# UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA

# ESTUDO DE TÉCNICAS DE TRATAMENTO DE DADOS EXPERIMENTAIS PARA A AVALIAÇÃO DA CURVA *da/dN* VERSUS *DELTA-K* – UM ESTUDO PARA O AÇO ASTM A743 CA6NM

**PEDRO FERNANDES SANTOS** 

**ORIENTADOR: JORGE LUIZ DE ALMEIDA FERREIRA** 

# DISSERTAÇÃO DE MESTRADO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA

PUBLICAÇÃO: FGA.DM - 001A/2013 BRASÍLIA/DF: FEVEREIRO - 2013

### UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA FACULDADE GAMA / FACULDADE DE TECNOLOGIA PROGRAMA DE PÓS-GRADUAÇÃO EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA ENGENHARIA

### ESTUDO DE TÉCNICAS DE TRATAMENTO DE DADOS EXPERIMENTAIS PARA A AVALIAÇÃO DA CURVA *da/dN* VERSUS *DELTA-K* – UM ESTUDO PARA O AÇO ASTM A743 CA6NM

### **PEDRO FERNANDES SANTOS**

DISSERTAÇÃO PÓS-SUBMETIDA AO PROGRAMA DE GRADUACÃO EM INTEGRIDADE DE **MATERIAIS** DA ENGENHARIA DA FACULDADE GAMA E FACULDADE DE TECNOLOGIA DA UNIVERSIDADE DE BRASÍLIA, COMO PARTE DOS REQUISITOS NECESSÁRIOS PARA A OBTENÇÃO DO GRAU DE MESTRE EM INTEGRIDADE DE MATERIAIS DA **ENGENHARIA.** 

### **APROVADA POR:**

Prof<sup>o</sup>. Jorge Luiz de Almeida Ferreira, Doutor (ENM-UnB) (Orientador)

Prof°. Fábio Comes de Castro, Doutor (ENM-UnB)

(Examinador Interno)

Prof<sup>o</sup>. Antônio Carlos de Oliveira Miranda, Doutor (ENC-UnB) (Examinador Externo)

Prof<sup>o</sup>. Edson Paulo da Silva, Dr. Ing (ENMECA-UnB) (Examinador Externo)

BRASÍLIA/DF, 25 DE FEVEREIRO DE 2013.

## FICHA CATALOGRÁFICA

# **REFERÊNCIA BIBLIOGRÁFICA**

SANTOS, P. F. Estudo de Técnicas de Tratamento de Dados Experimentais para a Avaliação da Curva da/dN versus Delta-K – Um Estudo para o Aço ASTM A743 CA6NM. Dissertação de Mestrado em Integridade de Materiais de Engenharia. Publicação FGA.DM - 001A/2013, Programa de Pós-Graduação em Integridade de Materiais da Engenharia, Universidade de Brasília – Faculdade do Gama/Faculdade de Tecnologia, Brasília, DF, 254p.

## **CESSÃO DE DIREITOS**

AUTOR: Pedro Fernandes Santos

TÍTULO: Estudo de Técnicas de Tratamento de Dados Experimentais para a Avaliação da Curva da/dN versus Delta-K – Um Estudo para o Aço ASTM A743 CA6NM. GRAU: Mestre ANO: 2013

É concedida à Universidade de Brasília permissão para reproduzir cópias desta dissertação de mestrado e para emprestar ou vender tais cópias somente para propósitos acadêmicos e científicos. O autor reserva outros direitos de publicação e nenhuma parte dessa dissertação de mestrado pode ser reproduzida sem autorização por escrito do autor.

Pedro Fernandes Santos SQN 106, Bloco C, Apt. 202 70742-030, Brasília, DF, Brasil.

### AGRADECIMENTOS

Agradeço primeiramente aos meus familiares e amigos pelo apoio que me foi indispensável. Agradeço também minha namorada Ingrid, pois além de sua constante companhia me ajudou com a edição das imagens deste trabalho.

Agradeço aos Professores Jorge e Alex, por sua flexibilidade e compreensão, assim como o apoio e companheirismo na vida acadêmica e fora dela. Grande parte do meu crescimento foi graças à orientação destes, pela qual serei sempre grato. Agradeço também a todos os outros professores, funcionários, colegas e amigos com os quais convivi durante meus anos na UnB e de laboratório, que tornaram a experiência no mínimo interessante; um aprendizado por si só.

De maneira alguma menos importante, agradeço ao amigo Marcus Sá – sem o qual a execução deste estudo talvez fosse impossível –, ao Alex Cubano e outros amigos do SG9.

Finalmente, agradeço aos meus professores da Universidade de Tohoku, pela sua paciência e compreensão com minha situação pouco usual.

#### RESUMO

Um dos objetivos deste trabalho foi avaliar a variabilidade de alguns parâmetros envolvidos em Mecânica da Fratura para o aço ASTM A743 CA6NM, como: os coeficientes de ajuste para os modelos de Paris e Elber; o limiar de propagação de trincas,  $\Delta K_{th}$ ; o ajuste da equação de Walker sobre o limiar, e; a taxa de aquisição de dados  $\Delta a$ . Estas variabilidades foram avaliadas em função de diferentes técnicas de redução utilizadas. Outro objetivo foi analisar como a máquina de ensaios se comporta durante o teste e através de quais modelos esta exibe os resultados calculados. Para isto foram elaboradas rotinas no programa MATLAB que seguem técnicas recomendadas pela literatura. Foi realizada uma revisão teórica dos conceitos de Mecânica da Fratura. Os ensaios realizados foram de propagação de trinca por fadiga em espécimes do tipo C(T). A norma ASTM E647, que padroniza os procedimentos e materiais para os ensaios utilizados, também foi estudada e discutida, uma vez que a programação da máquina de ensaios (MTS 810) segue tal norma. Oito ensaios foram realizados, sendo sete válidos, para a determinação do limiar de propagação e sua variabilidade, em seguida, analisada estatisticamente. As razões utilizadas foram R=0,05; 0,1; 0,33; 0,5 e 0,66. Observou-se o efeito da razão de carregamento, R, sobre o limiar de propagação de trincas por fadiga; este está de acordo com a literatura. A técnica de redução de dados polinomial incremental com n = 4 exibiu os melhores resultados. A variabilidade mínima encontrada para o expoente m foi de ±17 %, reduzida para ±9 % ao filtrar os dados em  $\Delta a = 0,10$  mm; para o limiar  $\Delta K_{th}$ foi de ±24 %, reduzindo para ±21 % com o filtro  $\Delta a = 0.05$  mm. O filtro  $\Delta a = 0.25$  mm mostrous resultados insatisfatórios. A máquina parece seguir as recomendações da norma ASTM E647 para execução dos ensaios e obtenção de dados, mas não para os tratamentos de dados.

Palavras-chave: Mecânica da Fratura, Variabilidade Experimental, Diagrama da/dN x ΔK, Lei de Paris, Modelo de Elber, Limiar de Propagação de Trinca por Fadiga, Aço Inoxidável Fundido, Aço ASTM A743 CA6NM, Norma ASTM E647.

### ABSTRACT

One of the objectives of this work was to evaluate the variability of some parameters involved in Fracture Mechanics for the steel ASTM A743 CA6NM, such as: the fit coefficients for Paris' and Elber's models; the crack growth threshold,  $\Delta K_{th}$ ; the fit of Walker's Equation over the threshold, and; the data acquisition rate  $\Delta a$ . These variabilities were evaluated by different data reduction techniques. Another objective was to analyse the behaviour of the test machine during tests and what methods it uses for the results it displays. For this, MATLAB programs were confectioned, which follow techniques recommended by the literature. A literature review was conducted for the concepts of Fracture Mechanics. Fatigue crack growth tests were performed in C(T) specimens. The standard ASTM E647, which standardizes the procedures and materials involved in the tests, was also studied and discussed, since the test machine (MTS 810) follows such standard. Eight tests were performed, being seven of then valid. The load ratios used were R=0.05, 0.1; 0.33, 0.5 and 0.66. The effect of the load ratio, R, over the crack growth threshold was observed and is according to the literature. The incremental polynomial data reduction technique with n = 4 showed the best results. The minimum variability obtained for the exponent *m* was  $\pm 17$  %, reduced to  $\pm 9$  % when the data was filtered on  $\Delta a = 0,10$ mm; for the threshold  $\Delta K_{th}$  the variability was  $\pm 24$  %, reducing to  $\pm 21$  % with the filter  $\Delta a$ = 0,05 mm. The filter  $\Delta a = 0,25$  mm showed insatisfactory results. The machine seems to follow the standard ASTM E647 for the test execution and data acquisition, but not for data treatment.

Keywords: Fracture Mechanics, Experimental Variability, da/dN x ΔK, Paris' Law, Elber's Model, Crack Propagation Threshold, Cast Stainless Steel, ASTM A743 CA6NM Steel, ASTM E647 Standard.

# SUMÁRIO

1 - Introdução
1.1 - Escopo e Objetivo
1.2 - Organização do Trabalho4
2 - Mecânica da Fratura
2.1 - Breve Histórico 8
2.2 - Concentradores de Tensão10
2.2.1 - Modos de Carregamento
2.2.2 - Mecanismos de Falha13
2.3 - Fator de Intensidade de Tensão16
2.3.1 - Tenacidade à Fratura18
2.3.1.1 - Mecânica da Fratura Linear Elástica19
2.3.1.2 - Zona Plástica
2.3.1.3 - Validade da MFLE e EPD22
2.3.1.4 - Mecânica da Fratura Elasto-Plástica24
2.3.1.5 - Método Crack Tip Opening Displacement
2.4 - Propagação de Trincas por Fadiga26
2.4.1 - Metodologias de Análise
2.4.2 - Estimativa de Vida
2.4.3 - Limiar de Propagação de Trinca34
2.4.4 - Plasticidade e Limitações
3 - Norma E647 e Recomendações39
3.1 - Corpos de Prova
3.1.1 - Entalhe e Pré-trinca 41
3.2 - Aparatos Experimentais
3.3 - Variáveis do Ensaio
3.4 - Métodos Experimentais
3.5 - Critérios de Validação49
3.6 - Análise dos Dados Observados 49
3.7 - Limiar de Propagação50
3.8 - Técnicas de Redução de Dados51

3.9 - Leitura do Tamanho de Trinca	52
4 - MetodologiaS de Ensaio e Análise	54
4.1 - Corpos de Prova e Material	54
4.1.1 - Polimento e Marcação dos Corpos de Prova	55
4.1.2 - Número de Ensaios	55
4.2 - Máquina e Ensaios	56
4.2.1 - Medição do Tamanho da Trinca e Critério de Parada	57
4.2.2 - Parâmetros de Ensaio	57
4.3 - Procedimentos de Análise de Dados	57
4.3.1 - Rotinas do MATLAB e Comparação Entre Dados	58
4.3.1.1 - Rotina I – Redução de Dados pelo Método da Secante, e; Rotina II – Redu	ção de
Dados pelo Método Polinomial Incremental	59
4.3.1.2 - Rotina III – Redução de Dados pelos Métodos das Diferenças Centradas F	initas,
Secante e Polinomial Incremental	59
4.3.1.3 - Rotina IV – Análise e Determinação dos Parâmetros da Curva da/dN	60
4.3.1.4 - Rotina V – Filtragem dos Resultados Experimentais em $\Delta a$	61
4.3.2 - Obtenção da Variabilidade	62
4.4 - Apresentação dos Resultados	63
5 - Resultados e Análise	64
5.1 - Ensaios e Dados	64
5.2 - Rotinas e Resultados	65
5.2.1 - Tamanho de Trinca	66
5.2.2 - Fator de Intensidade de Tensão	67
5.2.3 - Taxa de Crescimento de Trinca por Ciclo	68
5.2.4 - Tratamento de Dados	69
5.2.5 - Efeito de "n" no Método Polinomial	70
5.2.6 - Filtragem dos Dados em Δa	78
5.2.6.1 - Efeito do Uso de $\Delta a$ = 0,25 mm	78
5.2.6.2 - Efeito do Uso de $\Delta a$ = 0,05 e 0,10 mm	81
5.3 - Variabilidade E Normalização	83
5.3.1 - Parâmetros de Ajuste	83
5.3.1.1 - Efeito da Filtragem dos Dados em $\Delta a$ = 0,25 mm	85
5.3.1.2 - Efeito da Filtragem dos Dados em $\Delta a$ = 0,05 e 0,10 mm	86

5.3.3 - Valores Normalizados	90
5.3.3.1 - Efeito da Filtragem em $\Delta a$ = 0,05 e 0,10 mm	92
6 - Conclusões e Sugestões	94
Referências Bibliográficas	96
Apêndice A – Montagem das garras <i>Clevis</i> de fixação do C(T) na MTS 810	101
Apêndice B – Procedimento para o Ensaio de Propagação de Trinca por Fadiga	105
Apêndice C – RotinaS do MatLab para determinação do Limiar de Propagação de Trin	ca 119
Apêndice D – Figuras obtidas Através da Rotina IV	137

# LISTA DE TABELAS

Tabela 4.1 - Dimensões características para o corpo de prova utilizado, do tipo
C(T):
Tabela 4.2 – Composição química em %peso da liga. Fonte: ASTM (2012): 54
Tabela 4.3 – Propriedades mecânicas para o Aço ASTM A743 CA6NM obtidas no
Laboratório de Ensaios Mecânicos da UnB. Fonte: DE SOUZA (2011):55
Tabela 4.4 – Razões de carregamento para os CPs ensaiados:
Tabela 4.5 – Trecho de uma das planilhas utilizadas para extração dos dados: 58
Tabela 5.1 – Erro entre $a_{\text{MTS}}$ e $a_{\text{ML}}$ :
Tabela 5.2 - Erro entre $a_{\text{MTS}}$ e $\hat{a}_{\text{ML}}$ – polinomial:
Tabela 5.3 – Erro entre $\Delta K_{\text{MTS}}$ e $\Delta K_{\text{ML}}$ calculado com $\hat{a}_{\text{ML}}$ - secante:
Tabela 5.4 – Erro entre $\Delta K_{\text{MTS}}$ e $\Delta K_{\text{ML}}$ calculado com $\hat{a}_{\text{ML}}$ - polinomial:
Tabela 5.5 – Gradiente-K normalizado por ensaio:
Tabela 5.6 – Trecho de uma planilha com valores de $(da/dN)_{MTS}$ , correspondente
aos mesmos pontos expostos na Tabela 4.5:
Tabela 5.7 – Parâmetros obtidos para o CP1 com diferentes modelos de redução de
dados
Tabela 5.8 – Parâmetros obtidos para o CP2 com diferentes modelos de redução de
dados
Tabela 5.9 – Parâmetros obtidos para o CP3 com diferentes modelos de redução de
dados
Tabela 5.10 - Parâmetros obtidos para o CP4 com diferentes modelos de redução
de dados
Tabela 5.11 – Parâmetros obtidos para o CP6 com diferentes modelos de redução
de dados
Tabela 5.12 – Parâmetros obtidos para o CP7 com diferentes modelos de redução
de dados77
Tabela 5.13 – Parâmetros obtidos para o CP8 com diferentes modelos de redução
de dados77
Tabela 5.14 – Parâmetros obtidos para o CP1 pelos diferentes modelos após
aplicação do filtro em $\Delta a = 0,25$ mm:
Tabela 5.15 – Parâmetros obtidos para o CP1 pelos diferentes modelos após
aplicação do filtro em $\Delta a = 0,05$ mm:

Tabela 5.16 - Parâmetros obtidos para o CP1 pelos diferentes modelos após
aplicação do filtro em $\Delta a = 0,10$ mm:
Tabela 5.17 – Tabela comparativa entre a variabilidade dos ajustes para os
diferentes filtros utilizados em $\Delta a$
Tabela 5.18 - Parâmetros de ajuste para os modelos de Paris e Elber. Valores
obtidos utilizando os pontos do método polinomial $(n = 4)$ :
Tabela 5.19 - Parâmetros de ajuste para os modelos de Paris e Elber, após a
filtragem dos pontos em $\Delta a = 0,25$ mm. Dados extraídos pelo método polinomial ( $n = 4$ ): 85
Tabela 5.20 – Parâmetros de ajuste para os modelos de Paris e Elber, após a
filtragem dos pontos em $\Delta a = 0,05$ mm. Dados extraídos pelo método polinomial ( $n = 4$ ):
Tabela 5.21 - Parâmetros de ajuste para os modelos de Paris e Elber, após a
filtragem dos pontos em $\Delta a = 0,10$ mm. Dados extraídos pelo método polinomial ( $n = 4$ ):
Tabela 5.22 – Lista dos $(\Delta K_{th})_{\text{MTS}}$ e $(\Delta K_{th})_{\text{MTS}}$
Tabela 5.23 – Valores de $\gamma_{th}$ obtidos por regressão para a equação de Walker: 91
Tabela 5.24 – Estimativa de $\Delta K_{th}$ em R=0 utilizando a equação de Walker, com o
parâmetro material determinado por regressão linear múltipla:
Tabela 5.25 – Valores de $\gamma_{th}$ obtidos por regressão sobre os dados filtrados para a
equação de Walker com o método de redução polinomial $(n = 4)$ :
Tabela 5.26 – Estimativa de $\Delta K_{th}$ em $R=0$ utilizando a equação de Walker sobre os
dados filtrados:

## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 - Resultado da inundação de melaço em Boston, 1919. Fonte: Globe
Newspaper Co. (1919) apud WIKIPEDIA
Figura 2.2 - Representação didática do efeito de um concentrador de tensões em
uma placa plana. Fonte: NDT Resource Center (2011)11
Figura 2.3 - Comportamento do fator de concentração de tensões em uma placa
plana com furo elíptico. Fonte: Dowling (2007) [modificado] 11
Figura 2.4 - Fenômenos encontrados em pontas de trinca de materiais reais sob
tensão. Fonte: Dowling (2007) [modificado] 12
Figura 2.5 – Modos de carregamento representados em elementos de tensão. Fonte:
Zehnder (2010) [adaptado]
Figura 2.6 – Esquema da movimentação de discordâncias (acima) e
correspondentes fractografias (abaixo). Fonte: Hertzberg (1976)14
Figura 2.7 – Representação de fraturas intra e intergranular. Fonte: Schreurs (2011)
[adaptado]15
Figura 2.8 - Marcas de praia (esq.) e estrias de fadiga (dir.). Fonte: Hertzberg
(1976)
Figura 2.9 – Sistema de coordenadas polares no plano x-y para a região próxima a
uma trinca elíptica em placa infinita. Fonte: Wang (1996) 16
Figura 2.10 – Distribuição da tensão normal ao plano da trinca. A linha pontilhada
representa a tensão prevista pelas equações teóricas enquanto a linha cheia representa os
valores empíricos. Fonte: Wang (1996) [modificado]18
Figura 2.11 – Representação da zona de plastificação e comportamento das tensões
na ponta de uma trinca em modo I de abertura. Fonte: Dowling (2007) [modificado] 20
Figura 2.12 - Efeito da espessura sobre o tamanho da zona plástica e o
comportamento do perfil de fratura no material. Fonte: Dowling (2007) [modificado] 21
Figura 2.13 – Vista em corte representativa da zona de plastificação, considerando
o critério de von Mises, na ponta de trinca em um sólido. Fonte: Wang (1996) [adaptado].
Figura 2.14 – Dimensões relevantes de um corpo para uma análise simples de MF.
Fonte: Dowling (2007) [modificado]
Figura 2.15 - Perfis de fratura em CPs com espessura variável, ensaiados em
tração. Fonte: Dowling (2007) [modificado]

Figura 2.16 - Tipos mais comuns de carregamentos dinâmicos. Fonte: Oliveira et al		
(2009)		
Figura 2.17 – Mecanismo representativo de crescimento de trinca por fadiga.		
Deslizamentos nos planos cristalinos provocam deformação plástica no material. Fonte:		
Dowling (2007).		
Figura 2.18 – Esboço de uma curva <i>da/dN</i> típica		
Figura 2.19 – Dispersão dos pontos experimentais obtidos para a taxa de		
propagação de trinca pelo fator de intensidade de tensão para um aço dúctil utilizado em		
vasos de pressão, a partir do estudo original de Paris. Fonte: Dowling (2007) [modificado].		
Figura 3.1 – Corpo de prova Compacto de Tração – C(T) – para ensaios de taxa de		
propagação de trinca. Fonte: ASTM, 2011 [adaptado]		
Figura 3.2 – Detalhes de entalhe e pré-trinca para diversas configurações de entalhe		
em C(T). Fonte: ASTM, 2011 [adaptado]41		
Figura 3.3 – Manilha e pinos para a configuração de ensaio com C(T). Fonte:		
ASTM, 2011 [adaptado]		
Figura 3.4 – Displacement Gage		
Figura 3.5 – Posições de encaixe do <i>clip gage</i> . Fonte: ASTM, 2011 [adaptado] 53		
Figura 4.1 – Máquina de Ensaios Universal MTS 81056		
Figura 5.1 – Comparação entre duas situações de transição do modo de ensaio $\Delta K$ -		
decrescente para crescente		
Figura 5.2 – Comportamento de $\Delta K_{\text{MTS}}$ em sequência de tomadas de dados		
consecutivas. A região de pontos utilizada foi selecionada arbitrariamente dentre os dados.		
Figura 5.3 – Dados brutos, curva de tendência e bandas de confiança de 95 %		
obtidos utilizando o método da secante para o CP1 (esq.) e CP7 (dir.)		
Figura 5.4 – Ajuste não linear (esq.) e linear (dir.) para o modelo de Paris. Dados		
referentes à redução pelo método da secante para o CP171		
Figura 5.5 – Curva de ajuste do Modelo de Elber. Dados referentes à redução pelo		
método da secante para o CP1		
Figura 5.6 – Ajuste linear sobre o logaritmo dos pontos selecionados para a região l		
do diagrama $da/dN \ge \Delta K$ . Dados referentes à redução pelo método da secante para o CP1.		
71		

Figura 5.7 – Gráfico comparativo do parâmetro A entre os três diferentes modelos Figura 5.8 – Gráfico comparativo do parâmetro m entre os três diferentes modelos Figura 5.9 – Comparativo de dispersão dos pares  $da/dN \ge \Delta K$  obtidos pelo método Figura 5.10 - Ajuste linear do modelo de Paris para o CP4, CP7 e CP8, Figura 5.11 - Comparativo da dispersão de pares da/dN-AK para o CP1 após a Figura 5.12 – Variação do parâmetro A para os diferentes modelos, de acordo com as técnicas de redução utilizadas; dados após a filtragem dos pontos em  $\Delta a = 0.25$  mm... 80 Figura 5.13 – Variação do parâmetro m para os diferentes modelos, de acordo com as técnicas de redução utilizadas; dados após a filtragem dos pontos em  $\Delta a = 0.25$  mm... 80 Figura 5.14 – Dispersão dos pontos obtidos pelo método da secante para as filtragens em  $\Delta a = 0.05$  e 0.10 mm. 81 Figura 5.15 – Gráfico comparativo do parâmetro m entre os três modelos de ajuste Figura 5.16 – Gráfico comparativo do parâmetro m entre os três modelos de ajuste Figura 5.17 – Dispersão dos pontos (não filtrados) da/dN-AK para a região I do diagrama. Todos os CPs foram colocados para permitir a observação do efeito de R sobre o Figura 5.18 – Linearização do logaritmo dos pares de dados obtidos pelo método polinomial (n=4) utilizada para estimar o valor do limiar de propagação de trinca por 

# LISTA DE SÍMBOLOS

## Símbolos Gregos

Δ	Variação de um parâmetro, diferença entre valores
$\Delta K_{eff}$	Fator de intensidade de tensão efetivo
$\Delta K_{ML}$	Fator de intensidade de tensão calculado pelas rotinas
$\Delta K_{\text{MTS}}$	Fator de intensidade de tensão dado pela máquina
$\Delta K_{op}$	Fator de intensidade de tensão para abertura da boca da trinca
$\Delta K_{th}$	Limiar de propagação de trinca por fadiga
$(\Delta K_{th})_{MTS}$	Limiar de propagação dado pela máquina
δ	CTOD
$\delta^{a}$	Diferença ou erro entre $a_{MTS}$ e $a_{ML}$
$\delta^{\Delta K}$	Diferença ou erro entre $\Delta K_{MTS} e \Delta K_{ML}$
θ	Ângulo de inclinação da propagação da trincaem relação ao eixo x
μ	Média
ρ	Raio de curvatura
σ	Desvio-padrão
$\sigma_0$	Tensão de escoamento
$\sigma_x, \sigma_y, \sigma_z$	Tensões normais nas direções x, y e z atuantes num elemento de tensão
$\tau_{xy},\tau_{yz},\tau_{xz}$	Tensões cisalhantes atuantes num elemento de tensão
υ	Coeficiente de Poisson

### Símbolos Latinos

a	Meia largura de uma trinca elíptica
a <sub>c</sub>	Tamanho crítico de trinca
a <sub>MTS</sub>	Tamanho de trinca dado pela máquina
a <sub>ML</sub>	Tamanho de trinca calculado pelas rotinas
A <sub>i</sub>	Constante material para cada modelo de previsão de crescimento de trinca
b	Espessura de uma peça ou corpo de prova
c	Largura de uma peça
С	Gradiente-K Normalizado
Ci	Parâmetro de ajuste para as técnicas de redução de dados
(da/dN) <sub>MTS</sub>	Propagação de trinca por ciclo calculada pela máquina

Е	Módulo de Elasticidade ou Módulo de Young
F	Fator geométrico
G	Taxa de liberação de energia de deformação
h	Altura de uma peça ou corpo de prova
J	Valor obtido ao resolver a Integral J
Κ	Fator de Intensidade de Tensão
K <sub>c</sub>	Valor crítico do Fator de Intensidade de Tensão
K <sub>Ic</sub>	Tenacidade à fratura
kt	Fator de Concentração de Tensões
mi	Inclinação do diagrama de taxa propagação de trinca para cada modelo
n	Variável de análise para o método polinomial incremental
n*	Número de amostras analisadas
Ν	Ciclo, número de ciclos
Р	Carregamento aplicado
r	Distância da ponta da trinca
R	Razão de carregamento
R <sup>2</sup>	Coeficiente de determinação
S	Tensão nominal
Sa	Tensão alternada
S <sub>c</sub>	Tensão crítica
S <sub>m</sub>	Tensão média em um carregamento alternado
S <sub>max</sub>	Tensão máxima em um carregamento alternado
S <sub>min</sub>	Tensão mínima em um carregamento alternado
t	Espessura de uma peça ou corpo de prova
v	Diferença entre abertura de boca de trinca máx. e mín. em um ciclo
W	Distância entre ponto de carregamento e face anterior de um C(T)

# LISTA DE ABREVIAÇÕES

- C(T) *Compact tension specimen*
- CP, CPs Corpo de Prova, Corpos de Prova.
- CPU Central Processing Unit

CTODCrack-Tip Opening DisplacementEPDEstado Plano de DeformaçõesEPTEstado Plano de TensõesMFMecânica da FraturaMFEPMecânica da Fratura Elasto-PlásticaMFLEMecânica da Fratura Linear Elástica

### 1 - INTRODUÇÃO

A curva  $da/dN \ge \Delta K$  (taxa de propagação de trinca por fadiga versus o fator de intensidade de tensões) é uma das ferramentas mais importantes para o desenvolvimento de projetos para falha segura. Esta curva é fundamental a estudos de Mecânica da Fratura e pode ser dividida em três regiões: na região I se determinam valores limiares onde as taxas de propagação (da/dN) são tão baixas que se espera que não ocorra falha; a região II, amplamente estudada e onde ocorre uma propagação estável da trinca, e; a região III, onde pode ocorrer a propagação instável da trinca e súbita ruptura do material. Este estudo pretende considerar principalmente parâmetros envolvidos nas regiões I e II.

A determinação da variabilidade de parâmetros experimentais de propagação de trinca por fadiga está relacionada aos conceitos básicos de Mecânica da Fratura e também aos de Probabilidade e Estatística. Embora os conceitos relacionados à Mecânica da Fratura já viessem sendo estudados por algumas centenas de anos, o campo só veio a se estabelecer no último século (Ceriolo; Di Tommaso, 1998). Inglis (1913) divulgou um estudo que serviu como ponto de partida para muitos outros pesquisadores na área, como Griffith (1920), Westergaard (1939), Irwin (1957), etc. Deste ponto até hoje o estudo de Mecânica da Fratura passou por avanços consideráveis, incluindo a automação de ensaios. Diversas fontes podem ser encontradas na literatura, explicando desde aspectos básicos e teóricos a alguns mais avançados e aplicáveis da Mecânica da Fratura (Dowling, 2007; Schreurs, 2011; Wang, 1996; Zehnder, 2010).

Os ensaios experimentais de propagação de trinca são regidos principalmente pela norma E647 da ASTM (2011), originalmente de 1978. A norma provê orientação para o cálculo e análise de diversos parâmetros envolvidos e tem sido atualizada à medida que são feitas novas descobertas. Um grande avanço nestes estudos aconteceu em meados dos anos 80, com a popularização dos microcomputadores e automação de diversas etapas dos ensaios (Donald, 1980; Saxena, 1978; Williams, 1983). O uso da norma E647 com corpos de prova do tipo C(T) – *Compact Tension* – é bastante difundido para estudos em propagação de trinca. Estudos recentes (Forth, 2006) têm confrontado o uso de corpos de prova do tipo C(T) devido a anomalias observadas eventualmente, principalmente na região do limiar de propagação.

A investigação do valor limiar de propagação ( $\Delta K_{th}$ ) começou, ou ao menos se consolidou, apenas no início da década de 1970. Com a publicação da norma E647 e a automação dos ensaios, o estudo do fenômeno ganhou força. Atualmente, mais estudos

sobre este parâmetro têm sido publicados, investigando diversas relações entre os fatores envolvidos.

O efeito de parâmetros microestruturais sobre o limiar, por exemplo, foi estudado por vários autores, incluindo Lados (2006). No seu trabalho, sobre ligas de Al-Si-Mg, são investigados efeitos do tamanho de grão, concentração de soluto, resistência da matriz e tensões residuais sobre o comportamento da trinca.

Outros pesquisadores como Pugno (2006), Wang (2008) e Lu (2010), têm estudado a possibilidade de se modelar o comportamento na região do limiar. Pugno desenvolve um modelo generalizado para a lei Paris, considerando a curva S-N de Wöhler para fadiga, enquanto Wang procura estender o modelo de McEvily ao variar suas constantes. Lu encontrou uma boa correlação entre a previsão do seu modelo, que considera o crescimento de trincas em pequena escala de tempo, e observações experimentais.

Ainda, um esforço considerável parecer ser dirigido ao estudo do comportamento de trincas pequenas (aquelas cujas dimensões são comparáveis a parâmetros microestruturais) e, consequentemente, da associação deste ao limiar de propagação. Matsunaga (2010) considerou a abordagem pouco usual de examinar o limiar de propagação de trincas pequenas em modo de cisalhamento e de torção, no aço SAE52100. Vallellano (2009) descreve um modelo para crescimento de pequenas trincas baseando-se em dois limiares de propagação: o de fadiga e o monotônico. Há ainda modelos completamente novos, como o de Gavras (2012), que tenta determinar a resistência ao crescimento de trinca do material tanto para trincas pequenas quanto grandes, e abrangendo uma grande gama de materiais estruturais. Miao (2012) relaciona parâmetros microestruturais ao patamar de transição de uma iniciação de trinca para uma pequena trinca em uma superliga de níquel.

Outras vertentes no campo ainda se preocupam com a precisão de modelagens computacionais e simulações, ou com a repetibilidade de certos procedimentos experimentais. O trabalho de Mandai (2010) considerou a modelagem de propagação de trinca do aço A743 CA6NM no programa de elementos finitos ANSYS. Shi (2010) investigou apresentou a capacidade de um método estendido de elementos finitos em fazer modelos em três dimensões para crescimento de trinca e previsão de vida no programa Abaqus. Newman (2010) abordou métodos de obtenção de pré-trinca em compressão, procurando evitar a zona de escoamento que pode ocorrer em fadiga por tração.

Boa parte das publicações, no entanto, consiste de caracterização de materiais. O trabalho de Beretta (2010) discute sobre a aplicação de modelos de previsão de

2

crescimento de trinca a um aço utilizado em eixos de trem. Jones (2012) discute sobre materiais utilizados em ferrovias e aplicações aeroespaciais.

#### **1.1 - ESCOPO E OBJETIVO**

Este estudo considera procedimentos experimentais e de tratamento de dados de acordo com a norma ASTM E647 (2011) para determinar a variabilidade e comportamento de diversos parâmetros envolvidos em análise de propagação de trinca por fadiga. A variabilidade é determinada a partir dos valores obtidos, utilizando tratamentos de Probabilidade e Estatística, e é representada formalmente pelo desvio-padrão.

Para os ensaios, é utilizado o aço A743 CA6NM. A necessidade do estudo deste material vem do seu uso em componentes de turbinas hidrogeradoras. Este trabalho é apenas parte de um estudo de caracterização deste aço, que vem sendo desenvolvido no Laboratório de Ensaios Mecânicos da UnB. A falha catastrófica de tais turbinas em operação deve ser evitada, já que pode gerar enormes prejuízos financeiros para as empresas de geração de energia elétrica e seus consumidores, e até mesmo a perda de vidas humanas.

A obtenção da variabilidade de diversos parâmetros, especialmente do limiar de propagação de trinca por fadiga, neste estudo é necessária para a análise de um modelo de previsão baseado na teoria da distância crítica, que está sendo estudado no laboratório.

Além da obtenção destas variabilidades, há outros objetivos. Um deles é analisar o efeito da razão de carregamento, R, sobre o material na região do limiar de propagação. A análise do efeito de R se deu através da realização de ensaios em diferentes razões e observação dos resultados ao se isolar esta variável.

Outro objetivo é examinar objetivamente o comportamento da máquina de ensaios durante os testes e como são realizados os cálculos pelo computador que controla o ensaio; e se este está de acordo com as recomendações feitas pela ASTM. Uma vez que a máquina não explicita completamente quais modelos e métodos utiliza, nem como os dados são tratados, determinou-se a necessidade de verificar os resultados da máquina com cálculos próprios. O comportamento do computador foi estudado partindo dos dados de saída; basicamente valores de carregamento, abertura da trinca e contagem de ciclos.

São desenvolvidas rotinas no programa MATLAB que seguem as recomendações da norma para redução de dados e obtenção do limiar de propagação de trinca. Também

são desenvolvidas rotinas para a análise de alguns parâmetros encontrados em modelos das regiões I e II do diagrama  $da/dN \ge \Delta K$ .

Este trabalho, enquanto voltado principalmente a necessidades internas do Laboratório de Ensaios Mecânicos da UnB, também auxilia na investigação do parâmetro  $\Delta K_{th}$ , cujo comportamento ainda não é completamente compreendido. A análise da variabilidade dos parâmetros estudados também é normalmente pouco explorada (ou ao menos divulgada).

### 1.2 - ORGANIZAÇÃO DO TRABALHO

Neste capítulo foram apresentadas as motivações gerais para este trabalho. Foi realizada uma revisão das tendências mais recentes na área. O escopo do trabalho e os objetivos também foram expostos.

O segundo capítulo deste trabalho faz uma revisão abrangente do campo de Mecânica da Fratura, partindo de um breve histórico. São explicados conceitos básicos, como a concentração de tensões causadas por entalhes e o diagrama  $da/dN \ge \Delta K$ , assim como expostas equações mais refinadas, utilizadas pela NASA, passando pelo conceito de fadiga. Ao final do capítulo são apresentados alguns parâmetros, equações e critérios envolvidos diretamente com as análises deste trabalho.

No terceiro capítulo são colocadas as diversas recomendações da norma E647, principalmente as relevantes a este estudo. São revisados os materiais necessários, os métodos para procedimento experimental e redução de dados extraídos dos testes, de acordo com a norma.

Através do quarto capítulo são definidos os procedimentos e materiais utilizados nos ensaios e análises. Definem-se os parâmetros determinantes para os ensaios e a sequência seguida para análise dos resultados. No fim deste capítulo é dado o esquema de apresentação dos dados obtidos.

O quinto capítulo consiste dos resultados obtidos e das análises realizadas sobre os dados e informações. É analisado o comportamento da máquina através dos dados obtidos. São exibidos diversos diagramas e gráficos extraídos das rotinas. As variabilidades dos parâmetros de interesse são calculadas e analisadas neste capítulo. O "grosso" dos dados obtidos é apresentado em forma de tabelas sequencialmente organizadas.

No último capítulo estão resumidas as conclusões que foram feitas após as análises do quarto capítulo. São feitas, finalmente, algumas sugestões para trabalhos futuros nesta mesma linha de estudo.

No fim deste trabalho estão disponíveis apêndices. O primeiro apêndice é uma simples explicação dos dispositivos utilizados para fixação dos corpos de prova na máquina. O segundo apêndice explica de um modo simples como programar o controlador para a adequada execução dos ensaios. No terceiro apêndice estão as rotinas desenvolvidas no MATLAB, linha a linha. O quarto e último apêndice contém o grande volume de gráficos que foi gerado para análise pelas rotinas do MATLAB, organizados sequencialmente.

## 2 - MECÂNICA DA FRATURA

O campo de estudos de Mecânica da Fratura (MF) é um conjunto de teorias que descreve o comportamento de componentes estruturais que contenham descontinuidades (Wang, 1996). Apesar dos primeiros estudos sobre a MF terem começado no final do século XIX e de encontrar-se em pleno desenvolvimento (com várias vertentes de estudo), a MF já é utilizada amplamente no ambiente industrial. Uma breve busca na *internet* dos termos *"fracture mechanics"* apresenta 3.750.000 resultados (Dezembro de 2012), em contraste com 2.190.000 em 2010 (como relatado por Mandai, 2010).

A demanda que impulsionou o desenvolvimento do campo da MF surgiu num período que engloba o início da Segunda Guerra Mundial e o final da Guerra Fria. Naquele momento, diversas máquinas e outras importantes estruturas de engenharia começaram a apresentar falhas catastróficas por razões anteriormente ignoradas.

