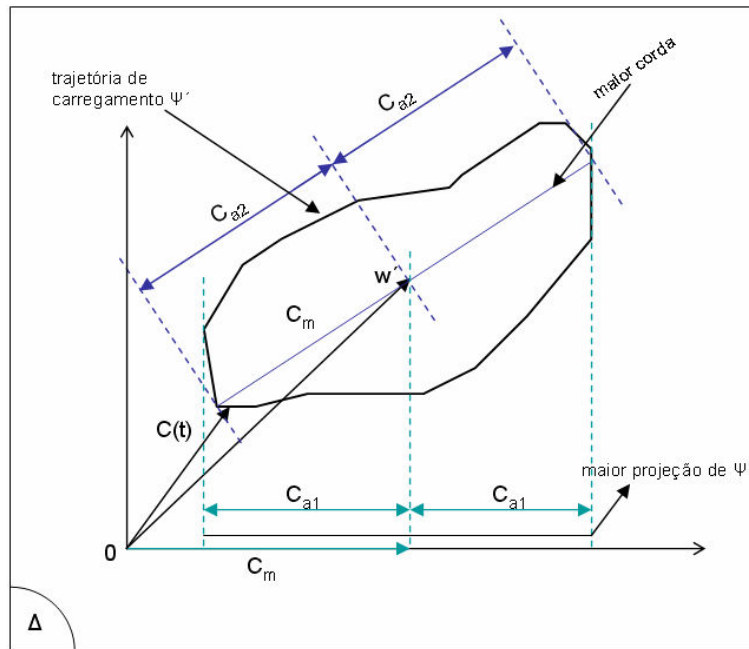


Figura 3.12 - Trajetória de carregamento ψ' e comparação entre a maior projeção de ψ' sobre o plano Δ , a maior corda e a menor hiper-esfera circunscrita.

Esses dois métodos têm alguns inconvenientes, pois para alguns tipos de carregamentos como carregamentos fora de fase, eles conduzem a resultados inconsistentes por não considerar o efeito do ângulo de fase. São utilizados para se determinar o valor de $\sqrt{J_{2a}}$, de acordo com os critérios de Crossland e Sines.

3.4.2.2 Método da Menor Hiper-Esfera Circunscrita.

Para se superar as inconsistências apresentadas pelos métodos anteriores, um terceiro método foi proposto por Dang Van e Papadopoulos, baseado no conceito da menor hiper-esfera circunscrita. A idéia deste método está na determinação da menor hiper-esfera circunscrita que contem a trajetória do carregamento ψ' .

A amplitude da tensão cisalhante é determinada através do raio R_a formado pela menor hiper-esfera circunscrita, denominado de C_{a3} . O valor médio da tensão cisalhante é igual ao comprimento do vetor \bar{w} formado entre a origem e o centro da menor hiper-esfera circunscrita, denominado de C_{m3} . Para se facilitar o calculo de $\sqrt{J_{2a}}$, as seguintes

em fase. Para os dois carregamentos, a mesma amplitude de tensão cisalhante equivalente é determinada, implicando em um mesmo limite de fadiga para as duas situações. Como se sabe, estas duas trajetórias de carregamento podem causar diferentes danos de fadiga. Outra desvantagem deste método está da determinação dos parâmetros w' e R_a , pois requer uma complexa implementação computacional.

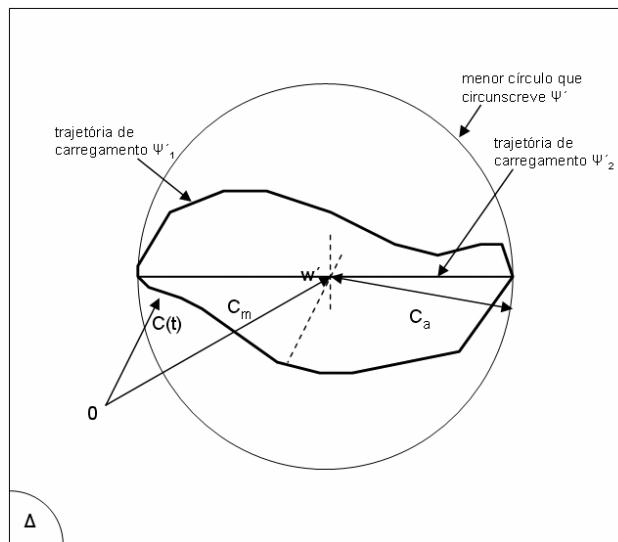


Figura 3.14 - Trajetória de um carregamento não-proporcional e de um carregamento proporcional, resultando em um mesmo valor para amplitude de tensão cisalhante equivalente.

3.4.2.3 Método do Menor Elipsóide Circunscrito.

Uma quarta abordagem para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente $\sqrt{J_{2a}}$ é denominada de menor elipsóide circunscrito e foi proposto por Bin Li et al (38). Esta abordagem procura contemplar o efeito do ângulo de fase na determinação do limite de fadiga. De acordo, com a abordagem da menor hiper-esfera circunscrita, o valor de $\sqrt{J_{2a}}$ é igual ao raio da hiper-esfera R_a . Alternativamente, para esta quarta abordagem, o valor da amplitude de tensão cisalhante equivalente é determinado através da expressão.

$$\sqrt{J_{2a}} = \sqrt{R_a^2 + R_b^2} \quad (3.61)$$

Esta proposta requer dois passos para determinação do menor elipsóide circunscrito. Primeiro, o menor círculo circunscrito é construído com o raio R_a , de acordo com a abordagem da menor hiper-esfera circunscrita.

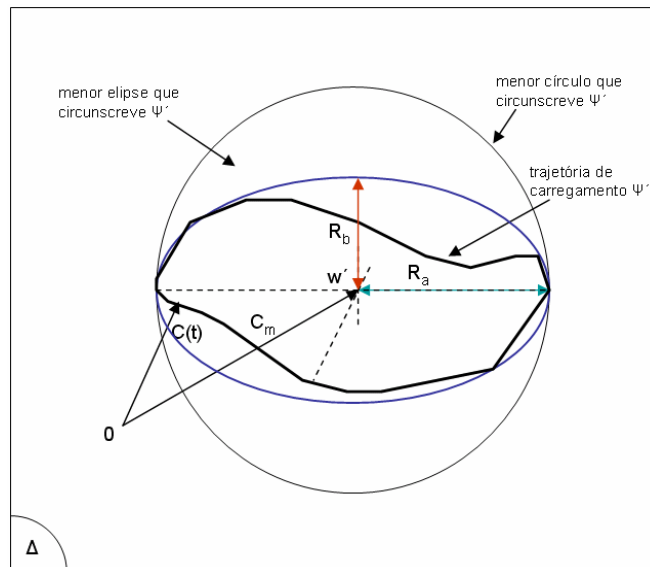


Figura 3.15 - Método do menor elipsóide circunscrito, Bin Li et al (38).

Assim, a menor elipsóide circunscrita é gerada com raio R_a e R_b é determinado a partir da maior elipse semiaxial contida pelo círculo, Fig. 3.15. Este modelo agrega os efeitos de carregamentos não proporcionais na vida à fadiga. Mas, como a abordagem descrita por Dang Van e Papadopoulos, há a dificuldade de se determinar o centro do menor círculo circunscrito.

3.4.2.4 Método dos Subespaços de Deperrois.

Deperrois (15) em 1991 propôs um critério que se baseia na representação da trajetória ψ descrita pelo carregamento, no espaço desviatório transformado, chamado de E_5 . De acordo com esta abordagem, primeiramente se encontra a maior corda da trajetória ψ dentro do subespaço E_5 , esta maior corda é denominada de D_5 . Posteriormente, se considera o subespaço ortogonal a direção de D_5 que passa a ser denominado de E_4 e projeta-se a curva ψ sobre o mesmo e, assim determinando novamente a maior corda, chamada agora de D_4 . Num novo subespaço ortogonal a direção de D_5 e D_4 é novamente

considerado, e a projeção de ψ sob E_3 é construída. Posteriormente se encontra a maior corda da projeção, denominada de D_3 . Este procedimento é repetido até o subespaço E_1 . Assim, Deperrois estabeleceu que a amplitude da tensão cisalhante equivalente fosse determinada através da Eq. 3.62.

$$\sqrt{J_{2a}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \sqrt{\sum_{i=1}^5 D_i^2} \quad (3.62)$$

3.4.2.5 Método do Prisma Retangular.

Mamiya e Araújo (44) em 2002 propuseram a determinação de um prisma retangular que circunscrevesse a trajetória de carregamento projetada sobre o plano desviatório, Fig. 3.16. Assim, a amplitude da tensão cisalhante equivalente pode ser determinada por:

$$\sqrt{J_{2a}} = \left(\sum_{i=1}^5 a_i^2 \right)^{\frac{1}{2}} \quad (3.63)$$

Onde os valores de a_i são equivalentes a amplitude dos componentes $x_i(t)$ das tensões desviatórias microscópicas, definidas como:

$$a_i = \max_t |x_i(t)| \quad (3.64)$$

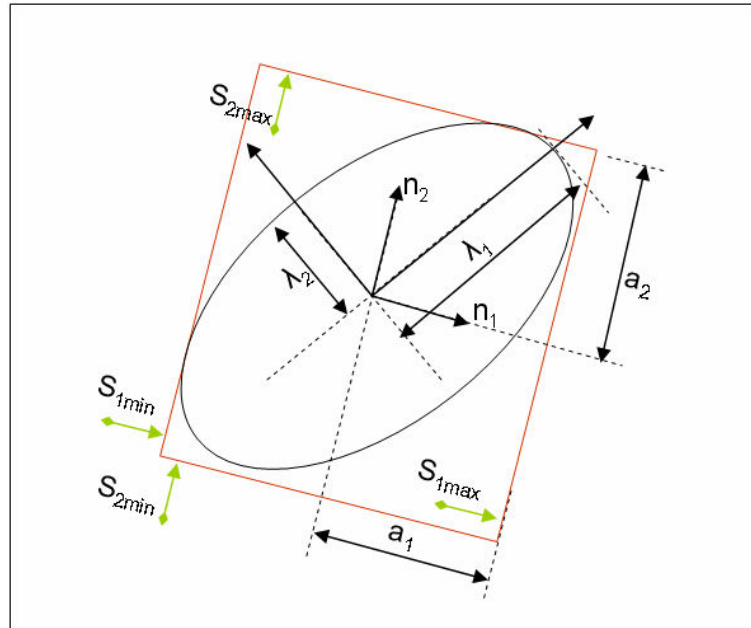


Figura 3.16 - Elipsóide no espaço R^m e prima retangular circunscrito orientado arbitrariamente, Mamiya e Araújo (44).

Os seguintes passos podem ser definidos para determinação do valor de $\sqrt{J_{2a}}$:

- i) Para cada instante t , determinar o tensor tensão de Cauchy $\sigma(t)$ e o correspondente tensor desviatório $S(t)$ (Eq. 3.7);
- ii) Determinar as tensões desviatórias residuais $dev(\rho)$;
- iii) Para cada instante t , determinar as tensões desviatórias microscópicas

$$X(t) = S(t) - dev(\rho) \quad (3.65)$$

e, determinar as componentes em termos da de uma base ortogonal arbitrariamente escolhida N_i ;

$$X(t) = \sum_{i=1}^5 x_i(t) N_i \quad (3.66)$$

- iv) Determinar a amplitude das tensões desviatórias microscópicas (Eq. 3.64);
- v) Determinar a amplitude da tensão cisalhante equivalente (Eq. 3.63).

4 ABORDAGEM SIMPLIFICADA PARA DETERMINAÇÃO DA AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE EQUIVALENTE.

4.1 CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO.

No capítulo três, foram apresentadas as principais abordagens existentes na literatura para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente, parâmetro necessário para determinação da resistência à fadiga multiaxial de materiais e componentes mecânicos, de acordo com critério do invariante do tensor.

Foram mostradas as abordagens proposta por Dang Van (4), Bin Li et al (38), Deperrois (15) e Mamiya e Araújo (44). Observa-se que para estas diferentes abordagens, há a necessidade de se executar complexos cálculos matemáticos para se determinar $\sqrt{J_{2a}}$.

Neste capítulo será apresentado uma abordagem simplificada para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente, baseada no método proposto por D. Duprat et al (29).

4.2 ABORDAGEM PROPOSTA POR DUPRAT.

D. Duprat (29) em 1997 propôs um método para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente $\sqrt{J_{2a}}$, que contemplasse o efeito de carregamentos fora de fase nas propriedades à fadiga dos materiais. Esta abordagem é derivada do critério de Crossland (2) que utiliza a tensão hidrostática máxima e a amplitude da tensão cisalhante equivalente como parâmetros para determinação da resistência à fadiga multiaxial (Eq. 3.47).

Considerando um carregamento biaxial de torção e flexão combinadas e fora de fase, o tensor tensão ou tensor de Cauchy pode ser obtido através da Eq.4.1:

$$\underline{\underline{\sigma}} = \begin{bmatrix} \sigma_{xx} & \tau_{xy} & \tau_{xz} \\ \tau_{xy} & \sigma_{yy} & \tau_{yz} \\ \tau_{xz} & \tau_{yz} & \sigma_{zz} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sigma_{11}(t) & \sigma_{12}(t) & 0 \\ \sigma_{12}(t) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.1)$$

Onde $\sigma_{11}(t)$ é equivalente à tensão normal, resultante do momento fletor aplicado e $\sigma_{12}(t)$ é equivalente à tensão cisalhante resultante do momento torçor. Assim, estas tensões podem ser escritas como uma função senoidal no tempo, Eq.s 4.2 e 4.3:

$$\sigma_{11}(t) = \sigma_{11m} + \sigma_{11a} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (4.2)$$

$$\sigma_{12}(t) = \sigma_{12m} + \sigma_{12a} \cdot \text{sen}(\omega t - \alpha) \quad (4.3)$$

O tensor tensão descreve no espaço uma trajetória fechada que pode ser representada como uma elipse. A projeção desta elipse no plano das tensões desviatórias resulta em uma elipse cujo segmento maior é D e o segmento menor é d.

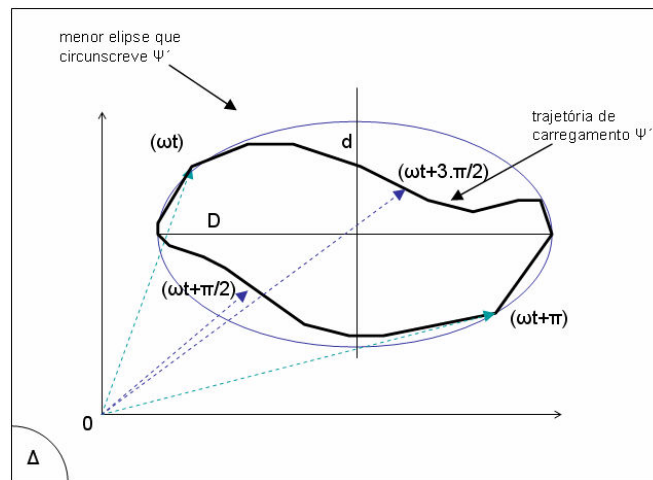


Figura 4.1 - Projeção da trajetória do tensor sob o plano desviatório.

