

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL**

**ESTIMATIVA DE SÉRIES ANUAIS DE
EVAPOTRANSPIRAÇÃO REAL E VAZÃO EM BACIAS
SEM MONITORAMENTO FLUVIOMÉTRICO COM BASE
NAS HIPÓTESES DE BUDYKO**

RODRIGO GOMES OTSUKI

ORIENTADOR: DIRCEU SILVEIRA REIS JR.

**DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM TECNOLOGIA AMBIENTAL E
RECURSOS HÍDRICOS**

**PUBLICAÇÃO: PTARH.DM –170/2015
BRASÍLIA/DF: MAIO – 2015**

**UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA
FACULDADE DE TECNOLOGIA
DEPARTAMENTO DE ENGENHARIA CIVIL**

**ESTIMATIVA DE SÉRIES ANUAIS DE EVAPOTRANSPIRAÇÃO
REAL E VAZÃO EM BACIAS SEM MONITORAMENTO
FLUVIOMÉTRICO COM BASE NAS HIPÓTESES DE BUDYKO**

RODRIGO GOMES OTSUKI

**DISSERTAÇÃO SUBMETIDA AO DEPARTAMENTO DE
ENGENHARIA CIVIL E AMBIENTAL DA FACULDADE DE
TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA COMO PARTE
DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU
DE MESTRE EM TECNOLOGIA AMBIENTAL E RECURSOS
HÍDRICOS.**

APROVADA POR:

**Prof. Dirceu Silveira Reis Jr., PhD (ENC-UnB)
(Orientador)**

**Prof. Carlos Henrique Ribeiro Lima, PhD (ENC-UnB)
(Examinador Interno)**

**Prof. Carlos de Oliveira Galvão, PhD (UFCG)
(Examinador Externo)**

BRASÍLIA/DF, 29 DE MAIO DE 2015

FICHA CATALOGRÁFICA

OTSUKI, RODRIGO GOMES

Estimativa de séries anuais de evapotranspiração real e vazão em bacias sem monitoramento fluviométrico com base nas hipóteses de Budyko [Distrito Federal] 2015. xvi, 121p., 210 x 297 mm (ENC/FT/UnB, Mestre, Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos, 2015).

Dissertação de Mestrado – Universidade de Brasília. Faculdade de Tecnologia.

Departamento de Engenharia Civil e Ambiental.

1. Bacias sem monitoramento

2. Regionalização

3. Modelos tipo Budyko

4. Evapotranspiração

I. ENC/FT/UnB

II. Título (série)

REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA

OTSUKI, R. G. (2015). Estimativa de Séries Anuais de Evapotranspiração Real e Vazão em Bacias sem Monitoramento Fluviométrico com Base nas Hipóteses de Budyko. Dissertação de Mestrado em Tecnologia Ambiental e Recursos Hídricos, Publicação PTARH.DM-170/15, Departamento de Engenharia Civil e Ambiental, Universidade de Brasília, Brasília, DF, 111p.

CESSÃO DE DIREITOS

AUTOR: Rodrigo Gomes Otsuki.

TÍTULO: Estimativa de Séries Anuais de Evapotranspiração Real e Vazão em Bacias sem Monitoramento Fluviométrico com Base nas Hipóteses de Budyko.

GRAU: Mestre

ANO: 2015

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Rodrigo Gomes Otsuki

HIGS 704 bloco N casa 28.

70.331-764 Brasília – DF – Brasil.

AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente a Deus, por guiar o meu caminho e permitir a concretização dessa conquista.

À minha família, especialmente meus pais e minha noiva Ana Paula, que me apoiaram nos momentos mais difíceis e sempre me incentivaram nessa cansativa jornada.

Ao professor Dirceu, pela paciência e compreensão com esse aluno enrolado, pelas orientações sempre providenciais e pela generosidade em compartilhar seus conhecimentos contribuindo para minha formação.

Aos demais professores do PTARH, especialmente os professores Carlos e Sérgio Koide, que me acompanham de perto desde a época da graduação.

Aos amigos de longa data e da Prime Projetos, pela paciência e compreensão quando fui omissos e precisei faltar inúmeros compromissos sociais e profissionais.

Aos amigos que fiz no PTARH, com os quais tive o prazer de compartilhar conhecimentos, risadas e aflições ao longo desses anos.

Ao professor Carlos de Oliveira Galvão, por aceitar fazer parte da banca examinadora desse trabalho.

À ANA, à FUNCEME e ao engenheiro Venícius Fernandes Barros, que disponibilizaram dados preciosos sem os quais não teria sido capaz de desenvolver os estudos.

RESUMO

ESTIMATIVA DE SÉRIES ANUAIS DE EVAPOTRANSPIRAÇÃO REAL E VAZÃO EM BACIAS SEM MONITORAMENTO FLUVIOMÉTRICO COM BASE NAS HIPÓTESES DE BUDYKO

A estimativa de variáveis hidrológicas em bacias sem monitoramento consiste em um dos grandes desafios da Hidrologia. Budyko, climatologista russo, estudou o comportamento da água na natureza e apresentou ideias conhecidas como hipóteses de Budyko. Com base nessas hipóteses foram desenvolvidos diversos métodos que permitem o cálculo de séries de evapotranspiração (E) e vazão (Q) a partir de dados de precipitação (P) e evapotranspiração potencial (E_0). O presente trabalho avaliou o desempenho da equação de Fu, uniparamétrica (ω) e baseada nas ideias de Budyko, na estimativa das séries de longo período e anuais de E e Q , em bacias com e sem monitoramento. A metodologia foi aplicada a bacias do semiárido cearense e sub-bacias do rio São Francisco com características climáticas distintas.

Para cada bacia, foram calibrados parâmetros ω para as escalas temporais de longo período e anual, tendo sido encontrados resultados semelhantes para as duas escalas. Foram desenvolvidos modelos regionais do parâmetro ω para as duas regiões estudadas, para as escalas temporais anual e de longo período. Os modelos regionais foram elaborados com base em características físicas e climatológicas das bacias, além de técnicas de regionalização como o método dos mínimos quadrados ponderados (WLS). Na escala média de longo período, foram obtidos coeficientes *Nash-Sutcliffe* (NS) médios elevados, em torno de 0,90 para E e 0,80 para Q nas bacias do semiárido cearense. Para as sub-bacias do rio São Francisco, obteve-se coeficientes médios NS iguais a 0,72 e 0,88 na predição de E e Q , respectivamente. Para a escala anual, os resultados em geral foram inferiores à escala de longo período. Para a predição de E anual, 88% das bacias cearenses apresentaram NS superior a 0,50 e 63% acima de 0,90. Para Q anual, 80% das bacias apresentaram NS superiores a 0,50, sendo 30% acima de 0,70. Na predição das séries anuais de E das sub-bacias do rio São Francisco, 60% dos NS foram acima de 0,50 e 30% acima de 0,70. Na predição das séries anuais de Q , apenas 56% apresentaram NS positivos.

Palavras-chave: bacias sem monitoramento, regionalização, modelos tipo Budyko, evapotranspiração

ABSTRACT

ESTIMATIVE OF ANNUAL ACTUAL EVAPOTRANSPIRATION AND STREAMFLOW SERIES AT UNGAUGED BASINS BASED ON BUDYKO HYPOTHESIS

Estimating hydrological variables at ungauged basins is one of the greatest challenges in Hydrology. Budyko, Russian climatologist, studied the water behavior in nature and presented ideas known as the Budyko hypotheses. Based on these hypotheses, several methods have been proposed, allowing the calculation of actual evapotranspiration (E) and streamflow (Q) based on precipitation (P) and potential evapotranspiration (E_0). This study explored the use of the Fu's equation, a uni-parametric model based upon Budyko's ideas, in the estimation of long-term averages and annual time series of E and Q in gauged and ungauged basins. Two different and heterogeneous regions in Brazil were chosen to evaluate the methodology, one in mostly semiarid basins in the state of Ceará, and the other in more diversified climatic conditions in the São Francisco River basin.

For each basin, the solely ω parameter of the Fu equation was calibrated for long-term and annual time scales, and results for both scales were similar. Regional regression models of the parameter ω were developed for the two studied regions for both time scales so one can use the equation for ungauged basins. This study was based on physical and climatological characteristics of the basins as well as Weighted Least Squares (*WLS*) regionalization techniques. For the long-term scale, the average *Nash-Sutcliffe* (*NS*) coefficients were high, being approximately 0,90 for E and 0,80 for Q for the Ceará basins. The estimated average *NS* coefficients for the São Francisco river subbasins were approximately 0,72 and 0,88 for E and Q , respectively. Regarding the annual scale, results were in general lower than those obtained for the long-term scale. For the prediction of annual E of the Ceará, 88% of the basins had *NS* greater than 0.50 and 63% had *NS* greater than 0,90. For the prediction of Q annual series, 80% of the basins had *NS* greater than 0.50 among which 30% were greater than 0.70. For the prediction of annual E series of the São Francisco sub-basins, 60% of the results were greater than 0.50 and 30% greater than 0,70. On the other hand, on the prediction of annual Q series, only 56% of the São Francisco sub-basins had positive *NS*.

Keywords: ungauged basins, regionalization, Budyko-like methods, evapotranspiration

SUMÁRIO

1 - INTRODUÇÃO.....	1
2 - OBJETIVOS.....	4
3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA	5
3.1 - O MODELO DE BUDYKO	5
3.2 - A EQUAÇÃO DE FU.....	8
3.3 - OUTROS MODELOS TIPO BUDYKO	12
3.4 - A ESCALA TEMPORAL.....	13
3.5 - OUTROS FATORES INTERVENIENTES	15
3.5.1 - Solo e condições geológicas	16
3.5.2 - Sazonalidade e variabilidade climática	17
3.5.3 - Vegetação	18
3.6 - O CÁLCULO DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO POTENCIAL.....	20
4 - METODOLOGIA	22
4.1 - ETAPAS DO ESTUDO.....	22
4.2 - REGIÕES ESTUDADAS	22
4.2.1 - Semiárido cearense.....	22
4.2.2 - Bacia hidrográfica do rio São Francisco	23
4.3 - SELEÇÃO DOS DADOS CLIMÁTICOS E FISIOGRÁFICOS.....	25
4.3.1 - Pluviométricos e Fluviométricos	26
4.3.2 - Evapotranspiração Potencial.....	27
4.3.3 - Vegetação	28
4.3.4 - Geologia e uso do solo	29
4.3.5 - Variáveis explanatórias consideradas	30
4.4 - REGIONALIZAÇÃO DE PARÂMETROS HIDROLÓGICOS.....	32
4.4.1 - Equação de regressão	33
4.4.2 - Estimativa da matriz Σ.....	35
4.4.2.1 - Reamostragem ou <i>Bootstrap</i>	36
4.4.2.2 - Hessiana	37
4.4.3 - Escolha do modelo	38

4.4.4 - Validação cruzada	40
4.5 - ANÁLISE DE DESEMPENHO	40
5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES.....	42
5.1 - MÉDIA DE LONGO PERÍODO	42
5.1.1 - Semiárido cearense.....	42
5.1.1.1 - Cálculo do parâmetro ω	42
5.1.1.2 - Regionalização do parâmetro ω	48
5.1.2 - Bacia do rio São Francisco	54
5.1.2.1 - Cálculo do parâmetro ω	54
5.1.2.2 - Regionalização do parâmetro ω	57
5.2 - ESCALA ANUAL	63
5.2.1 - Semiárido cearense.....	64
5.2.2 - Bacia do rio São Francisco	72
6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES.....	85
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	88
APÊNDICE A – BACIAS ESTUDADAS	94
APÊNDICE B – CARACTERÍSTICAS FÍSICO-CLIMATOLÓGICAS.....	101
APÊNDICE C – GRÁFICOS DE CORRELAÇÃO ENTRE VALORES OBSERVADOS E CALCULADOS PELOS MODELOS REGIONAIS	114

LISTA DE FIGURAS

Figura 3-1 - Relação E/P em função de E_0/P conforme a equação de Budyko. Os círculos correspondem a observações em bacias europeias. (Budyko, 1974, modificado)...	7
Figura 3-2 - Relações analisadas por Fu: (a) Aridez com E_0 constante (b) Umidade abundante, com P constante. (Zhang <i>et al.</i> , 2004, modificado).	9
Figura 3-3 - (a) Curvas resultantes da aplicação da equação de Fu (Zhang <i>et al.</i> , 2004, modificado). (b) Gráfico tridimensional de E_0 e P por E (Yang <i>et al.</i> , 2008, modificado) para diferentes valores de ω	11
Figura 3-4 – Análise de sensibilidade do parâmetro ω . (Zhang <i>et al.</i> , 2004).....	11
Figura 3-5 – Exemplos de aplicação de modelos tipo Budyko para escala média de longo período na predição de (a) E em 108 bacias chinesas com características áridas (Yang <i>et al.</i> , 2007, modificado) (b) Q em 265 bacias australianas (Zhang <i>et al.</i> , 2008, modificado).....	14
Figura 3-6 – Exemplos de aplicação de modelo tipo Budyko para escala anual na predição de E em uma bacia chinesa. No primeiro gráfico a linha contínua representa E calculado e os círculos E observado (Yang <i>et al.</i> , 2007, modificado).....	15
Figura 3-7 - Relação entre alterações no regime pluviométrico e a taxa de evapotranspiração. (Dooge <i>et al.</i> , 1999, modificado).....	18
Figura 4-1 – Etapas do estudo.	22
Figura 4-2 – Bacias estudadas no semiárido cearense.....	23
Figura 4-3 - Bacia do rio São Francisco. Os pontos em vermelho representam os postos fluviométricos cujas bacias foram selecionadas juntamente à numeração adotada.....	25
Figura 4-4 - Série a cada 10 dias do índice de vegetação $LSWI$	29
Figura 4-5 - Idéia conceitual da regionalização de um parâmetro de modelo hidrológico (Wagner <i>et al.</i> , 2004, modificado).....	32
Figura 4-6 – Casos em que o parâmetro ótimo é identificado (a) com maior facilidade (erro associado menor) e (b) com maior dificuldade (erro associado maior).....	38
Figura 5-1 - Ajuste da equação de Fu para o termo E/P nas bacias do semiárido cearense considerando $\omega_{região} = 2,46$	43
Figura 5-2 – Valores de ω calibrados para as bacias do semiárido cearense com as respectivas barras de erro ($\omega_{2,5\%}$ - $\omega_{97,5\%}$)	44

Figura 5-3 - Ajuste da equação de Fu para o termo E/P nas bacias hidrográficas da Região Norte ($\omega_{norte} = 2,23$).....	47
Figura 5-4 - Comparação entre as vazões anuais de longo período observadas e calculadas com base na equação de Fu para as bacias hidrográficas da região norte ($\omega_{norte} = 2,23$).....	47
Figura 5-5 - Erro relativo de predição de ω , E/P , E e Q empregando diferentes modelos regionais de ω , cujos coeficientes são apresentados na Tabela 5-3. Resultados obtidos via estudo de validação cruzada.....	51
Figura 5-6 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de E para a escala de longo período obtidos via análise de validação cruzada. Bacias do semiárido cearense.....	52
Figura 5-7 – Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de Q para a escala de longo período obtidos via análise de validação cruzada. Bacias do semiárido cearense.....	52
Figura 5-8 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 4.....	53
Figura 5-9 – Valores de ω calibrados para as bacias do rio São Francisco com as respectivas barras de erro ($\omega_{2,5\%}$ - $\omega_{97,5\%}$)	55
Figura 5-10 - Classificação de acordo com a calibração de ω . (amarelos: $\omega < 2,0$; vermelhos: $2,0 \leq \omega \leq 2,5$; verdes: $2,5 \leq \omega \leq 3,0$ e azuis: $\omega > 3,0$).....	56
Figura 5-11 - Erro relativo de predição de ω , E/P , E e Q empregando diferentes modelos regionais de ω , cujos coeficientes são apresentados na Tabela 5-4. Resultados obtidos via estudo de validação cruzada.....	60
Figura 5-12 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 3....	61
Figura 5-13 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de E para a escala de longo período obtidos via análise de validação cruzada. Bacias do rio São Francisco.....	61
Figura 5-14 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de Q para a escala de longo período obtidos via análise de validação cruzada. Bacias do rio São Francisco.....	62
Figura 5-15 – Gráficos comparativos dos parâmetros ω calibrados para as diferentes escalas temporais e diferentes regiões estudadas. (a) Semiárido cearense (b) Sub-bacias do rio São Francisco.....	64

Figura 5-16 - Índices de desempenho na predição de series anuais de evapotranspiração real. Bacias do semiárido cearense.	67
Figura 5-17 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 4.	68
Figura 5-18 - Resultados da predição das séries anuais de E usando o modelo 3 (azul) e 4 (vermelho) para algumas bacias estudadas. Os círculos representam os valores observados. Unidades: (mm) nas ordenadas e (anos) nas abcissas.	69
Figura 5-19 - Índices de desempenho na predição de séries anuais de vazão. Bacias do semiárido cearense.	70
Figura 5-20 – Resultados da predição das séries anuais de vazão (Q) usando o modelo 3 (azul) e 4 (vermelho) para algumas bacias estudadas. Os círculos representam os valores observados. Unidades: (mm) nas ordenadas e (anos) nas abcissas.	71
Figura 5-21 - Gráficos <i>boxplot</i> dos resultados das simulações das séries anuais de evapotranspiração real (E) avaliadas de acordo com o (a) módulo do <i>bias</i> (mm) e (b) módulo do erro relativo médio.	73
Figura 5-22 - Gráficos <i>boxplot</i> dos resultados das simulações das séries anuais de vazão (Q) avaliadas de acordo com o (a) módulo do <i>bias</i> (mm) e (b) módulo do erro relativo médio.	74
Figura 5-23 - Relação entre a mediana do erro relativo na predição das séries anuais de vazão e (a) o ω calibrado e (b) Vazão anual média.	75
Figura 5-24 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 3.	78
Figura 5-25 - Gráficos tipo <i>boxplot</i> dos erros relativos médios na predição de ω e das séries anuais de E/P , E e Q . Bacias do rio São Francisco.	79
Figura 5-26 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de E para a escala anual. Avaliação geral para as bacias do rio São Francisco.	79
Figura 5-27 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de Q para a escala anual. Avaliação geral para as bacias do rio São Francisco.	80
Figura 5-28 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de E para a escala anual. Avaliação por bacia - rio São Francisco.	81
Figura 5-29 – Parâmetro ω calculado pelo modelo 1 vs. coeficiente NS. Resultados das 85 bacias avaliadas para predição de E na escala anual.	82
Figura 5-30 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de Q para a escala anual. Avaliação por bacia - rio São Francisco.	83

Figura B-1 – Bacias cearenses - Gráficos boxplot das variáveis explanatórias	105
Figura B-2 – Bacias São Francisco - Gráficos boxplot das variáveis explanatórias	112
Figura C-1 – Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 0.....	114
Figura C-2 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 1.....	114
Figura C-3 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 2.....	115
Figura C-4 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 3.....	115
Figura C-5 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 0..	116
Figura C-6 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 1..	116
Figura C-7 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 2..	117
Figura C-8 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 4..	117
Figura C-9 – Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 0.....	118
Figura C-10 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 1.....	118
Figura C-11 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 2.....	119
Figura C-12 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 3.....	119
Figura C-13 – Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 0.....	120
Figura C-14 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 1.....	120
Figura C-15 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 2.....	121
Figura C-16 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 4.....	121

LISTA DE TABELAS

Tabela 3-1 – Exemplos de modelos do tipo Budyko.....	13
Tabela 4-1 - Variáveis explanatórias utilizadas nos estudos de regionalização.....	30
Tabela 5-1 - Médias de longo período de E , P e E_0 , relações E/P , E_0/P e parâmetros ω calculados para as bacias estudadas no semiárido cearenses.....	43
Tabela 5-2 - Resultados do ajuste do parâmetro ω da equação de Fu para estimativas de médias de longo período para as regiões Norte e Sul.....	46
Tabela 5-3 - Resultados do estudo de regressão para o parâmetro ω da equação de Fu para as bacias cearenses (longo período). Os valores em parênteses correspondem ao desvio-padrão de cada coeficiente	49
Tabela 5-4 - Resultados do estudo de regressão para o parâmetro ω da equação de Fu para as sub-bacias do rio São Francisco (longo período). Os valores em parênteses correspondem ao desvio-padrão de cada coeficiente.....	58
Tabela 5-5 - Resultados do estudo de regressão para o parâmetro ω da equação de Fu para as bacias cearenses (escala anual). Os valores em parênteses correspondem ao desvio-padrão de cada coeficiente	65
Tabela 5-6 - Resultados do estudo de regressão para o parâmetro ω da equação de Fu para as sub-bacias do rio São Francisco (escala anual). Os valores em parênteses correspondem ao desvio-padrão de cada coeficiente.....	76
Tabela A-1 – Semiárido cearense - Estações fluviométricas consideradas.....	94
Tabela A-2 – Bacia do rio São Francisco – Estações fluviométricas consideradas	94
Tabela A-3 – Médias de longo período de E , P e E_0 , relações E/P , E_0/P e parâmetros ω calculados para as sub-bacias do Rio São Francisco	98
Tabela B-1 – Características das bacias do semiárido cearense.....	104
Tabela B-2 – Características das bacias do rio São Francisco	107

LISTA DE SÍMBOLOS

ΔS – Variação do armazenamento de água;

A – Área da bacia;

ANA – Agência Nacional de Águas;

C – coeficiente de *runoff*;

$C1$ e $C2$ – Coeficientes de correção do efeito atmosférico;

CN – Índice curva-número;

COGERH – Companhia de Gestão de Recursos Hídricos do Estado do Ceará;

C_r – Percentual da bacia sobre embasamento cristalino;

CRU – *Climatic Research Unit*;

C_{vd} – Coeficiente de variação médio das chuvas diárias;

C_{vm} – Coeficiente de variação médio das chuvas mensais

d_r – Distância relativa da Terra ao Sol;

E – Evapotranspiração;

E_0 – Evapotranspiração potencial;

EOS – *Earth Observing System*;

ERM – Erro relativo médio;

EVI – *Enhanced Vegetation Index*;

FAO – *Food and Agriculture Organization of the United Nations*;

FUNCEME – Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos;

G – Fator de ganho;

G_{sc} – Constante solar;

GSDE – *Global Soil Dataset*;

H – Fluxo de calor latente, Matriz Hessiana;

I – Dados de entrada;

ISRIC-WISE – *International Soil Reference and Information Centre*;

K – Vetor de características fisiográficas e/ou climatológicas;

L_E – Calor latente de evaporação;

LSWI – *Land Surface Water Index*;

MODIS – *Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer*;

NDVI – *Normalized Difference Vegetation Index*;

NetCDF – *Network Common Data Form*;

NIR – Faixa espectral do infravermelho próximo;

NS – Coeficiente de *Nash-Sutcliffe*;

OLS – *Ordinary Least Squares*;

P – Precipitação;

P_d – Média da chuva diária em dias chuvosos;

P_4 – Chuva total acumulada nos quatro meses mais secos;

P_6 – Chuva total acumulada nos seis meses mais secos;

P_{ef} – Pseudo chuva-efetiva;

PM – Penman-Monteith;

P_{maxE0} – Chuva acumulada nos seis meses com maior evapotranspiração potencial;

PROÁGUA – Programa Nacional de Desenvolvimento dos Recursos Hídricos;

P_{sem2} – Chuva acumulada no 2º semestre;

P_y – Chuva acumulada no ano;

Q – Escoamento;

Q_{runoff} – Escoamento calculado pelo método do coeficiente de *runoff*;

R_a – Radiação solar extraterrestre;

RED – Faixa espectral do vermelho;

RHA – RHA Engenharia e Consultoria;

RMSE – *Root Mean Square Error*;

R_n – Radiação líquida extraterrestre;

SAT, TAWC – Capacidade de armazenamento do solo;

SPOT - *Satellite Pour l'Observation de la Terre*;

SUDENE – Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste;

SWIR – Faixa espectral do infravermelho médio;

T – Estatística *t-Student*;

TC – Temperatura média em °C;

T_{max} – Temperatura máxima em °C;

T_{min} – Temperatura mínima em °C;

TR – Amplitude de temperatura, em °C;

VAM – Variância amostral media.

VGT – Sensor ótico *Vegetation*;

VMP – Variância média de predição;

VP – Variância de predição;

W – Matriz com pesos;

WLS – *Weightned Least Squares*;

β – Coeficiente de equação de regressão;

δ – Declinação solar;

ε – Erro do modelo;

ρ – Reflectância;

σ_e^2 – Variância do erro do modelo;

σ – Desvio-padrão;

Φ – Funções genéricas; índice de aridez;

φ – Latitude;

$\Lambda(\sigma^2)$ – Matriz de covariância dos erros do modelo;

Ω – Matriz positiva e simétrica dos erros amostrais;

ω – Parâmetro da equação de Fu;

ω_s – Ângulo solar;

v – Parâmetro da equação 3-12;

α – Parâmetro da equação 3-13;

γ – Parâmetro das equações 3-14 e 3-15;

η – Parâmetro da equação 3-16;

1 - INTRODUÇÃO

Dados hidrológicos são pré-requisitos para o desenvolvimento de qualquer atividade de planejamento e gestão de recursos hídricos. Apesar do grande avanço nos últimos anos em implantar uma rede hidrometeorológica básica, há ainda no Brasil muitas regiões onde a disponibilidade de dados é precária.

Um dos maiores desafios da hidrologia aplicada consiste em inferir o comportamento hidrológico de bacias com dados insuficientes ou inexistentes. Os resultados de estudos hidrológicos estão intimamente associados às características e à confiabilidade dos dados utilizados. Diante disso, pesquisadores tem buscado ao longo do tempo desenvolver métodos e modelos que representem a natureza e consigam, com razoável credibilidade, estimar variáveis hidrológicas.

A estimativa de variáveis hidrológicas é uma questão ampla, que não se restringe à inferência apenas do comportamento passado, presente ou futuro. Dentre os diversos exemplos, pode-se citar a construção de uma série histórica de vazões, o cálculo do potencial hídrico de um reservatório destinado ao abastecimento humano, a avaliação da qualidade da água de um rio, etc.

A busca por técnicas e modelos que representem o comportamento hidrológico inicia-se no entendimento dos componentes, mecanismos e processos aos quais a água está sujeita no ambiente natural. O ciclo hidrológico, bem como o balanço de energia, tem sido o foco de estudo de diversos pesquisadores, incluindo o climatologista russo Mikhail Budyko. Budyko (1974) observa que o ciclo hidrológico possui relação evidente com os componentes do balanço energético, visto que a transformação da precipitação (P) em escoamento (Q) é influenciada diretamente pela evapotranspiração (E) que, por sua vez, consiste em um dos processos básicos de transformação de energia solar na Terra.

Budyko (1974) apresentou uma análise bastante elucidativa das relações entre Q e os componentes básicos do balanço de energia em escalas temporais longas, que acabou se tornando a base sobre a qual modelos mais sofisticados foram desenvolvidos, dentre os quais se destaca Yang *et al.* (2008) e Fu (1981, *apud* Zhang *et al.* (2004)). O último foi

publicado apenas em chinês até Zhang *et al.* (2004), em inglês, apresentar a metodologia e premissas utilizadas no trabalho de Fu, facilitando assim a difusão do método no Ocidente.

Em geral, os modelos baseados em Budyko permitem que sejam calculadas séries de E com base em dados de P e evapotranspiração potencial (E_0). De posse de E e P , é possível estimar Q a partir do balanço hídrico da bacia e quando consideradas escalas temporais suficientemente longas. A estimativa de valores médios de longo período de Q e E são importantes para dar uma ideia geral do balanço hídrico de uma bacia hidrográfica, como já observado em outros estudos (Yang *et al.*, 2007; Potter e Zhang, 2009; Cheng *et al.*, 2011).

Uma promissora aplicação dos modelos do tipo Budyko consiste na utilização das séries calculadas de Q e E como dados de entrada ou balizadores de parâmetros em outros modelos hidrológicos. Dessa forma, projeta-se a possibilidade de acoplar metodologias baseadas em Budyko a modelos climáticos globais, resultando em benefícios ao usuário e à comunidade científica em geral. Especificamente quanto aos modelos hidrológicos do tipo chuva-vazão, utilizados para a estimativa de vazões a partir de dados de precipitação, os métodos baseados em Budyko podem ser utilizados como ferramentas na definição dos parâmetros de entrada dos modelos. Usualmente, para calibrar parâmetros de modelos chuva-vazão, são necessários dados observados em postos fluviométricos. Entretanto, são freqüentes os casos em que não há estações próximas à área de estudo e o usuário executa o modelo com informações de bacias não representativas da região de interesse. A aplicação nessa etapa dos métodos baseados em Budyko permite balizar um conjunto de parâmetros com maior representatividade local, o que resultaria em séries de vazões estimadas com maior confiabilidade.

Além desses, em um cenário atual onde discussões sobre mudanças climáticas estão em evidência, é também de fundamental estimar conseqüências diretas e indiretas de alterações no clima, em escalas regionais e globais. Abordagens derivadas de Budyko vem sendo empregadas para determinar a sensibilidade das vazões de um rio a mudanças na temperatura e nas precipitações sobre uma bacia hidrográfica. (Nemec e Schaake, 1982; Dooge *et al.*, 1999; Sankarasubramanian *et al.*, 2001; Arora, 2002; Niemann, 2005; Fu *et al.*, 2007; Wang *et al.*, 2008; Fu *et al.*, 2009; Renner *et al.*, 2011; Roderick e Farquar, 2011; Yang e Yang, 2011; Donohue *et al.*, 2012).

A aplicação das metodologias derivadas de Budyko em bacias brasileiras ainda é prematura. O desenvolvimento desse estudo, que avalia a aplicabilidade dos métodos baseados em Budyko, caracteriza um primeiro passo para que novos trabalhos sejam realizados e o rol de aplicações seja ampliado. Além disso, caso sejam observados resultados interessantes, a metodologia avaliada será de grande valia na estimativa de variáveis hidrológicas e poderá auxiliar o desenvolvimento dos estudos citados nos parágrafos anteriores.

O presente estudo está estruturado da seguinte forma: no capítulo 2 são apresentados os objetivos do trabalho, enquanto o capítulo 3 contém uma revisão bibliográfica do modelo proposto por Budyko e demais modelos baseados em suas ideias. Ainda nesse capítulo, apresenta-se um panorama do estado da arte da aplicação dos modelos. No capítulo 4 apresenta-se a metodologia utilizada para a obtenção de dados, estimativa e avaliação de desempenho das estimativas de evapotranspiração e vazão das bacias estudadas. No capítulo 5 são apresentados os resultados e as discussões dos resultados obtidos. Por fim, o capítulo 6 apresenta as conclusões observadas, bem como recomendações para eventuais trabalhos futuros.

2 - OBJETIVOS

O presente estudo avalia a hipótese de que é possível estimar a média de longo período e as séries anuais de evapotranspiração real e vazão a partir de dados de precipitação e evapotranspiração potencial empregando as hipóteses de Budyko.

Portanto, o objetivo geral do estudo é estimar séries de evapotranspiração real e de vazão para bacias brasileiras com características climáticas distintas.

Para tanto, será necessário que os seguintes objetivos específicos sejam atingidos.

- Aplicar e avaliar o modelo de Budyko na estimativa da vazão (Q) e evapotranspiração (E) de longo período e anuais em bacias brasileiras;
- Elaborar modelos regionais para o parâmetro de equação do tipo Budyko para que seja possível aplicar a metodologia em bacias sem monitoramento;
- Aplicar e avaliar a metodologia baseada em Budyko na estimativa de longo período de séries anuais de vazão e evapotranspiração com e sem o emprego de modelos regionais.

3 - FUNDAMENTAÇÃO TEÓRICA E REVISÃO BIBLIOGRÁFICA

Para períodos suficientemente longos, o balanço hídrico pode ser simplificado por $P = Q + E$, uma vez que o termo referente à variação do armazenamento de água na bacia ΔS pode ser desprezado já que é pequeno em relação aos outros termos da equação de continuidade.

Considerando a escala temporal de longo período, tem-se que, de forma simplificada, a radiação líquida extraterrestre (R_n) que chega ao solo é transformada em fluxo de calor latente ($L_e E$) e fluxo de calor sensível (H), de forma que $R_n = L_e E + H$. Entre as estações do ano, o componente H pode variar de direção, ora transferindo calor da atmosfera para o solo, ora o fazendo do solo para a atmosfera. Entretanto, em bacias tropicais e subtropicais, é razoável assumir que H sempre estará transferindo calor da superfície para a atmosfera, na mesma direção de E . Ou seja, a energia disponível para o processo evaporativo nessas bacias é proveniente apenas da radiação R_n . (Budyko, 1974).

3.1 - O MODELO DE BUDYKO

Budyko (1974) partiu de duas situações extremas para desenvolver sua análise que identificou a relação entre as médias de longo período de P e Q com as componentes do balanço de energia. O primeiro cenário corresponde a uma bacia de características extremamente áridas, enquanto a outra corresponde a uma bacia com umidade abundante. A caracterização das bacias é feita de acordo com o índice de aridez Φ , definido por $R_n / L_e P$. O índice de aridez trata-se da simples relação entre a disponibilidade de energia na superfície e a quantidade hídrica disponível de água, representado pela precipitação P . Portanto, quanto menor o índice, mais úmida é a bacia.

Partindo do pressuposto que a umidade média do solo diminui à medida que a radiação líquida disponível (R_n / L_e) aumenta e a precipitação P diminui, o solo passa a ter uma capacidade maior de absorver o total precipitado, resultando na diminuição do volume escoado. Portanto, quando o índice de aridez tende ao infinito, a evapotranspiração da bacia irá se aproximar do total precipitado. Diz-se, neste caso, que a evapotranspiração real é limitada pela quantidade de água disponível. Ou seja, há energia disponível para que haja maior evapotranspiração, porém não há disponibilidade de água para que isso ocorra. Neste

caso, a bacia encontra-se em condição de aridez extrema. Do ponto de vista matemático, a situação de aridez extrema é representada da seguinte forma,

$$\lim_{\frac{R_n}{L_e P} \rightarrow \infty} \frac{E}{P} = 1 \quad (3-1)$$

Por outro lado, quando o índice de aridez diminui ($R_n / L_e P$), o teor médio de umidade do solo tenderá a aumentar, e os valores de E/P tendem a diminuir, resultando no aumento do volume escoado. Portanto, à medida que a radiação líquida disponível diminui e as taxas de precipitação aumentam, haverá um aumento da umidade média do solo, de forma que no limite em que o índice de aridez tende a zero, haverá umidade abundante nas camadas superficiais do solo. Nesse caso, em contraponto ao caso anterior, a água não é mais o fator limitante para a determinação da taxa de evaporação, e sim a quantidade de energia disponível para evaporar a água. Tem-se, portanto, um caso de umidade abundante, em que a evapotranspiração é limitada pela energia disponível. Matematicamente, a situação de umidade abundante é representada da seguinte forma,

$$\lim_{\frac{R_n}{L_e P} \rightarrow 0} \frac{E}{P} = \frac{R_n}{L_e P} \quad (3-2)$$

Com base nessas duas situações extremas, Budyko (1974) propôs que a evapotranspiração real, ou a relação E/P fosse função do índice de aridez ($R_n / L_e P$).

$$\frac{E}{P} = \Psi \left(\frac{R_n}{L_e P} \right) \quad (3-3)$$

sendo necessário definir a função ψ . Estudos anteriores (Schreiber, 1904; Ol'dekop, 1911), baseados em análises puramente empíricas, já haviam proposto algo parecido, conforme indicado pelo próprio Budyko (1974).

Devido a fins práticos, tanto os estudos anteriores, quanto o próprio Budyko, assumem que $(R_n / L_e) = E_0$, onde E_0 é a evapotranspiração potencial na bacia. Como E_0 por definição é a máxima evapotranspiração possível de ocorrer devido à energia disponível, é razoável

assumir que ela seja a variável climática do modelo representativa da energia disponível na superfície do solo.

A equação final proposta por Budyko, baseada nas condições definidas pelas eqs. 3-1 e 3-2, em conjunto com dados observados em diversas bacias europeias, é apresentada em Budyko (1974):

$$\frac{E}{P} = \left\{ \frac{E_0}{P} \left[1 - \exp\left(-\frac{E_0}{P}\right) \right] \operatorname{tgh}\left(\frac{P}{E_0}\right) \right\}^{1/2} \quad (3-4)$$

sendo tgh a tangente hiperbólica e E_0 a evapotranspiração potencial, que está representando a máxima radiação líquida disponível que seria utilizada para evaporar a água. Pode-se verificar que a eq. 3-4 respeita as condições impostas pelas eqs. 3-1 e 3-2, como observado na Figura 3-1, onde a condição de aridez extrema (eq. 3-1) é representada pela reta AB e a condição de umidade abundante (eq. 3-2) pela reta OA. A curva C, ou curva de Budyko obedece à eq. 3-4.

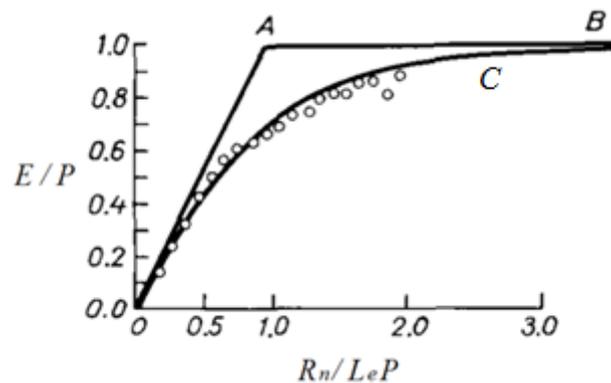


Figura 3-1 - Relação E/P em função de E_0/P conforme a equação de Budyko. Os círculos correspondem a observações em bacias europeias. (Budyko, 1974, modificado)

Apesar de a relação ter sido estabelecida de forma empírica, as condições de contorno, das quais se partiu a elaboração do modelo, foram todas respeitadas e adotadas como premissas.

É válido observar que apenas fatores relacionados à energia são considerados na análise, ficando de fora fatores conhecidamente importantes no processo de evaporação da bacia, como por exemplo, características da vegetação, do solo e da própria precipitação. De todo

modo, em bacias grandes, onde é razoável supor que os fatores ligados ao balanço de energia sejam mais importantes, os resultados apresentados por Budyko (1974) mostram que as estimativas de E , ou Q , obtidas pelo modelo são próximas aos valores observados em diversas bacias europeias, como pode ser observado na Figura 3-1.

3.2 - A EQUAÇÃO DE FU

Em 1981, B. P. Fu, da universidade de Nanjing, publicou um trabalho acerca das relações entre a evapotranspiração e a precipitação de longo termo (Fu, 1981, *apud* Zhang *et al.*, 2004). Para o desenvolvimento de sua modelagem, Fu combina análise dimensional a técnicas matemáticas para o estabelecimento de soluções analíticas para a evapotranspiração média anual. As relações obtidas por Fu são similares às aquelas estabelecidas por Budyko, apresentadas no item anterior. Entretanto, a equação proposta por Fu não foi difundida fora do seu país de origem, principalmente em função de ter sido publicada apenas em chinês. (Zhang *et al.*, 2004).

Fu iniciou suas análises a partir da observação e o entendimento de duas situações, semelhantes às condições extremas avaliadas por Budyko. A primeira delas remete à condição de aridez extrema, na qual há energia em excesso e a disponibilidade de água é o fator limitante que define a taxa de E . Seja E_0 a taxa de evapotranspiração potencial de uma bacia, a diferença $(E_0 - E)$, chamada evapotranspiração residual, representa o montante que poderia ser evapotranspirado caso houvesse água suficiente. É evidente que à medida que a disponibilidade de água (P) aumenta, $(E_0 - E)$ diminui, visto que há mais água para ser evaporada. Em síntese, essa condição pode ser descrita da seguinte forma: a evapotranspiração real (E) possui relação complementar com a evapotranspiração residual $(E_0 - E)$. Entretanto, a taxa de crescimento de E em relação a P não é linear, ou seja, $\partial E/\partial P$ é menor com o aumento de P e conseqüentemente maior com o aumento de $(E_0 - E)$. Pode-se observar melhor esse comportamento na Figura 3-2 (a).

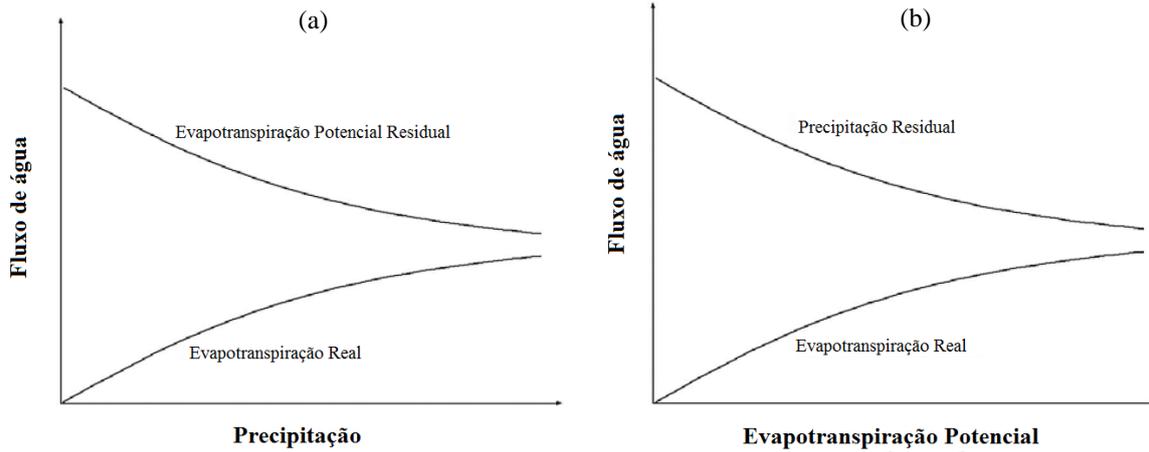


Figura 3-2 - Relações analisadas por Fu: (a) Aridez com E_0 constante (b) Umidade abundante, com P constante. (Zhang *et al.*, 2004, modificado).

A evapotranspiração potencial diminui até o ponto que a disponibilidade de água não é mais o fator limitante para a taxa de evapotranspiração real (E). A partir desse ponto, a energia disponível, simbolizada pela evapotranspiração potencial (E_0), passa a ser o fator limitante. As análises passam então a ser realizadas baseadas na precipitação residual ($P - E$) que, de forma análoga à evapotranspiração residual, simboliza a quantidade possível de ser evapotranspirada, caso E_0 não fosse fator limitante. O aumento de E_0 é acompanhado pelo aumento de E , uma vez que há mais energia disponível para ser transformada em calor latente. Em contraposição, o aumento de E_0 resulta na redução da precipitação residual, até o ponto em que haja água suficiente para que P seja igual a E . Logo, a evapotranspiração real (E) possui relação complementar com a precipitação residual ($P - E$). Pela Figura 3-2 (b), é também possível notar que $\partial E / \partial E_0$ também não apresenta comportamento linear, diminuindo à medida que E_0 aumenta e que ($P - E$) diminui.

Apesar de ideais, as duas condições anteriores possibilitaram concluir que $\partial E / \partial P$ é função de P e ($E_0 - E$) e que $\partial E / \partial E_0$ é função de E_0 e ($P - E$). A partir da aplicação de técnicas de análise dimensional, pode-se definir $(E_0 - E) / P$ e $(P - E) / E_0$ como variáveis adimensionais, de tal modo que:

$$\frac{\partial E}{\partial P} = \Psi_1 \left(\frac{E_0 - E}{P} \right) \quad (3-5)$$

$$\frac{\partial E}{\partial E_0} = \Psi_2 \left(\frac{P - E}{E_0} \right) \quad (3-6)$$

sendo ψ_1 e ψ_2 funções desconhecidas a serem definidas.

Para que sejam definidas ψ_1 e ψ_2 , é necessário estabelecer algumas condições de contorno. Em situações de aridez extrema, E se aproxima do valor de P e não varia com E_0 . De forma análoga, em situações muito úmidas, E se aproxima do valor de E_0 e não varia com P . Sejam $x = (E_0 - E)/P$ e $y = (P - E)/E_0$, as condições de contorno podem expressas respectivamente pelas eqs. 3-7 e 3-8:

$$\left. \frac{\partial E}{\partial P} \right|_{x=0} = 0 \quad (3-7)$$

$$\left. \frac{\partial E}{\partial E_0} \right|_{y=0} = 0 \quad (3-8)$$

Com base nas condições anteriores e nas eqs. 3-5 e 3-6, Zhang *et al.* (2004) apresentam o desenvolvimento matemático detalhado, a partir do qual é possível chegar à equação proposta por Fu (1981, *apud* Zhang *et al.* (2004)):

$$\frac{E}{P} = 1 + \frac{E_0}{P} - \left[1 + \left(\frac{E_0}{P} \right)^\omega \right]^{1/\omega} \quad (3-9)$$

sendo ω o parâmetro da equação. A eq. 3-9 possibilita que a evapotranspiração real (E) seja calculada a partir do conhecimento do valor de ω , da precipitação (P) e evapotranspiração potencial (E_0). Quando a escala temporal analisada é suficientemente longa a ponto que possam ser desprezados os armazenamentos da bacia, é possível estimar também valores de vazão (Q), pelo cálculo de $(P - E)$.