Entretanto, um dos primeiros casos relatados de falhas associadas a MF foi a inundação de melaço de Boston (Figura 2.1). Ocasionado por uma falha catastrófica iniciada por uma trinca em um tanque de armazenamento, ondas gigantescas de melaço causaram grande destruição numa destilaria e sua vizinhança (o melaço é utilizado na produção de álcool). O desastre ocorreu durante o inverno de 1919, e investigações apontam que o tanque fora internamente pressurizado devido a um aumento súbito de temperatura (entre outras possíveis causas). O aumento de pressão aliado ao frio causou a propagação de uma trinca numa janela de inspeção na base do tanque. O tanque possuía 15 m de altura por 27 m de diâmetro. Estimou-se que no momento do desastre, ondas de melaço de até 4,5 m de altura se propagaram numa velocidade de até 56 km/h (Park, 1983). Foram registradas 21 mortes humanas, entre crianças e trabalhadores do local, além de muitos animais. A empresa responsável foi obrigada a pagar o equivalente a 6,6 milhões de dólares atuais apenas em processos (Adams, 2004). A fotografia da Figura 2.1 permite ter uma idéia do prejuízo causado.



Figura 2.1 – Resultado da inundação de melaço em Boston, 1919. Fonte: *Globe Newspaper Co.* (1919) *apud* WIKIPEDIA.

Outro caso amplamente comentado em livros e artigos envolvendo MF é dos navios *Liberty*. Dentre os 2.751 navios fabricados, durante a Segunda Guerra quase 1.500 casos de fraturas frágeis foram registrados nos navios, sendo que 30 % apresentaram falhas catastróficas. Doze dos navios partiram pela metade, com algumas mortes (Wright, 2005). As falhas foram atribuídas ao uso de um aço que possuía alta temperatura de transição dúctil-frágil operando em água fria, aliado a uma estrutura predominantemente soldada que permitia que trincas se propagassem desimpedidas por grandes distâncias (Tipper, 1962).

Um exemplo bastante utilizado no âmbito de estudos da MF é o dos aviões *deHavilland Comet* nos anos 50. Além de alguns acidentes menores, duas dessas aeronaves se desmancharam em pleno voo, matando todos que se encontravam a bordo. As investigações concluíram que trincas se propagavam partindo dos cantos de suas janelas, quadradas (Duncan, 1955).

Os casos dos navios *Liberty* e dos aviões *Comet* são alguns dos mais famosos e que geraram grande quantidade de estudos na área de MF. A análise e manutenção com abordagem em MF, atualmente, são aplicadas ativamente em várias indústrias, como nuclear, construção civil, aeronáutica, militar, aeroespacial, etc.

Antes do desenvolvimento da MF, projetos de engenharia se baseavam em análises de tensões baseada em critério de falhas de materiais contínuos (critérios de falha dúctil ou frágil). Apesar destes métodos já consideram microtrincas e defeitos inerentes aos

materiais, ignoram o efeito deletério da presença de trincas maiores e/ou da variação de carregamento no tempo. Em contraste, a análise em MF provê propriedades materiais que podem ser relacionadas ao comportamento de componentes, permitindo associar análises de vida e resistências a diversas configurações de trinca (Dowling, 2007).

A MF pode ser categorizada em Mecânica da Fratura Linear Elástica (MFLE) e Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP). A MFLE provê excelentes resultados para materiais mais frágeis, como aços de alta resistência, vidro, concreto, entre outros. Já para materiais muito dúcteis, plastificação sempre irá preceder a fratura (Wang, 1996). Mesmo assim, em casos de cargas mais baixas e onde podem acontecer carregamentos cíclicos – fadiga – a MFLE tem uma boa aproximação aos casos reais.

O uso efetivo da MF requer a inspeção dos componentes para obter informações sobre tamanho, área e geometria de trincas existentes. Métodos de inspeção vão além da simples inspeção visual, incluindo o uso de ensaios não destrutivos tais como ensaios radiológicos, acústicos, magnéticos, etc. (Dowling, 2007).

### 2.1 - BREVE HISTÓRICO

Como outros ramos modernos da ciência, a Mecânica da Fratura teve sua origem graças a uma série de eventos desencadeados pela revolução industrial. Anterior a isso o conhecimento sobre fratura em materiais frágeis já existia: mestres escultores e artesãos sabiam da taxa de energia necessária para obter o trabalho desejado em diversos tipos de rochas (Ceriolo; Di Tommaso, 1998). Extrapolando esse pensamento, é possível inclusive considerar ferramentas de pedra utilizadas pelo homem primitivo como um trabalho envolvendo fratura. O campo de MF, porém, não veio a se estabelecer até a metade do século XX. Segue um resumo generalizado dos marcos históricos da MF:

- Galileu Galilei em sua época (fim do século XVI, início do XVII) toma notas e investiga o efeito do tamanho de estruturas sobre o comportamento de trincas. Galileu foi surpreendido ao visitar o Arsenal Veneziano e perceber a elevada atenção que era dada pelos trabalhadores que faziam navios de maior porte. Um mestre construtor explicou a Galilei sobre a maior fragilidade dos navios grandes quando comparado aos menores (Ceriolo; Di Tommaso, 1998);
- Em 1773, Charles-Augustin de Coulomb divulga seu critério de falha para materiais frágeis, mais tarde generalizado por Christian Mohr. Vale ressaltar

que avanços na MF são paralelos aos de critérios de falha, e não necessariamente se cruzam (Ceriolo; Di Tommaso, 1998);

- Em 1889, um engenheiro alemão, Kirsch, mostra que uma placa plana com furo circular submetida a uma tensão uniforme apresentava uma intensificação das tensões (Timoshenko; Goodier, 1970 *apud* Mandai, 2010);
- Charles Inglis, em 1913 divulga um estudo no qual ele analisa o efeito de concentradores de tensão de forma elíptica em placas planas, estudando observações feitas pelo Professor B. Hopkinson em 1910. Concentradores elípticos podem ser considerados como círculos quando seus eixos são idênticos ou essencialmente como uma trinca aguda caso um de seus eixos seja infinitamente maior que o outro (Inglis, 1913);
- Alan Griffith, enquanto estudava a resistência de barras de vidro, teorizou que existem trincas microscópicas em todo material, que agem como concentradores de tensão (Gordon, 1988). Isso ajudou a explicar a resistência mais baixa que era observada em diversos materiais, em contraste com a teorizada na época. Porém, sua contribuição mais famosa veio em 1920, com o trabalho *"The phenomenon of rupture and flow in solids"*, onde ele desenvolve um critério para explicar a fratura baseado num equilíbrio de energias (Griffith, 1920). O trabalho proporcionou um avanço em diversos campos da indústria;
- Por quase 20 anos após o trabalho de Griffith nenhuma pesquisa significativa foi feita em MF, até 1939, quando H. Westergaard divulgou um trabalho com uma expressão que podia ser usada para modelar o campo de tensões próximo da região da trinca. Em seu trabalho Westergaard investiga as tensões e deformações em rolamentos utilizando casos diferentes daqueles estudados por Hertz em seu clássico estudo do contato (Westergaard, 1939);
- Com a chegada da Segunda Guerra Mundial e durante os anos que se seguiram, houve uma grande demanda e consequente investimento em pesquisas na área de MF. Um pesquisador de destaque foi George Irwin. Irwin, partindo principalmente dos conceitos introduzidos por Griffith e Westergaard:

- Introduziu o conceito da taxa de liberação de energia de deformação, ao observar que, em metais, ocorre uma plastificação na ponta da trinca e seu carregamento e descarregamento provoca dissipação de energia na forma de calor. Modificou o critério original de Griffith (Irwin, 1960; Erdogan, 2000);
- Introduziu o concento do Fator de Intensidade de Tensão ao alterar a solução de Westergaard (Irwin, 1957);

Além de muitas outras contribuições e colaborações ao longo de sua vida;

- Em 1963, Paul Paris relaciona a taxa de crescimento de trincas com a variação do fator de intensidade de tensão, ao estudar o crescimento subcrítico de trincas (Paris, 1963). Originou-se o diagrama *da/dN* x Δ*K*;
- Rice, em 1968, introduz o conceito de integral J, para análise não linear em MF. Consiste em uma integral de linha que é a taxa de variação da energia potencial para um sólido elástico não linear ao longo da extensão da trinca (Rice, 1968);

Muitas contribuições seguiram por diversos autores e listá-las é uma tarefa que merece um trabalho a parte. Adicionalmente, as técnicas numéricas e métodos computacionais que foram facilitadas pelo avanço da computação eletrônica têm auxiliado enormemente pesquisas em MF.

#### 2.2 - CONCENTRADORES DE TENSÃO

Ao falar sobre Mecânica da Fratura é útil ter a noção de concentradores ou amplificadores de tensão. Tipicamente, em análises de tensões, consideram-se corpos ou componentes sem descontinuidades geométricas. Porém, em projetos de engenharia e situações reais muitas vezes encontramos a existência de furos, rasgos e entalhes nas peças consideradas, seja para a boa fixação, operação ou estética da peça. Nestes casos é boa prática trabalhar com uma descontinuidade que possua o maior raio de curvatura possível.

Um concentrador de tensões, como sugere o nome, é uma região numa peça ou componente onde as tensões se concentram devido a uma descontinuidade próxima. Considerando uma placa plana, por exemplo, e a mesma placa com um furo, como visto na Figura 2.2:



Figura 2.2 – Representação didática do efeito de um concentrador de tensões em uma placa plana. Fonte: *NDT Resource Center* (2011).

A distribuição de tensões (didaticamente representada por linhas de força), antes uniforme ao longo da placa, modifica-se para "contornar" a descontinuidade com uma nova distribuição desuniforme. A tensão que deveria ser resistida pelo material inexistente da descontinuidade fica concentrada no material vizinho.

Estudada por Inglis em 1913, a concentração de tensões para a região próxima a um furo elíptico em uma placa plana pode ser dada como ilustrado no gráfico da Figura 2.3:



Figura 2.3 – Comportamento do fator de concentração de tensões em uma placa plana com furo elíptico. Fonte: Dowling (2007) [modificado].

O fator de concentração de tensões,  $k_t$ , é uma razão entre a tensão observada nas proximidades da descontinuidade e a tensão nominal na peça, *S* (considerando a área nominal da mesma). Considerando a tensão normal,  $\sigma_y$ , tem-se a Eq. (2.1):

$$k_t = \frac{\sigma_y}{S},\tag{2.1}$$

onde (Eq. (2.2):

$$\sigma_y = S\left(1 + 2\frac{c}{d}\right) = S\left(1 + 2\sqrt{\frac{c}{\rho}}\right). \tag{2.2}$$

As dimensões c,  $d e \rho$  estão indicadas na Figura 2.3, sendo  $\rho$  o raio da elipse (Dowling, 2007). Da equação (2.2 é observável que quanto menor o valor de  $\rho$ , maior a tensão  $\sigma_y$  e maior o fator de concentração de tensões  $k_t$ . Considerando uma trinca como uma elipse de raio infinitamente pequeno, a tendência da tensão na região vizinha à trinca é atingir um valor infinitamente grande. Esse comportamento não é verificado, pois materiais reais podem apresentar fenômenos como plastificação, *crazing* ou microfraturas, que alteram a distribuição de tensões na região quando sujeitos a tensões elevadas. Os fenômenos encontrados na ponta de uma trinca aguda são apresentados na Figura 2.4 (Dowling, 2007):



Figura 2.4 – Fenômenos encontrados em pontas de trinca de materiais reais sob tensão. Fonte: Dowling (2007) [modificado].

É observado que nem sempre a presença de concentradores de tensões é indesejável em projetos de engenharia. Concentradores são comumente utilizados nas indústrias de embalagens e alimentícia para garantir a boa qualidade de alimentos e promover a manuseabilidade pelo consumidor. Um exemplo que não é muito intuitivo é fazer um furo o maior possível num local onde existe uma trinca. Uma vez que o furo tenha um raio maior que o da trinca, a concentração de tensões será menor.

#### 2.2.1 - Modos de Carregamento

Ao analisar o campo de tensões em elementos trincados pode-se observar que estes elementos se encontram em certos modos de carregamento (I, II ou III) ou em alguma combinação destes três modos básicos, ilustrados pela Figura 2.5:



Modo I - modo de abertura

Modo II - modo de deslizamento

Modo III - modo de rasgamento

Figura 2.5 – Modos de carregamento representados em elementos de tensão. Fonte: Zehnder (2010) [adaptado].

- Modo I Modo de abertura. Consiste nas faces da trinca ou planos materiais se deslocando em direções opostas, carregados em tração;
- Modo II Modo de deslizamento. As faces deslizam uma sobre a outra em sentidos contrários, numa direção normal ao plano de abertura da trinca, em carregamento cisalhante;
- Modo III Modo de rasgamento. As faces da trinca deslizam uma sobre a outra em sentidos opostos, mas numa direção paralela ao plano de abertura da trinca, devido a tensões cisalhantes.

De maneira equivalente, os tipos de fratura causados por cada tipo de carregamento são ditos Fratura em Modo I, II ou III. Muitas situações reais envolvem primariamente o Modo I (Dowling, 2007), combinações onde o Modo I é predominante, ou mesmo situações onde se pode extrapolar para uma aproximação do Modo I. Dito isso, aliado à simplicidade experimental – o modo I ocorre em ensaios de tração – em relação aos outros modos, é fácil perceber que o Modo I de fratura é o mais estudado em Mecânica da Fratura.

#### 2.2.2 - Mecanismos de Falha

Quando uma trinca se propaga, energia livre de superfície é gerada, essa energia é provida por esforços externos e energia elástica armazenada. Quando grande parte da energia é gasta gerando novas superfícies, diz-se fratura frágil. Se boa parte é transformada em outras energias, por dissipação, diz-se fratura dúctil (Schreurs, 2011).

O crescimento de trincas também pode ser divido em fases: basicamente as fases micro (nucleação de microtrincas), meso/macro (propagação de trincas) e a final (Santos, 2011). É na fase final onde realmente ocorre a fratura, portanto chama-se fraturamento.

Diversos são os mecanismos de fratura, alguns mais predominantes que outros para determinados tipos de material e aplicação. A inspeção visual pode fornecer muitas informações sobre os mecanismos de fratura, sendo alguns deles (Schreurs, 2011):

Cisalhamento: ao carregar um material cristalino, é promovida a movimentação de discordâncias no material. As discordâncias se acumulam (coalescem) em fronteiras de grãos e barreiras e criam vazios, que crescem com o tempo, causando deformações irreversíveis (plásticas) localizadas. Destes vazios podem surgir trincas que cresçam, resultando em falha. A movimentação de discordâncias se dá primariamente por tensões cisalhantes nos planos cristalinos preferenciais. Este mecanismo pode ser observado na Figura 2.6;







Figura 2.6 – Esquema da movimentação de discordâncias (acima) e correspondentes fractografias (abaixo). Fonte: Hertzberg (1976).

 Clivagem: quando a deformação plástica na ponta da trinca é impedida, a trinca pode se propagar pelos grãos, quebrando ligações atômicas em planos de discordância. Este fenômeno é chamado de clivagem intragranular, quando a trinca se propaga por entre grãos, chama-se clivagem intergranular (Figura 2.7). A clivagem intragranular prevalece em materiais com planos cristalinos espaçados, quando a deformação plástica é dificultada (alta temperatura, por exemplo) ou em alguns estados de tensão tridimensionais. Clivagem intergranular é encontrada em materiais com contornos de grão danificado;



Figura 2.7 – Representação de fraturas intra e intergranular. Fonte: Schreurs (2011) [adaptado].

Fadiga: quando uma trinca é submetida a carregamentos cíclicos, dado que a tensão seja alta o suficiente, mas não ao ponto de causar fratura global, a ponta de trinca se propagará distâncias curtíssimas a cada ciclo. É possível observar estrias de fadiga, após a fratura, que marcam a distância percorrida a cada ciclo. É necessário um grande número de ciclos até o material chegar ao ponto de fratura. Estes padrões podem ser observados na Figura 2.8:



Figura 2.8 – Marcas de praia (esq.) e estrias de fadiga (dir.). Fonte: Hertzberg (1976).

#### 2.3 - FATOR DE INTENSIDADE DE TENSÃO

O conceito do fator de intensidade de tensão, K, surgiu quando Irwin (1957) alterou a solução para o campo de pressão de contato desenvolvida por Westergaard (1939). O fator caracteriza a intensidade das tensões nas vizinhanças de uma trinca aguda ideal em um material linear elástico e isotrópico (Dowling, 2007).

Um sistema de coordenadas polares pode ser usado para descrever as tensões nas vizinhanças de uma trinca e é apresentado na Figura 2.9.



Figura 2.9 – Sistema de coordenadas polares no plano x-y para a região próxima a uma trinca elíptica em placa infinita. Fonte: Wang (1996).

Para o caso mais comum (carregamento em Modo I) as tensões nas proximidades da ponta da trinca podem ser descritas em função de  $r \in \theta$  pelas Eqs. (2.3) à (2.8) (Dowling, 2007):

$$\sigma_{x} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 - \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \cdots$$
(2.3)

$$\sigma_{y} = \frac{K_{I}}{\sqrt{2\pi r}} \cos \frac{\theta}{2} \left( 1 + \sin \frac{\theta}{2} \sin \frac{3\theta}{2} \right) + \cdots$$
(2.4)

(2.5)

 $\sigma_z = 0$ , (para estado plano de tensão)

$$\sigma_z = v(\sigma_x + \sigma_y), \qquad (2.6)$$
 (para estado plano de deformação)

$$\tau_{xy} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi r}} \cos\frac{\theta}{2} \sin\frac{\theta}{2} \cos\frac{3\theta}{2} + \cdots$$
(2.7)

$$\tau_{yz} = \tau_{xz} = 0. \tag{2.8}$$

 $(\mathbf{a}, \mathbf{o})$ 

(2.10)

Equações equivalentes para os modos II e III estão disponíveis em Wang (1996) e diversas outras bibliografias sobre MF. Os termos de ordem mais elevada foram omitidos das séries devido a sua baixa magnitude em relação ao apresentado.

Em componentes de pouca espessura e na superfície de componentes se admite o estado plano de tensões, EPT, (Eq. (2.5) e em peças mais espessas se admite como predominante o estado plano de deformações, EPD, (Eq. (2.6).

É possível perceber que os componentes não nulos de tensão rapidamente tendem ao infinito, devido à influência do termo *r*. Existe então uma singularidade matemática nas pontas de trinca, e tais equações não podem ser usadas para determinar o valor real das tensões nesse local.

Dada a proporcionalidade dos componentes de tensão com o termo  $K_I$  podemos definir o termo matematicamente pela Eq. (2.9) (Dowling, 2007):

$$K_I = \lim_{r,\theta\to 0} (\sigma_y \sqrt{2\pi r}), \tag{2.9}$$

normalmente representado na forma da Eq. (2.10):

$$K_I = FS \sqrt{\pi a}.$$

Onde F é um fator de forma, cujo valor varia em torno da unidade, utilizado para levar em conta os efeitos de diferentes geometrias e razões. É comum para muitas configurações de ensaios e aplicações reais utilizar o valor unitário de F ou algum valor próximo. Muitos valores de F foram encontrados experimental ou numericamente e estão disponíveis em diversos textos.

Observa-se que a tensão não chega a níveis tão baixos quanto sugerem as equações, como se observa na Figura 2.10. Os níveis de tensão em pontos que suficientemente distantes da ponta da trinca são equivalentes à tensão nominal aplicada. Portanto, a solução apresentada é valida apenas numa região próxima à ponta da trinca, a região de singularidade. O tamanho dessa região pode ser determinado considerando a razão entre a tensão prevista e a existente no plano da trinca. Definindo arbitrariamente essa região

como uma região onde a margem de erro entre as tensões seja inferior a 20 %, verifica-se a razão r/a=0,02 (Wang, 1996). Ou seja, a região onde se garante boa concordância da previsão teórica com a realidade é 1/50 do tamanho de meia trinca.



Figura 2.10 – Distribuição da tensão normal ao plano da trinca. A linha pontilhada representa a tensão prevista pelas equações teóricas enquanto a linha cheia representa os valores empíricos. Fonte: Wang (1996) [modificado].

#### 2.3.1 - Tenacidade à Fratura

Quando um material trincado é submetido a uma tensão suficientemente elevada, pode haver crescimento da trinca e subsequente fratura frágil do material (Dowling, 2007). Considerando o fator de intensidade de tensões, *K*, como um indicativo da gravidade da trinca existente, é possível estabelecer um critério de falha e previsão de vida útil para materiais que falhem por fratura frágil.

Definindo  $S_c$  como o valor crítico de tensão onde o material pode sofrer uma ruptura repentina, pode ser associado um valor crítico para K,  $K_c$ . Partindo da Eq. ((2.10) temos a Eq. (2.11):

$$K_c = FS_c \sqrt{\pi a}.$$
 (2.11)

Sendo o fator dependente apenas de tamanho de trinca, tensão aplicada e geometria da peça, ele pode ser associado ao material. O valor crítico de K para cada material é conhecido como o valor de Tenacidade à Fratura do material. Na literatura é mais comum encontrar valores de tenacidade à fratura no Modo I,  $K_{Ic}$ , para materiais específicos. Um mesmo valor de  $K_{Ic}$  pode ser encontrado ao ensaiar um mesmo material com combinações diferentes de geometrias e tamanhos de trinca (contanto que se conheça o valor adequado de F). Esta é uma característica que define a universalidade das equações para o estado de tensões na ponta da trinca, que podem ser aplicadas a qualquer tipo de entalhe (Mandai, 2010).

A variação de  $K_c$  pode ser muito grande de um material para outro, sendo influenciada, inclusive, por temperatura de ensaio, razão de carregamento, espessura do

corpo ensaiado, composição química, anisotropia e outros fatores. Quanto mais espesso o corpo ensaiado, menor sua tenacidade à fratura, até esta assumir um valor onde não se percebe mais variação e o aumento da espessura não influencia mais no comportamento da tenacidade. Este patamar inferior é denominado  $K_{lc}$  – para o modo I, logicamente – também chamado de tenacidade à fratura sob estado plano de deformações (Dowling, 2007).

Assim, pode ser dito que o material não deve sofrer fratura frágil enquanto a relação da Eq. (2.12) for mantida:

$$K \le K_{ICI} \tag{2.12}$$

Através da Eq. (2.11) é possível perceber que quanto maior o tamanho da trinca, mais suscetível o material se encontra à fratura. A ductilidade dos materiais pode ser associada ao seu valor de tenacidade à fratura de uma maneira qualitativa. Para materiais semelhantes (como duas ligas de aço inox de composição química parecida) é fácil perceber que o material que tenha tenacidade à fratura mais elevada resistirá melhor à presença de uma trinca maior. Porém, cuidado deve ser tomado ao comparar materiais muito diferentes, como o cerâmico alumina e o polímero PET que possuem tenacidades próximas: suas aplicações são fundamentalmente diferentes assim como suas resistências mecânicas.

Para a correta obtenção do  $K_{Ic}$  a norma E399 da ASTM (ASTM, 1997) deve ser seguida, uma vez que muitas exigências sobre o campo de tensões na ponta da trinca devem ser satisfeitas.

#### 2.3.1.1 - Mecânica da Fratura Linear Elástica

Ao definir K para um determinado material considera-se que este possua um comportamento linear elástico (Dowling, 2007). Ou seja, o material é visto como contínuo e qualquer deformação é de caráter elástico, recuperável (não há escoamento) e possui relação linear com as tensões aplicadas.

Já foi dito, no entanto, que tais considerações levariam a tensões infinitas na ponta da trinca, fato que não se verifica na prática. Ainda assim, muitas vezes é uma aproximação que traz resultados adequados e com uma margem de erro aceitável para pequenas zonas de plastificação. Tal zona normalmente tem tamanhos aceitáveis para cargas até metade do valor das cargas que causam escoamento global no material
(Hutchinson, 1979). Levando em conta seu baixo custo computacional e praticidade de aplicação, a MFLE se torna atraente para estudos em engenharia.

### 2.3.1.2 - Zona Plástica

Em materiais de pouca espessura predomina o EPT, enquanto materiais mais espessos são dominados pelo EPD (Eqs. (2.5 e (2.6). Isto também afeta o tamanho das zonas de plastificação.

Aplicando critérios de falha dúctil, como o de Tresca ou de von Mises, ao campo de tensões na vizinhança da trinca pode se obter a distância onde se verifica escoamento do material ao redor da ponta da trinca (Dowling, 2007). Para a situação onde predomina o EPT tem-se a Eq. (2.13):

$$r_{0\sigma} = \frac{1}{2\pi} \left(\frac{K}{\sigma_0}\right)^2. \tag{2.13}$$

(2.14)

Porém, uma vez que o material escoa, as tensões divergem daquelas calculadas para o caso elástico. O material acaba por exibir uma resistência menor que a esperada. Estimase que a região de escoamento na verdade se estenda até  $2r_{0\sigma}$ , como representado na Figura 2.11. Assim (Eq. (2.14)):



zona de plastificação

Figura 2.11 – Representação da zona de plastificação e comportamento das tensões na ponta de uma trinca em modo I de abertura. Fonte: Dowling (2007) [modificado].

Para o caso onde o corpo seja bem mais espesso que a zona plástica, o material fora da zona plástica é submetido a tensões  $\sigma_x$  e  $\sigma_y$  relativamente baixas. Consequentemente, a

contração em *z* devido ao efeito de Poisson é baixa, dificultando a deformação do material nesta direção dentro da zona de plastificação (o material exterior à zona, menos solicitado, inibe a deformação do material no interior). O comportamento é próximo ao do EPD ( $\varepsilon_z$ =0) neste caso. Desenvolve-se então uma tensão na direção *z* (Eq. (2.6), elevando a tensão de escoamento e reduzindo o tamanho da zona de plastificação (Wang, 1996).

Pode ser mostrado que para o EPD a tensão de escoamento é três vezes maior para um coeficiente de Poisson típico de v=1/3, resultando numa região de plastificação nove vezes menor que para o EPT (Wang, 1996). Porém, Irwin (1960) demonstrou em seus trabalhos que um fator empírico mais coerente para a restrição plástica é da ordem de  $\sqrt{2\sqrt{2}}$  para uma peça de espessura finita (Schreurs, 2011).

A região de plastificação para o caso do EPD pode ser estimada pela Eq. (2.15). As regiões estão representadas na Figura 2.12:



Figura 2.12 – Efeito da espessura sobre o tamanho da zona plástica e o comportamento do perfil de fratura no material. Fonte: Dowling (2007) [modificado].

O formato da zona plástica varia de acordo com o critério de escoamento adotado para análise, mas a região para o EPD deve ser sempre menor. Ao aplicar o critério de von Mises para o campo de tensões na ponta da trinca podemos encontrar os limites da zona de plastificação em função de  $\theta$  (Eqs. (2.16 e (2.17):

$$r_0(\theta) = \frac{K_l^2}{4\pi\sigma_0^2} \left(1 + \frac{3}{2}sen^2\theta + \cos\theta\right), (EPT)$$
(2.16)

$$r_0(\theta) = \frac{K_l^2}{4\pi\sigma_0^2} \left(\frac{3}{2}sen^2\theta + (1-2\nu)^2(1+\cos\theta)\right). (EPD)$$
(2.17)

A Figura 2.13 é uma representação do volume plastificado em ambos os casos:



Figura 2.13 – Vista em corte representativa da zona de plastificação, considerando o critério de von Mises, na ponta de trinca em um sólido. Fonte: Wang (1996) [adaptado].

Uma vez que a zona de plastificação deve ser a menor possível para a aplicação da MFLE, e o valor de  $K_{Ic}$  se estabiliza após certo valor de espessura, faz sentido procurar ensaiar peças de espessura grande o suficiente para garantir estas condições.

#### 2.3.1.3 - Validade da MFLE e EPD

Sendo a zona de plastificação suficientemente pequena, existirá uma região exterior a ela chamada de região de dominância de K, cuja existência é necessária para a aplicação da MFLE. Nesta região, o campo K ainda caracteriza bem o comportamento da ponta de trinca e da plastificação. Caso a zona de plastificação seja muito maior, isto não mais se confere.

Para caracterizar uma zona plástica pequena o bastante, a ponta da trinca deve estar suficientemente distante de qualquer outro contorno da peça, como na Figura 2.14:



Figura 2.14 – Dimensões relevantes de um corpo para uma análise simples de MF. Fonte: Dowling (2007) [modificado].

Uma distância equivalente a  $\delta r_0$  é considerada suficiente (Dowling, 2007). Ou seja, o equivalente a quatro vezes o tamanho da zona plástica. Por já ser maior, considera-se a zona plástica no EPT, definindo um limite global (Eq. (2.18):

$$a, (b-a), h \ge \frac{4}{\pi} \left(\frac{K}{\sigma_0}\right)^2.$$
 (2.18)

Satisfeita esta condição para todas as distâncias, a MFLE pode ser aplicada sem que a zona de plastificação se estenda excessivamente, até um dos contornos.

Já foi mencionado que se o corpo não for espesso o suficiente, uma deformação em z pode se desenvolver livremente. Isto resultaria em escoamento nos planos inclinados em relação ao plano de propagação da trinca, assim como no EPT (Figura 2.15). Este fenômeno não é verificado em membros espessos devido às restrições volumétricas impostas pelo material.



Figura 2.15 – Perfis de fratura em CPs com espessura variável, ensaiados em tração. Fonte: Dowling (2007) [modificado].

Com base em observações empíricas sobre o comportamento de fraturas, se aceita que uma situação onde o EPT se encontra completamente desenvolvido no material não é verificada a menos que a espessura seja, no mínimo,  $47r_{o\varepsilon}$ . Ou seja, aproximadamente 24 vezes o tamanho da zona plástica para tal estado. As distâncias para os contornos da peça devem ter grandeza semelhante ao tamanho da zona plástica (Dowling, 2007). Assim, sendo *t* a espessura da peça, a Eq. (2.19) deve ser satisfeita:

$$t, a, (b-a), h \ge 2,5 \left(\frac{K}{\sigma_0}\right)^2.$$
 (2.19)

Ao comparar a Eq. (2.18) com a Eq. (2.19), pode-se perceber que a Eq. (2.19) impõe restrições mais severas que a anterior. Satisfazendo, então, o critério para garantir o EPD de deformação, o critério para aplicação da MFLE é automaticamente satisfeito.

#### 2.3.1.4 - Mecânica da Fratura Elasto-Plástica

Uma vez que as condições na Eq. (2.18) não se verifiquem, os conceitos para MFLE são limitados ou inaplicáveis. Assim se faz necessário o uso de conceitos da Mecânica da Fratura Elasto-Plástica (MFEP).

A MFEP trabalha com casos em que há deformação excessiva no material. Algumas abordagens de análise utilizadas pela MFEP são o Ajuste de Zona Plástica, a Integral J e o método de *Crack-Tip Opening Displacement* (CTOD) – deslocamento de abertura da ponta da trinca, numa tradução literal. Já que tais métodos são pouco importantes no escopo deste trabalho, considerações superficiais e generalizadas sobre os métodos serão feitas, à exceção do CTOD que é utilizado nos métodos experimentais. No método de ajuste da zona plástica considera-se a distribuição de tensões fora da zona plástica equivalentes ao campo de tensões elásticas caso houvesse uma trinca imaginária  $a_e = a + r_{0\sigma}$ . Com essa trinca equivalente verifica-se uma alteração no valor de *K* que contabiliza o efeito do escoamento excessivo. O método, porém, não é aconselhado para carregamentos muito elevados (Dowling, 2007).

A integral J pode ser definida como uma quantidade obtida ao resolver uma integral de linha sobre um caminho ao redor da ponta da trinca. O material é considerado elástico, mas a curva tensão-deformação não precisa ser linear. O valor J pode ser encarado como uma generalização da taxa de liberação de energia de deformação, G (também não abordada neste trabalho), introduzida por Irwin (1960), para os casos não lineares (Dowling, 2007).

A espessura da peça não importa na análise de MFEP, já que uma deformação plástica elevada é considerada.

#### 2.3.1.5 - Método Crack Tip Opening Displacement

Devido à deformação plástica na ponta da trinca, seu formato originalmente agudo se torna abaulado, resultando num raio de ponta de trinca finito. Esse fenômeno é conhecido como abertura de ponta de trinca (Wang, 1996).

O método CTOD avalia o deslocamento na direção y (com a trinca centrada ao longo do eixo x) dos pontos nas proximidades da ponta da trinca, ou a "abertura" da trinca. O deslocamento na ponta da trinca é nulo.

Irwin considerou o tamanho de trinca efetivo  $a_e$  para estimar a abertura da ponta de trinca, resultando nas Eqs. (2.20) e (2.21) (Schreurs, 2011):

$$\delta_t = \frac{4}{\pi} \frac{K_I^2}{E\sigma_0}, \quad (EPT) \tag{2.20}$$

$$\delta_t = \left(\frac{1}{\sqrt{3}}\right) \frac{4(1-v^2)}{\pi} \frac{K_l^2}{E\sigma_0}, \quad (EPD)$$
(2.21)

onde  $\delta_t$  é o CTOD e *E* é o módulo de elasticidade.

Pelo método de outro pesquisador, Dugdale, a estimativa para o CTOD pode ser dada pelas Eqs. (2.22) e (2.23) (Schreurs, 2011):

$$\delta_t = \frac{K_I^2}{E\sigma_0}, \quad (EPT) \tag{2.22}$$

$$\delta_t = \left(\frac{1}{2}\right)(1-\nu^2)\frac{K_I^2}{E\sigma_0}, \quad (EPD)$$
<sup>(2.23)</sup>

que resultam em valores aproximadamente 27 % menores que no modelo de Irwin. Embora as relações levem em conta a plastificação na ponta da trinca, é possível utilizá-las na MFLE se cumpridos os critérios de validade. Assim, o método CTOD (através do modelo de Dugdale) pode ser aplicado normalmente para estimar a propagação da trinca em carregamento.

Deve-se notar, no entanto, que a leitura direta nas regiões próximas à ponta da trinca não é prática e o método deve ser adaptado. A norma E647 da ASTM (2011) faz esta adaptação através do método da flexibilidade, que considera a flexibilidade do material para estimar o tamanho da trinca através da leitura do deslocamento ou deformação do material em pontos ao longo do plano de propagação da trinca.

## 2.4 - PROPAGAÇÃO DE TRINCAS POR FADIGA

Falhas por fadiga ocorrem corriqueiramente em componentes submetidos a carregamentos dinâmicos repetidos e duradouros (cíclicos), mesmo que as tensões nominais verificadas se encontrem bem abaixo dos valores de resistência mecânica do material (como a tensão de escoamento).

O estudo de resistência à fadiga dos materiais, com ênfase na tensão ou deformação, é considerado como outro campo, vasto, de natureza probabilística e consideravelmente aleatória, dado o grande número de variáveis que podem influenciar as resistências de um material. Ainda assim, sua interseção com a MF ajuda a explicar vários fenômenos observáveis que acabam por resultar em fratura. Não é a intenção deste trabalho se aprofundar nos conceitos envolvidos em estudo de resistência à fadiga, mas alguns dos conceitos básicos devem ser abordados para melhor esclarecimento do fenômeno de propagação de trincas. Os tipos comuns de carregamento verificados em fadiga estão representados na Figura 2.16:



Figura 2.16 - Tipos mais comuns de carregamentos dinâmicos. Fonte: Oliveira et al (2009).

Algumas relações importantes (Eqs. (2.24 à (2.26) entre as tensões são a tensão média  $S_m$ , tensão alternada,  $S_a$ , e a razão de carregamento, R. Sabe-se, por exemplo, que a tensão de carregamento pode influenciar a resistência do material.

$$S_m = \frac{S_{max} - S_{min}}{2},\tag{2.24}$$

$$S_a = \frac{S_{max} + S_{min}}{2},\tag{2.25}$$

$$R = \frac{S_{min}}{S_{max}} = \frac{1 - \frac{S_a}{S_m}}{1 + \frac{S_a}{S_m}}.$$
(2.26)

A presença de uma trinca pode reduzir significativamente a resistência de um componente. Porém, é incomum a presença de uma trinca de tamanho significativo em uma peça ou componente recém-fabricado, caso exista um bom controle de qualidade. O que se encontra normalmente são defeitos pequenos ou microscópicos que acabam crescendo, resultando em fratura frágil (Dowling, 2007).

O carregamento cíclico pode causar o crescimento e coalescimento de trincas, também conhecido como propagação de trincas por fadiga (Mandai, 2010). Esse crescimento pode ainda ser agravado pela presença de um ambiente agressivo ao material (Dowling, 2007).

Um mecanismo de crescimento de trinca por fadiga é mostrado na Figura 2.17. A deformação plástica na ponta da trinca se apresenta mesmo quando o carregamento é baixo, devido a defeitos e geometria locais. Ao descarregar ou comprimir, a ponta de trinca volta a ter um formato pontiagudo e eleva localmente a concentração de tensões. Esse comportamento se repete ciclicamente, causando um avanço da trinca da ordem de  $\Delta a$ .



Figura 2.17 – Mecanismo representativo de crescimento de trinca por fadiga. Deslizamentos nos planos cristalinos provocam deformação plástica no material. Fonte: Dowling (2007).

Com base na teoria da MFLE pode-se verificar que a distribuição de tensões é única para cada configuração de trinca e relaciona-se com o fator de intensidade de tensões, *K*. Se duas trincas no mesmo material possuem o mesmo *K* elas serão idênticas (Broek, 1982). Então podemos associar o crescimento da trinca,  $\Delta a$ , a sua variação  $\Delta K$ . Porém, se torna mais interessante para projetos de engenharia saber quanto tempo a trinca levará para atingir um tamanho máximo ou crítico, para que se possa evitar falhas catastróficas em componentes trincados.