Os segmentos D e d, mostrados na Fig. 4.1, são calculados através das Eq.s 4.4 e 4.5:

$$D = \max(t) \rho(\omega t) \quad (4.4)$$

$$d = \min(t) \rho(\omega t) \quad (4.5)$$

O parâmetro $\rho(\omega t)$ pode ser obtido através do tensor desviatório no ponto t e $t + \pi$, (Eq. 4.6).

$$\rho(\omega t) = \text{tr} \left[\left(\underline{\underline{S}}(t) - \underline{\underline{S}}(t + \pi) \right) \left(\underline{\underline{S}}(t) - \underline{\underline{S}}(t + \pi) \right)^T \right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.6)$$

O tensor desviatório $\underline{\underline{S}}$ é determinado através do tensor tensão descrito na Eq. 4.1.

$$\underline{\underline{S}} = \begin{bmatrix} S_{11}(t) & S_{12}(t) & 0 \\ S_{12}(t) & S_{22}(t) & 0 \\ 0 & 0 & S_{33}(t) \end{bmatrix} \quad (4.7)$$

As tensões desviatórias $S_{11}(t)$, $S_{12}(t)$, $S_{22}(t)$ e $S_{33}(t)$ são obtidas através das Eq.s 4.8, 4.9 e 4.10.

$$S_{11}(t) = \frac{2}{3} \sigma_{11m} + \frac{2}{3} \sigma_{11a} \cdot \text{sen}(\omega t) \quad (4.8)$$

$$S_{12}(t) = \sigma_{12m} + \sigma_{12a} \cdot \text{sen}(\omega t - \alpha) \quad (4.9)$$

$$S_{22}(t) = S_{33}(t) = -\frac{1}{2} S_{11}(t) \quad (4.10)$$

Desta forma, $\rho(\omega t)$ pode ser reescrito em função das tensões aplicadas, (Eq. 4.11).

$$\rho(\omega t) = \left\{ 4 \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \sigma_{11a} \right)^2 \cdot \text{sen}^2(\omega t) + 2 \sigma_{12a}^2 \cdot \text{sen}^2(\omega t - \alpha) + 2 \left(\frac{1}{3} \sigma_{11a} \right)^2 \cdot \text{sen}^2(\omega t) \right] \right\}^{\frac{1}{2}} \quad (4.11)$$

Para se determinar o ponto máximo e mínimo da Eq. 4.11, há a necessidade de se resolver a proposição:

$$\frac{d}{dt} [\rho(\omega t)] = 0 \quad (4.12)$$

Determinando a primeira derivada da função (Eq. 4.11), tem-se:

$$\text{sen}(\omega t^*) \cdot \cos(\omega t^*) \cdot \left[\left(\frac{2}{3} \sigma_{11a} \right)^2 + 2 \cdot \left(\frac{1}{3} \sigma_{11a} \right)^2 \right] + 2 \cdot \sigma_{11a}^2 \cdot \text{sen}(\omega t^* - \alpha) \cdot \cos(\omega t^* - \alpha) = 0 \quad (4.13)$$

Ou ainda:

$$\omega t^* = \frac{1}{2} \arctan \left[\frac{2 \cdot \sigma_{12a}^2 \cdot \sin(2 \cdot \alpha)}{\frac{2}{3} \sigma_{11a}^2 + 2 \cdot \sigma_{12a}^2 \cdot \cos(2 \cdot \alpha)} \right] \quad (4.14)$$

Desta forma, o maior segmento $D/2$ é igual ao valor máximo entre os dois pontos $\frac{\rho(\omega t^*)}{2}$ e $\frac{\rho(\omega t^* + \pi/2)}{2}$. O valor mínimo entre os mesmos é equivalente ao segmento $d/2$.

Na formulação original proposta por Crossland (2), somente o valor de D era usado para se determinar a amplitude da tensão cisalhante equivalente.

Assim, para se contemplar o efeito de diferentes ângulos de fase, Duprat (29) propôs a substituição do segmento D pela metade do perímetro da elipse, que foi chamado de $Pe/2$ e o valor da amplitude da tensão cisalhante equivalente, poderia ser determinado através da Eq. 4.15.

$$\sqrt{J_{2a}} = \frac{1}{2} \cdot \frac{Pe/2}{\sqrt{2}} \quad (4.15)$$

Onde o perímetro da elipse é determinado pela Eq. 4.16:

$$\frac{Pe}{2} \approx \frac{\pi}{2} \cdot \frac{D+d}{2} \cdot \left[1 + \frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{1}{64} \lambda^4 + \frac{1}{256} \lambda^6 \right] \quad (4.16)$$

$$\lambda = \frac{D-d}{D+d} \quad (4.17)$$

Esta abordagem tem como vantagem a fácil determinação dos segmentos $D/2$ e $d/2$, diferentemente da abordagem sugerida por Dang Van (4), Bin Li et al (38) que executam complexos cálculos matemáticos para se obter o centro da menor hiper-esfera circunscrita e menor elipsóide circunscrito, respectivamente.

4.3 UMA ANÁLISE DOS RESULTADOS APRESENTADOS PELA ABORDAGEM DE DUPRAT.

A abordagem proposta por Duprat apresenta bons resultados quando comparados aos critérios de Crossland e Sines, para carregamentos multiaxiais fora de fase e com amplitude constante. Isto se deve ao fato de o mesmo contemplar o efeito do ângulo de fase na determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente. Através da Tab. 4.1, são observados erros percentuais máximos da ordem de 10% para o modelo de Duprat, 40% para Crossland e 43% para Sines.

Tabela 4.1 - Comparação entre os resultados apresentados por Sines, Crossland e Duprat para carregamento biaxial de torção e flexão, fora de fase (Liga 30NCD16 – $t_{-1} = 415MPa$, $f_{-1} = 695MPa$, $f_0 = 1040MPa$), Duprat (29).

ID	$\sigma_{x.m}$	$\sigma_{x.a}$	$\tau_{xy.m}$	$\tau_{xy.a}$	α°	$\sigma_{x.a}/\tau_{xy.a}$	Sines		Crossland		Duprat	
							K	I%	K	I%	K	I%
1	-	480,0	-	277,0	90	1,7	0,7	-33%	0,69	-31%	1,07	7%
2	300,0	222,0	-	385,0	90	0,6	0,9	-6%	0,95	-5%	1,06	6%
3	300,0	480,0	-	277,0	45	1,7	0,9	-11%	0,91	-9%	1,05	5%
4	300,0	470,0	-	271,0	60	1,7	0,8	-19%	0,84	-16%	1,05	5%
5	300,0	473,0	-	273,0	90	1,7	0,7	-33%	0,69	-31%	1,07	7%
6	300,0	565,0	-	241,0	45	2,3	0,9	-7%	0,95	-5%	1,08	8%
7	300,0	540,0	-	135,0	90	4,0	0,8	-23%	0,79	-21%	0,92	-8%
8	300,0	465,0	200,0	269,0	90	1,7	0,7	-34%	0,68	-32%	1,05	5%
9	450,0	405,0	-	234,0	90	1,7	0,6	-41%	0,60	-40%	0,93	-7%
10	600,0	390,0	-	225,0	90	1,7	0,6	-43%	0,59	-41%	0,90	-10%

Ao se comparar os resultados obtidos através da abordagem de Duprat com os apresentados por Bin Lin et al, Papadopoulos e Mamiya e Araújo, verifica-se que Duprat apresenta erros percentuais maiores. De acordo com a Tab. 4.2, observa-se que para as abordagens de Bin Li et al e Papadopoulos, os erros percentuais máximos são da ordem de

6 %, a abordagem de Mamiya e Araújo mostra 7% como erro percentual máximo. Já para a abordagem de Duprat, o erro máximo apresentado está na ordem de 18%.

Tabela 4.2 - Comparação entre os resultados apresentados por Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo e Duprat para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$ e $f_{-1} = 313.9MPa$), Bin Li et al (38).

ID	$\sigma_{x.m}$	$\sigma_{x.a}$	$\tau_{xy.m}$	$\tau_{xy.a}$	α°	Bin Li		Papadopoulos		Mamiya e Araujo		Duprat	
						K	I %	K	I %	K	I %	K	I %
1	-	138,1	-	167,1	0	0,98	-2%	0,98	-2%	0,98	-2%	0,97	-3%
2	-	140,4	-	169,9	30	0,99	-1%	0,99	-1%	0,99	-1%	1,02	2%
3	-	145,7	-	176,3	60	1,03	3%	1,03	3%	1,03	3%	1,10	10%
4	-	150,2	-	181,7	90	1,06	6%	1,06	6%	1,06	6%	1,14	14%
5	-	245,3	-	122,6	0	1,02	1%	1,02	1%	1,01	1%	1,01	1%
6	-	249,7	-	124,8	30	1,03	3%	1,03	3%	1,03	3%	1,07	7%
7	-	252,4	-	126,2	60	1,04	4%	1,04	4%	1,04	4%	1,13	13%
8	-	258,0	-	129,0	90	1,07	6%	1,07	6%	1,07	7%	1,18	18%
9	-	299,2	-	62,8	0	1,01	1%	1,01	1%	1,01	1%	1,01	1%
10	-	304,5	-	63,9	90	1,03	3%	1,03	3%	1,03	3%	1,09	9%

Desta forma, concluiu-se que apesar de Duprat apresentar uma proposição simples para determinação da amplitude da tensão cisalhante, quando comparada às proposições de Bin Li et al, Papadopoulos e Mamiya e Araújo, o mesmo não apresenta resultados tão precisos e satisfatórios.

Na Tab. 4.3, verificam-se os resultados apresentados pela abordagem de Duprat para 32 pontos experimentais, onde os pontos de 1 até 10 são para o aço duro (Nishihara e Kawamoto, 1945), de 11 até 22 para a liga 34Cr4 (Heidenreich et al, 1983) e os pontos de 23 até 32 para liga 30NCD16 (Froustey e Lasserre, 1989). Fez-se uma análise de todos os parâmetros utilizados pelo mesmo, onde se verifica que apesar de Duprat tentar contemplar a influência do ângulo de fase, sua proposta apresenta os maiores erros percentuais quando se aumenta o ângulo de fase.

A simplicidade do modelo proposto por Duprat (29) e a precisão das outras modelagens citadas, mostra o caminho para o aperfeiçoamento desta proposição.

Tabela 4.3 - Detalhamento dos parâmetros utilizados na abordagem de Duprat. Resultados apresentados para 32 pontos experimentais: pontos de 1 até 10 para o aço duro, de 11 até 22 para a liga 34Cr4 e os pontos de 23 até 32 para liga 30NCD16.

ID	$\sigma_{x.m}$	$\sigma_{x.a}$	$\tau_{xy.m}$	$\tau_{xy.a}$	α°	Duprat								
						D	d	D-d/D+d	a	b	Pe/2	$\sqrt{J2,a}$	K	I %
1	0	138,1	0	167,1	0	524	-	1,00	411,29	1,27	522	185	0,97	-3%
2	0	140,4	0	169,9	30	522	106	0,66	492,78	1,11	549	194	1,02	2%
3	0	145,7	0	176,3	60	515	199	0,44	561,31	1,05	589	208	1,10	10%
4	0	150,2	0	181,7	90	514	245	0,35	596,27	1,03	615	217	1,14	14%
5	0	245,3	0	122,6	0	530	-	1,00	416,12	1,27	528	187	1,01	1%
6	0	249,7	0	124,8	30	521	138	0,58	517,91	1,09	563	199	1,07	7%
7	0	252,4	0	126,2	60	475	268	0,28	583,59	1,02	595	210	1,13	13%
8	0	258	0	129	90	421	365	0,07	617,46	1,00	618	219	1,18	18%
9	0	299,2	0	62,8	0	520	-	1,00	408,31	1,27	518	183	1,01	1%
10	0	304,5	0	63,9	90	497	181	0,47	532,49	1,06	562	199	1,09	9%
11	0	314	0	157	0	678	-	1,00	532,75	1,27	676	239	0,99	-1%
12	0	315	0	158	60	593	336	0,28	729,40	1,02	743	263	1,08	8%
13	0	316	0	158	90	516	447	0,07	756,27	1,00	757	268	1,10	10%
14	0	315	0	158	120	593	336	0,28	729,40	1,02	743	263	1,08	8%
15	0	224	0	224	90	634	366	0,27	784,89	1,02	799	283	1,14	14%
16	0	380	0	95	90	621	269	0,40	698,41	1,04	726	257	1,07	7%
17	0	316	158	158	0	683	-	1,00	536,14	1,27	681	241	1,00	0%
18	0	314	157	157	60	590	334	0,28	726,02	1,02	740	262	1,08	8%
19	0	315	158	158	90	514	447	0,07	754,99	1,00	756	267	1,10	10%
20	279	279	0	140	0	604	-	1,00	474,09	1,27	602	213	0,93	-7%
21	284	284	0	142	90	464	402	0,07	679,69	1,00	681	241	1,04	4%
22	212	212	0	212	90	600	346	0,27	742,85	1,02	756	267	1,12	12%
23	0	485	0	280	0	1.120	-	1,00	879,67	1,27	1.117	395	1,01	1%
24	0	480	0	277	90	784	783	0,00	1.230,96	1,00	1.231	435	1,11	11%
25	300	480	0	277	0	1.108	-	1,00	870,42	1,27	1.105	391	1,04	4%
26	300	480	0	277	45	1.024	424	0,41	1.137,30	1,04	1.187	420	1,11	11%
27	300	470	0	270	60	938	541	0,27	1.161,61	1,02	1.183	418	1,10	10%
28	300	473	0	273	90	772	772	0,00	1.213,10	1,00	1.213	429	1,13	13%
29	300	590	0	148	0	1.050	-	1,00	825,04	1,27	1.047	370	1,00	0%
30	300	565	0	141	45	969	269	0,57	971,72	1,08	1.051	372	1,00	0%
31	300	540	0	135	90	882	382	0,40	992,47	1,04	1.032	365	0,98	-2%
32	300	211	0	365	0	1.088	-	1,00	854,79	1,27	1.085	384	0,99	-1%

$$a = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{D+d}{2}$$

$$b = \left[1 + \frac{1}{4} \lambda^2 + \frac{1}{64} \lambda^4 + \frac{1}{256} \lambda^6 \right]$$

Na Fig. 4.2, observa-se a dispersão dos resultados apresentados pela abordagem de Duprat. Verifica-se que quanto maior o ângulo de fase, mais dispersos são os resultados, ou seja, maior é o erro percentual determinado. Constata-se que somente 41% dos resultados apresentados por Duprat, encontram-se na faixa de dispersão da ordem de $\pm 5\%$.