A eq. 3-9 apresenta um único parâmetro, ω . Em tese, o parâmetro ω representa o conjunto das características da bacia, como a vegetação, propriedades do solo e características de relevo (Zhang *et al.*, 2004). A Figura 3-3 (a) apresenta diversas curvas, cada uma correspondente a um valor diferente de ω . Como já era esperado pela análise da eq. 3-9, valores menores de ω estão associados a valores de E/P menores. A Figura 3-3 (b) apresenta ideia semelhante, porém, ao invés das relações E_0/P e E/P , o gráfico

tridimensional traz os valores absolutos das duas variáveis de entrada, E_0 e P , e o respectivo resultado de E , para diferentes valores de ω .

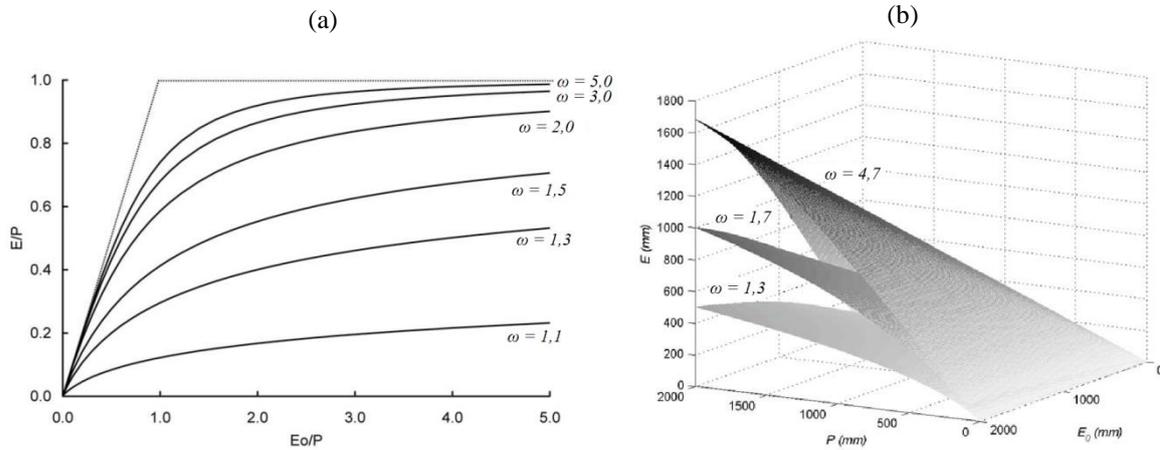


Figura 3-3 - (a) Curvas resultantes da aplicação da equação de Fu (Zhang *et al.*, 2004, modificado). (b) Gráfico tridimensional de E_0 e P por E (Yang *et al.*, 2008, modificado) para diferentes valores de ω .

Devido ao fato de ω estar na eq. 3-9 como um expoente, a variação do parâmetro e E/P não segue uma relação linear. Uma mesma variação de ω em 0,5 pode resultar em um aumento de E/P de até 41% quando ω passa de 1,5 para 2,0, como também pode resultar em uma diferença de apenas 9% quando ω passa de 2,5 para 3,0. Ou seja, para uma mesma variação absoluta no valor de ω , maior será a variação na relação E/P quanto menor for o valor de ω . A Figura 3-4 ilustra bem esse comportamento. No mesmo gráfico, pode-se observar que a maior sensibilidade de E/P em relação a ω ocorre quando $E_0/P = 1$, conforme observado por Zhang *et al.* (2004) e Wang e Alimohammadi (2012), quando E_0 e P possuem a mesma influência sobre E .

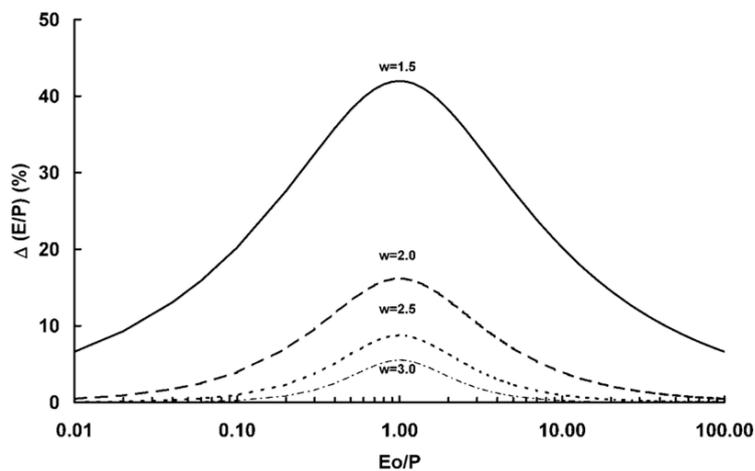


Figura 3-4 – Análise de sensibilidade do parâmetro ω . (Zhang *et al.*, 2004)

3.3 - OUTROS MODELOS TIPO BUDYKO

Além da abordagem clássica desenvolvida por Budyko e do modelo proposto por Fu, utilizado por Zhang *et al.* (2004), há na literatura diversas outras equações que satisfazem as premissas de Budyko e estimam E ou E/P a partir do índice de aridez (Φ). A Tabela 3-1 traz exemplos de modelos tipo Budyko, com o respectivo trabalho no qual foram apresentados. Alguns deles são anteriores a Budyko, e da mesma forma, foram desenvolvidos empiricamente (Schreiber, 1904; Ol'dekop, 1911; Turc, 1954 e Pike, 1964).

Estudos posteriores tentaram incorporar aos modelos parâmetros que representassem características físicas das bacias, como é o caso da equação de Fu, já apresentada. Choudhury (1999), por exemplo, propôs uma forma generalizada de curva, uniparamétrica (v), adaptada da equação original de Turc-Pike, que possui a mesma forma, mas com v constante e igual a 2.

No desenvolvimento dos modelos constantes na Tabela 3-1, grande parte dos autores vinculou os parâmetros das equações às características do solo, pressupondo que, além de P e E_0 , este seria o fator mais importante no cálculo de E . Milly (1993) apresentou um modelo no qual a evapotranspiração é determinada, além da energia e água disponíveis, pela capacidade de armazenamento de água do solo. A equação proposta foi obtida a partir de um modelo estocástico de representação da umidade no solo para eventos de chuva, e possui como parâmetro único α , razão entre a capacidade de armazenamento do solo e a lâmina média de precipitação. Já Sankarasubramanian e Vogel (2002) chegaram à eq. 3-15, desenvolvida a partir do modelo hidrológico “abcd”, sendo γ também relacionado à capacidade de armazenamento de água do solo. Porporato *et al.* (2004) incorporaram ao modelo a função de distribuição Γ e o parâmetro γ . Assim como o parâmetro α da equação de Milly (1993), γ é obtido pela razão entre lâmina média de chuva e capacidade de armazenamento do solo.

Yang *et al.* (2008) apresentam uma nova derivação analítica, em alternativa à equação de Fu (eq. 3-9). A solução dos autores também é uniparamétrica (n) e o próprio estudo mostrou que o parâmetro proposto n e ω , de Fu, estão linearmente correlacionados, de modo que $\omega = n + 0,72$ ($R^2 = 0,999$).

Tabela 3-1 – Exemplos de modelos do tipo Budyko

Modelo	Autores	Eq. nº
$\frac{E}{P} = 1 - e^{-\Phi}$	Schreiber (1904)	(3-10)
$\frac{E}{P} = \Phi \tanh\left(\frac{1}{\Phi}\right)$	Ol'dekop (1911)	(3-11)
$\frac{E}{P} = (1 + \Phi^{-\nu})^{-\frac{1}{\nu}}$	Turc (1954), Pike (1964), Choudury (1999)	(3-12)
$\frac{E}{P} = \left(e^{\alpha(1-\frac{1}{\Phi})} - 1\right) x \left(e^{\alpha(1-\frac{1}{\Phi})} - \frac{1}{\Phi}\right)^{-1}$	Milly (1993)	(3-13)
$\frac{E}{P} = 1 - \left[\left(\Phi \gamma^{\frac{\gamma}{\Phi}-1} e^{-\gamma} \right) x \left(\Gamma\left(\frac{\gamma}{\Phi}\right) - \Gamma\left(\frac{\Phi}{\gamma}, \gamma\right) \right) \right]^{-1}$	Porporato <i>et al.</i> (2004)	(3-14)
$\frac{E}{P} = \frac{1}{2} \left\{ 1 + \gamma \left(1 - e^{-\frac{\Phi}{\gamma}} \right) - \left[1 - 2\gamma \left(1 - e^{-\frac{\Phi}{\gamma}} \right) + \gamma^2 \left(1 - 2e^{-\frac{\Phi}{\gamma}} + e^{-\frac{\Phi^2}{\gamma}} \right) \right]^{\frac{1}{2}} \right\}$	Sankarasubramanian e Vogel (2002)	(3-15)
$\frac{E}{P} = \frac{E_0}{(P\eta + E_0\eta)^{\frac{1}{\eta}}}$	Yang <i>et al.</i> (2008)	(3-16)

Todos os modelos anteriormente citados foram inicialmente desenvolvidos para utilização em escala temporal média de longo período, com todas as simplificações cabíveis a essa escala.

3.4 - A ESCALA TEMPORAL

Dentre as premissas adotadas por Budyko na elaboração do modelo não-paramétrico da eq. 3-4, destaca-se a simplificação da equação de balanço hídrico, na qual é desprezada a parcela referente às variações de armazenamento de água no solo. Tal consideração só é válida para escalas temporais longas, já que entre períodos curtos a retenção ou liberação de água por escoamento de base pode ser significativa ou até superior a P , E e E_0 .

Na aplicação à escala média de longo período, foram obtidos resultados muito bons na predição de E e Q utilizando modelos tipo Budyko, principalmente ao utilizar as equações

uniparamétricas apresentadas no item anterior (Zhang *et al.*, 2004, 2008; Yang *et al.*, 2007; Gerrits *et al.*, 2009; Roderick e Farquhar, 2011; Yang e Yang, 2011; Milly, 1994; Shao *et al.*, 2012; Xu *et al.*, 2013 e Choudhury, 1999). A Figura 3-5 exemplifica os resultados obtidos por (a) Yang *et al.* (2007) na predição de E em bacias chinesas e (b) Zhang *et al.* (2008) na predição de Q em bacias australianas para escala média de longo período.

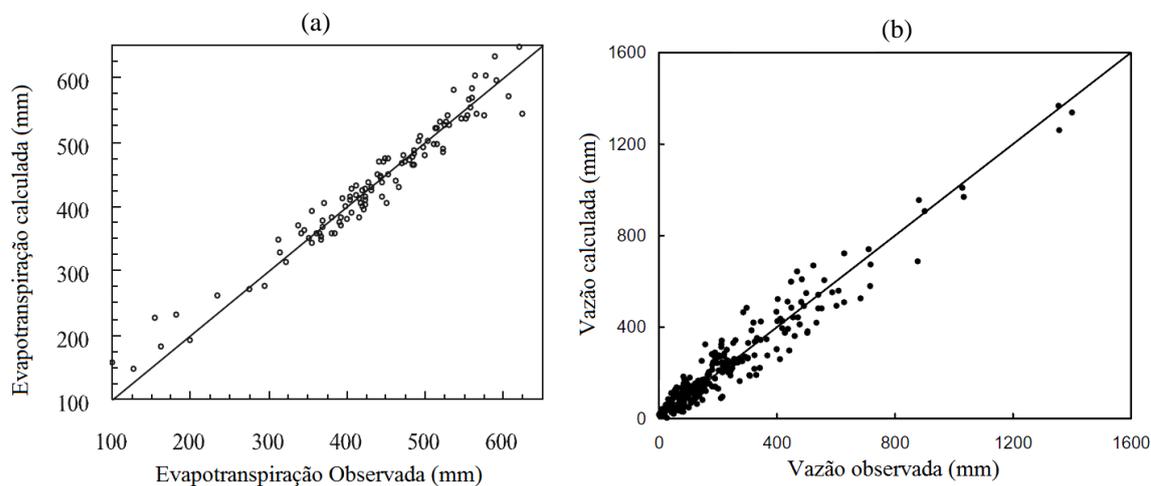


Figura 3-5 – Exemplos de aplicação de modelos tipo Budyko para escala média de longo período na predição de (a) E em 108 bacias chinesas com características áridas (Yang *et al.*, 2007, modificado) (b) Q em 265 bacias australianas (Zhang *et al.*, 2008, modificado).

Entretanto, questionamentos recorrentes na modelagem hidrológica são: quão suficientemente longa deve ser a escala temporal para que $P = Q + E$? Além disso, é possível adaptar o modelo de longo período para escalas temporais mais refinadas? Em busca de respostas e soluções, nas últimas décadas diversos pesquisadores tem avaliado a aplicação de modelos tipo Budyko também em outras escalas temporais. Zhang *et al.* (2008) avaliaram a capacidade de predição de Q desde a escala média de longo período até a escala diária pela aplicação dos modelos tipo Budyko de Fu (1981 *apud* Zhang *et al.*, 2004) e Koster e Suarez (1999). Os autores concluíram que para as escalas de longo termo (Figura 3-5b) e anual os modelos apresentam bons resultados. No entanto, na escala mensal e diária a interferência de demais fatores é muito grande e maiores estudos devem ser desenvolvidos para aumento da representatividade do modelo.

Para a escala anual, trabalhos como Yang *et al.* (2007) e Cheng *et al.* (2011) avaliaram a capacidade de predição de E e Q da equação de Fu, obtendo bons resultados para bacias chinesas (Figura 3-6) e americanas com condições climáticas variadas.

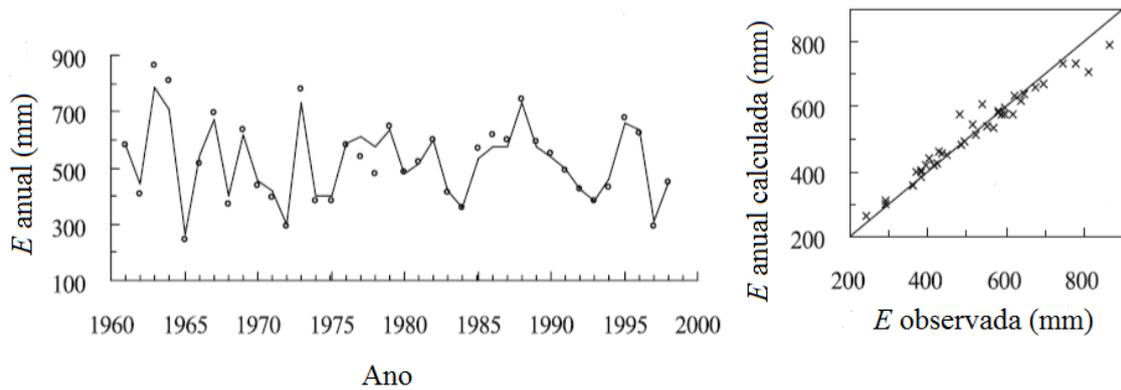


Figura 3-6 – Exemplos de aplicação de modelo tipo Budyko para escala anual na predição de E em uma bacia chinesa. No primeiro gráfico a linha contínua representa E calculado e os círculos E observado (Yang *et al.*, 2007, modificado).

No entanto, alguns estudos não aplicam os modelos para estimativa direta de E , mas avaliam a capacidade de predição dos desvios-padrão de E , de acordo com o modelo proposto por Koster e Suarez (1999) (Sankarasubramanian e Vogel, 2002; Arora, 2002; Milly e Dunne, 2002). Segundo Koster e Suarez (1999), se anualmente E , P e Q se comportam de acordo com as ideias de Budyko, então a chamada razão dos desvios de evapotranspiração, ou σ_E/σ_P , pode ser calculada por uma relação que depende apenas do índice de aridez Φ da bacia, de acordo com a eq. 3-17. Assume-se ainda que as variações de armazenamento na bacia e a evapotranspiração interanuais são desprezíveis, assim como covariância entre E_0 e P (Potter e Zhang, 2009).

$$\frac{\sigma_E}{\sigma_P} = f(\Phi) - \Phi f'(\Phi) \quad (3-17)$$

No presente estudo, optou-se por avaliar o desempenho da equação de Fu na estimativa das séries de E e Q anuais para as bacias selecionadas. Em trabalhos futuros, poderá ser estudada a aplicação do modelo de Koster e Suarez (1999) (eq. 3-17) às mesmas bacias.

3.5 - OUTROS FATORES INTERVENIENTES

Como já introduzido no item 3.3, estudos posteriores a Budyko procuraram reavaliar a teoria por ele proposta, na tentativa de compreender como outros fatores, além da energia e da disponibilidade de água, pudessem contribuir para uma melhor representatividade do modelo. A seguir são apresentados os fatores mais recorrentes encontrados na literatura.

3.5.1 - Solo e condições geológicas

De forma simplificada, pode-se considerar que o solo de uma bacia desempenha o papel de um reservatório, que acumula água durante os eventos de chuva, e a retorna para os corpos hídricos por meio do escoamento subterrâneo. Quando a intensidade da chuva é superior à capacidade desse reservatório em acumular a água, há o seu transbordamento, resultando em escoamento superficial. Caso o reservatório esteja cheio e a energia atmosférica disponível para evapotranspiração seja superior à taxa de precipitação, há a evaporação de parte ou toda a água acumulada. Este simples raciocínio fornece uma ideia de como as condições de umidade e características físicas do solo, principalmente sua capacidade de armazenamento, desempenham papel significativo na separação da precipitação em vazão, evapotranspiração e variações no armazenamento. Como influencia diretamente na evapotranspiração, a condição de umidade do solo ainda é determinante no fluxo de calor entre superfície e atmosfera, principalmente nas camadas superficiais. Além disso, influencia na dinâmica dos ecossistemas terrestres e no balanço de nutrientes. Diante de sua importância, e conforme apresentado na Tabela 3-1, a maior parte dos parâmetros presentes em modelos tipo Budyko propostos estão relacionados à capacidade do solo em armazenar o montante precipitado. (Milly, 1993; Sankarasubramanian e Vogel, 2002; Porporato *et al.*, 2004; Cheng *et al.*, 2011).

Além do tipo de solo propriamente dito, a capacidade de armazenamento e a regularização temporal do escoamento são influenciados também pelo substrato rochoso predominante na bacia. A capacidade de retenção de água da camada rochosa está associada diretamente ao tipo e quantidade de vazios. Em geral, bacias formadas por rochas sedimentares possuem maior capacidade de regularização de vazões, já que parte da água em excesso do período chuvoso infiltra-se e fica retida para liberação na época de estiagem. O comportamento contrário é observado em bacias com substrato rochoso cristalino e menos poroso, que tendem a produzir maior escoamento superficial e apresentar maior amplitude de vazões intersazonais. Istanbuluoglu *et al.* (2012) analisaram bacias americanas que possuem regimes hídricos com grande influência do escoamento subterrâneo. Devido ao representativo armazenamento de água na bacia, o modelo inicial proposto por Budyko não apresentou bons resultados. Istanbuluoglu *et al.* (2012) então incorporaram à modelagem um reservatório linear com o objetivo de representar o escoamento subterrâneo. A implementação do modelo resultou em uma melhoria significativa dos resultados.

3.5.2 - Sazonalidade e variabilidade climática

Ao propor o modelo que descreve E em função de P e E_0 , Budyko (1974) considerou apenas o valor médio de longo termo de cada variável, sendo que a forma com que as mesmas se distribuem ao longo do ano não interfere no modelo. Entretanto, trabalhos posteriores (Milly, 1994; Zhang *et al.*, 2004; Hickel e Zhang, 2006; Williams *et al.* 2012) identificaram a necessidade de incorporar a sazonalidade climática nos modelos tipo Budyko. Segundo esses trabalhos, para bacias com mesmas P e E_0 de longo termo, a forma como P será dividido em Q e E depende da sazonalidade de P . A sazonalidade climática tende a gerar um desequilíbrio de fases entre a oferta de água (P) e a demanda (E_0), que não é representado pelos valores médios. Em geral, bacias com sazonalidade mais acentuada apresentam maior Q e menor E que os previstos pelo modelo de Budyko (Milly, 1994).

Além do índice de aridez e da capacidade de armazenamento do solo, Milly (1994) conclui que o número de dias com eventos chuvosos também influencia na representatividade do modelo de E . Observou-se que em bacias com igual P médio de longo termo, tempestades mais fortes ocorridas em um menor número de dias resultam em Q maior que eventos chuvosos menores distribuídos em um maior número de dias. Hickel e Zhang (2006) avaliaram 326 bacias australianas de acordo com seu regime de chuvas e armazenamento intersazonal. Os estudos concluíram que para bacias nas quais P e E_0 estão em fase, ou seja, apresentam comportamento sazonal em sintonia, E é controlada por fatores climáticos, e o índice de aridez aplicado a modelos tipo Budyko tende a representar bem a variabilidade de E para os diferentes regimes de chuva. Porém, em bacias que P e E_0 apresentam diferença de fase, e E está mais ligada à capacidade de armazenamento da bacia, devem ser incorporados ao modelo fatores relacionados à capacidade da bacia em gerar escoamento subterrâneo.

Dooge *et al.*(1999) avaliam como mudanças no regime sazonal do clima afeta a taxa de evapotranspiração de uma bacia. Para isso, foram consideradas três bacias hipotéticas com diferentes sazonalidades de precipitação. A Figura 3-7 ilustra a influência do regime de P em E .

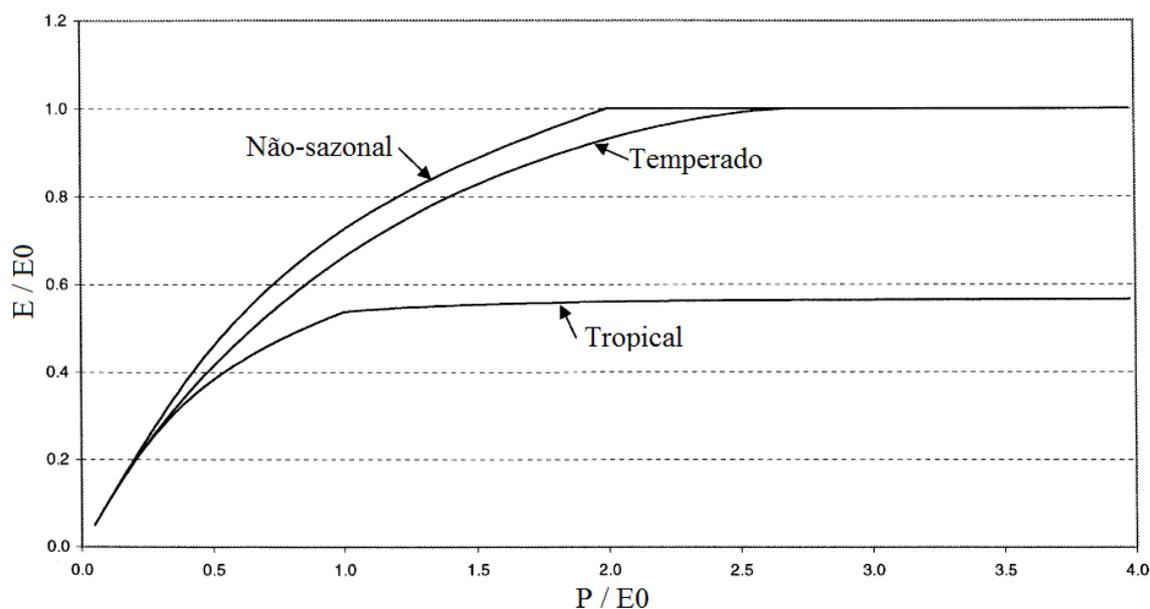


Figura 3-7 - Relação entre alterações no regime pluviométrico e a taxa de evapotranspiração. (Dooge *et al.*, 1999, modificado)

Trabalhos como Koster e Suarez (1999), Arora (2002), Milly e Dunne (2002) e Yang *et al.* (2006, 2007) mostraram que a variabilidade interanual do balanço hídrico da bacia é predominantemente determinada pela variabilidade das chuvas, principalmente em bacias com características áridas (Milly e Dunne, 2002). De acordo com esses estudos, embora os modelos tipo Budyko descrevam E como função tanto de P como E_0 , as séries observadas em diversas bacias apontam que a variabilidade interanual de E_0 é pouco representativa na determinação da variabilidade interanual de E . Esse comportamento pode ser compreendido de forma mais fácil se forem avaliadas as variabilidades interanuais de E_0 e P . Como E_0 está principalmente relacionada à radiação solar incidente na superfície, a variabilidade interanual de E_0 tende a ser pequena quando comparada à de P , que é função de uma série de condicionantes.

3.5.3 - Vegetação

Intuitivamente, a vegetação desempenha influência direta no comportamento hidrológico de uma bacia. Zhang *et al.* (2001) procuraram entender e modelar o papel da vegetação nos processos envolvidos e desenvolveram um modelo de dois parâmetros para estimativa da evapotranspiração real. O estudo concluiu que, de fato, há uma relação entre a vegetação e a evapotranspiração, sendo que as bacias cobertas por florestas apresentaram maior evapotranspiração do que bacias com vegetação mais esparsa, resultados semelhantes aos

obtidos por Shao *et al.* (2012). Em contraponto, os resultados obtidos por Williams *et al.* (2012) não apontaram para maior evapotranspiração em bacias cobertas por florestas. Donohue *et al.* (2007) concluíram que há benefícios significativos no modelo hidrológico de Budyko quando se considera a variabilidade temporal e espacial da vegetação, principalmente em bacias de menor escala (< 1.000 km²).

Zhang e Chiew (2012) concluíram, a partir de um estudo em 323 bacias australianas, que é possível obter bons resultados para a predição de Q em bacias úmidas a partir da aplicação da equação de Fu e de um parâmetro ω único. Entretanto, em bacias áridas, a consideração da vegetação local na estimativa de ω traz benefícios significativos ao modelo. De modo semelhante, Li *et al.* (2013) avaliaram o benefício de incorporar um parâmetro relacionado à vegetação na melhoria da estimativa do parâmetro ω da equação de Fu. Os resultados obtidos foram 40% melhores ao considerar a vegetação no modelo de predição de ω na avaliação de 26 bacias de grande escala. Diante disso, buscou-se no presente estudo incorporar variáveis relativas à vegetação para aumento da representatividade do modelo.

Uma das formas mais usuais de mensurar a vegetação e avaliar sua variabilidade espacial e temporal é por meio de índices, sendo a maior parte deles calculados a partir de dados de sensoriamento remoto. O lançamento de sensores óticos como o *Vegetation* (VGT) e o MODIS (*Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer*) no final da década de 1990 motivou o avanço e a criação de novos índices, possibilitados pelo aumento da faixa espectral capturada por esses equipamentos.

O NDVI (*Normalized Difference Vegetation Index*), calculado a partir das faixas espectrais do vermelho (*RED*) e do infravermelho próximo (*NIR*), é o índice mais popular e é amplamente aplicado a trabalhos de diversas áreas de gestão de recursos hídricos. A eq. 3-18 apresenta o cálculo do NDVI.

$$NDVI = \frac{\rho_{NIR} - \rho_{RED}}{\rho_{NIR} + \rho_{RED}} \quad (3-18)$$

onde ρ_{NIR} é a reflectância na faixa espectral do infravermelho próximo e ρ_{RED} é a reflectância na faixa do vermelho. Trabalhos como Huete (1988) e Jensen (2009) identificaram limitações no desempenho do NDVI ligadas principalmente a ruídos, à

presença de aerossóis na atmosfera e a variações das características nas copas das árvores. Com o intuito de minimizar alguns desses fatores e otimizar a representatividade da vegetação, Justice *et al.* (1998) propõe o EVI (*Enhanced Vegetation Index*), que incorpora ao cálculo a componente de reflectância da faixa espectral azul, conforme a eq. 3-19.

$$EVI = G \times \frac{\rho_{NIR} - \rho_{RED}}{\rho_{NIR} + C1 \times \rho_{RED} - C2 \times \rho_{BLUE} + L} \quad (3-19)$$

onde ρ_{BLUE} é a reflectância na faixa do azul, C1 e C2 são coeficientes de correção do efeito atmosférico para as faixas do vermelho e do azul, respectivamente. O coeficiente G é chamado fator de ganho, enquanto o coeficiente L é em um fator de correção para a interferência do solo.

Conforme apresentado, o NDVI e o EVI baseiam-se na relação entre o vermelho e o infravermelho próximo. Outro índice proposto, o LSWI (*Land Surface Water Index*), sugere a análise da vegetação por meio da razão entre os infravermelho próximo (NIR) e médio (SWIR). De acordo com Wilson e Sader (2002), beneficia-se do fato de o infravermelho médio ser menos sensível a influências atmosféricas, tornando-o mais eficiente na detecção da água. Portanto, o LSWI pode indicar a presença de umidade na vegetação e no solo, permitindo um maior contraste entre diferentes coberturas. A eq. 3-20 apresenta a fórmula para cálculo do LSWI, onde ρ_{SWIR} é a reflectância na faixa espectral do infravermelho médio.

$$LSWI = \frac{\rho_{NIR} - \rho_{SWIR}}{\rho_{NIR} + \rho_{SWIR}} \quad (3-20)$$

3.6 - O CÁLCULO DA EVAPOTRANSPIRAÇÃO POTENCIAL

As metodologias baseadas nas hipóteses de Budyko para cálculo de evapotranspiração real tem como dados primários de entrada a evapotranspiração potencial (E_0) e precipitação (P). Quanto a E_0 , há diversos métodos disponíveis na literatura para estimativa dessa variável. Hargreaves e Samani (1985) desenvolveram um modelo para o cálculo da evapotranspiração potencial, dado pela fórmula:

$$E_0 = 0,0023 R_a (TC + 17,8) TR^{0,50} \quad (3-21)$$

onde R_a é a radiação solar extraterrestre, TC é a temperatura média (°C) e TR é a amplitude de temperatura (°C), ou seja $TR = T_{max} - T_{min}$.

A radiação solar extraterrestre é função da localização da bacia e da época do ano e pode ser calculada, de acordo com FAO 56 Allen *et al.* (1998):

$$R_a = \frac{24.60}{\pi} G_{sc} d_r [\omega_s \text{sen}(\varphi) \text{sen}(\delta) + \text{cos}(\varphi) \text{cos}(\delta) \text{sen}(\omega)] \quad (3-22)$$

onde G_{sc} é a constante solar, ω_s é o ângulo solar (rad), φ é a latitude (rad), δ é a declinação solar (rad) e d_r a distância relativa da Terra ao Sol (rad).

A fórmula de Hargreaves - Samani é resultado de diversas otimizações ao longo de mais de uma década de estudos. Hargreaves *et al.* (2003) fazem uma descrição cronológica da evolução do modelo, além de uma análise qualitativa do método.

Hargreaves e Allen (2003) também apresentam um interessante levantamento de trabalhos (Temesgen *et al.*, 1999; Droogers e Allen, 2002; Smith, 1993 *apud* Hargreaves *et al.*, 2003 e Hargreaves *et al.*, 1997 *apud* Hargreaves *et al.*, 2003) que comparam o desempenho da metodologia proposta por Hargreaves e Samani (1985) e a fórmula de Penman – Monteith (PM), utilizada pela FAO. Os resultados apontam que a fórmula de PM apresenta maior dependência do índice de aridez da bacia do que a eq. 3-21. No total, os referidos estudos contemplaram 580 locais em nove países, dentre os quais 480 estão situados em climas áridos e 162 em climas úmidos. Para a estimativa de E_o , obteve-se para as bacias áridas *bias* médio de 20%, ao utilizar a fórmula de PM, e 10% ao utilizar a eq. 3-21. Quanto às bacias úmidas, os resultados foram de 10% e 5%, respectivamente. Dessa forma, os resultados obtidos pela eq. 3-21 foram, em geral, melhores que os da metodologia confrontada em condições climáticas diferentes. O fato de a maior parte das bacias apresentar clima com características áridas corrobora ainda mais pela utilização da eq. 3-21, já que as bacias em estudo também apresentam características de aridez.

4 - METODOLOGIA

4.1 - ETAPAS DO ESTUDO

A Figura 4-1 apresenta, de forma esquemática, as etapas realizadas no presente estudo.

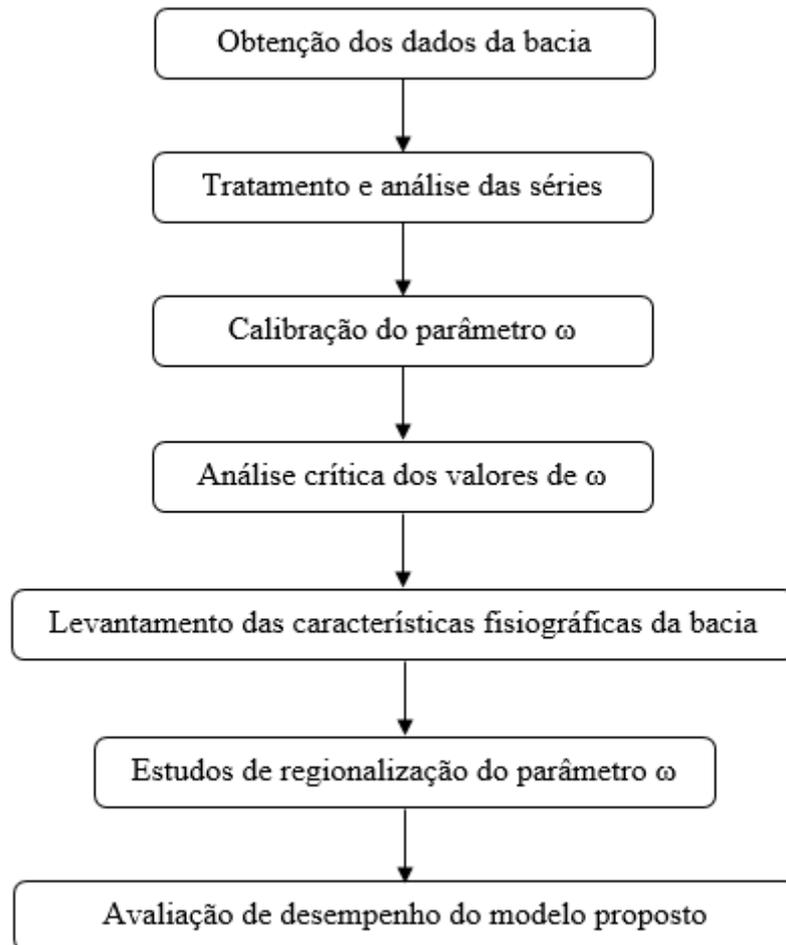


Figura 4-1 – Etapas do estudo.

4.2 - REGIÕES ESTUDADAS

4.2.1 - Semiárido cearense

O clima semiárido caracteriza-se pelo pequeno volume pluviométrico anual e a baixa umidade relativa do ar. As precipitações apresentam grande variabilidade interanual, principalmente em função da ocorrência de fenômenos como o El Niño, que resultam em um bloqueio da umidade para a região.

Foram avaliadas 16 bacias hidrográficas com características semiáridas do estado do Ceará, cujas áreas de drenagem variam aproximadamente entre 590 a 20.700 km². Todas as bacias são monitoradas por estações fluviométricas localizadas em seus exutórios, de modo que os dados medidos e observados nesses locais puderam ser utilizados para calibração e análise de desempenho da metodologia. A Figura 4-2 ilustra as regiões estudadas enquanto a Tabela A-1, no Apêndice A, apresenta as informações das bacias das estações fluviométricas, bem como o número de anos com disponibilidade de dados.

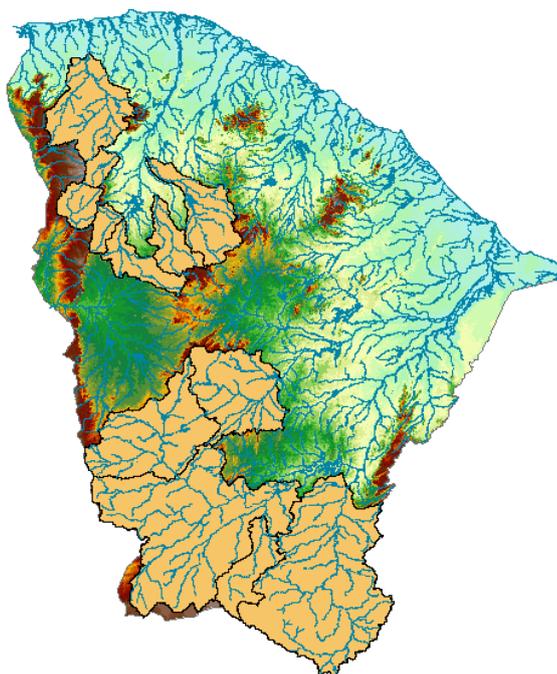


Figura 4-2 – Bacias estudadas no semiárido cearense.

4.2.2 - Bacia hidrográfica do rio São Francisco

A bacia hidrográfica do rio São Francisco está compreendida entre as latitudes 7° 00' e 21° 00' Sul e as longitudes 35° 00' e 47° 40' Oeste e possui área de drenagem de aproximadamente 639.000 km², equivalente a 8% do território brasileiro. Na bacia estão presentes sete unidades da federação – Bahia (48,2%), Minas Gerais (36,8%), Pernambuco (10,9%), Alagoas (2,2%), Sergipe (1,2%), Goiás (0,5%), e Distrito Federal (0,2%) – e 504 municípios (cerca de 9% do total de municípios do país). Tamaña dimensão tem grande importância para o país, não apenas pelo volume de água transportado em uma região semiárida, mas também pelo potencial hídrico passível de aproveitamento.

De forma similar ao que foi feito para o semiárido cearense, a escolha das sub-bacias da bacia do rio São Francisco foi realizada com base nas estações fluviométricas instaladas no rio principal e seus afluentes. No total, foram selecionadas 85 bacias, com dados de 1951 a 2007 e com áreas de drenagem variando entre 487 km² e 631.000 km² e cujos exutórios são representados pelos pontos vermelhos na Figura 4-3. A Tabela A-2, no apêndice A, apresenta as características das bacias selecionadas. Visando facilitar as análises, as bacias foram numeradas de forma sequencial de 1 a 85, seguindo a ordem crescente do código ANA - Agência Nacional de Águas de cada posto fluviométrico, apresentados na Tabela A-2. A Figura 4-3 ilustra a numeração adotada, com o número posicionado no local do posto fluviométrico. O sistema de classificação adotado pela ANA segue a numeração oficial das sub-bacias do rio São Francisco. De um modo geral, as bacias são numeradas em ordem crescente da região das nascentes para a foz, sendo a bacia número 85 a mais próxima do oceano.

A Tabela B-1 no Apêndice B apresenta as características das 85 bacias selecionadas.

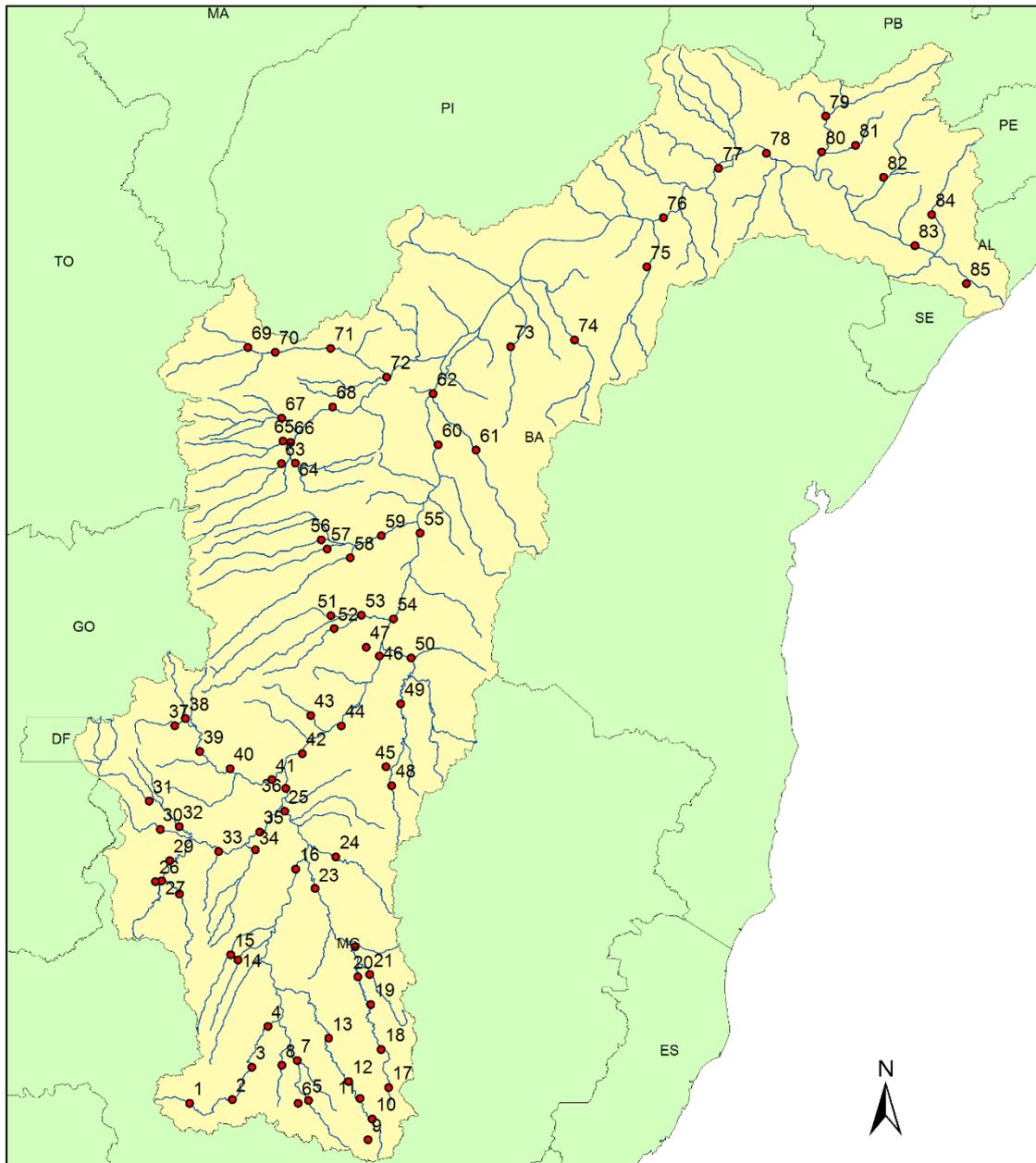


Figura 4-3 - Bacia do rio São Francisco. Os pontos em vermelho representam os postos fluviométricos cujas bacias foram selecionadas juntamente à numeração adotada.

4.3 - SELEÇÃO DOS DADOS CLIMÁTICOS E FISIOGRAFICOS

Conforme apresentado no item 4.2, o presente estudo foi desenvolvido a partir da análise do comportamento de duas regiões tratadas aqui de forma distinta: o semiárido cearense e a bacia do rio São Francisco.

Conforme já abordado em itens anteriores, alguns autores observaram que a sazonalidade das chuvas e a forma com que ela se distribui ao longo do ano é um fator que está relacionado às características da bacia. (Milly, 1994; Dooge *et al.*, 1999; Zhang *et al.*, 2004). Além disso, também se destaca a importância de variáveis topográficas e principalmente de caracterização de armazenamento do solo. (Milly, 1994; Cheng *et al.*, 2011; Zhang *et al.*, 2004). Portanto, buscou-se adotar como variáveis explanatórias, características ligadas a esses fatores.

Todavia, a seleção das variáveis explanatórias a serem empregadas em cada região esteve restrita à disponibilidade de dados em diferentes entidades. No caso das bacias cearenses, a maior parte das variáveis foi obtida junto à FUNCEME – Fundação Cearense de Meteorologia e Recursos Hídricos e a partir de Barros (2012). Quanto às bacias do rio São Francisco, houve a necessidade de cálculo de diversas variáveis.

Os itens seguintes descrevem como foi obtido cada grupo de características físico-climáticas para a região. O Apêndice B apresenta algumas das formulações utilizadas que não constam no texto principal, bem como os valores calculados para as bacias estudadas e gráficos tipo boxplot ilustrando a variabilidade em cada variável.

4.3.1 - Pluviométricos e Fluviométricos

As séries de precipitações e vazões médias mensais das bacias cearenses utilizadas no estudo foram obtidas do sítio da FUNCEME, e de um estudo da mesma instituição, realizado em parceria com a COGERH - Companhia de Gestão de Recursos Hídricos do estado do Ceará, consubstanciado em Barros (2012). As séries mensais de precipitação média nas bacias foram calculadas utilizando o método de Thiessen, empregando dados de postos da FUNCEME e da extinta SUDENE – Superintendência do Desenvolvimento do Nordeste.

A determinação dos períodos empregados se baseou em Barros (2012), que identificou os anos de construção de grandes reservatórios. Períodos sob influência de reservatórios construídos a montante dos exutórios das bacias foram descartados, já que interferem no regime fluviométrico natural dos rios. Anos com falhas nos dados de vazão em meses típicos de período úmido também foram excluídos do estudo.