Observações experimentais mostram que uma trinca se cresce, em geral, uma pequena quantidade a cada ciclo de carregamento, N, e que seu crescimento será tanto maior quanto maior for a amplitude deste carregamento. Assim, a taxa de crescimento da trinca pode ser estimada como uma função de  $\Delta K$  pela Eq. (2.27):

$$\frac{da}{dN} = f(\Delta K). \tag{2.27}$$

Experimentalmente, embora a variação de *K* possa ser efetivamente considerada ( $\Delta K = K_{max}-K_{min}$ , onde os valores máximo e mínimo são proporcionais às tensões máximas e mínimas), muitas vezes se considera apenas o valor  $K_{max}$  (Wang, 1996), uma vez que valores compressivos não contribuem diretamente para o crescimento da trinca. A independência geométrica da relação vem do fato que *K* já caracteriza a severidade do carregamento, da geometria e do tamanho da trinca (Dowling, 2007).

Curvas levantadas experimentalmente permitem uma boa visualização da relação entre a taxa de crescimento da trinca e o fator de intensidade de tensões. Na Figura 2.18 está representado um esquema da curva *da/dN* típica levantada experimentalmente, em escala *log-log*.



Figura 2.18 – Esboço de uma curva da/dN típica.

A divisão da curva em regiões ou estágios está ligada ao comportamento do material. No estágio I, onde os valores de  $\Delta K$  são muito baixos, pode ser verificado um valor assintótico  $\Delta K_{th}$  – este valor limite será discutido adiante. No estágio II a relação pode ser analisada através de vários modelos propostos, para diferentes materiais. O estágio III representa o crescimento instável da trinca, onde pode ocorrer a fratura súbita do componente. O valor de *K* no estágio III coincide com a tenacidade à fratura do material caso a zona plástica seja pequena.

#### 2.4.1 - Metodologias de Análise

O estágio II no diagrama de taxa de crescimento de trinca pode ser modelado como uma função do fator de intensificação de tensões, como indica a Eq. (2.27). Paris e Erdogan (1963) desenvolveram a relação da taxa de crescimento de trinca como uma função exponencial do fator de intensidade de tensões, dada pela Eq. (2.28):

$$\frac{da}{dN} = A(\Delta K)^m,\tag{2.28}$$

onde A é uma constante e m a inclinação da curva no estágio II do diagrama, ambas obtidas experimentalmente para cada tipo de material. Para a maioria dos materiais metálicos, m possui um valor entre 2 e 4 (Schreurs, 2011; Wang, 1996). A obtenção destes valores é

feita ao realizar uma regressão linear dos pontos experimentais em escala *log-log*, como representado na Figura 2.19.



Figura 2.19 – Dispersão dos pontos experimentais obtidos para a taxa de propagação de trinca pelo fator de intensidade de tensão para um aço dúctil utilizado em vasos de pressão, a partir do estudo original de Paris. Fonte: Dowling (2007) [modificado].

A equação de Paris, porém, não contabiliza diversas variáveis que podem afetar a taxa de propagação da trinca. Um modelo que procura considerar o efeito da razão de carregamento, R, sobre a taxa da/dN é a Eq. (2.30) de Walker, que pode ser obtida da Eq. (2.29 (Dowling, 2007):

$$\Delta K_{R=0} = K_{max} (1-R)^{\gamma}.$$
 (2.29)

onde  $\Delta K_{R=0}$  é o  $\Delta K$  equivalente obtido em R=0. O desenvolvimento da Eq. (2.30) pode ser obtido na literatura (Dowling, 2007).

$$\frac{da}{dN} = \frac{A_0}{(1-R)^{m_0(1-\gamma)}} (\Delta K)^{m_0}.$$
(2.30)

O valor  $m_0$  para esta relação não sofre o efeito de R. Considerando o primeiro termo como A da Eq. (2.28), onde  $A_0$  deve ser obtido para o caso onde R=0, pode-se perceber que ele sofre influência da razão de carregamento.  $\gamma$  é uma constante material e varia, normalmente, de 0,3 até 1,0, sendo 0,5 um valor comum para metais (Dowling, 2007). Um valor menor de  $\gamma$  indica maior influência de *R* sobre a taxa de propagação. O efeito de *R* é mais forte sobre materiais frágeis do que em materiais dúcteis.

O modelo de Forman (1967), indicado pela Eq. (2.31), também procura computar o efeito de *R*:

$$\frac{da}{dN} = \frac{A_1(\Delta K)^{m_1}}{(1-R)K_c - \Delta K'}$$
(2.31)

onde  $K_c$  é a tenacidade à fratura para o material e espessura de interesse. A Eq. (2.31) traz ainda a conveniência de prever o crescimento acelerado da taxa de propagação à medida que  $\Delta K$  aumenta, até atingir o valor  $K_c$  (Dowling, 2007). Isto torna a equação adequada para as regiões II e III, ao contrário dos modelos de Paris e de Walker que preveem bem apenas o comportamento na região II.

Outro modelo, baseado na Lei de Paris, foi o de Elber (1970), que procura quantificar o efeito do fechamento de trinca (explicado na seção 2.4.3 -) ao utilizar um valor calculado  $\Delta K_{eff}$ , como na Eq. (2.32):

$$\frac{da}{dN} = A_2 (\Delta K_{eff})^{m_2}, \tag{2.32}$$

onde  $\Delta K_{eff} = \Delta K \cdot \Delta K_{op}$ , sendo  $\Delta K_{op}$  o valor de  $\Delta K$  onde ocorre a abertura da boca de trinca e pode ser obtido empiricamente. Algumas aproximações teóricas derivam da equação  $\Delta K_{eff}$ =  $U^*\Delta K$ , onde U pode ter a relação linear com R de U = 0,5 + 0,4R para -0,1 \le R \le 0,7 (Elber, 1970) ou ainda outras relações, como quadrática (Schreurs, 2011).

Diversos outros modelos (Eqs. (2.33 à (2.38) e extensões derivaram do modelo de Paris (Schreurs, 2011):

• Erdogan (1963):

$$\frac{da}{dN} = \frac{A_3 (1+\beta)^{m_3} (\Delta K - \Delta K_{th})^{m_{3'}}}{K_{LC} - (1+\beta)\Delta K},$$
(2.33)

onde  $\beta$  é uma razão entre a amplitude de  $\Delta K$  e o  $\Delta K$  médio.

• Broek & Schijve (1963):

$$\frac{da}{dN} = A_4 K_{m\acute{a}x}^2 \Delta K, \tag{2.34}$$

• Donahue (1972):

$$\frac{da}{dN} = A_5 (\Delta K - \Delta K_{th_R})^{m_5}, \qquad (2.35)$$

onde  $\Delta K_{th_R} = (1-R)^{\gamma} \Delta K_{th_{R=0}}$ .

• Priddle (1976):

$$\frac{da}{dN} = A_6 \left(\frac{\Delta K - \Delta K_{th_{R2}}}{K_{Ic} - K_{máx}}\right)^{m_6},\tag{2.36}$$

 $\frac{dd}{dN} = A_6$ onde  $\Delta K_{th_{R_2}} = A_6' (1-R)^{\gamma} e^{\frac{1}{2}} \le \gamma \le 1.$  • McEvily & Gröger (1977):

$$\frac{da}{dN} = \frac{A_7}{E\sigma} \left(\Delta K - \Delta K_{th_{R_3}}\right)^2 \left(1 + \frac{\Delta K}{K_{Ic} - K_{máx}}\right),\tag{2.37}$$

onde  $\Delta K_{th_{R3}} = \Delta K_0 \sqrt{\frac{1-R}{1+R}}$ , sendo  $A_7 \in \Delta K_0$  constantes para contabilizar a influência do ambiente.

• Programa NASA/FLAGRO (1989):

$$\frac{da}{dN} = \frac{A_8 (1+R)^{m_8} \Delta K^{m_{8'}} (\Delta K - \Delta K_{th})^{m_{8''}}}{[(1-R)K_{Ic} - \Delta K]^{m_{8'''}}},$$
(2.38)

Na Eq. (2.38) para o caso onde  $m_8 = m_8 = m_8 = 0$ , temos a equação de Paris. Com raciocínio semelhante podemos obter as equações de Walker e de Forman.

Os modelos que consideram  $\Delta K_{th}$  podem oferecer uma boa previsão para o estágio I do diagrama, principalmente se considerarem o efeito de *R* sobre o limiar. A presença do  $K_{Ic}$  nos modelos procura possibilitar uma boa estimativa para o estágio III do diagrama. Vale ressaltar que mesmo um modelo aparentemente completo pode falhar ao tentar prever o comportamento de determinados materiais e situações que possam funcionar de modo microestruturalmente diferente aos considerados durante a concepção do modelo.

Existem diversos outros modelos que tentam incluir o efeito de ponta de trinca e outros fenômenos envolvidos na propagação de trinca por fadiga. Na tentativa de incluir todas as variáveis envolvidas, alguns modelos podem necessitar de até dez constantes empíricas para representar o comportamento de um material com boa precisão (Dowling, 2007). Estes modelos podem ser encontrados na literatura.

Um método alternativo utilizado para prever o comportamento do material é consultar tabelas onde dados obtidos empiricamente para diversos R estejam presentes (Dowling, 2007). Com o método de pesquisa em tabela uma simples interpolação entre dois pontos na curva pode oferecer um resultado suficientemente satisfatório. Outra possibilidade é utilizar equações diferentes para cada trecho da curva.

#### 2.4.2 - Estimativa de Vida

Ao considerar casos reais, métodos para a previsão da vida da peça ou componente são necessários. Geralmente são considerados métodos de acúmulo de dano. Cada ciclo de tensão aplicado à peça danifica esta um pouco mais. Este dano pode ser representado por *da*, o avanço da trinca sobre o corpo.

Uma vez que durante sua construção o material é normalmente considerado livre de defeitos significativos, fica a questão: a partir de que ponto uma trinca deve ser

acompanhada e seu dano avaliado? A resposta dependerá logicamente da natureza do projeto em questão, mas também da disponibilidade e resolução dos métodos de detecção de trincas. Da simples inspeção visual a métodos mais sofisticados como o uso de raios X e ultrassom, são diversas as técnicas existentes.

Pode-se assumir que certo componente possua trincas, mas nenhuma maior do que um comprimento detectável mínimo conhecido,  $a_d$ . O componente deve apresentar segurança de operação até que uma trinca qualquer se propague ao tamanho  $a_d$  e, em seguida, até um tamanho crítico de trinca  $a_c$ , onde se espera que ocorra fratura frágil. A prevenção de falhas consiste em fazer inspeções periódicas para a detecção de quaisquer trincas de comprimento  $a_d$  ou maior e analisar se esta pode ter seu crescimento retardado, ser eliminada ou ainda por quanto tempo ela pode ser deixada crescendo livremente sem risco de fratura. Tal procedimento é conhecido como projeto com tolerância ao dano (Dowling, 2007).

Já que o valor de  $\Delta K$  em um carregamento alternado de amplitude constante aumenta à medida que a trinca se propaga, devido ao aumento do comprimento da trinca, a taxa de propagação também aumenta. Tal situação requer o uso de integração para obtenção da vida com crescimento de trinca. O dano em vida causado por uma trinca de tamanho  $a_d$  pode ser estimado considerando a relação da Eq. (2.27) para um *R* constante, dado pela Eq. (2.39):

$$\int_{N_0}^{N_d} dN = \int_{a_0}^{a_d} \frac{da}{f(\Delta K)}.$$
 (2.39)

Ou de um modo mais geral, pela Eq. (2.40) (Dowling, 2007):

$$\int_{N_i}^{N_f} dN = N_f - N_i = N_{if} = \int_{a_i}^{a_f} \frac{da}{f(\Delta K, R)},$$
(2.40)

onde o tamanho crítico de trinca pode ser obtido a partir da Eq. (2.41):

$$a_c = \frac{1}{\pi} \left( \frac{K_c}{FS_{máx}} \right)^2. \tag{2.41}$$

É possível obter a provável vida de uma peça para o tamanho crítico de trinca previsto. Assim pode-se comparar com a diferença entre o "dano" já causado por trincas existentes para se ter uma ideia de quantos ciclos a peça ainda suportará em operação. Após tal comparação, decisões podem ser tomadas para o reparo ou descarte da peça.

Uma solução fechada para a integração pode ser obtida ao considerar determinados modelos de previsão, como a equação de Walker com valores constantes para F,  $S_{max}$  e  $S_{min}$ , de modo que R também seja um valor constante, a Eq. (2.42) pode ser obtida (Dowling, 2007):

$$N_{if} = \frac{a_f^{1-\frac{m}{2}} - a_i^{1-\frac{m}{2}}}{A(F\Delta S\sqrt{\pi})^m \left(1 - \frac{m}{2}\right)}.$$
(2.42)
hada caso  $m = 2$ 

A equação é indeterminada caso m=2.

Sendo  $a_f$  substancialmente maior que  $a_i$ , e *m* por volta de 3 ou maior, o numerador passa a ser dominado pelo termo  $a_i$  e a vida  $N_{if}$  demonstra pouca sensibilidade ao valor  $a_f$ . Já que a maioria da vida é acumulada em valores próximos a  $a_i$ , o valor escolhido para *F* deve estar mais próximo a  $F_i$  (relativo a  $a_i$ ) do que a  $F_f$  (relativo a  $a_f$ ).

Outros modelos podem prover outras soluções para a integração que podem ser particularmente úteis quando se considera m=2 ou o dano relativo ao estágio I de propagação da trinca, por exemplo.

Uma vez que a variação entre  $F_f$  e  $F_i$  seja superior a 10 %, métodos de integração numérica devem ser utilizados, pois o erro em  $N_{if}$  caso seja usado um valor constante de Fserá grande (Dowling, 2007).

Para casos onde a amplitude de carregamento não é constante, outros métodos de análise existem. Um dos mais simples consiste em desprezar os efeitos de sequência de carregamento e somar o dano ciclo a ciclo para cada amplitude diferente. Métodos que consideram um histórico de carregamento repetitivo ou até os efeitos da sequência de carregamento podem ser encontrados na literatura (Dowling, 2007).

#### 2.4.3 - Limiar de Propagação de Trinca

No primeiro estágio do diagrama  $da/dN \ge \Delta K$  o processo de crescimento de trinca ocorre muito lentamente. O crescimento é considerado nulo para análises práticas até que o fator de intensidade de tensões alcance o valor  $\Delta K_{th}$ , o limiar de propagação de trinca. A taxa de crescimento é da ordem de 10<sup>-7</sup> mm/ciclo. O crescimento de trincas no estágio I depende fortemente de parâmetros microestruturais, da tensão média presente, da agressividade do meio sobre o material e do dano superficial (Ewalds, Wanhill, 1984 *apud* Wanhill, Barter, 2011).

Dentre os parâmetros que afetam o crescimento da trinca para valores próximos de  $\Delta K_{th}$ , um dos mais estudados e significativos é a razão de carregamento, *R*. (Dowling, 2007) Ao comparar taxas de crescimento de trinca para diferentes *R* pode-se perceber a dependência da taxa com o parâmetro, especialmente em valores extremos do diagrama (Wang, 1996). A relação com *R* nesta região é atribuída ao efeito de fechamento de trinca (explicado nos próximos parágrafos). O efeito de fechamento de trinca pode surgir de

várias fontes, inclusive plastificação, rugosidade da superfície da trinca, oxidação, etc. (Zehnder, 2010).

Para o valor máximo de carregamento, em uma situação de carregamento alternado, o tamanho da zona plástica pode ser dado pela Eq. (2.14). Quando a carga aplicada é invertida as tensões na ponta da trinca também são invertidas, induzindo o material a um escoamento oposto ao observado quando em carga máxima. Para um carregamento mínimo o tamanho da zona de plastificação reversa é de <sup>1</sup>/<sub>4</sub> do tamanho observado no carregamento máximo (Wang, 1996). Para a Eq. (2.15) a zona reversa é <sup>1</sup>/<sub>3</sub> do tamanho da zona de plastificação regular (Dowling, 2007).

Para casos de carregamento assimétrico ( $R \neq -1$ ;  $\Delta K \neq 2K_{max}$ ) fica claro que a zona plástica para carregamento máximo não é igual em tamanho à zona plástica reversa, que normalmente é bem menor. A principal razão para essa diferença de tamanho se encontra em tensões residuais, induzidas pela plastificação causada pelo carregamento máximo (Wang, 1996).

Elber (1970) reportou que a flexibilidade elástica de vários espécimes em fadiga possuía uma relação bilinear que foi associada ao efeito de fechamento de trinca. Elber observou que em carregamentos mais elevados o comportamento de corpos em teste de fadiga era compatível com as fórmulas padrões de MF para corpos trincados. Para carregamentos baixos, porém, era observado um comportamento mais próximo ao de corpos sem trincas. Acreditou-se que essa diferença de comportamento fosse devida ao contato entre as faces da trinca (fechamento de trinca). Esta descoberta, então surpreendente, de que trincas de fadiga se fecham em cargas superiores a zero levou a concluir que o fechamento da trinca diminuía o efeito do fator de intensidade de tensões aplicado (Wang, 1996).

O fator que mais contribui para o efeito de fechamento de trinca é o escoamento residual que fica no caminho por onde a trinca se propagou. Ao descarregar o componente, a maior parte da massa do componente, que não deve ter sofrido escoamento, comprime a pequena região plastificada, fazendo com que regiões nas superfícies opostas da trinca entrem em contato antes que uma tensão nominal nula seja atingida (Wang, 1996).

À medida que o valor de R aumenta o contato entre as superfícies diminui. Ao atingir um valor de aproximadamente 0,7 ou superior, as faces da trinca não se tocam mesmo durante o valor mínimo do carregamento não ocorrendo fechamento de trinca (Zehnder, 2010).

35

Outro fenômeno semelhante que é estudado ao analisar carregamentos aleatórios ou de amplitude variável é o efeito da sobrecarga. O material ao receber uma sobrecarga acaba por sofrer escoamento em uma maior parte de seu volume. Ao reduzir novamente a carga, as tensões residuais induzidas pelo escoamento da sobrecarga acabam por retardar o crescimento da trinca (Schreurs, 2011). Paralelamente, uma sobrecarga de compressão promove uma aceleração no crescimento da trinca, mas o efeito é comparativamente menor. O fato das faces da trinca se fecharem faz com que a carga seja redistribuída pelas faces da trinca, protegendo, em parte, a ponta da trinca (Dowling, 2007). Ainda assim, tensões residuais devem existir na região da ponta da trinca.

No estágio II do diagrama  $da/dN \ge \Delta K$  o efeito da variação de *R* se torna mais sutil para materiais mais dúcteis, sendo mais pronunciado em materiais frágeis. Mas mesmo para materiais muito dúcteis, durante o estágio I, a influência de *R* é perceptível. Uma estimativa para o  $\Delta K_{th}$  de vários aços pode ser dada pela Eq. (2.43) (Dowling, 2007):

$$\Delta K_{th} = 7,0(1 - 0.85R) MPa\sqrt{m}$$
(2.43)

A Eq. (2.43) é válida para  $R \ge 0,1$  e representa razoavelmente bem o limite inferior (conservativo) de valor para  $\Delta K_{th}$  em vários aços, embora valores mais baixos possam ser estimados para aços de alta resistência. Tendências semelhantes podem ser encontradas para outras classes de metais. Partindo da equação de Walker, outra relação (Eq. (2.44) pode ser feita para estimar o efeito de *R* em um material específico (Dowling, 2007):

$$\Delta K_{th} = \Delta K_{th_{R-2}} (1-R)^{1-\gamma_{th}} M Pa\sqrt{m}$$
(2.44)

onde  $\gamma_{th}$  geralmente deve possuir um valor diferente do  $\gamma$  utilizado para a região II do diagrama.

#### 2.4.4 - Plasticidade e Limitações

Como mencionado na seção anterior, durante um carregamento cíclico alternado uma zona plástica reversa pode se desenvolver na ponta da trinca. Neste caso, limitações de aplicabilidade da MFLE devem ser exploradas em relação ao tamanho da zona. Limitações também existirão caso a trinca seja tão pequena que esteja na escala de características microestruturais da trinca.

Em contraste com os ensaios para tenacidade à fratura, ensaios de taxa de propagação de trinca não são possuem tantas restrições quanto à espessura do corpo de prova. Durante ensaios de propagação as cargas aplicadas costumam ser bem menores do

que as cargas consideradas para tenacidade à fratura. Isto evita a formação de uma zona de plastificação exagerada, e a MFLE continua aplicável.

Caso a plastificação no corpo seja excessiva, ocorrerá aceleração do crescimento das taxas de propagação em relação ao esperado. Porém, se as cargas forem mantidas abaixo de 80 % da carga necessária para escoamento total, a zona plástica deverá ser suficientemente pequena para garantir a integridade dos ensaios. Caso se deseje uma limitação mais conservativa, satisfazer a relação da Eq. (2.18) será o suficiente (Dowling, 2007).

Enquanto a espessura pode não ser tão limitante para ensaios de taxa de propagação de trinca, o escoamento localizado gerado pela concentração de tensões causada por entalhes pode. Felizmente, a trinca apenas se encontra sob a presença do campo de concentração de tensões (do entalhe) caso seu comprimento ainda seja muito pequeno: abaixo de 10 a 20 % do raio do entalhe (Dowling, 2007).

Uma trinca muito pequena se encontra sujeita a efeitos microestruturais do material e pode apresentar um comportamento inesperado. Dowling (2007) faz uma distinção entre trincas pequenas e trincas curtas. As trincas pequenas são aquelas que têm todas as suas dimensões semelhantes ou inferiores àquelas de maior importância microestrutural; tamanho de grão, por exemplo. Uma trinca curta possui uma das dimensões bem maior em relação à microestrutura. Trincas pequenas contidas no interior de um grão podem ter seu crescimento retardado ao atingir contornos de grão. Mas ainda assim seu da/dN global será maior do que o esperado para determinado  $\Delta K$ . A aceleração na taxa de crescimento é principalmente devido à interação da trinca com escoamentos localizados e deslocamentos de planos de cisalhamento, mais significativos em tal escala.

Para uma trinca curta o fenômeno é semelhante, mas não tão intenso. As taxas de crescimento para baixos  $\Delta K$  parecem estar associadas à interferência que ocorre normalmente entre as faces da trinca durante parte do ciclo de carregamento. Pelo fato das outras dimensões serem pequenas a trinca parece abrir e fechar por completo ao longo do ciclo, e o fechamento não contribui para o crescimento da trinca. Para trincas pequenas este fenômeno não ocorre devido ao seu comprimento muito pequeno (Dowling, 2007).

O limite para o qual as trincas são consideradas muito pequenas é dado pela Eq. (2.45). O valor  $a_s$  serve como referência. Para comprimentos inferiores a  $a_s$  trincas são consideradas pequenas; acima disso os efeitos microestruturais não são predominantes e o diagrama comum de  $da/dN \ge \Delta K$  pode ser aplicado

37

$$a_s = \frac{1}{\pi} \left( \frac{\Delta K_{th_{R=-1}}}{\Delta \sigma_e} \right)^2, \tag{2.45}$$

onde  $\Delta \sigma_e$  é o limite para fadiga com R=-1. A MF baseada em trincas longas é aplicável caso todas as dimensões da trinca sejam maiores que  $a_s$  (Dowling, 2007). Para metais de resistência elevada o valor de  $a_s$  deve ser tão pequeno que o comportamento de trincas pequenas não deve afetar o uso dos conceitos abordados.

# 3 - NORMA E647 E RECOMENDAÇÕES

Os métodos, corpos de provas, aparatos, sugestões de análise de dados e modelos de relatório para ensaios de obtenção da taxa de propagação de trinca (da/dN) e limiar de taxa de propagação ( $\Delta K_{th}$ ) são apresentados pela norma E647 da *American Society for Testing and Materials* (ASTM).

A norma E647 foi desenvolvida para padronizar os métodos experimentais utilizados em testes de obtenção de taxas de propagação de trincas em regime permanente de fadiga. Permitindo a seleção de materiais e parâmetros de inspeção para projetos baseados em tolerância ao dano. A norma considera toda a faixa do diagrama de  $da/dN \propto \Delta K$  desde o limiar inferior de propagação no estágio I até o limite de ruptura do material no estágio III. Os conceitos da MFLE que servem de base para a norma foram discutidos neste trabalho.

Diversos procedimentos de teste são propostos pela norma, para três tipos de corpos de prova (CPs) distintos. A adaptabilidade da norma a CPs diferentes destes é prevista, contanto que uma calibração correta seja feita, e as limitações da MFLE consideradas e respeitadas.

## **3.1 - CORPOS DE PROVA**

Os CPs padronizados pela norma são os do tipo *Compact-Tension* – C(T), ou CP compacto de tração – e *Middle-Tension* – M(T), ou CP médio de tração – além de alguns outros considerados em anexo da própria. Para ensaios experimentais o CP mais utilizado é o do modelo C(T), também utilizado neste estudo e esquematizado na Figura 3.1. O CP do tipo M(T) não é recomendado para ensaios de obtenção de  $\Delta K_{th}$ , devido à dificuldade de se obter trincas simétricas e válidas pelos critérios da norma. Adicionalmente, recomenda-se que o tipo C(T) não seja utilizado em ensaios de tração-compressão por conta das incertezas envolvidas com a ponta da trinca. Mas uma vez que a ASTM considera o tipo M(T) como apropriado para ensaios de  $R \leq 0$ , este é naturalmente adequado para obtenção de  $\Delta K_{th_{R=-1}}$ , desde que se garanta a simetria durante a propagação da trinca. (ASTM, 2011).



Figura 3.1 – Corpo de prova Compacto de Tração – C(T) – para ensaios de taxa de propagação de trinca. Fonte: ASTM, 2011 [adaptado].

Todas as dimensões do desenho estão em milímetros, sendo o valor entre parênteses a medida em polegadas. As faces identificadas com a letra "A" devem estar perpendiculares e paralelas, quando aplicável, com uma tolerância de até  $\pm$  0,002 *W*. A ponta do entalhe deve estar igualmente distante das faces superior e inferior do CP com uma tolerância de até 0,005 *W*. Acabamentos superficiais e dos furos devem ser de 0,8 ou mais fino (ASTM, 2011). Os detalhes sobre tipos e geometria de entalhes e pré-trinca do CP são considerados no próximo tópico.

A distância da face posterior do corpo de prova até a linha de centro dos furos, W, é a medida de referência para a confecção do CP. A norma E647, porém, não oferece nenhuma indicação específica para a escolha do valor W, apenas um valor mínimo determinado pelos critérios de validade da MFLE. Portanto, restrições do material ou da aparelhagem experimental podem ser consideradas para definir as medidas do CP. É apenas sugerido um valor mínimo para  $a_n$ , e o valor definitivo deve ser escolhido com bom senso e conhecimento sobre MF.

Diferentemente dos corpos de prova utilizados para ensaios de obtenção de  $K_{lc}$ , não há uma restrição tão forte sobre a espessura mínima do CP de propagação. A recomendação da ASTM é que seja utilizada espessura, *b*, dentro dos limites (W/20)  $\leq b \leq$ (W/4). Esta recomendação é baseada em considerações da MFLE. A escolha da espessura também deve considerar os aparatos de fixação da máquina de ensaio. Adicionalmente, ao escolher uma razão pequena b/W, efeitos de tensões residuais sobre a trinca e a propagação podem ser minimizados (ASTM, 2011).

Estritamente falando, dados sobre propagação de trinca por fadiga não são sempre independentes da geometria. Os dados disponíveis sobre o efeito da espessura na propagação, no entanto, são divergentes. A espessura pode influenciar outras variáveis, como o efeito do ambiente e de tratamentos térmicos sobre o material (ASTM, 2011).

## 3.1.1 - Entalhe e Pré-trinca

O preparo do entalhe no CP pode ser feito por diversos métodos de usinagem. A escolha de um tipo de método (eletroerosão, serra, brochamento, etc.) depende do tipo de material trabalhado, da geometria do entalhe e do acabamento desejado. Diversas geometrias possíveis de entalhe, assim como algumas recomendações, estão apresentadas na Figura 3.2.



Figura 3.2 – Detalhes de entalhe e pré-trinca para diversas configurações de entalhe em C(T). Fonte: ASTM, 2011 [adaptado].

O comprimento do entalhe deve ser de pelo menos  $a_n=0,2$  *W* para que a calibração de *K* não seja influenciada por pequenas variações de localização e dimensões dos furos de encaixe para os pinos de carregamento. O processo de usinagem do entalhe muitas vezes introduz tensões residuais nas proximidades da região entalhada. Para minimizar o efeito das tensões residuais, processos mais sofisticados podem ser utilizados, como eletroerosão. Caso se suspeite da presença de tensões residuais, medições locais de deslocamento podem ser feitas antes e após a usinagem, para dar uma ideia da magnitude do efeito (ASTM, 2011). As tensões podem ainda ser originárias de outros processos de fabricação, como soldagem, forjamento ou extrusão.

Tensões residuais superpostas às tensões geradas pelo ensaio podem fazer com que o fator de intensidade de tensões localizado na ponta da trinca seja diferente do que seria caso fossem aplicadas apenas cargas externas. Elas podem levar a ciclos parcialmente compressivos, mesmo que toda a carga aplicada externamente seja trativa. Indicativos que tensões residuais podem estar afetando a relação  $da/dN \ge \Delta K$  observada são o crescimento da trinca fora do plano normal ou a propagação excessiva da frente de trinca.

Para evitar parte do efeito das tensões residuais deve ser feita uma pré-trinca antes do início dos ensaios, que nada mais é do que uma trinca primária. Além da função de "escapar" da região do material onde se encontram tensões residuais, a pré-trinca tem também as funções de aproximar o comportamento inicial dos ensaios àquele de um trinca ideal (trinca aguda), evitar os efeitos de transição (do entalhe para a trinca), satisfazer as limitações de tamanho mínimo de trinca e permitir a conformidade do comportamento do material com o esperado.

A pré-trinca deve ser feita com o material já nas condições de ensaio. Os dispositivos devem estar configurados de tal modo que a distribuição de carga seja simétrica em relação ao entalhe no CP e o  $K_{max}$  não tenha uma variação maior que 5 %. Qualquer frequência de ensaio pode ser utilizada, contanto que se mantenha a precisão do carregamento. O entalhe somado à pré-trinca devem estar dentro do invólucro mostrado na Figura 3.2, sendo o comprimento da pré-trinca igual ou superior ao maior dentre: 0,10*b*, *h* ou 1,0 mm (ASTM, 2011).

O  $K_{max}$  final durante a formação da pré-trinca não deve exceder o  $K_{max}$  que será utilizado durante o ensaio de propagação, porém, se necessário, um  $K_{max}$  maior pode ser utilizado para iniciar a pré-trinca no entalhe, contanto que seja reduzido gradualmente para satisfazer tal restrição. Sugere-se que a redução de  $P_{max}$  a cada etapa não seja superior a 20 %, e que ocorra algum incremento mensurável no comprimento da trinca antes de seguir ao próximo passo. Para evitar efeitos de transição em cada passo, tal incremento de comprimento deve ser de pelo menos  $(3/\pi)(K'_{max}/\sigma_0)^2$ , onde  $K'_{max}$  é o valor terminal de  $K_{max}$  para dada etapa (ASTM, 2011).

Para ensaios de *K*-decrescente, como é o caso de ensaios de medição de  $\Delta K_{th}$  (explicado adiante), carregamentos anteriores podem influenciar as taxas de propagação medidas, apesar das precauções tomadas. Portanto, é interessante iniciar a pré-trinca na menor intensidade de tensão possível. Taxas de propagação de pré-trinca sugeridas para este caso são da ordem de 10<sup>-5</sup> mm/ciclo. Cargas compressivas iguais ou inferiores à carga de pré-trinca podem facilitar o crescimento da pré-trinca (ASTM, 2011).

O comprimento da pré-trinca deve ser medido nas faces frontal e traseira do CP com uma precisão de 0,10 mm ou 0,002 *W*, qualquer que seja o maior. A medição do comprimento da trinca pode ser feita através de inspeção visual ou algum meio equivalente. Caso a diferença entre o comprimento da trinca em ambas as faces seja maior que 0,25*b* o processo de criação da pré-trinca não foi adequado e o CP é inadequado para continuar testes de propagação.

#### **3.2 - APARATOS EXPERIMENTAIS**

Para a realização de ensaios experimentais de taxa de propagação de trinca em fadiga, além do CP, é necessária uma máquina que realize ensaios mecânicos com a maior precisão possível e menor interferência sobre os resultados. Juntamente com a máquina, são necessários aparelhos para leitura e controle do ensaio. Máquinas modernas para a realização de ensaios mecânicos normalmente já possuem os dispositivos e meios necessários para uma integração entre leitura, contagem, atuação, controle e análise durante os ensaios.

A norma define os aparatos para fixação do CP na máquina de ensaio. Para o caso do C(T), uma montagem de pino e manilha deve ser utilizada em ambos os furos, permitindo a rotação do CP no plano normal aos furos quando carregado. A Figura 3.3 ilustra as proporções sugeridas para os dispositivos. As dimensões da manilha e do pino são baseadas nas dimensões W e b do C(T) ensaiado.



Figura 3.3 – Manilha e pinos para a configuração de ensaio com C(T). Fonte: ASTM, 2011 [adaptado].

Todas as dimensões do desenho estão em milímetros, sendo o valor entre parênteses a medida em polegadas. As faces identificadas com a letra "A" devem estar perpendiculares ou paralelas, quando aplicável, com uma tolerância de até  $\pm$  0,05 mm. Acabamentos superficiais, dos furos e dos pinos devem ser de 0,8 ou mais fino (ASTM, 2011). A folga entre os furos e os pinos foi projetada para reduzir o efeito do carregamento excêntrico sobre o deslocamento causado pela possível rotação entre CP e pino. O uso de lubrificantes deve ser evitado, pois pode introduzir erros de histerese.

A escolha do material utilizado para a fabricação do pino e manilha deve levar em consideração suas resistências mecânicas assim como as do material do CP. Escoamentos localizados podem ocorrer na manilha ou pino, caso o material seja muito mole em relação ao material do CP. A resistência à fadiga também é crucial.

O bom alinhamento entre as garras também é importante para minimizar o efeito de carregamentos excêntricos. Desalinhamento pode causar crescimento assimétrico da trinca especialmente em regiões próximas ao limiar de propagação, podendo resultar em testes inválidos.

## 3.3 - VARIÁVEIS DO ENSAIO

Em ambientes inertes, ou ao desconsiderar efeitos de ambiente e temperatura, o crescimento de trinca por fadiga pode ser definido basicamente como uma função de R e  $\Delta K$ .  $\Delta K$  por sua vez pode ser definido pelas relações entre R e  $K_{max}$  das Eqs. (3.1) e (3.2)Error! Reference source not found.:

$$\Delta K = (1 - R) K_{max} \quad \text{se } R \ge 0, \tag{3.1}$$

$$\Delta K = K_{max} \quad \text{se } R \le 0. \tag{3.2}$$

Expressar da/dN como uma função de  $\Delta K$  provê resultados independentes da geometria, permitindo a comparação de dados obtidos através de diferentes combinações de corpos de prova e carregamentos e a aplicação deste conhecimento em projetos de engenharia. Considera-se que trincas de diferentes comprimentos submetidas a um mesmo  $\Delta K$  nominal vão se propagar em incrementos iguais a cada ciclo (ASTM, 2011).

Para relacionar da/dN a  $\Delta K$  é crucial medir o número de ciclos e o comprimento da trinca. A contagem de ciclos muitas vezes é feita pela própria máquina de ensaios. A medição do tamanho da trinca, no entanto, muitas vezes necessita de dispositivos adicionais. Fazendo a medição a cada ciclo (se possível), ou a cada certo número de ciclos, é possível obter a relação da/dN. Para uma boa distribuição de da/dN em relação a  $\Delta K$  é recomendada a obtenção de dados a cada intervalo de  $\Delta a$  medido. Os intervalos são sugeridos de acordo com a geometria da peça e estão disponíveis na norma.

Um dos métodos mais simples de observação do tamanho de trinca é a inspeção visual, que pode ser auxiliada por marcas feitas previamente (como uma régua), instrumentos de ampliação ótica e outras técnicas, como uso de iluminação indireta. A norma considera apropriados quaisquer métodos que possam detectar um crescimento de até 0,10 mm ou 0,002 *W*. Medições devem ser feitas em ambas as faces do CP (frontal e traseira) para verificar a simetria da trinca, podendo ser feitas em apenas uma das faces caso ensaios anteriores na mesma configuração tenham demonstrado uma consistência de simetria.

A interrupção do ensaio para a medição do comprimento da trinca também é aceitável. No entanto, cuidado deve ser tomado para evitar a introdução de qualquer dano indesejável. O período de parada também não deve ser superior a 10 minutos para evitar oxidação do material próximo à ponta da trinca.

Um método não visual utilizado na medição da propagação de trincas em fadiga utiliza o CTOD e *displacement gages*. Ao posicionar o *displacement gage* na boca da trinca é possível relacionar a abertura da boca da trinca com o seu comprimento. Para esta configuração o CP deve ter encaixes específicos ao modelo de *displacement gage* utilizado.

Um parâmetro utilizado pela norma é o gradiente-*K* normalizado, *C*, expressado pela Eq. (3.3), cuja utilidade será explicada na próxima seção.

$$C = \frac{1}{K} \frac{dK}{da} = \frac{1}{K_{max}} \frac{dK_{max}}{da} = \frac{1}{\Delta K} \frac{d\Delta K}{da}.$$
(3.3)

## **3.4 - MÉTODOS EXPERIMENTAIS**

Os ensaios de propagação de trinca por fadiga podem ser classificados em três tipos distintos: ensaios de K crescente, ensaios de K decrescente e ensaios alternativos de controle de K.

Ensaios de *K* crescente também são conhecidos como ensaios de carregamento em amplitude constante. Uma vez que a amplitude de carregamento é constante, o aumento gradual da trinca faz aumentar o valor de *K*. Este tipo de ensaio é adequado para taxas de propagação superiores a  $10^{-5}$  mm/ciclo, tendo aplicabilidade mais difícil para taxas inferiores a este patamar (ASTM, 2011).