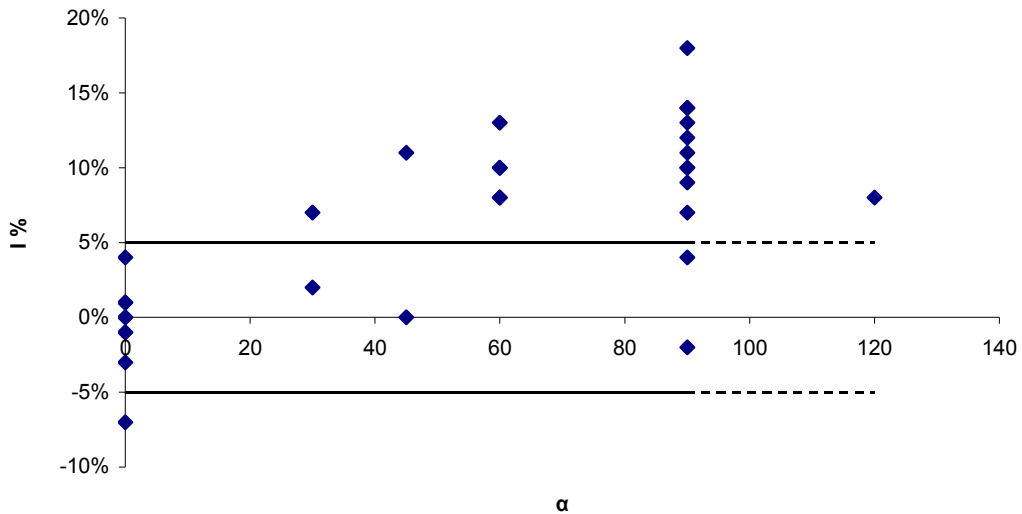


Figura 4.2 - Gráfico representando a dispersão do erro percentual, de acordo com o ângulo de fase, segundo a abordagem de Duprat.

4.4 UMA NOVA PROPOSIÇÃO PARA DETERMINAÇÃO DA AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE EQUIVALENTE A PARTIR DA ABORDAGEM PROPOSTA POR DUPRAT.

O critério de Bin Li et al (38) apresenta bons resultados para determinação da resistência à fadiga multiaxial, quando comparado a resultados experimentais e as outras abordagens existentes na literatura. O mesmo propõe a determinação do menor elipsóide que circunscreve a trajetória descrita pelo tensor desviatório. A grande dificuldade de se utilizar tal proposição está da determinação do centro da elipse, como mostrado no capítulo três.

Duprat determina a amplitude da tensão cisalhante equivalente a partir da maior e menor corda obtida através da intersecção da trajetória do tensor desviatório (Eq.s 4.11 e 4.14). Após a obtenção destes parâmetros o valor de $\sqrt{J_{2\alpha}}$ é obtido através das Eq.s 4.15 e 4.16.

Desta forma, uma possibilidade para redução dos erros no modelo de Duprat (29) para ângulos de fase maiores, seria combinar esta modelagem com o critério de Bin Li et al

(38). Desta forma, para se determinar a menor elipse que contem a trajetória formada pelo tensor desviatório e a amplitude da tensão cisalhante equivalente, seria utilizada a metodologia proposta por Duprat para obtenção dos parâmetros $D/2$ e $d/2$, sem a necessidade de se encontrar o centro da elipse. A amplitude da tensão cisalhante equivalente seria agora determinada através da média quadrática entre o maior e menor raios da elipse, como proposto inicialmente por Bin Li et al. Assim, o valor de $\sqrt{J_{2a}}$ é determinado como:

$$\frac{Pe}{2} = \sqrt{\left(\frac{D}{2}\right)^2 + \left(\frac{d}{2}\right)^2} \quad (4.18)$$

$$R_a = \frac{D}{2} = \frac{\max(t)\rho(\omega t)}{2} \quad (4.19)$$

$$R_b = \frac{d}{2} = \frac{\min(t)\rho(\omega t)}{2} \quad (4.20)$$

Onde:

$$\rho(\omega t) = tr\left[\left(\underline{\underline{S}}(t) - \underline{\underline{S}}(t + \pi)\right)\left(\underline{\underline{S}}(t) - \underline{\underline{S}}(t + \pi)\right)\right]^{\frac{1}{2}} \quad (4.21)$$

Substituindo as Eq.s 4.19 e 4.20 na Eq. 4.18 e determinando novamente o valor da tensão cisalhante equivalente, tem-se.

$$\sqrt{J_{2a}} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{[\max(t)\rho(\omega t)]^2 + [\min(t)\rho(\omega t)]^2}}{\sqrt{2}} \quad (4.22)$$

Assim, reescrevendo o critério de Crossland (Eq. 3.47), de acordo com a nova abordagem para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente, tem-se:

$$\frac{1}{2} \frac{\sqrt{[\max(t)\rho(\omega t)]^2 + [\min(t)\rho(\omega t)]^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{S_{rt}} \cdot f_{-1} \cdot \sigma_{H,\max} \leq t_{-1} \quad (4.23)$$

Ou ainda, substituindo o valor $\sigma_{H_{\max}}$, tem-se:

$$\frac{1}{2} \frac{\sqrt{[\max(t)\rho(\omega t)]^2 + [\min(t)\rho(\omega t)]^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{S_{rt}} \cdot f_{-1} \cdot \frac{1}{3} \max(tr\underline{\sigma}) \leq t_{-1} \quad (4.24)$$

Através da Eq. 4.24, pode-se definir o lado esquerdo da mesma, como sendo a tensão equivalente. Assim, σ_{eq} pode ser escrita como:

$$\sigma_{eq} = \frac{1}{2} \frac{\sqrt{[\max(t)\rho(\omega t)]^2 + [\min(t)\rho(\omega t)]^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{S_{rt}} \cdot f_{-1} \cdot \frac{1}{3} \max(tr\underline{\sigma}) \quad (4.25)$$

Pode-se definir também a razão de tensão através da Eq. 4.26, como sendo a divisão entre a tensão equivalente σ_{eq} e o limite de fadiga para um carregamento torcional alternado t_{-1} .

$$K = \frac{\sigma_{eq}}{t_{-1}} \quad (4.26)$$

Substituindo a Eq. 4.25, na Eq. 4.26, pode-se reescrever a razão de tensão como:

$$K = \left\langle \frac{\frac{1}{2} \frac{\sqrt{[\max(t)\rho(\omega t)]^2 + [\min(t)\rho(\omega t)]^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{S_{rt}} \cdot f_{-1} \cdot \frac{1}{3} \max(tr\underline{\sigma})}{t_{-1}} \right\rangle \quad (4.27)$$

Representando o erro indexado ao modelo, em termos percentuais, tem-se:

$$I = \left\langle \frac{\frac{1}{2} \frac{\sqrt{[\max(t)\rho(\omega t)]^2 + [\min(t)\rho(\omega t)]^2}}{\sqrt{2}} + \frac{\sqrt{3}}{S_{rt}} \cdot f_{-1} \cdot \frac{1}{3} \max(tr\underline{\sigma})}{t_{-1}} - 1 \right\rangle \cdot 100\% \quad (4.28)$$

O erro percentual pode ser novamente escrito em função do parâmetro K, através da Eq. 4.29.

$$I = \langle K - 1 \rangle \cdot 100\% \quad (4.29)$$

4.5 ALGORITMO PARA IMPLEMENTAÇÃO DA NOVA ABORDAGEM PROPOSTA.

Com esta nova proposição, pode-se estabelecer um algoritmo simplificado para determinação da resistência à fadiga multiaxial. Desta forma, através do diagrama de bloco apresentado na Fig. 4.3, podem ser observados os passos necessários para montagem do algoritmo e implementação numérica do novo modelo proposto.

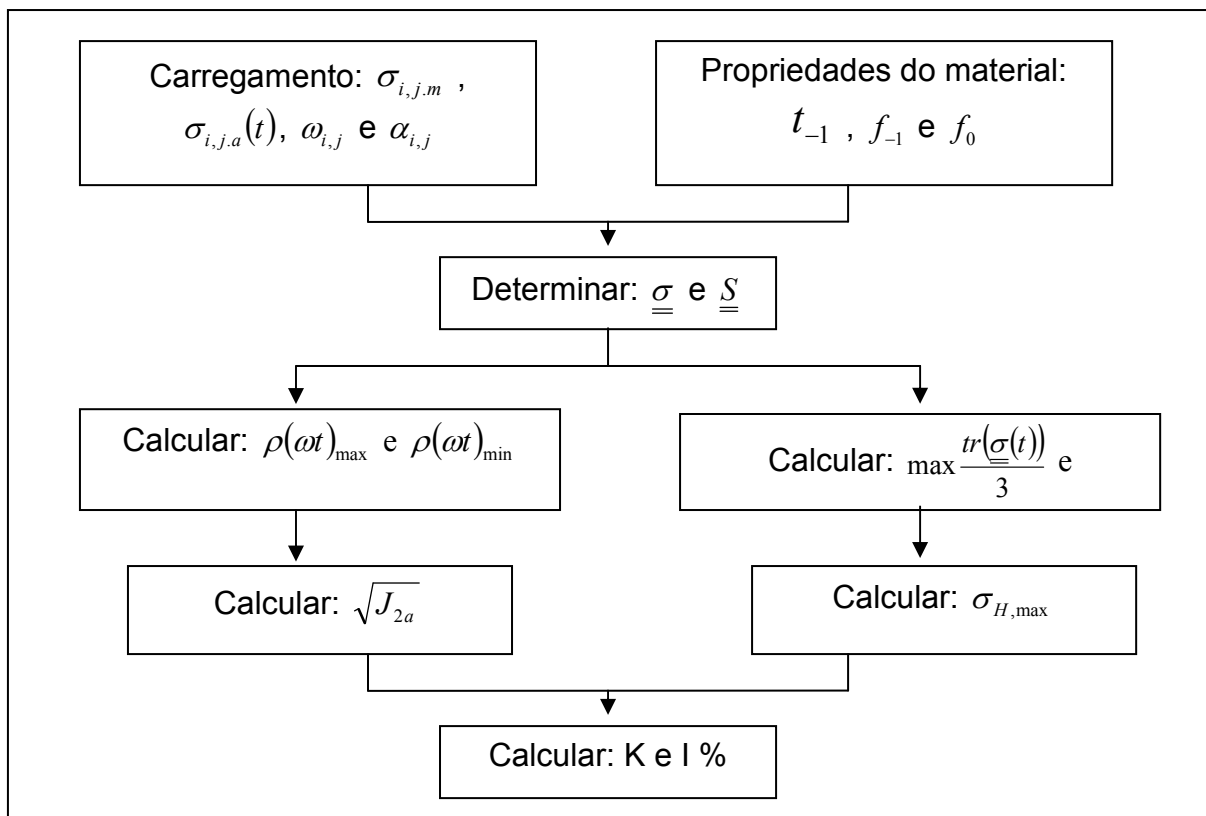
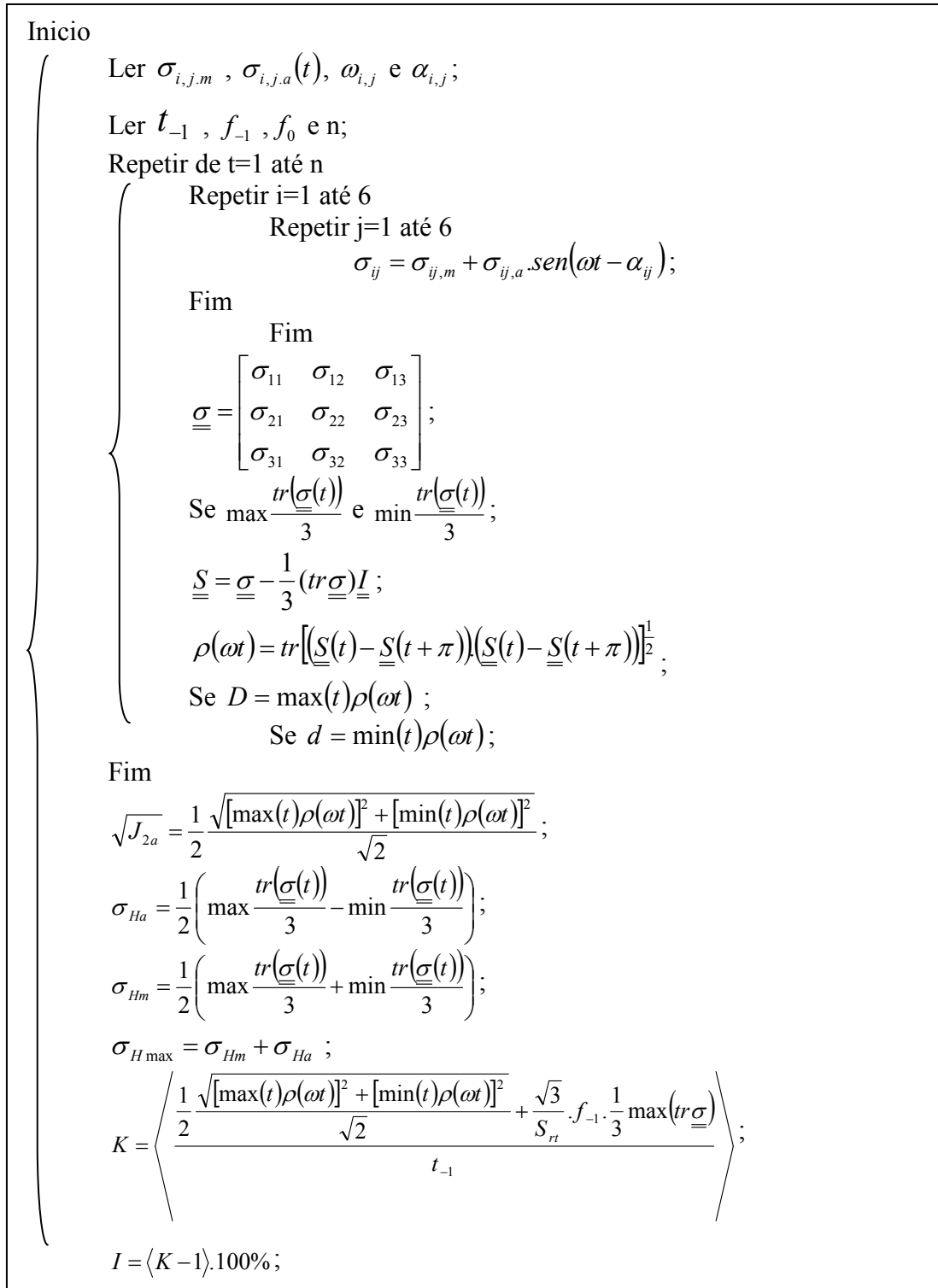


Figura 4.3 - Diagrama de bloco com as etapas necessárias para montagem do algoritmo para a nova proposição.

Assim, de acordo com as etapas apresentadas na Fig. 4.3, o seguinte algoritmo pode ser definido:



Fim.

Figura 4.4 - Algoritmo necessário para implementação numérica da nova proposição.