Os dados de precipitações e vazões médias das 85 bacias do rio São Francisco foram obtidos de RHA e ANA (2011), um trabalho executado pela empresa RHA Engenharia e Consultoria em conjunto com a ANA, desenvolvido no âmbito do PROÁGUA Nacional – Programa Nacional de Desenvolvimento dos Recursos Hídricos, mediante recursos do Banco Mundial.

O escopo de RHA e ANA (2011) englobou a coleta de dados, análise de consistência pluviométrica e fluviométrica, preenchimento e extensão de séries mensais, geração de totais de precipitação médios mensais, reconstituição de séries de vazões naturais médias mensais e qualificação das séries hidrológicas.

Para os cálculos e aplicação dos modelos, foram considerados os anos hidrológicos. No caso das bacias do semiárido cearense, o ano hidrológico coincide com o ano civil, iniciando-se em janeiro. Já para as sub-bacias do rio São Francisco, foi considerado um período único de outubro a setembro do ano seguinte.

4.3.2 - Evapotranspiração Potencial

As séries de evapotranspiração potencial foram calculadas de acordo com a metodologia proposta por Hargreaves e Samani (1985), já apresentada no item 3.6. Entretanto, para a região do semiárido cearense, as evapotranspirações potenciais de cada bacia já haviam sido calculadas por Barros (2012), fato este que facilitou o desenvolvimento do presente estudo.

Para as 85 sub-bacias do rio São Francisco, foi necessário realizar o cálculo de acordo com a eq. 3-17, na qual a evapotranspiração potencial é função da radiação solar extraterrestre (R_a) e das temperaturas mínimas e máximas. R_a pode ser obtida pela eq. 3-18 e varia de acordo com a época do ano e a latitude do ponto de interesse.

As temperaturas médias, máximas e mínimas nas bacias foram obtidas de fontes de dados globais disponibilizadas por órgãos e instituições internacionais. A *CRU - Climatic Research Unit* disponibiliza séries mensais de diversas variáveis climáticas, incluindo temperaturas. Os resultados são disponibilizados em *grids* de $0,5^\circ \times 0,5^\circ$, resolução que pode ser considerada adequada aos estudos. Maiores detalhes sobre a base de dados podem

ser encontrados em Harris *et al.* (2014). Em sua última versão, o *CRU TS 3.21*, são disponibilizados dados mensais de janeiro de 1901 a dezembro de 2012. A base de dados foi obtida virtualmente no formato *NetCDF*.

Para cada célula de $0,5^\circ \times 0,5^\circ$ procedeu-se com o cálculo da radiação R_a de cada mês. A partir de R_a e das séries mensais de temperatura, foram calculadas as séries mensais de evapotranspiração potencial para cada célula da grade pela eq. 3-22.

Para cada uma das 85 bacias estudadas, foi realizada uma análise para determinar quais células da grade estavam contidas no contorno da bacia. Com base nisso, foi possível fazer o cálculo ponderativo das séries mensais de evapotranspiração potencial de cada bacia. Uma vez que os objetivos contemplam apenas as escalas de longo termo e anual, as séries mensais foram compiladas em séries anuais e valores de longo termo.

4.3.3 - Vegetação

O EOS - Earth Data (*Institute of Study of Earth, Oceans and Space*) da universidade de New Hampshire nos Estados Unidos disponibiliza gratuitamente em seu banco de dados virtual séries dos índices de vegetação *NDVI*, *EVI* e *LSWI*. Os índices foram calculados a partir das informações coletadas pelo sensor *VGT* a bordo do satélite *SPOT*.

Os dados possuem resolução espacial de $0,5^\circ$ e é possível obter, além da média da variável em questão, o desvio-padrão e a área utilizada nos cálculos para cada célula da grade. A resolução temporal das informações é de dez dias e as séries estão disponíveis para o período de abril de 1998 a dezembro de 2002, sendo possível fazer o *download* em diversos formatos. Os índices foram calculados de acordo com as eqs. 3-18, 3-19 e 3-20. No caso do *EVI*, as constantes utilizadas foram $G = 2,5$, $C1 = 6,0$ e $C2 = 7,5$, valores usuais e robustos já aplicados em sensores anteriores (Justice *et al.*, 1998).

Os três índices de vegetação foram utilizados como variáveis explanatórias para o desenvolvimento dos estudos de regionalização. Portanto, para cada bacia avaliada, foram analisadas quais células da grade estavam localizadas dentro da área de influência da bacia, de forma semelhante ao cálculo da evapotranspiração potencial. Posteriormente, obteve-se um valor de longo termo de cada índice por bacia calculado a partir das médias para o

período de dez dias durante o período de dados disponível. Nota-se claramente o padrão cíclico dos índices, com baixa variabilidade interanual, conforme ilustrado na Figura 4-4, que apresenta a série do índice *LSWI* de uma das células da grade. Dessa forma, não se espera perda significativa de representatividade do índice de vegetação ao calcular o valor de longo termo a partir da amostra de dados com quatro anos de extensão, e não o período total adotado para as demais séries.

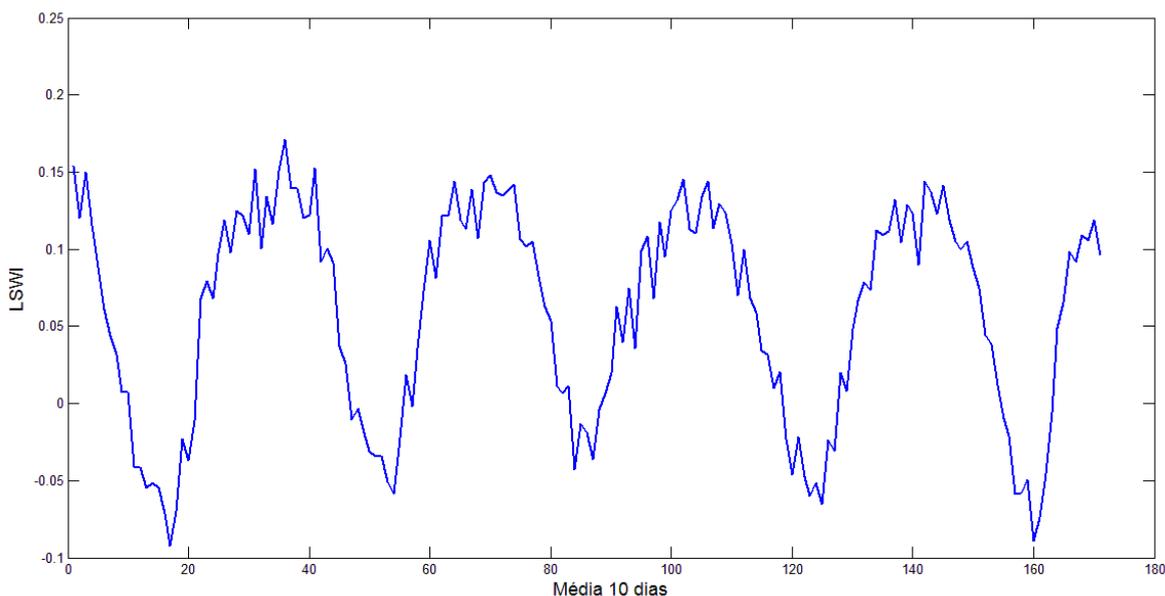


Figura 4-4 - Série a cada 10 dias do índice de vegetação *LSWI*

4.3.4 - Geologia e uso do solo

Para as 16 bacias do semiárido cearense, foram obtidos junto à FUNCEME as variáveis explanatórias relativas ao tipo e uso de solo, quais sejam o parâmetro curva-número *CN* médio e a capacidade de armazenamento média (mm/m) do solo por bacia avaliada. Também foram obtidos junto à FUNCEME os percentuais das bacias sobre embasamento cristalino (*Cr*), relacionado à vocação do substrato rochoso na geração de escoamento superficial.

Como as mesmas informações para as sub-bacias do rio São Francisco não estavam disponíveis de forma consistida e separados por bacia, foi necessário pesquisá-las na literatura e em fontes globais de dados. O *ISRIC-WISE* consiste em um banco de dados de parâmetros do solo, estimados com resolução espacial de 0,5° x 0,5°, cujos procedimentos de obtenção e organização são descritos em Batjes (2005). Dentre os diversos parâmetros

disponíveis, sendo a maior parte relativos a características químicas do solo, foi selecionada para utilização nos estudos de regionalização apenas a capacidade de armazenamento de água (*TAWC*), em mm/m. De forma semelhante aos índices de vegetação, o cálculo da *TAWC* média para cada bacia foi feito por ponderação a partir dos valores de cada célula presente no interior do divisor de águas.

Foram também avaliados os parâmetros de uma segunda fonte de informações, o *Global Soil Dataset* (*GSDE*), também com resolução espacial de 0,5° x 0,5° e desenvolvido com base em informações mundiais do *Soil Map of the World* e em informações locais levantadas em diversas regiões. No entanto, para a área das bacias estudadas, os parâmetros do *GSDE* apresentaram pouca ou nenhuma variabilidade, o que os tornavam de pouca valia para utilização nos estudos de regionalização.

4.3.5 - Variáveis explanatórias consideradas

A Tabela 4-1 apresenta o conjunto de variáveis explanatórias consideradas para os estudos de regionalização para cada região estudada. O Apêndice B apresenta as formulações utilizadas para os cálculos das mesmas.

Tabela 4-1 - Variáveis explanatórias utilizadas nos estudos de regionalização.

Variável	Descrição
Bacias do semiárido cearense	
Cr (%)	% da bacia sobre embasamento cristalino
CN	Índice curva-número
SAT (mm)	Capacidade de armazenamento de água no solo
P_{ef} (mm)	Pseudo chuva-efetiva
P_{sem2}/P_y	Razão entre a chuva acumulada no 2º semestre e a chuva total anual
P_6/P_y	Razão entre a chuva acumulada nos seis meses mais secos e a chuva total anual
P_4/P_y	Razão entre a chuva acumulada nos quatro meses mais secos e a chuva total anual

Tabela 4-1 - Variáveis explanatórias utilizadas nos estudos de regionalização (continuação)

Variável	Descrição
P_{maxE0}/P_y	Razão entre a chuva acumulada nos seis meses de maior ETP e a chuva total anual
A (km ²)	Área da bacia
P_d (mm)	Média da precipitação diária em dias chuvosos
P_d/SAT	Razão entre a média da precipitação diária em dias chuvosos e a capacidade de armazenamento de água no solo
Cvd	Coefficiente de variação média das chuvas diárias.
Sub-bacias do rio São Francisco	
$TAWC$	Capacidade de armazenamento de água no solo (mm/m)
$NDVI$	<i>Normalized difference vegetation index</i>
EVI	<i>Enhanced vegetation index</i>
$LSWI$	<i>Land surface water index</i>
P_y (mm)	Chuva total anual
P_{sem2}/E_0	Razão entre a chuva acumulada no 2º semestre e a evapotranspiração potencial média de longo período
P_{sem2}/P_y	Razão entre a chuva acumulada no 2º semestre e a chuva total anual
P_4/P_y	Razão entre a chuva acumulada nos quatro meses mais secos e a chuva total anual
P_6/P_y	Razão entre a chuva acumulada nos seis meses mais secos e a chuva total anual
Cvm	Coefficiente de variação médio das chuvas
P_{maxE0}/P_y	Razão entre a chuva acumulada nos seis meses de maior E0 e a chuva total anual

4.4 - REGIONALIZAÇÃO DE PARÂMETROS HIDROLÓGICOS

A regionalização consiste no conjunto de técnicas utilizadas para transferir informações hidrológicas para locais onde esses dados são escassos ou não existem. Para isso, é necessário que haja uma base concreta e confiável de registros históricos. Wagener *et al.* (2004) apresentam, de forma esquemática, o conceito do estudo de regionalização de um parâmetro hidrológico (Figura 4-5).

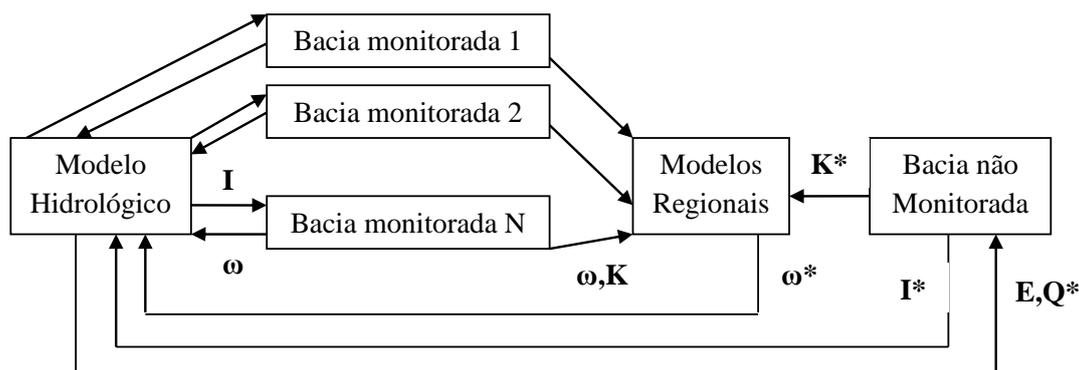


Figura 4-5 - Idéia conceitual da regionalização de um parâmetro de modelo hidrológico (Wagener *et al.*, 2004, modificado)

Alexandre *et al.* (2005) apresenta uma descrição detalhada das etapas apresentadas no esquema. De forma semelhante e tendo em vista que o interesse é desenvolver os estudos de regionalização do parâmetro ω da equação de Fu, podem-se descrever as etapas realizadas:

- Considerando as bacias das estações fluviométricas escolhidas, são obtidos os dados de entrada (I) necessários para que seja executado o modelo hidrológico para esse local, ou seja, as séries de precipitação e evapotranspiração potencial.
- De posse desses dados (I), podem ser gerados os parâmetros (ω) para as bacias com monitoramento, por meio de um estudo de calibração. Esse procedimento deve ser realizado para todos os locais onde existam dados hidrológicos disponíveis, resultando assim em um conjunto de parâmetros locais.
- Sendo (K) o vetor das características fisiográficas e/ou climáticas das N bacias monitoradas, podem ser criados modelos regionais cujas regressões tem os parâmetros (ω) do modelo como variáveis dependentes e as características (K) como variáveis explanatórias.

- d) Utilizando as equações de regressão calculadas podem ser estimados os parâmetros (ω^*) do modelo hidrológico para as bacias não monitoradas a partir das características (K^*) dessas bacias. No presente estudo, as bacias não monitoradas serão as próprias bacias estudadas.
- e) Com os parâmetros (ω^*) e os dados de entrada (I^*) para a bacia não monitorada, pode-se aplicar o modelo de Fu e estimar as séries de evapotranspiração real e vazão (E^*, Q^*). Os resultados obtidos serão a base para a avaliação do desempenho dos modelos regionais.

4.4.1 - Equação de regressão

A equação de regressão, referente ao item (d), visa a obter uma relação entre uma variável dependente e uma ou mais variáveis explanatórias. Há diversos modelos que podem ser aplicados para realizar um estudo de regressão. Inclusive, essas diferentes metodologias são analisadas em alguns trabalhos, como Alexandre *et al.* (2005). No ramo hidrológico, a regressão múltipla é a mais utilizada. No presente trabalho serão realizadas regressões que relacionam as características climáticas e fisiográficas das bacias como variáveis explanatórias. As técnicas de regressão serão aplicadas no cálculo do parâmetro ω da equação de Fu.

Sendo ω o parâmetro a ser regionalizado, admite-se que o mesmo pode ser descrito como uma relação linear da seguinte forma:

$$\omega_i = \beta_0 + \sum_{j=1}^p \beta_j X_{ij} + \varepsilon_i \quad (4-1)$$

onde $i = 1, 2, 3, \dots, N$ estações, X_{ij} ($j=1, 2, 3, \dots, p$) são as características climáticas e fisiográficas explanatórias, β_0 é a componente constante, β_j são os coeficientes das variáveis dependentes e ε_i o erro do modelo de cada uma das N estações utilizadas no estudo.

Em termos matriciais, pode-se generalizar a expressão, aplicando-a para todos os N postos:

$$\omega = X\beta + \varepsilon \quad (4-2)$$

$$\text{onde } \omega = (\omega_1, \omega_2, \dots, \omega_n), \beta = \begin{pmatrix} \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_p \end{pmatrix}; \varepsilon = \begin{pmatrix} \varepsilon_1 \\ \vdots \\ \varepsilon_N \end{pmatrix}, \text{ e } X = \begin{pmatrix} 1 & X_{11} & \dots & X_{1p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{N1} & \dots & X_{Np} \end{pmatrix}$$

Assume-se que os erros ε possuem média igual a zero e a matriz de covariância definida por:

$$E(\varepsilon\varepsilon^T) = \sigma^2\Omega \quad (4-3)$$

onde σ^2 é a variância do erro do modelo e Ω é uma matriz positiva. O valor assumido para a matriz Ω define quais as premissas adotadas para os erros ε .

O método dos mínimos quadrados (*OLS*), técnica estatística mais popular para estimativa dos coeficientes dos modelos regionais, considera como premissa que os erros residuais dos modelos são homoscedásticos e independentemente distribuídos (Riggs, 1973). Neste caso, assume-se que a matriz Ω seja igual à matriz identidade I (eq. 4-4). Ou seja, assume-se que erro o ε do modelo segue o padrão da distribuição Normal com média zero, de tal forma que $\varepsilon \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2)$, em que σ_ε^2 é a variância do erro do modelo.

$$E(\varepsilon\varepsilon^T) = \sigma^2I \quad (4-4)$$

Obtidos os valores de ω , deve-se estimar valores dos coeficientes β e da variância do erro do modelo. De acordo com o teorema de Gauss-Markov, o estimador de β não depende de σ_ε^2 , apenas das características fisiográficas e do parâmetro ω :

$$\hat{\beta} = (X^T X)^{-1} X^T \omega \quad (4-5)$$

com matriz de covariância:

$$\sum(\hat{\beta}) = \begin{pmatrix} \text{Var}(\beta_0) & \dots & \text{Cov}(\beta_p, \beta_1) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ \text{Cov}(\beta_1, \beta_p) & \dots & \text{Var}(\beta_p) \end{pmatrix} = \hat{\sigma}_\varepsilon^2 (X^T X)^{-1} \quad (4-6)$$

O estimador de σ_ε^2 pode ser encontrado pela seguinte expressão:

$$\hat{\sigma}_\varepsilon^2 = \frac{(\omega - X\hat{\beta})^T (\omega - X\hat{\beta})}{N - p - 1} \quad (4-7)$$

Segundo Reis *et al.* (2005), usualmente a condição de homocedasticidade não é observada, principalmente em função das variações do tamanho das séries e da correlação espacial entre os registros. Nesses casos, sugere-se a utilização de métodos que considerem a heteroscedasticidade no cálculo dos coeficientes dos modelos. Tasker (1980) propõe a utilização do método dos Mínimos Quadrados Ponderados (WLS), que pondera o cálculo de acordo com pesos associados a cada elemento da amostra, de modo que para cada posto estudado há um w_i correspondente. Assume-se, desta forma, que os erros ε não estão correlacionados e possuem diferentes variâncias. A matriz Ω considerada neste caso não é mais a matriz identidade I , e sim a matriz W , que possui elementos na diagonal principal relativos aos pesos w_i , representando as diferentes variâncias, e zero nos outros valores fora da diagonal (eq. 4-8).

$$E(\varepsilon\varepsilon^T) = \sigma^2 W^{-1} \quad (4-8)$$

Tasker e Stedinger (1986) propuseram uma forma alternativa de considerar a heteroscedasticidade das amostras. No caso, a matriz de covariância dos erros do modelo ($\Lambda(\sigma^2)$) foi separada na variância do erro do modelo ($\sigma^2 I$) e covariância dos erros amostrais (Σ), como indicado pela eq. 4-9.

$$E(\eta\eta^T) = \Lambda(\sigma^2) = \sigma^2 I + \Sigma \quad (4-9)$$

Neste caso, para o WLS de Tasker e Stedinger (1986), o estimador de β é dado por:

$$\hat{\beta} = \left(X^T \Lambda(\sigma^2)^{-1} X \right)^{-1} X^T \Lambda(\sigma^2)^{-1} \omega \quad (4-10)$$

4.4.2 - Estimativa da matriz Σ

A estimativa da matriz Σ de covariância dos erros amostrais não é uma tarefa trivial. Há na literatura algumas formas disponíveis de fazê-la, porém neste trabalho optou-se pela estimativa por duas formas distintas: reamostragem (ou *bootstrap*) e pela matriz *Hessiana* (H).

4.4.2.1 - Reamostragem ou *Bootstrap*

Efron (1979) propôs o método *bootstrap*, utilizado de forma recorrente na estimativa da variância de um conjunto de dados estatísticos, na estimativa de intervalos de confiança e na estimativa de parâmetros de regressões. A técnica é muito útil por não necessitar de muitas suposições para estimação de parâmetros das distribuições de interesse, ou seja, não depende da distribuição original da estatística do parâmetro estudado.

A reamostragem consiste em sortear com reposição dados pertencentes a uma amostra retirada anteriormente, de modo a formar uma nova amostra. Técnicas de reamostragem são úteis em especial quando o cálculo de estimadores por métodos analíticos for complicado. Reamostrar permite diferentes alternativas para se encontrar desvios padrões e intervalos de confiança através da análise de um conjunto de dados.

Como a técnica exige um número grande de cálculos e repetições, é necessário utilizar rotinas computacionais para execução das reamostragens. Diante da evolução tecnológica exponencial observada nas últimas décadas, o *bootstrap* tornou-se mais popular e viável, sendo possível executá-lo em praticamente qualquer computador doméstico de forma rápida e eficaz.

Hesterberg *et al.* (2003) afirmam que a amostra mestre representa a população da qual foi retirada. As reamostras desta amostra mestre representam o que se deve obter quando são retiradas muitas amostras da população original. A distribuição da estatística, baseada em muitas reamostras, representa uma distribuição amostral desta estatística.

Para que a aplicação da técnica resulte em valores confiáveis devem ser feita centenas ou até milhares de reamostras do mesmo tamanho n . É importante também que se garanta a completa aleatoriedade da seleção dos dados.

No caso do presente estudo, foi utilizada a metodologia *bootstrap* na reamostragem das séries climatológicas das bacias estudadas, com o objetivo de avaliar a variabilidade da estimativa do parâmetro ω pela calibração a partir das séries de E , P e E_0 . Foram realizadas 1.000 reamostras, seguindo as seguintes etapas:

- 1) A partir do período de dados de cada posto, faz-se uma reamostragem dos anos contemplados pela série. Vale destacar que a reamostragem não se restringe a selecionar apenas uma vez cada ano, sendo que um mesmo ano pode ser selecionado um número máximo de vezes quão grande seja o tamanho da série disponível, garantindo-se assim a elaboração de um período aleatório;
- 2) De posse da sequência anual reamostrada, obtém-se as séries de E , P e E_0 , de modo que seja mantida a ordem nas três séries. Ou seja, a série reamostrada deve ter na i -ésima posição valores de E , P e E_0 observados no mesmo ano. Caso essa condição não seja respeitada, as análises realizadas não teriam representatividade física e o balanço hídrico seria violado;
- 3) Calcula-se, a partir das séries de E , P e E_0 , um valor de ω ;
- 4) Repete-se os itens acima 1.000 vezes, obtendo-se 1.000 valores de ω para cada bacia.

4.4.2.2 - Hessiana

A matriz de covariância Σ pode ser aproximada pelo inverso da matriz das derivadas parciais de segunda ordem, ou matriz *Hessiana* (H):

$$H_{i,j} = \frac{\partial^2 f}{\partial x_i \partial x_j} \quad (4-11)$$

Intuitivamente, há uma relação inversa entre derivada de segunda ordem da estimativa de um parâmetro e o erro associado a essa estimativa. Se o valor ótimo do parâmetro estiver bem definido e facilmente identificável, com evidente aumento dos desvios para valores adjacentes, a segunda derivada neste local será maior. A Figura 4-6 (a) ilustra esse tipo de situação. No entanto, caso haja uma incerteza maior na definição do valor ótimo porque possíveis valores para o parâmetro ω em desvios próximos, a segunda derivada será próxima a zero. Neste caso, a incerteza no cálculo do parâmetro calibrado é maior, como exemplificado na Figura 4-6 (b).

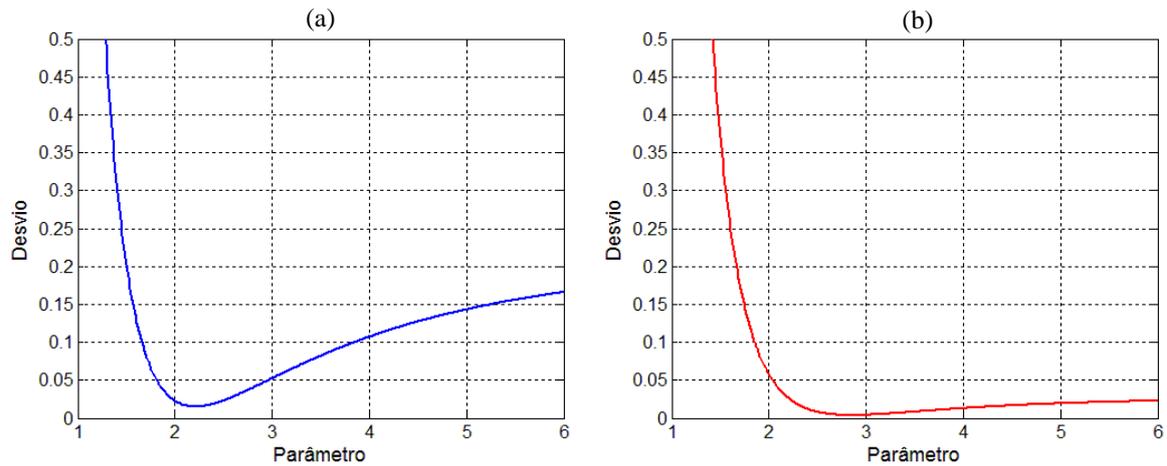


Figura 4-6 – Casos em que o parâmetro ótimo é identificado (a) com maior facilidade (erro associado menor) e (b) com maior dificuldade (erro associado maior).

4.4.3 - Escolha do modelo

Há diversas formas de se escolher o melhor modelo, ou seja, de se escolher quais variáveis explanatórias devem ser incluídas no modelo de regressão. Uma escolha razoável, e que vem sendo empregada em diversos estudos como em Reis *et al.* (2005), sendo a forma recomendada pelo USGS - *United States Geological Survey* dos Estados Unidos, consiste em escolher o modelo que apresenta a menor variância de predição (VP), calculada por:

$$VP = E[(\omega_0 - X_0\beta)^2] = \sigma_\varepsilon^2 + X_0 (X^T \Omega^{-1} X)^{-1} X_0^T \quad (4-12)$$

onde σ_ε^2 = variância do erro do modelo e $X_0 (X^T \Omega^{-1} X)^{-1} X_0^T$ = variância amostral.

A VP leva em consideração não apenas a variância do erro do modelo, mas também a variância do estimador dos coeficientes β . Sendo assim, a VP apresenta a vantagem de penalizar a inclusão de mais variáveis no modelo. Como normalmente a equação de regressão obtida é utilizada para uma região e não para um local específico, é mais coerente escolher o modelo a ser adotado utilizando a variância média de predição:

$$VMP = \sigma_\varepsilon^2 + \left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i (X^T \Omega^{-1} X)^{-1} X_i^T \right] \quad (4-13)$$

onde $\left[\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N X_i (X^T \Omega^{-1} X)^{-1} X_i^T \right]$ = variância amostral média (VAM)

Vale notar que este critério de seleção do melhor modelo baseia-se na ideia de que os postos utilizados no estudo de regressão são representativos dos locais de interesse para onde a equação deverá ser empregada no futuro. Em outras palavras, a VMP seria um indicador do desempenho da equação regional no futuro. Desta forma, calcula-se VMP para cada modelo proposto, sendo o mais adequado aquele que apresentar menor valor.

Deve-se garantir ainda que os valores encontrados para os coeficientes β sejam estatisticamente diferentes de zero. Isto é feito por meio de testes de hipótese, onde se emprega uma estatística-teste baseada nas observações da amostra. No caso, optou-se por utilizar a estatística-teste *t-Student* com hipótese nula $H_0: \beta = 0$. A ideia é que a hipótese nula fosse rejeitada, ou seja, que β fosse estatisticamente diferente de zero. Entretanto, é importante salientar que como se trata de uma inferência estatística acerca de uma variável aleatória, a tomada de decisão está ligada a uma probabilidade, também chamada de nível de significância α . Portanto, ao assumir, por exemplo, que $\alpha = 90\%$, significa dizer de que existem 10% de chance de se rejeitar a hipótese nula quando, na verdade, a hipótese nula está correta. A estatística-teste *t* com $(n-p-1)$ graus de liberdade se aproxima da relação apresentada na eq. 4-14.

$$t_{n-p-1} \sim (\hat{\beta} - \beta) / \hat{\sigma} \quad (4-14)$$

onde $(n-p-1)$ é o número de graus de liberdade, sendo n o tamanho da amostra, p o número de parâmetros estimados e $\hat{\sigma}$ é o estimador do desvio-padrão. Caso a hipótese nula seja verdadeira, $\beta = 0$, então:

$$t_{n-p-1} \sim \hat{\beta} / \hat{\sigma} \quad (4-15)$$

A partir do conhecimento da função de distribuição da estatística *t*, é possível determinar para um certo nível de confiança se é possível rejeitar a hipótese nula. Todas as alternativas estudadas foram avaliadas para o critério mínimo de 90% de nível de confiança. Modelos que apresentaram coeficientes β que não satisfizeram essa condição foram descartados, por mais que apresentassem valor atrativo de VMP.

4.4.4 - Validação cruzada

Com o intuito de elaborar um modelo representativo e o mais abrangente possível para a região, foram aplicadas técnicas de validação cruzada. A validação cruzada que visa avaliar se a perda das informações referente a uma das estações selecionadas compromete a capacidade do modelo em estimar as variáveis daquela mesma bacia. De forma simplificada, Castellarin *et al.* (2004) descrevem a validação cruzada tipo “jack-knife” pelas seguintes etapas:

- a) Gera-se um modelo de regionalização com base nos dados dos postos disponíveis para estudo;
- b) Remove-se um dos postos do grupo;
- c) Utilizando as mesmas variáveis explicativas do passo 1, gera-se um novo modelo de regionalização a partir dos dados dos N-1 postos disponíveis;
- d) A partir do modelo regional gerado na etapa anterior, pode-se estimar o valor do parâmetro de interesse para o posto que foi retirado no passo (b);
- e) Os resultados obtidos são comparados aos valores observados do posto a partir de um índice de desempenho, verificando-se assim a qualidade do modelo;
- f) Repete-se os passos (b) a (e) para todas as estações.

4.5 - ANÁLISE DE DESEMPENHO

O desempenho dos modelos, bem como o cálculo do parâmetro ω , podem ser mensurados por meio de índices. No presente estudo, foram utilizados índices já consolidados no ramo hidrológico: *bias*, *root mean square error (RMSE)*, erro relativo médio (*ERM*), coeficiente de correlação e coeficiente de *Nash-Sutcliffe (NS)*, apresentados nas eqs. 4-14 a 4-18.

$$Bias = \frac{\sum(X_{mod} - X_{obs})}{n} \quad (4-16)$$

$$RMSE = \sqrt{\frac{\sum(X_{obs} - X_{mod})^2}{n}} \quad (4-17)$$

$$ERM = \frac{\sum \frac{(X_{mod} - X_{obs})}{X_{obs}}}{n} \quad (4-18)$$

$$\text{Correlação} = \frac{\sum(X_{obs}-\bar{X}_{obs})(X_{mod}-\bar{X}_{mod})}{\sqrt{\sum(X_{obs}-\bar{X}_{obs})^2}\sqrt{\sum(X_{mod}-\bar{X}_{mod})^2}} \quad (4-19)$$

$$NS = 1 - \frac{\sum(X_{obs}-X_{mod})^2}{\sum(X_{obs}-\bar{X}_{obs})^2} \quad (4-20)$$

onde X_{mod} é o valor da variável X estimada pela aplicação do modelo, X_{obs} é o valor de X observado, adotado aqui como o valor real daquela variável na natureza.

Na avaliação das estimativas das vazões, além do coeficiente NS original, foi também proposta a aplicação de um coeficiente NS alternativo, denominado aqui de NS comparativo. Em sua formulação original, apresentada na eq. 4-18, as variáveis de predição são comparadas à média regional. Ou seja, o modelo avaliado tem seu desempenho confrontado à aplicação de uma metodologia trivial que consiste em simplesmente adotar um valor médio da variável. Em caso de NS superior a zero, interpreta-se que o modelo proposto tem desempenho melhor que a simples média. Caso seja obtido um valor negativo, indica-se que a adoção do modelo trivial é mais representativa que o modelo proposto.

Com o objetivo de confrontar as séries de vazões estimadas pelos modelos selecionados com algum outro método, optou-se por compará-los a alguma técnica um pouco mais elaborada que a simples média regional (NS tradicional), porém de fácil aplicação. Dentre as inúmeras técnicas disponíveis na literatura, foi escolhido para comparação o método do coeficiente de *runoff* (C), correspondente à relação entre a vazão escoada (Q_{runoff}) e a precipitação P , de modo que:

$$Q_{runoff} = C \times P \quad (4-21)$$

O coeficiente C das bacias estudadas foi estimado com base nas séries observadas de P e Q , a partir do qual pode-se calcular uma Q_{runoff} para cada sub-bacia avaliada. De posse dos valores médios de longo período e das séries anuais de Q_{runoff} , pode-se calcular os coeficientes NS comparativo pela aplicação da equação a seguir.

$$NS_{comparativo} = 1 - \frac{\sum(Q_{obs}-Q_{mod})^2}{\sum(Q_{obs}-Q_{runoff})^2} \quad (4-22)$$

5 - RESULTADOS E DISCUSSÕES

Esta seção apresenta os resultados obtidos no trabalho, bem como as discussões e análises. Para cada escala temporal, média de longo período e anual, são apresentados os resultados das bacias avaliadas na região do semiárido cearense e da bacia do rio São Francisco.

5.1 - MÉDIA DE LONGO PERÍODO

A escala temporal média de longo período foi utilizada como premissa por Budyko no desenvolvimento de suas ideias. Para cada bacia foi primeiramente calculado o parâmetro ω . Posteriormente, foi realizada uma análise crítica acerca dos valores obtidos e finalmente, foram desenvolvidos os estudos de regionalização de ω com base nas variáveis explanatórias levantadas, tendo sido analisado o desempenho dos modelos regionais obtidos via estudo de validação cruzada.

5.1.1 - Semiárido cearense

5.1.1.1 - Cálculo do parâmetro ω

O cálculo do parâmetro ω para cada bacia do semiárido cearense foi feito a partir da simples aplicação da equação de Fu (eq. 3-9), tendo como dados de entrada P , E e E_0 médios de longo termo. Os valores obtidos são apresentados na Tabela 5-1, enquanto a Figura 5-1 ilustra graficamente o ajuste da equação de Fu aos dados observados.

Adicionalmente, foi estimado para cada bacia um erro amostral associado à estimativa de ω . Esse erro foi calculado pela aplicação da técnica de reamostragem, ou *bootstrap*, cuja metodologia foi descrita no item 4.4.2.1. Para cada bacia, foram realizadas 1.000 reamostragens aleatórias nas séries temporais anuais, sendo estimado um ω diferente em cada reamostra. Portanto, para cada bacia, além dos ω calculados a partir das séries originais há outros 1.000 valores estimados. A representação dos erros, conforme a Figura 5-2, é feita por meio de barras, sendo que os limites superiores e inferiores de cada estimativa correspondem, respectivamente, aos percentis de 2,5% e 97,5% das 1.000 reamostragens realizadas.

Tabela 5-1 - Médias de longo período de E , P e E_0 , relações E/P , E_0/P e parâmetros ω calculados para as bacias estudadas no semiárido cearenses

Estação	NºAnos Hidrol.	Média de Longo Período (mm)			E/P	E_0/P	ω
		E	P	E_0			
34730000	34	675,7	784,8	1.993	0,861	2,539	2,22
35125000	14	855,7	1003,3	1.926	0,853	1,920	2,47
35170000	26	927,3	1176,0	1.926	0,789	1,638	2,30
35210000	17	734,2	915,4	1.960	0,802	2,141	2,09
35223000	9	762,7	996,8	1.960	0,765	1,967	2,02
35240000	23	589,9	655,0	1.952	0,901	2,981	2,32
35260000	19	696,7	802,0	1.810	0,869	2,258	2,38
35263000	23	850,0	1098,2	1.926	0,774	1,754	2,15
36020000	55	534,6	572,3	1.929	0,934	3,370	2,48
36125000	30	741,7	781,2	1.795	0,949	2,298	3,16
36130000	20	782,6	933,8	1.905	0,838	2,040	2,31
36160000	69	624,2	661,4	1.864	0,944	2,819	2,77
36220000	10	879,5	885,2	1.884	0,994	2,128	5,46
36250000	19	874,1	906,7	1.884	0,964	2,078	3,71
36290000	30	866,6	941,9	1.920	0,920	2,039	2,96
36470000	53	652,5	739,0	2.016	0,883	2,729	2,28

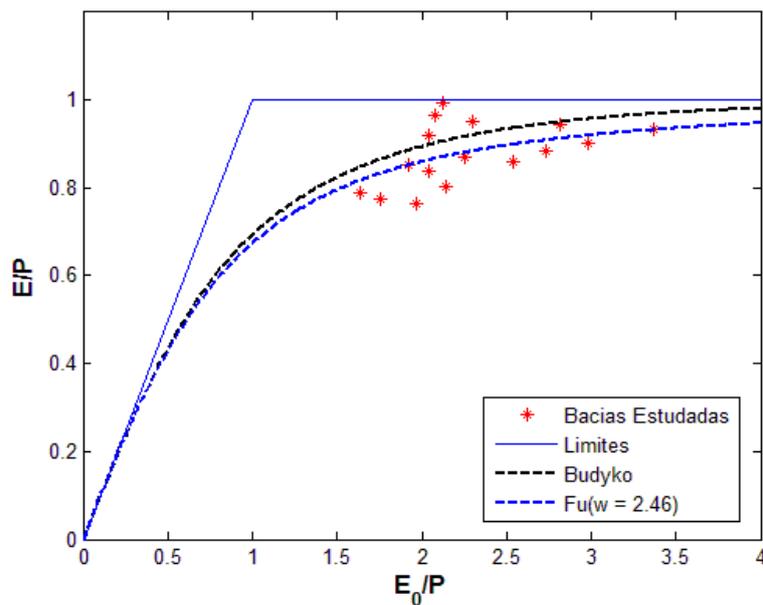


Figura 5-1 - Ajuste da equação de Fu para o termo E/P nas bacias do semiárido cearense considerando $\omega_{região} = 2,46$

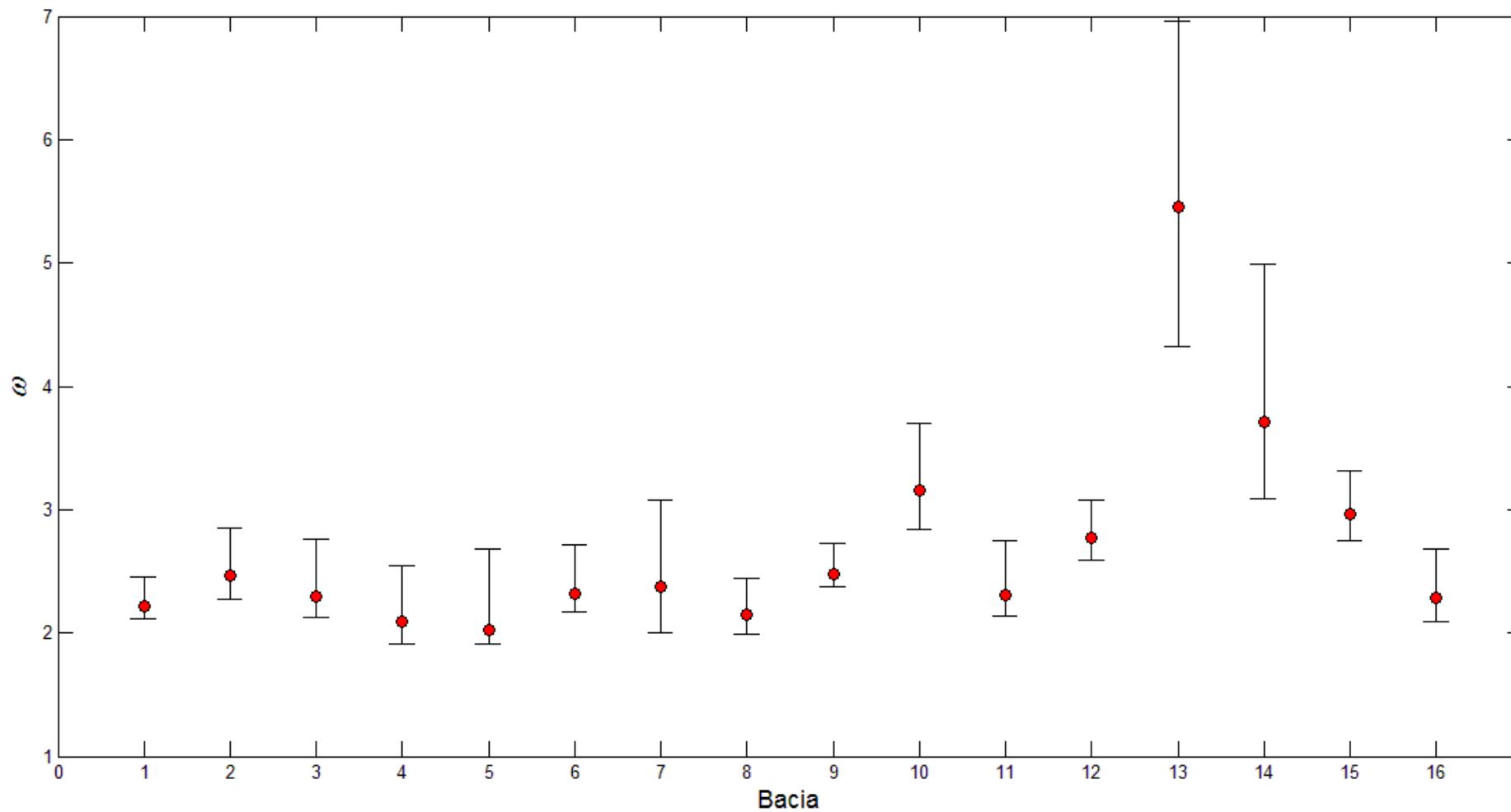


Figura 5-2 – Valores de ω calibrados para as bacias do semiárido cearense com as respectivas barras de erro ($\omega_{2,5\%}$ - $\omega_{97,5\%}$)

Em onze estações, 70% do total, os valores de ω variaram entre 2,0 e 2,5. Para as cinco estações restantes, sendo a maioria localizada nas bacias do Alto Jaguaribe e Salgado, o valor de ω variou entre 2,5 e 3,7, sendo que uma estação, localizada na cabeceira da bacia do Rio Salgado, apresentou um valor de ω bastante elevado, 5,46.

Quanto aos erros amostrais obtidos, observa-se claramente que algumas bacias apresentaram elevados erros associados à estimativa de ω , tornando difícil afirmar com precisão o valor do parâmetro. A bacia 13 (36220000), por exemplo, apresentou ω calculado de 5,46, mas considerando os erros amostrais, esse valor varia entre 4,3-7,0. Situação semelhante foi observada para a bacia 14 (36250000), cujo valor de ω calculado foi de 3,71, mas de acordo com os erros o parâmetro poderia estar entre 3,1 a 5,0. Por outro lado, ao avaliar as bacias 1 a 9, nota-se que os erros são menores, da ordem de 0,35 a 0,70 na estimativa de ω .

Inicialmente, vislumbrou-se a possibilidade de utilizar a equação de Fu com um valor único para toda a região do estado, ajustado para todas as estações ao mesmo tempo e procurando assim minimizar os resíduos quadráticos em relação ao termo E/P . Neste caso, o valor obtido para o parâmetro da equação de Fu para toda a região foi igual a 2,46, $\omega_{região} = 2,46$, resultando num erro absoluto médio de 41,8 mm na estimativa de Q de longo período. Apenas em 50% das estações os erros relativos foram menores que 25%. Foi então realizada uma análise com o intuito de avaliar padrões e o comportamento regional dos ω calibrados.

As estações foram separadas em duas regiões, uma que engloba a parte mais ao sul do Estado do Ceará, contemplando as bacias do Alto Jaguaribe e do rio Salgado, denominada aqui de Região Sul, e outra que contempla o restante das estações, denominada de Região Norte.