Ao realizar ensaios com um carregamento de amplitude constante é preferível que cada CP seja testado a um  $\Delta P$  constante, com um mesmo conjunto de variáveis. No entanto, quando se deseja obter uma grande gama de resultados para um número limitado de CPs, este procedimento pode não ser possível (ASTM, 2011).

Ao modificar as variáveis de teste durante os ensaios, fenômenos de transição podem ser introduzidos aos resultados observados. Estes fenômenos podem ter seu efeito minimizado. Caso se deseje variar  $\Delta P$  em etapas, o ensaio deve ser realizado de tal modo que o valor de  $P_{max}$  seja aumentado, e não reduzido. Tal procedimento visa evitar o retardo na propagação da trinca devido a uma sobrecarga, que é mais nítido do que o efeito de aceleração causado pelo aumento em  $P_{max}$ . Efeitos de transição também existem caso se varie o valor de  $P_{min}$  ou de R. Assim, recomenda-se permitir um crescimento suficiente da trinca para que as taxas se estabilizem. Um incremento em  $P_{max}$  de 10 % ou menos deve minimizar os efeitos de transição (ASTM, 2011).

Sob a presença de efeitos do ambiente, variação nos níveis de carregamento, frequência de ensaio ou formato de onda (para a aplicação do carregamento ao longo do

tempo) podem resultar em efeitos de transição. Da mesma maneira, um crescimento de trinca longo o suficiente deve acontecer para estabilizar as taxas de propagação, antes que se realize nova variação. Efeitos de transição podem ser observados após paradas muito longas no ensaio, mesmo que as variáveis sejam mantidas constantes. Os dados devem ser descartados caso as taxas de propagação sejam inferiores às de antes da parada (ASTM, 2011).

Ensaios de *K* decrescente são mais adequados para taxas de propagação inferiores a  $10^{-5}$  mm/ciclo. Geralmente, a taxas de propagação tão baixas o ensaio está na região do limiar de propagação de trinca,  $\Delta K_{th}$ . O procedimento deve ser iniciado a níveis de  $\Delta K$  e  $K_{max}$  iguais ou superiores ao nível terminal da formação de pré-trinca. Os níveis devem ser reduzidos e os dados registrados à medida que a trinca cresce. Ao atingir o patamar de taxa de propagação de interesse ou alcançar um  $\Delta K$  tão baixo que dar continuidade seja inviável, o ensaio pode ser concluído (ASTM, 2011). Caso se deseje, outros ensaios podem ser realizados no mesmo CP a um valor superior de  $\Delta K$ , se possível.

O  $\Delta K$  de ensaio pode ser reduzido em etapas ou de maneira contínua automatizada, quando possível. A redução deve ocorrer de maneira gradual, de modo que exclua dados anômalos resultantes da diminuição da intensidade de tensões e dos efeitos de transição e permita a obtenção de aproximadamente cinco pontos ( $\Delta K$ , da/dN) a espaçamentos aproximadamente iguais para cada redução. Estes requerimentos podem ser alcançados ao limitar o gradiente *K* normalizado à Eq. (3.4) (ASTM, 2011):

$$C = \frac{1}{K} \frac{dK}{da} \ge -0.08 \ mm^{-1}. \tag{3.4}$$

Recomenda-se que os valores de R e C sejam mantidos constantes durante os ensaios de K decrescente. Para um ensaio de C constante a relação entre K e o tamanho de trinca é dada pela Eq. (3.5) **Error! Reference source not found.**(ASTM, 2011):

$$\Delta K = \Delta K_0 \exp[C(a - a_0)], \tag{5.5}$$

(2 5)

onde  $\Delta K_0$  é o valor de  $\Delta K$  no início do ensaio e  $a_0$  o tamanho de trinca correspondente. Para obter a relação entre a carga e o tamanho de trinca basta substituir a relação da calibração de *K* na Eq. (3.5). Para o C(T), a calibração de *K* pode ser feita pela Eq. (3.6)**Error! Reference source not found.** (ASTM, 2011):

$$\Delta K = \frac{\Delta P}{B\sqrt{W}} \frac{(2+\alpha)}{(1-\alpha)^{\frac{3}{2}}} (0,886+4,64\alpha-13,32\alpha^2 + 14,72\alpha^3 - 5,6\alpha^4).$$
(3.6)

Ao efetuar a redução de cargas em passos, a redução de  $P_{max}$  a cada passo não deve ser superior a 10 % do  $P_{max}$  anterior. Entre um passo e outro é recomendado um crescimento mínimo de trinca de 0,50 mm. Uma redução contínua da carga é definida quando entre um passo e outro a redução não é superior a 2 % (ASTM, 2011).

Métodos alternativos de controle de *K* usam como principal parâmetro de controle o gradiente *C*. O controle de *C* permite o uso de gradientes muito mais intensos para valores pequenos de a/W sem os efeitos indesejáveis de gradientes elevados para valores mais altos de a/W associados à amplitude de carregamento constante. A geração de dados a um valor positivo e constante de *C* trás várias vantagens: a obtenção de  $da/dN-\Delta K$  pode ser igualmente distribuída sem o uso de incrementos variáveis de  $\Delta a$ ; uma gama maior de dados pode ser gerada sem incrementos maiores de carga; o gradiente *K* se torna independente de geometria. A finalidade dos dados de análise deve ser considerada ao escolher um modo apropriado de controle de *K*. Uma estimativa mais conservativa pode ser obtida para o comportamento próximo ao limiar de propagação (ASTM, 2011).

A variabilidade de da/dN para um dado  $\Delta K$  em ensaios com taxas superiores a  $10^{-5}$  mm/ciclo para um mesmo lote pode chegar a um fator de dois. Para taxas abaixo de  $10^{-5}$  mm/ciclo a variabilidade em da/dN pode aumentar para um fator de cinco ou mais. O espalhamento dos pontos de dados pode aumentar graças a diferenças microestruturais, tensões residuais, diferenças na geometria da ponta da trinca ou variedades de controle experimental e técnicas de análise. Em taxas próximas ao limiar pode ser mais significativo expressar a variabilidade em termos de  $\Delta K$  no lugar de da/dN (ASTM, 2011).

Ensaios devem ser replicados sempre que possível. Quando isto não for possível, os testes devem ser planejados de modo que regiões sobrepostas de da/dN- $\Delta K$  sejam obtidas em múltiplos testes, particularmente em ambos ensaios de K crescente e decrescente. O número total de ensaios vai depender da função dos dados coletados (ASTM, 2011).

Recomenda-se, de modo geral, que as medições sejam realizadas em intervalos mínimos  $\Delta a$  de 0,25 mm entre dois pontos consecutivos. A norma aponta que intervalos específicos são determinados para cada tipo de CP, indicando estes intervalos nos respectivos anexos. Se aceita que intervalos menores sejam utilizados, especialmente na região I do diagrama, onde devem ser obtidos pelo menos cinco pontos (da/dN- $\Delta K$ ). Em qualquer caso, o  $\Delta a$  não deve ser inferior a dez vezes a precisão de medição da trinca. Para o caso específico do CP tipo C(T), não se define um intervalo mínimo para a leitura, apenas máximo, que varia de acordo com o tamanho da trinca (ex.:  $\Delta a \leq 0,01W$  para  $a/W \geq 0,60$ ). A norma define a precisão de medição da trinca como o desvio-padrão sobre o valor médio de um comprimento de trinca determinado para um conjunto de medições replicadas (ASTM, 2011).

## 3.5 - CRITÉRIOS DE VALIDAÇÃO

Alguns critérios devem ser cumpridos para o ensaio ser considerado válido. Um dos critérios exige que o material do CP esteja em regime predominantemente elástico para todos os valores de carga aplicada. Para o C(T) isso pode ser cumprido obedecendo à relação da Eq. (3.7):

$$(W-a) \ge \frac{4}{\pi} \left(\frac{K_{max}}{\sigma_0}\right)^2,\tag{3.7}$$

onde (*W-a*) é o comprimento do trecho ainda íntegro do CP, e a tensão de escoamento  $\sigma_0$  deve ser obtida nas mesmas condições do ensaio. Para materiais que sofrem endurecimento com a deformação outros critérios devem ser adotados.

Seguindo a recomendação de medições visuais para verificar a simetria da trinca alguns parâmetros devem ser estabelecidos para uma trinca ser considerada simétrica ou não. De maneira semelhante à condição de validação para a pré-trinca, caso a diferença entre os comprimentos medidos da trinca em ambos os lados do CP seja maior do que 0,25b o ensaio é invalidado. Outro parâmetro é a inclinação da trinca. Se esta se propagar por um plano com  $\pm 20^{\circ}$  do plano de simetria por uma distância de 0,1 W ou maior o ensaio é invalidado pelos critérios da norma E647. Caso o desvio do plano seja entre  $\pm 10^{\circ}$  e  $\pm 20^{\circ}$  ele deve ser relatado, mas não invalida o ensaio (ASTM, 2011).

Requisitos de simetria são normalmente violados em ensaios de materiais monocristalinos ou com grãos grandes. Para estes casos, resultados de análises de anisotropia e tensões em modo misto podem ser necessários para o cálculo de K (ASTM, 2011).

Ramificação ou bifurcação de trinca pode acontecer. Tal efeito, porém, não é incorporado ao cálculo de K. É possível que alguma variabilidade da taxa de propagação de trinca seja observada, devido a ramificações de trinca. Os dados observados na presença de ramificação devem ser relatados como tal, mas não são inválidos (ASTM, 2011).

Caso métodos não visuais sejam utilizados para medição do comprimento da trinca e assimetria ou angulação da trinca sejam observadas, métodos de medição visual devem ser utilizados para garantir que os requisitos de validação foram satisfeitos (ASTM, 2011).

## 3.6 - ANÁLISE DOS DADOS OBSERVADOS

Ao término de um ensaio, a superfície de fratura deve ser inspecionada em pelo menos dois locais para determinar a curvatura da trinca ao longo da espessura. Se o contorno da trinca for visível, o comprimento de trinca deve ser medido em três posições: o centro da trinca e as posições intermediárias entre o centro e as faces do CP, como de acordo com a norma E399 (ASTM, 2009). A diferença entre a média dos valores medidos e o comprimento de trinca observado no ensaio é definida como a correção de curvatura da trinca. Ao utilizar técnicas não visuais de medição de comprimento de trinca deve-se verificar se o método já incorpora a correção durante o monitoramento, o que geralmente ocorre.

Caso o fator de intensidade de tensões calculado com a correção de curvatura resulte numa diferença maior que 5 % com o fator encontrado no ensaio, a correção de curvatura deve ser considerada durante a análise dos dados. Para o caso de uma curvatura variável ao longo da trinca, interpolação deve ser utilizada para determinar a correção (ASTM, 2011).

A taxa de propagação de trinca deve ser determinada através de técnicas de redução de dados. Os métodos recomendados pela norma para ensaios de K crescente são os métodos da secante e o polinomial incremental. Para ensaios de K decrescente recomendase o método da secante caso a redução seja em etapas. Caso a redução seja contínua, o método polinomial pode ser aplicado (ASTM, 2011). Estas técnicas de redução são explicadas na seção 3.8 -.

A determinação do  $\Delta K$  deve ser feita pela Eq. (3.6) e os gráficos  $da/dN \ge \Delta K$  podem ser plotados considerando os pares de dados obtidos.

A norma assume que a precisão dos ensaios é uma função inerente à variabilidade do material. A precisão requerida no carregamento de  $\pm 2\%$  é facilmente encontrada nas máquinas eletrohidráulicas de ensaio modernas. Esta precisão resulta na variabilidade de  $\pm 2\%$  em  $\Delta K$  e de  $\pm 4\%$  a  $\pm 10\%$  em da/dN para taxas acima do limiar. Estima-se, no entanto, que o erro na medição do comprimento de trinca contribua de maneira bem mais significativa sobre a variação em da/dN. Este erro é bem mais difícil de ser isolado já que está acoplado ao procedimento de análise para converter  $a \ge N$  em da/dN (ASTM, 2011).

## **3.7 - LIMIAR DE PROPAGAÇÃO**

A norma E647 define como limiar de propagação de trinca em fadiga "o valor assintótico de  $\Delta K$  no qual da/dN se aproxima de zero". O limiar é definido operacionalmente pela norma como o valor arbitrário de  $\Delta K$  correspondente a uma taxa de

propagação de 10<sup>-7</sup> mm/ciclo (ASTM, 2011), sem restrição a materiais ou condições específicas. É representado por  $\Delta K_{th}$  (do termo *threshold*).

Para a determinação do limiar, a melhor reta de ajuste deve ser encontrada através de uma regressão linear do logaritmo dos pontos ou outro método mais adequado, para um conjunto de pelo menos cinco pontos (da/dN- $\Delta K$ ) com espaçamento aproximadamente igual para taxas entre 10<sup>-6</sup> e 10<sup>-7</sup> mm/ciclo. Estabelecer o ajuste para da/dN requer que a variável dependente seja  $log \Delta K$  (ASTM, 2011).

O  $\Delta K$  calculado pela reta ajustada para uma taxa de 10<sup>-7</sup> mm/ciclo é, pela definição utilizada, o limiar do crescimento de trinca por fadiga,  $\Delta K_{th}$ . Caso dados sejam obtidos a taxas mais baixas, estes podem ser utilizados para a determinação do valor limiar e a taxa obtida deve ser relatada.

## 3.8 - TÉCNICAS DE REDUÇÃO DE DADOS

Para a obtenção dos valores da/dN a ASTM recomenda duas diferentes técnicas de redução de dados, que podem ser implementadas através de métodos computacionais. São elas o método da secante e o método polinomial incremental.

O primeiro método, da secante, se baseia em técnicas de diferenças finitas progressivas. Ele é aplicado ponto a ponto sobre os dados obtidos e envolve o simples cálculo da inclinação da curva entre dois pontos adjacentes na curva  $a \ge N$  (ASTM, 2011). Pode ser expresso pela Eq. (3.8):

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{\bar{a}} = \frac{a_{i+1} - a_i}{N_{i+1} - N_i}.$$
(3.8)

Uma vez que o valor do da/dN calculado representa a média da taxa sobre o incremento de tamanho de trinca, um valor médio de tamanho de trinca,  $\bar{a} = \frac{a_{i+1}-a_i}{2}$ , pode ser utilizado para o cálculo de  $\Delta K$  (ASTM, 2011).

O segundo método é um pouco mais sofisticado e acaba por permitir um melhor ajuste dos dados (Clark, 1975). O método polinomial se baseia no ajuste de um polinômio de segunda ordem a conjuntos de 2n+1 pontos consecutivos de dados, centrados no *i*-ésimo ponto. O valor de *n* é usualmente 1, 2, 3 ou 4 (ASTM, 2011). A equação do polinômio possui a seguinte forma (Eq. (3.9):

$$\hat{a}_{i} = b_{0} + b_{1} \left( \frac{N_{i} - C_{1}}{C_{2}} \right) + b_{2} \left( \frac{N_{i} - C_{1}}{C_{2}} \right)^{2},$$
(3.9)

onde os termos entre parênteses devem ter o valor entre -1 e 1 e  $b_0$ ,  $b_1$  e  $b_2$  são os parâmetros de regressão determinados pelo método dos mínimos quadrados (ou seja,

minimização dos quadrados das diferenças entre os valores observados e ajustados para cada ponto) na faixa  $a_{i-n} \le a \le a_{i+n}$ . O valor  $\hat{a}_i$  é o tamanho de trinca ajustado em  $N_i$ . Os valores  $C_1 = \frac{N_{i-n}+N_{i+n}}{2}$  e  $C_2 = \frac{N_{i+n}-N_{i-n}}{2}$  são utilizados para normalizar os dados (ASTM, 2011). A taxa de propagação pode então ser obtida através da derivada da equação de ajuste, e é dada a seguir (Eq. (3.10):

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{\hat{a}_i} = \frac{b_1}{C_2} + \frac{2b_2}{C_2^2}(N_i - C_1).$$
(3.10)

O valor de  $\Delta K$  neste caso deve ser calculado com o valor de trinca ajustado  $\hat{a}_i$ .

## 3.9 - LEITURA DO TAMANHO DE TRINCA

Dentre as diversas técnicas sugeridas para efetuar a leitura do tamanho de trinca, uma das mais utilizadas é a da flexibilidade. Esta técnica faz uso de um *clip gage* para obter a leitura da abertura na boca de trinca (CTOD) e a partir deste dado estimar o comprimento da trinca. A montagem experimental do *clip gage* pode ser visualizada na Figura 3.4 e novamente no Apêndice A – Montagem das garras *Clevis* de fixação do C(T) na MTS 810.



Figura 3.4 – Displacement Gage.

O tamanho da trinca é estimado, pelo método da flexibilidade, através da seguinte Eq. (3.11) (ASTM, 2011):

$$a = W(C_0 + C_1 \cdot u_x + C_2 \cdot u_x^2 + C_3 \cdot u_x^3 + C_4 \cdot u_x^4 + C_5 \cdot u_x^5)$$
(3.11)

onde os valores das constantes  $C_i$  foram calculados por Saxena (1977), e são os mesmo que podem ser encontrados na norma. Estes valores são obtidos através da análise de regressão e mudam de acordo com a posição do *clip gage* ao longo do plano de propagação da trinca. A E647 prevê as posições V<sub>X1</sub>, V<sub>0</sub>, V<sub>1</sub> e V<sub>LL</sub>, ilustradas na Figura 3.5. O valor ótimo para o parâmetro  $u_x$ , uma variação da flexibilidade do material, foi sugerido por Donald (1980) e pode ser calculado pela Eq. (3.12):

$$u_x = \left[ \left( \frac{Evb}{P} \right)^{\frac{1}{2}} + 1 \right]^{-1}, \tag{3.12}$$

onde v é a diferença entre os valores máximo e mínimo de abertura da boca da trinca em um mesmo ciclo.



Figura 3.5 – Posições de encaixe do *clip gage*. Fonte: ASTM, 2011 [adaptado].

# 4 - METODOLOGIAS DE ENSAIO E ANÁLISE

Os ensaios experimentais para determinação do limiar de propagação de trinca foram realizados em corpos de prova do tipo C(T), no Laboratório de Ensaios Mecânicos (SG9 – UnB). Os espécimes foram produzidos por uma empresa de usinagem a partir de tarugos do material como recebido. A máquina utilizada para os ensaios foi a Máquina Universal de Testes MTS 810, da MTS<sup>®</sup>.

## 4.1 - CORPOS DE PROVA E MATERIAL

Os corpos de prova utilizados do tipo C(T) foram projetados de acordo com as recomendações da norma ASTM E647, seguindo as proporções e tolerâncias representadas na Figura 3.1. O fator determinante para a decisão das dimensões foi a aparelhagem disponível para testes, no laboratório. As dimensões são apresentadas na Tabela 4.1 (D é o diâmetro do furo).

Tabela 4.1 – Dimensões características para o corpo de prova utilizado, do tipo C(T):

Componente	Dimensão (mm)
W	50,0
b	12,5
$a_n$	10,0
D	12,4

A usinagem do material envolveu o uso de serrote automático, furadeira e máquina de eletroerosão para os detalhes do entalhe.

O material, o aço ASTM A743 CA6NM, é uma liga fundida de aço inoxidável que deve passar por tratamentos térmicos. A têmpera final deve ser a uma temperatura entre 565 e 620 °C. Contém em sua composição química elementos como ferro, carbono, cromo, níquel e molibdênio (Tabela 4.2). O níquel e o molibdênio conferem à liga uma melhor resistência à corrosão em ambientes agressivos, como meios aquosos. A liga é utilizada na fabricação de componentes de turbinas em usinas hidrelétricas.

Tabela 4.2 – Composição química em %peso da liga. Fonte: ASTM (2012):

Elemento Químico	%peso	Elemento Químico	%peso
Ferro, Fe	82,9~88,1	Manganês, Mn	$\leq 1,0$
Carbono, C	$\le 0,06$	Fósforo, P	$\leq$ 0,04
Cromo, Cr	11,5~14,0	Silício. Si	$\leq 1,0$
Niquel, Ni	3,5~4,5	Enxofre, S	$\leq$ 0,03
Molibdênio, Mo	0.4~1.0		

Algumas propriedades mecânicas do material são listadas na Tabela 4.3.

Módulo de Elasticidade	198 GPa
Tensão de Escoamento	596 MPa
Tensão de Ruptura	918 MPa
Dureza Brinell, max	285 HB
Coeficiente de Poisson	0,30

Tabela 4.3 – Propriedades mecânicas para o Aço ASTM A743 CA6NM obtidas no Laboratório de Ensaios Mecânicos da UnB. Fonte: DE SOUZA (2011):

#### 4.1.1 - Polimento e Marcação dos Corpos de Prova

O polimento dos corpos de prova nas superfícies laterais é importante para permitir o acompanhamento do crescimento superficial da trinca com máxima precisão. O polimento também visa reduzir tensões residuais geradas por usinagem e irregularidades na superfície que possam interferir na concentração de tensões e na propagação de trincas (ASTM, 2011). Os CPs foram lixados com lixas de granulometrias variadas (#240 a #1200) em ordem crescente. Em seguida tiveram as faces laterais polidas com pasta de diamante. O procedimento foi realizado no laboratório de metalografia do prédio SG9-UnB. Tal polimento é mais fino do que o recomendado pela E647 e, portanto, aceitável.

Para o bom acompanhamento visual do crescimento da trinca, principalmente durante a etapa de pré-trincagem, é interessante fazer marcações devidamente espaçadas nas superfícies laterais dos CPs ao longo do plano de crescimento da trinca. As marcações foram feitas no laboratório de metrologia do prédio SG9-UnB.

## 4.1.2 - Número de Ensaios

Oito ensaios de propagação de trinca por fadiga foram realizados entre cinco razões de carregamento, *R*, diferentes, sendo sete utilizados para análise deste trabalho. As diferentes razões de carregamento utilizadas em cada ensaio estão indicadas na Tabela 4.4. O CP5 foi invalidado, pois uma queda de energia elétrica causou a interrupção dos ensaios e afetou a obtenção dos dados para este ensaio. Este foi, portanto, desconsiderado das análises.

Nome/número	Razão de carregamento, <i>R</i>	Nome/número	Razão de carregamento, <i>R</i>
CP1	0,1	CP5	Inválido
CP2	0,33	CP6	0,1
CP3	0,5	CP7	0,05
CP4	0,66	CP8	0,05

Tabela 4.4 – Razões de carregamento para os CPs ensaiados:
# 4.2 - MÁQUINA E ENSAIOS

A máquina utilizada para a realização dos ensaios mecânicos foi a MTS 810 (Figura 4.1). Esta máquina possui características, opções de programação e dispositivos adequados para a realização de um ensaio de propagação de trinca de acordo com a norma E647. Alguns detalhes sobre a montagem das garras de ensaio na máquina estão apresentados no Apêndice A – Montagem das garras *Clevis* de fixação do C(T) na MTS 810 ou podem ser encontrados no trabalho de Mandai (2010).



Figura 4.1 – Máquina de Ensaios Universal MTS 810.

Uma unidade central (CPU do computador ligado ao sistema) controla o funcionamento da máquina de acordo com o comportamento programado. A máquina efetua o controle de força ou deslocamento do seu atuador: um pistão hidráulico onde fica acoplada parte do dispositivo de fixação do CP. Isto permite uma gama de configurações de ensaio bastante ampla. A programação da máquina para ensaios de limiar de propagação de trinca será dada em mais detalhes no Apêndice B – Procedimento para o Ensaio de Propagação de Trinca por Fadiga..

Os ensaios foram realizados em duas etapas. A primeira etapa é o ensaio em modo de K decrescente para determinação do limiar de propagação, como recomendado pela norma. A segunda etapa é o ensaio em K crescente para a determinação da curva da/dN. Pelos resultados apresentados no próximo capítulo pode-se perceber que os ensaios foram interrompidos para os CP1 e CP6 após a primeira etapa, e então reiniciados na segunda etapa a partir do ponto incial. O CP4 também sofreu uma parada durante a segunda etapa do ensaio. Nos CPs restantes, a segunda etapa foi executada logo após a finalização da primeira etapa e a partir do último ponto desta.

#### 4.2.1 - Medição do Tamanho da Trinca e Critério de Parada

Um dos dispositivos acoplados à CPU é um *displacement gage* próprio da MTS<sup>®</sup> (Figura 3.4). Através deste dispositivo o tamanho da trinca pode ser estimado a partir da abertura da boca da trinca pelo método da flexibilidade (*compliance*), como descrito na seção 3.9 - deste trabalho ou no apêndice A1 da norma E647. Uma vez colocadas as variáveis e constantes necessárias a cada ensaio (como valores para a calibração de *K*, e dimensões do CP) a máquina automaticamente faz os cálculos para estimativa do tamanho da trinca em tempo real, podendo associar este valor à contagem de ciclos, por exemplo.

A configuração da máquina também permite que se determine o critério de parada do ensaio, como um determinado número de ciclos ou uma taxa específica de crescimento de trinca. Foi determinado como critério de parada para a primeira etapa dos ensaios (determinação do limiar) uma taxa de propagação de trinca de  $10^{-7}$  mm/ciclo, considerada em muitas fontes (inclusive a própria E647) como um valor limiar adequado para o  $\Delta K_{th}$ .

#### 4.2.2 - Parâmetros de Ensaio

As razões de carregamento utilizadas para os ensaios estão listadas na Tabela 4.4. Os carregamentos foram aplicados sobre os corpos de prova a uma frequência de 30 Hz, senoidal. O valor escolhido para o gradiente *K* normalizado, *C*, foi de -0,078 mm<sup>-1</sup> e o  $K_{max}$  inicial foi de 10 MPa(m)<sup>1/2</sup>, sendo reduzido em alguns ensaios visto que prolongava demasiadamente as fases iniciais do ensaio, onde as taxas de propagação eram superiores a  $10^{-6}$  mm/ciclo. Todos estes valores foram escolhidos com base nas limitações operacionais da máquina e em experimentos anteriores realizados neste material no mesmo laboratório e seguem as recomendações da ASTM (2011).

# 4.3 - PROCEDIMENTOS DE ANÁLISE DE DADOS

Sendo um objetivo deste trabalho também analisar os dados disponibilizados pela máquina, foram desenvolvidas rotinas do MATLAB para efetuar comparações diretas com os valores calculados pela máquina. Para melhor esclarecimento durante as comparações, quando relevante, os valores serão diferenciados com índices, por exemplo,  $a_{\text{MTS}}$  para o tamanho de trinca calculado pela máquina durante o ensaio e  $a_{\text{ML}}$  para o tamanho de trinca estimado pela rotina do MATLAB. Mais detalhes sobre as rotinas são dados na próxima subseção.

Com os dados extraídos das rotinas do MATLAB, o programa Excel foi utilizado para obtenção da variabilidade e outros parâmetros estatísticos.

#### 4.3.1 - Rotinas do MATLAB e Comparação Entre Dados

Inicialmente foram desenvolvidas duas rotinas para dois métodos de redução de dados, o da secante e o polinomial incremental, recomendados pela norma E647. Ambos são descritos na seção 3.8 - deste trabalho. As rotinas utilizam os dados de saída da MTS 810 para realizar os cálculos. Em um segundo momento estas rotinas foram unificadas em uma terceira com a adição do método das diferenças finitas centradas para a redução de dados. Esta rotina gera um arquivo de saída com os diversos pares  $(da/dN-\Delta K)_{ML}$  gerados. Uma quarta rotina foi criada para a análise destes dados. Finalmente, foi criada uma rotina para filtrar os conjuntos de dados em valores diferentes de  $\Delta a$ . As rotinas podem ser encontradas integralmente no Apêndice C – RotinaS do MatLab para determinação do Limiar de Propagação de Trinca na ordem que foram apresentadas.

O arquivo de saída da máquina disponibiliza tanto dados não tratados como a contagem de ciclos ( $N_{\text{MTS}}$ ), abertura da boca da trinca ( $d_{\text{MTS}}$ ) e a carga aplicada ( $F_{\text{MTS}}$ ) quanto dados tratados como os valores de  $\Delta K_{\text{MTS}}$  aplicados e reais, o tamanho da trinca ( $a_{\text{MTS}}$ ), (da/dN)<sub>MTS</sub> e uma estimativa para ( $\Delta K_{th}$ )<sub>MTS</sub>. Estes dados foram obtidos e organizados sequencialmente (de menos a mais ciclos) em uma planilha do Excel para cada CP. Para melhor entendimento das discussões que seguem, um trecho destas planilhas está apresentado na Tabela 4.5 – Trecho de uma das planilhas utilizadas para extração dos dados:. Com isto, foi possível comparar os valores tratados pela máquina com os calculados ao seguir a norma. Eventualmente, foi utilizado um método de tentativa e erro para igualar os valores das rotinas aos da MTS.

N (cycles)	a (mm)	K <sub>max</sub> (MPa- m^0.5)	K <sub>min</sub> (MPa- m^0.5)	F <sub>max</sub> (N)	F <sub>min</sub> (N)	d <sub>max</sub> (mm)	d <sub>min</sub> (mm)
96	11,5531	9,99614	1,00437	5977,67	600,608	0,0437157	0,00173112
2103	11,5645	9,99309	1,00629	5972,03	601,376	0,0437154	0,00179693
5443	11,5759	10,0124	1,00288	5979,75	598,957	0,0437406	0,00173933
12491	11,5861	9,98421	1,00588	5959,52	600,402	0,0438303	0,001815
15490	11,5985	9,98814	1,00151	5957,73	597,381	0,0433292	0,00146018
19249	11,6101	9,96125	1	5937,84	596,096	0,0429581	0,00107042

Tabela 4.5 – Trecho de uma das planilhas utilizadas para extração dos dados:

# 4.3.1.1 - Rotina I – Redução de Dados pelo Método da Secante, e; Rotina II – Redução de Dados pelo Método Polinomial Incremental

As duas primeiras rotinas foram úteis para a comparação dos valores calculados pelas máquinas com aqueles obtidos ao seguir a norma E647. Inicialmente, as rotinas fazem a extração dos dados organizados na planilha para em seguida recalcular os parâmetros de interesse, seguindo rigorosamente as instruções da norma.

Na primeira rotina (Apêndice C – RotinaS do MatLab para determinação do Limiar de Propagação de Trinca), que utiliza o método da secante, após a extração dos dados o tamanho da trinca é recalculado a partir da abertura de boca de trinca pelo método da flexibilidade que foi explicado na seção 3.9 -, obtendo os valores  $a_{ML}$ . Feito isto, o programa executa a redução dos dados pelo método da secante (Eq. (3.8) para encontrar os valores de  $(da/dN)_{ML}$  e calcula os valores para  $\Delta K_{ML}$ . A seguir o programa verifica as condições de validade dos pontos de acordo com o critério sugerido (Eq. (3.7) e com as limitações de aplicabilidade dos métodos. Finalmente, a rotina seleciona os pares calculados (da/dN)<sub>ML</sub> e  $\Delta K_{ML}$  na faixa de interesse: entre 10<sup>-7</sup> e 10<sup>-6</sup> mm/ciclo; e executa uma regressão linear do logaritmo dos pontos selecionados para estimar o limiar ( $\Delta K_{th}$ )<sub>ML</sub>. São também calculadas as diferenças (erros) mínimas e máximas entre os valores  $a_{MTS}$ - $\Delta K_{ML}$ .

É importante observar que os valores  $a_{ML}$ , calculados pela flexibilidade, são diferentes dos valores  $\hat{a}_{ML}$ , que são médias e devem ser utilizados para computar  $\Delta K_{ML}$ .

Os valores de  $(\Delta K_{th})_{ML}$  encontrados pela primeira e segunda rotina não foram utilizados nos resultados deste trabalho, pois sua obtenção está mais refinada na quarta rotina. A computação destes pelas rotinas foi mantida por simples conveniência.

Para a segunda rotina o fluxo é idêntico ao da primeira, utilizando o método polinomial incremental (Eq. (3.10), excluindo-se o cálculo de  $a_{ML}$  e os critérios de validade; os resultados seriam idênticos. Nesta, o valor *n* de pontos utilizados pelo polinômio deve ser alterado manualmente.

# 4.3.1.2 - Rotina III – Redução de Dados pelos Métodos das Diferenças Centradas Finitas, Secante e Polinomial Incremental

Na terceira rotina foram unidas as computações dos pares  $(da/dN-\Delta K)_{ML}$ desenvolvidas na primeira e na segunda. Para o método polinomial se adicionou a opção de calcular os resultados com valores diversos de *n*. Além das técnicas de redução já citadas, foi adicionada uma terceira, baseada no método das diferenças finitas centradas. Ao final da rotina foram adicionadas linhas para gerar um arquivo de saída (no formato *.txt*) contendo colunas de pares  $(da/dN-\Delta K)_{ML}$ ; um par de colunas para cada método de redução ou *n* distintos.

A equação utilizada para o método das diferenças finitas centradas é aqui apresentada (Eq. (4.1):

$$\left(\frac{da}{dN}\right)_{\bar{a}} = \frac{a_{i+1} - a_{i-1}}{N_{i+1} - N_{i-1}}.$$
(4.1)

Para o método polinomial foram utilizados os valores n = [1, 2, 3, 4, 5]. Foram calculados, então, sete conjuntos de pares de dados para serem analisados com a rotina IV. Para o CP1 optou-se por escolher  $n = [1 \dots 30]$ , para permitir a comparação do efeito de diferentes valores de *n* sobre os resultados.

# 4.3.1.3 - Rotina IV - Análise e Determinação dos Parâmetros da Curva da/dN

A quarta rotina é a mais extensa e refinada. Ela foi programada para efetuar a seleção dos pontos de interesse, análise destes conjuntos de pontos e criação de gráficos.

A primeira etapa consiste no tratamento dos dados, a partir da extração dos pares  $(da/dN-\Delta K)_{ML}$  do arquivo de saída gerado pela rotina III. Isto é feito juntamente com a eliminação dos pontos nulos – que foram gerados pelas definições dos próprios métodos de redução – e negativos (aberrações). Em seguida os pontos gerados por dados anômalos (*outliers*) também são filtrados. Os *outliers* foram selecionados com base em um intervalo de confiança típico de 95 %. Depois de eliminados os dados anômalos, efetua-se um procedimento de seleção e separação dos pontos nas regiões (ou estágios) I e II da curva de propagação  $da/dN-\Delta K$ . O limite entre as duas regiões foi definido como 10<sup>-6</sup> mm/ciclo.

Em seguida, é realizada a etapa de análise da região II da curva através da Lei de Paris (Eq. (2.28). São utilizadas regressões tanto não lineares quanto lineares para a determinação dos coeficientes da equação ( $C \ e \ m$ ). A regressão linear pode ser feita ao aplicar o logaritmo à equação. O ajuste destas equações aos dados pode ser analisado pelo parâmetro estatístico,  $R^2$ , o coeficiente de determinação.

O processo seguinte analisa a região I do diagrama para a obtenção do valor limiar de progração  $\Delta K_{th}$ . A obtenção deste valor segue as recomendações da ASTM (2011), avaliando a região entre os valores de  $10^{-7}$  e  $10^{-6}$  mm/ciclo através de uma regressão linear sobre os logaritmos dos pares de valores da/dN- $\Delta K$ .

Finalmente, é feita uma análise sobre a estimativa teórica para a equação de Elber (Eq. (2.32), abrangendo tanto a região I quanto a região II. Os parâmetros da equação são obtidos através de uma regressão não linear. É obtida uma estimativa para  $\Delta K_{th}$  com base nessa regressão.

A rotina também gera, após a execução de cada etapa, um gráfico que permite a observação do ajuste das curvas e dos valores calculados. São eles, em ordem: o intervalo de confiança sobre os pares da/dN- $\Delta K$  analisados; um comparativo entre os pontos "brutos" e os filtrados; a curva de ajuste para a regressão não linear da Lei Paris; a curva de ajuste para a regressão linear da Lei de Paris; a curva de ajuste da linearização para obtenção do  $\Delta K_{th}$ , e; a curva de ajuste para a equação de Elber. Estas curvas são todas apresentadas no Apêndice D deste trabalho devido ao grande volume. Algumas curvas selecionadas são utilizadas no capítulo seguinte para análise e discussão dos resultados.

## 4.3.1.4 - Rotina V – Filtragem dos Resultados Experimentais em $\Delta a$

Posteriormente à análise dos resultados se considerou necessário avaliar outro parâmetro dos ensaios: o efeito do  $\Delta a$  que determina a frequência de obtenção de dados sobre os resultados. Para isto foi criada uma quinta rotina que possui a função de filtrar o arquivo de saída da máquina, eliminando os pontos intermediários entre  $\Delta a$ . Esta deve ser executada antes das rotinas I à IV, quando se deseja filtrar para um  $\Delta a$  específico.

A necessidade de aplicar esta rotina veio do fato da norma não especificar o valor  $\Delta a$  que deve ser adotado para aquisição dos dados (seção 1 -3.4 -). Os valores utilizados para a filtragem foram  $\Delta a = 0,05, 0,1 \text{ e } 0,25 \text{ mm}$ , sendo o último uma das recomendações da norma. Este valor, no entanto, impossibilita uma análise adequada dos valores de limiar de propagação de trinca, sendo adequado apenas para a região II do diagrama. A máquina utiliza um valor menor para a obtenção dos dados, que será discutido no próximo capítulo.

De uma maneira simples, a partir do primeiro ponto registrado a rotina analisa o  $\Delta a$ entre os sucessivos pontos e os exclui caso o valor seja inferior a 0,25 mm (no caso de  $\Delta a$ = 0,25 mm, por exemplo). Ao encontrar o primeiro ponto com um  $\Delta a$  maior ou igual a 0,25 mm do primeiro ponto, este é registrado e transformado no novo "ponto inicial". Assim a rotina prossegue até o último ponto. Ou seja, idealmente, caso o comprimento experimental da trinca seja de 30 mm, após a filtragem estarão registrados 121 pontos (30/0,25 + 1 ponto inicial). Outro fator que motiva a utilização de um filtro é a base teórica da MF empregada neste trabalho, que se baseia em teorias de materiais contínuos – uma escala pequena de leitura pode apresentar maior influência dos parâmetros microestruturais.