5 APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS ENCONTRADOS.

5.1 METODOLOGIA UTILIZADA PARA ANÁLISE DOS RESULTADOS.

Para se efetuar uma análise consistente da modelagem proposta, fez-se uso de 32 pontos experimentais para três tipos de materiais: aço duro (Nishihara e Kawamoto, 1945), liga 34Cr4 (Heidenreich et al, 1983) e liga 30NCD16 (Froustey e Lasserre, 1989), disponíveis na literatura. Em todos os casos aplicados, a condição de carregamento é de flexão e torção combinadas, com amplitude constante, em fase e fora de fase.

Para determinação dos parâmetros $\rho(\omega t)$ e $tr(\underline{\underline{\sigma}}(t))$, necessários para o cálculo da amplitude da tensão cisalhante equivalente e da tensão hidrostática, os históricos de carregamento foram discretizados de um em um grau. Foram determinados os valores de D , d , K , $I\%$ e $\sqrt{J_{2a}}$.

Foi feita uma análise do erro percentual apresentado pela nova proposição, e uma comparação com resultados de outras propostas, como Crossland, Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo e Duprat. Algumas considerações qualitativas foram feitas ao final, levando em consideração a dificuldade de se calcular os parâmetros necessários, de acordo com a nova abordagem e as outras proposições já citadas.

5.2 APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS ENCONTRADOS DE ACORDO COM A NOVA PROPOSIÇÃO.

De acordo com as Tab.s 5.1, 5.2 e 5.3, podem ser observados os resultados encontrados para a nova proposição. Ao se analisar os 32 pontos experimentais disponíveis na literatura, verificam-se que, de acordo com as condições de carregamento da Tab. 5.1, o modelo apresenta erro percentual máximo da ordem de 6.7 %. Já nas condições da Tab. 5.2, observa-se $I_{\max} = 6.38\%$ e na Tab. 5.3 $I_{\max} = 8.15\%$. Estes resultados encontram-se bastante satisfatórios, pois estabelecem uma boa precisão para um algoritmo simplificado, desenvolvido para a nova modelagem.

Tabela 5.1 - Resultados encontrados de acordo com a nova proposição, para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$, $f_{-1} = 313.9MPa$).

ID	$\sigma_{x.m}$	$\sigma_{x.a}$	$\tau_{xy.m}$	$\tau_{xy.a}$	α°	Nova Proposição				
						K	I %	D	d	$\sqrt{J2,a}$
1	-	138,1	-	167,1	0	0,98	-2,2%	523,68	-	185,15
2	-	140,4	-	169,9	30	0,99	-0,6%	521,87	105,56	188,25
3	-	145,7	-	176,3	60	1,03	3,2%	515,26	199,42	195,34
4	-	150,2	-	181,7	90	1,06	6,3%	513,93	245,28	201,34
5	-	245,3	-	122,6	0	1,01	1,5%	529,82	-	187,32
6	-	249,7	-	124,8	30	1,03	3,4%	521,35	138,07	190,68
7	-	252,4	-	126,2	60	1,04	4,4%	474,56	268,48	192,77
8	-	258,0	-	129,0	90	1,07	6,7%	421,31	364,87	197,05
9	-	299,2	-	62,8	0	1,01	1,0%	519,88	-	183,81
10	-	304,5	-	63,9	90	1,03	2,8%	497,25	180,74	187,06

Tabela 5.2 - Resultados encontrados de acordo com a nova proposição, para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (Liga 34Cr4 – $t_{-1} = 256MPa$, $f_{-1} = 410MPa$).

ID	$\sigma_{x.m}$	$\sigma_{x.a}$	$\tau_{xy.m}$	$\tau_{xy.a}$	α°	Nova proposição				
						K	I %	D	d	$\sqrt{J2,a}$
1	-	314	-	157	0	0,99	-0,55%	678,32	-	239,82
2	-	315	-	158	60	1,00	-0,11%	592,94	335,75	240,91
3	-	316	-	158	90	1,00	0,08%	516,03	446,89	241,35
4	-	315	-	158	120	1,00	-0,11%	592,94	335,75	240,91
5	-	224	-	224	90	1,05	5,15%	633,57	365,79	258,65
6	-	380	-	95	90	1,00	0,37%	620,54	268,70	239,08
7	-	316	158	158	0	1,00	0,08%	682,64	-	241,35
8	-	314	157	157	60	0,99	-0,55%	590,39	334,01	239,82
9	-	315	158	158	90	1,00	-0,11%	514,39	446,89	240,91
10	279	279	-	140	0	0,94	-6,38%	603,64	-	213,42
11	284	284	-	142	90	0,95	-4,83%	463,77	401,64	216,91
12	212	212	-	212	90	1,03	3,41%	599,63	346,19	244,80

Tabela 5.3 - Resultados encontrados de acordo com a nova proposição, para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (Liga 30NCD16 – $t_{-1} = 410MPa$, $f_{-1} = 660MPa$).

ID	$\sigma_{x.m}$	$\sigma_{x.a}$	$\tau_{xy.m}$	$\tau_{xy.a}$	α°	Nova proposição				
						K	I %	D	d	$\sqrt{J2,a}$
1	0	485	0	280	0	1,02	1,77%	1.120,03	-	395,99
2	0	480	0	277	90	1,01	0,70%	783,84	783,47	391,83
3	300	480	0	277	0	1,04	3,91%	1.108,26	-	391,83
4	300	480	0	277	45	1,04	3,91%	1.023,86	424,19	391,83
5	300	470	0	270	60	1,02	1,60%	937,66	541,36	382,80
6	300	473	0	273	90	1,02	2,45%	772,41	772,16	386,14
7	300	590	0	148	0	1,00	0,11%	1.050,48	-	371,40
8	300	565	0	141	45	0,96	-4,07%	968,57	268,67	355,37
9	300	540	0	135	90	0,92	-8,15%	881,82	381,84	339,74
10	300	211	0	365	0	0,99	-0,68%	1.088,36	-	384,79

5.3 ANÁLISE DO ERRO PERCENTUAL E DISPERSÃO DOS RESULTADOS APRESENTADOS PELO MODELO.

Ao se analisar os 32 pontos experimentais disponíveis na literatura e apresentados nas Tab.s 5.1, 5.2 e 5.3, observou-se que uma parcela elevada dos resultados, apresenta erros indexados menores que 5 %, o que se encontra bastante satisfatório quando se leva em consideração o processo de dimensionamento de componentes mecânicos.

Através da Eq. 4.25, foram determinados os valores das tensões equivalentes σ_{eq} , para os 32 históricos de carregamento, e comparadas aos valores determinados experimentalmente de t_{-1} que é equivalente ao limite de fadiga para carregamento de torção alternado.

Desta forma, através das Fig.s 5.1, 5.2 e 5.3, observou-se a dispersão dos resultados encontrados para a nova proposição, considerando os valores da tensão equivalente σ_{eq} , t_{-1} dentro de uma faixa de dispersão de $\pm 5\%$ versus o ângulo de fase.

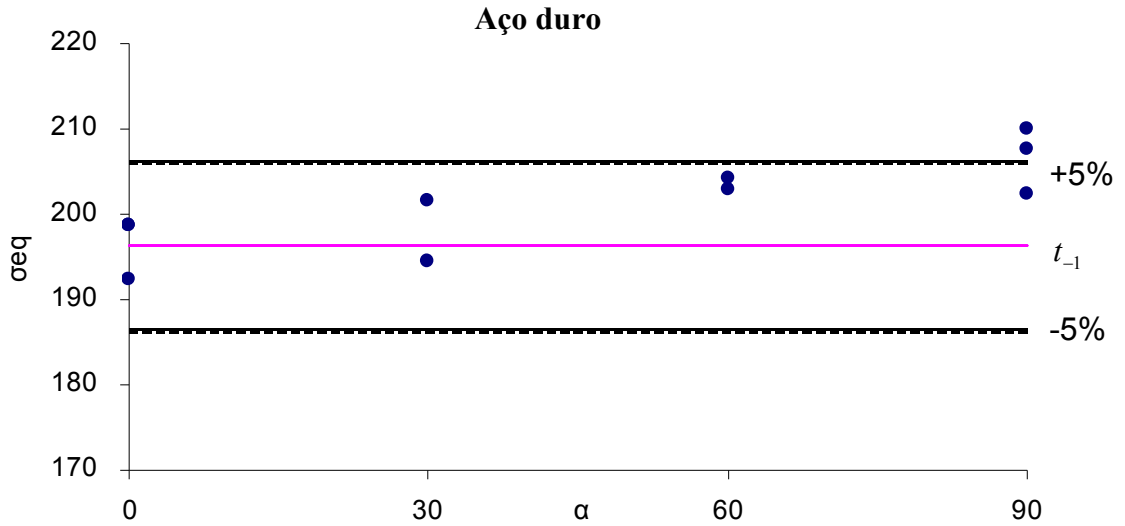


Figura 5.1 - Dispersão dos resultados encontrados para a tensão equivalente, de acordo com os dados experimentais da Tab. 5.1, (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$, $f_{-1} = 313.9MPa$).

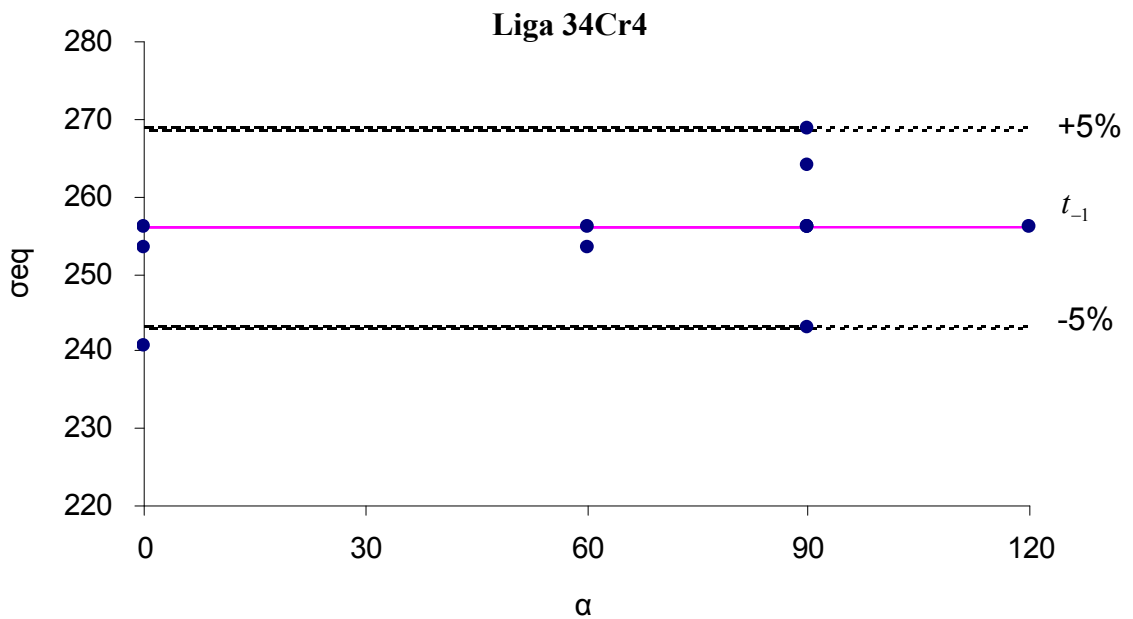


Figura 5.2 - Dispersão dos resultados encontrados para a tensão equivalente, de acordo com os dados experimentais da Tab. 5.2, (Liga 34Cr4 – $t_{-1} = 256MPa$, $f_{-1} = 410MPa$).

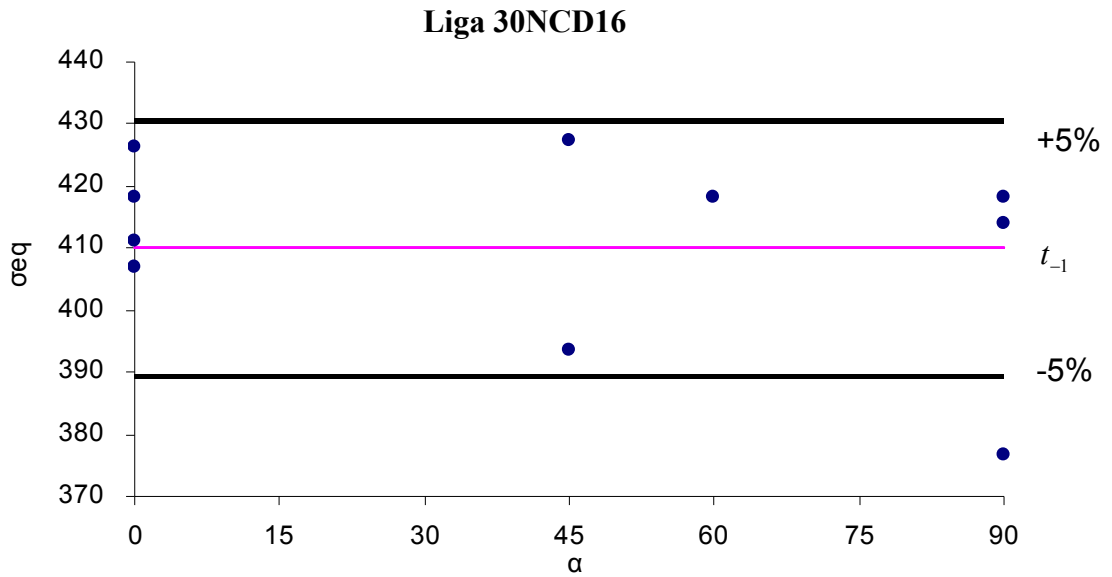


Figura 5.3 - Dispersão dos resultados encontrados para a tensão equivalente, de acordo com os dados experimentais da Tab. 5.3, (Liga 30NCD16– $t_{-1} = 410MPa$, $f_{-1} = 660MPa$).

Para se avaliar o erro percentual indexado à nova proposição, construiu-se um histograma com a frequência de ocorrência para cada I%. Assim, através das Fig.s 5.4, 5.5 e 5.6, podem-se observar os valores encontrados.

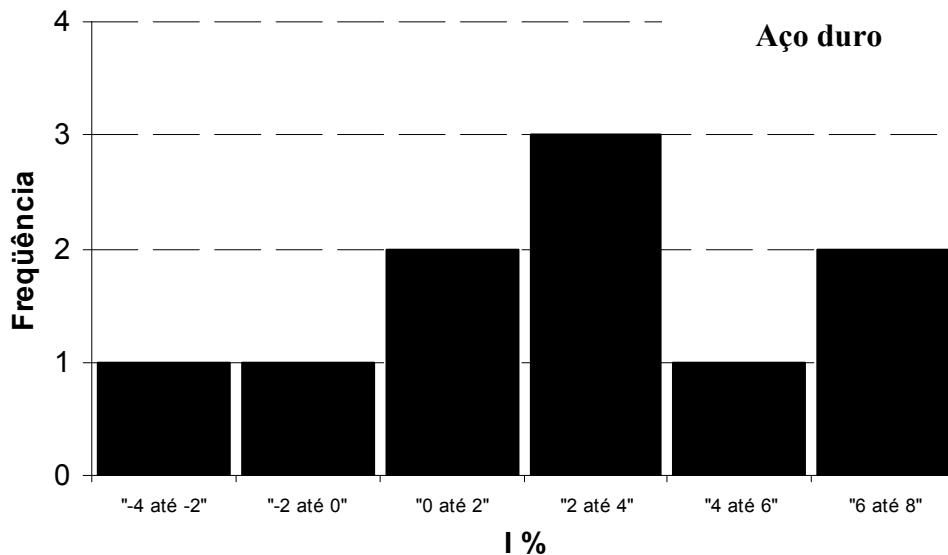


Figura 5.4 - Análise da frequência de ocorrência de I%, de acordo com os resultados apresentados na Tab. 5.1, (aço duro).