Os resultados de ajuste de ω são apresentados na Tabela 5-2, com um parâmetro $\omega_{região}$ único para cada região, com base nos quais foram estimadas as vazões de longo período Q_{mod} de cada bacia a partir da aplicação da equação de Fu. Conforme a tabela, pode-se observar uma diferença significativa do desempenho da equação de Fu para as duas regiões. Na Região Norte, empregando um ω_{norte} igual a 2,23, as vazões de longo

período estimadas são muito próximas das vazões observadas (ver Figura 5-4), com 50% das estações com erro relativo inferior a 10%. A Figura 5-3 mostra a curva da equação de Fu para a região Norte, junto com as observações, onde se nota que os pontos ficaram relativamente próximos à curva de Fu (azul). Na região Sul, com um ω igual a 2,85, os resultados foram piores que os das bacias anteriores, com apenas 25% das estações com erro relativo inferior a 15%, sendo que em algumas estações os erros ultrapassaram 100%. O caso mais notório é o da estação 36220000, localizada na cabeceira do rio Salgado. As vazões observadas nesta estação são muito baixas, considerando sua área de drenagem. Não foi possível identificar se as vazões observadas estão corretas ou se as mesmas estão sendo influenciadas por algum fator externo localizado a montante.

Tabela 5-2 - Resultados do ajuste do parâmetro ω da equação de Fu para estimativas de médias de longo período para as regiões Norte e Sul.

Estação	Região	ω	$\omega_{\text{região}}$	Q_{obs}	Q_{mod}	Erro relativo (%)
34730000	Norte	2,22	2,23	109,1	108,2	0,9
35125000	Norte	2,47	2,23	147,6	190,1	2,9
35170000	Norte	2,30	2,23	248,7	264,4	6,3
35210000	Norte	2,09	2,23	181,2	153,6	15,2
35223000	Norte	2,02	2,23	234,0	183,5	21,6
35240000	Norte	2,32	2,23	65,1	74,9	15,0
35260000	Norte	2,38	2,23	105,3	126,5	20,1
35263000	Norte	2,15	2,23	248,2	230,3	7,2
36020000	Sul	2,48	2,85	37,7	21,0	44,3
36125000	Sul	3,16	2,85	39,5	57,0	44,3
36130000	Sul	2,31	2,85	151,1	84,1	44,3
36160000	Sul	2,77	2,85	37,2	33,5	9,9
36220000	Sul	5,46	2,85	5,6	74,0	1.211,5
36250000	Sul	3,71	2,85	32,6	79,0	142,3
36290000	Sul	2,96	2,85	75,3	84,7	12,7
36470000	Sul	2,28	2,85	86,5	39,7	54,1

Uma hipótese, que pode vir a explicar o comportamento da bacia 36220000, é que a mesma se situa numa região sedimentar, com pouca ou nenhuma área sobre o embasamento cristalino, o que a difere das demais. Em bacias localizadas em regiões

sedimentares há uma tendência maior à infiltração, resultando em menores valores de vazão e, portanto, são esperados valores altos de ω . Entretanto, a bacia 36220000 não é a única com estimativas inadequadas das vazões de longo período. A hipótese mais provável reside no fato que ω não é uniforme na região sul, diferentemente do que se verificou na região norte.

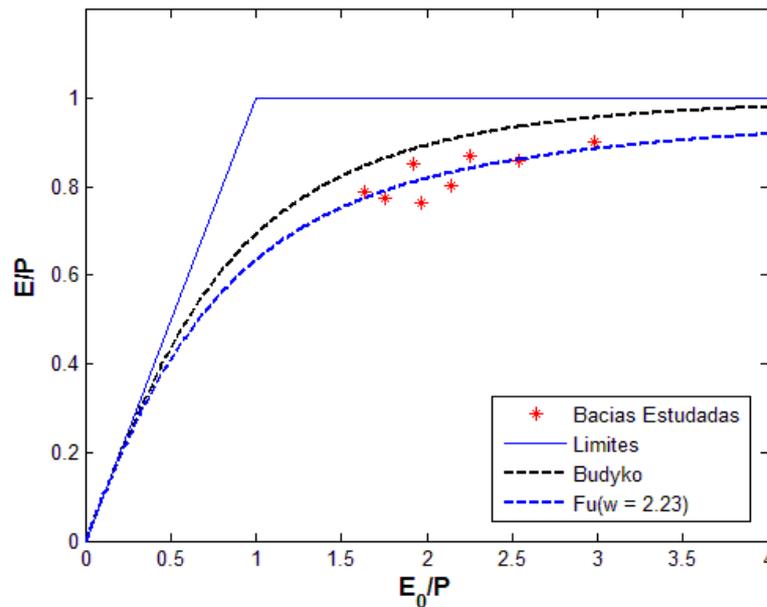


Figura 5-3 - Ajuste da equação de Fu para o termo E/P nas bacias hidrográficas da Região Norte ($\omega_{norte} = 2,23$)

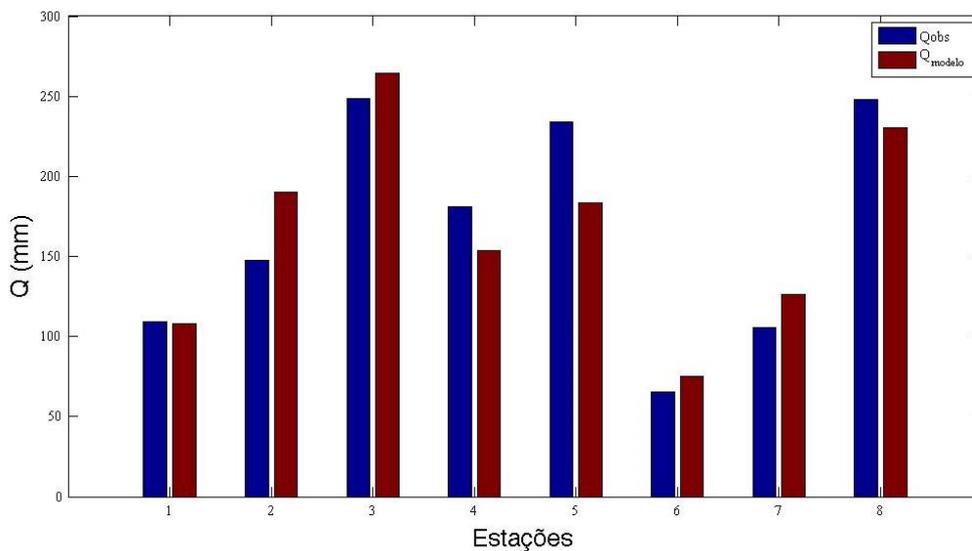


Figura 5-4 - Comparação entre as vazões anuais de longo período observadas e calculadas com base na equação de Fu para as bacias hidrográficas da região norte ($\omega_{norte} = 2,23$)

De qualquer forma, os estudos de regionalização apresentados no item seguinte buscam identificar quais parâmetros das bacias influenciam na variabilidade de ω por meio da aplicação das metodologias anteriormente descritas.

5.1.1.2 - Regionalização do parâmetro ω

Os estudos de regionalização empregaram as características fisiográficas e climatológicas como variáveis na tentativa de explicar a variabilidade do parâmetro ω calibrado nas bacias estudadas. O desenvolvimento dessa etapa seguiu o procedimento constante no item 4.4, no qual são propostos diversos modelos obtidos por regressões lineares a partir das variáveis explanatórias.

Dentre as variáveis explanatórias contempladas, foram avaliadas todas as combinações possíveis, com diferentes números de variáveis em cada modelo. Embora houvessem sido estudados modelos com maior número de variáveis, por critério de parcimônia, optou-se por considerar apenas aqueles que incorporassem no máximo quatro delas.

Os modelos foram avaliados de acordo com a variância média de predição (VMP), métrica que penaliza a inclusão de variáveis explanatórias (item 4.4.2). Portanto, apesar de também terem sido apresentados e discutidos σ_e^2 , VAM e R^2 das alternativas, a seleção final foi feita unicamente pela VMP.

O estudo de regionalização gerou cinco modelos regionais com diferentes graus de complexidade, desde o modelo mais simples (modelo 0), que considera apenas a média regional ponderada de ω , até o mais complexo (modelo 4), que emprega quatro variáveis explanatórias. A Tabela 5-3 apresenta um resumo dos modelos obtidos. Neste caso, para a escala de longo período, foi utilizada a técnica de regressão *WLS*, com estimativa das variâncias amostrais da matriz Σ por meio de técnicas de reamostragem ou *bootstrap*. Conforme apresentado no item 4.4.2.1, foram calculados outros 1.000 valores de ω para cada bacia a partir das séries reamostradas, a partir dos quais foram estimadas as variâncias amostrais de Σ . Vale também lembrar que todos os modelos da tabela apresentam coeficientes estatisticamente diferentes de zero de acordo com o teste *t-Student*, com pelo menos 90% de significância.

Tabela 5-3 - Resultados do estudo de regressão para o parâmetro ω da equação de Fu para as bacias cearenses (longo período). Os valores em parênteses correspondem ao desvio-padrão de cada coeficiente

Modelo	Coeficientes						σ_ε^2	VAM	VMP	R ²
	β_0	Cr	CN	SAT	P_{sem2}/P_y	P_d				
0	2,66 (0,20)	-	-	-	-	-	0,645	0,042	0,687	0,00
1	1,05 (0,38)	-	-	-	15,79 (3,54)	-	0,234	0,034	0,268	0,59
2	-3,62 (1,62)	-0,030 (0,006)	0,104 (0,023)	-	-	-	0,168	0,039	0,265	0,74
3	-3,15 (1,20)	-0,032 (0,005)	0,116 (0,082)	-	-	-0,222 (0,061)	0,079	0,027	0,106	0,87
4	-2,59 (1,16)	-0,022 (0,005)	0,108 (0,022)	-0,034 (0,011)	12,20 (3,14)	-	0,065	0,029	0,094	0,89

Legenda: Cr = % sobre embasamento cristalino; CN = curva-número; SAT = capacidade de armazenamento do solo; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P_y = chuva total anual; P_d = média da precipitação diária em dias chuvosos; σ_ε^2 = variância do erro do modelo; VAM = variância amostral média; VMP = variância média de predição.

As variáveis P_{sem2}/P_y , P_6/P_y , P_4/P_y e P_{maxE0}/P_y tem como objetivo indicar a sazonalidade das chuvas ao longo do ano. Ao selecionar os modelos, foi considerada a inclusão de apenas uma das quatro variáveis de sazonalidade. Ou seja, alternativas com duas ou três dessas variáveis foram automaticamente descartadas, independentemente do seu desempenho. Com tal premissa, buscou-se reduzir a redundância entre as opções de modelo, uma vez que P_{sem2}/P_y , P_6/P_y , P_4/P_y e P_{maxE0}/P_y tendem a apresentar correlação entre si.

O modelo 0, que consiste na simples utilização do valor médio de ω , apresenta alta variância do erro do modelo (0,645) e VMP (0,687). Os demais modelos apresentados na Tabela 5-3 apresentam menores σ_e^2 e VMPs, o que significa que a incorporação de variáveis explanatórias aumenta a capacidade de predição do parâmetro ω .

O modelo 1 inclui somente a variável P_{sem2}/P_y , associada variação da chuva entre as estações seca e chuvosa. Em relação ao modelo 0, a VMP foi significativamente reduzida, de 0,687 para 0,268. Neste caso, o R^2 é igual a 0,59 o que, de forma simplificada, significa que a variável do modelo ajuda a explicar 59% da variabilidade do parâmetro ω na região. Um modelo um pouco mais complexo, com duas variáveis explanatórias, apresentou melhores resultados na estimativa dos ω das bacias que o modelo com apenas uma variável. Entretanto, o melhor modelo com duas variáveis não possui P_{sem2}/P_y como variável explanatória, mas as variáveis Cr e CN , associadas às condições geológicas e ao tipo e uso de solo da bacia, respectivamente. O modelo 2 possui σ_e^2 igual a 0,168 e VMP muito próxima à do modelo 1. Em relação ao modelo 2, o modelo de três variáveis inclui P_d , relacionada à precipitação na região. A adição de P_d reduz σ_e^2 em 53%, de 0,168 (modelo 2) para 0,079 (modelo 3), e a VMP em 60%, de 0,265 (modelo 2) para 0,106 (modelo 3). As três variáveis do modelo 3 ajudar a explicar 87% da variabilidade regional de ω . Baseado nesses valores, justifica-se a inclusão da terceira variável, em função dos melhores resultados obtidos pelo modelo 3. Finalmente, o modelo 4, mais complexo (Cr , CN , SAT , P_{sem2}/P_y) possui VMP de 0,094, valor mais baixo entre os modelos apresentados, 11% menor que o modelo 3 e 86% menor que o modelo 0.

A Figura 5-5 apresenta os erros relativos na predição de ω , E/P , E , e Q , em forma de diagramas tipo *boxplot* obtidos da análise de validação cruzada, cujo procedimento foi descrito no item 4.4.3. Em geral, a mediana dos erros diminui à medida que se aumenta a

complexidade do modelo. Em alguns outros pontos singulares, como na comparação entre os modelos 2 e 3 na previsão de vazões, esse comportamento não é observado, quando o modelo mais complexo apresenta desempenho inferior. Ainda quanto à predição de vazões, nota-se a presença de diversos *outliers*, indicando grande variabilidade entre os resultados obtidos.

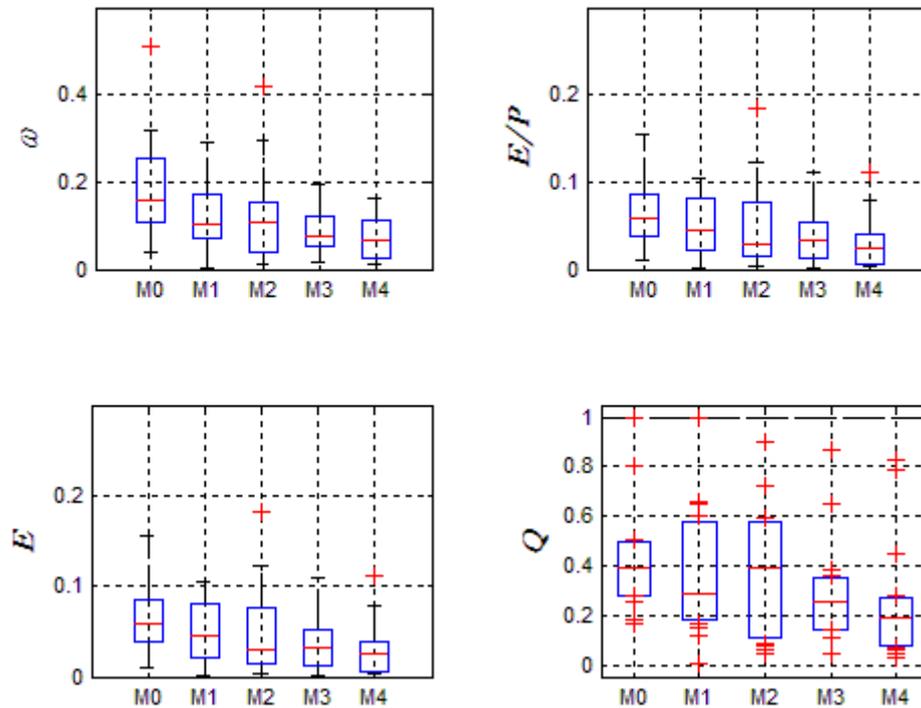


Figura 5-5 - Erro relativo de predição de ω , E/P , E e Q empregando diferentes modelos regionais de ω , cujos coeficientes são apresentados na Tabela 5-3. Resultados obtidos via estudo de validação cruzada

De modo geral, o modelo 4 apresenta os melhores resultados quando analisados os erros relativos. As predições da evapotranspiração E a partir do modelo 4 apresentam erros menores que 5% em 87% das estações. Nas duas estações onde o modelo apresentou o pior rendimento, os erros foram de no máximo 15%. No cálculo de Q , por ser realizado de forma indireta, por conservação de massa, os erros relativos são maiores, uma vez que mais fontes de erro estão envolvidas. As predições de Q a partir do modelo 4 apresentaram erros inferiores que 20% em 50% das estações e menores que 30% em 75% das estações.

Visando avaliar quantitativamente os resultados dos modelos quanto à predição das médias de longo período de E (Figura 5-6) e Q (Figura 5-7), foram empregadas as métricas apresentadas no item 4-5, quais sejam o *bias* (mm), *RMSE* (mm), coeficiente de correlação e coeficientes de *Nash-Sutcliffe*, *NS*. Vale lembrar que o coeficiente *NS* comparativo visa

comparar Q obtido pela metodologia proposta e Q_{runoff} calculado por um coeficiente de *runoff* médio, conforme item 4.5.

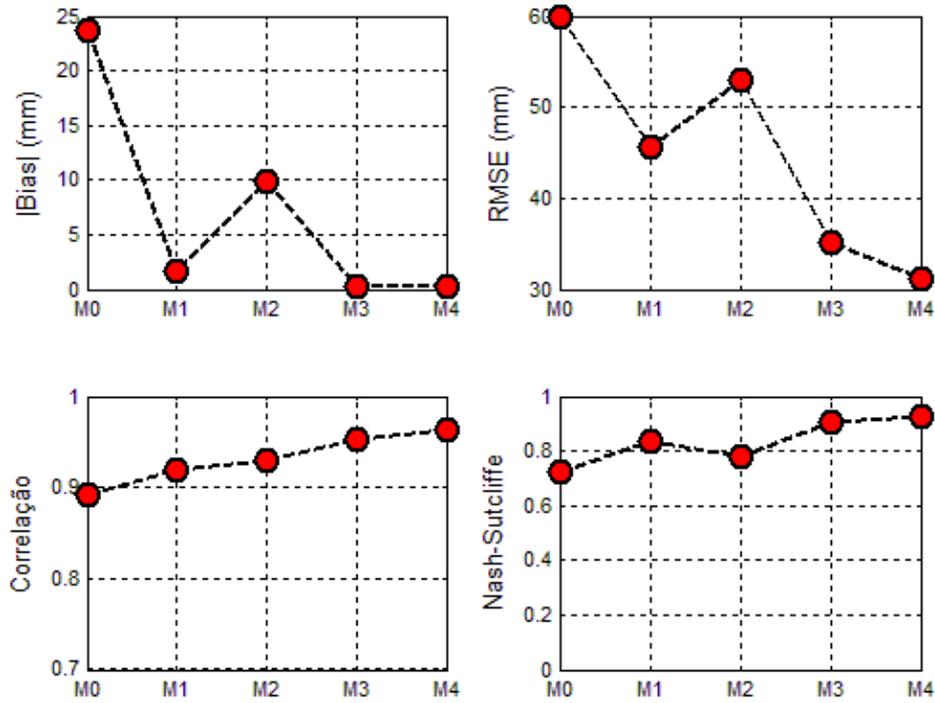


Figura 5-6 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de E para a escala de longo período obtidos via análise de validação cruzada. Bacias do semiárido cearense.

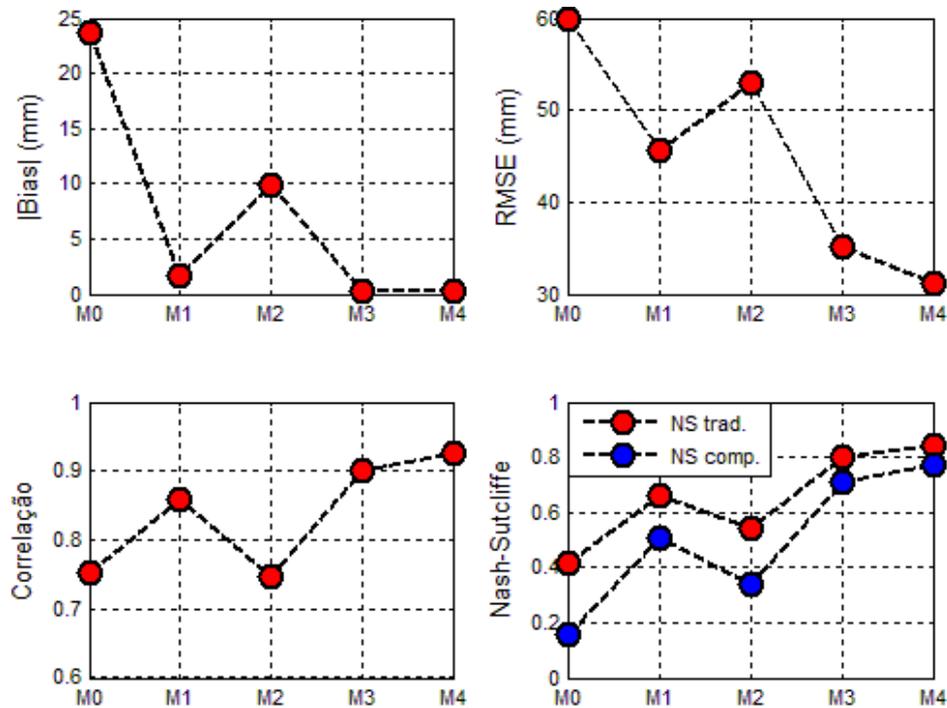


Figura 5-7 – Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de Q para a escala de longo período obtidos via análise de validação cruzada. Bacias do semiárido cearense.

Tendo como base o que fora apresentado anteriormente, já era esperado que o modelo 4 apresentasse as melhores estimativas de E . Obteve-se resultados muito bons para essa alternativa, com destaque para o NS superior a 0,80 e o coeficiente de correlação em torno de 0,95. Além disso, o $bias$ médio calculado foi de 1,2 mm, que pode ser considerado extremamente baixo. Os $RMSE$ calculados também foram baixos, entre 35 e 40 mm para os melhores modelos. Nota-se que o ganho do modelo 4 em relação ao modelo 3 é pequeno. Entretanto, observa-se um salto no desempenho do modelo 3 em relação ao modelo 2 e anteriores.

Quanto às estimativas de Q , foram obtidos coeficientes NS em torno de 0,80 para os melhores modelos, $bias$ também próximos a zero e coeficientes de correlação de 0,90. Pode-se observar ainda que os coeficientes NS comparativos também foram altos, próximos a 0,70, indicando superioridade significativa da metodologia proposta em relação à aplicação de um coeficiente geral de $runoff$. Novamente, os modelos com mais variáveis obtiveram resultados semelhantes, com ligeira superioridade do modelo 4.

A fim de facilitar a visualização dos resultados de desempenho do modelo 4, a Figura 5-8 apresenta o gráfico comparativo dos valores observados e obtidos pelos modelos regionais de ω , E/P , E e Q .

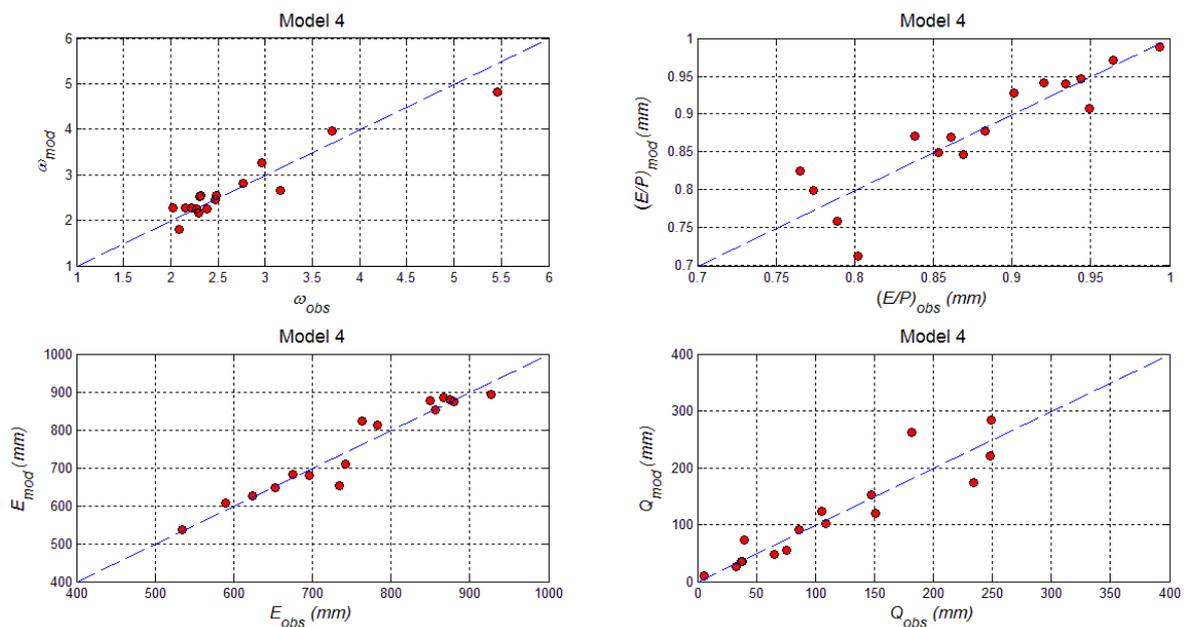


Figura 5-8 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 4.

A linha tracejada, traçada a 45°, indica onde estariam os pontos caso o modelo tivesse conseguido representar fielmente a região. Nota-se que, apesar da visível discrepância entre valores estimados e observados em algumas estações, em geral os pontos se posicionaram próximos à reta ideal. No Apêndice C são apresentados os demais gráficos referentes aos demais modelos. (Figura C-1 à Figura C-4).

5.1.2 - Bacia do rio São Francisco

5.1.2.1 - Cálculo do parâmetro ω

A Tabela A-3 apresenta as médias de longo período de E , P e E_0 , bem como os valores calculados do parâmetro ω para as 85 bacias do rio São Francisco. A maior parte das bacias, especificamente 47 (55%) delas, apresentou ω entre 2,0 e 2,5, enquanto apenas 8 (9%) obtiveram ω inferior a 2,0. Em 17 (20%) bacias, o ω calculado ficou entre 2,5 e 3,0 e em 13 (15%) delas obteve-se ω superior a 3,0. Quanto maior o valor de ω , mais próxima da unidade fica a relação E/P , indicando que a evapotranspiração é limitada pela precipitação, ou seja, são bacias com características áridas. Já valores menores de ω indicam bacias úmidas, onde o montante precipitado é abundante e o limitante para a evapotranspiração é a energia disponível.

Para facilitar a visualização, a Figura 5-9 apresenta os mesmos resultados em forma gráfica. A representação dos erros é novamente feita por meio de barras, sendo que os limites superiores e inferiores de cada estimativa correspondem, respectivamente, aos percentis de 2,5% e 97,5% das 1.000 reamostragens realizadas pela aplicação da técnica de reamostragem (*bootstrap*).

A Figura 5-10 ilustra a distribuição espacial dos valores de ω calibrados. Para facilitar a visualização, dividiu-se os postos em classes de acordo com os ω calibrados. Cada classe foi simbolizada por uma cor, sendo os círculos amarelos: $\omega < 2,0$; vermelhos: $2,0 \leq \omega \leq 2,5$; verdes: $2,5 \leq \omega \leq 3,0$ e azuis: $\omega > 3,0$.

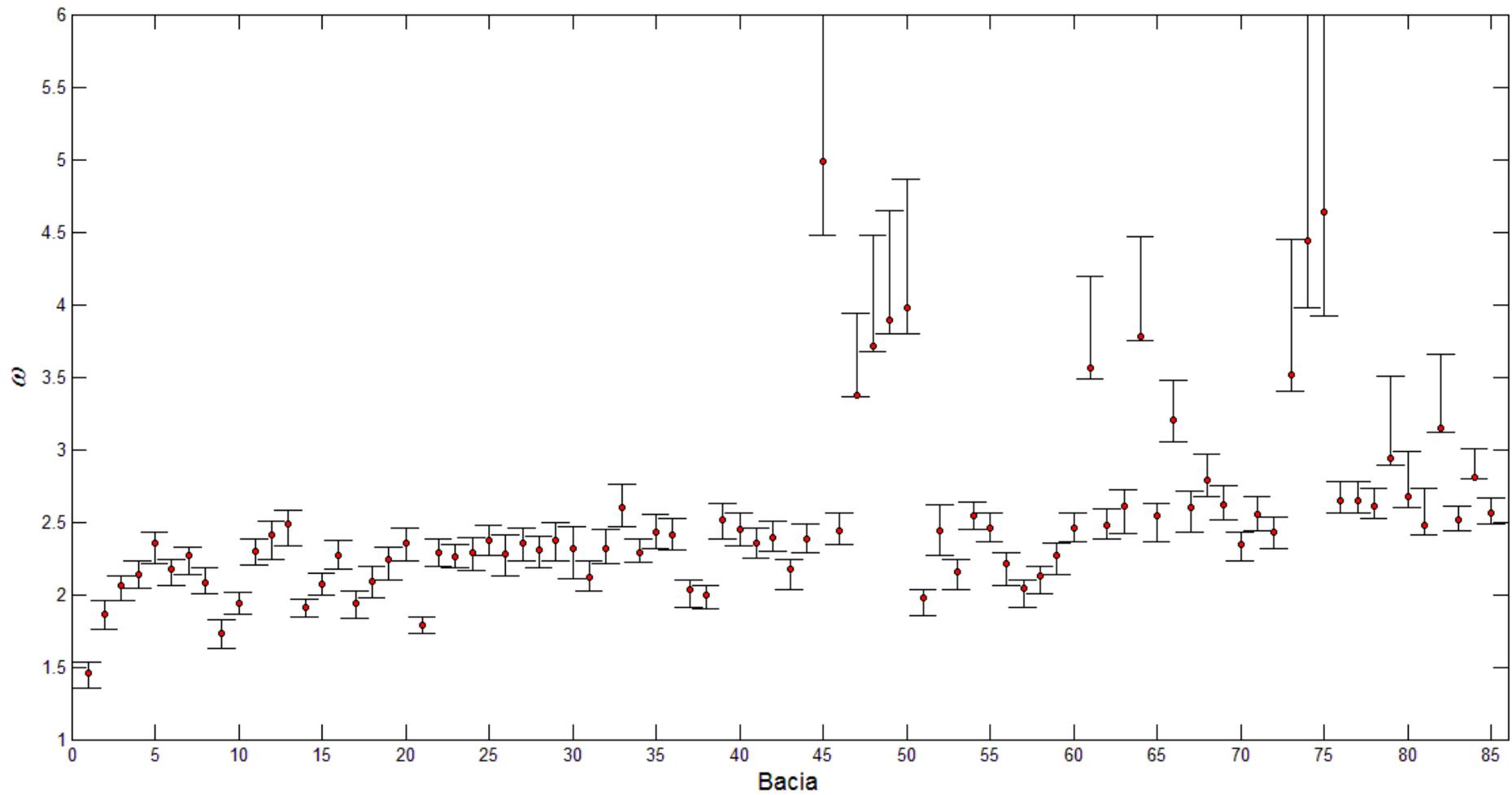


Figura 5-9 – Valores de ω calibrados para as bacias do rio São Francisco com as respectivas barras de erro ($\omega_{2,5\%}$ - $\omega_{97,5\%}$)

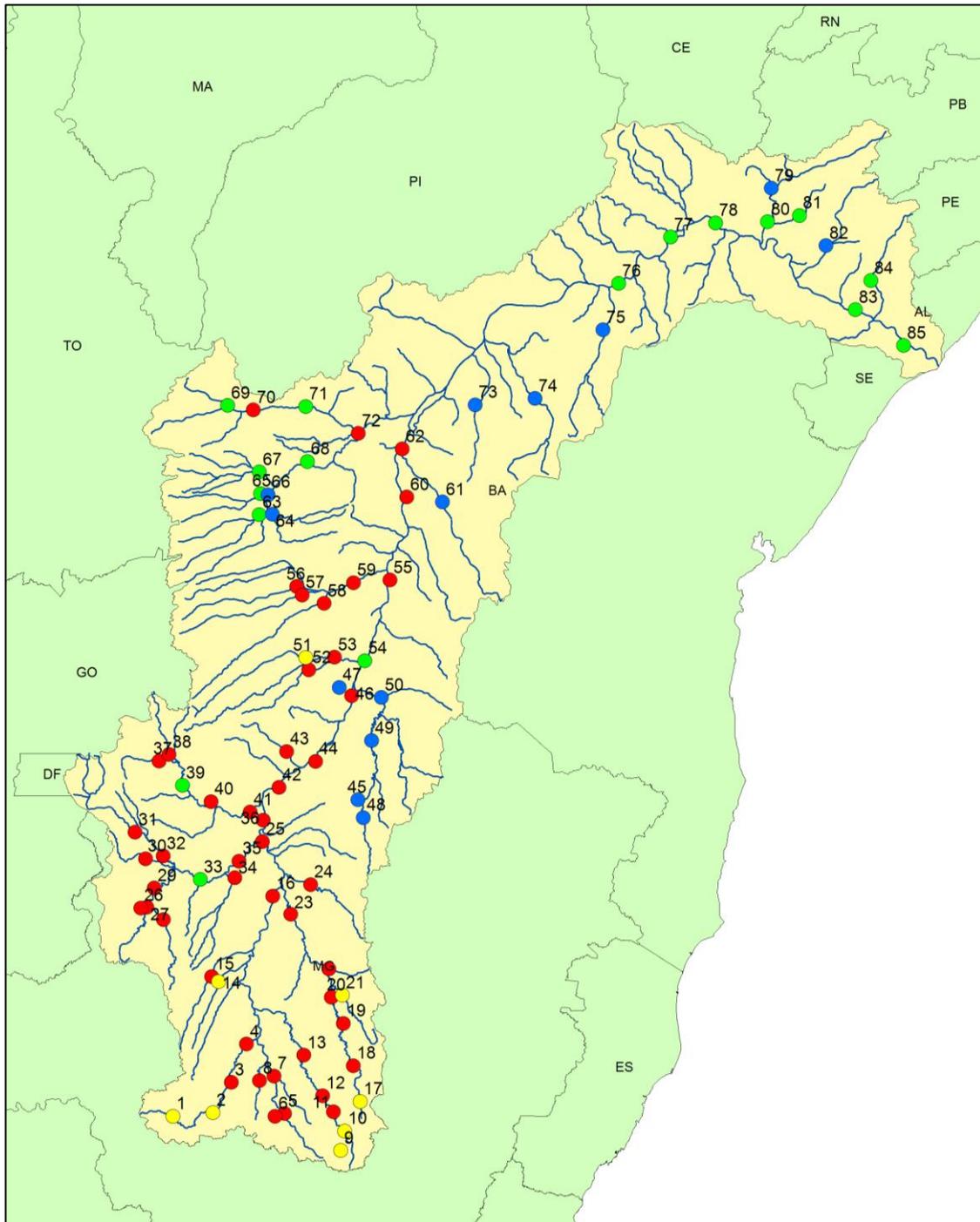


Figura 5-10 - Classificação de acordo com a calibração de ω . (amarelos: $\omega < 2,0$; vermelhos: $2,0 \leq \omega \leq 2,5$; verdes: $2,5 \leq \omega \leq 3,0$ e azuis: $\omega > 3,0$)

Uma análise na distribuição espacial dos resultados calibrados permite observar que as bacias com altos valores de ω estão quase todas localizadas na margem direita do rio São Francisco, mais precisamente na região que cobre a parte norte do estado de Minas Gerais e o interior do estado da Bahia. Uma característica em comum dessas bacias são os baixos

índices fluviométricos, com vazões anuais inferiores a 100 mm. Quanto aos erros amostrais, nota-se que, em geral, as bacias correspondentes aos círculos azuis na Figura 5-10 apresentaram elevados erros associados à estimativa de ω . Pode-se afirmar que, pelo menos para as bacias estudadas no rio São Francisco, regiões com características extremamente áridas, com baixa produção específica de escoamento, apresentam maior dificuldade na estimativa do parâmetro ω de Fu.

As bacias localizadas no trecho mais alto do rio São Francisco, que possui suas nascentes no estado de Minas Gerais, apresentaram comportamento mais homogêneo em relação às demais. As 44 primeiras bacias, de acordo com a numeração sequencial que consta na Tabela A-2, apresentam ω calculados muito próximos. Pela análise dos erros amostrais dessas bacias, não é possível afirmar que as mesmas apresentam valores de ω distintos, já que os intervalos associados aos erros se sobrepõem para alguns valores. A baixa variabilidade entre os valores de ω das bacias servem como um indicativo de um comportamento hidrológico semelhante. Estudos futuros mais detalhados poderão comprovar estatisticamente a homogeneidade da região.

5.1.2.2 - Regionalização do parâmetro ω

A Tabela 5-4 apresenta os resultados dos estudos de regionalização com base nos dados de longo período das 85 bacias do rio São Francisco avaliadas. Os cinco modelos avaliados foram numerados de acordo com o número de variáveis inclusas e utilizou-se o *WLS* para a estimativa dos coeficientes da regressão. De forma semelhante ao que foi realizado para as bacias cearenses, a matriz de variâncias amostrais Σ foi estimada a partir das variâncias amostrais dos 1.000 ω calculados por bacia pelo emprego do *bootstrap* (item 4.4.2.1).

Adotou-se a mesma premissa dos estudos de regionalização das bacias cearenses, no qual foi considerada a inclusão de apenas uma das quatro variáveis de sazonalidade (P_{sem2}/P_y , P_4/P_y , P_6/P_y e P_{maxE0}/P_y) na seleção dos modelos.

Tabela 5-4 - Resultados do estudo de regressão para o parâmetro ω da equação de Fu para as sub-bacias do rio São Francisco (longo período). Os valores em parênteses correspondem ao desvio-padrão de cada coeficiente

Modelo	Coeficientes								σ_ε^2	VAM	VMP	R ²
	β_0	<i>EVI</i>	<i>LSWI</i>	P_y	P_{sem2}/P_y	P_6/P_y	P_{maxE0}/P_y	<i>Cvm</i>				
0	2,49 (0,06)	-	-	-	-	-	-	-	0,302	0,004	0,306	0,00
1	4,02 (0,23)	-	-	-0,0013 (0,0002)	-	-	-	-	0,178	0,005	0,183	0,38
2	3,31 (0,31)	-	-	-0,0017 (0,0002)	2,58 (0,81)	-	-	-	0,156	0,006	0,162	0,45
3	5,12 (0,49)	-	7,04 (4,18)	16,15 (5,61)	-	-	-14,40 (7,39)	-	0,164	0,008	0,172	0,44
4	-9,04 (3,79)	23,57 (13,1)	-24,54 (9,78)	-	-	6,37 (2,66)	-	4,20 (1,03)	0,214	0,014	0,228	0,29

Legenda: *EVI* e *LSWI* = índices de vegetação; P_y = chuva total anual; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P_6 = chuva acumulada nos seis meses mais secos; P_{maxE0} = chuva acumulada nos seis meses de maior ETP; *Cvm* = coeficiente de variação da chuva mensal; σ_ε^2 = variância do erro do modelo; VAM = variância amostral média; VMP = variância média de predição.

A Tabela 5-4 mostra que o modelo que obteve melhor desempenho dentre os avaliados não foi aquele com maior número de variáveis, como era esperado inicialmente. Porém, vale observar que houve modelos com três e quatro variáveis que apresentaram desempenho consideravelmente melhor aos modelos 3 e 4 apresentados na Tabela 5-4, mas os mesmos não satisfizeram ao critério de coeficientes estatisticamente diferentes de zero pelo teste *t-Student*. O modelo 4 teve desempenho inferior aos modelos 2 e 3, tanto no critério da VMP, quanto no R^2 , e o modelo 3 apresentou VMP superior à do modelo 2.

O modelo 0, que aplica somente um valor médio de 2,49 para o parâmetro ω , apresentou o pior desempenho (VMP = 0,306). O modelo 1 inclui na regressão uma variável: a chuva anual P_y . Por sinal, a variável P_y esteve presente em praticamente todas as alternativas selecionadas, indicando que a mesma possui boa correlação com o parâmetro ω e boa representatividade da variabilidade de ω . Em comparação ao modelo 0, o modelo 1 obteve resultado 40% melhor tanto quanto à variância do erro do modelo, quanto de VMP. O modelo 1 apresentou R^2 de 0,38, resultado este que pode ser considerado baixo. A inserção de P_{sem2}/P_y na equação de regressão, correspondente ao modelo 2, resulta em uma redução em 11% no VMP, que atinge seu menor valor dentre os modelos avaliados. Embora seja a opção mais atraente, o R^2 do modelo 2 foi de 0,45, indicando representatividade não tão satisfatória quanto à variabilidade espacial de ω na bacia

O modelo 3 emprega as variáveis $LSWI$, P_y e P_{maxE0}/P_y e, apesar de incorporar à equação mais um parâmetro explicativo, possui desempenho 6% pior que o modelo 2 quanto à VMP, justificando assim a manutenção do modelo 2 como escolha mais razoável. O modelo 4 contempla, além da variável de sazonalidade P_6/P_y , o coeficiente de variação de chuva mensal (Cvm) e os índices de vegetação EVI e $LSWI$. Porém, o VMP de 0,228 indica que a consideração de uma quarta variável no modelo não representa ganho suficiente que justifique sua inserção, sendo o modelo 2 ainda mais interessante.

De posse dos modelos selecionados, avaliou-se o desempenho dos mesmos na predição dos parâmetros ω , dos valores de longo período de E/P , E e Q , via análise de validação cruzada. Para cada um dos cinco modelos escolhidos foram comparados os parâmetros ω calibrados e os resultantes das respectivas equações de regressão. Posteriormente, a partir dos parâmetros ω calculados para cada bacia e dos valores de P observados pode-se aplicar a equação de Fu para obtenção da relação E/P e consequentemente dos valores de longo

período de E e Q . A Figura 5-11 apresenta os gráficos tipo *boxplot* dos resultados, de modo a fornecer uma melhor comparativa entre os modelos.

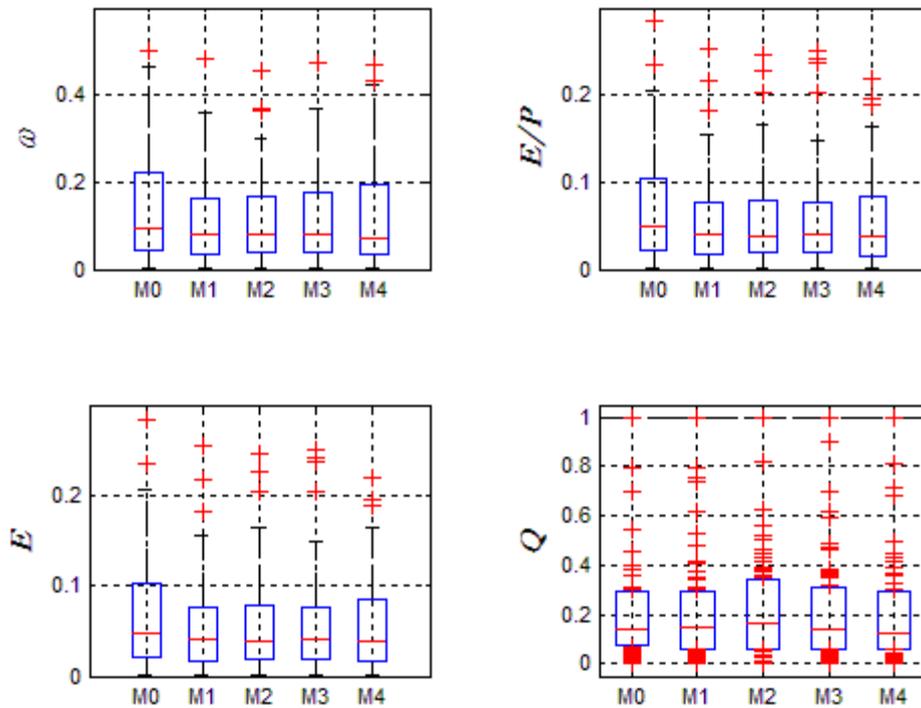


Figura 5-11 - Erro relativo de predição de ω , E/P , E e Q empregando diferentes modelos regionais de ω , cujos coeficientes são apresentados na Tabela 5-4. Resultados obtidos via estudo de validação cruzada

Na Figura 5-12 apresenta-se a comparação entre os valores observados e estimados pelo modelo 3. Os demais gráficos, relativos aos outros modelos, são apresentados da Figura C-5 à Figura C-8, do Apêndice C.

Como esperado pelos resultados anteriormente apresentados, o modelo 0, que assume um único ω para toda a região, obteve o pior desempenho na predição dos valores de longo termo de E/P , E e Q . Entretanto, a análise visual das figuras dos demais modelos não permite distinguir de forma tão clara a diferença entre os desempenhos dos modelos 1 a 4, como ficou evidente na comparação entre os modelos 0 e 1. Para melhor avaliação, a Figura 5-13 apresenta os índices de desempenho para cada modelo apresentado na Tabela 5-4, quando utilizados para a predição de E de longo período.