#### 4.3.2 - Obtenção da Variabilidade

Uma vez obtidos os resultados desejados através das rotinas, alguns parâmetros estatísticos foram analisados, como média ( $\mu$ ), desvio-padrão ( $\sigma$ ) e coeficiente de determinação ( $R^2$ ). Estes valores foram calculados utilizando equações disponíveis no Excel para tal. As equações utilizadas consideram os valores como uma amostra da população ( $n^*$ -1 graus de liberdade). Estes valores foram analisados sobre os parâmetros dos modelos de Paris (linear e não linear) e Elber, sobre o valor de  $\Delta K_{th}$  quando possível e sobre um valor estimado de  $\Delta K_{th}$  utilizando a equação de Walker (Eq. (2.44).

Sobre a variabilidade de  $\Delta K_{th}$ , uma vez que a maioria das amostras possui uma razão de carregamento distinta de outra, e é sabido que *R* pode influenciar o comportamento de  $\Delta K_{th}$ , a comparação direta se torna difícil. Para os dois pares que possuem razões idênticas (CP1, 6-R=0,1; CP7, 8-R=0,05), os valores foram calculados, mas não devem ser considerados como uma representação fiel do comportamento do material. Uma variabilidade razoável entre dois ensaios era esperada, uma vez que as taxas de crescimento são pequenas o suficiente para que a propagação da trinca seja influenciada por características microestruturais e possivelmente até a geometria do material ensaiado (Forth, 2006).

Na tentativa de encontrar uma representação mais fiel da variabilidade de  $\Delta K_{th}$ neste material como um todo, um procedimento de normalização foi realizado sobre os  $\Delta K_{th}$  calculados. Ou seja, foi estimado um valor de  $\Delta K_{th}$  para um R=0, a partir dos valores de cada ensaio. Esta estimativa foi feita utilizando a equação de Walker.

Para estimar o coeficiente  $\gamma_{th}$  de Walker, foi utilizado um método de regressão linear múltipla sobre a linearização da Eq. (2.30), seguindo a literatura (Dowling, 2007). A forma linearizada da equação é apresentada na Eq. (4.2).

$$\log\left(\frac{da}{dN}\right) = m \cdot \log(\Delta K) - m(1-\gamma)\log(1-R) + \log(A_0).$$
<sup>(4.2)</sup>

Na equação acima, os valores foram considerados como  $x_1 = log(\Delta K)$ ,  $x_2 = log(1-R)$ ,  $m_1 = m e m_2 = m(1-\gamma)$ .

Uma vez que o comportamento da curva da/dN- $\Delta K$  varia dependendo da região analisada, a regressão linear múltipla deve ser feita utilizando os pontos da região de interesse (10<sup>-7</sup> a 10<sup>-6</sup> mm/ciclo). Estes pontos foram extraídos da análise das rotinas do MATLAB.

Uma vez com os valores de  $\gamma_{th}$  disponíveis, a Eq. (2.44) foi aplicada inversamente para determinar um valor equivalente de  $\Delta K_{th}$  em R=0,  $\Delta K_{th_{R=0}}$ . Estes valores equivalentes foram então utilizados para estimar novos valores de variabilidade. Deve-se notar que  $\gamma_{th}$ deve ser determinado considerando a maior quantidade possível de dados disponíveis – todos os ensaios com diferentes R – uma vez que a regressão linear múltipla considera Rem suas variáveis.

# 4.4 - APRESENTAÇÃO DOS RESULTADOS

Os resultados obtidos são apresentados no capítulo seguinte (Capítulo 5 -), juntamente com a análise dos mesmos. Devido ao grande volume de dados, a esquematização da apresentação e discussão dos resultados é importante. Uma vez que foram utilizadas sete equações diferentes de redução de dados para sete corpos de prova, os dados serão agrupados em tabelas de acordo com o CP (ex.: uma tabela com os dados analisados para o CP1 com os diferentes métodos, outra para o CP2 e assim por diante). Os resultados estão de acordo com as seções a seguir:

- 5.1 São feitos breves comentários sobre os resultados obtidos e os ensaios;
- 5.2 É feita uma análise dos resultados obtidos pelas rotinas I e II e sobre o comportamento da máquina (MTS 810) e o modo como esta aparenta tratar os dados. Também são feitos comentários sobre o tratamento dos dados na rotina IV, sobre o efeito de n no método polinomial e sobre o efeito da aplicação da rotina V sobre os resultados;
- 0 São apresentados os parâmetros obtidos pela rotina IV para as equações de Paris, Elber e o ΔK<sub>th</sub> e analisadas as variabilidades dos parâmetros;
- Apêndice D Contém todas as figuras produzidas pela rotina IV, organizadas por ordem de número do CP e método de análise (segunda ordem).

# **5 - RESULTADOS E ANÁLISE**

Neste capítulo serão feitas análises comparativas à medida que os resultados forem apresentados.

#### **5.1 - ENSAIOS E DADOS**

Uma apresentação mais detalhada do Apêndice B – Procedimento para o Ensaio de Propagação de Trinca por Fadiga., disponível no trabalho de Mandai (2010) foi seguida para o preparo dos ensaios. Para a configuração da máquina foi utilizado o valor do módulo de elasticidade, *E*, de 201 GPa disponível na literatura (ASTM, 2012). Embora outros trabalhos (Braitner, 2011) apresentem um valor de 198 GPa encontrado para o material deste estudo, a diferença entre os valores é desprezível, uma vez que os procedimentos de preparo do teste recalculam e consideram a rigidez para o sistema como um todo (passos xvi e xvii do Apêndice B – Procedimento para o Ensaio de Propagação de Trinca por Fadiga.).

Após a realização do teste em modo  $\Delta K$ -decrescente até uma taxa de 10<sup>-7</sup> mm/ciclo (estimada pela máquina), foi realizado o procedimento para teste de  $\Delta K$ -crescente. Em alguns CPs a transição do modo  $\Delta K$ -decrescente para crescente foi feita de modo contínuo, ou seja, ao atingir a taxa determinada para parada do ensaio, o valor de  $\Delta K$  é aumentado gradualmente partindo daquele ponto. Em outros, ocorreu a interrupção do ensaio e o reinicio em modo  $\Delta K$ -crescente foi feito partindo do valor  $\Delta K$  inicial de 10 MPa(m)<sup>1/2</sup>; este procedimento foi realizado para minimizar o tempo dos ensaios, que é bastante longo (por volta de uma semana ou mais). Neste segundo caso, a leitura do tamanho de trinca ao reiniciar diferia da leitura antes da parada, talvez por consequência de algum relaxamento do material de ensaio ou até mesmo escorregamento do *clip gage*. Este possível "salto" nos dados, no entanto, afetou poucos pontos e acabou por ser eliminado durante o processo de análise como dados anômalos, refletindo nos gráficos gerados como uma região de descontinuidade.

A Figura 5.1 apresenta um comparativo entre os dois casos citados. As figuras foram geradas utilizando os pares de dados da/dN- $\Delta K$  para o CP2 (esq.) e CP1 (dir.) obtidos pelo método da secante. Além do CP1, os outros que apresentaram uma descontinuidade foram o CP4 e o CP6.

Este tipo de gráfico será explicado na próxima seção e foi apresentado aqui para ilustrar as observações mencionadas.

Entre os dados de saída da MTS também constam algumas (raras) sequências de leituras de abertura de trinca que resultam em uma taxa de crescimento de trinca negativa. Estes pontos também foram considerados como dados anômalos e excluídos durante a etapa de tratamento de dados. A razão destas leituras anômalas é desconhecida, mas pode vir de várias fontes (escorregamento do material de ensaio, interferência elétrica, bugs, etc.).



Figura 5.1 – Comparação entre duas situações de transição do modo de ensaio  $\Delta K$ -decrescente para crescente.

Pode-se perceber através da Figura 5.1 que em valores baixos de  $\Delta K$  a distribuição dos pontos é menos homogênea. Este comportamento é esperado, já que é sabido que para estes valores, parâmetros do material como configuração do grão têm maior influência. O controle do ensaio pela máquina também se torna menos preciso à medida que os carregamentos aplicados se aproximam dos limites operacionais.

#### **5.2 - ROTINAS E RESULTADOS**

Várias comparações foram feitas durante a confecção das rotinas de MATLAB para obter um melhor entendimento dos critérios e cálculos utilizados pela MTS 810 durante os ensaios. Após a realização de um ensaio a máquina fornece valores de contagem de ciclos, abertura na boca da trinca, força aplicada, tamanho de trinca,  $\Delta K$  aplicado e real, da/dN, validade dos pontos colhidos e  $\Delta K_{th}$ . Foram considerados como dados "crus" apenas a contagem de ciclos, a abertura na boca da trinca e a carga aplicada para cada dado número de ciclos. Estes dados primários foram utilizados nos cálculos realizados pelas rotinas. Os dados restantes foram considerados para comparação, em um primeiro momento. Como alguns valores calculados pelas rotinas (tamanho de trinca  $a_{ML}$ ) apresentaram uma diferença considerável em relação ao valor que foi dado ( $a_{MTS}$ ), decidiu-se utilizar os valores  $a_{MTS}$  para os cálculos restantes das rotinas (e não  $a_{ML}$ ).

#### 5.2.1 - Tamanho de Trinca

Com os valores definidos pela equação de flexibilidade (Eq. (3.11) a partir das leituras diretas do *clip gage*, na rotina I, as diferenças percentuais máximas e mínimas entre o tamanho de trinca  $a_{MTS}$  e  $a_{ML}$  (lembrando que variáveis com o índice MTS são aquelas dados pela máquina, enquanto o índice ML indica um valor calculado pelas rotinas do MATLAB) para cada contagem de ciclo foram tabeladas para cada CP (Tabela 5.1).

Tabela 5.1 – Erro entre  $a_{\text{MTS}}$  e  $a_{\text{ML}}$ :

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP6	CP7	CP8
$\delta_{max}^{a}$ (%)	2,48354	2,68206	1,08069	1,83012	2,50099	4,11259	4,29318
$\boldsymbol{\delta_{min}^{a}}\left(\% ight)$	0,00511	0,00072	0,00044	0,00118	0,22874	0,47735	0,00500

Para o método polinomial a trinca comparada não foi calculada pelo método da flexibilidade, pois os resultados seriam idênticos, mas sim por uma estimativa de tamanho de trinca própria do método ( $\hat{a}_{ML}$ ). Os resultados foram estimados para um ajuste de n = 4 e estão apresentados na Tabela 5.2. n = 4 foi escolhido por promover um ajuste suficientemente adequado (ver próximas seções).

Tabela 5.2 - Erro entre  $a_{\text{MTS}}$  e  $\hat{a}_{\text{ML}}$  – polinomial:

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP6	CP7	CP8
$\delta_{max}^{\widehat{a}}(\%)$	1,13025	0,05898	0,04870	0,10461	0,10392	0,06857	0,11512
$\delta_{min}^{\widehat{a}}(\%)$	0,00001	0,00006	0,00003	0,00001	0,00000	0,00003	0,00014

Uma vez que a máquina também usa o método da flexibilidade para calcular os tamanhos de trinca a partir da abertura da boca da trinca, o erro obtido no primeiro método pode ser atribuído a valores ligeiramente distintos das variáveis  $C_i$  e do módulo de elasticidade utilizado pela máquina, que considera todo o sistema. Também pode existir algum erro de arredondamento, pois não se sabe quantas casas decimais a MTS considera significativas para seus cálculos.

Para o segundo método, embora a equação de cálculo de tamanho de trinca seja consideravelmente diferente, os erros foram ainda menores do que os encontrados pelo método da flexibilidade. Isto indica uma boa adequação do método polinomial aos dados.

Durante a análise dos tamanhos de trinca, se percebeu que a diferença entre duas leituras consecutivas era praticamente constante (por volta de 0,0100 mm – Tabela 4.5) para todos os ensaios, indicando ser este o intervalo de crescimento de trinca que determina o instante em que dados são tomados ( $\Delta a$  experimental).

#### 5.2.2 - Fator de Intensidade de Tensão

A Eq. (3.6) foi utilizada para o cálculo do valor de  $\Delta K_{\rm ML}$  para cada valor de  $(da/dN)_{\rm ML}$ . Inicialmente, os valores de  $\Delta K_{\rm ML}$  foram calculados diretamente com os tamanhos de trinca  $a_{\rm MTS}$ . Neste caso, os valores encontrados foram idênticos aos valores de  $\Delta K_{\rm MTS}$ . No entanto, para os métodos secante e polinomial a norma recomenda utilizar um valor próprio de tamanho de trinca  $(\hat{a}_{\rm ML})$ , estimado a partir dos dados. Estas estimativas são explicadas na seção 3.8 - Não é feita nenhuma consideração sobre o valor do carregamento aplicado que deve ser utilizado, tendo sido utilizado o valor relativo ao ponto mais recente ( $N_i$ ).

As diferenças máximas e mínimas encontradas entre os  $\Delta K_{\text{ML}}$  calculados pela maneira recomendada ( $\hat{a}_{\text{ML}}$ ) e com o uso de  $a_{\text{MTS}}$  estão apresentadas na Tabela 5.3:

Tabela 5.3 – Erro entre  $\Delta K_{\text{MTS}}$  e  $\Delta K_{\text{ML}}$  calculado com  $\hat{a}_{\text{ML}}$  - secante:

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP6	CP7	<b>CP8</b>
$\boldsymbol{\delta}_{max}^{\Delta K}$ (%)	0,85217	0,05035	0,05718	0,06082	0,41313	0,08457	0,09187
$\boldsymbol{\delta_{min}^{\Delta K}}\left(\% ight)$	0,02558	0,02557	0,02543	0,02492	0,06342	0,02574	0,02568

Para o método polinomial incremental, os erros estão apresentados na Tabela 5.4. Este tamanho de trinca foi estimado de acordo com um ajuste de n = 4.

Tabela 5.4 – Erro entre  $\Delta K_{\text{MTS}}$  e  $\Delta K_{\text{ML}}$  calculado com  $\hat{a}_{\text{ML}}$  - polinomial:

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP6	CP7	CP8
$\boldsymbol{\delta}_{max}^{\Delta K}$ (%)	0,96442	0,04254	0,04056	0,07950	0,06387	0,08817	0,08978
$\boldsymbol{\delta_{\min}^{\Delta K}}$ (%)	0,00000	0,00004	0,00007	0,00002	0,00005	0,00011	0,00005

Mais uma vez o método polinomial apresenta uma melhor conformidade aos dados,

uma vez que os erros mínimos são bem menores que aqueles do método secante.

Outro aspecto analisado foi o comportamento e o controle do parâmetro  $\Delta K_{\text{MTS}}$  ao longo dos ciclos, como pode ser visto na Figura 5.2:



Figura 5.2 – Comportamento de  $\Delta K_{\text{MTS}}$  em sequência de tomadas de dados consecutivas. A região de pontos utilizada foi selecionada arbitrariamente dentre os dados.

Este comportamento aleatório se deve à maneira que a máquina colhe e analisa os dados: a cada intervalo de crescimento de trinca (como sugerido no item anterior) e não continuamente (ciclo a ciclo). Uma vez que  $\Delta K$  é uma função tanto da força aplicada quanto do tamanho da trinca, o fato da trinca crescer continuamente faz com que o valor de  $\Delta K_{\text{MTS}}$  aumente entre comandos de redução de força.

Para um ensaio de  $\Delta K$ -decrescente, a máquina deve controlar a taxa de decrescimento de  $\Delta K$  globalmente, através da Eq. (3.5)**Error! Reference source not found.** Foi utilizado o programa MATLAB para efetuar uma regressão exponencial sobre os parâmetros desta equação. Os valores calculados de *C* estão expostos na Tabela 5.5.

Tabela 5.5 - Gradiente-K normalizado por ensaio:

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP6	CP7	CP8
C (mm <sup>-1</sup> )	-0,0782	-0,0777	-0,0777	-0,0786	-0,0770	-0,0762	-0,0759

Embora os valores não estejam em precisa concordância com o valor adotado inicialmente (-0,078 mm<sup>-1</sup>), estão razoavelmente próximos e ainda na faixa recomendada pela E647, sendo aceitáveis.

# 5.2.3 - Taxa de Crescimento de Trinca por Ciclo

Os valores de  $(da/dN)_{\text{MTS}}$  analisados são listados por ordem crescente de ciclos em planilhas. Estes dados são uma média entre dois pontos consecutivos daqueles que foram listados na Tabela 4.5 (ex.: ciclo 1099=(96+2103)/2). A Tabela 5.6 contém um exemplo, sendo os valores relativos àqueles da Tabela 4.5. Isto mais as observações anteriores e o

fato dos valores coincidirem em pelo menos dez casas decimais com os calculados pelo método da secante, levam a conclusão de que a MTS utiliza este mesmo método para efetuar a redução de dados. A pequena diferença entre os valores pode ser atribuída a erros de arredondamento.

Cycles	da/dN (mm/cycle)	Validity	Delta K (MPa-m^0.5)
1099	5,68E-06	Valid	8,98929
3773	3,41E-06	Valid	8,99815
8967	1,45E-06	Valid	8,99393
13990	4,13E-06	Valid	8,98248
17369	3,09E-06	Valid	8,97394

Tabela 5.6 – Trecho de uma planilha com valores de  $(da/dN)_{MTS}$ , correspondente aos mesmos pontos expostos na Tabela 4.5:

#### 5.2.4 - Tratamento de Dados

Com os pares da/dN- $\Delta K$  calculados pela rotina III, a rotina IV foi programada para filtrar os pares anômalos. Na primeira etapa da filtragem são eliminados os pontos negativos e nulos que porventura surgiram de algum problema ao qual a aparelhagem experimental está suscetível (discutido na seção 5.1 -) ou pela própria definição dos métodos de redução de dados; o método da secante, por exemplo, considera uma média entre o ponto *i* e *i*+1. Isto quer dizer que no último ponto analisado o método não se aplica, pois não existe o ponto *i*+1, resultando em valores nulos. Raciocínio semelhante pode ser aplicado ao método das diferenças centradas e ao polinomial.

Uma vez eliminados estes pontos nulos e negativos, um segundo processo elimina os *outliers* existentes. Foi selecionado um intervalo de confiança típico de 0,95 (95 %) para a eliminação destes dados anômalos. Na Figura 5.3 pode ser visto o efeito do intervalo de confiança de 95 % – representado por bandas de confiança (linhas verdes) – sobre a seleção dos dados (pontos rosa). Os dados apresentados foram obtidos pelo método da secante.



Figura 5.3 – Dados brutos, curva de tendência e bandas de confiança de 95 % obtidos utilizando o método da secante para o CP1 (esq.) e CP7 (dir.).

Estes gráficos ilustram bem os casos onde a distribuição dos pontos é mais ou menos homogênea em relação a da/dN (ordenada).

# 5.2.5 - Efeito de "n" no Método Polinomial

Para analisar o efeito de se utilizar mais ou menos pontos no ajuste polinomial do método polinomial incremental, a rotina IV foi executada utilizando diversos valores de n para o CP1. As análises feitas para o CP1 podem ser estendidas aos outros CPs e tendências semelhantes podem ser observadas. Foram obtidos, para o CP1, os dados utilizando o método da secante, diferenças finitas centradas e o polinomial para n = [1, 2, 3, 4, 5, 10, 20, 30].

Antes de prosseguir com as análises serão apresentadas as fontes dos resultados e esquema de organização dos dados.

Ao executar a rotina IV, são obtidos seis tipos de gráficos. Além dos dois tipos observados na Figura 5.1 e Figura 5.3, os outros quatro apresentam o ajuste não linear e o linear da equação de Paris (Figura 5.4), o ajuste do modelo de Elber (Figura 5.5) e o ajuste linear para a determinação do  $\Delta K_{th}$  (Figura 5.6).



Figura 5.4 – Ajuste não linear (esq.) e linear (dir.) para o modelo de Paris. Dados referentes à redução pelo método da secante para o CP1.



Figura 5.5 – Curva de ajuste do Modelo de Elber. Dados referentes à redução pelo método da secante para o CP1.



Figura 5.6 – Ajuste linear sobre o logaritmo dos pontos selecionados para a região I do diagrama  $da/dN \ge \Delta K$ . Dados referentes à redução pelo método da secante para o CP1.

Destes gráficos foram extraídos os dados que estão listados na Tabela 5.7. Os dados obtidos pelo método da secante e o das diferenças centradas (identificado como "Centrado") foram adicionados para comparação. As figuras para as outras combinações de modelos estão apresentadas no Apêndice D – Figuras obtidas Através da Rotina IV.

CP1	Paris n	ão lir	near	Paris	s linea	ar		El	ber		A <b>T</b> 7
	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R²	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op} \ (MPa\sqrt{m})$	$\Delta K_{\mathrm{th}}$	$\Delta \mathbf{K}_{\text{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Secante	5,26E-09	2,86	0,977	2,61E-09	3,05	0,983	4,77E-09	2,91	1,11	3,95	5,50
Centrado	5,44E-09	2,85	0,985	2,50E-09	3,06	0,990	4,94E-09	2,90	1,19	4,01	5,31
n=1	5,18E-09	2,86	0,987	2,87E-09	3,03	0,989	4,32E-09	2,93	0,826	3,74	5,36
n=2	5,53E-09	2,84	0,986	2,52E-09	3,06	0,992	4,76E-09	2,91	1,13	3,97	5,21
n=3	5,48E-09	2,85	0,987	2,48E-09	3,06	0,992	4,80E-09	2,91	1,16	4,00	5,20
n=4	5,46E-09	2,85	0,987	2,48E-09	3,07	0,993	4,70E-09	2,92	1,13	3,99	5,18
n=5	5,44E-09	2,85	0,987	2,47E-09	3,07	0,993	4,70E-09	2,92	1,13	3,99	5,16
n=10	5,30E-09	2,86	0,987	2,45E-09	3,07	0,993	4,46E-09	2,93	1,07	3,96	5,20
n=20	5,03E-09	2,87	0,988	2,43E-09	3,07	0,993	3,84E-09	2,97	0,873	3,87	5,25
n=30	4,93E-09	2,88	0,988	2,44E-09	3,07	0,992	3,42E-09	3,00	0,702	3,78	5,30

Tabela 5.7 – Parâmetros obtidos para o CP1 com diferentes modelos de redução de dados.

Pode-se comparar o efeito de *n* sobre os parâmetros dos diferentes modelos através de gráficos. A Figura 5.7 permite a comparação da variação do método de redução utilizado sobre o parâmetro de ajuste *A*, enquanto a Figura 5.8 o faz para o expoente *m*.



Figura 5.7 – Gráfico comparativo do parâmetro A entre os três diferentes modelos de ajuste da região II, em função da técnica de redução utilizada.



Figura 5.8 – Gráfico comparativo do parâmetro m entre os três diferentes modelos de ajuste da região II, em função da técnica de redução utilizada.

Pode-se observar que o parâmetro A possui pouca variação entre as diferentes técnicas de redução de dados para um mesmo modelo de ajuste. A variação entre os diferentes ajustes para uma mesma técnica de redução é mais pronunciada, se mantendo entre as várias técnicas de redução. Para a técnica polinomial e n entre 3 e 5, pouca variação pode ser observada.

O expoente *m*, que é a inclinação da região II do diagrama típico, exibe pouca variação entre todos os modelos de ajuste, sendo de pouca relevância qual a técnica de redução utilizada. Este parâmetro normalmente é considerado constante para um material ou mesmo uma classe de materiais (Barsom, 1999 *apud* Dowling, 2007).

Ao observar a variação de cada parâmetro individualmente (na Tabela 5.7) é possível perceber que os valores parecem convergir para certo patamar por volta de n = 5 e depois divergem para valores maiores de n. Os gráficos de dispersão  $da/dN \ge \Delta K$  para diferentes valores de n estão colocados na Figura 5.9.



Figura 5.9 – Comparativo de dispersão dos pares  $da/dN \ge \Delta K$  obtidos pelo método polinomial incremental utilizando diferentes valores de *n*.

Ao analisar a Figura 5.9 é possível perceber que a dispersão toma uma forma mais delgada à medida que n aumenta. Logicamente, as bandas de aceitação para estes casos também devem se estreitar. Por outro lado, a quantidade de *outliers* também aumenta. Este fenômeno se deve ao fato de que o método efetua o ajuste de um ponto considerando os 2n pontos imediatamente vizinhos a ele. Isto faz com que uma região de pouca dispersão se concentre mais e também permite que pontos com valores extremos e anômalos influenciem uma quantidade maior de "vizinhos" à medida que n aumenta. A banda de confiança mais estreita acaba por eliminar uma maior quantidade de pontos, reduzindo a

fidelidade na representação dos dados originais. Este raciocínio permite entender porque os parâmetros divergem a partir de n = 10 ou 20, como apresentado na Tabela 5.7.

Com valores extremamente altos de *n* a influência dos *outliers* deve ser distribuída e minimizada pelos vários pontos analisados simultaneamente. No entanto, esta prática gera outro problema. De acordo com o raciocínio colocado na seção 5.2.4 -, ao utilizar n =10, por exemplo, os dados obtidos após a aplicação do método terão vinte pontos a menos que os dados originais (dez iniciais e dez finais). Isto também influencia as fronteiras de transição entre as diferentes regiões (I para II e II para III) do diagrama. Considerando um exemplo extremo de utilizar n = 100 sobre um total de 201 pares de pontos *a-N*, o resultado seria apenas um ponto da/dN, centrado no par de número 101.

Considerando também o valor suficientemente elevado do coeficiente de determinação,  $R^2$ , para n = 4 e 5, pode ser dito que estes valores são os mais adequados para um bom ajuste dos dados experimentais; n = 4 é, ainda, oficialmente recomendado pela norma E647 (ASTM, 2011) e reflete em valores suficientemente próximos àqueles obtidos utilizando n = 5.

Os dados obtidos para os CPs restantes estão contidos nas tabelas a seguir (Tabela 5.8 à Tabela 5.13), onde é possível observar as mesmas tendências apresentadas pelo CP1.

Tabela 5.8 – Parâmetros obtidos para o CP2 com diferentes modelos de redução de dados.

CP2	Paris n	ao lir	near	Paris	s linea	ar	Elber				A <b>T</b> Z
	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{th}$	$\Delta \mathbf{K}_{\text{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Secante	5,33E-09	2,95	0,980	4,41E-09	3,00	0,987	2,49E-09	3,17	-0,430	2,77	3,65
Centrado	5,25E-09	2,96	0,983	4,11E-09	3,02	0,994	2,24E-09	3,20	-0,550	2,73	3,55
n=1	5,33E-09	2,96	0,984	4,73E-09	2,98	0,991	1,63E-09	3,28	-1,020	2,48	3,57
n=2	5,28E-09	2,96	0,983	4,10E-09	3,02	0,995	2,03E-09	3,23	-0,677	2,67	3,54
n=3	5,28E-09	2,96	0,983	4,02E-09	3,03	0,996	2,08E-09	3,22	-0,636	2,69	3,55
n=4	5,29E-09	2,96	0,983	4,00E-09	3,03	0,996	2,10E-09	3,22	-0,620	2,70	3,56
n=5	5,31E-09	2,96	0,983	4,00E-09	3,03	0,996	2,10E-09	3,22	-0,623	2,70	3,57

CP3	Paris n	ião lir	near	Paris	s line:	ar	Elber				A 17
	$ \begin{pmatrix} \frac{Mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$ \Delta K_{op} \atop (MPa\sqrt{m}) $	$\Delta K_{\mathrm{th}}$	$\Delta \mathbf{K}_{\text{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Secante	3,70E-09	3,15	1,011	1,06E-08	2,73	0,968	1,20E-08	2,72	0,307	2,49	3,07
Centrado	3,60E-09	3,15	1,014	9,59E-09	2,77	0,985	6,86E-09	2,89	-0,221	2,31	2,88
n=1	3,84E-09	3,13	1,018	1,19E-08	2,69	0,977	9,16E-09	2,79	-0,109	2,25	2,96
n=2	3,59E-09	3,15	1,016	9,40E-09	2,78	0,989	5,99E-09	2,93	-0,371	2,25	2,83
n=3	3,57E-09	3,16	1,015	9,14E-09	2,79	0,991	6,97E-09	2,88	-0,210	2,31	2,85
n=4	3,56E-09	3,16	1,015	9,11E-09	2,79	0,991	7,63E-09	2,85	-0,121	2,34	2,87
n=5	3,56E-09	3,16	1,016	9,13E-09	2,79	0,991	7,66E-09	2,85	-0,119	2,34	2,87

Tabela 5.9 – Parâmetros obtidos para o CP3 com diferentes modelos de redução de dados.

Tabela 5.10 – Parâmetros obtidos para o CP4 com diferentes modelos de redução de dados.

CP4	Paris n	ao lir	iear	Paris	s linea	ar		El	ber		A <b>T</b> 7
	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op}$ ( <i>MPa</i> $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{\mathrm{th}}$	$\Delta \mathbf{K}_{\text{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Secante	5,85E-09	3,04	0,986	1,94E-08	2,53	0,918	7,12E-08	2,16	1,600	2,77	3,11
Centrado	5,66E-09	3,04	1,004	1,29E-08	2,70	0,973	7,12E-08	2,16	1,630	2,80	3,03
n=1	6,27E-09	3,02	1,008	2,35E-08	2,46	0,905	5,46E-08	2,24	1,220	2,53	2,97
n=2	5,52E-09	3,05	1,011	1,16E-08	2,75	0,984	6,27E-08	2,20	1,510	2,75	2,95
n=3	5,39E-09	3,06	1,012	1,10E-08	2,77	0,987	6,79E-08	2,17	1,600	2,79	2,95
n=4	5,33E-09	3,06	1,012	1,08E-08	2,78	0,988	6,38E-08	2,20	1,560	2,78	2,94
n=5	5,28E-09	3,06	1,013	1,07E-08	2,78	0,988	6,61E-08	2,18	1,580	2,79	2,94

Tabela 5.11 – Parâmetros obtidos para o CP6 com diferentes modelos de redução de dados.

CP6	Paris n	ao lir	near	Paris	s linea	ar		El	ber		A <b>T</b> Z
	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op}$ ( <i>MPa</i> $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{\mathrm{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Secante	1,05E-10	3,86	0,888	1,35E-09	3,22	0,977	3,51E-09	3,01	1,780	4,83	6,05
Centrado	1,85E-10	3,71	0,949	1,17E-09	3,26	0,987	3,34E-09	3,02	1,740	4,83	5,77
n=1	7,41E-11	3,95	0,950	1,79E-09	3,15	0,977	2,65E-09	3,07	1,120	4,38	5,93
n=2	1,71E-10	3,73	0,992	1,16E-09	3,27	0,991	3,19E-09	3,03	1,670	4,78	5,65
n=3	2,90E-10	3,60	0,999	1,13E-09	3,27	0,991	3,24E-09	3,02	1,710	4,82	5,59
n=4	3,79E-10	3,53	1,000	1,12E-09	3,28	0,992	3,37E-09	3,01	1,770	4,85	5,57
n=5	4,90E-10	3,46	1,002	1,10E-09	3,28	0,992	3,44E-09	3,01	1,790	4,86	5,60

CP7	Paris n	Paris não linear			s linea	ar					
	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op}$ ( <i>MPa</i> $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{\mathrm{th}}$	$\Delta \mathbf{K}_{\text{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Secante	8,52E-11	3,90	0,881	1,24E-09	3,24	0,970	5,17E-09	2,91	2,700	5,46	6,36
Centrado	1,53E-10	3,75	0,958	8,19E-10	3,36	0,989	4,89E-09	2,93	2,710	5,51	5,87
n=1	3,00E-11	4,16	0,923	1,66E-09	3,16	0,971	3,51E-09	3,00	1,660	4,72	5,96
n=2	1,80E-10	3,71	0,983	7,42E-10	3,39	0,992	4,57E-09	2,94	2,600	5,46	5,74
n=3	3,27E-10	3,56	0,993	6,96E-10	3,41	0,993	4,60E-09	2,94	2,650	5,50	5,70
n=4	4,51E-10	3,48	0,997	6,82E-10	3,41	0,993	4,44E-09	2,95	2,610	5,48	5,68
n=5	5,89E-10	3,41	1,001	6,79E-10	3,41	0,994	4,63E-09	2,94	2,670	5,51	5,68

Tabela 5.12 – Parâmetros obtidos para o CP7 com diferentes modelos de redução de dados.

Tabela 5.13 – Parâmetros obtidos para o CP8 com diferentes modelos de redução de dados.

<b>CP8</b>	Paris n	Paris não linear			Paris linear			Elber				
	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$ \Delta K_{op} \ _{(MPa\sqrt{m})} $	$\Delta K_{\mathrm{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	
Secante	4,02E-11	4,08	0,873	6,78E-10	3,39	0,980	1,83E-09	3,16	1,770	5,31	6,04	
Centrado	6,54E-11	3,96	0,964	4,95E-10	3,48	0,991	1,62E-09	3,19	1,660	5,30	5,37	
n=1	2,22E-11	4,23	0,941	7,13E-10	3,38	0,986	1,32E-09	3,24	1,030	4,84	5,60	
n=2	1,76E-10	3,71	0,989	4,66E-10	3,50	0,993	1,63E-09	3,19	1,660	5,29	4,97	
n=3	2,90E-10	3,58	1,000	4,52E-10	3,51	0,993	1,74E-09	3,17	1,770	5,35	4,87	
n=4	3,74E-10	3,52	1,003	4,49E-10	3,51	0,993	1,78E-09	3,17	1,800	5,36	4,86	
n=5	4,39E-10	3,48	1,004	4,51E-10	3,51	0,993	1,81E-09	3,16	1,810	5,37	4,82	

A variação mais pronunciada do parâmetro *m* para alguns destes CPs – CP4 para o ajuste linear de Paris; CP7 e CP8 para o não linear – é compreensível ao analisar os gráficos de dispersão  $da/dN \ge \Delta K$  destes (Apêndice D – Figuras obtidas Através da Rotina IV). O CP4 possui uma distribuição esparsa na região II, enquanto o CP7 e o CP8 possuem uma grande quantidade de *outliers*, permitindo que a variação de *n* no ajuste polinomial tenha um efeito mais forte.

Na Figura 5.10 estão apresentados os ajustes lineares de Paris para os CPs selecionados.



Figura 5.10 – Ajuste linear do modelo de Paris para o CP4, CP7 e CP8, considerando a redução de dados pelo método da secante.

#### 5.2.6 - Filtragem dos Dados em $\Delta a$

Como discutido na seção 5.2.1 - o valor experimental de  $\Delta a$  para a obtenção de dados consecutivos é aproximadamente 0,01 mm. A norma não define precisamente que valor deve ser utilizado (seção 3.4 -). Embora o valor experimental não seja inválido, decidiu-se filtrar os dados obtidos para valores  $\Delta a = 0,05, 0,10 \text{ e } 0,25 \text{ mm}$  e comparar os resultados obtidos com aqueles obtidos ao não aplicar o filtro. Estas filtragens são possíveis sobre os dados gerados, uma vez que os valores são múltiplos do  $\Delta a$  experimental.

Estas comparações serão divididas em subseções, começando da filtragem em  $\Delta a = 0,25$  mm, já que esta representa o valor mais extremo em comparação ao experimental, sendo também um valor recomendado pela norma.

#### 5.2.6.1 - Efeito do Uso de $\Delta a = 0,25$ mm

É importante observar que este valor de 0,25 mm é incompatível com a etapa de  $\Delta K$ -decrescente dos ensaios, que gera a região da curva e permite a obtenção do  $\Delta K_{th}$ . Ao

aplicar o filtro nesta região, a quantidade de pontos fica extremamente reduzida e é pouco representativa do comportamento do material. A Figura 5.11 apresenta gráficos obtidos para o CP1 com diferentes métodos de redução e permite observar bem este fenômeno.



Figura 5.11 – Comparativo da dispersão de pares da/dN- $\Delta K$  para o CP1 após a filtragem dos dados em  $\Delta a = 0,25$  mm.

A escassez de pontos na região I é evidente, ainda mais ao comparar com a Figura 5.1, que apresenta gráficos semelhantes sem a aplicação do filtro. No caso extremo de utilizar o método polinomial com n = 30 os poucos pontos da região I desaparecem por completo, sendo "integrados" na região II. Isto impossibilita qualquer estimativa de  $\Delta K_{th}$ .

Por outro lado, para a região II a dispersão em da/dN é reduzida consideravelmente e o espaçamento entre dois pontos em  $\Delta K$  fica mais uniforme, especialmente para o caso do método polinomial (n = 4). Outro efeito positivo da filtragem dos pontos é a aparente redução da quantidade de *outliers* – isto pode, porém, fazer com que os *outliers* remanescentes tenham uma influência relativa ainda maior para os ajustes de n mais elevados, como discutido na seção 5.2.5 -.

Para comparação dos resultados, os valores obtidos para o CP1 estão colocados na Tabela 5.14 no mesmo formato da Tabela 5.7, à exceção do  $\Delta K_{th}$ .