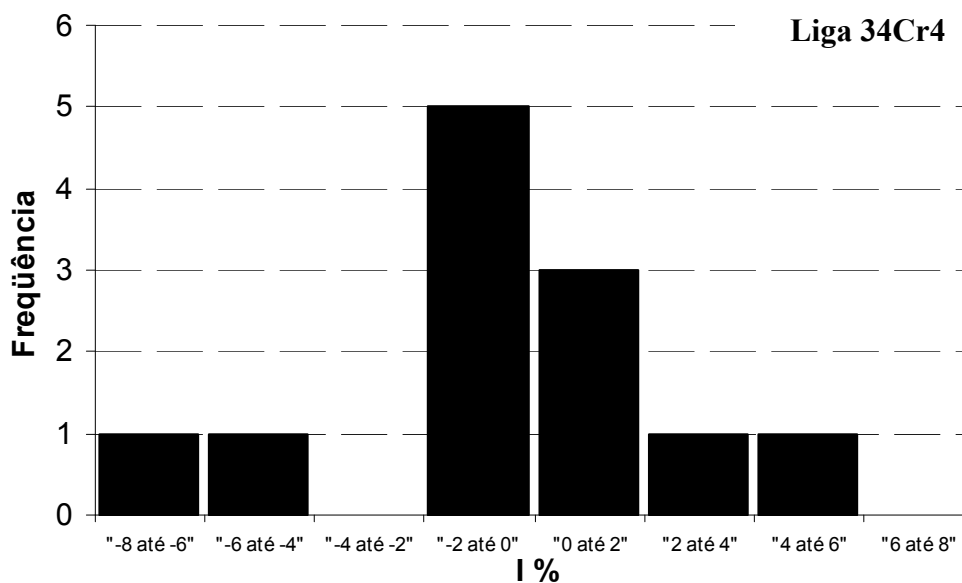


Figura 5.5 - Análise da frequência de ocorrência de I %, de acordo com os resultados apresentados na Tab. 5.2, (liga 34Cr4).

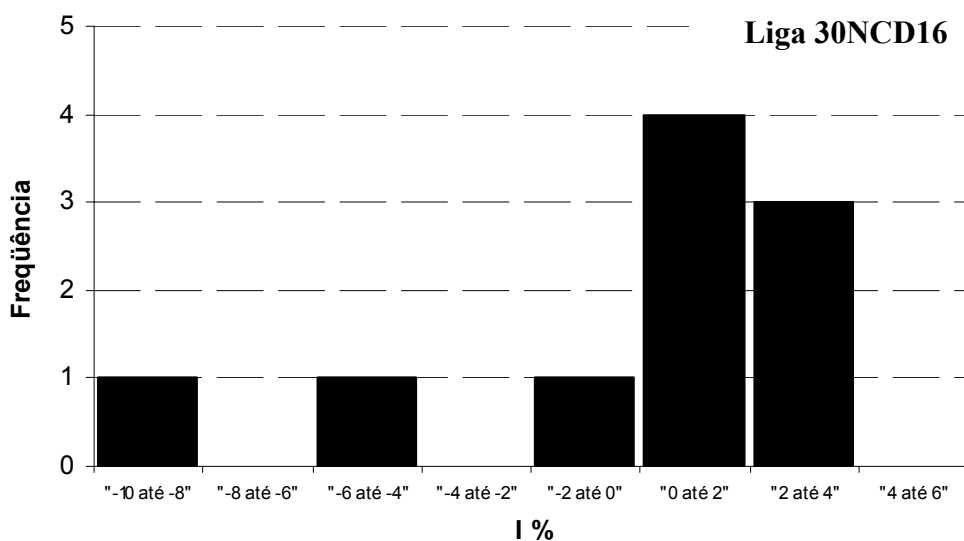


Figura 5.6 - Análise da frequência de ocorrência de I %, de acordo com os resultados apresentados na Tab. 5.3, (liga 30NCD16).

Verifica-se que para os resultados apresentados na Tab. 5.1, o erro percentual concentra-se na faixa de 2% a 4%. Para os resultados da Tab. 5.2, tem-se I % concentrado na faixa de 0% a 2% e para os resultados da Tab. 5.3, observou-se o número de ocorrências na faixa de 0% a 2%.

5.4 ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE A NOVA PROPOSIÇÃO E AS OUTRAS ABORDAGENS EXISTENTES NA LITERATURA.

Através das Tab.s 5.4, 5.5 e 5.6, fez-se uma análise comparativa entre a nova proposição e as outras abordagens existentes na literatura. Na Tab. 5.4, verificam-se os resultados de Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo, Duprat et al e a nova proposição. Observam-se erros percentuais máximos na ordem de 6% para Bin Li et al, 6% para Papadopoulos, 7% para Mamiya e Araújo, 18% para Duprat et al e 6.7% para a nova proposição.

Tabela 5.4 - Comparação entre os resultados apresentados por Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo, Duprat e a nova proposição para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$, $f_{-1} = 313.9MPa$), Bin Li et al (38) e Mamiya e Araújo (44).

ID	$\sigma_x.m$	$\sigma_x.a$	$\tau_{xy}.m$	$\tau_{xy}.a$	α°	Bin Li		Papadopoulos		Mamiya e Araujo		Duprat		Nova Proposição	
						K	I%	K	I%	K	I%	K	I%	K	I%
1	-	138,1	-	167,1	0	0,98	-2%	0,98	-2%	0,98	-2%	0,97	-3%	0,98	-2,2%
2	-	140,4	-	169,9	30	0,99	-1%	0,99	-1%	0,99	-1%	1,02	2%	0,99	-0,6%
3	-	145,7	-	176,3	60	1,03	3%	1,03	3%	1,03	3%	1,10	10%	1,03	3,2%
4	-	150,2	-	181,7	90	1,06	6%	1,06	6%	1,06	6%	1,14	14%	1,06	6,3%
5	-	245,3	-	122,6	0	1,02	1%	1,02	1%	1,01	1%	1,01	1%	1,01	1,5%
6	-	249,7	-	124,8	30	1,03	3%	1,03	3%	1,03	3%	1,07	7%	1,03	3,4%
7	-	252,4	-	126,2	60	1,04	4%	1,04	4%	1,04	4%	1,13	13%	1,04	4,4%
8	-	258,0	-	129,0	90	1,07	6%	1,07	6%	1,07	7%	1,18	18%	1,07	6,7%
9	-	299,2	-	62,8	0	1,01	1%	1,01	1%	1,01	1%	1,01	1%	1,01	1,0%
10	-	304,5	-	63,9	90	1,03	3%	1,03	3%	1,03	3%	1,09	9%	1,03	2,8%

Na Tab. 5.5 são observados erros da ordem de 6% para Bin Li et al, 6% para Papadopoulos, 6% para Mamiya e Araújo, 14% para Duprat e 6,38% para a nova proposição.

Tabela 5.5 - Comparação entre os resultados apresentados por Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo, Duprat e a nova proposição para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (Liga 34Cr4 – $t_{-1} = 256MPa$, $f_{-1} = 410MPa$), Bin Li et al (38).

ID	$\sigma_x.m$	$\sigma_x.a$	$\tau_{xy}.m$	$\tau_{xy}.a$	α°	Bin Li		Papadopoulos		Mamiya e Araujo		Duprat		Nova proposição	
						K	I%	K	I%	K	I%	K	I%	K	I%
1	-	314	-	157	0	0,99	-1%	0,99	-1%	0,99	-1%	0,99	-1%	0,99	-0,55%
2	-	315	-	158	60	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0%	1,08	8%	1,00	-0,11%
3	-	316	-	158	90	1,00	0%	1,00	0%	1,0008	0%	1,10	10%	1,00	0,08%
4	-	315	-	158	120	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0%	1,08	8%	1,00	-0,11%
5	-	224	-	224	90	1,05	5%	1,05	5%	1,05	5%	1,14	14%	1,05	5,15%
6	-	380	-	95	90	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0%	1,07	7%	1,00	0,37%
7	-	316	158	158	0	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0,08%
8	-	314	157	157	60	0,99	-1%	0,99	-1%	0,99	-1%	1,08	8%	0,99	-0,55%
9	-	315	158	158	90	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0%	1,10	10%	1,00	-0,11%
10	279	279	-	140	0	0,94	-6%	0,94	-6%	0,94	-6%	0,93	-7%	0,94	-6,38%
11	284	284	-	142	90	0,95	-5%	0,95	-5%	0,95	-5%	1,04	4%	0,95	-4,83%
12	212	212	-	212	90	1,03	3%	1,03	3%	1,03	3%	1,12	12%	1,03	3,41%

Na Tab. 5.6, tem-se 27% para Crossland, 8% para Papadopoulos, 8% para Mamiya e Araújo, 13% para Duprat e 8,15% para a nova proposição.

Tab. 5.6 - Comparação entre os resultados apresentados por Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo, Duprat e a nova proposição para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (Liga 30NCD16 – $t_{-1} = 410MPa$, $f_{-1} = 660MPa$), Mamiya e Araújo (44).

ID	$\sigma_x.m$	$\sigma_x.a$	$\tau_{xy}.m$	$\tau_{xy}.a$	α°	Crossland		Papadopoulos		Mamiya e Araujo		Duprat		Nova proposição	
						K	I%	K	I%	K	I%	K	I%	K	I%
1	0	485	0	280	0	1,02	2%	1,02	2%	1,02	2%	1,01	1%	1,02	1,77%
2	0	480	0	277	90	0,73	-27%	1,01	1%	1,01	1%	1,11	11%	1,01	0,70%
3	300	480	0	277	0	1,04	4%	1,04	4%	1,04	4%	1,04	4%	1,04	3,91%
4	300	480	0	277	45	0,92	-8%	1,04	4%	1,04	4%	1,11	11%	1,04	3,91%
5	300	470	0	270	60	0,85	-15%	1,02	2%	1,02	1%	1,10	10%	1,02	1,60%
6	300	473	0	273	90	0,75	-25%	1,03	2%	1,02	2%	1,13	13%	1,02	2,45%
7	300	590	0	148	0	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0%	1,00	0,11%
8	300	565	0	141	45	0,91	-9%	0,96	-4%	0,96	-4%	1,00	0%	0,96	-4,07%
9	300	540	0	135	90	0,85	-15%	0,92	-8%	0,92	-8%	0,98	-2%	0,92	-8,15%
10	300	211	0	365	0	0,99	-1%	0,99	-1%	0,99	-1%	0,99	-1%	0,99	-0,68%

Os resultados apresentados podem ser melhor analisados graficamente, de acordo com as Fig.s 5.7, 5.8 e 5.9, onde se tem o valor de K determinado, que é a razão entre a tensão equivalente σ_{eq} e o limite de fadiga para um carregamento torcional alternado t_{-1} , versus o ângulo de fase, para as diversas abordagens.

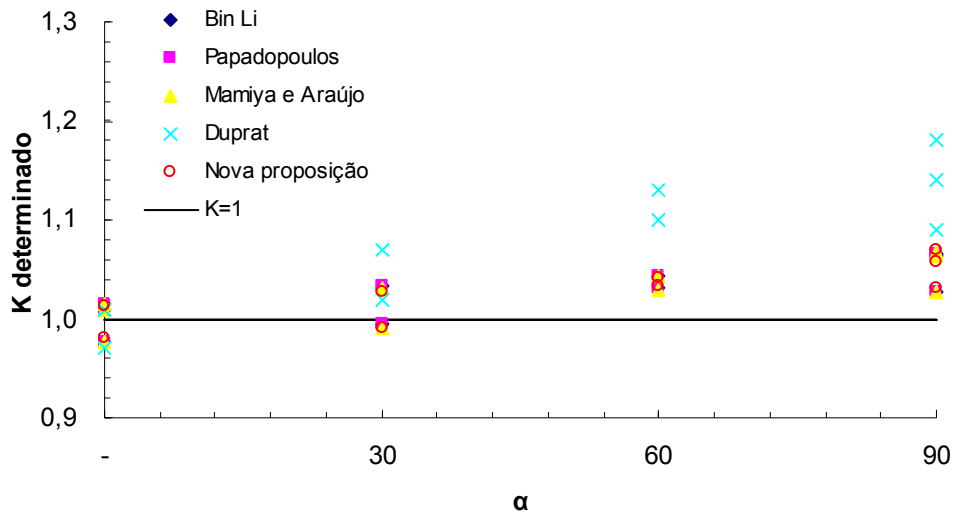


Figura 5.7 - Comparação entre os valores de K determinados pelas diversas abordagens (Tab. 5.4) para diferentes ângulos de fase, (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$, $f_{-1} = 313.9MPa$).

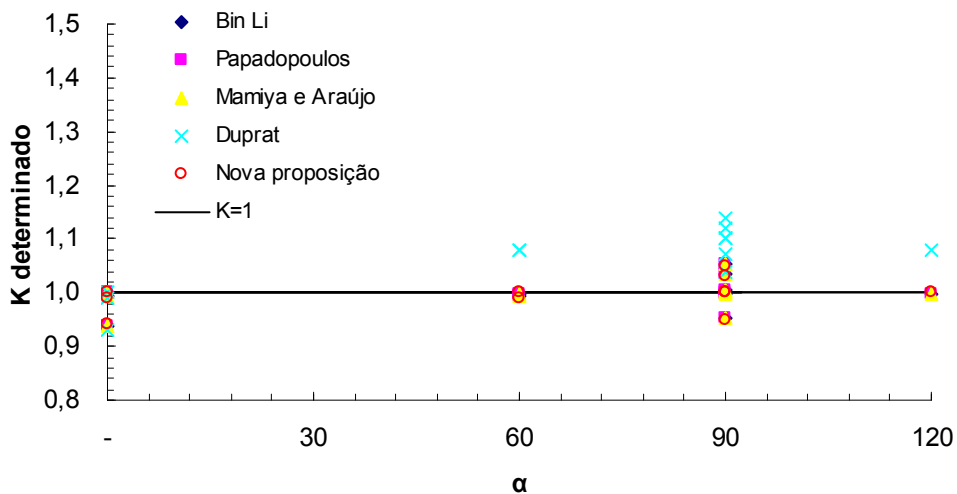


Figura 5.8 - Comparação entre os valores de K determinados pelas diversas abordagens (Tab. 5.5) para diferentes ângulos de fase, (Liga 34Cr4 – $t_{-1} = 256MPa$, $f_{-1} = 410MPa$).