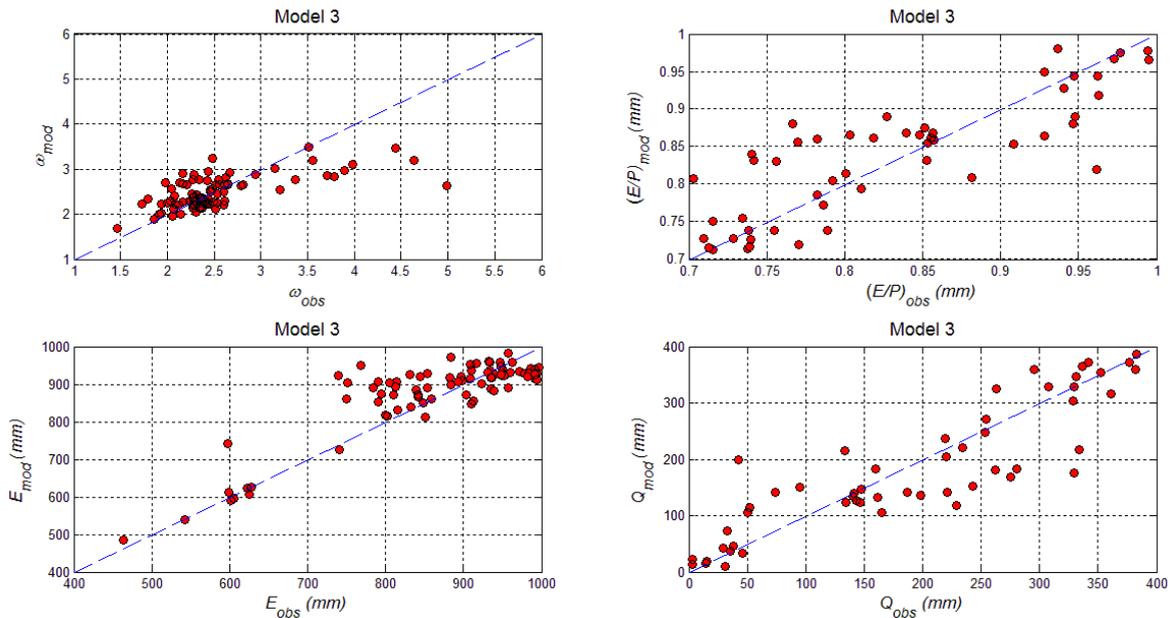


Figura 5-12 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 3.

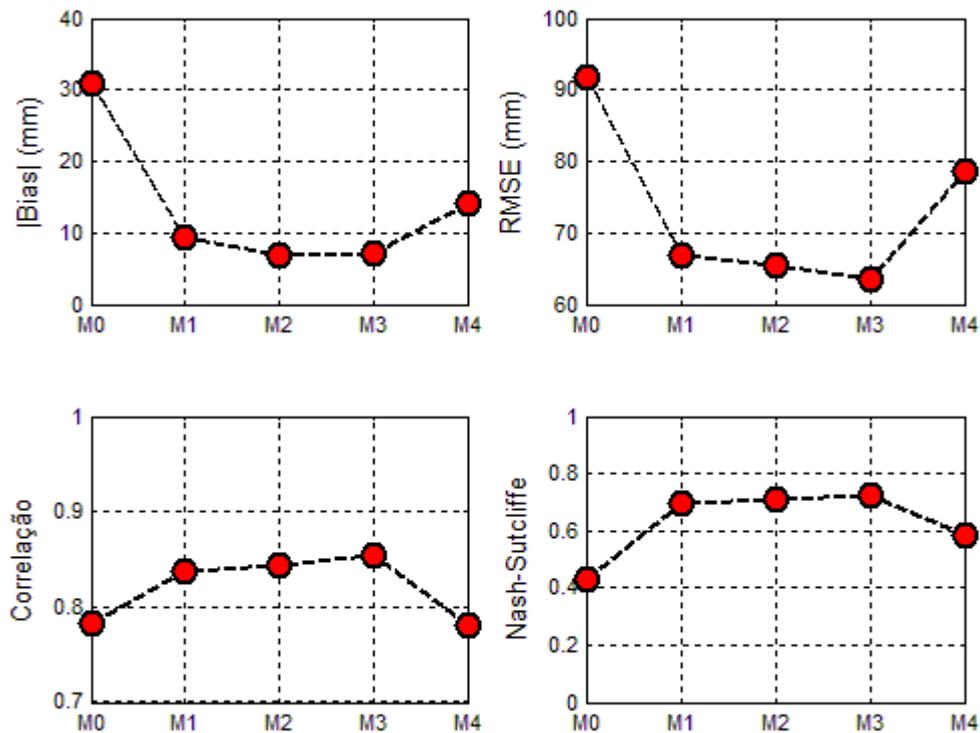


Figura 5-13 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de E para a escala de longo período obtidos via análise de validação cruzada. Bacias do rio São Francisco.

Entre os modelos, os resultados observados se assemelham às análises anteriores. Ou seja, observa-se uma grande diferença entre o desempenho do modelo 0 e o modelo 1. No entanto, é possível agora observar claramente que o modelo 4 é inferior aos modelos 1 a 3,

cujos resultados estiveram em um mesmo patamar. Quanto ao coeficiente de correlação, o modelo 4 é inferior ao modelo 0, que aplica o simples ω médio regional. Novamente, destaca-se o ganho de representatividade associado à chuva anual P_y , variável comum aos modelos 1, 2 e 3.

Em geral, os resultados obtidos podem ser considerados animadores, a julgar pelos desvios absolutos calculados. Os coeficientes de correlação apresentaram valores em torno de 0,85, indicando proximidade entre os valores estimados e observados. Além disso, os coeficientes NS, próximos a 0,70 nos melhores modelos, também podem ser considerados satisfatórios.

A Figura 5-14 apresenta os índices de desempenho para cada modelo apresentado na Tabela 5-4, quando utilizados para a predição de Q de longo período.

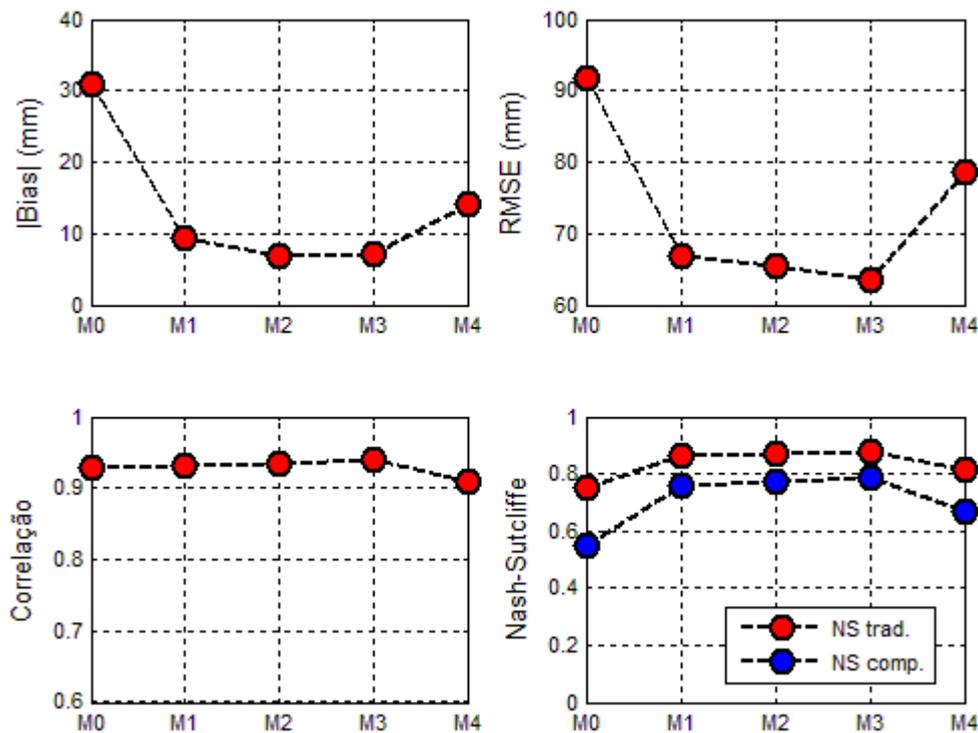


Figura 5-14 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de Q para a escala de longo período obtidos via análise de validação cruzada. Bacias do rio São Francisco.

A comparação dos resultados da Figura 5-13 aos da Figura 5-14 permite observar que o desempenho dos modelos quanto ao *bias* (mm) e ao *RMSE* (mm) foram semelhantes em módulo para as estimativas de E e Q . No entanto, quando analisados os desempenhos

quanto ao coeficiente de correlação e NS , houve uma melhora significativa. Enquanto ao estimar E o melhor modelo obteve resultado médio de 0,73, este valor aumentou para 0,88 na estimativa de Q .

Os modelos propostos apresentaram desempenho melhor que as metodologias aos quais foram confrontados, uma vez que foram obtidos NS tradicionais e comparativos muito bons. Como era esperado, os coeficientes NS comparativos (círculos azuis) apresentaram valores inferiores aos NS tradicionais, já que o primeiro índice compara Q obtido pelos modelos regionais ao método do coeficiente de *runoff*, mais complexo que a simples aplicação de um valor Q médio (NS tradicional). O cálculo de Q_{runoff} foi realizado conforme descrito no item 4.5.

Uma vez que é visível a equivalência de representatividade dos modelos 1 a 3, na predição de E e Q , por questão de parcimônia, optou-se por adotar como melhor alternativa o modelo 1, com uma única variável explicativa, P_y .

5.2 - ESCALA ANUAL

Em comparação à escala média de longo período, os procedimentos desenvolvidos para a escala anual foram semelhantes, salvo o método de cálculo do parâmetro ω de cada bacia. Como se dispunha de valores anuais de cada variável, a calibração do parâmetro ω de cada bacia foi realizada a partir da minimização do erro quadrático médio das séries anuais, ou seja, com base nas séries anuais observadas ou estimadas de P , E e E_0 , adotou-se para a bacia aquele valor de ω que resultasse no menor erro na estimativa da relação E/P pela aplicação da equação de Fu.

Tanto para o semiárido cearense, quanto para as sub-bacias do rio São Francisco, os valores calibrados de ω pelas séries anuais ficaram próximos aos calculados para a média de longo período. Em geral, quando houve diferença notável, os valores anualmente calibrados foram superiores aos de longo período. A Figura 5-15 ilustra as diferenças encontradas para as duas regiões, sendo a reta plotada em 45° a referência de valores iguais para as duas escalas temporais. A partir dos ω calibrados pode-se proceder com os estudos de regionalização.

(a)

(b)

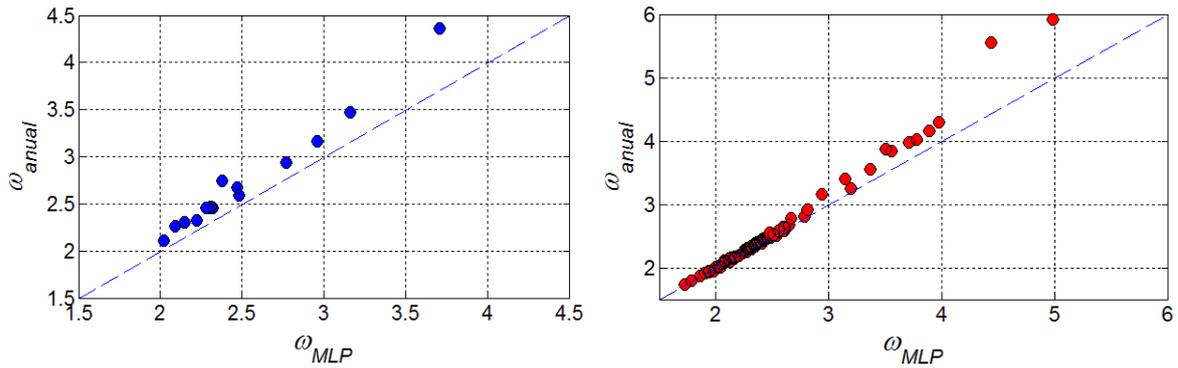


Figura 5-15 – Gráficos comparativos dos parâmetros ω calibrados para as diferentes escalas temporais e diferentes regiões estudadas. (a) Semiárido cearense (b) Sub-bacias do rio São Francisco.

5.2.1 - Semiárido cearense

Semelhante ao que foi feito para o longo período, foram gerados cinco modelos com diferentes graus de complexidade, contendo de zero a quatro variáveis explanatórias. A Tabela 5-5 apresenta um resumo dos modelos obtidos ao empregar a regressão *WLS*, que inclui na análise a incerteza na estimativa local de ω . A escolha do melhor modelo foi feita única e exclusivamente com base na VMP (eq. 4-12), apesar de a Tabela 5-5 também apresentar o valor de R^2 .

Os modelos selecionados consideram as mesmas variáveis do estudo de longo período. Logicamente, os índices de avaliação de representatividade σ_ε^2 , VAM e VMP são diferentes, já que a escala temporal avaliada é outra e a variabilidade dos dados observados é maior que as médias de longo período. Devido a isso, são observadas VMPs superiores na Tabela 5-5 em relação às da Tabela 5-3.

O modelo 0, que consiste na simples utilização do valor médio de ω , apresenta alta variância do erro do modelo (1,197) e VMP (1,272). Os demais modelos apresentados na Tabela 5-5 apresentam menores σ_ε^2 e VMPs.

Tabela 5-5 - Resultados do estudo de regressão para o parâmetro ω da equação de Fu para as bacias cearenses (escala anual). Os valores em parênteses correspondem ao desvio-padrão de cada coeficiente

Modelo	Coeficientes						σ_ε^2	VAM	VMP	R ²
	β_0	Cr	CN	SAT	P_{sem2}/P_y	P_d				
0	2,95 (0,28)	-	-	-	-	-	1,197	0,076	1,272	0,00
1	2,94 (0,18)	-	-	-	21,06 (4,95)	-	0,521	0,068	0,589	0,54
2	2,96 (0,14)	-0,040 (0,007)	0,140 (0,030)	-	-	-	0,318	0,064	0,382	0,73
3	2,95 (0,12)	-0,044 (0,006)	0,157 (0,025)	-	-	-0,257 (0,090)	0,199	0,055	0,254	0,82
4	2,95 (0,11)	-0,033 (0,007)	0,147 (0,030)	-0,047 (0,016)	14,25 (4,47)	-	0,164	0,057	0,222	0,86

Legenda: Cr = % sobre embasamento cristalino; CN = curva-número; SAT = capacidade de armazenamento do solo; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P_y = chuva total anual; P_d = média da precipitação diária em dias chuvosos; σ_ε^2 = variância do erro do modelo; VAM = variância amostral média; VMP = variância média de predição.

Assim como ocorrera na análise de longo período para as mesmas bacias, os modelos com mais variáveis explanatórias foram os que apresentaram melhor desempenho. O modelo 1, que inclui apenas a variável P_{sem2}/P_y , associada variação da chuva entre as estações seca e chuvosa, apresentou melhoria de 11% na variância do erro do modelo, enquanto a VMP foi reduzida de 1,272 para 0,589, em relação ao modelo 0.

Um modelo um pouco mais complexo, com duas variáveis explanatórias, apresenta maior representatividade da região que o modelo com apenas uma variável. Entretanto, o melhor modelo com duas variáveis não possui P_{sem2}/P_y como variável explanatória, mas as variáveis Cr e CN , associadas às condições geológicas e ao tipo e uso do solo da bacia, respectivamente. O modelo 2 possui σ_e^2 igual a 0,318 e VMP 35% menor que a VMP do modelo 1, justificando a incorporação de mais uma variável à equação.

Em relação ao modelo 2, a alternativa de três variáveis apresenta a variável P_d , relacionada à precipitação na região. A inclusão de P_d reduz σ_e^2 em 37%, de 0,318 (modelo 2) para 0,199 (modelo 3), e a VMP em 34%, de 0,382 (modelo 2) para 0,254 (modelo 3). As três variáveis do modelo 3 ajudam a explicar 82% da variabilidade regional de ω . Mais uma vez, justifica-se a inclusão da terceira variável, em função da melhoria na representatividade. Finalmente, o modelo 4, mais complexo (Cr , CN , SAT , P_{sem2}/P_y) possui VMP de 0,222, valor mais baixo entre os modelos apresentados, 13% menor que o modelo 3 e 83% menor que o modelo 0.

A Figura 5-16 apresenta o desempenho dos modelos na predição de E , em formato *boxplot*. Uma análise do *bias* e do *RMSE* das predições de E indica medianas próximas para os modelos 2 e 4. No entanto, a dispersão dos resultados, representado pela altura das caixas dos gráficos, sugere a escolha do modelo 4. Claramente, o modelo 2 apresentou a maior dispersão entre as alternativas avaliadas. O coeficiente de correlação apresentou resultados muito bons e próximos para todas as alternativas, não sendo conclusivo na escolha de uma opção. Já o coeficiente *NS* indica *performances* semelhantes para os modelos 3 e 4. A mediana do modelo 4 (0,95) apresenta leve vantagem sobre o modelo 3 (0,93). Os resultados de desempenho próximos entre os modelos 3 e 4 já eram esperados, uma vez que os σ_e^2 e VMPs (Tabela 5-5) foram semelhantes. Com base nestes valores de *NS*, pode-se dizer que a predição das séries anuais de E para as bacias cearenses foi muito boa.

Entretanto, em duas das 16 bacias avaliadas os resultados não foram bons, são elas: 35210000 (0,35) e 35223000 (-1,57). Essas duas bacias, localizadas na região centro-norte do estado, apresentaram os menores valores calibrados de ω , fato esse que pode estar relacionado aos baixos desempenhos obtidos. Como já abordado, ω baixos indicam bacias com características menos áridas. Além disso, a bacia 35223000 apresenta apenas nove anos hidrológicos completos de dados disponíveis, o que aumenta a incerteza quanto à representatividade da série adotada como observada naquele posto.

Na Figura 5-17 apresentam-se as comparações entre os valores observados e estimados pelo modelo 4. Nota-se que, apesar da visível a discrepância entre valores estimados e observados em algumas estações, em geral os pontos se posicionaram próximos à reta ideal. Os demais gráficos, relativos aos outros modelos, são apresentados da Figura C-9 à Figura C-12, do Apêndice C.

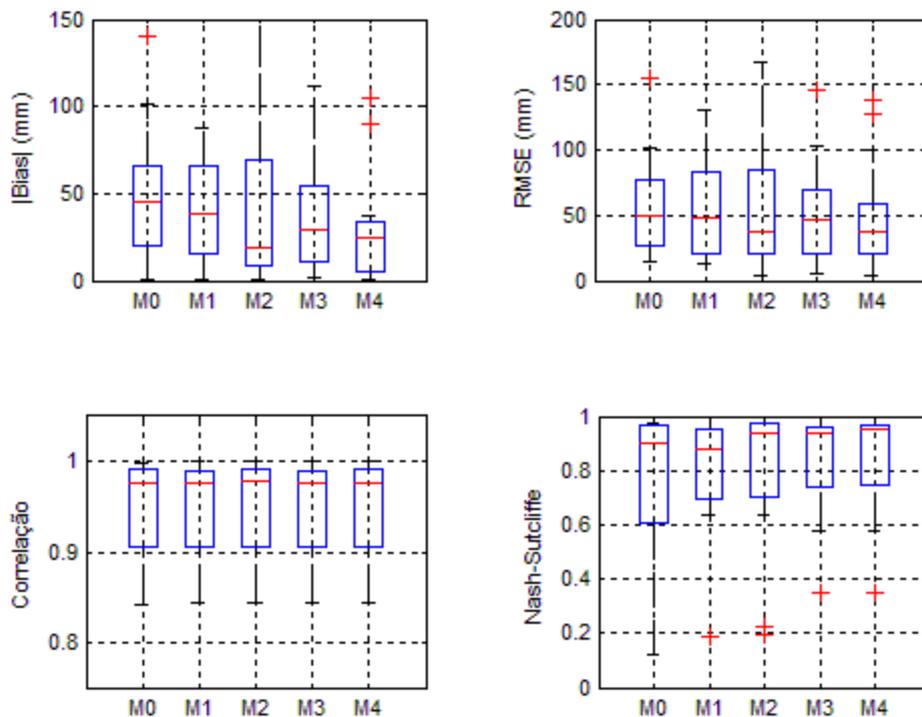


Figura 5-16 - Índices de desempenho na predição de series anuais de evapotranspiração real. Bacias do semiárido cearense.

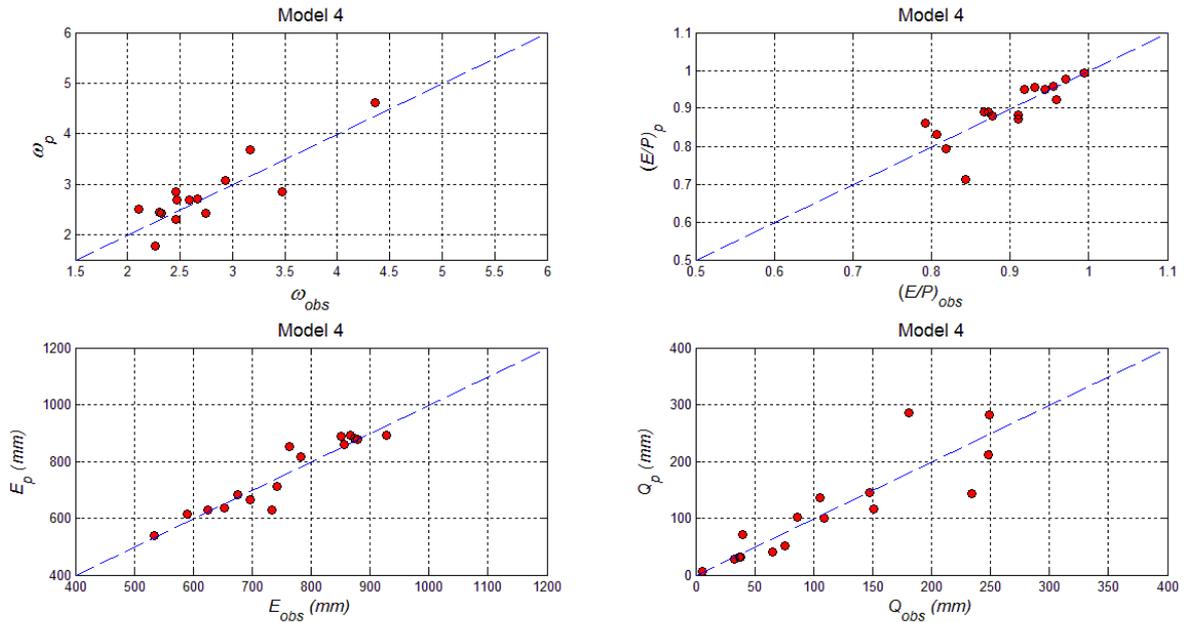


Figura 5-17 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 4.

Ainda quanto aos modelos 3 e 4, a Figura 5-18 ilustra as séries anuais de E simuladas para as bacias em estudo. A linha em azul representa os resultados da aplicação do modelo 3 e a linha vermelha os resultados do modelo 4. Na maior parte dos casos, não é sequer possível enxergar com clareza a linha vermelha. Diante disso, é possível concluir que, por critérios de parcimônia, a utilização do modelo 3 é mais interessante que o modelo 4, já que o primeiro apresenta uma variável a menos e é operacionalmente mais simples de ser aplicado.

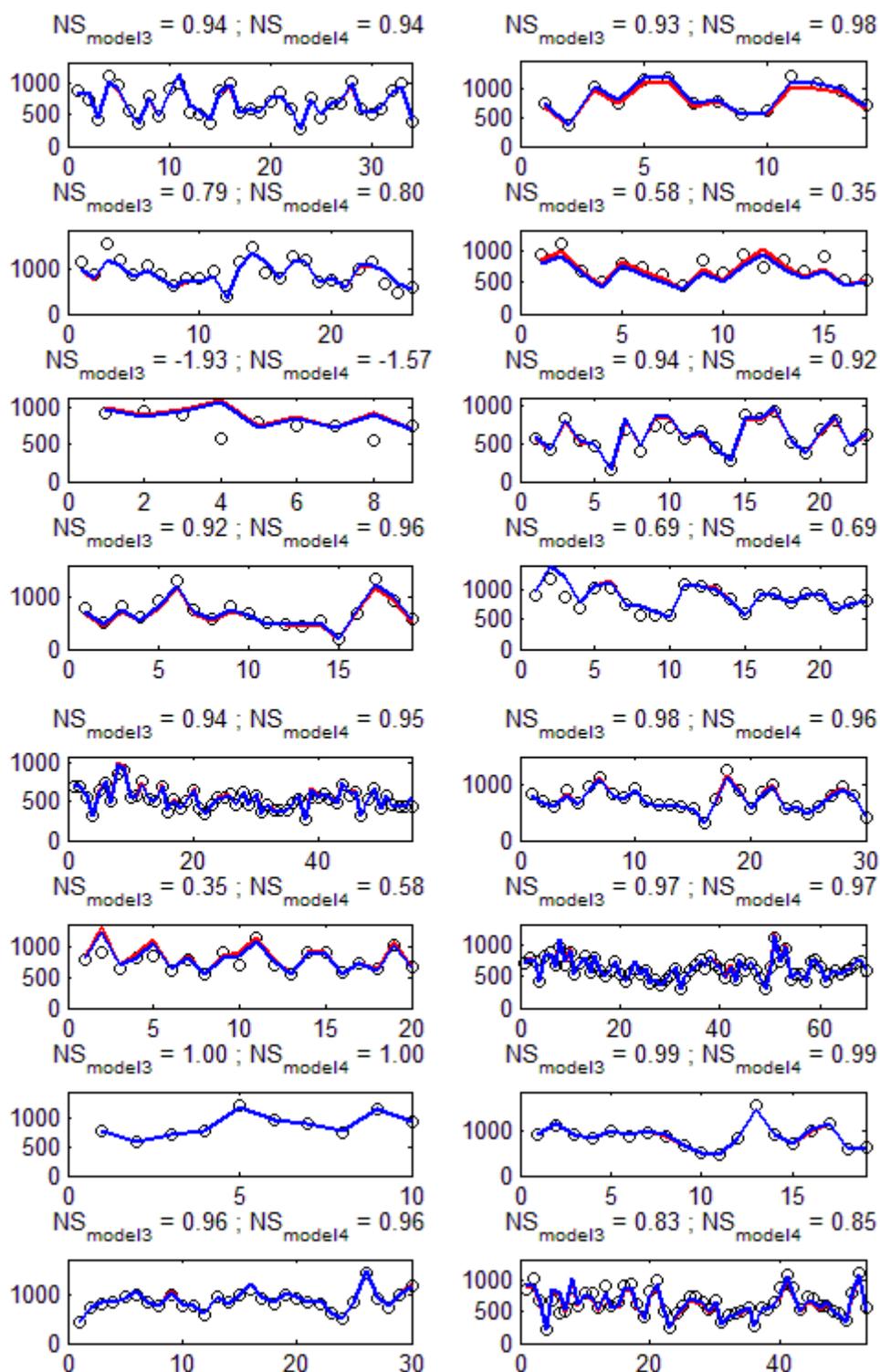


Figura 5-18 - Resultados da predição das séries anuais de E usando o modelo 3 (azul) e 4 (vermelho) para algumas bacias estudadas. Os círculos representam os valores observados. Unidades: (mm) nas ordenadas e (anos) nas abcissas.

A Figura 5-19 mostra os resultados obtidos na predição das séries anuais de Q . Na análise do NS tradicional, novamente as medianas dos modelos 3 e 4 ficaram próximas, com valor de 0,66. No entanto, diferente dos resultados da Figura 5-16, na predição de Q , o modelo 3

apresentou dispersão menor que o modelo 4, o que justificaria sua escolha por esse critério. Observa-se também que, assim como ocorrera para a escala temporal de longo período, os valores de NS na predição de Q foram consideravelmente inferiores aos da predição de E . Como já esperado, os coeficientes NS comparativos apresentaram valores menores que os NS tradicionais, mas o simples fato de serem positivos já sugere que os modelos propostos são superiores na predição das séries anuais em relação à simples aplicação de um coeficiente de *runoff*.

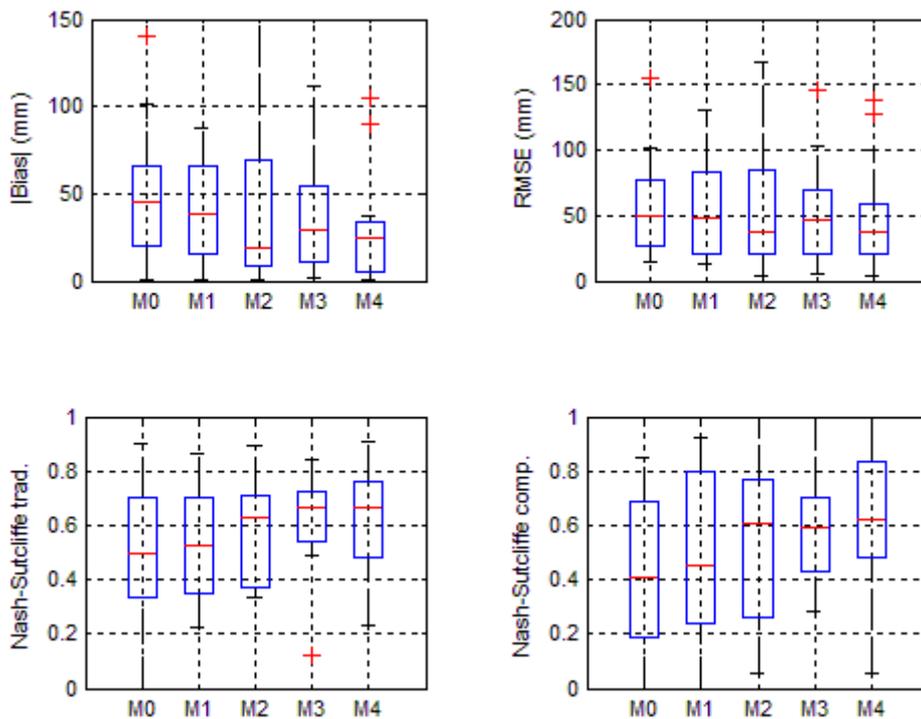


Figura 5-19 - Índices de desempenho na predição de séries anuais de vazão. Bacias do semiárido cearense.

Novamente, para melhor comparação entre os modelos 3 e 4, plotaram-se os gráficos das bacias em estudo, apresentados na Figura 5-20. De modo geral, os resultados foram satisfatórios para Q , e muito bons para E quando considerada a aplicação do modelo 3. 80% das bacias simuladas apresentaram NS superior a 0,50, enquanto 30% dos valores foram superiores a 0,70. Quanto às simulações da evapotranspiração real, 88% das bacias apresentaram NS superior a 0,50 e 63% NS superior a 0,90.

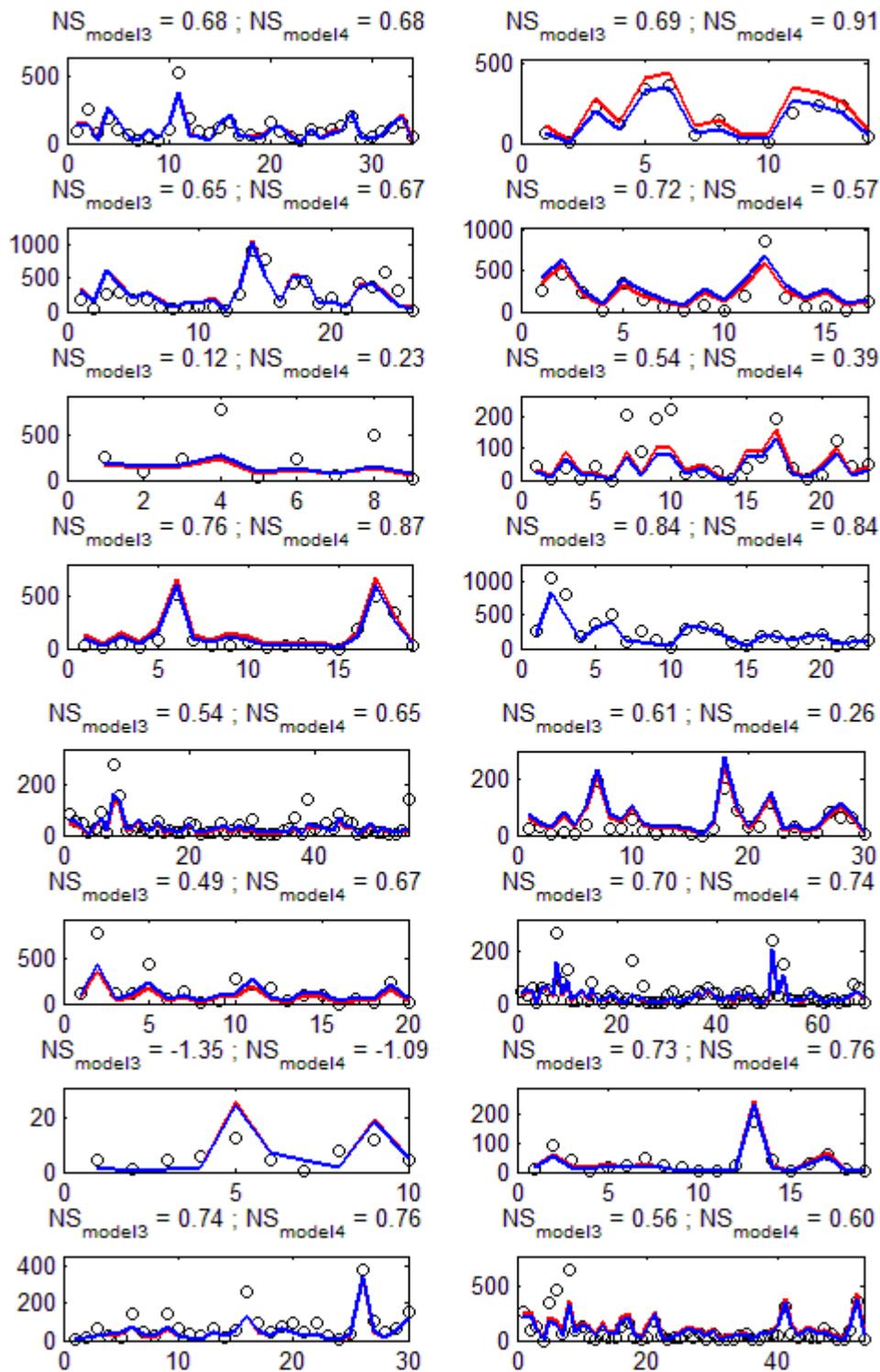


Figura 5-20 – Resultados da predição das séries anuais de vazão (Q) usando o modelo 3 (azul) e 4 (vermelho) para algumas bacias estudadas. Os círculos representam os valores observados. Unidades: (mm) nas ordenadas e (anos) nas abcissas.

5.2.2 - Bacia do rio São Francisco

Antes de desenvolver os estudos de regionalização propriamente ditos, decidiu-se, para a escala anual e de posse dos parâmetros ω calibrados, estimar as séries anuais de E e Q , a partir da simples aplicação da equação de Fu. A Figura 5-21 e a Figura 5-22 apresentam no formato de gráficos *boxplot*, o desempenho na predição das séries de E e Q , respectivamente. São ilustrados, além dos desvios absolutos, em mm, os erros relativos das simulações das séries anuais das 85 bacias analisadas.

Os resultados obtidos mostraram que o desempenho no cálculo das séries variou de acordo com a região e as características de cada bacia. De modo geral, a predição das séries anuais de evapotranspiração real (E) apresentou baixos desvios em relação aos valores observados, como pode ser visto na Figura 5-21. É possível notar que as bacias com maior numeração, a partir da bacia 40, apresentaram medianas ligeiramente mais baixas e menor dispersão dos resultados, já que a diferença entre os quartis limitados pelas caixas é claramente menor. Conforme já citado em capítulo anterior e de acordo com a Figura 5-10, a numeração das bacias segue ordem crescente no sentido das nascentes para a foz do rio São Francisco, ou seja, de sul para norte. Portanto, as bacias que apresentaram maiores desvios e dispersão na predição de E , em análise absoluta e relativa, foram aquelas mais próximas às nascentes, no estado de Minas Gerais.

Quanto à predição das séries anuais de vazão (Q), ilustradas na Figura 5-22, observou-se comportamento semelhante a E nos resultados dos desvios absolutos, sendo que as 40 primeiras bacias apresentaram medianas maiores, além de maiores dispersões. Porém, ao avaliar os resultados relativos, pode-se notar que as maiores medianas, bem como as maiores dispersões correspondem às bacias com numeração maior, principalmente de 45 a 50 e da bacia 72 a 85. Em alguns casos, a diferença entre primeiro e terceiro quartil foi superior a 0,5, com *outliers* extremamente elevados, superiores a 3,0. Os altos erros relativos indicam que estas bacias possuem menor produção de escoamento que as de numeração menor, já que pequenos desvios específicos resultaram em grandes desvios relativos. A estimativa das séries de vazões nessas bacias é, portanto, mais difícil, pois há maior sensibilidade nos resultados em função da baixa magnitude dos valores de vazão. As 40 primeiras bacias apresentaram resultados satisfatórios, com as medianas dos erros

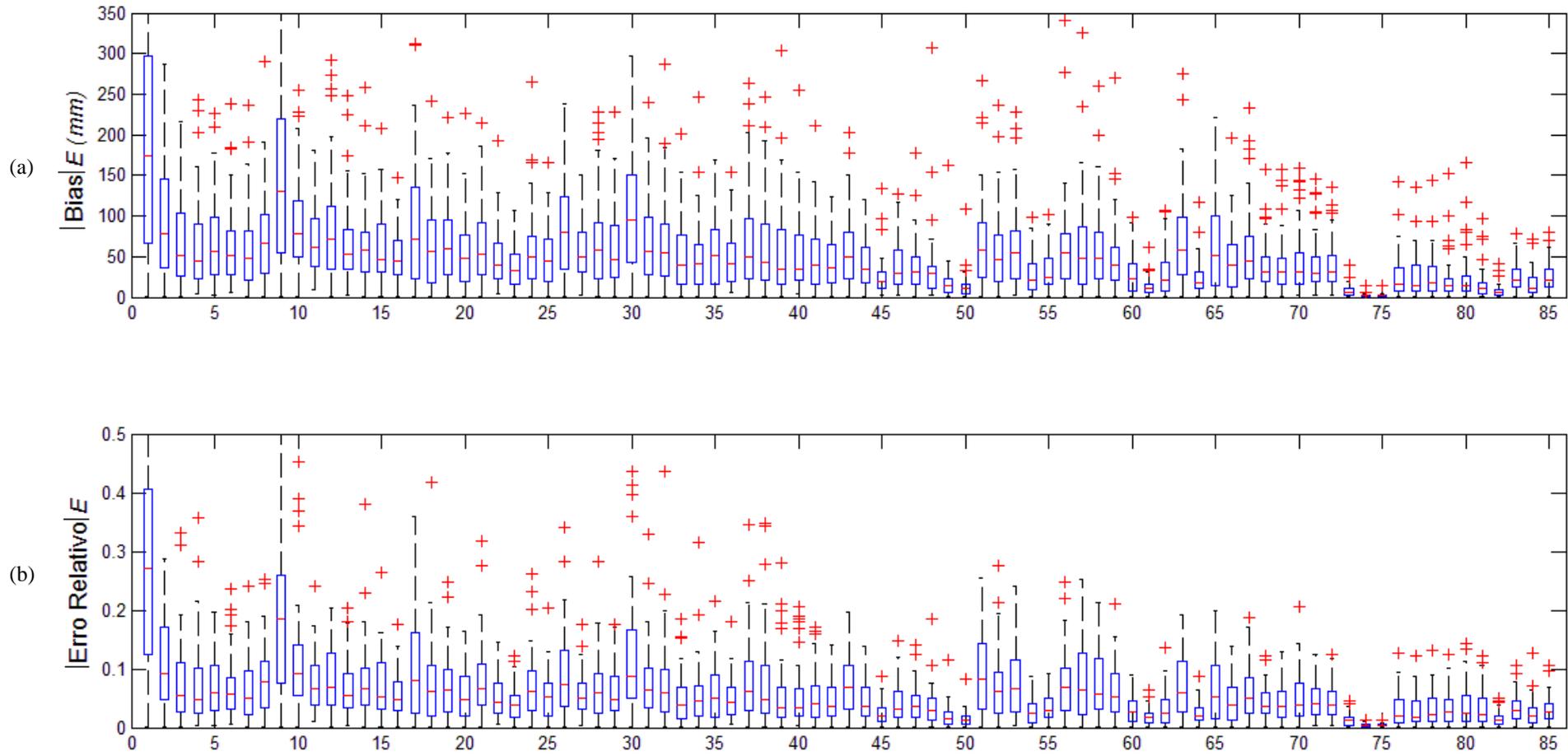


Figura 5-21 - Gráficos *boxplot* dos resultados das simulações das séries anuais de evapotranspiração real (E) avaliadas de acordo com o (a) módulo do *bias* (mm) e (b) módulo do erro relativo médio.

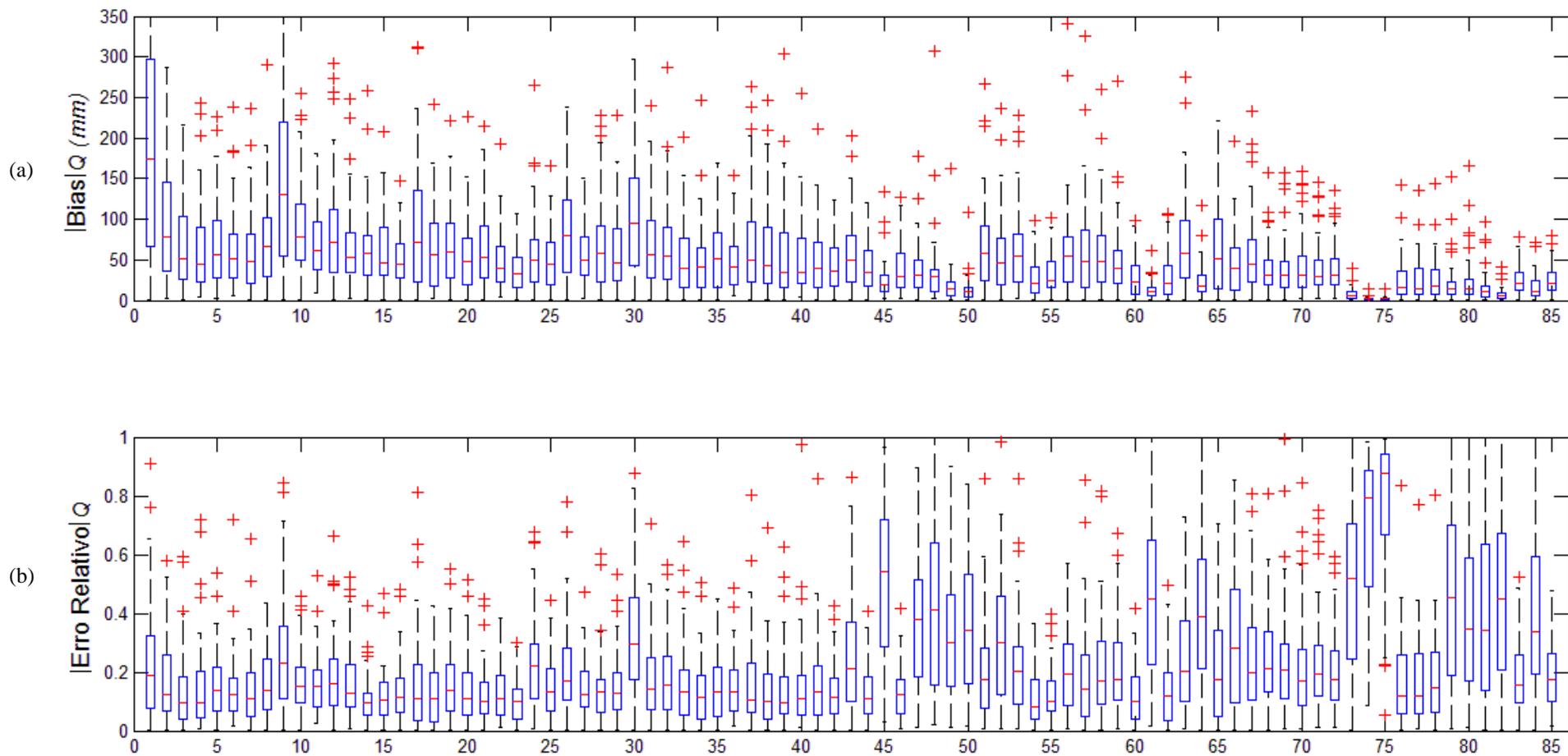


Figura 5-22 - Gráficos *boxplot* dos resultados das simulações das séries anuais de vazão (Q) avaliadas de acordo com o (a) módulo do *bias* (mm) e (b) módulo do erro relativo médio.

absolutos e relativos médios ultrapassando 100 mm e 0,2, respectivamente, apenas em alguns casos.

A Figura 5-23 (a) indica que há relação entre o valor de ω calibrado e as bacias que apresentaram elevadas medianas do erro relativo. É possível observar que apenas uma bacia com ω calibrado acima de 3,0 apresentou mediana do erro relativo médio inferior a 0,30. É válido lembrar que um valor maior de ω indica que a evapotranspiração é limitada pela precipitação e a bacia tende a apresentar características de aridez. Ao avaliar as vazões médias anuais, pode-se, de fato, concluir que as piores predições foram em bacias com vazões médias baixas, como indicado pela Figura 5-23 (b). Novamente, por ser um índice de desempenho relativo, o erro médio relativo penalizou essas bacias de forma significativa, já que 13 delas possuem vazões médias inferiores a 100 mm. Ou seja, um desvio médio absoluto de apenas 50 mm na predição da série de Q dessas bacias resulta em erros relativos muito altos.