CP1	Paris n	ão lir	iear	Paris	s linea	ar	Elber				
Δa=0,25	$ \begin{pmatrix} \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R²	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$ \Delta K_{op} \ (MPa\sqrt{m}) $	$\Delta K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	
Secante	3,79E-09	2,94	0,990	2,46E-09	3,07	0,993	3,18E-09	3,02	0,622	3,76	
Centrado	5,09E-09	2,87	0,988	2,43E-09	3,07	0,993	2,17E-09	3,11	0,0328	3,46	
n=1	4,67E-09	2,89	0,990	2,50E-09	3,06	0,993	2,78E-09	3,05	0,382	3,62	
n=2	5,15E-09	2,87	0,986	2,37E-09	3,08	0,993	2,05E-09	3,13	0,00456	3,47	
n=3	5,02E-09	2,87	0,984	2,22E-09	3,1	0,993	2,18E-09	3,12	0,191	3,60	
n=4	4,78E-09	2,89	0,983	2,17E-09	3,11	0,993	1,74E-09	3,18	-0,0816	3,49	
n=5	4,49E-09	2,91	0,983	2,05E-09	3,14	0,992	1,31E-09	3,26	-0,39	3,39	
n=10	3,50E-09	3	0,976	1,32E-09	3,29	0,987	2,46E-10	3,72	-2,17	2,86	
n=20	2,38E-09	3,1	0,964	2,34E-10	3,86	0,967	4,82E-07	1,68	8,76	9,15	
n=30	1,33E-09	3,2	0,914	1,34E-10	3,97	0,978	9,86E-08	2,11	7,56	8,57	

Tabela 5.14 – Parâmetros obtidos para o CP1 pelos diferentes modelos após aplicação do filtro em  $\Delta a = 0,25$  mm:

À exceção dos resultados encontrados para os valores de n = 10, 20 e 30, os parâmetros A e m se encontram suficientemente próximos àqueles apresentados na Tabela 5.7. A Figura 5.12 e a Figura 5.13 apresentam a variação dos parâmetros no mesmo esquema da Figura 5.7 e da Figura 5.8, respectivamente.



Figura 5.12 – Variação do parâmetro A para os diferentes modelos, de acordo com as técnicas de redução utilizadas; dados após a filtragem dos pontos em  $\Delta a = 0.25$  mm.



Figura 5.13 – Variação do parâmetro *m* para os diferentes modelos, de acordo com as técnicas de redução utilizadas; dados após a filtragem dos pontos em  $\Delta a = 0,25$  mm.

Ao comparar com as respectivas figuras da seção anterior é possível notar que a variação do parâmetro A se apresenta bem mais acentuada. O parâmetro m também tem uma variação mais perceptível do que quando os pontos não são filtrados, mas se mostra mais estável que o parâmetro A. Os valores  $R^2$  parecem indicar um melhor ajuste dos dados. No entanto, a comparação entre os  $R^2$  neste caso não faz sentido, uma vez que a quantidade disponível de pontos para ajuste é grandemente reduzida após a filtragem.

Mais algumas análises pertinentes sobre o efeito da filtragem em  $\Delta a$  serão feitas na seção 5.3.1.1 -.

Os gráficos gerados para a obtenção dos dados relativos à filtragem estão colocados ao final do Apêndice D – Figuras obtidas Através da Rotina IV.

#### 5.2.6.2 - Efeito do Uso de $\Delta a = 0,05 e 0,10 mm$

Os filtros em  $\Delta a = 0,05$  e 0,10 mm não reduzem de maneira tão pronunciada a quantidade de pontos da região I como o filtro  $\Delta a = 0,25$  mm. Isto permite a estimativa do valor  $\Delta K_{th}$  para estes casos.

O efeito positivo de redução dos *outliers* e adelgamento da distribuição dos pares da/dN- $\Delta K$  também pode ser percebido (em relação aos dados não filtrados) através da Figura 5.14. Os gráficos apresentados foram obtidos pelo método da secante.



Figura 5.14 – Dispersão dos pontos obtidos pelo método da secante para as filtragens em  $\Delta a = 0,05 \text{ e } 0,10 \text{ mm.}$ 

Os valores dos parâmetros de ajuste das curvas calculados para o CP1 podem ser encontrados na Tabela 5.15 ( $\Delta a = 0,05$  mm) e na Tabela 5.16 ( $\Delta a = 0,10$  mm). Desta vez os resultados com as reduçãos do método polinomial com n = 10, 20 e 30 foram excluídos. Estes podem ser encontrados no Apêndice D – Figuras obtidas Através da Rotina IV.

CP1	Paris n	Paris não linear			s linea	ar			A <b>T</b> 7		
∆a=0,05	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op}$ ( <i>MPa</i> $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{\mathrm{th}}$	$\Delta \mathbf{K}_{\text{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Secante	3,50E-09	2,98	0,897	2,45E-09	3,07	0,990	4,12E-09	2,95	0,965	3,91	5,14
Centrado	5,83E-09	2,83	0,963	2,50E-09	3,06	0,992	4,25E-09	2,94	0,972	3,90	5,09
n=1	1,88E-09	3,16	0,978	2,31E-09	3,09	0,992	3,10E-09	3,03	0,681	3,82	5,10
n=2	5,43E-09	2,85	0,984	2,46E-09	3,07	0,993	3,96E-09	2,96	0,892	3,87	5,16
n=3	5,53E-09	2,84	0,986	2,46E-09	3,07	0,993	3,60E-09	2,98	0,754	3,80	5,17
n=4	5,29E-09	2,86	0,987	2,44E-09	3,07	0,993	3,53E-09	2,99	0,737	3,80	5,22
n=5	5,19E-09	2,86	0,988	2,45E-09	3,07	0,993	3,27E-09	3,01	0,622	3,74	5,24

Tabela 5.15 – Parâmetros obtidos para o CP1 pelos diferentes modelos após aplicação do filtro em  $\Delta a = 0.05$  mm:

Tabela 5.16 – Parâmetros obtidos para o CP1 pelos diferentes modelos após aplicação do filtro em  $\Delta a = 0,10$  mm:

CP1	Paris n	Paris não linear			s linea	ar					
Δa=0,10	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op}$ ( <i>MPa</i> $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{\mathrm{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
Secante	4,14E-09	2,93	0,984	2,49E-09	3,06	0,992	4,35E-09	2,94	1,01	3,92	5,17
Centrado	5,12E-09	2,86	0,984	2,50E-09	3,06	0,993	3,98E-09	2,96	0,884	3,86	5,11
n=1	4,67E-09	2,89	0,986	2,48E-09	3,07	0,993	4,40E-09	2,93	1,04	3,94	5,18
n=2	5,09E-09	2,87	0,988	2,45E-09	3,07	0,993	3,39E-09	3,00	0,675	3,77	5,24
n=3	5,33E-09	2,85	0,987	2,45E-09	3,07	0,993	3,02E-09	3,03	0,512	3,69	5,22
n=4	5,19E-09	2,86	0,987	2,41E-09	3,08	0,993	2,78E-09	3,05	0,411	3,65	5,28
n=5	5,06E-09	2,87	0,987	2,35E-09	3,08	0,993	2,38E-09	3,09	0,225	3,58	5,29

Para efeito de comparação de quão bons são os ajustes de acordo com o método de filtragem, as médias e desvios-padrões (considerando as diversas técnicas de redução) dos parâmetros *A*, *m* e  $\Delta K_{th}$  para cada tipo de filtro aplicado está disponível na Tabela 5.17. As reduções com *n* = 10, 20 e 30 foram novamente desconsideradas.

Tabela 5.17 – Tabela comparativa entre a variabilidade dos ajustes para os diferentes filtros utilizados em  $\Delta a$ .

	Paris nâ	io linear	Paris	linear	El	ber	
<b>Δ</b> <i>a</i> (mm)	$\frac{A*10^{-9}}{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$ \begin{array}{c} A*10^{-9} \\ \left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right) \end{array} $	m	$\frac{A*10^{-9}}{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )
0,01	5,40±0,13	2,86±0,01	2,56±0,14	3,06±0,01	4,71±0,19	2,91±0,01	5,27±0,12
0,05	4,66±1,44	2,91±0,12	2,44±0,06	3,07±0,01	3,69±0,43	2,98±0,03	5,16±0,06
0,10	4,94±0,41	2,88±0,03	2,45±0,05	3,07±0,01	3,47±0,79	3,00±0,06	5,21±0,06
0,25	4,71±0,47	2,89±0,03	2,31±0,17	3,09±0,03	2,20±0,62	3,12±0,08	5,17±0,15

Para os ajustes não lineares tanto de Paris quanto de Elber os dados não filtrados resultam em um menor desvio-padrão, enquanto para o ajuste linear de Paris tanto as filtragens em  $\Delta a = 0,05$  quanto 0,10 mm apresentam um desvio-padrão mais baixo. O valor  $\Delta K_{th}$  também é obtido através de uma regressão linear, e do mesmo modo demonstra uma

variação menor para os filtros  $\Delta a = 0,05$  e 0,10, sendo a média do primeiro ligeiramente mais conservativa. Ao considerar apenas o parâmetro material *m*, os ajustes sobre os dados não filtrados ( $\Delta a = 0,01$  mm) são melhores.

## 5.3 - VARIABILIDADE E NORMALIZAÇÃO

O desvio-padrão foi tomado como medida de variabilidade do parâmetro "*m*" dos modelos de Paris e Elber, e do limiar  $\Delta K_{th}$  nas próximas seções. Usualmente, considera-se que os valores esperados estejam numa faixa entre a média mais ou menos duas vezes o desvio-padrão ( $\mu \pm 2\sigma$ ) – ou seja, uma variável de distribuição normal deve cair dentro do intervalo de 95% de confiança ( $\pm 2\sigma$ ). Assim, serão apresentados os valores de média e desvio-padrão calculados de acordo com os diferentes métodos utilizados.

A apresentação destes dados será feita através de tabelas semelhantes à Tabela 5.7 e gráficos como os também já apresentados. Primeiro são discutidos os parâmetros obtidos pelos dois métodos de ajuste da Lei de Paris, juntamente com o modelo de Elber. Finalmente, discute-se sobre o limiar de propagação.

#### 5.3.1 - Parâmetros de Ajuste

Os parâmetros de ajuste *A*, *m* e o coeficiente  $R^2$  para cada ajuste, considerando os pares da/dN- $\Delta K$  gerados pelo método polinomial (n = 4), estão apresentados na Tabela 5.18 para os diferentes CPs. A média e o desvio-padrão foram calculados para *m* e são expostos nas duas últimas linhas da tabela.

<b>Pol.</b> (n=4)	Paris n	ão lir	near	Paris	s lines	ar	Elber				
	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R²	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R²	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$ \Delta K_{op} \atop (MPa\sqrt{m}) $	$\Delta K_{th}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	
CP1	5,46E-09	2,85	0,987	2,48E-09	3,07	0,993	4,70E-09	2,92	1,130	3,99	
CP2	5,29E-09	2,96	0,983	4,00E-09	3,03	0,996	2,10E-09	3,22	-0,620	2,70	
CP3	3,56E-09	3,16	1,015	9,11E-09	2,79	0,991	7,63E-09	2,85	-0,121	2,34	
CP4	5,33E-09	3,06	1,012	1,08E-08	2,78	0,988	6,38E-08	2,20	1,560	2,78	
CP6	3,79E-10	3,53	1,000	1,12E-09	3,28	0,992	3,37E-09	3,01	1,770	4,85	
CP7	4,51E-10	3,48	0,997	6,82E-10	3,41	0,993	4,44E-09	2,95	2,610	5,48	
CP8	3,74E-10	3,52	1,003	4,49E-10	3,51	0,993	1,78E-09	3,17	1,800	5,36	
Média (µ)	-	3,22	-	-	3,12	-	-	2,90	-	-	
Desvio (σ)	-	0,28	-	-	0,29	-	-	0,34	-	-	

Tabela 5.18 – Parâmetros de ajuste para os modelos de Paris e Elber. Valores obtidos utilizando os pontos do método polinomial (n = 4):

O parâmetro *A* não exibe uma tendência observável entre os ajustes. De fato os parâmetros não se relacionam entre si, uma vez que as razões de carregamento são bastante variadas. Portanto, esta variação é natural e esperada.

A Figura 5.15 permite observar a variação do parâmetro m, em função dos CPs, para o método polinomial (n = 4).



Figura 5.15 – Gráfico comparativo do parâmetro *m* entre os três modelos de ajuste utilizados, em função dos CPs.

O parâmetro *m*, que representa a inclinação da região II do diagrama  $da/dN \ge \Delta K$ , possui pouca variação, especialmente para os ajustes do modelo de Paris. Uma observação interessante é que *m* parece flutuar em torno de um valor entre o CP1 e o CP4, e do CP6 ao CP8, em torno de outro valor. Este comportamento é mais perceptível no ajuste não linear de Paris. Ao analisar a média e desvio-padrão do valor de *m* apenas para os CPs 1 a 4 (para a regressão não linear de Paris), o resultado é  $m = 3,01 \pm 0,13$ ; para os CPs 6 a 8,  $m = 3,51 \pm 0,03$ . A pequena variação deste parâmetro está de acordo com a teoria estudada; sendo *m* um parâmetro material, se espera que ele tenha um mesmo valor entre os diferentes ensaios.

A diferença observada entre as inclinações dos primeiros e últimos CPs pode ser indício de alguma mudança na calibração na máquina. Exatamente o CP5, que separaria estas duas "faixas" de ensaios, foi invalidado por ocasião de queda de energia elétrica no laboratório. Este evento pode ter afetado a configuração da máquina de ensaios.

Os valores de *m* para o modelo de Elber estão mais homogeneamente distribuídos, mas acabam por exibir uma variabilidade relativamente alta.

É interessante observar sobre  $\Delta K_{op}$  que os valores apresentados foram obtidos pelo ajuste não linear do modelo de Elber, e são estimativas teóricas. Os valores observados para os CPs 2, 3 e 4 apontam que não houve contato entre as faces das trincas, já que os valores operacionais de  $\Delta K_{\rm MTS}$  durante os ensaios foram constantemente maiores que o  $\Delta K_{op}$  calculado. Caso tais valores sejam uma boa representação da realidade, eles podem indicar tensões residuais criadas pelos processos de usinagem dos espécimes ou por plastificações excessivas do material durante o processo de pré-trincagem. Todavia, o ideal é que se faça a verificação experimental dos valores de  $\Delta K_{op}$  durante os ensaios. Esta verificação está fora do escopo deste trabalho e fica como sugestão para estudos futuros.

Os valores de  $\Delta K_{th}$  obtidos através do modelo de Elber são consistentes com o que se esperava (valores mais conservativos), já que consideram o  $\Delta K_{eff}$ . Mais sobre estes valores será dito nas próximas seções deste capítulo.

As considerações e análises feitas sobre os dados da Tabela 5.18, que foram obtidos partindo dos dados do método polinomial (n = 4), podem ser estendidas aos outros métodos de redução de dados, uma vez que o conjunto de dados segue as mesmas tendências gerais para cada caso. Os dados podem ser observados na Tabela 5.8 à Tabela 5.13

5.3.1.1 - Efeito da Filtragem dos Dados em  $\Delta a = 0,25$  mm

Para comparação, será apresentada a Tabela 5.19 no mesmo esquema da Tabela 5.18 e a Figura 5.16 no mesmo esquema da Figura 5.15.

Tabela 5.19 – Parâmetros de ajuste para os modelos de Paris e Elber, após a filtragem dos pontos em  $\Delta a = 0.25$  mm. Dados extraídos pelo método polinomial (n = 4):

Pol. (n=4)	Paris n	ão lir	lear	Paris	s linea	ır	Elber				
∆a=0,25	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op}$ ( <i>MPa</i> $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{th}$	
CP1	4,78E-09	2,89	0,983	2,17E-09	3,11	0,993	1,74E-09	3,18	-0,0816	3,49	
CP2	3,57E-09	3,1	0,988	3,67E-09	3,07	0,996	7,52E-10	3,52	-1,58	2,43	
CP3	3,17E-09	3,21	1,028	9,38E-09	2,78	0,992	8,65E-09	2,81	-0,050	2,34	
CP4	8,60E-09	2,87	0,987	1,29E-08	2,69	0,976	9,69E-08	2,00	1,790	2,81	
CP6	2,05E-09	3,11	1,001	7,70E-10	3,40	0,994	2,71E-09	3,08	1,670	4,89	
CP7	2,79E-09	3,02	0,993	5,69E-10	3,48	0,995	4,16E-09	2,98	2,530	5,44	
<b>CP8</b>	1,24E-09	3,22	1,000	3,91E-10	3,56	0,995	1,55E-09	3,22	1,680	5,33	
Média (µ)	-	3,06	-	-	3,16	-	-	2,97	-	-	
Desvio (o)	-	0,14	-	-	0,34	-	-	0,48	-	-	



Figura 5.16 – Gráfico comparativo do parâmetro *m* entre os três modelos de ajuste utilizados, em função dos CPs, após a filtragem dos pontos.

Uma simples comparação dos valores obtidos de média, desvio-padrão e coeficiente de determinação permite a conclusão de que, ao menos para o método polinomial com n = 4, a filtragem dos dados em  $\Delta a = 0,25$  mm acaba por desconfigurar os resultados obtidos e não oferece tão boa representação quanto os dados não filtrados.

Para o caso da regressão não linear do modelo de Paris, a média e desvio-padrão totais parecem melhores, mas ao analisar os dois grupos de CPs (1 a 4; 6 a 7) como foi feito antes, obtêm-se os valores  $m = 3,02 \pm 0,17$  e  $m = 3,12 \pm 0,10$ . Isto indica um ajuste ligeiramente pior caso a premissa dos dois grupos de CPs seja verdadeira.

# 5.3.1.2 - Efeito da Filtragem dos Dados em $\Delta a = 0,05$ e 0,10 mm

Estão colocados na Tabela 5.20 os valores colhidos para os parâmetros de ajuste dos dados reduzidos pelo método polinomial (n = 4) após a filtragem dos dados em  $\Delta a = 0,05$  mm. De maneira semelhante, a Tabela 5.21 contém os dados para os pontos filtrados em  $\Delta a = 0,10$  mm.

Pol. (n=4)	Paris n	ão lir	iear	Paris	s line:	ar	Elber				
Δa=0,05	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$ \begin{pmatrix} A \\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\mathop{A}\limits_{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op}$ ( <i>MPa</i> $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{\mathrm{th}}$	
CP1	5,29E-09	2,86	0,987	2,44E-09	3,07	0,993	3,53E-09	2,99	0,737	3,80	
CP2	5,37E-09	2,95	0,981	4,01E-09	3,03	0,996	2,06E-09	3,22	-0,64	2,70	
CP3	3,45E-09	3,17	1,018	9,18E-09	2,79	0,992	1,07E-08	2,75	0,189	2,44	
CP4	5,51E-09	3,05	1,011	1,07E-08	2,78	0,990	6,00E-08	2,21	1,470	2,73	
CP6	1,28E-09	3,22	1,005	9,73E-10	3,32	0,994	3,53E-09	3,00	1,940	4,98	
CP7	1,32E-09	3,20	1,004	6,80E-10	3,41	0,994	4,95E-09	2,92	2,740	5,54	
CP8	6,18E-10	3,39	1,005	4,79E-10	3,49	0,994	1,86E-09	3,15	1,800	5,34	
Média (µ)	-	3,12	-	-	3,13	-	-	2,89	-	-	
Desvio (o)	-	0,18	-	-	0,29	-	-	0,34	-	-	

Tabela 5.20 – Parâmetros de ajuste para os modelos de Paris e Elber, após a filtragem dos pontos em  $\Delta a = 0.05$  mm. Dados extraídos pelo método polinomial (n = 4):

Pol. (n=4)	Paris n	não lir	near	Paris	s line	ar	Elber				
Δa=0,10	$ \begin{pmatrix} \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix} $	m	R <sup>2</sup>	$\begin{pmatrix} A\\ \frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m} \end{pmatrix}$	m	R²	$\stackrel{A}{\left(\frac{mm/ciclo}{(MPa\sqrt{m})^m}\right)}$	m	$\Delta K_{op}$ ( <i>MPa</i> $\sqrt{m}$ )	$\Delta K_{\mathrm{th}}$ (MPa $\sqrt{m}$ )	
CP1	5,19E-09	2,86	0,987	2,41E-09	3,08	0,993	2,78E-09	3,05	0,411	3,65	
CP2	5,12E-09	2,97	0,981	3,98E-09	3,04	0,996	1,81E-09	3,26	-0,765	2,66	
CP3	3,35E-09	3,18	1,021	9,27E-09	2,78	0,991	1,27E-08	2,69	0,335	2,49	
CP4	5,40E-09	3,06	1,010	1,09E-08	2,77	0,986	7,27E-08	2,13	1,620	2,79	
CP6	1,70E-09	3,15	1,003	9,04E-10	3,34	0,995	3,41E-09	3,02	1,930	4,99	
CP7	2,15E-09	3,08	1,000	6,53E-10	3,42	0,994	4,64E-09	2,94	2,650	5,50	
CP8	9,82E-10	3,27	1,004	4,35E-10	3,52	0,994	1,65E-09	3,19	1,690	5,32	
Média (µ)	-	3,08	-	-	3,14	-	-	2,90	-	-	
Desvio (o)	-	0,14	-	-	0,30	-	-	0,38	-	-	

Tabela 5.21 – Parâmetros de ajuste para os modelos de Paris e Elber, após a filtragem dos pontos em  $\Delta a = 0,10$  mm. Dados extraídos pelo método polinomial (n = 4):

A comparação destas tabelas com a Tabela 5.18 e a Tabela 5.19 permite concluir que a filtragem para valores mais elevados de  $\Delta a$  o ajuste dos modelos aos dados não é tão bom (apresenta maior variabilidade) quanto filtragens menores. A filtragem em  $\Delta a = 0,05$ mm pareceu ser particularmente efetiva, exibindo desvios-padrões semelhantes aos de  $\Delta a =$ 0,01 mm para as regressões linear de Paris e não linear de Elber, sendo relativamente melhor para a de não linear de Paris. Este valor menor pode ser decorrência do efeito dos *outliers* e da dispersão sobre as regressões.

Estas análises, juntamente com as da seção 5.2.6 - apontam que a suposição adotada de que o pequeno valor de  $\Delta a = 0,01$  mm influenciaria negativamente os resultados parece não ser verdadeira. Se, de fato, este  $\Delta a$  se encontra na mesma escala de parâmetros microestruturais do material (uma verificação se faz necessária), a explicação para o melhor ajuste do conjunto de dados não filtrados deve estar relacionada ao simples fato da população de pontos ser maior. Seguindo um raciocínio estatístico isto parece óbvio: quanto maior o número de pontos, mais próxima será a representação do comportamento à realidade.

#### 5.3.2 - Limiar de Propagação de Trinca

Ressalta-se que é difícil obter um valor considerado probabilisticamente adequado para o desvio-padrão com a variedade de razões de carregamento utilizada e a baixa repetição para um mesmo *R*. De qualquer maneira, estes valores foram calculados e listados na Tabela 5.22 para comparação entre os diferentes métodos.

	CP1	CP2	CP3	CP4	CP6	CP7	CP8	Média (µ)	Desvio (o)
					$\Delta K_{th}$	$(MPa\sqrt{m})$	)		
MTS	4,80	3,43	2,56	2,59	-	4,91	3,91	3,70	1,03
Secante	5,50	3,65	3,07	3,11	6,05	6,36	6,04	4,83	1,48
Centrado	5,31	3,55	2,88	3,03	5,77	5,87	5,37	4,54	1,33
n=1	5,36	3,57	2,96	2,97	5,93	5,96	5,60	4,62	1,39
n=2	5,21	3,54	2,83	2,95	5,65	5,74	4,97	4,41	1,27
n=3	5,20	3,55	2,85	2,95	5,59	5,70	4,87	4,39	1,24
n=4	5,18	3,56	2,87	2,94	5,57	5,68	4,86	4,38	1,22
n=5	5,16	3,57	2,87	2,94	5,60	5,68	4,82	4,38	1,22

Tabela 5.22 – Lista dos  $(\Delta K_{th})_{\text{MTS}}$  e  $(\Delta K_{th})_{\text{MTS}}$ .

Dentre todos os valores calculados seguindo as recomendações da norma E647, nenhum se mostrou mais conservativo (menor) que os respectivos valores ( $\Delta K_{th}$ )<sub>MTS</sub>. A lacuna vazia para o CP6 é devida a não obtenção deste dado pelo autor.

Concluiu-se na seção 5.2.3 - que a MTS muito provavelmente utiliza o método da secante para a redução de dados. Portanto, a razão para os dados da MTS se mostrarem mais conservativos pode ser resultante de algumas diferenças na análise dos dados. Uma das possibilidades é o tratamento de dados; uma banda de confiança mais estreita, por exemplo, ou um limite maior que  $10^{-6}$  mm/ciclo para a definição do limite superior da região I (o limite inferior é definido pelo usuário). Outra possibilidade é que a MTS utiliza um método de regressão não linear para estimar o valor do limiar. Outra possibilidade ainda é a utilização de um  $\Delta K_{eff}$  experimental para estimar o valor ( $\Delta K_{th}$ )<sub>MTS</sub>.

A norma aponta que uma regressão linear pode nem sempre exibir o melhor ajuste (ASTM, 2011). Outras opções podem ser encontradas na literatura, como a função de quatro parâmetros de Weibull (Hudak, 1981). Os critérios que limitam o uso de uma regressão linear (Hudak, 1981), porém, parecem não se aplicar ao material testado. Mesmo ao tentar selecionar arbritariamente outros métodos de regressão prontamente disponíveis no MATLAB, os resultados da MTS continuaram se mostrando mais conservativos.

Ao comparar com os valores de  $\Delta K_{th}$  obtidos pelo modelo de Elber, alguns destes valores se mostram mais conservativos que os respectivos ( $\Delta K_{th}$ )<sub>MTS</sub> ou pelo menos mais próximos, corroborando a hipótese da utilização de um  $\Delta K_{eff}$  experimental por parte da MTS.

Comparando os valores médios de  $\Delta K_{th}$ , a aproximação com o método polinomial e n = 4 exibe o valor mais baixo dentre os calculados. O valor mais baixo para a média dos  $(\Delta K_{th})_{MTS}$  é devido também, em parte, à ausência do resultado para o CP6, que pelas estimativas é um valor bem elevado. Esta ausência torna a média mais tendenciosa para valores mais baixos (*R* mais alto). O desvio-padrão da MTS também é reduzido por considerar um ponto "extremo" a menos.

O efeito de *R* sobre a dispersão dos pontoso (e consequentemente sobre o limiar de propagação) pode ser observado através da Figura 5.17. É fácil perceber a tendência de cada conjunto de pontos.



Figura 5.17 – Dispersão dos pontos (não filtrados) da/dN- $\Delta K$  para a região I do diagrama. Todos os CPs foram colocados para permitir a observação do efeito de *R* sobre o limiar.

Para todos os CPs, o comportamento do  $\Delta K_{th}$  segue a mesma tendência – quanto maior o valor de *R*, menor o  $\Delta K_{th}$  – exceto o CP4 (*R*=0,66) que possui um limiar próximo ao do CP3 (*R*=0,5) e pode indicar algum patamar em relação à redução do efeito de fechamento de trinca (Daniewicz, 2012) ou apenas um caso mais extremo. A Figura 5.18Figura 5.3 exibe a comparação entre as linearizações realizadas para estimar o ( $\Delta K_{th}$ )<sub>ML</sub> para o CP3 e CP4 utilizando os pontos do método polinomial com *n* = 4.



Figura 5.18 – Linearização do logaritmo dos pares de dados obtidos pelo método polinomial (n=4) utilizada para estimar o valor do limiar de propagação de trinca por fadiga.

Mandai (2010) e Sá (2011) reportaram um valor ( $\Delta K_{th}$ )<sub>MTS</sub> = 4,12 para R=0,1 nas mesmas condições de ensaio, calculado pela máquina. Este valor é consistente com a variabilidade geral observada neste trabalho.

#### 5.3.3 - Valores Normalizados

Os valores normalizados são aqueles valores obtidos ao aplicar a equação de Walker (Eq. (2.44)) sobre os  $(\Delta K_{th})_{ML}$  para a obtenção de valores estimados para R=0.

Primeiramente foi determinado o coeficiente material da equação de Walker (Eq. (2.44)). Este parâmetro é um indicativo adequado de quão forte é o efeito de *R* sobre o comportamento do material. A literatura (Dowling, 2007) aponta que para metais valores por volta de 0,5 são comuns, podendo variar de 0,3 a 1,0. O valor de  $\gamma = 1,0$  indica pouca influência do *R*, e quanto mais próximo a 0, maior a influência. Foram obtidos valores para os sete conjuntos de dados disponíveis através de uma regressão linear múltipla da Eq. (4.2). Para uso na região I, o coeficiente foi determinado utilizando os pares de dados da região I. Não foi obtido o coeficiente considerando os dados "brutos" da máquina, pois o resultado seria praticamente igual ao do método da secante, tendo sido este utilizado sobre os ( $\Delta K_{th}$ )<sub>MTS</sub>. Os valores podem ser observados na Tabela 5.23.

	γth
Secante	0,380
Centrado	0,381
n=1	0,404
n=2	0,374
n=3	0,375
n=4	0,374
n=5	0,376

Tabela 5.23 – Valores de  $\gamma_{th}$  obtidos por regressão para a equação de Walker:

Os valores indicam uma forte influência do parâmetro *R* sobre o comportamento do material na região limiar de crescimento de trinca.

Com estes valores foi calculado um valor equivalente (normalizado) para R=0 de cada  $\Delta K_{th}$  apresentado na Tabela 5.22 através da Eq. (2.44). Os resultados são apresentados na Tabela 5.24.

Tabela 5.24 – Estimativa de  $\Delta K_{th}$  em R=0 utilizando a equação de Walker, com o parâmetro material determinado por regressão linear múltipla:

	CP1'	CP2'	CP3'	CP4'	CP6'	<b>CP7'</b>	<b>CP8'</b>	Média (µ)	Desvio (σ)	σ relativo
	$\Delta K_{\text{th}} (MPa\sqrt{m})$									
MTS	5,12	4,40	3,93	5,06	-	5,07	4,03	4,60	0,55	11,92
Secante	5,87	4,68	4,72	6,07	6,46	6,57	6,23	5,80	0,79	13,58
Centrado	5,67	4,55	4,42	5,91	6,16	6,06	5,54	5,47	0,71	12,93
n=1	5,71	4,53	4,48	5,65	6,31	6,15	5,77	5,51	0,73	13,25
n=2	5,57	4,55	4,37	5,79	6,04	5,93	5,13	5,34	0,67	12,57
n=3	5,55	4,56	4,40	5,79	5,97	5,89	5,03	5,31	0,65	12,24
n=4	5,53	4,57	4,43	5,77	5,95	5,87	5,02	5,31	0,63	11,89
n=5	5,51	4,58	4,42	5,76	5,98	5,86	4,98	5,30	0,64	12,00

Do mesmo modo que observado na Tabela 5.22 os valores  $(\Delta K_{th})_{\text{MTS}}$  são mais conservativos do que os  $(\Delta K_{th})_{\text{ML}}$ . No entanto a distribuição dos valores está mais homogênea, apresentando um desvio-padrão relativo máximo de 13,58 % para o método secante. Os valores estimados para R=0 se encaixam na tendência observada para os dados originais, que ao reduzir o R o valor de  $\Delta K_{th}$  tende a aumentar.

A variabilidade deve ser considerada como duas vezes os valores percentuais  $\sigma$  relativo. A única fonte de comparação encontrada na literatura para a consistência dos resultados está na própria E647 (ASTM, 2011) e nos estudos originais que serviram como referência para a norma. Estas fontes citam uma repetibilidade de ±3 % para  $\Delta K_{th}$  em uma liga de alumínio extremamente homogênea.

A grande variabilidade encontrada pode ser consequência de todas as manipulações matemáticas utilizadas durante a análise e do próprio método utilizado escolhido para normalização, o modelo de Walker, que não possui originalmente esta função.
Considerando, ainda, que na região limiar fatores microestruturais influenciam fortemente o comportamento do material, talvez estes sejam os maiores responsáveis pela variabilidade encontrada neste estudo. Os estudos que serviram de base para a norma (Clark, 1975) apontam também uma variabilidade entre  $\pm 13$  a  $\pm 50$  % para *da/dN*, sendo o método polinomial incremental aquele que apresenta um dos melhores ajustes aos resultados – sendo melhor que este apenas o método polinomial total, não abordado neste estudo ou pela norma.

#### 5.3.3.1 - Efeito da Filtragem em $\Delta a = 0,05 \text{ e } 0,10 \text{ mm}$

Também foram calculados os valores normalizados para os conjuntos de dados que foram filtrados em  $\Delta a = 0,05$  e 0,10 mm. Os valores apresentados serão comparado apenas para o método de redução polinomial com n = 4, que demonstrou repetidamente o melhor ajuste. Os valores para o  $\Delta a = 0,01$  experimental serão repetidos nas tabelas que seguem para facilitar a comparação. Os dados para a filtragem em  $\Delta a = 0,25$  mm não foram calculados por motivos já explicados (poucos pontos).

A Tabela 5.25 contém os parâmetros  $\gamma_{th}$  obtidos, enquanto a Tabela 5.26 contém os valores normalizados para o limiar.

Tabela 5.25 – Valores de  $\gamma_{th}$  obtidos por regressão sobre os dados filtrados para a equação de Walker com o método de redução polinomial (n = 4):

	$\gamma_{th}$
$\Delta a = 0,01$	0,374
<i>∆a</i> = 0,05	0,360
$\Delta a = 0,10$	0,370

	CP1'	CP2'	СР3'	CP4'	CP6'	CP7'	<b>CP8'</b>	Média (µ)	Desvio (σ)	σ relativo
∆a					$\Delta K_{\mathrm{th}}$ (M	$(Pa\sqrt{m})$				(%)
0,01	5,53	4,57	4,43	5,77	5,95	5,87	5,02	5,31	0,63	11,89
0,05	5,58	4,60	4,49	5,72	5,40	5,88	4,99	5,24	0,55	10,53
0,10	5,64	4,47	4,46	5,66	5,30	5,87	4,84	5,18	0,59	11,37

Tabela 5.26 – Estimativa de  $\Delta K_{th}$  em R=0 utilizando a equação de Walker sobre os dados filtrados:

De acordo com os valores da Tabela 5.26 a filtragem em  $\Delta a = 0,05$  mm exibe os melhores resultados no sentido que estes demonstram a menor variabilidade. Da mesma maneira que para a filtragem em  $\Delta a = 0,25$  mm, a quantidade de pontos na região está severamente reduzida em relação aos pontos originais (pelo menos cinco vezes menos pontos). Uma vez que o único critério do filtro é o espaçamento entre dois pontos consecutivos, é difícil avaliar se os pontos remanescentes são de fato a melhor representação do comportamento do material.

Estatisticamente, pelo menos, pode-se concluir que o método de filtragem em  $\Delta a = 0,05$  mm apresentou os melhores resultados para os valores do limiar de propagação de trinca normalizados pelo modelo de Walker em R = 0. Os valores de  $\gamma_{th}$  ligeiramente menores também apontam que os pontos após as filtragens são mais influenciados pela razão de carregamento.

#### 6 - CONCLUSÕES E SUGESTÕES

O método polinomial incremental de redução de dados apresentou desvios-padrões consistentemente menores que os métodos da secante e das diferenças centradas para os parâmetros A,  $m \in \Delta K_{th}$ .

Dentre os valores de n analisados para o método polinomial, n = 4 apresenta os menores desvios-padrões.

Os valores encontrados para *m* são consistentes com a teoria estudada e parecem flutuar em torno de um valor único. O valor ótimo encontrado (menor desvio-padrão estável) foi  $m_{P(4)} = 3,22 \pm 0,28$ , para a regressão não linear do modelo de Paris. Isto resulta em uma variabilidade de aproximadamente ±17 % (duas vezes o desvio-padrão relativo).

Após aplicar o modelo de Walker, a estimativa do limiar com o melhor ajuste (n = 4) é  $\Delta K_{th_{R=0}} = 5,31 \pm 0,63$ , resultando numa variabilidade de aproximadamente  $\pm 24 \%$  (duas vezes o desvio-padrão relativo).

O coeficiente material de Walker,  $\gamma_{th}$ , por volta de 0,37, indica que o efeito da variação de *R* sobre o material é muito forte.

Observou-se que à medida que *R* aumenta,  $\Delta K_{th}$  diminui. Este comportamento está de acordo com a teoria estudada.

O filtro  $\Delta a = 0,05$  mm foi útil para reduzir a variabilidade dos parâmetros. Com a redução em pelo método polinomial (n = 4),  $\Delta K_{th} = 5,24 \pm 0,55$  (pela aplicação do modelo de Walker) exibiu uma variabilidade de aproximadamente  $\pm 21$  %. O filtro deve ser aplicado com cautela, uma vez que diminui em grande número (aproximadamente 5 vezes) a quantidade de pontos analisados, especialmente na região I.

Com o filtro  $\Delta a = 0,10$  mm, redução polinomial (n = 4), o ajuste não linear do modelo de Paris apresentou o valor  $m_{P(4)} = 3,08 \pm 0,14$ . A variabilidade é de aproximadamente  $\pm 9$  %.

A filtragem dos dados em  $\Delta a = 0,25$  mm (em comparação a  $\Delta a = 0,01$  mm experimental) aumentou a variabilidade observada na maior parte dos casos e se mostrou incompatível para determinação do limiar de propagação de trinca.

Seguindo as recomendações da ASTM foi possível preparar rotinas no programa MATLAB para tratamento e análise dos dados e concluir que a máquina MTS 810 segue em parte os procedimentos do método da secante para redução de dados. Uma vez feita a redução, no entanto, não foi possível concluir quais critérios são utilizados para a seleção de pontos na faixa entre  $10^{-7}$  e  $10^{-6}$  mm/ciclo, nem qual método é utilizado para obter  $\Delta K_{th}$ .

94

Nesta parte a MTS não parece seguir as recomendações da norma, exibindo resultados mais conservativos do que quando os métodos recomendados são seguidos. Enquanto uma abordagem mais conservativa é desejável para aplicações de engenharia, a estimativa da máquina pode estar sendo conservativa em excesso.

Considerando os modelos de ajuste dos dados, a proximidade dos valores  $(\Delta K_{th})_{\text{MTS}}$ com aqueles obtidos pelo método de Elber indicam que a MTS parece fazer uso de valores  $(\Delta K_{eff})_{\text{MTS}}$  para a regressão de dados.

Com as rotinas preparadas ao longo deste trabalho é possível realizar prontamente a análise de dados para ensaios futuros, através de um método transparente e familiar. Adaptações também podem ser feitas para estudar a influência de outros modelos e métodos sobre a variabilidade e a adequação dos dados a estes.