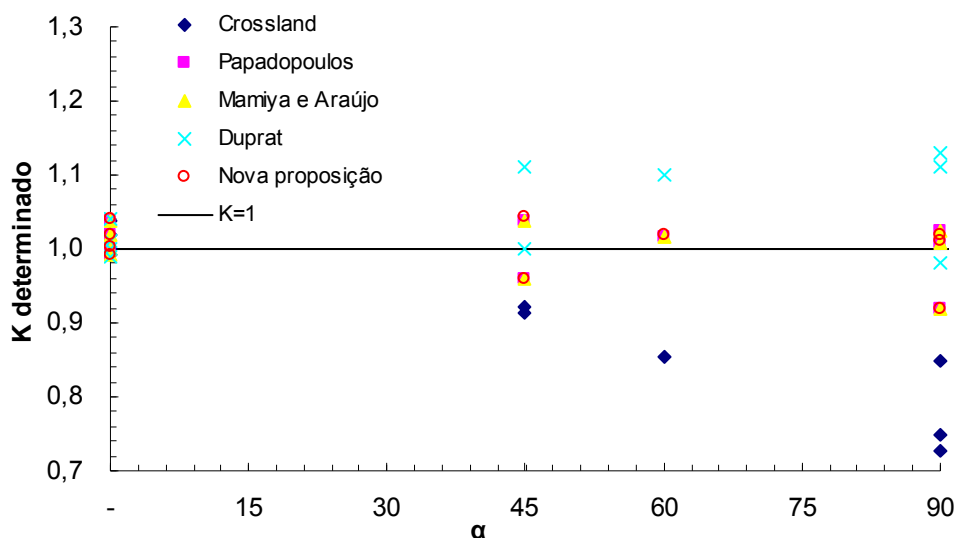


Figura 5.9 - Comparação entre os valores de K determinados pelas diversas abordagens (Tab.5.6) para diferentes ângulos de fase, (Liga 30NCD16– $t_{-1} = 410MPa$, $f_{-1} = 660MPa$).

Constatou-se que os resultados apresentados por Duprat possuem erros percentuais mais acentuados quanto maior é o ângulo de fase, o mesmo pode ser observado quando se analisam os resultados para o modelo de Crossland. É bem verdade que os erros indexados a abordagem de Duprat são menores que os de Crossland, quando se tem ângulo de fase diferente de zero. Para as outras proposições, os valores de K determinados encontram-se bem próximos. Desta forma, concluiu-se que é possível se estimar o valor da amplitude da tensão cisalhante equivalente e por conseguinte, o limite de fadiga, através da maior e menor corda obtida através da interseção da trajetória descrita pelo tensor desviatório, como foi proposto neste trabalho.

Na Fig. 5.10, observa-se o efeito do ângulo de fase na forma do diagrama de fase construído através da amplitude da tensão normal versus a amplitude da tensão cisalhante. Quando o ângulo de fase é igual a zero, o diagrama tende a ser uma linha reta. Com o aumento de α , a forma tende a ser de uma elipse, no caso de carregamentos senoidais. São utilizados cinco pontos experimentais com diferentes valores para o ângulo de fase α .

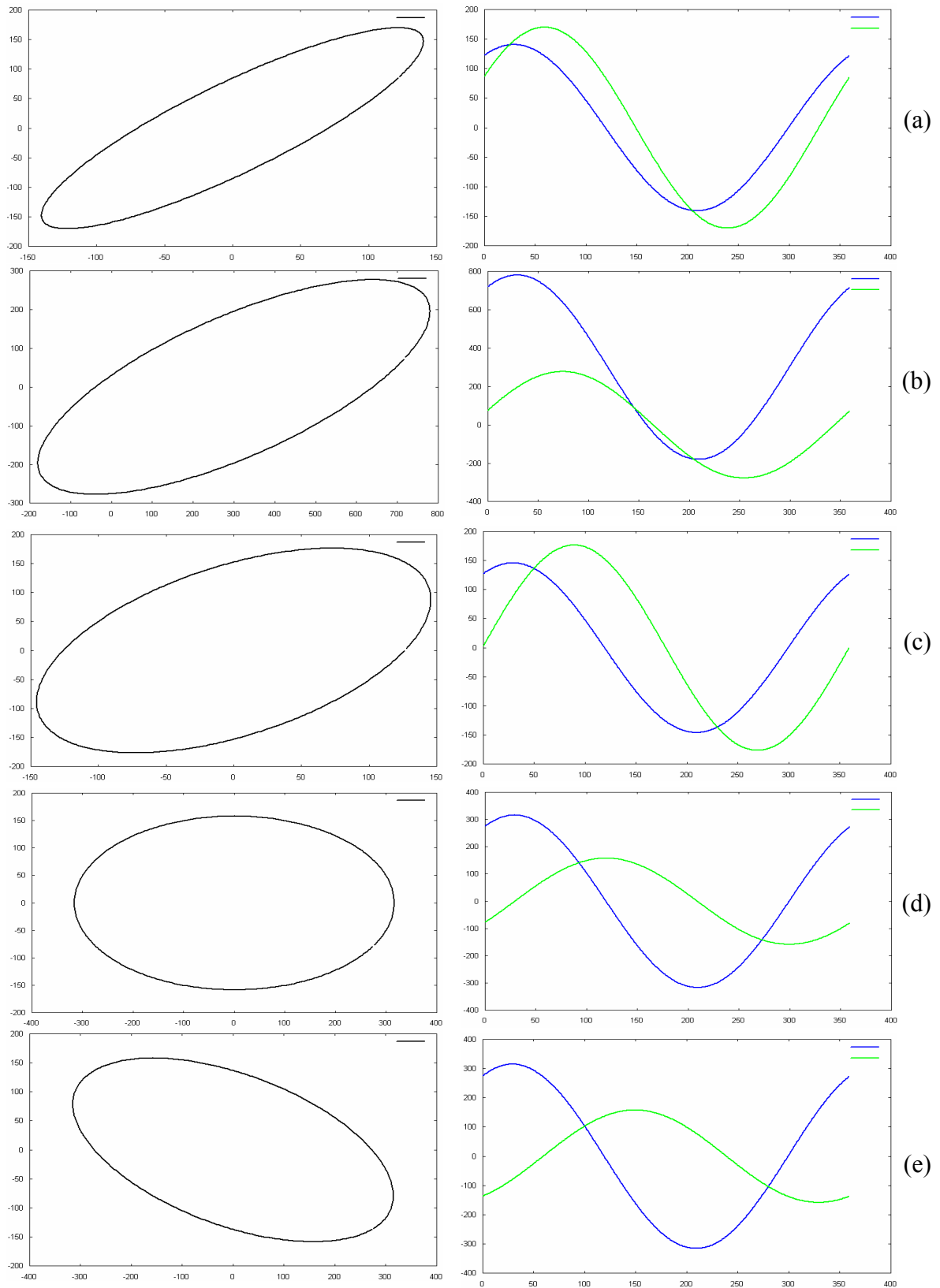


Figura 5.10 – Efeito do ângulo de fase na forma do diagrama de fase, onde se tem a amplitude da tensão normal versus a amplitude da tensão cisalhante. (a) $\alpha=30^\circ$, (b) $\alpha=45^\circ$, (c) $\alpha=60^\circ$, (d) $\alpha=90^\circ$ e (e) $\alpha=120^\circ$.

6 CONCLUSÕES

6.1 UMA ANÁLISE QUALITATIVA E QUANTITATIVA DOS RESULTADOS ENCONTRADOS.

Neste trabalho, buscou-se elaborar uma proposição simplificada para determinação da resistência à fadiga multiaxial, desta forma foi apresentada uma abordagem para obtenção da amplitude da tensão cisalhante equivalente, partindo da abordagem feita por Duprat para determinação dos parâmetros D e d, e utilizando a proposta de Bin Li et al, para combinação dos efeitos destes termos.

Verificou-se que a nova proposição apresenta resultados bastante satisfatórios na previsão da resistência à fadiga multiaxial, quando o carregamento aplicado apresenta-se fora de fase. O efeito do ângulo de fase é contemplado através de uma média quadrática obtida entre os parâmetros D e d que são equivalentes a maior e menor corda obtida através da intersecção da trajetória descrita pelo tensor desviatório. Esta nova abordagem pode ser considerada como uma simplificação do modelo do menor elipsóide circunscrito, proposto por Bin Li et al ou uma evolução do modelo de Duprat.

Uma das grandes vantagens na utilização da nova proposição, está na simplicidade de obtenção da tensão cisalhante equivalente, que diferentemente do modelo de Bin Li et al, não exige complexos cálculos matemáticos para determinação do centro da elipse e, por conseguinte, dos parâmetros D e d. Uma outra vantagem qualitativa está na facilidade de se obter uma função simplificada que represente a intersecção da trajetória do tensor desviatório, que foi chamada de $\rho(\omega t)$. Esta função é dependente da frequência de carregamento, do tempo e do ângulo de fase. Assim, para se obter os parâmetros D e d, há a necessidade de determinar a primeira derivada da função e valorá-la para os pontos $\frac{\rho(\omega t^*)}{2}$ e $\frac{\rho(\omega t^* + \pi/2)}{2}$. Este fator implica na construção e implementação de algoritmos numéricos mais simplificados.

Na implementação numérica do algoritmo proposto na Fig. 4.4, buscou-se determinar o valor de K e I% para os 32 pontos experimentais encontrados na literatura,

discretizando os históricos de carregamento de um em um grau, o que permitiu uma maior precisão dos resultados obtidos. É importante ressaltar que para todos os pontos, as condições de carregamentos são de torção e flexão alternadas.

Foi observado que 84% dos resultados encontrados, apresentaram erros dentro da faixa de dispersão de $\pm 5\%$. Isto representa um ganho considerável, pois se tinha inicialmente para a proposição de Duprat, apenas 41% dos resultados, dentro desta faixa de dispersão. Consta-se que de uma forma geral, o comportamento do modelo proposto se apresenta na condição, de que quanto mais dispersos são os resultados, maior é a defasagem entre o carregamento aplicado. Isto se deve ao fato de que a abordagem feita através do invariante do tensor utiliza a projeção da trajetória descrita pela parcela cisalhante do vetor tensão sobre o plano desviatório. A projeção desta componente cisalhante é menor à medida que se aumenta o ângulo de fase, sendo que o módulo do vetor tensão continua o mesmo. Assim, a contribuição da componente cisalhante para o efeito do ângulo de fase é reduzida com o aumento da defasagem.

Uma outra observação feita é de que quanto maior é o nível de carregamento, ou seja, quanto mais próximo dos limites de t_{-1} e f_{-1} é o carregamento, mais dispersos são os resultados encontrados. Porém, é bem verdade que, para o dimensionamento de componentes mecânicos, são aplicados fatores de segurança que irão afastar as tensões de trabalho dos limites de fadiga t_{-1} e f_{-1} . A aplicação de fatores de segurança da ordem de 1.5 a 2.5, implica em faixas de trabalho entorno de 40% a 67% dos limites de fadiga citados. Isto implica que em situações reais de projeto os níveis de carregamento admissíveis nunca estarão próximos de t_{-1} e f_{-1} .

A proposição de cálculo da tensão cisalhante equivalente, feita pela Eq. 4.22, retrata bem o efeito do ângulo de fase, reduzindo consideravelmente as dispersões observadas, as quais para os dados analisados ficaram limitadas à faixa de $\pm 5\%$, em torno do resultado proposto pelo modelo. Esta nova proposta apresentou melhores resultados quando comparada com os resultados apresentados pelas abordagens de Crossland, Papadopoulos, Bin Li et al, Duprat e Mamiya e Araújo.

6.2 PROPOSTA PARA ESTUDOS FUTUROS.

Neste trabalho, buscou-se desenvolver uma abordagem para determinação da resistência à fadiga multiaxial, em condições de carregamento fora de fase e com amplitude constante. Um tema interessante a ser estudado seria a extensão do modelo para casos de fadiga multiaxial com amplitude variável. Este aspecto poderia ser considerado, agregando-se uma regra de acumulação de dano, tendo como critério de falha a iniciação de uma trinca de fadiga de um determinado tamanho.

Um outro tema a ser considerado, seria a avaliação da aplicabilidade do modelo proposto para outras condições de carregamento, diferentes da combinação flexão-torção.

REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.

- [1] SINES, G., (1955), Failure of Materials under Combined Repeated Stresses with Superimposed Static Stresses, NACA Technical Note 3495, Washington, USA.
- [2] Crossland B., (1956). Effect of Large Hydrostatic Stress on the Torsional Fatigue Strength of an Alloy Steel, Proceedings of the International Conference on Fatigue of Metals, Institution of Mechanical Engineers, London.
- [3] Sines G., (1959). Behaviour of metals under complex static and alternating stresses, Metal Fatigue, McGraw-Hill, New York, 145-169.
- [4] Dang Van K., (1973). Sur la résistance à la fatigue des métaux. Sciences et techniques de l'aarmement, 47, 429-453.
- [5] BROWN, M. W. and MILLER, K.J., (1973), A Theory for Fatigue Failure under Multiaxial Stress Strain Conditions, Proc. IMechE, Vol. 187, pp. 745 755.
- [6] FUCHS, H.O., (1979), Fatigue Research with Discriminating Specimens, Fatigue & Fracture of Engng. Mat. Structures, vol. 2, No. 2, pp. 207-215.
- [7] GARUD, Y. S., (1979), A New Approach to the Evaluation of Fatigue under Multiaxial Loading, proc. Symp. on Methods for Predicting Material Life in Fatigue, ASME, New York, pp. 247 264.
- [8] Kakuno H., Kawada Y., (1979). Fatigue Engng Mater Tech, 115, 373.
- [9] Sines G., Ohgi G., (1981). Fatigue Criteria under Combined Stresses or Strains, Transactions of the American Society of Mechanical Engineers, Journal of Engineering Materials and Technology, 103.

- [10] Reed, R.P., Smith J.H., e Christ, B.W., (1983). “ The economics effects of Frature in the United States”, U.S Department of Commerce, National Bureau of Standards Special Publication 647-1, March, Washington.
- [11] Fuchs, H. O., Miller, K. J., Brown, M. W., (1985). On The Definition of Planes of Maximum Shear Strain, American Society for Testing and Materials.
- [12] SOCIE, D. F., (1987), Multiaxial Fatigue Damage Models, J. of Engineering Materials and Technology, ASME, Vol. 109, Oct. pp. 293 298.
- [13] FATEMI, A., and SOCIE, D. F., (1988), A Critical Plane Approach to Multiaxial Fatigue Damage Including Out of Phase Loading, Fatigue & Fracture Engng. Mat. Struct., vol. 11, pp. 149 165.
- [14] McDIARMID, D.L., (1991), A General Criterion for High Cycle Multiaxial Fatigue Failure, Fatigue & Fracture Engng. Mat. Struct., vol. 14, pp. 429 453.
- [15] Deperrois, A., (1991) Sur le calcul de limites d’endurance des aciers, These de Doctorat, Escola Polytechnique, Paris.
- [16] V. Papadopoulos. (1992) A review of multiaxial fatigue limit criteria . ECJRC, SMU, Ispra, (Va)
- [17] J. A. Bannantine, D. F. Socie. (1992) A Multiaxial Fatigue Life Estimation Technique. ASTM STP 1122, M. R. Mitchell and R. W. Landgraf, Eds., American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 249-275
- [18] K. Dang Van. (1993) Macro-Micro Approach in High-Cycle Multiaxial Fatigue. ASTM STP 1191, American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp. 120-130.
- [19] Dowling, N. E., (1993). Mechanical behavior of materials: Engineering methods for deformation, fracture, and fatigue. Englewood cliffs: Prentice Hall. 773 p.