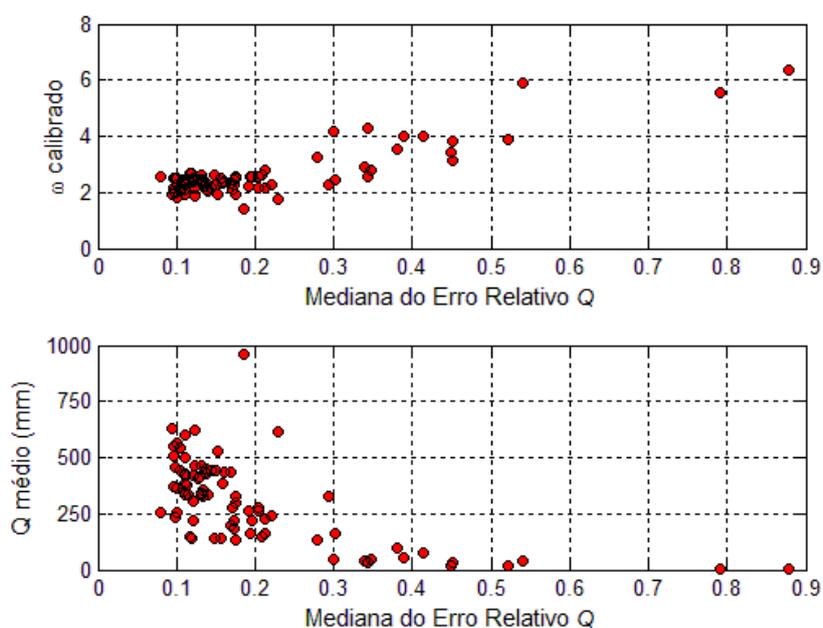


Figura 5-23 - Relação entre a mediana do erro relativo na predição das séries anuais de vazão e (a) o ω calibrado e (b) Vazão anual média.

A Tabela 5-6 apresenta os resultados dos estudos de regionalização do parâmetro ω da equação de Fu com base nas séries anuais e variáveis fisiográficas e climáticas das sub-bacias do rio São Francisco.

Tabela 5-6 - Resultados do estudo de regressão para o parâmetro ω da equação de Fu para as sub-bacias do rio São Francisco (escala anual). Os valores em parênteses correspondem ao desvio-padrão de cada coeficiente

Modelo	Coeficientes						σ_ε^2	VAM	VMP	R ²
	β_0	LSWI	P_y	P_{sem2}/P_y	P_{sem2}/E_0	P_4/P_y				
0	2,61 (0,09)	-	-	-	-	-	0,676	0,008	0,684	0,00
1	4,88 (0,34)	-	-0,0019 (0,0003)	-	-	-	0,429	0,010	0,440	0,36
2	3,77 (0,46)	-	-0,0026 (0,0003)	3,93 (1,20)	-	-	0,382	0,014	0,395	0,43
3	4,33 (0,56)	10,86 (6,36)	-0,0029 (0,0004)	3,29 (1,24)	-	-	0,372	0,018	0,390	0,45
4	5,89 (0,55)	14,32 (6,28)	-0,0026 (0,0004)	-	-2,64 (1,50)	6,15 (3,57)	0,392	0,024	0,416	0,42

Legenda: TAWC = capacidade de armazenamento do solo (mm/m); LSWI = índice de vegetação; P_y = chuva total anual; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P_4 = chuva acumulada nos quatro meses mais secos; σ_ε^2 = variância do erro do modelo; VAM = variância amostral média; VMP = variância média de predição.

O coeficiente linear β_0 obtido para o modelo 0 foi de 2,61, valor superior ao β_0 do modelo 0 calculado para as mesmas bacias na escala de longo período. A VMP de 0,684 do modelo 0 sofre redução em 36% quando no modelo 1 incorpora-se o parâmetro P_y à equação de regressão. Além disso, a variância do erro do modelo (σ_ε^2) sofre redução de 0,676 para 0,429, o que representa um ganho significativo na estimativa de ω . O modelo 2 acrescenta à equação o parâmetro P_{sem2}/P_y , o que representa uma melhora em 10% a VMP e um benefício considerável no R^2 , que passa de 0,36 para 0,43.

Além de P_y e P_{sem2}/P_y , o modelo 3 acrescentou à equação o índice de vegetação $LWSI$. Em relação ao modelo 2, a utilização de três variáveis resulta em uma modesta redução na VMP de 0,395 para 0,390 e melhoria no R^2 de 0,43 para 0,45. Portanto, nesse caso a incorporação de mais uma variável não parece ser tão vantajosa. Já os resultados para o modelo 4, com as variáveis $LWSI$, P_y , P_{sem2}/E_0 e P_4/P_y , indicam piora (aumento) da VMP em relação ao modelo 3, com redução do R^2 de 0,45 para 0,42. Semelhante ao observado nos estudos de regionalização de longo termo, mesmo tendo o melhor desempenho dentre os selecionados, o modelo 3 ainda não conseguiu descrever bem o comportamento espacial de ω na bacia, visto que apresentou R^2 baixo, de 0,45.

De posse dos parâmetros ω calculados pela aplicação dos modelos, utilizou-se a equação de Fu na estimativa das séries anuais de E/P , E e Q para poder avaliar a aderência dos modelos propostos e comparar os resultados obtidos às séries observadas nas bacias. Novamente, a título de exemplo, a Figura 5-24 apresenta os gráficos comparativos entre os resultados da aplicação dos modelos e os valores observados para facilitar a visualização. Cada ponto indica um valor médio obtido para cada bacia da variável, E/P , E ou Q . Ou seja, apesar de o cálculo ter sido realizado a cada ano, totalizando 4.505 anos (85 x 53), Os gráficos dos demais modelos são apresentados da Figura C-13 à Figura C-16 do Apêndice C.

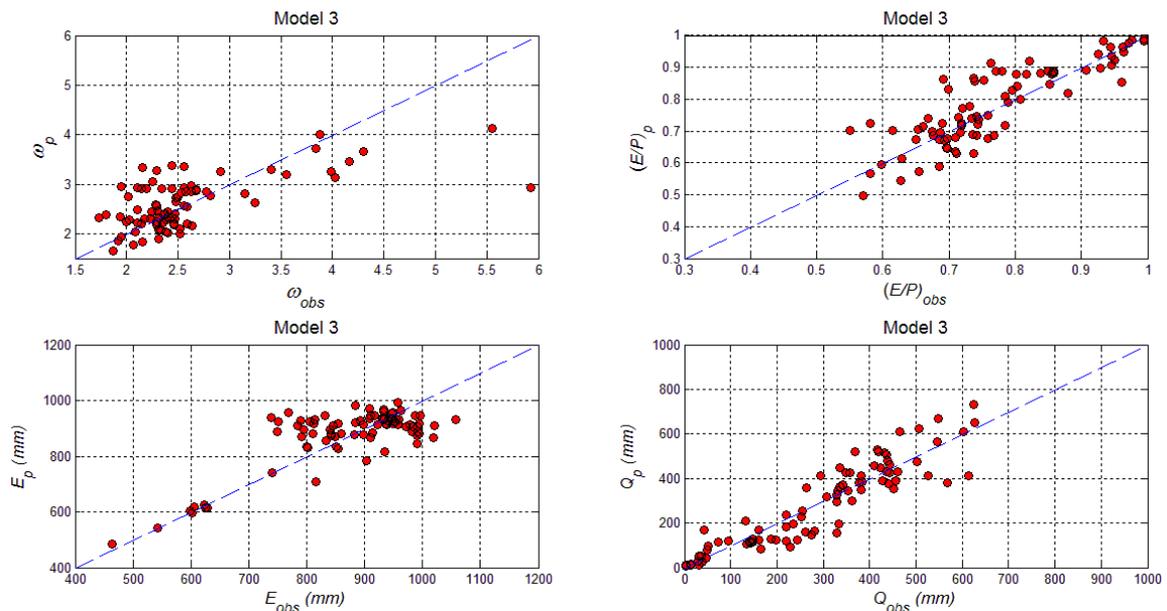


Figura 5-24 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 3.

A Figura 5-25 apresenta os gráficos tipo *boxplot* dos erros médios relativos dos resultados, na tentativa de obter uma melhor comparação entre os modelos. Nota-se que as medianas para a estimativa de E para todos os modelos ficaram próximas a 5%, o que pode ser considerado muito bom. Já as predições médias para Q ficaram mais distantes dos valores observados. As medianas dos erros relativos ficaram próximas a 0,2 para todos os modelos. Chama a atenção o fato que o modelo 0, que não emprega a variáveis explanatórias, ter apresentado intervalo interquartil ($Q_{75\%} - Q_{25\%}$) menor que os demais modelos. Porém, a avaliação dos *outliers*, que não foram totalmente apresentados nos gráficos por questão de escala, permite notar que visualmente o modelo 3 supera os demais.

No entanto, não é possível, apenas com base na análise dos erros relativos médios, concluir qual modelo é mais representativo. Diante disso, procedeu-se com a avaliação dos índices de desempenho. Primeiramente, aplicou-se as equações das métricas a todos os valores anuais, resultando em um valor de cada índice, por modelo, quanto à predição de E e Q . Em seguida, foi realizada uma avaliação por bacia. A Figura 5-26 e a Figura 5-27 apresentam os resultados obtidos de acordo com a abordagem geral na predição de E e Q respectivamente.

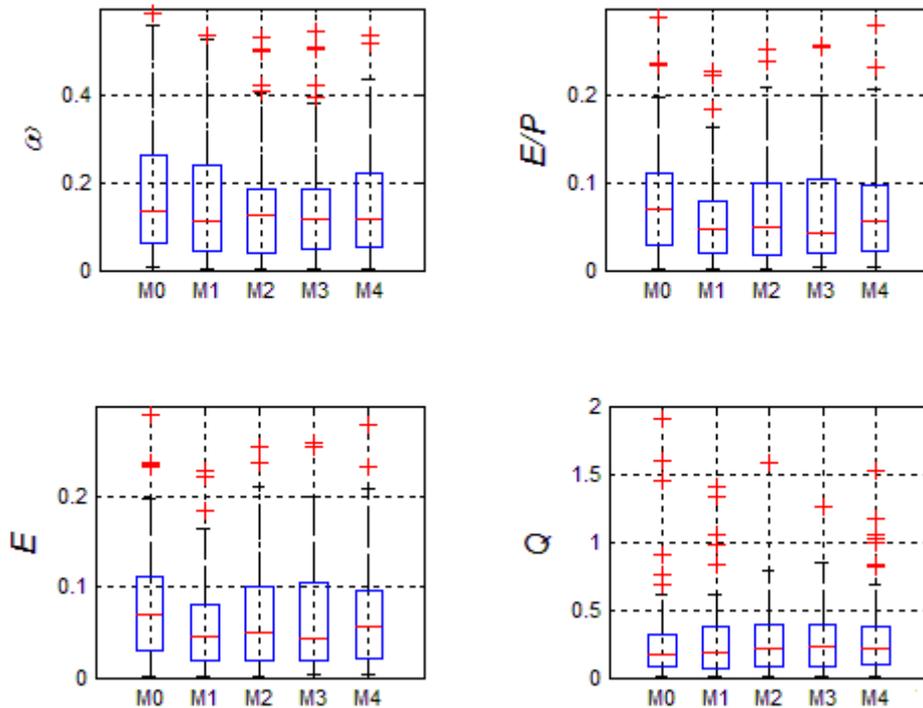


Figura 5-25 - Gráficos tipo *boxplot* dos erros relativos médios na predição de ω e das séries anuais de E/P , E e Q . Bacias do rio São Francisco.

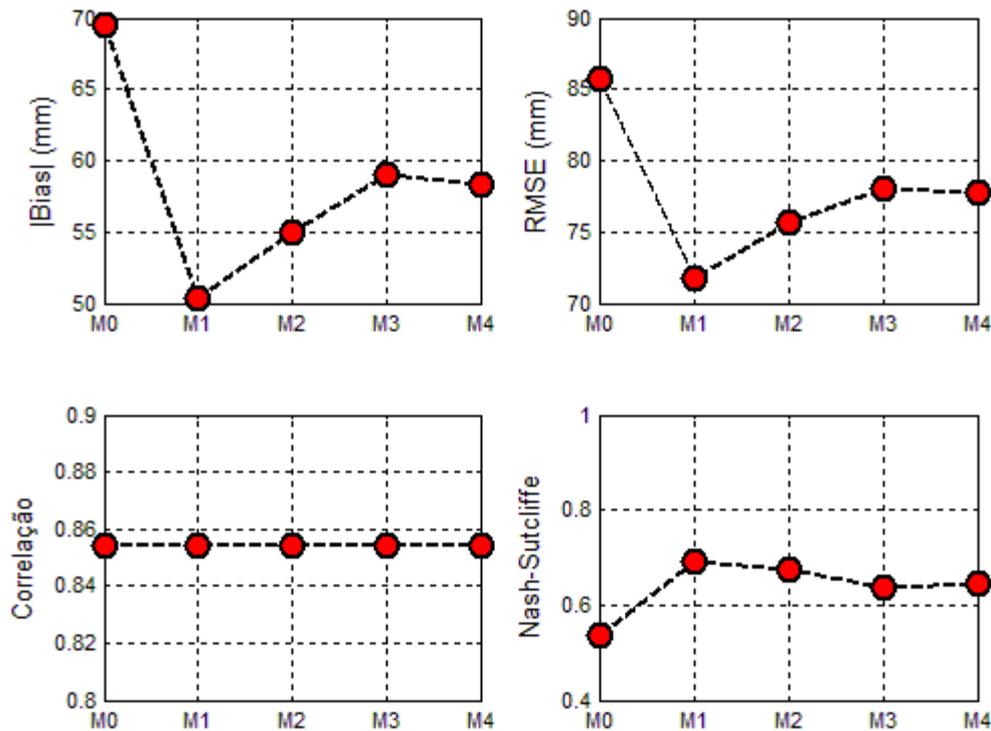


Figura 5-26 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de E para a escala anual. Avaliação geral para as bacias do rio São Francisco.

Os diferentes índices aplicados apontam para diferentes escolhas do melhor modelo a ser adotado. Nota-se claramente que o modelo 1, que incorpora apenas P_y em sua equação de

regressão, não foi o modelo com o melhor desempenho quanto ao *bias* (mm). Porém, ao avaliar as demais métricas, este foi o modelo que apresentou os melhores resultados, com *NS* próximo a 0,70. Tal constatação é interessante pois mostra que um modelo simples, com apenas uma variável explanatória, obteve bom desempenho na estimativa das séries anuais de *E*. Além disso, vale observar que, novamente, semelhante ao que ocorrera para o longo período, a chuva anual acumulada P_y foi responsável por explicar boa parte da variabilidade espacial de ω .

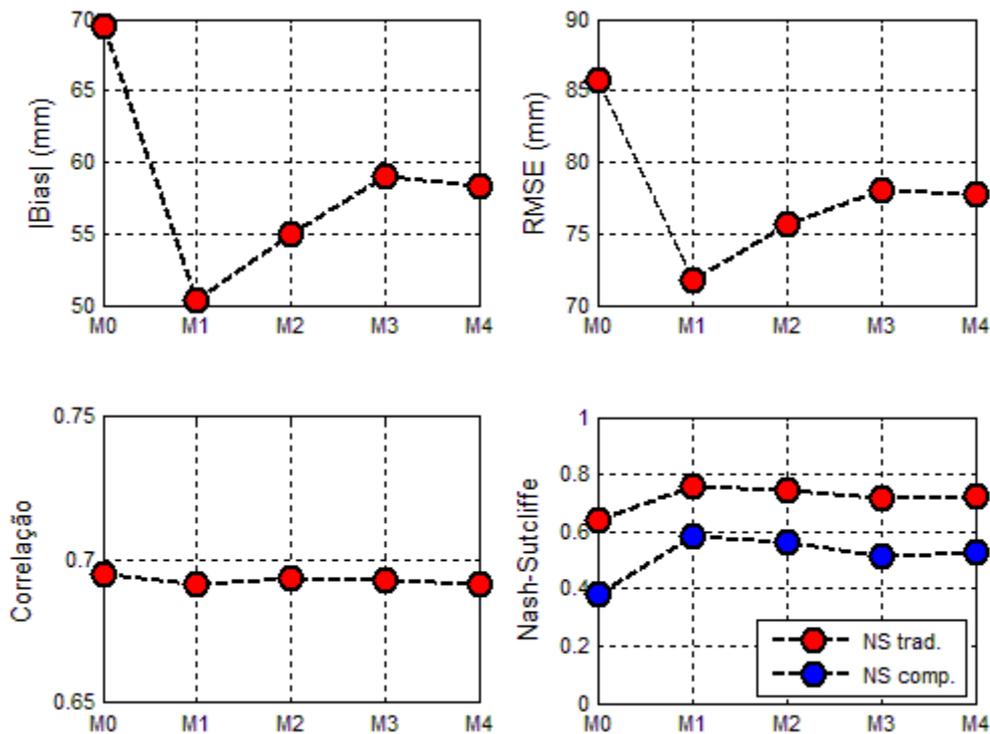


Figura 5-27 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de Q para a escala anual. Avaliação geral para as bacias do rio São Francisco.

Na análise da estimativa das séries anuais de vazão (Q), novamente foi empregado, além do coeficiente *NS* tradicional, o *NS* comparativo. De acordo com os resultados da Figura 5-27, mais uma vez, o modelo 1 apresentou o melhor desempenho, com coeficiente *NS* tradicional próximo a 0,80 e *NS* comparativo de em torno de 0,60, valores estes que são considerados satisfatórios. Para o modelo 1, 60% das bacias ficaram acima de 0,50 e 30% acima de 0,70. É interessante observar que o desempenho dos modelos na predição das séries anuais de Q foi melhor que na predição de E , como aconteceu na análise de longo período.

A outra análise das métricas de desempenho foi realizada por bacia. Ou seja, cada índice foi calculado individualmente para cada uma das 85 bacias. A maior diferença dessa abordagem em relação à geral, previamente apresentada, consiste no cálculo de *NS*. Na abordagem geral, *NS* indica o benefício do modelo proposto comparado à utilização de um valor médio anual de *E* ou *Q* para toda a bacia do rio São Francisco. Já na análise por bacias, o cálculo é realizado individualmente, sendo o desempenho do modelo para aquela bacia comparado ao emprego de um valor médio dos 56 anos hidrológicos observados. Desta forma, espera-se obter resultados piores em relação aos apresentados na Figura 5-27, já que o confronto-se os modelos propostos a valores médios observados na própria bacia, e não mais a médias gerais dos 4.505 anos de amostra.

Como são 85 índices calculados, para cada modelo optou-se por apresentar os resultados no formato *boxplot*, afim de facilitar sua avaliação. A Figura 5-28 apresenta o desempenho para predição de *E*.

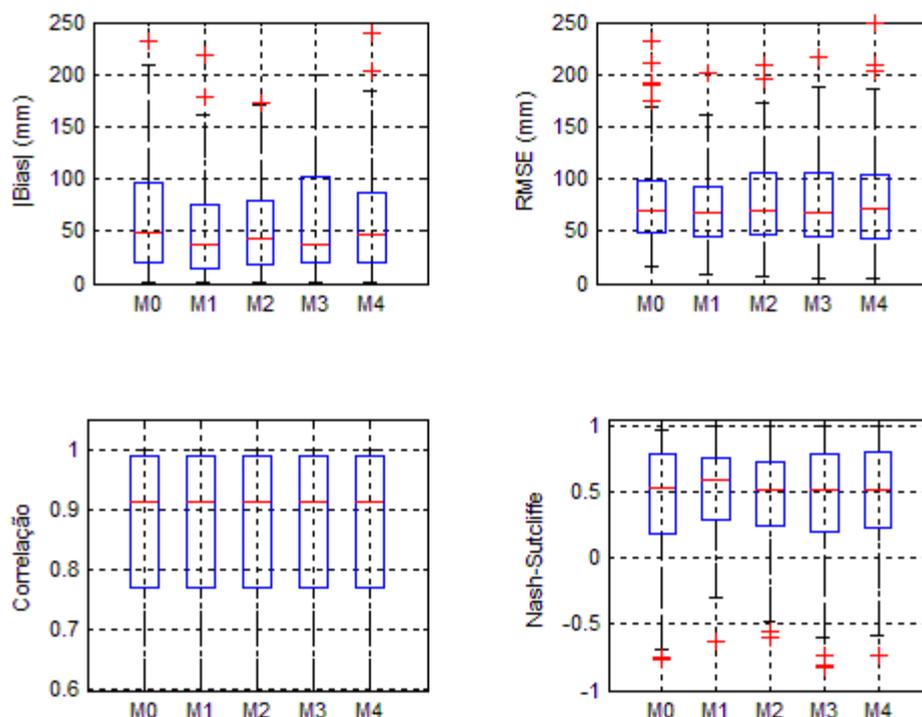


Figura 5-28 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de *E* para a escala anual. Avaliação por bacia - rio São Francisco.

A comparação da Figura 5-26 e da Figura 5-28 indica uma clara piora dos índices, como já era esperado. As medianas dos *bias* ficaram em torno de 50 mm, enquanto na análise geral os valores obtidos foram inferiores a 5 mm nas melhores bacias. Os *RMSE* e os

coeficientes de correlação gerais estão compreendidos pela dispersão representadas pelas caixas dos *boxplots*, mas destaca-se alguns *outliers* elevados principalmente no gráfico de *RMSE*. A maior discrepância foi observada nos resultados de *NS*. Na análise geral, salvo o modelo 0, as demais alternativas obtiveram *NS* superiores a 0,60. Já na abordagem por bacias, as medianas ficaram pouco superiores a 0,50, com destaque para o modelo 1 que obteve o melhor desempenho (0,60). O intervalo interquartil desse modelo ficou entre 0,28 e 0,75, mas foram observados alguns *outliers* negativos até -2,05, no caso da bacia 41780002, no rio Paraúna, Minas Gerais. Essa estação apresentou resultados ruins para todos os modelos avaliados.

A análise mais detalhada dos *NS* de cada bacia a partir da aplicação do modelo 1 permite observar que quanto maior o ω calculado, melhor a predição para *E* anual, conforme a Figura 5-29. Como ω está diretamente relacionado a *E/P*, bacias com maior ω , enquadram-se na condição de aridez, no qual a evapotranspiração real é limitada pela disponibilidade hídrica. Possivelmente, como há menos fatores influenciando no montante evaporado e praticamente toda a precipitação evapora, o cálculo de *E* em bacias com essa condição é melhor representado pelo modelo.

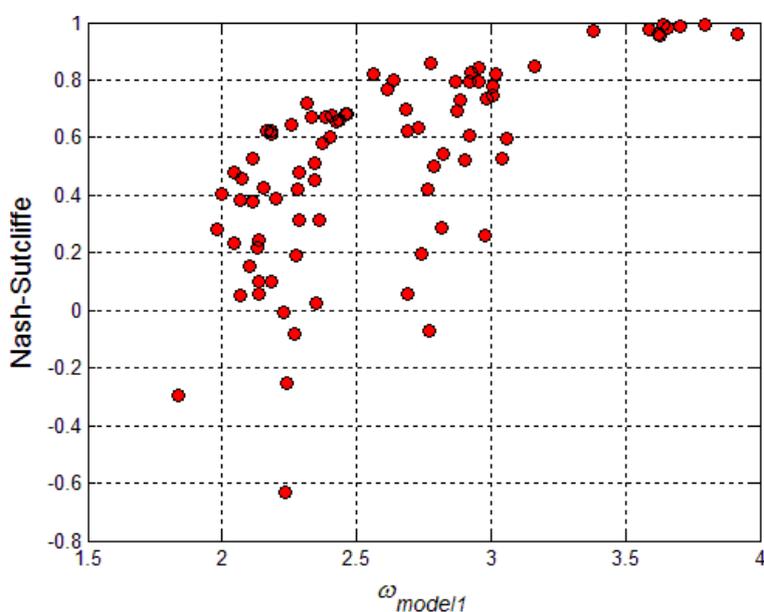


Figura 5-29 – Parâmetro ω calculado pelo modelo 1 vs. coeficiente NS. Resultados das 85 bacias avaliadas para predição de *E* na escala anual.

A avaliação por bacia dos índices de desempenho na predição das séries anuais de *Q* é apresentada na Figura 5-30. Logo chama a atenção os valores extremamente baixos obtidos

para NS , quase todos negativos. Tais resultados indicam que, para o caso dessa abordagem, a utilização dos modelos propostos não é vantajosa na maior parte dos pontos, visto que apenas 23 das 85 bacias avaliadas obtiveram NS superior a 0,50.

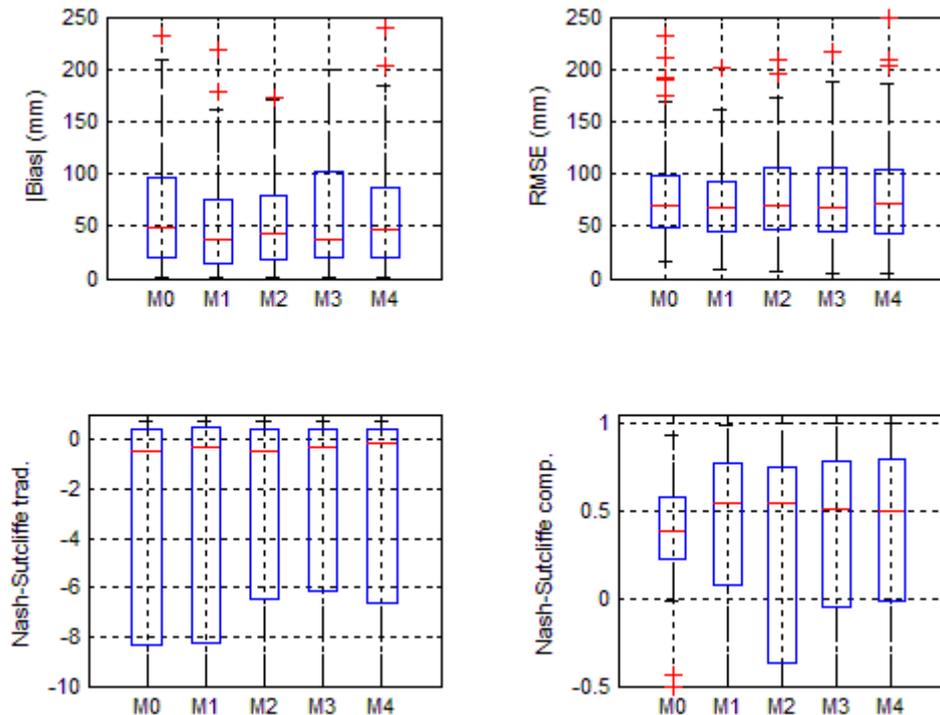


Figura 5-30 - Índices de desempenho dos modelos regionais na estimativa de Q para a escala anual. Avaliação por bacia - rio São Francisco.

Ao alterar a metodologia de cálculo da média de Q , penalizaram-se os modelos regionais, pois o método ao qual os modelos foram confrontados utiliza dados observados especificamente em cada bacia avaliada. Este cenário hipotético dificilmente é observado na prática, já que o objetivo do presente trabalho é propor e avaliar metodologias para cálculo das variáveis em bacias não monitoradas, as quais não possuem os dados observados.

Ainda assim, os valores de NS comparativo indicam a preferência da utilização dos modelos regionais em detrimento da simples aplicação de um coeficiente de *runoff* geral. As medianas de NS comparativo ficaram em torno de 0,50 para praticamente todos os modelos que possuem ao menos uma variável em suas equações de regressão. Chama a atenção o curto intervalo interquartil do modelo 0, apesar de apresentar mediana inferior aos demais. Entretanto, este modelo apresentou uma grande quantidade de *outliers* no tramo inferior, não apresentados na Figura 5-30 para facilitar a visualização dos resultados.

Portanto, se avaliarmos os resultados da aplicação dos modelos regionais para predição de séries anuais de E e Q para as bacias do rio São Francisco, pode-se dizer que os modelos regionais, aliados à equação de Fu, obtiveram resultados válidos e satisfatórios quando o objetivo é estimar variáveis em bacias que não se dispõem de dados observados.

O modelo 1 da Tabela 5-6, que emprega a variável P_y , obteve os resultados mais satisfatórios, o que o torna ainda mais interessante pois o mesmo emprega apenas uma variável explanatória.

6 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

O presente trabalho avaliou o desempenho da aplicação da equação de Fu, uniparamétrica e que segue as hipóteses de Budyko, nas escalas de longo período e anual. Foram avaliados dois conjuntos de bacias brasileiras com diferentes características climáticas, o primeiro compreendendo 16 bacias no semiárido cearense e o segundo 85 sub-bacias da bacia do rio São Francisco.

Para cada bacia, em ambas as regiões estudadas, foram calibrados parâmetros ω para as escalas temporais de longo período e anual, tendo sido encontrados resultados semelhantes para as duas escalas. No semiárido cearense, os ω calculados indicaram um comportamento mais homogêneo para as bacias localizadas ao norte, enquanto as bacias do sul do estado apresentaram variação considerável, principalmente as do Alto Jaguaribe e do rio Salgado. Nas sub-bacias do rio São Francisco também foram encontradas diferenças nos padrões de ω , sendo que as bacias localizadas em seu trecho mais alto, que possui suas nascentes no estado de Minas Gerais, apresentaram ω menores e comportamento mais homogêneo em relação às demais. As bacias do médio e baixo São Francisco apresentaram ω mais elevados, principalmente aquelas localizadas no estado da Bahia e norte de Minas Gerais, afluentes pela margem direita do rio principal.

A partir da aplicação da equação de Fu e dos modelos regionais para cálculo de ω , foram estimadas as séries anuais e de longo período de E e Q para as bacias estudadas. Na escala média de longo período, os resultados encontrados foram bons, tanto para as bacias cearenses, quanto para as sub-bacias do rio São Francisco. No caso do semiárido cearense o modelo com melhor desempenho incorporou quatro variáveis explanatórias: Cr , CN , SAT e P_{sem2}/P_y , relacionadas às características da bacia e sazonalidade das chuvas. Foram obtidos coeficientes NS médios elevados, em torno de 0,90 para E e 0,80 para Q . Para as sub-bacias do rio São Francisco, por critério de parcimônia, o modelo mais interessante incorporou apenas uma variável, a chuva média anual (P_y), que obteve coeficientes médios NS iguais a 0,73 e 0,88 na predição de E e Q , respectivamente.

Para a escala anual, os resultados em geral foram inferiores à escala de longo período. A simples aplicação da equação de Fu a partir dos ω calibrados já resultou em estimativas de

Q com erros relativos elevados para algumas sub-bacias do rio São Francisco. No entanto, tais resultados podem estar associados à baixa magnitude de Q nessas bacias, que apresentam elevados índices de aridez. Quanto aos estudos de regionalização de ω na escala anual, o modelo que melhor representou a variabilidade de ω nas bacias cearenses considerou as variáveis Cr , CN e P_d . Os resultados obtidos a partir da aplicação desse modelo foram bons para predição de E , já que 88% das bacias apresentaram NS superior a 0,50 e 63% NS superior a 0,90. Na predição das séries anuais de Q , foram obtidos resultados satisfatórios, já que a mediana de NS foi igual a 0,60, 80% das bacias apresentaram NS superiores a 0,50 e 30% com valores acima de 0,70. Para as sub-bacias do rio São Francisco, novamente o melhor modelo incorporou apenas a variável P_y . Na predição das séries anuais de E , obteve-se NS satisfatórios, sendo que a mediana foi igual a 0,60, 60% das bacias ficaram acima de 0,50 e 30% acima de 0,70. Já na predição das séries anuais de Q , os resultados foram muito ruins, já que apenas 56% das bacias apresentaram NS positivos. Dentre os positivos, apenas 60% das bacias obtiveram NS superiores a 0,50.

Portanto, os resultados obtidos para a predição de E e Q das bacias cearenses e do rio São Francisco indicam que para a escala de longo período pode-se aplicar com elevada confiabilidade a equação de Fu aliada aos modelos regionais propostos para estimativa de ω . Já a aplicação da metodologia para a escala anual requer maior cautela, uma vez que em geral os resultados foram bons para predição de E , mas as predições de Q foram muito ruins nas bacias do rio São Francisco e apenas satisfatórias nas bacias cearenses.

Além disso, os estudos de regressão mostraram que a variabilidade anual da chuva apresenta, mais que outros fatores, papel importante na determinação do regime de evapotranspiração e vazão na bacia. Por fim, as condições geológicas e de tipo e uso do solo também foram selecionadas nos estudos de regressão, indicando que as mesmas influenciam diretamente nas componentes do ciclo hidrológico na bacia.

Trabalhos futuros poderão avaliar estatisticamente a divisão da bacia do rio São Francisco em grupos hidrologicamente homogêneos, de modo a desenvolver, para cada conjunto de bacias, modelos regionais mais representativos e obter assim melhores estimativas principalmente nas séries anuais. Poderão ser mais bem estudados também as incertezas associadas às estimativas de E e Q e como as incertezas amostrais provenientes da estimativa de ω se propagam na aplicação da metodologia. O presente estudo também não

contemplou as incertezas associadas às métricas de avaliação do desempenho das predições das variáveis hidrológicas, sendo este um tópico interessante para avaliações futuras.

Outra possibilidade de trabalho futuro é a aplicação do modelo proposto por Koster e Suarez (1999) às bacias estudadas. O modelo, como introduzido no item 3-4, foi desenvolvido com base nas hipóteses de Budyko e associa o índice de aridez à predição dos desvios-padrão de E conforme a eq. 3-17.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- Alexandre, A. M. B.; Martins, E. S.; Clarke R. T. e Reis, D. S. Jr. (2005) “Regionalização de parâmetros de modelos hidrológicos” In: *XVI Simpósio Brasileiro de Recursos Hídricos*, 20-24 Novembro, João Pessoa, 2005.
- Allen, R. G.; Pereira, L. S.; Raes, D.; Smith, M. (1998) “Evapotranspiración del cultivo”. Organización de las Naciones Unidas para La Agricultura y la alimentación, Roma.
- Arora, V.K. (2002) “The use of the aridity index to assess climate change effect on annual runoff” In: *Journal of Hydrology*, 265 (1): 164–177.
- Barros, F.V. (2012) “Estudo de calibração dos postos fluviométricos do estado do Ceará”. Relatório Técnico. FUNCEME e COGERH.
- Batjes, N.H. (2005). “ISRIC-WISE global set of derived soil properties on a 0.5 by 0.5 degree grid (version 3.0). Report 2005/08”. *International soil Reference and Information Centre (ISRIC)*, Wageningen.
- Budyko, M.I. (1974) “Climate and life”. Academic Press, Nova Iorque.
- Castellarin, A.; Galeati, G.; Brandimarte, L.; Montanari, A.; Brath, A. (2004) “Regional flow-duration curves: reliability for ungauged basins.” In: *Advances in Water Resources*, 27, 953-965.
- Cheng, L.; Zongxue, X.; Dingbao, W.; Ximing, C. (2011) “Assessing interannual variability of evapotranspiration at the catchment scale using satellite-based evapotranspiration data sets.” In: *Water Resources Research*, 47 (9) (September 10): 1–11.
- Choudhury, B. J. (1999) “Evaluation of an empirical equation for annual evaporation using field observations and results from a biophysical model” In: *Journal of Hydrology*, 216, 99 – 110, doi:10.1016/S0022-1694(98)00293-5.
- Donohue, R; J.; Roderick, M. L.; Mcvicar, T.R. (2012) “Roots, storms and soil pores: incorporating key ecohydrological processes into Budyko’s hydrological model.” In: *Journal of Hydrology*, 436-437 (C) (May 2): 35–50.
- Donohue, R. J.; Roderick, M. L.; McVicar, T. R. (2007) “On the importance of including vegetation dynamics in Budyko’s hydrological model” In: *Hydrology and Earth System Sciences*, 11, 983–995.

- Dooge, J.C.I.; Bruen, M.; Parmentier, B. (1999) “A simple model for estimating the sensitivity of runoff to long-term changes in precipitation without a change in vegetation.” In: *Advances in Water Resources*, 23 (2): 153–163.
- Droogers P.; Allen R. G. (2002) “Estimating reference evapotranspiration under inaccurate data conditions” In: *Irrigation and Drainage Systems*, 16: 33-45.
- Efron, B. (1979) “Bootstrap methods: another look at jackknife”. In: *The Annals of Statistics*, 7, 1: 1-26.
- Fu; Guobin; Charles, S.P.; Chiew, F.H.S. (2007) “A two-parameter climate elasticity of streamflow index to assess climate change effects on annual streamflow.” In: *Water Resources Research*, 43 (11) (November 24): 1–12.
- Fu; Guobin; Stephen, P. C.; Jingjie, Y.; Changming, L. (2009) “Decadal climatic variability, trends, and future scenarios for the north China plain.” In: *Journal of Climate*, 22 (8) (April): 2111–2123.
- Gerrits, A. M. J.; Savenije, H. H. G.; Veling, E. J. M.; Pfister, L. (2009) “Analytical derivation of the Budyko curve based on rainfall characteristics and a simple evaporation model”. In: *Water Resources Research*, 45, W04403, doi:10.1029/2008WR007308.
- Hargreaves, G. H.; Samani, Z. A. (1985) “Reference crop evapotranspiration from temperature.” In: *Appl. Eng. Agric.*, 1(2), 96-99.
- Hargreaves, G. H.; Allen, R. G. (2003) “History and evaluation of Hargreaves evapotranspiration equation.” In: *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Jan-Feb.
- Harris, I.; Jones, P. D.; Osborn, T. J.; Lister D. H. (2014) “Updated high-resolution grids of monthly climatic observations – the CRU TS3.10 Dataset” In: *International Journal of Climatology*, 34: 623-642, doi: 10.1002/joc.3711.
- Hesterberg, T.; Monaghan, S.; Moore, D.S.; Clipson, A.; Epstein, R. (2003) “Bootstrap methods and permutation tests.” *The practice of business statistics: using data for decisions*. New York: W.H. Freeman and Company, cap. 18.
- Hickel, K.; Zhang, L. (2006) “Estimating the impact of rainfall seasonality on mean annual water balance using a top-down approach” In: *Journal of Hydrology*, 331, 409–424.
- Huete, A. R. (1988) “A soil-adjusted vegetation index (SAVI)” In: *Remote Sensing of Environment*, 25: 295–309.
- Istanbullouglu, E.; Wang, T.; Wright, O. M.; Lenters, J. D. (2012) “Interpretation of hydrologic trends from a water balance perspective: the role of groundwater storage

- in the Budyko hypothesis.” In: *Water Resources Research*, 48, doi: 10.1029/2010WR010100.
- Jensen, J. R. (2009) *Sensoriamento Remoto do Ambiente: Uma perspectiva em Recursos Terrestre*. 2ª ed., Parêntese editora, São José dos Campos, 598p.
- Justice, C. O.; Vermote, E.; Townshend, J. R. G.; Defries, R.; Roy, D. P.; Hall, D. K.; Salomonson, V. V.; Privette, J. L.; Riggs, G.; Strahler, A.; Lucht, W.; Myneni, R. B.; Knyazikhin, Y.; Running, S. W.; Nemani, R. R.; Wan, Z. M.; Huete, A. R.; van Leeuwen, W.; Wolfe, R. E.; Giglio, L.; Muller, J. P.; Lewis, P.; Barnsley, M. J. (1998). “The Moderate Resolution Imaging Spectroradiometer (MODIS): Land remote sensing for global change research” In: *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*, 36(4), 1228-1249.
- Koster, R. D.; Suarez, M. J. (1999) “A simple framework for examining the interannual variability of land surface moisture fluxes”. In: *Journal of Climate*, 12, 1911-1917.
- Li, D.; Pan, M.; Cong, Z.; Zhang, L.; Wood, E. (2013) “Vegetation control on water and energy balance within the Budyko framework”. In: *Water Resources Research*, 49 (2), 969-976
- Milly, P. C. D. (1993) “An analytic solution of the stochastic storage problem applicable to soil water” In: *Water Resources Research*, 29, 3755-3758.
- Milly, P. C. D. (1994) “Climate, soil water storage, and the average annual water balance” In: *Water Resources Research*, 30 (7), 2143-2156.
- Němec, J.; Schaake, J. (1982) “Sensitivity of water resource systems to climate variation/sensibilité des systèmes de ressources en eau aux variations climatiques.” In: *Hydrological Sciences Journal*, 27 (3): 327–343.
- Niemann, J. D. (2005) “Sensitivity of regional hydrology to climate changes, with application to the Illinois river basin.” In: *Water Resources Research*, 41 (7): 1–15.
- Ol’dekop, E. M. (1911) “On evaporation from the surface of river basins.” In: *Tr. Meteorol. Univ. Tartu*, 4.
- Pike, J. G. (1964) “The estimation of annual runoff from meteorological data in a tropical climate” In: *Journal of Hydrology*, 2, 116–123.
- Porporato, A.; Daly, E.; Rodriguez-Iturbe, I. (2004) “Soil water balance and ecosystem response to climate change” In: *The American Naturalist*, 164, 625-632.
- Potter, N. J.; Zhang, L. (2009) “Interannual variability of catchment water balance in Australia.” In: *Journal of Hydrology*, 369 (1-2) (May 5): 120–129.

- Reis, D. S. Jr.; Stedinger, J. R. e Martins, E. S. (2005) “Bayesian generalized least squares regression with application to log Pearson type 3 regional skew estimation”. In: *Water Resources Research*, 41, W10419, doi:10.1029/2004WR003445, 2005.
- Renner, M.; Seppelt, R.; Bernhofer, C. (2011) “A simple water-energy balance framework to predict the sensitivity of streamflow to climate change.” In: *Hydrology and Earth System Sciences Discussions*, 8 (5): 8793–8830.
- RHA Engenharia e Consultoria; ANA – Agência Nacional de Águas (2011) “Qualificação de dados hidrológicos e reconstituição de vazões naturais no país.”
- Riggs, H. C. (1973) “Regional analyses of streamflow characteristics: techniques of water resources investigations of the United States Geological Survey”, Book 4, Chapter B3.
- Roderick, M.L.; Farquhar, G.D. (2011) “A simple framework for relating variations in runoff to variations in climatic conditions and catchment properties.” In: *Water Resources Research*, 47.
- Sankarasubramanian, A.; Vogel, R. M.; Limbrunner, J. F. (2001) “Climate elasticity of streamflow in the United States.” In: *Water Resources Research*, 37 (6): 1771–1781.
- Sankarasubramanian, A.; Vogel, R. M. (2002) “Annual hydroclimatology of the United States.” In: *Water Resources Research*, 38 (6), 1083.
- Schreiber, P. (1904). “Über die beziehungen zwischen dem niederschlag und der wasser führung der fliisse in mitteleuropa.” In: *Z. Meteorol.*, 21, Pt. 10.
- Shao, Q.; Traylen, A.; Zhang, L. (2012) “Nonparametric method for estimating the effects of climatic and catchment characteristics on mean annual evapotranspiration” In: *Water Resources Research*, 48, W03517.
- Tasker, G. D. (1980) “Hydrologic regression with weighted least squares.” In: *Water Resources Research*, 14(2), 373-376.
- Tasker, G.D., Stedinger, J.R. (1986) “Regional Skew with Weighted LS Regression”, In: *Journal of Water Resources Planning and Management*, 112 (2), 225-237.
- Temesgen, B.; Allen, R. G.; Jensen, D. T. (1999) “Adjusting temperature parameters to reflect well-watered conditions” In: *Journal of Irrigation and Drainage Engineering*, Jan-Feb.
- Turc, L. (1954) “Calcul du bilan de l’eau. Evaluation en fonction des precipitations et des temperatures” In: *Ann. Agron.*, 5, 491–569.
- Wagener, T.; Wheatler, H. S. e Gupta, H. V. (2004) *Rainfall-runoff modeling in gauged and ungauged catchments*, Imperial College Press, London.