Algumas sugestões do autor para estudos futuros são:

- Realizar mais testes para uma (ou mais) razão de carregamento se possível em R=0 – e comparar a variabilidade destes com a encontrada neste estudo pelo método de normalização;
- Estudar com profundidade o efeito do aumento de *R* sobre o efeito de fechamento de trinca;
- Conferir empiricamente a existência de tensões residuais e o valor de  $\Delta K_{eff}$ ;
- Considerar outros métodos de redução e regressão de dados para obter estimativas mais homogêneas de  $\Delta K_{th}$ ;
- Obter parâmetros microestuturais do material, como tamanho de grão, para tentar encontrar e relacionar a um valor ótimo de filtragem de ∆a e também experimental (sem filtro).

## **REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS**

- ADAMS, C. Was Boston once literally flooded with molasses? Dezembro, 2004.
- ASM INTERNATIONAL. Metals HandBook, Volume 19 Fatigue and Fracture. 2592f. ASM International, EUA. 1998.
- ASTM INTERNATIONAL. Standard Specification for Castings, Iron-Chromiun, Iron-Chromiun-Nickel, Corrosion Resistant, for General Application. – Designation A743/A743M. 6f. ASTM International. EUA. 2012.
- ASTM INTERNATIONAL. Standard test method for plane-strain fracture toughness of metallic materials Designation E 399 90. 34f. ASTM International, EUA. 2009.
- ASTM INTERNATIONAL. Standard test method for measurement of fatigue crack growth rates Designation E 647 99. 40f. ASTM International, EUA. 2011.
- BERETTA, S.; CARBONI, M. Variable amplitude fatigue crack growth rate in a mild steel for railway axles: Experiments and predictive models. Engineering Fracture Mechanics 78. Politécnico de Milão. Itália. 2011.
- BROEK, D. *Elementary Engineering Fracture Mechanics.* 3<sup>a</sup> ed. *Martinus Nijhoff Publishers*. 1982.
- CERIOLO, L.; DI TOMMASO, A. *Fracture Mechanics of brittle materials:* A Historical point of view. 2<sup>nd</sup> International PhD Symposium in Civil Engineering. Budapeste, Hungria. 1998.
- CHEN, D. L.; WEISS, B.; STICKLER, R. *The effective fatigue threshold: significance of the loading cycle below the crack opening load.* Universidade de Viena. Austria. 1993.
- CLARK JR., W. G.; HUDAK JR., S. J. Variability in Fatigue Crack Growth Rate Testing. Journal of Testing and Evaluation, JTEVA. Vol. 3. No. 6. p. 454-476. 1975.
- COSTA SÁ, M. V. O Efeito do Tratamento Criogênico nas Propriedades de Fratura dos Materiais: Aço ASTM A743 CA6NM e Al 7050 T7451. Projeto de Graduação em Engenharia Mecânica. Universidade de Brasília. 2011.
- DA SILVA, B. L. et al. Characterization of ASTM A743 CA6NM Alloy Steel Used in Hydrogenator Components. 21th International Congress of Mechanical Engineering. Universidade de Brasília. Brasil. 2011.
- DAMRI, D. *The effect of underload cycling on the fatigue threshold in a structural steel. University of Cambridge.* 1990.
- DANIEWICZ, S. R.; BELSICK, C. A.; GDOUTOS, E. E. *Fatigue and Fracture Mechanics STP 1546. Journal of ASTM International.* EUA. 2012.
- DE SOUZA, E. D.; Análise do Efeito da Tensão Média Sobre a Resistência a Fadiga do Aço ASTM A743 CA6NM. Trabalho de Conclusão de Curso (Graduação em Engenharia Mecânica) – Universidade de Brasília. Orientador: Jorge Luiz de Almeida Ferreira. UnB. Brasília. 2011.
- DONALD, J. K.; SCHMIDT, D. W. Computer-Controlled Stress Intensity Gradient Technique for High Rate Fatigue Crack Growth Testing. Journal of Testing and Evaluation, JTEVA. Vol. 8. No. 1. p. 19-24. 1980.
- DOWLING, N. E. *Mechanical Behavior of Materials.* 3<sup>a</sup> ed. 929f. Pearson-Prentice Hall. Nova Jersey, Estados Unidos. 2007.
- DUNCAN, W. The Comet and design against fatigue. Engineering 179, p. 196-200. 1955.
- ELBER, W. *The significance of fatigue crack closure*. *Damage Tolerance in Aircraft Structures STP 486. American Society for Testing Materials*, ASTM. Filadélfia. EUA. 1970.

ELBER, W. Fatigue Crack Closure Under Cyclic Tension. Germany. 1970.

- ERDOGAN, E. Fracture Mechanics. International Journal of Solids and Structures, 27. p. 171-183. 2000.
- FORMAN, R. G.; SHIVAKUMAR, V.; NEWMAN JR, J. C. *Development of the NASA/FLAGRO Computer Program for Analysis of Airframe Structures.* EUA.
- FORTH, S. C.; NEWMAN JR., J. C.; FORMAN, R. G. Anomalous fatigue crack growth data generated using the ASTM Standards. Journal of ASTM International, vol. 3, n. 3. Março, 2006.
- GAVRAS, A. G.; LADOS, D. A.; DONALD, J. K. *A unified method of design for fatigue crack growth resistance in structural materials. International Journal of Fatigue 47.* Instituto Politécnico de Worcester. 2012.
- GORDON, J. The Science of structures and materials. Scientific American Library. 1988.
- GRIFFITH, A. A. *The phenomenon of rupture and flow in solids. Royal Aircraft Establishment.* Fevereiro, 1920.
- HERTZBERG, R. W. *Deformation and fracture mechanics of engineering materials.* 4<sup>a</sup> ed. *John Willey and Sons.* 1976.
- HUTCHINSON, J. W. *A course on nonlinear fracture mechanics.* Universidade Técnica da Dinamarca. 1979.
- HUDAK JR., S. J.; BUCCI, R. J. Fatigue Crack Growth Measurement and Data Analysis STP 738. EUA. 1981.
- INGLIS, C. E. Stress in a plate due to the presence of cracks and sharp corners. Institution of Naval Architects. Março, 1913.
- IRWIN, G. R. Analysis of stresses and strains near the end of a crack traversing a plate. Journal of Applied Mechanics, 24. p. 361-364. 1957.
- IRWIN, G. R. *Plastic zone near a crack and fracture toughness.* 7<sup>th</sup> Sagamore Conference. 1960.
- JONES, R.; MOLENT, L.; WALKER, K. *Fatigue crack growth in a diverse range of materials. International Journal of Fatigue 40.* Austrália. 2012.
- KOLMAN, D. G.; BINGERT, J. F.; FIELD, R. D. *The Microstructural, Mechanical and Fracture Properties of Austenitic Stainless Steel Alloyed with Gallium.* EUA. 2004.
- LADOS, D. A.; APELIAN, D.; DONALD, J. K. Fatigue crack growth mechanisms at the microstructure scale in Al-Si-Mg cast alloys: Mechanisms in the near-threshold regime. Instituto Politécnico de Worcester. EUA. 2006.
- LAN, W.; DENG, X.; SUTTON, M. A. *Investigation of crack tunnelling in ductile materials. University of South Carolina.* EUA. 2010.
- LU, Z.; LIU, Y. *Small time scale fatigue crack growth analysis. International Journal of Fatigue 32.* Universidade de Clarkson. EUA. 2010.
- MANDAI, J. T. **Determinação dos parâmetros para crescimento de trinca em ligas metálicas:** modelagem e experimentação. 2010. 155f. Dissertação de Mestrado em Ciências Mecânicas, UnB. Brasília DF. 2010.
- MATSUNAGA, H.; SHOMURA, N.; MURAMOTO, S.; ENDO, M. *Shear mode threshold for a small fatigue crack in a bearing steel.* Universidade de Fukuoka. Japão. 2010.
- MIAO, J.; POLLOCK, T. M.; JONES, J. W. *Microstructural extremes and the transition from fatigue crack initiation to small crack growth in a polycrystalline nickel-base superalloy. Acta Materiallia 60.* Universidade de Michigan. 2012.

- NEWMAN JR., J. C. Analyses of Fatigue Crack Growth and Closure Near Threshold Conditions for Large-Crack Behavior. NASA Langley Research Center. EUA. 1999.
- NEWMAN JR., J. C. Analyses of Fatigue and Fatigue-Crack Growth Under Constant- and Variable-Amplitude Loading. NASA Langley Research Center. EUA.
- NEWMAN JR., J. C.; YAMADA, Y. *Compression precracking methods no generate nearthreshold fatigue-crack-growth-rate data. International Journal of Fatigue 32.* Universidade Estadual do Mississipi. EUA. 2010.
- OLIVEIRA, F.; FERREIRA, J. L. A.; ARAÚJO, J. A. Determinação resistência à fadiga do aço ASTM A743 – CA6NM: Tomo I. Curva S-N – Metodologia, ensaios e resultados. 87f. Universidade de Brasília. 2009.
- PARIS, P. C.; ERDOGAN, F. *A critical analysis of crack propagation laws. Journal of Basic Engineering*. p. 528-534. Dezembro, 1963.
- PARK, E. *Without warning, molasses in January surged over Boston.* Smithsonian 14, n° 8. p. 213-230. Novembro, 1983.
- PATEL, A. M.; NEU, R. W.; PAPE, J. A. Growth of Small Fatigue Cracks in PH 13-8 Mo Stainless Steel. Georgia Institute of Technology. EUA. 1998.
- PUGNO, N. *et al. A generalized Paris' law for fatigue crack growth. Politecnico di Torino*. Itália. Janeiro, 2006.
- RICE, J. R. *A path independent integral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks. Journal of Applied Mechanics*, 35. p. 379-386. 1968.
- SANTOS, P. F. Estudo do efeito da tensão média sobre a resistência à fadiga da liga Ti-35Nb--7Zr-5Ta. UnB. Brasília. 2011.
- SAXENA, A.; HUDAK JR., S. J. *Review and extension of compliance information for common crack growth specimens. International Journal of Fracture.* Vol. 14. No. 5. 1977.
- SAXENA, A.; HUDAK JR., S. J.; DONALD, J. K.; SHCMIDT, D. W. Computer-Controlled Decreasing Stress Intensity Technique for Low Rate Fatigue Crack Growth Testing. Journal of Testing and Evaluation, JTEVA. Vol. 6. No. 3. p. 167-174. 1978.
- SCHREURS, P. J. G. *Fracture Mechanics: Lecture notes course 4A780.* Universidade de Tecnologia de Eindhoven. Setembro, 2011.
- SHI, J. et al. Abaqus implementation of extended finite element method using a level set representation for three-dimensional fatigue crack growth and life predictions. Engineering Fracture Mechanics 77. EUA. 2010.
- SHIGLEY, J. E.; MISCHKE, C. R.; BUDYNAS, R. G. **Projeto de Engenharia Mecânica.** 7<sup>a</sup> ed. Bookman. 2006.
- SULLIVAN, A. M. Crack-Length Determination for the Compact Tension Speciment Using a Crack-Opening-Displacemente Calibration. Naval Research Laboratory. USA.1975.
- SULLIVAN, A. M. Crack-Length Determination for the Compact Tension Speciment Using a Crack-Opening-Displacemente Calibration – Comparison of COD Measured Graphically and From the Gage Output. Naval Research Laboratory. USA.1975.
- TAYLOR, D. *A mechanistic approach to critical-distance methods in notch fatigue.* Irlanda. 2001.
- TIMOSHENKO S. P.; GOODIER, J. N. Theory of Elasticity. McGraw-Hill. 1970.
- TIPPER, C. F. E. The brittle fracture story. Cambridge Eng. University Press. 197f. 1962.

- VALLELLANO, C.; VÁZQUEZ, J.; NAVARRO, A.; DOMÍNGUEZ, J. A micromechanical model for small fatigue crack growth: an approach based on two threshold conditions. Universidade de Sevilha. Espanha. Abril, 2009.
- WANHILL, R.; BARTER, S. *Long/Large Fatigue Crack Growth.* Fatigue of Beta Processed and Beta Heat-treated Titanium Alloys. 2011.
- WANG, C. H. Introduction to Fracture Mechanics. Defence Science and Technology Organisation. 82f. Melbourne, Austrália. 1996.
- WANG, Y. et al. The extended McEvily model for fatigue crack growth analysis of metal structures. State Key Laboratory of Ocean Engineering. Shanghai, China. 2008.
- WESTERGAARD, H. M. Bearing pressures and cracks. Cambridge. 1939.
- WILLIAMS, R. S.; LIAW, P. K.; PECK, M. G.; LEAX, T. R. Computer controlled decreasing ΔK fatigue threshold test. Engineering Fracture Mechanics, vol. 18, n. 5. 1983.
- WRIGHT, D. *Fracture some maritime examples*. 2005. Disponível em: < http://school.mech.uwa.edu.au/~dwright/DANotes/fracture/maritime/maritime.html >.
- YAMASHITA, Y. et al. Fatigue life prediction of small notched Ti-6Al-4V specimens using critical distance. Japão. 2010.
- YAREMA, S. Y. *History of Fracture Mechanics* On the contribution of G.R.Irwin to Fracture Mechanics. Materials Science, 31. 1995.
- ZEHNDER, A. T. Fracture Mechanics. Universidade de Cornell. 2010.

APÊNDICES

# APÊNDICE A – MONTAGEM DAS GARRAS *CLEVIS* DE FIXAÇÃO DO C(T) NA MTS 810

No Laboratório de Ensaios Mecânicos do SG-9 estão disponíveis máquinas de ensaios MTS 810. As máquinas permitem uma grande diversidade de ensaios, dependendo dos dispositivos de fixação montados. No Laboratório podem ser encontradas garras de ensaio tração-compressão (Figura A.1), flexão (Figura A.2) e ensaios de MF, que também podem ser utilizadas em ensaios de fadiga, a depender da configuração da máquina.



Figura A.1 – Garra Hydraulic Wedge Grip para ensaios tração-compressão.



Figura A.2 – Apoios para realização de ensaios de flexão.

Caso alguma outra garra ou apoio que não os apropriados para ensaios de MF estejam montados na máquina, este deve ser removido de maneira apropriada e corretamente guardado. Para a fixação das garras *clevis* (em formato de U) os *spiral washers* (Figura A.3) devem estar posicionados nas roscas de fixação entre o encaixe da máquina e as garras.



Figura A.3 - Spiral Washers sobre a rosca de fixação.

O alinhamento entre as garras superior e inferior é crucial (Figura A.5). Para isso os *spiral washers* podem ter sua abertura ajustada utilizando *spanner wrenches* (Figura A.4).



Figura A.4 – Spanner Wrenches.

O alinhamento pode ser alcançado utilizando uma chapa nivelada e de dimensões justas para entre as aberturas das garras. De preferência, o posicionamento das garras deve considerar a facilidade de inspeção visual da trinca durante o ensaio. Pequenos desalinhamentos podem ser ajustados rotacionando a garra inferior que fica conectada ao pistão hidráulico (móvel).



Figura A.5 – Garras Clevis superior (esq.) e inferior (dir.) para montagem de ensaios de MF.

Para garantir a boa fixação das garras nas roscas, deve-se aplicar uma pré-carga. Ou seja, durante a etapa de fixação, um corpo (a chapa de alinhamento, com furos para os pinos) pode ser utilizado para fazer a máquina trabalhar em tração. Ao aplicar uma carga de tração e apertar os *spiral washers* se garante que, após o descarregamento, as garras terão um aperto nas sobre as roscas. A pré-carga deve ser maior do que as cargas que se pretende utilizar durante os ensaios.

Uma vez que as garras estejam montadas e a máquina configurada, o CP do tipo C(T) deve ser fixado às garras por meio de pinos e o extensômetro acoplado (ou qualquer que seja o meio de medição da trinca). A montagem final deve ser semelhante à Figura A.6.



Figura A.6 – Montagem para ensaios de propagação de trinca por fadiga.

# APÊNDICE B – PROCEDIMENTO PARA O ENSAIO DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA POR FADIGA.

Este apêndice tem o objetivo de servir como guia para a configuração de ensaios de propagação de trincas por fadiga de acordo com a norma ASTM E647 na máquina de ensaios universal MTS 810. Antes de fazer uso destas configurações, no entanto, deve-se instalar a garra de fixação para tal ensaio (Apêndice A).

As dimensões dos CPs e outras variáveis de ensaio estão relatadas no corpo principal deste trabalho. A configuração segue nas seguintes etapas:

- Uma vez montada a parte física do ensaio, deve-se acessar o Station Manager, programa de configuração da MTS, disponível na área de trabalho dos computadores que fazem o controle dos ensaios;
- Na janela inicial (Figura B.1) selecionar o arquivo Teste03Ago.cfg ou qualquer outro adequado. Na área *Parameter Sets* selecionar default. Clicar em *Open*;

Station M	anager < No Station Londed >	_ 🗆 🛛
File Tolstolay	sodicione Très Heo-	
Open Statio	n ? 🖸	3
Look in: 🛅	config 🔹 🛏 🗈 📸 📰 -	
Teste03A	jo.cfg 1	
-		
File name:	Teste03Ago.cfg Open 3	
Files of type:	Configuration Files (*.cfg)  Cancel	
Parameter Set	s. Interlock Chain	
default 2	Interlock 1.	
Andreia - Odo	nto - palitos 🔽 Enable Remote Station Control	
Inio		

Figura B.1 – Janela de seleção do Station Manager.

iii. Aberto o programa (Figura B.2), localizar a aba *Applications* no *menu* e selecionar MTS *Fatigue Crack Growth TestWare*;



Figura B.2 – Janela principal do programa.

iv. Na janela do *TestWare* (Figura B.3), clicar em *Define Specimen*;

MIS rangue crack Growth Testw	are	
File Preferences Help		
6	Application Status	
Define Specimen		
Define Test		
Execute		
Analyze		

Figura B.3 – Janela principal do *TestWare*.

v. Na nova janela (Figura B.4), abaixo de *Template*, selecionar *Fatigue Crack Growth* e abaixo de *Batch* selecionar *New Batch* e clicar em "OK". Este modo faz o controle do ensaio por meio do *Clip Gage* colocado no CP;

Choose a Batch to Edit	
Template	Batch
Fatigue Crack Growth 7	I new balch >
	8
DK 9 Cancel	

Figura B.4 – Seleção do tipo de *Template*.

vi. Em *Specimen Geometry*, selecionar o tipo de CP (Figura B.5);

Template: Batch: Comments	Faligue Crack Growth leste	1		
Specimen Geometry Coefficient Files Compliance	FEETI 10			
K Calibration Specimen Information Name Specimen Status	M(T)Pin M(T)Pin Undefined		Ì	D mm
FFC(T) Specime	n  +-Bn+   +-Bn+  Bn+ Net Thickness B = Thickness	De la composition de la compos		0 (1000) <u>-</u>

Figura B.5 – Definição da geometria.

vii. No *menu*, clicar em *Specimen* > *Add* e em seguida clicar em *Coefficients* > *Compliance* > *Edit*, e alterar os valores C0, C1, C2, C3, C4 e C5. *Compliance* identifica o método da flexibilidade, descrito pela norma. Os valores podem ser encontrados no Anexo A1 da norma E647;

Template: 11	1	Fatigue Crack (	Growth		Comments			-
Batch: Edi	t Compliance C	oefficients		-				
Comments Specimen Geo Coefficient Fi Compliance K Calibratio Specimen Inl	C0 C1 C2 C3 C4 C5	1 -4.5 13.157 -172.551 879.944 1514.67	13	CPL KQL	Width (W) Notch Length (a0) Thickness (B) Net Thickness (Bn)		mm mm mm	In the Indian
Specimen S	ок 14 ecimen	Cance			Yield Strength Ultimate Tensile Strength Poisson's Ratio Drack Plane Drientation		N/mm <sup>2</sup> N/mm <sup>2</sup> N/mm <sup>2</sup> unitless	In the Ind
a <sub>0</sub> = Notch Len W = Width	$\begin{array}{c} h_{1} \\ \hline \\ -a \\ \hline \\ a \\ a$	←  ← Bn = Net Thick B = Thickness n = Notch Hek	Bn-⊷  B-→  kness		Notch Height (h)	0	mm	

Figura B.6 – Definição dos coeficientes para flexibilidade do espécime.

viii. Preencher os valores das dimensões dos CPs e propriedades do material. Ao final de cada procedimento deve-se salvá-lo;

l'emplate:	Fatigue Crack Growth		Comments		N.
Batch: Comments	Teste 01	-			
Specimen Geometry	FECT	+	Width (W)	50	mm
Coefficient Files	Terrore		Notch Length (a0)	10	mm
Compliance	C:\tsiis\79040\FFC(T).CPL		Thickness (B)	125	mm
K Calibration	C:\tsiis\79040\FFC(T).KCL		Net Thickness (Bn)	125	
Name	Law		Elastic Modulus (E)	71	CD.
Specimen Status	Defined	-	Vield Strength		
			Illinois Tay & Changle	469	IMPa .
FFC(T) Specime	en		Ultimate Tensile Strength	524	MPa 👱
aller -			Poisson's Ratio	0.33	unitless
G			Crack Plane Orientation	L-T	
nţ C			Notch Height (h)	1.56	mm
	)  +-Bn-►   +B-►			15	
a <sub>0</sub> = Notch Length a = Crack Length	B <sub>n</sub> = Net Thickness B = Thickness				

Figura B.7 – Preenchimento das dimensões e propriedades.

ix. Em *MTS Fatigue Crack Growth Testware*, clicar em *Define Test* e na nova janela selecionar *Fatigue Crack Growth* sob *Template* e selecionar o procedimento desejado sob *Procedure*, como indica a Figura B.8;

	Application Status	
Define Specimen	Editing batch: in template: Fatigue Crack Growth	
Define <u>T</u> est	16	
Execute		
Analyze		
oose a Procedu Ta	molate Procedure	
atigue Crack Growt		

Figura B.8 – Escolha de um procedimento de teste.

Na aba *Precrack* (Figura B.9) são definidos os parâmetros para criação da pré-trinca. Os valores devem ser calculados de acordo com a norma E647 e as condições de ensaio desejadas. As condições de inspeção podem ser definidas;

Procedure       Help         Template:       Fatigue Crack Growth         Procedure:       e         20       General Information         General Information       Precrack Execution         Data Storage       Test Termination         Final Kmax	0.1 25 11.5	MPa-m^0.5 unitless Hz	
Template :       Fatigue Crack Growth         Procedure :       e         20       General Information         Frecrack Execution       Data Storage         Final Kmax       [         Load Ratio, R (min/max)       [         Test Frequency       [         Final Crack Length       [         Crack Length Monitoring       [	0.1 25 11.5	MPa-m^0.5 unitless Hz	
Final Kmax Load Ratio, R (min/max) Test Frequency Final Crack Length Crack Length Crack Length Monitoring Compliance	0.1 25 11.5	MPa-m^0.5 unitless Hz	•
Load Ratio, R. (min/max) Test Frequency Final Crack Length Crack Length Crack Length Monitoring Compliance	0.1 25 11.5	unitless Hz	•
Test Frequency Final Crack Length  Crack Length Monitoring  Crack Length Monitoring  Compliance	25 11.5	Hz	•
Final Crack Length	11.5	1	_
Crack Length Monitoring Compliance		000	*
Crack Length Monitoring Compliance	hited	21	
Crack Length Monitoring compliance	10000		
			•
Upper LSF data range	90	%	
Lower LSF data range	10	1%	•
Periodic Inspections			
☐ Automati	c Inspection Hold		
Insteading Interval (2005-4)	11001		

Figura B.9 – Definição das condições para criação da pré-trinca.

xi. Na aba *Execution* deve ser selecionado o método *Delta-K Control*, para ensaios de determinação de  $\Delta K_{th}$ . Os outros parâmetros devem ser determinados de acordo com a norma E647, como exemplifica a Figura B.10;

🛿 MTS Fatigue Crack Growth TestWare : <[	Definition>		
Procedure Help			
Template ; Fatigue Crack Growth Procedure ; e			
General Information   Precrack Execution   Data Stor Test Method	rage Test Termination		-
Load Ratio, R (min/max)	0.1	unitless	*
Endlevel 1	10	MPa-m <sup>0.5</sup>	
Endlevel 2	) kN/mm^1.5		
Normalized K Gradient (C)	-0.0787402	1/mm	*
Test Frequency	25	Hz	
Waveshape	Sine		
Crack Length Monitoring	compliance		-
A CONTRACTOR OF THE OWNER OWNER OF THE OWNER OWNE OWNER OWNE OWNER OWNE	Automatic Inspection Hold	23	
for and matrice of the const	1000		

Figura B.10 – Determinação do método de execução do teste e parâmetros utilizados.

xii. Na aba *Data Storage* pode-se determinar os parâmetros que o programa utilizará para a gravação dos dados obtidos durante o ensaio em um arquivo e com que frequência estes devem ser gravados. Os parâmetros podem estar como o modelo da Figura B.11 ou de outro modo que seja mais conveniente, considerando que sejam observadas as recomendações da norma;

MIS Fatigue Crack Growth Testware :	<pre>&gt; Permittion&gt;</pre>		
Procedure Help Template: Fatigue Crack Growth Procedure: e General Information Precrack Execution Data	Storage Test Termination		
Crack length update interval	0.05	mm	-
Cycle Save Data			
12	Save data on cycle interval		
Cycle interval	100000		
Crack Length Data	Manual/Visual		
Upper LSF data range	90	%	<u>×</u>
Lower LSF data range	10	%	-
Timed and Closure Data Event Log Data	Display Closure Information     Store Timed Data		
	I Event logging		
Event Log Filename	elog.txt		
PV Range Min Percent of FS Range	0.5	%	•

Figura B.11 – Determinação dos parâmetros para frequência de anotação dos dados.

xiii. Na aba *Test Termination* (Figura B.12) podem ser definidos os critérios para parada de teste, como a taxa de propagação de trinca de  $10^{-7}$  mm/ciclo, normalmente considerada adequada para ensaios de determinação de  $\Delta K_{th}$ ;

Procedure Help				
Template :	Fatigue Crack Growth			
Procedure :	e			
General Informati	ion   Precrack   Execution   Data	Storage Test Termination		
Crack Length C	niteria —			
		🔽 Crack Length Limited		
Final Crack Len	gth	40	mm	•
Growth Rate Cri	teria			
		Crack Growth Rate Limit	24	
Terges C (s) 3 G	w// ArFraie	3600	ann 196 e	Ŧ
Wedge Life (nor of 1	101 ole of second	1		
		Cycle Limited		
the ground of the state	and College	1000000		
Measurement T	olerance Criteria			
		Crack Length Tolerance		
Crief Logersk	konsonsonen Fellen spo-		0.00	F
_		T Hydraulic Shutdown at Term	ination	

Figura B.12 – Determinação dos critérios de parada de teste.

xiv. De volta à janela principal do programa, *Station Manager*, identificar e clicar na opção *Detectors* (segundo botão da esquerda para a direita sob Station Controls). Ativar os *Interlocks* com os valores de acordo com o teste a ser realizado (Figura B.13). Os *Interlocks* são parâmetros de segurança para a parada da máquina em caso de quebra do CP ou algum evento indesejado. Portanto, o ideal é que sejam valores absolutamente maiores que os parâmetros de teste, mas não muito próximos. Podem ser definidos limites para deslocamento do pistão, força aplicada e/ou abertura do extensômetro. Após definir um valor para cada limite deve-se confirmar com a tecla *Enter*, no teclado;

🔄 Detectors < Teste03	BAgo.cfg >					
List: All Detectors 💌 ই						
Limit Detectors   Error De	tectors					
	Upper Limit	Upper Action		Lower Limit	Lower Actio	n
Ch 1 Deslocamento: 📘	10.00 mm	Interlock	• 1	-5.00 mm	Interlock	-
Ch 1 Forca:	30.00 kN	Interlock	- 1	-5.00 kN	Interlock	٠
Ch 1 Extensometro:	3.2000 mm	Interlock	-	-1.0000 mm	Interlock	-
						_

Figura B.13 – Janela de ativação dos *Interlocks*.

xv. Na janela do *MTS Fatigue Crack Growth TestWare*, clicar em *Execute* e selecionar os *Template*, *Procedure*, *Batch* e *Specimen* que foram configurados anteriormente (Figura B.14);

MTS Fatigue Cr	ack Growth	TestWare			13
mennes H	40				
			Applicati	on Status	
Define <u>S</u> pecimen	Editing batch:				
Define <u>T</u> est	Defining e in t	emplate: Fatigue Cra	ack Growth		
Execute	25				
Analyze					
		_			
oose a Procedu	re and Speci	imen to Execute			
Ter	nplate		Procedure		
atigue Crack Growth	r	• e		-	
		25			
		26			
В	atch		Specimen		
		-		14	
este		teste		100	

Figura B.14 – Escolha das configurações que serão executadas.

xvi. Muitas vezes a leitura do tamanho de trinca não está de acordo com o imaginado, devido à rigidez do sistema como um todo. Portanto uma

correção deve ser feita para o módulo de elasticidade do sistema, caso necessário. A leitura do tamanho da trinca pode ser feita na janela de execução do ensaio. No *menu*, clicar em *Actions* > *Crack Length Check* e no campo *Measured Crack Length* indicar o tamanho **real** da trinca da qual se está fazendo a leitura. Clicar em *Ramp* (Figura B.15);

- 28					
ep Md					0
ack Length Cheo sign Modulus	k 29				
sign Precrack Re de crack drown	esults		-	Run	Cycles 0
				(up	Status Reset
				Haa	Mode Force
ck Length th Source		complia	nce	•	× •
ngth Measureme	nt Control	_			
Γ	1	00 % of	the maximum k	oad of the latest cyc	le
	13080	44 N			1
ю [		2 sec.	-	Ramp 31	oad
Grack Length		1	10 m	m	
d Modulus			201000 N	/mm^2	
				Status	
	iop old ack Length Chec ssign Modulus ssign Precrack Re we crack crown e ack Length gth Source ngth Measureme Crack Length ed Modulus	e  Crack Length  ack Length  a	e	e	Are de la compliance Instrument Control Instrument Control Inst

Figura B.15 – Checando a leitura de tamanho da trinca.

xvii. Caso a leitura seja diferente do tamanho real, deve ser feita a correção da rigidez do sistema. Para tal, no *menu*, clicar em *Actions > Assign Modulus*. Entrar novamente com o tamanho real da trinca e o módulo de elasticidade e clicar em *Ramp*. O módulo deve ser alterado e o procedimento repetido até que a leitura do tamanho da trinca esteja próxima à real (Figura B.16);

rest	Actions	Parameters	Display	/ Event L	og Prefe	erences	Help	
plate:	Run	-32						6
cedure	Held							V
sh	- Control	Locath Charl	L.					
cimen	Assig	n Modulus	k 22					
nt Log	Accie	- Drogrady Do	eulte					Cycles
nplate	rauguer	crack Growth	suits	-		1	Bun	0
cedun ch: te:	e: e ste					-		Status
ecimer	n: teste	length for co	moliance	10 mm			Flow,	Reset
or enite	aeu cidek	changer for co	inpiidnice	a to min				Mode
							Hala	Force
Ass	sign Mo	dulus				2		×
Ass	<mark>sign Mo</mark> Assign M	<mark>dutus</mark> odulus Contro	1		_	2		×
Ast	<mark>sign Mo</mark> Assign M Ramp to:	<mark>dutus</mark> odulus Contro	1	100	% of the	maximun	n load of the lates	it cycle
Ast	<mark>sign Mo</mark> Assign M Ramp to:	<mark>dutus</mark> odulus Contro	1	13080.44	≈ of the	maximun	n load of the lates 36	t cycle
Ast	<mark>sign Mo</mark> Assign M Ramp to:	<mark>dutus</mark> odulus Contro	1	13080.44	% of the N	maximur	n load of the lates 36 Ramp	it cycle
Ast	<mark>sign Mo</mark> Assign M Ramp to: Ramp time	<mark>dutus</mark> odulus Contro s:	I	13080.44 2	% of the N sec.	maximur	n load of the lates 36 Ramp	t cycle
Ass	<mark>sign Mo</mark> Assign M Ramp to: Ramp time	<mark>dutus</mark> odulus Contro e:	1	13080.44 2	% of the N sec.	maximur	n load of the lates 36 Ramp	at cycle
- Ass I En	sign Mo Assign M Ramp to: Ramp time nter Modul	<mark>dutus</mark> odulus Contro e: us	4	13080.44 2	% of the N sec.	maximur 2.0	n load of the lates 36 Ramp 1e+005 N/mm^ 35	et cycle
I I En Cri	<mark>sign Mo</mark> Assign M Ramp to: Ramp time nter Modul ack lengtH	dutus odulus Contro s: lus n calculated fr	I om ente	13080,44 2 red Modulu	% of the N sec.	maximun 2.0	n load of the lates 36 Ramp 1e+005 N/mm^ 35 mm	at cycle
Ass 1 En Cr. En	sign Mo Assign M Ramp to: Ramp time ater Modul ack length	dutus odulus Contro e: lus n calculated fi Length	I	13080.44 2 red Modulu	% of the N sec. Γ	maximur 2.0	n load of the lates 36 Ramp 1e+005 N/mm^ 35 mm 34 10 mm	et cycle
Ast I En Cn En	sign Mo Assign M Ramp to: Ramp time ater Modul ack length ater Crack odulus cal	dutus odulus Contro e: lus h calculated fr Length Iculated from e	om ente	13080.44 2 red Modulu crack lengt	% of the N sec. Γ	maximun 2.0	n load of the lates 36 Ramp 1e+005 N/mm <sup>*</sup> 35 mm 34 10 mm N/mm <sup>*</sup>	t cycle
Ass I En Cri En Mo	sign Mo Assign M Ramp to: Ramp time nter Modul ack length nter Crack odulus cal	dutus odulus Contro s: lus h calculated fr Length Iculated from e	om ente	13080,44 2 red Modulu crack lengt	% of the N sec. F	maximur 2.0	n load of the lates 36 Ramp 1e+005 N/mm^ 35 mm 34 10 mm N/mm^ Status	t cycle

Figura B.16 – Ajuste da rigidez do sistema.

- xviii. Uma vez terminado o ajuste da rigidez, o ensaio pode ser iniciado. Para iniciar o procedimento de pré-trincagem, basta clicar em *Run*. No *menu*, em *Display*, é possível visualizar alguns parâmetros cujo acompanhamento pode ser importante para o ensaio. Pode-se visualizar o gráfico *Load vs COD* e a tabela *Precrack Data Table* (Figura B.17);
  - xix. Após feita a pré-trinca, clicar em *Run* novamente vai iniciar o ensaio. Neste ponto mais algumas opções aparecem sob a opção *Display* para acompanhamento durante o teste: *Crack Length vs Cycles*, *da/dN vs delta-K* e *FCG Data Table* (Figura B.17);

le Test Actions	Parameters I	Display Event Log Prefe	rences I	Help		
Template: Procedure: Batch:	Fatigue Cracl e teste	Load vs COD Crack length vs Cycles da/dN vs delta-K Closure Load Flot				
Specimen: Event Log	teste Crack Gro	FCG Data Table Prestack Data Table		37, 38	Cycles	
Procedure: e			*	Run	0	
Specimen: teste	. Lou all des sousies	10			Status	
User entered crac	ulus 2.01 e+005 N	l/mm <sup>2</sup>		27003	Reset	
Crack length calc User entered crac	ulated from user e k length: 10 mm	intered modulus mm		1	Mode	
Modulus calculate	d from user enter	ed crack length: N/mm^2		Hold	Force	
Ulser specified Fre	CIACK results		-			

Figura B.17 – Opções de visualização.

xx. Finalizado o ensaio o próprio programa possibilita fazer a análise dos dados coletados pela janela do *TestWare*. Ao clicar em *Analyze* e selecionar o conjunto de dados para análise (Figura B.18), diversas opções se encontram disponíveis;

<ul> <li>Professional (Heip)</li> </ul>				
		Application S	tatus	
Define Specimen				
Define <u>I</u> est				
Execute				
Augure 20				
Bualize 33				
noose a Batch to Analyze				
Template		Procedure		
atigue Crack Growth	* e		-	
	40			
Batch				
este	-			

Figura B.19 – Seleção de dados para análise.

xxi. É possível visualizar a curva da/dN vs  $\Delta K$  criada pelo programa, *a vs K*, tabelas de resultados, relatórios e o valor  $\Delta K_{th}$  estimado (Figura B.20).

🔍 MTS Fatig	ue Crack Growth	TestWare : <analysis></analysis>	
File Help			
Template: Procedure: Batch:	Fatigue Crack Gro e teste	Select Batch	
Plot type: Channel vs. da/dN vs. D Closure Load Closure Infor Delta K vs. a	Cycles elta K d vs. Cycles mation	Specimens to plot:	

Figura B.20 – Janela com os tipos de análise em Mecânica da Fratura disponíveis pelo

programa.

## APÊNDICE C – ROTINAS DO MATLAB PARA DETERMINAÇÃO DO LIMIAR DE PROPAGAÇÃO DE TRINCA

Neste apêndice podem ser encontradas integralmente as rotinas do MATLAB utilizadas neste trabalho e que foram discutidas e explicadas na seção 4.3.1 -. Para melhor identificação de cada rotina neste apêndice, serão utilizados títulos em negrito.