- [20] Socie, D., McDowell, D. L., Ellis, R., (1993). Critical Plane Approaches for Multiaxial Fatigue Damage Assessment, *Advances in Multiaxial Fatigue*, ASTM – American Society for Testing and Materials, Philadelphia, pp 7-36.
- [21] Papadopoulos, I. V., (1993). A New Criterion of Fatigue Strength for Out-of-phase Bending and Torsion of Hard Metals. Institute for Systems Engineering and Informatics, Joint Research Center, Commission of The European Communities.
- [22] Papadopoulos, I. V., (1994). A High-Cycle Fatigue Criterion Applied in Biaxial and Triaxial Out-of-phase Stress Conditions, *Fatigue Fracture Engineering Material*.
- [23] You, B. R., Lee, S. B., (1995). A Critical Review on Multiaxial Fatigue Assessments of Metals, *International Journal of Fatigue*.
- [24] Araújo, J.A., (1996). Resistência à Fadiga sob Carregamento Combinado de Flexão e Torção em Fase com Tensões Médias Superpostas. Dissertação de Mestrado, Publicação DM-20, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 86 p.
- [25] Papadopoulos, I. V., Davoli, P., Gorla, C., Fillipini, M., Bernasconi, A., (1996). A Comparative Study of Multiaxial High-Cycle Fatigue Criteria for Metals, *International Journal of Fatigue*.
- [26] Papadopoulos, I. V., Panoskaltsis, V. P., (1996). Invariant Formulation of a Gradient Dependet Multiaxial High-Cycle Fatigue Criterion, *Engineering Frature Mechanics*.
- [27] Wang, C. H., Brown, M. W., (1996). Life Prediction Techniques for Variable Amplitude Multiaxial Fatigue – Part 1: Theories, *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol 118, p 367-370.
- [28] Wang, C. H., Brown, M. W., (1996). Life Prediction Techniques for Variable Amplitude Multiaxial Fatigue – Part 1: Comparison with Experimental Results, *Journal of Engineering Materials and Technology*, vol 118, p 371-374.

- [29] Duprat, D., Boudet, R., Davy, A., (1997). A Simple Model to Predict Fatigue Strength with Out-of phase Tension-Bending and Torsion Stress Condition, Laboratoire de Génie Mécanique, Université Paul Sabatier – Fatigue and fracture mechanics department., Aérospatiale France.
- [30] Morel, F., (1997). A Fatigue Life Prediction Method Based a Mesoscopic Approach in Constant Amplitude Multiaxial Loading, Blackwell Science Ltd.
- [31] Deguag, S., Dejun, W., Hao, X., An, P., (1998). A Unified Multiaxial Fatigue Damage Parameter, ACTA Mechanica Solida Sinica.
- [32] Pan, W. F., Hung, C. Y., Chen, L. L., (1998). Fatigue Life Estimation Under Multiaxial Loadings, International Journal of Fatigue.
- [33] Akrahe, Lu. (1999) Three-dimensional calculations of high cycle fatigue life under out-of-phase multiaxial loading. Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures 22:6, 527-534
- [34] Kim, K. S., Park, J. C., (1999). Shear Strain Based Multiaxial Fatigue Parameters Applied to Variable Amplitude Loading. International Journal of Fatigue, 21, p475-483.
- [35] Lagoda, T., Macha, E., Bedkowski, W., (1999). A Critical Plane Approach Based on Energy Concepts: Application to Biaxial Random Tension-compression High-Cycle Fatigue Regime, International Journal of Fatigue, 21, p 431-443.
- [36] Shang, D. G., Wang, D. J., Yao, W. X., (1999). A Simple Approach to the Description of Multiaxial Cyclic Strees-Strain Relationship, International Journal of Fatigue.
- [37] Zenner, H., Simburer, A., Liu, J., (1999). On The Fatigue Limit of Ductile Metals Under Complex Multiaxial Loading, International Journal of Fatigue.

- [38] Bin Li, Santos, J.L.T., Freitas, M., (2000). A Unified Numerical Approach for Multiaxial Fatigue Limit Evaluation, Department of Mechanical Engineering – Instituto Superior Técnico, Lisboa – Portugal.
- [39] B. Li, J. L. T. Santos & M. DE Freitas. (2001) A computerized procedure for long-life fatigue assessment under complex multiaxial loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures* 24:3, 165-177
- [40] Han, C., Chen, X., Kim, K. S., (2001). Evaluation of Multiaxial Fatigue Criteria Under Irregular Loading, *International Journal of Fatigue*.
- [41] Morel, F., Palin-Luc, T., (2001). A Non-local Theory Applied to High-Cycle Multiaxial Fatigue, Blackwell Science Ltd.
- [42] Papadopoulos, I. V., (2001). Long Life Fatigue Under Multiaxial Loading, *International Journal of Fatigue*.
- [43] Araujo, J. A., Nowell, D., (2002). The Effect of Rapidly Varying Contact Stress Fields on Fretting Fatigue. *International Journal of Fatigue*, 24, p 763-775.
- [44] Mamiya, E. N., Araujo, J. A., (2002). Fatigue Limit Under Multiaxial Loadings: On The Definition of The Equivalent Shear Stress. *Mechanics Research Communications*, V29, pp 141-151.
- [45] ANDREA CARPINTERI, ANDREA SPAGNOLI and SABRINA VANTADORI. (2003) A multiaxial fatigue criterion for random loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures* 26:6, 515-522
- [46] L. SUSMEL and R. TOVO. (2004) On the use of nominal stresses to predict the fatigue strength of welded joints under biaxial cyclic loading. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures* 27:11, 1005-1024

- [47] D. SKIBICKI, J. SEMPRUCH. (2004) Use of a load non-proportionality measure in fatigue under out-of-phase combined bending and torsion. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures* 27:5, 369-377
- [48] L. REIS, B. LI and M. de FREITAS. (2004) Biaxial fatigue for proportional and non-proportional loading paths. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures* 27:9, 775-784
- [49] Shigley, J. E., Mischke, C. R., Budynas, R. G, (2004). *Mechanical engineering design*. 7th ed. Boston: Mcgraw-Hill. 1030 p.
- [50] Zenner, H., (2004). *Multiaxial Fatigue – Methods, Hypotheses and Applications an Overview*, University of Technology Clausthal, Institute for Plant Engineering and Fatigue Analysis, Clausthal-Zellerfeld, Germany.
- [51] Y. LIU and S. MAHADEVAN. (2005) Strain-based multiaxial fatigue damage modelling. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures* 28:12, 1177-1189
- [52] L. REIS, B. LI, M. LEITE, M. DE FREITAS. (2005) Effects of non-proportional loading paths on the orientation of fatigue crack path. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials and Structures* 28:5, 445-454
- [53] Malcher, L., Balthazar, J.C., (2006). Uma Revisão Crítica sobre os Principais Critérios para Determinação da Resistência à Fadiga Multiaxial. Baseado na Abordagem do Invariante do Tensor. IV Congresso Nacional de Engenharia Mecânica – CONEM 2006 .

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA**

**UM MODELO PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À
FADIGA MULTIAXIAL PARA CARREGAMENTOS DE FLEXÃO E
TORÇÃO COMBINADOS, FORA DE FASE E COM AMPLITUDE
CONSTANTE. COM BASE NO CRITÉRIO DO INVARIANTE DO
TENSOR**

LUCIVAL MALCHER

DISSERTAÇÃO DE MESTRADO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA DA FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM CIÊNCIAS MECÂNICAS.

APROVADO POR:

**JOSÉ CARLOS BALTAZAR, Ph.D., ENM/FT/UnB
(Orientador)**

**EDISON DA ROSA, D.Sc., DEM/CT/UFSC
(Examinador Externo)**

**JORGE LUIZ DE ALMEIDA FERREIRA, D.Sc., ENM/FT/UnB
(Examinador Interno)**

**DIANNE MAGALHÃES VIANA, D.Sc., ENM/FT/UnB
(Suplente)**

BRASÍLIA / DF: DEZEMBRO / 2006

FICHA CATALOGRÁFICA

MALCHER, LUCIVAL

Um Modelo para Determinação da Resistência à Fadiga Multiaxial para Carregamentos de Flexão e Torção Combinados, Fora de Fase e com Amplitude Constante. Com Base no Critério do Invariante do Tensor.

Xvii, 88 p., 300 mm (ENM/FT/UnB, Mestre, Ciências Mecânicas, 2006)

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília, Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Mecânica

- | | |
|------------------------------|---|
| 1. Fadiga Multiaxial | 3. Critério do invariante do tensor |
| 2. Carregamento fora de fase | 4. Amplitude de tensão cisalhante equivalente |
| I. ENM/FT/UnB | II. Título (série) |

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

MALCHER, L. (2006). Um Modelo para Determinação da Resistência à Fadiga Multiaxial para Carregamentos de Flexão e Torção Combinados, Fora de Fase e com Amplitude Constante. Com Base no Critério do Invariante do Tensor. Dissertação de Mestrado, Publicação ENM.DM-105A/06, Departamento de Engenharia Mecânica, Universidade de Brasília,DF, 88 p.

CESSÃO DE DIREITOS

NOME DO AUTOR: Lucival Malcher

TÍTULO DA DISSERTAÇÃO DE MESTRADO: Um Modelo para Determinação da Resistência à Fadiga Multiaxial para Carregamentos de Flexão e Torção Combinados, Fora de Fase e com Amplitude Constante. Com Base no Critério do Invariante do Tensor.

GRAU/ANO: Mestre em Ciências Mecânicas/2006.

É concedida à Universidade de Brasília permissão pra reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar e vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte desta dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem a autorização por escrito do autor.

LUCIVAL MALCHER

UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA MECÂNICA
BRASÍLIA-DF-BRASIL
CEP.:70910-900

AGRADECIMENTO

Meus agradecimentos especiais vão para o Professor José Carlos Balthazar, pelo apoio constante que me foi despendido, desde a época de minha graduação e, principalmente, pela grande atenção recebida durante o desenvolvimento deste trabalho.

Agradeço também a minha esposa Cyntia e filhos Gabriel e Ana Luiza, pela ajuda recebida durante os momentos de estudo.

RESUMO

Neste trabalho, buscou-se elaborar um modelo simplificado para determinação da resistência à fadiga multiaxial, em condições de carregamentos fora de fase e com amplitude constante. Para isto foi proposta uma nova abordagem para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente, a partir da proposta de Duprat [1997], baseada no critério do invariante do tensor. Foi feita uma revisão dos principais conceitos referentes à fadiga, dos diferentes modelos existentes para determinação da resistência à fadiga multiaxial, como os modelos Crossland, Sines e Kakuno-Kawada e também uma revisão das principais abordagens presentes na literatura para determinação da amplitude da tensão cisalhante equivalente, como as de Bin Li et al, Dang Van e Papadopoulos, Deperrois e Mamiya e Araújo. O novo modelo proposto foi avaliado a partir de dados experimentais disponíveis na literatura, para condições de carregamento de torção e flexão combinadas. Uma comparação entre os resultados obtidos através da nova proposição e as outras abordagens existentes, indica uma redução substancial na dispersão dos os erros percentuais indexados a cada modelo.

ABSTRACT

The purpose of this paper is to develop a simplified model to calculate the multiaxial fatigue limit under out-of-phase loading and constant amplitude conditions. To this end, a new approach to calculate the equivalent shear stress amplitude is proposed building on Duprat's proposal [1997] and criteria based on stress invariants. A review was performed of the main concepts related to fatigue and of the various models available to compute multiaxial fatigue limit, such as Crossland, Sines and Kakuno-Kawada' models. A review was also conducted of the main approaches found in the literature to calculate the equivalent shear stress amplitude, such as those proposed by Bin Li et al, Dang Van and Papadopoulos, Deperrois and Mamiya-Araújo. The analysis of this new model was based on experimental data provided by the literature for multiaxial bending and torsion loadings. A comparison of the results obtained through the new proposition and the other approaches available shows a significant reduction in percentage errors attributed to the new model.

SUMÁRIO

1	INTRODUÇÃO.....	1
1.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO.....	1
1.2	OBJETIVOS.....	3
1.3	DELIMITAÇÃO DO TRABALHO.....	3
2	UMA REVISÃO BIBLIOGRÁFICA SOBRE FADIGA.....	5
2.1	A IMPORTÂNCIA DE SE ESTUDAR O FENÔMENO DA FADIGA.....	5
2.2	INICIAÇÃO E PROPAGAÇÃO DE TRINCA DE FADIGA.....	6
2.3	A ABORDAGEM S-N PARA PREVISÃO DE VIDA A FADIGA.....	9
2.3.1	CARREGAMENTOS CÍCLICOS COM AMPLITUDE CONSTANTE.....	9
2.3.2	A CURVA S-N DE WÖHLER.....	12
2.3.3	A RESISTÊNCIA À FADIGA E O LIMITE DE RESISTÊNCIA À FADIGA.	14
2.3.4	O EFEITO DA TENSÃO MÉDIA NA RESISTÊNCIA À FADIGA.....	15
2.4	O MÉTODO ϵ -N PARA PREVISÃO DE VIDA À FADIGA.....	17
2.4.1	ENDURECIMENTO E AMOLECIMENTO CÍCLICO.....	17
2.4.2	DETERMINAÇÃO DA RELAÇÃO TENSÃO-DEFORMAÇÃO CÍCLICA....	19
2.4.3	RELAÇÃO DEFORMAÇÃO TOTAL VERSUS VIDA.....	22
2.4.4	EFEITO DA TENSÃO MÉDIA NA CURVA ϵ -N.....	24
3	FADIGA MULTIAXIAL COM AMPLITUDE CONSTANTE.....	27
3.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO.....	27
3.2	PRINCIPAIS DEFINIÇÕES DA MECÂNICA DOS SÓLIDOS.....	28
3.2.1	CARREGAMENTO PROPORCIONAL E NÃO PROPORCIONAL.....	28
3.2.2	DEFINIÇÃO DO TENSOR TENSÃO E TENSOR DESVIATÓRIO.....	30
3.2.3	DETERMINAÇÃO DOS INVARIANTES DO TENSOR.....	34
3.3	ABORDAGENS PARA DETERMINAÇÃO DA RESISTÊNCIA À FADIGA.	36
3.3.1	O MÉTODO DA TENSÃO OU DEFORMAÇÃO EQUIVALENTE.....	36
3.3.2	O MÉTODO DO PLANO CRÍTICO.....	38
3.3.3	O MÉTODO DA ENERGIA E DO TRABALHO PLÁSTICO.....	39