- Wang, D.; Alimohammadi, N. (2012) “Responses of annual runoff, evaporation, and storage change to climate variability at the watershed scale” In: *Water Resources Research*, 48, doi: 10.1029/2011WR011444.
- Wang, S.; Zhang, Z.; Sun, G.; McNulty, S.G.; Zhang, H.; Li, J.; Zhang, M. (2008) “Longterm streamflow response to climatic variability in the Loess Plateau, China.” In: *JAWRA Journal of the American Water Resources Association*, 44 (5): 1098–1107.
- Williams, C. A.; Reichstein, M.; Buchmann, N.; Baldocchi, D.; Beer, C.; Schwalm, C.; Wohlfahrt, G.; Hasler, N.; Bernhofer, C.; Foken, T.; Papale, D.; Schymanski, S.; Schaefer, K. (2012) “Climate and vegetation controls on the surface water balance: synthesis of evapotranspiration measured across global network of flux towers.” In: *Water Resources Research*, 48, doi: 10.1029/2011WR11586.
- Wilson, E.H.; Sader, S. A (2002) “Detection of forest harvest type using multiple dates of Landsat TM imagery” In: *Remote Sensing of Environment*, 80, 385-396.
- Xu, X.; Liu, W.; Scanlon, B. R.; Zhang, L.; Pan, M. (2013) “Local and global factors controlling water-energy balances within the Budyko framework” In: *Geophys. Res. Lett.*, 40, 1-7, doi:10.1002/2013GL058324.
- Yang, D.; Fubao, S.; Zhiyu, L.; Zhentao, C.; Guangheng, N.; Zhidong, L. (2007) “Analyzing spatial and temporal variability of annual water-energy balance in nonhumid regions of China using the Budyko hypothesis.” In: *Water Resources Research*, 43 (4) (April 25): 1–12.
- Yang, D.; Sun, F.; Liu, Z.; Cong, Z.; Lei, Z.; (2006). "Interpreting the complementary relationship in non-humid environments based on the Budyko and Penman hypotheses." In: *Geophysical Research Letters*, 33.
- Yang, H.; Yang D.; Zhidong, L.; Fubao, S. (2008) “New analytical derivation of the mean annual water-energy balance equation.” In: *Water Resources Research*, 44 (3) (March 12): 1–9.
- Yang, H.; Yang, D. (2011) “Derivation of climate elasticity of runoff to assess the effects of climate change on annual runoff.” In: *Water Resources Research*, 47 (7) (July 14): 1–12.
- Zhang, L.; Dawes, W.R.; Walker, G. R.; (2001) “Response of mean annual evapotranspiration to vegetation changes at catchment scale” In: *Water Resources Research*, 37 (3), 701-708.

- Zhang, L.; Hickel, K.; Dawes, W. R.; Chiew, F. H. S.; Western, A. W.; Briggs, P. R. (2004) "A rational function approach for estimating mean annual evapotranspiration." In: *Water Resources Research*, 40 (2): W02502.
- Zhang, L.; Potter, N.; Hickel, K.; Zhang, Y.; Shao Q. (2008) "Water balance modeling over variable time scales based on the Budyko framework - Model development and testing" In: *Journal of Hydrology*, 360: 117-131
- Zhang, Y.; Chiew, F. H. S. (2012) "Estimation of mean annual runoff across southeast Australia by incorporating vegetation types into Budyko framework" In: *Australian Journal of Water Resources*, 15 (2), pp. a-b.

APÊNDICE A – BACIAS ESTUDADAS

Tabela A-1 – Semiárido cearense - Estações fluviométricas consideradas

Número	Código	Nome	Rio	Área de Drenagem (km ²)
1	34730000	Croatá	Macabira	1.030
2	35125000	Moraujo	Coreau	1.500
3	35170000	Granja	Coreau	3.960
4	35210000	Fazenda Cajazeiras	Acaraú	1.560
5	35223000	Flores	Jatobá	693
6	35240000	Trapiá	Riacho dos Macacos	1.530
7	35260000	Groairas	Groairas	2.800
8	35263000	Ararius	Jaibaras	578
9	36020000	Arneiroz	Jaguaribe	5.870
10	36125000	Sítio Poço Dantas	dos Bastiões	3.530
11	36130000	Cariús	Cariús	2.043
12	36160000	Iguatu	Jaguaribe	20.700
13	36220000	Jati	Riacho Jardim	1.570
14	36250000	Podimirim	Riacho dos Porcos	4.230
15	36290000	Icó	Salgado	12.400
16	36470000	Senador Pompeu	Banabuiu	4.530

Tabela A-2 – Bacia do rio São Francisco – Estações fluviométricas consideradas

Número	Código	Nome	Rio	Área de Drenagem (km ²)
1	40037000	Rio do Peixe (Cidade de Rio do Peixe)	do Peixe	757
2	40050000	Iguatama	São Francisco	5.560
3	40070000	Ponte do Chumbo	São Francisco	10.000
4	40100000	Porto Das Andorinhas	São Francisco	14.000
5	40150000	Carmo do Cajuru	Pará	2.500
6	40170000	Marilândia (Ponte BR-494)	Itapecirica	1.040

Tabela A-2 – Bacia do rio São Francisco – Estações fluviométricas considerada (cont.)

Número	Código	Nome	Rio	Área de Drenagem (km ²)
7	40330000	Velho da Taipa	Pará	7.350
8	40400000	Estação Alvaro da Silveira	Lambari	1.820
9	40680000	Entre Rios de Minas	Brumado	487
10	40710000	Belo Vale	Paraopeba	2.770
11	40740000	Alberto Flores	Paraopeba	4.120
12	40800001	Ponte Nova do Paraopeba	Paraopeba	5.690
13	40850000	Ponte da Taquara	Paraopeba	8.750
14	40975000	Fazenda São Félix	Borrachudo	970
15	41075001	Porto do Passarinho	Abaeté	4.130
16	41135000	Pirapora - Barreiro	São Francisco	62.200
17	41199998	Honório Bicalho - Montante	das Velhas	1.550
18	41340000	Ponte Raul Soares	das Velhas	4.860
19	41600000	Pirapama	das Velhas	8.050
20	41650002	Ponte do Licínio - Jusante	das Velhas	10.700
21	41780002	Presidente Juscelino - Jusante	Parauna	3.980
22	41818000	Santo Hipólito (Ana/Cemig)	das Velhas	16.600
23	41990000	Várzea da Palma	das Velhas	26.500
24	42145498	Fazenda Umburana - Montante	Jequitaiá	6.910
25	42210000	Cachoeira da Manteiga	São Francisco	107.000
26	42257000	Barra do Escurinho	Ribeirão Escurinho	2.000
27	42290000	Ponte da BR-040 - Paracatu	Paracatu	7.750
28	42365000	Ponte da BR-040 - Prata	da Prata	3.350
29	42395000	Santa Rosa	Paracatu	12.800
30	42435000	Fazenda Barra da Égua	Ribeirão Barra da Égua	1.590
31	42540000	Santo Antônio do Boqueirão	Preto	5.910
32	42600000	Porto dos Poções	Preto	9.400

Tabela A-2 – Bacia do rio São Francisco – Estações fluviométricas considerada (cont.)

Número	Código	Nome	Rio	Área de Drenagem (km ²)
33	42750000	Caatinga	Paracatu	33.500
34	42860000	Cachoeira do Paredão	do Sono	5.700
35	42980000	Porto Alegre	Paracatu	41.300
36	43200000	São Romão	São Francisco	154.000
37	43250002	Buritis - Jusante	Urucuia	3.020
38	43300000	Fazenda Carvalho	São Domingos	3.160
39	43429998	Arinos - Montante	Urucuia	11.800
40	43670000	Vila Urucuia	Urucuia	18.600
41	43980002	Barra Do Escuro	Urucuia	24.600
42	44200000	São Francisco	São Francisco	184.000
43	44250000	Usina do Pandeiros - Montante	Pandeiros	3.230
44	44290002	Pedras de Maria da Cruz	São Francisco	194.000
45	44350000	Bom Jardim	Rib. do Ouro	884
46	44500000	Manga	São Francisco	202.000
47	44540000	Fazenda Bom Retiro	Japoré	624
48	44630000	Capitão Enéas	Verde Grande	3.570
49	44670000	Colônia do Jaiba	Verde Grande	12.200
50	44950000	Boca da Caatinga	Verde Grande	29.400
51	45170001	Fazenda Porto Alegre	Itaguari	5.850
52	45220000	Capitânea	Coxá	2.380
53	45260000	Juvenília	Carinhanha	16.300
54	45298000	Carinhanha	São Francisco	254.000
55	45480000	Bom Jesus da Lapa	São Francisco	271.000
56	45590000	Correntina	Correntina	3.900
57	45770000	Arrojado	Arrojado	5.540
58	45880000	Colônia do Formoso	Formoso	9.550
59	45960001	Porto Novo	Corrente	31.000
60	46150000	Ibotirama	São Francisco	323.000
61	46295000	Ponte BR-242	Paramirim	12.600

Tabela A-2 – Bacia do rio São Francisco – Estações fluviométricas considerada (cont.)

Número	Código	Nome	Rio	Área de Drenagem (km ²)
62	46360000	Morpará	São Francisco	345.000
63	46455000	Derocal	das Fêmeas	6.350
64	46490000	Fazenda Coqueiro	São Desidério	4.470
65	46543000	Fazenda Redenção	de Ondas	5.380
66	46550000	Barreiras	Grande	24.400
67	46590000	Nova Vida - Montante	Branco	7.480
68	46650000	Tagua	Grande	36.000
69	46770000	Fazenda Bom Jardim	Sapão	6.930
70	46790000	Formosa Do Rio Preto	Preto	14.300
71	46830000	Ibipetuba	Preto	17.900
72	46902000	Boqueirão	Grande	46.400
73	47249000	Rio Verde II	Verde	6.750
74	47480000	Jaguaraci	Jacaré ou Vereda do Romão	9.330
75	47900000	Abreus	Vereda da Tábua ou Salitre	12.500
76	48020000	Juazeiro	São Francisco	516.000
77	48290000	Santa Maria da Boa Vista	São Francisco	535.000
78	48590000	Ibó	São Francisco	561.000
79	48850000	Açude Serrinha	Pajeú	9.660
80	48860000	Floresta	Pajeú	12.300
81	48880000	Ilha Grande	Riacho do Navio	2.260
82	49160000	Inajá	Moxotó	8.250
83	49370000	Pão de Açúcar	São Francisco	615.000
84	49490000	Santana do Ipanema	Ipanema	5.140
85	49705000	Propriá	São Francisco	631.000

Tabela A-3 – Médias de longo período de E , P e E_o , relações E/P , E_o/P e parâmetros ω calculados para as sub-bacias do Rio São Francisco

Estação	Média de Longo Período (mm)			E/P	E_o/P	ω
	E	P	E_o			
40037000	598	1.555	1.483	0,384	0,954	1,46
40050000	816	1.440	1.533	0,566	1,065	1,86
40070000	904	1.452	1.569	0,622	1,081	2,06
40100000	934	1.441	1.596	0,648	1,108	2,14
40150000	991	1.422	1.610	0,697	1,132	2,35
40170000	933	1.393	1.621	0,669	1,164	2,17
40330000	957	1.385	1.617	0,691	1,167	2,27
40400000	884	1.336	1.617	0,662	1,210	2,08
40680000	739	1.353	1.577	0,546	1,166	1,73
40710000	831	1.357	1.577	0,613	1,162	1,94
40740000	954	1.397	1.561	0,683	1,118	2,30
40800001	987	1.425	1.536	0,692	1,078	2,41
40850000	996	1.406	1.536	0,708	1,092	2,49
40975000	854	1.480	1.555	0,577	1,051	1,91
41075001	898	1.443	1.543	0,622	1,069	2,07
41135000	951	1.374	1.613	0,692	1,175	2,27
41199998	883	1.486	1.612	0,594	1,085	1,94
41340000	917	1.420	1.610	0,646	1,134	2,09
41600000	947	1.384	1.608	0,685	1,162	2,24
41650002	962	1.345	1.615	0,715	1,201	2,35
41780002	769	1.337	1.608	0,575	1,203	1,79
41818000	934	1.316	1.615	0,709	1,227	2,29
41990000	908	1.270	1.621	0,715	1,276	2,26
42145498	814	1.058	1.618	0,770	1,529	2,29
42210000	948	1.301	1.619	0,729	1,245	2,37
42257000	972	1.409	1.626	0,690	1,154	2,28
42290000	992	1.412	1.629	0,703	1,154	2,35
42365000	992	1.456	1.606	0,681	1,103	2,31
42395000	994	1.410	1.619	0,705	1,148	2,37
42435000	910	1.239	1.620	0,734	1,308	2,32

Tabela A-3 – Médias de longo período de E , P e E_o , relações E/P , E_o/P e parâmetros ω calculados para as sub-bacias do Rio São Francisco (continuação)

Estação	Média de Longo Período (mm)			E/P	E_o/P	ω
	E	P	E_o			
42540000	897	1.339	1.617	0,670	1,207	2,12
42600000	949	1.332	1.615	0,713	1,213	2,32
42750000	1020	1.356	1.616	0,752	1,192	2,60
42860000	934	1.310	1.622	0,713	1,238	2,29
42980000	979	1.337	1.619	0,732	1,211	2,43
43200000	960	1.302	1.626	0,737	1,249	2,41
43250002	854	1.296	1.627	0,659	1,256	2,03
43300000	845	1.301	1.627	0,649	1,251	2,00
43429998	1018	1.387	1.628	0,734	1,174	2,51
43670000	983	1.332	1.632	0,738	1,225	2,45
43980002	931	1.261	1.637	0,738	1,298	2,35
44200000	952	1.288	1.632	0,739	1,267	2,39
44250000	749	978	1.637	0,766	1,674	2,17
44290002	941	1.272	1.634	0,740	1,285	2,38
44350000	1.057	1.099	1.636	0,961	1,488	4,99
44500000	948	1.255	1.637	0,755	1,304	2,44
44540000	939	1.034	1.642	0,908	1,588	3,37
44630000	957	1.031	1.640	0,928	1,590	3,71
44670000	913	963	1.645	0,948	1,708	3,89
44950000	851	884	1.652	0,963	1,869	3,98
45170001	751	1.081	1.651	0,695	1,528	1,98
45220000	791	956	1.653	0,827	1,728	2,44
45260000	805	1.085	1.648	0,742	1,519	2,16
45298000	935	1.189	1.645	0,787	1,383	2,54
45480000	909	1.163	1.652	0,782	1,421	2,46
45590000	813	1.075	1.654	0,756	1,538	2,21
45770000	790	1.124	1.655	0,703	1,472	2,04
45880000	784	1.059	1.655	0,740	1,564	2,13
45960001	794	1.015	1.663	0,782	1,639	2,27

Tabela A-3 – Médias de longo período de E , P e E_o , relações E/P , E_o/P e parâmetros ω calculados para as sub-bacias do Rio São Francisco (continuação)

Estação	Média de Longo Período (mm)			E/P	E_o/P	ω
	E	P	E_o			
46150000	893	1.127	1.663	0,792	1,475	2,46
46295000	741	770	1.668	0,962	2,167	3,56
46360000	884	1.104	1.669	0,801	1,512	2,48
46455000	983	1.246	1.672	0,789	1,342	2,61
46490000	910	962	1.674	0,946	1,741	3,78
46543000	991	1.286	1.677	0,770	1,304	2,54
46550000	994	1.127	1.684	0,882	1,494	3,20
46590000	936	1.155	1.687	0,811	1,460	2,60
46650000	923	1.083	1.691	0,852	1,561	2,79
46770000	841	988	1.694	0,851	1,714	2,62
46790000	810	1.009	1.695	0,803	1,680	2,34
46830000	842	1.004	1.697	0,839	1,691	2,55
46902000	840	1.026	1.715	0,818	1,671	2,43
47249000	622	637	1.715	0,977	2,692	3,51
47480000	602	605	1.711	0,994	2,828	4,44
47900000	625	628	1.706	0,995	2,717	4,64
48020000	859	1.007	1.708	0,854	1,696	2,65
48290000	849	990	1.708	0,857	1,725	2,65
48590000	833	974	1.708	0,856	1,755	2,61
48850000	628	664	1.713	0,947	2,581	2,94
48860000	599	646	1.714	0,928	2,654	2,67
48880000	464	496	1.714	0,937	3,458	2,48
49160000	542	557	1.713	0,973	3,074	3,15
49370000	800	944	1.710	0,848	1,812	2,51
49490000	606	644	1.712	0,941	2,659	2,81
49705000	803	937	1.710	0,856	1,825	2,56

APÊNDICE B – CARACTERÍSTICAS FÍSICO-CLIMATOLÓGICAS

A seguir são apresentadas as formulações utilizadas para o cálculo das características fisiográficas das bacias estudadas. As tabelas B-1 e B-2 apresentam, respectivamente, os valores calculados para as bacias do semiárido cearense e sub-bacias da bacia do rio São Francisco. Os gráficos tipo boxplot visam ilustrar a variabilidade dos valores encontrados.

- P_{sem2} – chuva acumulada no segundo semestre:

$$P_{sem2} = \sum_{i=6}^{12} P_i \quad (B-1)$$

onde P_i é a chuva acumulada no mês i .

- P_4 – chuva acumulada nos quatro meses mais secos:

$$P_4 = \sum_{i=1}^{p=4} P_i \quad (B-2)$$

onde P_i é a chuva acumulada no i -ésimo mês mais seco do ano.

- P_6 – chuva acumulada nos seis meses mais secos:

$$P_6 = \sum_{i=1}^{p=6} P_i \quad (B-3)$$

onde P_i é a chuva acumulada no i -ésimo mês mais seco do ano.

- P_{maxE0} – chuva acumulada nos seis meses de maior E_0 :

$$P_{maxE0} = \sum_{i=1}^{p=6} P_i \quad (B-4)$$

onde P_i é a chuva acumulada no i -ésimo mês com maior E_0 .

- P_d – chuva acumulada nos dias chuvosos:

$$P_d = \sum P_i \quad (B-5)$$

onde P_i é a chuva acumulada no dia i .

- Cvm – coeficiente de variação média das chuvas mensais:

Seja o coeficiente de variação Cv_i do ano i calculado por:

$$Cv_i = \sum \frac{\sigma_i}{\bar{p}_i} \quad (B-6)$$

Onde σ_i é o desvio padrão calculado para as chuvas mensais do ano i e \bar{p} a chuva mensal média do ano i , o coeficiente de variação média de cada posto pode ser calculado por:

$$Cvm = \sum_{i=1}^{p=k} Cv_i \quad (\text{B-7})$$

onde k é o número de anos disponível na série de precipitações do posto.

- Cvd – coeficiente de variação média das chuvas diárias:

O coeficiente de variação médio de cada posto é dado por:

$$Cvd = \frac{\sigma}{\bar{p}_d} \quad (\text{B-8})$$

Onde σ é o desvio padrão calculado para a série de precipitação diária, apenas em dias chuvosos, e \bar{p}_d é a média da chuva nesses mesmos dias.

- Pef – pseudo chuva efetiva:

A chuva efetiva é calculada de acordo com o método proposto pelo Serviço de Conservação de Solos do Departamento de Agricultura dos Estados Unidos (*SCS-USDA*). De acordo com o método:

$$\frac{\text{volume infiltrado}}{\text{capacidade máxima de absorção}} = \frac{\text{precipitação efetiva}}{\text{precipitação total}} \quad (\text{B-9})$$

A relação acima pode ser representada por:

$$\frac{P-Q-I_a}{S-I_a} = \frac{Pef}{P} \quad (\text{B-10})$$

em que P é a precipitação total, Q é o deflúvio ou precipitação efetiva, S é a capacidade máxima de absorção de água e I_a as abstrações iniciais. I_a corresponde a 20% de S . Desta forma, a precipitação efetiva pode ser então dada por:

$$Pef = \frac{(P-0,20S)^2}{P+0,80S} \quad (\text{B-11})$$

O método preconiza ainda que somente existirá escoamento quando P for superior às abstrações iniciais, o que se observa pelo numerador da equação B-. A capacidade

máxima de absorção S é obtida com base na Curva Número (CN), de acordo com a equação a seguir.

$$S = \frac{25400}{CN} - 254 \quad (\text{B-12})$$

O coeficiente médio CN de cada bacia foi calculado e fornecido pela FUNCEME.

Tabela B-1 – Características das bacias do semiárido cearense

Estação	Cr (%)	CN	SAT (mm)	P _{ef} (mm)	P _{sem2} /P _y	P ₆ /P _y	P ₄ /P _y	P _{maxE0} /P _y	A (km ²)	P _d (mm)	P _d /SAT	Cvd
34730000	0,0	57,3	59,2	122,8	0,0906	0,0790	0,0359	0,1776	1.062	5,775	0,0975	1,4358
35125000	92,1	84,3	65,4	565,5	0,0643	0,0604	0,0343	0,1529	1.501	6,798	0,1039	1,2315
35170000	77,0	79,7	68,9	721,0	0,0614	0,0645	0,0344	0,1537	3.967	6,737	0,0978	1,1396
35210000	95,7	81,9	74,6	435,2	0,0635	0,0759	0,0347	0,1635	1.567	6,186	0,0829	1,4159
35223000	76,3	84,3	82,2	501,4	0,0694	0,0794	0,0334	0,1576	693	8,145	0,0991	1,2709
35240000	91,3	85,7	66,2	287,8	0,0616	0,0533	0,0332	0,1488	1.533	6,546	0,0989	1,3365
35260000	93,4	81,5	60,7	379,8	0,0608	0,0702	0,0313	0,1362	2.876	5,214	0,0859	1,2894
35263000	77,3	83,2	82,2	576,0	0,0798	0,0773	0,0356	0,1699	588	8,094	0,0985	1,2852
36020000	92,2	83,3	77,1	224,6	0,1129	0,1149	0,0654	0,2285	5.852	4,012	0,0520	1,4780
36125000	73,3	81,1	84,8	334,3	0,1281	0,1421	0,0455	0,2555	3.533	5,327	0,0628	1,4021
36130000	66,4	82,7	96,2	463,9	0,1232	0,1369	0,0454	0,2492	2.043	7,152	0,0743	1,4373
36160000	81,4	81,9	75,8	298,6	0,1250	0,1300	0,0444	0,2512	20.664	3,778	0,0498	1,4339
36220000	11,5	84,9	88,6	417,9	0,1738	0,1421	0,0503	0,3010	1.565	7,234	0,0816	1,5177
36250000	41,4	80,7	79,8	374,2	0,1670	0,1750	0,0502	0,2938	4.241	5,113	0,0641	1,4197
36290000	66,5	82,1	79,5	465,9	0,1433	0,1437	0,0476	0,2698	12.381	4,354	0,0548	1,4641
36470000	98,0	81,9	74,7	285,4	0,1052	0,0991	0,0540	0,1650	4.551	4,897	0,0656	1,3554

Legenda: Cr = % sobre embasamento cristalino; CN = curva-número; SAT = capacidade de armazenamento do solo; P_{ef} = pseudo chuva-efetiva; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P₆ = chuva acumulada no nos seis meses mais secos; P₄ = chuva acumulada nos quatro meses mais secos; P_y = chuva total anual; P_{maxE0} = chuva acumulada nos seis meses de maior ETP; A = área da bacia; P_d = média da precipitação diária em dias chuvosos; Cvd = coeficiente de variação média das chuvas diárias.

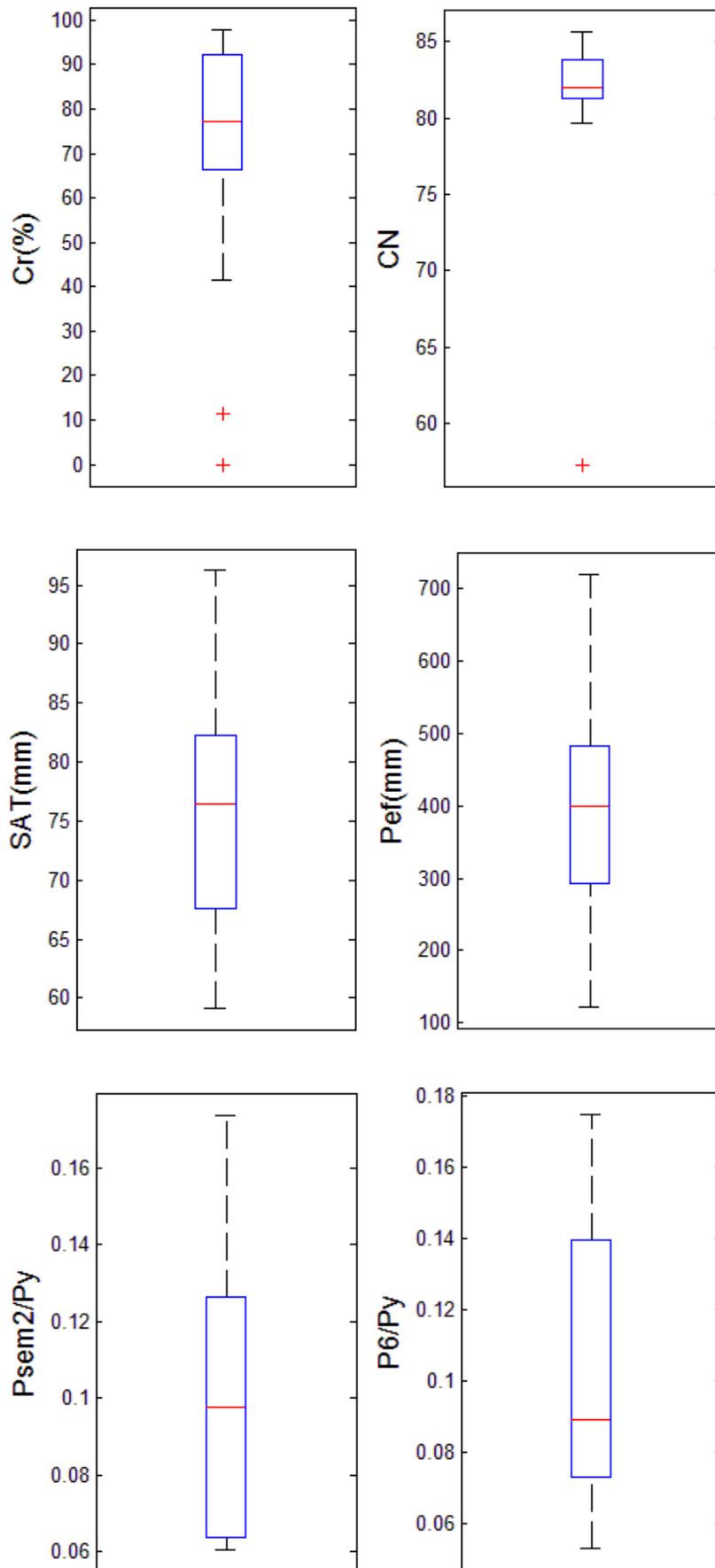


Figura B-1 – Bacias cearenses - Gráficos boxplot das variáveis explanatórias

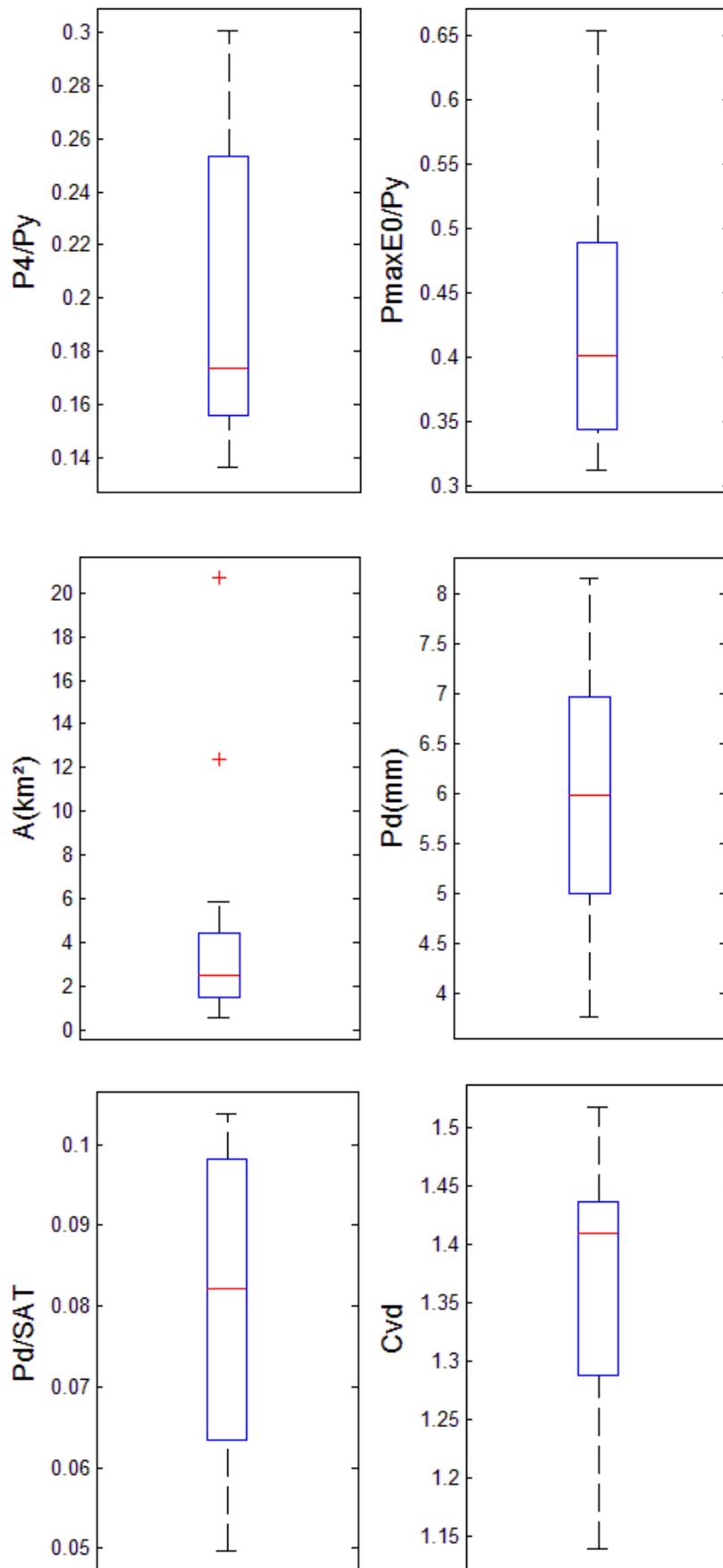


Figura B-1 – Bacias cearenses - Gráficos boxplot das variáveis explanatórias ((continuação))

Tabela B-2 – Características das bacias do rio São Francisco

Estação	TAWC	NDVI	EVI	LSWI	P _y (mm)	P _{sem2} /E ₀	P _{sem2} / P _y	P ₄ / P _y	P ₆ / P _y	C _{vm}	P _{maxE0} /P _y
40037000	81,50	0,516	0,265	0,001	1558,6	0,269	0,438	0,052	0,137	1,023	0,045
40050000	81,33	0,517	0,274	0,005	1442,5	0,275	0,456	0,059	0,146	0,977	0,046
40070000	87,00	0,525	0,285	0,018	1454,4	0,276	0,462	0,060	0,146	0,965	0,046
40100000	87,00	0,526	0,288	0,020	1442,4	0,276	0,463	0,059	0,143	0,962	0,046
40150000	97,50	0,538	0,303	0,031	1418,8	0,274	0,480	0,057	0,135	0,994	0,046
40170000	100,00	0,548	0,314	0,044	1390,2	0,276	0,478	0,055	0,130	1,010	0,046
40330000	98,83	0,565	0,325	0,054	1382,5	0,269	0,482	0,053	0,130	1,002	0,045
40400000	97,50	0,547	0,312	0,048	1334,5	0,269	0,472	0,059	0,139	0,985	0,045
40680000	98,17	0,554	0,311	0,035	1355,3	0,290	0,481	0,062	0,145	0,979	0,048
40710000	95,67	0,554	0,311	0,035	1358,8	0,289	0,490	0,060	0,145	0,948	0,048
40740000	91,67	0,559	0,311	0,038	1398,3	0,281	0,487	0,057	0,139	0,969	0,047
40800001	92,00	0,565	0,318	0,048	1424,6	0,447	0,487	0,054	0,132	0,990	0,046
40850000	96,50	0,562	0,316	0,046	1405,1	0,442	0,487	0,051	0,127	1,006	0,045
40975000	86,33	0,543	0,302	0,029	1476,1	0,442	0,471	0,042	0,123	0,999	0,046
41075001	81,00	0,549	0,308	0,033	1439,6	0,443	0,475	0,043	0,123	0,998	0,046
41135000	85,39	0,528	0,294	0,029	1372,3	0,267	0,477	0,050	0,127	0,986	0,045
41199998	85,25	0,534	0,297	0,033	1485,6	0,269	0,489	0,051	0,125	1,016	0,045

Legenda: TAWC = capacidade de armazenamento do solo (mm/m); NDVI, EVI e LSWI = índices de vegetação; P_y = chuva total anual; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; E₀ = evapotranspiração potencial média de longo período (mm); P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P₄ = chuva acumulada nos quatro meses mais secos; P₆ = chuva acumulada nos seis meses mais secos; C_{vm} = coeficiente de variação média das chuvas; P_{maxE0} = chuva acumulada nos seis meses de maior E₀.

Tabela B-2 – Características das bacias do rio São Francisco (continuação)

Estação	TAWC	NDVI	EVI	LSWI	P _y (mm)	P _{sem2} /E ₀	P _{sem2} / P _y	P ₄ / P _y	P ₆ / P _y	C _{vm}	P _{maxE0} /P _y
41340000	86,25	0,536	0,299	0,038	1419,1	0,256	0,496	0,046	0,115	1,063	0,043
41600000	85,82	0,536	0,299	0,037	1382,7	0,253	0,494	0,045	0,114	1,064	0,042
41650002	85,82	0,533	0,297	0,035	1344,2	0,252	0,493	0,044	0,114	1,058	0,042
41780002	85,57	0,530	0,294	0,031	1334,6	0,253	0,498	0,042	0,121	1,043	0,042
41818000	84,57	0,532	0,296	0,034	1314,9	0,253	0,495	0,043	0,115	1,050	0,042
41990000	82,89	0,530	0,294	0,031	1267,4	0,252	0,496	0,041	0,114	1,053	0,042
42145498	81,89	0,535	0,295	0,032	1053,3	0,238	0,510	0,023	0,086	1,170	0,040
42210000	82,20	0,532	0,294	0,029	1298,8	0,260	0,486	0,044	0,119	1,010	0,043
42257000	82,46	0,528	0,292	0,026	1406,0	0,261	0,485	0,033	0,114	1,023	0,043
42290000	81,29	0,528	0,292	0,026	1407,3	0,253	0,470	0,032	0,108	1,049	0,042
42365000	81,78	0,529	0,293	0,027	1451,8	0,267	0,466	0,034	0,107	1,041	0,044
42395000	81,49	0,527	0,291	0,024	1405,7	0,259	0,470	0,034	0,109	1,035	0,043
42435000	81,66	0,527	0,291	0,024	1237,0	0,260	0,489	0,029	0,111	1,083	0,043
42540000	81,22	0,525	0,290	0,023	1336,6	0,283	0,468	0,032	0,124	0,957	0,047
42600000	82,78	0,524	0,289	0,022	1328,5	0,276	0,472	0,031	0,120	0,976	0,046
42750000	79,54	0,525	0,290	0,022	1352,5	0,264	0,473	0,032	0,112	1,008	0,044
42860000	80,71	0,525	0,290	0,022	1305,9	0,258	0,480	0,032	0,102	1,073	0,043

Legenda: TAWC = capacidade de armazenamento do solo (mm/m); NDVI, EVI e LSWI = índices de vegetação; P_y = chuva total anual; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; E₀ = evapotranspiração potencial média de longo período (mm); P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P₄ = chuva acumulada nos quatro meses mais secos; P₆ = chuva acumulada nos seis meses mais secos; C_{vm} = coeficiente de variação média das chuvas; P_{maxE0} = chuva acumulada nos seis meses de maior E₀.

Tabela B-2 – Características das bacias do rio São Francisco (continuação)

Estação	TAWC	NDVI	EVI	LSWI	P _y (mm)	P _{sem2} /E ₀	P _{sem2} / P _y	P ₄ / P _y	P ₆ / P _y	C _{vm}	P _{maxE0} /P _y
42980000	80,12	0,525	0,290	0,020	1333,3	0,262	0,475	0,032	0,110	1,019	0,044
43200000	80,87	0,522	0,288	0,019	1299,5	0,262	0,483	0,042	0,117	1,003	0,044
43250002	80,57	0,522	0,288	0,019	1291,6	0,266	0,466	0,025	0,100	1,047	0,044
43300000	80,90	0,523	0,288	0,019	1297,7	0,278	0,457	0,023	0,094	1,044	0,046
43429998	82,07	0,523	0,288	0,019	1383,5	0,270	0,460	0,027	0,100	1,016	0,045
43670000	82,53	0,522	0,287	0,019	1328,5	0,267	0,466	0,027	0,101	1,026	0,044
43980002	82,82	0,521	0,287	0,018	1256,8	0,261	0,474	0,027	0,099	1,044	0,044
44200000	81,06	0,518	0,285	0,014	1285,4	0,261	0,483	0,040	0,115	1,005	0,044
44250000	81,36	0,521	0,287	0,016	974,2	0,238	0,513	0,021	0,082	1,168	0,040
44290002	81,39	0,519	0,285	0,014	1269,1	0,261	0,484	0,039	0,114	1,008	0,043
44350000	81,87	0,520	0,286	0,015	1096,7	0,260	0,504	0,027	0,107	1,104	0,043
44500000	81,81	0,520	0,286	0,015	1252,8	0,260	0,484	0,038	0,113	1,010	0,043
44540000	82,07	0,524	0,287	0,016	1030,0	0,250	0,522	0,013	0,077	1,245	0,042
44630000	81,86	0,524	0,288	0,017	1026,3	0,222	0,531	0,018	0,071	1,241	0,037
44670000	84,29	0,528	0,290	0,020	959,2	0,236	0,523	0,018	0,078	1,191	0,039
44950000	84,88	0,531	0,291	0,019	880,9	0,233	0,518	0,017	0,078	1,186	0,039
45170001	84,58	0,527	0,288	0,016	1079,5	0,241	0,488	0,019	0,090	1,129	0,040

Legenda: TAWC = capacidade de armazenamento do solo (mm/m); NDVI, EVI e LSWI = índices de vegetação; P_y = chuva total anual; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; E₀ = evapotranspiração potencial média de longo período (mm); P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P₄ = chuva acumulada nos quatro meses mais secos; P₆ = chuva acumulada nos seis meses mais secos; C_{vm} = coeficiente de variação média das chuvas; P_{maxE0} = chuva acumulada nos seis meses de maior E₀.

Tabela B-2 – Características das bacias do rio São Francisco (continuação)

Estação	TAWC	NDVI	EVI	LSWI	P _y (mm)	P _{sem2} /E ₀	P _{sem2} / P _y	P ₄ / P _y	P ₆ / P _y	C _{vm}	P _{maxE0} /P _y
45220000	84,64	0,529	0,289	0,017	954,3	0,238	0,504	0,014	0,082	1,241	0,040
45260000	84,55	0,525	0,286	0,014	1083,5	0,242	0,487	0,020	0,090	1,121	0,040
45298000	83,23	0,522	0,285	0,011	1186,6	0,257	0,487	0,036	0,110	1,021	0,043
45480000	83,67	0,522	0,285	0,010	1160,0	0,256	0,487	0,035	0,109	1,023	0,043
45590000	84,85	0,523	0,285	0,009	1072,6	0,249	0,493	0,011	0,086	1,100	0,042
45770000	85,15	0,523	0,285	0,009	1121,0	0,251	0,491	0,012	0,090	1,085	0,042
45880000	85,12	0,523	0,285	0,009	1057,1	0,245	0,490	0,017	0,090	1,102	0,041
45960001	85,73	0,526	0,285	0,009	1012,7	0,244	0,485	0,013	0,092	1,103	0,041
46150000	84,09	0,524	0,284	0,008	1124,7	0,255	0,486	0,033	0,108	1,023	0,042
46295000	85,12	0,527	0,285	0,007	767,1	0,248	0,478	0,020	0,105	1,120	0,041
46360000	84,18	0,525	0,284	0,006	1101,5	0,255	0,484	0,034	0,109	1,021	0,042
46455000	84,59	0,525	0,284	0,006	1240,8	0,260	0,440	0,020	0,113	1,014	0,043
46490000	84,52	0,527	0,284	0,007	959,4	0,251	0,471	0,016	0,104	1,087	0,042
46543000	84,54	0,526	0,284	0,007	1279,9	0,255	0,438	0,021	0,111	1,015	0,043
46550000	85,73	0,530	0,285	0,009	1122,9	0,256	0,452	0,019	0,111	1,033	0,043
46590000	85,62	0,529	0,285	0,008	1149,1	0,256	0,453	0,022	0,109	1,048	0,043
46650000	85,85	0,530	0,285	0,009	1078,8	0,254	0,456	0,019	0,108	1,043	0,042

Legenda: TAWC = capacidade de armazenamento do solo (mm/m); NDVI, EVI e LSWI = índices de vegetação; P_y = chuva total anual; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; E₀ = evapotranspiração potencial média de longo período (mm); P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P₄ = chuva acumulada nos quatro meses mais secos; P₆ = chuva acumulada nos seis meses mais secos; C_{vm} = coeficiente de variação média das chuvas; P_{maxE0} = chuva acumulada nos seis meses de maior E₀.

Tabela B-2 – Características das bacias do rio São Francisco (continuação)

Estação	TAWC	NDVI	EVI	LSWI	P _y (mm)	P _{sem2} /E ₀	P _{sem2} / P _y	P ₄ / P _y	P ₆ / P _y	C _{vm}	P _{maxE0} /P _y
46770000	83,75	0,530	0,285	0,009	985,7	0,247	0,433	0,017	0,102	1,065	0,041
46790000	80,99	0,527	0,285	0,008	1005,2	0,249	0,439	0,018	0,104	1,056	0,041
46830000	81,07	0,527	0,284	0,007	1000,1	0,246	0,443	0,018	0,102	1,060	0,041
46902000	81,52	0,533	0,286	0,009	1022,5	0,249	0,448	0,018	0,103	1,054	0,041
47249000	82,60	0,536	0,286	0,009	633,3	0,234	0,435	0,013	0,081	1,241	0,039
47480000	83,04	0,533	0,285	0,007	601,8	0,262	0,453	0,048	0,124	1,157	0,044
47900000	83,39	0,532	0,285	0,007	624,5	0,356	0,407	0,172	0,268	0,834	0,059
48020000	81,82	0,517	0,277	-0,004	1003,8	0,260	0,464	0,038	0,121	0,993	0,043
48290000	82,13	0,513	0,276	-0,006	987,1	0,263	0,459	0,041	0,125	0,983	0,044
48590000	82,71	0,508	0,273	-0,010	970,8	0,266	0,451	0,043	0,132	0,970	0,044
48850000	82,71	0,507	0,273	-0,012	660,3	0,398	0,163	0,063	0,153	1,065	0,066
48860000	82,75	0,506	0,272	-0,013	642,4	0,393	0,166	0,064	0,149	1,070	0,066
48880000	82,90	0,505	0,272	-0,013	492,2	0,376	0,185	0,073	0,145	1,177	0,063
49160000	82,91	0,506	0,273	-0,012	554,0	0,421	0,218	0,100	0,218	0,944	0,070
49370000	81,85	0,497	0,270	-0,017	940,9	0,422	0,439	0,051	0,143	0,935	0,046
49490000	81,98	0,496	0,270	-0,018	641,7	0,440	0,302	0,133	0,302	0,741	0,082
49705000	82,15	0,497	0,270	-0,017	934,3	0,423	0,437	0,055	0,148	0,922	0,046

Legenda: TAWC = capacidade de armazenamento do solo (mm/m); NDVI, EVI e LSWI = índices de vegetação; P_y = chuva total anual; P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; E₀ = evapotranspiração potencial média de longo período (mm); P_{sem2} = chuva acumulada no 2º semestre; P₄ = chuva acumulada nos quatro meses mais secos; P₆ = chuva acumulada nos seis meses mais secos; C_{vm} = coeficiente de variação média das chuvas; P_{maxE0} = chuva acumulada nos seis meses de maior E₀.