#### **ROTINA I**

I. A primeira rotina, para determinação do limiar de propagação através do método secante de redução de dados, é dada a seguir:

```
%Pedro Santos - Dissertação de Mestrado
%Propagação de trinca - Método Secante
%Limpando memória
close all;
clear all;
clc
%As variáveis extraídas diretamente do arquivo de saída da máquina de
testes são aquelas indicadas pelo final " mts".
%Chamando dados
tabA=xlsread('CP1 R01.xlsx');
%Extraindo dados
N mts=tabA(:,1);
a mts=tabA(:,2);
Kmax mts=tabA(:,3);
Kmin mts=tabA(:,4);
Fmax_mts=tabA(:,5);
Fmin mts=tabA(:,6);
dmax mts=tabA(:,7);
dmin mts=tabA(:,8);
%Variáveis geométricas e propriedades - dimensões em mm, tensões em MPa
W=50;
B=12.5;
c0=1.0010; %As variáveis C1~C5 são características ao método
"compliance".
c1=-4.6695;
c2=18.460;
c3=-236.82;
c4=1214.9;
c5=-2143.6;
vield=550;
E=201000;
%Parâmetros secundários
DK_mts=Kmax_mts(:,:)-Kmin_mts(:,:);
DF_mts=Fmax_mts(:,:)-Fmin_mts(:,:);
ineq=(4/pi)*(Kmax_mts/yield).^2;
%Variáveis de programação
i=size(DK mts,1);
```

```
1=1;
k=1;
%Pré-alocamento de vetores para agilizar a computação dos resultados
Dd=dmax mts(:,:)-dmin_mts(:,:);
compliance=zeros(i,1);
u=zeros(i,1);
a ml=zeros(i,1);
ea=zeros(k,1);
numerador=zeros(i,1);
denominador=zeros(i,1);
dadN=zeros(i,1);
al=zeros(i,1);
alfa=zeros(i,1);
DK ml=zeros(i,1);
eDK=zeros(i,1);
for k=1:i
    %Recalculando o tamanho da trinca pelo método da "compliance"
    compliance(k,1) = E \cdot Dd(k,1) \cdot B/DF mts(k,1);
    u(k, 1) = ((sqrt(compliance(k, 1)))+1)^{(-1)};
a ml(k,1)=W*(c0+c1*u(k,1)+c2*u(k,1)^2+c3*u(k,1)^3+c4*u(k,1)^4+c5*u(k,1)^5
);
    %Erro entre tamanho de trinca dado e calculado
    ea(k,1)=abs(1-a ml(k,1)/a mts(k,1));
    k=k+1;
end
k=2;
for k=2:i
    %Método secante
    numerador(k,:) = (a mts(k,1) - a mts((k-1),1));
    denominador(k,:)=(N mts(k,1)-N mts((k-1),1));
    dadN(k,:)=numerador(k,1)/denominador(k,1);
    a1(k,:)=(a_mts(k,1)+a_mts((k-1),1))/2;
    alfa(k,:)=a1(k,:)/W;
    DK ml(k,:)=(DF mts(k,:)*(10^(-3/2))/(B*sqrt(W)))*((2+alfa(k,:))/((1-
alfa(k,:))^(3/2)))*(0.886+4.64*alfa(k,:)-
13.32*alfa(k,:)^2+14.72*alfa(k,:)^3-5.6*alfa(k,:)^4);
    %Checando condições de validade
    if alfa(k,:)<0.2</pre>
        fprintf('alfa inválido p/ k=');
        fprintf('%d\n',round(k));
    end
    if (W-a mts(k,:))<ineq(k,:)</pre>
        fprintf('W-a inválido p/ k=');
        fprintf('%d \ round(k));
    end
    %Erro entre DK dado e calculado
    eDK(k,1)=abs(1-DK_ml(k,1)/DK_mts(k,1));
```

```
k=k+1;
end
eDK(1,1)=eDK(2,1);
%Seleção de pontos na região limiar
k=1;
for k=1:i
    if dadN(k,1)<10^(-6) && dadN(k,1)>10^(-7)
        limiartaxa(l,1) = dadN(k,1);
        limiarDK(l,1)=DK ml(k,1);
        l=l+1;
    end
    k=k+1;
end
%Cálculo do limiar de propagação
logDK=log10(limiarDK);
logdadN=log10(limiartaxa);
[r,m,b]=regression(logdadN,logDK,'one');
%Exibição de resultados
DKth=10^{(m*-7)+b}
R2=r^2
erro_a_max=max(ea)
erro_a_min=min(ea)
erro_DK_max=max(eDK)
```

```
erro_DK_min=min(eDK)
```

%Fim do programa

#### **ROTINA II**

II. A segunda rotina visa determinar o limiar de propagação através do método polinomial incremental:

```
%Pedro Santos - Dissertação de Mestrado
%Propagação de trinca - Método Polinomial
%Limpando memória
close all;
clear all;
clc
%As variáveis extraídas diretamente do arquivo de saída da máquina de
testes são aquelas indicadas pelo final " mts".
%Chamando dados
tabA=xlsread('CP1 R01.xlsx');
%Extraindo dados
N mts=tabA(:,1);
a mts=tabA(:,2);
Kmax mts=tabA(:,3);
Kmin mts=tabA(:,4);
Fmax mts=tabA(:,5);
Fmin mts=tabA(:,6);
%Variáveis geométricas e propriedades - dimensões em mm, tensões em MPa
W=50;
B=12.5;
%Parâmetros secundários
DK mts=Kmax mts(:,:)-Kmin mts(:,:);
DF mts=Fmax mts(:,:)-Fmin mts(:,:);
%Variáveis de programação
i=size(DK mts,1);
1=1;
     %este n é o utilizado no método polinomial e possui valores usuais
n=4;
de 1, 2, 3 ou 4.
k=n+1;
%Pré-alocamento de vetores para agilizar a computação dos resultados
dadN ml=zeros(i,1);
al=zeros(i,1);
a ml=zeros(i,1);
alfa=zeros(i,1);
DK ml=zeros(i,1);
ea=zeros(i,1);
eDK=zeros(i,1);
%Método Polinomial Incremental
for k=n+1:i-n
    %Variáveis características ao método
    N1=N mts(k-n:k+n,1);
    al=a mts(k-n:k+n,1);
    C1=(N1(1,1)+N1(end,1))/2;
    C2=(N1(end, 1)-N1(1, 1))/2;
    x(:,:) = (N1(:,:) - C1) / C2;
    %Ajuste da curva e variáveis
```

```
y=polyfit(x,a1,2);
    b2=y(:,1);
    b1=y(:,2);
    b0=y(:,3);
    %Computação dos resultados
    a_ml(k, 1) = b0 + (b1*(N1(n+1, 1) - C1)/C2) + (b2*(((N1(n+1, 1) - C1)/C2)^2));
    dadN ml(k,:) = (b1/C2) + 2*b2*(N1(n+1,1)-C1)/(C2^2);
    alfa(k,:) = a ml(k,:)/W;
    DK ml(k,:)=(DF mts(k,:)*(10^(-3/2))/(B*sqrt(W)))*((2+alfa(k,:))/((1-
alfa(k,:))^(3/2)))*(0.886+4.64*alfa(k,:)-
13.32*alfa(k,:)^2+14.72*alfa(k,:)^3-5.6*alfa(k,:)^4);
    %Erros entre a e DK dados e calculados
    eDK(k,1) = abs(1-DK_ml(k,1)/DK_mts(k,1));
    ea(k,1)=abs(1-a ml(k,1)/a(k,1));
    k = k + 1;
end
eDK(1:n,1)=eDK(n+1,1);
ea(1:n,1) = ea(n+1,1);
eDK(k:i, 1) = eDK(k-1, 1);
ea(k:i,1)=ea(k-1,1);
%Seleção de pontos na região limiar
k=n+1;
for k=n+1:i-n
    if dadN ml(k,1)<10^(-6) && dadN ml(k,1)>10^(-7)
        limiartaxa(l,1)=dadN ml(k,1);
        limiarDK(l,1)=DK ml(k,1);
        l=l+1;
    end
    k=k+1;
end
%Cálculo do limiar de propagação
logDK=log10(limiarDK);
logdadN=log10(limiartaxa);
[r,m,b]=regression(logdadN,logDK,'one');
%Exibição de resultados
DKth=10^{(m*-7)+b}
R2=r^2
erro a max=max(ea)
erro a min=min(ea)
erro DK max=max(eDK)
erro_DK min=min(eDK)
```

%Fim do programa

#### **ROTINA III**

III. A terceira rotina unifica os métodos de redução de dados da secante e o polinimial, e adiciona um terceiro, baseado em diferenças finitas centradas:

```
%Pedro Santos - Dissertação de Mestrado
%Propagação de trinca - Redução da/dN
%Limpando memória
close all;
clear all;
clc;
%As variáveis extraídas diretamente do arquivo de saída da máquina de
testes são aquelas indicadas pelo final " mts".
%Chamando dados
DIR='C:\Diretório\CP8 R005\';
ARQ='filtro CP8.txt';
NOME=strcat(DIR,ARQ);
dados(:,:)=importdata(NOME); %deve-se atentar se o arquivo está no
formato do "Excel" ou .txt para usar a função "xlsread" ou "importdata",
respectivamente.
[LINHAS, COLUNAS] = size(dados);
%Extraindo dados
N mts=dados(:,1);
a mts=dados(:,2);
Kmax mts=dados(:,3);
Kmin mts=dados(:,4);
Fmax mts=dados(:,5);
Fmin mts=dados(:,6);
%Variáveis geométricas - dimensões em mm
W = 50:
B=12.5;
%Parâmetros secundários
DK mts=Kmax mts(:,:)-Kmin mts(:,:);
DF mts=abs(Fmax mts(:,:)-Fmin mts(:,:));
K3 = (B*1e-3) * power(W*1e-3, 0.5);
%Variáveis de programação
K=5; %Quantidade maxima de pontos para o ajuste da eq. polinomial de 20
grau, valores típicos são 1, 2, 3 ou 4.
contador=9; %Coluna em que será introduzido da/dN do método polinomial
(n=1)
%Pré-alocando vetores para programação
M=zeros(LINHAS,7+2*K); %Matriz que irá gerar o arquivo de saída ao final
do programa.
M(:,1) = dados(:,1);
M(:, 2) = dados(:, 2);
M(:,3) = DK_mts(:,1);
%Métodos das Diferenças Finitas Centradas e Diferenças Finitas
Progressivas (Met. Secante)
```

```
for k=2:LINHAS-1
```

```
%Diferença Finita Centrada
M(k,5) = (a_mts(k+1) - a_mts(k-1)) / (N_mts(k+1) - N_mts(k-1));
alfa= (a_mts(k+1) + a_mts(k-1)) / (2*W);
K1= (2+alfa) / power(1-alfa,1.5);
K2=0.886+4.64*alfa-13.22*power(alfa,2)+14.72*power(alfa,3) -
5.6*power(alfa,4);
M(k,4) = K1*K2*DF_mts(k) / (100000*K3);
%Diferença Finita Progressiva
M(k,7) = (a_mts(k) - a_mts(k-1)) / (N_mts(k) - N_mts(k-1));
```

```
M(k, /) - (a_mts(k) - a_mts(k-1)) / (N_mts(k) - N_mts(k-1)),
alfa=(a_mts(k) + a_mts(k-1)) / (2*W);
K1=(2+alfa) /power(1-alfa,1.5);
K2=0.886+4.64*alfa-13.22*power(alfa,2)+14.72*power(alfa,3)-
5.6*power(alfa,4);
M(k,6)=K1*K2*((DF mts(k-1)+DF mts(k))/2) / (1000000*K3);
```

#### end

```
%Método Polinomial Incremental
for n=1:K
    for k=n+1:LINHAS-n
        Np=N mts(k-n:k+n,1);
        ap=a mts(k-n:k+n,1);
        C1=(Np(1,1)+Np(end,1))/2;
        C2=(Np(end,1)-Np(1,1))/2;
        x(1:(2*n+1),:) = (Np(:,:)-C1)/C2;
        y=polyfit(x,ap,2);
        b2=y(:,1);
        b1=y(:,2);
        b0=y(:,3);
        a fit=b0+((b1*((Np(n+1,1)-C1)))/C2)+(b2*(((Np(n+1,1)-C1)/C2)^2));
        alfa=a fit/W;
        K1=(2+alfa)/power(1-alfa,1.5);
        K2=0.886+4.64*alfa-13.22*power(alfa,2)+14.72*power(alfa,3)-
5.6*power(alfa,4);
        M(k,contador-1)=K1*K2*DF mts(k)/(100000*K3);
        M(k, contador) = (b1/C2) + 2*b2* (Np(n+1, 1) - C1) / (C2^2);
    end
    contador=contador+2;
```

#### end

```
loglog(M(:,4),M(:,5),'o',M(:,6),M(:,7),'d',M(:,8),M(:,9),'s',M(:,10),M(:,
11),'x');
```

```
ARQ_S='result CP8 filtro.txt';
NOME_S=strcat(DIR,ARQ_S);
```

fid=fopen(NOME S, 'w');

[LINHAS\_S,COLUNAS\_S]=size(M);

```
for j=1:LINHAS_S
```

```
for k=1:COLUNAS_S
    fprintf(fid,'%10.5e ',M(j,k));
end
fprintf(fid,'\r\n');
```

end
fclose(fid);

%FINAL DO PROGRAMA

### **ROTINA IV**

IV. A quarta rotina programa realiza diversas análises sobre os valores obtidos na terceira:

```
%Pedro Fernandes Santos - 11/0081471
%Propagação de trinca - Análise
%Limpando memória
close all;
clear all;
clc;
%Chamando dados
DIR='C:\Diretório\CP8 R005\';
ARQ='result CP8 filtro.txt';
NOME=strcat(DIR,ARQ);
tabela=importdata(NOME);
[LINHAS, COLUNAS] = size(tabela);
1 + 1
%EXTRAINDO DADOS E ELIMINANDO PONTOS NULOS E ABERRAÇÕES
111
%O valor de H define de qual coluna do arquivo de entrada os dados serão
extraídos.
%H=4: dados estimados por Diferenças Finitas Centradas
%H=6: dados estimados por Diferenças Finitas Progressivas
%H=8: dados estimados por Metodo Polinominal Ajustado com n=1
%H=10: dados estimados por Metodo Polinominal Ajustado com n=2; etc.
H=14;
j=1;
for i=1:LINHAS
   if tabela(i,H+1)>0 && tabela(i,H)>0
      dadN ml(j,1)=tabela(i,H+1);
      DK ml(j, 1) = tabela(i, H);
      j=\bar{j}+1;
   end
end
8......
111
%INICIO DO PROCESSO DE ELIMINAÇÃO DOS OUTLIERS
111
IC=0.95; %Intervalo de confiança para a construção da Banda de Aceitação
de pontos da curva da/dN.
```

```
[Lx,Cx]=size(DK_ml);
Kmin_ic=0.3*min(DK_ml);
```
```
LogX=log10(DK ml-Kmin ic);
LogY=log10(dadN ml);
[P,S DKth]=polyfit(LogY,LogX,1);
[xPv,deltax]=polyval(P,LogY,S DKth);
FAIXA=deltax*tinv(IC,j-2)/tinv(0.75,j-2);
figure;
loqloq(10.^LoqX,10.^LoqY,'om',10.^xPv,10.^LoqY,'-b',10.^(xPv-
FAIXA),10.^LogY,'.g',10.^(xPv+FAIXA),10.^LogY,'.g')
axis([1 100 1e-8 1e-2]);
title('Diagrama de Dispersão - Intervalo de Confiança');
xlabel('{\Delta}K [MPam^{1/2}]'), ylabel('da/dN (mm/Ciclo)');
legend ('Dados Brutos', 'Curva de Tendência', 'Bandas de Confiança -
95%',2);
CORRECAO IC=tinv(IC,j-2)/tinv(0.75,j-2);
j=1;
for i=1:Lx
   [xPrev,erro] = polyval(P,LogY(i),S DKth);
   MENOR=xPrev-erro*CORRECAO IC;
   MAIOR=xPrev+erro*CORRECAO IC;
   if LogX(i) >= MENOR && LogX(i) <= MAIOR
      XX(j,1)=DK ml(i,1);
      YY(j,1)=dadN ml(i,1);
      j=j+1;
   end
end
figure;
loglog(DK ml,dadN ml,'o',XX,YY,'.')
axis([1 100 1e-8 1e-2]);
legend('Dados Brutos', 'Dados Aceitos',2)
xlabel('{\Delta}K [MPa*m^{1/2}]'), ylabel('da/dN (mm/Ciclo)');
title('Diagrama de Dispersão - Curva da/dN');
888
%FIM DO PROCESSO DE ELIMINAÇÃO DOS OUTLIERS
888
111
%INICIO DO PROCESSO DE SEPARAÇÃO DOS DADOS DA REGIÃO 1 E DA REGIÃO 2
111
limite reg=le-6; %Valor de da/dN que delimita a separação entre as
regiões 1 e 2.
NR1=0;
NR2=0;
[Lx1,Cx1]=size(XX);
for i=1:Lx1
```

```
if YY(i)>=limite reg
     NR2=NR2+1;
   end
   if YY(i) <= limite reg</pre>
     NR1=NR1+1;
   end
end
D1=zeros(NR1,2);
D2=zeros(NR2,2);
d1=1;
d2=1;
for i=1:Lx1
   if YY(i)>limite req
      D2(d2, 1) = XX(i, 1);
      D2(d2, 2) = YY(i, 1);
      d2=d2+1;
   end
   if YY(i) <= limite req</pre>
      D1(d1, 1) = XX(i, 1);
      D1(d1, 2) = YY(i, 1);
      d1=d1+1;
   end
end
****
%FINAL DO PROCESSO DE SEPARAÇÃO DOS DADOS DA REGIÃO 1 E DA REGIÃO 2
****
11111111111111111111111
%INICIO DO PROCESSO DETERMINAÇÃO DA EO. DE PARIS - REGIÃO 2
.....
§_____
%MODELO DE PARIS - da/dN=A*K^m
§_____
opts=statset('display','off','TolX',1e-10,'MaxIter',1000,'TolFun',1e-6);
F PARIS=@(a,x)(a(1)*(x).^a(2));
dF PARIS dA=Q(cts, x)(x.^{cts}(2));
dF PARIS db=@(cts,x)(cts(1)*cts(2)*x.^(cts(2)-1));
a0=[1e-9;3];
[ahat PARIS,r,J,cov,mse]=nlinfit(D2(:,1),D2(:,2),F PARIS,a0,opts);
clear ci;
ci=nlparci(ahat_PARIS,r,'Jacobian',J);
DERIVADA(:,1)=dF PARIS dA(ahat PARIS, D2(:,1));
DERIVADA(:,2) = dF PARIS db(ahat PARIS, D2(:,2));
```

```
T = (transpose(J) * J) ^{-1};
ERRO PADRAO PARIS=0;
for i=1:NR2
    ERRO(i,1)=DERIVADA(i,:)*T*transpose(DERIVADA(i,:));
    dif=D2(i,2)-F PARIS(ahat PARIS,D2(i,1));
    ERRO PADRAO PARIS=ERRO PADRAO PARIS+dif^2;
end
s 2 PARIS=ERRO PADRAO PARIS/(NR2-2);
inv t=tinv(0.95,(NR2-2));
Y med=mean((D2(:,2)));
SQR=sum(((F_PARIS(ahat PARIS,D2(:,1)))-Y med).^2);
SQT=sum(((D2(:,2))-Y med).^2);
R 2 = SQR / SQT;
menor=0.95*min(D2(:,1));
maior=1.05*max(D2(:,1));
for i=1:NR2
    xP(i,1)=menor+i*(maior-menor)/NR2;
    yP(i,1)=F_PARIS(ahat_PARIS,xP(i,1));
IC_P(i,1)=inv_t*(s_2_PARIS*(1+ERRO(i,1)))^0.5;
LS_P(i,1)=yP(i,1)+IC_P(i,1);
    LI P(i,1)=yP(i,1)-IC P(i,1);
end
figure;
plot(D2(:,1),D2(:,2),'.','MarkerSize',5) %Dados observados
hold on:
plot(xP,yP,'k','LineWidth',2); %Curva de ajuste
plot(xP,LS_P,'r--','LineWidth',1.5); %Lim. Sup. Interv. de Conf. Ajuste
plot(xP,LI P,'r--','LineWidth',1.5); %Lim. Inf. Interv. de Conf. Ajuste
title('Ajuste do Modelo de Paris - da/dN =
A {Paris}({\Delta}K)^{m {Paris}}');
annotation('textbox',[.15 .57, .1, .1],'String',{['da/dN =
A_{Paris}({\Delta}K)^{m_{Paris}}']},'LineStyle','none');
annotation('textbox',[.15 .50, .1, .1],'String',{['A_{Paris}] = '
num2str(ahat_PARIS(1,1),3)]},'LineStyle','none');
annotation('textbox',[.15 .43, .1, .1],'String',{['m {Paris} = '
num2str(ahat_PARIS(2,1),3)]},'LineStyle','none');
annotation('textbox',[.15 .37, .1, .1],'String',{['R{^2} = '
num2str(R_2,4)]},'LineStyle','none');
legend ('Dados Experimentais', 'Curva de Tendência', 'Limites Intervalo de
Confiança [(1-{\lambda | 2}) = 95\%]', 2);
xlabel('{\Delta}K [MPa*m^{1/2}]'), ylabel('da/dN (mm/Ciclo)');
hold off;
MODELO DE PARIS - LOG(da/dN) = LOG(A) + m*LOG(K)
0/-----
LogX P=log10(D2(:,1));
LogY P=log10(D2(:,2));
```

```
130
```

```
p PARIS=polyfit(LogX P,LogY P,1);
menor=0.95*min(LogX P);
maior=1.05*max(LogX P);
dif=(maior-menor)/NR2;
for j=1:NR2
    xP(j) =menor+j*dif;
end
yP=polyval(p_PARIS, xP);
Med LogX P=mean(LogX P);
Med LogY P=mean(LogY P);
Var Residual=sum((polyval(p PARIS,LogX P(:,1))-LogY P(:,1)).^2)/(NR2-2);
Sxx=sum((LogX P(:,1)-Med LogX P).^2) ;
Syy=sum((LogY P(:,1)-Med LogY P).^2);
C1=(tinv(0.975,NR2-2)*(Var Residual<sup>^</sup>.5));
A2=C1*(1+(1/NR2)+(((xP-Med LogX P).^2)/((NR2-1)*Sxx))).^0.5;
C2=(tinv(0.975,NR2-2)*(Var Residual^.5))/(NR2^0.5);
Err Y=C2*(1+(NR2*(xP-Med LogX P).^2)/Sxx).^.5;
DIFYx=polyval(p PARIS,LogX P(:,1))-Med LogY P;
SQR=sum(DIFYx.^2);
R 2=SQR/Syy;
clear DIFYx;
Var m=(Var Residual)/Sxx;
Var A=Var Residual*(sum(LogX P.^2))/(NR2*Sxx);
Desv A = tinv(.975, NR2-2) * (Var A) ^{0.5};
Desv m = tinv(.975,NR2-2)*(Var m)^0.5;
A=10^p PARIS(1,2);
m=p PARIS(1,1);
AE=10^(p PARIS(1,2)-Desv A);
AD=10^ (p PARIS(1,2) + Desv A);
mE=p PARIS(1,1)-Desv m;
mD=p PARIS(1,1)+Desv m;
figure;
loglog(10.^LogX P,10.^LogY P,'.m','MarkerSize',5)
axis([1 100 1e-7 1e-2]);
hold on
loglog(10.^xP,10.^yP,'black','LineWidth',3);
loglog(10.^xP,10.^(yP+A2),'-.blue','LineWidth',2);
loglog(10.^xP,10.^(yP-A2),'-.blue','LineWidth',2);
loglog(10.^xP,10.^(yP+Err Y),'-.blue','LineWidth',2);
loglog(10.^xP,10.^(yP-Err Y),'-.blue','LineWidth',2);
title('Ajuste do Modelo de Paris Linearizado - da/dN = A {Paris} +
m {Paris}{\Delta}K');
xlabel('{\Delta}K [MPam^{1/2}]'), ylabel('da/dN (mm/Ciclo)');
legend ('Dados Experimentais', 'Curva de Tendência', 'Fronteiras da Região
de Previsão de da/dN [(1-{\lambda | 2}) = 95\%]', 2)
```

```
annotation('textbox',[.13 .65, .1, .1],'String',{['da/dN =
A {Paris}({\Delta}K)^{m {Paris}}']},'LineStyle','none');
annotation('textbox',[.13.57, .1, .1],'String',{['A {Paris} = '
num2str(A,3) ' (' num2str(AE,3) ', ' num2str(AD,3)
')']},'LineStyle','none');
annotation('textbox',[.13 .51, .1, .1],'String',{['m_{Paris}] = '
num2str(m,3) ' (' num2str(mE,3) ', ' num2str(mD,3)
')']},'LineStyle','none');
annotation('textbox',[.13 .45, .1, .1],'String',{['R{^2}] = '
num2str(R 2,4)]},'LineStyle','none');
hold off
୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫
%FINAL DO PROCESSO DETERMINAÇÃO DA EQ. DE PARIS - REGIÃO 2
****
......
%INICIO DO PROCESSO DE ESTIMATIVA DO VALOR DO DELTA K LIMIAR - REGIÃO 1
8......
......
clear yP;
clear xP;
clear A2;
LogX th=log10(D1(:,1));
LogY th=log10(D1(:,2));
[p DKth,S DKth]=polyfit(LogY th,LogX th,1);
menor=min(LogY th);
maior=max(LogY th);
dif=(maior-menor)/NR1;
for j=1:NR1
   yP(j)=menor+j*dif;
end
xP=polyval(p DKth,yP);
Med LogX1=mean(LogX th);
Med LogY1=mean(LogY th);
Var Residual=sum((polyval(p DKth,LogY th(:,1))-LogX th(:,1)).^2)/(NR1-2);
Sxx=sum((LogX th(:,1)-Med LogX1).^2) ;
Syy=sum((LogY th(:,1)-Med LogY1).^2) ;
C1=(tinv(0.95,NR1-2)*(Var Residual^.5));
A2=C1*(1+(1/NR1)+(((yP-Med LogY1).^2)/((NR1-1)*Syy))).^0.5;
DIFXy=polyval(p_DKth,LogY_th(:,1))-Med LogY1;
SQR=sum(DIFXy.^2);
R 2=SQR/Sxx;
clear DIFXy;
Var m=(Var Residual)/Syy;
Var A=Var Residual*(sum(LogY th.^2))/(NR1*Syy);
```

```
132
```

```
Desv A=tinv(.975,NR1-2)*(Var A)^0.5;
Desv m=tinv(.975,NR1-2)*(Var m)^0.5;
AA2=C1*(1+(1/NR1)+(((10^-7-Med LogY1).^2)/((NR1-1)*Syy))).^0.5;
[EST LDKth, ERRO DKth]=polyval(p DKth, -7, S DKth);
DKth=10^EST LDKth;
CORRECAO IC=tinv(0.975,NR1-2)/tinv(0.75,NR1-2);
DKth sup=10^(EST LDKth+CORRECAO IC*ERRO DKth);
DKth inf=10^ (EST LDKth-CORRECAO IC*ERRO DKth);
figure;
loglog(D1(:,1),D1(:,2),'.m','MarkerSize',5)
axis([2 10 3e-8 limite reg*2]);
hold on
loglog(10.^xP,10.^yP,'black','LineWidth',3);
loglog(10.^(xP-A2),10.^(yP),'-.blue','LineWidth',2);
loglog(10.^(xP+A2),10.^(yP),'-.blue','LineWidth',2);
title('Diagrama de Dispersão da/dN versus {\Delta}K - Região 1');
xlabel('{\Delta}K [MPam^{1/2}]'), ylabel('da/dN (mm/Ciclo)');
annotation('textbox',[.27 .07, .1, .1],'String',{['Estimativa para
{\Delta}Kth = ' num2str(DKth,3) ' (' num2str(DKth inf,3) ', '
num2str(DKth sup,3) ')']},'LineStyle','none');
legend('Dados Experimentais', 'Curva de Tendência', 'Fronteiras da Região
de Previsão de da/dN [(1-{\lambda | ha})/2) = 95\%]', 2)
hold off
୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫୫<u></u>
%FINAL DO PROCESSO DE ESTIMATIVA DO VALOR DO DELTA K LIMIAR - REGIÃO 1
8......
......
%PROCESSO DE DETERMINAÇÃO DA EQ. DE ELBER - REGIÃO 1 E 2
11111111111111111111111
opts=statset('display','iter','TolX',1e-19,'MaxIter',1000,'TolFun',1e-
30);
FUNCAO = Q(a, x)(a(1) + a(2) * log10(x - a(3)));
a0=[log10(1e-9);4;3];
[ahat,r,J,cov,mse]=nlinfit(XX,log10(YY),FUNCAO,a0,opts);
ci=nlparci(ahat,r,'Jacobian',J);
menor=min(XX)*1.005;
maior=max(XX);
for j=1:numel(XX)
   xP12(j) =menor+j*(maior-menor)/numel(XX);
end
[ypred,delta]=nlpredci(FUNCAO,xP12,ahat,r,'Jacobian',J,'MSE',mse,'Alpha',
0.05);
Lim_Sup=10.^(ypred+delta);
Lim_Inf=10.^(ypred-delta);
```

```
Y=10.^ypred;
```

```
da dN th=1e-7;
DKth_Elber=((da_dN_th/(10^ahat(1,1)))^(1/ahat(2,1)))+ahat(3,1);
figure;
semilogy(XX,YY,'Om','MarkerSize',2)
axis([0 80 3e-8 1e-2]);
hold on
semilogy(xP12,Y,'-b','LineWidth',4);
semilogy(xP12,Lim Inf,'--r','LineWidth',2);
semilogy(xP12,Lim_Sup,'--r','LineWidth',2);
xlabel('{\Delta}K [MPam^{1/2}]'), ylabel('da/dN (mm/Ciclo)')
title('Diagrama de Dispersão e Curva de Ajuste do Modelo de Elber');
legend('Dados Experimentais', 'Curva de Tendência', 'Limites Intervalo de
Confiança [(1-\{ \lambda \}/2) = 95\%]', 2)
annotation('textbox',[.43 .42, .1, .1],'String',{['da/dN =
A {Elber}({\Delta}K - {\Delta}K {op})^{m {Elber}}']},'LineStyle','none');
annotation('textbox', [.43 .35, .1, .1], 'String', {['A {Elber} = '
num2str(10^ahat(1,1),3) ' (' num2str(10^ci(1,1),3) ', '
num2str(10^ci(1,2),3) ')']},'LineStyle','none');
annotation('textbox',[.43 .28, .1, .1],'String',{['m_{Elber}] = '
num2str(ahat(2,1),3) ' (' num2str(ci(2,1),3) ', ' num2str(ci(2,2),3)
')']},'LineStyle','none');
annotation('textbox',[.43 .21, .1, .1],'String',{[' {\Delta}K {op} = '
num2str(ahat(3,1),3) ' (' num2str(ci(3,1),3) ', ' num2str(ci(3,2),3)
')']},'LineStyle','none');
annotation('textbox',[.43 .15, .1, .1],'String',{[' {\Delta}K {th} = '
num2str(DKth_Elber,3) ' da/dN = 10^{-7}
mm/ciclo']}, 'LineStyle', 'none');
hold off
```

```
%FINAL DO PROGRAMA
```

#### **ROTINA V**

V. A quinta e última rotina foi criada posteriormente para filtrar os dados da máquina antes do processamento dos dados, devendo ser executada antes das outras:

```
%Pedro Santos - Dissertação de Mestrado
%Propagação de trinca - Filtro de pontos por delta a
%Limpando memória
close all;
clear all;
clc;
%As variáveis extraídas diretamente do arquivo de saída da máquina de
testes são aquelas indicadas pelo final " mts".
%Chamando dados
DIR='C:\Diretório\CP8 R005\';
ARQ='CP8+ R005.xlsx';
NOME=strcat(DIR,ARO);
tabA(:,:)=xlsread(NOME); %deve-se atentar se o arquivo está no formato do
"Excel" ou .txt para usar a função "xlsread" ou "importdata",
respectivamente.
[LINHAS, COLUNAS] = size(tabA);
%Extraindo dados
N mts=tabA(:,1);
a mts=tabA(:,2);
Kmax mts=tabA(:,3);
Kmin mts=tabA(:,4);
Fmax_mts=tabA(:,5);
Fmin mts=tabA(:,6);
%Variáveis
delta a=0.25; %Este valor, em mm, define o intervalo utilizado para
filtragem dos consecutivos pontos obtidos pela MTS.
a0=a mts(1,1); %al será o tamanho de trinca de referência a cada
iteração.
i=1;
for k=1:LINHAS
    %A matriz M é utilizada para gerar o arquivo de saída ao final do
programa
    if a mts(k, 1) >= a0
        \overline{M}(i,1) = N mts(k,1);
        M(i,2) = a_mts(k,1);
        M(i,3) = Kmax mts(k,1);
        M(i,4)=Kmin mts(k,1);
        M(i, 5) = Fmax mts(k, 1);
        M(i,6)=Fmin mts(k,1);
        a0=a mts(k,1)+delta a;
        i=i+1;
    end
```

end

```
ARQ_S='filtro CP8.txt';
NOME_S=strcat(DIR,ARQ_S);
fid=fopen(NOME_S,'w');
[LINHAS_S,COLUNAS_S]=size(M);
for j=1:LINHAS_S
    for k=1:COLUNAS_S
       fprintf(fid,'%10.5e ',M(j,k));
    end
    fprintf(fid,'\r\n');
end
fclose(fid);
```

%FINAL DO PROGRAMA

### **APÊNDICE D – FIGURAS OBTIDAS ATRAVÉS DA ROTINA IV**

Devido ao grande número de imagens apresentadas neste apêndice, estas foram organizadas sequencialmente da seguinte maneira:

- X: A divisão maior consiste da sequência dos **CPs ensaiados**, em ordem numérica crescente (CP1, CP2 ... CP8). O CP1 ocupa dez páginas, os restantes, sete;
- Y: A segunda divisão é relativa ao método utilizado para redução de dados, na seguinte ordem: método secante, método das diferenças finitas centradas e método polinomial incremental de n =1 à n = 5 (30). Cada método ocupa uma página;
- Z: A terceira divisão, as figuras, acontece em cada página. As figuras são colocadas na ordem que foram geradas pela rotina IV (apêndice anterior), como segue:



Ao final do apêndice estão colocados, em sequência semelhante, os gráficos que foram obtidos ao filtrar os dados da máquina. Estes serão identificados pelo título "CPX (Filtrado) – Método Y". Não foram obtidos todos os resultados possíveis, uma vez que as tendências gerais são seguidas para todos os CPs/modelos.







# CP1 – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS

### CP1 – MÉTODO POLINOMIAL (n=1)



### CP1 – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



### CP1 – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



### CP1 – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



### CP1 – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)



### CP1 – MÉTODO POLINOMIAL (n=10)



### CP1 – MÉTODO POLINOMIAL (n=20)



### CP1 – MÉTODO POLINOMIAL (n=30)



#### **CP2 – MÉTODO DA SECANTE**





# CP2 – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS

### CP2 – MÉTODO POLINOMIAL (n=1)



### CP2 – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



### CP2 – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



### CP2 – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



### CP2 – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)



#### **CP3 – MÉTODO DA SECANTE**





# CP3 – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS

### CP3 – MÉTODO POLINOMIAL (n=1)



### CP3 – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



### CP3 – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



### CP3 – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



### CP3 – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)



**CP4 – MÉTODO DA SECANTE** 





# CP4 – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS




# CP4 – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



# CP4 – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



# CP4 – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



# CP4 – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)



**CP6 – MÉTODO DA SECANTE** 





# CP6 – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS





#### CP6 – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



#### CP6 – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



#### CP6 – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP6 – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)









# CP7 – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS

#### CP7 – MÉTODO POLINOMIAL (n=1)



# CP7 – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



# CP7 – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



# CP7 – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



# CP7 – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)









# CP8 – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS





# CP8 – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



# CP8 – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



# CP8 – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP8 – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)





### CP1 ( $\Delta a = 0,25$ mm) – MÉTODO DA SECANTE



### CP1 (Δa = 0,25 mm) – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS



#### CP1 (*∆a* = 0,25 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=1)



#### CP1 ( $\Delta a = 0,25 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



#### CP1 (*∆a* = 0,25 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



### CP1 (∠a = 0,25 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



### CP1 (∠a = 0,25 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)



# CP1 ( $\Delta a = 0,25 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=10)



# CP1 ( $\Delta a = 0,25$ mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=20)



### CP1 ( $\Delta a = 0,25$ mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=30)


## CP2 (*Aa* = 0,25 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP3 ( $\Delta a = 0,25 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



## CP4 ( $\Delta a = 0,25$ mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



## CP6 ( $\Delta a = 0,25$ mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



## CP7 ( $\Delta a = 0,25 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP8 (*Aa* = 0,25 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



## CP1 ( $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO DA SECANTE



## CP1 ( $\Delta a = 0,05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS



#### CP1 (*∆a* = 0,05 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=1)



#### CP1 (*∆a* = 0,05 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



#### CP1 ( $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



# CP1 (*Aa* = 0,05 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



# CP1 (∠a = 0,05 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)



## CP1 ( $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=10)



## CP1 ( $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=20)



## CP1 ( $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=30)



## CP2 (*Aa* = 0,05 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP3 ( $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP4 ( $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP6 ( $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



## CP7 ( $\Delta a = 0.05 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP8 (*Aa* = 0,05 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



## CP1 (∠a = 0,10 mm) – MÉTODO DA SECANTE



## CP1 (⊿a = 0,10 mm) – MÉTODO DAS DIFERENÇAS FINITAS CENTRADAS



#### CP1 ( $\Delta a = 0,10 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=1)



#### CP1 ( $\Delta a = 0,10 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=2)



#### CP1 ( $\Delta a = 0,10 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=3)



# CP1 (*Aa* = 0,10 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



# CP1 (∠a = 0,10 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=5)



## CP1 ( $\Delta a = 0,10$ mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=10)



## CP1 ( $\Delta a = 0,10$ mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=20)



## CP1 ( $\Delta a = 0,10$ mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=30)



#### CP2 ( $\Delta a = 0,10 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP3 (*∆a* = 0,10 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP4 ( $\Delta a = 0,10$ mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



#### CP6 ( $\Delta a = 0,10 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)


## CP7 ( $\Delta a = 0,10 \text{ mm}$ ) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)



## CP8 (*Aa* = 0,10 mm) – MÉTODO POLINOMIAL (n=4)