3.3.4	O MÉTODO DO INVARIANTE DO TENSOR.....	41
3.3.4.1	Critério de Sines.....	41
3.3.4.2	Critério de Crossland.....	43
3.3.4.3	Critério de Kakuno-Kawada.....	44
3.4	A TENSÃO HIDROSTÁTICA E A AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE EQUIVALENTE.....	44
3.4.1	DETERMINAÇÃO DA TENSÃO HIDROSTÁTICA.....	44
3.4.2	DETERMINAÇÃO DA AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE EQUIVALENTE.....	46
3.4.2.1	Método da Maior Projeção e Método da Maior Corda.....	50
3.4.2.2	Método da Menor Hiper-Esfera Circunscrita.....	51
3.4.2.3	Método do Menor Elipsóide Circunscrito.....	53
3.4.2.4	Método dos Subespaços de Deperrois.....	54
3.4.2.5	Método do Prisma Retangular.....	55
4	ABORDAGEM SIMPLIFICADA PARA DETERMINAÇÃO DA AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE EQUIVALENTE.....	57
4.1	CONTEXTUALIZAÇÃO DO ASSUNTO.....	57
4.2	ABORDAGEM PROPOSTA POR DUPRAT.....	57
4.3	UMA ANÁLISE DOS RESULTADOS APRESENTADOS PELA ABORDAGEM DE DUPRAT.....	61
4.4	UMA NOVA PROPOSIÇÃO PARA DETERMINAÇÃO DA AMPLITUDE DA TENSÃO CISALHANTE EQUIVALENTE A PARTIR DA ABORDAGEM PROPOSTA POR DUPRAT.....	64
4.5	ALGORITMO PARA IMPLEMENTAÇÃO DA NOVA ABORDAGEM PROPOSTA.....	67
5	APRESENTAÇÃO E DISCUSSÃO DOS RESULTADOS ENCONTRADOS.	69
5.1	METODOLOGIA UTILIZADA PARA ANÁLISE DOS RESULTADOS.....	69
5.2	APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS ENCONTRADOS DE ACORDO COM A NOVA PROPOSIÇÃO.....	69
5.3	ANÁLISE DO ERRO PERCENTUAL E DISPERSÃO DOS RESULTADOS APRESENTADO PELO MODELO.....	71

5.4	ANÁLISE COMPARATIVA ENTRE A NOVA PROPOSIÇÃO E AS OUTRAS ABORDAGENS EXISTENTES NA LITERATURA.....	75
6	CONCLUSÕES.....	80
6.1	UMA ANÁLISE QUALITATIVA E QUANTITATIVA DOS RESULTADOS ENCONTRADOS.....	80
6.2	PROPOSTA PARA ESTUDOS FUTUROS.....	82
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	83

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura	Página
2.1 Crescimento paulatino de uma trinca de fadiga, Dowling (19).....	6
2.2 Bandas de deslizamento e a geração de intrusões e extrusões na superfície do material (a). Formação de Intrusões e Extrusões (~ 0.1mm) na superfície de uma peça de Ni Puro (b), Dowling (19).....	7
2.3 Visão esquemática dos estágios de uma trinca de fadiga. Dowling (19).....	8
2.4 Carregamento flutuante - σ_{\max} e σ_{\min} são positivas ou σ_{\max} e σ_{\min} são negativas.....	10
2.5 Carregamento repetido - σ_{\max} ou σ_{\min} igual a zero.....	10
2.6 Carregamento alternado - σ_{\max} e σ_{\min} de sinais contrários.....	10
2.7 Curva S-N característica de um aço.....	13
2.8 Efeito da tensão média na resistência e limite de fadiga.....	15
2.9 Diagrama esquemático mostrando os limites dos critérios de Goodman, Geber e Soderberg.....	17
2.10 (a) material endurece ciclicamente e há aumento no nível de tensão. (b) material amolece ciclicamente e há diminuição no nível de tensão, Dowling (19).....	18
2.11 Curva Tensão-deformação para carregamentos cíclicos. Laço de histerese, Shigley (49).....	20
2.12 Gráfico $\log \sigma$ versus \log , para um carregamento cíclico completamente estabilizado.....	21
2.13 Curva Deformação-vida. Verificam-se as componentes elástica e plástica da deformação, Shigley (49).....	23
2.14 Efeito da tensão média na curva ϵ -N.....	24
2.15 Relaxamento da tensão média.....	25
3.1 Amplitude de tensão normal versus amplitude de tensão cisalhante para um carregamento em fase e proporcional.....	30

3.2	Amplitude de tensão normal versus a amplitude de tensão cisalhante para um carregamento fora de fase, ângulos de fase de 45°	30
3.3	Esforços atuantes em um corpo em equilíbrio.....	31
3.4	Esforços internos aplicados sob o plano π	31
3.5	Paralelepípedo elementar das tensões aplicadas.....	32
3.6	Tensões principais obtidas através da rotação do tensor tensão.....	34
3.7	Tensão normal octaedrica e tensão cisalhante octaedrica.....	45
3.8	Comportamento da amplitude da tensão cisalhante em um carregamento proporcional e não proporcional.....	47
3.9	Análise das tensões atuantes em um volume infinitesimal. Decomposição do vetor tensão, Papadopoulos (16).....	48
3.10	Decomposição do vetor tensão nas componentes normal e cisalhante dentro do plano Δ	49
3.11	Trajectoria ψ descrita pelo vetor tensão S_n	49
3.12	Trajectoria de carregamento ψ' e comparação entre a maior projeção de ψ' sobre o plano Δ , a maior corda e a menor hiper-esfera circunscrita.....	51
3.13	Método da menor hiper-esfera circunscrita.....	52
3.14	Trajectoria de um carregamento não-proporcional e de um carregamento proporcional, resultando em um mesmo valor para amplitude de tensão cisalhante equivalente.....	53
3.15	Método da menor elipsóide circunscrita, Bin Li at al (38).....	54
3.16	Elipsóide no espaço R^m e prima retangular circunscrito orientado arbitrariamente, Mamiya e Araújo (44).....	56
4.1	Projeção da trajetória do tensor sob o plano desviatório.....	58
4.2	Gráfico representando a dispersão do erro percentual , de acordo com o ângulo de fase, segundo a abordagem de Duprat.....	64
4.3	Diagrama de bloco com as etapas necessárias para montagem do algoritmo para a nova proposição.....	67
4.4	Algoritmo necessário para implementação numérica da nova proposição.....	68
5.1	Dispersão dos resultados encontrados para a tensão equivalente, de acordo com os dados experimentais da Tab. 5.1, (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$, $f_{-1} = 313.9MPa$).....	72

5.2	Dispersão dos resultados encontrados para a tensão equivalente, de acordo com os dados experimentais da Tab. 5.2, (Liga 34Cr4 – $t_{-1} = 246MPa$, $f_{-1} = 410MPa$).....	72
5.3	Dispersão dos resultados encontrados para a tensão equivalente, de acordo com os dados experimentais da Tab. 5.3, (Liga 30NCD16– $t_{-1} = 410MPa$, $f_{-1} = 660MPa$).....	73
5.4	Análise da frequência de ocorrência de I %, de acordo com os resultados apresentados na Tab. 5.1, (aço duro).....	73
5.5	Análise da frequência de ocorrência de I %, de acordo com os resultados apresentados na Tab. 5.2, (liga 34Cr4).....	74
5.6	Análise da frequência de ocorrência de I %, de acordo com os resultados apresentados na Tab. 5.3, (liga 30NCD16).....	74
5.7	Comparação entre os valores de K determinados pelas diversas abordagens (Tab. 5.4) para diferentes ângulos de fase, (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$, $f_{-1} = 313.9MPa$).....	77
5.8	Comparação entre os valores de K determinados pelas diversas abordagens (Tab. 5.5) para diferentes ângulos de fase, (Liga 34Cr4 – $t_{-1} = 246MPa$, $f_{-1} = 410MPa$).....	77
5.9	Comparação entre os valores de K determinados pelas diversas abordagens (Tab.5.6) para diferentes ângulos de fase, (Liga 30NCD16– $t_{-1} = 410MPa$, $f_{-1} = 660MPa$).....	78
5.10	Efeito do ângulo de fase na forma do diagrama de fase, onde se tem a amplitude da tensão normal versus a amplitude da tensão cisalhante. (a) $\alpha=30^\circ$, (b) $\alpha=45^\circ$, (c) $\alpha=60^\circ$, (d) $\alpha=90^\circ$ e (e) $\alpha=120^\circ$	79

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela	Página
4.1 Comparação entre os resultados apresentados por Sines, Crossland e Duprat para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (Liga 30NCD16 – $t_{-1} = 415MPa$, $f_{-1} = 695MPa$, $f_0 = 1040MPa$), Duprat (29).....	61
4.2 Comparação entre os resultados apresentados por Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo e Duprat para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$ e $f_{-1} = 313.9MPa$), Bin Li et al (38).....	62
4.3 Detalhamento dos parâmetros utilizados na abordagem de Duprat. Resultados apresentados para 32 pontos experimentais: pontos de 1 até 10 para o aço duro, de 11 até 22 para a liga 34Cr4 e os pontos de 23 até 32 para liga 30NCD16.....	63
5.1 Resultados encontrados de acordo com a nova proposição, para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$, $f_{-1} = 313.9MPa$).....	70
5.2 Resultados encontrados de acordo com a nova proposição, para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (Liga 34Cr4 – $t_{-1} = 246MPa$, $f_{-1} = 410MPa$).....	70
5.3 Resultados encontrados de acordo com a nova proposição, para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (Liga 30NCD16 – $t_{-1} = 410MPa$, $f_{-1} = 660MPa$).....	71
5.4 Comparação entre os resultados apresentados por Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo, Duprat e a nova proposição para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (aço duro – $t_{-1} = 196.2MPa$, $f_{-1} = 313.9MPa$), Bin Li et al (38) e Mamiya e Araújo (44).....	75
5.5 Comparação entre os resultados apresentados por Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo, Duprat e a nova proposição para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (Liga 34Cr4 – $t_{-1} = 246MPa$, $f_{-1} = 410MPa$), Bin Li et al (38).....	76

5.6	Comparação entre os resultados apresentados por Bin Li et al, Papadopoulos, Mamiya e Araújo, Duprat e a nova proposição para carregamento biaxial de torção e flexão fora de fase (Liga 30NCD16 – $t_{-1} = 410MPa$, $f_{-1} = 660MPa$), Mamiya e Araújo (44).....	76
-----	--	----

LISTA DE SÍMBOLOS

α_{ij}	Ângulo de fase da componente ij da tensão
A	Razão de amplitude
b	Expoente de resistência à fadiga ou expoente de Basquim
CP	Corpo de prova
C_{a1}	Metade do comprimento da maior projeção de ψ'
C_{a2}	Metade da maior corda que corta a trajetória ψ'
C_{a3}	Raio do menor círculo que contem ψ'
D e d	Maior e menor segmento que corta a trajetória ψ'
$d \varepsilon_{x,p}$, $d \varepsilon_{y,p}$ e $d \varepsilon_{z,p}$	Incrementos de deformação plástica normal e cisalhante
ε_a	Amplitude de deformação
ε_{ap}	Amplitude de deformação plástica
ε_{at}	Amplitude de deformação total
ε	Deformação
ε_p	Deformação plástica
ε_t	Deformação total
$\Delta \varepsilon$	Faixa de deformação
$\Delta \varepsilon_e$	Faixa de deformação elástica
$\Delta \varepsilon_p$	Faixa de deformação plástica
$\Delta \varepsilon^P$	Tensor incremento de deformação plástica
$\varepsilon_{a,PMADC}$	Máxima amplitude da deformação normal sob o plano de máxima deformação cisalhante
E	Módulo de elasticidade
δF_n	Esforços internos atuantes no plano π
f_{-1}	Limite de fadiga para um carregamento de flexão alternado
f_0	Limite de fadiga para um carregamento de flexão repetida
I_1, I_2 e I_3	Primeiro, segundo e terceiro invariantes do tensor tensão

$\sqrt{J_{2a}}$	Amplitude da tensão cisalhante equivalente
$d\gamma_{xy,p}$, $d\gamma_{yz,p}$ e $d\gamma_{xz,p}$	Incrementos de deformação plástica cisalhante
$\gamma_{a,PMADC}$	Máxima amplitude da deformação cisalhante
J_1 , J_2 e J_3	Primeiro, segundo e terceiro invariantes do tensor desviatório
K'	Coefficiente de resistência cíclica
k , λ e μ	Parâmetros experimentais
n'	Expoente de endurecimento cíclico
N	Número de ciclos
\vec{n}	Vetor unitário
N_f	Vida à fadiga
P_i	Força atuante em um corpo em equilíbrio
R	Razão de tensão
R_a	Maior raio da elipse
R_b	Menor raio da elipse
$\sigma_{H,a}$	Amplitude da tensão hidrostática
σ_{1a} , σ_{2a} e σ_{3a}	Amplitude das tensões principais
σ_f	Coefficiente de resistência à fadiga
σ_{ij}	Componente ij do tensor tensão
σ_n	Componente normal da tensão atuante no plano π
σ_a	Tensão alternada
σ_{aeq}	Tensão alternada equivalente
σ_H	Tensão hidrostática
σ_{max}	Tensão máxima
σ_m	Tensão média
σ_{min}	Tensão mínima
σ_{xm} , σ_{ym} e σ_{zm}	Tensões médias ortogonais
σ_1 , σ_2 e σ_3	Tensões principais
$\underline{\underline{\sigma}}$	Tensor tensão

$\sigma_{ij,a}$	Valor alternado da componente ij do tensor tensão
$\sigma_{H,\max}$	Valor máximo da tensão hidrostática
$\sigma_{ij,m}$	Valor médio da componente ij do tensor tensão
$\sigma_{H,m}$	Valor médio da tensão hidrostática
$\sigma_{\max,PMATC}$	Máxima tensão normal sob o plano de máxima amplitude de tensão cisalhante
$\sigma_{\max,PMADC}$	Máxima tensão normal sob o plano de máxima deformação cisalhante
σ_{rf}	Resistência à fadiga
$\Delta\sigma$	Faixa de tensão
S_e	Limite de escoamento do material
S_{rt}	Limite de ruptura do material
S	Tensão
$\underline{\underline{S}}$	Tensor desviatório
S_1, S_2, S_3 e S_4	Tensões desviatórias
τ_{nj}	Componente cisalhante da tensão atuante no plano π
t_{-1}	Limite de fadiga para um carregamento torcional alternado
$\tau_{a,PMATC}$	Máxima amplitude de tensão cisalhante
ω	Frequência de carregamento
w	Centro arbitrário do menor círculo que contem ψ'
w'	Centro do menor círculo que contem ψ'
ΔW_p	Trabalho plástico incremental
X, Y e Z	Direções dos esforços atuantes no plano π