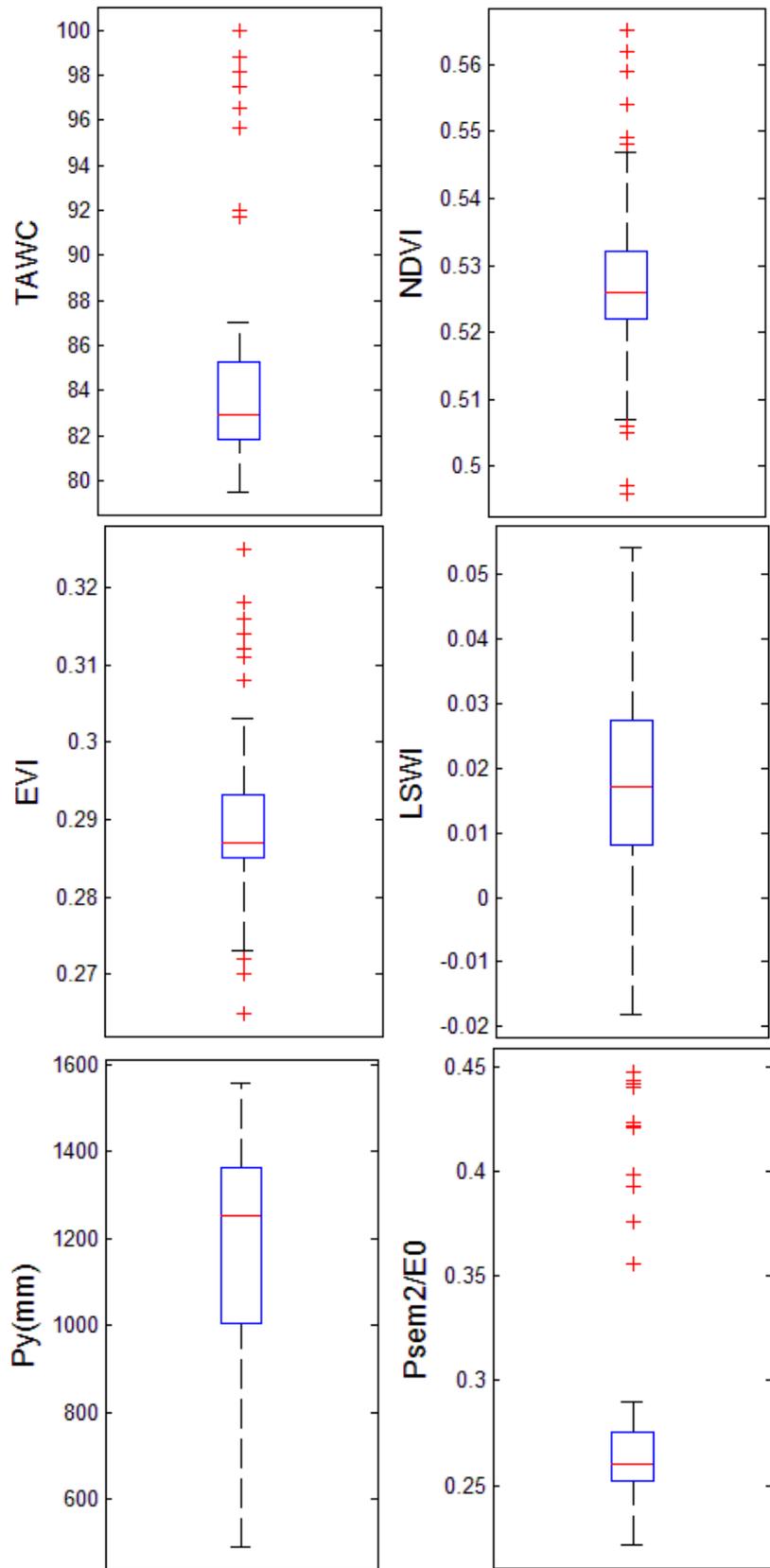


Figura B-2 – Bacias São Francisco - Gráficos boxplot das variáveis explanatórias

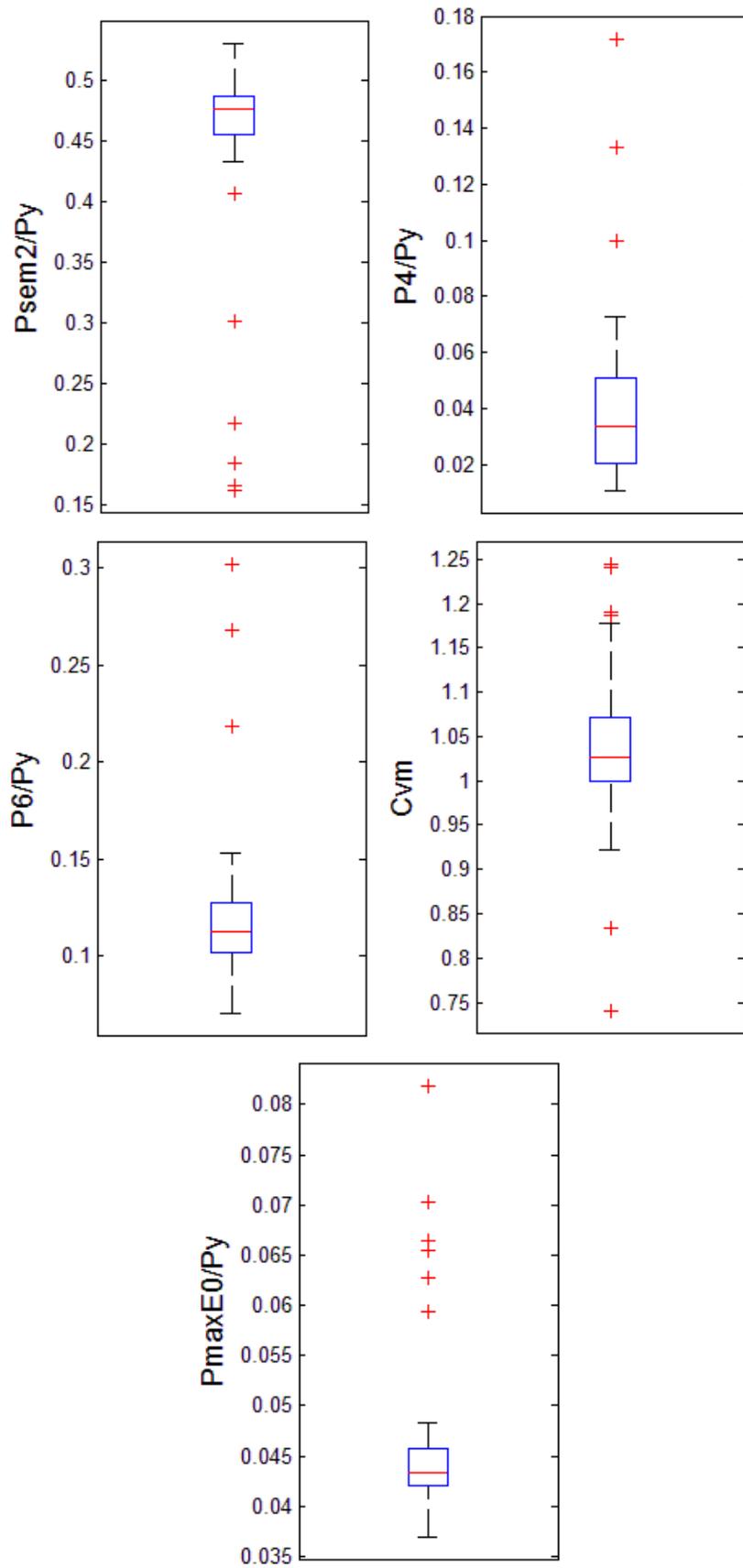


Figura B-2 – Bacias São Francisco - Gráficos boxplot das variáveis explanatórias (continuação)

APÊNDICE C – GRÁFICOS DE CORRELAÇÃO ENTRE VALORES OBSERVADOS E CALCULADOS PELOS MODELOS REGIONAIS

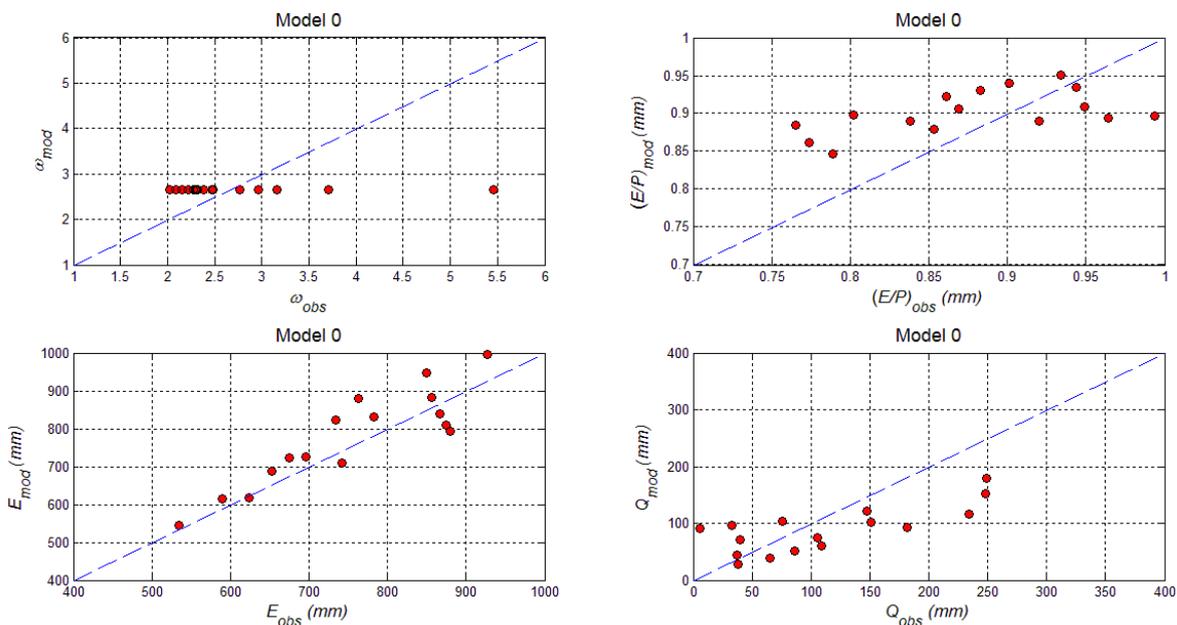


Figura C-1 – Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 0.

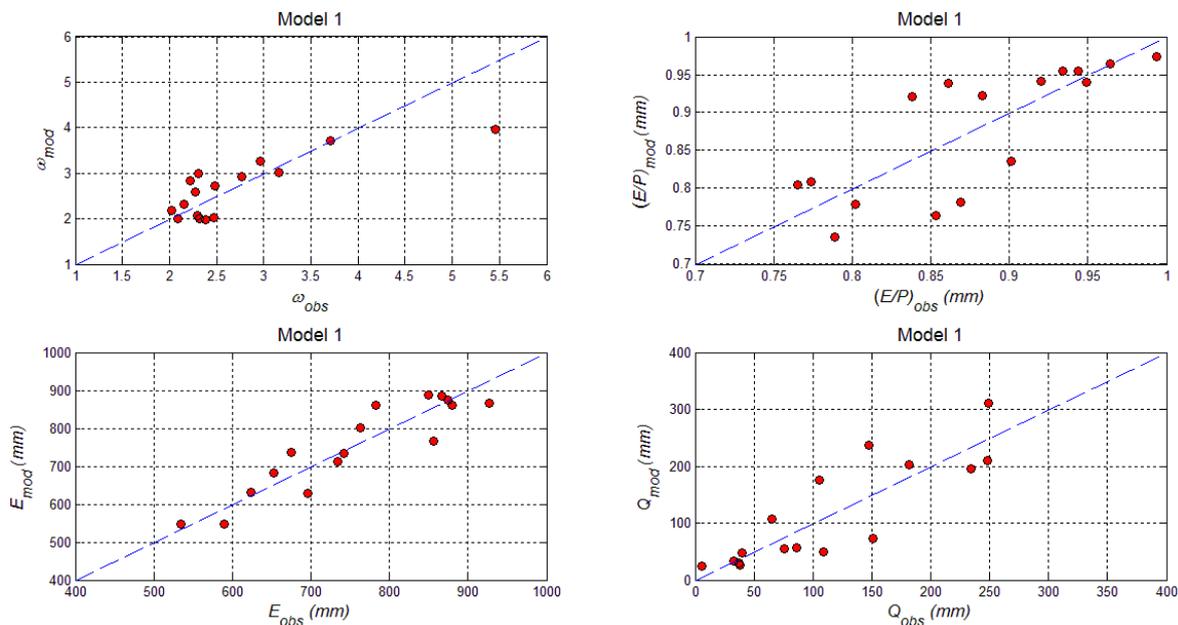


Figura C-2 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 1.

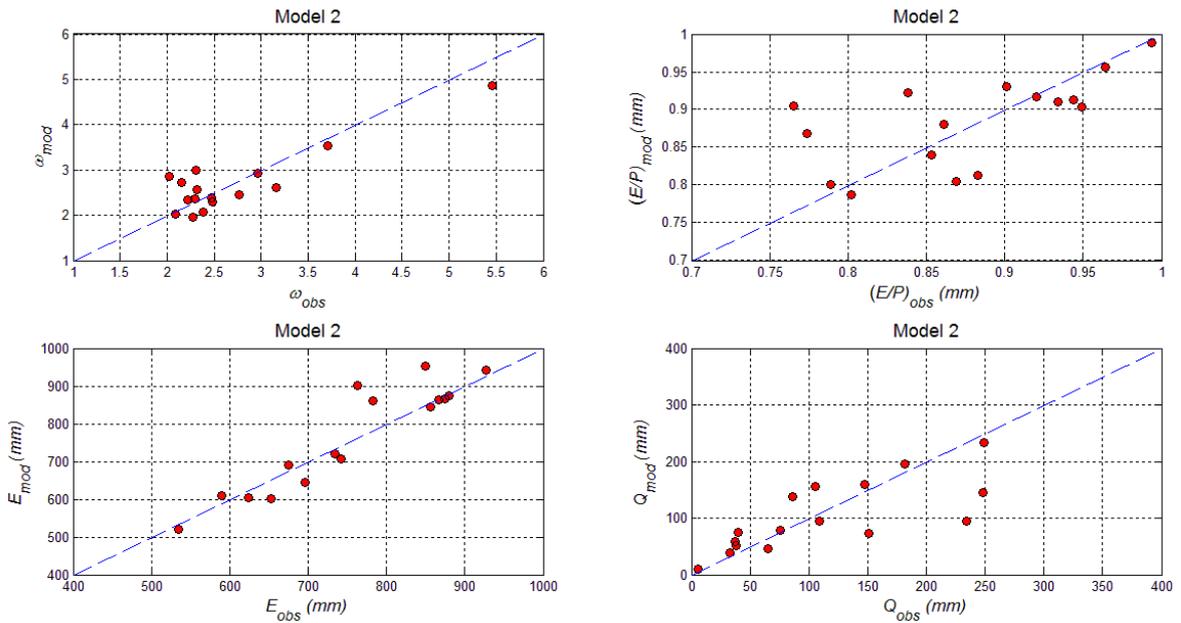


Figura C-3 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 2.

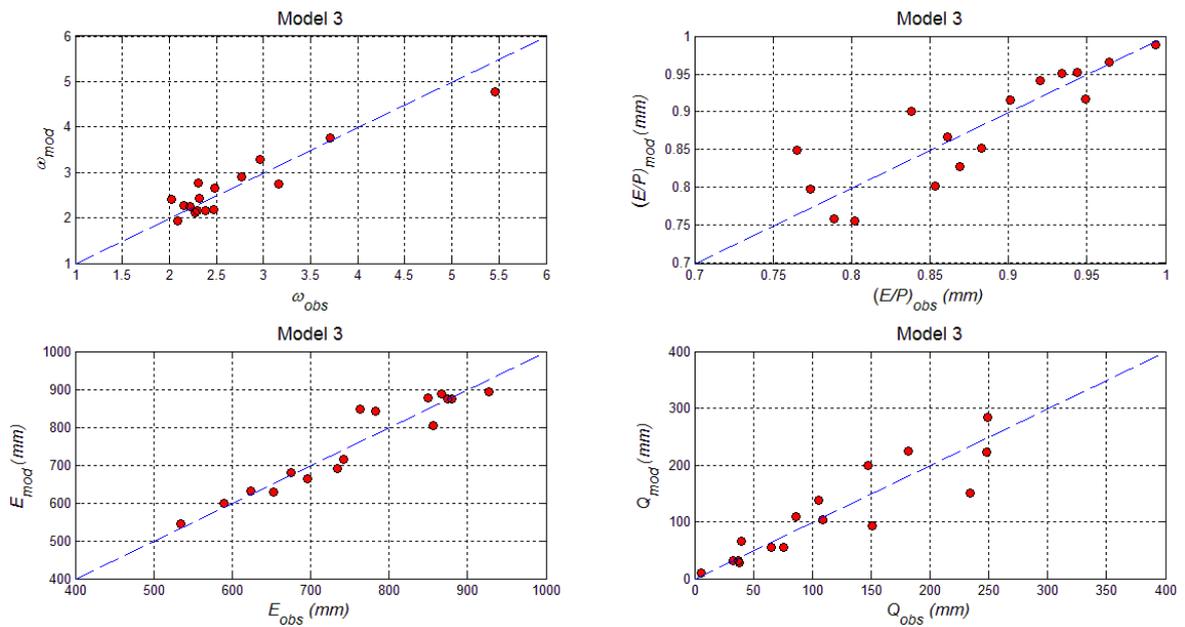


Figura C-4 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 3.

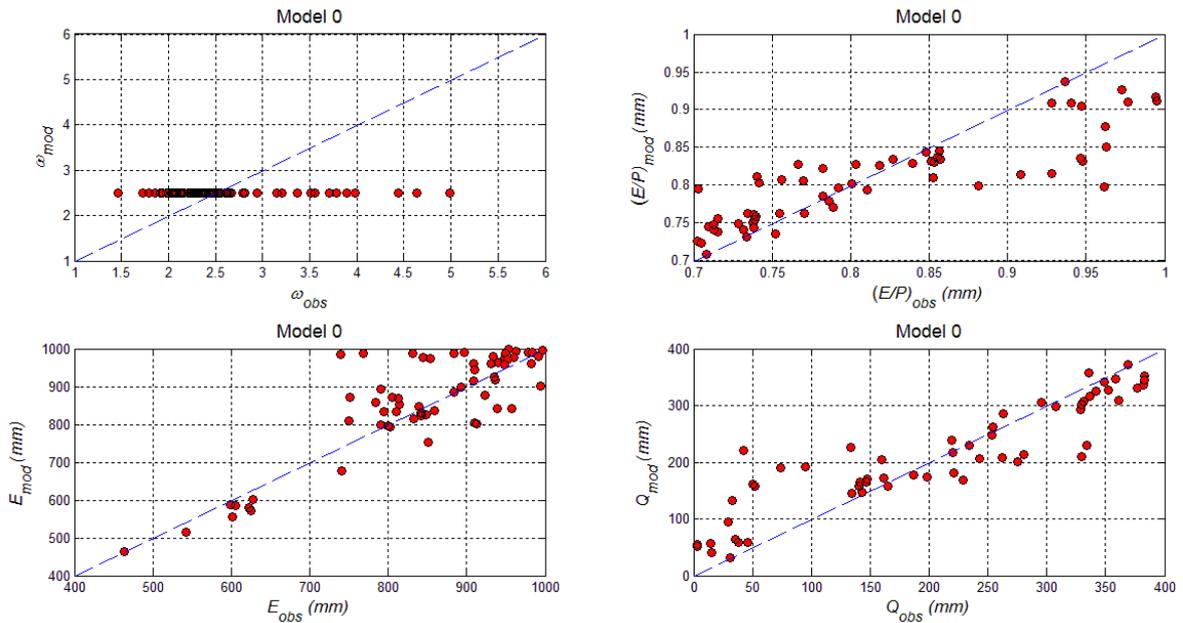


Figura C-5 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 0.

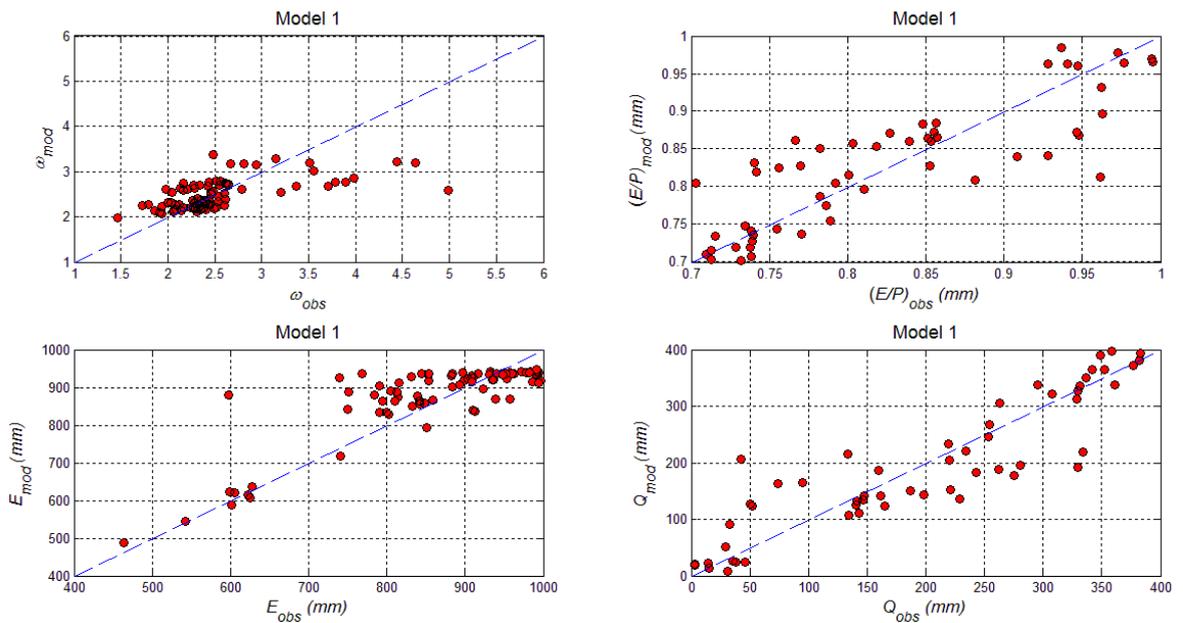


Figura C-6 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 1.

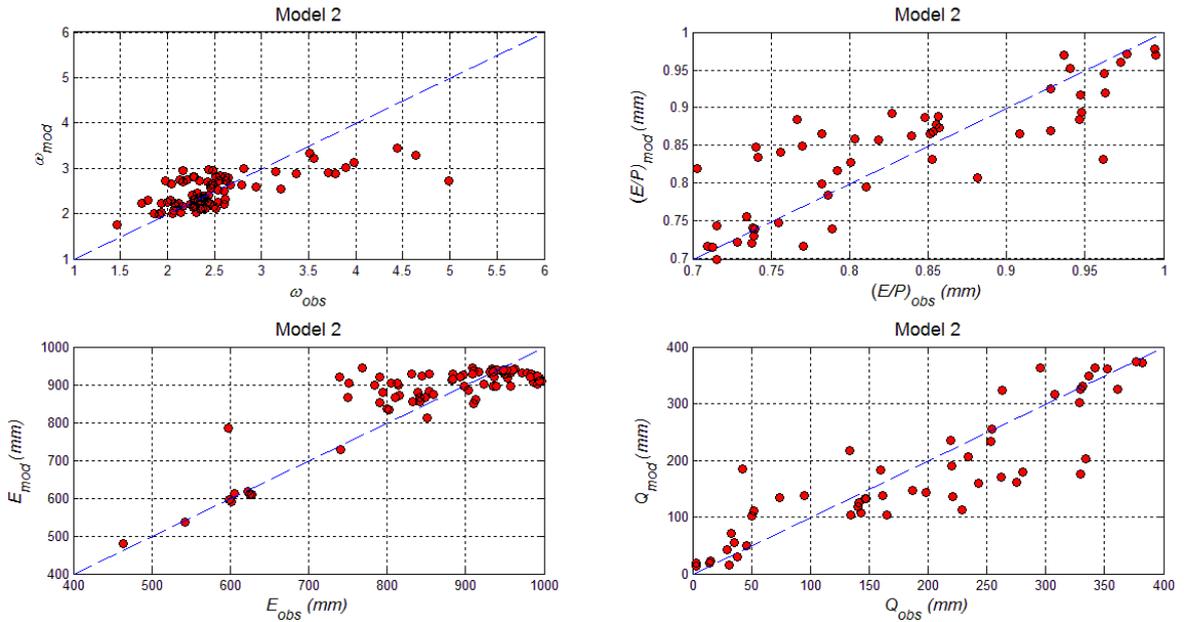


Figura C-7 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 2.

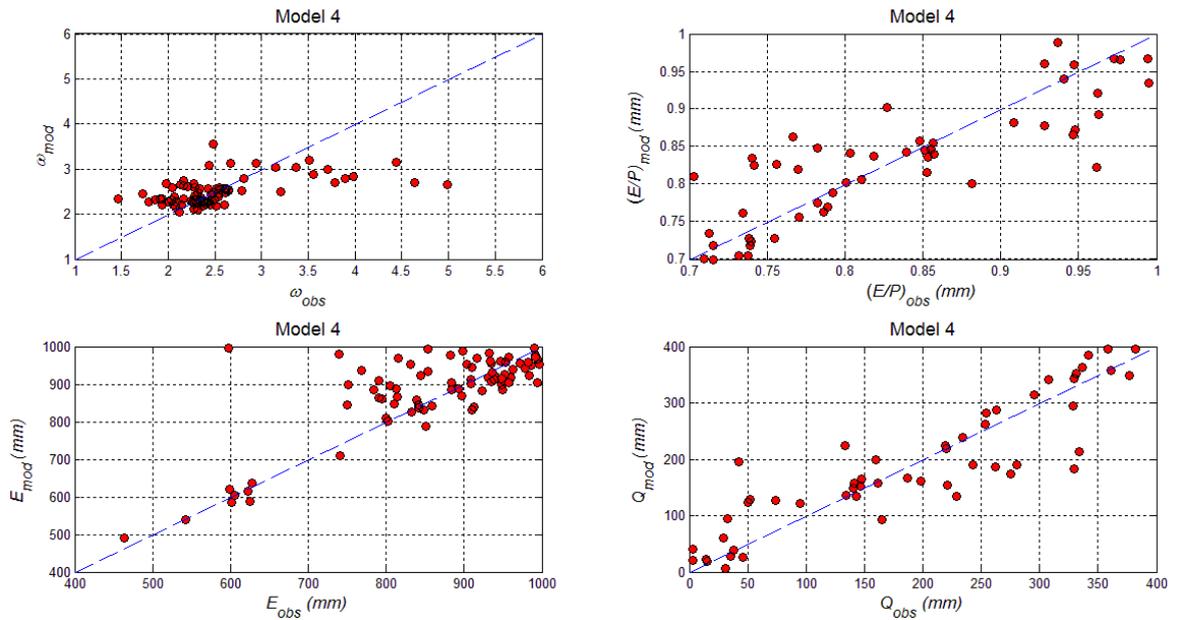


Figura C-8 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e dos valores de longo período de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 4.

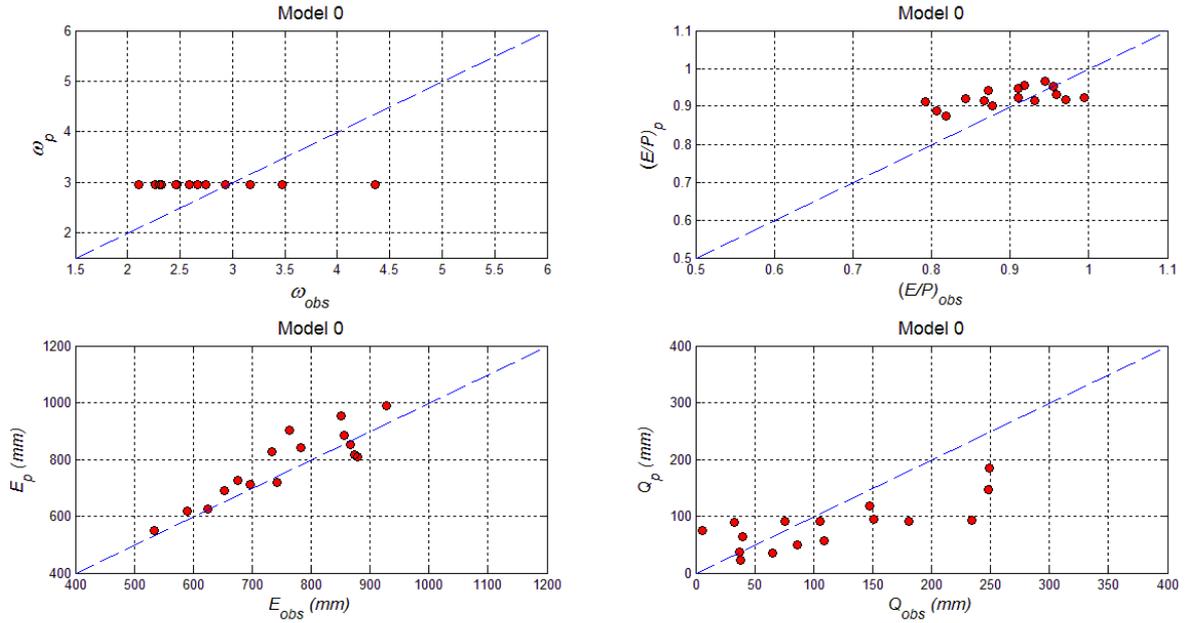


Figura C-9 – Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 0.

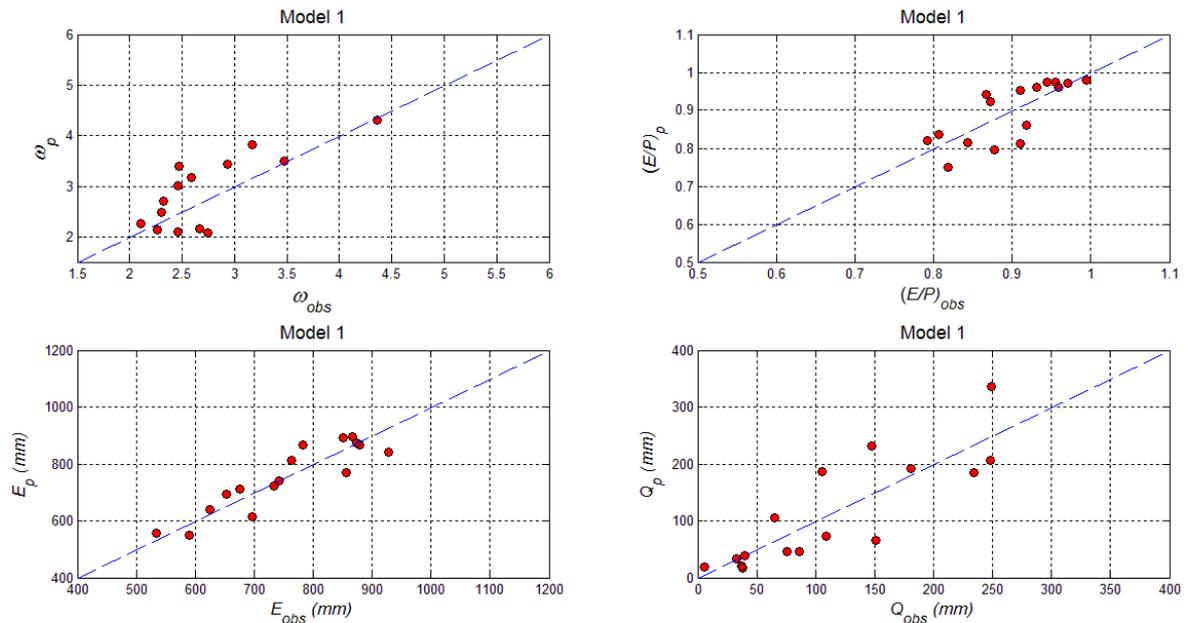


Figura C-10 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 1.

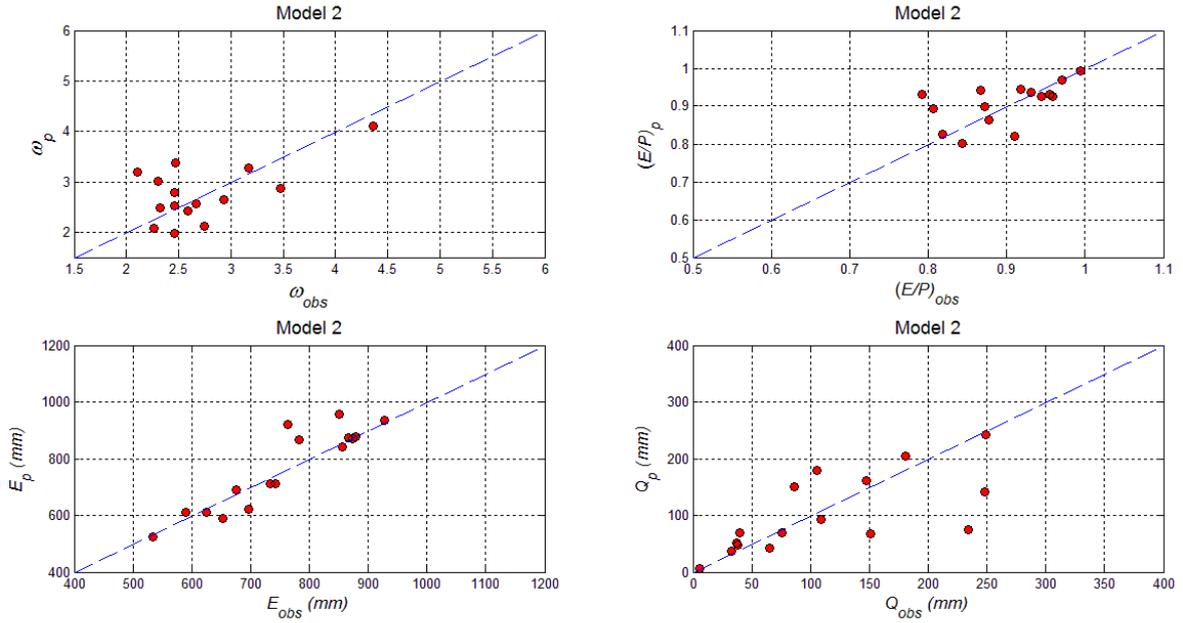


Figura C-11 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 2.

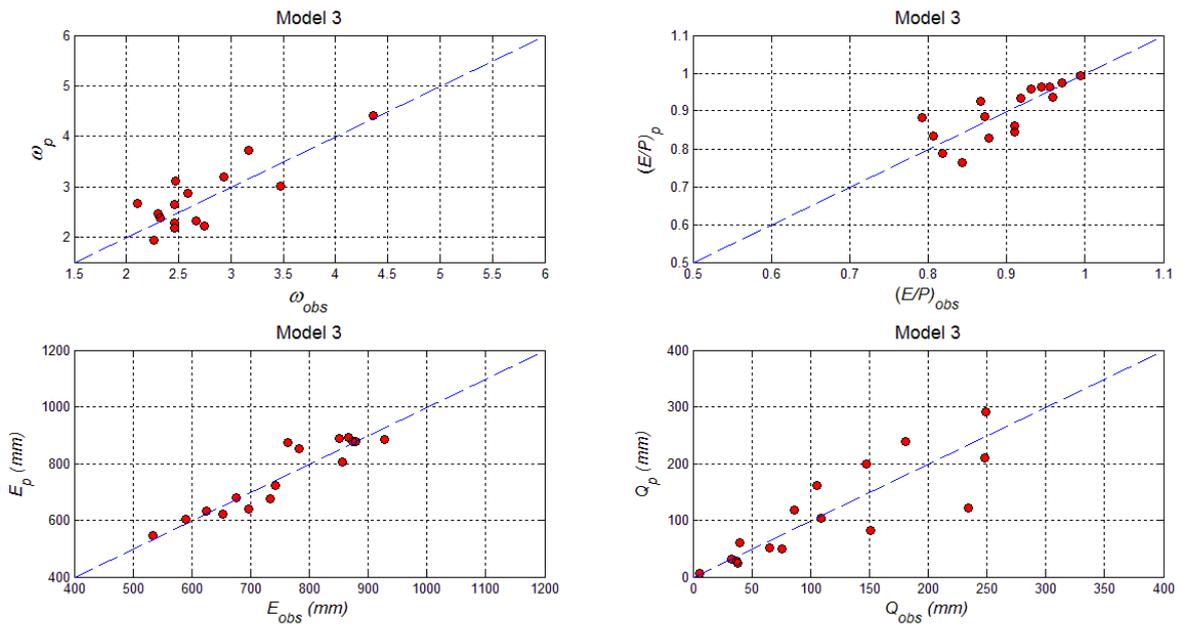


Figura C-12 - Bacias cearenses - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 3.

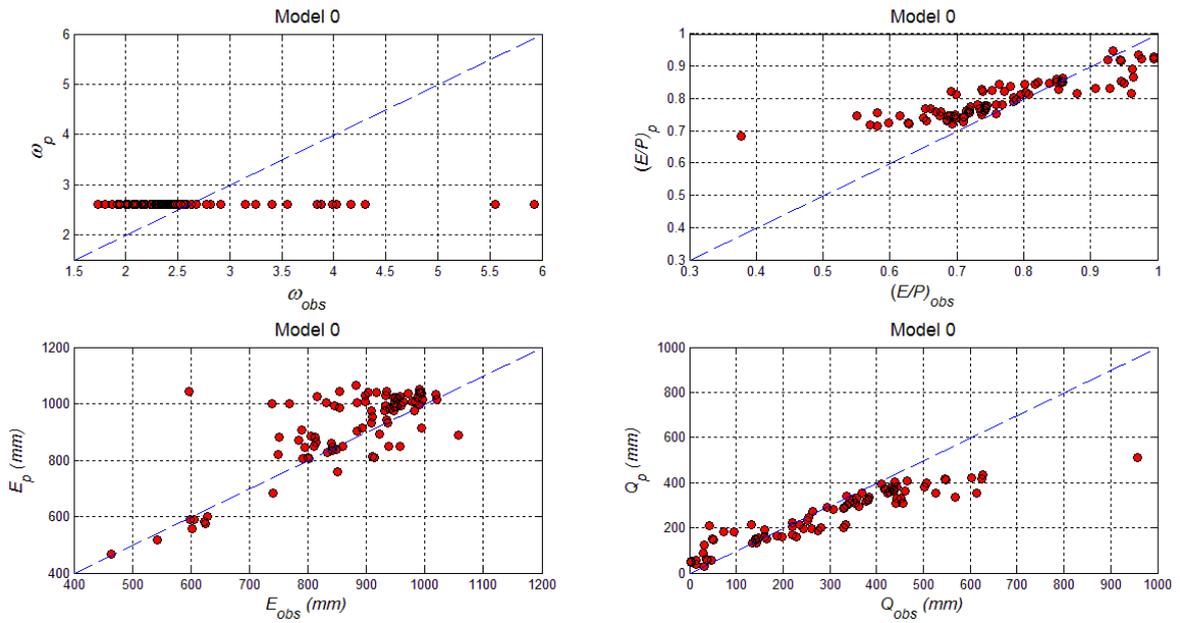


Figura C-13 – Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 0.

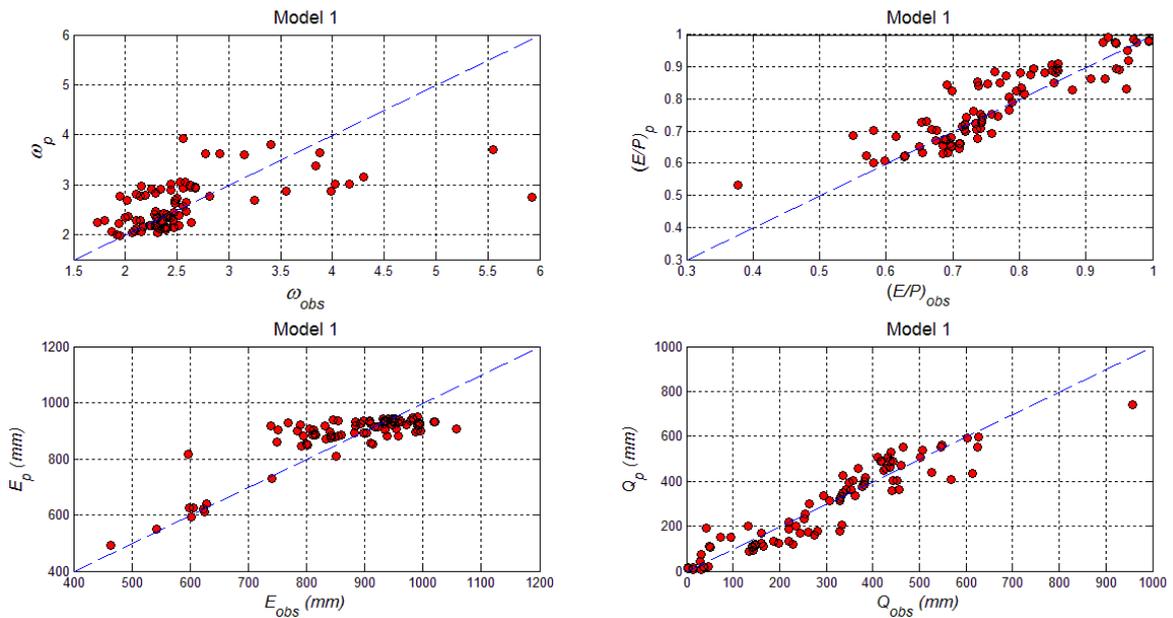


Figura C-14 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 1.

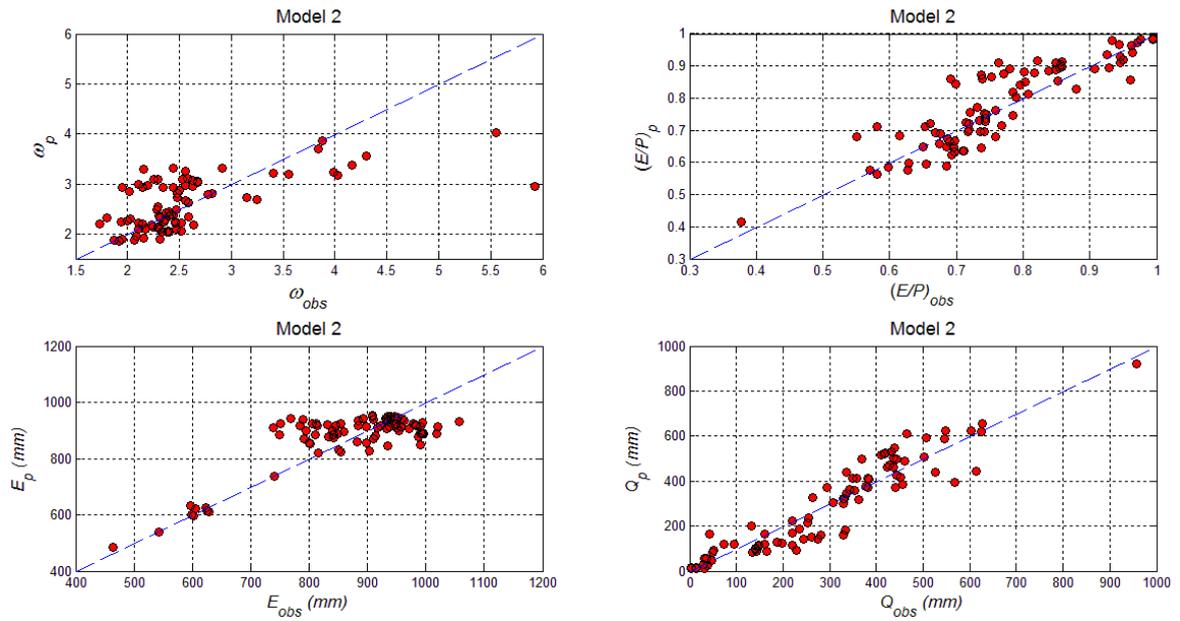


Figura C-15 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 2.

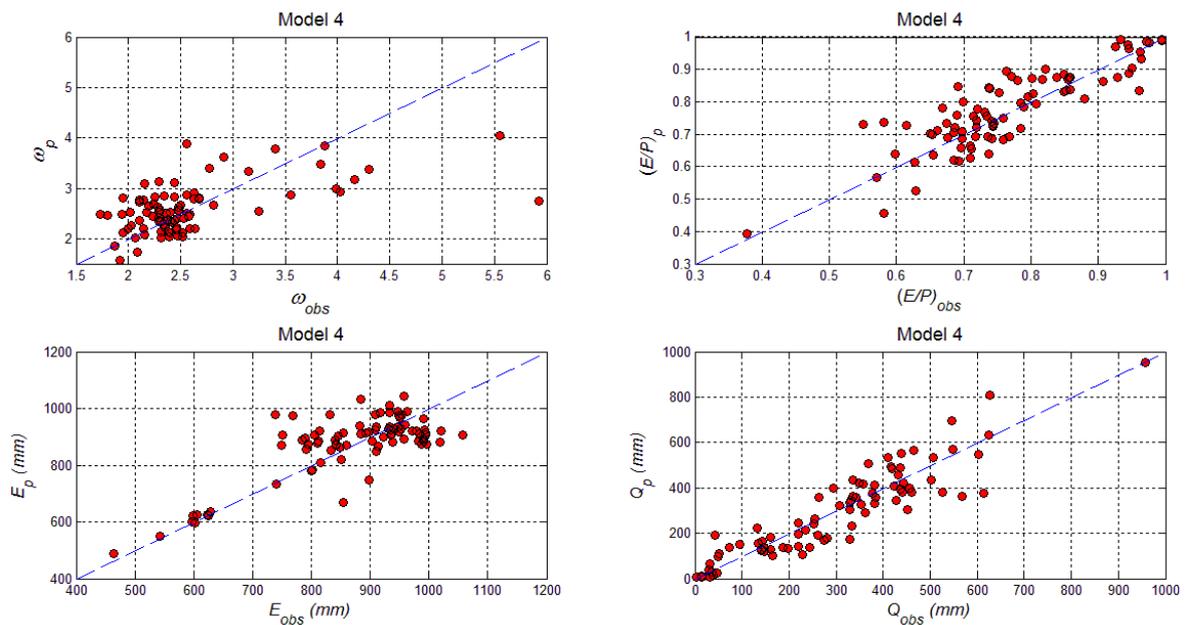


Figura C-16 - Sub-bacias do rio São Francisco - resultados da predição do parâmetro ω e série anuais de E/P , E e Q a partir da aplicação do modelo 4.